POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

Tesi di Laurea Magistrale

ANALISI DEL COMPORTAMENTO IN CAMPO FESSURATO DI ELEMENTI DI CALCESTRUZZO ARMATO PRECOMPRESSO



RELATORE: Prof. Maurizio Taliano CANDIDATO: Pietro Oliverio

A.A. 2017/2018

Abstract

L'analisi degli elementi di calcestruzzo armato parzialmente precompresso in regime fessurato è di fondamentale importanza per comprendere il comportamento di questi elementi in condizioni di esercizio. Il fenomeno della fessurazione viene affrontato dalle norme internazionali attraverso gli stati limite di fessurazione.

La presente tesi si concentra sullo stato limite di apertura delle fessure, più precisamente sul calcolo dell'ampiezza della fessura negli elementi di calcestruzzo armato a precompressione parziale. In particolare, dopo l'analisi dei metodi di calcolo proposti dal Model Code 2010 e dall'Eurocodice 2 e il confronto dei relativi risultati con le prove sperimentali reperibili in letteratura, si presentano due modelli di calcolo basati sugli studi fatti recentemente da *Debernardi et al.* Il primo è un modello semplificato che introduce una tensione media di aderenza tra calcestruzzo e acciaio ordinario e di precompressione, in linea con i metodi presenti all'interno delle suddette norme. Il secondo è un modello generale basato sulla soluzione dell'equazione differenziale che governa l'interazione tra acciaio e calcestruzzo, assumendo però una distribuzione modificata delle tensioni di aderenza rispetto alle leggi proposte dal Model Code 2010 a causa della formazione delle fessure secondarie interne.

Sommario

Introduzio	one	3
1. La p	precompressione parziale	5
1.1.	Introduzione	5
1.2.	Cenni storici	5
1.3.	Definizione	6
1.4.	Indici di rinforzo	8
1.5.	Vantaggi e svantaggi	9
2. Stat	o limite di fessurazione	11
2.1.	Introduzione	11
2.2.	Stadi di fessurazione	12
2.3.	Calcolo dell'ampiezza della fessura	13
2.4.	Model Code 2010	14
2.5.	Eurocodice 2	16
2.6.	Confronto con i dati sperimentali	18
2.6.1	. Nawy	19
2.6.2	. Chowdhury	28
3. Ana	alisi semplificata di tirante in c.a.p.p.	33
3.1.	Introduzione	33
3.2.	Tiranti precompressi	34
3.2.1	. Fase di formazione della fessura	35
3.2.2	. Fase di fessurazione stabilizzata	38
3.3.	Confronto con i dati sperimentali	41
3.3.1	. Tiranti di Wheen	41
3.3.2	. Tiranti di Rudlof	44
4. Met	todo generale per l'analisi di tirante in c.a.p.p	49
4.1.	Introduzione	49
4.2.	Metodo generale	50
4.3.	Formazione della fessura	51
4.4.	Fessurazione stabilizzata	55
4.5.	Confronto con i dati sperimentali	61
Conclusio	ni	67
Bibliograf	fia	69
Appendic	e	71

Introduzione

La seconda metà del XX secolo è stata caratterizzata dall'ampio uso del calcestruzzo armato precompresso nelle tecniche di costruzione. Il successo di questa tecnica è dovuta alla scarsa resistenza a trazione del calcestruzzo. Di conseguenza la precompressione diviene essenziale in molte applicazioni per sfruttare la resistenza a compressione del calcestruzzo e per controllare la fessurazione e le deformazioni. Il fenomeno della fessurazione si manifesta con la comparsa di fessure nell'elemento strutturale, più o meno visibili ad occhio nudo, a causa di sollecitazioni esterne o deformazioni imposte. La nascita delle fessure, oltre a pregiudicare l'aspetto estetico della struttura, ne compromette la durabilità aumentando il rischio di corrosione delle armature. Nel caso particolare della precompressione questo rischio è maggiore a causa della presenza di acciaio di precompressione, per il quale le conseguenze della corrosione sono più severe rispetto all'acciaio ordinario; ciò non solo perché l'acciaio ad alto limite elastico è più suscettibile alla corrosione ma anche perché i diametri utilizzati sono relativamente piccoli e quindi si verificherebbe una riduzione eccesiva della sezione trasversale.

In molti casi mantenere il calcestruzzo integro, quindi limitarsi allo stato limite di decompressione, diventa antieconomico ed eccessivo. Allora, per ovviare ai suddetti problemi, si procede con il controllo dell'ampiezza della fessura o meglio si pone un limite all'apertura della fessura, scelto in base alle condizioni di aggressività dell'ambiente, che non deve essere superato affinché sia garantita la durabilità dell'opera.

Scopo della presente tesi, dopo una breve descrizione della tecnica definita "precompressione parziale", è analizzare i metodi proposti dalla norme vigenti in merito al controllo della fessurazione e sulla basi degli studi fatti negli ultimi anni da *Debernardi et al*.^{[5][20][22]} e *M. Taliano*^[1] proporre dei modelli che permettano di analizzare le strutture in calcestruzzo armato parzialmente precompresse in regime fessurato. In particolare il presente lavoro è strutturato in quattro capitoli.

Il primo definisce in modo generale la precompressione parziale, comparandola con la precompressione integrale e il calcestruzzo armato ordinario.

Il secondo tratta le metodologie di calcolo adottate dal Model Code 2010 e dall'Eurocodice 2, i quali prevedono il calcolo in forma chiusa dell'ampiezza della fessura. Alla fine del capitolo viene fatto il confronto dei risultati ottenuti con tali metodi e i risultati sperimentali di prove di fessurazione fatte su travi. Il terzo propone un metodo semplificato per l'analisi dei tiranti, il quale verrà confrontato con il metodo presente nella parte 2 dell'Eurocodice 2 relativa ai ponti

in calcestruzzo e con i dati reperiti da due campagne sperimentali condotte su dei tiranti di calcestruzzo armato precompresso.

Infine l'ultimo capitolo presenta un metodo generale basato sulle tensioni di aderenza acciaio-calcestruzzo seguendo i legami tensioni-scorrimenti proposti dal Model Code 2010. Si mostrerà come adottare tali leggi non permettano di soddisfare l'equilibrio. Per risolvere il problema si terrà conto, durante la fase di fessurazione stabilizzata, delle fessure secondarie interne che causano una riduzione delle tensioni di aderenza come proposto da *Debernardi et al.*^[20]. La formulazione del problema e delle equazioni differenziali che lo governano sarà fatta sulla base del modello proposto da *M. Taliano*^[1], il quale verrà esteso al caso generale di armatura mista ed infine verrà applicato ai casi sperimentali trattati nel capitolo 3.

1. La precompressione parziale

1.1. Introduzione

Il calcestruzzo armato parzialmente precompresso è composto da calcestruzzo, armatura ordinaria e armatura da precompressione. L'armatura da precompressione è composta da acciaio ad alto limite elastico attraverso il quale viene indotta la forza di precompressione; per tale motivo i meccanismi resistenti e deformativi dipendono sia dalle caratteristiche dei tre componenti, sia dai meccanismi di aderenza che si generano all'interfaccia. La soluzione di combinare questi tre materiali si pone come alternativa al calcestruzzo armato, in cui è presente solo acciaio ordinario, e al calcestruzzo armato precompresso, in cui è presente solo acciaio ad alto limite elastico.

1.2. Cenni storici

L'idea del calcestruzzo precompresso, di provocare precedentemente delle tensioni di compressione in zone che successivamente saranno soggette a tensioni di trazione a cause delle forze esterne, risale al 1872, quando P. H. Jackson, un ingegnere statunitense, brevettò un sistema di precompressione che usava un tirante per fabbricare travi o archi da blocchi individuali. Nel 1888, in Germania, C. W. Doehring provò a costruire delle piastre precompresse con dei fili metallici, tuttavia questo tentativo fallì a causa delle perdite di precompressione nel tempo. Altre prove furono fatte in seguito, ma restava il problema delle perdite di precompressione dovuto probabilmente alle scarse caratteristiche dei materiali utilizzati. Tale problema fu superato tra il 1926 e 1928 quando Eugenie Freyssenet propose di utilizzare acciai ad alta resistenza e duttilità. Il suo brevetto fu depositato nel 1928 e proponeva come armatura un acciaio ad alta resistenza teso fino al quasi raggiungimento del limite elastico. Lo scopo principale di Freyssenet era evitare la comparsa di fessure in condizioni di esercizio in modo tale che il calcestruzzo si comportasse come un materiale omogeneo.

Alla fine degli anni 30' von Emperger e Abeles proposero un nuovo approccio progettuale. Essi suggerivano di utilizzare una piccola quantità di acciaio ad alta resistenza tensionato per controllare l'inflessione e l'ampiezza delle fessure e una quantità maggiore di acciaio dolce al quale veniva permesso un alto tasso di lavoro in termini di tensioni. Questo concetto fu portato avanti in Inghilterra da Abeles il quale arrivò alla conclusione che eliminare completamente le tensioni di trazione e possibili fessurazioni nel calcestruzzo non è necessario in molti casi, e definì tale approccio progettuale "calcestruzzo parzialmente precompresso". Per evidenziare la differenza con il metodo di Freyssenet quest'ultimo fu definito "calcestruzzo integralmente precompresso".

Nel 1959 furono inserite le prime disposizioni per il calcestruzzo parzialmente precompresso nel *British Standard Code of Practice for Prestressed Concrete* (CP 115) e nel 1978 in *Model Code for Concrete Structures* furono definite tre classi di strutture in calcestruzzo precompresso:

- Classe 1: strutture nelle quali le tensioni di trazione non sono permesse in condizioni di pieno carico di esercizio;
- Classe 2: strutture nelle quali limitate tensioni di trazione sono permesse in condizioni di pieno carico di esercizio, ma non devono essere visibili fessure;
- Classe 3: strutture nelle quali è permessa una limitata ampiezza delle fessure in condizioni di pieno carico di servizio.

In Italia la fessurazione nelle strutture precompresse è stata riconosciuta per la prima volta con il D.M. del 1985, nel quale viene espressamente richiesta, nel caso della precompressione parziale, la verifica allo stato limite di apertura delle fessure per la combinazione delle azioni frequente e rara^[24].

L'applicazione maggiore della precompressione parziale riguarda la costruzione di ponti negli anni a seguire il 1950, a causa anche della rapida richiesta di ricostruzione di molti ponti distrutti durante la II Guerra Mondiale.

1.3. Definizione

Nonostante il concetto di precompressione parziale sia stato ormai riconosciuto da più di mezzo secolo, non c'è in letteratura una definizione unificata di calcestruzzo armato parzialmente precompresso. Nel seguito con il termine precompressione parziale si farà riferimento ad una combinazione di acciaio ordinario e acciaio da precompressione, i quali contribuiscono entrambi alla resistenza dell'elemento e permettono tensioni di trazione e fessurazioni nel calcestruzzo, rispettando comunque i limiti in termini di esercizio e di resistenza.

La precompressione parziale consente, graduando il rapporto tra l'area di armatura da precompressione e l'area di armatura ordinaria, di definire in fase di progetto il livello di sollecitazione per il quale la sezione non risulti fessurata. Per investigare il campo che va dalla

precompressione integrale al cemento armato ordinario viene utilizzato un diagramma momento-curvatura, facendo riferimento ad un concio di trave nel quale vengono variati i rapporti tra armature ordinarie e precompresse. Un tipico diagramma momento-curvatura di travi integralmente precompresse, parzialmente precompresse e in cemento armato ordinario è riportato in Figura 1.1. Il rapporto tra le armature ordinarie e di precompressione è stato variato in modo tale che le travi siano in grado di generare lo stesso momento resistente, tuttavia si nota che sebbene la curvatura al momento della fessurazione assume circa lo stesso valore il momento di fessurazione cambia sostanzialmente.



Fig. 1.1 – *Diagramma momento* – *curvature*

La curva 1 rappresenta un elemento costituito esclusivamente da armatura da precompressione e quindi il caso di precompressione integrale. Inizialmente, ovvero quando il momento esterno è nullo, vi è una curvatura negativa dovuta all'effetto della precompressione. Aumentando il momento agente la sezione rimane non fessurata per tutte le combinazioni delle azioni in esercizio. L'effetto della fessurazione, che avviene per valori di sollecitazioni superiori a quelli di esercizio, può essere notato dal cambiamento di pendenza della curva.

Le curve 2 e 3 rappresentano casi in cui sono presenti sia acciaio ordinario sia acciaio ad alto limite elastico all'interno dell'elemento. Si nota come variando i rapporti tra le armature si può scegliere sotto quale combinazione la sezione risulti fessurata. Infatti la curva 2 presenta un cambiamento di pendenza per sollecitazioni maggiori alla combinazione delle azioni quasi permanente, mentre l'elemento facente riferimento alla curva 3 si fessura per sollecitazioni inferiori alla combinazione suddetta e quindi per la combinazione dei carichi permanenti.

La curva 4 è rappresentativa di un elemento in calcestruzzo armato ordinario. In questo caso non ci sono curvature iniziali e la curva passa per l'origine degli assi. La fessurazione può avvenire già per effetto del peso proprio.

Confrontando le quattro curve si nota come la curvatura iniziale diminuisce fino al valore nullo dal caso di precompressione integrale al caso del cemento armato, le rigidezze degli elementi nella fase iniziale, non fessurata, sono molto simili, ed infine le deformazioni plastiche degli elementi crescono al diminuire della precompressione e risultano più grandi per il caso 4. Da questo semplice esempio è stato possibile spiegare come la precompressione parziale rappresenti una continuità tra la precompressione integrale e il calcestruzzo ordinario, dando la una maggiore libertà in fase di progetto per migliore il comportamento della struttura a seconda delle richieste in fase di esercizio e allo stato limite ultimo.

1.4. Indici di rinforzo

In letteratura sono proposti numerosi indici con lo scopo di descrivere il comportamento delle strutture parzialmente precompresse sia in termini di esercizio della struttura sia in termini di quantitativo di armatura. Tali indici sono utili per confrontare le prestazioni relative ad elementi realizzati con gli stessi materiali nel campo che va dal cemento ordinario (c.a.) al cemento armato precompresso (c.a.p.), per cui assumono valore zero nel primo campo e valore unitario nel secondo. I parametri più utilizzati sono il grado di precompressione, generalmente indicato con la lettera K, e il rapporto di precompressione parziale (*PPR*).

L'espressione più ovvia del grado di precompressione è definita come rapporto tra la forza di precompressione parziale applicata P_{part} e la forza di precompressione P_{full} che porta a zero le tensioni nella fibra più estrema di calcestruzzo. Da notare che la suddetta espressione è valida solo se entrambe le forze di precompressione hanno lo stesso punto di applicazione; se ciò non accade la corretta definizione del grado di precompressione da utilizzare è il rapporto tra il momento di decompressione valutato a perdite scontate e il momento massimo di esercizio (Eq. 1.1):

$$K = \frac{M_{0,\infty}}{M_{esercizo}} \tag{1.1}$$

Nel caso si volesse evitare il calcolo delle perdite di tensione si può utilizzare il grado iniziale di precompressione K', sostituendo nell'equazione (1.1) $M_{0,\infty}$ con il momento di decompressione $M_{0,0}$ calcolato per la forza di precompressione iniziale.

