POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale
in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

Progettazione e modellazione parametrica di riduttori meccanici

Relatore:
Carlo Rosso

Candidato:
Philip Carbone

A.A 2018

Indice

Introduzione **7**

1 Stato dell'arte CAD parametrico **9**

2 Dimensionamento componenti **11**
2.1 Ruote Dentate 11
2.1.1 Parametri caratteristi 11
2.1.2 Dimensionamento e verifica 15
2.2 Alberi 21
2.2.1 Dimensionamento 21
2.2.2 Profili scanalati 27
2.3 Cuscinetti 30
2.3.1 Cuscinetti implementati 30
2.3.2 Dimensionamento 31
2.4 Sincronizzatori 36
2.4.1 Principio di funzionamento 37
2.4.2 Dimensionamento 39

3 Modellazione CAD **43**
3.1 Implementazione risultati su Siemens Nx 43
3.2 Ruote dentate 45
3.3 Alberi 48
3.4 Sincronizzatori 49
3.5 Cuscinetti 54

4 Risultati ottenuti e Conclusioni **55**
4.1 Cambio automobilistico 55
4.2 Riduttore industriale 60
4.3 Conclusioni 63

Elenco delle figure

2.1 Parametri caratteristici di una ruota dentata 11
2.2 Parametri aggiuntivi per ruote a denti elicoidali 13
2.3 Schematizzazione ingranaggio 14
2.4 Carichi agenti sulle ruote dentate 15
2.5 Carichi applicati al dente della ruota 16
2.6 Carichi agenti sul cuscinetto 31
2.7 Determinazione valore fattore di sicurezza statico 32
2.8 Fattore di correzione a_1 per il calcolo di L_{nm} 33
2.9 Fattore di correzione a_{SKF} per il calcolo di L_{nm} 34
2.10 35
2.11 35
2.12 Componenti di un sincronizzatore 36
2.13 Posizione neutro del sincronizzatore 37
2.14 Fase di pre-sincronizzazione 37
2.15 Posizione di bloccaggio del sincronizzatore 38
2.16 Fase di avanzamento libero del sincronizzatore 38
2.17 Fase di ingranamento del sincronizzatore 39
2.18 Ultima fase di sincronizzazione 39

3.1 Aggiornamento dati da file Excel 43
3.2 Sketch ruota dentata 45
3.3 Costruzione grafica evolvente di cerchio 45
3.4 Estrusione di base 46
3.5 Percorso di estrusione 46
3.6 Generazione vano dentatura 47
3.7 Ruote a denti elicoidali e dritti complete 47
3.8 Profili campate albero di trasmissione 48
3.9 Albero di trasmissione 48
3.10 Profilo di base del mozzo 49
3.11 Profilo di base del mozzo 49
3.12 Profilo della dentatura esterna del mozzo 50
3.13 Estrusione dente mozzo 50
3.14 Mozzo completo 50
3.15 Profilo esterno slitta 51
3.16 Slitta completa 51
3.17 Slitta completa 52
3.18 Definizione geometria dentatura anello d'arresto 52
3.19 Anello d'arresto completo 53

3.20 Assemblaggio finale sincronizzatore 53
3.21 Profilo di base cuscinetto 54
3.22 Cuscinetto completo 54

4.1 Layout cambio automobilistico 55
4.2 Layout retromarcia 56
4.3 CAD finale del cambio automobilistico 59
4.4 Layout riduttore industriale 60
4.5 CAD finale del riduttore industriale 62

Introduzione

L'attività svolta nel presente lavoro di tesi verte sullo sviluppo di codici di progettazione di gear-box, quali riduttori meccanici piuttosto che cambi automobilistici, al fine di implementare gli stessi attraverso il software CAD "Siemens Nx" prodotto da Siemens Industry SRL. Lo scopo finale prevede di sviluppare e accrescere le potenzialità del software, al fine di creare una piattaforma in grado di effettuare un CAD parametrico del prodotto che si intende progettare. Lo sviluppo di un interfaccia grafica realizzata mediante PTS (Product Template Studio), un tool di NX, consente all'utente di gestire e customizzare il prodotto agendo sui parametri in ingresso di dimensionamento. La realizzazione di un software in grado di fornire un CAD parametrico rappresenta molteplici vantaggi dal punto di vista progettuale, sopratutto in una prima fase quando si è spesso interessati ad un dimensionamento di primo tentativo, in cui risulta utile effettuare varie valutazioni sulle possibili differenti configurazioni realizzabili. Il software deve essere quindi in grado di fornire un CAD derivante da un dimensionamento di primo tentativo che può facilmente essere gestito e modificato dall'utente mediante la variazione dei parametri di progetto. La versatilità e dinamicità della piattaforma costituisco gli aspetti fondamentali che arrecheranno un notevole risparmio di tempo in fase di progettazione di un assieme complesso.

Capitolo 1

Stato dell'arte CAD parametrico

Cenni storici

Il processo evolutivo dei sistemi CAD è direttamente correlato allo sviluppo di hardware e software informatici. Durante gli anni '50 presso il MIT (Massachusetts Institute of Tecnology) si effettuano i primi studi sull'impiego di computer in ambito progettuale, al fine di ottenere uno strumento in grado di semplificare e velocizzare il lavoro dei progettisti. Le prime applicazioni si ebbero in campo militare e industriale, successivamente trovarono largo impiego anche in ambito architettonico.

La comparsa di un tool a controllo numerico risale agli ultimi anni '50 ed è da attribuire a Patrick Hanratty, che sviluppo un software chiamato "PRONTO" (Programme for Numerical Tooling Operations) su commissione dell'azienda per la quale lavorava, la General Electric.

Sulla base di ciò fecero la loro comparsa i primi software CAD. "SKETCHPAD" realizzato da Ivan Sutherland negli anni '60, fu il primo software ad utilizzare un'interfaccia utente grafica, mediante l'impiego di una penna ottica, l'utente era in grado di interagire con il disegno.

Negli anni '70 Patrick Hanratty, considerato da molti come "padre del CAD/CAM", fonda la sua azienda, Manufacturing and Consulting Servicesm (MCS), dalla quale nasce successivamente "ADAM", un software interattivo di progettazione, disegno e produzione, scritto in Fortran e progettato per lavorare con praticamente ogni computer, quindi pronto per essere commercializzato. Le forti potenzialità di questo software hanno fatto in modo che fosse mantenuto e aggiornato per lavorare su computer a 16 e 32 bit. Ad oggi l'80% dei programmi CAD possono essere ricondotti alle radici di ADAM.

Durante gli anni '80 si introducono software in grado di elaborare disegni 3D di tipo reticolare (wireframe) e di surface modeling. Dagli anni '80 in poi il forte sviluppo verificatosi nel medesimo settore, ha consentito di accrescere le potenzialità dei software CAD in relazione alla modellazione solida dei componenti; fino ai giorni odierni in cui si è giunti alla modellazione solida di tipo "variazionale parametrico" (NURBS), ovvero la rappresentazione matematica che i software utilizzano per creare gli oggetti geometrici, al fine di definirne accuratamente la forma.

Modellazione parametrica

Ad oggi i software CAD sono in grado di essere gestiti mediante l'implementazione di leggi matematiche, al fine di modificare mediante la parametrizzazione di poche

variabili le caratteristi del prodotto da realizzare. Tuttavia nel caso si debbano realizzare oggetti complessi, quindi costituiti da singole parti, le problematiche relative alla parametrizzazione delle variabili sono proporzionali alla complessità dell'assieme che si vuole realizzare. Nei suddetti casi non basta definire matematicamente le proprietà dell'assieme ma è necessario valutare anche ulteriori fattori interconnessi, come ad esempio le eventuali interferenze che si possono generare in seguito all'inserimento di un valore parametrizzato che comporta una condizione strutturale al di fuori di un determinato range fisicamente accettabile per l'assieme. Per tale motivo risulta complicato creare un software in grado di realizzare un prodotto mediamente complesso mediante l'implementazione di tutte le leggi matematiche e con pochi dati progettuali in input.

D'altra parte vi sono considerevoli vantaggi in merito alla modellazione parametrica, nel progetto di sistemi composti da più di un componente o di componenti complessi la definizione delle forme può richiedere diverse modifiche successive dettate dal rispetto di più vincoli progettuali o di fabbricazione, per tale motivo il disegno solido dei componenti basato sulla parametrizzazione delle quote, costituisce una importante risorsa in grado di ridurre i tempi di modifica e aiutare nella visione di diversi scenari di progettazione.

Capitolo 2

Dimensionamento componenti

2.1 Ruote Dentate

2.1.1 Parametri caratteristi

Le ruote dentate sono organi meccanici che consento, mediante il loro ingranamento, il trasferimento del moto rotatorio tra alberi (paralleli, incidenti e sghembi). Il meccanismo che ne deriva si definisce ingranaggio, per tale sistema la coppia nominale viene trasmessa per spinta dei denti a profilo coniugato della ruota motrice su quelli della ruota condotta.

In funzione del tipo di trasmissione che si intende realizzare è possibile impiegare differenti tipologie di ruote dentate, per il presente lavoro sono state analizzate ruote a denti dritti e ruote a denti elicoidali. Nello specifico si è implementata la formulazione per ingranaggi elicoidali, che risulta comunque valida per ingranaggi a denti dritti, nel caso in cui si ricade nella condizione $\beta = 0$, ovvero angolo d'elica nullo.

Si riportano di seguito i parametri che caratterizzano una ruota dentata:

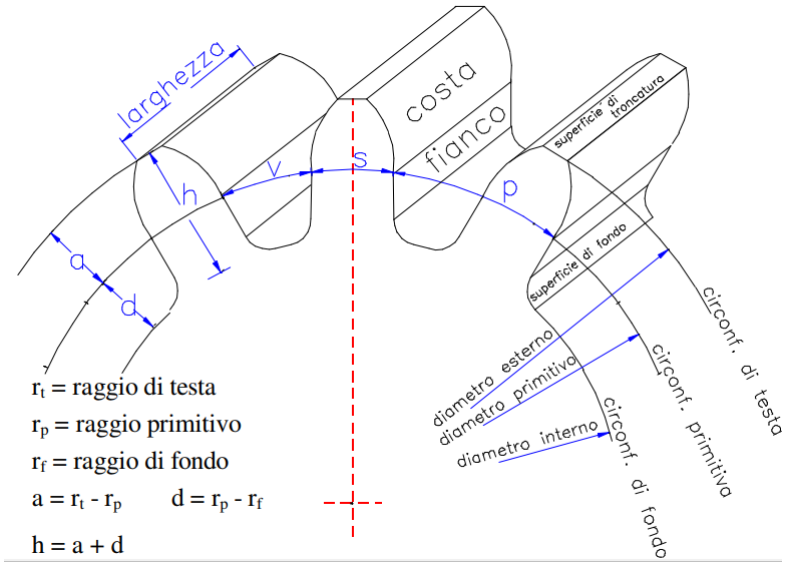

Figura 2.1: Parametri caratteristici di una ruota dentata

- Numero di denti (z): valore corrispondente al numero di denti di cui è costituita la ruota. Per il calcolo del numero di denti minimo che evita l'insorgere di fenomeni dannosi come l'interferenza e garantisce inoltre che durante l'ingranamento almeno due coppie di denti siano in presa si fa riferimento alla seguente relazione:

$$z_{min} = \frac{2\left(\sqrt{\sin^2\alpha_\tau\,\tau\,(\tau+2)+1}+1\right)}{\sin^2\alpha_\tau\,(\tau+2)} \tag{2.1}$$

- Rapporto di trasmissione (τ). Al fine di garantire il corretto ingranamento tra due ruote dentate è necessario che le stesse abbiano moduli uguali. Sulla base di ciò è possibile definire il rapporto di trasmissione come segue:

$$\tau = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_{p_2}}{d_{p_1}} = \frac{m\cdot z_2}{m\cdot z_1} = \frac{z_2}{z_1} \tag{2.2}$$

- Circonferenza primitiva (d_p): è la circonferenza lungo la quale avviene il contatto dei denti, dati due cerchi primitivi, per una coppia di ruote dentate, si definisce retta d'azione, il segmento sulla quale giace la spinta risultante che si scambiano le ruote;

$$d_p = \frac{z\,m_n}{\cos\beta} \tag{2.3}$$

- Angolo di pressione (α_n): angolo definito tra la retta d'azione e la direzione orizzontale, su cui giace la forza efficace nella generazione della coppia trasmessa;

$\alpha_n\,[^\circ]$			
14.5	20	22.5	25

Tabella 2.1: Angoli di pressione consigliati

- Circonferenza di base(d_b): geometria di riferimento nella costruzione del profilo ad evolvente di cerchio dei denti, si relaziona alla circonferenza primitiva mediante la seguente relazione:

$$d_b = d_p\cdot\cos\alpha_n \tag{2.4}$$

- Circonferenza di testa o di troncatura esterna (d_a): limita esternamente la sommità dei denti:

$$d_a = d_p + h_a \tag{2.5}$$

- Circonferenza di piede o di troncatura interna (d_f): limita inferiormente la base dei denti:

$$d_f = d_p - h_f \tag{2.6}$$

- Passo (p_n): è l'arco di circonferenza misurato sul cerchio primitivo tra due punti omologhi appartenenti a due denti successivi;

$$p_n = \frac{d_p\,\pi}{z} = \pi\cdot m_n \tag{2.7}$$

- Spessore del dente (s): lunghezza dell'arco di circonferenza primitiva limitato da un dente;
- Vano del dente (v): lunghezza dell'arco di circonferenza primitiva compreso tra due denti consecutivi;
- Larghezza della dentatura (b): ingombro assiale del dente;

$$b = \lambda \cdot m \tag{2.8}$$

- Modulo normale (m_n):rapporto tra il passo normale e π;

$$m_n = \frac{d_p}{z} = \frac{p}{\pi} \tag{2.9}$$

Moduli unificati UNI - 6586 in $[mm]$														
0,5	1	1,25	1,5	2	2,5	3	4	5	6	8	10	12	16	20

Tabella 2.2: Moduli unificati

- Addendum (h_a): distanza radiale tra la circonferenza di testa e la primitiva;

$$h_a = m_n \tag{2.10}$$

- Dedendum (h_f): distanza radiale tra la circonferenza di piede e la primitiva

$$h_f = 1.25 \cdot m_n \tag{2.11}$$

- Altezza del dente (h): distanza radiale tra la circonferenza di testa e quella di piede

$$h = h_a + h_f = 2.25 \cdot m_n \tag{2.12}$$

In relazione alle ruote dentate elicoidali si aggiungono le seguenti definizioni:

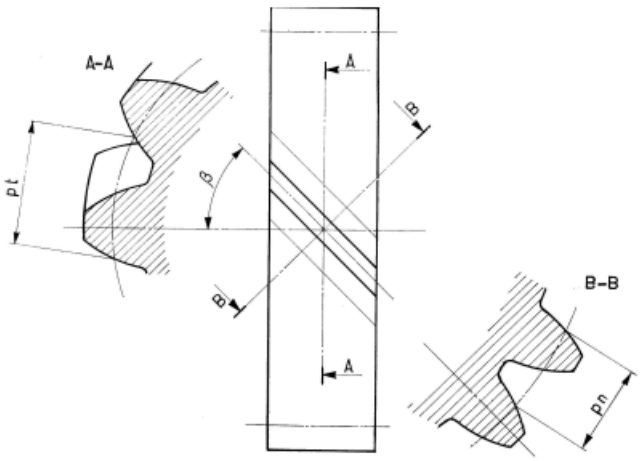

Figura 2.2: Parametri aggiuntivi per ruote a denti elicoidali

- Modulo tangenziale (m_t): relazionato al modulo normale mediante la seguente relazione:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos\beta} \tag{2.13}$$

- Angolo dell'elica (β): rappresenta l'inclinazione dell'elica rispetto all'asse della ruota.

- Passo trasversale (p_t): distanza tra gli assi di due denti consecutivi sul profilo frontale della ruota

$$p_t = \frac{p_n}{\cos\beta} = \pi\, m_t \tag{2.14}$$

- Angolo di pressione tangenziale(α_t): legato ad α_n mediante l'angolo di inclinazione dell'elica β secondo la seguente espressione:

$$\alpha_t = \tan^{-1}\left(\frac{\tan\,\alpha_n}{\cos\beta}\right) \tag{2.15}$$

Per una coppia di ruote dentate che costituiscono un ingranaggio, come mostrato in Fig.2.3, si definiscono le seguenti grandezze che devono essere soddisfatte al fine di garantire il corretto ingranamento.

