### POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

Tesi di Laurea Magistrale

# Valutazione sismica di un edificio parabolico in cemento armato appartenente al patrimonio architettonico



Relatore Candidato

Prof. Rosario Ceravolo

Emanuele Ceino

Correlatori

Ing. Gaetano Miraglia

Arch. Erica Lenticchia

## Indice

1 La conservazione degli edifici appartenenti al patrimonio tutelato	5
1.1 Introduzione	5
1.2 Il caso studio	6
1.3 L'evoluzione delle Norme per la classificazione sismica	8
1.4 Rischio sismico e stati limite	15
1.4.1 La pericolosità sismica	16
1.4.2 La vulnerabilità	18
1.4.3 L'esposizione	20
1.4.4 Gli stati limite	21
1.5 Normativa per la protezione del patrimonio architettonico tutelato	23
1.6 Conoscenza del manufatto ed interventi	25
1.6.1 I livelli di conoscenza	25
1.6.2 Adeguamento e miglioramento sismico	27
2 Il Paraboloide di Casale Monferrato	31
2.1 Cenni geografici e storici	31
2.2 Il comportamento strutturale	33
2.3 La geometria del paraboloide	45
2.3.1 Parabola o catenaria?	47
2.4 Edifici con arco parabolico in Italia	51
2.5 Edifici con arco parabolico in Europa	57
3 La resistenza a compressione del calcestruzzo	64
3.1 Lo studio	64
4. La modellazione del Paraboloide	70
4.1 Il rilievo geometrico	70
4.2 La modellazione in AutoCAD	72
4.3 La modellazione con gli elementi finiti	75
4.3.1 Introduzione	75
4.3.2 Elementi finiti impiegati	79
4.4 L'analisi modale	84
4.4.1 Fondamenti di analisi modale di sistemi discreti MDOF	84
4.2.2 Risultati dell'analisi modale e modi significativi	88

5 Il monitoraggio strutturale con sistemi SHM	110
5.1 Introduzione	110
5.2 Il monitoraggio statico e dinamico	111
5.3 I processi del monitoraggio	113
5.4 Trasduttori e sensori	114
5.4.1 Tipi di sensori	116
5.4.3 I sensori in fibra ottica	122
5.4.4 I sensori di deformazione a reticolo di Bragg FBG	123
6 Il posizionamento ottimale dei sensori	125
6.1 Teoria alla base dell'OPS	125
6.2 Applicazione al caso studio	127
6.2.1 Telaio a tre piani	127
6.2.2 Setup 1	137
6.2.3 Setup 2	145
6.2.4 Setup esecutivo	149
7 Valutazione della sicurezza strutturale	152
7.1 Vulnerabilità sismica di edifici esistenti in calcestruzzo armato	154
7.2 Elementi critici ed elementi da verificare	155
7.3 Metodologia di analisi	159
7.3.1 Generazione degli spettri di progetto	160
7.3.2 Modi selezionati	163
7.4 Verifiche strutturali	164
7.4.1 Determinazione delle azioni con l'analisi multimodale	164
7.4.2 Determinazione della sicurezza della struttura	168
Conclusioni	177
Bibliografía	179
Sitografia	182

# 1 La conservazione degli edifici appartenenti al patrimonio tutelato

#### 1.1 Introduzione

All'interno del patrimonio architettonico italiano è presente una famiglia di strutture, costruite a partire dagli anni venti del Novecento, alle quali è stato attribuito il nome di "Paraboloidi". Parliamo di strutture costruite prevalentemente in cemento armato, caratteristiche per la loro copertura di sezione parabolica a guscio.

La ragione dell'impiego della forma parabolica ha, oltre che motivi estetici, motivi strettamente funzionali: si pensi che i Paraboloidi sono stati concepiti per essere adibiti a edifici di tipo industriale con funzione di accumulo di materiale, quindi edifici che necessitano di grandi spazi liberi interni. Per questo scopo sono stati utilizzati, per la copertura, gusci sottili, che si estendono per grandi luci trasversali. La copertura, spesso irrigidita da nervature che corrono in entrambe le direzioni, scarica il suo peso su grossi pilastroni alla base, in grado di conferire un'adeguata rigidezza a tutta la base dell'edificio, ricavando al contempo grandi spazi all'interno.

Sussiste perciò un "equilibrio perfetto tra estetica e funzionalismo"<sup>1</sup>, che ha consentito di diffondere questo modello costruttivo dapprima in Italia, e di esportarlo in seguito nel resto d'Europa.

Nonostante i vantaggi appena elencati, oggigiorno non è raro constatare, nei Paraboloidi, uno stato di degrado a volte avanzato, causato dall'inutilizzo e dalla mancanza di manutenzione nel corso degli anni. Tuttavia, il pregio estetico e funzionale dei Paraboloidi fanno sì che questi possano essere riutilizzati come musei, per ospitare mostre, o in generale come edifici che accolgano al loro interno un gran numero di persone.

L'intento di questa tesi è quello di analizzare, dal punto di vista strutturale ed in particolare nei confronti del comportamento dinamico, il Paraboloide di Casale Monferrato, al fine di consentire un ripristino ed una rivalutazione dello stabile, finalizzati ad un auspicabile riutilizzo. In questo modo si ha la possibilità di salvare, dallo stato di abbandono in cui riversa attualmente, uno dei più importanti e affascinanti edifici industriali italiani del passato. A tal proposito è bene segnalare la fondazione, nata nel 2006, dell'associazione culturale *Il cemento nell'identità del Monferrato casalese*, creata, senza scopo di lucro, con il fine di conoscere e valorizzare il patrimonio storico architettonico lasciatoci dagli edifici coinvolti nell'industria della calce e del cemento.<sup>2</sup>

5

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Modica M., Santarella F., Paraboloidi, un patrimonio dimenticato dell'architettura moderna, IDIFIR, 2014

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> http://www.ilcemento.it/

Grazie all'attività di quest'associazione, composta da sette comuni, si sono già raggiunti i primi risultati, nel 2007, attraverso un progetto di ricerca del Politecnico di Torino, finanziato dalla Fondazione CRT. Tali risultati sono presentati nella pubblicazione *Marne, cave, cementifici nel Monferrato casalese*, dell'Aprile 2011<sup>3</sup>.

Il lavoro svolto è stato prima quello di caratterizzare l'edificio dal punto di vista geometrico, creando un disegno filiforme tridimensionale. Si è passati poi alla creazione di un modello agli elementi finiti, utilizzato per ricavare i modi di vibrare principali della struttura, quindi per capire il suo comportamento dinamico. Per concludere si è affrontato il tema dell'optimal sensor placement, ossia si sono ricavate, mediante l'utilizzo di un algoritmo genetico, le posizioni ottimali in cui disporre un certo numero di sensori, così da registrare le vibrazioni dei modi principali.

#### 1.2 Il caso studio

La struttura sotto esame, come anticipato nell'introduzione, è un edificio industriale utilizzato in passato come magazzino di clinker, comunemente denominato "Paraboloide di Casale".



Figura 1.1 – Vista del Paraboloide di Casale Monferrato

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Marne, cave, cementifici nel Monferrato casalese, Atti e Rassegna tecnica della società degli ingegneri e degli architetti in Torino, n. 144, aprile 2011

La costruzione in cemento armato, risalente ai primi anni venti del '900, è considerata una delle prime ad essere concepita con questa forma particolare, divenendo, quindi, un importante caposaldo dell'architettura industriale in Italia.

Nella tesi, lo studio descritto riguarda il comportamento dinamico dell'edificio. Per iniziare, sono stati recuperati i rilievi effettuati dal Laboratorio di Geomatica per i Beni Culturali del Politecnico di Torino nel 2017. Tali risultati consistono in tavole riportanti tutte le piante, prospetti e sezioni necessarie alla comprensione delle geometrie. Le informazioni contenute all'interno di queste tavole non riguardano soltanto la parte di edificio in elevazione, ma anche tutto il piano interrato, costituito da un intreccio di volte comunicante con l'esterno attraverso una serie di aperture disposte tra i pilastroni di base: tali aperture consentivano il trasporto del materiale e l'immagazzinamento nel piano interrato (figura 1.2).

I rilievi di cui si è appena parlato sono stati utilizzati per costruire il primo modello filiforme tridimensionale in AutoCAD: tutti gli elementi con comportamento monodimensionale, come travi e pilastri sono stati modellati attraverso delle linee, mentre tutti gli elementi con comportamento bidimensionale, come i pilastroni di base, i muri, i gusci di copertura e le travi di bordo ad arco, sono stati creati mediante le regioni. Si parlerà meglio di questa parte nel capitolo 4.



Figura 1.2. Apertura che consentiva lo stoccaggio del clinker nelle gallerie interrate

Dopo questa prima fase, si sono esportate le geometrie da AutoCAD nel software FEM: in questo modo, dopo aver importato i file contenenti la posizione di ogni layer utilizzato nel disegno, si sono impostate le proprietà meccaniche e geometriche di ogni elemento strutturale attraverso un file batch. Così si è eseguita l'analisi modale, che ha restituito la serie dei primi 100 modi di vibrare della struttura. Analizzando le masse partecipanti sono selezionati infine i modi di vibrare significativi dell'edificio.

Nell'ultima fase invece si è parlato di *optimal sensor placement*. Attraverso un algoritmo genetico implementato in Matlab, si è indagato circa le posizioni ottimali che potessero assumere un certo numero di sensori, in modo tale da rilevare i modi di vibrare significativi, selezionati nella fase precedente.

Tutti gli aspetti appena descritti verranno affrontati in maniera più approfondita nei capitoli 3, 4 e 5.

#### 1.3 L'evoluzione delle Norme per la classificazione sismica

La classificazione sismica del territorio italiano si è evoluta nel corso degli anni attraversando diverse fasi.

Inizialmente, tra il 1981 ed il 1984, i Decreti Ministeriali emanati dal Ministero dei lavori pubblici avevano compiuto una classificazione di 2.965 comuni italiani, corrispondenti soltanto al 45% della superficie del territorio nazionale, nella quale risiedeva il 40% della popolazione.<sup>4</sup>

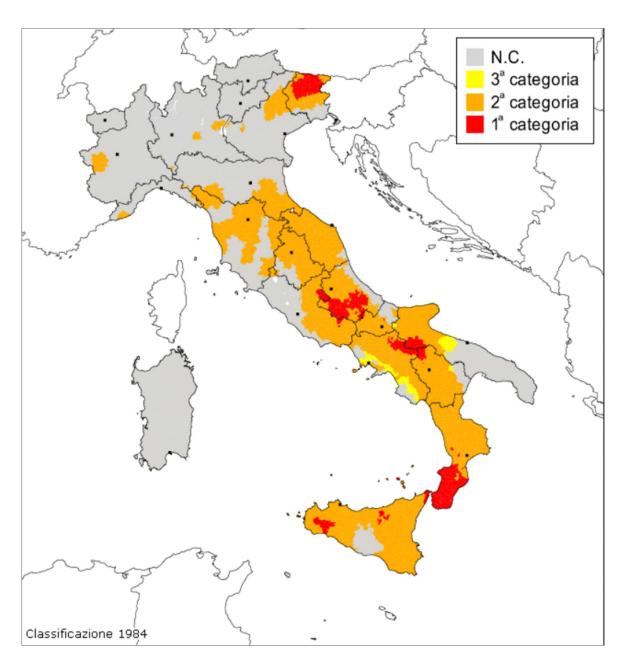
Con il Decreto MLP del 14/07/1984 e decreti successivi, la classificazione sismica del territorio italiano si limitava esclusivamente all'assegnazione di 3 categorie (figura 1.3), con la possibilità di indicare un territorio come "non classificato", come era di fatto tutto il Piemonte, ad esclusione di una piccola zona che si estendeva da Pinerolo al confine francese, classificata di 2ª categoria.

L'evoluzione delle normative per la classificazione sismica proseguì successivamente al terremoto che, il 26 settembre 1997, sconvolse l'Italia Centrale, danneggiando il particolar modo il patrimonio edilizio di Umbria e Marche.

Il progresso che seguì questo tragico evento si concretizzò, a seguito di vari studi condotti dal Gruppo di Lavoro ING-GNDT-SSN costituito dalla Commissione Nazionale di Prevenzione e Prevenzione dei Grandi Rischi, con la redazione di una nuova mappa di classificazione sismica. Come si vede in figura 1.4, sebbene fossero state ampliate in generale le zone attribuite alle 3 categorie, permaneva lo status di territorio "non classificato".

-

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> http://www.protezionecivile.gov.it/jcms/it/classificazione.wp



 $\textbf{Figura 1.3} - Classificazione \ della \ pericolosit\`{a} \ sismica \ del \ territorio \ italiano \ secondo \ il \ Decreto \ MLP \ del \ 1984^5$ 

\_\_\_

 $<sup>^5\</sup> http://zonesismiche.mi.ingv.it/images/class1984\_mid.gif$ 

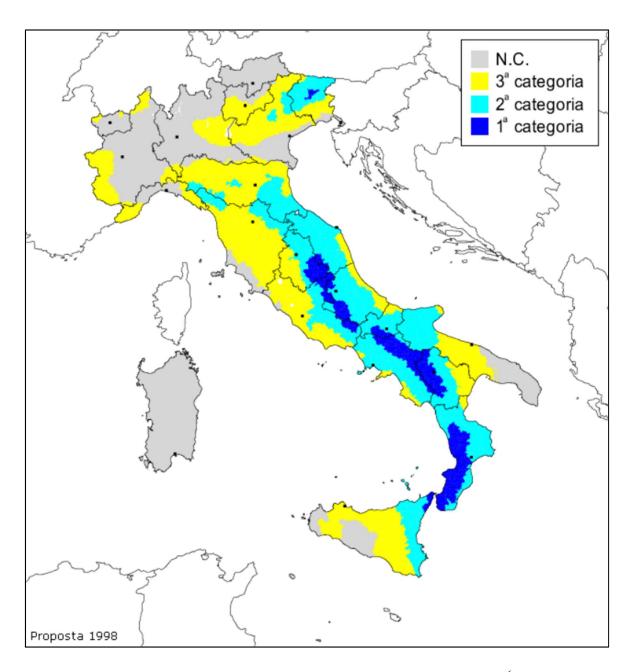


Figura 1.4 – Mappa della proposta di riclassificazione sismica del 1998<sup>6</sup>

Come si vede dalla mappa di figura 1.4, ora nel Piemonte viene classificata come zona di 3<sup>a</sup> categoria tutta l'area alpina che si estende da Pinerolo a Cuneo, e una breve porzione di territorio tra Tortona e l'Emilia-Romagna.

<sup>6</sup> http://zonesismiche.mi.ingv.it/images/class1998\_mid.gif

Successivamente, con il progredire degli studi sulla pericolosità sismica, basati sul concetto di probabilità di accadimento di un sisma con una magnitudo superiore ad una certa soglia, venne redatta l'Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri n. 3274 del 20 marzo 2003, sulla Gazzetta Ufficiale n. 105 dell'8 maggio 2003. In particolare, nell'Allegato 1 di tale Ordinanza, vengono indicati con chiarezza i criteri per la classificazione sismica del territorio italiano. Si riportano i più importanti:

"a) Le "Norme Tecniche" indicano 4 valori di accelerazioni orizzontali ( $a_g/g$ ) di ancoraggio dello spettro di risposta elastico e le norme progettuali e costruttive da applicare; pertanto, il numero delle zone è fissato a 4.

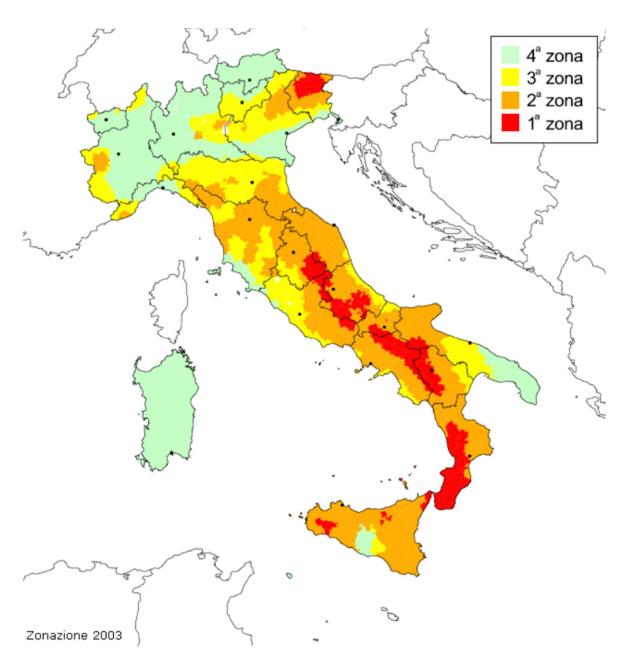
b) Ciascuna zona sarà individuata secondo valori di accelerazione di picco orizzontale del suolo  $(a_g)$ , con probabilità di superamento del 10% in 50 anni, secondo lo schema seguente:

zona	accelerazione orizzontale con probabilità di superamento pari al 10 % in 50 anni	accelerazione orizzontale di ancoraggio dello spettro di risposta elastico (Norme Tecniche)
	[a <sub>g</sub> /g]	[a <sub>g</sub> /g]
1	> 0,25	0,35
2	0,15-0,25	0,25
3	0,05-015	0,15
4	<0,05	0,05

c) Le valutazioni di  $a_g$  dovranno essere effettuate utilizzando: i) metodologie recenti e accettate a livello nazionale; ii) dati di base aggiornati (con particolare riferimento ai dati sulle sorgenti sismogenetiche, ai cataloghi dei terremoti, alle leggi di attenuazione del moto del suolo, ecc.); iii) procedure di elaborazione trasparenti e riproducibili, che evidenzino le assunzioni effettuate e le relative ragioni."<sup>7</sup>

Rispetto alle precedenti normative, sparisce lo status di territorio non classificato, e viene introdotta la zona di categoria 4, che lascia piena facoltà alle Regioni di progettare con le norme antisismiche o meno. Con questa Ordinanza, la quota di territorio italiano classificato come zona sismica da 1 a 3 sale al 70%, mentre le zone non a rischio vengono comunque identificate come zona di categoria 4 (figura 1.5). Ora tutto il territorio italiano, come il Piemonte e la regione del Monferrato, sono classificati come zona sismica.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Opcm n.3274 del 20 marzo 2003, primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per le costruzioni in zona sismica



 $\textbf{Figura 1.5} - Zonazione\ introdotta\ con\ l'Ordinanza\ PCM\ 3274\ del\ 20/03/2003^8$ 

Dopo l'emanazione di tale Ordinanza, il recepimento della stessa fece sì che alcune regioni, come Trentino-Alto Adige, Basilicata, Campania, Lazio e Sicilia, variassero la mappa della classificazione originale, attraverso l'emanazione di Provvedimenti Regionali.

<sup>8</sup> http://zonesismiche.mi.ingv.it/images/class2003\_mid.gif

-

In seguito, dopo una serie di studi sulla pericolosità sismica condotti da centri come Ingv, Reluis, Eucentre, è stata redatta un'Ordinanza aggiornata: l'Opcm n. 3519 del 28 aprile 2006. La novità introdotta con questa norma consiste nella creazione di sottozone, con le quali ogni regione può essere classificata, sulla base degli studi sulla pericolosità sismica:

"a) Ciascuna zona è individuata mediante valori di accelerazione massima del suolo  $a_g$  con probabilità di superamento del 10% in 50 anni, riferiti a suoli rigidi caratterizzati da  $v_{s30}>800$  m/s, secondo lo schema seguente:

	Accelerazione con probabilità di superamento pari al 10% in 50 anni	Accelerazione orizzontale massima convenzionale di ancoraggio dello spettro di risposta elastico (ag)
1	0,25 < a g ≤ 0,35g	0,35g
2	0,15 < a g ≤ 0,25g	0,25g
3	0,05< a g ≤ 0,15g	0,15g
	≤ 0,05g	

Le zone 1, 2 e 3 possono essere suddivise in sottozone caratterizzate da valori di  $a_g$  intermedi rispetto a quelli riportati in tabella e intervallati da valori non minori di 0.025 g.

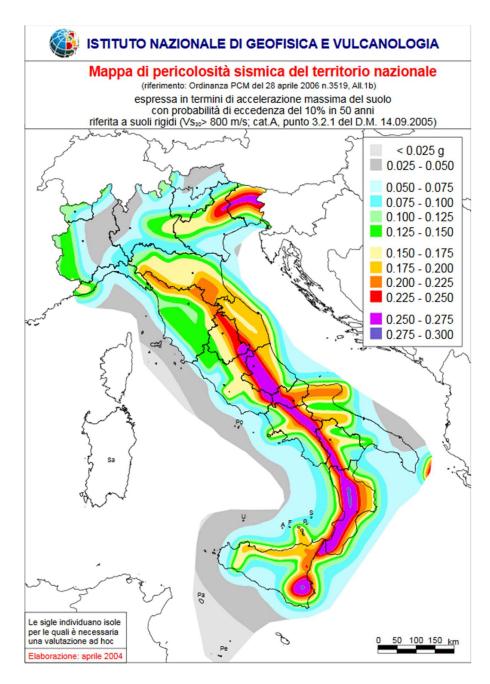
[...]

g) La formazione e l'aggiornamento degli elenchi delle zone sismiche dovranno prevedere:

1. la discretizzazione dell'elaborato di riferimento rispetto ai confini dei comuni. Questa operazione richiederà, ad esempio, di inserire in una zona o in un'altra i comuni attraversati da curve di livello di  $a_g$ , ovvero di ripartire i territori comunali fra più zone e di tener conto della tolleranza di cui alla lettera e). È opportuno, a questo proposito, che il passaggio fra zone sismiche territorialmente contigue sia definito in termini graduali, sia all'interno di ciascuna regione che al confine fra regioni diverse;

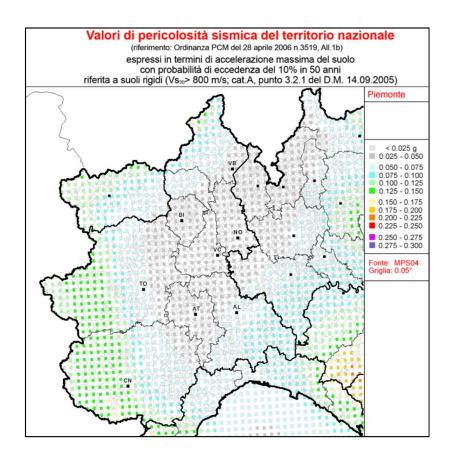
2. la definizione di eventuali sottozone, nell'ambito dello stesso comune e secondo quanto previsto alla lettera a), al fine di meglio descrivere l'azione sismica, soprattutto in relazione alle esigenze di valutazione e recupero degli edifici esistenti.<sup>9</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Opcm n.3519 del 28 aprile 2006, criteri generali per l'individuazione delle zone sismiche e per la formazione e l'aggiornamento degli elenchi delle stesse zone



**Figura 1.6** – Mappa di pericolosità sismica del territorio nazionale, con riferimento all'Ordinanza PCM del 28 aprile 2006 n.3519, All. 1b. I valori sono calcolati al 50° percentile<sup>10</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Opcm n.3519 del 28 aprile 2006, criteri generali per l'individuazione delle zone sismiche e per la formazione e l'aggiornamento degli elenchi delle stesse zone



**Figura 1.7 -** Mappa di pericolosità sismica Nord-Ovest dell'Italia, con riferimento all'Ordinanza PCM del 28 aprile 2006 n.3519, All. 1b. I valori sono calcolati al 50° percentile su una griglia con passo 0.05° ll

#### 1.4 Rischio sismico e stati limite

Gli aspetti normativi trattati nel paragrafo precedente hanno avuto un'evoluzione di cui le fasi sono spesso progredite a seguito di eventi catastrofici, cioè di terremoti che hanno lasciato il segno nel corso della storia italiana, sia come numero di vittime, sia come danni agli edifici.

La classificazione in zone del territorio italiano rappresenta soltanto un aspetto del concetto ben più ampio di rischio sismico: infatti fino ad ora si è parlato di quella che viene definita pericolosità sismica.

In generale, indagare sul rischio sismico di un sito significa valutare tre aspetti: la pericolosità sismica, la vulnerabilità sismica e l'esposizione.

-

 $<sup>^{11}\</sup> http://zonesismiche.mi.ingv.it/mappa\_ps\_apr04/piemonte.html$ 

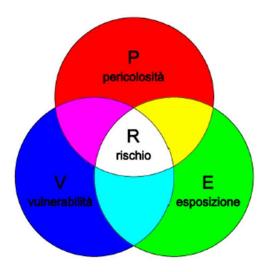


Figura 1.8 - Concetto di rischio sismico come insieme di pericolosità, vulnerabilità ed esposizione

#### 1.4.1 La pericolosità sismica

La pericolosità sismica consiste nel calcolo probabilistico della frequenza e della forza dei terremoti che interessano un sito, ovvero della sua sismicità. Viene definita come la probabilità che, in una data area e per un certo intervallo di tempo, si verifichi un terremoto che superi una certa soglia di intensità, magnitudo o pga (accelerazione di picco). <sup>12</sup> Il metodo probabilistico utilizzato in quest'ambito è il metodo di Cornell, con un approccio ad "albero logico" con 16 rami, assumendo:

- distribuzione di Poisson per descrivere il processo di accadimento temporale dei terremoti;
- catalogo parametrico dei terremoti italiani;
- relazioni di attenuazione: Sabetta e Pugliese (1996), Ambraseys e altri (1996) e due leggi regionali.

Inoltre, la pericolosità sismica è stata definita, dall'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia, utilizzando un reticolo di riferimento avente un passo minore di 10 km, per periodi di ritorno compresi nell'intervallo che va tra 30 e 2475 anni.

Nelle Norme Tecniche per le Costruzioni del 2008, il calcolo della pericolosità sismica di base si effettua attraverso la determinazione di due parametri di scuotimento:

- accelerazione orizzontale di picco attesa a<sub>g</sub> in condizioni di campo libero e su suolo rigido (categoria A),
- parametri F<sub>0</sub> e T<sub>C</sub>\* dello spettro di risposta elastico in accelerazione, sempre con riferimento al suolo rigido di cat. A, in cui F<sub>0</sub> è il fattore massimo di amplificazione

12 http://www.protezionecivile.gov.it/jcms/it/descrizione sismico.wp?pagtab=1#pag-content

dello spettro di risposta in accelerazione e  $T_C^*$  è il periodo corrispondente all'inizio del tratto dello spettro di risposta a velocità costante.

Nello specifico, il calcolo della pericolosità sismica viene condotto in questo modo:

- 1) definizione della vita di riferimento della costruzione  $V_{R}$ , che nel caso dei beni culturali è fissata a 50 anni,
- 2) definizione della probabilità di eccedenza  $P_{VR}$  nella vita di riferimento scelta, in relazione agli stati limite considerati, con riferimento alle tabelle 2.1 e 2.2 della Direttiva PCM 12/10/2007,
- 3) una volta noti i valori  $V_R$  e  $P_{VR}$ , si calcola il periodo di ritorno di riferimento, secondo la formula contenuta nell'Allegato A delle NTC-08:

$$30 \le T_R = -\frac{V_R}{ln(1 - P_{VR})} \le 2475$$

4) se la pericolosità sismica sul reticolo di riferimento non contempla il periodo di ritorno T<sub>R</sub>, bisogna procedere al calcolo del generico parametro di scuotimento p, attraverso la formula compresa nell'Allegato A:

$$log(p) = log(p_1) + log\left(\frac{p_2}{p_1}\right) + log\left(\frac{T_R}{T_{R1}}\right) * \left[log\left(\frac{T_{R2}}{T_{R1}}\right)\right]^{-1}$$

dove  $T_{R1}$  e  $T_{R2}$  sono i periodi di ritorno più prossimi a  $T_R$  per i quali si dispone dei valori di  $p_1$  e  $p_2$ , invece p è il parametro di interesse,

5) se si considera un punto qualunque del territorio che non ricade all'interno del reticolo di riferimento, il valore di p viene calcolato mediante una media pesata tra i valori di p assunti dai quattro punti del reticolo circostanti. Dette d<sub>j</sub> le distanze dei quattro punti del reticolo dal punto di riferimento, la formula da utilizzare sarà:

$$p = \frac{\sum_{j=1}^{4} \frac{p_j}{d_j}}{\sum_{j=1}^{4} \frac{1}{d_j}}$$

#### 1.4.2 La vulnerabilità

La vulnerabilità esprime la propensione di una struttura a subire un certo livello di danno per un terremoto di una data severità, e può essere valutata a livello dei singoli edifici, del sistema urbano o di una rete infrastrutturale.<sup>13</sup>

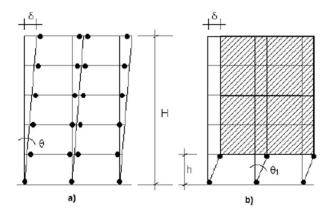
La vulnerabilità sismica di una struttura viene valutata sulla base delle scelte progettuali, dell'utilizzo dei materiali, luogo di realizzazione e vicinanza con altri edifici, ponendo l'attenzione tanto sugli elementi strutturali quanto su quelli non strutturali, che contribuiscono in misura a volte rilevante sulla mitigazione dei danni causati da eventi sismici.

Il concetto di vulnerabilità di un edificio è strettamente collegato a quello di duttilità strutturale globale, intesa (nel caso di un edificio a telaio) come la capacità di manifestare un alto numero di cerniere plastiche, preferibilmente nelle sezioni di estremità delle travi e nelle sezioni di base dei pilastri: solo in questo modo un edificio subirà un tipo di collasso duttile, ossia un collasso che manifesta un "preavviso", dettato appunto dalla formazione delle cerniere plastiche. Un preavviso di questo genere può risultare di fondamentale importanza quando, in presenza di un evento sismico, si ha bisogno di tempo affinché gli occupanti vengano messi in salvo. Inoltre, la formazione di cerniere plastiche contribuisce ad un effetto dissipativo, che consente, talvolta, di evitare il collasso di una struttura, anche se questa è gravemente danneggiata. Ad un comportamento duttile se ne contrappone uno di tipo fragile, caratterizzato dall'assenza di alcun preavviso, come ad esempio collassi dovuti ad azioni di taglio nelle travi, oppure in caso di formazione di cerniere plastiche nei pilastri.