Il rapporto di precompressione parziale PPR è definito come rapporto tra il momento resistente ultimo fornito dalla sola armatura di precompressione e il momento resistente totale (Eq. 1.2):

$$PPR = \frac{M_{u,p}}{M_{u,p+s}} = \frac{A_p \cdot f_{0,1k} \cdot \left(d_p - \frac{a}{2}\right)}{A_p \cdot f_{0,1k} \left(d_p - \frac{a}{2}\right) + A_s \cdot f_{yk} \cdot \left(d_s - \frac{a}{2}\right)}$$
(1.2)

dove d_s e d_p rappresentano le altezze utili dell'armatura ordinaria e dell'armatura da precompressione rispettivamente, a è la profondità dell'asse neutro supponendo una distribuzione rettangolare delle tensioni di compressione (*stress block*). Per semplificare il rapporto *PPR* si potrebbe evitare di prendere in considerazione il parametro a definendo un rapporto di precompressione semplificato (Eq. 1.3):

$$PPR' = \frac{M_{u,p}}{M_{u,p+s}} = \frac{A_p \cdot f_{0,1k} \cdot d_p}{A_p \cdot f_{0,1k} \cdot d_p + A_s \cdot f_{yk} \cdot d_s}$$
(1.3)

Infine un altro indice che viene comunemente usato è l'indice di precompressione λ definito come rapporto tra la resistenza offerta dall'armatura di precompressione e l'armatura totale (Eq. 1.4):

$$\lambda = \frac{A_p \cdot f_{0,1k}}{A_p \cdot f_{0,1k} + A_s \cdot f_{yk}}$$
(1.4)

1.5. Vantaggi e svantaggi

I vantaggi migliori sono dovuti al minor sforzo di precompressione che può essere applicato nel caso delle strutture parzialmente precompresse rispetto alle strutture a precompressione integrale; i vantaggi che ne derivano sono sia economici sia funzionali. In termini economici, una precompressione minore permette di equilibrare le azioni locali di precompressione con una minore quantità di armatura ordinaria, inoltre grazie alla presenza di questa armatura si possono ricoprire zone in cui vi sono picchi di momento andando a ridurre l'impiego di cavi corti. In termini funzionali si ha: la possibilità di disporre l'armatura da precompressione più vicino al lembo teso della sezione aumentando il braccio di leva nelle verifiche allo stato limite ultimo; una maggiore possibilità di ridistribuzioni delle sollecitazioni, in quanto nelle strutture iperstatiche la deformazioni impresse possono provocare sollecitazioni molto alte e quindi potrebbero innescarsi fenomeni di fessurazione che nel caso della precompressione integrale non sono tollerati, mentre la precompressione parziale consente la fessurazione e il controllo dell'ampiezza della fessura; una maggiore duttilità che consente alla struttura di assorbire una maggiore quantità di energia sotto azioni dinamiche che potrebbero essere indotte da terremoti o esplosioni; infine l'acciaio ordinario a temperature elevate non perde resistenza rapidamente come i trefoli da precompressione e ciò attribuisce alle strutture parzialmente precompresse un migliore comportamento in caso di incendi.

Gli svantaggi riguardano principalmente la fatica dell'armatura da precompressione, infatti la formazione delle fessure porta alla parzializzazione della sezione e quindi l'oscillazione della tensione in tale armatura è più ampia. Inoltre il problema della fatica riguarda anche l'armatura ordinaria, in quanto si potrebbero innescare dei cicli pulsanti con inversione di segno. Altra caratteristica peculiare degli acciai ad alto limite elastico è la scarsa resistenza alle condizioni ambientali aggressive e ciò potrebbe causare l'innesco di una corrosione puntiforme in corrispondenza delle fessure. Infine un ulteriore svantaggio sono le difficoltà di calcolo, soprattutto per le verifiche in esercizio.

2. Stato limite di fessurazione

2.1. Introduzione

La tecnica della precompressione parziale permette la nascita di tensioni di trazione nel calcestruzzo. Conseguentemente la valutazione dell'ampiezza delle fessure, della loro spaziatura e del loro sviluppo diviene essenziale. Le cause che provocano la fessurazione nelle strutture in calcestruzzo sono molteplici e non necessariamente dipendono dalle sollecitazioni esterne, alcuni esempi sono gli stati di coazione che si verificano per effetto del calore di idratazione e le deformazioni impresse interne, come quelle di origine termica o per ritiro, o esterne, come i cedimenti vincolari nelle strutture iperstatiche. Nel seguito saranno analizzate le fessurazioni che si formano a causa delle sollecitazioni esterne.

Le norme internazionali suddividono lo stato limite di fessurazione nei seguenti tre stati:

- stato limite di decompressione;
- stato limite di formazione delle fessure;
- stato limite di apertura delle fessure.

Nel seguito l'attenzione sarà dedicata al terzo stato ed in particolare ai metodi di calcolo proposti dal Model Code 2010 e dall'Eurocodice 2, analizzando le ipotesi alla base dei modelli e confrontando i risultati ottenuti con i risultati sperimentali reperibili in letteratura. In particolare le verifiche da effettuare secondo le norme si basano sul controllo dell'ampiezza della fessura, la quale deve risultare inferiore a specifici limiti in funzione delle condizioni ambientali in cui versa la struttura e della combinazione delle azioni.

Il fenomeno della fessurazione è governato da numerosi fattori che difficilmente possono essere stimati con precisione, per questo motivo le norme adottano dei metodi semplificati e di più facile interpretazione, in quanto il loro scopo non è quello di ottenere dei risultati esatti ma delle stime che siano conservative. I modelli usati per calcolare le ampiezze delle fessure e le deformazioni delle strutture nello stato fessurato si basano sull'assunzione che le tensioni a livello delle armature siano note a priori o possano essere calcolate. In realtà è impossibile conoscere il valore esatto delle tensioni nell'acciaio in condizioni di esercizio perché, come detto in precedenza, esse dipendono da diversi fattori, alcuni dei quali sono soggetti ad una notevole variazione.

Descritta la complessità del problema le norme partono dall'analisi dell'elemento strutturale più semplice, il tirante, ovvero dalla condizione di trazione pura e si cerca poi di esaminare gli altri casi, quindi la flessione semplice e la presso-flessione, attraverso l'area efficace, definita come l'area effettiva di calcestruzzo in trazione. Nel caso particolare della precompressione parziale viene fatto un ulteriore adattamento dovuto alle diverse condizioni di aderenza dei due tipi di acciaio presenti all'interno dell'elemento strutturale.

2.2. Stadi di fessurazione

Le formule proposte dalle normative per calcolare l'ampiezza delle fessure si basano sul caso di un prisma di calcestruzzo armato soggetto a tensioni assiali. All'aumentare della sollecitazione esterna vengono individuati quattro stadi: stadio non fessurato, stadio di formazione delle fessure, stadio di fessurazione stabilizzata e stadio in cui viene raggiunto lo snervamento delle armature. Il primo stadio fa riferimento al caso di elemento completamente integro quindi può essere analizzato in modo semplice; il secondo stadio rappresenta la fase in cui si formano le fessure e termina quando tutte le fessure si sono formate e la resistenza a trazione nel calcestruzzo non può essere raggiunta tra due fessure; terminata la fase di formazione delle fessure inizia la fase di fessurazione stabilizzata durante la quale non si possono formare nuove fessure anche se la sollecitazione esterna aumenta; infine si ha lo snervamento delle armature. Per descrivere queste quattro fasi viene adottato un diagramma semplificato (Fig. 2.1-b).



Fig. 2.1 – *a*) Fasi di comportamento di un tirante in c.a. in controllo di deformazione; b) diagramma carico-deformazione semplificato

Il tratto 2, rappresentativo della fase di formazione delle fessure, viene approssimato con un segmento orizzontale; in realtà dovrebbe essere inclinato (Fig. 2.1-a), in quanto le fessure non si formano tutte nello stesso momento e per lo stesso valore della forza esterna. Tale approssimazione è dovuta all'assunzione della resistenza a trazione del calcestruzzo costante su tutto l'elemento pari al valore medio f_{ctm} , perciò si passa dallo stadio 2 allo stadio 3 con un salto di deformazione per il valore costante della forza F_{cr} che provoca la prima fessura; tuttavia la fase di formazione della fessura non è importante in fase di verifica. Un altro aspetto importante è la distanza tra il tratto 3 e quello tratteggiato (condizione di barra nuda) che rappresenta il contributo di resistenza offerto dal calcestruzzo teso e definito *tension stiffening*.

2.3. Calcolo dell'ampiezza della fessura

L'approccio adottato dalle norme per il calcolo dell'ampiezza della fessura nel caso degli elementi parzialmente precompressi segue la stessa procedura del caso degli elementi in calcestruzzo armato ordinario, sostituendo l'acciaio da precompressione con un'area trasversale equivalente di acciaio ordinario, tenendo conto delle minori qualità in termini di aderenza. I modelli semplificati si basano sulla soluzione dell'integrale 2.1:

$$w = \int_0^{s_r} \varepsilon_s - \varepsilon_c \, dx \tag{2.1}$$

La soluzione di questo integrale è una procedura troppo complessa per le applicazioni tecniche, per le quali vengono adottati dei valori medi di deformazione ε_{sm} ed ε_{cm} calcolando l'ampiezza media della fessura (Eq. 2.2).

$$w_m = s_{rm} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \tag{2.2}$$

In passato le norme richiedevano per la verifica di far riferimento all'ampiezza caratteristica che può essere ricavata moltiplicando l'ampiezza media w_m per il coefficiente β , posto pari al valore 1,7. Tuttavia tale coefficiente non è presente nelle recenti norme, le quali forniscono direttamente l'ampiezza della fessura facendo riferimento alla distanza massima tra due fessure.

2.4. Model Code 2010

Il Model Code 2010 segue l'approccio semplificato (Fig. 2.1-b), secondo il quale la fase di fessurazione stabilizzata inizia quando il carico esterno è maggiore del carico di fessurazione. La formula adottata per il calcolo dell'ampiezza della fessura (Eq. 2.3), valida nella fase di fessurazione stabilizzata, si basa sull'equazione 2.2 sostituendo la distanza media finale tra le fessure con quella massima, posta pari a due volte la lunghezza di trasmissione, e inserendo la deformazione del calcestruzzo dovuta al ritiro ε_{cs} .

$$w_d = 2 \cdot l_{s,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} - \varepsilon_{cs}) \tag{2.3}$$

Nel caso generale di elemento strutturale parzialmente precompresso l'acciaio da precompressione viene analizzato come acciaio ordinario equivalente calcolando la percentuale di armatura $\rho_{s+p,ef}$ (Eq. 2.4) rispetto all'area effettiva in trazione $A_{c,ef}$ attraverso il fattore di aderenza ξ (Tab. 2.1), definito come rapporto tra la tensione tangenziale media dell'acciaio da precompressione τ_{bmp} e la tensione tangenziale media dell'acciaio ordinario τ_{bms} , le quali si assumono costanti su tutta la lunghezza di trasmissione.

Tab. 2.1 – *Fattore di aderenza* $\xi = \tau_{bmp} / \tau_{bms}$ per diversi tipi di acciai da precompressione (MC10)

Tipo di tirante	Elementi pre-tesi	Elementi post-tesi
Acciaio da precompressione liscio	0.40	0.20
Trefoli	0.60	0.40
Fili indentati	0.80	0.60
Barre con nervature	-	1.00

$$\rho_{s+p,ef} = \frac{A_s + \xi_1 \cdot A_p}{A_{c,ef}} = \rho_s + \xi_1 \cdot \rho_p$$

$$\xi_1 = \sqrt{\xi \cdot \frac{\phi_s}{\phi_{p,eq}}}$$
(2.4)
(2.5)

$$\phi_{p,eq} = \frac{4 \cdot A_p}{u_p} \tag{2.6}$$

L'area efficace $A_{c,ef}$ di calcestruzzo in trazione riprende la definizione del Model Code 1990 e viene calcolata come prodotto tra la base dell'elemento considerato e l'altezza $h_{c,eff}$ scelta pari al minimo tra i seguenti valori $[2,5\cdot(h-d); (h-x)/3; h/2]$, dove h è l'altezza totale, d l'altezza utile e x la distanza del lembo compresso dall'asse neutro; delle rappresentazioni grafiche possono essere consultate nel Model Code 2010 e nell'Eurocodice 2. Tuttavia la definizione dell'area efficace è un'approssimazione, infatti in letteratura sono presenti diverse interpretazioni; in mancanza di dati di calcolo per la determinazione dell'asse neutro il valore 2,5·(h-d) può essere utilizzato.

Anche per il diametro dell'acciaio da precompressione viene introdotto un diametro equivalente a seconda dalla tipologia di acciaio utilizzato. Il diametro equivalente (Eq. 2.6) viene espresso in funzione del perimetro equivalente u_p che dipende dal tipo di acciaio e dall'area totale A_p .

Tipo di tirante	u _{p,i}
Fasci	$1.6 \cdot \pi \cdot \sqrt{A_{p,i}}$
Trefoli a 7-fili	$1.75 \cdot \pi \cdot \phi_{wire}$
Trefoli a 3-fili	$1.20 \cdot \pi \cdot \phi_{wire}$

Tab. 2.2 – *Perimetro equivalente* $u_p = \Sigma u_{p,i}$

Nella tabella 2.2 ϕ_{wire} rappresenta il diametro del singolo filo all'interno del trefoli.

Tenendo conto dei parametri suddetti i fattori presenti nell'equazione 2.3 vengono espressi come:

$$l_{s,max} = k \cdot c + \frac{1}{4} \cdot \frac{f_{ctm}}{\tau_{bms}} \cdot \frac{\phi_s}{\rho_{s+p,ef}}$$
(2.7)

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} - \varepsilon_{cs} = \frac{\sigma_s - \beta \cdot \frac{f_{ctm}}{\rho_{s+p,ef}} \cdot \left(1 + \alpha_e \rho_{s+p,ef}\right)}{E_s} + \eta_r \cdot \varepsilon_{sh}$$
(2.8)

La lunghezza di trasmissione (Eq. 2.7) dipende oltre che dalle caratteristiche meccaniche e dalle quantità dei materiali utilizzati anche dal copriferro c, il quale è premoltiplicato dal coefficiente empirico k assunto per semplicità pari ad 1. Per il calcolo delle deformazioni (Eq. 2.8) σ_s è la

tensione nell'armatura tesa calcolata considerando la sezione fessurata; inoltre viene fatta un'ulteriore considerazione relativamente all'applicazione dei carichi (Tab. 2.3).

Infine, nel caso vengano utilizzati dei differenti diametri per l'armatura ordinaria, il valore ϕ_s deve essere sostituito con ϕ_{eq} secondo l'espressione seguente:

$$\phi_{eq} = \frac{\sum n_{s,i} \cdot \phi_{s,i}^2}{\sum n_{s,i} \cdot \phi_{s,i}}$$
(2.9)

dove $n_{s,i}$ è il numero di barre con lo stesso diametro $\phi_{s,i}$.

	Formazione della fessura	Fessurazione stabilizzata
	$\tau_{bms} = 1.8 \cdot f_{ctm}(t)$	$\tau_{bms} = 1.8 \cdot f_{ctm}(t)$
Breve termine	$\beta = 0.6$	$\beta = 0.6$
	$\eta_r = 0$	$\eta_r = 0$
	$\tau_{bms} = 1.35 \cdot f_{ctm}(t)$	$\tau_{bms} = 1.8 \cdot f_{ctm}(t)$
Lungo termine	$\beta = 0.6$	$\beta = 0.4$
	$\eta_r = 0$	$\eta_r = 1$

Tab. 2.3 – Valori di τ_{bms} , $\beta e \eta_r$

2.5. **Eurocodice 2**

Il metodo proposto dall'Eurocodice 2 è molto simile a quello del Model Code 2010. La formula per il calcolo dell'ampiezza della fessura è espressa nella forma seguente:

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \tag{2.10}$$

dove non si tiene conto del ritiro e $s_{r,max}$ rappresenta la spaziatura massima tra due fessure e viene calcolata come:

$$s_{r,max} = k_3 \cdot c + k_1 k_2 k_4 \cdot \frac{\phi_s}{\rho_{s+p,eff}}$$
(2.11)

in cui:

- k₁ tiene conto dell'aderenza delle armature e assume il valore 0,8 per barre ad aderenza migliorata e 1,6 per barre lisce;
- k₂ distingue il caso della flessione semplice, assumendo il valore 0,5, dalla trazione pura in cui assume valore 1. In caso di trazione eccentrica si raccomanda di utilizzare dei valori intermedi attraverso la relazione:

$$k_2 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2 \cdot \varepsilon_1} \tag{2.12}$$

in cui ε_1 ed ε_2 sono rispettivamente la più grande e la più piccola deformazione di trazione alle estremità della sezione considerata, calcolate considerando la sezione fessurata. Tuttavia questa formulazione è stata soggetta a diverse critiche in quanto parlare di deformazioni in corrispondenza della fessura è improprio. Un calcolo più corretto potrebbe essere fatto in funzione delle tensioni di trazioni σ_1 e σ_2 , calcolate prima che avvenga la formazione della prima fessura, all'estremità dell'area efficace^[3] (Fig. 2.2):

$$k_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2 \cdot \sigma_1} \tag{2.13}$$

dove σ_1 è la maggiore. Come per il caso dell'equazione 2.13 nel caso di trazione pure risulta $k_2 = 1$, poiché $\sigma_1 = \sigma_1$. Questo tipo di formulazione fa riferimento alla Circolare Esplicativa del D.M. del 1996, in cui le tensioni di trazione nel calcestruzzo teso sono usate per calcolare un coefficiente, denominato k_3 nella suddetta norma, che tenga conto della forma del diagramma delle tensioni prima della fessurazione (Fig. 2.2).



