POLITECNICO DI TORINO

Dipartimento di Strutture Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria civile

Modellazione agli elementi finiti di strutture giuntate per la valutazione del martellamento sismico

Relatore:

Prof. Giuseppe Andrea Ferro

Correlatore:

Ing. Anna Reggio

Tesi di Laurea Magistrale di Federico Mantovani Matricola n. 231658

ANNO ACCADEMICO 2017 / 2018

Sommario

In questo lavoro di tesi viene trattato il fenomeno del martellamento sismico investigando la risposta prodotta in relazione alla disposizione degli edifici e alle loro proprietà strutturali, concentrandosi sulla rilevanza del martellamento torsionale sulla risposta generale.

Nello specifico è stato usato il programma agli elementi finiti SAP2000 modellando i giunti di interazione tramite collegamenti non lineari di tipo GAP. Questi restano l'unica parte non lineare durante l'analisi mentre tutti gli altri elementi finiti rimangono in campo elastico lineare. L'azione sismica è stata introdotta come time history tramite l'uso di accelerogrammi artificiali creati sulla base delle NTC2018. La tecnica di analisi utilizzata è la FNA (fast non linear analysis) che migliora l'efficienza di calcolo e accuratezza dei risultati se impostata correttamente in input. La struttura oggetto di studio è l'aggregato strutturale della sede del Politecnico di Torino.

Abstract

In this thesis work the phenomenon of seismic hammering is discussed by investigating the response produced in relation to the layout of buildings and their structural properties, focusing on the relevance of torsional hammering on the general response.

Specifically, the SAP2000 finite element program was used, modeling the interaction joints through non-linear GAP connections. These remain the only non-linear part during the analysis while all the other finite elements remain in the linear elastic field. The seismic action has been introduced as a time history through the use of artificial accelerograms created on the basis of NTC2018. The analysis method used is FNA (fast non linear analysis) which improves calculation efficiency and accuracy of results if set correctly in input.

The object of study is the structural aggregate of the Polytechnic of Turin in Corso Duca degli Abruzzi.

Indice

Introduzione	
1. Il fenome	eno del martellamento sismico
1.1. Cos	'è il martellamento sismico
1.2. Com	ne modellare il martellamento 4
1.3. La f	ast non-linear analysis (FNA)
1.3.1.	Equazioni fondamentali di equilibrio
1.3.2.	Calcolo delle forze non-lineari
1.3.3.	Trasformazione a coordinate modali7
1.3.4.	Soluzione delle equazioni modali non-lineari
2. Caso stud	lio, il Politecnico di Torino9
2.1. Dati	storici sull'edificio
2.2. Race	colta dei documenti 10
3. Sviluppo	del modello fem con SAP2000 13
3.1. Prop	prietà dimensionali e materiali 13
3.2. Link	s GAP
3.3. Cari	chi statici
3.4. Inpu	ıt sismico
3.4.1.	Spettro di progetto
3.4.2.	Time history delle accelerazioni
3.5. Defi	inizione dei loadcases
3.5.1.	Analisi modale
3.5.2.	Analisi time history
3.5.3.	Combinazione delle analisi non lineari
4. Discussio	one risultati
4.1. Peri	odi e masse di partecipazione modale 43
4.2. Forz	ze di martellamento
4.3. Ana	lisi e confronto dei modelli di riferimento 49
4.3.1.	Introduzione all'analisi
4.3.2.	Configurazione edificio Q2 indipendente 50
4.3.3.	Configurazione edifici Q1 e Q2
4.3.4.	Configurazione edifici Q2-I76
4.3.5.	Configurazione edifici I - Q1 - Q2
4.4. Com	nparazione dei risultati con e senza martellamento 107
5. Conclusio	oni 114
Bibliografia	

Indice delle figure

Figura 1. Danneggiamento da martellamento osservato atra strutture adiacenti,	a)
1999 terremoto di Taiwan, b) terremoto di 2008 Wenchuan e c) 2011 terremoto	di
Christchurch. [Hong Hao, 2015]	. 4
Figura 2. Elemento GAP	. 5
Figura 3. Pianta della sede del Politecnico di Torino	9
Figura 4. Sistema di riferimento	13
Figura 5. Modello 3D con i soli elementi frame	13
Figura 6. Modello 3D con elementi frame e shell	13
Figura 7. Spessore dei muri	16
Figura 8. Impostazioni GAP e sua applicazione	17
Figura 9. Gap (in verde in alto) tra le strutture Q1 (a destra) e Q2 (a sinistra)	17
Figura 10. Assonometria L1	22
Figura 11. Assonometria L2	22
Figura 12. Assonometria G	23
Figura 13. Assonometria H	23
Figura 14. Assonometria M	24
Figura 15. Assonometria N	24
Figura 16. Assonometria O	25
Figura 17. Assonometria I	25
Figura 18. Assonometria Q1	26
Figura 19. Assonometria Q2	26
Figura 20. Spettro di progetto SLV	28
Figura 21. Input SIMQKE	29
Figura 22. Sovrapposizione spettrale tra spettro di progetto e accelerogramma	30
Figura 23. Time history 1	30
Figura 24. Time history 2	31
Figura 25. Time history 3	31
Figura 26. Time history 4	31
Figura 27. Time history 5	32
Figura 28. Time history 6	32
Figura 29. Time history 7	32
Figura 30. Massa sismica	34
Figura 31. Load case analisi modale	35
Figura 32. Funzione rampa	36
Figura 33. Rampa carico DEAD	37
Figura 34. Rampa carichi permanenti strutturali	37
Figura 35. Rampa carichi permanenti non strutturali	38
Figura 36. Rampa sovraccarichi	38
Figura 37. Rampa carichi folla	39
Figura 38. Load case Pounding 1	41
Figura 39. Media effetti sfavorevoli	42
Figura 40. Modello 3d con edifici Q1, Q2, I ed evidenziato in rosso il pilastro 11	49
Figura 41. Vista in pianta configurazione Q2	50
Figura 42. Tagli di piano in direzione x, configurazione Q2, 180°	51
Figura 43. Tagli di piano in direzione y, configurazione Q2, 90°	52

Figura 44. Spostamenti di piano in direzione x, configurazione Q2, 180°	53
Figura 45. Spostamenti di piano in direzione y, configurazione Q2, 90°	54
Figura 46. Spostamenti pilastro A in direzione x, configurazione Q2, 180°	56
Figura 47. Spostamenti pilastro A in direzione y, configurazione Q2, 90°	58
Figura 48. Taglio pilastro 11, configurazione Q2, 180°	59
Figura 49. Momento flettente del pilastro 11, configurazione Q2, 180°	60
Figura 50. Vista in pianta configurazione Q1 - Q2	61
Figura 51. Tagli di piano in direzione x, configurazione O1 - O2, 180°	62
Figura 52. Tagli di piano in direzione v, configurazione O1 - O2, 90°	63
Figura 53. Tagli di piano in direzione v. configurazione O1 - O2, 180°	63
Figura 54. Spostamenti di piano in direzione x. configurazione O1 - O2, 180°	64
Figura 55. Spostamenti di piano in direzione v. configurazione O1 - O2, 90°	65
Figura 56. Spostamenti di piano in direzione y, configurazione Q1 - Q2, 180°	
Figure 57 Spostamenti nilastro A in direzione x configurazione O1 - O2 180°	67
Figure 58 Spostamenti pilastro A in direzione v. configurazione Q1 - Q2, 90°	69
Figure 59. Spostamenti pilastro A in direzione y, configurazione Q1 $-$ Q2, 90 \therefore	69
Figura 60 Taglio nilastro 11 configurazione 01 - 02 180°	07
Figura 61 Momento flettente del nilastro 11, configurazione O1 O2 180°	/ 1 72
Figure 62 Forze di martellemente nel gen $\Omega 1/\Omega^2$ niene 4 1 180°	72 74
Figure 62. Zoom forze di martellamente nel gen Q1/Q2_piano4_1, 180	/ 4 74
Figure 64. Forze di martellamento nel gap $O1/O2$ miano 4, 2, 180°	····· /4 75
Figura 64. Foize di martenamento nel gap Q1/Q2_piano4_5, 180	/ J 75
Figura 65. Zoom forze ul martenamento nel gap Q1/Q2_plano4_5, 180	13
Figura 66. Denominazione elementi in pianta Q2-1	/0
Figura 67. Tagli di piano in direzione X, configurazione $Q_2 - 1, 180^\circ$	//
Figura 68. Tagli di piano in direzione y, configurazione $Q_2 - 1, 90^\circ$	/ð
Figura 69. Tagli di piano in direzione y, configurazione Q2 - 1, 180°	/ ð
Figura 70. Momento torcente di piano, configurazione Q2 - 1, 180°	/9
Figura /1. Spostamenti di piano in direzione x, configurazione Q2 - 1, 180°	80
Figura /2. Spostamenti di piano in direzione y, configurazione Q2 - 1, 90°	81
Figura 73. Spostamenti di piano in direzione y, configurazione Q2 - 1, 180°	82
Figura 74. Spostamenti pilastro A in direzione x, configurazione Q2 - 1, 180°	83
Figura 75. Spostamenti pilastro A in direzione y, configurazione Q2 - 1, 90°	85
Figura 76. Spostamenti pilastro A in direzione y, configurazione Q2 - 1, 180°	85
Figura 77. Taglio pilastro 11, configurazione Q2 - 1, 180°	87
Figura 78. Momento flettente del pilastro 11, configurazione Q2 - I, 180°	88
Figura 79. Forze di martellamento nel gap I/Q2_piano2_1, configurazione Q	92 - I,
180°	90
Figura 80. Forze di martellamento nel gap I/Q2_piano3_1, configurazione Q	<u>1</u> 2 - I,
180°	90
Figura 81. Forze di martellamento nel gap I/Q2_piano4_1, configurazione Q	<u>1</u> 2 - I,
180°	91
Figura 82. Tagli di piano in direzione x, configurazione Q1 - Q2 - I, 180°	92
Figura 83. Tagli di piano in direzione y, configurazione Q1 - Q2 - I, 90°	93
Figura 84. Tagli di piano in direzione y, configurazione Q1 - Q2 - I, 180°	93
Figura 85. Momento torcente di piano, configurazione Q1 - Q2 - I, 180°	94
Figura 86. Spostamenti di piano in direzione x, configurazione Q1 - Q2 - I, 180%	°95
Figura 87. Spostamenti di piano in direzione y, configurazione Q1 - Q2 - I, 90°.	96
Figura 88. Spostamenti di piano in direzione y, configurazione Q1 - Q2 - I, 180%	°97

Figura 89. Spostamenti pilastro A in direzione x, configurazione Q1 - Q2 - I, 180° 98
Figura 90. Spostamenti pilastro A in direzione y, configurazione Q1 - Q2 - I, 90° 100
Figura 91. Spostamenti pilastro A in direzione y, configurazione Q1 - Q2 - I, 180°
Figura 92. Taglio pilastro 11, configurazione Q1 - Q2 - I, 180° 102
Figura 93. Momento flettente del pilastro 11, configurazione Q1 - Q2 - I, 180° 103
Figura 94. Forze di martellamento nel gap I/Q2_piano2_1, 180° 105
Figura 95. Forze di martellamento nel gap I/Q2_piano3_1, 180° 105
Figura 96. Forze di martellamento nel gap I/Q2_piano4_1, 180° 106
Figura 97. Forze di martellamento nel gap Q1/Q2_piano4_1, 180° 106

Indice delle tabelle

Tabella 1. Dimensioni in pianta degli edifici	10
Tabella 2. Dimensioni elementi frame	14
Tabella 3. Carichi solai	18
Tabella 4. Carichi variabili folla	20
Tabella 5. Carichi variabili dovuti ai sovraccarichi	21
Tabella 6. Carichi permanenti non strutturali	21
Tabella 7. Valori dei coefficienti di combinazione	33
Tabella 8. Confronto tra analisi con differenti step temporali di carico	40
Tabella 9. Edificio L1	43
Tabella 10. Edificio L2	43
Tabella 11. Edificio G	44
Tabella 12. Edificio M	44
Tabella 13. Edificio N	45
Tabella 14. Edificio O	45
Tabella 15. Edificio H	46
Tabella 16. Edificio I	46
Tabella 17. Edificio Q2	47
Tabella 18. Edificio Q1	47
Tabella 19. Confronto forze nei link dei diversi edifici	48
Tabella 20. Tagli di piano in direzione x	50
Tabella 21. Tagli di piano in direzione y	51
Tabella 22. Momento torcente di piano	52
Tabella 23. Spostamenti di piano in direzione x	53
Tabella 24. Spostamenti di piano in direzione y	54
Tabella 25. Spostamenti pilastro A in direzione x	55
Tabella 26. Spostamenti pilastro A in direzione y	57
Tabella 27. Taglio e momento flettente del pilastro 11	58
Tabella 28. Tagli di piano in direzione x	61
Tabella 29. Tagli di piano in direzione y	62
Tabella 30. Momento torcente di piano	63
Tabella 31. Spostamenti di piano in direzione x	64
Tabella 32. Tagli di piano in direzione y	65
Tabella 33. Spostamenti pilastro A in direzione x	66
Tabella 34. Spostamenti pilastro A in direzione y	68
Tabella 35. Taglio e momento flettente del pilastro 11	70
Tabella 36. Forze di martellamento	73
Tabella 37. Tagli di piano in direzione x	76
Tabella 38. Tagli di piano in direzione y	77
Tabella 39. Momento torcente di piano	79
Tabella 40. Spostamenti di piano in direzione x	80
Tabella 41. Spostamenti di piano in direzione y	81
Tabella 42. Spostamenti pilastro A in direzione x	82
Tabella 43. Spostamenti pilastro A in direzione y	84
Tabella 44. Taglio e momento flettente del pilastro 11	86
Tabella 45. Forze di martellamento	89

Tabella 46. Tagli di piano in direzione x	92
Tabella 47. Tagli di piano in direzione y	93
Tabella 48. Momento torcente di piano	94
Tabella 49. Spostamenti di piano in direzione x	95
Tabella 50Tabella 46. Spostamenti di piano in direzione y	96
Tabella 51. Spostamenti pilastro A in direzione x	97
Tabella 52. Spostamenti pilastro A in direzione y	99
Tabella 53. Taglio e momento flettente del pilastro 11	101
Tabella 54. Forze di martellamento	104
Tabella 55. Confronto tagli di piano in direzione x	107
Tabella 56. Confronto momento torcente di piano	108
Tabella 57. Confronto taglio pilastro 11	109
Tabella 58. Confronto momento flettente del pilastro 11	110
Tabella 59. COnfronto spostamenti di piano in direzione x	111
Tabella 60. Confronto drift di piano in direzione x	111

Introduzione

Scopo della seguente tesi è lo studio dell'azione sismica sugli edifici giuntati e gli effetti prodotti dal martellamento. Sono molti i casi in cui due o più strutture si trovano separate l'una dall'altra da pochi centimetri, rendendo inutile lo studio del loro comportamento sismico considerandole come indipendenti laddove la distanza reciproca risulti inferiore agli spostamenti generati dall'azione orizzontale. Si rivela quindi indispensabile un'analisi d'insieme che tenga conto degli effetti del martellamento ed è proprio su questo aspetto che si concentrerà il lavoro di tesi. Molti sono gli studi e gli sforzi fatti da ricercatori in tutto il mondo sulla comprensione e l'analisi del martellamento sismico al fine di poterlo quantificare e mitigare. Nei primi studi le strutture furono modellate come sistemi ad un grado di libertà, tra i più noti si riportano Anagnostopoulos (1988); Wada, Shinozaki e Nakamura (1984). Successivamente vennero considerati sistemi a più gradi di libertà con le masse concentrate a livello del piano. Maison e Kasai (1990, 1992) utilizzarono tali modelli per studiare la risposta alla collisione di un edificio alto e leggero contro uno basso e pesante. Papadrakis et al. (1996) svilupparono un modello tridimensionale agli elementi finiti per simulare il martellamento tra due edifici adiacenti. Raheem (2006) investigò gli effetti della risposta al martellamento su due edifici adiacenti di 8 e 13 piani. Jankowski (2008, 2009) condusse un'analisi non lineare agli elementi finiti sulla risposta di due edifici reali con diverse proprietà dinamiche, accostando un edificio più pesante a uno più leggero, col risultato che particolare attenzione va data all'edificio più debole perché più influenzato dal martellamento rispetto a quello più pesante. Un'analisi non lineare agli elementi finiti fu condotta da Cole et al. (2011) investigando la risposta al martellamento considerando gli effetti della distribuzione delle masse sui diaframmi di due edifici a due piani. Leibovich et al. (1996) studiarono gli effetti dell'eccentricità d'impatto su due configurazioni di modelli allineati sia simmetrici che asimmetrici e relazionandoli a differenti distanze di separazione nei gap. Chau e Wie (2001) considerarono il martellamento torsionale tra due edifici asimmetrici di un piano utilizzando il modello della legge non lineare di contatto di Hertz. Gong et Hao (2005) studiarono il martellamento torsionale tra una struttura simmetrica e una asimmetrica ad un piano considerando due componenti di accelerazione del terreno. Su questa base, sono state condotte analisi agli elementi finiti sviluppate al fine di individuare la differenza nella risposta sismica degli edifici considerandoli prima come indipendenti e poi tenendo invece conto dell'interazione dinamica che si esprime tramite il fenomeno del martellamento sismico. In particolare, ci si è concentrati sulla interazione tra più di due edifici disposti non solo in serie ma anche orientati in direzioni opposte.

L'oggetto d'indagine è un caso reale rappresentato dall'aggregato strutturale comprendente alcuni edifici della sede del Politecnico di Torino.

Nel primo capitolo viene descritto il fenomeno del martellamento sismico. In particolare, viene riportata la sua definizione in letteratura, i metodi di modellazione esistenti, il metodo scelto e le basi teoriche di riferimento per l'analisi.

Nel secondo capitolo viene presentato il caso di studio reale del Politecnico, le ricerche svolte per il recupero dei dati strutturali utili alla sua modellazione e le informazioni base sugli edifici.

Nel terzo capitolo vengono mostrate le fasi della modellazione sul software e i dati di input delle sezioni degli elementi utilizzati, i carichi applicati, gli accelerogrammi artificiali, le combinazioni dei carichi e i tipi di analisi utilizzate.

Nel capitolo quarto vengono presentati e discussi i risultati ottenuti dalle analisi dei vari modelli utilizzati.

Infine, viene riportato il capitolo conclusivo riassumendo i risultati ottenuti e le possibili vie per il miglioramento del lavoro svolto.

1. Il fenomeno del martellamento sismico

Cos'è il martellamento sismico 1.1.

In ingegneria sismica, il martellamento è un fenomeno distruttivo che si può verificare quando un evento sismico violento colpisce due edifici contigui. Se il giunto tecnico (cioè lo spazio libero) fra due corpi di fabbrica contigui non è sufficientemente ampio affinché questi elementi strutturali possano oscillare senza toccarsi, i due corpi di fabbrica urtano l'uno contro l'altro lesionandosi a vicenda.

Per evitare questo pericoloso fenomeno, le Norme Tecniche per le Costruzioni prevedono che la distanza tra due costruzioni contigue (d) non sia inferiore alla somma degli spostamenti massimi orizzontali calcolati per lo Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV) e, in ogni caso, non inferiore a:

$$d = \frac{\alpha h}{100} \tag{1}$$

Dove:

- h (in cm) è la quota dei punti affacciati misurati dal piano di fondazione
- α è un coefficiente di rischio sismico uguale o inferiore a 1, e calcolato come $\frac{a_g S}{0.5g}$

Nella formula del coefficiente, a_g è l'accelerazione orizzontale massima al suolo indotta dal sisma, S è un coefficiente di amplificazione sismica che tiene conto delle caratteristiche topografiche e stratigrafiche del terreno, mentre g è l'accelerazione di gravità.

Questa distanza minima è stata resa obbligatoria con le recenti norme tecniche, mentre nelle strutture costruite alcuni decenni fa non era presa in considerazione. In questi casi gli unici giunti esistenti avevano lo scopo di separare termicamente edifici adiacenti, ma la distanza di separazione, di pochi centimetri, non è sufficiente ad evitare il nascere degli urti sismici provocati dal martellamento.

Il pounding (martellamento) acquista una ancora maggior importanza qualora gli edifici coinvolti, a causa della variabilità spaziale del movimento sismico del terreno o differenti proprietà dinamiche, oscillino fuori fase. Ogni volta che avviene il martellamento le strutture edilizie sosterranno una forza d'impatto di breve durata che non viene considerata nelle fasi di progetto tradizionali. Nelle zone d'impatto possono verificarsi danneggiamenti portando ad una possibile amplificazione della risposta dinamica della struttura. Il martellamento può portare al danneggiamento di elementi non strutturali, strutturali e in alcuni casi al collasso. In Figura 1 sono mostrati alcuni casi di danneggiamento per martellamento nel 1999 a Taiwan, 2008 a Wenchuan e 2011 a Christchurch.



Figura 1. Danneggiamento da martellamento osservato tra strutture adiacenti, a) 1999 terremoto di Taiwan, b) terremoto di 2008 Wenchuan e c) 2011 terremoto di Christchurch. [Hong Hao, 2015]

Molti danni ad edifici nel terremoto del 1985 in Messico sono stati attribuiti al martellamento sismico tra strutture adiacenti. Un'analisi statistica dei danni rivelò che il martellamento si verificò nel 40% dei 330 edifici collassati o severamente danneggiati e che in almeno nel 15% dei casi fu la prima causa di collasso.