Nell'ottica di progettare le nuove strutture attribuendo un adeguato grado di duttilità, viene utilizzato oggi il metodo della gerarchia delle resistenze, o *capacity design*, prescritto dalle NTC-08. Questo metodo si concretizza in una progettazione finalizzata ad accettare che la struttura si danneggi, ma che il danno venga manifestato attraverso la formazione di cerniere plastiche in sezioni particolari, come appena spiegato: dettare una gerarchia tra le resistenze significa quindi stabilire una gerarchia tra i vari meccanismi di collasso degli elementi strutturali, anteponendo il collasso a flessione delle travi, per evitare il collasso dei pilastri, in particolar modo se causato dal taglio.

Inoltre, la duttilità di una struttura viene incrementata ponendo, in fase di progettazione, particolare attenzione ai particolari costruttivi, come i nodi trave-pilastro. Se ben progettati, i nodi di un telaio saranno in grado di manifestare una rotazione plastica tale da permettere la formazione delle altre cerniere plastiche in tutta la struttura, affidando così un'adeguata duttilità locale. Infine, nella progettazione si deve cercare di rispettare il criterio di regolarità sia in pianta in altezza, in modo da evitare eccentricità nelle masse tali da instaurare comportamenti rotazionali della struttura, quando sottoposta ad eventi sismici.

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Ceravolo R., Appunti del corso di Ingegneria Sismica, Politecnico di Torino



**Figura 1.9** – a) Meccanismo di plasticizzazione ottimale di un edificio intelaiato, attuato mediante la formazione di cerniere plastiche nelle sezioni di estremità delle travi e nelle sezioni di base dei pilastri (capacity design); b) meccanismo di plasticizzazione delle sezioni dei pilastri, da evitare

La valutazione della vulnerabilità sismica di un edificio si conduce in vari modi. Si può effettuare una stima qualitativa, basandosi sui rilievi dell'edificio e sui materiali e metodologie costruttive, oppure si possono utilizzare complesse analisi numeriche utilizzanti metodi di calcolo lineari o non lineari, atte a restituire risultati più accurati.

Negli edifici in muratura la vulnerabilità sismica può essere valutata mediante un metodo semplificato prescritto nella Scala Macrosismica Europea (EMS). Nell'EMS la vulnerabilità è attribuita secondo una scala di sei classi, da V<sub>1</sub> a V<sub>6</sub>, assegnata in base alla tipologia strutturale che meglio descrive l'edificio. Oltre questo, nella tabella vengono elencati tutti i possibili discostamenti dalla classe di vulnerabilità assegnata, a causa di fenomeni di degrado o di scarsa qualità costruttiva.<sup>14</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> CONSEIL DE L'EUROPE, *Cahiers du Centre Europeén de Géodynamique et de Séismologie*, Volume 15, European Macroseismic Scale 1998, Editor G. GRUNTHAL, Luxembourg 1998.

	TIPOLOGIA STRUTTURALE INERTI / MAGLIA MURARIA	PECULIARITÀ CARATTERISTICHE DELLA TIPOLOGIA STRUTTURALE	CLASSE MEDIA DI VULNE- RABILITÀ GLOBALE	POSSIBILI MECCANISMI LOCALI	PECULIARITÀ NEGATIVE PER LA VULNERABILITÀ LOCALE/GLOBALE	PAS- SAGGIO DI CLASSE
	pietra grezza	Legante di cattiva qualità e/o assente     Orizzontamenti di legno o comunque caratterizzati da scarsa rigidezza e/o resistenza nel proprio piano medio e scarsamente collegati con le pareti portanti	V <sub>6</sub>			
МИВАТИВА	mattoni di terra cruda (adobe)	Orizzontamenti di legno o di mattoni ma comunque caratterizzati da scarsa rigidezza e/o resistenza nel proprio piano medio e scarsamente collegati con le pareti portanti     Eventuale presenza di telai di legno	V <sub>6</sub>			
	pietra sbozzata	<ul> <li>Accorgimenti per aumentare la resistenza (ad es. listature).</li> <li>Orizzontamenti di legno o comunque caratterizzati da scarsa rigidezza e/o resistenza nel proprio piano medio e scarsamente collegati con le pareti portanti</li> </ul>	V <sub>5</sub>	Ribaltamento	Scarsa qualità costruttiva     Elevato degrado e/o danneggiamento     Spinte orizzontali non contrastate	da Vs
	mattoni o pietra lavorata	Orizzontamenti di mattoni o di legno caratterizzati da scarsa rigidezza nel proprio piano medio e scarsamente collegati con le pareti portanti	Vs	delle pareti	Pannelli murari male ammorsati tra loro     Orizzontamenti male ammorsati alle pareti     Aperture di elevate dimensioni intervallate da maschi di ridotte dimensioni	a V <sub>6</sub>
	pietra massiccia per costruzioni monumentali	Orizzontamenti a volta o di legno caratterizzati da scarsa rigidezza e/o resistenza nel proprio piano medio	Va	Meccanismi parziali o di piano	<ul> <li>Presenza di numerose nicchie che riducono significativamente l'area resistente della muratura</li> <li>Pareti di elevate dimensioni (larghezza e altezza) non controventate a sufficienza</li> </ul>	da V <sub>4</sub> a V <sub>5</sub>
	mattoni + solai d'elevata rigidezza nel proprio piano medio	<ul> <li>Funzionamento scalolare della costruzione</li> <li>Orizzontamenti di calcestruzzo armato o comunque caratterizzati da elevata rigidezza nel proprio piano medio ben collegati alla muratura</li> </ul>	V <sub>4</sub>	Ribaltamento delle pareti Meccanismi parziali o di piano	Scarsa qualità costruttiva Elevato degrado e/o danneggiamento Pannelli murari male ammorsati tra loro Orizzontamenti male ammorsati ale pareti Pannelli murari a doppio strato con camera d'aria Assenza totale o parziale di cordoli Aperture di elevate dimensioni intervallate da maschi di ridotte dimensioni Presenza di numerose nicchie che riducono significativamente l'area resistente della muratura Parett di elevate dimensioni (larghezza e altezza) non controventate a sufficienza	da V4 a V5
	armata e/o confinata	Elevata qualità delle muratura, rinforzata da reti o barre di acciaio, e/o realizzata tra travie colonne che la racchiudono in corrispondenza di tutti e quattro i lati Orizzontamenti di calestruzzo armato o comunque caratterizzati da elevata rigidezza nel proprio piano medio	V <sub>3</sub>	Meccanismi dovuti, ad esempio, ad un'errata disposizione degli elementi non strutturali che possono ridurre la duttilità globale	Scarsa qualità costruttiva Elevato degrado o danneggiamento Elevata irregolarità in pianta e/o in altezza Presenza numerosa di elementi non-strutturali che modificano negativamente il comportamento locale e/o globale Aperture di elevanti dimensioni intervallate da maschi di ridotte dimensioni Paretti di elevate dimensioni (larghezza e altezza) non controventate a sufficienza	da V <sub>3</sub> a V4

**Tabella 1.1** – Tabella per l'assegnazione della classe di vulnerabilità sismica di un edificio in muratura, in relazione alla tipologia costruttiva e i discostamenti dovuti a degrado e scarsa qualità costruttiva<sup>15</sup>

#### 1.4.3 L'esposizione

Si dice esposizione la consistenza, la dislocazione, qualità e valore dei beni e delle attività appartenenti ad un territorio, che possono essere interessate da un evento sismico, incluse attività economiche e produttive, edifici e densità di popolazione.<sup>16</sup>

Quello di esposizione è un concetto che non è particolarizzato al singolo edificio, ma che tiene in conto del contesto di un territorio. Durante un terremoto, le persone possono essere coinvolte non solo nel danneggiamento degli edifici, ma anche nel dissesto di infrastrutture, in base all'affollamento di queste in determinate ore della giornata ad esempio.

Da alcune statistiche svolte sui principali terremoti nel mondo è stato rilevato che circa il 25 % dei morti causati da un terremoto sono dovuti a danni non strutturali degli edifici (caduta di tramezzi, vetrate, cornicioni, tegole, ecc.) e a fenomeni indotti dal terremoto.<sup>17</sup>

Per la valutazione dell'esposizione bisogna condurre un'analisi sulla distribuzione e sulla realtà socioeconomica di una popolazione, che generalmente viene fatta attraverso un

<sup>15</sup> http://biblus.acca.it/focus/linee-guida-classificazione-sismica-degli-edifici/

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> Ceravolo R., Appunti del corso di Ingegneria Sismica, Politecnico di Torino

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup>http://www.protezionecivile.gov.it/jcms/it/descrizione\_sismico.wp;jsessionid=4BF74DA22D1FA4B523FF C83974763DC6.worker3?pagtab=3#pag-content

approccio semplificato, attraverso diversi possibili metodi. Uno tra questi consiste nel calcolo dell'indice di esposizione I<sub>e</sub> con la formula:

$$I_e = I_u * I_f$$

dove:

- I<sub>f</sub> è l'indice di funzione, ricavato da considerazioni qualitative sulle funzioni praticate all'interno degli edifici,
- I<sub>u</sub> è l'indice di utenza, ottenuto valutando il numero di utenti presenti all'interno dell'edificio e la loro capacità di reazione ad eventi straordinari, in relazione all'età. Inoltre, l'indice di utenza è funzione del cosiddetto indice di affollamento I<sub>co</sub>, che misura appunto l'affollamento dell'edificio.<sup>18</sup>

#### 1.4.4 Gli stati limite

La valutazione del rischio sismico rappresenta un fattore di fondamentale importanza nella protezione del patrimonio tutelato. Si consideri che gran parte di questi tipi di edifici come gli altri edifici esistenti, sono stati costruiti in un periodo in cui le conoscenze non erano così approfondite come lo sono oggi. Inoltre, prima della forte diffusione del calcestruzzo armato nelle costruzioni, gli edifici erano principalmente costruiti in muratura, un materiale relativamente pesante e poco idoneo all'utilizzo in zone sismiche, se non impiegato utilizzando specifici accorgimenti per migliorare il comportamento sismico delle strutture.

Con l'entrata in vigore delle Norme Tecniche per le Costruzioni del 2008, la sicurezza e le prestazioni delle nuove costruzioni sono valutate con riferimento agli stati limite:

- Stato Limite Ultimo (SLU), il quale superamento riguarda un collasso irreversibile, in grado di mettere in pericolo la sicurezza degli utenti,
- Stato Limite di Esercizio (SLE), il quale superamento è reversibile e connesso ai requisiti di esercizio previsti.

Per le costruzioni esistenti invece, nel capitolo 8 vengono marcati gli aspetti fondamentali:

"La valutazione della sicurezza e la progettazione degli interventi su costruzioni esistenti devono tener conto dei seguenti aspetti:

- la costruzione riflette lo stato delle conoscenze al tempo della sua realizzazione;
- possono essere insiti e non palesi difetti di impostazione e di realizzazione;

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> Polidoro B., *La valutazione della vulnerabilità sismica: il caso di Pettino (AQ)*, Tesi di Laurea Specialistica in Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università degli Studi di Napoli Federico II, 2009/2010

- la costruzione può essere soggetta ad azioni, anche eccezionali, i cui effetti non siano completamente manifesti;
- le strutture possono presentare degrado e/o modificazioni significative rispetto alla situazione originaria."<sup>19</sup>

Le NTC 2008 inoltre introducono gli stati limite ultimi SLU con riferimento alla condizione di salvaguardia della vita umana (SLV), o in alternativa alla condizione di collasso (SLC).

Per ciò che riguarda gli edifici tutelati invece, nella Direttiva P.C.M. del 12 ottobre 2007 si definiscono gli stati limite di riferimento per il patrimonio culturale e tutti i casi nei quali è richiesta una valutazione degli stessi:

"SLU (stato limite ultimo) - Sotto l'effetto dell'azione sismica di riferimento, caratterizzata da una probabilità di superamento del 10% in 50 anni e definita al successivo punto 3, opportunamente modulata in termini di differenti probabilità di eccedenza o di coefficiente di importanza (v. tab. 2.1), la struttura, pur subendo danni di grave entità, mantiene una residua resistenza e rigidezza nei confronti delle azioni orizzontali e l'intera capacità portante nei confronti dei carichi verticali.

SLD (stato limite di danno) – Sotto l'effetto dell'azione sismica, caratterizzata da una probabilità di superamento del 50% in 50 anni e definita al successivo punto 3, opportunamente modulata in termini di differenti probabilità di eccedenza o di coefficiente di importanza (v. tab. 2.2), il manufatto nel suo complesso non subisce danni gravi che ne giustifichino l'interruzione di uso in conseguenza di eventi sismici che abbiano una maggiore probabilità di occorrenza rispetto a quella della azione sismica di riferimento per lo stato limite ultimo.

SLA (stato limite di danno ai beni artistici) – I beni artistici contenuti nel manufatto (apparati decorativi, ecc.) subiscono in occasione di un terremoto di livello opportuno (in genere quello preso in considerazione per lo stato limite di danno), danni di modesta entità, tali da poter essere restaurati senza una significativa perdita del valore culturale.

Γ		7
/		1

*In conclusione:* 

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> NTC 2008 – D.M. 14 gennaio 2008 e Circolare 2 febbraio 2009, n. 617, in materia di "Norme Tecniche per le Costruzioni integrate con la Circolare applicativa", paragrafo 8.2

- la valutazione nei riguardi dello SLU è richiesta per ciascun manufatto tutelato, anche se non soggetto ad uso, in quanto garantisce la salvaguardia degli occupanti e la conservazione del manufatto;
- la valutazione nei riguardi dello SLD è richiesta nei seguenti casi:
  - o a livello complessivo, per i manufatti tutelati di cui si vuole garantire la funzionalità dopo il terremoto, in relazione al loro uso;
  - o esclusivamente a livello locale, nelle parti in cui sono presenti beni tutelati di valore artistico; in presenza di beni artistici di particolare rilevanza, gli organi di tutela potrebbero richiedere un livello di protezione sismica più elevato, al limite corrispondente al raggiungimento dello SLD per un'azione sismica per la quale è in genere richiesto il rispetto dello SLU.
- la valutazione nei riguardi dello SLA è richiesta nelle situazioni specifiche definite dall'Amministrazione competente (ad esempio quando il danno agli apparati decorativi ritenuti particolarmente significativi dall'Amministrazione può verificarsi anche in assenza di un danno strutturale."<sup>20</sup>

#### 1.5 Normativa per la protezione del patrimonio architettonico tutelato

Come appena visto, per la sicurezza dei beni appartenenti al patrimonio tutelato sono stati definiti tre stati limite di riferimento, in relazione alle NTC 08 con relativa Circolare e al Decreto P.C.M. del 2007. Tuttavia, il percorso che ha portato alla redazione delle odierne Norme e Decreti, ha attraversato delle tappe nel tempo, rappresentate dall'emanazione di Decreti e Norme, di cui se ne elencano le più importanti:

- Legge n. 386 del 27 giugno 1907. Questa fu una delle prime leggi riguardanti i beni di valore storico-artistico, emanata quando ancora l'Italia era una monarchia, sotto il Re Vittorio Emanuele III. In questa legge si attribuiva il ruolo della tutela degli interessi archeologici ed artistici a:
  - Soprintendenze ai monumenti;
  - Soprintendenze agli scavi e ai musei archeologici;
  - Soprintendenze alle gallerie, ai musei medioevali e moderni e agli oggetti d'arte
- Legge n. 778 dell'11 giugno 1922. Ancora sotto la monarchia di Vittorio Emanuele III, in questa legge, nell'art.1, si dichiara:

"Sono dichiarate soggette a speciale protezione le cose immobili la cui conservazione presenta un notevole interesse pubblico a causa della loro

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> D.P.C.M. 12 ottobre 2007, in materia di " valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle norme tecniche per le costruzioni

bellezza naturale o della loro particolare relazione con la storia civile e letteraria.

Sono protette altresì dalla presente legge le bellezze panoramiche."<sup>21</sup>

Inoltre, si attribuisce al Ministero dell'Istruzione Pubblica la facoltà di notificare o meno lo status di bene di interesse pubblico ad un immobile.

- Legge n. 1089 del 1° giugno 1939, in cui viene rivolta un'attenzione particolare ai beni mobili ed immobili di interesse storico, archeologico ed artistico, cioè a:
  - "1.a) le cose che interessano la paleontologia, la preistoria e le primitive civiltà:
    - 2.b) le cose d'interesse numismatico;
    - 3.c) i manoscritti, gli autografi, i carteggi, i documenti notevoli, gli incunaboli, nonché i libri, le stampe e le incisioni aventi carattere di rarità e di pregio.

Vi sono pure compresi ville, i parchi e i giardini che abbiano interesse artistico o storico."22

Dopo la redazione delle prime Leggi ne sono state emanate altre, insieme a Decreti ed Ordinanze, volte alla salvaguardia e alla prevenzione del patrimonio tutelato ed in generale degli edifici esistenti, oltre alle disposizioni relative alla valutazione della vulnerabilità e rischio sismico. Al giorno d'oggi, le vigenti normative sono:

- D.P.C.M., Valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale tutelato, del 9 febbraio 2011, con riferimento ad D.M. del 14 gennaio 2008, Norme Tecniche per le Costruzioni e relativa Circolare ministeriale n.617 del 2 febbraio 2009, con all'interno le istruzioni per la loro applicazione. Le disposizioni di questo Decreto provengono dal precedente Decreto P.C.M del 12 ottobre 2007 e dall'Ordinanza 3274 del 2003.
- D.M. 14 gennaio 2008, Norme Tecniche per le Costruzioni, pubblicato sulla Gazzetta Ufficiale n.29 del 4 febbraio 2008, e relativa Circolare del 2 febbraio 2009
- O.P.C.M. n. 3431 del 3 maggio 2005, Norme Tecniche per il progetto, la valutazione e l'adeguamento sismico degli edifici. Quest'ordinanza contiene una revisione delle disposizioni contenute nella precedente O.P.C.M. n. 3274 del 2003;
- Legge n. 42 del 22 gennaio 2004 del Ministero per i beni e le attività culturali, Codice dei beni culturali del paesaggio.

Infine, viene inoltre fatto riferimento, per le costruzioni in muratura, alle seguenti norme:

CEN-ENV 1996-1-1 Euro codice 6, Progettazione delle strutture in muratura, 1998;

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> L. 11 giugno 1922, n. 778, in materia di "Tutela delle bellezze naturali e degli immobili di particolare interesse storico"

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> L. 1 giugno 1939, n.1089, in materia di "Tutela delle cose d'interesse artistico o storico"

- CEN-ENV 1996-1-1 Eurocodice 8, Indicazioni progettuali per la risposta sismica delle strutture, 1998:
- D.M. del 20 novembre 1987, Norme tecniche per la progettazione, esecuzione e collaudo degli edifici in muratura e per il loro consolidamento;
- D.P.C.M. del 12 ottobre 2007 per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale.<sup>23</sup>

#### 1.6 Conoscenza del manufatto ed interventi

La conoscenza dello stato di una costruzione storica riveste un'importanza fondamentale nella determinazione della sicurezza sismica, in particolar modo se si tratta di edifici appartenenti al patrimonio tutelato. Attraverso i vari livelli di conoscenza è possibile altresì pianificare gli interventi di miglioramento o di adeguamento sismico, al fine di evitare, in caso di eventi sismici, perdite irrimediabili. Tuttavia, la progettazione dell'intervento o dell'insieme degli interventi, deve essere valutata anche in relazione all'invasività di questi, in modo da ottenere un buon comportamento in presenza di terremoti senza però compromettere il pregio artistico e storico di un manufatto.

#### 1.6.1 I livelli di conoscenza

L'indagine sulla conoscenza del manufatto rappresenta il primo passo da seguire per la determinazione del livello di conoscenza dell'edificio, e si compone di diverse fasi:

- Identificazione e caratterizzazione funzionale della costruzione. In questa prima fase si individua la struttura nella sua locazione, con riferimento anche al territorio circostante, quindi al contesto in cui è inserita. Inoltre, l'analisi avrà il compito di caratterizzare l'edificio dal punto di vista storico, risalendo alle informazioni sul periodo in cui è stato costruito, ai materiali e alle tecnologie costruttive, oltre ad eventuali interventi o eventi sismici che hanno potuto modificare le caratteristiche dello stesso. È prevista in questa fase un rilievo schematico del manufatto.
- Rilievo geometrico. Qui si passa alle operazioni che consentono di ottenere un rilievo geometrico della costruzione in toto e anche procedendo per i vari livelli, compresi tutti gli elementi in muratura, solai e volte, eventuali elementi di discontinuità e tutto ciò che include i piani interrati e le fondazioni. I rilievi verranno rappresentati sotto forma di piante, sezioni, prospetti e particolari costruttivi. Segue una caratterizzazione dell'edificio dal punto di vista strutturale e dei carichi agenti, in modo da poter condurre un'analisi sismica e creare un modello di calcolo. In quest'ambito le tecniche e le strumentazioni utilizzate per i rilievi possono essere molteplici, sia che venga effettuata un'indagine diretta (endoscopia) o indiretta (termografia, georadar, ecc.): talvolta si possono riscontrare difficoltà nel rilievo di parti dell'edificio difficilmente accessibili, come sommità di torri, campanili oppure di gallerie interrate.
- <u>Il rilievo dei materiali</u>. In questa fase si procede alla caratterizzazione approfondita dei materiali impiegati nella costruzione, quindi il tipo di muratura e l'orditura

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup> Ceravolo R., Corso di aggiornamento sulla normativa sismica, Torino, ottobre-novembre 2005

utilizzata, anche la qualità ed il tipo di malta impiegata. Particolare attenzione viene posta all'individuazione della qualità dei collegamenti, sia tra le varie murature sia tra le murature e gli orizzontamenti (presenza di diatoni), come anche tra le murature ed eventuali elementi spingenti. In questa fase può essere necessario, per indagare a fondo, rimuovere in alcune parti dell'edificio dell'intonaco, così da visualizzare la composizione dei materiali sottostanti: la valutazione del numero di zone in cui attuare questa procedura viene deciso in base al grado di conoscenza da perseguire e all'impatto prodotto sul manufatto. In alternativa è possibile utilizzare tecniche indirette come georadar, termografia, tomografia sonica ecc.

- <u>La caratterizzazione dei materiali</u>. Si procede alla fase in cui si indaga circa le proprietà meccaniche dei materiali, in particolare di muratura e malta. Sebbene possano essere utilizzate tecniche indirette non distruttive (prove soniche ed ultrasoniche), una conoscenza reale delle proprietà meccaniche può essere ottenuta soltanto attraverso tecniche di tipo distruttivo, ossia mediante prove eseguite su piccoli campioni prelevati. In alternativa, è possibile desumere le proprietà meccaniche dei materiali mediante le informazioni presenti in letteratura, cioè facendo riferimento ad analisi su murature dalle caratteristiche simili.
- <u>Aspetti geotecnici</u>. In questa fase si passa ad una caratterizzazione del tipo di suolo su cui è costruita la struttura, insieme al tipo di fondazione e all'interazione del terreno con la struttura. Viene inoltre studiato il suolo da punto di vista dell'instabilità dei versanti e di liquefazione dei terreni. Le prove atte a questi tipi di indagine sono i carotaggi e prove geofisiche.<sup>24</sup>

Nella tabella seguente vengono elencati i requisiti corrispondenti ai tre livelli di conoscenza possibili. In relazione ad ognuno di questi, viene definito un fattore di confidenza, per il quale verranno divisi i valori di resistenza dei materiali, per soddisfare le verifiche sismiche.

llo di conoscenza Geometria Dettagli costrutti		Proprietà dei materiali	FC	
	Limitate verifiche	Limitate indagini	1.35	
Rilievo strutturale				
	Estese ed esaustive verifiche	Estese indagini	1.20	
•		Esaustive indagini	1.00	
		Limitate verifiche  Rilievo strutturale	Limitate verifiche  Limitate indagini  Rilievo strutturale  Estese ed esaustive verifiche  Estese indagini	

**Tabella 1.2** – Requisiti dei livelli di conoscenza e fattori di confidenza associati<sup>25</sup>

<sup>25</sup> O.P.C.M. 3431, 3 maggio 2005, in materia di "Norme Tecniche per il progetto, la valutazione e l'adeguamento sismico degli edifici", All. 2

-

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup>D.M. 14 gennaio 2008, Linee guida per la valutazione e la riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle Norme tecniche per le costruzioni

#### 1.6.2 Adeguamento e miglioramento sismico

I concetti di adeguamento e miglioramento sismico, molto in uso oggi e ai quali sono volte la maggior parte delle indagini sugli edifici esistenti, vennero introdotti per la prima volta nell'ambito dell'emanazione, di quell'insieme di leggi, indicate sotto il nome di "norme sismiche di seconda generazione".

Il D.M. LL.PP. del 2 giugno 1981, emanato a seguito del tragico evento del terremoto dell'Irpinia (1980), riportava la definizione di adeguamento come:

"L'adeguamento antisismico si consegue mediante l'esecuzione di un complesso di opere che rendano l'edificio atto a resistere alle azioni sismiche.

*[...]* 

L'adeguamento antisismico dell'edificio si consegue provvedimenti tecnici intesi a ridurre gli effetti delle azioni sismiche e/o ad aumentare la resistenza dell'organismo edilizio a tali azioni, nonché a ripristinare l'integrità delle strutture danneggiate."<sup>26</sup>

Oggi, facendo riferimento alle NTC-08, si intende con il termine adeguamento sismico, la serie di interventi atti a favorire un comportamento di un edificio esistente, nei confronti delle azioni sismiche, al pari di un edificio di nuova progettazione. Gli interventi di adeguamento sismico sono spesso più onerosi ed invasivi rispetto a quelli di miglioramento, poiché possono interessare l'installazione di sistemi di isolamento e dissipazione o altri interventi complessi, in quanto sono finalizzati al raggiungimento del livello di sicurezza prescritto dalla normativa.

Il miglioramento sismico invece, a differenza dell'adeguamento, ha soltanto il fine di migliorare, nei confronti delle azioni sismiche, il comportamento delle strutture esistenti, non raggiungendo tuttavia i livelli di sicurezza prescritti dalle norme: si tratta di interventi meno dispendiosi dal punto di vista economico, che possono essere anche localizzati su zone particolari, a seconda di quanto emerge dalla fase diagnostica.

Bisogna sottolineare che, secondo la Legge n.42 del 22/07/2004 del Ministero per i Beni Culturali, all'art. 29:

"Nel caso di beni immobili situati nelle zone dichiarate a rischio sismico in base alla normativa vigente, il restauro comprende l'intervento di miglioramento strutturale"<sup>27</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup> D.M. LL.PP., 2 luglio 1981, in materia di "Normativa per le riparazioni ed il rafforzamento degli edifici danneggiati dal sisma nelle regioni Basilicata, Campania e Puglia"

<sup>&</sup>lt;sup>27</sup> D.L. 22 gennaio 2004, n. 42, in materia di "Codice dei beni culturali e del paesaggio, ai sensi dell'articolo 10 della legge 6 luglio 2002, n.37"



**Figura 1.10** – Intervento di adeguamento sismico di un edificio esistente mediante l'inserimento di controventi metallici e dissipatori sismici<sup>28</sup>



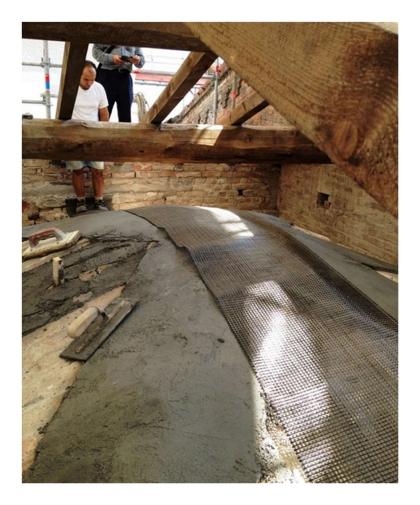
**Figura 1.11** – Intervento di adeguamento sismico mediante l'incamiciatura del pilatro per il ringrosso della sezione: si noti come l'ancoraggio delle nuove staffe si attua mediante dispositivi meccanici, come prescritto dalle NTC 08, e non con il metodo tradizionale<sup>29</sup>

20

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup> http://icometprogetti.com/it/adeguamento-sismico-strutture-esistenti/#

 $<sup>^{29}</sup> http://www.structuralweb.it/cms/it1209-per-1% E2\%80\%98 adeguamento-sismico-di-strutture-in-calcestruzzo-armato-.asp$ 

Questa legge quindi esclude, per gli edifici appartenenti al patrimonio tutelato, interventi di adeguamento sismico, limitandosi al solo miglioramento, in modo da non compromettere il pregio storico-artistico del manufatto.



