# POLITECNICO DI TORINO

Facoltà di Ingegneria Corso di Laurea in Ingegneria Civile

Tesi di Laurea Magistrale

Analisi del comportamento strutturale di elementi in calcestruzzo fibro-rinforzato sottoposti a carico ciclico



Relatori:

Prof. Ing. Francesco Tondolo

Prof. Ing. Alessandro Pasquale Fantilli

Candidato: Diego Nebiolo

Dicembre 2018

# INDICE

INTR	RODU	UZIONE	6
1.	STAT	TO DELL'ARTE	8
1.	1. (	CARICHI CICLICI SULLE STRUTTURE	8
	1.1.1	1. Fatica nelle strutture in calcestruzzo	10
	1.1.2	2. Fatica nelle strutture in calcestruzzo armato	11
	1.1.3	3. Progetto delle strutture a fatica	11
1.	2. I	FESSURAZIONE NEL CALCESTRUZZO	12
	1.2.1	1. Cause che provocano la fessurazione	12
	1.2.2	2. Limitazioni della fessurazione	13
	1.2.3	3. Meccanica della frattura	14
1.	3. (	CORROSIONE NEL CALCESTRUZZO ARMATO	15
	1.3.1	1. Carbonatazione	
	1.3.2	2. Attacco da cloruri	19
1.4	4. [	DURABILITA' DEL CALCESTRUZZO	20
2.	MOD	DELLI NUMERICI	22
2.	1. I	MODELLO NUMERICO PER VALUTARE LA LUNGHEZZA DI TRASMISSIONE	22
2.	2. I	MODELLO NUMERICO PER L'ANALISI STATISTICA	
	2.2.1	1. Resistenza dei materiali	
	Ca	Calcestruzzo	30
	Ac	Acciaio	
	2.2.2	2. Effetto del ritiro	
	2.2.3	3. Effetto del fluage	
3.	PRO\	OVE SPERIMENTALI	42
3.	1. I	MATERIALI	42
3.	2. (	GEOMETRIA DEI CAMPIONI	43
3.	3. I	PROVA DI CARICO CICLICO	47
3.4	4. I	PROVE PER LA CARATTERIZZAZIONE DEI MATERIALI	50
	3.4.1	1. Prova di compressione con comportamento post-picco	52
	Ca	Campioni in calcestruzzo normale	54

		Camp	pioni in calcestruzzo fibro-rinforzato	57
3	8.5.	PRC	OVA DI TRAZIONE	62
Э	8.6.	COF	RROSIONE DEI PROVINI	75
	3.6	5.1.	Calcolo della corrosione attesa	76
	3.6	5.2.	Calcolo della corrosione effettiva	80
4.	AN	IALISI	DEI RISULTATI	86
Z	l.1.	PRC	OVA DI CARICO CICLICO	86
	4.1	.1.	Schemi fessurativi	86
	4.1	.2.	Apertura residua delle fessure	88
		D10L		89
		D10H	l	89
		D20L		90
		Concl	lusioni	91
	4.1	.3.	Apertura di picco delle fessure	91
		D10L		92
		D10H	l	92
		D20L		93
		D20H	Ι	93
		Concl	lusioni	94
Z	1.2.	ANA	ALISI STATISTICA	94
	4.2	2.1.	Provini prodotti in laboratorio	94
	4.2	2.2.	Analisi 1	99
	4.2	2.3.	Analisi 2	102
	4.2	2.4.	Analisi 3	104
	4.2	2.5.	Analisi 4	106
	4.2	2.6.	Analisi 5	109
	4.2	2.7.	Analisi 6	111
	4.2	2.8.	Analisi 7	113
	4.2	2.9.	Analisi 8	116
	4.2	2.10.	Conclusioni	118

4.3. PR0	DVA DI TRAZIONE
4.3.1.	Apertura della fessura centrale123
D10H	1
Conf	ronto con carico ciclico, campioni D10H126
D10L	
Conf	ronto con carico ciclico, campioni D10L131
Conc	lusioni
4.3.2.	Comportamento meccanico del campione134
D10H	1
D10L	
Conc	lusioni
4.3.3.	Carico massimo e tipologia di rottura138
Conc	lusioni
4.3.4.	Valutazione della corrosione142
Conc	lusioni
5. CONCLU	JSIONI
BIBLIOGRAF	IA152
APPENDICI	
APPENDIC	E A: Apertura della fessura centrale154

# INTRODUZIONE

Questa tesi completa uno studio approfondito eseguito su dei tiranti in calcestruzzo armato soggetti a carico ciclico; in particolare ci si concentra sul confronto tra tiranti in calcestruzzo normale e in fibro-rinforzato. Sono state realizzate quattro differenti geometrie di campioni, utilizzando 2 diversi diametri di barra d'armatura in acciaio e 2 differenti percentuali geometriche di armatura, in modo da valutare anche un effetto di scala.

Gli obiettivi dell'analisi di questi tiranti sono molteplici, perché oltre ad eseguire un confronto diretto tra quelli normali e quelli fibro-rinforzati in termini di apertura, di picco e residua, della fessura a seguito delle prove di carico ciclico, si vuole capire l'effetto delle fibre nel tempo e quindi come si comporteranno i provini a seguito di importanti processi corrosivi.

Una prima parte di tale studio è stata eseguita da Nicola Critelli che ha redatto la tesi dal titolo "Crack width in reinforced concrete structures subjected to repeated loads", in questa parte sono stati progettati e confezionati i campioni ed in seguito sono state eseguite le prime prove di laboratorio. Successivamente Simone Scuteri, che ha redatto la tesi dal titolo "Analisi del comportamento strutturale di elementi in calcestruzzo fibrorinforzato sottoposti a carichi ciclici", ha completato le prove di carico ciclico e ha sviluppato una nuova metodologia per lo studio dell'apertura residua delle fessure attraverso l'utilizzo di un laser scanner. Infine come ultima parte dello studio, che è l'oggetto di questa tesi, i campioni fessurati dalle precedenti prove vengono portati a rottura in seguito ad un processo corrosivo con lo scopo di studiarne il comportamento e l'influenza delle fibre; ed è stata realizzata inoltre un'analisi statistica riguardante gli schemi fessurativi di tiranti analoghi a quelli sperimentali. Il lavoro è suddiviso nei seguenti capitoli:

- STATO DELL'ARTE: vengono sintetizzati i fenomeni che influiscono sul comportamento del calcestruzzo e che entrano in gioco nello studio in esame, come ad esempio la fatica, la fessurazione e la corrosione;
- 2. MODELLI NUMERICI: vengono descritti i modelli utilizzati, il primo è stato realizzato per la determinazione della lunghezza di trasmissione, il secondo per effettuare un'analisi statistica riguardante lo stato fessurativo dei tiranti oggetto di studio;
- 3. PROVE SPERIMENTALI: sono elencate e descritte tutte le prove a cui sono stati sottoposti i tiranti;
- 4. ANALISI DEI RISULTATI: dove sono contenuti tutti i risultati e le osservazioni che sono state fatte in seguito alla realizzazione delle prove sperimentali e dei modelli numerici.

# 1. STATO DELL'ARTE

Già nell'antichità si utilizzava per realizzare costruzioni una specie di calcestruzzo, ma è con il passare del tempo che la sua tecnica di realizzazione si è evoluta e si è arrivati a quello odierno, che permette l'esecuzione di qualunque forma pur mantenendo i parametri di resistenza e sicurezza richiesti.

Una delle problematiche di questo materiale però è la durabilità, nel tempo la maggior parte delle sue proprietà peggiorano, specialmente se è influenzato da cattive condizioni ambientali; questo aspetto è molto importante e non è da sottovalutare in quanto una buona parte del patrimonio edilizio, specialmente in Italia, presenta un'ossatura in calcestruzzo. Una mancata manutenzione nel tempo può essere catastrofica, ci sono esempi di crolli dovuti a ciò, ma anche una non corretta valutazione delle proprietà nel tempo di questo materiale può esserne causa. Esistono tecniche o aggiunta di additivi che vogliono migliorare il comportamento del calcestruzzo, anche nel tempo, ma essendo soluzioni recenti è difficile valutarne la loro reale efficacia.

In questa tesi si vuole analizzare l'effetto nel tempo dell'aggiunta di fibre all'interno del calcestruzzo, infatti oltre ai fenomeni della fatica e fessurazione, che sono stati indotti tramite le prove di carico ciclico (con lo scopo di simulare un sisma di media intensità), entra in gioco la corrosione. In questo modo si causa un importante degrado dei provini, perché questi 3 fenomeni sono legati tra di loro e provocano un peggioramento del comportamento. Confrontando i provini in calcestruzzo normale con quelli fibro-rinforzati si possono trarre delle conclusioni sulla bontà del loro utilizzo.

Di seguito verranno descritti in modo sintetico i fenomeni di fatica, fessurazione e corrosione.

# 1.1. CARICHI CICLICI SULLE STRUTTURE

I carichi ciclici consistono in una variazione del carico nel tempo, che a lungo andare affaticano la struttura, la quale può arrivare a collasso per un carico inferiore rispetto a quello previsto nel caso di carico statico (ovvero carico costante nel tempo). Numerose strutture sono soggette a tale tipo di carico, come ad esempio i ponti (dovuto al traffico) o qualunque struttura in cui operano macchine vibranti.

L'effetto di tale carico provoca appunto un ammaloramento della struttura che prende il nome di fatica, oltre all'acciaio (che negli anni è stato il materiale più studiato per i carichi ciclici) anche il calcestruzzo può essere soggetto a questo fenomeno e la sua risposta è differente. La rigidità del calcestruzzo in tensione si riduce, causando un incremento nella curvatura e quindi un aumento dell'inflessione (Fantilli & Vallini, "Strains in steel bars of reinforced concrete elements subjected to repeated load", 2004).

In caso di azioni sismiche con un'intensità vicina allo SLU, le azioni ripetute di breve termine possono produrre grandi danneggiamenti strutturali (riduzione di rigidezza e duttilità). Questi fenomeni sono dovuti alla fessurazione e al danneggiamento del calcestruzzo, soggetto alternativamente a tensioni di trazione e di compressione, ed inoltre vi è un deterioramento del legame di aderenza acciaio-calcestruzzo.

Questo ammaloramento della struttura può essere valutato tramite la legge del danneggiamento cumulato "legge di Miner" nel caso in cui la sollecitazione cambi nel tempo, con il parametro D, che se assume il valore unitario implica il collasso. Esiste una formulazione per valutarlo che dipende dal numero di cicli a cui è soggetto per quel determinato carico (n<sub>i</sub>) e il numero di cicli che provoca la rottura per quel determinato carico (N<sub>i</sub>).

$$D = \sum \frac{n_i}{N_i} \tag{1.1}$$

I parametri che governano il fenomeno della fatica sono:

- la variazione di tensione  $\Delta \sigma$ , che avviene durante un ciclo;
- il rapporto di fatica R = σ<sub>min</sub> / σ<sub>max</sub>, con R ≥ 0 la sollecitazione è detta pulsante, per R <</li>
   0 è detta ciclo alterno;
- il numero di cicli N.



Figura 1.1: Esempi di carichi ciclici

Come si può vedere in Figura 1.1, in ordinata abbiamo il carico, che varia nel tempo, e in ascissa il tempo. Per la particolarità di questo andamento è detto carico ciclico, nel caso di un carico statico l'andamento sarebbe quello di una retta parallela all'asse delle ascisse.

Nelle strutture in acciaio si è visto che la fatica è dovuta alla presenza di difetti o irregolarità che causano una concentrazione degli sforzi, con i carichi ciclici avviene una propagazione di questi difetti, i quali provocano una riduzione della sezione resistente, la quale non sarà più in

grado di sopportare il carico agente e avverrà una rottura improvvisa, infatti la fatica causa una rottura di tipo fragile.



Figura 1.2: Rottura di tipo fragile per fatica in elemento in acciaio [http://www.vfioraso.it/Didattica/5\_anno/tecnologia\_meccanica/prova\_fatica/prova\_di\_fatica.htm]

La presenza del fenomeno della corrosione aggrava il comportamento a fatica, perché favorisce la formazione iniziale e accelera la propagazione delle fessure, con una conseguente rottura per fatica che avviene in tempi minori.

#### 1.1.1. Fatica nelle strutture in calcestruzzo

Il calcestruzzo è un materiale composto, in cui una matrice cementizia avvolge gli inerti, da questo punto di vista è più complicato valutarne la fatica rispetto all'acciaio. Vista la sua struttura interna il calcestruzzo presenta un'elevata quantità intrinseca di difetti, che possono essere causati anche da una non perfetta stagionatura, da un rapido ritiro oltre che da altre cause. Durante i carichi ciclici la fessurazione del calcestruzzo può avvenire in tre modi diversi: frattura della matrice cementizia, frattura degli aggregati e perdita di aderenza tra aggregati e matrice cementizia, è però difficile valutare quale sia il corretto meccanismo per cui si viene a formare la fessura.

### 1.1.2. Fatica nelle strutture in calcestruzzo armato

In questo tipo di strutture il meccanismo di rottura per fatica è più difficile da prevedere, perché può avvenire in elementi diversi essendo costituito da 2 elementi distinti (calcestruzzo e acciaio); i 3 meccanismi principali, potrebbe avvenire anche una loro combinazione, sono: formazione localizzata di fessure nel calcestruzzo, rottura per fatica dell'armatura di acciaio e degrado del legame di aderenza tra calcestruzzo e acciaio.

Generalmente il collasso a fatica per compressione ha un comportamento duttile, ciò è dovuto al fatto che si ha un considerevole sviluppo di fessure prima del cedimento. Nel caso di trazione invece ha un comportamento fragile.

# 1.1.3. Progetto delle strutture a fatica

Nota la pericolosità della fatica è importante non sottovalutarla, per questo motivo esiste un determinato approccio per progettare la struttura tenendo conto di questo fenomeno. Si basa sull'utilizzo del diagramma di Wöhler, che è riportato in Figura 1.3, che può essere utilizzato sia in fase di progettazione che di verifica, ciò che cambia sono i dati di ingresso e di uscita che applico nel diagramma.



Figura 1.3: Diagramma di Wöhler [https://it.wikipedia.org/wiki/Diagramma\_di\_W%C3%B6hler#/media/File:Curva\_wohler.jpg]

Per quanto riguarda la progettazione possono essere utilizzati due approcci:

- a tempo: viene fissato un numero massimo di cicli che la struttura è in grado di sostenere, perciò entrando nel diagramma si ricava la massima  $\sigma_a$  che può essere applicata;
- a vita infinita: in questo caso la struttura non patisce il fenomeno della fatica, perché il numero di cicli è infinito, però si deve utilizzare una  $\sigma_a$  inferiore a  $\sigma_{\text{limite fatica}}$ .

Per la verifica si entra dentro il grafico con la  $\sigma_a$  agente ed il suo N corrispondente deve essere inferiore all'N di collasso della struttura affinché risulti soddisfatta. Nel caso del calcestruzzo armato bisogna fare verifiche separate per l'acciaio di armatura e per il calcestruzzo compresso. Sono disponibili curve a fatica per la verifica dell'acciaio di armatura. Mentre per il calcestruzzo compresso sono disponibili delle relazioni di verifica.

# 1.2. FESSURAZIONE NEL CALCESTRUZZO

Quando il calcestruzzo è soggetto a delle tensioni di trazione (possono essere differenti le cause che le provocano) è quasi inevitabile la formazione di fessure, a causa della sua limitata resistenza a trazione. Può influenzare negativamente la durabilità e l'estetica delle strutture in calcestruzzo, ma se è limitata non è detto che causi problemi.

#### 1.2.1. Cause che provocano la fessurazione

Sono molteplici le cause che possono provocare la fessurazione nel calcestruzzo, di seguito vengono riportate le principali:

- carichi a cui è soggetta la struttura: in particolare i carichi verticali producono quasi sempre delle tensioni di trazione sugli elementi strutturali, un'accurata progettazione e l'utilizzo ad esempio delle barre di armatura (calcestruzzo armato) può evitare la formazione delle fessure;
- ritiro del calcestruzzo: il calcestruzzo è soggetto a 2 principali tipologie di ritiro, quello plastico e quello igrometrico. Questi tipi di ritiro sono influenzati dal rapporto a/c, infatti l'acqua libera non chimicamente combinata in ambiente non saturo, durante le fasi di presa, indurimento e nei giorni e mesi successivi evapora, questo causa una riduzione di volume nello strato superficiale che quindi si contrae provocando la fessurazione del calcestruzzo in superficie. Il ritiro plastico può essere ridotto o evitato

bagnando e proteggendo lo strato superficiale del getto con dei rivestimenti durante la presa. Il ritiro igrometrico invece si manifesta durante tutta la vita dell'opera ma la maggior parte di questo avviene nei primi mesi. Per ridurre l'entità di questi fenomeni bisogna utilizzare principalmente bassi rapporti a/c;



Figura 1.4: Esempio di fessurazione del calcestruzzo dovuta al ritiro [http://www.concretenetwork.com/curingconcrete/when-to-cure.html]

- sviluppo eccessivo di calore: nel caso di getti di grandi dimensioni, le reazioni chimiche che causano la presa e l'indurimento del calcestruzzo generano una notevole quantità di calore (essendo esotermiche), che nella parte interna del getto non riesce ad essere smaltito rapidamente. Le temperature tra superficie e parte interna risulteranno così essere differenti e questo provoca delle tensioni di trazione sulla superficie che possono portare a fessurazione superficiale;
- cicli di gelo e disgelo: l'acqua contenuta nei pori interni del calcestruzzo, con la presenza di basse temperature, gelando, aumenta di volume causando tensioni di trazione che possono portare alla fessurazione del calcestruzzo.

#### 1.2.2. Limitazioni della fessurazione

Come è stato detto precedentemente la fessurazione nel calcestruzzo è un fenomeno quasi inevitabile, è possibile però evitarla del tutto, ad esempio con l'utilizzo della precompressione (che nelle parti che sarebbero state tese annulla del tutto la trazione oppure la riduce in modo che la tensione sia inferiore alla resistenza a trazione del calcestruzzo), oppure si può limitare utilizzando le barre di armatura (che non devono avere un diametro eccessivo e devono essere distribuite in modo uniforme nelle zone tese). Per evitare problemi legati alla durabilità e all'estetica l'EC2 (Eurocodice 2) definisce dei valori limite di apertura delle fessure che variano a seconda della classe ambientale e del tipo di armatura.

Class	Reinforced members and prestressed members with unbonded tendons	Prestressed members wit bonded tendons	
	Quasi-permanent load combination	Frequent load combination	
X0, XC1	0,41	0,2	
XC2, XC3, XC4		0,2 <sup>2</sup>	
xD1, xD2, xD3, xS1, xS2, xS3	0,3	Decompression	
Note 1: For X0, X (AC) this limit is of appearant Note 2: For these e	C1 exposure classes, crack width has n set to give generally acceptable appearance nee conditions this limit may be relaxed. exposure classes, in addition, decompression vector emphasizes of leader.	no influence on durability an e. In the absence المراجع on should be checked under the	

Figura 1.5: Limiti dell'apertura della fessura imposti da Eurocodice 2

#### 1.2.3. Meccanica della frattura

La meccanica della frattura è quel ramo della meccanica che si occupa di studiare gli effetti di cricche e difetti sulla stato di sforzo applicato ad un corpo, perché come è stato già accennato per la fatica, la rottura di un elemento può avvenire per un carico inferiore rispetto a quello massimo per cui è in grado di resistere (che è solo un valore teorico) nel caso in cui siano presenti delle fessure o difetti; per questo motivo numerosi studiosi si sono occupati di questo ambito in modo da dare delle formulazioni analitiche che prevedano lo stato di sforzo in presenza di fessure. In questo modo vi è la possibilità di eseguire una progettazione che tenga conto della possibilità di nascita di fessure evitando la rottura dell'elemento. Il fenomeno che si è osservato da questi studi è che la resistenza dell'elemento è funzione della dimensione e numerosità dei difetti ed inoltre in esso avviene una concentrazione degli sforzi, che se non è stata considerata in fase di progettazione può essere gravosa. Di seguito sono elencati alcuni degli studiosi con le loro teorie fondamentali della meccanica della frattura:

- Griffith, con il suo criterio energetico (1920);
- Westergaard, con il metodo dei potenziali complessi (1939);
- Williams, con il metodo degli sviluppi in serie (1952);
- Irwin, che mise in relazione la trattazione energetica di Griffith con quella tensionale di Muskhelishvili, Westergaard e Williams (1952).



Figura 1.6: Soluzione del problema della concentrazione delle tensioni in una lastra tesa soggetta a tensione mono direzionale: (a) caso di foro circolare, (b) caso di foro ellittico, (c) foro ellittico con larghezza tendente a zero.

# 1.3. CORROSIONE NEL CALCESTRUZZO ARMATO

La corrosione è un fenomeno pericoloso perché riduce la durabilità delle strutture in calcestruzzo armato, questo perché va a colpire le barre di armatura in acciaio provocandone una perdita di massa e quindi una riduzione della sua sezione resistente ed inoltre causa altri tipi di degrado, come il distacco del copriferro che accelera ancora di più il processo corrosivo. È un fenomeno irreversibile ed è per questo che è opportuno cautelarsi perché non sono sufficienti semplici interventi a posteriori per rimediare, inoltre può causare un punto di innesco di fessure che favoriscono il fenomeno della fatica. Esistono due tipologie di corrosione:

- corrosione a umido: si verifica quando è presente acqua, che rappresenta l'agente aggressivo, può essere uniforme o localizzata, la corrosione localizzata è la più pericolosa perché è un fenomeno penetrante che compromette significativamente la resistenza dell'elemento strutturale;
- corrosione a secco: è un tipo di corrosione che avviene a velocità importanti solo ad alta temperatura, in cui l'agente aggressivo non è più l'acqua ma l'ossigeno presente nell'atmosfera, quindi in Italia non viene considerata.