1.2. Come modellare il martellamento

In letteratura sono stati affrontati numerosi metodi per la modellazione del martellamento sismico. Questi includono il metodo stereo-meccanico, metodo degli elementi di contatto, modello con molla lineare, modello Hertz, modello viscoelastico non-lineare e il metodo di contatto arbitrario. Una recensione dettagliata di questi è data nel (Hao et al. 2013). Tra tutti questi modelli non c'è una conclusione definitiva su quale sia il migliore nel predire la forza di contatto. Questo perché il martellamento sismico si manifesta in un lasso di tempo molto breve. Sotto brevi durate di impatto, le resistenze viscose ed elastiche non sono critiche perché la struttura non ha tempo per generare velocità e spostamenti. La resistenza più critica rimane quindi quella inerziale.

Per quanto riguarda invece la scelta dell'assegnazione delle masse, usare modelli con masse concentrate o distribuite influisce sull'accuratezza della forza d'impatto e l'uso di un modello a masse distribuite porta a migliori predizioni (Chow e Hao 2008). Però l'uso del modello a masse distribuite aumenta significativamente lo sforzo computazionale richiesto, dato che il martellamento sismico è un fenomeno non-lineare. L'approccio a masse concentrate, che è quello più largamente utilizzato dai ricercatori nella modellazione del martellamento sismico, verrà adottato in questo studio.

Il modello scelto fa riferimento al penalthy method dove l'elemento di impatto utilizzato è il GAP rappresentato Figura 2, che consiste in una molla lineare che reagisce solo in compressione e dopo uno spostamento iniziale arbitrario corrispondente alla distanza fisica che intercorre tra i corpi collidenti. La sua risposta si esprime come:



Figura 2. Elemento GAP

$$f = \begin{cases} k(d - open), & se \quad (d - open) < 0; \\ 0, & in \ ogni \ altro \ caso \end{cases}$$
(1)

Dove:

- *f*, è la forza assiale di risposta
- k, è la rigidezza della molla
- *d*, è la distanza relativa tra i due nodi i, j collegati dall'elemento
- open, è l'apertura del GAP

Per la rigidezza della molla si assume un valore di uno o due ordini di grandezza superiore alla rigidezza assiale degli elementi collegati così come è documentato su più articoli scientifici come [inserire riferimenti].

$$k = \frac{EA}{L} \times \alpha_{gap}, \tag{2}$$

Dove:

• $10 < \alpha_{gap} < 100;$

•
$$k = \frac{Modulo \ di \ elasticità \ del \ calcestruzzo \times area \ dell' elemento \ di \ contatto}{lunghezza \ dell' elemento \ di \ contatto}$$

1.3. La fast non-linear analysis (FNA)

1.3.1. Equazioni fondamentali di equilibrio

Per la soluzione delle equazioni di equilibrio è stata considerata la fast non-linear analysis (FNA) suggerita da Wilson [inserire riferimento]. La FNA è un metodo di analisi modale estremamente efficiente poiché è stato progettato per sistemi strutturali che sono principalmente elastici lineari, ma che hanno un numero limitato di elementi non-lineari. Con il metodo FNA, tutte le non-linearità sono ristrette agli elementi gap. In questo modo si separano gli elementi lineari da quelli non-lineari limitando l'analisi non lineare a questi ultimi aumentando notevolmente la velocità di risoluzione.

L'analisi dinamica non-lineare è stata effettuata considerando come time history le storie di accelerazione ottenute da accelerogrammi artificiali che verranno trattati nei capitoli seguenti. Le equazioni di moto governanti sono ottenute considerando l'equilibrio di tutte le forze ad ogni grado di libertà. Le equazioni del moto della struttura sono scritte nella seguente equazione.

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [C]\{\dot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} + \{R_{NL}(t)\} = \{R(t)\}$$
(3)

Dove [M], [K] e [C] sono rispettivamente le matrici di massa, rigidezza e smorzamento proporzionale della struttura. La dimensione di queste tre matrici quadrate è uguale al totale degli spostamenti incogniti dei nodi N_d. La matrice di rigidezza K trascura la rigidezza degli elementi non-lineari. I vettori dipendenti dal tempo $\ddot{u}(t), \dot{u}(t), u(t)$ e R(t) sono rispettivamente le accelerazioni, velocità, spostamenti nodali e carichi applicati ai nodi. R_{NL}(t) è il vettore delle forze globali nei nodi derivante dalla somma delle forze negli elementi non lineari ed è computato tramite iterazione ad ogni step temporale.

1.3.2. Calcolo delle forze non-lineari

In ogni momento le NL deformazioni non-lineari d(t) all'interno degli elementi nonlineari sono calcolate con la seguente equazione di trasformazione degli spostamenti:

$$d(t) = bu(t) \tag{4}$$

Inoltre, le variazioni rispetto al tempo delle deformazioni non-lineari, d(t), sono date da:

$$\dot{d}(t) = b\dot{u}(t) \tag{5}$$

Dove b è la matrice di trasformazione. Si noti che per piccoli spostamenti, la matrice di trasformazione degli spostamenti non è funzione del tempo ed è esatta.

Se in tutti gli elementi non-lineari le deformazioni e velocità dipendenti dalla timehistory sono conosciute, le forze non-lineari possono essere calcolate in modo esatto in ogni istante di tempo partendo dalle proprietà del materiale di ogni elemento nonlineare, in questo caso la rigidezza assegnata. É evidente che ciò può essere compiuto solo tramite iterazione ad ogni istante di tempo.

1.3.3. Trasformazione a coordinate modali

Il primo passo per la risoluzione dell'equazione (riferimento all'equazione dell'equilibrio) è calcolare un set di N Load Dependent Ritz Vectors (LDRV) ortogonali, Φ , che soddisfino le seguenti equazioni:

$$\Phi^T M \Phi = I \ e \ \Phi^T K \Phi = \Omega^2 \tag{6}$$

••

dove I è la matrice unitaria e Ω^2 è una matrice diagonale nella quale i termini sulla diagonale sono definiti come ω_n^2 . La risposta del sistema può ora essere espressa in termini di quei vettori introducendo le seguenti trasformazioni di matrici:

$$u(t) = \Phi Y(t) \qquad \dot{u}(t) = \Phi Y(t) \qquad \ddot{u}(t) = \Phi Y(t) \tag{7}$$

Sostituendo queste equazioni nella equazione (3) e moltiplicando entrambi i membri dell'equazione per Φ^T produce un set di N equazioni disaccoppiate espresse dalla seguente equazione matriciale:

$$I\ddot{Y}(t) + \Lambda \dot{Y}(t) + \Omega^2 Y(t) = F(t)$$
(8)

nella quale le forze modali lineari e non-lineari sono date da:

$$F(t) = \Phi^T \overline{R}(t) = \Phi^T R(t) - \Phi^T R_{NL}(t)$$
(9)

L'assunzione che la matrice degli smorzamenti può essere diagonalizzata è consistente con il classico normale metodo di sovrapposizione modale nel quale i valori di smorzamento sono assegnati, in termini di percentuale di smorzamento critico, a livello modale. I termini sulla diagonale della matrice Λ sono $2\xi_n\omega_n$ in cui ξ_n è il rapporto di smorzamento per il modo n.

Inoltre, se il numero di vettori LDR usati è uguale al numero totale di gradi di libertà N_d , l'equazione (8) è esatta al tempo t. Dunque, se vengono usati time step molto piccoli e l'iterazione viene effettuata entro ogni step, il metodo converge alla soluzione esatta. L'uso dei vettori DLR riduce significativamente il numero di modi richiesto.

Tramite $u(t) = \Phi Y(t)$, le deformazioni negli elementi non-lineari possono essere espresse direttamente in termini di coordinate modali:

$$d(t) = BY(t) \tag{9}$$

dove la matrice di trasformazione delle deformazioni dell'elemento in coordinate modali è definita da:

$B = b\Phi$

É importante notare che la matrice B di dimensioni LxN non è funzione del tempo ed è relativamente piccola; inoltre, richiede di essere calcolata una sola volta prima dell'integrazione delle equazioni modali.

Ad ogni modo, date le deformazioni e la storia del comportamento non lineare degli elementi, le forze negli elementi non lineari f(t) possono essere calcolate dalle proprietà base non-lineari e dalla storia di deformazione dell'elemento. In base al principio dei lavori virtuali, le forze modali non lineari sono poi calcolate da:

$$F_{NL}(t) = B^T f(t) \tag{10}$$

1.3.4. Soluzione delle equazioni modali non-lineari

Il calcolo dei vettori LDR, senza gli elementi non-lineari, è il primo step prima di risolvere le equazioni modali. Inoltre, la matrice B di trasformazione deve essere calcolata una sola volta prima dell'inizio della fase di soluzione step-by-step. Una tipica equazione modale è nella forma:

$$\ddot{y}_n(t) + 2\xi_n \omega_n \dot{y}_n(t) + \omega_n^2 y_n(t) = \overline{f}_n(t)$$
(11)

dove

 $\overline{f_n}(t)$ è il carico modale e per gli elementi non-lineari è funzione di tutte le altre risposte modali allo stesso istante. Comunque l'equazione modale deve essere integrata simultaneamente e l'iterazione è necessaria al fine di ottenere la soluzione delle equazioni modali al tempo *t*.

Il programma considera che i risultati dell'analisi variano durante uno step di tempo e le iterazioni vengono portate avanti fino al convergere della soluzione. Se la convergenza non viene raggiunta, il programma divide gli step temporali in substep più piccoli e riprova.

Come nel caso della normale analisi con sovrapposizione modale lineare, è responsabilità dell'utente controllare, usando analisi multiple, che lo step di tempo sia sufficientemente piccolo e che sia usato un numero appropriato di modi. Questo approccio assicura che il metodo converge alla soluzione esatta.

2. Caso studio, il Politecnico di Torino

2.1. Dati storici sull'edificio

La sede del Politecnico di Torino si presenta come un aggregato strutturale, ovvero un insieme di edifici indipendenti strettamente a contatto tra loro. Questo rappresenta il caso di studio ideale su cui indagare l'interazione sismica proprio grazie alla disposizione varia in cui si trovano gli edifici. Infatti, come si può vedere nella pianta in figura [Figura 3], gli edifici del gruppo 3, ovvero L, G, H, I, Q, M, N, O, sono a stretto contatto tra loro sia in direzione longitudinale (la più comune) che in direzione trasversale, ciò permette di investigare su più aspetti interessanti come la torsione aggiuntiva dovuta al martellamento.



Figura 3. Pianta della sede del Politecnico di Torino

I lavori di costruzione del Politecnico di Torino cominciarono nel 1953 e finirono nel 1959. Le normative tecniche di costruzione di allora erano profondamente diverse da quelle attuali e in particolare non era prevista la azione sismica da progetto. Ne risulta che, come in gran parte di Italia, la maggior parte delle strutture costruite in quell'epoca non soddisfano i criteri di resistenza al sisma.

2.2. Raccolta dei documenti

Data l'età del complesso, non vi era documentazione digitale disponibile quali piante CAD da cui poter costruire il modello. Si è resa quindi necessaria la ricerca cartacea dei disegni strutturali in pianta e delle informazioni relative ai carichi e armature utilizzate per i calcoli di allora. L'indagine sul luogo in cui si trovassero i documenti ha rivelato che tutta la documentazione disponibile si trovasse nell'archivio storico del Politecnico. É stata quindi condotta una scrupolosa ricerca nei vari dossier dell'archivio in cui sono state trovati sia i disegni strutturali che architettonici, oltre a tavole di carpenteria e anche alcune relazioni di calcolo di allora. Ogni documento è stato quindi fotografato creando così un archivio digitale di più facile consultazione. Una parte di queste tavole era stata digitalizzata dall'ufficio Edilog del Politecnico che ha gentilmente fornito le scansioni disponibili.

Partendo dalle foto sono poi stati creati i file CAD dei sette edifici componenti l'aggregato del gruppo 3 ovvero G, L, H, M, N, O, I, Q. In particolare gli edifici G e Q sono a loro volta divisi in due edifici denominati per comodità rispettivamente G1, G2 e Q1, Q2. Le tavole a cui si è fatto riferimento sono sia le originali dell'epoca di costruzione sia quelle prodotte durante i lavori di ristrutturazione del 1976.

Tabella T. Dimensioni in planta degli edinci			
	Dimensioni		in
Edificio G1	pianta		
	x (m)	y (m)	z (m)
Piano 0	12.00	33.90	1.60
Piano 1	12.00	33.90	6.60
Piano 2	12.00	33.90	11.60
Piano 3	12.00	33.90	16.60
Piano 4 (copertura)	12.00	33.90	21.60

Tabella 1. Dimensioni in pianta degli edifici

	Dimer	Dimensioni		
Edificio N	pianta	pianta		
	x (m)	y (m)	z (m)	
Piano 0	40.92	13.7	1.6	
Piano 1	40.92	13.7	6.6	
Piano 2 (copertura)	40.92	13.7	11	

	Dimensioni		in	
Edificio G2	pianta	pianta		
	x (m)	y (m)	z (m)	
Piano 0	12.00	39.98	1.60	
Piano 1	12.00	39.98	6.60	
Piano 2	12.00	39.98	11.60	
Piano 3	12.00	39.98	16.60	
Piano 4	12.00	39.98	21.60	
(copertura)				

	Dimensioni		in
Edificio O	pianta		
	x (m)	y (m)	z (m)
Piano 0	12.16	33.80	1.60
Piano 1	12.16	33.80	6.60
Piano 2	12.16	33.80	11.60
Piano 3	12.16	33.80	16.60
Piano 4 (copertura)	12.16	33.80	21.60

	Dimensioni		in	
Edificio L	pianta	pianta		
	x (m)	y (m)	z (m)	
Piano 0	44.00	11.30	1.60	
Piano 1	44.00	11.30	6.60	
Piano 2	44.00	11.30	11.60	
Piano 3	44.00	11.30	16.60	
Piano 4 (copertura)	44.00	11.30	21.60	

Edificio I	Dimensioni pianta		in
	x (m)	y (m)	z (m)
Piano 0	44.00	11.50	1.60
Piano 1	44.00	11.50	6.60
Piano 2	44.00	11.50	11.60
Piano 3	44.00	11.50	16.60
Piano 4 (copertura)	44.00	11.50	21.60

	Dimensioni			
Edificio H	pianta			
	x (m)	y (m)	z (m)	
Piano 0	50.79	11.1	1.6	
Piano 1	50.79	11.1	6.6	
Piano 2	50.79	11.1	11.6	
Piano 3	50.79	11.1	16.6	
Piano 4	50.79	11.1	21.6	
Piano 5 (copertura)	50.79	11.1	26.6	

	Dimer	in			
Edificio Q1	pianta				
	x (m)	y (m)	z (m)		
Piano 0	12.00	33.68	1.60		
Piano 1	12.00	33.68	6.60		
Piano 2	12.00	33.68	11.60		
Piano 3	12.00	33.68	16.60		
Piano 4	12.00	33 68	21.60		
(copertura)	12.00	55.08	21.00		

	Dimer	in		
Edificio M	pianta			
	x (m)	y (m)	z (m)	
Piano 0	12.16	33.80	1.60	
Piano 1	12.16	33.80	6.60	
Piano 2	12.16	33.80	11.60	
Piano 3	12.16	33.80	16.60	
Piano 4	12.16	22.80	21.60	
(copertura)	12.10	55.80	21.00	

Edificio O2	Dimensioni pianta				
	x (m)	y (m)	z (m)		
Piano 0	12.00	39.98	1.60		
Piano 1	12.00	39.98	6.60		
Piano 2	12.00	39.98	11.60		
Piano 3	12.00	39.98	16.60		
Piano 4 (copertura)	12.00	39.98	21.60		

3. Sviluppo del modello fem con SAP2000

3.1. Proprietà dimensionali e materiali

Il modello agli elementi finiti è stato creato tramite il software commerciale SAP2000. La modellazione è partita dal software AutoCAD basandosi sui dati strutturali ottenuti dalle fotografie prodotte nella fase di ricerca. In questa prima fase sono stati creati gli elementi frame lineari e i nodi. Una volta creato il modello 3D sul CAD è stato successivamente importato su SAP2000. Tutti i pilastri sono stati incastrati alla base.



Figura 4. Sistema di riferimento



Figura 5. Modello 3D con i soli elementi frame

Successivamente sono stati aggiunti gli elementi shell riportati in rosso nella figura seguente.



Figura 6. Modello 3D con elementi frame e shell

Gli elementi frame sono stati modellati con sezioni quadrate in calcestruzzo, tutte le sezioni utilizzate sono riportate nella tabella seguente. Per motivi di sintesi non viene riportata l'assegnazione di ciascuna sezione ad ogni elemento.

	Dimensioni pilast
Dimensioni travi (cm)	(cm)
12x30	p115x40
15X29	p120x40
15X30	p25x40
15X31	p25x50
15X40	p30x25
15X50	p30x30
18x31	p30x35
20x100	p30x40
20x31	p30x50
20x40	p35x30
20x50	p35x35
20x61	p35x40
24X60	p35x45
25X29	p40x30
25x30	p40x35
25X31	p40x40
25x40	p40x45
25x50	p40x50
25x55	p40x55
25x57	p40x60
25X70	p45x35
25x96	p45x40
26X30	p45x45
30X18	p45x50
30x29	p45x55
30x30	p45x60
30x31	p45x65
30x39	p45x70
30x40	p45x75
30x44	p50x40
30x47	p50x45
30x50	p50x50
30x65	p50x60
33x50	p50x75
33x57	p55x35

Tabella 2. Dimensioni elementi frame

35x29	p55x40
35x30	p55x45
35x31	p55x55
35x40	p55x70
35x50	p55X75
35x57	p60x30
37X31	p60x40
38X29	p60x45
40X18	p60x50
40x20	p60x60
40x24	p60x85
40x25	p65x40
40x29	p65x45
40x30	p65x50
40x31	p70x30
40X40	p70x45
40x44	p70x55
40x50	p75x45
40x57	p75x55
45x25	p80x40
45x30	
45x50	
45x57	
48x20	
48x29	
50x20	
50X29	
50x30	
50x35	
50x44	
50X45	
50x50	
53x50	
53x57	
55X29	
55x50	
60x23	
60x29	
60x30	
60x31	
61X29	

63X18	
70x29	
75x30	
75x57	
85X29	

Nella tabella seguente vengono riportati gli spessori utilizzati per gli elementi shell in calcestruzzo.

Elemento	Spessore (cm)
ascensore 28cm	28
ascensore fondazione 45cm	45
ascensore26cm	26
muro fondazione	50
muretto scala 25cm	25

Figura 7. Spessore dei muri

Il calcestruzzo utilizzato ha le seguenti proprietà:

- Modulo elastico, E = 31GPa;
- Poisson, v = 0.2;
- Densità, $\rho = 2500 \text{kg/m}^3$

3.2. Link GAP

I link GAP sono elementi adimensionali non lineari che vengono posti tra due nodi delle strutture collidenti. Come descritto nei capitoli precedenti sono caratterizzati da una molla lineare di rigidezza k posta in serie ad una aperura di larghezza d. Il valore dell'apertura corrisponde alla distanza fisica tra le strutture adiacenti, in questo caso pari a 3cm ovunque, così come rilevato dalle tavole strutturali e architettoniche. La rigidezza della molla all'interno del GAP è proporzionale alla rigidezza assiale degli elementi che collega, in questo caso travi. Considerando che in più del 90% dei casi le travi interessate avevano una sezione di 40x50 cm, la rigidezza del GAP è stata fissata a 1436000 kN/m, ovvero dieci volte quella delle travi. Questa scelta è ampiamente documentata in letteratura come negli articoli riportati nella bibliografia. Gli elementi gap sono stati posizionati all'altezza degli impalcati in corrispondenza di ciascun telaio. In particolare, nei casi in cui il contatto fosse tra edifici tra loro perpendicolari come tra Q2 e I, i link sono stati collocati all'altezza del telaio posto nella stessa direzione del gap.

Viene mostrata ora l'impostazione del GAP in SAP2000 e la sua applicazione tra le strutture (per ragioni di sintesi viene mostrato il solo collegamento tra gli edifici Q1 e Q2).

Link/Supp	Gap Gap		~	
Prop 🍗	Link/Support Direction	al Properties		×
Prope				
otal M	Identification			
Mass	Property Name	GAP		-
Weig	Direction	U1		F
	Туре	Gap		
	NonLinear	Yes		_
actor	- Properties Used For Line	ear Analysis Case		
Prope		car Analysis case	0	- I I
Prope	Effective Stiffness		0.	- 0
lirectio	Effective Damping		U.	tare
Directi	Properties Used For Nor	nlinear Analysis C	ases	
	Stiffness		1436000	
	Open		0.03	
	OK	C	Cancel	
		mounyronon	101 Black	

Figura 8. Impostazioni GAP e sua applicazione



Figura 9. Gap (in verde in alto) tra le strutture Q1 (a destra) e Q2 (a sinistra)

3.3. Carichi statici

La disposizione dei carichi statici assegnati alle strutture è stata ricavata dalle tavole originali. In particolare, sono stati definiti quattro load pattern in base al tipo di carico:

- Permanenti strutturali: peso proprio di travi, pilastri, muri, solai
- Permanenti non strutturali: pavimenti, pannelli radianti, muri di facciata, condotte areazione, etc...
- Variabili folla: folla corridoi, aule, uffici
- Variabili sovraccarichi: biblioteca, passaggio automezzi, macchinari

Nelle tabelle sottostanti vengono riportati i carichi dei solai.