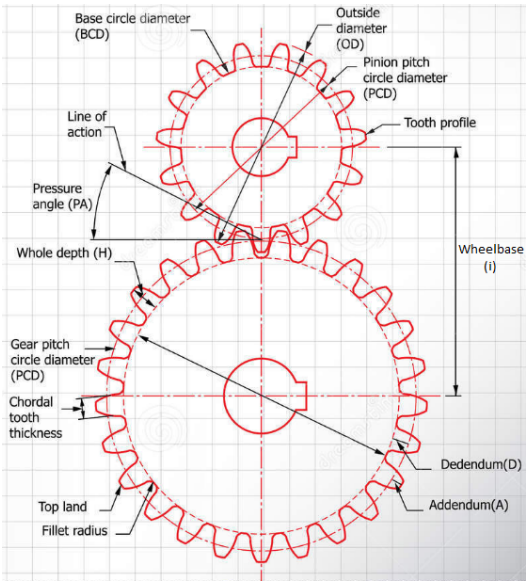

Figura 2.3: Schematizzazione ingranaggio

- Interasse (i): distanza che intercorre tra dli assi di due ruote ingrananti

$$i = r_1 + r_2 = \frac{m_n}{2\,\cos\beta}(z_1 + z_2) \tag{2.16}$$

- Rendimento della trasmissione (η_t):

$$\eta_t = \frac{C_2\,\omega_2}{C_1\,\omega_1} \tag{2.17}$$

- Coppia in uscita sulla ruota condotta (C_2): considerando un rapporto di trasmissione prossimo all'unità si ha:

$$C_2 = C_1\frac{\omega_1}{\omega_2} = C_1 \cdot \tau \tag{2.18}$$

2.1.2 Dimensionamento e verifica

Il dimensionamento di un ingranaggio nei casi in cui la cinematica dello stesso (i, z,α, β) risulta essere nota, si limita alla sola determinazione del modulo normale m_n e della larghezza di fascia b mediante un calcolo di progetto. Tuttavia, le relazioni presenti in letteratura fanno riferimento ai calcoli di verifica, pertanto vanno opportunamente riformulate in fase di progetto. Per un ingranaggio occorre inoltre procedere sia con la verifica a *flessione* che con quella a *contatto Herziano (Pitting)*, ed in entrambe i casi occorre considerare sia sollecitazioni *statiche* che a *fatica*. Nella tabella successiva (2.3) si schematizza quanto detto, evidenziando le sollecitazioni da verificare caso per caso.

Dimensionamento	**Sollecitazione**	
	Flessione	*Contatto Herziano*
Statico	Formula di Lewis $\sigma_{FL} \leq \sigma_{amm}$	Teoria di Hertz $\sigma_{Hz} \leq \sigma_{amm}$
Fatica	Normativa ISO 6336 $\sigma_F \leq \sigma_{FP}$	Normativa ISO 6336 $\sigma_H \leq \sigma_{HP}$

Tabella 2.3

Dimensionamento statico a flessione

Per il dimensionamento statico a flessione si procede applicando il *Metodo di Lewis*, il quale considera il dente come una trave incastrata in corrispondenza della circonferenza di piede e caricata all'estremità libera da una forza complessiva F scambiata tra le ruote come mostrato in Fig.2.4

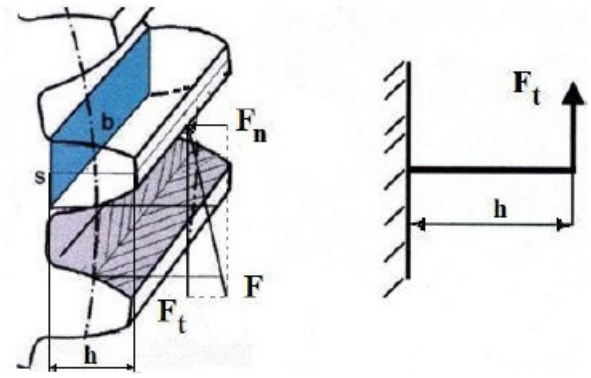

Figura 2.4: Carichi agenti sulle ruote dentate

Si riassumono di seguito le ipotesi della teoria di Lewis:

- In fase di verifica si considera il caso più sfavorevole dato dalla condizione in cui si ha una sola coppia di denti in presa;

- Si considera come unica forza agente all'estremità del dente la componente di forza tangenziale F_t responsabile della trasmissione di coppia e della flessione del dente;

- Si considera nulla la componente di forza assiale F_a che genera uno stato tensionale di compressione nel dente.

Sulla base delle ipotesi sopra citate possiamo definire la tensione massima normale come segue:

$$\sigma_{max} = \frac{M_f}{W_f} = \frac{6F_t x}{bS(x)^2} \tag{2.19}$$

La sezione del dente non è solitamente costante per tale motivo la sezione più sollecitata non corrisponde all'incastro, secondo Lewis, si ha nella sezione in cui una parabola di uniforme resistenza, avente per asse quello corrispondente al dente stesso e origine nel punto H, risulta tangente al profilo del dente, Fig.2.5.

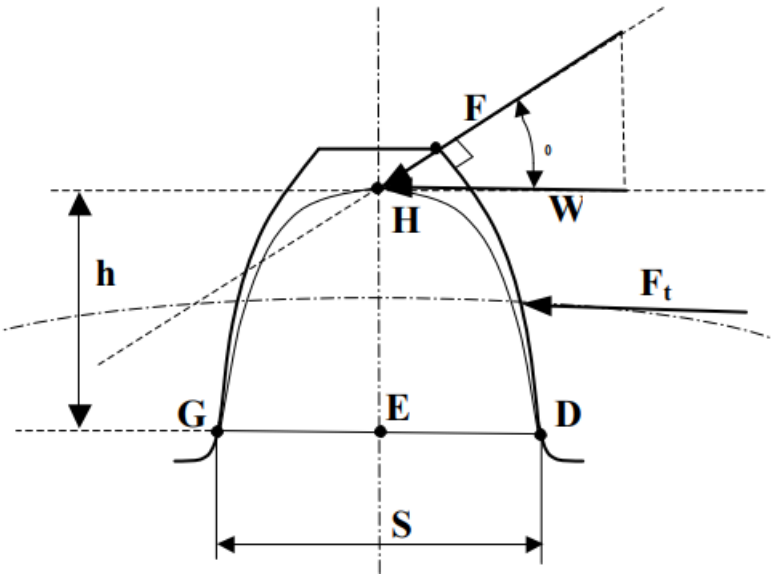

Figura 2.5: Carichi applicati al dente della ruota

Considerando quindi $\sigma_{max} = cost$ si ha:

$$S(x)^2 = y^2 = \frac{F_t\, x}{\frac{1}{6}\,\sigma_{max}\, b} \tag{2.20}$$

Si denota che la sezione maggiormente sollecitata è quella in corrispondenza del punto di tangenza della parabola con il dente, ovvero la sezione G-D di Fig.2.5. Si esplicita quindi la tensione massima a flessione calcolata mediante la teoria di Lewis come segue:

$$\sigma_{Lw} = \frac{F_t}{b\, m_n}\, y_{Lw} \tag{2.21}$$

in cui con y_{Lw} si indica il *Fattore di forma di Lewis*, il cui valore è tabulato in funzione dell'angolo di pressione e del numero di denti. L'impiego della relazione 2.21, risulta utile quando si vuole operare un calcolo di verifica statica conoscendo il modulo normale e volendo determinare la larghezza di fascia.

In un calcolo di progetto la relazione 2.21 deve essere opportunamente manipolata al fine di ricavare tutti i parametri necessari al dimensionamento. Si procede come segue:

$$y_{Lw} = \frac{\sigma_{Lw}\, \lambda\, m_n^2}{F_t} \tag{2.22}$$

con $\lambda = b/m_n$. Esplicitando F_t in funzione della coppia C agente sulla ruota si ha:

$$y_{Lw} = \frac{\sigma_{Lw}\,\lambda\,m_n^2\,z,\,m_n}{2\,C} \tag{2.23}$$

che nel caso di ruote elicoidali può essere riformulata come segue:

$$y_{Lw} = \frac{\sigma_{Lw}\,\lambda\,m_n^2\,z\,m_n}{2\,C\,\cos\beta} \tag{2.24}$$

Dalla precedente relazione si ricava facilmente l'espressione di m_n, sostituendo a σLw la tensione ammissibile del materiale σamm:

$$m_n = \sqrt[3]{\frac{2\,C\,\cos\beta\,y_{Lw}}{\sigma_{amm}\,\lambda\,z}} = \sqrt[3]{\frac{C\,\cos\beta}{\sigma_{amm}\,\lambda}}k \tag{2.25}$$

in cui il fattore di Lewis k vale:

$$k = \sqrt[3]{\frac{2}{z_v}y_{Lw}} \tag{2.26}$$

con z_v numero virtuale di denti:

$$z_v = \frac{z}{(\cos\beta_b)^2\,\cos\beta} \tag{2.27}$$

z, z_v		12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\alpha_n = 20°$	y_{Lw}	4.08	3.83	3.62	3.46	3.39	3.31	3.25	3.18	3.13
	k	0.88	0.839	0.803	0.773	0.751	0.73	0.712	0.695	0.679

z, z_v		22	24	25	28	30	34	38	43	50
$\alpha_n = 20°$	y_{Lw}	3.03	2.98	2.89	2.84	2.79	2.70	2.61	2.53	2.45
	k	0.651	0.629	0.606	0.588	0.571	0.541	0.516	0.49	0.451

Tabella 2.4: Fattore di forma y_{Lw} e fattore di Lewis k in funzione di α_n e z

Ai fini di un corretto dimensionamento la seguente relazione deve essere soddisfatta:

$$\sigma_{Lw} \leq \sigma_{amm} \tag{2.28}$$

con:

$$\sigma_{amm} = \frac{R_{P02}}{f} \tag{2.29}$$

ed f fattore di sicurezza opportunamente valutato.

Dimensionamento statico a contatto herziano

Al fine di verificare le tensioni di tipo herziano che insorgono in fase di ingranamento tra due ruote dentate si applica la teoria di Hertz. Pressioni specifiche di contatto elevate comportano un eccessivo deterioramento della superficie del dente da cui consegue il malfunzionamento dell'ingranaggio. La teoria di Hertz si basa sulle seguenti ipotesi:

- modulo di Young (E) costante;
- assenza di forze di attrito;
- superficie di contatto trascurabile rispetto alle dimensioni dei corpi tra cui avviene il contatto

Dalla suddetta teoria si ottiene la seguente relazione valida per il caso di ruote a denti elicoidali:

$$\sigma_H = (0.629)\,(0.418)\sqrt{\frac{\dfrac{F_t}{\cos\alpha_t}\,E\left(\dfrac{1}{r_1}+\dfrac{1}{r_2}\right)\dfrac{1}{\sin\alpha_t}}{\dfrac{b}{\cos\beta}}} \tag{2.30}$$

La condizione da verificare per il caso in esame è la seguente:

$$\sigma_H \leq \sigma_{amm} \tag{2.31}$$

con:

$$\sigma_{amm} = \frac{R_{P02}}{f} \tag{2.32}$$

ed f fattore di sicurezza opportunamente valutato.

Dimensionamento a fatica per flessione

La normativa ISO 6336 prevede che ai fini del dimensionamento a fatica per flessione la seguente relazione deve essere soddisfatta:

$$\sigma_F \leq \sigma_{FP} \tag{2.33}$$

Nella precedente relazione compaiono due tensioni di riferimento per il dimensionamento:

- σ_F indica la tensione effettiva, ovvero la tensione in corrispondenza del piede del dente, dipende dalla forza tangenziale F_t, dal modulo normale m_n, dalla larghezza di fascia b e da una serie di coefficienti che sono relativi sia all'ingranaggio che al funzionamento. Si riporta la seguente relazione:

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b\,m_n} Y_{Fa}\,Y_{Sa}\,Y_\varepsilon\,Y_\beta\,\left(K_A\,K_V\,K_{F_\beta}\,K_{F_\alpha}\right) \tag{2.34}$$

Parametri relativi all'ingranaggio		Parametri di funzionamento	
Y_{Fa}	fattore di forma del dente	K_A	fattore applicazione del carico
Y_{Sa}	fattore di correzione della tensione	K_V	fattore dinamico
Y_ε	fattore rapporto di condotta	K_{F_β}	fattore di carico longitudinale
Y_β	fattore dell'angolo d'elica	K_{F_α}	fattore di carico trasversale

Tabella 2.5: Coefficienti relativi al calcolo di σ_F

In Tab.2.5 si riportano in modo schematico i diversi coefficienti presenti nella relazione 2.34 esplicitandone il significato. Per il calcolo e la determinazione dei coefficienti si è fatto riferimento alle relativa relazioni secondo normativa ISO 6336.

- σ_{FP} indica la tensione ammissibile, il suo valore è dato dalla seguente relazione:

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{F_{lim}}}{S_{F_{min}}} Y_{\delta relT} Y_{RrelT} Y_X Y_{ST} Y_{NT} \tag{2.35}$$

in cui compare la tensione limite a fatica relativa al materiale $\sigma_{F_{lim}}$, il fattore di sicurezza minimo a flessione $S_{F_{min}}$ e diversi coefficienti di adeguamento del limite a fatica del materiale.

Parametri relativi alla fatica	
$Y_{\delta relT}$	fattore sensibilità all'intaglio
Y_{RrelT}	fattore superficiale relativo
Y_X	fattore di dimensione
Y_{ST}	fattore correzione tensione
Y_{NT}	fattore di durata

Tabella 2.6: Coefficienti relativi al calcolo di σ_{FP}

In Tab.2.6 si riportano in modo schematico i diversi coefficienti presenti nella relazione esplicitandone il significato. Per il calcolo e la determinazione dei coefficienti si è fatto riferimento alle relativa relazioni secondo normativa ISO 6336.

Dimensionamento a fatica per contatto herziano (Pitting)

La normativa ISO 6336 prevede che ai fini del dimensionamento a fatica per contatto herziano o resistenza a pitting deve essere soddisfatta la seguente relazione:

$$\sigma_H \leq \sigma_{HP} \tag{2.36}$$

Per operare la precedente verifica è necessario ricavare le due tensioni di progetto:

- σ_H indica la pressione di contatto o anche definita come pressione di Hertz, il suo valore si ricava dalla seguente relazione:

$$\sigma_H = Z_H Z_E Z_\varepsilon Z_\beta \sqrt{\frac{F_t}{d_{p_1} b} \frac{1+\tau}{\tau}} \sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}} \tag{2.37}$$

la precedente relazione risulta essere funzione dalla forza tangenziale F_t, dal diametro primitivo della ruota più piccola d_{p_1}, dal rapporto di trasmissione τ e da diversi coefficienti relativi all'ingranaggio e al funzionamento esplicitati in Tab. 2.7. Per il calcolo dei coefficienti si è fatto riferimento alle relativa relazioni secondo normativa ISO 6336.

Parametri relativi all'ingranaggio		**Parametri relativi al funzionamento**	
Z_H	fattore di zona	K_A	fattore di applicazione carico
Z_E	fattore elasticità materiale	K_V	fattore dinamico
Z_ε	fattore di contatto	$K_{H\beta}$	fattore di carico longitudinale
Z_β	fattore dell'angolo d'elica	$K_{H\alpha}$	fattore di carico trasversale

Tabella 2.7: Coefficienti relativi al calcolo di σ_H

- σ_{HP} indica la pressione di contatto ammissibile o anche pressione di Hertz ammissibile, si ricava mediante la seguente relazione:

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{H_{lim}}}{S_{H_{min}}} Z_N \, Z_L \, Z_R \, Z_V \, Z_W \, Z_X \tag{2.38}$$

  in cui $\sigma_{H_{lim}}$ è la tensione limite a fatica del materiale, $S_{H_{min}}$ il fattore di sicurezza minimo al pitting e gli altri parametri sono coefficienti relativi alla fatica, che sono esplicitati in Tab.2.8 e sono stati ricavati facendo riferimento alle rispettive espressioni secondo normativa ISO 6336.

Parametri relativi alla fatica	
Z_N	fattore di durata
Z_L	fattore lubrificazione
Z_R	fattore di rugosità
Z_V	fattore di velocità
Z_W	fattore di indurimento in esercizio
Z_X	fattore di dimensione

Tabella 2.8: Coefficienti relativi al calcolo di σ_{HP}

2.2 Alberi

Gli alberi di trasmissione ricoprono un ruolo fondamentale nella catena cinematica di un riduttore meccanico, in quanto consentono di supportare le ruote dentate rendendo così possibile la trasmissione di potenza di un ingranaggio. A tal fine gli alberi devono essere liberi di ruotare attorno al proprio asse, sono pertanto supportati e vincolati mediante l'opportuna predisposizione di cuscinetti volventi. In fase di dimensionamento è necessario verificare che l'albero di trasmissione sia in grado di reggere strutturalmente sotto l'azione dei carichi ai quali è sottoposto in fase di funzionamento e che derivano dalle forze scambiate durante l'ingranamento delle ruote dentate. Nella presente dissertazione il dimensionamento degli alberi è stato effettuato impiegando il modello tridimensionale agli elementi finiti (FEM) della trave di Timoshenko. Si elencano di seguito i passaggi effettuati per la risoluzione del problema:

- suddivisione e disposizione dei nodi lungo l'albero;
- calcolo delle matrici di massa $[M]_e$, rigidezza $[K]_e$ e tensione-deformazione $[D]_e$ dell'elemento trave;
- assemblaggio delle matrici per ottenere le matrici globali dell'albero;
- calcolo spostamenti e deformazioni;
- calcolo tensione ai nodi e tensione equivalente;
- determinazione diametri albero,
- analisi dinamica dell'albero dimensionato.