Fig. 2.2 – Tensioni di trazione nel calcestruzzo all'estremità dell'area efficace: a) trazione pura; b) flessione semplice

- $k_3 e k_4$ assumono i valori 3,4 e 0,425 rispettivamente.

Il calcolo delle deformazioni (Eq. 2.14) è praticamente uguale a quello del Model Code 2010, ma vengono utilizzati dei valori diversi per il fattore di aderenza ξ (Tab. 2.4) e una diversa definizione del diametro equivalente ϕ_p dell'armatura di precompressione.

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ctm}}{\rho_{s+p,ef}} \cdot \left(1 + \alpha_e \rho_{s+p,ef}\right)}{E_s} \ge 0.6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}$$
(2.14)

Il coefficiente k_t è l'equivalente del coefficiente β , ed è pari a 0,6 per carichi di breve durata e a 0,4 per carichi di lunga durata. Il diametro equivalente ϕ_p viene calcolato, invece, senza fare riferimento al perimetro equivalente ed è pari a: $1,6 \cdot \sqrt{A_p}$ per i fasci (armature raggruppate), $1,75 \cdot \phi_{wire}$ per singoli trefoli a 7-fili, $1,20 \cdot \phi_{wire}$ per singole trecce a 3-fili. La percentuale di armatura $\rho_{s+p,ef}$ viene calcolata sempre allo stesso modo, introducendo le suddette modifiche per il rapporto ξ e per il diametro equivalente ϕ_p .

Tab. 2.4 - Fattore di aderenza $\xi = \tau_{bmp} / \tau_{bms}$ per diversi tipi di acciai da precompressione (EC2)

Tino di tirante	Flementi nre-tesi	Elementi post-tesi					
Tipo ul titalite	Elementi pre-tesi	≤C50/60	≥C70/85				
Acciaio da precompressione liscio	-	0,3	0,15				
Trefoli	0,6	0,5	0,25				
Fili indentati	0,7	0,6	0,30				
Barre con nervature	0,8	0,7	0,35				
*Per valori intermedi di classe del calcestruzzo, tra C50/60 e C70/85, può essere utilizzata l'interpolazione							

2.6. Confronto con i dati sperimentali

In letteratura il numero di campagne sperimentali condotte per studiare il fenomeno fessurativo degli elementi parzialmente precompressi è limitato. La maggior parte degli studi per il calcolo dell'ampiezza della fessura riguardano, infatti, gli elementi in cemento armato ordinario. I dati reperiti riguardano prove effettuate su delle travi e su dei tiranti in modo da analizzare la

fessurazione in regime flessionale ed in regime di trazione pura rispettivamente. Inoltre è stato possibile confrontare i risultati per diverse tecniche di precompressione e per diverse tipologie di armature adottate. I dati riportati nei paragrafi seguenti fanno riferimento alle prove di $Nawy^{[2][16]}$ e *Chowdhury e Lu*^[18].

2.6.1. Nawy

Le prove condotte da Nawy riguardano travi in calcestruzzo armato parzialmente precompresse e sono state distinte in due gruppi: elementi a cavi pre-tesi ed elementi a cavi post-tesi.

Travi di c.a.p.p. a cavi pre tesi

In totale sono state effettuate prove su 24 travi di calcestruzzo armato precompresso. Nel seguito si farà riferimento a 12 di esse, delle 12 restanti 6 sono travi a precompressione integrale, analizzate a parte successivamente, e 6 sono state scartate dall'analisi perchè non sono disponibili i valori delle misurazioni. Ogni trave è identificata dalla lettera "B" seguita da un numero (es. B-10).

Lo schema statico adottato per condurre le prove è quello di trave semplicemente appoggiata con luce di 2,74 m ed il carico è stato applicato in modo monotono crescente. La geometria delle sezioni (Fig. 2.3) è uguale per tutte le travi considerate e presenta una forma a "T". Quello che distingue le travi è la quantità di armatura presente al loro interno e la classe di calcestruzzo utilizzata.



Fig. 2.3 – Geometria delle sezioni

L'acciaio ordinario presente all'interno di ogni trave segue le specifiche statunitensi; in particolare sono state usate due tipologie di barre indicate con la notazione americana #n dove n indica il diametro in pollici da moltiplicare per 1/8; nel caso in esame si hanno barre #3

 $(\phi_s=9,52 \text{ mm})$ e barre #4 ($\phi_s=12,7 \text{ mm}$) aventi un valore medio della tensione di snervamento, rilevato sperimentalmente, pari a 545 *MPa* e 580 *MPa* rispettivamente ed un modulo elastico di circa 200 *GPa*. L'armatura di precompressione è composta da trefoli a 7-fili, aventi un diametro di ¼ *in* e un'area nominale di 0,0356 *sq in*. (22,97 *mm*²) ed una resistenza a trazione $f_{pk}=1725 \text{ MPa}$. Le caratteristiche del calcestruzzo variano in ogni trave, con una resistenza a compressione cilindrica che va da 20 *MPa* a 35 *MPa*, ed un modulo elastico che si attesta intorno al valore di 33000 *MPa*. È riportata, inoltre, per ogni campione la resistenza a trazione per splitting $f_{ct,split}$. Poiché si dispone di dati sperimentali riguardanti le caratteristiche meccaniche dei materiali verranno utilizzati tali dati ai fini di calcolo, e non quelli di progetto consigliati dalle normative. Tutte le caratteristiche sono riportate nella tabella 2.5.

	Dimen	Dimensioni Armatura Calcestruzzo					Armatura					
Trave	d	с	N° trefoli	N° barre	N° barre	Ap	As	\mathbf{f}_{ck}	f _{ct,split}	Ec		
	(mm)	(mm)	1⁄4 in	#3	#4	(mm^2)	(mm^2)	(MPa)	(MPa)	(MPa)		
B-7	223.52	26.98	3	2	-	68.90	142.71	29.99	3.82	33548.26		
B-8	223.52	26.98	3	2	-	68.90	142.71	29.99	3.82	33548.26		
B-9	219.71	28.00	4	2	-	91.87	142.97	20.10	3.24	30338.78		
B-10	219.71	28.00	4	2	-	91.87	142.97	20.10	3.24	30338.78		
B-11	212.60	30.02	5	2	-	114.84	143.23	32.68	4.86	34321.76		
B-12	212.60	30.02	5	2	-	114.84	143.23	32.68	4.86	34321.76		
B-13	214.88	27.86	6	-	2	137.81	259.61	28.96	4.48	33241.04		
B-14	214.88	27.86	6	-	2	137.81	259.61	28.96	4.48	33241.04		
B-15	208.79	29.89	7	-	2	160.77	259.87	28.48	4.55	33095.71		
B-16	208.79	29.89	7	-	2	160.77	259.87	28.48	4.55	33095.71		
B-17	203.20	31.92	8	-	2	183.74	260.13	33.96	4.79	34676.79		
B-18	203.20	31.92	8	-	2	183.74	260.13	33.96	4.79	34676.79		

 Tab. 2.5 – Caratteristiche geometriche e meccaniche delle travi di c.a.p.p. a cavi pre-tesi

Le armature sono state strumentate con estensimetri elettrici. Le letture delle variazioni delle tensioni sono state prese in tutte le fasi necessarie di precompressione e carico. Le ampiezze delle fessure sono state misurate attraverso *illuminated 25-power microscopes*, aventi una accuratezza di 0,05 *mm*; inoltre sono state registrate le spaziature di tutte le fessure in via di sviluppo. Le misurazioni sono state raccolte per quattro livelli tensionali corrispondenti a 207 MPa, 276 MPa, 414 MPa e infine 552 MPa. L'ultimo livello tensionale è di scarso interesse pratico, in quanto le norme pongono un limite alla tensione nell'armatura tesa in condizioni di esercizio pari, al massimo, a 0,8 volte f_{yk} ; tuttavia è stato comunque investigato.

		σs (Ν	/IPa)						
Trava	207	276	414	552	Smis				
Irave		w (m	mis m)		(mm)				
B-7	0.102	0.140	0.241	0.345	100.08				
B-8	0.099	0.137	0.226	0.325	103.12				
B-9	0.094	0.127	0.206	0.312	95.25				
B-10	0.104	0.142	0.229	0.335	127.00				
B-11	0.091	0.127	0.203	0.312	79.50				
B-12	0.089	0.132	0.218	0.330	85.85				
B-13	0.076	0.114	0.196	0.284	90.42				
B-14	0.081	0.119	0.203	0.297	92.20				
B-15	0.064	0.107	0.196	0.297	79.50				
B-16	0.066	0.099	0.170	0.267	76.20				
B-17	0.069	0.107	0.188	0.284	82.55				
B-18	0.053	0.079	0.160	0.269	77.72				

 Tab. 2.6 – Ampiezza massima delle fessure e spaziatura massima (valori misurati)

Applicando i metodi esposti nei paragrafi precedenti sono state calcolate le grandezze misurate e confrontati i risultati.

		Ма	odel Code	2010			1	Eurocodic	e 2	
		σs (Ν	APa)				σs (Ν	/IPa)		
Trave	207	276	414	552	21 _{s,max}	207	276	414	552	Sr,max
		wi (m	teor m)		(mm)		wt (m	eor um)		(mm)
B-7	0.083	0.129	0.222	0.315	134.54	0.117	0.174	0.289	0.403	166.10
B-8	0.083	0.129	0.222	0.315	134.54	0.117	0.174	0.289	0.403	166.10
B-9	0.093	0.141	0.237	0.333	139.55	0.127	0.185	0.301	0.417	168.18
B-10	0.093	0.141	0.237	0.333	139.55	0.127	0.185	0.301	0.417	168.18
B-11	0.067	0.120	0.226	0.332	153.63	0.112	0.170	0.295	0.419	180.26
B-12	0.067	0.120	0.226	0.332	153.63	0.112	0.170	0.295	0.419	180.26
B-13	0.086	0.129	0.215	0.300	124.06	0.119	0.171	0.277	0.383	153.17
B-14	0.086	0.129	0.215	0.300	124.06	0.119	0.171	0.277	0.383	153.17
B-15	0.090	0.136	0.229	0.322	134.59	0.124	0.181	0.294	0.406	163.64
B-16	0.090	0.136	0.229	0.322	134.59	0.124	0.181	0.294	0.406	163.64
B-17	0.091	0.140	0.239	0.339	143.67	0.128	0.188	0.307	0.426	172.92
B-18	0.091	0.140	0.239	0.339	143.67	0.128	0.188	0.307	0.426	172.92

 Tab. 2.7 - Ampiezza massima delle fessure e spaziatura massima (valori teorici)

Per confrontare i risultati si utilizzano dei diagrammi, riportando nell'asse delle ascisse i valori misurati e nell'asse delle ordinate i valori teorici. In ogni diagramma di questo tipo viene tracciata la bisettrice in modo da avere un confronto immediato e capire se i valori ottenuti sono sicuri. In termini grafici il lato della sicurezza è rappresentato dalla parte di grafico superiore alla bisettrice.



Fig. 2.4 – Ampiezza della fessura misurata vs ampiezza della fessura calcolata: a) Model Code 2010; b) Eurocodice 2

In figura 2.4 viene mostrato il confronto dell'ampiezza della fessura; il Model Code 2010 approssima molto bene i dati sperimentali, ma in molti casi l'ampiezza massima calcolata risulta essere minore di quella misurata. L'Eurocodice 2, invece, anche se commette errori permette di ottenere sempre dei valori cautelativi, infatti w_{teor} è sempre maggiore di w_{mis} .

Un altro confronto è stato condotto in funzione della spaziatura massima tra le fessure ed è riportato in figura 2.5-a.

Infine sono state confrontate le deformazioni medie relative tra acciaio e calcestruzzo, ottenute indirettamente dal rapporto tra l'ampiezza della fessura misurata e la spaziatura misurata (Fig. 2.5-b).

Dai diagrammi emerge che sia il Model Code 2010 sia l'Eurocodice 2 tendono a sovrastimare la distanza tra le fessure e a sottostimare le deformazioni medie. Il risultato ottenuto in termini di ampiezza della fessura w è ottimo, tuttavia deriva da un prodotto i cui fattori, ovvero la spaziatura tra le fessure e le deformazioni medie, sono stimati per eccesso nel primo caso e per difetto nel secondo (Fig. 2.5).



Fig. 2.5 - a) Confronto spaziatura massima tra le fessure; b) Confronto deformazioni

Travi di c.a.p. a cavi pre-tesi

In questo caso solo armatura di precompressione è presente all'interno delle travi. Le caratteristiche più importanti delle travi sono riportate nella tabella seguente:

	Dimen	sioni	Arma	tura		Calcestru	1ZZO
Trave	d	с	N° trefoli	Ap	fck	fctm	Ec
	(mm)	(mm)		(mm^2)	(Mpa)	(MPa)	(MPa)
B-1	203.20	33.50	3	68.90	32.96	4.48	34399.15
B-2	196.85	35.78	4	91.87	32.96	4.48	34399.15
B-3	185.42	41.12	5	114.84	32.96	4.48	34399.15
B-4	177.80	45.43	6	137.81	32.96	4.48	34399.15
B-5	166.88	53.31	7	160.77	28.27	3.76	33033.03
B-6	158.75	60.93	8	183.74	28.27	3.76	33033.03

Tab. 2.8 – Caratteristiche geometriche e meccaniche delle travi di c.a.p. a cavi pre-tesi

dalla quale si può notare come l'altezza utile, calcolata rispetto al baricentro geometrico delle armature, risulta essere minore rispetto alle travi analizzate in precedenza. Ciò comporta di adottare il valore (h-x)/3 per il calcolo dell'area di calcestruzzo effettiva in trazione, in quanto minore dei valori 2,5(h-d) e h/2. Nei dati forniti dalle sperimentazioni solo la tensione nell'armatura dopo la decompressione viene riportata. Per determinare l'asse neutro x è stato adottato un metodo iterativo, ovvero è stato variato il momento esterno fino a quando non è stata raggiunta la tensione riportata nei dati delle misurazioni. Il calcolo è stato condotto assumendo la sezione parzializzata e adottando un coefficiente di omogenizzazione $\alpha_e = E_s/E_c$ diverso per ogni trave in quanto sono diverse le caratteristiche dei calcestruzzi utilizzati.

I dati delle misurazioni sono i seguenti:

T	207	207 276 414		552	Smis	
Irave		w _i (m	mis m)		(mm)	
B-1	0.226	0.310	0.503	0.724	184.15	
B-2	0.180	0.264	0.437	0.615	193.80	
В-3	0.157	0.229	0.378	0.538	168.40	
B-4	0.135	0.190	0.323	0.467	162.05	
B-5	0.119	0.170	0.274	0.406	127.00	
B-6	0.107	0.147	0.241	0.356	130.30	

Tab. 2.9 – Ampiezza massima delle fessure e spaziatura massima (valori misurati)

Applicando i metodi di calcolo del Model Code 2010 e dell'Eurocodice 2, tenendo presente che solo armatura di precompressione vi è all'interno delle travi, si giunge ai risultati riportati nella tabella 2.10.