Tabella 3. Carichi solai

Ι	h t	h travetto	soletta	w travetto	i	Peso
	Zolla	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(kN/m2)
	corridoio lungo pt. 1	18	2	10	50	2.06
p_{10}	corridoio lungo pt. 2	22	3	10	50	2.65
terra/1/2/3	aule	24	6	10	50	3.53
piano 4	parte sopra vano ascensore	18	4	10	50	2.55
	parte alle parti del vano ascensore	18	2	10	50	2.06
	vedere tavola	24	6	10	50	3.53
	vedere tavola	18	2	10	50	2.06
	sinistra	22	3	15	50	2.65
scale	destra	18	4			2.53
scale	pianerottolo intermedio scale sinistra	26	4			3.24
	solaio a 21.60	22	3			2.65
copertura	solaio a 23.18	12	1.5	10	33	1.47

Q	zona	h travetto (cm)	soletta (cm)	w travetto (cm)	i (cm)	Peso (kN/m2)
piano	corridoio lungo	18	2	10	50	2.06
terra/1/2/3/4	aule	24	6	10	50	3.53
copertura	solaio a 21.60	22	3			2.65
	solaio a 23.18	12	1.5	10	33	1.47

G	zona	h travetto (cm)	soletta (cm)	w travetto (cm)	i (cm)	Peso (kN/m2)
piano	corridoio lungo	16	4	10	50	2.35
terra/1/2/3/4	aule	25	6	10	50	3.43
scale		16	5	15	50	2.50
coperura	solaio a 21.52	16	5	15	50	2.50
0.0 <i>m</i> 0.000	solaio a 21.52	20	4			2.65
copertura	solaio a 23.18	12	1.5	10	33	1.47

L	zona	h travetto (cm)	soletta (cm)	w travetto (cm)	i (cm)	Peso (kN/m2)	
	corridoio lungo	16	4	4 10		2.35	
p_{1ano}	aule	25	6	10	50	3.43	
tella/1/2/3/4	parte finale	20	4	10	50	2.70	
piano 4	parte sopra vano ascensore	18	4	10	50	2.55	
	parte alle parti del vano ascensore	18	2	10	50	2.06	
scale		16	5	15	50	2.50	
copertura	solaio a 21.60	25	6			3.43	
	solaio a 23.18	12	1.5	10	33	1.47	

Н	zona	h travetto (cm)	soletta (cm)	w travetto (cm)	i (cm)	Peso (kN/m2)
piano terra	ovunque	25	6	10	50	3.43
piano 1/2	ovunque	25	4	10	50	3.14
piano 3/4	ovunque	25	5	10	50	3.38
coperura		12	1.5			1.47

0	zona	h travetto (cm)	soletta (cm)	w travetto (cm)	i (cm)	Peso (kN/m2)
piano	solaio corto	16	4	10	50	2.35
terra/1/2/3/4	solai lungo	25	4	10	50	3.14
	solaio corto	16	2	10	50	1.86
aanantuna	solaio lungo	20	3	10	50	2.45
copertura	solaio corto	16	4	10	50	2.35
	solaio lungo	25	4	10	50	3.14
soulo	pianerottolo	16	5	15	50	2.50
scale	rampe	16	4			2.35

М	zona	h travetto (cm)	soletta (cm)	w travetto (cm)	i (cm)	Peso (kN/m2)
	solaio corto	16	4	10	50	2.35
piano	solai lungo	25	4	10	50	3.14
terra/1/2/3/4	zona gabineti 1	25	6			3.43
	zona gabineti 2	12	2			1.52
	solaio corto	16	2	10	50	1.86
aanantuna	solaio lungo	20	3	10	50	2.45
copertura	solaio corto	16	4	10	50	2.35
	solaio lungo	25	4	10	50	3.14
coolo	pianerottolo	16	5	15	50	2.50
scale	rampe	16	4			2.35
Ν	zona	h travetto (cm)	soletta (cm)	w travetto (cm)	i (cm)	Peso (kN/m2)
niono torro	campate 1/2/3/9/10/11	25	4	10	50	3.14
plano terra	campate 4/5/6/7/8	25	6	10	50	3.43
piano 1	piano 1 ovunque		4	10	50	3.14
0.010.011110	tra pil 48/25	40	4			4.47
coperura	tra pil 1/24/25	25	4			3.14
soala	pianerottolo	16	5	15	50	2.50
scale	rampe	16	4			2.35

Nella tabella sottostante vengono riportati i carichi variabili dovuti alla folla nei vari edifici in ogni piano.

Tabella 4. Carichi variabili folla

Q	q (kN/m2)
piano 0/1/2/3	4

G	q (kN/m2)
piano 0/1/2/3	4

L	q (kN/m2)
piano 0/1/2/3	4

Н	q (kN/m2)
piano 1/2	4

0	q (kN/m2)
piano 0/1/2/4	4
scale e pianerottoli	4

М	q (kN/m2)
piano 1/2/3/4	4

Ν	q (kN/m2)
piano 1	4
Piano terra sopraelevato	4

Nella tabella seguente vengono riportati i carichi variabili dovuti ai sovraccarichi presenti nei soli edifici H, N, O.

Tab	oella	5.	Carichi	variabili	dovuti	ai	sovraccarich

Н	q (kN/m2)
piano 3/4/5	11.772

Ν	q (kN/m2)
piano terra campate centrali	5

0	q (kN/m2)
piano 3	7.848

Nella tabella seguente vengono riportati i carichi permanenti non strutturali.

Tabella 6. Carichi permanenti non strutturali				
carichi permanenti non strutturali	peso (kg/m2)	q (kN/m2)		
pavimento	80	0.78		
pannelli radianti	90	0.88		
pesi aggiuntivi copertura	160	1.57		
gradini scale	145	1.42		
totale su solai	170	1.67		

carichi lineari su travi	peso (kg/m)	Q (kN/m)
muri su travi interne	700	6.87
muri su travi esterne	1750	17.17

L'assegnazione dei carichi dovuti al peso proprio dei solai, carichi permanenti non strutturali e sovraccarichi è avvenuta utilizzando elementi area di rigidezza e massa nulla e orientati nella direzione di orditura dei solai.

Si riportano di seguito le assonometrie dei singoli edifici.



Figura 10. Assonometria L1




Figura 13. Assonometria H



Figura 14. Assonometria M



Figura 15. Assonometria N



Figura 17. Assonometria I



Figura 19. Assonometria Q2

3.4. Input sismico

3.4.1. Spettro di progetto

Per assegnare la forzante sismica si è ricorso ad un percorso parallelo, ovvero è stata condotta un'analisi lineare modale con spettro di risposta elastico e una analisi dinamica non lineare con time history. Innanzitutto, si è definita la funzione dello spettro di risposta seguendo la normativa NTC2008.

Componente orizzontale elastica:

$$\begin{split} 0 &\leq T < T_{B} \\ T_{B} &\leq T < T_{C} \\ T_{C} &\leq T < T_{D} \\ T_{D} &\leq T \end{split} \qquad \begin{aligned} S_{e}(T) &= a_{g} \cdot S \cdot \left(1 + \frac{1}{T_{B}} \cdot \left(\eta \cdot 2, 5 - 1\right)\right) \\ S_{e}(T) &= a_{g} \cdot S \cdot \eta \cdot 2, 5 \\ S_{e}(T) &= a_{g} \cdot S \cdot \eta \cdot 2, 5 \left(\frac{T_{C}}{T} \cdot\right) \\ S_{e}(T) &= a_{g} \cdot S \cdot \eta \cdot 2, 5 \left(\frac{T_{C}}{T} \cdot\right) \\ S_{e}(T) &= a_{g} \cdot S \cdot \eta \cdot 2, 5 \cdot \left(\frac{T_{C}}{T^{2}}\right) \end{aligned}$$

Componente orizzontale di progetto:

$$0 \le T < T_B$$
 $S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot \left(\frac{2.5}{q} - 1\right)\right]$

$$T_B \le T < T_C$$
 $S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q}$

$$T_{c} \le T < T_{D}$$

 $S_{d}(T) = a_{g} \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} \left(\frac{T_{C}}{T} \cdot \right)$
 $2.5 \left(T_{c} T_{D} \right)$

$$T_{D} \le T$$
 $S_{d}(T) = a_{g} \cdot S \cdot \frac{z_{s} \cdot z_{s}}{q} \cdot \left(\frac{-c \cdot y}{T^{2}}\right)$

Non è stata considerata la componente verticale del sisma. I dati di input per la creazione dello spettro sono:

- Stato limite: SLV
- Periodo di riferimento Vr: 50 anni
- Latitudine e longitudine del Politecnico: latitudine 45.03, longitudine 7.39
- Suolo: tipo C
- Topografia: T1
- h/H: 0
- Fattore di struttura q: 1.5
- Damping ratio: 0.05

)

1

т





3.4.2. Time history delle accelerazioni

Per quanto riguarda la analisi time history sono stati creati 7 accelerogrammi artificiali utilizzando l'algoritmo del software SIMQKE.GR v2.7 del Prof. Gelfi. La funzione del programma è quella di restituire in output accelerogrammi compatibili con assegnati spettri di risposta.

I dati di input sono:

- TS: Valore inferiore dello spettro di risposta desiderato
- TL: Valore superiore dello spettro di risposta desiderato
- TRISE: inizio della parte stazionaria dell'accelerogramma
- TLVL: durata della parte stazionaria, min 10s secondo NTC
- DUR: durata totale dell'accelerogramma
- NCYCLE: numero di iterazioni per meglio regolarizzare l'accelerogramma
- AGMX: accelerazione massima del terreno, viene impostata automaticamente
- NPA: numero di accelerogrammi statisticamente indipendenti da generare
- IIX: numero intero dispari che serve per iniziare la generazione casuale degli accelerogrammi
- AMOR: coefficiente di smorzamento viscoso

Secondo le NTC 2008:

- la durata della parte pseudo.stazionaria degli accelerogrammi deve essere almeno pari a 10s. Quindi TLVL >= 10
- il numero di accelerogrammi o, per analisi spaziali, di gruppi di accelerogrammi deve essere almeno pari a 3. Quindi NPA >= 3, in questo caso NPA = 7
- l'ordinata spettrale media non dovrà presentare uno scarto in difetto superiore al 10%, rispetto alla corrispondente dello spettro elastico, in alcun punto del maggiore tra gli intervalli 0,15s ÷ 2,0s e 0,15s ÷ 2T, in cui T è il periodo fondamentale di vibrazione della struttura in campo elastico, per le verifiche agli stati limite ultimi, e 0,15 s ÷ 1,5 T, per le verifiche agli stati limite di esercizio.' Quindi TS< 0,15 e TL>2,0 s o 2T ma <= 4 s (valore massimo nella definizione dello spettro di risposta)

Si riporta di seguito come è stato impostato il programma:



Figura 21. Input SIMQKE

Il numero di cicli NCYCLE è stato impostato a 20 per avere una migliore corrispondenza con lo spettro. Nella figura seguente viene mostrata la sovrapposizione tra lo spettro di risposta e il primo accelerogramma.



Figura 22. Sovrapposizione spettrale tra spettro di progetto e accelerogramma

La linea blu rappresenta lo spettro di partenza, la linea viola rappresenta il limite sopra il quale deve stare l'accelerogramma per rispettare la condizione imposta da NTC 2008 per cui l'ordinata spettrale minima dell'accelerogramma artificiale non deve essere inferiore a più del 10% dello spettro di progetto. Ogni accelerogramma è campionato con un passo di 0.01s per un totale di 2000 punti e 20 secondi. Vengono riportati ora i 7 accelerogrammi così generati:



Figura 23. Time history 1



Figura 24. Time history 2



Figura 25. Time history 3



Figura 26. Time history 4



Figura 27. Time history 5



Figura 28. Time history 6



Figura 29. Time history 7

3.5. Definizione dei loadcases

Come detto in precedenza sono state condotte principalmente due analisi in parallelo, la analisi modale lineare con spettro di risposta di progetto e l'analisi time history non lineare. É stata prima di tutto definita la massa sismica utilizzando la combinazione sismica presente nelle NTC 2018 riportata al paragrafo 2.5.3. della norma.

2.5.3. COMBINAZIONI DELLE AZIONI

Ai fini delle verifiche degli stati limite, si definiscono le seguenti combinazioni delle azioni.

- Combinazione fondamentale, generalmente impiegata per gli stati limite ultimi (SLU):
- $\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_P \cdot P + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} + \gamma_{Q2} \cdot \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \gamma_{Q3} \cdot \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \ldots$
- Combinazione caratteristica, cosiddetta rara, generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio (SLE) irreversibili: $G_1 + G_2 + P + Q_{k1} + \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots$ [2.5.2]

[2.5.1]

- Combinazione frequente, generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio (SLE) reversibili: $G_1 + G_2 + P + \psi_{11} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \psi_{23} \cdot Q_{k3} + \dots$ [2.5.3]
- Combinazione quasi permanente (SLE), generalmente impiegata per gli effetti a lungo termine: $G_1 + G_2 + P + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \psi_{23} \cdot Q_{k3} + \dots \qquad [2.5.4]$
- Combinazione sismica, impiegata per gli stati limite ultimi e di esercizio connessi all'azione sismica E: $E + G_1 + G_2 + P + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \dots$ [2.5.5]
- Combinazione eccezionale, impiegata per gli stati limite ultimi connessi alle azioni eccezionali A: $G_1 + G_2 + P + A_d + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \dots$ [2.5.6]

Gli effetti dell'azione sismica saranno valutati tenendo conto delle masse associate ai seguenti carichi gravitazionali: $G_1 + G_2 + \sum_i \psi_{2i} Q_{ki}$. [2.5.7]

Tabella 7. Valori dei coefficienti di combi	inazio	ne
---	--------	----

Categoria/Azione variabile	Ψ _{0j}	Ψ_{1j}	Ψ_{2j}
Categoria A - Ambienti ad uso residenziale	0,7	0,5	0,3
Categoria B - Uffici	0,7	0,5	0,3
Categoria C - Ambienti suscettibili di affollamento	0,7	0,7	0,6
Categoria D - Ambienti ad uso commerciale	0,7	0,7	0,6
Categoria E – Aree per immagazzinamento, uso commerciale e uso industriale Biblioteche, archivi, magazzini e ambienti ad uso industriale	1,0	0,9	0,8
Categoria F - Rimesse , parcheggi ed aree per il traffico di veicoli (per autoveicoli di peso ≤ 30 kN)	0,7	0 ,7	0,6

Dalla tabella soprastante sono stati ricavati i seguenti coefficienti di combinazione:

- per la folla: $\psi_2 = 0.6$
- per i sovraccarichi: $\psi_2 = 0.8$

lass Source Data		-	
Mass Source Name	massa sismica		
lass Source			
Element Self Mass and A	dditional Mass		
Specified Load Patterns			
Load Pattern	Multiplier		
DEAD	Multiplier]	
DEAD DEAD DEAD	Multiplier 1. 1. 1. 1.		Add
Load Pattern DEAD DEAD permanenti strutturali permanenti non strutturali variabili folla	Multiplier		Add Modify
DEAD DEAD permanenti strutturali permanenti non strutturali variabili folla sovraccarichi	Multiplier		Add Modify Delete
DEAD DEAD permanenti strutturali permanenti non strutturali variabili folla sovraccarichi	Multiplier		Add Modify Delete
DEAD DEAD permanenti strutturali permanenti non strutturali variabili folla sovraccarichi	Multiplier 1. 1. 0.6 0.8		Add Modify Delete
DEAD DEAD permanenti strutturali permanenti non strutturali variabili folla sovraccarichi	Multiplier 1. 1. 1. 0.6 0.8		Add Modify Delete
DEAD DEAD permanenti strutturali permanenti non strutturali variabili folla sovraccarichi	Multiplier		Add Modify Delete

Figura 30. Massa sismica

3.5.1. Analisi modale

Per impostare sia la analisi modale con spettro di risposta di progetto che la analisi non lineare con time history è necessario definire il load case dell'analisi modale. Innanzitutto, occorre ricordare che la fast non-linear analysis, illustrata nei capitoli precedenti, necessita di una analisi modale basata sui vettori di Ritz (LDRV). Per questa ragione non verrà condotta con gli autovalori. Il loro calcolo è spiegato al paragrafo 3.3 e per una miglior comprensione della teoria alla base dei LDRV si può fare riferimento al capitolo *Load Dependent Ritz Vector Algorithm and Error Analysis, Ed Wilson 1998*.

É quindi necessario inserire tutti i carichi dai quali dipenderanno gli LDRV:

- accelerazione lungo l'asse x
- accelerazione lungo l'asse y
- forza nei link non lineari
- peso proprio (DEAD load)
- carichi permanenti strutturali
- carichi permanenti non strutturali
- carichi variabili della folla
- carichi variabili dovuti ai sovraccarichi

Ora, sarebbe bastato considerare i soli tre primi punti per considerare le sole forze dovute alle accelerazioni ma, per come è stata definita l'analisi non lineare che verrà spiegata più avanti, è stato necessario inserire anche i carichi statici.

In secondo luogo, è necessario impostare il numero di modi massimo. Per procedere correttamente bisogna considerare i gradi di libertà totali. A tal proposito è necessario precisare che gli impalcati di tutte le strutture sono stati considerati rigidi ed è quindi stato applicato un diaframma rigido ad ogni piano in ogni edificio. I gradi di libertà da considerare sono quelli presenti ad ogni piano e quelli dei link GAP.

In totale sono stati adottati 350 modi. È stata condotta un'analisi non lineare di prova utilizzando anche 400 modi ma i risultati erano i medesimi dell'analisi con 350 modi. Nell'immagine seguente vengono mostrati tutti i dati sopra elencati inseriti nel programma.



Figura 31. Load case analisi modale

3.5.2. Analisi time history

L'analisi time history utilizzata si basa sulla storia temporale degli accelerogrammi prodotti col software SIMWKE.GR mostrati nei capitoli precedenti. Come metodo di calcolo è stata utilizzata la FNA, si tratta di una analisi non lineare in cui le uniche non linearità sono concentrate nei soli link GAP, come spiegato in dettaglio nei capitoli precedenti. L'impostazione parte dalla scelta dei modi ottenuti dall'analisi modale coi vettori LDVR, nel modello nominata come MODAL_RITZ. Essendo non lineare è possibile scegliere da quale istante di tempo far partire il calcolo. Le accelerazioni al suolo vengono introdotte non a struttura indeformata, bensì dopo l'applicazione dei carichi statici. A tal fine è stata creata una ulteriore time history per i soli carichi statici basata su una funzione rampa. Si tratta di una funzione temporale così composta:





Figura 32. Funzione rampa

Questa funzione permette di applicare gradualmente i carichi statici nei primi 10 secondi, gli ulteriori 10 secondi servono a permettere alla struttura di smorzarsi ed arrivare al 20esimo secondo senza oscillazioni. A tal fine è stato applicato in questa sola fase un coefficiente di smorzamento pari a 0.99. L'analisi è stata suddivisa in 200 step di 0.1 secondi per un totale di 20 secondi. In successione sono stati applicati i seguenti load pattern, dove il primo è stato applicato a struttura indeformata, il secondo partiva dalla fine della time history del primo e così via. Si riporta in elenco la sequenza di applicazione dei carichi:

1. DEAD

bad Case Name		Notes	Load Case Type	
1_dead	Set Def Name	Modify/Show	Time History	✓ Design
itial Conditions			Analysis Type	Solution Type
Zero Initial Conditions - Start from Unstres	ssed State		C Linear	Modal
Continue from State at End of Modal Histo	лу	\sim	Nonlinear	O Direct Integration
Important Note: Loads from this previo	us case are included	in the current case	History Type	
			Transient	
lodal Load Case Use Modes from Case		MODAL_RITZ ~	O Periodic	
oads Applied			Mass Source	
Load Type Load Name Funct	tion Scale Fact	or	Previous (massa s	ismica)
Load Pattern \checkmark DEAD \checkmark rampa	~ 1.			
Load Pattern DEAD rampa	1.	Add		
		Modify		
		V Delete		
Show Advanced Load Parameters				
ime Step Data				
Number of Output Time Steps		200		
Output Time Chan Cine		0.1		
Output Time Step Size				
Output Time Step Size Other Parameters Modal Damping Constan	nt at 0.99	Modify/Show		ОК

Figura 33. Rampa carico DEAD

2. Permanenti strutturali

Load Case Name	Notes	L	oad Case Type	
2_perm_strutt Set D	Def Name I	/lodify/Show	Time History	✓ Design
nitial Conditions		A	nalysis Type	Solution Type
Zero Initial Conditions - Start from Unstressed	State	(Linear	Modal
Continue from State at End of Modal History	1_dead	~ (Nonlinear	O Direct Integration
Important Note: Loads from this previous ca	ase are included in the cu	rrent case	istory Type	
		(Transient	
Use Modes from Case	MODAL	_RITZ ~	Periodic	
Loads Applied		N	ass Source	
Load Type Load Name Function	Scale Factor	[Previous (massa s	smica)
Load Pattern v permanenti s v rampa	 ✓ 1. 			
Load Pattern permanenti strut rampa	1.	Add		
		Mar 416 -		
		modity		
	¥	Delete		
Show Advanced Load Parameters				
Time Step Data				
Number of Output Time Store	200			
Number of Output Time Steps	200			
Output Time Step Size	0.1			
Other Parameters				
Other Parameters Modal Damping Constant at 0	0.99 Modify	/Show		ок