2.2.1 Dimensionamento

Posizionamento dei nodi

Nel calcolo agli elementi finiti è di fondamentale importanza la suddivisione dell'albero in più elementi trave. Ogni singolo elemento trave è delimitato da due nodi, la scelta del posizionamento e quindi della suddivisione in più elementi è dettata dalle variazioni di carico a cui l'albero è soggetto lungo il suo asse. La disposizione dei nodi pertanto può essere generalizzata in funzione delle seguenti condizioni:

- presenza ruota dentata;
- presenza cuscinetti;
- estremità dell'albero

Ne consegue che, in seguito alla scelta del numeri di nodi N_n, è univocamente definito il numero degli elementi trave N in cui viene suddiviso l'albero mediante la seguente relazione:

$$N = N_n - 1 \tag{2.39}$$

Calcolo delle matrici $[K]_e$, $[M]_e$ e $[D]_e$ dell'elemento trave

Al fine di ricavare le matrici di rigidezza, massa e tenso-deformazione dell'elemento trave è necessario calcolare le proprietà geometriche dello stesso. Nel caso di un elemento non cavo a sezione circolare si hanno le seguenti relazioni:

$$A = \pi \frac{D^2}{4} \tag{2.40}$$

$$I_x = I_p = \pi \frac{D^4}{32} \tag{2.41}$$

$$I_y = I_z = \pi \frac{D^4}{64} \tag{2.42}$$

$$\phi_y = \frac{12\, E\, I_z}{G\, A\, l^2} \tag{2.43}$$

$$\phi_z = \frac{12\, E\, I_z}{G\, A\, l^2} \tag{2.44}$$

in cui si indica con:

- $D\,[m]$ il diametro elemento trave;
- $E\,[Pa]$ il modulo di Young;
- $G\,[Pa]$ il modulo elastico tangenziale;
- $A\,[m^2]$ l'area dell'elemento trave;
- I_x, I_y, $I_z\,[m^4]$ i momenti; d'inerzia dell'elemento trave rispettivamente lungo x, y, $e\,z$
- ϕ_y, ϕ_z i fattori di Timoshenko

Si riportano di seguito le espressioni per il calcolo della matrice di massa $[M]_e$, rigidezza $[K]_e$ e tensione-deformazione $[D]_e$ dell'elemento trave:

$$[D]_e = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix}
1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}
\end{bmatrix}$$

(1.40)

$$
[K]_e = E\begin{bmatrix}
\frac{A}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{A}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{12I_z}{(1+\phi_y)l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} & 0 & -\frac{12I_z}{(1+\phi_y)l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} \\
0 & 0 & \frac{12I_y}{(1+\phi_z)l^3} & 0 & -\frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12I_y}{(1+\phi_z)l^3} & 0 & -\frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{lE} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{lE} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 & \frac{(4+\phi_z)I_y}{(1+\phi_z)l} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 & \frac{(2-\phi_z)I_y}{(1+\phi_z)l} & 0 \\
0 & \frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{(4+\phi_y)I_z}{(1+\phi_y)l} & 0 & -\frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{(2-\phi_y)I_z}{(1+\phi_y)l} \\
-\frac{A}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{A}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -\frac{12I_z}{(1+\phi_y)l^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} & 0 & \frac{12I_z}{(1+\phi_y)l^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} \\
0 & 0 & -\frac{12I_y}{(1+\phi_z)l^3} & 0 & \frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12I_y}{(1+\phi_z)l^3} & 0 & \frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 \\
0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{lE} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{lE} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 & \frac{(2-\phi_z)I_y}{(1+\phi_z)l} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_y}{(1+\phi_z)l^2} & 0 & \frac{(4+\phi_z)I_y}{(1+\phi_z)l} & 0 \\
0 & \frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{(2-\phi_y)I_z}{(1+\phi_y)l} & 0 & -\frac{6I_z}{(1+\phi_y)l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{(4+\phi_y)I_z}{(1+\phi_y)l}
\end{bmatrix}
$$

(1.40)

$$
[M]_e = m_{el}\begin{bmatrix}
\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{13}{35}+\frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{11l}{210}+\frac{I_z}{10Al} & 0 & \frac{9}{70}-\frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{13l}{420}+\frac{I_z}{10Al} \\
0 & 0 & \frac{13}{35}+\frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & -\frac{11l}{210}-\frac{I_z}{10Al} & 0 & 0 & 0 & \frac{9}{70}-\frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & \frac{13l}{420}-\frac{I_y}{10Al} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{I_p}{3A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_p}{6A} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{11l}{210}-\frac{I_z}{10Al} & 0 & \frac{l^2}{105}+\frac{2I_y}{15A} & 0 & 0 & 0 & -\frac{13l}{420}+\frac{I_y}{10Al} & 0 & -\frac{l^2}{140}-\frac{2I_y}{30A} & 0 \\
0 & \frac{11l}{210}+\frac{I_z}{10Al} & 0 & 0 & 0 & \frac{l^2}{105}+\frac{2I_z}{15A} & 0 & \frac{13l}{420}-\frac{I_z}{10Al} & 0 & 0 & 0 & -\frac{l^2}{140}-\frac{2I_z}{30A} \\
\frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{9}{70}-\frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{13l}{420}-\frac{I_z}{10Al} & 0 & \frac{13}{35}+\frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{11l}{210}-\frac{I_z}{10Al} \\
0 & 0 & \frac{9}{70}-\frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & -\frac{13l}{420}+\frac{I_y}{10Al} & 0 & 0 & 0 & \frac{13}{35}+\frac{6I_z}{5Al^2} & 0 & +\frac{11l}{210}+\frac{I_z}{10Al} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{I_p}{6A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_p}{3A} & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{13l}{420}-\frac{I_y}{10Al} & 0 & -\frac{l^2}{140}-\frac{2I_y}{30A} & 0 & 0 & 0 & +\frac{11l}{210}+\frac{I_z}{10Al} & 0 & \frac{l^2}{105}+\frac{2I_y}{15A} & 0 \\
0 & -\frac{13l}{420}+\frac{I_z}{10Al} & 0 & 0 & 0 & -\frac{l^2}{140}-\frac{2I_z}{30A} & 0 & -\frac{11l}{210}-\frac{I_z}{10Al} & 0 & 0 & 0 & \frac{l^2}{105}+\frac{2I_z}{15A}
\end{bmatrix}
$$

(1.40)

Calcolo delle matrici $[K]_G$, $[M]_G$ e $[D]_G$ globali dell'albero

Una volta ricavate le matrici per il singolo elemento trave occorre generare le matrici globali dell'albero di rigidezza $[K]_G$, di massa $[M]_G$ e di tensione-deformazione $[D]_G$. Per il calcolo delle matrici globali è stato sviluppato un algoritmo Matlab il quale crea inizialmente una matrice quadrata nulla di dimensione $6(N+1)$ per poi allocare lungo la diagonale principale le matrici dei singoli elementi, tenendo conto del posizionamento dei nodi lungo l'albero. Si evidenzia che nel caso di nodi intermedi, laddove è necessario si procede sommando i contributi derivanti dal calcolo delle singole matrici (12x12) di due elementi trave adiacenti. Di seguito si riporta la schematizzazione generica dell'assemblaggio delle matrici, indicando con $[X]$ la matrice globale e con $X_{ij}^{e_N}$ i gli elementi delle matrici relative ai singoli elementi trave.

$$[X] = \begin{bmatrix} X_{11}^{e_1} & X_{12}^{e_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ X_{21}^{e_1} & X_{22}^{e_1} + X_{11}^{e_2} & X_{12}^{e_2} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & X_{21}^{e_2} & X_{22}^{e_2} + X_{11}^{e_3} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & X_{22}^{e_{N-1}} + X_{11}^{e_N} & X_{12}^{e_N} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & X_{21}^{e_N} & X_{22}^{e_N} \end{bmatrix} \tag{2.45}$$

Calcolo spostamenti e deformazioni

Prima di procedere con la valutazione degli spostamenti e quindi delle deformazioni è necessario modificare le matrici precedentemente ottenute e il vettore dei carichi nodali, considerando la presenza e la disposizione dei vincoli. Il particolare si sopprimono le righe e le colonne relative ai gradi di libertà vincolati. Le matrici ottenute sono indicate come segue $[K]$, $[M]$ e $[D]$. Si considera quindi l'equazione del moto dell'albero, avente la seguente espressione:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \tag{2.46}$$

trascurando derivata prima e seconda, nel caso di deflessione statica si ottiene la seguente semplificazione:

$$[K]\{x\} = \{F\} \tag{2.47}$$

da cui si ricava il vettore degli spostamenti $\{x\}$ come segue:

$$\{x\} = [K]^{-1}\{F\} \tag{2.48}$$

Il vettore degli spostamenti ricavato$\{x\}$ deve necessariamente essere modificato con l'aggiunta di elementi nulli in corrispondenza dei gradi di libertà eliminati. Si indica il vettore aggiornato con $\{x\}_G$.

Si procede quindi con il calcolo di deformazioni e scorrimenti:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{du}{dx} \qquad \varepsilon_{yy} = \frac{dv}{dy} \qquad \varepsilon_{zz} = \frac{dw}{dz} \tag{2.49}$$

$$\gamma_{xy} = \left(\frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx}\right) \qquad \gamma_{yz} = \left(\frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy}\right) \qquad \gamma_{xz} = \left(\frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx}\right) \tag{2.50}$$

in cui:

$$du = u_i - u_{i-1} \qquad dv = v_i - v_{i-1} \qquad dw = w_i - w_{i-1} \tag{2.51}$$

$$dx = \left(1 - \frac{du}{\sqrt{du^2 + dv^2 + dw^2}}\right) \cdot l \tag{2.52}$$

$$dy = \left(1 - \frac{dv}{\sqrt{du^2 + dv^2 + dw^2}}\right) \cdot l \tag{2.53}$$

$$dz = \left(1 - \frac{dw}{\sqrt{du^2 + dv^2 + dw^2}}\right) \cdot l \tag{2.54}$$

Si ottiene quindi il vettore di deformazioni statiche dell'albero relativo ai singoli nodi $\{\varepsilon\}$.

Calcolo tensione ai nodi e tensione equivalente

Avendo a disposizione il vettore delle deformazioni dei singoli nodi è possibile passare alle tensioni, sfruttando la matrice $[D]_G$. Il vettore delle tensioni relativo ai singoli nodi $\{\sigma\}$ si ricava come segue:

$$\{\sigma\} = [D]_G \ \{\varepsilon\} \tag{2.55}$$

Per ogni nodo si ricava la tensione equivalente $\sigma_{eq,i}$ come segue:

$$[\sigma_i] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx,i} & \tau_{xy,i} & \tau_{xz,i} \\ \tau_{xy,i} & \sigma_{xy,i} & \tau_{yz,i} \\ \tau_{xz,i} & \tau_{yz,i} & \sigma_{zz,i} \end{bmatrix} \tag{2.56}$$

risolvendo il seguente problema agli autovalori, si ricavano le tensioni principali $\sigma_{1,i}$, $\sigma_{2,i}$, $\sigma_{3,i}$:

$$det \begin{bmatrix} \sigma_{xx,i} - \sigma & \tau_{xy,i} & \tau_{xz,i} \\ \tau_{xy,i} & \sigma_{yy,i} - \sigma & \tau_{yz,i} \\ \tau_{xz,i} & \tau_{yz,i} & \sigma_{zz,i} - \sigma \end{bmatrix} = 0 \tag{2.57}$$

infine si valuta la tensione equivalente per il singolo nodo applicando il criterio di Von Mises:

$$\sigma_{eq,i} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{1,i} - \sigma_{2,i})^2 + (\sigma_{2,i} - \sigma_{3,i})^2 + (\sigma_{1,i} - \sigma_{3,i})^2} \tag{2.58}$$

Si genera quindi il vettore delle tensioni equivalenti dell'albero:

$$\{\sigma_{eq}\} = \{\sigma_{eq,1} \ \sigma_{eq,2} \ \sigma_{eq,3} \ \cdots \ \sigma_{eq,N-1}\}^T \tag{2.59}$$

Ai fini della verifica dell'albero è necessario che la seguente relazione sia soddisfatta:

$$CS_{albero} = \frac{R_{p_{02}}}{\sigma_{eq_{max}}} \geq 2 = CS_{albero_{min}} \tag{2.60}$$

in cui con CS_{albero} si indica il coefficiente di sicurezza dell'albero corrispondente alla $\sigma_{eq,max}$ che si ricava da:

$$\sigma_{eq_{max}} = max(\{\sigma_{eq}\}) \tag{2.61}$$

Determinazione diametri albero

Come visto in precedenza per il calcolo delle proprietà geometriche dell'elemento trave è necessario stabilire un diametro D di primo tentativo. Il codice di calcolo implementato in Matlab prevede di iterare ciclicamente dei diametri via via crescenti per ogni campata. L'iterazione e quindi la relativa determinazione dei diametri si interrompe quando sono verificate le seguenti condizioni:

- la traslazione dovuta alla deflessione statica per ogni nodo deve essere inferiore ad un valore limite che dipende da parametri caratteristici delle ruote dentate:

$$max(|\{U\}_{traslazioni}|) \leq min(h_{a,i,1} - h_{f,i,2}, h_{a,i,2} - h_{f,i,1}) \tag{2.62}$$

  in cui con h_a eh_f si indicano rispettivamente addedum e dedendum della ruota dentata e con i pedici 1 e 2 ruota di input e ruota di output;

- la tensione equivalente massima tra tutti i nodi sia inferiore alla tensione ammissibile, ovvero ponendo un coefficiente di sicurezza pari a 2 deve essere soddisfatta la seguente relazione:

$$CS_{albero} = \frac{R_{p02}}{\sigma_{eq_{max}}} \geq 2 = CS_{albero_{min}} \tag{2.63}$$

2.2.2 Profili scanalati

Affinché si possa avere continuità all'interno della catena cinematica costituita da alberi e ingranaggi è necessario che questi ultimi vengano opportunamente vincolati, quando necessario agli alberi stessi. Nel caso di in cui le coppie in gioco risultano essere basse è possibile che la scelta ricada su un calettamento forzato, ma nel caso di coppie elevate si richiede l'impiego di profili scanalati. Nel suddetto caso la presenza di una dentatura esterna sull'albero, consente di accoppiare la ruota provvista di una corrispondente dentatura interna.

L'accoppiamento mediante profili scanalati, oltre ad essere spesso l'unica soluzione valida nel caso di coppie in gioco elevate, presenta ulteriori vantaggi come facilità di montaggio e non comporta alcun indebolimento del componente sul quale viene realizzato.

Facendo riferimento alla normativa ISO 4156, relativa al dimensionamento di profili scanalati con dentatura ad evolvente, possono essere impiegate le seguenti relazioni per il calcolo dello stato tensionale:

- tensione di taglio sul dente:

$$\tau_m = 4\,C\frac{K_s}{\pi\,d_{ie}^3} \tag{2.64}$$

- tensione di taglio agente sul diametro dell'albero ridotto:

$$\tau_r = 16\,C\frac{K_s}{d_{me}\,z\,b_1\,h} \tag{2.65}$$

- tensione di compressione:

$$\tau_r = 2\,C\frac{K_s}{d_{ie}\,z\,b_1\,h} \tag{2.66}$$

in cui si definiscono i seguenti parametri:

- C: coppia scambiata dal profilo scanalato;
- k_s: fattore di servizio;
- d_{ie}: diametro troncatura interna del profilo scanalato
- d_{me}: diametro primitivo del profilo scanalato
- z: numero di denti del profilo scanalato
- b: larghezza del profilo scanalato;
- h: altezza del dente del profilo.

Per il calcolo delle proprietà geometriche, facendo sempre riferimento alla normativa ISO 4156 si hanno le relazioni riportate di seguito che consentono di ricavare il diametro di troncatura interna del profilo scanalato dell'albero d_{ie}, il diametro di troncatura esterna del profilo scanalato dell'albero d_{ee}, il diametro di troncatura esterna del profilo scanalato del mozzo e l'altezza del dente del profilo scanalato h:

$$d_{ie} = m_n \left(z - X_{ie}\right) \tag{2.67}$$

$$d_{ee} = m_n \left(z + X_{ee}\right) \tag{2.68}$$

$$d_{ei} = m_n \left(z + X_{ei}\right) \tag{2.69}$$

$$h = X_h \, m_n \tag{2.70}$$

per le quali i coefficienti X_{ie}, X_{ee}, X_{ei} e X_h sono tabulati in Tab.2.9 in funzione degli angoli di pressione normati:

$$\alpha_{ISO\,4156} = \{30°, 37.5°, 45°\} \tag{2.71}$$

$\alpha_{ISO\,4156}$	X_{ie}	X_{ee}	X_{ei}	X_h	$m_{n_{ISO\,4156}}$
30°	1.8	1	1.8	0.9	$\{0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2, 5, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$
37.5°	1.4	0.9	1.4	0.7	
45°	1.2	0.8	1.2	0.6	$\{0.25, 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.5\}$

Tabella 2.9: Parametri normati ISO 4156

In Tab.2.9 si riportano inoltre i moduli normati che sono uguali per $\alpha = \{30°, 37.5°\}$ e differiscono per $\alpha = 45°$.