**Figura 1.12** – Interventi di miglioramento sismico della Chiesta di San Bassiano, a Pizzighettone (CR). La volta viene rinforzata mediante l'utilizzo di un materiale composito FRCM<sup>30</sup>

Gli interventi di miglioramento possono appartenere alle seguenti categorie generali:

- Rinforzo, sostituzione o ricostruzione di elementi, o anche aggiunta di elementi che modifichino la composizione strutturale (setti in c.a., cordoli in c.a., pareti di controvento in acciaio ecc.); si includono modifiche atte all'eliminazione di elementi particolarmente vulnerabili, come anche irrigidimento dei solai ecc.;
- Trasformazione di elementi non strutturali in elementi strutturali, favorita ad esempio dall'incamiciatura in c.a. di tamponature non portanti;

<sup>&</sup>lt;sup>30</sup>https://www.archiproducts.com/it/notizie/ruredil-x-mesh-c10-per-il-consolidamento-statico-e-miglioramento-sismico-della-chiesa-di-san-bassiano 36166

- Alleggerimento della struttura, atto a conferire un miglior comportamento in presenza di azioni sismiche;
- Introduzione di strutture di controvento e/o dissipative;
- Cambio di destinazione d'uso di un edificio.

Inoltre, possibili interventi di miglioramento possono riguardare l'incremento della regolarità dell'edificio, e il miglioramento del grado di immorsamento dei solai con le murature, e tra le murature adiacenti.



**Figura 1.13** – Intervento di miglioramento sulla copertura lignea della Chiesa di Campagnola Emilia (RE) mediante l'impiego di tiranti metallici<sup>31</sup>

.

<sup>&</sup>lt;sup>31</sup> http://www.cpr-ingegneria.it/project/chiesa-parrocchiale-campagnola-emilia-re/#!

#### 2 Il Paraboloide di Casale Monferrato

#### 2.1 Cenni geografici e storici

Il Monferrato è una regione, facente parte del Piemonte, che si estende per circa 300.000 ettari, ed è delimitata entro i seguenti confini geografici:

- a nord dal tratto di Po tra Chivasso e Valenza;
- a sud dai confini delle province di Asti e Cuneo;
- a ovest da Chieri e dalle colline vicino a Torino;
- a est dal fiume Bormida e dalla Pianura Alessandrina.<sup>32</sup>

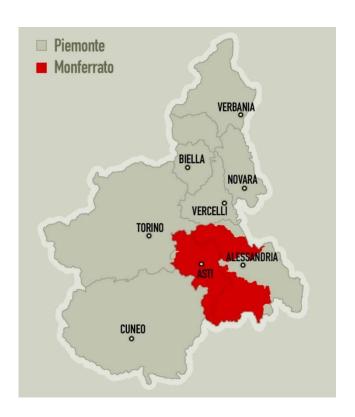


Figura 2.1 – Confini geografici della regione del Monferrato<sup>33</sup>

In realtà, appare piuttosto difficile determinare con esattezza i confini geografici di questa regione, se si considera che il Monferrato ha subito, durante oltre dieci secoli di storia, una

-

<sup>&</sup>lt;sup>32</sup> https://www.casenelverde.eu/geografia-del-monferrato/

<sup>33</sup> https://www.viniastimonferrato.it/il-territorio/

serie di trasformazioni geopolitiche. Non a caso esistono località, come ad esempio Belforte Monferrato, situate al di là dei confini oggi riconosciuti, ma aventi ugualmente la denominazione "Monferrato": in particolare, questa città è situata oltre Ovada, a meno di 10 chilometri tra Piemonte e Liguria. La situazione è analoga per località quali Spigno Monferrato e Villanova Monferrato.<sup>34</sup>

La città di Casale si trova nella regione detta del "Basso Monferrato", o Monferrato settentrionale, che coincide con le colline che si estendono da Moncalieri a Valenza, con le colline di Asti e Casale.

L'edificio è situato, come mostrato dall'immagine da satellite in figura 2.2, nella zona a Sud della città di Casale Monferrato, nelle immediate vicinanze di Piazza d'Armi e del Parco della Cittadella, oltre che della stazione di Casale Monferrato.



Figura 2.2 – Ubicazione del Paraboloide nella città di Casale Monferrato, tratta da Google Maps<sup>35</sup>

Agli inizi del '900 la città di Casale contava circa 20.000 abitanti (considerando il solo centro urbano senza le località limitrofe) e si presentava come una città florida e ricca. Gran

.

<sup>34</sup> http://www.monferrini.com/articoli/Monferrato 2.pdf

<sup>35</sup> https://www.google.it/maps/@45.1339163,8.4485668,1685m/data=!3m1!1e3

parte dell'economia casalese si basava sugli stabilimenti cementiferi che, all'epoca, lavoravano a pieno regime, ad un livello tale che la città si fece attribuire il nome di "capitale del cemento". Tra le aziende di maggiore rilievo proprietarie degli stabilimenti si ricordano la Società Anonima Calce e Cementi, Soc. Cementi di Casale Popolo, Italiana Cementi di Ozzano che, insieme ad altre per un totale di 17 ditte, arrivavano a produrre circa un milione di quintali di cemento all'anno. La produzione arrivò a quasi cinque milioni nel 1912. <sup>36</sup>

È in questo contesto storico che, negli anni '30 venne costruito il Paraboloide di Casale, con funzione di accumulo di clinker, di cui fu proprietaria la ditta Italcementi di Bergamo. La progettazione fu affidata all'ingegnere Luigi Radici, membro del consiglio della stessa azienda. In realtà l'edificio con volta cilindrica faceva parte di un complesso ben più ampio, che comprendeva grandi palazzi adibiti ad uffici ed un fabbricato con dei camini; tutti gli edifici del complesso vennero in seguito demoliti, ad eccezione del Paraboloide.<sup>37</sup>

Questo complesso, chiamato complesso "Robatti", era costituito da "un ampio fabbricato nel quale trovano posto gli uffici della Direzione; di scuderie e rimesse per ricovero cavalli e carri occorrenti ai varii servizi secondari degli stabilimenti; di locali d'abitazione per impiegati e sorveglianti; di altre due case pel peso e pel ricovero di ferramenta ed attrezzi varii; d'ampi tettoie per porre al riparo la materia prima, la materia cotta, per eseguire le cernite di quest'ultima e permettere il servizio permanente dei forni; di magazzini convenienti per deposito e stagionatura del cemento macinato; di una officina munita di tutte le principali macchine per la lavorazione meccanica del ferro e del legno (tornii, piallatrici, trapani, seghe a nastro, ecc.) nella quale sono costantemente occupati non meno di otto operai, che eseguiscono tutte le riparazioni occorrenti ai macchinismi degli stabilimenti e delle cave e provvedono ai varii accessorii dell'industria in questione. Havvi inoltre il grande fabbricato comprendente tutti i meccanismi necessari per la lavorazione della pietra da cemento cotta". 38

#### 2.2 Il comportamento strutturale

Si descrive ora il comportamento strutturale del Paraboloide, seguendo il percorso compiuto dai carichi statici, andando ad analizzare nel dettaglio ogni gruppo di elementi strutturali.

Nel complesso, l'edificio ricopre una luce di circa 52 m in lunghezza e, considerando solo i muri di base, una larghezza di circa 23 m. Se invece si tiene conto anche dell'ingombro laterale delle due pensiline, si raggiunge una larghezza totale di circa 28 m. In altezza, la sola copertura parabolica raggiunge quasi i 13 m, mentre, includendo anche la galleria

33

<sup>&</sup>lt;sup>36</sup> Angelino L., Beltrame C. et al., *Un secolo di Monferrato*, Villanova Monferrato, Diffusioni Grafiche spa, 1999

<sup>&</sup>lt;sup>37</sup> Marne, cave, cementifici nel Monferrato casalese, Atti e Rassegna tecnica della società degli ingegneri e degli architetti in Torino, n. 144, Aprile 2011

<sup>&</sup>lt;sup>38</sup> Arlorio A., Cementi Italiani, parte 2, Milano, Ulderico Hoepli Editore, 1893

sovrapposta e la torre adiacente il timpano ad Est, il punto più alto dell'edificio, si parla di un'altezza totale di quasi 17 m.

#### Copertura con galleria sovrastante

Guardando l'edificio dall'esterno, subito si nota la galleria posta al di sopra della copertura del Paraboloide (figura 2.3).



**Figura 2.3** – Vista esterna del Paraboloide, che mostra la lunga galleria sulla sommità, e che corre per tutta la lunghezza della copertura

La galleria è formata da travetti longitudinali e verticali, posti al di sotto di una sottile copertura formata da due falde, e corre lungo tutta l'estensione longitudinale della struttura, fino ad innestarsi con la torre. Dall'interno dell'edificio (figura 2.4) si vedono una serie di aperture rettangolari, che servivano a scaricare il clinker, una volta che questo era sollevato da terra fino alla galleria.



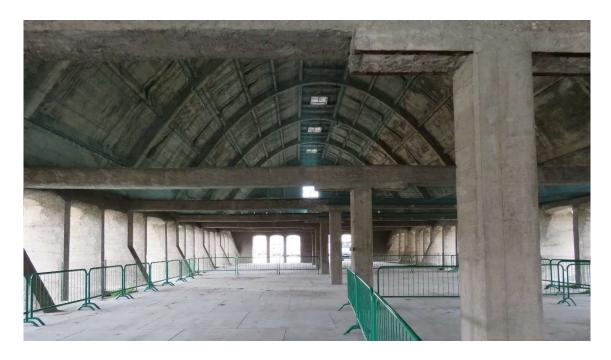
**Figura 2.4** - Vista dall'interno del Paraboloide, nella quale si mostra una delle aperture che rendono comunicanti l'interno dell'edificio con la galleria sovrastante

Sempre guardando dall'interno della struttura si può apprezzare, come mostrato in figura 2.5, l'orditura di travi che costituisce l'irrigidimento del guscio esterno. Trasversalmente, si ripetono una serie di travi ad arco parabolico, larghe 30 cm, che si estendono fino ai pilastroni di base. Longitudinalmente invece si vedono lunghi travetti che collegano gli archi parabolici tra di loro e vanno da un timpano all'altro della struttura. Alla luce di questo sistema costruttivo, guardando la copertura come una volta cilindrica, si può dire che il comportamento sia di tipo trave lungo il piano delle direttrici (direzione longitudinale), mentre sia di tipo arco lungo i piani delle generatrici (archi parabolici). Il guscio invece, possiede un comportamento di tipo membranale, causato dalla sua elevata sottigliezza, in grado di trasmettere quindi esclusivamente sforzi di tipo assiale.

Si ricorda che le membrane sono strutture bidimensionali, in generale dotate di doppia curvatura, prive di rigidezza flessionale, in grado di trasmettere soltanto sforzi di trazione nel piano tangente. Al contrario, si parla di volte sottili se gli sforzi sono di compressione. Di conseguenza, le membrane hanno una rigidezza a compressione nulla, così come le volte sottili sono dotate di una rigidezza a trazione nulla<sup>39</sup>.

-

<sup>&</sup>lt;sup>39</sup> Carpinteri A., Scienza delle Costruzioni II, Pitagora Editrice Bologna, 1992



**Figura 2.5** – Vista interna del Paraboloide, nella quale si nota la composizione della copertura con archi parabolici e travi longitudinali, a sostegno del guscio sottile

Dal punto di vista analitico, le membrane e le volte sottili non sono altro che un caso particolare di lastre a doppia curvatura, ottenute considerando la presenza delle sole forze  $N_s$  dirette lungo i meridiani e  $N_\theta$  lungo i paralleli, mentre si indicano con u e v gli spostamenti diretti rispettivamente lungo il meridiano ed ortogonali alla superficie media. Le equazioni cinematiche e statiche si presentano come:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_s \\ \varepsilon_\theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{ds} & \frac{1}{R_1} \\ \frac{sen\alpha}{r} & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{ds} & -\frac{sen\alpha}{r} \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_s \\ N_\theta \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ F_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

In particolare, dalla seconda equazione statica è possibile ottenere la relazione fondamentale delle membrane e volte sottili che lega gli sforzi alle curvature:

$$\frac{N_S}{R_1} + \frac{N_{\theta}}{R_2} = F_n$$

con R<sub>1</sub> e R<sub>2</sub> curvature della superficie. 40

In figura 2.6 viene inoltre mostrato come, in una volta sottile, r sia il generico raggio del parallelo, mentre  $\alpha$  è l'angolo formato dalla tangente al meridiano con la verticale.

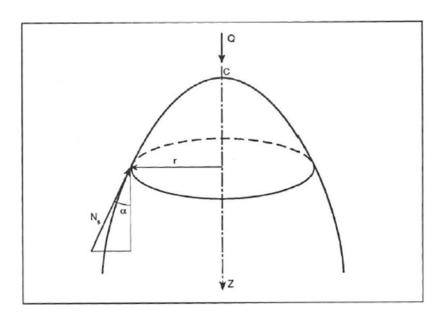


Figura 2.6 – Geometria di una volta sottile<sup>41</sup>

### Pilastroni di base

I pilastroni di base hanno il compito di assorbire i carichi provenienti dalla copertura. Come si vede dalla figura 2.7, rispetto ai classici pilastri con dimensioni in sezione simili tra loro, questi hanno una forma particolare, con una dimensione della sezione trasversale molto più grande dell'altra: questa forma conferisce loro un'elevata rigidezza in direzione trasversale,

<sup>&</sup>lt;sup>40</sup> Carpinteri A., Scienza delle Costruzioni II, Pitagora Editrice Bologna, 1992

<sup>&</sup>lt;sup>41</sup> Carpinteri A., Scienza delle Costruzioni II, Pitagora Editrice Bologna, 1992

adeguata ad assorbire i carichi da vento agenti sulla copertura in quella direzione e le spinte provenienti dagli arconi.



Figura 2.7 – Vista dei pilastroni di base

Esistono essenzialmente due tipi di pilastroni che si ripetono con una sequenza simile. Infatti, fatta eccezione per le campate terminali, adiacenti ai timpani, in una campata tipo (tra due arconi parabolici) sono presenti:

- due pilastroni di spessore 50 cm, su cui ricadono gli arconi parabolici. Questi pilastroni possiedono un'altezza della sezione trasversale che, vicino al solaio di base, aumenta verso l'interno dell'edificio. Solo a questi pilastroni inoltre sono collegate le travi trasversali delle due pensiline che, nel caso della pensilina più grande, disposta a Sud, sono disposte diagonalmente, mentre nell'altra delle due, più piccola e disposta a nord, sono ordite lungo il piano della pensilina stessa;
- due pilastroni di spessore 25 cm, distribuiti nello spazio tra due pilastroni più grandi di 50 cm. Nella luce tra due pilastri di questo tipo giacciono le aperture comunicanti con il sistema di volte del piano interrato (figura 1.2).



**Figura 2.8** – Alternanza tra i due tipi di pilastroni alla base dell'edificio e della connessione con la pensilina sul lato sud

### Timpani

Sulle facciate ovest ed est sono presenti due timpani, di spessore 10 cm per il primo e 13 cm per il secondo, dei quali l'ultimo connesso alla torre.

Sebbene esternamente appaiano come due elementi sottili, con un evidente comportamento membranale, dall'interno si può vedere come anche questi, analogamente alla copertura cilindrica, siano irrigiditi con un sistema di travi verticali ed una orizzontale, per sopperire alla loro mancanza di rigidezza flessionale ed assorbire i momenti che ne causano l'inflessione fuori dal loro piano (figura 2.9).

Superiormente, i timpani sono collegati all'arcone parabolico, anche se, dalla stessa figura 2.9, si riscontra l'assenza di un nodo comune di collegamento tra le travi verticali dei timpani e le travi longitudinali della copertura parabolica.

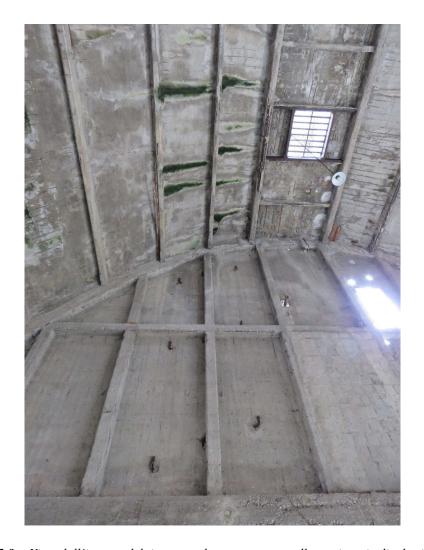


Figura 2.9 – Vista dall'interno del timpano ad ovest connesso alle travi verticali ed orizzontale

### Torre

La torre, mostrata in figura 2.10, è collegata al timpano al lato est dell'edificio. È sorretta da quattro grossi pilastri di dimensioni in sezione di circa 60x60 cm che si elevano fino alla sottile copertura disposta in sommità. Ad unire i quattro pilastri vi sono delle travi orizzontali, di sposte ad intervalli di altezza non regolari.

Sebbene la torre sia evidentemente collegata con il timpano, permangono dei dubbi circa l'effettivo grado di vincolo tra i due elementi quindi la loro effettiva collaborazione nel caso di azioni sismiche. A tal proposito, si avranno ulteriori chiarimenti soltanto a seguito dell'esecuzione di apposite prove in situ. Si parlerà meglio, nel capitolo 4, di come questa incertezza abbia portato alla creazione di un modello nel quale sono presenti dei link rigidi di collegamento tra i due elementi.

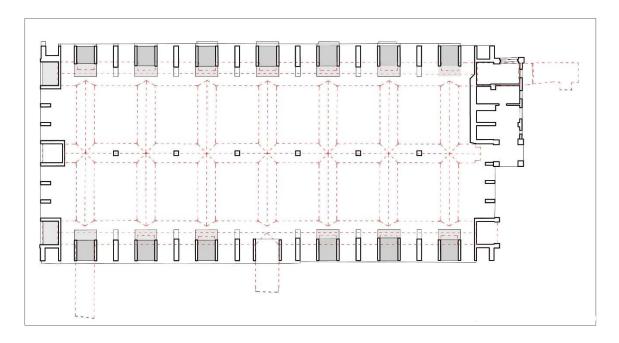


Figura 2.10 – Vista dalla torre collegata al timpano ad est

### Piano interrato

Al di sotto del solaio di base, come accennato prima, vi è una rete di gallerie costituite da volte in cemento armato.

Queste gallerie, come si vede in figura 2.11, costituiscono longitudinalmente tre vie, allineate con i pilastroni di base al di sotto dei timpani, mentre trasversalmente si notano sette vie, posizionate in modo che siano allineate ai pilastroni di base, di spessore 25 cm, che corrono lungo i lati lunghi dell'edificio.

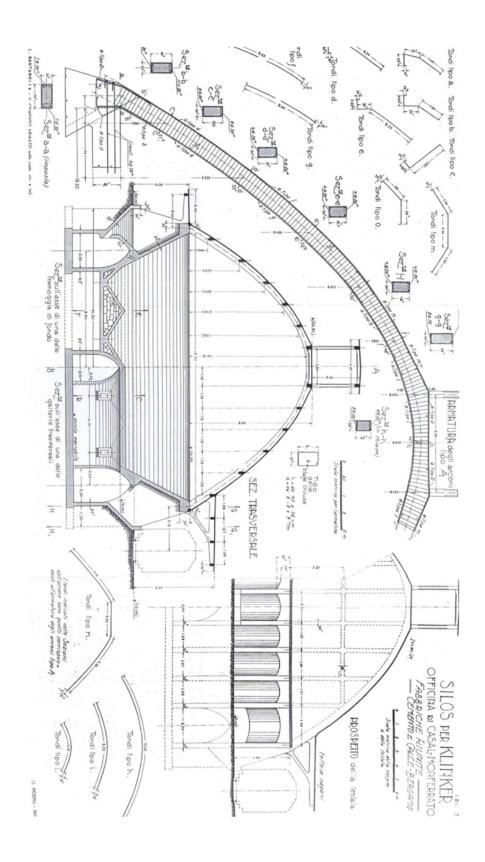


**Figura 2.11** – Sovrapposizione della pianta della struttura in elevazione con la rete di gallerie sotterranee tratteggiate in rosso

Dopo questa descrizione, si vuole sottolineare come i rilievi effettuati dal Laboratorio di Geomatica per i Beni Culturali del Politecnico di Torino siano risultati di fondamentale importanza per la costruzione dei modelli introdotti nel capitolo 4: se ci si fosse basati esclusivamente sulle tavole originali di progetto, il lavoro sarebbe stato sicuramente più arduo e complesso. In figura 2.12 e 2.13 si mostra come, le uniche tavole originali pervenute ad oggi, riportino di fatto informazioni troppo imprecise e frammentarie sulla geometria per creare un modello sufficientemente preciso.

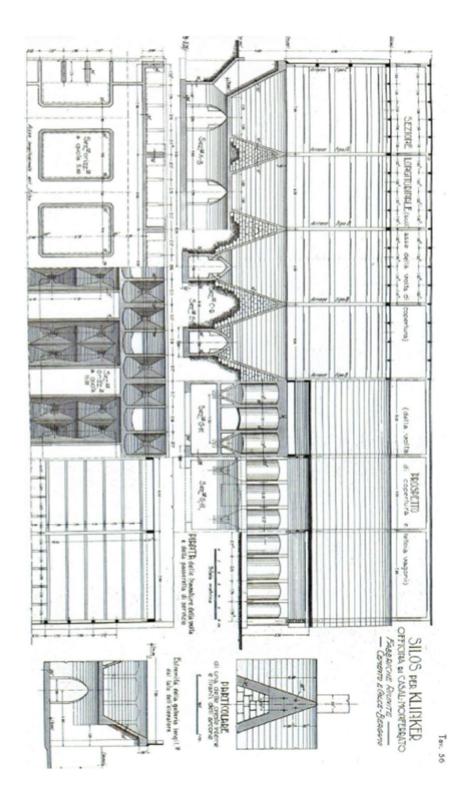
Inoltre, dai rilievi emergono notevoli differenze dalle quote indicate nelle tavole originali. Questo probabilmente è dovuto a più aspetti:

- le tecniche costruttive all'epoca della costruzione del Paraboloide non potevano garantire una precisione tale da favorire un'esatta conformità della costruzione con le dimensioni di progetto;
- l'influenza delle deformazioni a lungo termine.



**Figura 2.12** – Tavola di progetto raffigurante prospetto, sezioni ed informazioni circa le armature in sezioni tipo dell'arcone parabolico<sup>42</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>42</sup> Santarella L., *Il cemento armato nelle costruzioni civili e industriali*, Milano, Hoepli, 1926



**Figura 2.13** – Tavola di progetto raffigurante alcune sezioni<sup>43</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>43</sup> Santarella L., *Il cemento armato nelle costruzioni civili e industriali*, Milano, Hoepli, 1926

## 2.3 La geometria del paraboloide

In questo paragrafo si parlerà del paraboloide nella sua definizione puramente geometrica, così da definirlo e da esporre le differenze che sussistono tra questo ed un'altra forma geometrica che, nel corso della storia, è stata spesso presa come riferimento da molti progettisti, ossia l'arco di catenaria.

Prima di parlare del paraboloide in sé, è utile partire dal generale, cioè definendo le superfici quadriche:

"Si chiama quadrica una superficie algebrica S del  $2^{\circ}$  ordine e pertanto rappresentata, in un sistema di riferimento cartesiano,  $\mathcal{R}(0,x,y,z)$ , da un'equazione (a coefficienti reali) del tipo

$$f(x,y,z) = a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + 2a_{14}x + 2a_{24}y + 2a_{34}z + a_{44} = 0$$

Tuttavia, è possibile rappresentare ogni quadrica detta *propria* rispetto ad un sistema di riferimento  $\mathcal{R} * (0 *, X, Y, Z)$ , in modo da utilizzare una scrittura più semplice, detta forma *canonica*:

$$\alpha X^2 + \beta Y^2 + \gamma Z^2 + \delta = 0$$

oppure

 $\alpha X^2 + \beta Y^2 + 2\delta Z = 0$ 

Considerando la prima delle due equazioni in forma canonica, una quadrica, scritta secondo questa forma, è simmetrica rispetto ai piani coordinati, di conseguenza sarà simmetrica anche rispetto agli assi coordinati. Considerando la seconda equazione, invece, i piani coordinati saranno solo due, quindi un solo asse coordinato di simmetria <sup>45</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>44</sup> Sanini A., *Lezioni di Geometria*, Torino, Levrotto & Bella Gualini T. & C., 1993

<sup>&</sup>lt;sup>45</sup> Sanini A., *Lezioni di Geometria*, Torino, Levrotto & Bella Gualini T. & C., 1993

Il paraboloide quindi viene inquadrato all'interno della famiglia delle superfici quadriche proprie definite con la seconda equazione canonica. In particolare, a seconda dei segni dei coefficienti, si distinguono:

- il paraboloide ellittico (figura 2.14), con equazione

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$$

Nello specifico, se  $a^2 = b^2$  allora è un paraboloide di rotazione, invece se  $a^2 \neq b^2$ , le sue sezioni con piani z=k(k>0) sono ellissi, anziché circonferenze;

- il paraboloide iperbolico o "a sella" (figura 2.15), con equazione

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z$$

Questo, essendo a punti iperbolici, è una quadrica rigata, a differenza del paraboloide ellittico, che invece possiede punti ellittici. Si nota che intersecando un paraboloide iperbolico con il piano y=0 si ottiene una parabola con vertice nell'origine e concavità verso l'alto, invece se il piano di intersezione è x=0, allora la parabola risultante avrà sempre vertice nell'origine e concavità verso il basso<sup>46</sup>.

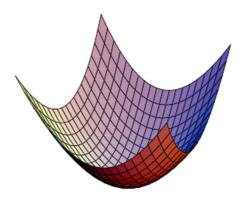


Figura 2.14 – Paraboloide ellittico

<sup>&</sup>lt;sup>46</sup> Sanini A., Lezioni di Geometria, Torino, Levrotto & Bella Gualini T. & C., 1993

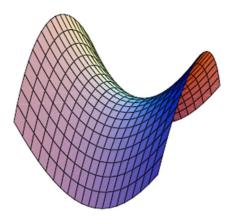


Figura 2.15 – Paraboloide iperbolico o a sella

Appare chiaro, osservando le rappresentazioni grafiche dei due tipi di paraboloide, che il paraboloide ellittico si ottiene facendo traslare una parabola lungo un'altra parabola giacente su un piano perpendicolare alla prima, ma mantenendo lo stesso segno di curvatura. Allo stesso modo, se la parabola originaria e quella direttrice della traslazione hanno curvature di segno opposto, verrà generato un paraboloide iperbolico.

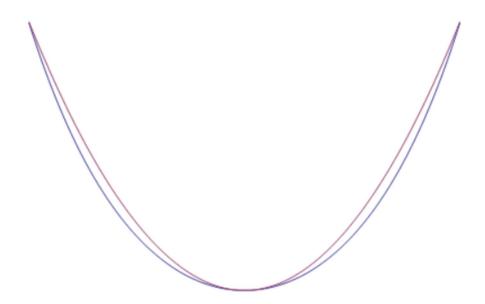
Alla luce di queste definizioni si può affermare che la copertura del Paraboloide di Casale non è un paraboloide, inteso nella sua definizione puramente geometrica. Sarebbe più corretto dire che la copertura viene ottenuta estrudendo una parabola lungo l'asse longitudinale della struttura, quindi si parla di una superficie cilindrica.

#### 2.3.1 Parabola o catenaria?

L'arco di catenaria, detto anche *curva funicolare*, è una forma geometrica ottenuta vincolando una fune ideale, cioè omogenea, flessibile e non estendibile, ai due estremi e facendo sì che questa sia soggetta solo al peso proprio. L'assunzione di questa forma trova ragione nel fine di favorire, in ogni punto della fune, una distribuzione uniforme del suo peso.

Secondo la letteratura uno dei primi a studiare la catenaria fu Galileo Galilei, nel 1638, che erroneamente pensava che la forma di una fune appesa per i suoi estremi e sotto la forza di gravità generasse una forma parabolica. Successivamente Joachim Jungius, nel 1669, dimostrò che di fatto vi era una distinzione tra le due forme geometriche. Nel 1691, quasi contemporaneamente, Huygens, Leibeniz e i fratelli Bernoulli, dimostrarono che tale curva era una curva non algebrica, e fu battezzata dallo stesso Huygens, *catenaria* (che deriva da catena, in riferimento alla caratterizzazione della curva). La curva, anche detta funicolare o

*velaria*, fu studiata anche da Eulero, che scoprì che la sua rotazione, attorno all'asse x, genera una superficie minima tra due circonferenze uguali.<sup>47</sup>



**Figura 2.16** – Confronto grafico tra la catenaria (in blu) e la parabola (in viola): le due curve sono diverse, sebbene in un primo momento fossero state erroneamente considerate analoghe

La catenaria, nella sua definizione analitica, è una curva trascendente, descritta dall'equazione

$$y = \operatorname{acosh}\left(\frac{x}{a}\right) = a\left(\frac{e^{x/a} + e^{-x/a}}{2}\right)$$

dove a, costante, definisce la distanza del punto più basso della curva dall'asse delle ascisse (figura 2.17). Mentre la parabola, com'è noto, è descritta dall'equazione

.

<sup>&</sup>lt;sup>47</sup> http://progettomatematica.dm.unibo.it/Curve%20celebri/modern/catenaria.html

$$y = ax^2 + by + c$$
  $con a \neq 0$ 

se la si considera simmetrica rispetto ad un asse parallelo all'asse y.

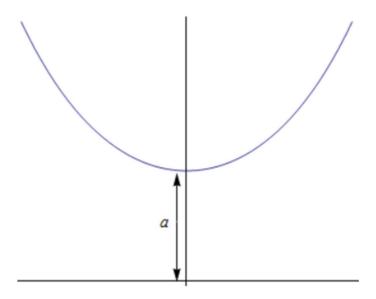


Figura 2.17- Significato grafico della costante a dell'equazione della catenaria

L'equazione della parabola discende dalla sua definizione, ossia quella di essere una curva, nel piano, luogo geometrico di punti equidistanti da un punto detto fuoco e da una retta direttrice. Perciò, al di là delle evidenti differenze analitiche tra catenaria e parabola, è possibile stabilire una distinzione tra le due utilizzando un metodo puramente grafico. Con questo si vuole capire se di fatto, la curva che meglio approssima un arcone dell'edificio in esame, sia più vicina ad una parabola o ad un arco di catenaria.