Figura 34. Rampa carichi permanenti strutturali

3. Permanenti non strutturali

Load Case Name	No	tes	Load Case Type	
3_perm_nonstrutt Set [Def Name	Modify/Show	Time History	✓ Design
Initial Conditions			Analysis Type	Solution Type
O Zero Initial Conditions - Start from Unstressed	State		🔘 Linear	Modal
Continue from State at End of Modal History	2_p	erm_strutt ~	Nonlinear	O Direct Integration
Important Note: Loads from this previous ca	ase are included in the	e current case	History Type	
			Transient	
Use Modes from Case	MO	DAL_RITZ V	O Periodic	
Loads Applied			Mass Source	
Load Type Load Name Function	Scale Factor		Previous (massa s	ismica)
Load Pattern v permanenti r v rampa	 ✓ 1. 			
Load Pattern permanenti non rampa	1. 🔨	Add		
		Madifi		
		Modily		
	~	Delete		
Show Advanced Load Parameters				
Time Step Data				
Number of Output Time Steps	20	0		
Number of Output Time Steps	20			
Output Time Step Size Other Parameters	0.1			
				OK
Modal Damping Constant at	0.99 Mc	odify/Show		UK

Figura 35. Rampa carichi permanenti non strutturali

4. Sovraccarichi

	Ise Name Notes		
4_sovraccarichi Set De	ef Name Modify/SI	how	✓ Design
nitial Conditions		Analysis Type	Solution Type
Zero Initial Conditions - Start from Unstressed S	itate	🔘 Linear	Modal
 Continue from State at End of Modal History 	3_perm_nonstru	tt 🗸 💿 Nonlinear	O Direct Integration
Important Note: Loads from this previous case	se are included in the current cas	e History Type	
		Transient	
Nodal Load Case Use Modes from Case	MODAL_RITZ	✓ Periodic	
oads Applied		Mass Source	
Load Type Load Name Function	Scale Factor	Previous (massa	sismica)
Load Pattern v sovraccaricl v acc1 v	0.8		
Load Pattern sovraccarichi acc1	0.8 Add		
	Modif	У	
	✓ Delete	e	
Show Advanced Load Parameters			
Time Step Data			
line Step Data			
Number of Output Time Steps	200		
	0.1		
Output Time Step Size Other Parameters	10.1		
Output Time Step Size Dther Parameters Modal Damping Constant at 0.	99 Modify/Show		ОК

Figura 36. Rampa sovraccarichi

5. Folla

.oad Case Name		Notes	Load Case Type	
5_folla	Set Def Name	Modify/Show	Time History	✓ Design
nitial Conditions 〇 Zero Initial Conditions - Start from Unst	ressed State		Analysis Type	Solution Type Modal
Continue from State at End of Modal Hi Important Note: Loads from this pre- Modal Load Case Use Modes from Case	story vious case are included	4_sovraccarichi ~ d in the current case MODAL_RITZ ~	Nonlinear History Type Transient Periodic	O Direct Integration
Load Type Load Name Fur Load Pattern v variabili folla rampa Load Pattern variabili folla rampa	nction Scale Fac 0.6 0.6	Add Modify Celete	Previous (massa si	smice)
Time Step Data Number of Output Time Steps Output Time Step Size Other Parameters Modal Damping Cons	stant at 0.99	200 0.1 Modify/Show		ОК

Figura 37. Rampa carichi folla

Applicati i carichi statici, partendo dall'ultima condizione deformata del carico folla viene applicata la time history dell'azione sismica. A tal proposito sono stati creati 7 load cases indipendenti basati ciascuno su un diverso accelerogramma applicato separatamente prima nella direzione x e poi nella direzione. Le 7 time histories sono state così assegnate:

- pounding 1: accelerogramma 1
- pounding 2: accelerogramma 2
- pounding 3: accelerogramma 3
- pounding 4: accelerogramma 4
- pounding 5: accelerogramma 5
- pounding 6: accelerogramma 6
- pounding 7: accelerogramma 7

Siccome il campionamento degli accelerogrammi artificiali ha un passo di 0.01 s, gli step dell'analisi non lineari sono stati impostati ogni 0.005 s per essere sicuri che venisse analizzato ogni punto istante delle time histories. É stato condotto un'analisi di prova utilizzando time steps di 0.001 s e i risultati delle forze di martellamento prodotte nei link gap erano le medesime. Per questo si è deciso di non appesantire ulteriormente lo sforzo computazionale e di utilizzare 4000 step di carico di 0.005 s per un totale di 20s. Per eseguire questo confronto si è considerato il solo load case pounding 1 e si sono confrontati i risultati delle forze assiali massime nei link tra la versione con step a 0.005 s e quella con 0.001s. I link considerati per il confronto

sono quelle presenti tra gli edifici I e Q2 ai piani 2, 3 e 4 (copertura). I risultati sono riportati nella tabella seguente dove nella prima colonna sono elencati i vari link denominati in base al piano e alla posizione nello stesso piano, nella seconda e terza colonna sono riportate le forze assiali per i casi rispettivamente con step a 0.005s e 0.001s.

	, i		
TABLE: Element Forces - Links	caso 0.005s	caso 0.001s	differenza
Link	Р	Р	Δ
Text	KN	KN	%
I/Q2_piano2_1	0	0	0
I/Q2_piano2_2	0	0	0
I/Q2_piano2_3	0	0	0
I/Q2_piano3_1	-2189.544	-2203.901	-0.6514
I/Q2_piano3_2	-1181.176	-1172.501	0.73987
I/Q2_piano3_3	-2025.2	-2026.597	-0.0689
I/Q2_piano4_1	-4434.076	-4431.277	0.06316
I/Q2_piano4_2	-2259.819	-2243.932	0.708
I/Q2_piano4_3	-5530.253	-5533.623	-0.0609

Tabella 8. Confronto tra analisi con differenti step temporali di carico

Come si può vedere le differenze percentuali sono inferiori all'1% a fronte di un tempo di analisi più che dimezzato, quindi si può considerare sufficientemente accurata la scelta di una discretizzazione a 0.005s.

Nell'immagine seguente viene riportata l'impostazione della analisi non lineare riguardante il primo load case pounding 1.

ad Case Name	Notes	Load Case Type	
_pounding-0° Set Def Name	Modify/Show	Time History	✓ Design
tial Conditions		Analysis Type	Solution Type
Zero Initial Conditions - Start from Unstressed State		O Linear	Modal
Continue from State at End of Modal History	\sim	Nonlinear	O Direct Integration
Important Note: Loads from this previous case are in	cluded in the current case	History Type	
		Transient	
Nodal Load Case		O Periodic	
Use modes from case	1007.12_1112 V		
oads Applied		Mass Source	
Load Type Load Name Function Sca	le Factor	Previous (massa s	ismica)
Accel v U1 v acc1 v 1.			
Accel U1 acc1 1.	Add		
	Modify		
	mouny		
	✓ Delete		
Show Advanced Load Parameters			
Time Step Data			
Number of Output Time Steps	4000		
Output Time Step Size	5.000E-03		
Juner Parameters			OK
Modal Damping Constant at 0.05	Modify/Show		UK

Figura 38. Load case Pounding 1

Analogamente sono stati impostati i load cases pounding 2, pounding 3, pounding 4, pounding 5, pounding 6, pounding 7.

3.5.3. Combinazione delle analisi non lineari

Seguendo le indicazioni della NTC 2018, la combinazione delle azioni dei sette casi di carico sono state effettuate considerando la media degli effetti più sfavorevoli. Ovvero prendendo i valori di sollecitazione massima di ogni time history e facendo una media di questi. In particolare sono state considerate separatamente tra loro le inversioni di segno: gli spostamenti massimi sono riportati tra massimi positivi e massimi negativi (considerati in valore assoluto), stesso dicasi per i tagli di piano e ogni altro risultato. La scelta è motivata dal fatto che il martellamento è un fenomeno non lineare e unilaterale, quindi per poter leggere correttamente il fenomeno non è possibile considerare un unico massimo assoluto per i dati di output, altrimenti si perderebbero informazioni.

Per fare ciò è stato creata una combinazione di inviluppo per ognuno dei 7 load case, quindi è stata creata una ulteriore combo lineare dove il fattore di scala di ogni inviluppo sopra creato è stato impostato a 0.1429 (1/7).

	Name (User-Generated)	final_0°	
Notes		Modify/Sho	w Notes
Load Combination Typ	e	Linear Add	~
ptions			
Convert to User i	Load Combo Create I	Ionlinear Load Case from Lo	ad Combo
Convert to User	Load Combo Create I	Ionlinear Load Case from Lo	ad Combo
Convert to User efine Combination of L Load Case Name	Load Combo Create I Load Case Results Load Case Type	Ionlinear Load Case from Lo Scale Factor	ad Combo
Convert to User efine Combination of L Load Case Name 1_envelope	Load Combo Create I Load Case Results Load Case Type Combination	Scale Factor	ad Combo
Convert to User efine Combination of L Load Case Name 1_envelope 1_envelope	Load Combo Create I Load Case Results Load Case Type Combination Combination	Scale Factor 0.1429 0.1429	ad Combo
Convert to User efine Combination of L Load Case Name 1_envelope 2_envelope	Load Combo Create I Load Case Results Load Case Type Combination Combination Combination	Scale Factor 0.1429 0.1429 0.1429	Add
Convert to User efine Combination of L Load Case Name 1_envelope 2_envelope 3_envelope 3_envelope	Load Combo Create 1 Load Case Results Load Case Type Combination Combination Combination Combination Combination	Scale Factor 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429	Add
Convert to User efine Combination of L Load Case Name 1_envelope 2_envelope 3_envelope 4_envelope 5_envelope	Load Combo Create 1 Load Case Results Load Case Type Combination Combination Combination Combination Combination Combination Combination Combination	Onlinear Load Case from Lo Scale Factor 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429	Add Modify
Convert to User efine Combination of L Load Case Name 1_envelope 2_envelope 3_envelope 4_envelope 5_envelope 6_envelope	Load Combo Create 1 Load Case Results Load Case Type Combination Combination Combination Combination Combination Combination Combination Combination	Scale Factor 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429	Add Modify
Convert to User efine Combination of L Load Case Name 1_envelope 2_envelope 3_envelope 4_envelope 5_envelope 6_envelope 7_envelope	Load Combo Create 1 Load Case Results Load Case Type Combination	Scale Factor 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429 0.1429	Add Modify Delete

Figura 39. Media effetti sfavorevoli

4. Discussione risultati

4.1. Periodi e masse di partecipazione modale

Prima di tutto è stata eseguita un'analisi modale per ogni struttura per individuare i periodi e i modi principali. Vengono mostrati i primi 12 modi con i relativi rapporti di massa di partecipazione modale rispetto alle due traslazioni orizzontali Ux e Uy e alla rotazione intorno all'asse z Rz.

1 aucina 9.							
L1							
Mode	Period (s)	UX	UY	SumUX	SumUY	RZ	SumRZ
1	2.714434	0.59538	6.4E-05	0.59538	6.4E-05	0.03534	0.03534
2	1.461728	0.03688	0.00285	0.63226	0.00291	0.65578	0.69112
3	0.981785	1.7E-05	0.71535	0.63228	0.71826	0.003	0.69411
4	0.736908	0.15212	3.4E-05	0.7844	0.71829	0.00982	0.70393
5	0.472096	0.00845	0.001	0.79285	0.7193	0.1142	0.81813
6	0.346628	6.1E-06	0.11583	0.79285	0.83513	0.0009	0.81903
7	0.334959	0.06801	4E-05	0.86087	0.83517	0.00504	0.82407
8	0.266038	0.00492	0.0009	0.86579	0.83608	0.05161	0.87568
9	0.217143	1.8E-05	0.04296	0.86581	0.87904	0.00073	0.87641
10	0.187123	0.03758	0.00035	0.90338	0.87939	0.00888	0.88529
11	0.178537	0.01016	0.00494	0.91354	0.88433	0.02337	0.90866
12	0.17129	0.00059	0.01909	0.91414	0.90342	0.00679	0.91545

Tabella 10.	. Edificio L2						
L2	-	-	-		-		
Mode	Period (s)	UX	UY	SumUX	SumUY	RZ	SumRZ
1	1.937928	0.64671	3.5E-05	0.64671	3.5E-05	0.01137	0.01137
2	1.35974	0.00856	0.00241	0.65527	0.00244	0.6719	0.68327
3	0.933826	3.5E-07	0.70742	0.65527	0.70986	0.00185	0.68512
4	0.59828	0.14707	1E-05	0.80234	0.70987	0.00086	0.68599
5	0.454145	0.00266	0.00061	0.805	0.71049	0.12802	0.81401
6	0.33617	2E-06	0.12051	0.80501	0.831	0.00088	0.81488
7	0.304619	0.05986	5.3E-05	0.86487	0.83105	0.00495	0.81983
8	0.251195	0.0059	0.00044	0.87076	0.83149	0.05461	0.87444
9	0.212413	1.6E-05	0.05093	0.87078	0.88242	0.00056	0.87501
10	0.183683	0.03386	4.2E-06	0.90464	0.88243	0.01234	0.88735
11	0.173972	0.00026	1.1E-05	0.9049	0.88244	0.00087	0.88822
12	0.169287	5E-05	8.9E-06	0.90495	0.88245	0.00011	0.88832

-11- 10 Edited -:- 10

Tabella 11. Edificio G

G							
Mode	Period (s)	UX	UY	SumUX	SumUY	RZ	SumRZ
1	2.449315	6.3E-05	0.53463	6.3E-05	0.53463	0.11341	0.11341
2	1.397673	0.00178	0.1252	0.00184	0.65983	0.59163	0.70504
3	0.961291	0.72489	0.00014	0.72673	0.65997	0.00126	0.70629
4	0.70003	1.5E-06	0.13419	0.72673	0.79416	0.02198	0.72827
5	0.471542	0.00042	0.01582	0.72716	0.80998	0.10307	0.83134
6	0.343291	0.12014	0.00018	0.8473	0.81016	9.3E-05	0.83143
7	0.323874	0.00012	0.06168	0.84742	0.87184	0.01035	0.84178
8	0.259607	0.00022	0.0108	0.84764	0.88263	0.04867	0.89045
9	0.214458	0.04765	6.4E-05	0.89529	0.8827	0.00019	0.89064
10	0.183056	0.00014	0.03394	0.89543	0.91664	0.01379	0.90444
11	0.169242	0.02406	0.00304	0.91949	0.91968	0.00212	0.90656
12	0.163571	0.00302	0.01102	0.92251	0.9307	0.02429	0.93085

Tabella 12	. Edificio M						
М							
Mode	Period (s)	UX	UY	SumUX	SumUY	RZ	SumRZ
1	2.869899	0.59617	0.00065	0.59617	0.00065	0.05447	0.05447
2	1.633757	0.04375	0.01368	0.63991	0.01433	0.59606	0.65052
3	0.880296	0.13488	0.00411	0.7748	0.01844	0.00493	0.65545
4	0.756579	0.00085	0.54976	0.77565	0.56821	0.00786	0.66332
5	0.582927	0.00286	0.00158	0.77851	0.56978	0.10174	0.76506
6	0.406349	0.06895	0.00354	0.84746	0.57332	0.00603	0.77109
7	0.348135	0.00153	0.15754	0.84899	0.73086	0.00017	0.77126
8	0.31018	0.00538	0.00033	0.85437	0.7312	0.05311	0.82437
9	0.233105	0.03861	0.00053	0.89298	0.73172	0.01056	0.83494
10	0.219014	4.8E-06	0.00172	0.89299	0.73344	0.00019	0.83513
11	0.1867	0.0112	0.00104	0.90419	0.73449	0.02575	0.86088
12	0.141923	0.04976	0.00113	0.95395	0.73562	0.03257	0.89346

	Tabella	13.	Edificio N
--	---------	-----	------------

Ν							
Mode	Period (s)	UX	UY	SumUX	SumUY	RZ	SumRZ
1	1.737306	8.3E-10	0.66222	8.3E-10	0.66222	7.3E-07	7.3E-07
2	1.199584	0.00839	5.7E-07	0.00839	0.66222	0.72566	0.72566
3	0.954667	0.68707	4.6E-09	0.69546	0.66222	0.00742	0.73309
4	0.479848	6.1E-09	0.11915	0.69546	0.78137	4.6E-07	0.73309
5	0.35876	0.00072	1.8E-08	0.69619	0.78137	0.11133	0.84442
6	0.27968	0.03378	7.9E-08	0.72997	0.78137	0.00139	0.84581
7	0.241512	1.1E-05	0.18362	0.72998	0.965	0.00082	0.84663
8	0.237657	0.00208	0.00106	0.73206	0.96606	0.13711	0.98373
9	0.183969	0.24189	1.3E-08	0.97395	0.96606	0.00231	0.98604
10	0.146886	2.6E-06	0.01615	0.97395	0.98221	1.1E-08	0.98604
11	0.115051	4.9E-07	0.00941	0.97395	0.99162	1.6E-05	0.98606
12	0.110426	0.00924	6.9E-05	0.98319	0.99169	0.00254	0.9886

Tabella 14.	. Edificio O						
0							
Mode	Period (s)	UX	UY	SumUX	SumUY	RZ	SumRZ
1	3.154704	0.61403	0.00109	0.61403	0.00109	0.05	0.05
2	1.78646	0.04742	0.01802	0.66144	0.01911	0.60685	0.65685
3	0.906652	0.11214	0.00099	0.77359	0.0201	0.00455	0.6614
4	0.722983	4.7E-05	0.59032	0.77363	0.61042	0.01449	0.67589
5	0.598014	0.00176	0.00122	0.7754	0.61164	0.08482	0.76071
6	0.457881	0.06461	0.00022	0.84	0.61186	0.00469	0.7654
7	0.351019	0.00422	0.02281	0.84422	0.63467	0.04321	0.80862
8	0.344958	0.00177	0.09524	0.846	0.72991	0.00515	0.81376
9	0.250468	0.04419	0.0002	0.89019	0.73011	0.01448	0.82824
10	0.201035	0.01002	0.00058	0.90021	0.73069	0.03215	0.86039
11	0.148475	0.05271	0.0013	0.95293	0.732	0.0425	0.90289
12	0.116962	0.00036	0.17681	0.95328	0.90881	0.00261	0.90551

Tabella 15. Edificio H

Н							
Mode	Period (s)	UX	UY	SumUX	SumUY	RZ	SumRZ
1	1.188029	0.00507	0.67416	0.00507	0.67416	0.00119	0.00119
2	1.138231	0.56328	0.00257	0.56835	0.67673	0.12934	0.13053
3	0.983913	0.12196	0.00339	0.69031	0.68012	0.57064	0.70117
4	0.254553	0.1171	3E-05	0.80741	0.68015	0.00713	0.7083
5	0.228769	3E-05	0.14055	0.80744	0.8207	7.4E-07	0.7083
6	0.202107	0.0062	1E-09	0.81364	0.8207	0.13792	0.84622
7	0.117172	6.2E-11	1.2E-06	0.81364	0.8207	1.6E-08	0.84622
8	0.10522	0.03402	3.9E-06	0.84766	0.8207	0.00439	0.85061
9	0.104179	0.00016	6.7E-06	0.84782	0.82071	3.2E-05	0.85064
10	0.099624	3.7E-07	0.03472	0.84782	0.85543	1E-05	0.85065
11	0.097633	2.3E-09	1.5E-08	0.84782	0.85543	1.5E-09	0.85065
12	0.096663	8.6E-09	1.4E-07	0.84782	0.85543	7.1E-08	0.85065

Tabella	16.	Edificio	I

Ι							
Mode	Period (s)	UX	UY	SumUX	SumUY	RZ	SumRZ
1	1.690288	1.2E-05	0.67704	1.2E-05	0.67704	0.03663	0.03663
2	1.210194	0.00065	0.03343	0.00066	0.71047	0.68884	0.72547
3	0.879397	0.7242	9.7E-05	0.72486	0.71057	0.00074	0.72621
4	0.5517	2.9E-05	0.11344	0.72489	0.824	0.01054	0.73676
5	0.397472	5E-06	0.01152	0.72489	0.83553	0.10801	0.84476
6	0.313975	0.10835	9.2E-05	0.83324	0.83562	1.2E-05	0.84478
7	0.291619	0.00013	0.05722	0.83337	0.89284	0.00739	0.85216
8	0.227115	6.8E-08	0.00562	0.83337	0.89846	0.05453	0.90669
9	0.201328	0.05994	1.4E-06	0.89331	0.89846	8.9E-05	0.90678
10	0.177375	0.0001	0.03845	0.89342	0.93691	0.00304	0.90981
11	0.152646	0.00233	0.00292	0.89575	0.93983	0.02995	0.93977
12	0.143202	0.02825	2E-05	0.924	0.93985	0.00388	0.94364

Tabella 17. Edificio Q2

Q2							
Mode	Period (s)	UX	UY	SumUX	SumUY	RZ	SumRZ
1	3.438823	0.56517	2.7E-07	0.56517	2.7E-07	0.06751	0.06751
2	1.454307	0.0793	2.3E-05	0.64447	2.3E-05	0.61931	0.68682
3	0.86405	0.00326	0.69802	0.64772	0.69804	0.00038	0.68721
4	0.851677	0.14445	0.01566	0.79217	0.7137	0.02656	0.71377
5	0.471221	0.01601	1.9E-05	0.80819	0.71372	0.0978	0.81157
6	0.365242	0.06446	0.00019	0.87264	0.71391	0.0096	0.82117
7	0.310066	0.00026	0.10059	0.8729	0.8145	0.00032	0.82149
8	0.268529	0.00653	0.00055	0.87944	0.81504	0.05677	0.87825
9	0.201154	0.01017	0.04647	0.8896	0.86152	0.00045	0.8787
10	0.200679	0.03573	0.013	0.92533	0.87452	0.00066	0.87936
11	0.175625	0.00103	5.7E-05	0.92636	0.87458	0.04021	0.91956
12	0.143676	7.3E-07	0.03091	0.92636	0.90549	0.00054	0.92011

Tabella 18.	. Edificio Q1						
Q1							
Mode	Period (s)	UX	UY	SumUX	SumUY	RZ	SumRZ
1	3.269216	0.58505	7E-06	0.58505	7E-06	0.05376	0.05376
2	1.3811	0.06247	0.00028	0.64752	0.00029	0.63818	0.69194
3	0.866137	0.00082	0.70795	0.64834	0.70824	4E-05	0.69198
4	0.835332	0.1466	0.00354	0.79494	0.71178	0.02185	0.71383
5	0.448299	0.01492	6E-06	0.80985	0.71179	0.09986	0.81369
6	0.366788	0.06275	0.00032	0.87261	0.7121	0.01026	0.82395
7	0.308491	0.00032	0.10305	0.87293	0.81515	0.00016	0.82411
8	0.259738	0.00636	0.00044	0.87929	0.81559	0.05385	0.87796
9	0.203281	0.04328	0.00139	0.92258	0.81698	0.00251	0.88047
10	0.200836	0.00083	0.05706	0.92341	0.87404	4.5E-05	0.88051
11	0.174012	0.00263	0.00037	0.92604	0.87441	0.03617	0.91668
12	0.144717	3.8E-06	0.02911	0.92604	0.90353	0.00132	0.918

Come si può vedere dalle tabelle, tutti gli edifici tranne H presentano una grossa componente torsionale già a partire dal secondo modo. Ciò è dovuto al fatto che hanno una disposizione dei pilastri principalmente su tre file di telai longitudinali, e la distanza tra esse non è la medesima. Seppur le sezioni dei pilastri di uno stesso edificio siano disposte simmetricamente nei due telai longitudinali esterni, questo non basta ad evitare un importante scostamento tra baricentro delle masse e delle rigidezze che porta inevitabilmente alla comparsa di un modo torsionale già nei primi due modi.