Verifica profili scanalati

Tramite l'ausilio delle relazioni fornite dalla normativa ISO 4156 è possibile eseguire la verifica strutturale dei profili dimensionati. Nello specifico si deve verificare che il coefficiente di sicurezza risultante sia maggiore di quello minimo richiesto e fissato come parametro di progetto.

$$CS_{ShearShaft} = \frac{\frac{R_{p02}}{2}}{\tau_r} \tag{2.72}$$

$$CS_{ShearSpline} = \frac{R_{p02} \cdot 0.577}{\tau_m} \tag{2.73}$$

$$CS_{VonMisesSpline} = \frac{R_{p02}}{\sqrt{\sigma_c^2 + 3\,\tau_m^2}} \tag{2.74}$$

Infine come coefficiente di sicurezza per l'intero profilo scanalata si assume il valore minino, da dover confrontare con quello minimo di progetto.

$$CS_{Spline} = min(\,CS_{ShearShaft}, CS_{ShearSpline}, CS_{VonMisesSpline}) \tag{2.75}$$

2.3 Cuscinetti

I cuscinetti sono organi che consentono di accoppiare componenti meccaniche in movimento, reggendo i carichi che le stesse si scambiano. Essendo i cuscinetti volventi organi sollecitati da cachi esterni durante il loro funzionamento è di fondamentale importanza operare un corretto dimensionamento e verificare che siano adatti per l'applicazione di destinazione, al fine di evitare il collasso della struttura.

Proprio in funzione dei carichi si distinguono tre macro categorie di cuscinetti:

- *Radiali*, carico perpendicolare all'asse del cuscinetto;
- *Assiali* , carico in direzione normale all'asse del cuscinetto;
- *Combinati*, presenza simultanea di carichi assiali e radiali.

La configurazione strutturale del cuscinetto consente di effettuare un'ulteriore distinzione tra cuscinetti volventi e lisci. Nel primo caso tra le piste dei cuscinetti sono interposti corpi volventi (sfere, rulli, etc.), nel secondo caso le superfici portanti si trovano a diretto contatto e scorrono tra di esse mediante l'interposizione di lubrificanti.

2.3.1 Cuscinetti implementati

Per il lavoro di tesi svolto ci si è limitatati ad implementare i dati relativi a cuscinetti SKF volventi, per carico radiale, assiale e combinato, ovvero cuscinetti:

- *Radiali ad una e due corone di sfere*: in grado di sopportare carichi radiali
- *Radiali orientabili a sfere*: provvisti di due corone di sfere alloggiate in un'unica pista di forma sferica nell'anello esterno, tale configurazione consente un'inclinazione dell'albero rispetto all'alloggiamento, pertanto trovano applicazione nei casi in cui si verificano considerevoli inflessioni o si hanno errori di disallineamento.
- *Radiali a rulli cilindrici ad una e due corone*: sono adatti a sopportare elevati carichi radiali. In base alla loro configurazione i cilindrici ad una sfera consentono lo spostamento o la guida assiale dell'albero rispetto all'alloggiamento. Nella configurazione a due corone si aumenta la capacità di carico assiale ma si hanno applicazioni molto rigide.
- *Radiali orientabili a rulli*: i rulli scorrono in un'unica pista avente forma sferica e ricavata nell'anello esterno. Riescono a reggere carichi radiali elevati e allo stesso tempo spinte assiali in ambo i sensi. Essendo orientabili consentono di sopperire entro certi limiti ad eventuali disassamenti e inflessioni dell'albero.
- *Obliqui a sfere*: sono provvisti di due piste rispettivamente sfalsate tra di esse, tale configurazione consente di sorreggere carichi combinati (radio-assiali), che vengono trasmessi tramite le sfere da una gola all'altra lungo delle rette d'azione aventi un determinato angolo di inclinazione rispetto all'asse del cuscinetto.

- *A rulli conici*: utilizzati per reggere carichi combinati (radio-assiali), sopportano carichi assiali diretti in un'unica direzione. Possono essere montati in opposizione uno rispetto all'altro, si hanno configurazioni a X o ad O, in funzione del verso di montaggio.

- *A rullini e gabbia*: hanno un'elevata capacità di carico radiale e un ingombro ridotto. Se le specifiche di ingombro radiale sono molto stringenti possono essere montati senza la presenza dell'anello esterno e interno, i rullini sono guidati da una gabbia e si trovano a diretto contatto con gli elementi in movimento.

2.3.2 Dimensionamento

La procedura di valutazione e la scelta dei cuscinetti fa fede ai manuali SKF, ovvero alla normativa di riferimento SKF per il dimensionamento dei cuscinetti volventi.

Verifica a carico statico del cuscinetto

La verifica del cuscinetto sul carico statico è di fondamentale importanza qualora lo stesso sia soggetto a carichi di breve durata come urti o picchi di carico molto forti. Per un adeguato dimensionamento è necessario valutare il coefficiente di sicurezza statico s_0, ossia il rapporto tra il coefficiente di carico statico C_0 ed il carico statico equivalente P_0, che si ricava da:

$$P_0 = X_0 \, F_r + Y_0 \, F_a \tag{2.76}$$

Con F_r ed F_a si indicano rispettivamente le componenti di carico assiale e radiale agenti sul cuscinetto, Fig.2.6. I coefficienti di carico radiale X_0 e assiale Y_0, sono

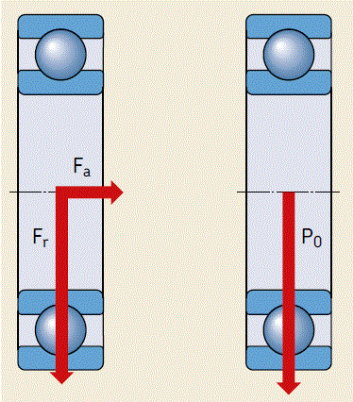

Figura 2.6: Carichi agenti sul cuscinetto

tabellati in funzione del tipo di cuscinetto che si sceglie di impiegare e sono riportati nella sezione introduttiva di ogni singolo prodotto.

Il carico statico C_0 equivale ad una sollecitazione calcolata in corrispondenza del punto di contatto tra il corpo volvente più caricato e la pista, per lo stesso si definiscono i seguenti valori:

- 4600$[MPa]$ per cuscinetti orientabili a sfere;

- 4200$[MPa]$ per tutti gli altri cuscinetti a sfere;

- 4000$[MPa]$ per tutti i cuscinetti a rulli.

Si definisce il coefficiente di sicurezza statico come segue:

$$s_0 = \frac{C_0}{P_0} \tag{2.77}$$

Si verifica poi la seguente condizione:

$$s_0 \ > \ s_{0_{minimo}} \tag{2.78}$$

$s_{0_{minimo}}$ è un valore tabellato Fig.2.7 che tiene conto oltre che della tipologia di cuscinetto anche di ulteriori fattori quali il tipo di esercizio, requisiti di silenziosità e tipo di volvente del cuscinetto in esame.

Guideline values for the static safety factor s_0

Type of operation	Rotating bearing Performance requirements (e.g. quiet running or vibration-free operation) unimportant		normal		high		Non-rotating bearing	
	Ball bearings	Roller bearings	Ball bearings	Roller bearings	Ball bearings	Roller bearings	Ball bearings	Roller bearings
Smooth, vibration-free	0,5	1	1	1,5	2	3	0,4	0,8
Normal	0,5	1	1	1,5	2	3,5	0,5	1
Pronounced shock loads[1)]	≥ 1,5	≥ 2,5	≥ 1,5	≥ 3	≥ 2	≥ 4	≥ 1	≥ 2

For spherical roller thrust bearings, it is advisable to use $s_0 \geq 4$.

[1)] Where the magnitude of the shock load is not known, values of s_0 at least as large as those quoted above should be used. If the magnitude of the shock loads is known, smaller values of s_0 can be applied.

Figura 2.7: Determinazione valore fattore di sicurezza statico

Verifica della durata del cuscinetto (carico dinamico)

Per un corretto dimensionamento del cuscinetto, è fondamentale verificare che lo stesso sia in grado di operare, in maniera adeguata, nelle condizioni di carico dinamico alle quali è soggetto.

Note le dimensioni dell'albero e quindi il valore $d[mm]$ si procede con la verifica dei vari parametri al fine di selezione un opportuno cuscinetto tra quelli presenti in catalogo, per dato diametro. Inizialmente si determina la durata nominale in milioni di cicli, raggiunta o superata dal 90% di un lotto significativo di cuscinetti uguali, prima che si rilevano i segni di affaticamento del materiale:

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^p \tag{2.79}$$

Con:

- C: coefficiente carico dinamico $[N]$;
- P: carico dinamico equivalente $[N]$;
- p: esponenti di durata, pari a 3 per cuscinetti a sfere e 10/3 per cuscinetti a rulli.

Note le forze agenti sul cuscinetto in direzione radiale F_r e assiale F_a, si ricava il carico dinamico equivalente mediante la seguente relazione:

$$P = XF_r + YF_a \tag{2.80}$$

I coefficienti di carico radiale e assiale, X ed Y sono tabellati in funzione del tipo di cuscinetto che si sceglie di impiegare e sono riportati nella sezione introduttiva di ogni singolo prodotto.

Il carico dinamico equivalente P agente sul cuscinetto è un carico ipotetico che agisce radialmente su cuscinetti radiali e assialmente su cuscinetti assiali, producendo effetti sulla durata del cuscinetto che equivalgono a quelli effettivamente generati dai carichi reali. Il carico P è costante in grandezza, direzione e verso.

È possibile calcolare la durata modificata L_{nm} $[ore]$, che tiene conti di altri fattori come, caratteristiche particolari del materiale, lubrificazione oppure se si desidera valutare una probabilità di durata diversa dal 90%, in tal caso si applica la seguente relazione:

$$L_{nm} = a_1 \; a_{SKF} \; L_{10} \tag{2.81}$$

Il coefficiente a_1 si ricava dalla tabella riportata in Fig.2.8, la quale è valida per qualsiasi tipologia di cuscinetto.

Values for life adjustment factor a_1

Reliability	Failure probability n	SKF rating life L_{nm}	Factor a_1
%	%	million revolutions	–
90	10	L_{10m}	1
95	5	L_{5m}	0,64
96	4	L_{4m}	0,55
97	3	L_{3m}	0,47
98	2	L_{2m}	0,37
99	1	L_{1m}	0,25

Figura 2.8: Fattore di correzione a_1 per il calcolo di L_{nm}

Diversamente, per il fattore di correzione a_{SKF} vi sono differenti diagrammi che variano in funzione della tipologia di cuscinetto in esame, si riporta la tabella relativa al caso di cuscinetti a sfere radiali Fig.2.9.

Il calcolo del coefficiente a_{SKF} richiede la conoscenza di ulteriori parametri:

- *Limite a fatica:* P_u $[kN]$

  Indica il carico limite a fatica del cuscinetto, secondo la ISO 281 è definito come quel carico al di sotto del quale in condizioni di laboratorio non si riscontra alcuna fatica nel materiale, non è necessario ricavarlo e si trova tabellato per ogni cuscinetto

- *Rapporto di viscosità:* k $[-]$

  Si ricava dal rapporto tra la viscosità cinematica del lubrificante $\nu[mm^2/s]$ e viscosità di riferimento del lubrificante alla temperatura d'esercizio $\nu_1[mm^2/s]$. La viscosità di riferimento ν_1 viene determinata dal diametro medio del cuscinetto

$$d_M = \frac{d+D}{2} \; [mm] \tag{2.82}$$

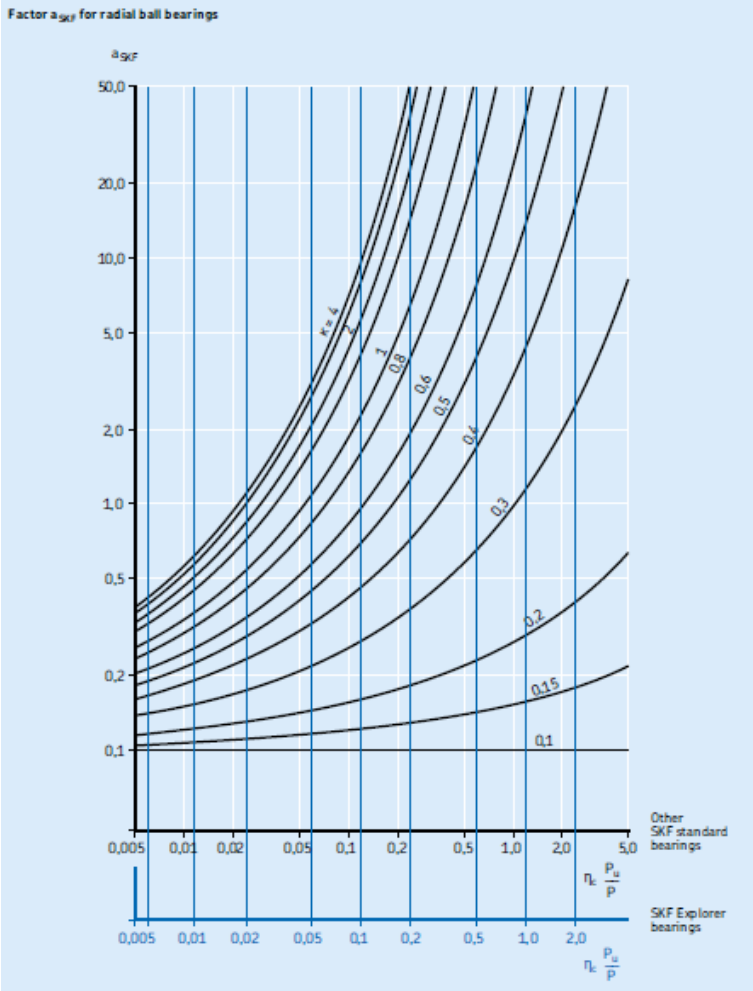

Figura 2.9: Fattore di correzione a_{SKF} per il calcolo di L_{nm}

e dalla velocità di rotazione d'esercizio n, mediante il grafico di sinistra della Fig2.10.

viscosità nominale dell'olio a $+40$ °C viene determinata dalla viscosità d'esercizio richiesta ν e dalla temperatura d'esercizio.

- *Fattore di contaminazione:* $\eta_c\,[-]$

  Il fattore di durata per contaminazione η_c, tiene conto dell'influenza delle contaminazioni dell'elemento lubrificante sulla durata. I valori sono tabellati in funzione delle condizioni operative, Fig.2.11.

  Se il cuscinetto lavora a velocità costante si è in grado di ricavare la vita operativa in termini di ore di funzionamento:

$$L_{nmh} = \frac{10^6}{60\,n}\,L_{nm} \tag{2.83}$$

  Una volta ricavato il suddetto valore si procede a verificarlo mediante la seguente relazione:

$$L_{nmh} \geq L_{nmh_{minimo}} \tag{2.84}$$

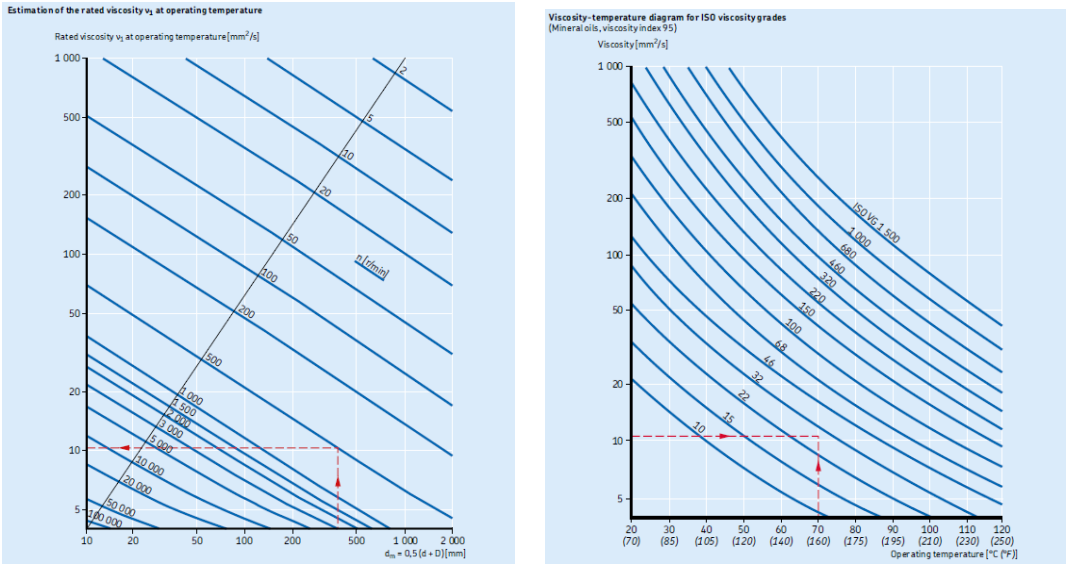

Figura 2.10

Guideline values for factor η_c for different levels of contamination

Conditions	Factor η_c [1)] for bearings with mean diameter d_m < 100 mm	d_m ≥ 100 mm
Extreme cleanliness • particle size approximately the same as the lubricant film thickness • laboratory conditions	1	1
High cleanliness • oil filtered through an extremely fine filter • typical conditions: sealed bearings that are greased for life	0,8 ... 0,6	0,9 ... 0,8
Normal cleanliness • oil filtered through a fine filter • typical conditions: shielded bearings that are greased for life	0,6 ... 0,5	0,8 ... 0,6
Slight contamination • typical conditions: bearings without integral seals, coarse filtering, wear particles and slight ingress of contaminants	0,5 ... 0,3	0,6 ... 0,4
Typical contamination • conditions typical of bearings without integral seals, coarse filtering, wear particles and ingress from surroundings	0,3 ... 0,1	0,4 ... 0,2
Severe contamination • typical conditions: high levels of contamination due to excessive wear and/or ineffective seals • bearing arrangement with ineffective or damaged seals	0,1 ... 0	0,1 ... 0
Very severe contamination • typical conditions: contamination levels so severe that values of η_c are outside the scale, which significantly reduces the bearing life	0	0

Figura 2.11

Verifica a numero di giri massimo

Quando le velocità di rotazioni alle quali sono soggetti i cuscinetti sono elevate è necessario verificare che gli stessi soddisfino determinati requisiti di velocità imposte dal costruttore. Si definiscono i seguenti due parametri:

- *Velocità limite* $n_{limmite}$ $[rpm]$: è il limite di velocità meccanico ed è legato fondamentalmente alle caratteristiche di design del componente

- *Velocità di referenza* $n_{referenza}$ $[rpm]$: indica il limite di velocità termico, si basa sul modello di attrito SKF, facente riferimento alla normativa ISO 15312, relativa all'equilibrio termico in condizioni di raffreddamento ed esercizio standard.