		Ма	odel Code	2010			1	Eurocodic	e 2	
		σ s (N	/IPa)				σ s (N	/IPa)		
Trave	207	276	414	552	21 _{s,max}	207	276	414	552	Sr,max
		Wt (m	eor m)		(mm)		Wt (m	eor m)		(mm)
B-1	-	0.072	0.232	0.400	245.00	-	0.107	0.344	0.592	362.59
B-2	0.048	0.112	0.247	0.386	201.92	0.073	0.169	0.372	0.581	303.79
В-3	0.071	0.131	0.256	0.384	185.01	0.109	0.201	0.392	0.588	283.39
B-4	0.057	0.126	0.271	0.421	217.43	0.087	0.192	0.413	0.641	331.30
B-5	0.089	0.163	0.320	0.481	232.53	0.137	0.252	0.492	0.739	357.17
B-6	0.095	0.175	0.341	0.512	247.13	0.148	0.271	0.528	0.792	382.19

 Tab. 2.10 - Ampiezza massima delle fessure e spaziatura massima (valori teorici)

Entrambi i modelli di calcolo portano a dei risultati poco cautelativi; infatti, la maggior parte dei punti, rappresentativi del confronto con i dati sperimentali, si trovano sotto la bisettrice (Fig. 2.6).



Fig. 2.6 – Ampiezza della fessura misurata vs ampiezza della fessura calcolata: a) Model Code 2010; b) Eurocodice 2

Travi di c.a.p.p. a cavi post-tesi

Le stesse tipologie di prove sono state effettuate su 22 travi a cavi post-tesi; nel seguito si farà riferimento a 10 di esse, anche in questo caso sono state scartate dall'analisi le travi in cui non erano presenti le misurazioni.

	Dimen	sioni		Armatura					Calcestruzzo		
Travi	d	с	N° trefoli	N° trefoli	A _p	As	\mathbf{f}_{ck}	f _{ct,split}	Ec		
	mm	mm	1⁄4 in	1⁄2 in	(mm^2)	(mm ²)	(MPa)	(MPa)	(MPa)		
В-3	218.69	38.43	4	-	91.87	141.94	34.27	3.31	34762.06		
B-4	218.69	38.43	4	-	91.87	141.94	34.27	3.31	34762.06		
B-5	226.31	33.99	4	-	91.87	258.06	32.78	3.10	34350.82		
B-6	226.31	33.99	4	-	91.87	258.06	32.78	3.10	34350.82		
O-III-1	224.54	26.24	-	2	197.42	141.94	42.44	3.45	36871.34		
O-III-2	224.54	26.24	-	2	197.42	141.94	42.44	3.45	36871.34		
O-IV-1	237.24	13.54	-	2	197.42	400.00	42.47	3.45	36879.74		
O-IV-2	237.24	13.54	-	2	197.42	400.00	42.47	3.45	36879.74		
U-IV-1	239.01	11.76	-	1	98.71	400.00	37.09	3.07	35520.37		
U-IV-2	239.01	11.76	-	1	98.71	400.00	37.09	3.07	35520.37		

 Tab. 2.11 - Caratteristiche geometriche e meccaniche delle travi post-tese

Tutte le travi considerate hanno una forma a T e le dimensioni sono uguali a quelle delle travi pre-tese con l'unica differenza in altezza, che nel caso qui trattato è pari a 279,40 *mm* (Fig. 2.3).

Anche in questo caso lo schema di carico è in semplice appoggio; la luce tra i due appoggi è pari a 2,23 *mm*. L'acciaio da precompressione è composto da trefoli a 7-fili di diametro nominale $\frac{1}{4}$ " e $\frac{1}{2}$ " aventi una resistenza a trazione di 1720 e 1860 *MPa* rispettivamente. Le barre di acciaio dolce sono del tipo #3, #4 e #5 con una tensione di snervamento che va da 420 a 580 *MPa*. La resistenza a compressione del calcestruzzo varia da 32 a 43 *MPa*, il modulo elastico si attesta tra i 34000 e i 36000 *MPa* e la resistenza a trazione per splitting tra i 3,0 e i 3,4 *MPa*.

Anche per le travi a cavi post-tesi sono state misurate le stesse grandezze delle travi a cavi pre-tesi e si riportano i valori nella tabella 2.12. In questo caso non sono presenti i valori per le tensioni nell'armatura pari a 552 *MPa*; tali dati sono poco significativi, come detto precedentemente, in quanto si riferiscono ad un livello tensionale superiore a quello ammesso per gli stati limite di esercizio.

Trave	207	276 414		Smis	
		(mm)			
B-3	0.140	0.218	0.345	198.374	
B-4	0.147	0.239	0.366	215.9	
B-5	0.137	0.216	0.351	163.322	
B-6	0.135	0.203	0.325	179.07	
O-III-1	0.112	0.178	0.279	165.1	
O-III-2	0.122	0.185	0.300	146.05	
O-IV-1	0.089	0.142	0.224	124.46	
O-IV-2	0.094	0.150	0.244	107.95	
U-IV-1	0.097	0.155	0.249	139.7	
U-IV-2	0.109	0.170	0.264	128.27	

 Tab. 2.12 - Ampiezza massima delle fessure e spaziatura massima (valori misurati)

Per ottenere i valori teorici sono state applicate le formule proposte dalle norme come nel caso precedente. L'unica differenza, oltre ai quantitativi di armatura e alle dimensioni geometriche, è la diversa aderenza tra acciaio da precompressione e calcestruzzo definita attraverso il rapporto ξ , che in questo caso assume il valore 0,4 (Tab. 2.1 e 2.4, caso di trefoli post-tesi) sia per il Model Code 2010 sia per l'Eurocodice 2.

	Model Code 2010				Eurocodice 2				
Trave	σs (MPa)				σs (MPa)				
	207	276	414	21 _{s,max}	207	276	414	Sr,max	
	Wmis (mm)			(mm)		(mm)			
В-3	0.086	0.170	0.337	242.29	0.169	0.225	0.338	347.32	
B-4	0.086	0.170	0.337	242.29	0.169	0.242	0.430	347.32	
B-5	0.124	0.187	0.313	182.08	0.136	0.195	0.347	262.82	
B-6	0.124	0.187	0.313	182.08	0.167	0.242	0.394	262.82	
O-III-1	0.080	0.149	0.288	200.73	0.133	0.178	0.267	253.74	
O-III-2	0.080	0.149	0.288	200.73	0.133	0.198	0.346	253.74	
O-IV-1	0.082	0.117	0.188	102.16	0.073	0.108	0.189	132.10	
O-IV-2	0.082	0.117	0.188	102.16	0.099	0.139	0.220	132.10	
U-IV-1	0.083	0.118	0.188	101.54	0.076	0.101	0.152	122.41	
U-IV-2	0.083	0.118	0.188	101.54	0.103	0.145	0.230	122.41	

 Tab. 2.13 - Ampiezza massima delle fessure e spaziatura massima (valori teorici)

I risultati, ottenuti con il Model Code 2010, in termini di ampiezza della fessura sottostimano i risultati sperimentali (Fig. 2.7-a). L'Eurocodice 2 (Fig. 2.7-b), anche in questa situazione, consente di ottenere dei valori superiori che, nella maggior parte dei casi, risultano essere superiori dei dati misurati. Dai diagrammi che rappresentano la spaziatura massima (Fig. 2.7-c) e le deformazioni (Fig. 2.7-d) viene confermata la tendenza messa in evidenza nel paragrafo precedente relativamente alla sovrastima della spaziatura tra le fessure e alla sottostima delle deformazioni, anche se in questo caso (post-tensione) le differenze sono più contenute.





Fig. 2.7 – Confronti: ampiezza della fessura: a) Model Code 2010; b) Eurocodice 2; c) spaziatura massima tra le fessure; d) deformazioni

2.6.2. Chowdhury

Gli esperimenti condotti da Chowdhury riguardano 12 travi parzialmente precompresse a sezione scatolare. Tutte le travi hanno una sezione quadrata (Fig. 2.8) di lato 300 mm e il vuoto all'interno, creato attraverso dei prismi di polistirolo, anch'esso quadrato con lato di 180 mm.



Fig. 2.8 – Schema di carico e sezione trasversale tipo

Lo schema di carico è di trave semplicemente appoggiata e il carico è stato applicato su quattro punti (Fig. 2.8). Per l'armatura di precompressione sono stati impiegati fili ad alta resistenza pre-tesi di diametro nominale di 5 *mm*, aventi una resistenza a trazione f_{pk} di 1550 *MPa*. L'armatura ordinaria è costituita da acciaio di classe 400Y, con una resistenza allo snervamento

di 400 *MPa*. Per il calcestruzzo è stato usato un cemento Portland ordinario e le caratteristiche di resistenza a compressione cilindrica sono state misurate nello stesso giorno in cui è stata condotta la prova. Tutte le altre caratteristiche, come la resistenza a trazione e il modulo elastico sono state ricavate partendo dalla resistenza f_{ck} , della quale se ne riportano i valori per ogni provino (Tab. 2.14).

Per ogni trave il carico è stato applicato in senso crescente fino a rottura. Le misurazioni in termini di tensioni, spaziatura e ampiezza delle fessure sono state fatte per ogni trave per diversi livelli di carico. Le ampiezze delle fessure sono state misurate usando un microscopio di rilevamento delle fessure prodotto da *ELE International*, modello EL-35-2505, il quale ha un range di misurazione di 4 *mm* e una divisione di lettura di 0,02 *mm*. Le spaziature tra le fessure sono state misurate per un carico pari al $60 \div 70\%$ del carico ultimo in modo da cogliere la fase di fessurazione stabilizzata. In alcuni casi l'ampiezza della fessura è stata riportata in valore medio, in altri in valore massimo; mentre la spaziatura, misurata solo per alcuni provini, è sempre in valore medio. Tali valori sono stati riportati per singola trave e non sono stati raggruppati per livello tensionale come era stato fatto nelle prove di Nawy. Per tale ragione i risultati ottenuti verranno diagrammati in un unico grafico in cui si confrontano le ampiezze delle fessure di calcolo con quelle sperimentali (Fig. 2.9). I valori dei dati misurati possono essere consultati in **[18]**.

	Dimensioni		Armatura				Calcestruzzo		
Travi	d	с	N° fili D5	N° barre	Ap	As	\mathbf{f}_{ck}	$f_{ct,split}$	Ec
	mm	mm			(mm ²)	(mm ²)	(MPa)	(MPa)	(MPa)
20	259.50	33.00	5	4 φ 12	98.17	452.39	45.80	3.84	36446.63
21	258.73	33.00	7	2¢12	137.44	226.19	46.40	3.87	36568.10
22	243.34	40.00	10	1¢12	196.35	113.10	31.00	2.96	33093.45
23	248.55	44.00	2	1\overline{12+2\overline{16}}	39.27	515.22	30.70	2.94	33016.88
24	259.50	33.00	5	4 φ 12	98.17	452.39	32.40	3.05	33445.45
25	258.73	33.00	7	2¢12	137.44	226.19	33.20	3.10	33642.78
26	258.73	33.00	7	2¢12	137.44	226.19	31.30	2.98	33169.62
27	248.55	44.00	2	1\overline{12+2\overline{16}}	39.27	515.22	28.40	2.79	32415.53
28	259.50	33.00	5	4 φ 12	98.17	452.39	39.10	3.46	35021.03
29	258.73	33.00	7	2¢12	137.44	226.19	34.40	3.17	33933.80
30	243.34	40.00	10	1012	196.35	113.10	31.00	2.96	33093.45

Tab. 2.14 – Dimensioni armature e caratteristiche meccaniche del calcestruzzo

Alcune grandezze sono state misurate anche per bassi livelli di tensione. In termini di calcolo l'ampiezza della fessura viene determinata per lo stadio di fessurazione stabilizzata, quindi i valori relativi ad una tensione minore della tensione massima nell'acciaio ordinario corrispondente alla fase di formazione della fessura non sono stati considerati per il modello di calcolo del Model Code 2010; in questa situazione, infatti, il calcolo porterebbe ad un risultato negativo che non avrebbe significato fisico. L'Eurocodice 2, invece, pone un limite alla differenza delle deformazioni tra acciaio e calcestruzzo pari a $0.6\sigma_s/E_s$ (Eq. 2.14) e pertanto si prenderà in considerazione tale valore nel caso in cui le deformazioni dovessero essere troppo piccole.



Fig. 2.9 – Confronto ampiezza della fessura

Poiché non si dispone della spaziatura massima sperimentale il confronto viene fatto in termini di spaziatura media (Fig. 2.10). Per calcolare la spaziatura media si potrebbe fare riferimento al Model Code 1990, il quale riporta l'espressione che segue:

$$s_{r,m} = \frac{4}{3} \cdot l_t \tag{2.15}$$

dove l_t rappresenta la lunghezza di trasmissione. Inoltre in fase di fessurazione stabilizzata viene concessa l'approssimazione $l_t \approx l_{s,max}$, permettendo di calcolare la spaziatura media in funzione della spaziatura massima.

Nella versione dell'Eurocodice 2 del 1992 si introduce un coefficiente, denominato β , per passare dall'ampiezza media a quella caratteristica. In questo caso, però, si sta considerando la spaziatura, quindi il passaggio non è giustificato.



Fig. 2.10 – Confronto spaziatura media tra le fessure

I risultati ottenuti confermano quanto messo in evidenza nel precedente paragrafo, ovvero la spaziatura di calcolo supera di molto quella reale.
3. Analisi semplificata di tirante in c.a.p.p.

3.1. Introduzione

Il Model Code 2010 e l'Eurocodice 2 forniscono delle formule per calcolare in forma chiusa l'ampiezza della fessura nella fase di fessurazione stabilizzata. Non sono presenti, però, delle indicazioni sull'analisi in condizioni di formazione della fessura e sul calcolo della tensione di trazione presente nell'armatura ordinaria in regime di sezione fessurata. Infatti, le formule 2.9 e 2.14 contengono il termine σ_s il quale viene assunto pari alla tensione nell'armatura in corrispondenza della fessura, ma non vi sono suggerimenti su come calcolarlo. In prima approssimazione, nel caso di trazione pura, potrebbe essere assunto pari alla forza esterna agente fratto l'area di armatura totale, non considerando la ridistribuzione delle tensioni che si verifica tra l'armatura ordinaria e l'armatura di precompressione. Diverse sperimentazioni sono state condotte in Germania durante gli anni '90^[4] mostrando che la tensione nell'armatura ad alte caratteristiche di aderenza, in corrispondenza della fessura, è più alta della tensione calcolata in stadio II (σ'') ed aumenta maggiormente rispetto alla tensione $\Delta \sigma_p$ dell'armatura di precompressione (Fig. 3.1).



Fig. 3.1 – *Ridistribuzione delle tensioni tra acciaio ordinario e acciaio da precompressione in un tirate nella fase di fessurazione stabilizzata*

Alcune indicazioni sul calcolo delle tensioni in corrispondenza della fessura vengono date dal *Model Code 1990* e dall'*Eurocodice 2 - Parte 2: Ponti di calcestruzzo*.

Le espressioni consigliate dal Model Code 1990 sono le seguenti:

$$\sigma_{s2} = \sigma_{sm,m} + \frac{2}{3} \cdot \beta \frac{f_{ctm}(t)}{\rho_{s,ef} + \xi_1 \cdot \rho_{p,ef}}$$
(3.1)

$$\Delta \sigma_p = \Delta \sigma_{pm,m} + \frac{2}{3} \cdot \beta \frac{\xi_1 \cdot f_{ctm}(t)}{\rho_{s,ef} + \xi_1 \cdot \rho_{p,ef}}$$
(3.2)

dove σ_{s2} è la tensione nell'armatura ordinaria in corrispondenza della fessura, $\rho_{s,ef} e \rho_{p,ef}$ sono le percentuali di armatura ordinaria e di precompressione rispetto all'area effettiva di calcestruzzo in trazione $A_{c,ef}$, $\sigma_{sm,m} = \Delta \sigma_{pm,m}$ sono le tensioni calcolate in condizioni stadio II prendendo in conto il contributo di *tension stiffening*, infine ζ_1 in questo caso è pari a $\tau_{bp,k}\phi_p/\tau_{bs,k}\phi_s$.

L'Eurocodice 2 – Parte 2 propone delle formule simili:

$$\sigma_{s2} = \sigma_s^{\prime\prime} + 0.4 \cdot f_{ctm} \cdot \left(\frac{1}{eff\rho_p} - \frac{1}{eff\rho_{tot}}\right)$$
(3.3)

$$\Delta \sigma_p = \sigma_s^{\prime\prime} - 0.4 \cdot f_{ctm} \cdot \left(\frac{1}{eff\rho_{tot}} - \frac{\xi_1^2}{eff\rho_p}\right)$$
(3.4)

dove σ_s " è la tensione nell'armatura ordinaria o nell'armatura di precompressione, calcolata nello stato fessurato assumendo piena aderenza sotto la relativa combinazione di azioni, *eff* ρ_p (Eq. 2.15), *eff* ρ_{tot} è la percentuale di armatura totale (A_s+A_p) rispetto all'area effettiva $A_{c,ef}$.