4.2. Forze di martellamento

Una prima analisi non lineare è stata condotta considerando l'intero modello. Per iniziare, è stata considerata una sola componente di accelerazione alla volta, in particolare tutti i 7 load cases pounding 1, pounding 2...pounding 7 sono stati prima impostati con i rispettivi accelerogrammi 1, 2, ...7, in direzione x e poi nella sola direzione y (ovvero è stata impostata la sola componente in direzione x e poi è stata ruotata di 90°). Come primo livello di analisi si sono scelte queste due direzioni poiché sono le principali lungo le quali sono orientate le strutture e per questo ci si aspetta una risposta maggiore.

Nella tabella sottostante sono riportati in ordine di forza di compressione decrescente i gap nei quali si avviene il martellamento. Il nome dei link riporta tra quali edifici è situato, a quale piano e l'i-esimo link su quel piano. La seconda colonna riporta la combinazione associata ovvero final_0° quando la direzione del sisma è lungo il verso positivo di x e final_90° quando è lungo il verso positivo di y. Sono stati riportati per questioni di sintesi solo i primi 10 gap aventi le forze maggiori.

Link	OutputCase	P (kN)
I/Q2_piano4_1	Final 0°	-5251.67
O/H_piano4_1	final_90°	-4559.03
I/Q2_piano4_4	final_0°	-4105.08
O/I_piano4_1	final_90°	-3595.65
G/L2_piano4_1	final_0°	-3282.99
I/Q2_piano3_1	final_0°	-2877.19
I/H_piano4_1	final_0°	-2863.23
G/M_piano4_1	final_90°	-2811.42
O/I_piano4_2	final_90°	-2532.63
I/Q2 piano4 2	final 0°	-2518.81

Tabella 19. Confronto forze nei link dei diversi edifici

Per una analisi più specifica si è scelto di analizzare i soli edifici I, Q1, Q2. La ragione della scelta viene dal fatto che, come si può notare nella tabella, le forze di martellamento maggiori e più frequenti si hanno tra gli edifici I e Q2; da qui si è poi deciso aggiungere l'edificio Q1 per completezza.

4.3. Analisi e confronto dei modelli di riferimento

4.3.1. Introduzione all'analisi

Partendo dalle considerazioni sui risultati del capitolo precedente si è deciso di analizzare separatamente dagli altri edifici le sole strutture I, Q1, Q2. L'oggetto dell'indagine è la risposta dell'edificio Q2 alle interazioni con gli edifici Q1 e I.

A questo scopo è stata condotta dapprima un'analisi con time history lineare solo su Q2 in cui si è fatto variare l'angolo di attacco del sisma da 0° a 180° rispetto l'asse x, col fine di capire quale fosse la direzione più sfavorevole. Analogamente sono state svolte le analisi non lineari su altre tre diverse configurazioni: edifici Q1 e Q2; edifici I e Q2; edifici I, Q1, Q2.

Come termini di confronto tra le varie direzioni sono stati considerati:

- tagli e momento di piano
- spostamenti di piano
- spostamenti del pilastro A
- forze nei link gap
- Inviluppo del taglio e momento principale del pilastro 11 (il più sollecitato)

Per ognuno di questi verranno mostrati i dati delle sole direzioni per cui si hanno i valori massimi, per le tabelle complete si rimanda il lettore alla visione dell'appendice A. Per una miglior comprensione dei dati presentati verranno evidenziati in:

- Rosso, i tagli e spostamenti massimi (assoluti) in direzione x
- Verde, i tagli e spostamenti massimi (assoluti) in direzione y
- Giallo, i momenti di piano massimi (assoluti) intorno all'asse z
- Rosso, le forze di compressione assiali massime nei gap

Viene ora mostrato il modello 3d completo con evidenziato in rosso il pilastro 11.



Figura 40. Modello 3d con edifici Q1, Q2, I ed evidenziato in rosso il pilastro 11

4.3.2. Configurazione edificio Q2 indipendente



Figura 41. Vista in pianta configurazione Q2

x

y,

Tabella 20. Tagli di piano in direzione x			
Taglio in x			
direzione	final_0°	final_180°	
piano	F1 (kN)	F1 (kN)	
Q2_piano0	1339.31	1364.09	
Q2_piano0	-1367.26	-1319.53	
Q2_piano1	875.35	998.70	
Q2_piano1	-977.87	-920.66	
Q2_piano2	696.19	696.68	
Q2_piano2	-681.22	-702.56	
Q2_piano3	631.77	582.42	
Q2_piano3	-580.98	-632.48	
Q2_piano4	525.56	504.91	
Q2_piano4	-565.79	-524.50	

Tagli e momento torcente di piano

Il taglio in direzione x maggiore lo si ha con direzione del sisma parallela all'asse x ovvero nei due versi 0° e 180° . Ciò conferma quanto ipotizzato nel capitolo precedente. Si riporta di seguito il grafico associato alla direzione 180° .



Figura 42. Tagli di piano in direzione x, configurazione Q2, 180°

Taglio in y	
direzione	final_90°
piano	F2 (kN)
Q2_piano0	3391.49
Q2_piano0	-3119.36
Q2_piano1	3045.02
Q2_piano1	-2905.42
Q2_piano2	2598.46
Q2_piano2	-2402.13
Q2_piano3	2056.05
Q2_piano3	-1964.05
Q2_piano4	1095.63
Q2_piano4	-1047.13

Tabella 21. Tagli di piano in direzione y

Il taglio lungo in y viene massimizzato quando il sisma ha un angolo di attacco pari a 90°, ovvero agisce parallelamente all'asse y. Questa è anche la direzione lungo la quale la struttura Q2 presenta la maggior rigidezza: infatti, i valori del taglio massimi in y sono più che doppi rispetto ai massimi in x.



Figura 43. Tagli di piano in direzione y, configurazione Q2, 90°

Momento in z			
direzione	final_0°	final_180°	
piano	M3 (kNm)	M3 (kNm)	
Q2_piano0	10503.26	9973.94	
Q2_piano0	-9973.99	-10503.29	
Q2_piano1	9081.36	8647.04	
Q2_piano1	-8646.88	-9081.86	
Q2_piano2	7107.45	6872.70	
Q2_piano2	-6872.79	-7107.11	
Q2_piano3	5744.48	6437.52	
Q2 piano3	-6437.65	-5744.59	
Q2 piano4	4253.05	4205.91	
Q2_piano4	-4206.05	-4253.28	

Tabella 22. Momento torcente di piano

Il momento torcente di piano intorno all'asse z è massimizzato da angoli di attacco del sisma di 0° e 180°. Ciò è dovuto al fatto che il baricentro delle rigidezze è considerevolmente decentrato lungo l'asse y rispetto il baricentro delle masse. Questa condizione viene quindi accentuata dal sisma in direzione perpendicolare alla retta congiungente i due baricentri, e quindi appunto dalle direzioni 0° e 180°. Inoltre, essendo in questa configurazione la struttura indipendente, non si risente del condizionamento unilaterale dato dal martellamento. Per questo motivo il momento presenta valori quasi del tutto specchiati tra le due direzioni 0° e 180° se si confrontano i massimi dell'una con i minimi dell'altra e viceversa. Questa condizione viene meno nelle altre configurazioni.

Spostamenti di piano

	*	1
direzione	final_0°	final_180°
piano	d (m)	d (m)
x_piano0	0.0048	0.0049
x_piano0	-0.0049	-0.0048
x_piano1	0.0218	0.0220
x_piano1	-0.0220	-0.0218
x_piano2	0.0444	0.0442
x_piano2	-0.0442	-0.0443
x_piano3	0.0670	0.0653
x_piano3	-0.0652	-0.0669
x_piano4	0.0909	0.0917
x_piano4	-0.0916	-0.0908

Tabella 23. Spostamenti di piano in direzione x

Come per i tagli, anche gli spostamenti di piano lungo x sono massimizzati nelle direzioni 0° e 180°. Viene riportato il grafico riferito all'angolo 180°.



Figura 44. Spostamenti di piano in direzione x, configurazione Q2, 180°

direzione	final_90°
piano	d (m)
y_piano0	0.0023
y_piano0	-0.0025
y_piano1	0.0104
y_piano1	-0.0110
y_piano2	0.0203
y_piano2	-0.0215
y_piano3	0.0278
y_piano3	-0.0293
y_piano4	0.0334
y_piano4	-0.0350

Tabella 24. Spostamenti di piano in direzione y

Gli spostamenti di piano in y seguono lo stesso andamento dei tagli di piano e sono massimizzati dalla direzione 90°.



Figura 45. Spostamenti di piano in direzione y, configurazione Q2, 90°

Spostamenti pilastrate

caso	final_0°	final_180°
nodo	U1 (m)	U1 (m)
Q2_A_0	0.0076	0.0080
Q2_A_0	-0.0080	-0.0076
Q2_A_1	0.0339	0.0360
Q2_A_1	-0.0359	-0.0339
Q2_A_2	0.0668	0.0684
Q2_A_2	-0.0683	-0.0667
Q2_A_3	0.0994	0.1030
Q2_A_3	-0.1028	-0.0993
Q2_A_4	0.1419	0.1460
Q2_A_4	-0.1457	-0.1416
Q2_B_0	0.0076	0.0080
Q2_B_0	-0.0080	-0.0076
Q2_B_1	0.0339	0.0360
Q2_B_1	-0.0359	-0.0339
Q2_B_2	0.0668	0.0684
Q2_B_2	-0.0683	-0.0667
Q2_B_3	0.0994	0.1030
Q2_B_3	-0.1028	-0.0993
Q2 B 4	0.1419	0.1460
Q2_B_4	-0.1457	-0.1416
Q2_C_0	0.0034	0.0035
Q2_C_0	-0.0035	-0.0034
Q2_C_1	0.0164	0.0172
Q2_C_1	-0.0172	-0.0164
Q2_C_2	0.0333	0.0340
Q2_C_2	-0.0340	-0.0333
Q2_C_3	0.0478	0.0492
Q2_C_3	-0.0492	-0.0478
Q2_C_4	0.0605	0.0629
Q2_C_4	-0.0629	-0.0605
Q2_D_0	0.0034	0.0035
Q2_D_0	-0.0035	-0.0034
Q2_D_1	0.0164	0.0172
Q2_D_1	-0.0172	-0.0164
Q2_D_3	0.0333	0.0340
Q2 D 3	-0.0340	-0.0333
Q2_D_3	0.0478	0.0492

Tabella 25. Spostamenti pilastri A, B, C, D in direzione x

Q2_D_3	-0.0492	-0.0478
Q2_D_4	0.0605	0.0629
Q2_D_4	-0.0629	-0.0605

La direzione principale per gli spostamenti in x è quella parallela all'asse x. I casi 0° e 180° hanno gli stessi valori ma specchiati. Come detto nei paragrafi precedenti, questa condizione si presenta solo in questa analisi poiché lineare. Si è ritenuto comunque rilevante riportarli per poter aver un confronto più diretto con le configurazioni a seguire.

Si decide di riportare graficamente gli spostamenti lungo x del pilastro A in quanto più significativo in termini di spostamenti massimi rispetto gli altri pilastri; A e B hanno spostamenti del tutto simili ma superiori ai pilastri C e D a causa della maggiore distanza dal baricentro delle rigidezze lungo l'asse y della struttura.



Figura 46. Spostamenti pilastro A in direzione x, configurazione Q2, 180°

caso	final_75°	final_90°	final_105°
nodo	U2 (m)	U2 (m)	U2 (m)
Q2_A_0	0.002204	0.002341	0.002408
Q2_A_0	-0.002407	-0.002543	-0.002604
Q2_A_1	0.009878	0.010395	0.010493
Q2_A_1	-0.010419	-0.010936	-0.011104
Q2_A_2	0.019503	0.020305	0.020265
Q2_A_2	-0.020883	-0.021513	-0.021536
Q2_A_3	0.027202	0.027723	0.026946
Q2_A_3	-0.029007	-0.029247	-0.028913
Q2_A_4	0.033062	0.033167	0.031179
Q2_A_4	-0.035269	-0.034711	-0.034312
Q2_B_0	0.002401	0.002344	0.002165
Q2_B_0	-0.002559	-0.002528	-0.002348
Q2_B_1	0.010454	0.010419	0.009804
Q2_B_1	-0.010981	-0.010965	-0.01023
Q2 B 2	0.020354	0.020373	0.019474
Q2_B_2	-0.021328	-0.021484	-0.020466
Q2_B_3	0.027291	0.027783	0.027259
Q2 B 3	-0.028794	-0.029266	-0.02853
Q2_B_4	0.032114	0.033659	0.033832
Q2_B_4	-0.03476	-0.035267	-0.03545
Q2 C 0	0.002401	0.002344	0.002165
Q2_C_0	-0.002559	-0.002528	-0.002348
Q2_C_1	0.010454	0.010419	0.009804
Q2_C_1	-0.010981	-0.010965	-0.01023
Q2_C_2	0.020354	0.020373	0.019474
Q2_C_2	-0.021328	-0.021484	-0.020466
Q2_C_3	0.027291	0.027783	0.027259
Q2_C_3	-0.028794	-0.029266	-0.02853
Q2_C_4	0.032114	0.033659	0.033832
Q2_C_4	-0.03476	-0.035267	-0.03545
Q2_D_0	0.002204	0.002341	0.002408
Q2_D_0	-0.002407	-0.002543	-0.002604
Q2_D_1	0.009878	0.010395	0.010493
Q2_D_1	-0.010419	-0.010936	-0.011104
Q2_D_3	0.019503	0.020305	0.020265
Q2_D_3	-0.020883	-0.021513	-0.021536
Q2_D_3	0.027202	0.027723	0.026946
Q2_D_3	-0.029007	-0.029247	-0.028913

Tabella 26. Spostamenti pilastri A, B, C, D in direzione y

Q2_D_4	0.033062	0.033167	0.031179
Q2_D_4	-0.035269	-0.034711	-0.034312

Gli spostamenti in y delle singole pilastrate mostrano che la direzione principale sta nell'intorno di 90° come concluso precedentemente. Si riportano gli spostamenti in y del pilastro A per la direzione 90°.



Figura 47. Spostamenti pilastro A in direzione y, configurazione Q2, 90°

Taglio e momento flettente pilastro 11

Taglio e momento pilastro 11 (+), 180°			
Diana	quota	V	М
r lallo	(m)	(kN)	(kNm)
Qp11-4	21.6	81	200
Qp11-4	19.1	81	20
Qp11-4	16.6	81	184
Qp11-3	16.6	123	288
Qp11-3	14.1	123	30
Qp11-3	11.6	123	308
Qp11-2	11.6	98	246
Qp11-2	9.1	98	46
Qp11-2	6.6	98	233
Qp11-1	6.6	109	166
Qp11-1	4.1	109	114
Qp11-1	1.6	109	375
Qp11	1.6	171	207
Qp11	-0.2	171	106
Qp11	-2	171	430

Taglio e momento pilastro 11 (-), 180°				
Diana	quota	V	Μ	
r lallo	(m)	(kN)	(kNm)	
Qp11-4	21.6	-77	-213	
Qp11-4	19.1	-77	-21	
Qp11-4	16.6	-77	-180	
Qp11-3	16.6	-112	-312	
Qp11-3	14.1	-112	-34	
Qp11-3	11.6	-112	-277	
Qp11-2	11.6	-91	-263	
Qp11-2	9.1	-91	-48	
Qp11-2	6.6	-91	-216	
Qp11-1	6.6	-102	-176	
Qp11-1	4.1	-102	-110	
Qp11-1	1.6	-102	-354	
Qp11	1.6	-181	-226	
Qp11	-0.2	-181	-105	
Qp11	-2	-181	-410	

Tabella 27. Taglio e momento flettente del pilastro 11


Figura 48. Taglio pilastro 11, configurazione Q2, 180°



Figura 49. Momento flettente del pilastro 11, configurazione Q2, 180°



Figura 50. Vista in pianta configurazione Q1 - Q2

Come nella configurazione precedente viene variato l'angolo di attacco del sisma da 0° a 180° , con la differenza che in questo caso l'analisi è non lineare per la presenza degli elementi gap. In aggiunta ai risultati delle analisi mostrati prima verranno riportate anche le forze di martellamento che si originano nei link (mostrati nella figura sopra numerati in verde da 1 a 3).

Tagli e momento torcente di piano

Tabella 28. Tagli di piano in direzione x						
direzione	final_0°	final_180°				
piano	F1 (kN)	F1 (kN)				
Q2_piano0	1339.58	1358.86				
Q2_piano0	-1374.01	-1319.14				
Q2_piano1	864.05	987.86				
Q2_piano1	-967.07	-909.86				
Q2_piano2	692.06	689.34				
Q2_piano2	-674.27	-698.95				
Q2_piano3	629.73	579.96				
Q2_piano3	-579.34	-632.12				
Q2_piano4	528.29	554.28				
Q2_piano4	-564.32	-526.11				

La direzione principale del sisima che massimizza il taglio lungo x resta quella parallela all'asse x. I valori massimi del taglio F1 in questa direzione sono del tutto simili a quelli ottenuti nella configurazione Q2 indipendente. La ragione la si ritrova nel fatto che il martellamento non avviene lungo x ma lungo y, quindi la sua influenza è irrisoria sul taglio F1. Si riporta il grafico comparativo del taglio lungo x per la direzione assegnata di 180°.



Figura 51. Tagli di piano in direzione x, configurazione Q1 - Q2, 180°

direzione	final_90°
piano	F2 (kN)
Q2_piano0	3392.48
Q2_piano0	-3135.00
Q2_piano1	3044.92
Q2_piano1	-2911.55
Q2_piano2	2602.20
Q2_piano2	-2408.78
Q2_piano3	2061.17
Q2_piano3	-1971.32
Q2_piano4	1097.78
O2 piano4	-1050.32

Tabella 29. Tagli di piano in direzione y

Anche il taglio massimo lungo y ottenuto con la direzione del sisma a 90° non si discosta dai risultati precedenti perché, come verrà mostrato nelle tabelle successive riportanti le forze di martellamento interne ai gap, il martellamento in questa configurazione avviene soltanto con un angolo di attacco del sisma di 0° e 180° . La ragione verrà spiegata più avanti. Si riportano ora i grafici relativi al taglio in y per le direzioni 90° e 180° .



Figura 52. Tagli di piano in direzione y, configurazione Q1 - Q2, 90°



Figura 53. Tagli di piano in direzione y, configurazione Q1 - Q2, 180°

Come si può notare nel secondo grafico qui in alto, quando si considera la direzione con la quale avviene il martellamento (180°), il taglio lungo y (F2) subisce un notevole incremento dovuto alle forze di pounding generate nei link gap.

Tabella 30. Mic		e ui piano	-
direzione	final_0°	final_15°	final_180°
	M3	M3	M3
piano	(kNm)	(kNm)	(kNm)
Q2_piano0	10168.21	10173.66	10058.05
Q2_piano0	-10094.21	-9961.79	-10222.25
Q2_piano1	8722.45	8846.66	8356.21
Q2_piano1	-8371.02	-8308.82	-8798.23
Q2_piano2	6758.26	6679.70	6344.03
Q2_piano2	-6446.00	-6314.13	-6791.71
Q2_piano3	5600.97	5417.84	6104.41
Q2_piano3	-6137.95	-5807.97	-5744.81
Q2_piano4	4210.65	3980.22	4090.13
Q2_piano4	-4117.12	-3838.12	-4206.07

Tabella	30.	Momento	torcente	di	piano
I do ella	20.	111011101110			prano

La direzione del sisma che massimizza il momento torcente di piano M3 è quella parallela all'asse x, ovvero 180°. La differenza col caso precedente è minima poiché le forze di martellamento in questa configurazione sono relativamente basse, ma l'influenza dell'interazione con la struttura Q1 emerge.