Note le suddette grandezze, la seguente condizione deve essere soddisfatta:

$$n_{max} \leq min\left(n_{limmite}, n_{referenza}\right) \tag{2.85}$$

2.4 Sincronizzatori

Il sincronizzatore è un componente meccanico largamente utilizzato nelle trasmissioni manuali automobilistiche. Per i suddetti cambi di velocità si prevede che ogni ingranaggio sia sempre in presa, con una ruota vincolata a ruotare alla stessa velocità dell'albero sul quale è calettata e l'altra invece libera, quindi non vincolata al corrispettivo albero. Al fine di selezionare un determinato ingranamento è necessario che entrambe le ruote siano vincolate ai rispettivi alberi in modo da consentire il trasferimento di potenza con il rapporto di trasmissione desiderato. Il compito principale del sincronizzatore è quindi quello di innestare la marcia, vincolando la ruota libera di ruotare, all'albero. Ma come risulta evidente la configurazione di un cambio automobilistico sopracitata presenta un'ulteriore inconveniente, ovvero nel passaggio da un rapporto di trasmissione all'altro la ruota libera e l'albero presentano necessariamente velocità di rotazione differenti.

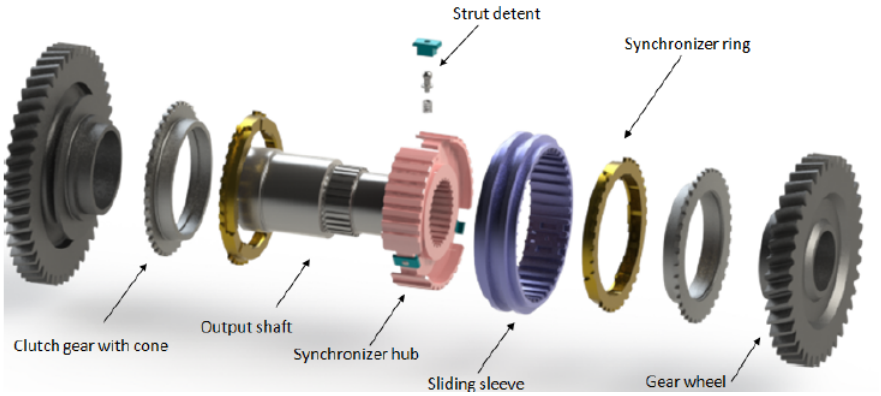

Figura 2.12: Componenti di un sincronizzatore

Il sincronizzatore non svolge quindi solo il compito di selezionare il rapporto di trasmissione, ma consente anche di azzerare la differenza di velocità che caratterizza i due componenti in fase di innesto.

Si riportano di seguito i principali componenti che caratterizzano un sincronizzatore:

- il mozzo (Synchronizer Hub) che costituisce il fulcro del sincronizzatore, è vincolato all'albero solitamente tramite profili scanalati, sullo stesso inoltre sono presenti componenti che consento l'arresto della slitta;

- la slitta (Sliding Sleeve), ovvero un manicotto che presenta un incavo lungo il perimetro esterno atto all'alloggiamento dei leveraggi del cambio mediante i quali avviene la traslazione dei componenti al fine di operare l'innesto della marcia.

- l'elemento di arresto (Strut Detent) che come precedentemente accennato si trova sul mozzo, la sua funzione è quella di guidare la slitta nella posizione di centraggio del sincronizzatore;

- l'anello di bloccaggio (Synchronizer ring), il primo elemento ingranato durante la fase di innesto.

- l'anello di ingranamento (Clutch gear with cone) del sincronizzatore rappresenta l'ultimo elemento che viene ingranato durante la fase di innesto.

2.4.1 Principio di funzionamento

Il sincronizzatore è componente complesso costituito da più elementi, i quali concorrono tramite vari passaggi a raggiungere lo scopo finale per il quale lo stesso è stato progettato. Si riportano di seguito le varie fasi che caratterizzano il principio di funzionamento di un sincronizzatore:

- *Posizione neutro.* In questa fase il sincronizzatore non compie nessuna interazione con le ruote tra le quali è posizionato. La slitta rimane in posizione centrale grazie all'ausilio della sfera di arresto.

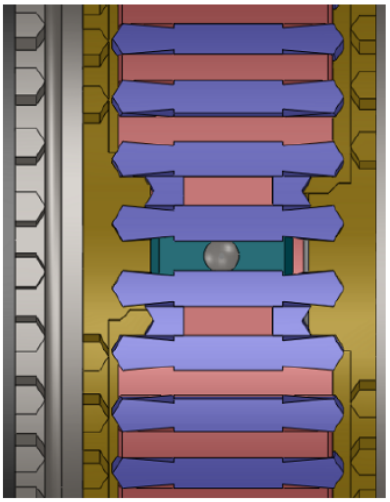

Figura 2.13: Posizione neutro del sincronizzatore

- *Pre-sincronizzazione.* Questa fase si verifica in seguito alla movimentazione della slitta, che avviene mediante le forchette le quali fanno parte del leveraggio del cambio. Gli elementi di arresto sono spinti verso l'anello di bloccaggio.

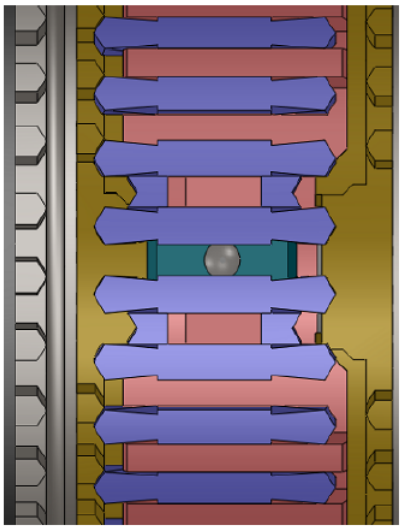

Figura 2.14: Fase di pre-sincronizzazione

- *Posizione di bloccaggio.* Gli elementi di arresto portati in battuta sull'anello di bloccaggio nella fase precedente procedono traslando in direzione assiale fino ad annullare la differenza di velocità tra i due componenti, ad innesto completato.

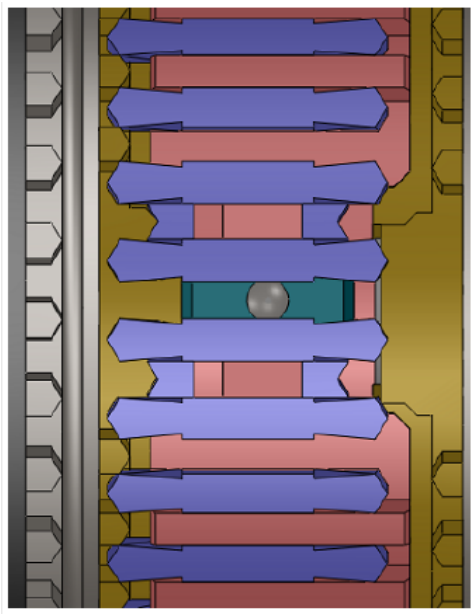

Figura 2.15: Posizione di bloccaggio del sincronizzatore

- *Avanzamento libero.* Una volta annullata la differenza di velocità la slitta rilascia la posizione di bloccaggio consentendo agli elementi di arresto di avanzare ulteriormente verso l'anello di ingranamento.

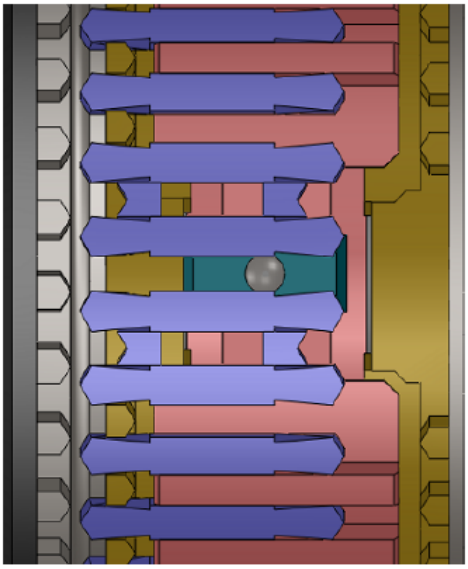

Figura 2.16: Fase di avanzamento libero del sincronizzatore

- *Ingranamento.* La slitta continuando ad avanzare incontra l'anello di ingranamento, gli elementi d'arresto innestandosi con quest'ultimo provvedono ad annullare la differenza di velocità.

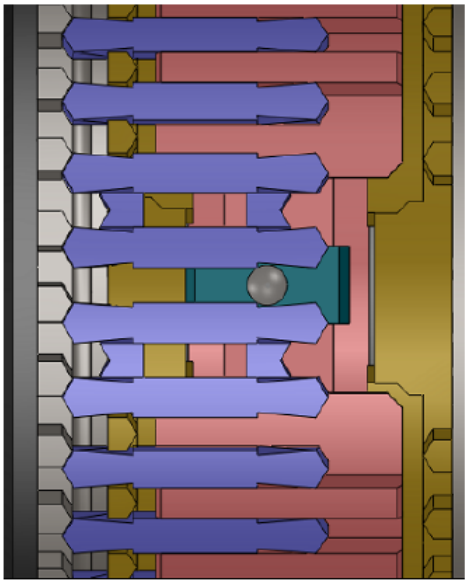

Figura 2.17: Fase di ingranamento del sincronizzatore

- *Marcia innestata.* La fase conclusiva del processo di sincronizzazione si raggiunge nel moneto in cui la slitta raggiunge il fine corsa sull'anello di ingranamento. In questa condizione la marcia risulta completamente innestata.

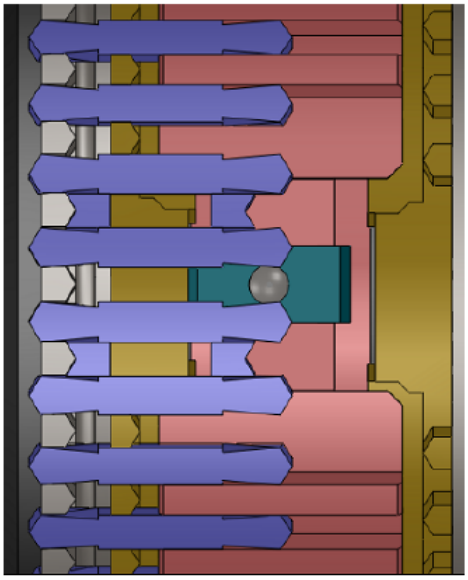

Figura 2.18: Ultima fase di sincronizzazione

2.4.2 Dimensionamento

In fase di dimensionamento un aspetto di fondamentale importanza è quello di valutare opportunamente il posizionamento del sincronizzatore. Lo stesso può essere predisposto sia sull'albero di input che su quello di output. Da tale scelta ne consegue anche la configurazione del cambio in termini di montaggio delle ruote dentate, ovvero la possibilità di disporre una ruota su cuscinetto piuttosto che vincolarla

alla rotazione dell'albero. Ne consegue che la scelta del posizionamento del sincronizzatore è funzione dei parametri geometrici delle ruote dentate dimensionate, per esempio nel caso di ruote di dimensioni troppo piccole si realizza solitamente un montaggio di pezzo per evitare l'indebolimento delle stesse.

Supponendo di predisporre il sincronizzatore sull'albero di input tra prima e seconda marcia, aventi rispettivamente rapporti di trasmissione τ_2 e τ_2 si hanno le seguenti relazioni:

$$\omega_{1,in} = \omega_u \, \tau_1 \tag{2.86}$$

$$\omega_{2,in} = \omega_u \, \tau_2 \tag{2.87}$$

$$\Delta_\omega = \omega_{2,in} - \omega_{1,in} = \omega_u \left(\tau_2 - \tau_1\right) \tag{2.88}$$

in cui con $\omega_{1,in}$ e $\omega_{1,in}$ si indicano le velocità di rotazione delle rispettive marce sull'albero di input, con ω_u si indica la velocità di rotazione dell'albero di uscita e con Δ_ω in salto di velocità che il sincronizzatore deve annullare.

Ponendo inversamente il sincronizzatore sull'albero di output valgono le seguenti relazioni:

$$\omega_{1,out} = \omega_u \tag{2.89}$$

$$\omega_{2,out} = \omega_u \, \frac{\tau_2}{\tau_1} \tag{2.90}$$

$$\Delta_\omega = \omega_{2,out} - \omega_{1,out} = \omega_u \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} - 1\right) \tag{2.91}$$

Dalle precedenti relazioni si nota che in funzione del posizionamento l'espressione relativa al salto di velocità Δ_ω varia a seconda che il sincronizzatore sia posto sull'albero di input (2.88) piuttosto che sull'albero di output (2.91).

Calcolo inerzia equivalente

Sulla base di quanto detto in precedenza, la disposizione del sincronizzatore comporta formulazioni che differiscono anche nel calcolo dell'inerzia equivalente. A scopo esemplificativo si riportano i passaggi eseguiti per il calcolo dell'inerzia equivalente nel caso di sincronizzatore alloggiato sull'albero di input in fase di scalata, ovvero il passaggio di marcia dalla seconda $_{2^\circ}$ alla prima $_{1^\circ}$. Considerando l'energia cinetica iniziale, ovvero in fase di sincronizzazione si ha:

$$\frac{1}{2} \, J_{eq} \, \omega^2_{2^\circ_{in}} = \frac{1}{2} \, J_{2^\circ_{in}} \, \omega^2_{2^\circ_{in}} + \frac{1}{2} \, J_{S_{in}} \, \omega^2_{1^\circ_{in}} + \frac{1}{2} \, J_{G_{in_{ns}}} \, \omega^2_{1^\circ_{in}} + \sum_i^N \frac{1}{2} \, J_{G_{out_{ns_i}}} \, \omega^2_{out_{s_i}} \tag{2.92}$$

in cui si indica con S l'albero, G la ruota, s e ns ruote montate su sincronizzatore o albero, infine con in e out alberi di ingresso e uscita. Considerando che:

$$\omega_{1^\circ_{in}} = \omega_u \, \tau_1 = \omega_{2^\circ_{in}} \, \frac{\tau_1}{\tau_2} \tag{2.93}$$

è possibile riscrivere la relazione 2.92 come segue:

$$J_{eq} = J_{2^\circ_{in}} + \left[J_{S_{in}} + J_{G_{in_{ns}}} \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^2 \right] + \sum_i^N \frac{J_{G_{out_{s_i}}}}{\tau_{out_{s_i}}}^2 \cdot \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^2 \tag{2.94}$$

Calcolo coppia d'attrito

Il sincronizzatore durante l'innesto della marcia esercita, attraverso il contatto di superfici coniche, una coppia di attrito sulla ruote dentata interessata, al fine di generare la riduzione di velocità necessaria a consentire l'inserimento stesso della marcia. Per il calcolo della coppia di attrito si è impiegata la seguente relazione:

$$M_f = n_c \, \mu \, d_m \, \frac{F_a}{2\sin(\alpha)} \tag{2.95}$$

in cui sono definiti i seguenti parametri:

-n_c numero coni che intervengono in fase di sincronizzazione;

-μ coefficiente d'attrito;

-d_m diametro medio dei coni;

-F_a forza assiale operata sul sincronizzatore;

-α angolo di inclinazione coni.

Calcolo tempo di sincronizzazione

Uno dei parametri fondamentali che caratterizza l'efficienza di un sincronizzatore è il tempo T_s che lo stesso impiega per il cambio di marcia. Considerando la seguente espressione che definisce la coppia d'attrito esercitata da sincronizzatore sulla ruota dentata:

$$M_f = J_{eq} \frac{d\omega}{dt} = J_{eq} \frac{\Delta_\omega}{T_s} \tag{2.96}$$

e avendo a disposizione le relazioni (2.95),(2.88) e (2.92) è possibile calcolare in generale:

$$T_s = J_{eq} \frac{\Delta_\omega}{M_f} \tag{2.97}$$

Capitolo 3

Modellazione CAD

3.1 Implementazione risultati su Siemens Nx

I calcoli relativi al dimensionamento dei vari componenti mostrati nel capitolo precedente sono stati implementati mediante codici Matlab che forniscono in uscita i parametri di dimensionamento per ogni componente. I risultati ottenuti devono quindi poi essere trasferiti al software Siemens NX al fine di ottenere il CAD parametrico dei singoli componenti che devono essere successivamente assemblati nell'assieme finale.