Figura 1.7: Esempio di corrosione localizzata (in alto) e di corrosione uniforme (in basso) su barre d'armatura [http://www.duromac-cp.de/en-korrosion.html]

La corrosione è un fenomeno elettrochimico che colpisce i metalli e avviene in presenza di acqua e ossigeno. Nel calcestruzzo armato essendo le barre annegate nel calcestruzzo, che rappresenta un ambiente basico (normalmente PH > di 12.5 ma che varia a seconda di com' è la sua composizione chimica), si forma uno strato protettivo di ossido attorno al metallo, che evita o comunque rallenta il fenomeno della corrosione. Il problema nasce nel momento in cui si vengono a formare dei pori o difetti nel calcestruzzo o vi è la presenza all'interno di acqua e ossigeno, perché viene a mancare lo strato protettivo e si innesca così il fenomeno corrosivo con gravi conseguenze, quali la riduzione di sezione resistente (e quindi perdita di resistenza da parte dell'elemento) e il distacco del copriferro.



Figura 1.8: Esempio di corrosione di una barra di armatura in un elemento in calcestruzzo armato con distacco del copriferro [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f4/Betonrot\_Hippodroom.JPG/290px-Betonrot\_Hippodroom.JPG]

Dal punto di vista chimico la corrosione del metallo implica una sua ossidazione, ovvero il passaggio da un numero di ossidazione nullo a positivo. Il ferro è un metallo facilmente corrodibile e a causa della non perfetta uguaglianza della composizione chimica lungo tutto l'elemento si vengono a creare delle zone che funzionano come generatrici di elettroni (anodi) e altre come accettatori (catodi), tutto questo costituisce una cella galvanica, che normalmente si forma in zone in cui sono presenti impurità o sottoposte a stress. Il calcestruzzo si comporta come un elettrolita e la barra di armatura come un conduttore, questo permette il movimento delle cariche elettriche. Le reazioni chimiche che avvengono simultaneamente sono le seguenti:

- reazione anodica:

$$Fe \to Fe^{2+} + 2e^{-} \tag{1.2}$$

- reazione catodica:

$$H_2O + \frac{1}{2}O_2 + 2e^- \to 2OH^-$$
 (1.3)

$$Fe^{2+} + 20H^- \to Fe(OH) \tag{1.4}$$

$$2Fe(OH)_2 + \frac{1}{2}O_2 \to Fe_2O_3 \cdot 2H_2O \tag{1.5}$$

All'anodo il metallo si consuma, perché invia ioni al catodo, nel quale si forma la ruggine; la zona dove c'è una grande concentrazione di ossigeno si comporta come zona catodica.

Il prodotto finale è la ruggine, questa reazione è espansiva, perciò causa delle tensioni di trazione che possono portare eventualmente al distacco del copriferro. A differenza dell'ossido che proteggeva la barra, la ruggine che si forma non svolge un'azione protettiva nei confronti del metallo, infatti essa è porosa e non aderente e quindi il fenomeno della corrosione continua con le gravi conseguenze già citate. La carbonatazione, la formazione di fessure e la presenza di cloruri possono danneggiare lo strato passivante ed innescare così il fenomeno della corrosione; è perciò necessaria una maggiore descrizione di queste possibili cause.



Figura 1.9: Fenomeno chimico della corrosione del ferro [http://3.bp.blogspot.com/akPbjoLwSgI/VbZDpCRmPBI/AAAAAAADCY/AgUP3k8kN70/s1600/Corrosione.png]

#### 1.3.1. Carbonatazione

L'anidride carbonica presente nell'atmosfera quando entra in contatto con il calcestruzzo non lo danneggia, però tende a neutralizzare le sue componenti alcaline, in questo modo il PH diminuisce (può arrivare a valori inferiori a 9) e la barra di armatura non avrà più il suo strato di ossido protettivo, perciò da questo momento in poi può innescarsi il fenomeno della corrosione. La reazione chimica che avviene è la seguente:

$$Ca(OH)_2 + CO_2 \rightarrow CaCO_3 + H_2O \tag{1.6}$$

Ovvero la combinazione tra anidride carbonica e i costituenti alcalini del calcestruzzo producono carbonato di calcio e acqua.

La carbonatazione procede dalla superficie verso l'interno, con una velocità di propagazione che è proporzionale alla radice quadrata del tempo e dipende dall'umidità relativa del calcestruzzo, l'intervallo di umidità più pericoloso è tra il 50 e 80 %, perché se è bassa viene a mancare il quantitativo di acqua necessario per il processo, se invece è elevata l'acqua presente nei pori interstiziali rallenta la propagazione dell'anidride carbonica. L'andamento della penetrazione segue la seguente legge:

$$s = K^n \sqrt{t} \tag{1.7}$$

Dove:

- s = spessore dello strato carbonatato;
- t = tempo;
- n = coefficiente che dipende dalla porosità del calcestruzzo, vale 2 per quelli porosi ed è > di 2 per quelli compatti;
- K = coefficiente che dipende dalle condizioni ambientali, in particolare dall'umidità relativa del calcestruzzo.



Figura 1.10: Processo della carbonatazione nel tempo, in fucsia è indicato il calcestruzzo carbonatato [http://www.ingenio-web.it/immagini/CKEditor/Fig%202(2).jpg]

#### 1.3.2. Attacco da cloruri

In ambienti marini o per la presenza sulle strutture di sali antigelo si può raggiungere sulla superficie delle barre un livello critico di cloruri che, per una reazione chimica analoga a quella della carbonatazione, causano la rottura della pellicola di ossido che protegge la barra di armatura annegata nel calcestruzzo innescando così la corrosione. Inoltre questo tipo di corrosione è penetrante, risulta così essere più rapida e quindi più pericolosa rispetto a quella di carbonatazione.

Esiste una formulazione che permette di stabilire il contenuto di cloruri, ed è la seguente:

$$C(x,t) = (C_0 + (C_{s,\Delta x} - C_0) \cdot \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x - \Delta x}{2 \cdot \sqrt{D_{app,C} \cdot t}}\right)\right])$$
(1.8)

Dove:

- C(x,t) = contenuto di cloruri alla profondità x ed al tempo t;
- C<sub>0</sub> = contenuto iniziale di cloruri;
- $C_{s,\Delta x}$  = contenuto di cloruri alla profondità  $\Delta x$ ;
- D<sub>app,C</sub> = coefficiente apparente di diffusione dei cloruri.

# 1.4. DURABILITA' DEL CALCESTRUZZO

Il calcestruzzo deve essere in grado di conservare nel tempo le sue proprietà ed i margini di sicurezza previsti, senza richiedere una manutenzione eccessiva, in modo da evitare un cattivo utilizzo del materiale. La durabilità nel caso del calcestruzzo può essere definita come la capacità di resistere alle condizioni ambientali, agli attacchi chimici ed alle sollecitazioni meccaniche senza una significativa perdita di resistenza e funzionalità, rispettando così i parametri previsti in fase di progettazione. La durabilità di un elemento in calcestruzzo armato dipende però principalmente dalle condizioni ambientali.

Le condizioni ambientali sono classificate nell'Eurocodice 2 in sei categorie:

- X0: nessun rischio di corrosione o di attacco;
- XC: corrosione indotta da carbonatazione;
- XD: corrosione indotta da cloruri;
- XS: corrosione indotta da cloruri presenti nell'acqua di mare;
- XF: attacco da cicli gelo/disgelo;
- XA: attacco chimico.

Ogni categoria è suddivisa a sua volta in diverse sottoclassi, che rappresentano diversi livelli di esposizione. In alcuni casi particolari bisogna anche considerare tipologie di attacco fisico quali le variazioni di temperatura, le abrasioni e le penetrazioni di acqua.

Class designation	Description of the environment	Informative examples where exposure classes may occur		
1 No risk of	corrosion or attack			
X0	For concrete without reinforcement or embedded metal: all exposures except where there is freeze/thaw, abrasion or chemical attack For concrete with reinforcement or embedded metal: very dry	Concrete inside buildings with very low air humidity		
2 Corrosion	induced by carbonation			
XC1	Dry or permanently wet	Concrete inside buildings with low air humidity Concrete permanently submerged in water		
XC2	Wet, rarely dry	Concrete surfaces subject to long-term water contact Many foundations		
XC3	Moderate humidity	Concrete inside buildings with moderate or high air humidity External concrete sheltered from rain		
XC4	Cyclic wet and dry	Concrete surfaces subject to water contact, not within exposure class XC2		
3 Corrosion	induced by chlorides			
XD1	Moderate humidity	Concrete surfaces exposed to airborne chlorides		
XD2	Wet, rarely dry	Swimming pools Concrete components exposed to industrial waters containing chlorides		
XD3	Cyclic wet and dry	Parts of bridges exposed to spray containing chlorides Pavements Car park slabs		

Figura 1.11: Classi di esposizione ambientale definite nell'Eurocodice 2

In Figura 1.11 sono definite con maggiori dettagli le tipologie di classi, in questo modo il progettista può capire in quale classe ricade l'opera di suo interesse. Questa classe di esposizione è importante perché è l'input su cui si basa il confezionamento del calcestruzzo, perciò non è da sottovalutare.

Per aumentare la durabilità di una struttura bisogna intervenire sui seguenti fattori:

- tipo di cemento e classe di resistenza;
- spessore del copriferro;
- rapporto acqua/cemento;
- contenuto minimo di cemento.

Ad esempio aumentando lo spessore del copriferro si aumenta il tempo che la carbonatazione impiegherà per raggiungere l'armatura.

# 2. MODELLI NUMERICI

Sono stati realizzati diversi modelli numerici per lo studio di questi tiranti. Il primo modello è stato realizzato da Nicola Critelli per valutare la lunghezza di trasmissione in modo tale da progettare dei provini che sottoposti alle prove di carico ciclico presentino una sola fessura, a seguito dell'esecuzione delle prove analizzando i risultati si sono riscontrati degli errori di modellazione per i campioni aventi barre di diametro 10 mm, sono state perciò apportate delle correzioni nel modello; di seguito verrà riportata una sintesi del modello, maggiori informazioni si possono trovare nella tesi di Nicola Critelli dal titolo "Crack width in reinforced concrete structures subjected to repeated loads". Il secondo modello, che è oggetto di questa tesi, permette di effettuare una analisi statistica su una popolazione complessiva di 8000 campioni, con lo scopo di valutare la quantità di fessure che si verrebbero a formare per ogni campione, i risultati ottenuti sono poi confrontati con quelli ottenuti sperimentalmente.

# 2.1. MODELLO NUMERICO PER VALUTARE LA LUNGHEZZA DI TRASMISSIONE

Una volta che i campioni verranno sottoposti alle prove di carico ciclico, per avere una buona interpretazione dei fenomeni che avvengono è necessario che essi formino una sola fessura (l'ideale è nella mezzeria del provino); è per questo motivo che è stato realizzato questo modello numerico da Nicola Critelli, in modo da definire una geometria dei campioni adatta a questo scopo. Il comportamento strutturale di tiranti in calcestruzzo armato soggetti a carichi ciclici di trazione è in particolar modo influenzato dallo stato fessurativo e dalla condizione di aderenza tra acciaio e calcestruzzo, infatti questi due aspetti assumono un ruolo importante nella definizione del modello.

L'aspetto teorico su cui si basa il modello è legato al caso di un tirante di calcestruzzo, come quelli delle nostre prove, al quale viene applicato un carico di trazione attraverso la barra di armatura. Si verifica un trasferimento di tensioni dalla barra di armatura al calcestruzzo e quando in quest'ultimo la tensione raggiunge il valore della resistenza a trazione, in esso si forma una fessura. È importante definire la lunghezza di trasmissione, perché rappresenta la lunghezza minima necessaria a trasferire le tensioni dalla barra di armatura al calcestruzzo in modo tale da fargli raggiungere la sua resistenza a trazione, il che provoca la formazione di una fessura; perciò se viene definita in modo corretto tale lunghezza il tirante soggetto a carico ciclico formerà una sola fessura.

I campioni sono costituiti da dei cilindri in calcestruzzo con una barra di armatura interna che fuoriesce da entrambe le facce posizionata lungo l'asse longitudinale del cilindro stesso. Le due sezioni di estremità del cilindro sono in stato fessurato (denominato stadio II), perciò la tensione nel calcestruzzo è nulla. Le equazioni che governano il problema sono le seguenti:

- equazione indefinita di equilibrio:

$$\sigma_c \cdot A_c + \sigma_s \cdot A_s = N \tag{2.1}$$

- condizione statica:

$$\frac{d\sigma_s}{dz} = -(\frac{\pi\Phi}{A_s})\tau(s(z)) \tag{2.2}$$

- equazione di compatibilità:

$$\frac{ds}{dz} = \varepsilon_c(z) - \varepsilon_s(z) \tag{2.3}$$

- condizioni al contorno all'estremo libero:

$$\sigma_c(0) = 0 \qquad \qquad \text{in } z = 0 \tag{2.4a}$$

$$\sigma_s(0) = \frac{N}{A_s} \qquad \text{in } z = 0 \qquad (2.4b)$$

 condizioni al contorno sull'altro estremo: essendo un processo iterativo, le condizioni che interrompono il processo è il raggiungimento a questo estremo di uno scorrimento nullo tra acciaio e calcestruzzo oppure della massima resistenza a trazione nel calcestruzzo, a queste condizioni corrisponde una sezione con coordinata z pari alla lunghezza di trasmissione (I<sub>tr</sub>):

$$\varepsilon_s(l_{tr}) - \varepsilon_c(l_{tr}) = 0 \qquad \text{in } z = l_{tr} \tag{2.5a}$$

$$\sigma_c(l_{tr}) = f_{ct} \qquad \text{in } z = l_{tr} \qquad (2.5b)$$



Figura 2.1: Elementi strutturali soggetti a carichi ripetuti: (a) nodo trave colonna; (b) trave soggetta a flessione su quattro punti; (c) elemento in tensione con una singola fessura, con una distribuzione qualitativa di σc (z) e di s(z) per una data w; (d) equilibrio in una sezione dell'elemento; (e) condizioni di compatibilità in una sezione dell'elemento; (f) equilibrio di un segmento di armatura. (Fantilli & Vallini, 2004)

 equazioni costitutive dei materiali: ovvero quella dell'acciaio, del calcestruzzo e la legge di aderenza acciaio-calcestruzzo. Per le prime due si è assunto un legame elastico lineare, in Figura 2.2 sono rappresentate graficamente le leggi.



Figura 2.2: Relazioni costitutive elastiche e lineari: (a) legame  $\sigma$ - $\varepsilon$  per le barre di armatura; (b)  $\sigma$ - $\varepsilon$  per il calcestruzzo non fessurato

La legge di aderenza acciaio-calcestruzzo invece è modellata con le seguenti relazioni:

$$\tau = \tau_{max}(\frac{s}{s_1})^{\alpha} \qquad \qquad per0 \le s \le s_1 \tag{2.6}$$

$$\tau = \tau_{max} \qquad pers_1 \le s \le s_2 \tag{2.7}$$

$$\tau = \tau_{max} - (\tau_{max} - \tau_{res}) \frac{s - s_2}{s_3 - s_2} \qquad pers_2 \le s \le s_3$$
(2.8)

$$\tau = \tau_{res} \qquad pers \ge s_3 \tag{2.9}$$

In Figura 2.3 è rappresentata graficamente la legge di aderenza acciaio-calcestruzzo.



Figura 2.3: Legge di aderenza acciaio-calcestruzzo in assenza di danneggiamento

Per quanto riguarda il legame costitutivo del calcestruzzo fibro-rinforzato in trazione, sono state utilizzate le relazioni riportate in Figura 2.4, che sono tratte dal modello RILEM.



Figura 2.4: Legame costitutivo calcestruzzo fibro-rinforzato, secondo il modello RILEM

Dato che sono note le equazioni costitutive e la legge di aderenza, è possibile attraverso l'integrazione numerica delle equazioni (2.1), (2.2) e (2.3) risolvere il problema. Questo è possibile con l'utilizzo di un metodo esplicito dato che le funzioni s(z),  $\varepsilon_s$  (z) e  $\varepsilon_c$  (z) sono incognite. Per migliorare il risultato numerico ottenuto con il metodo esplicito viene eseguita una nuova integrazione ad ogni ciclo (correzione). Nell'elemento di Figura 2.1 (c), nella sezione fessurata (z = 0), lo scorrimento è noto ed è pari a s = w/2. Questo valore decresce quando ci muoviamo dalla fessura verso l'estremità dell'elemento; nello stesso elemento la tensione di trazione si sposta dal calcestruzzo alla barra di armatura mentre nella sezione alle estremità dell'elemento non c'è tensione nel calcestruzzo (perché la sezione è in stadio II).



Figura 2.5: Comportamento di un tirante in calcestruzzo, il suo comportamento è compreso tra lo stadio I di calcestruzzo non fessurato e lo stadio II di barra isolata, Ncr1 è il carico a cui si forma la prima fessura, Ncr n è il carico a cui si forma l'n-essima fessura, Δε<sub>s</sub> rappresenta l'effetto irrigidente del calcestruzzo (tension stiffening) dovuto alla presenza di calcestruzzo non fessurato tra due fessure

L'integrazione delle equazioni è stata realizzata utilizzando un codice VBA (Visual Basic for Application) implementato in una macro del programma "Windows Excel".

Dati di input:	Dati di output:
- D = diametro tirante in calcestruzzo	- ρ = rapporto geometrico d'armatura
- $\Phi$ = diametro barra d'armatura	<ul> <li>Ncr = carico alla fessurazione</li> </ul>
<ul> <li>fc = resistenza a compressione del</li> </ul>	<ul> <li>Ny = carico allo snervamento</li> </ul>
calcestruzzo	
<ul> <li>fct = resistenza a trazione del</li> </ul>	<ul> <li>Itr,cr = lunghezza di trasmissione per Ncr</li> </ul>
calcestruzzo	
- Ec = modulo elastico del calcestruzzo	<ul> <li>Itr,y = lunghezza di trasmissione per Ny</li> </ul>
<ul> <li>- fR1 = prima resistenza residua</li> </ul>	
(calcestruzzo con fibre)	
<ul> <li>fR2 = seconda resistenza residua</li> </ul>	
(calcestruzzo con fibre)	
<ul> <li>- kh = fattore di scala (calcestruzzo con</li> </ul>	
fibre)	
- Lh = lunghezza fibre	
<ul> <li>fy = resistenza allo snervamento</li> </ul>	
dell'acciaio	
- Es = modulo elastico dell'acciaio	

Tabella 2.1: Dati di input e output del modello numerico

Noti questi parametri (ovvero i dati di output) occorre definire la lunghezza dei campioni affinché si formi una sola fessura. Essendo in condizioni di esercizio, con  $N_{cr} < N < N_y$ , per avere una sola fessura sono state seguite le seguenti condizioni:

- per N < N<sub>y</sub>,  $I_{tr} > I_{tr,y}$  per assicurare la formazione di almeno una fessura;
- per N > N<sub>cr</sub>,  $I_{tr} < I_{tr,cr}/2$  per evitare la formazione di altre fessure oltre la prima.

Utilizzando queste condizioni, in fase di progetto si è cercato di seguire i seguenti limiti:

- I<sub>tr</sub> > 1,2 I<sub>tr,y</sub>;
- I<sub>tr</sub> < 0,4 I<sub>tr,cr</sub>.

I risultati del modello numerico adottato per la progettazione della lunghezza dei provini sono contenuti nelle tesi di Nicola Critelli "Crack width in reinforced concrete structures subjected to repeated loads" e la correzione del modello eseguita in seguito alle prove di carico ciclico nella tesi di Simone Scuteri "Analisi del comportamento strutturale di elementi in calcestruzzo fibrorinforzato sottoposti a carichi ciclici".

# 2.2. MODELLO NUMERICO PER L'ANALISI STATISTICA

Non avendo a disposizione un elevato numero di campioni (40 è da considerarsi piccolo), per poter estendere le considerazioni fatte su di essi ad una grande popolazione, è stato necessario effettuare un'indagine statistica. In particolare si è voluto confrontare il quadro fessurativo ottenuto per i provini di laboratorio con quello previsto per una popolazione maggiore (che è stata ottenuta sfruttando il modello numerico realizzato per il calcolo della lunghezza di trasmissione, descritto nel capitolo 2.1.); in questo modo si può capire se i provini di laboratorio rappresentano delle condizioni particolari oppure se ricadono nella normalità delle situazioni (questa è la condizione che ci si augura di ottenere, perché le informazioni acquisite potranno valere in maniera del tutto generale).

Il modello numerico realizzato ha lo scopo di generare dei campioni che hanno delle resistenze casuali, questo perché è noto dalla letteratura che per il calcestruzzo e l'acciaio alcuni parametri di resistenza sono aleatori (ovvero non possono essere previsti con precisione).

Dopo aver definito le leggi probabilistiche di resistenza dei materiali, è stato adottato un metodo simile a quello Montecarlo per ottenere la popolazione di campioni: attraverso la generazione di un numero casuale (effettuata dal calcolatore) [S1], sfruttando la curva della funzione di distribuzione cumulativa (CDF) della resistenza del materiale [S2], viene determinato il valore della variabile aleatoria (ovvero della resistenza a cui è associata quella determinata curva) [S3].