Spostamenti di piano

Tabella	31.	S	postamenti	di	piano	in	dir	ezione	х

direzione	final_0°	final_180°
piano	d (m)	d (m)
x_piano0	0.0048	0.0049
x_piano0	-0.0049	-0.0048
x_piano1	0.0215	0.0217
x_piano1	-0.0217	-0.0215
x_piano2	0.0439	0.0435
x_piano2	-0.0435	-0.0438
x_piano3	0.0660	0.0644
x_piano3	-0.0644	-0.0659
x_piano4	0.0892	0.0910
x piano4	-0.0909	-0.0889

Come nel caso precedente la direzione principale che massimizza lo spostamento lungo x rimane quella parallela all'asse x (con risultati del tutto simili per 0° e 180°).



Figura 54. Spostamenti di piano in direzione x, configurazione Q1 - Q2, 180°

Per le stesse ragioni riguardanti il taglio lungo x con direzione del sisma associata di 180°, le differenze con i medesimi spostamenti lungo x della configurazione Q2 sono minime.

14001140211	agii ai piane i
direzione	final_90°
piano	d (m)
y piano0	0.0024
y_piano0	-0.0025
y_piano1	0.0104
y_piano1	-0.0109
y_piano2	0.0203
y_piano2	-0.0214
y_piano3	0.0278
y_piano3	-0.0292
y_piano4	0.0334
y_piano4	-0.0350

Tabella 32. Tagli di piano in direzione y

Gli spostamenti di piano lungo y sono massimi con direzione del sisma di 90°. Si riportano i grafici degli spostamenti d piano U2 per le direzioni assegnate di 90° 180° confrontandoli con gli analoghi spostamenti della configurazione Q2 indipendente.



Figura 55. Spostamenti di piano in direzione y, configurazione Q1 - Q2, 90°



Figura 56. Spostamenti di piano in direzione y, configurazione Q1 - Q2, 180°

Come si può notare dai grafici, anche qui valgono le considerazioni fatte al punto precedente sui tagli lungo y con analoghe conclusioni, ovvero le uniche differenze visibili le si hanno nella condizione di martellamento che avviene solo a 180° (e 0°).

Spostamenti pilastro A

Tabella 33. Spostamenti pilastro A in direzione x

caso	final_0°	final_180°
nodo	U1 (m)	U1 (m)
Q2_A_0	0.007	0.008
Q2_A_0	-0.008	-0.007
Q2_A_1	0.033	0.035
Q2_A_1	-0.035	-0.033
Q2_A_2	0.065	0.067
Q2_A_2	-0.067	-0.065
Q2_A_3	0.097	0.101
Q2_A_3	-0.101	-0.097
Q2_A_4	0.138	0.143
Q2_A_4	-0.143	-0.137
Q2_B_0	0.007	0.008
Q2_B_0	-0.008	-0.007
Q2_B_1	0.033	0.035
Q2_B_1	-0.035	-0.033
Q2_B_2	0.065	0.067
Q2_B_2	-0.067	-0.065
Q2_B_3	0.097	0.101
Q2_B_3	-0.101	-0.097
Q2_B_4	0.138	0.143
Q2 B 4	-0.143	-0.137

Q2_C_0	0.003	0.003
Q2_C_0	-0.003	-0.003
Q2_C_1	0.016	0.016
Q2_C_1	-0.016	-0.016
Q2_C_2	0.032	0.033
Q2_C_2	-0.033	-0.032
Q2_C_3	0.047	0.048
Q2_C_3	-0.048	-0.047
Q2_C_4	0.060	0.062
Q2_C_4	-0.062	-0.060
Q2_D_0	0.003	0.003
Q2_D_0	-0.003	-0.003
Q2_D_1	0.016	0.016
Q2_D_1	-0.016	-0.016
Q2_D_3	0.032	0.033
Q2_D_3	-0.033	-0.032
Q2_D_3	0.047	0.048
Q2_D_3	-0.048	-0.047
Q2_D_4	0.060	0.062
Q2_D_4	-0.062	-0.060

Lo spostamento massimo dei pilastri lungo x lo si ottiene con un angolo di attacco del sisma di 0° e 180° come nei casi precedenti. Per le stesse ragioni riportate nel capitolo precedente i pilastri che subiscono gli spostamenti maggiori lungo x sono A e B (simili tra loro).



Figura 57. Spostamenti pilastro A in direzione x, configurazione Q1 - Q2, 180°

caso	final_75°	final_90°	final_105°
nodo	U2 (m)	U2 (m)	U2 (m)
Q2_A_0	0.002	0.002	0.002
Q2_A_0	-0.002	-0.003	-0.003
Q2_A_1	0.010	0.010	0.010
Q2_A_1	-0.010	-0.011	-0.011
Q2_A_2	0.019	0.020	0.020
Q2_A_2	-0.021	-0.021	-0.021
Q2_A_3	0.027	0.028	0.027
Q2_A_3	-0.029	-0.029	-0.029
Q2_A_4	0.033	0.033	0.031
Q2_A_4	-0.035	-0.035	-0.034
Q2_B_0	0.002	0.002	0.002
Q2_B_0	-0.003	-0.003	-0.002
Q2_B_1	0.010	0.010	0.010
Q2_B_1	-0.011	-0.011	-0.010
Q2_B_2	0.020	0.020	0.019
Q2_B_2	-0.021	-0.021	-0.020
Q2_B_3	0.027	0.028	0.027
Q2_B_3	-0.029	-0.029	-0.028
Q2_B_4	0.032	0.034	0.034
Q2_B_4	-0.035	-0.035	-0.035
Q2_C_0	0.002	0.002	0.002
Q2_C_0	-0.003	-0.003	-0.002
Q2_C_1	0.010	0.010	0.010
Q2_C_1	-0.011	-0.011	-0.010
Q2_C_2	0.020	0.020	0.019
Q2_C_2	-0.021	-0.021	-0.020
Q2_C_3	0.027	0.028	0.027
Q2_C_3	-0.029	-0.029	-0.028
Q2_C_4	0.032	0.034	0.034
Q2_C_4	-0.035	-0.035	-0.035
Q2_D_0	0.002	0.002	0.002
Q2_D_0	-0.002	-0.003	-0.003
Q2_D_1	0.010	0.010	0.010
Q2_D_1	-0.010	-0.011	-0.011
Q2_D_3	0.019	0.020	0.020
Q2_D_3	-0.021	-0.021	-0.021
Q2_D_3	0.027	0.028	0.027
Q2_D_3	-0.029	-0.029	-0.029
Q2_D_4	0.033	0.033	0.031
Q2_D_4	-0.035	-0.035	-0.034

Tabella 34. Spostamenti pilastro A in direzione y

La direzione principale che massimizza gli spostamenti delle pilastrate in direzione y è quella nell'intorno di $90^{\circ} \pm 15^{\circ}$. La differenza con la configurazione precedente per queste è quasi nulla per la mancanza del martellamento in queste direzioni tabellate. Invece è presente una notevole differenza in termini di spostamento se si analizza la direzione 180° con la quale si manifesta il martellamento. Nei grafici sottostanti vengono riportati gli spostamenti dei nodi del pilastro a nei due casi di angolo di attacco del sisma di 90° e 180° in parallelo ai medesimi dati della configurazione Q2 indipendente.



Figura 58. Spostamenti pilastro A in direzione y, configurazione Q1 - Q2, 90°



Figura 59. Spostamenti pilastro A in direzione y, configurazione Q1 - Q2, 180°

Analizzando il grafico soprastante è evidente l'azione di confinamento data dal martellamento, per cui gli spostamenti della configurazione Q1-Q2 (riportata in blu) sono minori quando negativi (parlando in termini assoluti) di quelli della configurazione Q2 indipendente (riportata in arancione). Infatti, nella direzione

negativa l'edifico Q2 trova il contatto con l'edificio Q1 che ne rallenta la corsa. Mentre per risposta alle forze prodotte dal martellamento (che agiscono con verso positivo lungo y) il pilastro in questione riporta uno spostamento maggiore rispetto alla configurazione con Q2 indipendente.

Taglio e momento pilastro 11

Taglio e momento pilastro 11 (+), 180°				
Diano	quota	V	М	
	(m)	(kN)	(kNm)	
Qp11-4	21.6	81	200	
Qp11-4	19.1	81	20	
Qp11-4	16.6	81	184	
Qp11-3	16.6	123	288	
Qp11-3	14.1	123	30	
Qp11-3	11.6	123	308	
Qp11-2	11.6	98	246	
Qp11-2	9.1	98	46	
Qp11-2	6.6	98	233	
Qp11-1	6.6	109	166	
Qp11-1	4.1	109	114	
Qp11-1	1.6	109	375	
Qp11	1.6	171	207	
Qp11	-0.2	171	106	
Qp11	-2	171	430	

Tabella 35. Taglio e momento flettente del pilasta	o 11
Taglio e momento pilastro 11 (+), 180°	

Taglio e momento pilastro 11 (-), 180°				
quota	V	М		
(m)	(kN)	(kNm)		
21.6	-77	-213		
19.1	-77	-21		
16.6	-77	-180		
16.6	-112	-312		
14.1	-112	-34		
11.6	-112	-277		
11.6	-91	-263		
9.1	-91	-48		
6.6	-91	-216		
6.6	-102	-176		
4.1	-102	-110		
1.6	-102	-354		
1.6	-181	-226		
-0.2	-181	-105		
-2	-181	-410		
	pilastr quota (m) 21.6 19.1 16.6 14.1 11.6 11.6 9.1 6.6 6.6 4.1 1.6 1.6 -0.2 -2	pilastro 11 (- quota V (m) (kN) 21.6 -77 19.1 -77 16.6 -112 14.1 -112 11.6 -91 9.1 -91 6.6 -91 6.6 -102 4.1 -102 1.6 -181 -0.2 -181 -2 -181		



Figura 60. Taglio pilastro 11, configurazione Q1 - Q2, 180°



Figura 61. Momento flettente del pilastro 11, configurazione Q1 - Q2, 180°

In questo caso le differenze col caso senza martellamento sono minime, perché il pilastro 11 ha la rigidezza maggiore orientata lungo l'asse x. Quindi siccome le forze di martellamento in questa configurazione agiscono lungo l'asse y, gli effetti su questo pilastro sono minimi e legati agli spostamenti torsionali della struttura che derivano dal disallineamento tra i baricentri di massa e di rigidezza.

Forze di martellamento

Quando i nodi collegati dal link gap si avvicinano e la distanza scende al di sotto di 3cm gli elementi gap reagiscono con una forza assiale proporzionale alla deformazione della molla interna di rigidezza k (definita nei capitoli precedenti). Sono presenti 3 link per ogni piano tra gli edifici Q1 e Q2, la disposizione e la numerazione è illustrata nella Figura 50.

Vengono ora riportate le forze massime registrate nei gap tra Q1 e Q2 omettendo i load case in cui le forze sono nulle (niente martellamento).

rabena 50. r orze dr martenamento							
caso	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
link	P (kN)	P (kN)	P (kN)	P (kN)	P (kN)	P (kN)	P (kN)
Q1/Q2_piano4_1	-691.525	-613.825	-382.266	0	0	0	0
Q1/Q2_piano4_3	-434.82	-399.894	-287.586	-103.039	0	0	0

Tabella 36. Forze di martellamento

caso	105°	120°	135°	150°	165°	180°
link	P (kN)	P (kN)	P (kN)	P (kN)	P (kN)	P (kN)
Q1/Q2_piano4_1	0	0	-97.303	-279.514	-377.786	-428.553
Q1/Q2_piano4_3	0	0	-33.333	-431.683	-646.018	-778.253

Come si può vedere, il contatto avviene solo all'ultimo piano (piano 4) nei gap più esterni (1 e 3) e i valori massimi li si ottengono quando l'angolo di attacco del sisma è parallelo all'asse x (0° e 180°). In entrambi i casi l'ordine di grandezza delle forze di martellamento è lo stesso. É interessante notare che, nonostante l'allineamento tra Q1 e Q2 sia in direzione parallela all'asse y, l'interazione tra le strutture avviene solo quando il sisma agisce perpendicolarmente. La ragione risiede nel fatto che entrambe le strutture hanno la rigidezza maggiore lungo y e che quando il sisma si presenta con un angolo di 90° rispetto a x rimangono in fase e non avviene il contatto. Mentre a causa della distanza tra baricentro delle masse e delle rigidezze collocati lungo l'asse longitudinale della struttura Q2 (discorso analogo per Q1), quando il sisma ha un angolo di attacco perpendicolare alla retta congiungente i due baricentri (in questo caso 0° e 180°) si manifesta un movimento rototraslatorio in entrambe le strutture portandole fuori fase e conseguentemente allo scontro (seppur di lieve entità rispetto ai casi presentati nelle configurazioni successive).

Viene riportato l'andamento delle forze di martellamento nel tempo negli unici due link in cui avviene il contatto (primo e terzo gap situati al quarto piano). Siccome i risultati presentati finora sono combinazioni degli inviluppi dei risultati ottenuti da 7 accelerogrammi indipendenti, per poter mostrare l'andamento nel tempo, è stato necessario scegliere una di queste 7 time history. Si è scelto quindi dimostrare le forze di martellamento ottenute col sisma generato dal quinto accelerogramma.



Figura 62. Forze di martellamento nel gap Q1/Q2_piano4_1, 180°



Figura 63. Zoom forze di martellamento nel gap Q1/Q2_piano4_1, 180°



Figura 64. Forze di martellamento nel gap Q1/Q2_piano4_3, 180°



Figura 65. Zoom forze di martellamento nel gap Q1/Q2_piano4_3, 180°

Le forze di martellamento, come si può vedere dallo zoom sul momento d'impatto hanno un carattere impulsivo. Il contatto infatti avviene in un brevissimo lasso di tempo, quasi istantaneo, dell'ordine dei centesimi di secondo.

4.3.4. Configurazione edifici Q2-I



Figura 66. Denominazione elementi in pianta Q2-I

Tagli e momento torcente di piano

direzione	final_0°	final_15°	final_180°
piano	F1 (kN)	F1 (kN)	F1 (kN)
Q2_piano0	1377.17	1344.06	1465.26
Q2_piano0	-1398.30	-1344.36	-1537.54
Q2_piano1	950.12	939.86	1041.99
Q2_piano1	-903.28	-843.91	-984.45
Q2_piano2	777.72	794.55	710.54
Q2_piano2	-768.79	-718.26	-805.99
Q2_piano3	650.33	636.62	755.47
Q2_piano3	-638.94	-624.21	-719.75
Q2_piano4	453.52	455.46	516.64
Q2_piano4	-589.17	-582.51	-579.17

Tabella 37. Tagli di piano in direzione x

Come si può vedere dalla tabella il taglio di piano lungo x viene massimizzato dalla direzione del sisma di 180°. Ciò è in linea con i risultati ottenuti nelle configurazioni precedenti. Si riporta di seguito il diagramma del taglio F1 in x per l'angolo di attacco del sisma di 180° e lo si confronta con l'analogo risultato ottenuto per la configurazione con Q2 indipendente.



Figura 67. Tagli di piano in direzione x, configurazione Q2 - I, 180°

Come si può vedere dal grafico sopra, dal confronto tra le due configurazioni si nota un incremento del taglio lungo x a causa del martellamento.

Tabella 38. Tag	gii di piano in c
direzione	final_90°
piano	F2 (kN)
Q2_piano0	3391.49
Q2_piano0	-3119.36
Q2_piano1	3045.02
Q2_piano1	-2905.42
Q2_piano2	2598.46
Q2_piano2	-2402.13
Q2_piano3	2056.05
Q2_piano3	-1964.05
Q2_piano4	1095.63
Q2_piano4	-1047.13

Tabella 38. Tagli di piano in direzione y

Il taglio di piano lungo y è massimizzato dalla direzione del sisma a 90° . Nei diagrammi seguenti venogno riportati i tagli di piano lungo y per direzioni di attacco del sisma pari a 90° e 180° e messi a confronto con i relativi appartenenti alla configurazione con Q2 indipendente.



Figura 68. Tagli di piano in direzione y, configurazione Q2 - I, 90°

Siccome con l'angolo di atacco del sisma di 90° non avviene martellamento i risultati in questa configurazione sono uguali a quelli della struttura Q2 indipendente.



Figura 69. Tagli di piano in direzione y, configurazione Q2 - I, 180°

Disocorso diverso invece quando il sisma è diretto a 180°. Questi tagli di piano, seppur molto inferiori a quelli ottenibili con un sisma a 90°, servono a mostrare che a causa del moto torsionale che si sviluppa in entrambe le strutture deriva un incremento degli spostamenti relativi che porta alla collisione. Ciò mostra l'effetto che la componente torsionale del modo di vibrare ha sul martellamento.

direzione	final_0°	final_15°	final_180°
	M3		M3
piano	(kNm)	M3 (kNm)	(kNm)
Q2_piano0	17040.38	15774.90	19375.98
Q2 piano0	-20206.06	-19523.58	-20478.18
Q2 piano1	10921.43	9670.96	12611.41
Q2_piano1	-15380.57	-14477.93	-16489.22
Q2_piano2	8126.16	7741.43	9287.96
Q2_piano2	-11618.96	-11530.21	-13052.58
Q2_piano3	8400.67	7635.20	8622.07
Q2_piano3	-12729.90	-11744.98	-12482.24
Q2_piano4	5830.05	5603.15	6114.82
Q2_piano4	-11655.65	-12351.47	-12136.86

Tabella 39. Momento torcente di piano

Come nel caso precedente la direzione di attacco del sisma che massimizza il Momento torcente di piano M3 è 180°. Ancora più evidente è l'incremento del momento quasi doppio rispetto alla configurazione con l'edificio Q2 indipendente. Infatti, in questo caso le forze nei gap che verranno mostrate successivamente assumono valori considerevoli. In particolare, la ragione per cui si ha un aumento così importante è dovuto alla disposizione dei due edifici I e Q2 a forma di L. Il contatto tra le due strutture avviene molto decentrato rispetto al baricentro delle rigidezze di Q2 che si trova a una distanza di circa 20 metri dalla zona di interazione. Ciò fa sì che le forze di martellamento diano origine ad un elevato momento che è torcente per il piano portando ai rislutati mostrati sopra. Nel diagramma sottostante è possibile riconoscere meglio la differenza tra le due configurazioni.



Figura 70. Momento torcente di piano, configurazione Q2 - I, 180°

Spostamenti di piano

direzione	final 0°	final 165°	final 180°
piano	d (m)	d (m)	d (m)
x_piano0	0.0045	0.0051	0.0051
x_piano0	-0.0039	-0.0041	-0.0042
x_piano1	0.0226	0.0239	0.0239
x_piano1	-0.0157	-0.0171	-0.0173
x_piano2	0.0469	0.0502	0.0497
x_piano2	-0.0276	-0.0293	-0.0302
x_piano3	0.0741	0.0775	0.0777
x piano3	-0.0380	-0.0378	-0.0390
x_piano4	0.1009	0.1059	0.1063
x_piano4	-0.0449	-0.0435	-0.0448

Tabella 40. Spostamenti di piano in direzione x

La direzione che porta agli spostamenti massimi lungo x è 180° . Nel diagramma sottostante viene riportato il confronto con la configurazione con la struttura Q2 indipendente.



Figura 71. Spostamenti di piano in direzione x, configurazione Q2 - I, 180°

Analizzando il grafico risulta evidente l'importante contributo agli spostamenti per via delle forze di martellamento. Infatti, l'edificio I rappresenta un ostacolo alla traslazione di piano nel verso negativo lungo l'asse x, dove invece la struttura Q2 nella configurazione indipendente è libera di muoversi. A causa della spinta ricevuta dalla reazione con la struttura I, l'edificio si sposta maggiormente verso destra (verso positivo lungo x) superando gli spostamenti massimi che avrebbe nella condizione indipendente.

direzione	final_90°
piano	d (m)
y_piano0	0.0023
y_piano0	-0.0025
y_piano1	0.0104
y_piano1	-0.0110
y_piano2	0.0203
y_piano2	-0.0215
y_piano3	0.0278
y_piano3	-0.0293
y_piano4	0.0334
y piano4	-0.0350

Tabella 41. Spostamenti di piano in direzione y

Anche in questa configurazione l'angolo di attacco che massimizza gli spostamenti longitudinali di Q2 (lungo l'asse y) è 90° .

Vengono riportati di seguito i diagrammi degli spostamenti di piano lungo y per le direzioni di sisma assegnate di 90° e 180°



Figura 72. Spostamenti di piano in direzione y, configurazione Q2 - I, 90°



Figura 73. Spostamenti di piano in direzione y, configurazione Q2 - I, 180°

Come detto in precedenza in relazione al taglio lungo y anche gli spostamenti di piano, per una direzione del sisma di 90°, non subiscono variazioni a causa della mancata interazione con I. Quando invece si analizza il caso con sisma orientato a 180° lo scostamento rispetto alla configurazione Q2 indipendente risulta visibile.