Per rendere possibile il suddetto trasferimento è stato di fondamentale importanza l'impiego del software Excel, il quale essendo in grado di comunicare sia in uscita con Matlab che in ingresso con Nx ha reso possibile la "comunicazione" tra i due software. Per ogni componente è necessario parametrizzare tutte le grandezze che lo definiscono, ovvero mediante il comando *Expressions* si assegna un nome che definisce la variabile stessa. Questo passaggio consente l'allocazione dei valori ottenuti in fase di dimensionamento alle relative variabili definite su Nx.

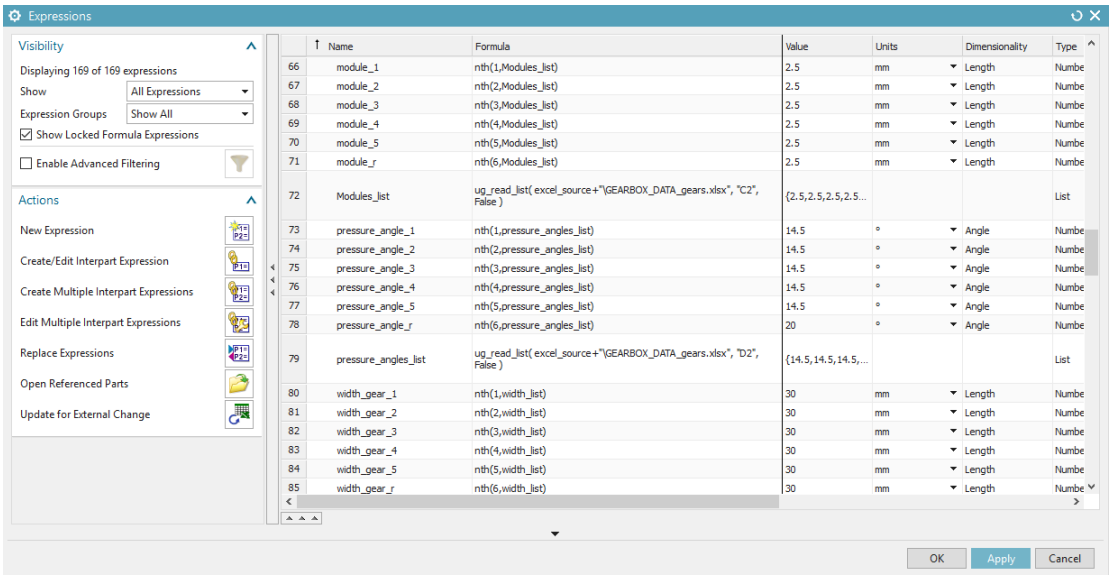

Figura 3.1: Aggiornamento dati da file Excel

Il file Excel generato da Matlab e contenente i risultati può essere letto da Nx tramite il comando *Update for External Change*. Come si vede in Fig.3.1 ad ogni va-

riabile parametrica precedentemente definita è associata la corrispettiva cella Excel contenete il valore derivante dal dimensionamento.

3.2 Ruote dentate

Per la realizzazione delle ruote dentate siano esse a denti elicoidali o dritti, quindi con angolo d'elica nullo $\beta = 0$, è necessario definire innanzitutto i diametri che caratterizzano la geometria della ruota, come mostrato in Fig.3.2

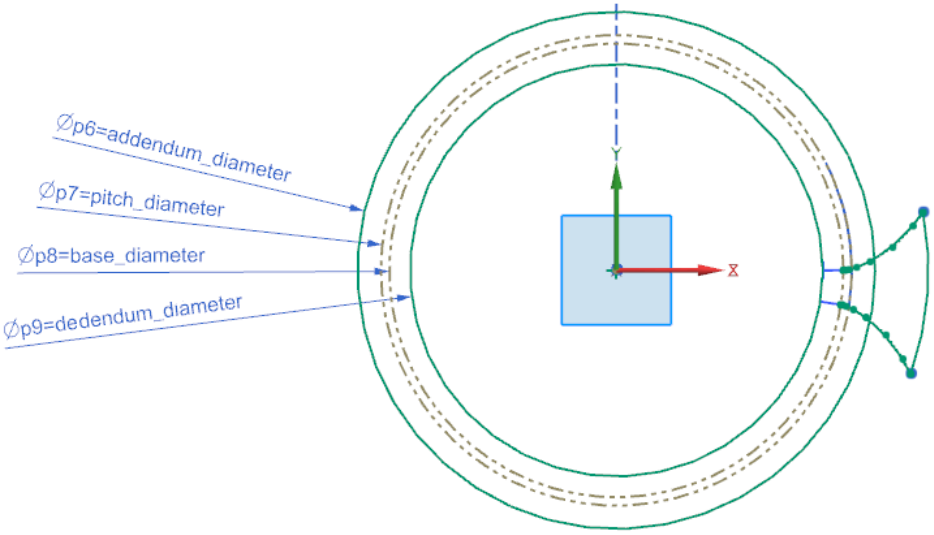

Figura 3.2: Sketch ruota dentata

In Fig.3.2 si riportano inoltre le linee di base per la costruzione del profilo della dentatura. Nello specifico queste ultime sono state realizzate impiegando le relazioni dell'evolvente di cerchio, ovvero quella curva definita dai punti tracciati dal vertice di una retta che rotola senza strisciare sulla circonferenza di base e che ha origine sulla circonferenza stessa. La curva può essere definita mediante le seguenti relazioni:

$$x(t) = r(\cos t + t \sin t) \tag{3.1}$$

$$y(t) = r(\sin t + t \cos t) \tag{3.2}$$

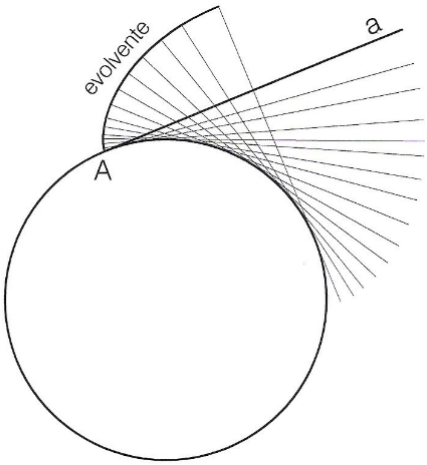

Figura 3.3: Costruzione grafica evolvente di cerchio

Successivamente si procede con l'estrusione della circonferenza e si ottiene quanto mostrato in Fig.3.4

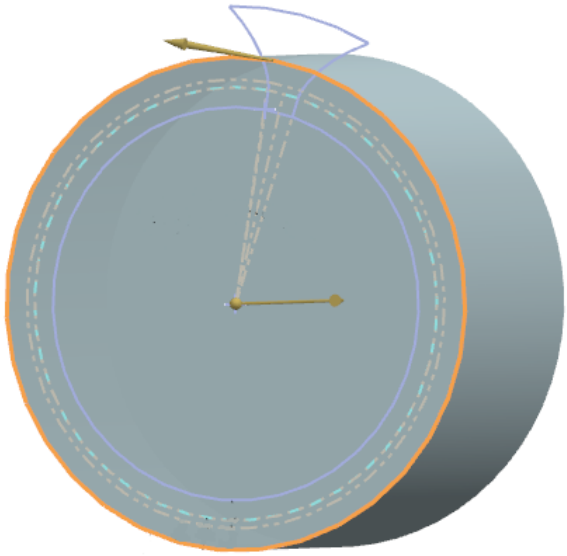

Figura 3.4: Estrusione di base

La generazione del vano tra due denti adiacenti si realizza tramite il comando di taglio estruso. É opportuno definire il percorso da seguire durante il suddetto passaggio al fine di ottenere il corretto andamento dell'angolo d'elica. Le curve mostrate in Fig.3.5 sono ottenute con il comando *Helix*.

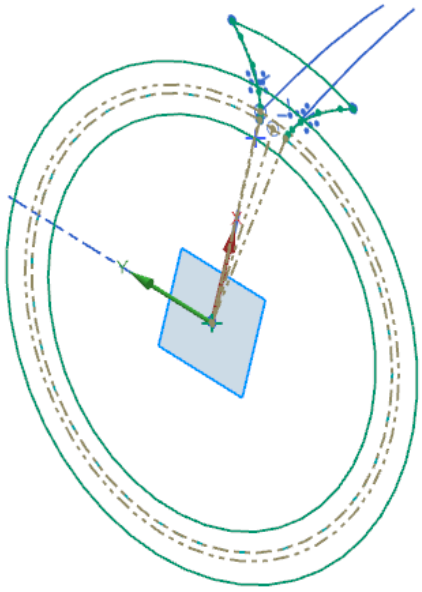

Figura 3.5: Percorso di estrusione

Dopo aver definito il percorso di estrusione si utilizza il comando *swept* per ricavare il vano tra due denti consecutivi, il risultato ottenuto è mostrato in Fig.3.6. Infine mediante il comando *Pattern Feature Circular*, si replica il passo precedente

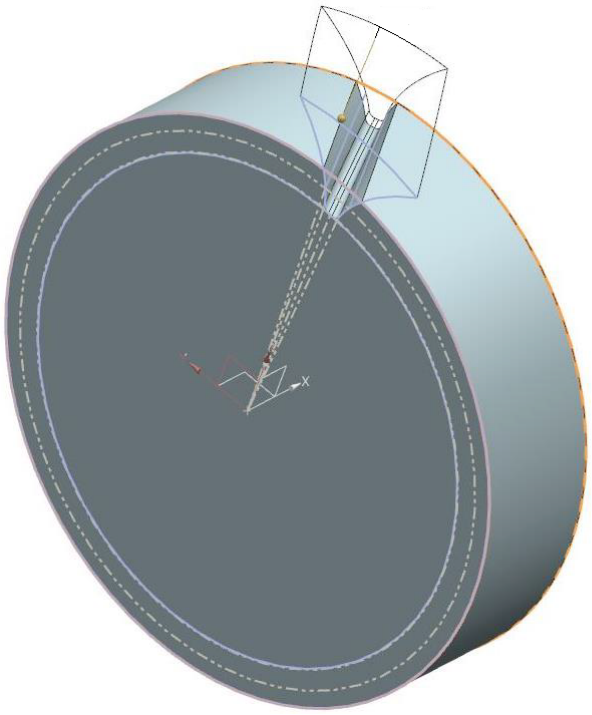

Figura 3.6: Generazione vano dentatura

sull'intera circonferenza andando a definire il numero di denti. La Fig.3.7 mostra il risultato che si ottiene per una dentata a denti elicoidali e a denti dritti nel caso in cui si fissa l'angolo d'elica nullo $\beta = 0$.

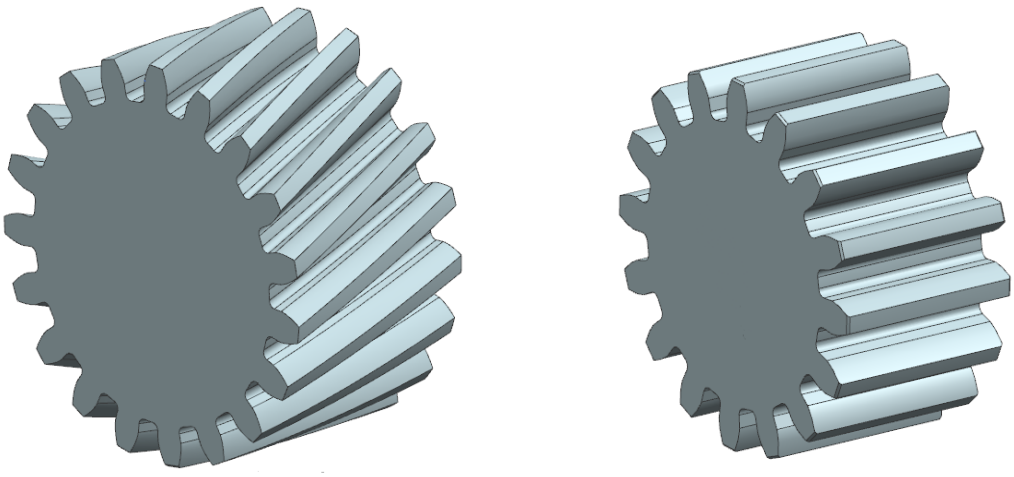

Figura 3.7: Ruote a denti elicoidali e dritti complete

3.3 Alberi

Per la realizzazione degli alberi è stato necessario parametrizzare in fase di modellazione un numero di campate arbitrario, per ognuna delle quali si è definita la lunghezza e il diametro, numerandoli in maniera crescente rispetto all'origine. Tramite il file Excel è stato possibile associare i risultati alle variabili parametrizzate. Nel caso si dimensioni un albero a 7 campate come quello mostrato in Fig.3.8, i valori associati alle variabili parametriche dall'ottava alla decima campata risultano nulle sul file Excel, pertanto Nx sopprime le restanti tre campate.

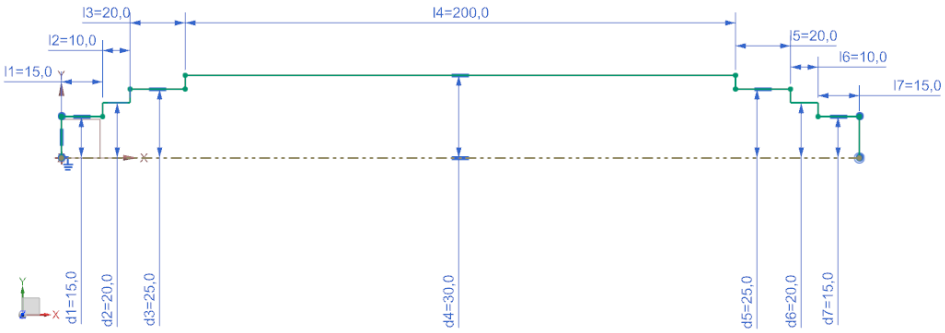

Figura 3.8: Profili campate albero di trasmissione

Inoltre i risultati sul file Excel permettono di stabilire il tipo di accoppiamento per ogni campata, mediante dei cicli *if* su Nx è possibile valutare la suddetta condizione che può prevedere o la presenza di profili scanalati o di calettamento forzato. Una volta creato il profilo dell'albero tramite il comando *Revolute* si genera l'albero Fig.3.9, specificando il verso di rivoluzione e l'asse attorno al quale compierla.

Figura 3.9: Albero di trasmissione

3.4 Sincronizzatori

Mozzo

Come prima fase nella realizzazione del modello Cad relativo al sincronizzatore, ci si è basati sulla progettazione del mozzo, il componente principale del suddetto organo. Trattandosi di un componente circolare si è determinato inizialmente il solo profilo dello stesso senza considerare la dentatura di cui è provvisto, che è creata negli step successivi.

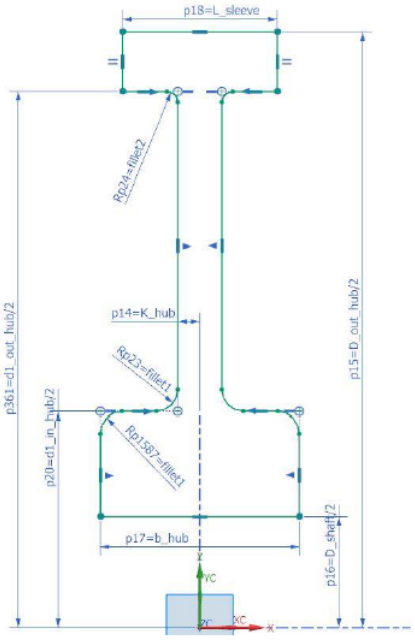

Figura 3.10: Profilo di base del mozzo

Utilizzando il comando *Revolute* si ottiene il risultato mostrato in Fig.3.11. Come evidente il mozzo così ottenuto non presenta alcuna dentatura esterna.

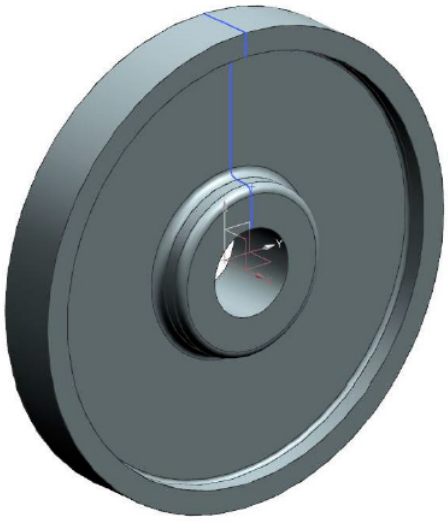

Figura 3.11: Profilo di base del mozzo

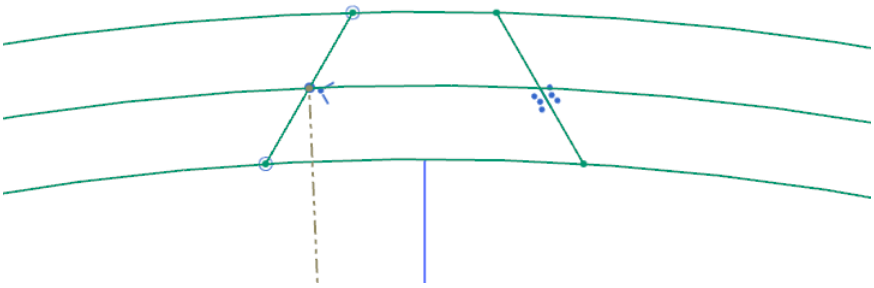

Figura 3.12: Profilo della dentatura esterna del mozzo

Partendo dal modello tridimensionale si realizza un nuovo schizzo, nel piano ortogonale all'asse del mozzo e in corrispondenza della circonferenza esterna, relativo al profilo del singolo dente della scanalatura che si intende realizzare. In seguito all'estrusione del profilo creato e allo smusso dello stesso, si ottiene quanto mostrato in Fig.3.13.