Facendo riferimento alle proposte di *Debernardi et al.*^[5] si presenta di seguito un metodo per il controllo della fessurazione nelle strutture a precompressione parziale, sia nella fase iniziale di formazione delle fessure sia nella fase di fessurazione stabilizzata.

3.2. Tiranti precompressi

Le deformazioni e le tensioni nell'analisi delle strutture precompresse in condizioni di servizio vengono calcolate a partire dalla decompressione del calcestruzzo. Si indicherà, pertanto, con i simboli $\bar{\varepsilon}$ e $\bar{\sigma}$ le deformazioni e le tensioni calcolate dopo la decompressione. La forza che genera la decompressione nel caso di precompressione parziale si calcola utilizzando la formula (3.5); tuttavia l'ultimo termine a destra del secondo membro dell'equazione risulta essere molto piccolo rispetto al primo e quindi si può assumere che la decompressione venga raggiunta per una forza pari alla forza di precompressione iniziale.

$$F_{dec} = P \cdot \left(1 + \frac{\alpha_e \cdot A_p}{A_c + \alpha_e \cdot A_s}\right) \cong \sigma_{p0} \cdot A_p \tag{3.5}$$

Per calcolare la forza che genera la formazione della prima fessura si pone la tensione nel calcestruzzo uguale alla sua resistenza a trazione f_{ct} . Sia il Model Code 2010 sia l'Eurocodice 2 assumono costante tale tensione come evidenziato nel paragrafo 2.2. In realtà la resistenza a trazione del calcestruzzo può variare lungo l'elemento dal valore $f_{ctk0,05}$ al valore $f_{ctk0,95}$. A rigore la forza che provoca la fessurazione va calcolata per il raggiungimento della $f_{ctk0,05}$ e la formazione delle fessure continua fino a quando la tensione nel calcestruzzo arriva al valore $f_{ctk0,95}$; valori di tensione superiori non possono essere raggiunti e inizia la fase di fessurazione stabilizzata. Quindi la forza che genera la fessurazione dopo la decompressione si esprime come:

$$\Delta F_{s+p} = F_{cr} - F_{dec} = f_{ctk0,05} \cdot \left[A_c + \alpha_e \cdot (A_s + A_p) \right]$$
(3.6)

La nascita delle fessure è dovuta allo scorrimento tra acciaio e calcestruzzo, si mobilitano quindi le tensioni tangenziali all'interfaccia che sono funzioni dello scorrimento stesso; nell'analisi seguente si assume per le tensioni di aderenza un modello rigido-plastico descritto dalle equazioni seguenti:

$$\tau_{bms} = k_1 \cdot f_{ctm}(t) \tag{3.7}$$

$$\tau_{bmp} = \xi \cdot \tau_{bms} \tag{3.8}$$

dove k_1 è un coefficiente che dipende dal tipo di carico e dallo stadio di fessurazione considerato.

3.2.1. Fase di formazione della fessura

La formazione della prima fessura avviene per una forza, a partire dalla decompressione, pari a ΔF_{s+p} (Eq. 3.6). Poiché le proprietà di aderenza dell'acciaio ordinario sono migliori rispetto all'acciaio da precompressione, la lunghezza di trasmissione l_s del primo sarà minore rispetto a quella del secondo l_p . Lungo le lunghezze di trasmissione si assume una distribuzione lineare per le tensioni normali e una distribuzione costante (modello rigido-plastico) per le tensioni di aderenza (Fig. 3.2). Il problema viene risolto determinando le tensioni e la lunghezza l_p in funzione della lunghezza di trasmissione l_s .



Fig. 3.2 – Distribuzione delle tensioni nella fase di formazione della fessura

Per determinare le tensioni ad una distanza dalla fessura pari a l_s si considera l'equilibrio delle forze agenti su un tratto di elemento di lunghezza l_s e l_p (Fig. 3.3).

Dall'equilibrio delle forze secondo la figura 3.2-a si ottengono le tensioni agenti sul calcestruzzo, sull'acciaio ordinario e di precompressione ad una lunghezza dalla fessura pari a l_s (Eq. 3.9, 3.10, 3.11).

$$\bar{\sigma}_{c,x=l_s} = \frac{4 \cdot \tau_{bms} \cdot l_s}{\phi_s} \cdot \rho_{s+p,ef}$$
(3.9)

$$\bar{\sigma}_{s,x=l_s} = \alpha_e \cdot \bar{\sigma}_{c,x=l_s} \tag{3.10}$$

$$\bar{\sigma}_{p,x=l_s} = \frac{\Delta F_{s+p}}{A_p} - \bar{\sigma}_{c,x=l_s} \cdot \left(\frac{1 + \alpha_e \cdot \rho_s}{\rho_p}\right)$$
(3.11)

dove $\rho_{s+p,ef}$ è calcolato seguendo l'equazione 2.4, ρ_s e ρ_p rappresentano invece le percentuali di armatura rispetto all'area di calcestruzzo.



Fig. 3.2 – *a)* Tensioni agenti sul calcestruzzo lungo la lunghezza l_s; b) Tensioni agenti sull'armatura ordinaria lungo la lunghezza l_s c) Tensioni agenti sul calcestruzzo lungo la lunghezza l_p

La lunghezza di trasmissione relativa all'acciaio di precompressione si valuta facendo l'equilibrio delle forze agenti sul calcestruzzo su un tratto di lunghezza l_p (Fig. 3.2-c):

$$l_p = \frac{f_{ctk0,05} \cdot A_c \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_s)}{\tau_{bmp} \cdot u_p} - \left(1 + \alpha_e \cdot \rho_{s+p,ef}\right) \cdot \frac{\rho_s}{\xi_1^2 \cdot \rho_p} \cdot l_s$$
(3.12)

Dall'equilibrio delle forze agenti sull'acciaio ordinario (Fig. 3.2-b) si calcola la tensione agente su quest'ultimo in corrispondenza della fessura (Eq. 3.12).

$$\bar{\sigma}_{sr2} = \frac{4 \cdot \tau_{bms} \cdot l_s}{\phi_s} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{s+p,ef})$$
(3.13)

Il valore della lunghezza di trasmissione l_s si ottiene attraverso una procedura iterativa, assumendo un valore iniziale di tentativo e calcolando tutti i dati precedenti. Introducendo la condizione di compatibilità (Eq. 3.14), che esprime l'uguaglianza dell'ampiezza della fessura a livello dell'acciaio ordinario e di precompressione ($w_s = w_p$), si ottiene un nuovo valore di l_s (Eq. 3.15). La convergenza si considera raggiunta quando il valore di tentativo coincide con il valore calcolato attraverso l'equazione 3.15.

$$2 \cdot l_s \cdot \left(\bar{\varepsilon}_{sm} - \bar{\varepsilon}_{cm,s}\right) = 2 \cdot l_p \cdot \left(\bar{\varepsilon}_{pm} - \bar{\varepsilon}_{cm,p}\right) \tag{3.14}$$

$$l_s = \frac{\bar{\sigma}_{pr2} - \alpha_e \cdot \bar{\sigma}_{c,x=l_s}}{\bar{\sigma}_{sr2} - \alpha_e \cdot f_{ctk0,05}} \cdot l_p \tag{3.15}$$

Raggiunta la convergenza l'ampiezza della fessura può essere calcolata con la formula seguente:

$$w_s = 2 \cdot l_s \cdot \frac{\bar{\sigma}_{sr2}}{2 \cdot E_s} \tag{3.16}$$

attraverso la quale si può ottenere l'area di armatura ordinaria minima $A_{s,min}$ una volta fissati: l'ampiezza della fessura w_d , il diametro ϕ_s che si vuole utilizzare e l'area di armatura di precompressione.

3.2.2. Fase di fessurazione stabilizzata

Aumentando il carico esterno si formano nuove fessure fino a quando viene raggiunta la fase di fessurazione stabilizzata (Fig. 3.3). Si assume che tale fase inizi quando la tensione sul calcestruzzo raggiunge il valore $f_{ctk0,95}$, e quindi per valori di forza superiori alla 3.17 non si potranno formare nuove fessure.

$$\Delta F_{s+p} \ge f_{ctk0,95} \cdot \left[A_c + \alpha_e \cdot (A_s + A_p) \right] \tag{3.17}$$

La distanza tra le fessure può variare dal valore minimo, pari alla lunghezza di trasmissione, al valore massimo, pari a due volte tale lunghezza; nella fase stabilizzata si assume che le lunghezze di trasmissione massime per i due tipi di acciaio coincidano ($l_{s,max}=l_{p,max}$) e tra il minimo e il massimo si sceglie quest'ultimo in quanto si vuole determinare l'ampiezza massima della fessura.

Si consideri l'equilibrio delle forze (Eq. 3.18) agenti sul calcestruzzo per una lunghezza $l_{s,max}$ (Fig. 3.4-a):

$$(n_s \cdot \pi \cdot \phi_s \cdot \tau_{bms} + u_{p,eq} \cdot \tau_{bmp}) \cdot l_{s,max} = f_{ctk0.95} \cdot A_c \tag{3.18}$$



Fig. 3.3 - Distribuzione delle tensioni nella fase di fessurazione stabilizzata

Moltiplicando entrambi i membri per $\phi_s/4$ ed effettuando le rispettive sostituzioni si ottiene per formula inversa la lunghezza di trasmissione (Eq. 3.19) avendo posto $k_1 = \tau_{bms}/f_{ctk0,95}$.

$$l_{s,max} = \frac{\phi_s}{4 \cdot k_1 \cdot (\rho_s + \xi_1^2 \cdot \rho_p)} \tag{3.19}$$

Dall'equilibrio delle forze agenti sulle due armature (Fig. 3.4-b) e sull'intero blocco del tirante (Fig. 3.4-c) su una lunghezza $l_{s,max}$ è possibile ottenere le differenze delle tensioni agenti tra la sezione fessurata e la sezione di zero slip (Eq. 3.20, 3.21).

$$(\bar{\sigma}_{p2} - \bar{\sigma}_{pE}) = \xi_1^2 \cdot (\bar{\sigma}_{s2} - \bar{\sigma}_{sE}) \tag{3.20}$$

$$(\bar{\sigma}_{s2} - \bar{\sigma}_{sE}) = \frac{f_{ctk0,95}}{(\rho_s + \xi_1^2 \cdot \rho_p)}$$
(3.21)



Fig. 3.4 - *Tensioni agenti: a) sul calcestruzzo lungo la lunghezza l_{s,max}; b) sulle armature lungo la lunghezza l_{s,max}; c) sul blocco di tirante di lunghezza l_{s,max}*

Introducendo la condizione di compatibilità ($w_s=w_p$) e sostituendo nella stessa condizione le uguaglianze 3.20 e 3.21 insieme con l'equazione di equivalenza delle forze agenti nella sezione fessurata (Eq. 3.22), si ottiene la tensione agente sull'armatura ordinaria in corrispondenza della fessura (Eq. 3.23).

$$\bar{\sigma}_{s2} \cdot A_s + \bar{\sigma}_{p2} \cdot A_p = \Delta F_{s+p} \tag{3.22}$$

$$\bar{\sigma}_{s2} = \frac{\Delta F_{s+p}}{A_c \cdot (\rho_s + \rho_p)} + \frac{f_{ctk0,95} \cdot (1 - \xi_1^2)}{2 \cdot (\rho_s + \xi_1^2 \cdot \rho_p)} \cdot \frac{\rho_p}{\rho_s + \rho_p}$$
(3.23)

Per ottenere l'ampiezza della fessura si calcolano le deformazioni medie in funzione delle tensioni medie agenti sull'acciaio e sul calcestruzzo lungo la lunghezza di trasmissione $l_{s,max}$.

$$\bar{\sigma}_{sm} = \bar{\sigma}_{s2} - \frac{\bar{\sigma}_{s2} - \bar{\sigma}_{sE}}{2} \tag{3.24}$$

$$\bar{\sigma}_{cm} = \frac{f_{ctk0,95}}{2} \tag{3.25}$$

Tutti i parametri necessari per la stima dell'ampiezza della fessura sono stati definiti e possono essere utilizzati per ottenere la soluzione w_s in forma chiusa:

$$w_s = 2 \cdot \frac{l_{s,max}}{E_s} \cdot \left(\bar{\sigma}_{s2} - \frac{1}{2} \cdot (\bar{\sigma}_{s2} - \bar{\sigma}_{sE}) - \frac{\alpha_e}{2} \cdot f_{ctk0,95}\right)$$
(3.26)

3.3. Confronto con i dati sperimentali

I dati raccolti si riferiscono a delle prove su dei tiranti in calcestruzzo armato parzialmente precompresso effettuate da Wheen^[17] e Rudlof^[4]. Come nel capitolo precedente, si presentano dapprima le caratteristiche principali delle sperimentazioni e alla fine si confrontano i risultati delle prove con quelli teorici, ricavati applicando il metodo presentato nel paragrafo 3.2 e i suggerimenti dell'*Eurocodice 2 – Parte 2*.

3.3.1. Tiranti di Wheen

Le prove condotte da Wheen riguardano l'uso di diverse tipologie di acciaio. Nel seguito si farà riferimento a 4 tiranti pre-tesi. Ogni provino presenta una base di 166 *mm*, un'altezza di 38 *mm* e 5 fili o barre di acciaio di precompressione o ordinario (Fig. 3.5). La forza di precompressione iniziale (40 *kN*) è uguale per tutte le armature e la forza di precompressione totale dipende dal numero di fili presenti all'interno del campione.



Fig. 3.5 – Dimensioni della sezione trasversale

I fili di precompressione hanno un diametro di 6,38 *mm*, una resistenza a trazione di 1550 *MPa* ed un modulo elastico di 200 *GPa*. L'armatura ordinaria è costituita da barre di 6,50 *mm* in diametro, una tensione di snervamento di 460 *MPa* e un modulo elastico di 200 *GPa*. Il calcestruzzo ha le stesse caratteristiche in ogni tirante e presenta una resistenza a compressione di 40 *MPa*, una resistenza a trazione di 3,8 *MPa* e un modulo elastico di 33,50 *GPa*.

Le misurazioni sono state fatte in termini di deformazioni medie all'aumentare della forza di trazione applicata attraverso degli estensimetri a resistenza elettrica applicati nella superficie superiore ed inferiore degli elementi. In particolare sono stati allineati nella direzione longitudinale del carico e posizionati lungo la linea longitudinale centrale nella mezzeria del campione. L'allungamento complessivo è stato misurato utilizzando degli estensimetri a quadrante fissati nella piastra di estremità e collegati alla piastra successiva attraverso una barra di acciaio (Fig. 3.6).



Fig. 3.6 – Dimensioni dei tiranti e posizionamento degli estensimetri

Poiché l'ampiezza delle fessure non è stata misurata, il confronto è stato fatto solo in termini di forza-deformazione. Si riportano di seguito i risultati sperimentali:

Campione 19		Campione 21		Campione 23		Campione 25		
F (kN)	ε _{sm} (‰)	F (kN)	ε _{sm} (‰)	F (kN)	ε _{sm} (‰)	F (kN)	ε _{sm} (‰)	
0	0.000	0	0.000	0	0.000	0	0.000	
168	0.427	137	0.363	93	0.233	56	0.137	
173	0.686	142	0.733	99	0.466	68	0.487	
180	1.101	148	1.171	105	0.885	74	0.930	
186	1.368	155	1.487	110	1.155	80	1.471	
191	1.714	160	1.741	116	1.433	86	1.693	
196	2.058	166	2.154	121	1.710	92	1.938	
203	2.405	172	2.560	128	2.063	98	2.282	
209	2.867	177	2.985	140	2.894	107	2.958	
*i dati sono stati estrapolati dai diagrammi, i valori numerici non erano riportati								

 Tab. 3.1 – Dati sperimentali forze-deformazioni medie

Per ottenere i risultati teorici applicando i modelli esposti in precedenza si è utilizzato come rapporto di aderenza $\xi=0,4$ per entrambi i metodi di calcolo, in quanto sono presenti fili lisci pre-tesi, e il diametro effettivo $\phi_{p,ef}$ è stato posto uguale a ϕ_p .