Spostamenti pilastro A

Tabella 42. Spostamenti pilastro A in di				
caso	final_165°	final_180°		
nodo	U1 (m)	U1 (m)		
Q2_A_0	0.008	0.008		
Q2_A_0	-0.006	-0.006		
Q2_A_1	0.037	0.036		
Q2_A_1	-0.023	-0.024		
Q2_A_2	0.074	0.075		
Q2_A_2	-0.038	-0.039		
Q2_A_3	0.118	0.120		
Q2_A_3	-0.045	-0.046		
Q2_A_4	0.166	0.167		
Q2_A_4	-0.049	-0.050		
Q2_B_0	0.008	0.008		
Q2_B_0	-0.006	-0.006		
Q2_B_1	0.037	0.036		
Q2_B_1	-0.023	-0.024		
Q2_B_2	0.074	0.075		
Q2_B_2	-0.038	-0.039		
Q2_B_3	0.118	0.120		
Q2 B 3	-0.045	-0.046		
Q2_B_4	0.166	0.167		

ezione x

Q2_B_4	-0.049	-0.050
Q2_C_0	0.004	0.004
Q2_C_0	-0.005	-0.006
Q2_C_1	0.021	0.022
Q2_C_1	-0.023	-0.024
Q2 C 2	0.042	0.045
Q2_C_2	-0.040	-0.042
Q2_C_3	0.061	0.064
Q2 C 3	-0.049	-0.052
Q2_C_4	0.080	0.083
Q2_C_4	-0.058	-0.060
Q2_D_0	0.004	0.004
Q2_D_0	-0.005	-0.006
Q2_D_1	0.021	0.022
Q2_D_1	-0.023	-0.024
Q2_D_3	0.042	0.045
Q2_D_3	-0.040	-0.042
Q2_D_3	0.061	0.064
Q2_D_3	-0.049	-0.052
Q2_D_4	0.080	0.083
Q2_D_4	-0.058	-0.060

La direzione che genera gli spostamenti massimi nei pilastri è 180°. Ciò ovviamente resta in linea con quanto detto prima riguardo gli spostamenti di piano.



Figura 74. Spostamenti pilastro A in direzione x, configurazione Q2 - I, 180°

Il pilastro A (il più vicino alla zona di martellamento) è un chiaro esempio dell'effetto del martellamento. Anche qui le considerazioni sono analoghe a quanto detto prima sugli spostamenti di piano.

caso	final_90°	final_105°
nodo	U2 (m)	U2 (m)
Q2_A_0	0.002	0.002
Q2_A_0	-0.003	-0.003
Q2_A_1	0.010	0.010
Q2_A_1	-0.011	-0.011
Q2_A_2	0.020	0.020
Q2_A_2	-0.022	-0.022
Q2_A_3	0.028	0.026
Q2_A_3	-0.029	-0.030
Q2_A_4	0.033	0.030
Q2_A_4	-0.035	-0.035
Q2_B_0	0.002	0.002
Q2_B_0	-0.003	-0.002
Q2_B_1	0.010	0.010
Q2_B_1	-0.011	-0.010
Q2_B_2	0.020	0.020
Q2_B_2	-0.021	-0.020
Q2_B_3	0.028	0.028
Q2_B_3	-0.029	-0.028
Q2_B_4	0.034	0.035
Q2_B_4	-0.035	-0.034
Q2_C_0	0.002	0.002
Q2_C_0	-0.003	-0.002
Q2_C_1	0.010	0.010
Q2_C_1	-0.011	-0.010
Q2_C_2	0.020	0.020
Q2_C_2	-0.021	-0.020
Q2_C_3	0.028	0.028
Q2_C_3	-0.029	-0.028
Q2_C_4	0.034	0.035
Q2_C_4	-0.035	-0.034
Q2_D_0	0.002	0.002
Q2_D_0	-0.003	-0.003
Q2_D_1	0.010	0.010
Q2_D_1	-0.011	-0.011
Q2_D_3	0.020	0.020
Q2_D_3	-0.022	-0.022
Q2_D_3	0.028	0.026
Q2_D_3	-0.029	-0.030

Tabella 43. Spostamenti pilastro A in direzione y

Q2_D_4	0.033	0.030
Q2_D_4	-0.035	-0.035

A massimizzare gli spostamenti lungo y è il sisma con angolo di 90°.



Figura 75. Spostamenti pilastro A in direzione y, configurazione Q2 - I, 90°

Come detto prima, a 90° non avviene interazione, pertanto i risultati degli spostamenti longitudinali rimangono gli stessi della configurazione con l'edificio Q2 indipendente.



Figura 76. Spostamenti pilastro A in direzione y, configurazione Q2 - I, 180°

In questo caso con sisma a 180° il pilastro A tende a muoversi con dei valori massimi e minimi traslati verso la parte negativa dell'asse longitudinale della struttura (asse y) sintomo dell'aumento dell'effetto torsionale dato dal martellamento.

Taglio e momento pilastro 11

Taglio e momento pilastro 11 (+), 180°			
Piano	quota (m)	V (kN)	M (kNm)
Qp11-4	21.6	102	280
Qp11-4	19.1	102	23
Qp11-4	16.6	102	236
Qp11-3	16.6	152	323
Qp11-3	14.1	152	49
Qp11-3	11.6	152	378
Qp11-2	11.6	121	332
Qp11-2	9.1	121	90
Qp11-2	6.6	121	289
Qp11-1	6.6	137	326
Qp11-1	4.1	137	147
Qp11-1	1.6	137	478
Qp11	1.6	291	364
Qp11	-0.2	291	134
Qp11	-2	291	533

Tabella 44. Taglio e momento flettente del pilastro 11

Taglio e momento pilastro 11 (-), 180°				
Piano	quota (m)	V (kN)	M (kNm)	
Qp11-4	21.6	-111	-267	
Qp11-4	19.1	-111	-26	
Qp11-4	16.6	-111	-264	
Qp11-3	16.6	-128	-391	
Qp11-3	14.1	-128	-47	
Qp11-3	11.6	-128	-322	
Qp11-2	11.6	-114	-335	
Qp11-2	9.1	-114	-62	
Qp11-2	6.6	-114	-261	
Qp11-1	6.6	-162	-224	
Qp11-1	4.1	-162	-133	
Qp11-1	1.6	-162	-513	
Qp11	1.6	-222	-277	
Qp11	-0.2	-222	-163	
Qp11	-2	-222	-685	



Figura 77. Taglio pilastro 11, configurazione Q2 - I, 180°



Figura 78. Momento flettente del pilastro 11, configurazione Q2 - I, 180°

Come si può vedere dai diagrammi del taglio e momento flettente e del pilastro, la differenza con la configurazione Q2 (senza martellamento) è molto pronunciata, soprattutto nella parte destra del diagramma del taglio e nella parte sinistra del diagramma del momento dove gli incrementi sono anche maggiori. Infatti, le forze di martellamento agiscono da sinistra verso destra, incrementando la regione positiva del taglio e negativa del momento flettente.

Forze di martellamento

Tabella 45.	Forze	di martel	lamento

caso	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
link	P (kN)	P (kN)					
I/Q2_piano2_1	-565.833	-469.579	-153.925	0	0	0	0
I/Q2_piano2_2	-161.511	-83.349	0	0	0	0	0
I/Q2_piano3_1	-2996.91	-2656.16	-2155.43	-1694.88	-332.479	0	0
I/Q2_piano3_2	-741.479	-629.475	-424.689	-3.658	0	0	0
I/Q2_piano3_3	-1259.36	-1260.17	-1323.58	-582.14	-52.004	0	0
I/Q2_piano4_1	-5099.38	-5118.93	-4688.09	-3952.77	-2553	-1072.09	0
I/Q2_piano4_2	-2554.92	-2513.24	-2207.52	-1067.09	-864.033	-22.552	0
I/Q2_piano4_3	-4459.43	-3797.02	-3372.33	-2572.44	-1241.32	0	0

caso	105°	120°	135°	150°	165°	180°
link	P (kN)					
I/Q2_piano2_1	0	0	-70.963	-681.112	-971.485	-689.361
I/Q2_piano2_2	0	0	0	0	-24.169	-62.97
I/Q2_piano3_1	0	-292.64	-1965.2	-2111.42	-2493.93	-2740.61
I/Q2_piano3_2	0	0	-74.365	-271.253	-552.503	-645.489
I/Q2_piano3_3	0	0	-250.614	-524.053	-1172.59	-1166.79
I/Q2_piano4_1	-886.416	-2357.29	-3124.87	-3842.25	-4459.66	-4677.01
I/Q2_piano4_2	-184.885	-1063.55	-1810.16	-2437.5	-2859.62	-3083.74
I/Q2_piano4_3	-657.478	-2057.02	-3130.74	-4172.93	-4348.35	-4437.82

Nella tabella soprastante vengono mostrate le forze assiali all'interno dei gap (negative perché di compressione per il link) per le varie direzioni di sisma assegnato. Sono presenti tre link per piano. I primi due piani della struttura non si scontrano mai con l'edificio I. Quindi a seguito di una prima analisi sono stati eliminati dal modello i gap che li connettevano.

Al secondo piano solo due link risultano attivi, ovvero quelli più vicini al pilastro A, il gap numero 3 a questa quota infatti rimane inattivo per tutte le direzioni assegnate e per questo non viene riportato.

Come si può vedere la forza di martellamento aumenta dal basso verso l'alto, alla quota massima in copertura infatti gli spostamenti sono maggiori e così anche le velocità. Questo porta a una forza maggiore di reazione al momento del contatto. Come visto prima, la direzione lungo la quale il martellamento è massimo è quella parallela all'asse x in questo caso espressa dai due angoli di attacco del sisma di 0° e 180°. Le forze sprigionate dall'urto tra le due strutture I e Q2 sono considerevoli, riportano infatti massimi di circa 5000kN. Questi dati sono del tutto in linea con i risultati trovati negli articoli di vari ricercatori. Il più noto è il lavoro svolto da Jankowski [riferimento articolo] dove, per strutture con masse e caratteristiche simili a quella qui analizzata, le forze di martellamento sono dell'ordine dei MN.

Sotto vengono riportate le time histories delle forze nei gap connessi al pilastro A. L'angolo di attacco del sisma riportato è 180° e l'accelerogramma scelto è il quinto.



Figura 79. Forze di martellamento nel gap I/Q2_piano2_1, configurazione Q2 - I, 180°



Figura 80. Forze di martellamento nel gap I/Q2_piano3_1, configurazione Q2 - I, 180°



Figura 81. Forze di martellamento nel gap I/Q2_piano4_1, configurazione Q2 - I, 180°

4.3.5. Configurazione edifici I - Q1 - Q2

L'ultima configurazione analizzata è quella di tutti e tre edifici I, Q1, Q2 collegati dagli elementi gap come mostrato nella figura sottostante.



Tagli e	momento	torcente	di	piano
---------	---------	----------	----	-------

	Tabella 40. Tagli di plano ili difeziolle x				
direzione	final_0°	final_15°	final_180°		
piano	F1 (kN)	F1 (kN)	F1 (kN)		
Q2_piano0	1390.74	1332.32	1442.68		
Q2_piano0	-1398.86	-1341.08	-1548.01		
Q2_piano1	980.27	923.91	1040.75		
Q2_piano1	-895.07	-847.49	-996.96		
Q2_piano2	780.36	780.51	713.05		
Q2_piano2	-774.79	-728.79	-808.64		
Q2_piano3	655.83	627.97	747.42		
Q2_piano3	-645.14	-632.65	-723.79		
Q2_piano4	458.56	439.05	557.02		
Q2_piano4	-596.88	-577.95	-577.10		

Tabella 46. Tagli di piano in direzione x

Come nei casi precedenti la direzione con taglio massimo lungo x è 180° . Sotto viene il riportato il diagramma comparativo tra i tagli di piano lungo x per la configurazione attuale e per il caso con Q2 indipendente.



Figura 82. Tagli di piano in direzione x, configurazione Q1 - Q2 - I, 180°

direzione	final_90°	
piano	F2 (kN)	
Q2_piano0	3396.59	
Q2_piano0	-3109.48	
Q2_piano1	3047.41	
Q2_piano1	-2902.74	
Q2_piano2	2597.25	
Q2_piano2	-2401.08	
Q2 piano3	2055.62	
Q2_piano3	-1961.93	
Q2_piano4	1095.72	
Q2_piano4	-1046.78	

Tabella 47. Tagli di piano in direzione y

I tagli di piano lungo y risultano massimi con un angolo di attacco del sisma di 90°, così come nelle configurazioni precedenti.



Figura 83. Tagli di piano in direzione y, configurazione Q1 - Q2 - I, 90°

Anche in questa configurazione con un angolo di attacco del sisma di 90° non avviene il martellamento, quindi i tagli di piano lungo y rimangono invariati.



Figura 84. Tagli di piano in direzione y, configurazione Q1 - Q2 - I, 180°

Quando invece si va a considerare il taglio lungo y con una direzione assegnata del sisma di 180°, avviene l'interazione tra le tre strutture. Il notevole incremento rispetto a Q2 indipendente è dovuto all'accentuarsi dei fenomeni torsionali che, in questa configurazione, risentono dell'interazione tra tutte e tre le strutture portando un ulteriore incremento rispetto alle due configurazioni precedenti.

	rabella 48. Momento torcente di piano				
direzione	final_0°	final_180°			
piano	M3 (kNm)	M3 (kNm)			
Q2_piano0	16129.02	19268.24			
Q2_piano0	-19866.88	-19959.27			
Q2_piano1	10333.30	12455.10			
Q2_piano1	-14928.18	-16363.96			
Q2_piano2	7867.01	9131.08			
Q2_piano2	-11852.56	-12905.59			
Q2_piano3	7882.96	8588.08			
Q2_piano3	-12653.61	-12277.99			
Q2_piano4	5707.95	5708.00			
Q2_piano4	-12295.86	-11541.54			

Tabella 48. Momento torcente di piano

Il momento torcente di piano M3 raggiunge i valori massimi quando il sisma ha un angolo di attacco di 180°, così come per i casi precedenti.



Figura 85. Momento torcente di piano, configurazione Q1 - Q2 - I, 180°

Dal grafico è facile intuire il contributo dato dal martellamento ai torcenti di piano, portando a momenti doppi rispetto alla configurazione con la struttura Q2 indipendente. Questi risultati risultano molto simili alla configurazione precedente.
Spostamenti di piano

direzione	final_0°	final_180°
piano	d (m)	d (m)
x_piano0	0.0046	0.0052
x_piano0	-0.0039	-0.0042
x_piano1	0.0224	0.0243
x_piano1	-0.0158	-0.0173
x_piano2	0.0465	0.0500
x_piano2	-0.0274	-0.0299
x_piano3	0.0733	0.0782
x_piano3	-0.0379	-0.0387
x_piano4	0.1004	0.1067
x_piano4	-0.0447	-0.0446

Tabella 49. Spostamenti di piano in direzione x

Lungo x, gli spostamenti di piano raggiungono i valori massimi quando il sisma ha un angolo di attacco di 180°. Nel diagramma seguente viene mostrato il confronto con la struttura Q2 nella configurazione indipendente.



Figura 86. Spostamenti di piano in direzione x, configurazione Q1 - Q2 - I, 180°

Dal diagramma è possibile notare anche in questo caso l'incremento di spostamenti dovuto al martellamento. Tuttavia, i risultati ottenuti in questa configurazione sono del tutto simili a quelli della configurazione precedente Q2- I, le lievi differenze sono date dalle forze di martellamento che si sviluppano in più tra l'edificio Q1 e Q2.

direzione	final_90°
piano	d (m)
y_piano0	0.0024
y_piano0	-0.0026
y_piano1	0.0104
y_piano1	-0.0110
y_piano2	0.0204
y_piano2	-0.0215
y_piano3	0.0277
y_piano3	-0.0293
y_piano4	0.0334
y_piano4	-0.0350

Tabella 50Tabella 46. Spostamenti di piano in direzione y

Come per i casi precedenti anche qui la direzione principale che massimizza le traslazioni in y dei piani è 90°. Sotto vengono riportati i diagrammi comparativi degli spostamenti di piano lungo y per le direzioni di sisma assegnate di 90° e 180°.



Figura 87. Spostamenti di piano in direzione y, configurazione Q1 - Q2 - I, 90°

Come nei casi precedenti, a 90° non avviene martellamento, quindi gli spostamenti rimangono invariati ed uguali alle configurazioni precedenti.



Figura 88. Spostamenti di piano in direzione y, configurazione Q1 - Q2 - I, 180°

Per un angolo di attacco di 180° si manifesta il martellamento, incrementando gli spostamenti longitudinali in entrambe le direzioni, questo è dovuto al duplice effetto dell'interazione dell'edificio Q2 sia con la struttura Q1, sia con la struttura I.

Spostamenti pilastro A

Tabella 51. Spostamenti pilastro A in direzione x

Tabella 51.3	spostamenti p
caso	final_180°
nodo	U1 (m)
Q2_A_0	0.008
Q2_A_0	-0.006
Q2_A_1	0.036
Q2_A_1	-0.024
Q2_A_2	0.075
Q2_A_2	-0.039
Q2_A_3	0.119
Q2_A_3	-0.047
Q2_A_4	0.166
Q2_A_4	-0.051
Q2_B_0	0.008
Q2_B_0	-0.006
Q2_B_1	0.036
Q2_B_1	-0.024
Q2_B_2	0.075
Q2_B_2	-0.039
Q2_B_3	0.119
Q2 B 3	-0.047

Q2_B_4	0.166
Q2_B_4	-0.051
Q2 C 0	0.004
Q2_C_0	-0.005
Q2_C_1	0.022
Q2 C 1	-0.024
Q2_C_2	0.045
Q2_C_2	-0.042
Q2 C 3	0.064
Q2_C_3	-0.052
Q2_C_4	0.082
Q2_C_4	-0.060
Q2_D_0	0.004
Q2_D_0	-0.005
Q2_D_1	0.022
Q2_D_1	-0.024
Q2 D 3	0.045
Q2_D_3	-0.042
Q2_D_3	0.064
Q2 D 3	-0.052
Q2_D_4	0.082
Q2_D_4	-0.060

La direzione che massimizza lo spostamento lungo x dei pilastri in questa configurazione è pari a 180° .



Figura 89. Spostamenti pilastro A in direzione x, configurazione Q1 - Q2 - I, 180°

Gli spostamenti lungo x dei nodi del pilastro A sono analoghi a quelli del caso precedente e valgono le stesse conclusioni, ovvero il martellamento produce uno sbalzo verso destra degli spostamenti del pilastro A.

caso	final_75°	final_90°	final_105°
nodo	U2 (m)	U2 (m)	U2 (m)
Q2_A_0	0.002	0.002	0.002
Q2_A_0	-0.002	-0.003	-0.003
Q2_A_1	0.010	0.010	0.010
Q2_A_1	-0.011	-0.011	-0.011
Q2_A_2	0.019	0.020	0.020
Q2 A 2	-0.021	-0.022	-0.022
Q2_A_3	0.027	0.028	0.026
Q2_A_3	-0.029	-0.029	-0.030
Q2_A_4	0.033	0.033	0.030
Q2_A_4	-0.035	-0.035	-0.035
Q2_B_0	0.002	0.002	0.002
Q2_B_0	-0.003	-0.003	-0.002
Q2_B_1	0.010	0.010	0.010
Q2_B_1	-0.011	-0.011	-0.010
Q2_B_2	0.020	0.020	0.020
Q2_B_2	-0.021	-0.022	-0.020
Q2_B_3	0.027	0.028	0.028
Q2_B_3	-0.029	-0.029	-0.028
Q2_B_4	0.033	0.034	0.035
Q2_B_4	-0.034	-0.035	-0.034
Q2_C_0	0.002	0.002	0.002
Q2_C_0	-0.003	-0.003	-0.002
Q2_C_1	0.010	0.010	0.010
Q2_C_1	-0.011	-0.011	-0.010
Q2_C_2	0.020	0.020	0.020
Q2_C_2	-0.021	-0.022	-0.020
Q2_C_3	0.027	0.028	0.028
Q2_C_3	-0.029	-0.029	-0.028
Q2_C_4	0.033	0.034	0.035
Q2_C_4	-0.034	-0.035	-0.034
Q2_D_0	0.002	0.002	0.002
Q2_D_0	-0.002	-0.003	-0.003
Q2_D_1	0.010	0.010	0.010
Q2_D_1	-0.011	-0.011	-0.011
Q2_D_3	0.019	0.020	0.020

Tabella 52. Spostamenti pilastro A in direzione y

Q2_D_3	-0.021	-0.022	-0.022
Q2_D_3	0.027	0.028	0.026
Q2_D_3	-0.029	-0.029	-0.030
Q2_D_4	0.033	0.033	0.030
Q2_D_4	-0.035	-0.035	-0.035

Anche in questo caso la direzione che conduce agli spostamenti massimi in direzione y dei pilastri è pari a 90°, le differenze con le altre due direzioni sopra riportate sono minime e oltre la quarta cifra significativa. Sotto vengono riportati i grafici degli spostamenti lungo y per le direzioni assegnate di 90° e 180°.



Figura 90. Spostamenti pilastro A in direzione y, configurazione Q1 - Q2 - I, 90°

In questo caso non vi è alcuna variazione rispetto alla configurazione con Q2 indipendente, per la mancanza di martellamento con il sisma diretto a 90°. Tuttavia, rappresentando la direzione con massimi spostamenti longitudinali, viene ugualmente riportata.



Figura 91. Spostamenti pilastro A in direzione y, configurazione Q1 - Q2 - I, 180°

A causa dell'effetto torsionale indotto dal martellamento, gli spostamenti vengono traslati verso la parte negativa del grafico, ovvero in basso se si considera la vista in pianta mostrata all'inizio del capitolo 4.3.5.