In questo modo per ogni valore casuale si ottengono 4 valori delle variabili aleatorie di interesse (i 4 parametri di resistenza che verranno descritti successivamente), le quali identificano un determinato campione statistico, ripetendo tale procedura per differenti numeri casuali si ottiene una popolazione numerosa. In Figura 2.6 è descritta graficamente la procedura appena descritta.



Figura 2.6: Determinazione della variabile aleatoria per mezzo del modello numerico, in ascissa la variabile aleatoria e in ordinata il percentile, nell'esempio è la tensione di snervamento dell'acciaio  $(f_y)$ 

Nella seguente tesi, volendo fare un confronto con i risultati ottenuti dai campioni di laboratorio, ne sono state realizzate 8 tipologie (che si differenziano in base al diametro della barra di armatura, alla percentuale di armatura e alla tipologia di calcestruzzo) e per ognuna sono stati generati attraverso il modello numerico 1000 campioni, per un totale di 8000. Attraverso una procedura automatizzata, per ognuno si è determinata la quantità di fessure attese (questo è stato possibile usufruendo in maniera particolare il modello numerico elaborato per determinare la lunghezza di trasmissione), questo avviene imponendo la seguente verifica:

- se la lunghezza di trasmissione in corrispondenza del carico di snervamento è inferiore alla metà della semi lunghezza del provino, allora si formeranno più fessure, con questo modello non si può prevedere il numero esatto;
- se non è verificata la condizione precedente allora si formerà una sola fessura.



Figura 2.7: Schematizzazione del tirante nel modello numerico

Nel modello numerico viene studiato metà tirante (quello racchiuso nel rettangolo rosso in Figura 2.7), perciò per ogni campione si verifica se avviene la formazione della 2° FESSURA. Andando poi a considerare il tirante completo, le situazioni possibili saranno due: formazione di 1 sola fessura (ovvero nel caso in cui non risulti la formazione della 2° FESSURA) oppure di 3 fessure.

Per ogni campione sarà differente la lunghezza di trasmissione in corrispondenza del carico di snervamento, perché cambia la sua resistenza, è per questo motivo che è stato necessario analizzare un numero importante di campioni, perché ogni volta il risultato è differente, e volendo spiegare un fenomeno complesso è importante avere una vastità di risultati che permettano il confronto con le informazioni ottenute sperimentalmente (in questo caso il quadro fessurativo).

### 2.2.1. Resistenza dei materiali

Volendo eseguire un'indagine statistica su un grande numero di campioni, è impensabile immaginare che le proprietà dei materiali siano uguali per tutti, perché alcuni parametri sono aleatori. E' perciò necessario definire le leggi probabilistiche che descrivono queste variabili aleatorie. In letteratura esistono diverse relazioni, in questo lavoro si sono utilizzate quelle proposte dal Probabilistic Model Code.

#### Calcestruzzo

Per il calcestruzzo le variabili aleatorie sono la resistenza a compressione ( $f_c$ ), la resistenza a trazione ( $f_{ct}$ ) e il modulo elastico ( $E_c$ ), tra questi parametri esistono le seguenti relazioni:

$$f_{ct} = 0.3 \cdot f_c^{2/3} \tag{2.11}$$

$$E_c = E_{c,o} \cdot \alpha_E \cdot (\frac{f_c}{10})^{1/3}$$
(2.12)

Dove:

- E<sub>c,0</sub> = 21500 MPa;

-  $\alpha_E$  = coefficiente che dipende dalla tipologia di aggregati (assunto pari a 1).

Si può osservare che l'unico parametro indipendente è la resistenza a compressione, perciò solamente essa verrà studiata con una legge probabilistica, normalmente si adotta una distribuzione log-normale, in cui la media è stata ottenuta calcolando il valore medio dei risultati delle prove di compressione a cui sono stati sottoposti alcuni provini in laboratorio (vedere Tabella 3.6), mentre la deviazione standard è stata calcolata secondo il Probabilistic Model Code, ovvero applicando la seguente formula:

$$S^{II} \cdot \sqrt{\frac{n^{II} \cdot v^{II}}{(n^{II} - 1)(v^{II} - 2)}}$$
(2.13)

Dove:

$$- n^{II} = n^I + n;$$

$$- v^{II} = v^I + v + \delta(n^I);$$

-  $n^{II}m^{II} = n^Im^I + nm;$ 

- $[v^{II}s^{II2} + n^{II}m^{II2}] = [v^{I}s^{I2} + n^{I}m^{I2}] + [vs^{2} + nm^{2}];$
- v = n-1;
- n = numero di osservazioni (nel nostro caso è 2, essendo solamente 2 i campioni per ogni tipologia di calcestruzzo soggetti alla prova di compressione);
- m = media del valore di fc (ottenuta dai dati disponibili);
- s = deviazione standard del valore di fc (ottenuta dai dati disponibili).

Concrete type	Concrete grade		Paran	neters	
		m'	n'	s'	ν'
Ready mixed	C15	3.40	3.0	0.14	10
	C25	3.65	3.0	0.12	10
	C35	3.85	3.0	0.09	10
	C45	3.98	3.0	0.07	10
	C55	-	-	-	-
Pre-cast elements	C15	-	-	-	-
	C25	3.80	3.0	0.09	10
	C35	3.95	3.0	0.08	10
	C45	4.08	4.0	0.07	10
	C55	4.15	4.0	0.05	10

Tabella 2.2: Parametri della distribuzione di resistenza del calcestruzzo, Probabilistic Model Code

La realizzazione di queste leggi probabilistiche non è semplice, perché i dati a disposizione (dalle prove di compressione) sono pochi e quindi non molto significativi, è perciò stato necessario effettuare diverse analisi statistiche adottando per ognuna una legge di resistenza diversa. Inizialmente è stata utilizzata una distribuzione log-normale, in cui la differenza tra calcestruzzo normale e fibro-rinforzato è legata ai valori di media e deviazione standard (che dipendono dai dati noti delle prove di compressione), che può essere espressa tramite le seguenti espressioni in termini di funzione di densità di probabilità (PDF) e di funzione di distribuzione cumulativa (CDF):

Valore medio	$\mu_L$
Deviazione standard	$\sigma_{\scriptscriptstyle L}$
Parametro $\zeta$	$\zeta = \sqrt{\ln\left(1 + \frac{\sigma_L^2}{\mu_L^2}\right)}$
Parametro $\lambda$	$\lambda = \ln \left( \mu_L  ight) - rac{1}{2} \zeta^2$
Funzione di densità di probabilità (PDF)	$f_X(x) = \frac{1}{\zeta x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(x) - \lambda}{\zeta}\right)^2\right]$
Funzione di distribuzione cumulativa (CDF)	$F_X(x) = \int_{0^+}^{x} \frac{1}{\zeta t \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(t) - \lambda}{\zeta}\right)^2\right] dt$

Successivamente è stata valutata in modo differente la presenza delle fibre, ovvero considerando il concetto di antifragilità, che è molto utilizzato in ambito economico per

descrivere l'effetto del disordine. I provini in calcestruzzo fibro-rinforzato sono caratterizzati dal disordine, specialmente in quelli di piccole dimensioni, questo provoca un comportamento differente dal calcestruzzo normale (cambia la forma della curva della PDF).



Figura 2.8: Funzioni di densità di probabilità di 2 materiali, in ascissa il valore della variabile e in ordinata la sua probabilità, Fragile e Antifragile, N. N. Taleb, Antifragile, 2012

In Figura 2.8 sono rappresentate le classiche forme delle curve di un materiale fragile (come il calcestruzzo normale) e di uno antifragile (come il calcestruzzo fibro-rinforzato). Il primo presenta numerosi valori sulla sua sinistra, nel nostro contesto si tratta di resistenze, perciò significa che la maggior parte delle sue resistenze hanno valori bassi; il secondo invece è l'opposto, perciò tende ad avere maggiori valori superiori.

#### Acciaio

Per le barre di armatura in acciaio si è assunta come unica variabile aleatoria la tensione di snervamento ( $f_y$ ), potendo assumere per il modulo elastico un valore fisso pari a 205 GPa. Come legge probabilistica si è scelta una distribuzione normale, i cui parametri (media e deviazione standard) sono stati assunti in base al Probabilistic Model Code, il quale fornisce la seguente tabella:

Quantity	Mean	σ	C.o.V.		ĥ	) <sub>ij</sub>	
Bar area	Nom.	-	0.02	1.00	0.50	0.35	0
$[mm^2]$	Area						
Yield	$S_{nom} +$	30	-		1.00	0.85	-0.50
stress	2σ						
[MPa]							
Ultimate	-	40	-			1.00	-0.55
strength				sy	m		
[MPa]							
δ <sub>10</sub>	-	-	0.09				1.00
[%]							

Tabella 2.3: Parametri della distribuzione di resistenza dell'acciaio, Probabilistic Model Code

La parte che è stata evidenziata in rosso è quella di interesse per i calcoli. Trattandosi di armatura B450C, i risultati sono i seguenti:

Tensione di snervamento acciaio				
media fy 510 [MPa]				
deviazione standard fy	30	[MPa]		

Tabella 2.4: Caratteristiche legge probabilistica della tensione di snervamento dell'acciaio

Sono state utilizzate le seguenti espressioni per definire la funzione di densità di probabilità (PDF) e la funzione di distribuzione cumulativa (CDF):

Valore medio	μ
Deviazione standard	$\sigma$
Funzione di densità di probabilità (PDF)	$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$
Funzione di distribuzione cumulativa (CDF)	$F_{X}(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^{2}\right] dt$

Di seguito sono riportate le rappresentazioni grafiche delle PDF e CDF relative alla tensione di snervamento.



Figura 2.9: Funzione di densità di probabilità della tensione di snervamento dell'acciaio



Figura 2.10: Funzione di distribuzione cumulativa della tensione di snervamento dell'acciaio

# 2.2.2. Effetto del ritiro

Nelle prime analisi non è stato valutato l'effetto del ritiro, il quale però potrebbe essere una delle cause che hanno generato quella tipologia di schema fessurativo nei campioni di laboratorio. Questo è dovuto al fatto che nasce una particolare interazione tra calcestruzzo e acciaio causata dal ritiro impedito (ovvero il calcestruzzo vorrebbe ritirarsi e quindi ridurre il proprio volume, mentre l'acciaio vorrebbe mantenere la condizione attuale); vedendo il problema come monodimensionale (nella realtà a livello sezionale è bidimensionale, per cui il calcestruzzo che è vicino alla barra di armatura non riesce a ritirarsi perché è molto aderente, mentre quello più lontano risente meno di questa aderenza e perciò riesce a ritirarsi e quindi avviene uno scorrimento tra l'uno e l'altro) si riesce facilmente a valutare lo stato tensionale dovuto al ritiro utilizzando il metodo degli stati di coazione. Nel calcestruzzo si viene a creare uno stato tensionale di trazione, esso è molto pericoloso perché va a ridurre la sua effettiva resistenza a trazione (che di per sé ha già un valore abbastanza basso) per i carichi esterni.

I risultati ottenuti senza considerare il ritiro, avevano mostrato la necessità di utilizzare delle leggi probabilistiche per il calcestruzzo aventi bassi valori di resistenza, che rispetto ai dati ottenuti dalle prove di compressione sono molto minori. Questo può essere spiegato per mezzo del ritiro, perché considerando nelle analisi statistiche dei campioni che hanno una resistenza a trazione minore rispetto a quella stimata inizialmente, i risultati cambiano e spiegano il perché risulta questa sostanziale differenza di resistenza.

Per il calcolo del ritiro si considera solamente quello autogeno, perché non c'è stata un'eccessiva perdita di acqua, essendo il calcestruzzo che realizza i provini all'interno di tubi

in PVC, e quindi può essere trascurato quello igrometrico. Il calcolo viene eseguito rispettando le formule del Model Code 2010, che sono le seguenti:

$$\epsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{cas}(t) \tag{2.14}$$

$$\epsilon_{cas}(t) = \varepsilon_{cas0}(f_{cm}) \cdot \beta_{as}(t) \tag{2.15}$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0.2\sqrt{t})$$
(2.16)

$$\epsilon_{cas0}(f_{cm}) = -\alpha_{as} \left(\frac{\frac{f_{cm}}{10}}{6 + \frac{f_{cm}}{10}}\right)^{2.5} \cdot 10^{-6}$$
(2.17)

Dove:

- $\epsilon_{cs}(t)$  = deformazione dovuta al ritiro;
- $\varepsilon_{cas}(t)$  = ritiro autogeno;
- *t* = tempo in giorni;
- $f_{cm}$  = resistenza a compressione media del calcestruzzo (30 MPa nel seguente caso);
- $\alpha_{as}$  = coefficiente dipendente dal tipo di cemento, vedere Tabella 2.5.

strength class of cement	a.as	a. <sub>ds1</sub>	a. <sub>ds2</sub>
32.5 N	800	3	0.013
32.5 R, 42.5 N	700	4	0.012
42.5 R, 52.5 N, 52.5 R	600	6	0.012

Tabella 2.5: Coefficienti dipendenti dal tipo di cemento

Le prove di carico ciclico, a cui sono stati sottoposti i provini, non sono state eseguite tutte lo stesso giorno, si possono considerare due istanti di tempo:

- 1 gg: eseguendo tutti i calcoli si ottiene  $\epsilon_{cs} = -9.30 \cdot 10^{-6}$ , questo è valido per tutti i campioni, perché rappresenta la condizione iniziale di carico nel momento in cui si considera l'effetto del fluage;
- 28 gg: eseguendo tutti i calcoli si ottiene  $\epsilon_{cs} = -3.35 \cdot 10^{-5}$ , questo è valido per i campioni D10L e D20L;
- 300 gg: eseguendo tutti i calcoli si ottiene  $\epsilon_{cs} = -4.97 \cdot 10^{-5}$ , questo è valido per i campioni rimanenti.
$\epsilon_{cs}$  rappresenta per la generica sezione del tirante una deformazione impressa, che viene perciò studiata attraverso il metodo degli stati di coazione, i cui passi fondamentali sono i seguenti:

- Calcolo delle proprietà geometriche di acciaio e calcestruzzo:

$$A_S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \tag{2.18}$$

$$A_c = \frac{\pi \cdot D^2}{4} - A_s \tag{2.19}$$

Dove:

- $A_s$  = area della barra di armatura in acciaio;
- *d* = diametro della barra di armatura in acciaio;
- $A_c$  = area di calcestruzzo;
- *D* = diametro del tirante.
- Calcolo delle proprietà omogeneizzate, si omogenizza rispetto al calcestruzzo:

$$n = \frac{E_s}{E_c} \tag{2.20}$$

$$A_s = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \tag{2.21}$$

$$A_0 = A_c + n \cdot A_s \tag{2.22}$$

Dove:

- n = coefficiente di omogeneizzazione;
- $E_s$  = modulo elastico dell'acciaio (che è assunto pari a 205 GPa);
- $E_c$  = modulo elastico del calcestruzzo (il suo valore è differente per ogni campione dell'analisi statistica).
- Calcolo della deformazione totale, che deve essere piana:

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{cs} = \lambda + \mu_x \cdot y + \mu_y \cdot x \tag{2.23}$$

$$\lambda = \frac{\int_{AC} E_C \cdot \epsilon_{CS} dA_C}{E_C \cdot A_0} \tag{2.24}$$

Nel seguente caso, essendo presente una doppia simmetria,  $\mu = 0$ . Dove:

- $\varepsilon_{tot}$  = deformazione totale;
- $\varepsilon_{el}$  = deformazione elastica;
- $\varepsilon_{cs}$  = deformazione di ritiro.
- In seguito al calcolo di  $\lambda$  e quindi di  $\varepsilon_{tot}$ , è possibile calcolare la deformazione elastica del calcestruzzo ( $\varepsilon_{el}$ ):

$$\varepsilon_{el} = \varepsilon_{tot} - \varepsilon_{cs} \tag{2.25}$$

- Calcolo della tensione che nasce nel calcestruzzo (è di trazione) ( $\sigma_c$ ):

$$\sigma_c = E_c \cdot \epsilon_{el} \tag{2.26}$$

- Calcolo della resistenza a trazione effettiva del calcestruzzo:

$$F_{ct,eff} = F_{ct} - \sigma_c \tag{2.27}$$

Dove:

- *F<sub>ct,eff</sub>* = resistenza a trazione effettiva del calcestruzzo, tiene conto che a causa del ritiro una parte della sua resistenza a trazione è stata persa;
- $F_{ct}$  = resistenza a trazione del calcestruzzo (il suo valore è differente per ogni campione dell'analisi statistica).

## 2.2.3. Effetto del fluage

Il fluage, che è un termine francese ed è anche noto come creep (in inglese) o scorrimento viscoso (in italiano), rappresenta la deformazione di un materiale sottoposto ad uno sforzo costante.

Tale fenomeno è da prendere in considerazione per i tiranti oggetto di studio, perché le tensioni di trazione dovute al ritiro rappresentano lo sforzo, che non è costante ma si incrementa nel tempo.

Il calcolo viene eseguito rispettando le formule del Model Code 2010 ed in particolare utilizzando il metodo numerico A.A.E.M. (Age Adjusted Effective Modulus, che risolve il calcolo dell'integrale per via numerica), che sono le seguenti:

$$\varepsilon_{cc}(t,t0) = \sigma(t0) \cdot \left[\frac{1}{E_c(t0)} + \frac{\varphi(t,t0)}{E_{c,28}}\right] + \left[\sigma(t) - \sigma(t0)\right] \cdot \left[\frac{1}{E_c(t0)} + \chi(t,t0)\frac{\varphi(t,t0)}{E_{c,28}}\right] \quad (2.28)$$

Dove:

- $\varepsilon_{cc}(t, t0)$  = deformazione di fluage, valutata al tempo t per un carico applicato al tempo t0;
- $\sigma(t0)$  = tensione dovuta al ritiro, valutata al tempo t0;
- $E_c(t0)$  = modulo elastico del calcestruzzo, valutato al tempo t0;
- $E_{c,28}$  = modulo elastico del calcestruzzo, valutato a 28 gg;
- $\chi(t, t0)$  = fattore di invecchiamento, può essere approssimato ad un valore di 0.8;
- $\varphi(t, t0)$  = coefficiente di fluage, valutato al tempo t per un carico applicato al tempo t0.

Per tener conto dell'invecchiamento del calcestruzzo sussistono le seguenti relazioni:

$$E_c(t) = \beta_E(t) \cdot E_{c,28} \tag{2.29}$$

$$\beta_E(t) = [\beta_{cc}]^{0.5} \tag{2.30}$$

$$\beta_{cc}(t) = exp\left\{s \cdot \left[1 - \left(\frac{28}{t}\right)^{0.5}\right]\right\}$$
(2.31)

f <sub>cm</sub> [MPa]	strength class of cement	S
	32.5 N	0.38
$\leq 60$	32.5 R, 42.5 N	0.25
	42.5 R, 52.5 N, 52.5 R	0.20
> 60	all classes	0.20

Figura 2.11: Coefficienti s per differenti tipologie di cemento

Dove:

- $E_c(t)$  = modulo elastico del calcestruzzo, valutato al tempo t;
- s = coefficiente dipendente dalla tipologia di cemento.

Per il calcolo del coefficiente di fluage occorre adottare le seguenti formule:

$$\varphi(t,t0) = \varphi_{bc}(t,t0) + \varphi_{dc}(t,t0)$$
(2.32)

$$\varphi_{bc}(t,t0) = \beta_{bc}(f_{cm}) \cdot \beta_{bc}(t,t0)$$
(2.33)

$$\beta_{bc}(f_{cm}) = \frac{1.8}{f_{cm}^{0.7}} \tag{2.34}$$

$$\beta_{bc}(t,t0) = \ln(\left(\frac{30}{t_{0,adj}} \cdot (t-t0) + 1\right))$$
(2.35)

$$\varphi_{dc}(t,t0) = \beta_{dc}(f_{cm}) \cdot \beta(RH) \cdot \beta_{dc}(t0) \cdot \beta_{dc}(t,t0)$$
(2.36)

$$\beta_{dc}(f_{cm}) = \frac{412}{f_{cm}^{1.4}} \tag{2.37}$$

$$\beta(RH) = \frac{1 - RH/100}{\sqrt[3]{0.1 \cdot h/100}}$$
(2.38)

$$\beta_{dc}(t0) = \frac{1}{0.1 + t_{0,adj}^{0.2}}$$
(2.39)

$$\beta_{dc}(t,t0) = \left[\frac{(t-t0)}{\beta_h + (t-t0)}\right]^{\gamma(t0)}$$
(2.40)

$$\gamma(t0) = \frac{1}{\frac{2.3 + \frac{3.5}{\sqrt{t_{0,adj}}}}}$$
(2.41)

$$\beta_h = 1.5 \cdot h + 250 \cdot \alpha_{f_{cm}} < 1500 \cdot \alpha_{f_{cm}}$$
(2.42)

$$h = 2A_c/u \tag{2.43}$$

$$\alpha_{f_{cm}} = (\frac{35}{f_{cm}})^{0.5} \tag{2.44}$$

$$t_{0,adj} = t_{0,T} \cdot \left(\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1.2}} + 1\right)^{\alpha} \ge 0.5 \ gg \tag{2.45}$$

$$t_{0,T} = \sum_{i=1}^{n} \Delta t_i \cdot exp \left[ 13.65 - \frac{4000}{273 + T(\Delta t_i)} \right]$$
(2.46)

Dove:

- $t_{0,T}$  = temperatura aggiustata in base alla temperatura;
- $\Delta t_i$  = numeri di giorni in cui prevale la temperatura T;
- $T(\Delta t_i) = \dot{e}$  la temperatura nel periodo di tempo  $\Delta t_i$ ;
- $f_{cm}$  = resistenza a compressione media del calcestruzzo a 28 gg;
- $A_c$  = area della sezione;
- *u* = perimetro della sezione a contatto con l'atmosfera;
- $h = \dot{e}$  il raggio idraulico dell'elemento;
- *RH* = umidità relativa, assunta pari al 60% non avendo dati a disposizione;
- $\alpha$  = coefficiente dipendente dal tipo di cemento, in questo caso è pari a -1.