Fig. 3.7 – *Confronto dati: a) campione 19; b) campione 21; c) campione 23; d) campione 25*

Dai diagrammi emerge la tendenza per entrambi i metodi a sottostimare le deformazioni medie. Questo comportamento è stato già evidenziato nel caso delle travi a cavi pre-tesi analizzate nel capitolo 2.

3.3.2. Tiranti di Rudlof

Le caratteristiche delle prove effettuate sono spiegate nel dettaglio da *Rudlof*^[4]. La forma e le dimensioni dei campioni sono riportati nella figura 3.8. Ogni campione è designato dalla lettera K (Körper = Campione) seguita da un numero (es. K1 sta per campione numero 1).



Fig. 3.8 – Dimensioni dei tiranti

Per determinare gli allungamenti delle armature ordinarie sono stati utilizzati degli estensimetri integrati con la barra tramite saldatura e per la loro applicazione è stata ricavata un'area rimuovendo localmente le nervature (Fig. 3.9); la forza da attribuire all'armatura da precompressione è stata ricavata come differenza tra la forza di trazione totale e le forze di trazione delle quattro barre di armatura.



Fig. 3.9 – Posizionamento degli estensimetri e dei voltimetri

L'applicazione del carico è stata di tipo statico attraverso due presse idrauliche ed è avvenuta in due fasi: nella prima fase si è aumentato il carico fino al raggiungimento della forza di fessurazione, mantenuta costante per un certo intervallo di tempo e poi scaricata; nella seconda fase il carico è stato aumentato senza interruzione fino al raggiungimento del carico massimo della macchina (Fig. 3.10). I dati relativi alla prima fase di carico sono stati sfruttati per studiare la fase di formazione della prima fessura, quelli relativi alla seconda fase per studiare lo stadio di fessurazione stabilizzata.



Fig. 3.10 – Fasi di applicazione del carico

La campagna sperimentale ha previsto l'utilizzo di diverse tipologie di acciaio da precompressione, ovvero barre con nervature, barre lisce e trefoli a sette fili da 0,6" le cui caratteristiche sono riportate nella tabella 3.2.

Tipologia	Sezione [mm ²]	f _{p0,1k} [MPa]	f _{pk} [MPa]
Barre lisce (\u03c6 32 mm) [smooth]	804	835	1030
Barre con nervature (\u00f6 32 mm) [ribbed]	804	835	1030
Trefoli 0,6" [strands]	420	1570	1770

 Tab. 3.2 – Armature di precompressione utilizzate

L'applicazione della precompressione è stata effettuata utilizzando la tecnica a cavi post-tesi con successiva iniezione; sono infatti riportate, per ogni campione, anche le caratteristiche della boiacca di iniezione, le quali non differiscono molto dal calcestruzzo utilizzato per i campioni considerati e per tale motivo non sono state considerate.

L'acciaio ordinario utilizzato varia in diametro ma non per caratteristiche di aderenza e di resistenza e presenta una tensione di snervamento pari a 500 MPa. Poiché il modulo elastico

non è riportato, si assume il valore 200 *GPa* per entrambi gli acciai. Il calcestruzzo varia tra i diversi provini, presentando resistenze a compressione cilindrica che variano da 40 a 105 *MPa*; sono inoltre riportati per il calcestruzzo il modulo elastico, la resistenza a trazione per splitting e la resistenza a trazione per flessione.



Fig. 3.7 – Confronto con i dati sperimentali (K7): a) tensioni; b) deformazioni medie; c) ampiezze delle fessure

I materiali suddetti sono stati presentati a carattere generale, tuttavia per ogni provino analizzato e confrontato saranno riportate tutte le caratteristiche e i dati per l'analisi. Si sottolinea inoltre che per resistenza a trazione del calcestruzzo, utilizzata nel modello, è stata scelta la resistenza

a trazione per splitting come consigliato dal Model Code 2010 nel caso in cui siano state fatte delle prove specifiche.

A differenza del paragrafo precedente è stato possibile confrontare più grandezze e in particolare le tensioni nei due tipi di armatura, le deformazioni medie e le ampiezze delle fessure. Per ogni campione sono stati diagrammati i risultati ottenuti con il modello semplificato proposto e l'Eurocodice 2. Si riporta in figura 3.7 un esempio (Campione K7), i restanti tiranti analizzati possono essere consultati in appendice.

Come si può notare dalla figura 3.7 il modello semplificato riesce a cogliere molto bene tutte le misurazioni e, inoltre, tutte le grandezze calcolate sono a favore di sicurezza.

L'Eurocodice 2 conduce a dei buoni risultati in termini di deformazione, tuttavia, stima in difetto le tensioni sull'armatura ordinaria. Infatti, come si vede dal grafico 3.7-a, la curva rappresentativa della tensione σ_s sta sempre sotto la curva delle misurazioni. Infine l'ampiezza della fessura calcolata, anche se è dal lato della sicurezza, risulta essere eccessiva. Questa sovrastima è dovuta alla maggiore spaziatura di calcolo in cui si prende in conto il copriferro moltiplicato per il coefficiente k_3 =3,4.

4. Metodo generale per l'analisi di tirante in c.a.p.p.

4.1. Introduzione

I modelli analizzati nei precedenti capitoli si basano su due assunzioni fondamentali: le tensioni tangenziali all'interfaccia acciaio-calcestruzzo si mantengono costanti, e per questo vengono considerati dei valori medi dipendenti esclusivamente dalla resistenza a compressione del calcestruzzo e invarianti rispetto allo stato di sollecitazione; nella fase di fessurazione stabilizzata si fa riferimento alla massima ampiezza della fessura calcolata in funzione della spaziatura massima tra le fessure. La prima assunzione viene messa in discussione dal metodo presentato di seguito, il quale si basa sul modello proposto recentemente da *Taliano*^[1]. In particolare il modello si basa sulla soluzione della ben nota equazione differenziale del secondo ordine che governa l'interazione tra acciaio e calcestruzzo, assumendo però una modificata distribuzione delle tensioni di aderenza a causa della formazione di fessure secondarie interne definite anche "fessure di Goto".



Fig. 4.1 – *Rappresentazione delle tensioni agenti e delle fessure secondarie su un tratto di lunghezza* L_s

Nel caso del tirante le fessure principali possono essere distinte da quelle secondarie per le seguenti ragioni:

- le fessure principali attraversano l'intera sezione trasversale fino a raggiungere la superficie esterna, causando quindi l'annullamento delle tensioni sul calcestruzzo;
- le fessure secondarie non raggiungono la superficie esterna e quindi le tensioni normali sul calcestruzzo sono maggiori di zero nelle zone dove si formano tali fessure.

4.2. Metodo generale

Si consideri un tirante in calcestruzzo armato parzialmente precompresso soggetto ad una forza statica applicata assialmente. I due tipi di acciaio hanno diverse caratteristiche di aderenza:

$$\tau_{bs} \neq \tau_{bp} \tag{4.1}$$

Per questione di semplicità una sola barra di acciaio da precompressione viene considerata $(n_p=1)$.

Si assume che i materiali in questione abbiano un comportamento elastico lineare. Le caratteristiche di aderenza dei due tipi di armatura possono essere descritte attraverso le leggi di aderenza proposte dal Model Code 2010. Le distribuzioni degli scorrimenti per l'acciaio ordinario e l'acciaio da precompressione, $s_s e s_p$, sono mostrati in Fig. 4.1-b:

$$s_s = u_s - u_{cs} \tag{4.2}$$

$$s_p = u_p - u_{cp} \tag{4.3}$$

dove u_s e u_p , e u_{cs} e u_{cp} sono le deformazioni degli acciai e del calcestruzzo a partire dalla sezione di zero slip fino alla sezione considerata.

Le espressioni delle tensioni di aderenza non vengono riportate per intere in quanto se lo scorrimento massimo non può essere maggiore di 0,2 *mm*, valore ottenuto dagli standard internazionali dividendo l'ampiezza massima della fessura per due, solo il ramo ascendente delle suddette leggi è necessario:

$$\tau_{bs} = \tau_{bs,max} \cdot \left(\frac{s_s}{s_1}\right)^{\alpha} \qquad \qquad 0 \le s_s \le s_1 \tag{4.4}$$

$$\tau_{bp} = \tau_{bp,max} \cdot \left(\frac{s_p}{s_1}\right)^{\alpha} \qquad \qquad 0 \le s_p \le s_1 \tag{4.5}$$

dove τ_{bs} e τ_{bp} sono le tensioni di aderenza tra i due tipi di acciaio e il calcestruzzo, $\tau_{bs,max}$ e $\tau_{bp,max}$ sono le corrispondenti resistenze che vengono raggiunte al valore di scorrimento s₁=1 *mm*, le quali sono correlate attraverso il fattore di aderenza ξ fornito dagli standard come rapporto τ_{bp}/τ_{bs} al variare del tipo di acciaio da precompressione:

$$\tau_{bs,max} = 2.5 \cdot \sqrt{f_{cm}} \tag{4.6}$$

$$\tau_{bp,max} = \xi \cdot \tau_{bs,max} \tag{4.7}$$

Infine α è un coefficiente che può variare tra 0 e 1, permettendo di ottenere dei modelli da un comportamento rigido-perfettamente plastico ($\alpha=0$) a un comportamento elastico ($\alpha=1$). Nel caso del tirante in questione è stato osservato che un buon valore del coefficiente α è 0,25^[22].

Nel seguito viene sviluppato un modello matematico che consente di studiare sia la fase iniziale di formazione della fessura sia la fase di fessurazione stabilizzata, durante la quale si assume che tutte le fessure si siano formate.

4.3. Formazione della fessura

La prima fessura si forma quando la forza agente produce, in una certa sezione, una tensione di trazione maggiore della resistenza a trazione del calcestruzzo. La fessura causa una ridistribuzione delle tensioni e delle deformazioni dell'acciaio e del calcestruzzo nelle vicinanze di essa. All'aumentare della sollecitazione esterna si formano altre fessure, la quale posizione dipenderà dalla distribuzione della resistenza a trazione e dalle caratteristiche di aderenza tra acciaio e calcestruzzo. Per semplicità si considera che la resistenza a trazione f_{ct} sia costante su tutto l'elemento perciò la forza assiale, dopo la decompressione, che provoca la formazione della prima fessura è:

$$\Delta F_{s+p} = F_{cr} - F_{dec} = f_{ct} \cdot A_c \cdot (1 + \alpha_{e,s} \cdot \rho_s + \alpha_{e,p} \cdot \rho_p)$$
(4.8)

Per determinare l'ampiezza della fessura si introduce la condizione di compatibilità degli spostamenti, cioè le due facce della fessura devono essere parallele e normali all'asse longitudinale dell'elemento; quindi gli scorrimenti relativi tra l'acciaio ordinario o da precompressione e il calcestruzzo, dalla sezione di zero slip alla fessura, sono uguali in corrispondenza della fessura (Fig. 4.2-b).



Fig. 4.2 – Fase di formazione della fessura: a) zone; b) scorrimenti; c) tensioni di aderenza; d) deformazioni

Inoltre poiché l'ampiezza della fessura è pari a due volte lo scorrimento massimo si può scrivere:

$$s_{s,max} = s_{p,max} = w/2 \tag{4.9}$$

La condizione di perfetta aderenza viene ricostituita per entrambi gli acciai ad una distanza dalla fessura incognita, nella quale sezione vale condizione di sezione piana che si traduce in uguaglianza delle deformazioni ($\varepsilon_s = \varepsilon_p = \varepsilon_c$, Fig. 4.2-d). Da modelli approssimati risulta che la lunghezza di trasmissione a partire della fessura per l'acciaio ordinario L_s è minore di quella per l'acciaio da precompressione L_p , inoltre tale assunzione viene fatta anche dal Model Code 2010; per tali ragioni si assume $L_s < L_p$. In questo modo si possono distinguere tre zone (Fig. 4.2-a) nelle vicinanze della fessura con diversi comportamenti:

- zona A, adiacente alla fessura e avente un'estensione pari a L_s dalla fessura, dove entrambi gli acciai hanno scorrimenti diversi da zero rispetto al calcestruzzo;
- zona B, da L_s a L_p , dove l'acciaio ordinario ha scorrimento nullo e quindi perfettamente aderente al calcestruzzo ($s_s = 0$; $\varepsilon_s = \varepsilon_c$), mentre l'acciaio da precompressione ha scorrimenti diversi da zero ($s_p > 0$; $\varepsilon_p > \varepsilon_c$);
- zona U, o zona indisturbata, dove le condizioni di perfetta aderenza sono riprese.

Per determinare le due incognite del problema ($L_s \in L_p$) viene utilizzata una procedura iterativa partendo da due valori di tentativo. La convergenza si considera raggiunta quando la tensione nel calcestruzzo è pari a zero in corrispondenza della fessura e, sempre in tale sezione, gli scorrimenti massimi $s_{s,max} \in s_{p,max}$ sono uguali. Per ottenere i suddetti risultati vengono utilizzate le seguenti equazioni prendendo come sistema di riferimento un asse x avente l'origine nella sezione di zero slip per l'acciaio da precompressione, quindi a distanza L_p dalla fessura, e orientato positivo verso la fessura.

Zona U(x < 0)

Essendo la zona indisturbata, non sono necessarie altre osservazioni.

Zona B ($0 \le x \le L_p - L_s$)

Si prende in considerazione solo l'armatura da precompressione in quanto l'acciaio ordinario è in perfetta aderenza con il calcestruzzo e derivando due volte l'equazione (4.3) rispetto alla variabile x si ottiene:

$$\frac{d^2 s_p(x)}{dx^2} = \frac{d\varepsilon_p}{dx} - \frac{d\varepsilon_c}{dx} = \frac{1}{E_p} \cdot \frac{d\sigma_p}{dx} - \frac{1}{E_c} \cdot \frac{d\sigma_c}{dx}$$
(4.10)

Considerando l'equilibrio delle forze agenti su un concio infinitesimo (Fig. 4.3-a) si possono calcolare le derivate prime delle tensioni:

$$\frac{d\sigma_p}{dx} = \frac{u_p \cdot \tau_{bp}}{\phi_p} \tag{4.11}$$

$$\frac{d\sigma_c}{dx} = -\frac{u_p \cdot \tau_{bp}}{A_c \cdot (1 + \alpha_{e,s} \cdot \rho_s)}$$
(4.12)

Sostituendo le equazioni (4.11) e (4.12) nell'equazione (4.10) si ottiene un'equazione differenziale del secondo ordine che descrive lo scorrimento tra l'acciaio da precompressione e il calcestruzzo:

$$\frac{d^2 s_p(x)}{dx} = \frac{u_p}{E_p \cdot A_p} \left[\frac{1 + \alpha_e \cdot (\rho_s + \rho_p)}{1 + \alpha_e \cdot \rho_s} \right] \tau_{bp}$$
(4.13)

Richiamando la (4.5), l'equazione (4.13) può essere notevolmente semplificata in termini di scrittura a cause di una serie di elementi che si mantengono costanti all'interno della formula e che vengono sostituiti con il parametro K:

$$\frac{d^2 s_p(x)}{dx} = \xi \cdot \frac{u_p \cdot k_s}{E_p \cdot A_p} \left[\frac{1 + \alpha_e \cdot (\rho_s + \rho_p)}{1 + \alpha_e \cdot \rho_s} \right] s_p^{\alpha} = \xi \cdot K \cdot s_p^{\alpha}$$
(4.14)

avendo posto $k_s = (\tau_{bs,max}/s_1)^{\alpha}$.

La (4.13) può essere risolta in forma chiusa assumendo che lo scorrimento s_p e la sua derivata prima siano nulli nella sezione con x = 0:

$$s_p(x) = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{(1-\alpha)^2}{1+\alpha} \cdot \frac{\tau_{bp,max}}{s_1^{\alpha}} \cdot \left[\frac{1+\alpha_e(\rho_s+\rho_p)}{1+\alpha_e\rho_s}\right] \cdot x^2\right)^{\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)}$$
(1.15)

dalla quale le tensioni e le deformazioni per i due tipi di acciai e per il calcestruzzo possono essere determinati.