Taglio e momento flettente del pilastro 11

Taglio e momento pilastro 11 (+), 180°				Taglio e momento	pilastro	o 11 (-), 180°
	quota	V	M	n:	quota	V	M
Piano	(m)	(kN)	(kNm)	Piano	(m)	(kN)	(kNm)
Qp11-4	21.6	101	265	Qp11-4	21.6	-104	-267
Qp11-4	19.1	101	23	Qp11-4	19.1	-104	-26
Qp11-4	16.6	101	235	Qp11-4	16.6	-104	-248
Qp11-3	16.6	152	320	Qp11-3	16.6	-126	-391
Qp11-3	14.1	152	49	Qp11-3	14.1	-126	-45
Qp11-3	11.6	152	377	Qp11-3	11.6	-126	-316
Qp11-2	11.6	122	333	Qp11-2	11.6	-112	-337
Qp11-2	9.1	122	90	Qp11-2	9.1	-112	-62
Qp11-2	6.6	122	289	Qp11-2	6.6	-112	-260
Qp11-1	6.6	136	322	Qp11-1	6.6	-160	-220
Qp11-1	4.1	136	147	Qp11-1	4.1	-160	-133
Qp11-1	1.6	136	474	Qp11-1	1.6	-160	-510
Qp11	1.6	286	357	Qp11	1.6	-221	-274
Qp11	-0.2	286	133	Qp11	-0.2	-221	-160
Qp11	-2	286	530	Qp11	-2	-221	-673

Tabella 53. Taglio e momento flettente del pilastro 11



Figura 92. Taglio pilastro 11, configurazione Q1 - Q2 - I, 180°



Figura 93. Momento flettente del pilastro 11, configurazione Q1 - Q2 - I, 180°

In questa configurazione gli sforzi sul pilastro 11 sono del tutto simili a quelli nella configurazione coi soli edifici Q2 – I, per questo valgono le stesse considerazioni.

Forze di martellamento

		5					
caso	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
link	P (kN)	P (kN)					
I/Q2_piano2_1	-553.45	-382.34	-170.91	0	0	0	0
I/Q2_piano2_2	-149.72	-78.858	0	0	0	0	0
I/Q2_piano3_1	-2903.4	-2725.2	-2170.2	-1771.7	-356.9	0	0
I/Q2_piano3_2	-775.33	-543.56	-436.75	-50.364	0	0	0
I/Q2_piano3_3	-1366.5	-1214.7	-1238.7	-570.26	-18.85	0	0
I/Q2_piano4_1	-5025.1	-5180.7	-4652.2	-3950.3	-2583.9	-1051.7	0
I/Q2_piano4_2	-2697.5	-2474.7	-2186.4	-1138.4	-638.96	0	0
I/Q2_piano4_3	-4204.6	-3669	-3019.4	-2333.3	-1097.1	0	0
Q1/Q2_piano4_1	-395.81	-289.25	-86.934	-76.56	0	0	0

Tabella 54. Forze di martellamento

	1	1				
caso	105°	120°	135°	150°	165°	180°
link	P (kN)					
I/Q2_piano2_1	0	0	-28.086	-538.08	-721.26	-706.14
I/Q2_piano2_2	0	0	0	0	0	-73.012
I/Q2_piano3_1	0	-290.71	-2040.6	-2192.7	-2518.8	-2871
I/Q2_piano3_2	0	-10.516	-63.607	-293.51	-506.7	-687.33
I/Q2_piano3_3	0	-9.889	-218.96	-572.5	-1201.2	-1121.6
I/Q2_piano4_1	-897.79	-2430.4	-3192.5	-3792.3	-4563	-4612.2
I/Q2_piano4_2	-145.1	-1154.7	-1853.8	-2438.7	-2879.9	-2945.8
I/Q2_piano4_3	-641.03	-1774.6	-3003.2	-3981.3	-4374.9	-4534.4
Q1/Q2_piano4_1	0	0	-173.26	-494.21	-617.39	-644.96

Come si può vedere dalla tabella il martellamento viene massimizzato dai sismi con direzione parallela a x, ovvero 0° e 180° . Le forze prodotte durante l'interazione dell'edificio Q2 con gli edifici Q1 e I sono simili a quelle ottenute nelle due configurazioni precedenti. Si può considerare questa configurazione come una combinazione degli effetti del martellamento dati dalla configurazione con Q1 e Q2 e da quella con I e Q2.

Sotto vengono riportate le time histories delle forze generate nei gap connessi al pilastro A per un angolo di attacco del sisma di 180° e riferite al quinto accelerogramma. I link in considerazione sono uno per piano tra I e Q2 e quello all'ultimo piano tra Q1 e Q2.



Figura 94. Forze di martellamento nel gap I/Q2_piano2_1, 180°



Figura 95. Forze di martellamento nel gap I/Q2_piano3_1, 180°



Figura 96. Forze di martellamento nel gap I/Q2_piano4_1, 180°



Figura 97. Forze di martellamento nel gap Q1/Q2_piano4_1, 180°

4.4. Comparazione dei risultati con e senza martellamento

Partendo dai risultati ottenuti nelle analisi mostrate precedentemente, per un più rapido confronto, viene ora riportato l'incremento percentuale prodotto dal martellamento in rapporto al caso in cui non venisse considerato. Siccome la direzione lungo la quale gli effetti del martellamento sono maggiori è con un angolo di attacco del sisma di 180° rispetto l'asse x, verrà riportata unicamente questa. Non viene invece riportato il caso con direzione del sisma di 90° perché, come si è visto, non produce martellamento. Vengono confrontati i risultati dei tagli di piano, del momento torcente di piano, degli spostamenti di piano, del taglio e momento flettente del pilastro 11, per la direzione assegnata di 180°. Data la non linearità e il fatto che si tratta di un fenomeno unilaterale vengono prima mostrati i dati dei versi positivi e poi dei versi negativi.

1400114 351 00	rusenu 55. Comfonto iugn di pluno in difezione x					
Taglio di piano lungo asse x						
caso	senza pounding	con pounding	differenza			
piano	F1 (kN)	F1 (kN)	Δ (%)			
Q2_piano4	505	557	10			
Q2_piano3	582	747	28			
Q2_piano2	697	713	2			
Q2_piano1	999	1041	4			
Q2 piano0	1364	1443	6			

Tabella 55. Confronto tagli di piano in direzione x

Taglio di piano lungo asse x						
caso	senza pounding	con pounding	differenza			
piano	F1 (kN)	F1 (kN)	Δ (%)			
Q2_piano4	-525	-577	10			
Q2_piano3	-632	-724	14			
Q2_piano2	-703	-809	15			
Q2 piano1	-921	-997	8			
Q2 piano0	-1320	-1548	17			

In presenza di martellamento i tagli di piano lungo l'asse x, che è la direzione lungo la quale sono orientati i gap e gli elementi impattanti a loro connessi, i tagli subiscono un incremento all'incirca del 10% con picchi anche maggiori. Ciò rende evidente lo stress maggiore a cui andrebbero incontro i pilastri in condizioni di martellamento. Soprattutto se si considera che il taglio è un fenomeno fragile e che questo incremento viene trasmesso in brevissimi istanti di tempo portando molto probabilmente ad una rottura al di sotto dell'impalcato che arriva a contatto.

Momento torcente di piano lungo asse z						
caso	senza pounding	con pounding	differenza			
piano	M3 (kNm)	M3 (kNm)	Δ (%)			
Q2_piano4	4206	5708	36			
Q2_piano3	6438	8588	33			
Q2_piano2	6873	9131	33			
Q2_piano1	8647	12455	44			
Q2_piano0	9974	19268	93			

Tabella 56. Confronto momento torcente di piano

Momento torcente di piano lungo asse z					
caso	senza pounding con pounding		differenza		
piano	M3 (kNm)	M3 (kNm)	Δ (%)		
Q2_piano4	-4253	-11542	171		
Q2_piano3	-5745	-12278	114		
Q2_piano2	-7107	-12906	82		
Q2_piano1	-9082	-16364	80		
Q2_piano0	-10503	-19959	90		

Osservando l'incremento del momento torcente di ogni piano ci si rende subito conto della grossa influenza del martellamento. In particolare, ricordando il sistema di riferimento e che l'edificio I interagisce con l'estremità inferiore dell'edificio Q2, le forze di martellamento, dirette nel verso positivo di x per l'edificio Q2, provocano un momento torcente di piano (che in SAP2000 è positivo quando ruota in senso orario lungo l'asse z) antiorario e quindi negativo. L'incremento del momento torcente indotto dal martellamento è tanto più elevato quanto più è decentrata la zona d'impatto rispetto al baricentro delle rigidezze della struttura considerata. Per questo nella seconda tabella si registrano gli incrementi maggiori. Addirittura, al quarto piano (che ricordiamo essere la copertura) si raggiunge il 171%. Siccome il momento torcente di piano viene assorbito dai pilastri più esterni, questi subiscono un sovrasforzo considerevole che si traduce in un aumento del loro momento flettente. Quindi in questi casi il danneggiamento potrebbe interessare anche zone distanti da quella d'impatto.

Taglio pilastro 11 (+), 180°		senza pounding	con pounding	differenza
Piano	quota (m)	V (kN)	V (kN)	Δ (%)
Qp11-4	21.6	81	101	25
Qp11-4	19.1	81	101	25
Qp11-4	16.6	81	101	25
Qp11-3	16.6	123	152	23
Qp11-3	14.1	123	152	23
Qp11-3	11.6	123	152	23
Qp11-2	11.6	98	122	24
Qp11-2	9.1	98	122	24
Qp11-2	6.6	98	122	24
Qp11-1	6.6	109	136	24
Qp11-1	4.1	109	136	24
Qp11-1	1.6	109	136	24
Qp11	1.6	171	286	67
Qp11	-0.2	171	286	67
Qp11	-2	171	286	67

Tabella 57. Confronto taglio pilastro 11

Taglio pilastro 11 (-), 180°		senza pounding	con pounding	differenza
Piano	quota (m)	V (kN)	V (kN)	Δ (%)
Qp11-4	21.6	-77	-104	35
Qp11-4	19.1	-77	-104	35
Qp11-4	16.6	-77	-104	35
Qp11-3	16.6	-112	-126	12
Qp11-3	14.1	-112	-126	12
Qp11-3	11.6	-112	-126	12
Qp11-2	11.6	-91	-112	24
Qp11-2	9.1	-91	-112	24
Qp11-2	6.6	-91	-112	24
Qp11-1	6.6	-102	-160	58
Qp11-1	4.1	-102	-160	58
Qp11-1	1.6	-102	-160	58
Qp11	1.6	-181	-221	22
Qp11	-0.2	-181	-221	22
Qp11	-2	-181	-221	22

Momento flettente pilastro 11 (+), 180°		senza pounding	con pounding	differenza
Piano	quota (m)	M (kNm)	M (kNm)	Δ (%)
Qp11-4	21.6	200	265	32
Qp11-4	19.1	20	23	17
Qp11-4	16.6	184	235	28
Qp11-3	16.6	288	320	11
Qp11-3	14.1	30	49	61
Qp11-3	11.6	308	377	22
Qp11-2	11.6	246	333	36
Qp11-2	9.1	46	90	96
Qp11-2	6.6	233	289	24
Qp11-1	6.6	166	322	93
Qp11-1	4.1	114	147	29
Qp11-1	1.6	375	474	26
Qp11	1.6	207	357	72
Qp11	-0.2	106	133	26
Qp11	-2	430	530	23

Tabella 58. Confronto momento flettente del pilastro 11

Momento flettente pilastro 11 (-), 180°		senza pounding	con pounding	differenza
Piano	quota (m)	M (kNm)	M (kNm)	Δ (%)
Qp11-4	21.6	-213	-267	25
Qp11-4	19.1	-21	-26	26
Qp11-4	16.6	-180	-248	38
Qp11-3	16.6	-312	-391	25
Qp11-3	14.1	-34	-45	32
Qp11-3	11.6	-277	-316	14
Qp11-2	11.6	-263	-337	28
Qp11-2	9.1	-48	-62	31
Qp11-2	6.6	-216	-260	20
Qp11-1	6.6	-176	-220	25
Qp11-1	4.1	-110	-133	21
Qp11-1	1.6	-354	-510	44
Qp11	1.6	-226	-274	21
Qp11	-0.2	-105	-160	53
Qp11	-2	-410	-673	64

Il pilastro 11, che si trova lontano dalla zona di martellamento, avendo una grande inerzia con una sezione di 45x70cm orientata lungo x, subisce l'effetto dell'incremento del momento torsionale di piano. Come conseguenza si ha un aumento del taglio e quindi del momento flettente che, alla base, aumenta più del 60%.

Spostamento di piano lungo asse x					
caso	senza pounding	con pounding	differenza		
piano	d (m)	d (m)	Δ (%)		
x_piano4	0.0917	0.1067	16		
x_piano3	0.0653	0.0782	20		
x_piano2	0.0442	0.0500	13		
x_piano1	0.0220	0.0243	10		
x_piano0	0.0049	0.0052	6		

Tabella 59. COnfronto spostamenti di piano in direzione x

Spostamento di piano lungo asse x					
caso senza pounding con pounding diffe			differenza		
piano	d (m)	d (m)	Δ (%)		
x_piano4	-0.0908	-0.0446	-51		
x_piano3	-0.0669	-0.0387	-42		
x_piano2	-0.0443	-0.0299	-33		
x_piano1	-0.0218	-0.0173	-21		
x_piano0	-0.0048	-0.0042	-12		

Nella seconda tabella gli spostamenti sono ovviamente ridotti per via del confinamento creato dall'edificio I. Ma i dati più interessanti sono quelli riferiti agli spostamenti positivi dove l'incremento riportato è circa del 13%. Ciò è in linea con gli incrementi di taglio. Di altrettanto interesse sono i drift di piano associati agli spostamenti di piano lungo x.

Drift di piano rispetto all'asse x					
caso senza pounding con pounding differenza					
piano	dr/h (%)	dr/h (%)	Δ (%)		
x_drift_piano4	0.707	0.719	1.7		
x_drift_piano3	0.593	0.659	11.1		
x_drift_piano2	0.474	0.561	18.5		
x_drift_piano1	0.352	0.389	10.6		
x_piano0	0.136	0.144	5.9		

Tabella 60. Confronto drift di piano in direzione x

Drift di piano rispetto all'asse x					
caso	senza pounding	con pounding	differenza		
piano	dr/h (%)	dr/h (%)	Δ (%)		
x_drift_piano4	-0.69506	-0.311	-55.3		
x_drift_piano3	-0.56596	-0.28424	-49.8		
x_drift_piano2	-0.4843	-0.30446	-37.1		
x_drift_piano1	-0.35082	-0.271	-22.8		
x_piano0	-0.134416667	-0.117638889	-12.5		

Essendo i drift di piano legati agli spostamenti, nella seconda tabella (che riporta i valori di segno negativo) sono inferiori per via dell'impedimento al movimento dato dall'edificio Q2. Mentre nella direzione positiva aumentano, superando il limite dello 0.5% imposto da normativa per tamponature connesse rigidamente al telaio.

5. Conclusioni

In questo lavoro di tesi è stato presentato lo studio del martellamento su un caso reale rappresentato da un gruppo di edifici del complesso della sede del Politecnico di Torino. Lo scopo della tesi era di indagare i principali effetti del martellamento su strutture disposte non solo in linea ma anche trasversalmente tra loro. L'analisi non lineare condotta con il software commerciale Sap2000, basata sull'approccio delle forze di contatto (*penalty method*), ha portato ai seguenti risultati e conclusioni:

- Il martellamento è più intenso e frequente quando le strutture interessate hanno periodi fondamentali distanti tra loro
- Dopo il primo impatto si manifestano modi di vibrare più alti
- In base alla disposizione in pianta delle strutture, il martellamento induce un effetto torsionale sui piani che cresce col decentramento della zona d'impatto rispetto al baricentro di rigidezza della struttura considerata, con un incremento del momento torcente di piano superiore del 100% nel caso in esame
- I tagli di piano aumentano mediamente del 10% nel caso in esame
- Gli spostamenti di piano subiscono un incremento verso il lato opposto alla zona d'impatto (in questo caso verso destra per la struttura Q2), mentre, banalmente, si riducono nel verso della struttura collidente
- Le forze di martellamento crescono salendo di piano dove si raggiungono spostamenti e velocità maggiori

Per una ricerca più accurata si potrebbe:

- considerare la plasticizzazione dei pilastri e l'energia così dissipata per isteresi
- modellare l'elemento d'impatto tenendo conto dell'energia dissipata per deformazione nella zona d'urto utilizzando modelli fisici più complessi
- considerare gli effetti del secondo ordine

Questo lavoro di tesi potrebbe essere continuato considerando oltre ad alcuni dei punti suggeriti sopra anche la risposta ottenibile utilizzando elementi dissipativi come smorzatori per evitare del tutto il contatto o elementi contenitori delle forze di martellamento da collocare nelle probabili zone di impatto, come materiali assorbenti polimerici o dispositivi progettati per rompersi salvando il resto della struttura.

Quando ci si approccia all'analisi di conglomerati di strutture esistenti, la via più percorsa è quella di analizzarle separatamente, un po' per comodità e semplicità dell'analisi e un po' per la mancata conoscenza del martellamento strutturale. Trascurare questo fenomeno e gli effetti da esso prodotti può essere molto pericoloso sia in fase di progettazione che in fase di verifica di edifici esistenti.

Bibliografia

Chau, K. T., and X. X. Wei. (2001). Pounding of structures modelled as non-linear impacts of two oscillators, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 30 (5): 633–651.

Chau, K. T., X. X. Wei, X. Guo, and C. Y. Shen. (2003). Experimental and Theoretical Simulations of Seismic Poundings between Two Adjacent Structures, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 32: 537–554.

Chouw, N., and H. Hao. (2008). Significance of SSI and Nonuniform near-Fault Ground Motions in Bridge Response I: Effect on Response with Conventional Expansion Joint, *Engineering Structures* 30 (1): 141-153.

Cole G, Dhakal R, Carr A and Bull D. (2011). An Investigation of the Effects of Mass Distribution on Pounding Structures, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 40: 641–659.

Gong, L., and H. Hao. (2005). Analysis of Coupled Lateraltorsional- pounding Responses of One-storey Asymmetric Adjacent Structures Subjected to Bidirectional Ground Motions, Part I: Uniform Ground Motion Input, *Advances in Structural Engineering* 8 (5): 463-479.

Hao, H., K. M. Bi, N. Chouw, and W. X. Ren. (2013). Stateof- the-art Review on Seismic Induced Pounding Response of Bridge Structures, *International Journal of Earthquake and Tsunami* 7 (3): 1350019-1–1350019-19.

Hong Hao. (2015). Analysis of seismic pounding between adjacent buildings, *Australian Journal of Structural Engineering* 16:3, 208-225

Jankowski, R. (2005). Non-linear Viscoelastic Modelling of Earthquake-induced Structural Pounding, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 34: 595–611.

Jankowski, R. (2006). Pounding Force Response Spectrum under Earthquake Excitation, *Engineering Structures* 28: 1149 - 1161.

Jankowski, R. (2008). Earthquake-induced Pounding between Equal Height Buildings with Substantially Different Dynamic Properties, *Engineering Structures* 30: 2818–2829.

Jankowski, R. (2009). Non-linear FEM analysis of earthquake-induced pounding between the main building and the stairway tower of the Olive View Hospital, *Engineering Structures* 31 (2009) 1851 - 1864

Jankoski, Khatami, Naderpour, Barros. (2016). Numerical Study on Pounding between Two Adjacent Buildings under Earthquake Excitation, *Hindawi Publishing Corporation, Shock and Vibration*: Volume 2016.

Leibovich, E., Rutenberg, A. and Yankelevsky, D.Z. (1996). On eccentric seismic pounding of symmetric buildings, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* (25): 219-233.

Maison, B. F., and K. Kasai. (1990). SLAM-2: A Computer Program for the Analysis of Structural Pounding (Extended Version), Berkeley: University of California.

Maison, B. F., and K. Kasai. (1992). Dynamics of Pounding when Two Buildings Collide, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 21: 771–786.

M.T. Cristofaro, A. D"Ambrisi, M. De Stefano, R. Pucinotti, M. Tanganelli. (2012). Analisi statistica sulla dispersione dei valori della resistenza a compressione del calcestruzzo prelevato da edifici esistenti, *Dipartimento di Costruzioni e Restauro – Università degli Studi di Firenze, Dipartimento Patrimonio Architettonico ed Urbanistico – Università Mediterranea di Reggio Calabria.*

N. U. Mate, S. V. Bakre and O. R. Jaiswal. (2012). Comparative Study of Impact Simulation Models for Linear Elastic Structures in Seismic Pounding, *15th World Conference on. Earthquake Engineering 2012.*

Papadrakakis, M., C. Apostolopoulou, A. Zacharopoulos, and S. Bitzarakis. (1996). Three-dimensional Simulation of Structural Pounding during Earthquakes, *Journal of Engineering Mechanics* 122 (5): 423–431.

Raheem, S. E. A. (2006). Seismic Pounding between Adjacent Building Structures, *Electronic Journal of Structural Engineering* 6: 66–74.

Wada, A., Y. Shinozaki, and N. Nakamura. (1984). Collapse of Building with Expansion Joints through Collision Causedby Earthquake Motion, *Proceedings of 8th WCEE* 4: 855–863. San Francisco, USA.

Pratesi, Terenzi, Cozzi, Bandini. (2011). Il martellamento strutturale: metodo di analisi e strategia di adeguamento sismico della chiesa del Sacro Cuore di Firenze, *Bollettino Ingegneri* n. 8-9 2011.

Rajaram, Ramancharla. (2012). Three Dimensional Modeling Of Pounding Between Adjacent Buildings, *Fourth International Conference on Structural Stability and Dynamics* (ICSSD 2012).

Wilson Ed. (1998). Three Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures, *Computers and Structures Inc* 2nd edition 1998.