Il metodo grafico viene applicato dicendo che, se si vuole dimostrare che una curva è una parabola, allora tutti i punti medi di una famiglia di corde parallele tra di loro si trovano su una retta parallela all'asse della parabola stessa<sup>48</sup>.

Se questa condizione viene con buona approssimazione soddisfatta, allora è lecito dire che la forma del Paraboloide è stata creata (a meno di imperfezioni costruttive e deformazioni a lungo termine) facendo riferimento ad una curva parabolica, altrimenti a una catenaria.

-

<sup>48</sup> http://crf.uniroma2.it/quaderni/catenaria/Catenaria.pdf

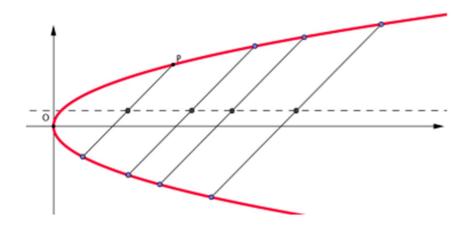
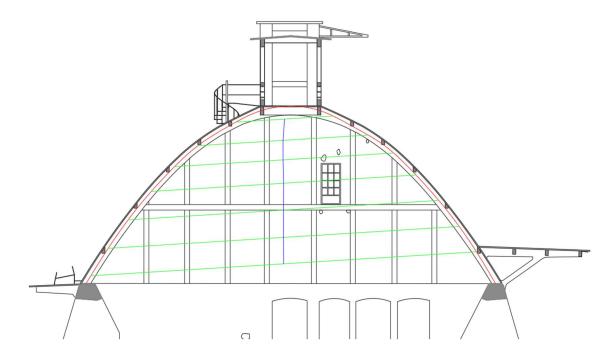


Figura 2.18 – Metodo grafico per determinare se una curva è una parabola<sup>49</sup>

Applicando questo metodo ad una qualsiasi sezione trasversale (figura 2.19), si vede che, una volta tracciata la curva passante per il baricentro dell'arcone (rosso) e tracciate le corde parallele tra di loro (verde), allora il segmento congiungente i punti medi delle corde (blu) si può dire, con buona approssimazione, rettilineo.

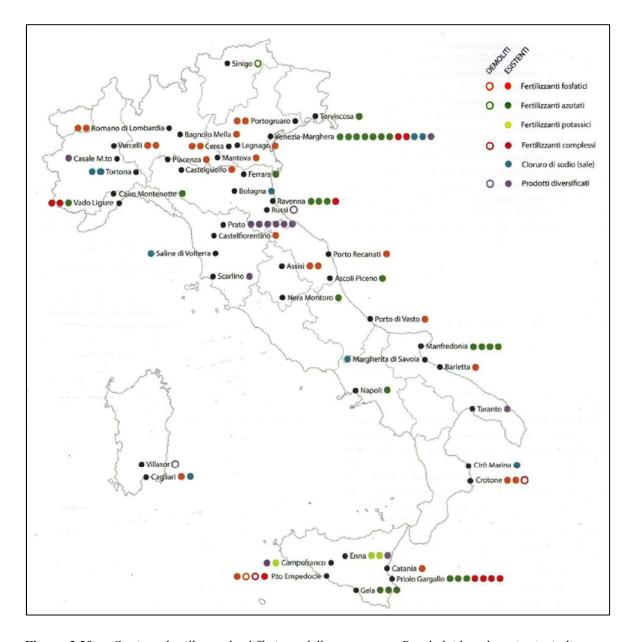


**Figura 2.19** – Metodo grafico applicato al Paraboloide: si nota come la forma dell'arco possa essere definita, con buona approssimazione, costruita a partire da una parabola

<sup>&</sup>lt;sup>49</sup> http://crf.uniroma2.it/quaderni/catenaria/Catenaria.pdf

# 2.4 Edifici con arco parabolico in Italia

Secondo quanto accennato precedentemente, la diffusione nell'utilizzo della forma parabolica per la costruzione di edifici ad uso industriale iniziò a partire dai primi anni del '900, sebbene al giorno d'oggi molte di queste siano lasciate allo stesso stato di abbandono.



**Figura 2.20** – Cartina che illustra la diffusione della struttura a Paraboloide sul territorio italiano e, attraverso i colori, il materiale che veniva stoccato<sup>50</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>50</sup> Modica M., Santarella F., *Paraboloidi in Italia. Un patrimonio dimenticato dell'architettura moderna*, EDIFIR, 2014

In figura 2.20 si mostra come la costruzione dei Paraboloidi abbia toccato in maniera particolare tutta la Pianura Padana e le regioni adriatiche, oltre che la Sicilia; l'utilizzo che se ne faceva riguardava per lo più l'accumulo di fertilizzanti di vari tipi.

Nonostante la diversificazione in tutto il Paese, si può dire che questi mantengano delle caratteristiche architettoniche comuni. Ad esempio, la ripetizione, ogni circa 5 m, dell'arcone parabolico posto al di sotto della copertura. Di fatto quest'ultimo è, dal punto di vista strutturale, un arco a tre cerniere: due poste in corrispondenza della congiunzione tra l'arco ed i pilastroni di base, e la terza in sommità, applicata mediante la creazione di aperture, necessarie a scaricare nell'edificio, il materiale da accumulare. Perciò anche le gallerie rappresentano un elemento accomunante tra i Paraboloidi: queste, come detto prima, erano create appositamente per essere percorse dagli operai che, dopo aver portato in sommità il materiale, lo lasciavano cadere ed accumularsi per gravità.

Nella figura 2.21 si mostrano gli schemi principali che vennero utilizzati nella costruzione dei Paraboloidi:

 1a) Paraboloide comune. È lo schema più semplice e maggiormente utilizzato, che ritroviamo anche nel Paraboloide di Casale. La copertura cilindrica, irrigidita da una serie di arconi, presenta in testa una galleria che costituisce la sconnessione dell'arco;

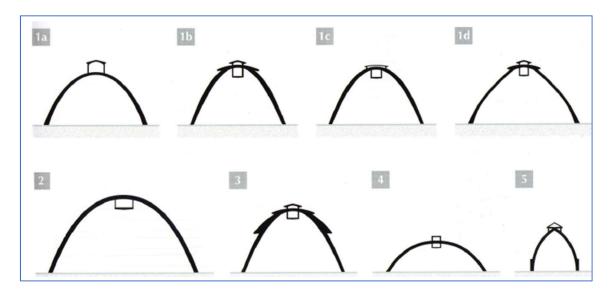


Figura 2.21 – Principali schemi costruttivi dei Paraboloidi italiani<sup>51</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>51</sup> Modica M., Santarella F., *Paraboloidi in Italia. Un patrimonio dimenticato dell'architettura moderna*, EDIFIR, 2014

- 1b) Paraboloide comune con chiave rinforzata. Simile al precedente, in questo schema si nota un rinforzo posto sulla sommità dell'arco, mentre il piano di calpestio della galleria è disposto ad un'altezza inferiore rispetto alla sommità dell'arcone;
- 1c) Paraboloide comune con chiave ribassata. Simile allo schema precedente, non possiede il rinforzo della chiave, e la galleria è inclusa totalmente nel volume interno della struttura;
- 1d) Paraboloide comune tipo "Montecatini". Caratteristico per la forma dell'arcone meno regolare degli schemi precedenti: questa è caratterizzata da un restringimento improvviso nella parte basse dell'edificio. Il nome proviene dal famoso Paraboloide del sito ex Montecatini, la quale forma venne utilizzata per la costruzione di altri edifici di questo tipo, nel periodo storico che va dal 1924/1925 al 1953;
- 2) Paraboloide a copertura continua. Come suggerisce il nome, la copertura di questo tipo di Paraboloide non viene interrotta dalla presenza della galleria utilizzata per lo scarico del materiale, che adesso viene inserita semplicemente come una passerella appesa alla copertura stessa;
- 3) Paraboloide a copertura lamellare. Questo schema costruttivo, utilizzato principalmente nella Pianura Padana negli anni '50, è caratterizzato da una discontinuità nella curva parabolica, attuata mediante l'inserimento di una serie di aperture nella copertura;
- 4) Pseudo-Paraboloide a sesto ribassato. È meno frequente delle tipologie viste in precedenza, tant'è che ne venne costruito soltanto uno a Taranto.
- 5) Pseudo-Paraboloide a sesto acuto. Al contrario dello schema precedente, questo arriva ad essere non più un arco parabolico dotato di una sua continuità bensì l'accostamento si due parabole "spezzate"<sup>52</sup>.

Si farà cenno ora ad alcuni tra i Paraboloidi più importanti e caratteristici in Italia.

### Magazzini del sale, Tortona



**Figura 2.22** – Vista esterna dei due Paraboloidi di Tortona<sup>53</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>52</sup> Modica M., Santarella F., *Paraboloidi in Italia. Un patrimonio dimenticato dell'architettura moderna*, EDIFIR, 2014

<sup>53</sup> http://www.floornature.it/blog/pier-luigi-nervi-e-i-magazzini-del-sale-a-tortona-10679/

Pierluigi Nervi fu l'ingegnere incaricato, negli anni 1950-1951, di elaborare il progetto necessario al recupero dei 100.000 m² del complesso delle una volta officine ALFA (Anonima Lombarda Fonderie Acciaio), dopo i danni inflitti dai bombardamenti della seconda guerra mondiale. L'interno del Paraboloide mostrato in figura 2.23 è solo uno dei due magazzini di sale grezzo realizzati in cemento armato. La loro copertura venne costruita mediante l'utilizzo di apposite casseforme che, come si vede dalla foto, attribuirono questa particolare forma innovativa.<sup>54</sup>



Figura 2.23 – Interno di uno dei due Paraboloidi di Tortona<sup>55</sup>

### Paraboloide di Margherita di Savoia



Figura 2.24 – Interno del Paraboloide di Margherita di Savoia<sup>56</sup>

-

<sup>&</sup>lt;sup>54</sup> http://marcomandirola.blogspot.com/2016/01/pierluigi-nervi-tortona-prima-parte.html

<sup>55</sup> http://www.floornature.it/blog/pier-luigi-nervi-e-i-magazzini-del-sale-a-tortona-10679/#

<sup>&</sup>lt;sup>56</sup> Modica M., Santarella F., *Paraboloidi in Italia. Un patrimonio dimenticato dell'architettura moderna*, EDIFIR, 2014

Anche il Paraboloide di Margherita di Savoia (figura 2.24) (1933-1935) fu uno degli edifici, progettati da Nervi, ideati come magazzini di stoccaggio per il sale.

Come si vede in figura, il Paraboloide di Margherita di Savoia è molto simile a quelli di Tortona: lo scheletro della struttura rimane costituito da questi arconi parabolici connessi tra di loro da lunghe travi longitudinali; tuttavia in quest'ultimo si ritrova una discontinuità lungo la copertura, espediente utile per una maggiore illuminazione interna dell'edificio con luce naturale.

## Paraboloide dell'ex Manifattura Tabacchi, Bologna (1954)



Figura 2.25 – Vista interna del Paraboloide di Bologna<sup>57</sup>

<sup>57</sup> Modica M., Santarella F., *Paraboloidi in Italia. Un patrimonio dimenticato dell'architettura moderna*, EDIFIR, 2014

# Paraboloide di porto Marghera, Venezia-Mestre (1960-1961)



Figura 2.26 – Vista esterna del Paraboloide di Porto Marghera<sup>58</sup>

## Paraboloidi della Montecatini, Assisi (1948-1956)



**Figura 2.27** – Esterno di uno dei due Paraboloidi di Assisi<sup>59</sup>

<sup>58</sup> Modica M., Santarella F., *Paraboloidi in Italia. Un patrimonio dimenticato dell'architettura moderna*, EDIFIR, 2014

<sup>59</sup> Modica M., Santarella F., *Paraboloidi in Italia. Un patrimonio dimenticato dell'architettura moderna*, EDIFIR, 2014

### Paraboloide di Bagnolo Mella, Brescia (1953-1954)



Figura 2.28 – Veduta interna del Paraboloide di Bagnolo Mella<sup>60</sup>

# 2.5 Edifici con arco parabolico in Europa

Si farà ora una panoramica sulle principali strutture, in Europa, costruite mediante l'impiego della forma parabolica in generale. Il periodo storico sotto esame va dal 1940 circa al 1960, escludendo costruzioni che, seppur degne di nota, furono realizzate in un periodo storico troppo lontano da quello in cui venne creato il Paraboloide di Casale.

60 Modica M., Santarella F., Paraboloidi in Italia. Un patrimonio dimenticato dell'architettura moderna,

EDIFIR, 2014

### Ristorante Los Manantiales, Xochimilco, Mexico City

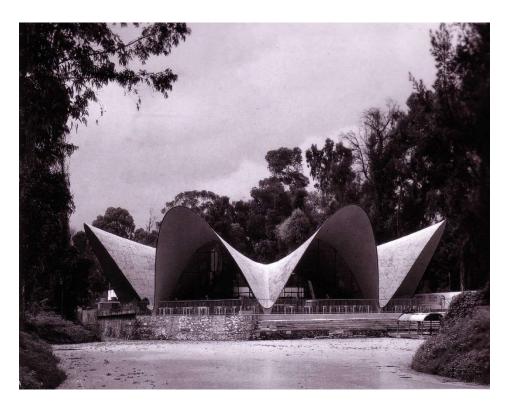


Figura 2.29 – Ristorante Los Manantiales, Xochimilco, Mexico City 61

Costruito nel 1958, questo edificio è stato progettato dall'architetto Felix Candela. La copertura, avente un diametro di circa 42 m ed un'altezza massima di 8,25 m, è stata realizzata attraverso un guscio sottile in cemento armato, con spessore massimo di 4,5 cm. Questa è stata ottenuta intersecando otto paraboloidi iperbolici convergenti verso il centro, ognuno aventi dimensioni di 25x30 m<sup>62</sup>.

<sup>61</sup> https://www.archdaily.com/496202/ad-classics-los-manantiales-felix-candela

<sup>62</sup> https://en.wikiarquitectura.com/building/los-manantiales-restaurant/



Figura 2.30 - Ristorante Los Manantiales durante la fase di costruzione della copertura parabolica<sup>63</sup>

# Cosmic Rays Pavilion, Mexico City



Figura 2.31 - Cosmic Ray Pavilion, Mexico City<sup>64</sup>

https://www.archdaily.com/496202/ad-classics-los-manantiales-felix-candela
 https://www.archdaily.com/158000/ad-classics-cosmic-rays-pavilion-felix-candela

Il Cosmic Rays Pavilion è stato ideato dallo stesso Candela, e costruito nel 1951. L'edificio, avente la funzione di laboratorio per la misurazione dei neutroni, possiede una copertura sottile in cemento armato, ottenuta dall'unione di due paraboloidi iperbolici, per una lunghezza totale di 12 m ed una larghezza di quasi 11 m. Il guscio, che arriva a toccare uno spessore di soli 1,5 cm, viene sostenuto da tre archi parabolici principali, che ne conferiscono maggiore rigidezza.

L'unico piano presente, rialzato rispetto al terreno, poggia su tre archi inferiori, che assicurano il collegamento dell'edificio con la fondazione<sup>65</sup>.

### Chiesa Saint Martin, Donges, Francia



Figura 2.32 - Archi parabolici della Chiesa di Saint Martin, a Donges<sup>66</sup>

65 https://www.archdaily.com/158000/ad-classics-cosmic-rays-pavilion-felix-candela

<sup>66</sup> http://fabricefouillet.com/galerie/corpus-christi-eglises-modernes/

Questa Chiesa di stampo modernista è stata costruita nel 1957 a Donges, in Francia, ad opera dell'architetto Jean Dorian, a seguito dei bombardamenti della seconda guerra mondiale che distrussero il tempio che si ergeva in precedenza.

L'utilizzo degli alti archi parabolici, che più precisamente in questo caso hanno una forma di catenaria, è avvenuto grazie ad una forte influenza di Gaudì, il quale pose la catenaria al centro dei suoi studi e delle sue opere più famose<sup>67</sup>.

# Stazione dei bus di Salto, Uruguay

La stazione de bus di Salto, in Uruguay, è stata costruita nel 1974 dal progettista Eladio Dieste. Possiede una copertura in muratura ottenuta accostando diversi archi parabolici di spessore di circa 7 cm e lunghezza 13,5 m<sup>68</sup>.

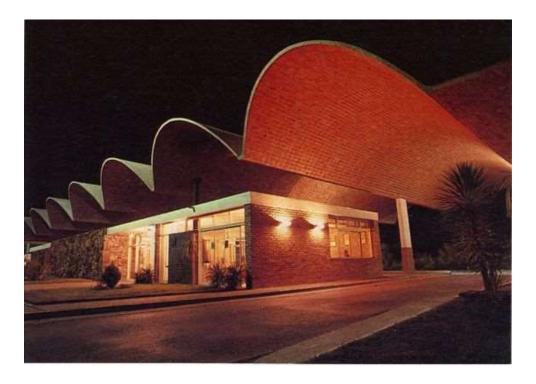


Figura 2.33 - Copertura della stazione dei bus di Salto<sup>69</sup>

<sup>67</sup> https://www.casabatllo.es/novedades/la-influencia-de-gaudi-en-donges-francia/

<sup>68</sup> https://structurae.net/structures/salto-bus-terminal

<sup>&</sup>lt;sup>69</sup> https://it.pinterest.com/pin/504755070717183729/

### Cement Hall, Zurigo



Figura 2.34 - Copertura della Cement Hall, costruita a Zurigo<sup>70</sup>

La Cement Hall fu costruita a Zurigo nel 1939, nell'occasione della Swiss National Exhibition, dall'ingegnere Robert Maillart.

L'opera, in cemento armato, fu costruita con l'intento di dimostrare quanto poco materiale fosse necessario per realizzare una struttura sufficientemente robusta, infatti lo spessore della copertura arriva a soli 6 cm. Il guscio sottile è stato realizzato attraverso il montaggio dell'armatura metallica sulla cassaforma curva, con 8 mm di diametro, ed in seguito mediante l'utilizzo della tecnica del calcestruzzo spruzzato.

L'intera copertura poggia su quattro colonne rastremate alte 3,55 m e, quest'ultime, sono collegate da un piccolo ponte di collegamento<sup>71</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>70</sup> https://www.architecture.com/image-library/RIBApix/image-information/poster/swiss-national-exhibition-zurich-the-construction-of-the-cement-hall-an-elliptical-concrete-vault-on/posterid/RIBA24159.html?Action=Cookie

<sup>71</sup> http://www.engineering-timelines.com/scripts/engineeringItem.asp?id=1344

### Impianto di imbottigliamento Bacardi, Messico



Figura 2.35 - Arco parabolico dell'impianto di imbottigliamento della ditta Bacardi<sup>72</sup>

L'edificio dell'impianto di imbottigliamento della ditta Bacardi è stato ideato da Felix Candela nel 1960, e costruito a Cuautitlan, in Messico. Come visto anche sopra, Candela ha fatto dell'arco parabolico uno dei tratti caratteristici della sua architettura.

La struttura è formata da sei cupole sferiche di cemento armato, delle quali solo tre sono state costruite in un primo momento, mentre le altre tre sono state aggiunte nel 1971; tuttavia il progetto originale ne prevedeva ben nove. Ogni cupola è generata dall'intersezione di quattro paraboloidi iperbolici di spessore 4 cm, grazie ai quali la copertura raggiunge un'altezza di 12 m. Le facciate, delimitate dagli iperboloidi, ed anche i punti di giunzione tra le cupole, sono rivestiti di lastre di vetro, consentendo di avere l'ambiente interno ben illuminato<sup>73</sup>.

73 https://en.wikiarquitectura.com/building/bacardi-bottling-plant/

<sup>72</sup> https://en.wikiarquitectura.com/building/bacardi-bottling-plant/

# 3 La resistenza a compressione del calcestruzzo

In questo capitolo si parlerà della resistenza a compressione del calcestruzzo del Paraboloide di Casale.

Parlando di un edificio dei primi anni '20 del Novecento, conosciamo ben poco sulla resistenza del calcestruzzo impiegato in questa costruzione, e ciò è dovuto in parte alla mancanza di informazioni approfondite sulle tavole di progetto che, come visto nel capitolo precedente, sono soltanto due e non riportano informazioni sui materiali impiegati.

In aggiunta, attualmente non è stata ancora completata la campagna di indagini e prove sui materiali, necessarie ad avere dei valori di resistenza su base sperimentale.

Perciò, in assenza di dati sperimentali, ci si è basati su uno studio condotto dal Politecnico di Torino, in particolare dai Professori Alessandro Fantilli, Bernardino Chiaia e dalla ricercatrice Barbara Frigo.

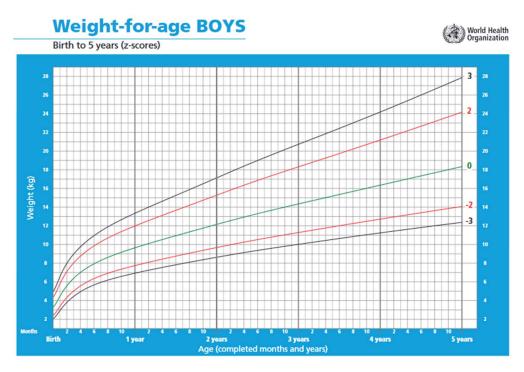
#### 3.1 Lo studio

Lo studio, dal nome "A simplified approach for the evaluation of old concrete strength", è stato pubblicato nel 2015 e si occupa di studiare il variare della resistenza a compressione del calcestruzzo in funzione dell'anno in cui sono stati creati i provini, quindi dell'età. Nel prosieguo del paragrafo si farà riferimento alle informazioni contenute in questa fonte.

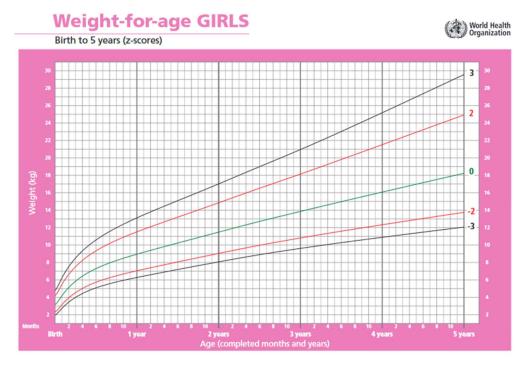
L'idea di partenza su cui si basa questo studio è la comparazione del grafico resistenza - età del calcestruzzo con il grafico peso - età dei bambini.

In figura 3.1 e 3.2 sono riportati i due grafici, rispettivamente per bambini, con sfondo blu, e per bambine con sfondo rosa. Queste curve, ricavate a partire da misurazioni effettuate su un campione di 8000 bambini, descrivono l'andamento del peso cui far riferimento per capire se un bambino, a certa età, cresce in salute; un'altra lettura è quella di stimare, per una certa età, quale dovrebbe essere il peso di un bambino. È in quest'ultima chiave di lettura che deve essere intesa l'analogia con lo studio condotto sul calcestruzzo: l'obiettivo è quello di estrapolare, partendo dai dati misurati su una serie di campioni appartenenti a diversi periodi storici, la resistenza a compressione del calcestruzzo impiegato per la costruzione del Paraboloide di Casale.

Le informazioni necessarie allo studio consistono nel reperimento di tutte le certificazioni attestanti i valori di resistenza a compressione di provini creati dal 1915 ai primi anni del 2000. I dati sono stati acquisiti dal Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Edile e Geotecnica del Politecnico di Torino (DISEG). Sebbene di fatto siano presenti informazioni su provini anche antecedenti al 1915, i provini presenti in questo periodo sono in numero così esiguo da non essere ritenuti utili ai fini dello studio.



**Figura 3.1** - Grafico, concesso dal World Health Organization, che riporta l'andamento del peso per bambini di età tra 0 e 5 anni<sup>74</sup>



**Figura 3.2** – Grafico, concesso dal World Health Organization, che riporta l'andamento del peso per bambine di età tra 0 e 5 anni<sup>75</sup>

<sup>74</sup> http://www.who.int/nutrition/media\_page/cht\_wfa\_boys\_z\_0\_5.pdf?ua=1

65

<sup>75</sup> http://www.who.int/nutrition/media\_page/cht\_wfa\_girls\_z\_0\_5.pdf?ua=1

Una volta raccolti i dati, ottenuti per un totale di circa 40.000 prove, sono stati raggruppati i valori di resistenza a compressione cubica in 20 classi, che suddividono l'intervallo che va da 0 a 100 MPa. All'interno di ogni classe è stata calcolata la densità di probabilità f<sub>i</sub> come

$$f_i = \frac{n_i}{n}$$

dove:

- n<sub>i</sub> è il numero di provini su cui è stata effettuata la prova di compressione;
- n è il numero di prove eseguite in un solo anno.

Prendendo in esame quattro intervalli di tempo (dal 1915 al 1935, dal 1936 al 1955, dal 1956 al 1975, dal 1976 al 2002) si riportano in figura 3.3 le curve di densità di probabilità ricavate per ognuno di questi lassi di tempo.

Come si vede nella figura, in ognuno dei quattro grafici è riportata una funzione a gradino, che indica la reale distribuzione delle resistenze a compressione dei provini all'interno dei 20 intervalli definiti prima, mentre la curva continua, più spessa, è una distribuzione di Gauss.

Le relazioni analitiche per il calcolo delle distribuzioni sono note:

$$f(R_c) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(R_c - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$

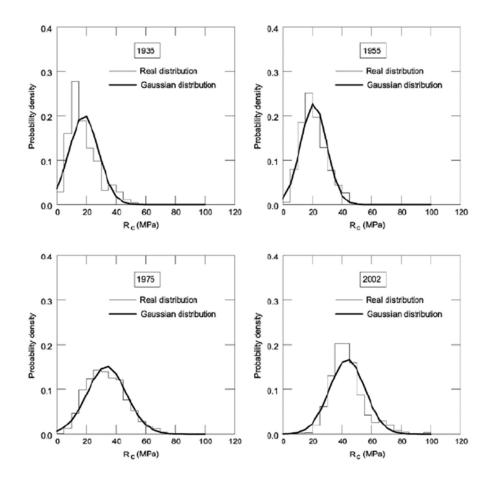
dove

 μ il valore medio dei valori di resistenza cubica R<sub>c</sub>, dato da, chiamando n il numero di campioni,

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_{c,i}}{n}$$

- σè a variazione standard calcolata in un singolo anno come

$$\sigma = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (R_{c,i} - \mu)^2$$



**Figura 3.3** – Grafici di densità di probabilità ricavati per i quattro intervalli di tempo presi in considerazione<sup>76</sup>

In tabella 3.2 inoltre sono riportati i valori statistici, calcolati per ogni intervallo di tempo, in forma tabellare. Si ricorda che un percentile è calcolato attraverso la formula

$$z_{\alpha} = \mu - \gamma \sigma$$

dove i valori di γ vengono riportati in tabella 3.1 in relazione al percentile da calcolare.

-

<sup>&</sup>lt;sup>76</sup> Fantilli A., Chiaia B., Frigo B., "A simplified approach for the evaluation of old concrete", 2015

PERCENTILE	γ
[%]	
5	-1.645
25	-0.674
75	0.674
95	1.645

**Tabella 3.1** – Valori del parametro  $\gamma$  al variare del percentile

$R_{c}$	1935		1955		1975		2002	
(MPa)	Gauss	Real	Gauss	Real	Gauss	Real	Gauss	Real
σ	9.89	-	8.73		13.19		11.88	
Minimum		1.23		2.79		3.18		8.83
5% percentile	2.06	5.97	6.46	8.76	12.00	14.33	23.97	27.94
25% percentile	11.66	11.03	14.94	14.33	24.81	23.89	35.50	36.02
μ	18.33	18.33	20.82	20.82	33.70	33.70	43.51	43.51
75% percentile	25.00	22.78	26.70	25.88	42.60	42.21	51.52	48.75
95% percentile	34.61	39.10	35.18	37.03	55.41	56.71	63.06	67.37
Maximum		54.55		101.94		91.58		127.05
Median		15.97		19.57		32.65		42.02

**Tabella 3.2** – Valori statistici delle distribuzioni reale e di Gauss, per i vari intervalli di tempo considerati<sup>77</sup>

A conclusione dello studio è emerso, come illustrato in figura 3.4, come il valore di resistenza a compressione cubica sia gradualmente cresciuto con gli anni: in ognuno dei due grafici vengono riportate quattro curve, calcolate per i vari percentili, secondo i valori elencati in tabella 3.1. Sebbene il primo grafico sia riferito alla distribuzione Gaussiana ed il secondo a quella reale, è evidente come nei due grafici le curve abbiano andamenti simili.

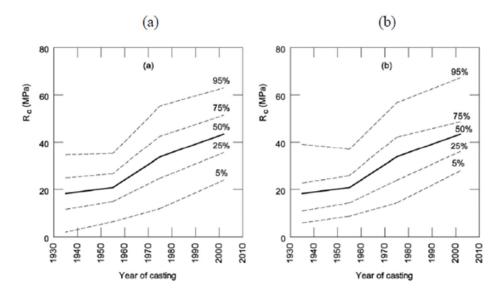
La validità dei risultati di tale studio è confermata, oltre che dal confronto con le prove effettuate sui carotaggi ottenuti da strutture esistenti, dal confronto con uno studio analogo, condotto, in Toscana, dall'Università e dalla Protezione Civile. Nonostante in questo caso i dati elaborati facessero riferimento ad un campione di soli 1000 provini, i risultati raggiunti hanno evidenziato lo stesso comportamento delle curve relative alla resistenza a compressione del calcestruzzo, per i vari percentili calcolati.