Zona A $(L_p - L_s \leq x \leq L_p)$

Nella zona A sono necessarie due equazioni differenziali del secondo ordine per descrivere lo scorrimento di entrambi i tipi di acciai e il calcestruzzo:

$$\begin{cases} \frac{d^2 s_s(x)}{dx^2} = \frac{4 \cdot k_s}{E_s \cdot \phi_s} \cdot (1 + \alpha_e \rho_s) \cdot s_s^{\alpha} + \frac{k_p \cdot u_p \cdot \rho_p}{E_c \cdot A_p} \cdot s_p^{\alpha} \\ \frac{d^2 s_p(x)}{dx^2} = \frac{4 \cdot k_s \cdot \rho_s}{E_c \cdot \phi_s} \cdot s_s^{\alpha} + \frac{k_p \cdot u_p}{E_p \cdot A_p} \cdot (1 + \alpha_e \rho_s) \cdot s_p^{\alpha} \end{cases}$$
(4.16)

dove $k_p = \xi \cdot k_s$.

Il sistema di equazioni differenziali (4.16) è stato determinato assumendo un comportamento elastico lineare per i materiali e sulla base dell'equilibrio delle forze agenti su un concio infinitesimo (Fig. 4.3-b) come per il caso della zona B.



Fig. 4.3 – Equilibrio delle forze agenti su un concio infinitesimo posto tra la sezione fessurata e la sezione di zero slip

Le condizioni al contorno per arrivare alla soluzione vengono prese considerando che nella sezione che separa la zona A dalla zona B ($x = L_p - L_s$), lo scorrimento s_p e la sua derivata possono essere ottenuti dalla soluzione della zona B; inoltre lo scorrimento s_s e la sua derivata prima sono nulli nella sezione considerata prima. La soluzione può essere raggiunta attraverso il metodo delle differenze finite.

4.4. Fessurazione stabilizzata

La fase di fessurazione stabilizzata si basa sull'ipotesi che tutte le fessure si siano formate e quindi non se ne possono formare di nuove; ciò implica che la spaziatura tra le fessure non cambia all'aumentare della forza esterna applicata e, nel caso studiato, viene fatta l'ipotesi che la spaziatura massima tra le fessure sia costante per tutta la lunghezza dell'elemento e sia pari a due volte la lunghezza di trasmissione dell'armatura da precompressione L_p calcolata nella fase di fessurazione iniziale. Tale assunzione porta ad una schema di fessure fisse e adottare le leggi di aderenza (4.4) e (4.5) conduce ad una contraddizione in termini di equilibrio. A tal proposito si consideri l'equilibrio delle forze agenti sul calcestruzzo tra la sezione fessurata e la sezione zero slip (Eq. 4.17, Fig. 4.4-a).



Fig. 4.4 – *a) Tensioni agenti sul calcestruzzo; b) Tensioni di aderenza ridotte*

$$A_c \cdot \sigma_{cE} = (\pi \cdot \phi_s) \cdot \int_0^{L_s} \tau_{bs} dx + (\pi \cdot \phi_p) \cdot \int_0^{L_p} \tau_{bp} dx$$
(4.17)

All'aumentare della forza esterna il primo membro della (4.17) rimane costante e pari a $A_c f_{ctm}$, lo stesso non accade per il secondo membro nel caso in cui venissero applicate le leggi di aderenza del Model Code 2010, il quale prevede un aumento delle tensioni di aderenza all'aumentare degli scorrimenti. Per eliminare questa incongruenza si adotta una distribuzione diversa delle tensioni di aderenza in modo che il secondo membro rimanga costante. In particolare si assume una riduzione delle tensioni in modo lineare nel tratto interessato dalle fessure secondarie ($l_{sc,s}$ e $l_{sc,p}$), arrivando al valore zero in corrispondenza della fessura (Fig. 4.4-b). Il significato fisico di questa riduzione è connesso all'effetto delle fessure secondarie, le quali diminuiscono l'aderenza tra acciaio e calcestruzzo nelle vicinanze della fessura. Per tali ragioni la distribuzione delle tensioni di aderenza adottata nel seguito farà riferimento alla figura 4.4-b. Viene considerata valida anche l'ipotesi di compatibilità delle deformazioni, la quale comporta che entrambi i tipi di armatura abbiano gli stessi scorrimenti massimi al livello della fessura.

All'inizio di questa fase si assume che lunghezza di trasmissione L_s sia minore di L_p in modo da rispettare la continuità con la fase precedente. All'aumentare della forza esterna si verifica una ridistribuzione degli spostamenti, delle deformazioni e delle tensioni; in particolare la cuspide che si nota per le deformazioni nella fase di fessurazione iniziale scompare e le deformazioni presentano un andamento a tangente orizzontale in corrispondenza della fessura.



Fig. 4.5 – Lunghezze di trasmissione all'aumentare della forza di trazione

L'ipotesi iniziale di L_p costante non vale per L_s , la quale aumenta all'aumentare della forza di trazione fino a raggiungere al limite L_p (Fig. 4.5). Quindi devono essere considerate due diverse situazioni: nella prima L_s è minore di L_p ed aumenta con la forza esterna, nella seconda L_s è uguale a L_p e rimane costante.

Prima situazione ($L_s < L_p$)

Si possono distinguere quattro zone diverse (Fig. 4.6-a):

 zona SCS, adiacente alla fessura, dove tutte le barre scorrono rispetto al calcestruzzo e le fessure secondarie interne interessano entrambi i tipi di armatura. Questa zona ha un'estensione pari a *l_{sc,s}*, che rappresenta la lunghezza della tensione tangenziale ridotta per l'acciaio ordinario;

- zona SCP, compresa tra la fine della zona SCS e la lunghezza *l_{sc,p}*, che rappresenta l'estensione della tensione tangenziale ridotta, o l'estensione delle fessure secondarie, per l'acciaio da precompressione;
- zona A, oltre la lunghezza *l_{sc,p}* fino alla sezione di zero slip per l'acciaio ordinario, in cui le fessure secondarie non sono presenti anche se entrambi gli acciai scorrono rispetto al calcestruzzo;
- zona B, che si estende da L_s fino a L_p , in cui le condizioni di perfetta aderenza sono ripristinate per l'acciaio ordinario ma non per l'acciaio da precompressione.



Fig. 4.6 - Fase di fessurazione stabilizzata (prima situazione): a) Zone; b) scorrimenti; c) tensioni di aderenza; d) deformazioni

Le incognite del problema sono la lunghezza di trasmissione per l'acciaio ordinario L_s e le lunghezze delle tensioni tangenziali ridotte $l_{sc,s}$ e $l_{sc,p}$. Esse possono essere determinate attraverso un metodo iterativo fino a quando le tensioni nel calcestruzzo nella sezione fessurata si annullano ed entrambi gli acciai hanno lo stesso scorrimento massimo. Queste condizioni

sono uguali al caso della fase di fessurazione iniziale, in cui però erano presenti solo due incognite. Nella fase stabilizzata le incognite sono tre e quindi è necessaria una terza condizione legata all'assunzione che la tensione tangenziale massima per l'acciaio ordinario e la tensione tangenziale massima per l'acciaio da precompressione, che vengono raggiunte in due sezioni diverse, ovvero a distanza $l_{sc,s}$ e $l_{sc,p}$ dalla fessura rispettivamente, siano legate dalla seguente condizione:

$$\tau_{bp,\max sc} = \xi \cdot \tau_{bs,\max sc} \tag{4.18}$$

In particolare le equazioni differenziali che governano il problema sono state ottenute seguendo il ragionamento fatto per la fase di fessurazione iniziale, ovvero assumendo un comportamento elastico dei materiali e rispettando l'equilibrio di un concio infinitesimo di elemento all'interno della zona considerata.

Zona SCS (
$$L_p - l_{sc,s} \le x \le L_p$$
)

$$\begin{cases} \frac{d^2 s_s(x)}{dx^2} = \frac{4 \cdot \tau_{bs}}{E_s \cdot \phi_s} \cdot (1 + \alpha_e \rho_s) + \frac{\tau_{bp} \cdot u_p \cdot \rho_p}{E_c \cdot A_p} \\ \frac{d^2 s_p(x)}{dx^2} = \frac{4 \cdot \tau_{bs} \cdot \rho_s}{E_c \cdot \phi_s} + \frac{\tau_{bp} \cdot u_p}{E_p \cdot A_p} \cdot (1 + \alpha_e \rho_s) \end{cases}$$
(4.19)

In questa zona entrambe le tensioni tangenziali devono essere ridotte per la presenza delle fessure secondarie. Per tale ragione si assume un andamento lineare partendo da tensioni tangenziali nulle nella sezione fessurata fino a raggiungere le rispettive tensioni tangenziali massime $\tau_{bs,max\,sc}$ e $\tau_{bp,max\,sc}$ a distanza $l_{sc,s}$ e $l_{sc,p}$ dalla fessura; in formule:

$$\tau_{bs} = \frac{\tau_{bs,\max sc}}{l_{sc,s}} \cdot (L_p - x) \tag{4.20}$$

$$\tau_{bp} = \frac{\tau_{bp,\max sc}}{l_{sc,p}} \cdot (L_p - x)$$
(4.21)

che sostituite nel sistema (4.19) forniscono:

$$\begin{cases} \frac{d^2 s_s(x)}{dx^2} = \frac{4 \cdot \frac{\tau_{bs,\max sc}}{l_{sc,s}} \cdot (L_p - x)}{E_s \cdot \phi_s} \cdot (1 + \alpha_e \rho_s) + \frac{\frac{\tau_{bp,\max sc}}{l_{sc,p}} \cdot (L_p - x) \cdot u_p \cdot \rho_p}{E_c \cdot A_p} \\ \frac{d^2 s_p(x)}{dx^2} = \frac{4 \cdot \frac{\tau_{bs,\max sc}}{l_{sc,s}} \cdot (L_p - x) \cdot \rho_s}{E_c \cdot \phi_s} + \frac{\frac{\tau_{bp,\max sc}}{l_{sc,p}} \cdot (L_p - x) \cdot u_p}{E_p \cdot A_p} \cdot (1 + \alpha_e \rho_s) \end{cases}$$
(4.22)

Zona SCP ($L_p - l_{scp} \le x \le L_p - l_{scs}$)

Rispetto alla zona SCS l'acciaio ordinario non è circondato da fessure secondarie e quindi non bisogna adottare la riduzione delle tensioni tangenziali (Eq. 4.20) ma vale la legge proposta dal Model Code 2010 (Eq. 4.4).

$$\begin{cases} \frac{d^2 s_s(x)}{dx^2} = \frac{4 \cdot k_s}{E_s \cdot \phi_s} \cdot (1 + \alpha_e \rho_s) \cdot s_s^{\alpha} + \frac{\frac{\tau_{bp,max}}{l_{sc,p}} \cdot (L_p - x) \cdot u_p \cdot \rho_p}{E_c \cdot A_p} \\ \frac{d^2 s_p(x)}{dx^2} = \frac{4 \cdot k_s \cdot \rho_s}{E_c \cdot \phi_s} \cdot s_s^{\alpha} + \frac{\frac{\tau_{bp,max}}{l_{sc,p}} \cdot (L_p - x) \cdot u_p}{E_p \cdot A_p} \cdot (1 + \alpha_e \rho_s) \end{cases}$$
(4.23)

 $Zona \ A \ (L_p - L_s \leq x \leq L_p - l_{sc,p})$

Le fessure secondarie non sono presenti in questa zona, valgono dunque le leggi (4.4) e (4.5).

$$\begin{cases} \frac{d^2 s_s(x)}{dx^2} = \frac{4 \cdot k_s}{E_s \cdot \phi_s} \cdot (1 + \alpha_e \rho_s) \cdot s_s^{\alpha} + \frac{k_p \cdot u_p \cdot \rho_p}{E_c \cdot A_p} \cdot s_p^{\alpha} \\ \frac{d^2 s_p(x)}{dx^2} = \frac{4 \cdot k_s \cdot \rho_s}{E_c \cdot \phi_s} \cdot s_s^{\alpha} + \frac{k_p \cdot u_p}{E_p \cdot A_p} \cdot (1 + \alpha_e \rho_s) \cdot s_p^{\alpha} \end{cases}$$
(4.24)

Zona B ($0 \le x \le L_p - L_s$)

L'armatura ordinaria è in condizioni di perfetta aderenza con il calcestruzzo, quindi basta solo un'equazione differenziale, l'equazione (4.14), per descriverne il comportamento come per il caso di formazione della fessura.

Seconda situazione $(L_s = L_p)$

In questa situazione le lunghezze di trasmissione coincidono e quindi entrambi gli acciai hanno la stessa sezione di zero slip. Si possono distinguere tre zone (Fig. 4.7-a):

- le zone SCS e SCP hanno le stesse caratteristiche della situazione precedente;
- la zona A è caratterizzata da tensioni tangenziali non-lineari in accordo con le leggi (4.4)
 e (4.5).

In questo caso le incognite sono le due lunghezze $l_{sc,s}$ e $l_{sc,p}$ che delimitano le zone in cui sono presenti le fessure secondarie e, a differenza della situazione precedente, la tensione agente sull'acciaio da precompressione nella sezione di zero slip. Infine la soluzione può essere ottenuta attraverso una procedura iterativa come per i casi precedenti.



Fig. 4.7 - Fase di fessurazione stabilizzata (seconda situazione): a) Zone; b) scorrimenti; c) tensioni di aderenza; d) deformazioni

4.5. Confronto con i dati sperimentali

Per valutare l'accuratezza del modello sono stati confrontati i risultati ottenuti teoricamente con i risultati sperimentali descritti nel dettaglio nel capitolo 3.

Il confronto dei risultati è stato fatto in termini di tensioni, deformazioni e apertura delle fessure; si riporta, inoltre, l'evoluzione delle fessure secondarie e della lunghezza di trasmissione dell'armatura ordinaria all'aumentare della forza agente. La lunghezza di trasmissione dell'armatura di precompressione rimane cotante e viene confrontata con la spaziatura media misurata tra le fessure. Tutti i risultati, ottenuti con i metodi esposti in precedenza, possono essere consultati in *Appendice*. Alla fine di ogni tirante vengono riportati tre grafici che rappresentano le differenze tra i valori ottenuti teoricamente e i valori sperimentali.

A titolo di esempio si riporta di seguito l'analisi del campione K7 (Fig. 4.8).



Fig. 4.8 – Metodo Generale: a) Tensioni; b) Ampiezza delle fessure; c) Deformazioni medie; d) Lunghezze di trasmissione, lunghezze in cui sono presenti le fessure secondarie, spaziatura media misurata

I risultati ottenuti in termini di tensioni (Fig. 4.8-a) approssimano molto bene i valori sperimentali, con differenze dell'ordine del 5% del valore calcolato rispetto a quello misurato. L'ampiezza delle fessure (Fig. 4.8-b) viene sovrastimata e la differenza tra i due valori di confronto aumenta all'aumentare della forza agente; tuttavia, valori elevati della forza esterna non vanno considerati, in quanto comportano tensioni troppo alte nell'armatura ordinaria e quindi non rappresentative degli stati limite di esercizio. Per tale motivo è stato scelto un livello tensionale compreso tra i 230 e i 270 MPa (circa il 50% della tensione di snervamento dell'acciaio ordinario), il quale può essere rappresentativo della combinazione di carico quasipermanente; quindi le ampiezze delle fessure e le deformazioni medie dei campioni analizzati sono state confrontate in un unico diagramma (Fig. 4.9).



Fig. 4.9 – Confronto di: a) ampiezza delle fessure; b) deformazioni medie dell'acciaio ordinario. [230 MPa < σ_s < 270 MPa]

Per quantificare di quanto differiscono i valori calcolati da quelli misurati si definisce la variazione D_r (Eq. 4.25), in cui G sta per grandezza e può indicare l'ampiezza della fessura, la deformazione media dell'acciaio ordinario oppure la tensione agente nelle armature a seconda del caso considerato.

$$D_r = \frac{G_{teor} - G_{mis}}{G_{teor}} \tag{4.25}$$



Fig. 4.10 – Differenze in termini di: a) Ampiezza delle fessure; b) Deformazioni medie [230 MPa < σ_s < 270 MPa]

Infine si riportano le tensioni tangenziali all'interfaccia acciaio-calcestruzzo (Fig 4.11-a), influenzate dalla nascita delle fessure secondarie, e gli scorrimenti (Fig. 4.12) all'aumentare della forza esterna.