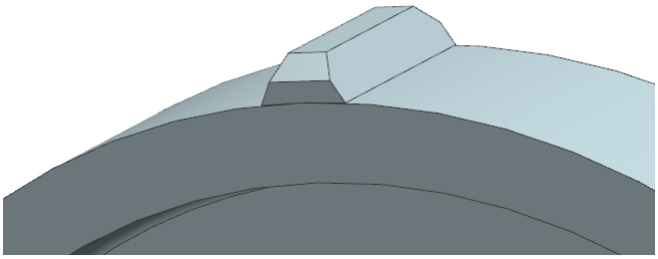

Figura 3.13: Estrusione dente mozzo

Infine mediante il comando *Pattern Feature Circular*, si replica il risultato ottenuto lungo tutta la superficie esterna, Fig.3.14.

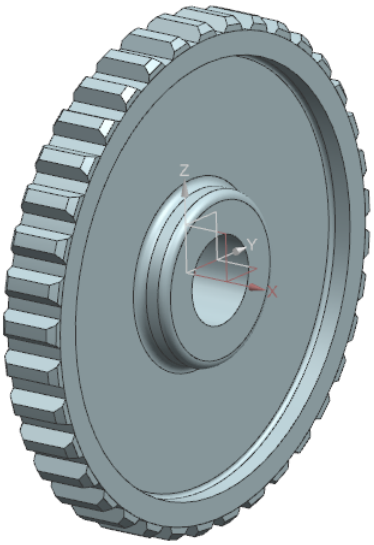

Figura 3.14: Mozzo completo

Slitta

La slitta costituisce il componente del sincronizzatore mediante il quale si attua il meccanismo di movimentazione. La slitta deve essere accoppiata al mozzo, a tal fine presenta un profilo scanalato interno, speculare a quello che si realizza sul mozzo stesso. La slitta è caratterizzata da una scanalatura che evolve lungo tutta la circonferenza, all'interno della quale dovranno essere alloggiare le forchette del cambio. Si stabile la seguente geometria di base Fig.3.15.

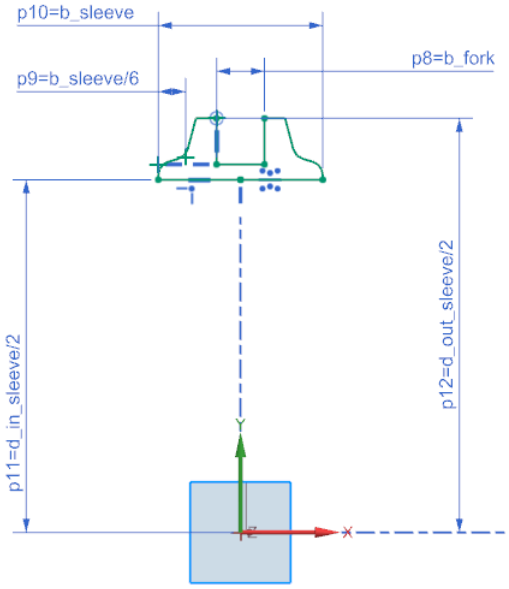

Figura 3.15: Profilo esterno slitta

Dalla rivoluzione del profilo si ottiene il risultato mostrato in Fig.3.16, al quale è stata inoltre aggiunta la scanalatura interna, seguendo i medesimi passaggi di realizzazione del mozzo.

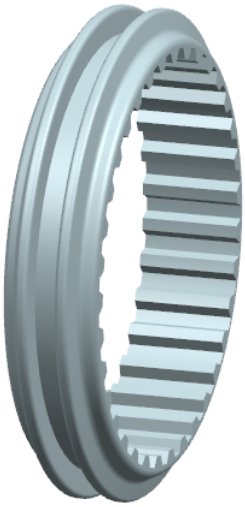

Figura 3.16: Slitta completa

Anello d'arresto

La realizzazione dell'anello d'arresto segue in linea generale i passaggi eseguiti per i precedenti componenti, si parte definendo la geometria di base dell'anello senza considerare la dentatura.

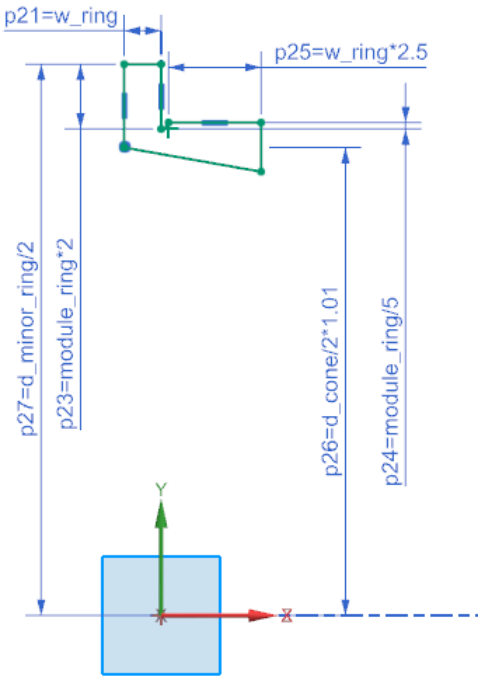

Figura 3.17: Slitta completa

Dopo aver eseguito il comando *Revolute* dello schizzo di base si generano due piani che si intersecano tra loro in corrispondenza della circonferenza esterna. quest'ultimi consentono di definire la geometria della dentatura esterna Fig.3.18.

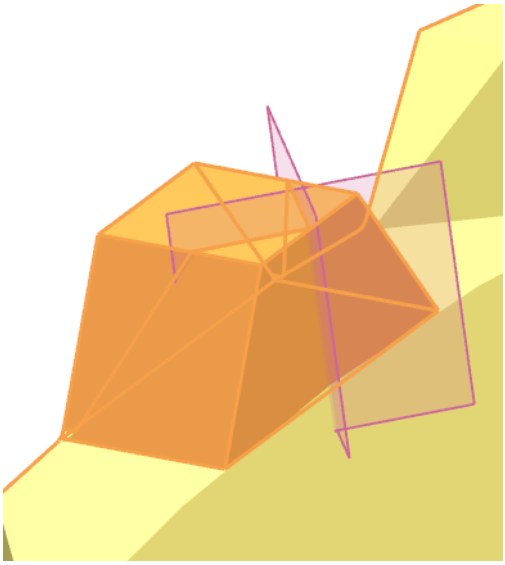

Figura 3.18: Definizione geometria dentatura anello d'arresto

La Fig.3.19 mostra il risultato finale che si ottiene per l'anello d'arresto.

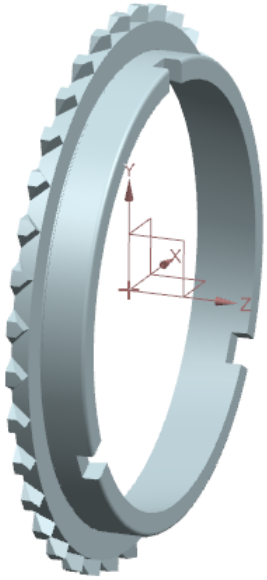

Figura 3.19: Anello d'arresto completo

In seguito alla realizzazione dei singoli componenti si procede con l'assemblaggio degli stessi, inserendo il sincronizzatore tra i relativi ingranaggi, Fig.3.20.

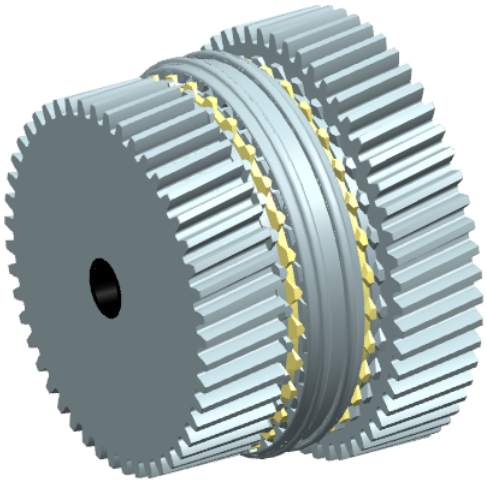

Figura 3.20: Assemblaggio finale sincronizzatore

3.5 Cuscinetti

La modellazione parametrica dei cuscinetti si è basata su una semplificazione del prodotto finito. In particolare sono state tenute in considerazioni le dimensioni principali, che hanno consentito di definire un modello in grado di stimare gli ingombri.

Nella Fig.3.21 si riporta il profilo iniziale con le dimensioni caratteristiche.

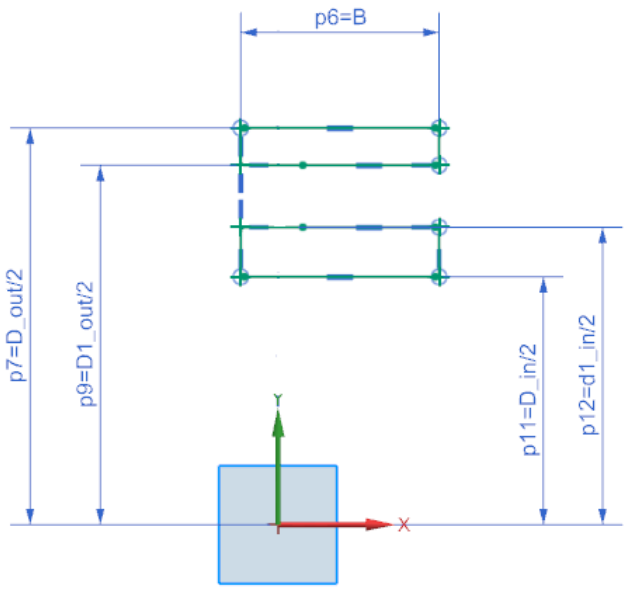

Figura 3.21: Profilo di base cuscinetto

Utilizzando il comando *Revolute* si ottiene il modello tridimensionale del cuscinetto mostrato in Fig.3.22

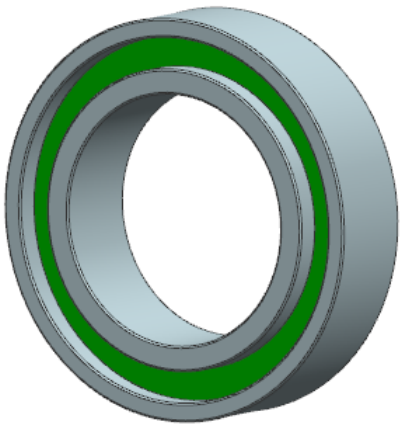

Figura 3.22: Cuscinetto completo

Capitolo 4

Risultati ottenuti e Conclusioni

4.1 Cambio automobilistico

Layouts

Nel caso di un cambio automobilistico la configurazione dello stesso è influenzata dalla disposizione del motore e dal tipo di trazione del veicolo. Per il caso di studio in esame si è ipotizzata la configurazione prevalentemente adottata dai veicoli più diffusi sul mercato, con un cambio a 5 rapporti più retromarcia e a singolo stadio.

La Fig.4.1 mostra il layout prestabilito.

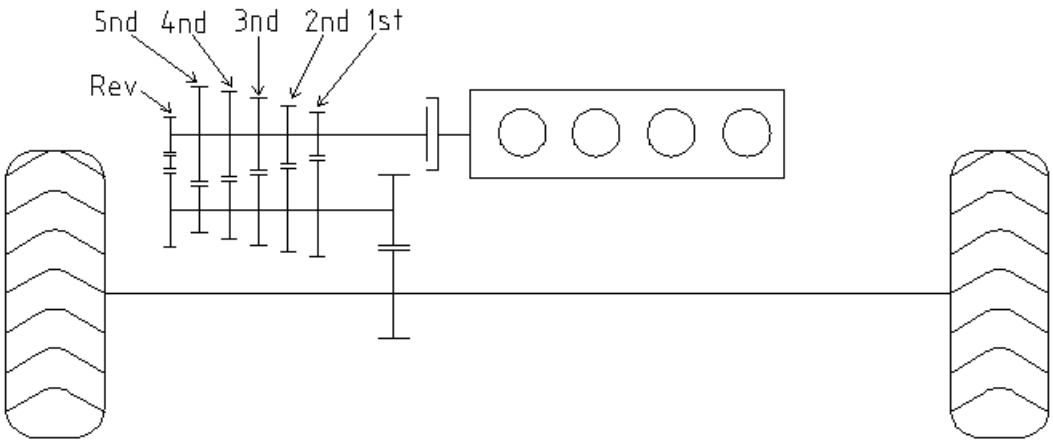

Figura 4.1: Layout cambio automobilistico

Un'ulteriore configurazione da prefissare è quella relativa alla disposizione degli ingranaggi della retromarcia. In questo caso il setting adottato prevede il posizionamento della ruota folle, sempre in presa, tra i due ingranaggi della retromarcia. L'innesto della stessa avviene mediante sincronizzatore.

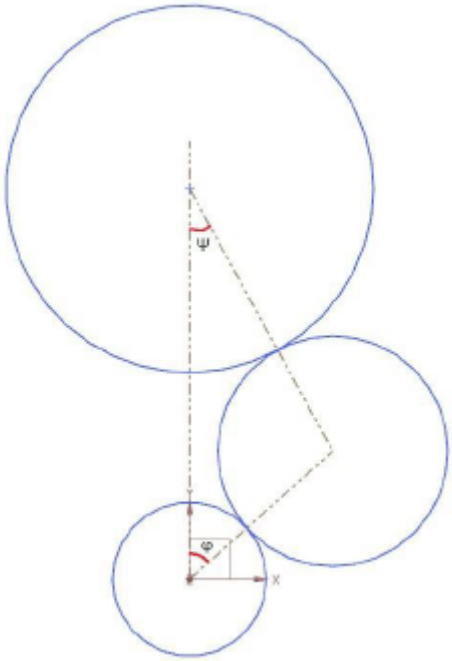

Figura 4.2: Layout retromarcia

Parametri di dimensionamento e risultati

Nella Tab.4.1 si riportano i parametri di dimensionamento impiegati nel caso in esame, relativo alla progettazione del cambio automobilistico.

Parametri di dimensionamento	
Coppia motrice massima	$C_{max} = 300\,[Nm]$
Velocità motore alla coppia max	$N_{Cmax} = 2000\,[rpm]$
Velocità motore max	$N_{max} = 4000\,[rpm]$
Rapporti di trasmissione ingranaggi	$\tau = \{3.9\,2.16\,1.35\,0.97\,0.83\,3.82\}$
Rapporto di trasmissione ponte	$\tau = 4.5$
Interasse	$0.12\,[m]$
Materiale ruote	*17NiCrMo6 cementato e temprato*
Materiale albero	*C45 temprato*
Durata cuscinetti minima	$2700\,[ore]$

Tabella 4.1: Parametri di progetto cambio automobilistico

In seguito al dimensionamento effettuato applicando i suddetti parametri di progetto si ricavano i valori riportati di seguito e suddivisi nelle varie tabelle per singoli componenti.

In Tab.4.2 si riportano i dati ricavati per il dimensionamento degli ingranaggi del cambio automobilistico.

I risultati definiscono che i sincronizzatori sono tutti disposti sull'albero secondario, pertanto gli accoppiamenti tramite profilo scanalato sono relativi al solo albero primario.

In Tab.4.4 si riportano le caratteristiche principali dei sincronizzatori dimensionati. Si ricorda che i sincronizzatori sono disposti tutti sull'albero secondario.