Infine, per entrambi gli studi, è stato evidenziato che i valori medi di resistenza a compressione ricadono, per ogni decennio in esame, tra la curva media e quella del frattile del 25 %<sup>78</sup>.

,

<sup>&</sup>lt;sup>77</sup> Fantilli A., Chiaia B., Frigo B., "A simplified approach for the evaluation of old concrete", 2015

<sup>&</sup>lt;sup>78</sup> Fantilli A., Chiaia B., Frigo B., "A simplified approach for the evaluation of old concrete", 2015



**Figura 3.4** – Grafici che rappresentano gli andamenti della resistenza cubica a compressione in funzione dell'età del calcestruzzo per i vari percentili, secondo la distribuzione Gaussiana (a) e reale (b)<sup>79</sup>

Per questa ragione si conclude dicendo che, per stimare il valore di resistenza a compressione da adottare per il Paraboloide di Casale, si fa riferimento ad un valore medio di 18 MPa, ottenuto in corrispondenza dell'anno 1935, cioè dell'anno che più si avvicina all'anno di costruzione dell'edificio, che si ricorda essere nei primi anni '20.

<sup>&</sup>lt;sup>79</sup> Fantilli A., Chiaia B., Frigo B., "A simplified approach for the evaluation of old concrete", 2015

# 4. La modellazione del Paraboloide

# 4.1 Il rilievo geometrico

Come accennato prima, i dati di partenza, utilizzati per la creazione dei modelli in AutoCAD, sono i rilievi metrici eseguiti nel luglio 2017 dagli ingegneri del Laboratorio di Geomatica per i Beni Culturali.

Gli elaborati forniti a seguito di tale lavoro sono:

- Planimetrie: rappresentazione in scala 1:200, nelle quali è compreso anche un *Key Plan*, con all'interno l'indicazione di tutte le sezioni trasversali e longitudinali fornite nelle tavole successive (Figura 4.1);
- Ortofoto, sia in coordinate troncate che con quote altimetriche;
- Dem (Digital Elevation Model), indicanti le elevazioni in altezza dell'edificio, del piano interrato ed anche del territorio nelle immediate vicinanze;
- Sezioni trasversali e longitudinali: rappresentazioni in scala 1:100, talvolta sovrapposte alle immagini restituite dal rilievo con laser scanner, così da cogliere con maggiore precisione le particolarità dell'opera.

Risultano di grande aiuto, a tal proposito, le realizzazioni delle planimetrie sovrapposte tra edificio in elevazione e la rete di volte in muratura disposta inferiormente: in questo modo si è potuta capire la disposizione delle geometrie ed il loro criterio, correlato alla funzione per la quale è stato costruito l'edificio.

Per le procedure di rilievo sono state impiegati i seguenti strumenti:

- Stazione totale, per la creazione della rete topografica esterna e per la rete topografica del piano interrato;
- Camere fotografiche professionali e sistemi UAV (*Unmanned Aerial Vehicle*), comunemente detti droni, per la creazione di rilievi fotogrammetrici (Figura 4.2);
- Laser scanner, per l'ottenimento di rilievi dettagliati, in grado di consentire la successiva elaborazione delle *nuvole di punti* con appositi software.

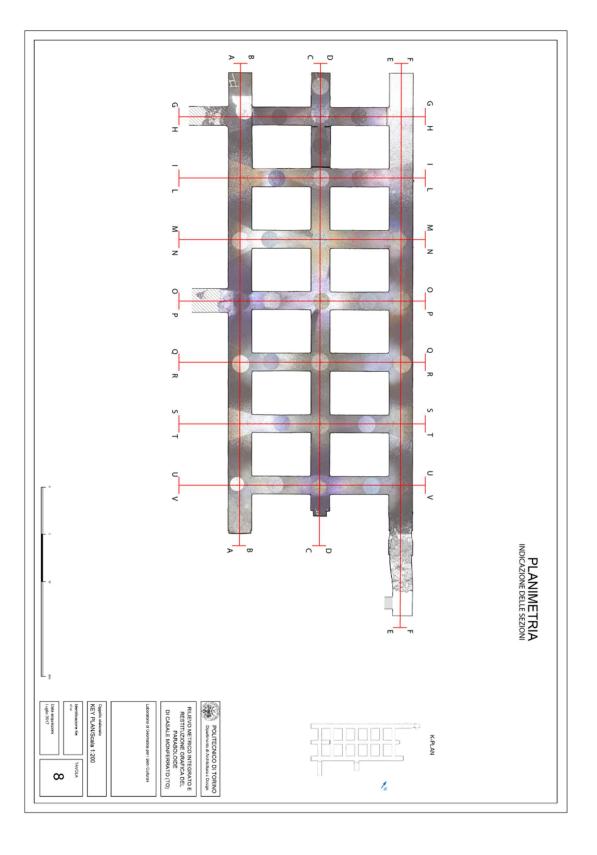






Figura 4.2 – Droni quadricotteri impiegati per la realizzazione dei rilievi fotogrammetrici

#### 4.2 La modellazione in AutoCAD

Nella prima fase di creazione del modello in AutoCAD del Paraboloide si è pensato all'incertezza nell'interazione, in campo dinamico, tra i tre sistemi che compongono la struttura:

- Il sistema composto da tutta la struttura in elevazione, comprendente i pilastroni di base, le travi di bordo e la copertura parabolica con relativi travetti e pensiline, insieme alla galleria, disposta sulla sommità della copertura, ad esclusione della torre adiacente al timpano est;
- Il sistema composto dalla torre disposta ad est, quindi l'insieme dei pilastri e dei travetti di collegamento;
- Il sistema che comprende l'intero piano interrato, quindi l'insieme delle volte posizionate al di sotto del terreno.

Per questi motivi la modellazione del Paraboloide di Casale è stata eseguita facendo riferimento a tre modelli, elencati qui di seguito in ordine di complessità:

- Modello 1: rappresenta tutta la parte dell'edificio in elevazione, contenente i primi due sistemi. Il collegamento tra la torre ed il resto della struttura è di tipo rigido, cioè eseguito ipotizzando una completa solidarietà tra i due componenti (Figura 4.3);
- Modello 2: anche in questo modello sono presenti i primi due sistemi prima descritti. La differenza rispetto al modello precedente è rappresentata dal collegamento tra la torre ed il timpano est, che stavolta è stato creato introducendo dei *link* rigidi, di lunghezza pari ad un metro, necessari a comprendere il reale grado di vincolo presente tra le due parti dell'edificio (Figura 4.4). Quest'ultima parte servirà in un'eventuale fase di *model updating*;
- Modello 3: è stato creato a partire dal modello 2, ma includendo il terzo sistema. Per effettuare l'unione è stato necessario modellare il solaio di terra, connesso

rigidamente ai pilastroni di base, e connesso con un insieme di collegamenti elastici, disposti verticalmente, alle volte sottostanti (Figura 4.5)

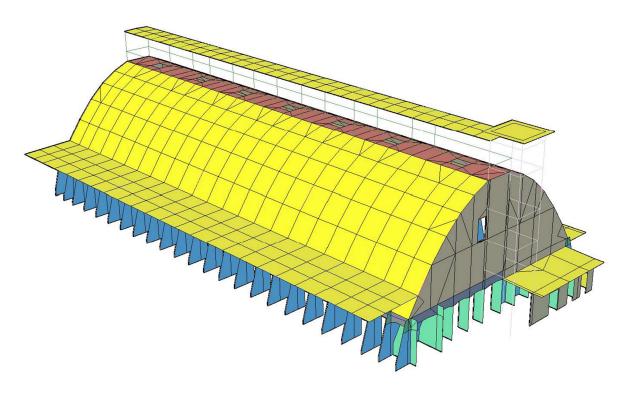
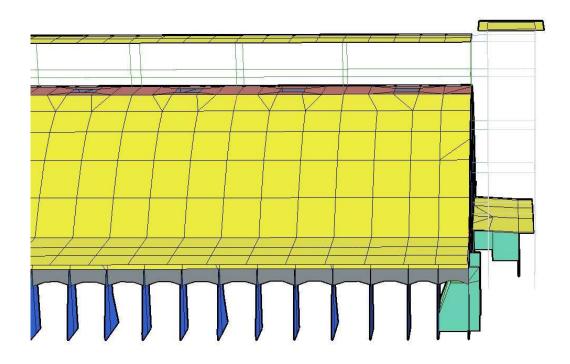
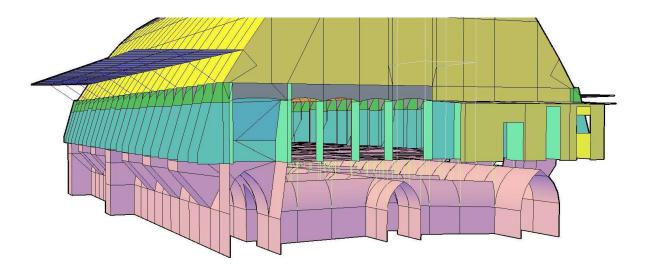


Figura 4.3 – Vista assonometrica del modello 1 in AutoCAD



**Figura 4.4** – Vista del modello 2, con riferimento ai link di collegamento tra la torre ed il timpano a est dell'edificio



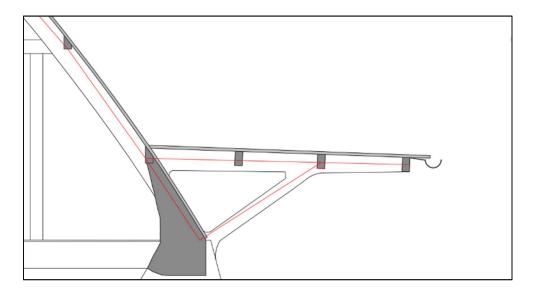
**Figura 4.5** – Vista del modello 3, con riferimento al solaio di terra ed ai collegamenti elastici tra solaio di terra ed il sistema di volte sottostante

Entrando nel particolare, per la creazione di questi tre modelli sono stati utilizzati per l'intera struttura due tipologie di elementi:

- *regioni*: utilizzate nel disegno degli elementi piani, come la copertura, i timpani e, per la loro particolare forma, anche le travi di bordo ed i pilastroni di base. Attraverso queste, in seguito, sono stati creati gli elementi shell;
- *linee*: per tutti gli elementi lineari come travi e pilastri, necessarie per la successiva definizione degli elementi beam.

Essendo le entità appena descritte prive di spessore, la creazione delle geometrie è stata eseguita posizionando linee e regioni nel punto medio degli elementi strutturali (Figura 4.6). Solo nella fase seguente, lavorando nel FEM, è stato attribuito lo spessore alle entità, come descritto in seguito.

Al termine di questa fase sono stati estratti i file di output ACIS (formato .sat) per esportare tutte le entità regioni, ed i FILE IGES (formato .iges) per le entità linee.



**Figura 4.6** – Criterio per il posizionamento delle linee nel modello (in rosso): particolare dell'intersezione tra le travi della pensilina sul lato sud e gli arconi parabolici a sostegno della copertura

# 4.3 La modellazione con gli elementi finiti

#### 4.3.1 Introduzione

Il metodo degli elementi finiti, indicato spesso con l'acronimo *fem (finite element method)*, è un metodo matematico utilizzato a partire dagli anni '60 nella risoluzione dei problemi strutturali, come anche per problemi di meccanica, termica o fluidodinamica.

I fondamenti di tale metodo si basano sulla risoluzione di equazioni alle derivate parziali e di equazioni integrali su un certo dominio e poi, in funzione di determinate condizioni (ad esempio condizioni al contorno), vengono scelte le tecniche che meglio approssimano il problema matematico. La soluzione viene ricercata attraverso la trasformazione delle equazioni alle derivate parziali in un sistema di equazioni ordinarie, tali da essere risolte impiegando dei metodi numerici approssimati, come il metodo di Eulero, Runge-Kutta ed altri. Il punto di partenza è la discretizzazione del dominio, attuata utilizzando strutture di base (appunto gli elementi finiti), in un numero finito di sottodomini più semplici. <sup>80</sup>

La soluzione numerica, che in generale viene detta *funzione di campo*, viene ricercata assumendo che questa sia una combinazione lineare di particolari funzioni, dette *funzioni di forma*. Ipotizziamo che la nostra funzione di campo incognita sia lo spostamento. Ogni elemento finito è costituito da un determinato numero di *nodi*, così che si possa indicare con  $\{\bar{u}\}$  il vettore degli spostamenti nodali. Chiamando invece u la funzione spostamento, si assume che

$$u = [N]{\bar{u}}$$

dove [N] è proprio la matrice delle funzioni di forma.

A titolo di esempio si riporta il caso dell'asta reticolare di lunghezza l a due nodi, denominati con 1 e 2 (figura 4.7). Essendo in un caso monodimensionale, si hanno 2 gradi di libertà, ossia i due spostamenti assiali lungo l'asse x.

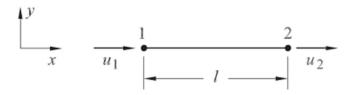


Figura 4.7 – Elemento asta a due nodi<sup>81</sup>

L'equazione matriciale che lega le funzioni di forma agli spostamenti sarà

$$\{u\} = \left[ \left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad \frac{x}{l} \right] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$

\_

<sup>80</sup> http://www.treccani.it/enciclopedia/elementi-finiti-metodo-degli %28Enciclopedia-della-Matematica%29/

<sup>81</sup> Gugliotta A., Elementi finiti Parte II, Politecnico di Torino, maggio 2002

dove

$$N_1 = 1 - \frac{x}{l} \qquad e \qquad N_2 = \frac{x}{l}$$

sono le funzioni di forma associate al nodo 1 e al nodo 2. Come si può notare dalle funzioni  $N_1$  e  $N_2$ , queste assumono valore unitario in corrispondenza del relativo nodo, ed hanno valore nullo nell'altro.

Una volta ricavate le incognite degli spostamenti, si possono calcolare le deformazioni

$$\{\varepsilon\} = \frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} \left[ \left( 1 - \frac{x}{l} \right) \quad \frac{x}{l} \right] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = [B] \{\bar{u}\}$$

con [B] matrice delle derivate delle funzioni di forma.

Si può infine calcolare la matrice di rigidezza del sistema come

$$[K] = \int_{0}^{l} [B]^{T} EA[B] dx = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

con EA rigidezza assiale dell'asta. La matrice [K] ha una grandezza pari a NxN, dove N è il numero di nodi del sistema, in questo caso due.

In generale le funzioni di forma possono essere determinate analiticamente attraverso due principali metodi di interpolazione:

# 1) Polinomi di Lagrange

I polinomi di Lagrange consentono di rappresentare una funzione attraverso una serie polinomiale, i cui coefficienti sono i termini assunti dalla funzione in determinati punti. Nel caso monodimensionale sono dati da:

$$n_i = \frac{\prod_{J=1}^{m+1} (x - x_j)}{\prod_{J=1}^{m+1} (x_i - x_j)} \qquad (i \neq j)$$

dove m+1 è il numero di punti in cui è definita la funzione.

# 2) Polinomi di Hermite

Questo metodo di interpolazione è utilizzato per problemi, come quello flessionale, nei quali deve essere assicurata la continuità sia della funzione polinomiale sia delle sue derivate fino all'ordine m. Definito un intervallo tra 0 ed 1, individuato dai punti 1 e 2 per la variabile x (si fa sempre riferimento al caso monodimensionale), si definisce la coordinata adimensionale  $\xi$ =x/l, dove l è la lunghezza dell'elemento. Allora la funzione sarà data da

$$f(x) = f(1)n_1 + \frac{\partial}{\partial x}f(1)n_2 + \dots + \frac{\partial^{m-1}}{\partial x^{m-1}}f(1)n_m + f(2)n_{m+1} + \frac{\partial}{\partial x}f(2)n_{m+2} + \dots + \frac{\partial^{m-1}}{\partial x^{m-1}}f(2)n_{2m}$$

Ciascuna funzione di forma n<sub>i</sub> assume valore unitario in corrispondenza del grado di libertà associato, e valore nullo in corrispondenza degli altri nodi.<sup>82</sup>

Applicando quest'approccio risolutivo a sistemi con un elevato numero di gradi di libertà, emerge la complessità dal problema, rappresentata dall'elevato numero di nodi che assume un modello nel momento in cui viene discretizzato dal codice di calcolo. Per questa ragione il metodo degli elementi finiti si presta molto bene ad essere implementato dai calcolatori, diventando così, ad oggi, il metodo più utilizzato per risolvere problemi di tipo strutturale, grazie anche alla sufficiente accuratezza con la quale è restituita la soluzione. Tuttavia, si ricorda che questo rimane pur sempre un metodo approssimato, nel quale l'accuratezza della soluzione è direttamente proporzionale alla complessità della discretizzazione adottata; d'altra parte, quest'ultima è direttamente proporzionale al tempo di elaborazione della soluzione, a parità di potenza di calcolo.

-

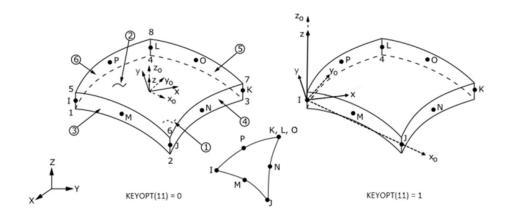
<sup>82</sup> Gugliotta A., Elementi finiti Parte II, Politecnico di Torino, maggio 2002

# 4.3.2 Elementi finiti impiegati

Come spiegato nel paragrafo 4.2, i file di output che si ottengono dalla modellazione in AutoCAD hanno un formato .sat per le regioni e .iges per le linee. L'importazione di questi file nel software FEM ha il solo scopo di "comunicare" al codice di calcolo la posizione geometrica di ogni layer utilizzato per il disegno. Tutte le proprietà inerenti ai materiali e le sezioni verranno invece settate attraverso la creazione di un apposito listato in formato .txt (nell'allegato A sono riportati i listati dei modelli).

Il software FEM, una volta importate le entità provenienti da AutoCAD, trasforma queste in oggetti discretizzati con il metodo degli elementi finiti, in maniera automatica. In questo caso si è scelto di utilizzare:

- elementi *SHELL281* per modellare le regioni. Quest'elemento rettangolare possiede otto nodi, ognuno con sei gradi di libertà: tre traslazioni lungo x,y,z, e tre rotazioni intorno ai medesimi assi.



**Figura 4.8** – Geometria dell'elemento SHELL281. I nodi sono disposti sugli angoli (L, K, J, I) e sui lati (M, P, O, N). In basso è illustrato come, attraverso la sovrapposizione dei nodi K,L ed O, sia possibile ottenere un elemento triangolare a partire dall'originario rettangolare (da manuale di del software FEM)

Dal punto di vista teorico, quest'elemento si comporta con riferimento alla teoria delle piastre di Mindlin-Reissner.

elementi *BEAM188*, per modellare le linee. Utilizzato per modellare le strutture da snelle a moderatamente tozze, quest'elemento si comporta seguendo la teoria della trave di Timoshenko. L'elemento può essere lineare, quadratico o cubico, e in ogni caso possiede due nodi, ognuno caratterizzato da sei gradi di libertà, gli stessi dell'elemento *SHELL281*. Un eventuale settimo grado di libertà per nodo può essere introdotto laddove si voglia tenere conto degli effetti del *warping*.

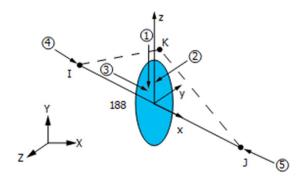


Figura 4.9 – Geometria dell'elemento BEAM188 (da manuale di del software FEM)

Infine, in base alle entità utilizzate in AutoCAD, il software FEM ha discretizzato tutti gli elementi strutturali del Paraboloide (figura 4.10) con gli elementi finiti appena descritti, secondo quanto illustrato nella tabella seguente:

ELEMENTO STRUTTURALE	ELEMENTO FINITO
PILASTRONI DI BASE	SHELL 281
TRAVI AD ARCO	SHELL 281
NODI PILASTRONI DI BASE –	SHELL 281
TRAVI AD ARCO	
COPERTURA PARABOLICA	SHELL 281
COPERTURA DELLA GALLERIA E	SHELL 281
DELLA TORRE	
MURI DELLA STANZA E MURI	SHELL 281
INCLINATI	
PENSILINE A NORD E A SUD	SHELL 281
TIMPANI AD EST ED OVEST	SHELL 281
VOLTE INTERRATE	SHELL 281
SOLAIO DI TERRA	SHELL 281
PILASTRI CENTRALI E TRAVI	BEAM 188
SOVRASTANTI	
TRAVETTI LONGITUDINALI DELLA	BEAM 188
COPERTURA	
TRAVI TRASVERSALI DELLA	BEAM 188
COPERTURA	
TRAVI E PILASTRI DELLA TORRE	BEAM 188
TRAVETTI E PILASTRI DELLA	BEAM 188
GALLERIA	

TRAVETTI DELLE PENSILINE A	BEAM 188
NORD E A SUD	
ELEMENTI DI COLLEGAMENTO	BEAM 188
TRA TORRE ED IL TIMPANO EST	
COLLEGAMENTI ELASTICI TRA	BEAM 188
SOLAIO DI TERRA E VOLTE	

 $\textbf{Tabella 4.1} - Elenco\ degli\ elementi\ utilizzati\ per\ discretizzare\ le\ varie\ componenti\ della\ struttura$ 

Si può vedere nelle seguenti figure come siano stati discretizzati gli elementi.

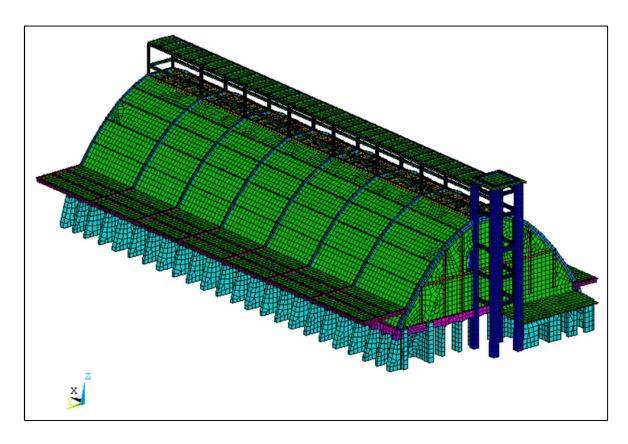


Figura 4.10 – Vista assonometrica con spessori del modello 1 agli elementi finiti

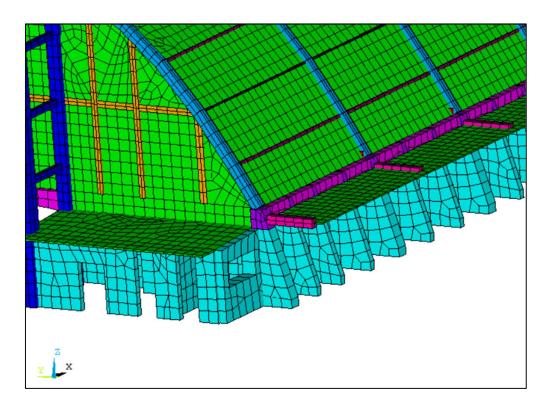
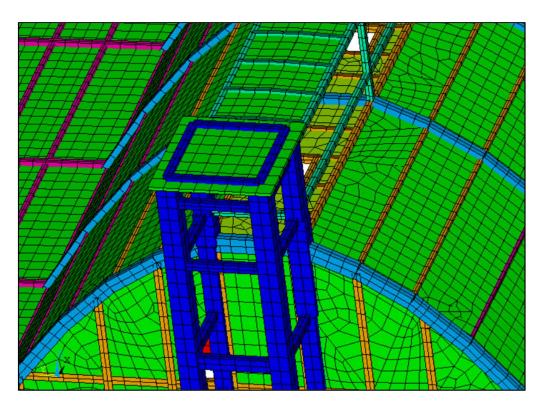
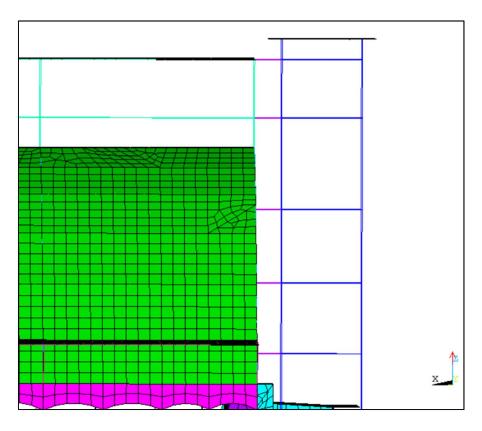


Figura 4.11 – Vista con spessori del modello 1 agli elementi finiti: particolare angolo nord-est



**Figura 4.12** – Vista con spessori del modello 1 agli elementi finiti: particolare dell'intersezione della torre con il timpano ad est e con la copertura parabolica



**Figura 4.13** – Vista del modello 2 agli elementi finiti: particolare dei link di collegamento tra la torre con il timpano ad est

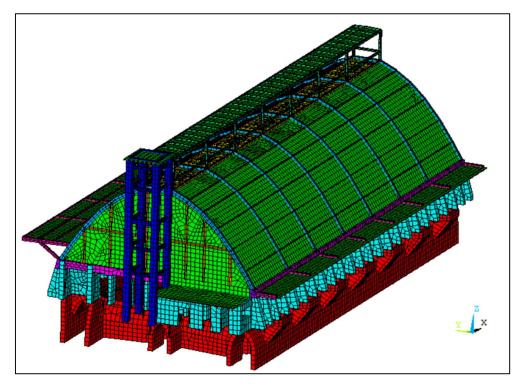


Figura 4.14 – Vista prospettica con spessori del modello 3 agli elementi finiti

## 4.4 L'analisi modale

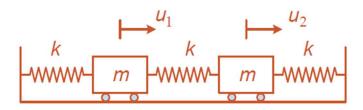
Una volta realizzati tutti e tre i modelli ed una volta scritti tutti i relativi listati, si è eseguita, attraverso lo stesso software, l'analisi modale dei fem.

Si faranno, nel paragrafo seguente, dei cenni sull'analisi modale dei sistemi discreti a più gradi di libertà, così da spiegare analiticamente la procedura seguita dal codice di calcolo per ottenere i risultati.

## 4.4.1 Fondamenti di analisi modale di sistemi discreti MDOF<sup>83</sup>

## Oscillazioni libere per sistemi MDOF non smorzati

Si prende come primo esempio il sistema di figura 4.15. Questo sistema, detto "treno" è costituito da due carrelli di uguale massa, m, collegati reciprocamente e con il suolo da tre molle con costante elastica k. I due gradi di libertà del sistema di esplicano come i due spostamenti dei due carrelli, indicati con  $u_1$  e  $u_2$ .



**Figura 4.15** – Sistema a due gradi di libertà, formato da due carrelli di massa m e tre molle con costante elastica k

In virtù del principio di D'Alembert, supponendo che il sistema sia in equilibrio dinamico è possibile scrivere per ogni carrello un'equazione di equilibrio statica, a patto di introdurre una forza di inerzia fittizia, mü, agente in direzione opposta della stessa accelerazione.<sup>84</sup>

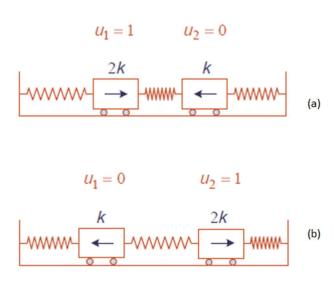
La scrittura delle due equazioni di equilibrio può essere scritta in forma matriciale come

84 Ceravolo R., Appunti del corso di Ingegneria Sismica, Politecnico di Torino

<sup>83</sup> Ceravolo R., Appunti del corso di Ingegneria Sismica, Politecnico di Torino

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & 2k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

In particolare, si vede come la prima matrice, la matrice delle masse, sia diagonale per la natura del sistema a masse *lumped*, ossia a masse concentrate in corrispondenza dei due vagoni. La matrice delle rigidezze invece viene calcolata nel modo classico, ossia per colonne: si impone uno spostamento unitario bloccando gli altri e si riportano della matrice le forze necessarie a tenere in equilibrio il sistema (figura 4.16). Si ricorda inoltre che la matrice di rigidezza è simmetrica per il teorema di Betti.



**Figura 4.16** – Calcolo della matrice di rigidezza: (a) applicazione di uno spostamento u<sub>1</sub> unitario per il calcolo della prima colonna, (b) applicazione di uno spostamento u<sub>2</sub> unitario per il calcolo della seconda colonna

La soluzione dell'equazione del moto, a meno di quella banale, è posta nella forma:

$${u_1 \brace u_2} = {\phi_1 \brace \phi_2} e^{-i\omega_k t}$$

in cui il vettore  $\{\phi\}$  rappresenta la forma spaziale del problema, mentre  $e^{-i\omega kt}$  una temporale. Sostituendo la soluzione appena descritta all'interno dell'equazione del moto iniziale ed

effettuando le opportune derivazioni, si giunge alla risoluzione di un problema agli autovalori:

$$([k] - \omega_k^2[m]) \begin{cases} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases}$$

nel quale, escludendo la soluzione banale (cioè l'assenza di moto) si possono ricercare le k soluzioni annullando il determinante del termine tra parentesi tonde

$$det([k] - \omega_k^2[m]) = 0$$

Così facendo la soluzione numerica viene espressa attraverso gli autovalori  $\omega_k^2$ , che sostituiti all'interno del problema agli autovalori ci consentono di determinare gli autovettori o forme modali  $\phi_k$ , definiti a meno di una costante. In questo caso, essendo k=2 (numero di gradi di libertà del sistema), si ottiene:

$$\omega_1^2 = \frac{k}{m}, \quad \omega_2^2 = \frac{k}{m} \qquad \qquad \mathbf{e} \qquad \qquad \left\{ \begin{matrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{matrix} \right\}_1 = \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{matrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{matrix} \right\}_2 = \left\{ \begin{matrix} 1 \\ -1 \end{matrix} \right\}$$

Gli autovettori  $\omega_k^2$  rappresentano le pulsazioni con le quali oscilla il sistema: al primo autovalore corrisponderà l'autovettore col pedice 1, indicante un'oscillazione in fase (i due vagoni si muovono con lo stesso segno) mentre alla seconda pulsazione corrisponderà l'autovettore avente il significato di un'oscillazione in contro fase (i vagoni si muoveranno con segno opposto).