Dopo aver definito la deformazione dovuta al fluage  $\varepsilon_{cc}(t, t0)$ , con una procedura analoga a quella adottata per l'effetto del ritiro, ovvero con il metodo degli stati di coazione, vedere le formule da (2.18) a (2.26), si determina lo stato tensionale indotto dal fluage, che deve essere sommato a quello preesistente (quello di ritiro valutato al tempo t). Questa nuova tensione, ottenuta dalla somma dei due termini, viene sottratta alla resistenza a trazione del calcestruzzo (analogamente alla (2.27)) e definisce in questo modo la resistenza effettiva  $F_{ct,eff}$ .

# 3. PROVE SPERIMENTALI

Sono state realizzate differenti prove di laboratorio per lo studio di questi tiranti, Nicola Critelli ha eseguito su una prima parte dei provini la prova di carico ciclico (con lo scopo di fessurarli) e delle prove di caratterizzazione dei materiali, successivamente Simone Scuteri ha completato le prove di carico ciclico sui restanti provini. Sono state eseguite infine delle prove di trazione per portare a rottura i tiranti, che sono oggetto di questa tesi.

Le prove di carico ciclico hanno preso spunto dai lavori condotti nel 1968 da Boris Bresler e Vitelmo Bertero, "Behavior of Reinforced Concrete Under Repeated Load", i quali hanno condotto una campagna di investigazioni su deformazioni, tensioni, apertura delle fessure e sullo scorrimento alle estremità in cilindri di calcestruzzo assialmente rinforzati soggetti a carichi ripetuti di trazione, che è analogo a quello che si è voluto analizzare nel nostro studio. Estratto (Bresler & Bertero, 1968):

"The specimens were subjected to repeated loads at different stress levels. Residual effects after unloading and changes in strain distribution which results from prior loading history are analysed. Results show that effectiveness of stress transfer between concrete and steel depends primarily on the magnitude of the previous maximum load. The greater the magnitude of this load, the lesser is the effectiveness of stress transfer at subsequent lower stress levels. Analytical evaluations of the effects of shrinkage and tension loading are also presented. The results of these evaluations give an insight into the phenomena of cracking and stress transfer between steel and concrete.".



Figura 3.1: Schema del campione

## 3.1. MATERIALI

I campioni sono stati confezionati con calcestruzzo progettato per avere  $f_{ck} = 30$  MPa e utilizzando acciaio del tipo B450C. I campioni fibro-rinforzati sono stati realizzati aggiungendo una quantità di fibre d'acciaio pari allo 0,5% in volume. Per agevolare il successivo processo di corrosione, alla miscela sono stati aggiunti dei cloruri che evitano la formazione dello strato passivante che protegge la barra di armatura in acciaio.

## 3.2. GEOMETRIA DEI CAMPIONI

Per valutare l'effetto di scala e l'incidenza della percentuale di armatura, sono state realizzate 4 tipologie di campioni, ovvero due differenti diametri delle barre di armatura e due differenti percentuali geometriche di armatura. Inoltre per ogni tipologia alcuni campioni sono stati confezionati con calcestruzzo normale (5), in altri (5) sono state aggiunte un certo quantitativo di fibre nella miscela (0,5% in volume del campione) e non tutti i campioni saranno soggetti a corrosione in seguito alle prove di carico ciclico. Sono perciò stati realizzati 10 campioni per ogni tipologia, per un totale di 40 campioni. Come lunghezza dei campioni si sono utilizzati i risultati ottenuti dal modello numerico (quello iniziale non corretto) creato per calcolare la lunghezza di trasmissione. Della realizzazione dei campioni si è occupato Nicola Critelli, maggiori informazioni sono contenute nella sua tesi "Crack width in reinforced concrete structures subjected to repeated loads", essi sono stati realizzati nel laboratorio "MASTRLAB" del dipartimento "DISEG" all'interno del Politecnico di Torino.

Ogni campione è caratterizzato dal suo identificativo, è importante specificare come è formulata questa nomenclatura, perché racchiude le informazioni più importanti del campione.

#### Esempio:

#### "D10-LPS-00-0"

- i primi tre caratteri definiscono il diametro della barra di armatura (D10, D20);
- il quarto carattere definisce la percentuale geometrica di armatura (L = bassa, H = alta);
- il quinto carattere definisce il tipo di calcestruzzo (P = normale, F = fibro-rinforzato);
- il sesto carattere definisce il tipo di corrosione a cui il campione sarà sottoposto (S = da non corrodere, C = da corrodere);
- il settimo e l'ottavo carattere definiscono la percentuale di corrosione, espressa come percentuale di massa persa (05, 10, 00 se il campione non andrà corroso);
- il nono carattere definisce il numero dell'esemplare della coppia, nel caso dei campioni corrosi (1, 2, 0 se il campione non fa parte di una coppia).

Le barre di armatura sono state preventivamente schedate e pesate, in modo tale da valutare l'effettiva perdita in massa una volta che sono state corrose e portate a rottura. In Tabella 3.1 sono riportate le loro caratteristiche.

Identificativo	Φ	Massa	Identificativo	Φ	Massa
	[mm]	[g]		[mm]	[g]
D10-LPS-00-0	10	515.00	D20-LPS-00-0	20	2603.20
D10-LPC-05-1	10	507.35	D20-LPC-05-1	20	2604.90
D10-LPC-05-2	10	510.90	D20-LPC-05-2	20	2605.60
D10-LPC-10-1	10	520.10	D20-LPC-10-1	20	2600.45
D10-LPC-10-2	10	505.45	D20-LPC-10-2	20	2609.00
D10-LFS-00-0	10	505.05	D20-LFS-00-0	20	2608.75
D10-LFC-05-1	10	507.50	D20-LFC-05-1	20	2602.70
D10-LFC-05-2	10	505.25	D20-LFC-05-2	20	2602.10
D10-LFC-10-1	10	521.10	D20-LFC-10-1	20	2605.65
D10-LFC-10-2	10	505.60	D20-LFC-10-2	20	2606.15
D10-HPS-00-0	10	398.30	D20-HPS-00-0	20	1935.70
D10-HPC-05-1	10	412.50	D20-HPC-05-1	20	1934.50
D10-HPC-05-2	10	413.60	D20-HPC-05-2	20	1931.30
D10-HPC-10-1	10	401.25	D20-HPC-10-1	20	1931.70
D10-HPC-10-2	10	407.20	D20-HPC-10-2	20	1928.90
D10-HFS-00-0	10	399.40	D20-HFS-00-0	20	1931.50
D10-HFC-05-1	10	407.10	D20-HFC-05-1	20	1934.30
D10-HFC-05-2	10	401.30	D20-HFC-05-2	20	1934.45
D10-HFC-10-1	10	412.80	D20-HFC-10-1	20	1932.70
D10-HFC-10-2	10	403.60	D20-HFC-10-2	20	1931.80

Tabella 3.1: Caratteristiche delle barre di armatura

Per dare la forma ai campioni è stato utilizzato un pezzo di tubo come cassero con le barre d'armatura fuoriuscenti di 20 cm, in modo tale da poter poi applicare durante le prove gli strumenti su di esse.



Figura 3.2: Campioni del tipo D20H durante la stagionatura

Di seguito verranno riportate le caratteristiche di tutti i campioni.

Identificativo	Diametro armatura	Diametro cilindro	ρ = Δs/Δc	Lunghezza	Tipo di	Corrosione
	[mm]	[mm]	[%]	[mm]	culcestruzzo	[%]
D10-LPS-00-0	10	87	1.34	420	normale	0
D10-LPC-05-1	10	87	1.34	420	normale	5
D10-LPC-05-2	10	87	1.34	420	normale	5
D10-LPC-10-1	10	87	1.34	420	normale	10
D10-LPC-10-2	10	87	1.34	420	normale	10
D10-LFS-00-0	10	87	1.34	420	con fibre	0
D10-LFC-05-1	10	87	1.34	420	con fibre	5
D10-LFC-05-2	10	87	1.34	420	con fibre	5
D10-LFC-10-1	10	87	1.34	420	con fibre	10
D10-LFC-10-2	10	87	1.34	420	con fibre	10
D10-HPS-00-0	10	60.4	2.81	250	normale	0
D10-HPC-05-1	10	60.4	2.81	250	normale	5
D10-HPC-05-2	10	60.4	2.81	250	normale	5
D10-HPC-10-1	10	60.4	2.81	250	normale	10
D10-HPC-10-2	10	60.4	2.81	250	normale	10
D10-HFS-00-0	10	60.4	2.81	250	con fibre	0
D10-HFC-05-1	10	60.4	2.81	250	con fibre	5
D10-HFC-05-2	10	60.4	2.81	250	con fibre	5
D10-HFC-10-1	10	60.4	2.81	250	con fibre	10
D10-HFC-10-2	10	60.4	2.81	250	con fibre	10

Tabella 3.2: Caratteristiche dei campioni del tipo D10

Identificativo	Diametro	Diametro cilindro	ρ=	Lunghezza	Tipo di	Corrosione
	armatura	di calcestruzzo	As/Ac	campione	calcestruzzo	
	[mm]	[mm]	[%]	[mm]		[%]
D20-LPS-00-0	20	174	1.34	680	normale	0
D20-LPC-05-1	20	174	1.34	680	normale	5
D20-LPC-05-2	20	174	1.34	680	normale	5
D20-LPC-10-1	20	174	1.34	680	normale	10
D20-LPC-10-2	20	174	1.34	680	normale	10
D20-LFS-00-0	20	174	1.34	680	con fibre	0
D20-LFC-05-1	20	174	1.34	680	con fibre	5
D20-LFC-05-2	20	174	1.34	680	con fibre	5
D20-LFC-10-1	20	174	1.34	680	con fibre	10
D20-LFC-10-2	20	174	1.34	680	con fibre	10
D20-HPS-00-0	20	121	2.81	400	normale	0
D20-HPC-05-1	20	121	2.81	400	normale	5
D20-HPC-05-2	20	121	2.81	400	normale	5
D20-HPC-10-1	20	121	2.81	400	normale	10
D20-HPC-10-2	20	121	2.81	400	normale	10
D20-HFS-00-0	20	121	2.81	400	con fibre	0
D20-HFC-05-1	20	121	2.81	400	con fibre	5
D20-HFC-05-2	20	121	2.81	400	con fibre	5
D20-HFC-10-1	20	121	2.81	400	con fibre	10
D20-HFC-10-2	20	121	2.81	400	con fibre	10

Tabella 3.3: Caratteristiche dei campioni del tipo D20

## 3.3. PROVA DI CARICO CICLICO

Questo tipo di prova è stata svolta da Nicola Critelli e Simone Scuteri, perciò maggiori informazioni sono contenute nelle loro tesi.

Per l'esecuzione delle prove sono stati utilizzati i seguenti macchinari e strumenti:

- macchina per prove sui materiali MTS da 250 kN, utilizzata per le prove di carico ripetuto sui campioni del tipo D20;
- macchina per prove sui materiali MTS da 100 kN, utilizzata per le prove di carico ripetuto sui campioni del tipo D10;
- due trasduttori Wa-50 per l'acquisizione continua durante le prove, utilizzati per misurare l'elongazione del campione;
- due trasduttori TSP-25 per l'acquisizione continua durante le prove, utilizzati per misurare lo scorrimento delle estremità dei campioni, utilizzati per i campioni del tipo D10;
- due trasduttori Wi-5 per l'acquisizione continua durante le prove, utilizzati per misurare lo scorrimento alle estremità dei campioni, utilizzati per i campioni del tipo D20;
- il comparatore millesimale "Huggenberger", usato per misurare l'apertura delle fessure sotto carico massimo e l'apertura residua a campione scarico. Per eseguire le misure sono disposte sul campione le basi k, posizionate ad un interasse di circa 50 mm;
- laser scanner denominato "Optimet Laser System", utilizzato per scansionare la superficie fessurata del campione.







Figura 3.4: Campione montato sulla macchina MTS

La prova consiste nell'applicare dei carichi ciclici di trazione, successivamente al primo carico ciclico (denominato L0), che serve a fessurare i campioni, vengono applicati altri tre cicli (L1, L2, L3). Le caratteristiche di questi cicli variano a seconda del diametro della barra di armatura e sono riportate nelle Tabelle 3.4 e 3.5. Il campione è così alternamente caricato e scaricato e durante tutto il processo è in continua osservazione grazie agli strumenti che sono stati montati su di esso.

Alcune misurazioni vengono fatte in continuo, e sono le seguenti:

- carico applicato;
- allungamento del campione;
- scorrimento delle estremità del campione.

Altre vengono eseguite in momenti specifici:

- l'apertura di picco della fessura con il comparatore meccanico: alla fine di ogni ciclo di carico il campione viene mantenuto sotto il carico massimo relativo al ciclo in corso, in queste condizioni viene presa la misura su ognuna delle tre basi. Le tre misure

consentono il calcolo dell'apertura di picco media della fessura del campione;

- l'apertura residua della fessura con il comparatore meccanico: è eseguita a campione scarico dopo aver eseguito i cicli di carico, la procedura utilizzata è uguale a quella vista per l'apertura di picco;
- scansione della superficie fessurata nelle tre zone non incise eseguita con il laser scanner: acquisizioni eseguite a campione scarico dopo aver eseguito ogni ciclo di carico.

Denominazione	Ø	Carico	Carico	n° di	Tensione	Tensione acciaio, Bresler and
ciclo di carico	Barra	minimo	Massimo	cicli	acciaio	Bertero*intaglio presente
	[mm]	[kN]	[kN]		[MPa]	[MPa]
L1	10	0	23.6	10	300	80
L2	10	0	27.5	30	350	240
L3	10	0	33.0	20	420	400

Tabella 3.4: Caratteristiche dei cicli di carico per i campioni D10

Denominazione	Ø	Carico	Carico	n° di	Tensione	Tensione acciaio, Bresler and
ciclo di carico	Barra	minimo	Massimo	cicli	acciaio	Bertero*intaglio presente
	[mm]	[kN]	[kN]		[MPa]	[MPa]
L1	20	0	94.2	10	300	80
L2	20	0	110.0	30	350	240
L3	20	0	132.0	20	420	400

Tabella 3.5: Caratteristiche dei cicli di carico per i campioni D20

Di seguito verranno riportati gli andamenti dei carichi ciclici per i campioni D20.



Figura 3.5: Carico ciclico L1 per i campioni D20



Figura 3.6: Carico ciclico L2 per i campioni D20



Figura 3.7: Carico ciclico L3 per i campioni D20

## 3.4. PROVE PER LA CARATTERIZZAZIONE DEI MATERIALI

Queste tipologie di prove sono necessarie per caratterizzare i materiali, ovvero per valutare quali sono le sue effettive proprietà. Una parte di queste prove è stata realizzata da Nicola Critelli, perciò maggiori dettagli sono contenuti nella sua tesi, di seguito verranno riportati solamente i risultati da lui ottenuti. Per migliorare l'analisi statistica è stato però necessario incrementare il numero delle prove di compressione, che sono oggetto di questa tesi, quindi per tale prova verranno descritti con maggiore dettaglio le sue caratteristiche e i suoi risultati. Le tipologie di prove necessarie sono le seguenti:

 prova di compressione con comportamento post-picco, (5 campioni in calcestruzzo fibro-rinforzato, 5 campioni in calcestruzzo normale) su campioni cilindrici di diametro 150 mm e altezza di 300 mm;

- prova di trazione indiretta su campioni cilindrici di diametro 150 mm e altezza di 300 mm;
- prova di flessione su tre punti (5 campioni in calcestruzzo fibro-rinforzato, 5 campioni in calcestruzzo normale) su campioni di dimensioni 150x150x550 mm, con intaglio inferiore di altezza 25 mm;
- prova di permeabilità del calcestruzzo (5 campioni in calcestruzzo fibro-rinforzato, 5 campioni in calcestruzzo normale) su cilindri di diametro 150 mm e altezza di 300 mm.

Per realizzare queste prove sono stati confezionati appositamente dei provini, che non hanno a che fare con i 40 campioni utilizzati per le prove di carico ciclico.

Nelle successive tabelle sono riportati i dati ottenuti dalle prime prove effettuate da Nicola Critelli per caratterizzare i materiali; in cui si osserva che le proprietà del calcestruzzo fibrorinforzato sono migliori rispetto a quello normale, che è quello che ci si poteva aspettare.

n° campione e tipo di calcestruzzo	Carico massimo	Sezione	Tensione Massima	Modulo Elastico
	[kN]	[mm2]	[N/mm2]	[N/mm2]
1 (normale)	441.8	17607.9	25.1	11720
2 (fibrorinforzato)	678.9	17622.0	38.5	17461
3 (normale)	561.3	17559.0	32.0	16600
4 (fibrorinforzato)	780.2	17564.9	44.4	21973

Tabella 3.6:	Risultati dell	e prove di d	compressione
--------------	----------------	--------------	--------------

n° campione e tipo di calcestruzzo	Carico massimo	Resistenza a trazione
	[kN]	[N/mm2]
1 (normale)	203.6	2.91
2 (normale)	235.7	3.40
3 (normale)	232.4	4.05
1 (fibrorinforzato)	288.8	5.17
2 (fibrorinforzato)	319.1	4.73
3 (fibrorinforzato)	279.6	4.21

Tabella 3.7: Risultati delle prove di trazione indiretta

#### 3.4.1. Prova di compressione con comportamento post-picco

Questa prova ha lo scopo di valutare il valore di rottura a compressione dei provini cilindrici di calcestruzzo e per valutare il comportamento post-picco viene eseguita in controllo di spostamento.

Le operazioni principali da effettuare sono le seguenti:

- verificare la planarità delle facce del cilindro, se non sussiste occorre effettuare la spianatura della testa;
- misurare le dimensioni del provino (diametro medio e altezza media) per mezzo di un calibro e determinare la superficie della testa del provino;
- pesare il provino cilindrico;
- disporre sul provino due trasduttori Wa-20, per misurare l'accorciamento del provino durante la prova, che potrà essere al massimo di 20 mm per poter essere misurato con tale strumento;
- posizionare il provino tra i due piatti della pressa Galbadini da 5000 kN (che è il macchinario utilizzato per la prova, il quale è associato al programma TestXpert II, necessario per elaborare i dati ricevuti), assicurandosi che sia centrato nel cerchio disegnato nel piatto inferiore;
- il piatto inferiore è quello mobile (ovvero quello che sale) e che quindi dà la forza, quello superiore rappresenta il contrasto;
- azionare la macchina portando a contrasto il provino con il piatto superiore ed impostare successivamente la velocità di prova, per il provino F1 è stata impostata a 0.036 mm/min, ma risultando troppo lenta come prova per quelli successivi è stata impostata a 0.108 mm/min.

Con una certa frequenza di tempo vengono memorizzati i valori della forza applicata e dell'accorciamento.

Di seguito sono riportate alcune immagini relative agli strumenti utilizzati.



Figura 3.8: Trasduttore Wa-20 applicato su un lato del provino cilindrico



Figura 3.9: Calibro utilizzato per misurare le dimensioni dei provini cilindrici

#### Campioni in calcestruzzo normale

I campioni sottoposti alla prova di compressione, che sono oggetto di questa tesi, sono 2 e sono identificati come "P1" e "P2"; il comportamento mostrato è migliore rispetto a quello ottenuto per i campioni testati 2 anni prima da Nicola Critelli, questo può essere spiegato dal fatto che invecchiando le prestazioni del materiale sono migliorate.

Di seguito sono riportate alcune immagini dei provini durante la prova e i risultati ottenuti.

Si può osservare facilmente che al termine della prova i trasduttori assumono tendenzialmente una posizione differente da quella iniziale, possono staccarsi dal provino (in questo caso non effettuano più misure) oppure prendere delle posizioni errate (in questo caso continuano a fornire risultati, che risultano però non attendibili). Perciò a seconda di come si fessura il provino bisogna sempre monitorare i trasduttori, perché da un certo momento in poi potrebbero risultare inutilizzabili.



Figura 3.10: Provino P1 prima dell'inizio della prova di compressione



Figura 3.11: Provino P1 al termine della prova di compressione, vista 1



Figura 3.12: Provino P1 al termine della prova di compressione, vista 2



Figura 3.13: Diagramma carico-tempo per calcestruzzi normali

In Figura 3.13 è rappresentato il diagramma carico (in ordinata)-tempo (in ascissa), permette di valutare l'andamento del carico di compressione a cui è soggetto il provino nel tempo. Prima del raggiungimento del carico massimo il comportamento è simile per i 2 provini, è differente nella fase post picco.



Figura 3.14: Diagramma carico-corsa per calcestruzzi normali

In Figura 3.14 è riportato il diagramma che relaziona il carico a cui è soggetto il provino (in ordinata) alla corsa del pistone della macchina di prova (in ascissa). Il comportamento è simile a quello commentato precedentemente.



Figura 3.15: Diagramma tensione-deformazione per calcestruzzi normali

Il diagramma in Figura 3.15 è molto importante, essendo rappresentativo delle caratteristiche meccaniche del materiale, perché mette in relazione la tensione a cui è soggetto il provino (in ordinata, ottenuta dividendo il carico per la superficie della testa del campione) con la deformazione (in ascissa). La fase di post picco si può osservare grazie al fatto che la prova avviene in controllo di spostamento, altrimenti non sarebbe possibile definirla; inoltre sfruttando il ramo elastico (che è l'andamento abbastanza lineare prima di raggiungere la tensione di picco) è possibile anche calcolare il modulo elastico del materiale.