Ingranaggi								
Marcia	I	II	III	IV	V	Retro	Folle	Ponte
$m\,[mm]$	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	1.5
z_{in}	19	30	40	48	52	14	17	27
z_{out}	74	65	54	47	42	53	-	122
$r_{in}\,[mm]$	24.5	38.2	50.8	60.9	66.2	21.2	25.7	27.4
$r_{out}\,[mm]$	80.1	54.8	59.7	68.6	82.8	95.5	-	123.7
$b\,[mm]$	30	30	30	30	30	30	30	37.8
$\beta\,[°]$	14.3	11	10.2	10.1	11.1	34.2	34.2	42.3
$\alpha_n\,[°]$	14.5	14.5	14.5	14.5	14.5	20	20	25

Tabella 4.2: Risultati dimensionamento ingranaggi cambio automobilistico

Accoppiamenti Albero primario			
Ruota	Montaggio	Angolo di pressione	Modulo
I	Profilo scanalato	30	0.5
II	Profilo scanalato	30	0.5
III	Profilo scanalato	30	0.5
IV	Profilo scanalato	30	0.5
V	Profilo scanalato	30	0.5

Tabella 4.3: Risultati accoppiamenti albero primario

Sincronizzatori			
	I	II	III
Numero coni	3	3	3
Angolo cono °	6	6	6
Diametro medio $[mm]$	118	91.1	102.6
Diametro massimo $[mm]$	191	137	160
Tempo di sincronizzazione $[s]$	0.2	0.1	0.6
Coppia di frizione $[Nm]$	152.3	117.6	132.5
Numero denti	40	34	37
Larghezza $[mm]$	36	36	36

Tabella 4.4: Risultati sincronizzatori

Cuscinetti Ruote Sincronizzate						
Tipologia	I Una corona di rulli cilindrici	II Una corona di rulli cilindrici	III Una corona di rulli cilindrici	IV A sfere a quattro punti di contatto	V A sfere a quattro punti di contatto	Retro Una corona di rulli cilindrici
d [mm]	28	20	45	40	40	42
D [mm]	33	52	75	90	48	47
B [mm]	13	15	16	23	20	13
d1 [mm]	-	31.2	-	57.5	-	-
D1 [mm]	-	42.4	65.3	75.6	-	-
Carico dinamico [kN]	14.7	35.5	44.6	93	34.7	17.2
Carico statico [kN]	24.5	26	52	78	58.5	33.5
Cario limite a fatica [kN]	2.85	3.25	6.3	10.2	7.35	4
Lubrificante ISO VG	46	100	220	46	46	46
Appellativo	K28x33x13	*NU304ECP	NU1009ECP	*NU308ECP	K40x48x20	K42x47x13

Tabella 4.5: Cuscinetti dimensionati per le ruote dell'albero secondario sincronizzate

Cuscinetti alberi						
Albero	I		II		Folle	
Posizione cuscinetto	Sx	Dx	Sx	Dx	Sx	Dx
Tipologia	Una corona di rulli cilindrici	Una corona di rulli cilindrici	Una corona di rulli cilindrici	A sfere a quattro punti di contatto	A sfere a quattro punti di contatto	Una corona di rulli cilindrici
d [mm]	65	65	45	45	45	45
D [mm]	100	100	75	85	85	85
B [mm]	18	18	16	19	19	23
d1[mm]	-	-	-	54.5	54.5	
D1[mm]	88.5	88.5	65.3	72	72	73
Carico dinamico [kN]	62.7	62.7	44.6	63	63	85
Carico statico [kN]	81.5	81.5	52	56	56	81.5
Cario limite a fatica [kN]	9.8	9.8	6.3	2.36	2.36	10.6
Lubrificante ISO VG	46	100	220	46	46	46

Tabella 4.6: Cuscinetti di estremità alberi dimensionati per cambio automobilistico

Cad finale cambio automobilistico

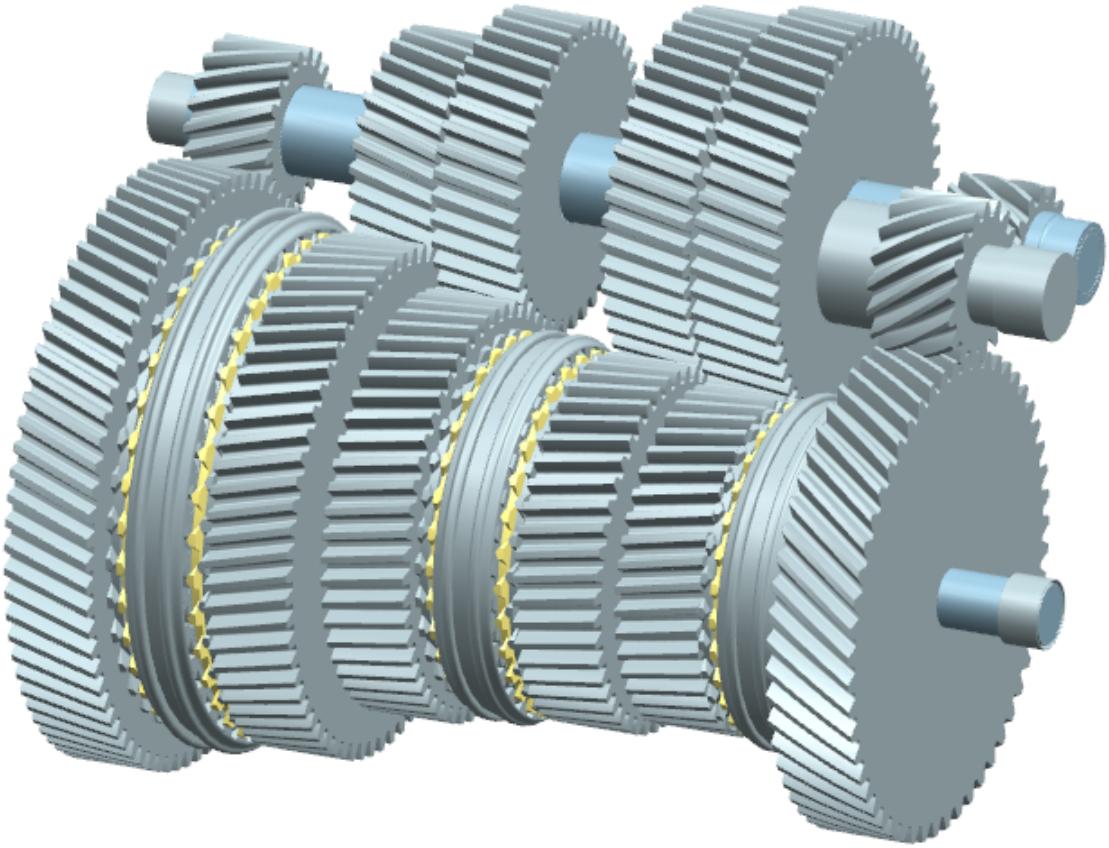

Figura 4.3: CAD finale del cambio automobilistico

4.2 Riduttore industriale

Layout

Nel caso del riduttore industriale il layout, e quindi il numero di stadi, è determinato in funzione di due parametri, ovvero il rapporto di trasmissione totale che si intende ottenere ed il verso di rotazione da conferire all'albero di uscita rispetto a quello in ingresso. Il codice Matlab al fine di determinare il numero di stadi segue la seguente logica:

Rapporto di trasmissione	Verso di rotazione	Numero di stadi
$\tau \leq 18$	$\neq$	1
$\tau \leq 18$	$=$	2
$18 < \tau \leq 60$	$=$	2
$18 < \tau \leq 60$	$\neq$	3
$\tau > 60$	$\neq$	3
$\tau > 60$	$=$	4

Tabella 4.7: Suddivisione stadi riduttore industriale

Si evidenzia inoltre che il numero di stadi di riduzione equivale al numero di alberi meno uno, di conseguenza il layout può prevedere un numero di alberi che va da due a cinque.

In fase di calcolo ci si è posti nella configurazione più complessa ovvero quella che prevede 4 stadi di riduzione e 5 alberi come mostrato in Fig.4.4.

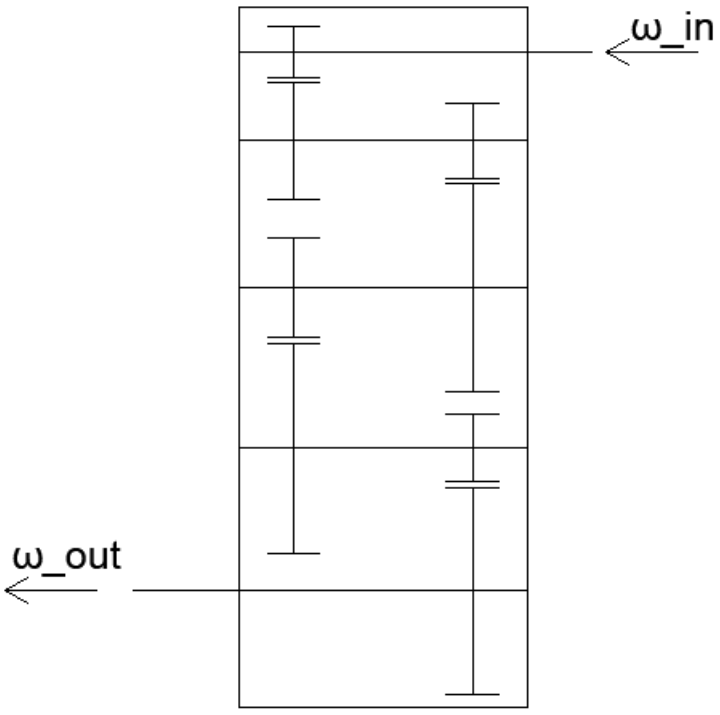

Figura 4.4: Layout riduttore industriale

Parametri di dimensionamento e risultati

Nella Tab.4.8 si riportano i parametri di dimensionamento impiegati nel caso in esame, relativo alla progettazione del riduttore industriale.

Parametri di dimensionamento	
Coppia motrice massima	$C_{max} = 300\,[Nm]$
Velocità motore alla coppia max	$N_{Cmax} = 3500\,[rpm]$
Velocità motore max	$N_{max} = 3500\,[rpm]$
Rapporti di trasmissione totale	$\tau = 70$
Interasse	$3\,[m]$
Materiale ruote	*17NiCrMo6 cementato e temprato*
Materiale albero	*C45 temprato*
Durata cuscinetti minima	$7300\,[ore]$

Tabella 4.8: Parametri di progetto riduttore industriale

I risultati ricavati a seguito del dimensionamento effettuato applicando i suddetti parametri di progetto fornisce i valori riportati di seguito e suddivisi nelle varie tabelle per singoli componenti.

In Tab.4.9 si riportano i dati ricavati per il dimensionamento degli ingranaggi del riduttore industriale.

Ingranaggi				
Stadio	I	II	III	IV
$m\,[mm]$	2.5	10	20	20
z_{in}	31	25	40	48
z_{out}	211	93	29	51
$b\,[mm]$	50	50	73	57
$\beta\,[°]$	10.7	0	0	0
$\alpha_n\,[°]$	14.5	14.5	14.5	14.5

Tabella 4.9: Risultati dimensionamento ingranaggi riduttore industriale

Accoppiamenti Alberi								
Stadio	I		II		III		IV	
Albero	Input	Output	Input	Output	Input	Output	Input	Output
Modulo $[mm]$	-	1.3	1.3	1.8	2	1.3	1.3	1.5
Numero denti [°]	-	87	87	91	100	90	90	97
Angolo di pressione	-	30	30	30	30	30	30	30

Tabella 4.10: Risultati accoppiamenti alberi del riduttore industriale

Nella Tab.4.10 sono riportati i valori per la realizzazione dei profili scanalati relativi ai singoli alberi di ogni stadio, qualora siano previsti. Si evidenzia che nel caso dell'albero di input del primo stadio, il codice di calcolo non fornisce risultati in quanto per via delle ridotte dimensioni della ruota dentata, si prevede un montaggio

a mezzo di calettamento forzato oppure direttamente la realizzazione di "pezzo" della ruota sull'albero.

Cuscinetti alberi										
Albero	I		II		III		IV		V	
Posizione cuscinetto	Sx	Dx	Sx	Dx	Sx	Dx	Sx	Dx	Sx	Dx
Tipologia	Una corona di rulli cilindrici	A sfere a quattro punti di contatto	Una corona di rulli cilindrici	Una corona di rulli cilindrici pieno riemp.	A sfere a quattro punti di contatto	A rullini	Una corona di rulli cilindrici pieno riemp.	Una corona di rulli cilindrici pieno riemp.	A sfere a quattro punti di contatto	Una corona di rulli cilindrici
d $[mm]$	65	65	90	100	190	145	90	90	65	80
D $[mm]$	73	120	97	107	240	153	125	125	90	140
B $[mm]$	23	23	20	21	24	26	22	22	16	26
d1$[mm]$	-	78.5	-	-	206	-	102	102	75.5	101
D1$[mm]$	-	101	-	-	224	-	111	111	81	123
Carico dinamico $[kN]$	44	110	42.9	45.7	76.1	70.4	105	105	58.3	160
Carico statico $[kN]$	95	112	114	127	98	224	176	176	88	166
Cario limite a fatica $[kN]	11.8	4.75	13.7	15.3	2.8	25	20.8	20.8	10.2	21.2
Lubrificante ISO VG	32	32	100	100	320	320	460	460	680	32

Tabella 4.11: Cuscinetti di estremità alberi dimensionati per riduttore industriale

Cad finale riduttore industriale

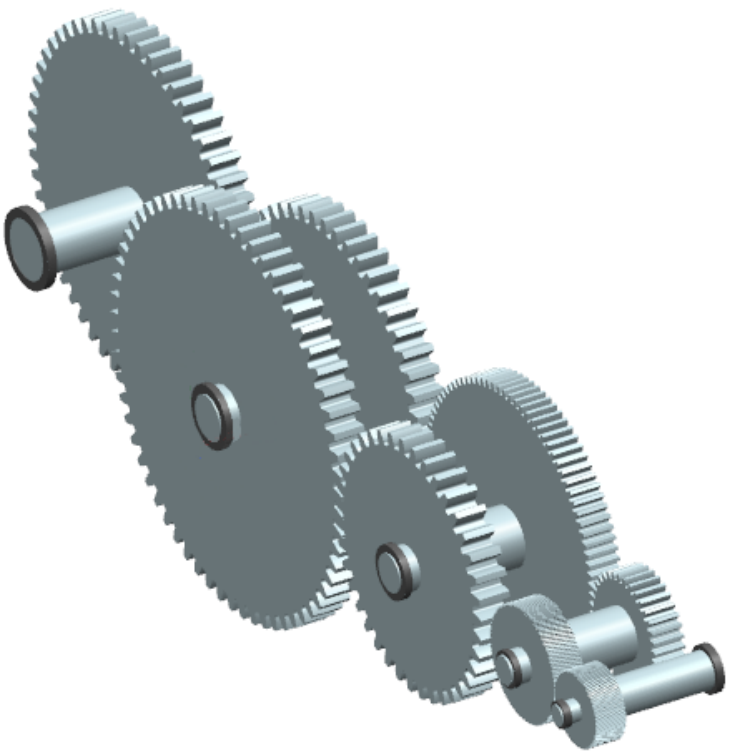

Figura 4.5: CAD finale del riduttore industriale

4.3 Conclusioni

Il presente lavoro di tesi ha posto in essere una nuova e innovativa metodologia per il dimensionamento e la realizzazione di modelli CAD relativi ai sistemi di riduzione di velocità meccanici, quali cambio automobilistico a singolo stadio e riduttore industriale a più stati.

L'obiettivo finale è stato raggiunto mediante l'impiego di due software differenti, ma interconnessi tra loro. In particolare si è utilizzato *Matlab* per la fase relativa ai codici di calcolo e quindi al dimensionamento dei singoli componenti; per quel che concerne invece la realizzazione dei modelli CAD parametrici si sono implementati i risultati ottenuti sul software di disegno *Nx*, sviluppato da Siemens la quale ha fornito il suo supporto durante l'attività di tirocinio, esplicando e mettendo in evidenza le potenzialità del programma atte a finalizzare lo scopo del progetto.

Nonostante la complessità del problema affrontato, dovuta alla moltitudine di variabili da parametrizzare, è possibile asserire che i risultati ottenuti forniscono una valida vista prospettica dei sistemi in esame. A seguito di un dimensionamento di primo tentativo si ottengono dei layout grazie ai quali è possibile effettuare valutazioni e considerazioni fondamentali nelle fasi preliminari dell'iter progettuale, quali ad esempio ingombri o interferenze tra componenti. La parametrizzazione CAD conferisce inoltre grande versatilità al software, in quanto mediante interfacce grafiche l'utente può intervenire manualmente su determinati parametri di progetto, avendo un risconto immediato del risultato che le modifiche comportano.

Pur avendo raggiunto a pieno lo scopo finale del presente lavoro di tesi è bene precisare che possono essere apportati diversi interventi finalizzati a migliorare la procedura di calcolo e realizzazione CAD, uno fra tutti quello di sviluppare un'unica piattaforma capace di gestire unitamente dimensionamento e modellazione CAD, al fine di semplificare e ottimizzare le tempistiche di utilizzo per l'utente finale.

Bibliografia

[1] Genta G. (2008), *Vibrations Dynamics and Control*, Springer Verlag, Berlino.

[2] Naunheimer H., Bertsche B., Ryborz J., Novak W. (2011), *Automotive Transmissions. Fundamentals, Selection, Design and Application*, Springer Verlag, Berlino.

[3] Niemann G., Winter H. (1983), *Elementi di Macchine*, EST Springer, Milano.

[4] Back O. (2013), *Basics of Synchronizers*, Hoerbiger, Germania.

[5] Budynas RG., Nisbett JK., (2011), *Shigley's Mechanical Engineering Design*, McGraw-Hill.

[6] Crolla D., Foster DF., Kobayashi T., Vaughan ND., (2015), *Encyclopedia of Automotive Engineering*, Wiley.

[7] SKF Group (2016), *Rolling Bearing Catalogue*

[8] International Standard (2006), *ISO 6336*, Ginevra.

[9] International Standard (2005), *ISO 4156*, Ginevra.