Queste due forme modali sono soltanto i due casi estremi, pertanto il sistema potrà muoversi oscillando con un modo che è una combinazione lineare dei due visti prima. Questa condizione può essere espressa dalla soluzione generale del problema, posta nella forma:

## Analisi modale di un sistema discreto MDOF non smorzato

L'analisi modale di un sistema a più gradi di libertà ci consente di trasformare, attraverso il disaccoppiamento modale, la risoluzione di un sistema MDOF nella risoluzione di tanti sistemi SDOF. In altre parole, si può risolvere un sistema complesso trattandolo come somma di tanti sistemi semplici, cioè come somma di tanti oscillatori semplici.

Questa operazione può essere svolta sfruttando la proprietà di ortogonalità degli autovettori: presi due modi r ed s, allora

$$\{\phi\}_s^T[m]\{\phi\}_r = 0$$
  $e$   $\{\phi\}_s^T[m]\{\phi\}_r = 0$  se  $r \neq s$ 

$$\{\phi\}_r^T[k]\{\phi\}_r = \omega_r^2\{\phi\}_r^T[m]\{\phi\}_r$$
 se r=s

Si consideri inoltre che generalmente nell'ingegneria sismica si è soliti utilizzare degli autovettori normalizzati rispetto alla matrice delle masse, nella forma:

$$\{U\} = \frac{\{\phi\}}{\sqrt{\{\phi\}^T[m]\{\phi\}}}$$

Fatte queste premesse, si consideri un generico sistema MDOF non smorzato soggetto a una forzante variabile nel tempo F(t). L'equazione del moto del sistema in forma compatta sarà:

$$[m]{\ddot{u}} + [k]{u} = {F(t)}$$

Si introducono ora le coordinate modali {p}

$${u} = [U]{p}$$

Dove [U] è la matrice modale normalizzata rispetto alla matrice delle masse. L'equazione del moto viene quindi riscritta nella forma

$$[U]^{T}[m][U]\{\ddot{p}\} + [U]^{T}[k][U]\{p\} = [U]^{T}\{F(t)\}$$

e, in funzione della proprietà di ortogonalità, si riscrive come

$$[I]{\ddot{p}} + [\Omega]{p} = [U]^T {F(t)}$$

Quest'ultima relazione, per il k-esimo modo di vibrare, si può risolvere come

$$\ddot{p}_k + \omega_k^2 p_k + \sum_i U_{ik} F_i(t)$$

Divenendo di fatto l'equazione di un oscillatore semplice.

## 4.2.2 Risultati dell'analisi modale e modi significativi

#### Modello 1

Secondo quanto visto nel capitolo precedente, sarà il software FEM ad effettuare l'analisi dinamica del modello agli elementi finti. Si è deciso di estrarre i primi 100 modi di vibrare poiché, come si vedrà in seguito, è stato necessario distinguere i modi significativi della struttura dai modi locali, in base alla frazione di massa partecipante, ottenuta come rapporto tra la massa partecipante di ogni modo e la massa totale. Si riportano in tabella 4.2 i risultati del modello 1 di ogni modo relativi a periodo, frequenza e frazione di massa partecipante nei confronti delle traslazioni lungo x, y e z, e delle rotazioni intorno ai medesimi assi. Si riporteranno nelle tabelle soltanto quei modi per i quali almeno un fattore di massa partecipante sia maggiore o uguale a 0,02.

MOD	FREQ	PERIOD	TRAS	LAZION	NE .	ROTAZ	ZIONE	
O	[Hz]	O [s]	X	Y	Z	X	Y	Z
1	3.5126	0.28469	0.00	0.17	0.00	0.22	0.00	0.10
2	4.6092 7	0.21695	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00
3	4.6409 1	0.21547	0.00	0.00	0.03	0.00	0.03	0.00
4	4.6792 9	0.21371	0.00	0.01	0.18	0.03	0.08	0.01
5	4.7838 9	0.20904	0.00	0.49	0.03	0.28	0.01	0.10
6	5.1578	0.19388	0.00	0.00	0.08	0.00	0.02	0.00
7	5.2048 1	0.19213	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04
8	5.2191	0.1916	0.00	0.00	0.03	0.00	0.03	0.00
12	5.6583	0.17673	0.06	0.00	0.01	0.00	0.07	0.03
14	5.8494	0.17096	0.08	0.00	0.02	0.01	0.14	0.04
15	6.4387	0.15531	0.00	0.02	0.08	0.13	0.00	0.00
16	6.5006	0.15383	0.00	0.01	0.02	0.03	0.08	0.00
18	6.6200	0.15106	0.00	0.17	0.00	0.12	0.00	0.03
19	6.7595 4	0.14794	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00
20	6.8445 7	0.1461	0.00	0.03	0.01	0.01	0.00	0.05
21	6.9091	0.14474	0.26	0.00	0.00	0.00	0.03	0.10
28	7.6291 4	0.13108	0.00	0.00	0.03	0.01	0.00	0.00
32	8.3571	0.11966	0.00	0.02	0.01	0.00	0.00	0.01
36	8.5093 8	0.11752	0.07	0.00	0.00	0.00	0.04	0.03
44	9.2924 6	0.10761	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.03
46	9.3902 4	0.10649	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04
47	9.5509 8	0.1047	0.00	0.00	0.24	0.07	0.05	0.00
48	9.5868	0.10431	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.04
49	9.6669 4	0.10345	0.00	0.00	0.03	0.01	0.00	0.00

50	9.9577 6	0.10042	0.00	0.00	0.02	0.01	0.00	0.00
52	10.007	9.99E- 02	0.00	0.00	0.04	0.03	0.01	0.00
53	10.057	9.94E- 02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.02
60	10.583	9.45E- 02	0.06	0.00	0.00	0.00	0.04	0.03
61	10.585 6	9.45E- 02	0.10	0.00	0.00	0.00	0.05	0.04
62	10.624 8	9.41E- 02	0.31	0.00	0.00	0.00	0.14	0.14
68	10.962	9.12E- 02	0.00	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00
78	11.57	8.64E- 02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03
79	11.586 2	8.63E- 02	0.00	0.03	0.00	0.01	0.00	0.01
90	11.973 3	8.35E- 02	0.00	0.00	0.03	0.00	0.01	0.00

**Tabella 4.2** – Risultati dell'analisi modale sul modello 1. Le frazioni di massa partecipante evidenziate sono quelle maggiori o uguali a 0,02

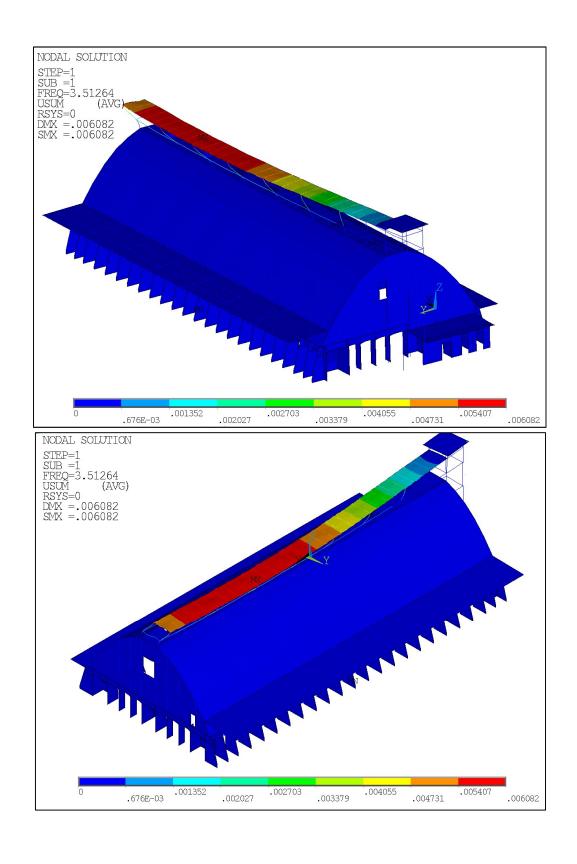
Dopo questa prima selezione di tipo numerico, si è fatto un confronto tra i possibili modi "candidati" e le relative rappresentazioni grafiche delle forme modali: si sono scartati quindi tutti i modi locali e di scarso interesse. Segue la tabella 4.3 con la selezione finale dei modi di vibrare significativi con annessa descrizione.

MODO	FREQ [Hz]	PERIODO [s]	DESCRIZIONE DEI MODI SIGNIFICATIVI
1	3.51264	0.28469	TORSIONALE INTORNO A X GALLERIA- TORRE
4	4.67929	0.21371	TRASLAZIONALE LUNGO Z COPERTURA
5	4.78389	0.20904	TRASLAZIONALE LUNGO Y E ROTAZIONALE INTORNO A X COPERTURA
18	6.62009	0.15106	TRASLAZIONALE LUNGO Y E ROTAZIONALE INTORNO A X TORRE- GALLERIA
36	8.50938	0.11752	TRASLAZIONALE LUNGO X TIMPANO OVEST
62	10.6248	9.41E-02	TRASLAZIONALE LUNGO X TIMPANO EST-TORRE

Tabella 4.3 – Selezione dei modi significativi del modello 1 con descrizione sommaria

Nelle figure seguenti sono riportate le rappresentazioni grafiche dei modi significativi, e in ogni figura la rappresentazione è ritratta rispettivamente da est e da ovest.

Come si può notare, i modi significativi sono stati scelti esaminando il coinvolgimento dei macro-elementi quali i timpani, la copertura e la torre, ed escludendo invece quei modi in cui erano interessati elementi di importanza inferiore, come le due pensiline a nord e a sud.



**Figura 4.17** – Rappresentazioni assonometriche del modo 1, torsionale lungo l'asse x e riguardante la galleria e la torre

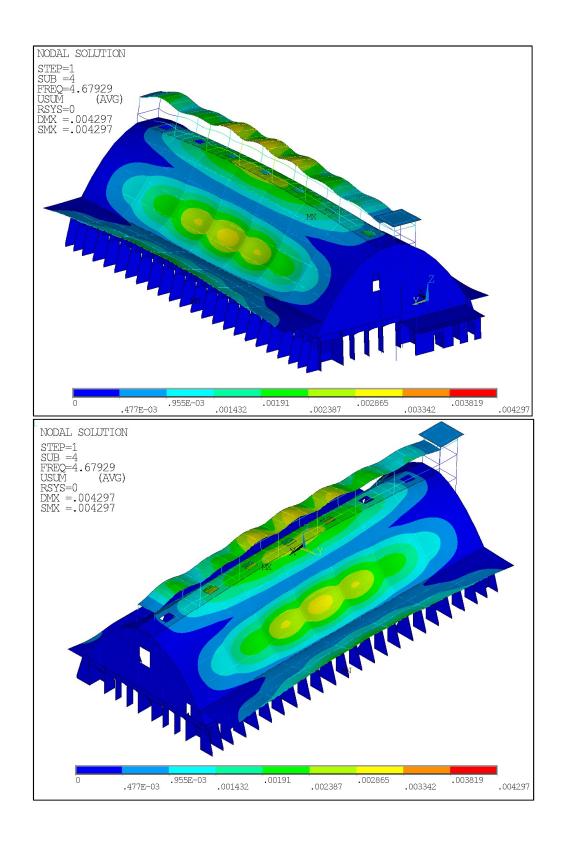
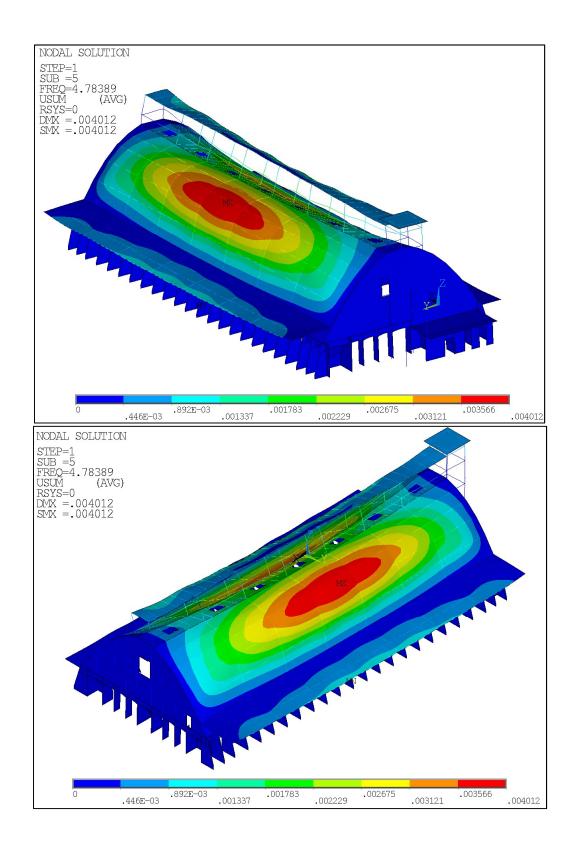
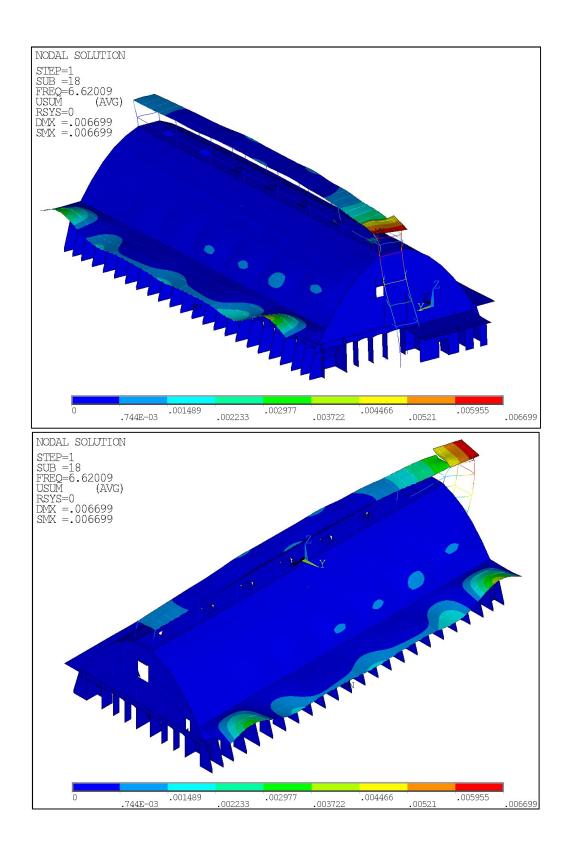


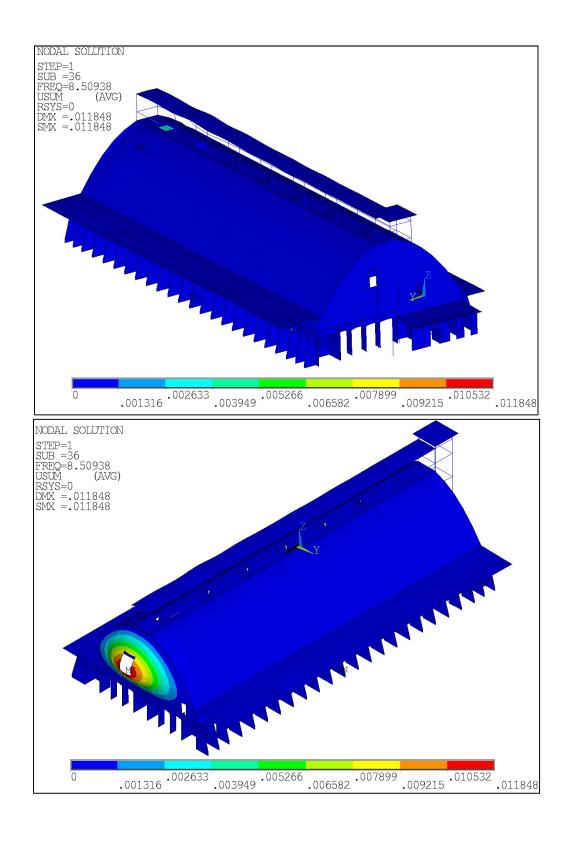
Figura 4.18 – Rappresentazioni assonometriche del modo 4, traslazionale lungo z riguardante la copertura



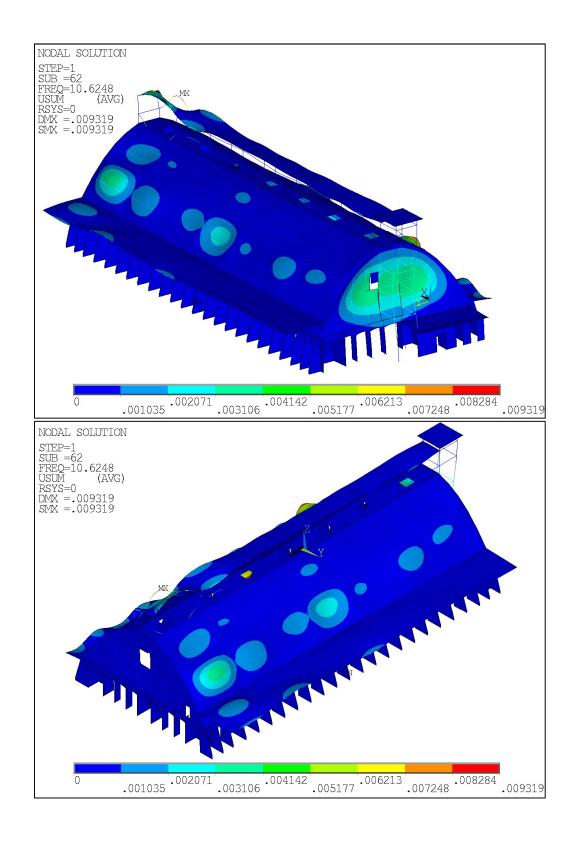
**Figura 4.19**– Rappresentazioni assonometriche del modo 5, traslazionale lungo y e rotazionale intorno a x riguardante la copertura



**Figura 4.20** – Rappresentazioni assonometriche del modo 18, traslazionale lungo y e rotazione intorno a x riguardante la torre e la galleria



**Figura 4.21** – Rappresentazioni assonometriche del modo 36, traslazionale lungo x riguardante il timpano a ovest



**Figura 4.22** – Rappresentazioni assonometriche del modo 62, traslazionale lungo x riguardante il timpano ad est e la torre

# Modello 2

Il procedimento è stato analogo per il modello 2, ossia il modello creato includendo dei link rigidi di collegamento tra la torre ed il timpano ad est.

In tabella 4.4 sono riportati i modi scelti in base ad una frazione di massa partecipante maggiore o uguale a 0,02, sempre nei confronti delle stesse traslazioni e rotazioni rispetto ai tre assi globali x, y e z.

MOD	FREQ	PERIOD	TRASLAZIONE		ROTAZIONE			
О	[Hz]	O [s]	X	Y	Z	X	Y	Z
1	3.4568							
1	2	0.28928	0.00	0.16	0.00	0.21	0.00	0.10
2	4.1327							
	8	0.24197	0.00	0.25	0.00	0.22	0.00	0.04
3	4.6092							
3	7	0.21695	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00
4	4.6409							
	1	0.21547	0.00	0.00	0.03	0.00	0.03	0.00
5	4.6782							
	2	0.21376	0.00	0.01	0.18	0.04	0.08	0.01
6	4.7939							
	4	0.2086	0.00	0.39	0.02	0.19	0.01	0.15
7	5.0573							
,	7	0.19773	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	5.1578							
	9	0.19388	0.00	0.00	0.08	0.00	0.02	0.00
9	5.2182							
	7	0.19163	0.00	0.00	0.03	0.00	0.03	0.00
13	5.6204	0.47700	0.44	0.00	0.04	0.00	0.43	0.06
	3	0.17792	0.14	0.00	0.01	0.00	0.13	0.06
15	5.8519	0.47000	0.45	0.00	0.03	0.01	0.20	0.00
	3	0.17088	0.15	0.00	0.02	0.01	0.20	0.06
16	6.4418	0.15522	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
	6.4997	0.15523	0.00	0.01	0.08	0.09	0.00	0.00
17	6.4997	0.15385	0.00	0.00	0.02	0.03	0.08	0.00
	6.7240	0.13363	0.00	0.00	0.02	0.03	0.08	0.00
19	6.7240	0.14872	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00
	6.8227	0.14072	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00
20	9	0.14657	0.00	0.09	0.01	0.04	0.00	0.03
	] 3	0.14037	0.00	0.03	0.01	0.04	0.00	0.03

	6.9107							
21	7	0.1447	0.29	0.00	0.00	0.00	0.03	0.11
20	7.6188							
28	5	0.13125	0.00	0.00	0.03	0.01	0.00	0.00
31	8.3520							
31	2	0.11973	0.00	0.02	0.01	0.00	0.00	0.01
34	8.5094							
34	7	0.11752	0.08	0.00	0.00	0.00	0.04	0.03
41	9.2675							
11	2	0.1079	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.04
44	9.3715							
	7	0.10671	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04
45	9.4879	0.4054	0.00	0.00	0.04	0.01	0.01	0.00
	3	0.1054	0.00	0.00	0.04	0.01	0.01	0.00
47	9.5486	0.10473	0.00	0.00	0.06	0.02	0.01	0.02
	9.5717	0.10473	0.00	0.00	0.06	0.02	0.01	0.02
48	9.5717	0.10447	0.00	0.00	0.12	0.03	0.04	0.02
	9.6173	0.10447	0.00	0.00	0.12	0.03	0.04	0.02
49	4	0.10398	0.00	0.00	0.02	0.00	0.01	0.00
	9.6770							
51	9	0.10334	0.00	0.00	0.03	0.01	0.00	0.00
52	9.9641							
53	9	0.10036	0.00	0.00	0.02	0.01	0.00	0.01
56	10.024							
30	1	9.98E-02	0.00	0.00	0.02	0.01	0.02	0.00
68	10.913							
	1	9.16E-02	0.30	0.00	0.00	0.00	0.08	0.11
70	11.117	0.005.55	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	2	9.00E-02	0.03	0.00	0.00	0.00	0.02	0.03
77	11.569	0.645.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03
	11.571	8.64E-02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03
78	11.571	0 645 02	0.00	0.02	0.00	0.01	0.00	0.01
	11.973	8.64E-02	0.00	0.03	0.00	0.01	0.00	0.01
86	11.973	8.35E-02	0.00	0.00	0.03	0.00	0.01	0.00
105	12.883	7.76E-	0.00	0.00	0.03	0.00	0.01	0.00
100	12.003	02	0.00	0.00	0.03	0.02	0.01	0.00
	!	!					!	

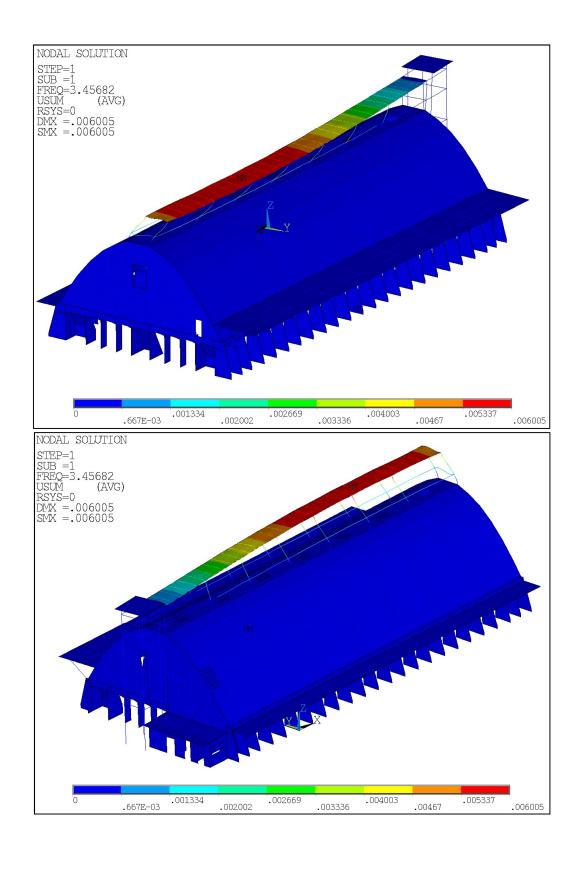
**Tabella 4.4** – Risultati dell'analisi modale sul modello 2. Le frazioni di massa partecipante evidenziate sono quelle maggiori o uguali a 0,02

Fatto ciò, si procede al confronto dei modi appena selezionati con le relative forme modali ricavate dall'analisi dinamica del FEM, selezionando i modi significativi.

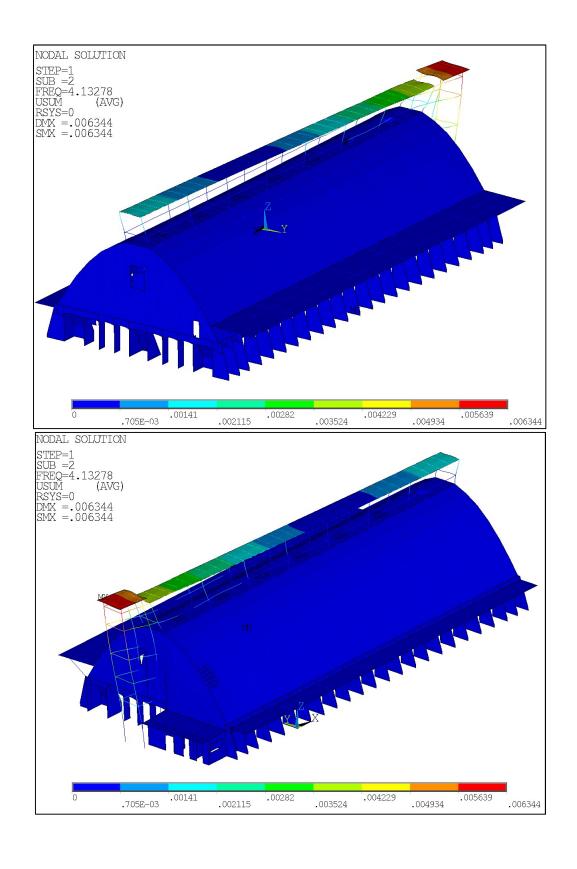
MODO	FREQ [Hz]	PERIODO [s]	DESCRIZIONE DEI MODI SIGNIFICATIVI
1	3.45682	0.28928	TRASLAZIONALE LUNGO Y E ROTAZIONALE INTORNO A X GALLERIA
2	4.13278	0.24197	TRASLAZIONALE LUNGO Y E ROTAZIONALE INTORNO A X TORRE
5	4.67822	0.21376	TRASLAZIONALE LUNGO Z COPERTURA
6	4.79394	0.2086	TRASLAZIONALE LUNGO Y E ROTAZIONALE INTORNO A X COPERTURA
7	4.79394	0.19773	TRASLAZIONALE LUNGO X E ROTAZIONALE INTORNO A Z TORRE- GALLERIA
13	5.05737	0.17792	TRASLAZIONALE LUNGO X E ROTAZIONALE INTORNO A Y TORRE- GALLERIA
21	5.62043	0.1447	TRASLAZIONALE LUNGO X TRAVI- PILASTRI INTERNI
34	6.91077	0.11752	TRALAZIONALE LUNGO X TIMPANO OVEST
68	8.50947	9.16E-02	TRALAZIONALE LUNGO X TIMPANO EST- TORRE

Tabella 4.5 – Selezione dei modi significativi del modello 2 con descrizione sommaria

Nelle figure si riportano le forme modali del modello 2. Si nota come, rispetto al modello precedente, non siano cambiate le forme modali di maggiore interesse, seppur a fronte di leggere variazioni nelle frequenze.