#### Campioni in calcestruzzo fibro-rinforzato

In questo caso il numero di provini, oggetto di questa tesi, è 3 e sono identificati nel seguente modo, "F1", "F2", "F3". Anche in questo caso, ad eccezione del campione "F3", i comportamenti ottenuti sono notevolmente migliori rispetto a quelli ottenuti dalle precedenti prove effettuate da Nicola Critelli.

I risultati del provino "F3" sono stati scartati a causa delle sue pessime condizioni, dovute ad un suo errato confezionamento, infatti nella figura seguente si possono notare le notevoli porosità possedute.



Figura 3.16: Provino F3 prima dell'inizio della prova di compressione, nella sommità si possono osservare le notevoli porosità



Figura 3.17: Provino F1 prima dell'inizio della prova di compressione



Figura 3.18: Provino F1 al termine della prova di compressione, vista 1



Figura 3.19: Provino F1 al termine della prova di compressione, vista 2



Figura 3.20: Diagramma carico-tempo per calcestruzzi fibro-rinforzati

Per ogni provino il comportamento è risultato molto differente, inoltre per il campione "F3" la prova è incompiuta a causa di un problema verificatosi sulla macchina di prova.



Figura 3.21: Diagramma carico-corsa per calcestruzzi fibro-rinforzati

Per il provino "F2" la corsa è molto elevata ed inoltre nella fase conclusiva si è verificata una crescita del carico, questo può essere spiegato dalla presenza delle fibre che hanno fornito all'elemento un'ulteriore resistenza finale, quando ormai stava venendo a mancare quella del calcestruzzo.



Figura 3.22: Diagramma tensione-deformazione per calcestruzzi fibro-rinforzati

Il provino "F2" rispetto a quello "F1" presenta una maggiore tensione di picco e deformazione, ed inoltre possiede un ramo post picco più pendente.

### 3.5. PROVA DI TRAZIONE

Questa prova è stata eseguita per portare i provini a rottura, valutando così il loro comportamento e facendo un confronto tra i provini in calcestruzzo normale e in fibrorinforzato. Il macchinario utilizzato è lo stesso della prova di carico ciclico, cambia però la storia di carico adottata. In questa tesi sono state realizzate le prove sui tiranti delle tipologie D10, sia per quelli ad alta che a bassa percentuale geometrica di armatura, ma solamente sui campioni non corrosi e su quelli per cui era stata prevista una percentuale di corrosione del 5%; quelli del 10% è necessario che siano sottoposti ai cicli di lavaggio per ulteriore tempo affinché possano raggiungere la percentuale desiderata. L'esecuzione delle prove è iniziata il giorno 8 novembre 2018. In una tesi futura verranno eseguite le prove sui provini restanti, in questo modo si potranno anche valutare gli effetti di scala e di una corrosione più elevata. Di seguito sono riportate le informazioni riguardanti gli strumenti utilizzati e le modalità di carico.

- macchina per prove sui materiali MTS da 100 kN, utilizzata per le prove di trazione sui campioni del tipo D10;
- due trasduttori Wa-50 per l'acquisizione continua durante le prove, posizionati su due lati opposti del provino, utilizzati per misurare l'elongazione del campione;
- il comparatore millesimale "Huggenberger", usato per misurare l'apertura della fessura centrale in corrispondenza delle basi. Per eseguire le misure sono disposte sul campione le basi k, posizionate ad un interasse verticale di circa 50 mm e orizzontalmente sono disposte a 120° l'una dall'altra. Prima di effettuare le letture deve essere tarato con una base di riferimento;
- sono stati individuati 18 step di carico, al termine di ognuno viene letta l'apertura della fessura centrale, è possibile così monitorarla durante l'esecuzione della prova;
- la modalità di carico, ad eccezione del primo provino testato (D10-HFS-00-0), è la seguente:

1<sup>^</sup> parte in controllo di carico con velocità di 5 kN/min fino a 30 kN (che è leggermente inferiore all'80 % del carico di snervamento teorico di una barra in acciaio B450C di diametro 10 mm). 2<sup>^</sup> parte in controllo di spostamento con velocità di 5 mm/min con una corsa per ogni step di 5 mm, si continua con questa procedura fino ad arrivare al 18° step, si è scelto di non effettuare ulteriori letture dell'apertura della fessura centrale oltre questo step, a cui corrisponde un allungamento di circa 60 mm.



Figura 3.23: Indicazione del posizionamento degli strumenti sul provino, immagine presa dalla tesi di Simone Scuteri e modificata



Figura 3.24: Trasduttore Wa-50



Figura 3.25: Tirante D10-HFS-00-0 montato su macchina, con gli strumenti di misura

La barra di armatura è bloccata all'interno delle ganasce e penetra all'interno di esse di 7 cm; è quella inferiore che si muove (essendo una prova di trazione rispetto alla posizione iniziale si abbassa) per mezzo di un pistone.



Figura 3.26: Macchina MTS da 100 kN, utilizzata per la prova di trazione

Per analizzare l'evoluzione delle fessure ed il comportamento del provino anche visivamente, sono state scattate differenti fotografie durante l'esecuzione della prova in determinati istanti di tempo, uguali per tutti i provini in modo tale da poter fare un confronto. Di seguito sono riportati gli istanti di tempo ed alcune immagini relative al campione D10-LFS-00-0:

- inizio della prova:



Figura 3.27: Provino D10-LFS-00-0, all'inizio della prova

 termine dello step di carico 9, ovvero quando la corsa del pistone ha raggiunto i 15 mm:



Figura 3.28: Provino D10-LFS-00-0, al termine dello step di carico 9

- termine dello step di carico 13, ovvero quando la corsa del pistone ha raggiunto i 35 mm:



Figura 3.29: Provino D10-LFS-00-0, al termine dello step di carico 13



- termine della prova, ovvero quando avviene la rottura del provino:

Figura 3.30: Provino D10-LFS-00-0, al termine della prova

Come si può osservare in queste foto, fino allo step di carico 9 (si è ancora in campo elastico), l'apertura delle fessure è abbastanza limitata, oltre ad esso vi è una rapida evoluzione (si è in campo plastico infatti). Ad eccezione di qualche campione che già dai primi step di carico ha manifestato importanti aperture delle fessure, questo è stato il comportamento tipico di tutti i provini. Per ogni campione, oltre a valutare l'apertura della fessura centrale, è stato studiato il suo comportamento globale, in termini di duttilità e resistenza. I risultati ottenuti sono stati diagrammati, per rendere più facile la loro interpretazione, e questo ha anche permesso di fare un confronto chiaro ed immediato con i restanti provini. In particolare si sono volute studiare le differenze di comportamento tra i campioni in calcestruzzo normale e in fibro-rinforzato, e l'effetto che ha avuto la corrosione.

Di seguito sono riportati e descritti i principali diagrammi realizzati per ogni campione, a titolo di esempio sono raffigurati quelli del campione D10-HFC-05-2.

In tutti i grafici in cui si è studiata l'apertura della fessura, si è scelto di nominare le letture effettuate sulle 3 differenti basi k nei seguenti modi: "fessura 1", "fessura 2" e "fessura 3", perciò sono tutte e 3 rappresentative della fessura centrale.

In ogni diagramma è stato rappresentato anche l'andamento medio del fenomeno, ottenuto facendo una semplice media aritmetica. I valori dell'apertura della fessura sono riferiti solamente alla prova di trazione, non prendono in considerazione l'apertura residua preesistente.



Figura 3.31: Diagramma apertura della fessura rispetto allo step precedente-tensione nella barra di armatura, D10-HFC-05-2

Valutando il comportamento dell'apertura della fessura centrale rispetto allo step di carico precedente si possono capire facilmente quali sono gli effetti dei singoli carichi sulla fessura. Per i primi step i valori di apertura sono molto bassi, ma oltre ad una tensione di 500 MPa vi è una crescita improvvisa molto elevata, questo è dovuto al passaggio dal campo elastico a quello plastico; successivamente la fessura aumenta sempre ma con dei salti sempre più ridotti.



Figura 3.32: Diagramma apertura della fessura rispetto allo step precedente-tensione nella barra di armatura (FASE ELASTICA), D10-HFC-05-2

È importante concentrarsi soprattutto sulla fase elastica del diagramma, quindi per questo campione per tensioni poco superiori a 500 MPa, perché in una qualsiasi struttura si deve limitare l'apertura della fessura (deve essere inferiore a certi valori soglia); questo rappresenta uno degli stati limite di esercizio, perciò ha poca importanza studiare l'evoluzione della fessura in campo plastico, perché nelle applicazioni reali non si vuole superare il limite elastico. In questo diagramma si osservano più facilmente i diversi andamenti delle 3 fessure e si nota che si hanno alternativamente degli aumenti e delle riduzioni di apertura; i comportamenti delle fessure 2 e 3 sono analoghi ma paralleli, mentre quello della fessura 1 è completamente differente, questo ci conferma che nella realtà il provino non è omogeneo nello spazio e gli sforzi non sono distribuiti in modo regolare, altrimenti il comportamento sarebbe dovuto essere il medesimo per tutte e 3 le fessure.


Figura 3.33: Diagramma apertura della fessura-tensione nella barra di armatura, D10-HFC-05-2

Nel diagramma apertura della fessura (in ordinata)-tensione nella barra di armatura (in ascissa), nonostante siano state monitorate distintamente le 3 basi della fessura centrale, per ognuna di esse la fessura tende ad aumentare con un andamento molto dolce per i primi 500 MPa, oltre ai quali vi è un improvviso incremento della dimensione che raggiunge così valori molto elevati, superando i 4 mm. La spiegazione di questo fenomeno è sempre dovuta al passaggio dalla fase elastica a quella plastica. Per alcuni campioni, in corrispondenza dell'ultimo step di misurazione dell'apertura (step 18), si è addirittura superato il valore massimo leggibile con il comparatore Huggenberger, che risulta essere di 6 mm.



Figura 3.34: Diagramma apertura della fessura-tensione nella barra di armatura (FASE ELASTICA), D10-HFC-05-2

Soprattutto in questo caso è importante concentrarsi sulla fase elastica, perché i limiti forniti dalle normative sono riferiti all'apertura della fessura e non alla variazione che si ha rispetto allo step di carico precedente. Analogamente alla Figura 3.32 l'andamento delle fessure 2 e 3 è simile ed è crescente in maniera abbastanza repentina e ha un andamento quasi lineare, la particolarità è che per la fessura 2 si osserva una lieve riduzione in corrispondenza del carico finale. Nella fessura 1 si ha una leggera diminuzione dell'apertura per i primi carichi e successivamente si incrementa ma in modo dolce.

Per ora sono state descritte le informazioni ricavate per mezzo del comparatore Huggenberger, attraverso le sue letture si può conoscere l'evoluzione della fessura centrale (solamente questa è stata monitorata).

Collegando la macchina MTS e i due trasduttori ad una centralina, è possibile raccogliere molti più dati, che sono anche in grado di descrivere il comportamento del provino durante la prova di trazione, di seguito è riportato il diagramma più significativo.



Figura 3.35: Diagramma carico-deformazione, D10-HFC-05-2

Nel diagramma carico (in ordinata)-deformazione (in ascissa) viene descritto il comportamento meccanico del provino. È ben visibile il comportamento elastico iniziale, ovvero le deformazioni che avvengono in questa fase sono reversibili e l'allungamento è direttamente proporzionale al carico, fino a circa 40 kN, successivamente l'andamento inizia a non essere più lineare e si raggiunge lo snervamento, il quale rappresenta l'inizio del campo plastico e vi è un assestamento del carico ad un valore abbastanza costante. Successivamente il carico riprende a crescere raggiungendo così la rottura.

È stato necessario effettuare una pulizia dei dati per ottenere il seguente diagramma, perché per i valori di corsa del pistone compresi tra i 5 e i 53 mm erano presenti ogni tanto delle cadute improvvise di carico, queste possono essere dovute a degli spike elettrici generati dalla centralina che acquisisce i dati e hanno niente a che vedere con il comportamento del provino, perciò occorre la loro eliminazione.

Per valutare nel modo corretto la deformazione, occorre rapportare la lunghezza di base dei trasduttori allo spostamento dato dai trasduttori subito ed alla corsa dopo. Quindi fino a guando funzionano i trasduttori la deformazione è:

$$\varepsilon = \frac{WA50\_media}{base\ trasduttori} \tag{3.1}$$

Successivamente è:

$$\varepsilon = \varepsilon_F + \varepsilon^* - \varepsilon_F^* \tag{3.2}$$

Dove:

$$\varepsilon_F = \frac{WA50\_media}{base\ trasduttori} \tag{3.3}$$

$$\varepsilon^* = \varepsilon_F^* = \frac{corsa}{base \ trasduttori} \tag{3.4}$$

- $\varepsilon_F$  = ultima deformazione calcolata con i trasduttori;
- $\varepsilon^*$  = deformazione calcolata considerando la corsa del pistone;
- $\varepsilon_F^*$  = deformazione calcolata considerando la corsa del pistone valutata in corrispondenza di  $\varepsilon_F$ .

In questa tesi, volendo fare un confronto tra i risultati delle differenti prove, questa procedura non è adatta, perché la misurazione effettuata dai trasduttori è differente per ogni prova (terminano di funzionare correttamente in istanti diversi) e perciò non si ha la stessa base di confronto.

Dunque si è scelto di calcolare la deformazione rapportando la lunghezza della barra di armatura (sottraendo le parti all'interno della morsa, 14 cm in totale, perché non si possono deformare) alla corsa del pistone, ovviamente i risultati ottenuti non sono quelli corretti perché la corsa possiede dei "giochi" che non andrebbero considerati, in questo modo la base di confronto è la medesima per tutti i provini.

## 3.6. CORROSIONE DEI PROVINI

Come è stato detto precedentemente, in seguito alle prove di carico ciclico si è voluto simulare il degrado che i tiranti subirebbero nel tempo in condizioni ambientali avverse, i provini sono stati soggetti ad una corrosione accelerata, mediante cicli di lavaggio giornalieri. Questo processo è durato circa 11 mesi e durante questo periodo essi sono stati disposti all'interno di vasche (solamente i provini più grossi sono rimasti a contatto perenne con acqua sul fondo, perché non si è riuscito a smaltire perfettamente la quantità di acqua al termine di ogni ciclo di lavaggio) e soggetti ad un getto di acqua per un'ora, il lavaggio avveniva al mattino, in modo che per il calore l'asciugatura non fosse troppo rapida, per mezzo di ugelli disposti al di sopra dei provini, tali da assicurare una bagnatura uniforme su di essi.



Figura 3.36: Provini all'interno delle vasche durante l'operazione di lavaggio

Dopo diversi mesi in cui sono stati soggetti a questa corrosione aggressiva, avendo osservato una corrosione accentuata sulle teste dei provini cilindrici in corrispondenza della barra di acciaio, per evitare che questa corrosione concentrata influenzasse le successive prove di trazione a cui sono stati sottoposti i provini, si è interrotto nel periodo tra giugno ed agosto del 2018 il lavaggio, al fine di fare asciugare i provini in modo da poter poi applicare una vernice anticorrosiva. Lo strato di vernice è stato applicato solamente in queste zone (ovvero sulle 2 teste del provino e per i primi 2 cm di barra (prima in questa zona è stato rimosso il nastro isolante, poi dopo aver applicato la vernice è stato riapplicato). Facendo in questo modo la corrosione è potuta proseguire in modo uniforme su tutto il provino.



Figura 3.37: Provini all'interno della vasca dopo essere stati verniciati

A fine agosto è stato ripreso il ciclo giornaliero di lavaggio, inoltre una volta a settimana è stato effettuato un lavaggio con sale fino (soluzione salina costituita dal 5% in peso di sale) per favorire la corrosione (perché in questo modo si ha una maggiore concentrazione di cloruri all'interno del provino); questo lavaggio viene effettuato dopo il classico ciclo di bagnatura, perché in questo modo per 24 ore non viene rimossa la soluzione salina dal provino.

#### 3.6.1. Calcolo della corrosione attesa

È necessario stimare la corrosione attesa al termine di questi mesi di degrado a cui sono stati sottoposti i provini, in modo tale da valutare se si è raggiunta una sufficiente corrosione delle barre, ovvero occorre controllare se è stato simulato correttamente il degrado dei provini. Per valutare la perdita di massa della barra in termini percentuali si è calcolata la perdita di massa mediante la prima legge di Faraday, che ha la seguente formulazione:

$$w = \frac{M}{z \cdot F} \cdot I \cdot t \tag{3.5}$$

Dove:

- w = quantità di sostanza che viene ossidata (g);
- z = valenza (per il ferro in questa condizione vale 2);
- F = faraday (vale 96500 C);
- M = massa molare (quella del ferro vale 55.845 g/mol);
- I = intensità di corrente (A);

- t = tempo (s).

Considerando che i provini sono stati introdotti nelle vasche all'inizio del 2018 e che sono stati rimossi ad inizio novembre, si può assumere un tempo di 11 mesi. Trattandosi di una corrosione naturale e non indotta, l'intensità di corrente che si viene a creare è abbastanza bassa, nell'ordine dei 10  $\mu$ A/cm<sup>2</sup>.

Per definire l'intensità di corrente totale (I) si è moltiplicato il valore precedentemente detto per la superficie laterale della barra annegata nel calcestruzzo.

Identificativo	Φ	Massa	Lunghezza	Superficie	Intensità	Massa	Corrosione
		barra	barra	barra	corrente	ossidata	attesa
	[mm]	[g]	[cm]	[cm2]	[A]	[g]	[%]
D10-LPS-00-0	10	515.00	42	131.95	-	-	-
D10-LPC-05-1	10	507.35	42	131.95	0.001319469	10.89	2.15
D10-LPC-05-2	10	510.90	42	131.95	0.001319469	10.89	2.13
D10-LPC-10-1	10	520.10	42	131.95	0.001319469	10.89	2.09
D10-LPC-10-2	10	505.45	42	131.95	0.001319469	10.89	2.15
D10-LFS-00-0	10	505.05	42	131.95	-	-	-
D10-LFC-05-1	10	507.50	42	131.95	0.001319469	10.89	2.14
D10-LFC-05-2	10	505.25	42	131.95	0.001319469	10.89	2.15
D10-LFC-10-1	10	521.10	42	131.95	0.001319469	10.89	2.09
D10-LFC-10-2	10	505.60	42	131.95	0.001319469	10.89	2.15
D10-HPS-00-0	10	398.30	25	78.54	-	-	-
D10-HPC-05-1	10	412.50	25	78.54	0.000785398	6.48	1.57
D10-HPC-05-2	10	413.60	25	78.54	0.000785398	6.48	1.57
D10-HPC-10-1	10	401.25	25	78.54	0.000785398	6.48	1.61
D10-HPC-10-2	10	407.20	25	78.54	0.000785398	6.48	1.59
D10-HFS-00-0	10	399.40	25	78.54	-	-	-
D10-HFC-05-1	10	407.10	25	78.54	0.000785398	6.48	1.59
D10-HFC-05-2	10	401.30	25	78.54	0.000785398	6.48	1.61
D10-HFC-10-1	10	412.80	25	78.54	0.000785398	6.48	1.57
D10-HFC-10-2	10	403.60	25	78.54	0.000785398	6.48	1.61

I risultati ottenuti sono riportati nelle tabelle seguenti:

Tabella 3.8: Valutazione della corrosione attesa, in termini di perdita di massa percentuale, per i campioni D10

Identificativo	Φ	Massa	Lunghezza	Superficie	Intensità	Massa	Corrosione
		barra	barra	barra	corrente	ossidata	attesa
	[mm]	[g]	[cm]	[cm2]	[A]	[g]	[%]
D20-LPS-00-0	20	2603.20	68	427.26	-	-	-
D20-LPC-05-1	20	2604.90	68	427.26	0.004272566	35.25	1.35
D20-LPC-05-2	20	2605.60	68	427.26	0.004272566	35.25	1.35
D20-LPC-10-1	20	2600.45	68	427.26	0.004272566	35.25	1.36
D20-LPC-10-2	20	2609.00	68	427.26	0.004272566	35.25	1.35
D20-LFS-00-0	20	2608.75	68	427.26	-	-	-
D20-LFC-05-1	20	2602.70	68	427.26	0.004272566	35.25	1.35
D20-LFC-05-2	20	2602.10	68	427.26	0.004272566	35.25	1.35
D20-LFC-10-1	20	2605.65	68	427.26	0.004272566	35.25	1.35
D20-LFC-10-2	20	2606.15	68	427.26	0.004272566	35.25	1.35
D20-HPS-00-0	20	1935.70	40	251.33	-	-	-
D20-HPC-05-1	20	1934.50	40	251.33	0.002513274	20.73	1.07
D20-HPC-05-2	20	1931.30	40	251.33	0.002513274	20.73	1.07
D20-HPC-10-1	20	1931.70	40	251.33	0.002513274	20.73	1.07
D20-HPC-10-2	20	1928.90	40	251.33	0.002513274	20.73	1.07
D20-HFS-00-0	20	1931.50	40	251.33	-	-	-
D20-HFC-05-1	20	1934.30	40	251.33	0.002513274	20.73	1.07
D20-HFC-05-2	20	1934.45	40	251.33	0.002513274	20.73	1.07
D20-HFC-10-1	20	1932.70	40	251.33	0.002513274	20.73	1.07
D20-HFC-10-2	20	1931.80	40	251.33	0.002513274	20.73	1.07

Tabella 3.9: Valutazione della corrosione attesa, in termini di perdita di massa percentuale, per i campioni D20

La corrosione attesa può anche essere valutata in termini di perdita di area percentuale, la formula di Rodriguez, che deriva dalla prima legge di Faraday, permette il calcolo della penetrazione della corrosione e quindi della riduzione del diametro della barra. La formulazione è la seguente:

$$p = 0.3268 \frac{i \cdot M \cdot t}{z \cdot d} \tag{3.6}$$

Esiste anche una sua espressione semplificata, che è la seguente:

$$p = 0.0116 \cdot i \cdot t \tag{3.7}$$

Dove:

- p = penetrazione della corrosione (mm);
- i = intensità di corrente (A/m<sup>2</sup>);
- t = tempo (anni);
- d = densità del metallo (7.86 g/cm<sup>3</sup>).