Fig. 4.11 – *Campione K7: a) tensioni tangenziali; b) tensioni tangenziali medie e lunghezze di trasmissione*



Fig. 4.12 – Scorrimenti (K7) all'aumentare della forza esterna

Dai diagrammi in figura 4.11-b è possibile notare come le tensioni tangenziali medie diminuiscano e la lunghezza di trasmissione dell'armatura ordinaria aumenti all'aumentare della forza agente. Ciò permette di soddisfare l'equilibrio in termini di forze agenti sul calcestruzzo ed eliminare l'incongruenza di cui si è parlato nel paragrafo 4.4.

Conclusioni

Scopo della tesi è stato analizzare il comportamento degli elementi in calcestruzzo armato a precompressione parziale in regime fessurato.

Si è partiti dai metodi di analisi proposti dal Model Code 2010 e dall'Eurocodice 2 attraverso i quali sono stati studiati casi di travi di calcestruzzo armato parzialmente precompresso a cavi pre-tesi e post-tesi. Nel caso della pre-tensione è emerso che l'ampiezza della fessura calcolata risulta essere quasi sempre superiore ai valori misurati sperimentalmente, ottenendo quindi dei risultati cautelativi. Nel caso della post-tensione l'Eurocodice 2 continua ad essere in linea con il caso precedente mentre il Model Code 2010 porta ad una sottostima dei risultati. Entrambi i metodi hanno mostrato la tendenza di valutare in difetto le deformazioni medie (Fig. C.1-a) e in eccesso la spaziatura tra le fessure (Fig. C.1-b), e poichè l'ampiezza della fessura è data dal prodotto di queste due grandezze si ottengono dei buoni risultati.



Fig. C.1 - a) Deformazioni medie; b) Spaziatura massima

Nel terzo capitolo è stato trattato il caso particolare dei tiranti, per i quali è stato presentato un metodo che permette di calcolare l'ampiezza della fessura sia nella fase iniziale, attraverso una procedura iterativa, sia nella fase di fessurazione stabilizzata, in forma chiusa. Il metodo ha portato a una più chiara definizione delle tensioni agenti sulle armature in corrispondenza della fessura, fornendo un'espressione che tiene conto della ridistribuzione delle tensioni tra

l'armatura di precompressione e l'armatura ordinaria a causa delle diverse caratteristiche di aderenza.

Infine l'analisi generale del comportamento di un tirante trattata nel capitolo quattro ha permesso di soddisfare, nella fase di fessurazione stabilizzata, l'equilibrio e la compatibilità grazie all'introduzione dell'effetto delle fessure secondarie, eliminando l'incongruenza che nascerebbe utilizzando le leggi di aderenza proposti dal Model Code 2010. Dal confronto con i dati sperimentali le differenze medie in termini di ampiezza della fessura sono pari al 35% dei valori calcolati con il modello rispetto alle misurazioni, mentre si attestano sul 44% dei valori ottenuti con l'Eurocodice 2. Anche in termini di deformazioni le variazioni medie sono più contenute nel caso del modello generale, 24% contro il 36% dell'Eurocodice 2.

Si conclude affermando che, dai confronti con i dati sperimentali reperiti, il modello generale presentato risulta essere uno strumento affidabile per l'analisi di elementi di calcestruzzo armato parzialmente precompresso in regime fessurato.
Bibliografia

- M. Taliano, "Cracking analysis of concrete tie reinforced with two diameter bars accounting for the effect of secondary cracks", Engineering Structures, Volume 144, 2017, Pages 107-119.
- [2] E. G. Nawy, P. T. Huang, "Crack and Deflection Control of Pretensioned Prestressed Beams", PCI Journal, 1977, 30-47.
- [3] P. G. Debernardi, "Strutture di calcestruzzo armato precompresso: Con riferimento agli Eurocodici", Celid, 2011.
- [4] M. Rudlof, "Zur Spannungsumlagerung zwischen Spannstahl und Betonstahl bei Spannbeton mit nachträglichem Verbund", Dissertation an der RWTH Aachen, 1998.
- [5] P. G. Debernardi, M. Guiglia, M. Taliano, "Modelling of the cracking behaviour of prestressed concrete structures", *fib* Symposium, Prague 2011.
- [6] CEN: EN1992-1-1 Eurocode 2: Design of concrete structures Part 1: General rules and rules for buildings, Brussels, 2004.
- [7] UNI ENV 1992-2 Eurocodice 2: Progettazione delle strutture di calcestruzzo Parte 2: Ponti di calcestruzzo, Milano, 2000.
- [8] fib, "Model Code 2010 Final Draft", fib Bulletin, N. 56, 2012.
- [9] CEB-FIP, "Model Code 1990", Thomas Telford, 1993.
- [10] E. Cosenza, G. Manfredi, M. Pecce, "Strutture in cemento armato: Basi della progettazione", Hoepli, 2008.
- [11] E. G. Nawy, "Prestressed concrete: A fundamental approach", Fifth Edition, Pearson, 2006.
- [12] A. E. Naaman, "Prestressed concrete analysis and design: Fundamentals", Second Edition, Techno Press 3000, 2004.
- [13] S. H. Chowdhury, Y. C. Loo, "A New Formula for Prediction of Crack Widths in Reinforced and Prestressed Concrete Beams", Advances in Structural Engineering, 2001.
- [14] N. Will, J. Hegger, "Stress redistribution and crack width development in prestressed HSC elements", Bond in Concrete from research to standards, Budapest, 2002.
- [15] C. G. Karayannis, C. E. Chalioris, "Design of partially prestressed concrete beams based on the cracking control provisions", Engineering Structures, Volume 48, 2013, Pages 402-416.
- [16] E. G. Nawy, "Flexural cracking of pre- and post-tensioned flanged beams", Parially prestressing, from theory to practice, M. Z. Cohn, 1986.
- [17] R. J. Wheen, "Prestressed Concrete Members in Direct Tension", Journal of the Structural Division, ASCE, 1979.
- [18] S. H. Chowdhury, "Damping characteristics of reinforced and partially prestressed concrete beams", Thesis, 1999.
- [19] ACI 423.5R-99, "State-of-the-Art Report on Partially Prestressed Concrete", Reported by Joint ACI-ASCE Committee 423, 2000.
- [20] P. G. Debernardi, M. Guiglia, M. Taliano, "Effect of Secondary Cracks for Cracking Analysis of Reinforced Concrete Tie", ACI Materials Journal, 2013.
- [21] D.M. 1996, "Norme tecniche per il calcolo, l'esecuzione ed il collaudo delle strutture in cemento armato, normale e precompresso e per le strutture metalliche".

- [22] P. G. Debernardi, M. Taliano, "An improvement of the Eurocode 2 and fib Model Code 2010 methods for the calculation of crack width in r.c. structures", Struct Concr 2016.
- [23] G. L. Balázs et al., "Design for SLS according to *fib* Model Code 2010", Struct Concr 2013.
- [24] D.M. 1985, "Norme tecniche per l'esecuzione delle opere in cemento armato normale e precompresso e per le strutture metalliche".

Appendice

K1	A or	cciai dinar	o io	A prece	cciaio da ompressio	one	Calces	truzzo
220 • · · · ·	φ _s [mm]	ns	A _s [mm ²]	Tipo	A _p [mm ²]	کر	f _{ck} [MPa]	f _{ct,split} [MPa]
• <u>220</u>	10	4	314	ribbed	804	1	40,9	2,99



Fig. K1.1 – a) Tensioni; b) Deformazioni medie



Fig. K1.2 - c) Spaziatura tra le fessure; d) Ampiezza delle fessure



Fig. K1.3 – Differenze rispetto alle grandezze teoriche $[(G_{teor} - G_{sper}) / G_{teor}]$: a) deformazioni medie; b) ampiezza delle fessure; c) tensioni nell'armatura ordinaria

K2	A ore	cciai dinar	o io	A	cciaio da mpressio	one	Calces	truzzo
220 • • • • • • • • • • • • • • • • • •	φ _s [mm]	ns	A _s [mm ²]	Tipo	A _p [mm ²]	کر	f _{ck} [MPa]	f _{ct,split} [MPa]
• <u>220</u>	10	4	314	smooth	804	0,2	41,0	2,77



Fig. K2.1 – a) Tensioni; b) Deformazioni medie



Fig. K2.2 - c) Spaziatura tra le fessure; d) Ampiezza delle fessure



Fig. K2.3 – *Differenze rispetto alle grandezze teoriche* [($G_{teor} - G_{sper}$) / G_{teor}]: a) deformazioni medie; b) ampiezza delle fessure; c) tensioni nell'armatura ordinaria

K3	A	cciai dinar	o io	A prec	cciaio da ompressio	one	Calces	truzzo
220 • • • • • • • • • • • • • • • • • •	φ _s [mm]	ns	A _s [mm ²]	Tipo	A _p [mm ²]	کر	f _{ck} [MPa]	f _{ct,split} [MPa]
	10	4	314	ribbed	804	1	52,5	2,59



Fig. K3.1 – a) Tensioni; b) Deformazioni medie



Fig. K3.2 - c) Spaziatura tra le fessure; d) Ampiezza delle fessure



Fig. K3.3 – *Differenze rispetto alle grandezze teoriche* [(G_{teor} – G_{sper}) / G_{teor}]: a) deformazioni medie; b) ampiezza delle fessure; c) tensioni nell'armatura ordinaria

K4	A or	cciai dinar	o io	A	cciaio da ompressio	one	Calces	truzzo
220 • • • • • • • • • • • • • • • • • •	φ _s [mm]	ns	A _s [mm ²]	Tipo	A _p [mm ²]	ک	f _{ck} [MPa]	f _{ct,split} [MPa]
[IIIII] - 220 -	10	4	314	smooth	804	0,2	56,6	3,26



Fig. K4.1 – a) Tensioni; b) Deformazioni medie



Fig. K4.2 - c) Spaziatura tra le fessure; d) Ampiezza delle fessure



Fig. K4.3 – Differenze rispetto alle grandezze teoriche $[(G_{teor} - G_{sper}) / G_{teor}]$: a) deformazioni medie; b) ampiezza delle fessure; c) tensioni nell'armatura ordinaria

K5	A or	cciai dinar	o io	A prec	cciaio da ompressio	one	Calces	truzzo
220 • • • • • • • • • • • • • • • • • •	φ _s [mm]	ns	A _s [mm ²]	Tipo	A _p [mm ²]	ىرى	f _{ck} [MPa]	f _{ct,split} [MPa]
	16	4	804	ribbed	804	1,0	50,3	2,98



Fig. K5.1 – a) Tensioni; b) Deformazioni medie



Fig. K5.2 - c) Spaziatura tra le fessure; d) Ampiezza delle fessure



Fig. K5.3 – *Differenze rispetto alle grandezze teoriche* [(G_{teor} – G_{sper}) / G_{teor}]: a) deformazioni medie; b) ampiezza delle fessure; c) tensioni nell'armatura ordinaria

K6	A or	cciai dinar	o io	A preco	cciaio da ompressio	one	Calces	truzzo
220 • • • • • • • • • • • • • • • • • •	φ _s [mm]	ns	A _s [mm ²]	Tipo	A _p [mm ²]	کر	f _{ck} [MPa]	f _{ct,split} [MPa]
[IIIII] + 220 +	16	4	804	smooth	804	0,2	56,8	2,98



Fig. K6.1 – a) Tensioni; b) Deformazioni medie



Fig. K6.2 - c) Spaziatura tra le fessure; d) Ampiezza delle fessure



Fig. K6.3 – *Differenze rispetto alle grandezze teoriche* $[(G_{teor} - G_{sper}) / G_{teor}]$: a) deformazioni medie; b) ampiezza delle fessure; c) tensioni nell'armatura ordinaria

K7	A	cciai dinar	o io	A preco	cciaio da ompressio	one	Calces	truzzo
220 • • • • • • • • • • • • • • • • • •	φ _s [mm]	ns	A _s [mm ²]	Tipo	A _p [mm ²]	ک	f _{ck} [MPa]	f _{ct,split} [MPa]
[IIIII] - 220 -	10	4	314	strands	420	0,4	51,6	2,46



Fig. K7.1 – a) Tensioni; b) Deformazioni medie



Fig. K7.2 - c) Spaziatura tra le fessure; d) Ampiezza delle fessure



Fig. K7.3 – *Differenze rispetto alle grandezze teoriche* [($G_{teor} - G_{sper}$) / G_{teor}]: a) deformazioni medie; b) ampiezza delle fessure; c) tensioni nell'armatura ordinaria

K9	A ore	cciai dinar	o io	A preco	cciaio da ompressio	ne	Calces	truzzo
220 • • • • • • • • • • • • • • • • • •	φ _s [mm]	ns	A _s [mm ²]	Tipo	A _p [mm ²]	ىئ	f _{ck} [MPa]	f _{ct,split} [MPa]
[IIIII] + 220 +	12	4	452	strands	420	0,4	60,3	2,95



Fig. K9.1 – a) Tensioni; b) Deformazioni medie

*Il campione K8 non è stato analizzato per mancanza dati relativi alle caratteristiche del calcestruzzo.



Fig. K9.2 - c) Spaziatura tra le fessure; d) Ampiezza delle fessure



Fig. K9.3 – Differenze rispetto alle grandezze teoriche $[(G_{teor} - G_{sper}) / G_{teor}]$: a) deformazioni medie; b) ampiezza delle fessure; c) tensioni nell'armatura ordinaria

K10	A	cciai dinar	o io	A preco	cciaio da ompressio	one	Calces	truzzo
220 • • • • • • • • • • • • • • • • • •	φ _s [mm]	ns	A _s [mm ²]	Tipo	A _p [mm ²]	ک	f _{ck} [MPa]	f _{ct,split} [MPa]
• <u>220</u>	16	4	804	strands	420	0,4	53,5	2,23



Fig. K10.1 – *a) Tensioni; b) Deformazioni medie*



Fig. K10.2 - c) Spaziatura tra le fessure; d) Ampiezza delle fessure



Fig. K10.3 – Differenze rispetto alle grandezze teoriche $[(G_{teor} - G_{sper}) / G_{teor}]$: a) deformazioni medie; b) ampiezza delle fessure; c) tensioni nell'armatura ordinaria

K11	A	cciai dinar	o io	A prece	cciaio da ompressio	one	Calces	truzzo
220 • • • • • • • • • • • • • • • • • •	φ _s [mm]	ns	A _s [mm ²]	Tipo	A _p [mm ²]	ىرى	f _{ck} [MPa]	f _{ct,split} [MPa]
• <u>220</u>	12	4	452	ribbed	420	1,0	50,4	2,36



Fig. K11.1 – *a) Tensioni; b) Deformazioni medie*



Fig. K11.2 - c) Spaziatura tra le fessure; d) Ampiezza delle fessure



Fig. K11.3 – Differenze rispetto alle grandezze teoriche $[(G_{teor} - G_{sper}) / G_{teor}]$: a) deformazioni medie; b) ampiezza delle fessure; c) tensioni nell'armatura ordinaria

K12	A	cciai dinar	o io	A	cciaio da ompressio	ne	Calces	truzzo
220 • • • • • • • • • • • • • • • • • •	φ _s [mm]	ns	A _s [mm ²]	Tipo	A _p [mm ²]	ۍ	f _{ck} [MPa]	f _{ct,split} [MPa]
• <u>220</u>	12	4	452	smooth	804	0,3	50,8	2,36



Fig. K12.1 – *a) Tensioni; b) Deformazioni medie*



Fig. K12.2 - c) Spaziatura tra le fessure; d) Ampiezza delle fessure



Fig. K12.3 – *Differenze rispetto alle grandezze teoriche* $[(G_{teor} - G_{sper}) / G_{teor}]$: a) deformazioni medie; b) ampiezza delle fessure; c) tensioni nell'armatura ordinaria