**Figura 4.23** – Rappresentazioni assonometriche del modo 1, traslazionale lungo y e rotazionale intorno a x riguardante la galleria



**Figura 4.24** – Rappresentazioni assonometriche del modo 2, traslazionale lungo y e rotazionale intorno a x riguardante la torre

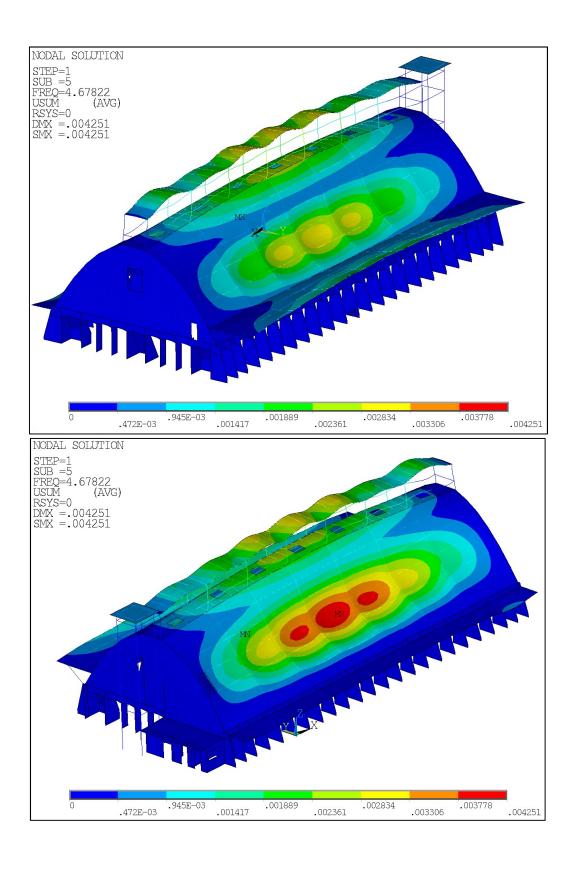
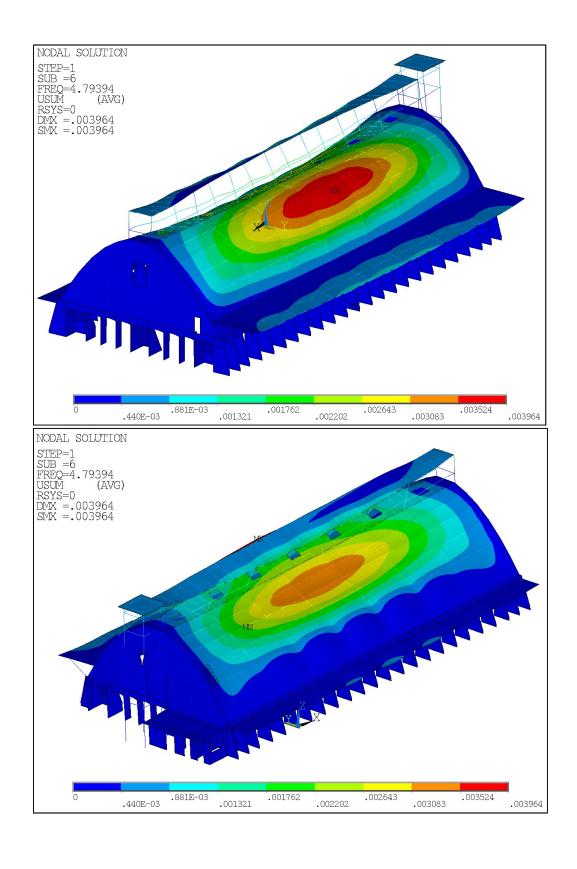
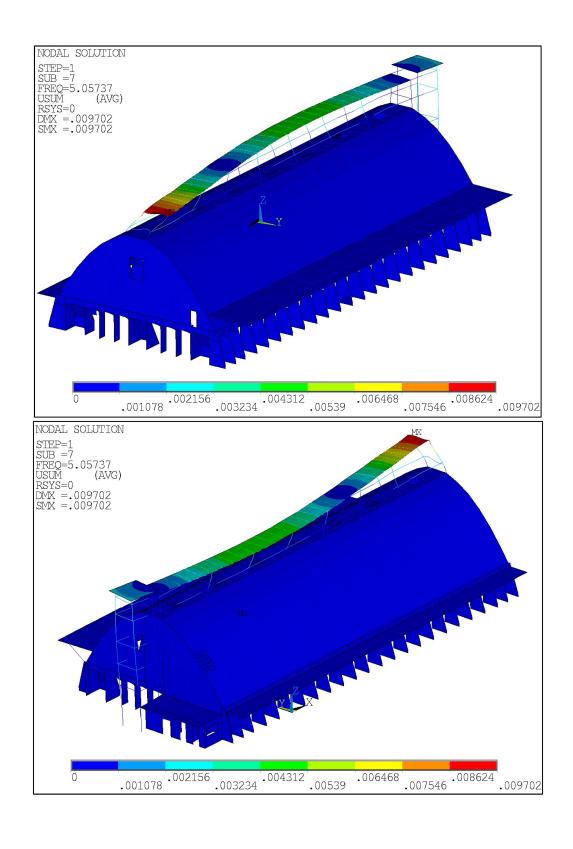


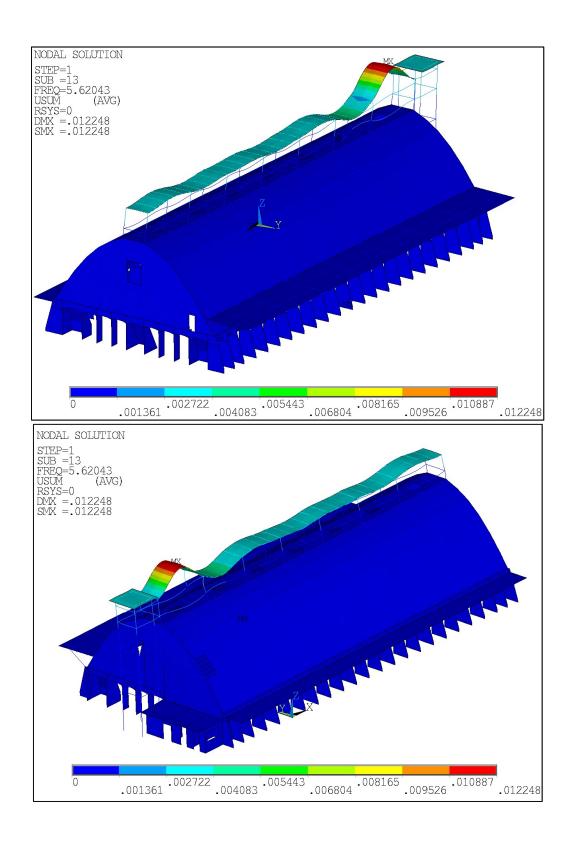
Figura 4.25 – Rappresentazioni assonometriche del modo 5, traslazionale lungo z riguardante la copertura



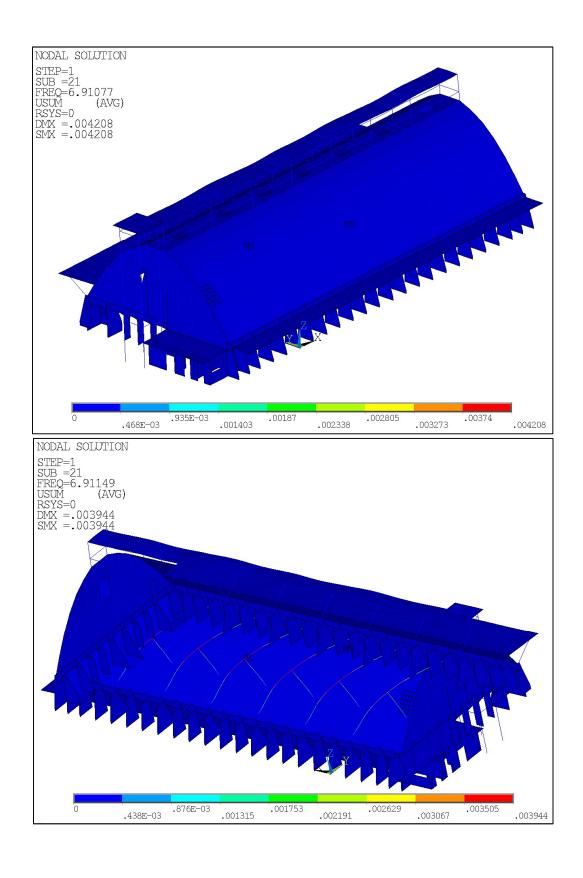
**Figura 4.26** – Rappresentazioni assonometriche del modo 6, traslazionale lungo y e rotazionale intorno a x riguardante la copertura



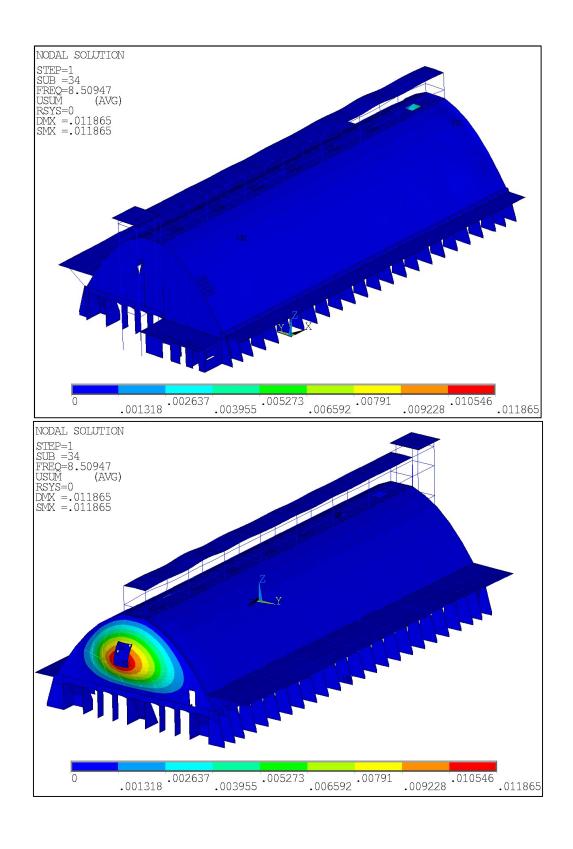
**Figura 4.27** – Rappresentazioni assonometriche del modo 7, traslazionale lungo x e rotazionale intorno a z riguardante la torre e la galleria



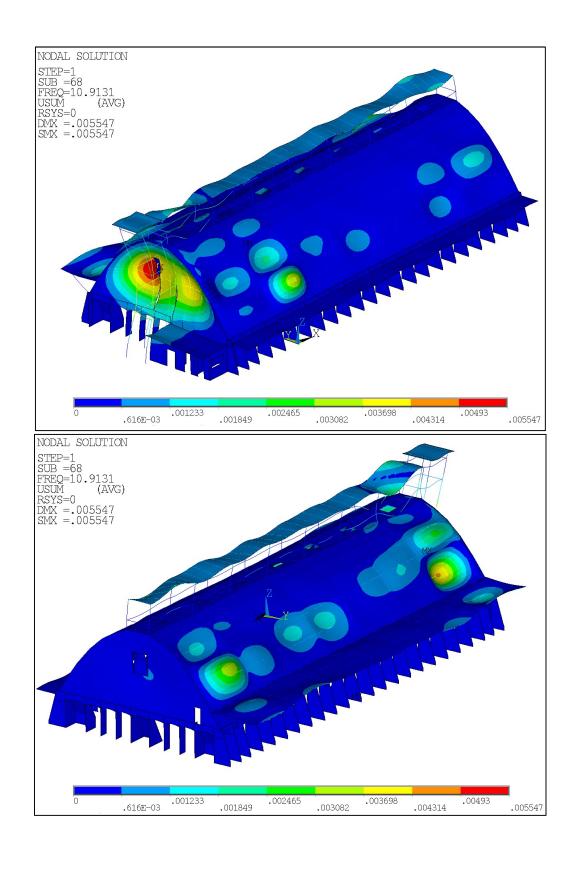
**Figura 4.28** – Rappresentazioni assonometriche del modo 13, traslazionale lungo x e rotazionale intorno a y riguardante la torre e la galleria



**Figura 4.29** – Rappresentazioni assonometriche del modo 21, traslazionale lungo x riguardante le travi e i pilastri interni



**Figura 4.30** – Rappresentazioni assonometriche del modo 21, traslazionale lungo x riguardante il timpano ad Ovest



**Figura 4.31** – Rappresentazioni assonometriche del modo 68, traslazionale lungo x riguardante il timpano ad est e la torre

# 5 Il monitoraggio strutturale con sistemi SHM

In questo capitolo si affronterà il tema del monitoraggio delle strutture, in particolare si approfondirà il tipo di monitoraggio attuato mediante l'impiego di sistemi SHM (*Structural Health monitoring*). Quindi si parlerà dei sensori impiegati in quest'ambito e del loro posizionamento ottimale, ossia dell' *Optimal Sensor Placement*. La tematica dell' *Optimal Sensor Placement* sarà sviluppata in relazione al caso studio del Paraboloide di Casale Monferrato, perciò verranno presentati i vari *setup* di tentativo e, infine, si analizzerà il progetto di un sistema di monitoraggio permanente.

## 5.1 Introduzione

Il monitoraggio strutturale rappresenta una tematica attuale, che ha visto convergere vari campi del sapere scientifico e tecnologico, come la scienza delle costruzioni, l'elettronica e la meccanica della frattura. Lo sviluppo di strumentazioni sofisticate ha consentito di progettare sistemi di monitoraggio che, in tempo reale, sono in grado di informarci circa lo stato di salute di un edificio. Il fine di un sistema di monitoraggio riveste un'importanza fondamentale proprio nel caso, come per il Paraboloide di Casale Monferrato, in cui si parli di edifici tutelati appartenenti al patrimonio architettonico industriale italiano: in questo modo è possibile pianificare gli interventi di manutenzione in maniera ottimale e conoscere così, grazie ai dati acquisiti, lo stato di salute dell'edificio.

Dal punto di vista normativo, l'incoraggiamento all'impiego di sistemi di monitoraggio delle strutture per interventi di manutenzione e adeguamento è stato favorito dalla redazione dell'Ordinanza 3274/2003 per le Strutture in Zona Sismica e dal D.P.R. 554/99 per le Opere Pubbliche. Nel Decreto del Presidente della Repubblica, riguardante l'attuazione della legge in materia di lavori pubblici, si legge, nell'art. 40, che "Il piano di manutenzione è il documento complementare al progetto esecutivo che prevede, pianifica e programma, tenendo conto degli elaborati progettuali esecutivi effettivamente realizzati, l'attività di manutenzione dell'intervento al fine di mantenerne nel tempo la funzionalità, le caratteristiche di qualità, l'efficienza ed il valore economico."85

In generale, l'impiego di un sistema di monitoraggio strutturale, comporta vari vantaggi, derivanti dalla conoscenza, in tempo reale dello stato di salute di un edificio. Questi sono:

- l'individuazione di meccanismi di danneggiamento ed il loro monitoraggio;

<sup>&</sup>lt;sup>85</sup> D.P.R. 21 dicembre 1999, n.554, regolamento di attuazione della legge quadro in materia di lavori pubblici 11 febbraio 1994, n.109, e successive modificazioni

- l'ottimizzazione degli interventi di manutenzione, che possono essere così organizzati non in base a criteri temporali ma in base a criteri prestazionali della struttura, evitando interventi apportati a fronte di problemi inesistenti;
- il confronto delle prestazioni (in termini di spostamenti e deformazioni) reali della struttura con quelle emergenti dai modelli di calcolo, col fine di migliorare questi ultimi;
- lo studio di metodologie di intervento mediante l'utilizzo di materiali innovativi, quali ad esempio i materiali compositi fibro-rinforzati FRP;
- nelle strutture di nuova costruzione, l'indagine sulle caratteristiche meccaniche del calcestruzzo e la loro variazione a causa dei fenomeni di ritiro e fluage, attraverso l'inserimento dei sensori all'atto del getto.

La creazione di un sistema di monitoraggio, come si vede, porta vantaggi tangenti sia dal punto di vista della conoscenza dell'opera, sia dal punto di vista economico. Sebbene l'installazione della strumentazione necessaria abbia un costo che può diventare rilevante, uno studio<sup>86</sup> riguardante il fenomeno della corrosione delle armature di ponti edificati in Canada oltre 30 anni fa, ha dimostrato che una corretta progettazione di un sistema di monitoraggio dinamico porta dei vantaggi nella pianificazione degli interventi di manutenzione, con risparmi di risorse nel medio e lungo termine.

# 5.2 Il monitoraggio statico e dinamico

Esistono vari tipi di monitoraggio strutturale, ognuno impiegato in base alle informazioni che interessa acquisire e all'intervallo di tempo entro il quale si vuole valutare la loro variazione. I due metodi di monitoraggio strutturale sono il monitoraggio statico e il monitoraggio dinamico.

Il primo, il monitoraggio statico, è impiegato per rilevare i valori di parametri come tensione, deformazione, temperatura, pressioni, cedimenti e altri, e valutare la loro variazione in intervalli di tempo estesi, a causa dell'azione dei carichi permanenti e variabili che agiscono in situazioni ordinarie. <sup>87</sup> In questo caso il monitoraggio viene spesso effettuato impiegando sensori a fibra ottica, che vengono applicati su barre di acciaio; quest'ultime vengono rese solidali alla struttura. In alternativa è possibile inglobare i sensori all'interno del getto stesso o inserendoli all'interno dei maschi murari. I sensori in fibra ottica impiegati in quest'ambito sono caratterizzati da un costo relativamente basso e da un'alta versatilità, che consente loro di misurare una vasta gamma di parametri. <sup>88</sup>

Un sistema di monitoraggio statico viene progettato utilizzando gli strumenti illustrati in figura 5.1: si distinguono gli elementi attivi, rappresentati dai sensori a fibra ottica, che sono

<sup>86</sup> Mufti, A.A. "Guidelines for Structural Health Monitoring", University of Manitoba, ISIS CANADA, 2001

<sup>87</sup> Inaudi D., "Long-term static Structural Health Monitoring", Structure Congress, Orlando, 2010

<sup>88</sup> Porco G., Il controllo strutturale mediante sistemi di monitoraggio residenti, 2015

in grado di rilevare gli spostamenti (e quindi le deformazioni) e trasmetterli, e gli elementi passivi, rappresentati dai cavi di collegamento, dalle unità di lettura e dalla strumentazione necessaria alla trasmissione e alla gestione dei dati, generalmente gestita da un personal computer.

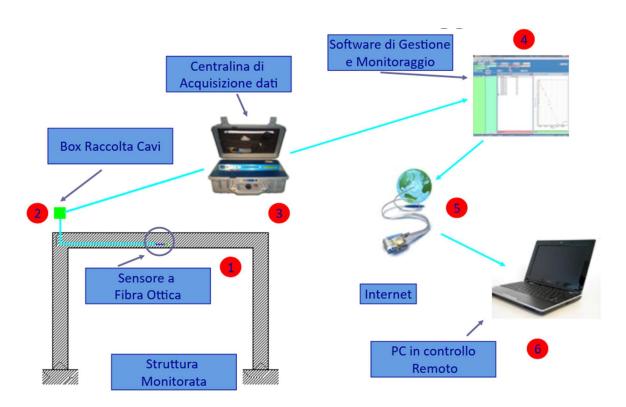


Figura 5.1 – Architettura di un sistema di monitoraggio statico<sup>89</sup>

Al contrario, il monitoraggio dinamico viene utilizzato per rilevare e controllare danneggiamenti sulla base dell'analisi delle caratteristiche dinamiche della struttura, ossia frequenze, modi di vibrare e rapporti di smorzamento, mediante dati acquisiti da accelerometri disposti in opportune posizioni sulla struttura. 90

Tale tipologia di monitoraggio viene applicata frequentemente agli edifici esistenti, in modo tale da valutare la loro vulnerabilità nei confronti di azioni straordinarie, come le azioni sismiche. Per questo motivo, il controllo viene attuato utilizzando vibrazioni ambientali di tipo naturale oppure di tipo artificiale, indotte mediante l'applicazione di attuatori meccanici o idraulici, detti vibrodine. <sup>91</sup> Un'alternativa possibile è quella di utilizzare sistemi di

<sup>&</sup>lt;sup>89</sup> Porco G., *Il controllo strutturale mediante sistemi di monitoraggio residenti*, 2015

<sup>&</sup>lt;sup>90</sup> Chang F.K., "Structural Health Monitoring 2003 – From Diagnostic & Prognostic To Structural Health Managements", DESTech Publications, Stanford, 2003

<sup>&</sup>lt;sup>91</sup> Porco G., Il controllo strutturale mediante sistemi di monitoraggio residenti, 2015

monitoraggio permanente detti *trigger-based*, in grado di attivarsi automaticamente ogni qualvolta che una forzante fa vibrare una struttura oltre un determinato valore di soglia.

Come si vede in figura 5.2, stavolta gli elementi attivi sono degli accelerometri, mentre non varia l'impostazione degli elementi passivi.

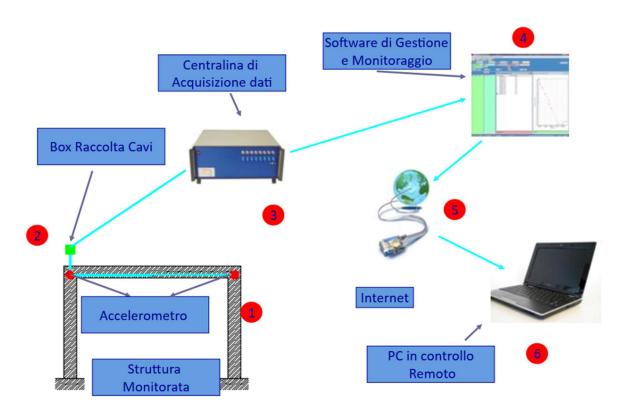


Figura 5.2 – Architettura di un sistema di monitoraggio dinamico<sup>92</sup>

## 5.3 I processi del monitoraggio

Un sistema di monitoraggio si articola generalmente in due fasi, la prima fase di "diagnosi", nella quale avvengono tutte le procedure riguardanti l'acquisizione e il trattamento dei dati, e la seconda fase di "prognosi", nella quale i dati, raccolti ed elaborati, vengono interpretati, al fine di estrapolare le informazioni necessarie alla conoscenza dello stato di salute dell'opera.

Relativamente alla fase di diagnosi, questa si articola nei seguenti passaggi:

<sup>92</sup> Porco G., Il controllo strutturale mediante sistemi di monitoraggio residenti, 2015

- Acquisizione dati. Questa prima fase in realtà è il risultato dello studio del posizionamento dei sensori sulla struttura da monitorare. L'applicazione dei sensori è necessaria all'acquisizione di dati su grandezze come tensioni, deformazioni, spostamenti, temperatura, umidità, carichi ed emissioni acustiche. Il numero e le posizioni dei sensori viene determinato in modo tale da non avere né un numero insufficiente di informazioni, né al contrario un numero sovrabbondante, che porterebbe ad inutili utilizzi di memoria da parte del calcolatore e ad un rallentamento nei tempi di elaborazione dei dati;
- Trasmissione dei dati. Ora i dati vengono trasmessi dai sensori attraverso cavi coassiali e stampati su carta in modo da poter essere letti da un tecnico. Tuttavia negli ultimi tempi stanno prendendo piede nuove modalità di trasmissione dei dati, attraverso internet, satellite e wireless;
- Trattamento dei dati. Può essere una fase tanto più complessa quanto è grande il numero e la tipologia di sensori che lavorano contemporaneamente alla registrazione dei dati; infatti in alcuni casi possono lavorare nello stesso tempo accelerometri, videocamere, sensori in fibra ottica, ecc. e spetta ad un computer mettere insieme questa mole di informazioni e relazionarle, prima ancora allocarle in memoria;
- Diagnosi strutturale. Le informazioni appena raccolte vengo elaborate e tradotte da algoritmi in grandezze direttamente correlabili alla risposta della struttura in esame. Così, se ad esempio un sensore acquisisce dati sull'inflessione di una trave in mezzeria, la diagnosi trasforma questi valori in rigidezza flessionale della trave, noto lo schema statico e la condizione di carico. In questo modo, utilizzando le grandezze ottenute dalla diagnosi, si può avere un riscontro sul comportamento strutturale dell'edificio, e capire il discostamento che sussiste tra questo ed il comportamento dei modelli agli elementi finiti;
- Recupero dati. In quest'ultima parte, avviene l'immagazzinamento dei dati raccolti ed elaborati. La quantità dei dati recuperati può cambiare a seconda che si stia operando un monitoraggio statico o dinamico. Nel primo caso, infatti, la mole di dati e nettamente inferiore rispetto alla seconda tipologia, nella quale l'acquisizione avviene per intervalli di tempo inferiori; perciò in quest'ultimo caso si mantengono solo i dati interpretati dal sistema.<sup>93</sup>

## 5.4 Trasduttori e sensori

Come abbiamo appena visto i sensori rappresentano una componente fondamentale di un sistema SHM: la loro disposizione in numero e postazioni opportune è alla base di un processo di acquisizione dati che consente di avere il giusto volume di informazioni sulle grandezze fisiche che vogliamo monitorare.

Sempre più frequentemente si ricorre all'uso, nell'ingegneria civile come in altri campi scientifici, del termine "sensore" o "trasduttore", incorrendo talvolta in equivoci ed

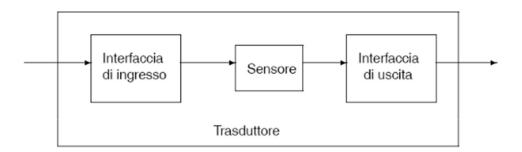
<sup>&</sup>lt;sup>93</sup> Doncaster A. M., An Evaluation of Fibre Optic Sensors for Monitoring of Civil Engineering Structures, M.A. Sc. Thesis, Dalhousie University, 1998

incomprensioni circa l'esatta funzione di questi due strumenti e le differenze che ne intercorrono.

Un sensore è un "elemento del sistema di misura che è direttamente influenzato dal fenomeno, corpo o sostanza che propongono la grandezza da sottoporre a misurazione". 94

Un sensore quindi è un componente di un circuito elettrico in grado di trasformare una qualsiasi grandezza di input in un segnale di natura diversa, che generalmente può essere un segnale elettrico, detta grandezza di output. Esso è solo una parte di quello che viene definito trasduttore, come mostrato in figura 5.3.

Un trasduttore è un elemento che trasmette energia da un punto ad un altro, alterandone alcune sue caratteristiche o trasformandola in un'altra forma di energia. Esso comprende al suo interno, oltre al sensore, altri dispositivi, come un alimentatore, un amplificatore di segnale, uno stabilizzatore, un dispositivo di comunicazione remota ed altri. 95



**Figura 5.3** – Schema di un trasduttore: il sensore si distingue da esso in quanto rappresenta solo uno dei componenti che lo costituisce<sup>96</sup>

Il trasduttore quindi misura delle grandezze fisiche. Esse possono essere di due tipi:

- grandezze continue, quando assumono valori continui all'interno di un certo intervallo di tempo, come ad esempio la temperatura di un utensile, la velocità di rotazione di un motore ecc. A queste grandezze sono correlati dei segnali detti analogici, cioè segnali che, non potendo essere registrati in continuo da un elaboratore, vengono acquisiti secondo istanti discreti di tempo. Questa operazione di acquisizione è detta campionamento del segnale (figura 5.4);

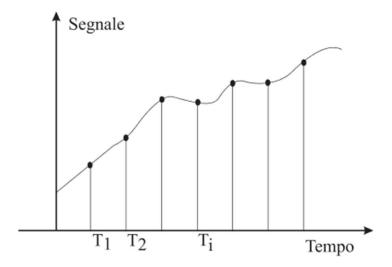
.

<sup>&</sup>lt;sup>94</sup> Norma italiana UNI CEI 70099, Vocabolario Internazionale di Metrologia, Concetti fondamentali e generali termini correlati (VIM)

<sup>95</sup> Norma tecnica UNI 4546, Misure e misurazioni, Termini e definizioni fondamentali

<sup>&</sup>lt;sup>96</sup> Secchi C., *Sensori e trasduttori*, Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Ingegneria e Tecnologie dei Sistemi di Controllo, 2005-2006

- grandezze discrete, quando invece assumono valori discreti nel tempo, come il verso di rotazione di un motore, il numero di pezzi lavorati al minuto, ecc. In questo caso, il segnale registrato dal trasduttore viene detto segnale codificato o logico.<sup>97</sup>



**Figura 5.4** – Nel campionamento del segnale si acquisiscono le informazioni soltanto in istanti di tempo discreti<sup>98</sup>

## 5.4.1 Tipi di sensori

Oggigiorno esiste in commercio una vasta gamma di sensori, che vengono utilizzati in svariati ambiti tecnico-scientifici. In generale è possibile classificare i sensori in base alla grandezze fisiche che riescono a misurare:

- Sensori per grandezze meccaniche

Questi tipi di sensori sono ulteriormente suddivisi in base alla misurazione di:

- posizioni: Potenziometro, il Trasformatore Lineare Differenziale (LVDT), Resolver, Encoder;
- velocità: Dinamo Tachimetrica;
- deformazione, forza e pressione: Estensimetro, Cella di carico;
- accelerazione: accelerometri.
- Sensori di temperatura
  - termocoppia e termoresistenza
- Sensori di corrente
  - sensore di corrente isolato ad effetto Hall
- Sensori di prossimità

<sup>&</sup>lt;sup>97</sup> Secchi C., *Sensori e trasduttori*, Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Ingegneria e Tecnologie dei Sistemi di Controllo, 2005-2006

<sup>&</sup>lt;sup>98</sup> Secchi C., *Sensori e trasduttori*, Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Ingegneria e Tecnologie dei Sistemi di Controllo, 2005-2006

contatto Reed, effetto Hall, induttivi, capacitivi, a ultrasuoni, optoelettrici.99

## Potenziometro per misure di posizione



Figura 5.5 –Potenziometri per la rilevazione dello spostamento<sup>100</sup>

I potenziometri sono tra i più semplici tipi di sensori, e sono impiegati per la misurazione di spostamenti lineari o angolari. La lettura di tali grandezze avviene attraverso la conversione di queste in una variazione di resistenza, attuata mediante un circuito di condizionamento. 101

A livello costruttivo si tratta di uno strumento in cui un cursore mobile è in grado si scorrere su di un resistore fisso, che viene realizzato a spira o a film conduttivo. Nel primo caso, la spira viene realizzata attraverso l'impiego di un filo in lega a base di Nichel-Cromo, invece nel secondo caso, il film viene realizzato apponendo un materiale metallico su un supporto di plastica, oppure impiegando un particolare materiale ceramico conduttivo detto Cermet.