Il calcolo della corrosione attesa è ottenuto calcolando il rapporto tra area finale e iniziale della barra di armatura, considerando che l'area finale ha come diametro il valore iniziale ridotto del doppio della penetrazione di corrosione.

I risultati sono riportati nelle seguenti tabelle:

Identificativo	Φ	Intensità	Penetrazione	Area	Area	Corrosione
		corrente		iniziale	finale	attesa
	[mm]	[A/m2]	[mm]	[mm2]	[mm2]	[%]
D10-LPS-00-0	10	-	-	-	-	-
D10-LPC-05-1	10	0.1000	0.10642	78.540	75.232	4.21
D10-LPC-05-2	10	0.1000	0.10642	78.540	75.232	4.21
D10-LPC-10-1	10	0.1000	0.10642	78.540	75.232	4.21
D10-LPC-10-2	10	0.1000	0.10642	78.540	75.232	4.21
D10-LFS-00-0	10	-	-	-	-	-
D10-LFC-05-1	10	0.1000	0.10642	78.540	75.232	4.21
D10-LFC-05-2	10	0.1000	0.10642	78.540	75.232	4.21
D10-LFC-10-1	10	0.1000	0.10642	78.540	75.232	4.21
D10-LFC-10-2	10	0.1000	0.10642	78.540	75.232	4.21
D10-HPS-00-0	10	-	-	-	-	-
D10-HPC-05-1	10	0.1000	0.10642	78.540	75.232	4.21
D10-HPC-05-2	10	0.1000	0.10642	78.540	75.232	4.21
D10-HPC-10-1	10	0.1000	0.10642	78.540	75.232	4.21
D10-HPC-10-2	10	0.1000	0.10642	78.540	75.232	4.21
D10-HFS-00-0	10	-	-	-	-	-
D10-HFC-05-1	10	0.1000	0.10642	78.540	75.232	4.21
D10-HFC-05-2	10	0.1000	0.10642	78.540	75.232	4.21
D10-HFC-10-1	10	0.1000	0.10642	78.540	75.232	4.21
D10-HFC-10-2	10	0.1000	0.10642	78.540	75.232	4.21

Tabella 3.10: Valutazione della corrosione attesa, in termini di perdita di area percentuale, per i campioni D10

Identificativo	Φ	Intensità	Penetrazione	Area	Area	Corrosione
		corrente		iniziale	finale	attesa
	[mm]	[A/m2]	[mm]	[mm2]	[mm2]	[%]
D20-LPS-00-0	20	-	-	-	-	-
D20-LPC-05-1	20	0.1000	0.10642	314.159	307.508	2.12
D20-LPC-05-2	20	0.1000	0.10642	314.159	307.508	2.12
D20-LPC-10-1	20	0.1000	0.10642	314.159	307.508	2.12
D20-LPC-10-2	20	0.1000	0.10642	314.159	307.508	2.12
D20-LFS-00-0	20	0.1000	-	-	-	-
D20-LFC-05-1	20	0.1000	0.10642	314.159	307.508	2.12
D20-LFC-05-2	20	0.1000	0.10642	314.159	307.508	2.12
D20-LFC-10-1	20	0.1000	0.10642	314.159	307.508	2.12
D20-LFC-10-2	20	0.1000	0.10642	314.159	307.508	2.12
D20-HPS-00-0	20	0.1000	-	-	-	-
D20-HPC-05-1	20	0.1000	0.10642	314.159	307.508	2.12
D20-HPC-05-2	20	0.1000	0.10642	314.159	307.508	2.12
D20-HPC-10-1	20	0.1000	0.10642	314.159	307.508	2.12
D20-HPC-10-2	20	0.1000	0.10642	314.159	307.508	2.12
D20-HFS-00-0	20	0.1000	-	-	-	-
D20-HFC-05-1	20	0.1000	0.10642	314.159	307.508	2.12
D20-HFC-05-2	20	0.1000	0.10642	314.159	307.508	2.12
D20-HFC-10-1	20	0.1000	0.10642	314.159	307.508	2.12
D20-HFC-10-2	20	0.1000	0.10642	314.159	307.508	2.12

Tabella 3.11: Valutazione della corrosione attesa, in termini di perdita di area percentuale, per i campioni D20

Si può osservare che i valori sono praticamente raddoppiati rispetto a quelli calcolati con la prima legge di Faraday.

## 3.6.2. Calcolo della corrosione effettiva

La corrosione effettiva viene valutata al termine della prova di trazione a rottura per mezzo della pulizia della barra. Viene rispettata la procedura indicata da ASTM G1-90, di seguito sono riportate le operazioni principali:

- schiacciamento della parte del provino in calcestruzzo al fine di poter sfilare la barra di acciaio, per mezzo di una pressa GALBADINI;
- rimozione della parte più grossolana del calcestruzzo che è rimasto a contatto con la barra;
- esecuzione di 10 cicli di pulizia, per ogni ciclo vengono effettuate 3 passate (una ogni 120°) utilizzando una smerigliatrice angolare;

- ad ogni ciclo di pulizia viene pesata la barra, con bilancia ORMA BC 16, avente precisione del decimo di grammo, l'ideale sarebbe stato averla del centesimo;
- realizzazione del diagramma perdita di massa-numero di cicli di pulizia;
- calcolo della perdita di massa effettiva.

Di seguito verranno riportate alcune foto scattate durante la valutazione della corrosione effettiva.



Figura 3.38: Schiacciamento provino con la pressa GALBADINI



Figura 3.39: Smerigliatrice angolare, utilizzata per pulire la barra



Figura 3.40: Apertura del provino D10-LPC-05-2



Figura 3.41: Punto di rottura prima della pulizia, provino D10-LPC-05-2



Figura 3.42: Punto di rottura al termine della pulizia, provino D10-LPC-05-2

Quello che è osservabile per il campione D10-LPC-05-2 è valido per quasi tutti i campioni, perché la maggior parte di essi ha subito una corrosione accentuata in corrispondenza dell'estremità del provino e dove sono presenti le fessure, ed in quasi tutti i casi era soprattutto concentrata tra le nervature della barra; anche nella parte di calcestruzzo nei punti in cui era più accentuata vi è un accumulo di ruggine. Nei campioni fibro-rinforzati le fibre più esterne e poche altre si sono corrose, questo conferma che la corrosione non è avvenuta in maniera accentuata.

La realizzazione del diagramma permette di individuare due tendenze, la prima rappresenta effettivamente una perdita di massa dovuta alla corrosione, la seconda invece è legata ad una perdita che non ci sarebbe stata ma che è dovuta alle passate di pulizia. I diagrammi ottenuti sperimentalmente non contengono i dati in maniera distinta come nel caso teorico (Figura 3.43), perciò non è stata semplice la definizione delle 2 linee di tendenza.



FIG. 1 Mass Loss of Corroded Specimens Resulting from Repetitive Cleaning Cycles

Figura 3.43: Diagramma tipo "perdita di massa-numero di cicli di pulizia", [ASTM G1-90]

# 4. ANALISI DEI RISULTATI

In questo capitolo verranno rappresentati e commentati i risultati ottenuti dalle prove sperimentali eseguite e dell'analisi statistica; è per mezzo di essi che si riuscirà a fare un confronto effettivo tra i tiranti in calcestruzzo normale e quelli fibro-rinforzati.

Una parte dei risultati sono stati ottenuti da Nicola Critelli e Simone Scuteri durante l'esecuzione delle prove di carico ciclico, si riporta alle loro tesi per maggiori informazioni. La restante parte, che è oggetto di questa tesi, riguarda i risultati ottenuti dall'analisi statistica e dalle prove di trazione a rottura dei tiranti.

## 4.1. PROVA DI CARICO CICLICO

Di seguito verranno riportati solamente alcuni dei risultati, perché verranno utilizzati in seguito per effettuare un confronto, maggiori informazioni si possono trovare nelle tesi di Nicola Critelli "Crack width in reinforced concrete structures subjected to repeated loads" e di Simone Scuteri "Analisi del comportamento strutturale di elementi in calcestruzzo fibrorinforzato sottoposti a carichi ciclici".

#### 4.1.1. Schemi fessurativi

Al termine della prova di carico ciclico si sono riscontrate le seguenti fessure (indicate in rosso nelle figure) sui campioni.



Figura 4.1: Schema fessurativo sui campioni D10L



Figura 4.2: Schema fessurativo sui campioni D10H



Figura 4.3: Schema fessurativo sui campioni D20L



Figura 4.4: Schema fessurativo sui campioni D20H

Si può facilmente notare che nel caso dei campioni del tipo D10 si sono formate più fessure di quelle previste dal modello, questo problema è stato in parte risolto andando a correggere il modello numerico, però per le prove a cui sono stati soggetti i campioni successivamente non è stato possibile fare modifiche.

In particolare per quanto riguarda i campioni D10L, si può dire che la presenza delle fibre ha ridotto il numero di fessure formate anche se non in modo marcato.

Per quanto riguarda i campioni D10H, il numero di fessure completamente passanti è maggiore nel caso dei campioni fibro-rinforzati, però andando a sommare sia le fessure passanti che le non passanti, il loro numero è uguale nei due casi.

Quindi nei campioni D10 si sono notati 2 comportamenti differenti, nei campioni a bassa percentuale di armatura la presenza delle fibre sembra ostacolare il formarsi delle fessure, mentre in quelli ad alta percentuale di armatura sembra che la presenza delle fibre agevoli il formarsi di fessure passanti.

Nel caso dei campioni tipo D20L, essi si sono comportati come previsto, formando una sola fessura, tranne in un caso in cui si è formata una fessura ulteriore nella parte inferiore del campione.

Anche nel caso dei campioni D20H, essi si sono comportati come previsto, in un singolo caso però si è formata una fessura longitudinale passante nella parte inferiore del provino.

#### 4.1.2. Apertura residua delle fessure

Questo è uno degli aspetti che ci interessa maggiormente, perché influenza i provini per le prove successive e quindi si potrà capire l'influenza delle fibre. Verrà riportata l'apertura residua della fessura in funzione del carico; l'apertura residua rappresentata è la media di quella dei campioni di quella tipologia (la quale è determinata come la media dei tre valori misurati sul comparatore millesimale sulle 3 basi K alla fine di ogni ciclo).

D10L



Figura 4.5: Diagramma "apertura residua media delle fessure-carico" per campioni D10L

D10H



#### Figura 4.6: Diagramma "apertura residua media delle fessure-carico" per campioni D10H

D20L



Figura 4.7: Diagramma "apertura residua media delle fessure-carico" per campioni D20L

D20H



Figura 4.8: Diagramma "apertura residua media delle fessure-carico" per campioni D20H

#### Conclusioni

Per i campioni D10 l'apertura residua è maggiore in quelli fibro-rinforzati, anche nei campioni D20 l'apertura residua è maggiore in quelli fibro-rinforzati, in quelli D20H è stato però necessario rimuovere alcuni provini che hanno dato risultati anomali, perché considerandoli nella media il comportamento era l'opposto, ovvero l'apertura era maggiore in quelli normali. In sintesi si può dire che i campioni che contengono le fibre posseggono un'apertura residua delle fessure sempre maggiore rispetto a quella dei calcestruzzi normali.

#### 4.1.3. Apertura di picco delle fessure

La rappresentazione nei seguenti diagrammi è analoga a quella riguardante l'apertura residua della fessura, come anche la sua misurazione, la differenza sostanziale consiste nel fatto che essa viene misurata in corrispondenza del carico massimo alla fine di ogni ciclo di carico. D10L



Apertura di picco fessure (media)

Figura 4.9: Diagramma "apertura di picco media delle fessure-carico" per campioni D10L

D10H



Figura 4.10: Diagramma "apertura di picco media delle fessure-carico" per campioni D10H

D20L



Figura 4.11: Diagramma "apertura di picco media delle fessure-carico" per campioni D20L

D20H



Figura 4.12: Diagramma "apertura di picco media delle fessure-carico" per campioni D20H

#### Conclusioni

Valutando solamente i valori medi si può dire che ad eccezione dei campioni D20H negli altri casi l'apertura di picco delle fessure è maggiore nei campioni fibro-rinforzati. Nella tesi di Simone Scuteri sono stati analizzati con maggiore dettaglio i comportamenti a seconda di quante fessure si sono formate o in base al carico di fessurazione.

Le differenze di comportamento riscontrate tra i campioni fibro-rinforzati e quelli normali in molti casi sono di lieve entità ed all'aumentare dei cicli di carico si riducono, perciò non si osserva un netto beneficio nell'utilizzo delle fibre.

# 4.2. ANALISI STATISTICA

L'obiettivo è quello di confrontare i risultati in termini di quadro fessurativo dei campioni di laboratorio con quelli generati dal modello numerico. Bisogna concentrarsi sulle percentuali legate a 1 o 3 fessure, questo perché non si riesce a valutare la percentuale di 2 fessure per i campioni ottenutati dall'analisi statistica per come è stato realizzato il modello numerico. Sono state effettuate differenti analisi, cambiando ogni volta le leggi probabilistiche del calcestruzzo, perché avendo pochi dati disponibili non si riesce a definire un'espressione esatta della legge. Tenendo conto del quadro fessurativo dei campioni di laboratorio, del concetto di antifragilità, dei dati a disposizione delle prove di compressione e delle informazioni presenti in letteratura, confrontando i risultati ottenuti dalle diverse analisi si sono scelte le leggi probabilistiche ottimali.

## 4.2.1. Provini prodotti in laboratorio

Per quanto riguarda i provini prodotti in laboratorio, per poter confrontare più facilmente il quadro fessurativo con quelli generati tramite l'analisi statistica sono state raccolte le informazioni reperibili nelle Figure 4.1, 4.2, 4.3, 4.4 in grafici ad istogramma, dove in ascissa abbiamo il numero di fessure ed in ordinata la percentuale. Per ogni tipologia di campione sono state individuate le percentuali dei provini che hanno formato 1, 2 o 3 fessure.



Figura 4.13: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni di laboratorio D10-LP



Figura 4.14: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni di laboratorio D10-LF



Figura 4.15: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni di laboratorio D10-HP



Figura 4.16: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni di laboratorio D10-HF



Figura 4.17: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni di laboratorio D20-LP



Figura 4.18: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni di laboratorio D20-LF



Figura 4.19: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni di laboratorio D20-HP



Figura 4.20: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni di laboratorio D20-HF

Questi schemi fessurativi possono essere sintetizzati in un unico grafico ad istogramma, per mezzo del quale si osservano facilmente le differenze tra le varie tipologie di provini (esposte in ascissa).



Figura 4.21: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni di laboratorio

Nei campioni D10 si formano sempre più fessure, in particolare nei D10L in alcuni casi si sono formate solo 2 fessure, in altri 3 fessure; invece nei D10H si sono formate sempre 3 fessure. Nei campioni D20, ad eccezione di un solo provino che ha formato 2 fessure (della tipologia D20LP), si è sempre formata una sola fessura, perciò non presenta una variabilità dei risultati come è successo invece per i D10.

## 4.2.2. Analisi 1

È stata utilizzata una distribuzione log-normale sia per il calcestruzzo normale che per quello fibro-rinforzato, la differenza è dovuta ai differenti valori (vedere Tabella 4.1) utilizzati per il calcolo di media e deviazione standard, di seguito sono riportati gli elementi che caratterizzano le distribuzioni e le relative rappresentazioni grafiche delle PDF.

Resistenza a compressione cls normale				
media fc	28.55	[MPa]		
deviazione standard fc	9.76	[MPa]		
mediana	27.50	[MPa]		
moda	23.50	[MPa]		

Tabella 4.1: Caratteristiche della legge probabilistica della resistenza a compressione del cls normale, Analisi 1

Resistenza a compressione cls fibro-rinforzato			
media fc	41.45	[MPa]	
deviazione standard fc	14.68	[MPa]	
mediana	39.00	[MPa]	
moda	34.50	[MPa]	

Tabella 4.2: Caratteristiche della legge probabilistica della resistenza a compressione del cls fibro-rinforzato, Analisi 1



Figura 4.22: Funzione di densità di probabilità del cls, Analisi 1

Eseguendo il calcolo delle fessure attese attraverso il modello numerico per l'intera popolazione statistica, i risultati sono riportati in Figura 4.23 e di seguito è riportato l'istogramma di sintesi del quadro fessurativo dei campioni di laboratorio, in modo da avere un confronto immediato.



Figura 4.23: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni da statistica, Analisi 1



Figura 4.24: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni di laboratorio

Per i campioni D20 i risultati ottenuti dall'analisi statistica rispecchiano abbastanza bene quelli sperimentali, i problemi si hanno per i D10, per i quali sperimentalmente si aveva sempre una prevalenza di 2 o 3 fessure, ed invece si verifica quasi sempre l'opposto (ovvero la maggior percentuale è di 1 fessura).

A causa di questa pessima rappresentazione dei campioni D10, è stato necessario realizzare una nuova analisi, modificando le leggi probabilistiche del calcestruzzo.

#### 4.2.3. Analisi 2

In questo caso si sono utilizzate le stesse distribuzioni dell'Analisi 1, però si è tenuto conto del concetto di antifragilità, perciò è stata modificata la forma della legge probabilistica del calcestruzzo normale, è stata praticamente specchiata rispetto a come era prima. Di seguito sono riportate tutte le caratteristiche.

Resistenza a compressione cls normale				
media fc	28.55	[MPa]		
deviazione standard fc	14.68	[MPa]		
mediana	31.50	[MPa]		
moda	34.50	[MPa]		

Tabella 4.3: Caratteristiche della legge probabilistica della resistenza a compressione del cls normale, Analisi 2

Resistenza a compressione cls fibro-finforzato				
media fc	41.45	[MPa]		
deviazione standard fc	14.68	[MPa]		
mediana	39.00	[MPa]		
moda	34.50	[MPa]		

Tabella 4.4: Caratteristiche della legge probabilistica della resistenza a compressione del cls fibro-rinforzato, Analisi 2



Figura 4.25: Funzione di densità di probabilità del cls, Analisi 2

Eseguendo il calcolo delle fessure attese attraverso il modello numerico per l'intera popolazione statistica, i risultati sono riportati in Figura 4.26 e di seguito è riportato l'istogramma di sintesi del quadro fessurativo dei campioni di laboratorio, in modo da avere un confronto immediato.



Figura 4.26: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni da statistica, Analisi 2



Figura 4.27: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni di laboratorio

Rispetto all'Analisi 1 ovviamente i risultati dei campioni fibro-rinforzati non sono cambiati (perché la legge probabilistica è la stessa), mentre le percentuali di 3 fessure di quelli normali sono aumentate, che era l'effetto desiderato per i campioni D10, però non in modo sufficiente; però si è osservato giustamente che abbassando le resistenze tendono a formarsi più fessure, perché la resistenza a trazione del calcestruzzo sarà minore.

#### 4.2.4. Analisi 3

Per avvicinarsi ai risultati sperimentali si è visto che occorre ridurre le resistenze, perciò in questo caso si sono utilizzate le stesse leggi probabilistiche dell'Analisi 2 andando però a diminuire le medie delle due distribuzioni di 8 MPa. Di seguito sono riportate tutte le caratteristiche.

Resistenza a compressione cls normale				
media fc	20.55	[MPa]		
deviazione standard fc	14.68	[MPa]		
mediana	25.50	[MPa]		
moda	27.50	[MPa]		

Tabella 4.5: Caratteristiche della legge probabilistica della resistenza a compressione del cls normale, Analisi 3

Resistenza a compressione cls fibro-finforzato				
media fc	33.45	[MPa]		
deviazione standard fc	14.68	[MPa]		
mediana	30.50	[MPa]		
moda	25.50	[MPa]		

Tabella 4.6: Caratteristiche della legge probabilistica della resistenza a compressione del cls fibro-rinforzato, Analisi 3



Figura 4.28: Funzione di densità di probabilità del cls, Analisi 3

Eseguendo il calcolo delle fessure attese attraverso il modello numerico per l'intera popolazione statistica, i risultati sono riportati in Figura 4.29 e di seguito è riportato l'istogramma di sintesi del quadro fessurativo dei campioni di laboratorio, in modo da avere un confronto immediato.



Figura 4.29: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni da statistica, Analisi 3



Figura 4.30: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni di laboratorio

Le percentuali dei campioni D10 sono migliorate, perché la quantità di 3 fessure è quasi raddoppiata rispetto al caso precedente, però non sussiste ancora quella netta differenza tra 1 fessura e 3 fessure che invece è presente sperimentalmente. Per i campioni D20 la percentuale di 3 fessure è aumentata, però 1 fessura continua ad essere dominante.

## 4.2.5. Analisi 4

Tenendo conto del concetto di antifragilità, sono state utilizzate delle leggi probabilistiche simili a quelle dell'Analisi 3, ma con valori di media più bassi tali da ottenere dei risultati coerenti con quelli sperimentali. In questa analisi si è fatto in modo che le mediane (la mediana è il valore centrale tra i dati numerici) del calcestruzzo normale e di quello fibro-rinforzato coincidessero. Di seguito sono riportate tutte le caratteristiche.

Resistenza a compressione cls normale			
media fc	18.50	[MPa]	
deviazione standard fc	14.68	[MPa]	
mediana	23.00	[MPa]	
moda	25.50	[MPa]	

Tabella 4.7: Caratteristiche della legge probabilistica della resistenza a compressione del cls normale, Analisi 4

Resistenza a compressione cls fibro-finforzato				
media fc	26.50	[MPa]		
deviazione standard fc	14.68	[MPa]		
mediana	23.00	[MPa]		
moda	18.00	[MPa]		

Tabella 4.8: Caratteristiche della legge probabilistica della resistenza a compressione del cls fibro-rinforzato, Analisi 4



Figura 4.31: Funzione di densità di probabilità del cls, Analisi 4

Eseguendo il calcolo delle fessure attese attraverso il modello numerico per l'intera popolazione statistica, i risultati sono riportati in Figura 4.32 e di seguito è riportato l'istogramma di sintesi del quadro fessurativo dei campioni di laboratorio, in modo da avere un confronto immediato.


Figura 4.32: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni da statistica, Analisi 4



Figura 4.33: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni di laboratorio

Con questa analisi ci si avvicina alla soluzione attesa, perché per i campioni D10 è sempre più probabile la formazione di 3 fessure, in particolare nei campioni D10H, è nettamente superiore, mentre in quelli D10L è poco maggiore, questo aspetto è corretto perché sperimentalmente sono abbastanza elevate le percentuali di 2 fessure, che è più vicino ad essere assimilata ad una fessura che non a 3 fessure.

# 4.2.6. Analisi 5

Sono state utilizzate le stesse leggi probabilistiche dell'Analisi 4, però in questo caso si sono fatte coincidere le 2 mode (la moda è il valore che si presenta con più frequenza). Di seguito sono riportate tutte le caratteristiche.

Resistenza a compressione cls normale					
media fc 10.00 [MPa]					
deviazione standard fc 14.68 [					
mediana 18.50 [M					
moda	18.00	[MPa]			

Tabella 4.9: Caratteristiche della legge probabilistica della resistenza a compressione del cls normale, Analisi 5

Resistenza a compressione cls fibro-finforzato				
media fc 26.50 [MPa]				
deviazione standard fc	14.68	[MPa]		
mediana	23.00 <b>[MP</b>			
moda	18.00	[MPa]		

 

 Tabella 4.10: Caratteristiche della legge probabilistica della resistenza a compressione del cls fibro-rinforzato, Analisi 5



Figura 4.34: Funzione di densità di probabilità del cls, Analisi 5

Eseguendo il calcolo delle fessure attese attraverso il modello numerico per l'intera popolazione statistica, i risultati sono riportati in Figura 4.35 e di seguito è riportato l'istogramma di sintesi del quadro fessurativo dei campioni di laboratorio, in modo da avere un confronto immediato.



Figura 4.35: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni da statistica, Analisi 5



Figura 4.36: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni di laboratorio

I risultati ottenuti per i campioni D10 sono molto simili a quelli ottenuti sperimentalmente, per i campioni D20 nonostante si siano ridotte le percentuali di una fessura, continuano ad essere dominanti. Il problema di questa analisi è che per ottenere tali risultati per i campioni D10 si è utilizzata una legge per il calcestruzzo normale avente media di 10 MPa, che è un valore troppo basso e quindi poco realistico.

### 4.2.7. Analisi 6

In questa analisi è stato cambiato il tipo di distribuzione utilizzato per rappresentare la legge probabilistica del calcestruzzo normale, non più log-normale ma normale (nota anche come Gauss), e si è fatto in modo che le mediane delle due leggi coincidessero. Di seguito sono riportate tutte le caratteristiche.

Resistenza a compressione cls normale				
media fc 18.00 [MPa]				
deviazione standard fc	9.76	[MPa]		
mediana	18.00	[MPa]		
moda	18.00	[MPa]		

Tabella 4.11: Caratteristiche della legge probabilistica della resistenza a compressione del cls normale, Analisi 6

Resistenza a compressione cls fibro-finforzato				
media fc 22.00 [MPa				
deviazione standard fc	14.68	[MPa]		
mediana 18		[MPa]		
moda	12.50	[MPa]		

Tabella 4.12: Caratteristiche della legge probabilistica della resistenza a compressione del cls fibro-rinforzato, Analisi 6



Figura 4.37: Funzione di densità di probabilità del cls, Analisi 6

Eseguendo il calcolo delle fessure attese attraverso il modello numerico per l'intera popolazione statistica, i risultati sono riportati in Figura 4.38 e di seguito è riportato l'istogramma di sintesi del quadro fessurativo dei campioni di laboratorio, in modo da avere un confronto immediato.



Figura 4.38: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni da statistica, Analisi 6



Figura 4.39: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni di laboratorio

Rispetto all'analisi precedente le percentuali di 3 fessure sono aumentate, in particolare nei campioni D10H e D20. Il problema è che in questa situazione si è utilizzata una legge per il calcestruzzo fibro-rinforzato che ha una media molto bassa.

### 4.2.8. Analisi 7

È analoga all'Analisi 6, ma in questo caso sono state fatte coincidere le mode delle due leggi probabilistiche, mantenendo inalterata quella del calcestruzzo normale. Di seguito sono riportate tutte le caratteristiche.

Resistenza a compressione cls normale				
media fc 18.00 [MPa]				
deviazione standard fc	14.68	[MPa]		
mediana	18.00	[MPa]		
moda	18.00	[MPa]		

Tabella 4.13: Caratteristiche della legge probabilistica della resistenza a compressione del cls normale, Analisi 7

Resistenza a compressione cls fibro-finforzato				
media fc 27.00 [MPa]				
deviazione standard fc 14.68 [N				
mediana 23.50 [M				
moda	18.00	[MPa]		

Tabella 4.14: Caratteristiche della legge probabilistica della resistenza a compressione del cls fibro-rinforzato, Analisi 7



Figura 4.40: Funzione di densità di probabilità del cls, Analisi 7

Eseguendo il calcolo delle fessure attese attraverso il modello numerico per l'intera popolazione statistica, i risultati sono riportati in Figura 4.41 e di seguito è riportato l'istogramma di sintesi del quadro fessurativo dei campioni di laboratorio, in modo da avere un confronto immediato.



Figura 4.41: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni da statistica, Analisi 7



Figura 4.42: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni di laboratorio

I risultati sono analoghi a quelli dell'analisi precedente, la cosa che cambia è che per tutti i campioni la percentuale di 3 fessure si è ridotta leggermente. In questo caso però la legge utilizzata per il calcestruzzo fibro-rinforzato ha un valore di media più elevato.

#### 4.2.9. Analisi 8

Nonostante siano state realizzate ulteriori prove di compressione rispetto a quelle effettuate da Nicola Critelli, con lo scopo di aumentare i dati disponibili per la realizzazione delle leggi probabilistiche, i loro risultati non sono stati utilizzati a causa dell'invecchiamento dei provini, che ha provocato un incremento notevole della resistenza. Essendo state realizzate circa un anno dopo l'esecuzione delle prove di carico ciclico, non sarebbero rappresentative della resistenza dei provini in quella condizione temporale; e visto che l'obiettivo è di confrontare lo stato fessurativo ottenuto tramite l'analisi statistica con quello ottenuto sperimentalmente, la condizione fondamentale è che le resistenze utilizzate nell'analisi e quelle dei provini di laboratorio siano paragonabili.

Questa analisi è stata realizzata con delle leggi probabilistiche simili a quelle adottate nell'Analisi 6, caratterizzate però da delle resistenze superiori ed inoltre è stato fatto coincidere il valore della mediana del calcestruzzo normale e di quello fibro-rinforzato.

E' stato anche considerato l'effetto sia del ritiro che del fluage, questi due fenomeni hanno provocato un aumento della percentuale di 3 fessure. Di seguito sono riportate tutte le caratteristiche.

Resistenza a compressione cls normale				
media fc 20.00 [MPa]				
deviazione standard fc	14.68	[MPa]		
mediana	27.00	[MPa]		
moda	30.00	[MPa]		

Tabella 4.15: Caratteristiche della legge probabilistica della resistenza a compressione del cls normale, Analisi 8

Resistenza a compressione cls fibro-finforzato			
media fc 30.00 [MPa			
deviazione standard fc	14.68	[MPa]	
mediana	27.00	[MPa]	
moda	21.50	[MPa]	

Tabella 4.16: Caratteristiche della legge probabilistica della resistenza a compressione del cls fibro-rinforzato, Analisi 8



Figura 4.43: Funzione di densità di probabilità del cls, Analisi 8

Eseguendo il calcolo delle fessure attese attraverso il modello numerico per l'intera popolazione statistica, i risultati sono riportati in Figura 4.44 e di seguito è riportato l'istogramma di sintesi del quadro fessurativo dei campioni di laboratorio, in modo da avere un confronto immediato.



Figura 4.44: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni da statistica, Analisi 8



Figura 4.45: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni di laboratorio

In questa analisi i risultati ottenuti sono soddisfacenti, in tutti i campioni D20 la percentuale di una fessura prevale nettamente, come anche nei campioni D10H (però in maniera minore rispetto alle analisi 5,6 e 7). I campioni D10L rispecchiano abbastanza bene i risultati ottenuti sperimentalmente.

### 4.2.10. Conclusioni

In base ai risultati ottenuti in termini di percentuali di fessure per i campioni dell'analisi statistica e alle leggi probabilistiche adottate per il calcestruzzo, è stata considerata l'Analisi 8 quella più veritiera. Nonostante altre analisi abbiano fornito risultati migliori, osservabili dall'istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni da statistica, la scelta è stata fatta soprattutto per come sono state realizzate le funzioni di densità di probabilità del calcestruzzo. Inizialmente si poteva pensare che queste curve rappresentassero delle resistenze troppo basse, perché i valori delle medie risultavano notevolmente inferiori rispetto a quelle sperimentali (una differenza di circa 10 MPa per la resistenza a compressione). Andando però ad approfondire il rapporto che sussiste tra i dati sperimentali (in cui non sono stati considerati i risultati delle prove di compressione eseguiti dopo circa 2 anni dalla realizzazione delle prove di carico ciclico) e quelli dell'Analisi 8, è stato trovato un certo legame, questo spiega che le leggi ottenute non sono troppo lontane dalla realtà.

Di seguito sono riportate le leggi probabilistiche e il legame che hanno con i dati sperimentali.

Resistenza a compressione dei provini cilindrici di laboratorio					
DATI SPERIMENTALI Campione 1 Campione 2 fc media					
cls normale	25.10	32.00	28.55	[Mpa]	
cls fibro-rinforzato 38.50 44.40 41.45 [N					

Tabella 4.17: Resistenza a compressione dei provini sperimentali sottoposti alla prova di compressione

Resistenza a compressione cls normale				
media fc 20.00 [MPa]				
deviazione standard fc	14.68	[MPa]		
mediana 27.00				
moda	30.00	[MPa]		

Tabella 4.18: Caratteristiche della legge probabilistica della resistenza a compressione del cls normale, Analisi 8



Figura 4.46: Funzione di densità di probabilità del cls normale, Analisi 8, con indicazione delle sue caratteristiche e dei campioni sperimentali

In Figura 4.46 si può notare come i campioni sperimentali si trovano in prossimità della mediana e hanno un'elevata probabilità di accadimento, questo dimostra che la legge probabilistica adottata per il calcestruzzo normale rappresenta in modo soddisfacente i dati sperimentali disponibili.

Resistenza a compressione cls fibro-finforzato				
media fc 30.00 [MPa				
deviazione standard fc 14.68 [I				
mediana 27.00		[MPa]		
moda	21.50	[MPa]		

Tabella 4.19: Caratteristiche della legge probabilistica della resistenza a compressione del cls fibro-rinforzato, Analisi 8



Figura 4.47: Funzione di densità di probabilità del cls fibro-rinforzato, Analisi 8, con indicazione delle sue caratteristiche e dei campioni sperimentali

A differenza del calcestruzzo normale, per il fibro-rinforzato il legame che sussiste con i dati sperimentali non è molto evidente, come si può osservare in Figura 4.47, anche se possiedono una probabilità abbastanza elevata.

Queste leggi probabilistiche sono state realizzate anche prendendo in considerazione i risultati successivamente ottenuti dall'analisi statistica in termini di percentuale di numero di fessure, i quali dipendono da diversi fattori, tra cui la resistenza del materiale (resistenza a compressione, a trazione, modulo elastico). Una delle motivazioni per cui i risultati ottenuti statisticamente sono differenti da quelli sperimentalmente può essere l'errata relazione adottata tra le differenti proprietà di resistenza dei materiali, ovvero che nella realtà queste relazioni sono diverse da quelle utilizzate in questa tesi.

Avendo a disposizione pochi dati sperimentali è difficile valutare quale sia il corretto legame tra le resistenze, perciò è probabile che nella realtà la distribuzione della resistenza a compressione del calcestruzzo sia differente da quella che si è decisa di utilizzare in questo lavoro, e conseguentemente anche i risultati delle percentuali del numero di fessure ottenuto statisticamente potrebbero essere differenti.





Figura 4.48: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni da statistica, Analisi 8



Figura 4.49: Istogramma "percentuale-n° di fessure" per i campioni di laboratorio

I risultati ottenuti dalle prove sperimentali sono molto simili a quelli dell'analisi statistica solamente per i campioni D20, per i quali si può dire che per una storia di carico uguale a quella adottata e per una stessa tipologia di tiranti si formerà nella quasi totalità dei casi una sola fessura; ed inoltre la presenza delle fibre riduce la probabilità che si formino più fessure. Per i campioni D10 il comportamento mostrato è più complesso, sia sperimentalmente che statisticamente nei campioni D10H si è visto che è più probabile che si formino più fessure rispetto ai campioni D10L, questo è dovuto all'effetto di una maggior presenza di armatura. Per i campioni D10L non si riesce ad individuare un comportamento prevalente, perciò a seconda di come è stato realizzato il campione potrebbero formarsi sia più fessure. Di seguito vengono riportati tutti i risultati dell'Analisi 8, e per ogni tipologia di campione viene fatto l'immediato confronto tra i valori ottenuti dall'analisi statistica e quelli sperimentali.

# 4.3. PROVA DI TRAZIONE

La prova di trazione è stata eseguita per portare a rottura i provini, si è voluto così studiare il loro comportamento sotto sforzo. Gli aspetti valutati sono stati differenti (in particolare l'apertura della fessura centrale e il comportamento meccanico) e per ognuno sono stati fatti i confronti tra i campioni corrosi e non corrosi e i campioni con e senza fibre; in questo modo si valuta l'incidenza del degrado e della presenza delle fibre.

In questa tesi sono state eseguite le prove sui provini D10 non corrosi e su quelli aventi una percentuale di corrosione del 5% (ovvero quelli identificati con "-05-").

### 4.3.1. Apertura della fessura centrale

I risultati sono stati ottenuti considerando per ogni campione i valori della "fessura\_media", ovvero della media aritmetica delle misurazioni eseguite con il comparatore Huggenberger sulle 3 basi k ("fessura 1", "fessura 2" e "fessura 3"). Inoltre è solamente riferita all'apertura misurata durante la prova, non tiene conto dell'apertura residua preesistente.

### D10H



Figura 4.50: Diagramma apertura della fessura-tensione nella barra di armatura, D10HF

In Figura 4.50 viene fatto il confronto tra il campione ad alta percentuale di armatura con le fibre non corroso e quelli corrosi, si osserva che per carichi superiori al limite elastico si hanno

per i campioni corrosi valori simili di apertura ma per carichi leggermente superiori. L'ultima lettura effettuata prima di arrivare a rottura ha mostrato tendenzialmente un valore di 4 mm, solamente per il campione D10-HFC-05-1 è stata molto maggiore.



Figura 4.51: Diagramma apertura della fessura-tensione nella barra di armatura (FASE ELASTICA), D10HF

Come è già stato detto nel capitolo 3.5, è più importante concentrarsi sulla fase elastica; si osserva che l'apertura per quello non corroso è sempre maggiore, e gli andamenti sono quasi paralleli, inoltre fino a 250 MPa i 2 campioni corrosi hanno praticamente lo stesso comportamento.



Figura 4.52: Diagramma apertura della fessura-tensione nella barra di armatura, D10HP

Anche per i campioni in calcestruzzo normale, in quelli corrosi, si hanno gli stessi valori di apertura per carichi maggiori, a differenza della Figura 4.50 è il provino non corroso che presenta un elevato valore di apertura, raggiunge i 6 mm, ed essendo tale valore il massimo misurabile con lo strumento è possibile che nella realtà sia ancora più grande. Tendenzialmente l'andamento è lo stesso che si è visto per quelli fibro-rinforzati, la particolarità è rappresentata dall'ultimo valore di apertura del D10-HPC-5-1, che si ha per un carico inferiore, questo è dovuto al fatto che l'ultima lettura è stata eseguita dopo aver superato il carico massimo e quindi in prossimità della rottura.



Figura 4.53: Diagramma apertura della fessura-tensione nella barra di armatura (FASE ELASTICA), D10HP

Anche in questo caso si osserva che l'apertura è sempre maggiore nel campione non corroso, e oltre ai 100 MPa gli andamenti dei 3 provini sono paralleli, con l'apertura che cresce linearmente all'aumentare del carico.



Figura 4.54: Diagramma apertura della fessura-tensione nella barra di armatura (FASE ELASTICA), confronto tra i campioni D10H

In Figura 4.54 viene fatto il confronto tra i campioni con e senza fibre, mantenendo sempre la distinzione tra quelli corrosi e non corrosi. Si osserva che i campioni non corrosi manifestano sempre un'apertura maggiore, questo può essere spiegato dal fatto che essendo piccola la corrosione aumentata l'aderenza e quindi riduce l'apertura. La presenza delle fibre non ha dato dei benefici, perché gli andamenti coincidono con quelli in calcestruzzo normale.

### Confronto con carico ciclico, campioni D10H

È possibile confrontare i risultati ottenuti da Simone Scuteri riguardanti l'apertura di picco della fessura centrale misurata al carico massimo di ogni ciclo, per maggiori informazioni consultare la sua tesi, con quelli ottenuti dalla prova di trazione a rottura. Quando sono state realizzate le prove di rottura i provini erano già fessurati, perciò per fare un confronto corretto occorre all'apertura della fessura sommare l'apertura residua misurata al termine del ciclo L3 (determinata sempre da Simone Scuteri).



Figura 4.55: Diagramma "apertura della fessura-carico" per campioni D10HF, facendo il confronto tra le 2 tipologie di prova



Figura 4.56: Diagramma "apertura della fessura-carico" per campioni D10HP, facendo il confronto tra le 2 tipologie di prova

Sia per i campioni con le fibre che per quelli senza, ad eccezione del provino non corroso, le aperture delle fessure sono sempre leggermente minori per la prova di trazione a rottura, questo aspetto è corretto perché la corrosione essendo ridotta causa un confinamento che aumenta l'aderenza e che quindi riduce l'apertura residua; perciò nonostante il degrado subito sottoponendo nuovamente il provino ad uno sforzo la fessura tendenzialmente si apre di meno. Il campione non corroso con la prova di trazione a rottura ha mostrato un'apertura

maggiore, infatti in seguito alla prova di carico ciclico a causa dello stato di coazione che si era creato il calcestruzzo risultava essere compresso, e quindi l'apertura della fessura tende a ridursi, però con l'entrata in gioco del fluage tende a rilassarsi e quindi la riduzione risulta essere inferiore; perciò quando l'elemento viene di nuovo caricato (con la prova di trazione a rottura) la fessura residua è abbastanza grande e si apre più facilmente. La presenza delle fibre non provoca un grande miglioramento.

D10L



Figura 4.57: Diagramma apertura della fessura-tensione nella barra di armatura, D10LF

A differenza dei campioni D10H il campione non corroso in campo plastico a parità di apertura non è più quello che ha il carico minore. Inoltre 2 campioni raggiungono un'apertura massima della fessura di quasi 6 mm, e per il campione D10-LFC-05-2 l'ultima lettura è stata eseguita oltre il carico massimo (infatti si vede in Figura 4.57 che l'ultimo tratto della linea è verso sinistra, ovvero verso carichi più bassi).



Figura 4.58: Diagramma apertura della fessura-tensione nella barra di armatura (FASE ELASTICA), D10LF

Anche nella fase elastica il campione non corroso non è più quello che possiede la maggiore apertura della fessura, il suo andamento in funzione del carico coincide per gran parte con quello del campione D10-LFC-05-2. Il D10-LFC-05-1 presenta la particolarità che a circa 400 MPa ha una riduzione dell'apertura e in seguito una ripresa, questo particolare comportamento può essere dovuto ad un aumento dell'apertura delle altre fessure (superiore e inferiore, infatti si era osservata visivamente durante la prova una rapida evoluzione di esse in corrispondenza di quei carichi) e ciò comporta un breve assestamento di quella centrale.



Figura 4.59: Diagramma apertura della fessura-tensione nella barra di armatura, D10LP

Per i campioni in calcestruzzo normale nella fase plastica il campione non corroso è quello che a parità di apertura presenta il maggiore carico, perciò si è ribaltata la situazione rispetto a quelli fibro-rinforzati. Rispetto ai campioni precedenti presentano tutti e tre un'apertura massima molto elevata, uno di 6 mm e gli altri due di 5 mm.



Figura 4.60: Diagramma apertura della fessura-tensione nella barra di armatura (FASE ELASTICA), D10LP

In Figura 4.60 si può osservare che il comportamento è molto simile a quello dei provini D10H, perché gli andamenti sono abbastanza paralleli, ad eccezione del tratto tra i 200 e i 300 MPa ed in particolare il campione non corroso possiede un'apertura della fessura sempre maggiore.



Figura 4.61: Diagramma apertura della fessura-tensione nella barra di armatura (FASE ELASTICA), confronto tra i campioni D10L

In Figura 4.61 viene fatto il confronto tra i campioni con e senza fibre, a differenza di quelli ad alta percentuale geometrica di armatura, in questo caso vi è una netta distinzione a partire dai 300 MPa, infatti i campioni con le fibre presentano sempre un'apertura della fessura inferiore. Come per i campioni D10H anche per i D10L i campioni non corrosi presentano un'apertura maggiore, ma non è più cosi evidente.

Confronto con carico ciclico, campioni D10L

Si esegue un confronto analogo a quello spiegato per i campioni D10H.



Figura 4.62: Diagramma "apertura della fessura-carico" per campioni D10LF, facendo il confronto tra le 2 tipologie di prova



Figura 4.63: Diagramma "apertura della fessura-carico" per campioni D10LP, facendo il confronto tra le 2 tipologie di prova

Per i D10LF in quelli corrosi la differenza tra l'apertura ottenuta con la prova ciclica e quella con la prova di rottura è abbastanza elevata, per quella di rottura è minore, mentre in quello non corroso i valori sono praticamente uguali. Nei D10LP c'è una maggiore differenza per quello non corroso (è maggiore l'apertura per la prova di rottura, il motivo è il medesimo che è stato spiegato precedentemente) mentre i valori sono abbastanza simili per quelli corrosi, per quella di rottura è minore.

## Conclusioni

È possibile racchiudere in un unico grafico i comportamenti dei campioni D10H e D10L nella loro fase elastica, così si osserva l'influenza della percentuale geometrica di armatura.



Figura 4.64: Diagramma apertura della fessura-tensione nella barra di armatura (FASE ELASTICA), confronto tra i campioni D10

La Figura 4.64 è molto confusa, è complicato distinguere i diversi comportamenti, però si riesce a capire che i campioni D10L presentano sempre delle aperture della fessura maggiore, in particolare una volta che si è superata la tensione di 300 MPa. In corrispondenza di carichi elevati la differenza che sussiste è elevata, in alcuni casi è circa il doppio.

È stato constatato che l'effetto della corrosione ha ridotto l'apertura della fessura, questo è dovuto al fatto che quando la corrosione assume valori bassi (in genere < 2%), come nel nostro caso, provoca un aumento dell'aderenza tra acciaio e calcestruzzo e quindi l'apertura della fessura risulterà essere più ridotta.

Per i D10H la presenza delle fibre non ha avuto grandi benefici, perché non è stata riscontrata una grande differenza in termini di apertura della fessura rispetto ai campioni in calcestruzzo normale.

Nei campioni D10L invece le fibre hanno contribuito ad avere un'apertura della fessura sempre più piccola.

Facendo il confronto con le aperture di picco ottenute con la prova di carico ciclico si è visto che per i D10H non c'è stato un grande beneficio delle fibre, in quello non corroso l'apertura è maggiore, mentre nei non corrosi è minore rispetto alla prova di carico ciclico. Nei D10L si evince un beneficio delle fibre per quelli corrosi (apertura minore rispetto l'altra prova e maggiore differenza rispetto a quelli in calcestruzzo normale).

### 4.3.2. Comportamento meccanico del campione

Le informazioni che vengono fornite dalla macchina di prova e dagli strumenti di misurazione utilizzati, permettono di descrivere il comportamento meccanico del campione, ovvero di definire il diagramma carico-deformazione, per mezzo di esso si riescono a capire come sono la sua rigidezza, resistenza e duttilità. Come è avvenuto per l'apertura della fessura, verrà fatto un continuo confronto tra i campioni corrosi e non corrosi e tra i campioni con e senza fibre.

#### D10H



Figura 4.65: Diagramma carico-deformazione, D10HF

In Figura 4.65 viene riportato il diagramma carico (in ordinata)-deformazione (in ascissa), si osserva che la corrosione provoca una riduzione della duttilità del provino, infatti la deformazione finale è minore, ma allo stesso tempo i corrispondenti provini possiedono un maggiore carico di snervamento.



Figura 4.66: Diagramma carico-deformazione, D10HP

Si osserva che i campioni corrosi possiedono una maggiore rigidezza, però anche in questo caso la duttilità del campione non corroso è più elevata.



Figura 4.67: Diagramma carico-deformazione, confronto tra i campioni D10H

Facendo un confronto tra i campioni con e senza fibre, si osserva che la presenza delle fibre ha comportato sempre maggiore duttilità ed un minore carico di snervamento.



Figura 4.68: Diagramma carico-deformazione, D10LF

Come si può vedere in Figura 4.68, l'andamento è simile per tutti e 3 i provini, cambia il momento in cui avviene la rottura, ed anche in questo caso è il campione non corroso ad avere maggiore duttilità.



Figura 4.69: Diagramma carico-deformazione, D10LP

Il campione non corroso presenta una maggiore duttilità e la rigidezza dei tre campioni risulta essere molto simile.

D10L



Figura 4.70: Diagramma carico-deformazione, confronto tra i campioni D10L

Facendo un confronto tra i campioni con e senza fibre non sussiste una grande differenza in termini di duttilità e rigidezza, infatti solamente il campione D10-LFS-00-0 ha mostrato una deformazione ultima molto differente dalle altre, più grande.

# Conclusioni

È possibile racchiudere in un unico grafico i comportamenti dei campioni D10H e D10L.



Figura 4.71: Diagramma carico-deformazione, confronto tra i campioni D10

Per deformazioni inferiori a 0.05 non si riescono a distinguere i diversi campioni, però valutando la deformazione finale si capisce che i provini ad alta percentuale geometrica di armatura presentano tendenzialmente una maggiore deformazione e quindi duttilità. L'effetto della corrosione ha ridotto la duttilità, mentre la presenza delle fibre l'ha aumentata ma ha ridotto il carico di snervamento.

#### 4.3.3. Carico massimo e tipologia di rottura

È importante valutare qual è stato il carico massimo raggiunto dal provino e fare su di esso i confronti tra i vari provini per studiare quali sono stati gli effetti delle fibre e della corrosione. Anche la tipologia di rottura che è avvenuta è un buon indicatore della risposta del provino al carico.

	CARICO MASSIMO [kN]		
CAMPIONI	NON CORROSO	CORROSO	
	0	1	2
D10-LP	49.00	47.63	47.83
D10-LF	48.40	46.97	47.74
D10-HP	48.60	49.66	47.08
D10-HF	47.60	49.49	47.69

Tabella 4.20: Carico massimo dei campioni durante la prova di trazione



Figura 4.72: Istogramma "carico massimo-campioni"

Facendo la media aritmetica dei valori ottenuti per i campioni corrosi, visto che sono 2, i risultati sono i seguenti:

CAMPIONI	CARICO MASSIMO [kN]	
	NON	CORROSO
	CORROSO	
	0	media
D10-LP	49.00	47.63
D10-LF	48.40	46.97
D10-HP	48.60	49.66
D10-HF	47.60	49.49

Tabella 4.21: Carico massimo dei campioni durante la prova di trazione, considerando la media per i provini corrosi



Figura 4.73: Istogramma "carico massimo-campioni", considerando la media per i campioni corrosi

Si può notare che per i campioni D10L sia la corrosione che la presenza delle fibre riducono sempre il carico massimo raggiunto.

Anche per i campioni D10H la presenza delle fibre riduce il carico massimo, ed in questo caso i campioni corrosi hanno raggiunto un carico maggiore, perché essendo limitata la corrosione ha avuto un effetto di confinamento, e quindi è aumentata la resistenza del provino.

Queste differenze però essendo molto piccole non sono identificative di un particolare comportamento, è più legato alla casualità avendo utilizzato barre di armatura le cui proprietà possono essere differenti l'una dall'altra.

Di seguito sono riportate alcuni immagini dei provini scattate al termine della prova di trazione, si può così osservare lo stato fessurativo finale ed il tipo di rottura avvenuto.



Figura 4.74: Foto dei provini in seguito alla rottura, da sinistra verso destra: D10-HFS-00-0, D10-HFC-05-1 e D10-HFC-05-2



Figura 4.75: Foto dei provini in seguito alla rottura, da sinistra verso destra: D10-HPS-00-0, D10-HPC-05-1 e D10-HPC-05-2



Figura 4.76: Foto dei provini in seguito alla rottura, da sinistra verso destra: D10-LFS-00-0, D10-LFC-05-1 e D10-LFC-05-2



Figura 4.77: Foto dei provini in seguito alla rottura, da sinistra verso destra: D10-LPS-00-0, D10-LPC-05-1 e D10-LPC-05-2

### Conclusioni

Per quanto riguarda il carico di rottura non sussiste una particolare influenza delle fibre e della corrosione.

La modalità di rottura non è la medesima per tutti i provini, nella maggior parte dei casi è avvenuta nell'estremità del provino dove vi è il contatto tra barra e calcestruzzo, altre volte al di fuori del calcestruzzo oppure vicino alla fessura superiore del calcestruzzo.

### 4.3.4. Valutazione della corrosione

Oltre a determinare quale sarebbe stata la corrosione attesa, è importante valutare qual è stata la corrosione effettiva, perché essendo un fenomeno complesso è difficile che la realtà coincida con la teoria.

Di seguito sono riportati i diagrammi perdita di massa-numero di cicli di pulizia e successivamente verranno fatte delle osservazioni ed il confronto con i risultati attesi.



Figura 4.78: Diagramma "perdita di massa-n° cicli di pulizia", campione D10-LPC-05-1



Figura 4.79: Diagramma "perdita di massa-n° cicli di pulizia", campione D10-LPC-05-2



Figura 4.80: Diagramma "perdita di massa-n° cicli di pulizia", campione D10-LFC-05-1


Figura 4.81: Diagramma "perdita di massa-n° cicli di pulizia", campione D10-LFC-05-2



Figura 4.82: Diagramma "perdita di massa-n° cicli di pulizia", campione D10-HPC-05-1



Figura 4.83: Diagramma "perdita di massa-n° cicli di pulizia", campione D10-HPC-05-2



Figura 4.84: Diagramma "perdita di massa-n° cicli di pulizia", campione D10-HFC-05-1



Figura 4.85: Diagramma "perdita di massa-n° cicli di pulizia", campione D10-HFC-05-2

Effettuando l'intersezione delle due rette, i risultati che si ottengono in termini di perdita di massa percentuale dovuta alla corrosione sono i seguenti:

Identificativo	Perdita di massa percentuale	
	[%]	
D10-LPS-00-0	-	
D10-LPC-05-1	0.57	
D10-LPC-05-2	0.38	
D10-LPC-10-1	NON ESEGUITA	
D10-LPC-10-2	NON ESEGUITA	
D10-LFS-00-0	-	
D10-LFC-05-1	0.28	
D10-LFC-05-2	0.28	
D10-LFC-10-1	NON ESEGUITA	
D10-LFC-10-2	NON ESEGUITA	
D10-HPS-00-0	-	
D10-HPC-05-1	0.40	
D10-HPC-05-2	0.63	
D10-HPC-10-1	NON ESEGUITA	
D10-HPC-10-2	NON ESEGUITA	
D10-HFS-00-0	-	
D10-HFC-05-1	0.26	
D10-HFC-05-2	0.42	
D10-HFC-10-1	NON ESEGUITA	
D10-HFC-10-2	NON ESEGUITA	

Tabella 4.22: Perdita di massa percentuale dovuta alla corrosione

Identificativo	Corrosione attesa	Corrosione effettiva	Differenza percentuale
	[%]	[%]	[%]
D10-LPC-05-1	2.15	0.57	73.37
D10-LPC-05-2	2.13	0.38	81.95
D10-LFC-05-1	2.14	0.28	86.72
D10-LFC-05-2	2.15	0.28	86.80
D10-HPC-05-1	1.57	0.40	74.78
D10-HPC-05-2	1.57	0.63	59.88
D10-HFC-05-1	1.59	0.26	83.95
D10-HFC-05-2	1.61	0.42	74.10

Ricordando i valori di corrosione attesa, considerando solo la 1° legge di Faraday, vedere paragrafo 3.6.1., si può fare un confronto con la corrosione effettiva.

Tabella 4.23: Confronto tra corrosione attesa ed effettiva



Figura 4.86: Confronto tra corrosione attesa ed effettiva



Figura 4.87: Differenza di corrosione rispetto a quella attesa

In Figura 4.87 sono mostrate le differenze che si sono ottenute confrontando per i campioni sottoposti a corrosione, la corrosione attesa e quella che è effettivamente presente. Si osserva che nella realtà il fenomeno è avvenuto in maniera molto più ridotta, con delle differenze che variano dal 60% all'87%. Queste variazioni sono molto elevate, questo significa che non è stato simulato correttamente il degrado del provino, perciò la reale intensità di corrente era molto inferiore rispetto a quella stimata nei calcoli oppure la modalità adottata (cicli di lavaggio giornalieri) è più lenta del previsto per simulare il degrado.

### Conclusioni

La corrosione posseduta dai provini non è stata soddisfacente, è risultata molto minore rispetto a quella attesa.

# 5. CONCLUSIONI

Dai risultati ottenuti dall'analisi statistica e dalla prova di trazione che sono stati eseguiti in questa tesi, si può concludere facendo le seguenti considerazioni.

In merito all'analisi statistica:

- \_ i risultati ottenuti dalle prove sperimentali sono molto simili a quelli dell'analisi statistica solamente per i campioni D20, per i quali si può dire che per una storia di carico uguale a quella adottata e per una stessa tipologia di tiranti si formerà nella quasi totalità dei casi una sola fessura;
- per i campioni D10 il comportamento mostrato è più complesso, sia sperimentalmente che statisticamente nei campioni D10H si è visto che è più probabile che si formino più fessure rispetto ai campioni D10L, questo è dovuto all'effetto di una maggior presenza di armatura. Per i campioni D10L non si riesce ad individuare un comportamento prevalente, perciò a seconda di come è stato realizzato il campione potrebbero formarsi sia più fessure che una fessura;
- la presenza delle fibre riduce la probabilità che si formino più fessure sia nei campioni D10 che D20.

In merito alle prove di trazione:

- in fase elastica i campioni D10L presentano sempre delle aperture della fessura maggiore, in particolare una volta che si è superato il carico di 20 kN;
- la corrosione essendo ridotta ha ridotto l'apertura della fessura;
- per i D10H sempre in fase elastica, la presenza delle fibre non ha avuto grandi benefici, \_ perché non è stata riscontrata una grande differenza in termini di apertura della fessura rispetto ai campioni in calcestruzzo normale;
- nei campioni D10L invece le fibre hanno contribuito ad avere un'apertura della fessura sempre più piccola;
- i provini D10H presentano sempre una maggiore deformazione e quindi duttilità rispetto ai D10L;
- nei campioni D10H l'effetto della corrosione ha ridotto la duttilità, mentre la presenza delle fibre ha aumentato la duttilità ma ridotto il carico di snervamento;
- per i provini D10L la corrosione riduce la duttilità e le fibre non mostrano un miglioramento;
- nei campioni non corrosi l'apertura della fessura è sempre maggiore rispetto a quella di picco ottenuta con le prove di carico ciclico, a causa del rilassamento del cls;

- nei D10H non si osserva un beneficio delle fibre facendo il confronto con le aperture ottenute con la prova di carico ciclico, mentre nei D10L in quelli corrosi vi è un miglioramento, perché la differenza che sussiste rispetto a quella del cls normale è maggiore (le aperture sono minori di quelle di picco del carico ciclico);
- la modalità di rottura non è la medesima per tutti i provini, nella maggior parte dei casi è avvenuta nell'estremità del provino dove vi è il contatto tra barra e calcestruzzo, altre volte al di fuori del calcestruzzo oppure vicino alla fessura superiore del calcestruzzo.

In merito alla corrosione:

- la corrosione effettivamente misurata è risultata essere molto inferiore a quella attesa (determinata dalle formulazioni presenti in letteratura).

Non essendo stati testati tutti i provini, buona parte è rimasta all'interno delle vasche per continuare il processo di degrado, in futuro per migliorare il fenomeno corrosivo è consigliabile modificare la modalità, adottando non più una corrosione naturale ma indotta con corrente, la quale è molto più gravosa, in questo modo si potrebbero raggiungere le percentuali di perdita in massa desiderate in tempi minori.

### BIBLIOGRAFIA

- Critelli N., (2016), Crack width in reinforced concrete structures subjected to repeated loads, tesi di laurea magistrale, Politecnico di Torino, Dipartimento di ingegneria strutturale, edile e geotecnica;
- Scuteri S., (2017), Analisi del comportamento strutturale di elementi in calcestruzzo fibrorinforzato sottoposti a carichi ciclici, tesi di laurea magistrale, Politecnico di Torino, Dipartimento di ingegneria strutturale, edile e geotecnica;
- Manotti Lanfredi A. M., Tiripicchio A., Fondamenti di chimica, 2001;
- Fantilli A. P., Ferretti D.; Iori V., Vallini P., Flexural Deformability of Reinforced Concrete Beams, journal of structural engineering, 1998;
- Probabilistic Model Code, 2000;
- Taleb N. N., Antifragile, 2012;
- fib Bulletin 65, Model Code 2010, Final draft, Volume 1;
- fib Bulletin 215, Structural Effects of Time-Dependent Behaviour of Concrete, 1993;
- ASTM G1-90, Standard Practice for Preparing, Cleaning, and Evaluation Corrosion Test Specimens, 1999;
- Bresler B., Bertero V., Behavior of Reinforced Concrete Under Repeated Load, Journal of the Structural Division, Vol. 94, No. 6, pp. 1567-1592, 1968;
- Carpinteri A., Meccanica dei materiali e della frattura, Torino, Pitagora Editrice Bologna, 1992;
- Fantilli A. P., Vallini P., Bond-slip and concrete fracture in RC members subjected to repeated loads, Bond in concrete from research to standards, Budapest, 2002;
- Fantilli A. P., Vallini P., Bond-slip relationship for smooth steel reinforcement, Torino, 2002;
- Fantilli A. P., Vallini P., Strains in steel bars of reinforced concrete elements subjected to repeated loads, J. Strain Analysis Vol. 39 n. 5, pp. 447-457, 2004;
- Gambarova P. G., Bond in reinforced concrete: where do we stand today? In Bond in Concrete 2012 – General Aspects of Bond, J. W. Cairns, G. Metelli, G. A. Plizzari (eds), 2012;
- RILEM TC 162-TDF: TEST AND DESIGN METHODS FOR STEEL FIBRE REINFORCED CONCRETE, Bending test - final recommendation, Materials and Structures vol. 35, pp. 579-582, 2002;
- RILEM TC 162-TDF: TEST AND DESIGN METHODS FOR STEEL FIBRE REINFORCED CONCRETE, Design of steel fiber reinforced concreteusing the method: principles and applications, Materials and Structures vol. 35, 262-278, 2002;

- Tiberti G., Minelli F., Plizzari G. A., Vecchio F. J., Influence of concrete strength on crack development in SFRC members, Cement & Concrete Composites, pp. 121-185, 2013;
- Tondolo F., Giordano L., Mancini G., Reinforced Concrete Members Subjected to Cyclic Tension and corrosion, Journal of Advanced Concrete Technology Vol. 9, No. 3, pp. 277-285, 2011.

# APPENDICI

Di seguito verranno riportati i risultati derivanti dalla prova di trazione di tutti i provini.

In APPENDICE A verranno restituiti tutti i grafici relativi all'apertura della fessura centrale, con il dettaglio del comportamento in zona elastica e plastica.

APPENDICE A: Apertura della fessura centrale





#### Figura 0.1



#### Figura 0.2



Figura 0.3



Figura 0.4



Figura 0.5



Figura 0.6



Figura 0.7



Figura 0.8





Figura 0.9



Figura 0.10



Figura 0.11



Figura 0.12



Figura 0.13



Figura 0.14



Figura 0.15



Figura 0.16





Figura 0.17



Figura 0.18



Figura 0.19



Figura 0.20



Figura 0.21



Figura 0.22



Figura 0.23



Figura 0.24





Figura 0.25



Figura 0.26



Figura 0.27



Figura 0.28



Figura 0.29



Figura 0.30



Figura 0.31



Figura 0.32





Figura 0.33



Figura 0.34



Figura 0.35



Figura 0.36



Figura 0.37



Figura 0.38



Figura 0.39



Figura 0.40





Figura 0.41



Figura 0.42



Figura 0.43



Figura 0.44



Figura 0.45



Figura 0.46



Figura 0.47



Figura 0.48





Figura 0.49



Figura 0.50


Figura 0.51



Figura 0.52



Figura 0.53



Figura 0.54



Figura 0.55



Figura 0.56





Figura 0.57



Figura 0.58



Figura 0.59



Figura 0.60



Figura 0.61



Figura 0.62



Figura 0.63



Figura 0.64





Figura 0.65



Figura 0.66



Figura 0.67



Figura 0.68



Figura 0.69



Figura 0.70



Figura 0.71



Figura 0.72





Figura 0.73



Figura 0.74



Figura 0.75



Figura 0.76



Figura 0.77



Figura 0.78



Figura 0.79



Figura 0.80





Figura 0.81



Figura 0.82



Figura 0.83



Figura 0.84



Figura 0.85



Figura 0.86



Figura 0.87



Figura 0.88





Figura 0.89



Figura 0.90



Figura 0.91



Figura 0.92



Figura 0.93



Figura 0.94



Figura 0.95



Figura 0.96