<sup>99</sup> Secchi C., Sensori e trasduttori, Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Ingegneria e Tecnologie dei Sistemi di Controllo, 2005-2006

<sup>100</sup>https://it.rs-online.com/web/p/products/8937203/?grossPrice=Y&cm mmc=IT-PLA-DS3A- -google- -PLA IT IT Passivi- -Resistori Variabili%7CPotenziometri- -

PRODUCT+GROUP&matchtype=&gclid=CjwKCAjw-

<sup>8</sup>nbBRBnEiwAqWt1zZ14a4DPF7danK8cNO6QS9WXvsHpIC2AldwGBOX3BSIqRhNf 5RIvxoC6LYQA vD BwE&gclsrc=aw.ds

<sup>&</sup>lt;sup>101</sup> Bernieri A., Sensori e circuiti di condizionamento, Corso di Strumentazione e Misure per l'Automazione, Università degli Studi di Cassino e del Lazio Meridionale

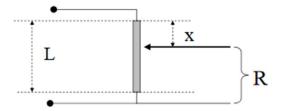


Figura 5.6 – Schema di funzionamento di un potenziometro per il rilevamento della posizione<sup>102</sup>

## Il Trasformatore Lineare Differenziale (LVDT)



**Figura 5.7** – Un trasformatore lineare differenziale presente in commercio, dotato di un corpo esterno in acciaio inox<sup>103</sup>

Un trasduttore LVDT (Linear Voltage Differential Transformer) possiede al suo interno un sensore come quello mostrato in figura 5.7: all'interno dell'involucro esterno, generalmente in acciaio o comunque in materiale non ferromagnetico, è presente un sistema composto da tre avvolgimenti, uno primario e due secondari, ed un nucleo mobile di materiale ferromagnetico (figura 5.8).

Il principio di funzionamento è il seguente: in condizioni normali, quando il nucleo si trova in posizione simmetrica rispetto ai due avvolgimenti secondari, se all'interno di questi le tensioni indotte sono uguali e in opposizione, non vi sarà alcuna differenza nelle due tensioni. Al contrario, quando il nucleo interno è soggetto ad uno spostamento, i flussi concatenati degli avvolgimenti primario e secondario assumeranno valore differente, perciò si potrà rilevare una tensione in uscita diversa da zero. 104

<sup>&</sup>lt;sup>102</sup> Bernieri A., Sensori e circuiti di condizionamento, Corso di Strumentazione e Misure per l'Automazione, Università degli Studi di Cassino e del Lazio Meridionale

<sup>103</sup> https://it.rs-online.com/web/p/trasformatori-differenziali/7271338/

<sup>104</sup> http://www.webalice.it/guido.monaco/Sistemi/Trasformatore%20Differenziale%20Lineare.htm

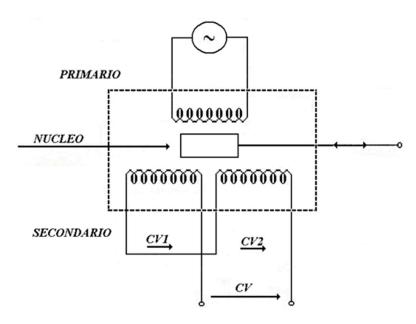


Figura 5.8 – Schema di funzionamento di un sensore LVDT<sup>105</sup>

## Estensimetro<sup>106</sup>

L'estensimetro è un sensore che rileva la variazione di resistenza del materiale, generalmente un elemento metallico oppure un materiale semiconduttore, a seguito di una deformazione elastica. Sensori di questo tipo sono utilizzati per la misura della deformazione e, conoscendo le proprietà elastiche del mezzo a cui sono applicati, anche forza o pressione.

Dal punto di vista costruttivo, si differenziano in tre tipologie differenti:

- filo metallico teso: i questo caso un filo metallico, quindi un conduttore, viene vincolato alla struttura e messo in tensione. La misurazione, effettuata coassialmente al filo metallico, è consentita sfruttando la variazione di lunghezza e di sezione del filo, che inducono una variazione di resistenza;
- deposito metallico su film: questi estensimetri sono costituiti da una pista conduttrice, simile ad un circuito stampato, disposta su un supporto isolante, un film plastico. La geometria della pista conduttrice è attribuita in modo tale da disporre la dimensione più lunga nella stessa direzione di misurazione, mentre la dimensione più corta nella direzione ortogonale (figura 5.9)

<sup>105</sup> http://www.webalice.it/guido.monaco/Sistemi/Trasformatore%20Differenziale%20Lineare.htm

<sup>&</sup>lt;sup>106</sup> Carbonaro N., Slides del corso di Biosensori, Università di Cagliari, 2017-2018

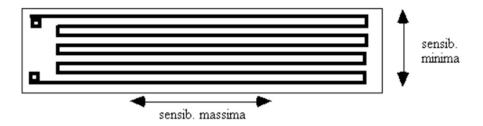


Figura 5.9 – Schema di funzionamento di un estensimetro a film

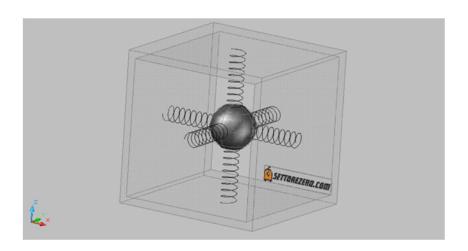
- semiconduttore: sono simili ai precedenti, cioè sono realizzati attraverso un processo di drogaggio del supporto o con la tecnologia del film spesso (thick film), sul quale è installata la pista conduttrice.



Figura 5.10 – Un estensimetro ad asta impiegato per la misurazione dell'apertura di crepe in un muro 107

 $<sup>^{107}\</sup> https://www.meccaniciterrestri.it/articoli/43\text{-}crepe-nei-muri-come-monitorarle}$ 

#### Accelerometro



**Figura 5.11** – Schema di funzionamento di un accelerometro, in grado di misurare le accelerazioni lungo tre direzioni<sup>108</sup>

Gli accelerometri sono tra i sensori che al giorno d'oggi sono tra i più utilizzati: si pensi all'impiego massiccio che se ne fa nella costruzione di smartphone, videogiochi e, nel caso di nostro interesse, nel monitoraggio strutturale.

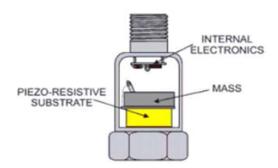
Il principio di funzionamento è semplice: una massa nota viene collegata elasticamente ad un supporto esterno rigido: un'accelerazione, causando un'oscillazione della massa, mette in movimento le molle, che agiranno sul supporto rigido con una certa forza F. Così, in virtù del secondo principio della dinamica, rapportando la massa alla forza F si può ottenere il valore di accelerazione impresso alla massa.

Esistono, in alternativa a questo primo tipo, gli accelerometri piezoelettrici. Questi sfruttano la proprietà dei materiali piezoelettrici, come il quarzo o specifici materiali ceramici, di produrre una polarizzazione elettrica in presenza di sforzi meccanici (effetto piezoelettrico diretto).

Così, quando la massa sismica è messa in vibrazione a causa di un'accelerazione, essa si oppone al moto per inerzia, comprimendo il cristallo piezoelettrico, che a sua volta genera delle cariche elettriche. Sempre in virtù della legge di Newton, conoscendo l'entità della massa, si riesce a ricavare l'accelerazione del punto cui è applicato il sensore. 109

 $<sup>^{108}\</sup> https://www.settorezero.com/wordpress/cosa-sono-come-funzionano-e-a-cosa-servono-gli-accelerometri/$ 

<sup>109</sup> http://archimedes.unibs.it/dida/LabMisVib2015/lucidi/06 trasduttori%20piezo.pdf



**Figura 5.12** – Schema di funzionamento di un accelerometro piezoelettrico del tipo "single ended",in cui il cristallo piezoelettrico è fissato alla base, e viene compresso dalla massa posta al di sopra di esso<sup>110</sup>

#### 5.4.3 I sensori in fibra ottica

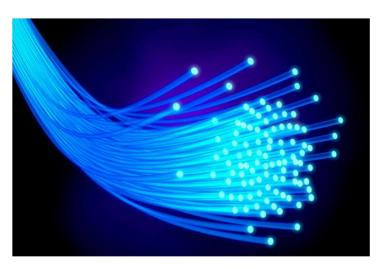


Figura 5.13 – Cavi in fibra ottica<sup>111</sup>

Tra la vasta gamma di sensori presenti oggi in commercio, vi sono quelli che sfruttano la tecnologia della fibra ottica (FOS- *Fiber Optic Sensors*), il loro utilizzo sta diventando sempre più diffuso nel campo del monitoraggio strutturale e infrastrutturale. Questi possono essere di vario tipo, a seconda del principio su cui si basa il loro funzionamento e quindi del modo in cui riescono a trasdurre una grandezza fisica in un segnale ottico decodificabile.<sup>112</sup>

L'utilizzo di questi tipi di sensori nel monitoraggio SHM apporta numerosi vantaggi, tra i quali:

- immunità ai campi elettromagnetici,
- piccole dimensioni,

<sup>110</sup> http://archimedes.unibs.it/dida/LabMisVib2015/lucidi/06 trasduttori%20piezo.pdf

<sup>111</sup> https://www.arezzoweb.it/2018/fibra-ottica-come-procede-il-cablaggio-in-toscana-424838.html

<sup>&</sup>lt;sup>112</sup> Lee B., "Review of the present status of optical fiber sensors", Optica Fiber Technology, 2003

- resistenza ai fenomeni corrosivi,
- possibilità di inclusione nel getto di calcestruzzo,
- facilità di installazione e di utilizzo.

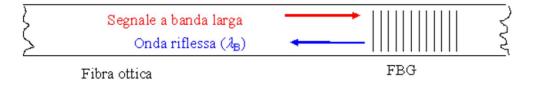
Dal punto di vista costruttivo, le fibre ottiche sono costituite da filamenti di vetro, o altri polimeri dielettrici. Il vetro è un materiale che si comporta bene in ambienti estremi, data la sua resistenza agli agenti chimici e alle alte temperature. Inoltre, un grande vantaggio dell'uso delle fibre ottiche è rappresentato dalle dimensioni esigue, che si aggirano intorno a valori tra 125 µm e 500 µm. 113

I vantaggi apportati dall'utilizzo di questa tecnologia consistono nella grande mole di informazioni che è possibile veicolare, se confrontata con i tradizionali sistemi di trasmissione, come cavi coassiali, onde radio e microonde. Inoltre, grazie alla bassa attenuazione del segnale, si possono trasferire fasci luminosi in fibre ottiche lunghe fino a centro chilometri, senza la necessità di alcun ripetitore.

## 5.4.4 I sensori di deformazione a reticolo di Bragg FBG

Tra la grande varietà di sensori in fibra ottica, esistono in commercio un tipo innovativo: si parla dei sensori FBG (*Fiber Bragg Grating*). Uno tra i vantaggi nel loro utilizzo è caratterizzato dall'immunità alle interferenze elettromagnetiche, oltre le ridotte dimensioni. Inoltre, tali tipi di sensori possono essere sia inglobati all'interno del materiale da monitorare, sia incollati su una superficie, così da avere un responso in tempo reale sullo stato di salute di una struttura, nel caso ad esempio di monitoraggio di cricche.

Il sensore FBG si ottiene fotoincidendo un reticolo di materiale, caratterizzato da un indice di rifrazione differente, all'interno del core della fibra, ossia nel nucleo centrale, all'interno del quale resta confinato il segnale. La fotoincisione viene attuata mediante l'illuminazione, con un fascio di luce UV, della fibra ottica. In questo modo, quando la fibra viene attraversata da un fascio luminoso a banda larga, avviene la riflessione, da parte del reticolo fotoinciso, di un'onda, detta "lunghezza d'onda di Bragg", indicata con  $\lambda_B$ . Così, ogni deformazione della fibra causa una traslazione della lunghezza d'onda che si correla alla deformazione.



**Figura 5.14** – Funzionamento di un sensore FBG<sup>114</sup>

Glasic B., Inaudi D., Fibre Optic Methods for Structural Health Monitoring, Chichester, Wiley, 2007
 Felli F., Brotzu A., "Impiego di sensori in fibra ottica per il monitoraggio di fratture statiche e dinamiche",
 Workshop IGF, Forni di Sopra, 7-9 gennaio 2010

La relazione che lega l'onda riflessa alle caratteristiche del reticolo è data da:

$$\lambda_B = 2n_{eff}\Lambda$$
 (nm)

con

- $n_{eff}$  indice di rifrazione del reticolo
- Λ distanza tra le maglie del reticolo

I sensori FBG sono integrati sulla fibra ottica, detta "dorsale", che rappresenta il mezzo utilizzato per veicolare il fascio luminoso di interrogazione e di risposta. Parlando della dorsale, un'estremità è connessa alla centralina opto-elettronica che analizza il segnale e perviene alla trasformazione di questo nella grandezza da misurare, mentre l'altra estremità è libera, e può essere impiegata per aggiungere altri sensori. 115

<sup>&</sup>lt;sup>115</sup> Felli F., Brotzu A., "Impiego di sensori in fibra ottica per il monitoraggio di fratture statiche e dinamiche", Workshop IGF, Forni di Sopra, 7-9 gennaio 2010

# 6 Il posizionamento ottimale dei sensori

L'esigenza di un monitoraggio dinamico della struttura, attuato utilizzando un numero esiguo di sensori di accelerazione (per motivi economici) a fronte dell'elevato numero di gradi di libertà del sistema, fa sì che si debba ricorrere ad un algoritmo, detto genetico, in grado di ottimizzare il numero di sensori utilizzati, in base a delle posizioni prestabilite e partendo dalle forme modali significative, selezionate nel capitolo 4.

## 6.1 Teoria alla base dell'OPS

Alla base dell'optimal sensor placement, come appena accennato, vi è l'utilizzo dell'algoritmo genetico. Il nome "genetico" deriva dal fatto che tale algoritmo è stato creato prendendo spunto dalla teoria dell'evoluzione naturale di Darwin, quindi si rifà a dei criteri biologici già esistenti in natura, non a caso fa parte della famiglia degli algoritmi naturali.

La capacità di un algoritmo genetico di restituire una soluzione partendo da problemi complessi, in maniera più efficiente di quanto farebbe un classico algoritmo di risoluzione di equazioni lineari, ha favorito il suo utilizzo in svariati campi oltre quello dell'ingegneria sismica, proprio perché, oltre alla ricerca della soluzione, è diretto all'ottimizzazione.

In particolare, prese le variabili del problema, tale algoritmo le codifica, così che queste siano manipolabili a livello di popolazione, cioè in modo che possano essere ricombinate e mutate durante ogni ciclo. Ciclo dopo ciclo, la valutazione degli individui viene effettuata mediante una funzione detta *di fitness*, in modo tale da conservare soltanto gli individui che favoriscono una minimizzazione della funzione di costo. Le fasi operative sono:

- inizializzazione, nella quale si determina la popolazione di individui di partenza;
- creazione di una nuova generazione, da conservare nel ciclo successivo, stabilita in base al miglior valore della funzione di fitness (*elite children*). All'interno di questa nuova generazione, i nuovi individui possono essere ottenuti anche mediante mutazione (*mutation chindren*) o anche attraverso la combinazione di due genitori precedenti (*crossover children*).

Queste due fasi si ripetono per il numero di cicli stabiliti in partenza.

Nell'applicazione all'ingegneria sismica di tale algoritmo, ci si serve di una matrice denominata M.A.C. (Modal Assurance Criterion): presi due vettori corrispondenti a due forme modali, la M.A.C. conterrà degli indici che rappresentano la corrispondenza tra i due vettori, in formule:

$$M. A. C._R = \frac{(\Phi_i^T \Phi_j)^2}{(\Phi_i^T \Phi_i)(\Phi_i^T \Phi_j)}$$

dove  $\phi_i$  e  $\phi_j$  rappresentano rispettivamente la colonna i-esima e j-esima della matrice. <sup>116</sup>

Gli indici contenuti all'interno della matrice M.A.C., assumendo valori compresi tra 0 ed 1, descrivono il grado di correlazione esistente tra due forme modali; il valore 1 indica una stretta dipendenza, mentre il valore 0 debole correlazione. Segue che una matrice M.A.C. ideale assume così la forma di una matrice identità:

$$M.A.C._{I} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

L'utilizzo dell'algoritmo avrà il compito di restituire una matrice M.A.C. quanto più vicina possibile a quella ideale, il che significa che la disposizione degli accelerometri sarà stabilita in modo tale da implicare la più bassa correlazione, e quindi evitare la ridondanza. Analiticamente questo fine viene raggiunto confrontando, dopo ogni ciclo, la matrice ideale M.A.C.<sub>I</sub> con la matrice calcolata M.A.C.<sub>R</sub>, determinando il valore dell'errore, dato dalla relazione:

errore = 
$$\frac{\Sigma_i \Sigma_j(M.A.C._R - M.A.C._I)}{n}$$

con n numero di elementi.

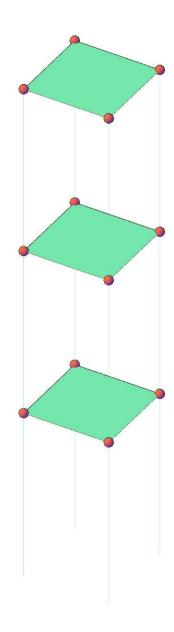
-

<sup>&</sup>lt;sup>116</sup> Ewins, D. J., "Modal testing: Theory and pratice". Research Studies Press, Letchworth, Hertfordshire, U.K., 1984

# 6.2 Applicazione al caso studio

# 6.2.1 Telaio a tre piani

A titolo di esempio si vuole far vedere come viene impiegato l'algoritmo genetico per determinare il numero ottimale di sensori e la loro disposizione su una struttura semplice: un telaio tridimensionale a tre piani (figura 6.1).



**Figura 6.1** – Telaio 3D a tre piani in AutoCAD, in cui i pallini in rosso indicano le possibili posizioni dei sensori di accelerazione

Si prenda un telaio tridimensionale composto da tre piani, in cui ogni piano è quadrato con il lato di 1 m ed ognuno di questi è posto ad una distanza di 2 m dal successivo, per un'altezza complessiva di 6 m. In figura 6.1, i pallini in rosso disposti nei vertici di ogni piano indicano le possibili posizioni degli accelerometri, ognuna con coordinate note. Secondo quanto descritto nel capitolo 4.2, a partire dal modello di AutoCAD si sono esportati i layer di ogni elemento (in questo caso abbiamo un solo layer per le colonne ed uno per i solai) e si è compilato il listato necessario ad attribuire tutte le caratteristiche meccaniche dei materiali (calcestruzzo) e delle sezioni. Così, il software FEM ha compiuto l'analisi modale della struttura, estraendo le prime 15 forme modali. In tabella 6.1 si riporta la selezione tra queste 15 forme modali in base alla frazione di massa partecipante, secondo quanto visto nel capitolo precedente, mentre in tabella 6.2 si descrivono i modi significativi.

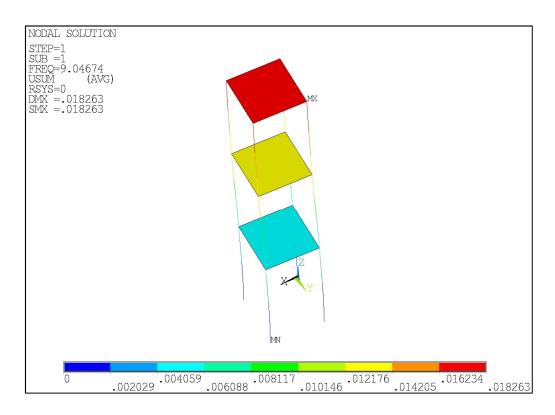
MOD	FREQ	PERIOD	TRASI	LAZION	IE	ROTAZIONE			
O	[Hz]	O [s]	X	Y	Z	X	Y	Z	
1	9.0467								
	4	0.11054	0.44	0.36	0.00	0.44	0.54	0.44	
2	9.0467								
2	4	011054	0.36	0.44	0.00	0.54	0.44	0.00	
3	11.903								
3	1	8.40E-02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.36	
4	32.898	3.04E-02	0.12	0.03	0.00	0.00	0.00	0.08	
5	32.898	3.04E-02	0.03	0.12	0.00	0.00	0.00	0.01	
	38.513								
6	1	2.60E-02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06	
7	67.230								
	8	1.49E-02	0.04	0.01	0.00	0.00	0.00	0.02	
8	67.230								
	8	1.49E-02	0.01	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	
9	90.747								
	3	1.24E-02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	
14	112.94								
	9	8.85E-03	0.00	0.00	1.00	0.01	0.01	0.00	

**Tabella 6.1** – *Selezione dei modi in base alla frazione di massa partecipante* 

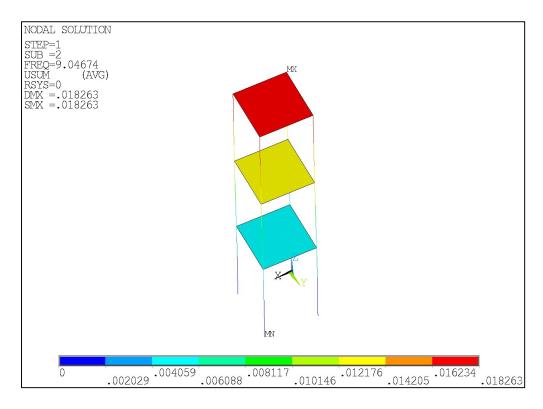
MODO	FREQ [Hz]	PERIODO [s]	DESCRIZIONE DEI MODI SIGNIFICATIVI				
1	9.04674	0.11054	1° MODO TRASLAZIONALE LUNGO X				
2	9.04674	011054	1° MODO TRASLAZIONALE LUNGO Y				
3		8.40E-	10 MODO DOTAZIONALE INTODNO A Z				
3	11.9031	02	1° MODO ROTAZIONALE INTORNO A Z				
4		3.04E-	2° MODO TRASLAZIONALE LUNGO X				
4	32.898	02	2 MODO TRASLAZIONALE LUNGO X				
5		3.04E-	1° MODO TRASLAZIONALE LUNGO Y				
3	32.898	02	1 MODO TRASLAZIONALE LUNGO T				
6		2.60E-	2° MODO ROTAZIONALE INTORNO A Z				
U	38.5131	02	2 MODO ROTAZIONALE INTORNO A Z				
7		1.49E-	3° MODO TRASLAZIONALE LUNGO X				
/	67.2308	02	3 MODO I RASLAZIONALE LUNGO X				
8		1.49E-	3° MODO TRASLAZIONALE LUNGO Y				
0	67.2308	02	3 MODO I RASLAZIONALE LUNGO I				
9		1.24E-	3° MODO ROTAZIONALE INTORNO A Z				
	90.7473	02	3 WODO KUTAZIONALE INTOKNO A Z				
14		8.85E-	1° MODO TRASLAZIONALE LUNGO Z				
14	112.949	03	1 WODO TRASLAZIONALE LUNGO Z				

**Tabella 6.2** – Denominazione delle forme modali significative

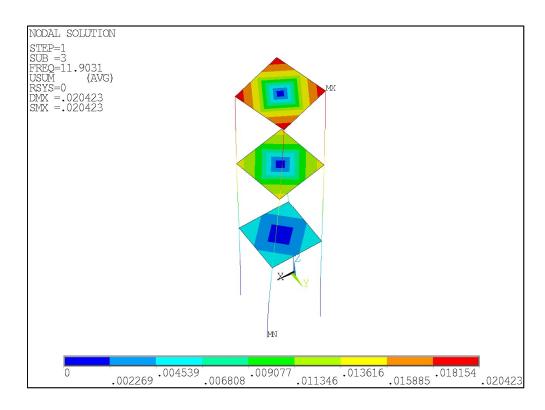
Si riportano nelle figure seguenti le rappresentazioni grafiche delle forme modali appena calcolate dal software agli elementi finiti.



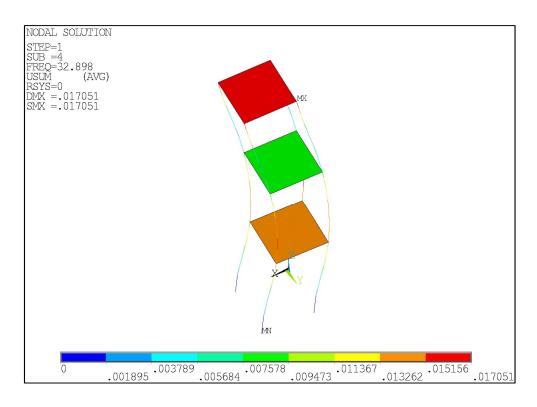
**Figura 6.2** – Rappresentazione del modo 1,  $1^{\circ}$  modo traslazionale lungo x



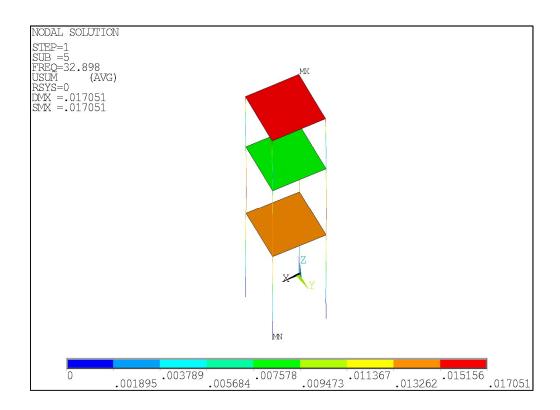
**Figura 6.3** – Rappresentazione del modo 2, 1° modo traslazionale lungo y



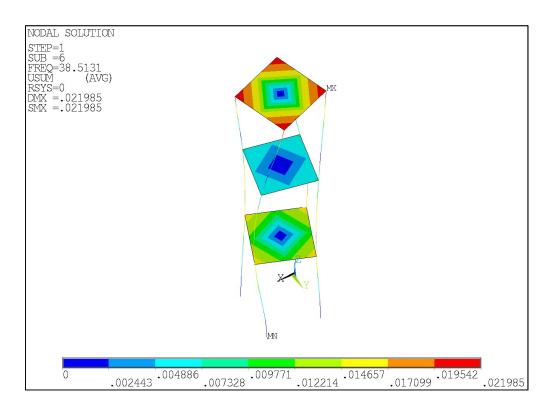
**Figura 6.4** – Rappresentazione del modo 3,  $1^{\circ}$  modo rotazionale intorno a z



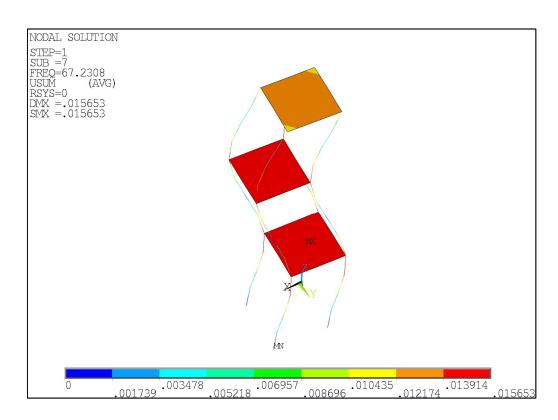
**Figura 6.5** – Rappresentazione del modo 4,  $2^{\circ}$  modo traslazionale lungo x



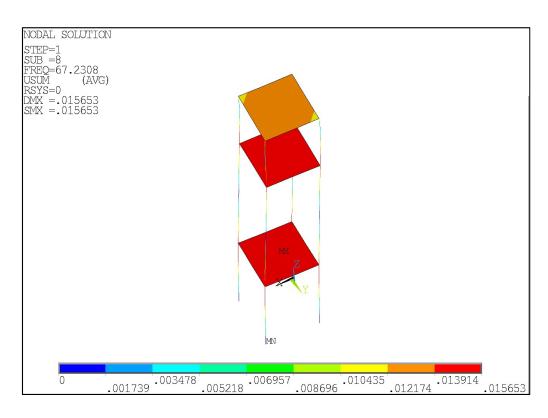
**Figura 6.6** – Rappresentazione del modo 5,  $2^{\circ}$  modo traslazionale lungo y



**Figura 6.7** – Rappresentazione del modo 6, 2º modo rotazionale intorno a z



**Figura 6.8** – Rappresentazione del modo 7,  $3^{\circ}$  modo traslazionale lungo x



**Figura 6.9** – Rappresentazione del modo 8, 3° modo traslazionale lungo y

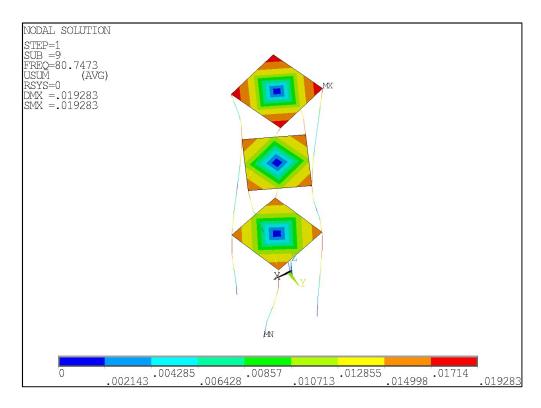
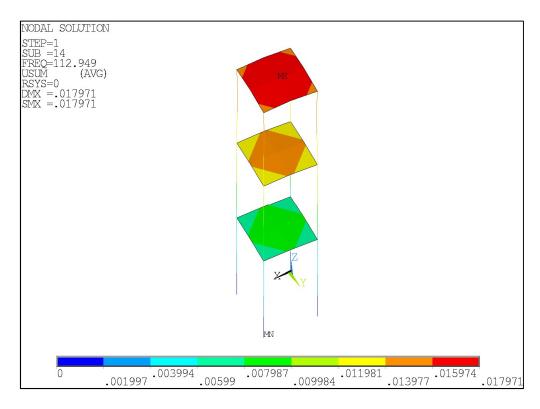


Figura 6.10 – Rappresentazione del modo 9, 3° modo rotazionale intorno a z



**Figura 6.11** – Rappresentazione del modo 14, 1° modo traslazionale lungo z

Si è supposto un numero totale di canali di acquisizione pari a 33, così suddivisi:

- 12 canali lungo la direzione x,
- 12 canali lungo la direzione y,
- 9 canali lungo la direzione z.

Con questi dati di input, il software FEM è stato in grado di restituire una matrice modale ridotta, avente un numero di righe pari al numero totale di canali (33) ed un numero di colonne pari al numero di modi significativi selezionati (10).

Si è passati in seguito al settaggio dell'algoritmo in Matlab, ricordando che l'unico vincolo imposto è quello di ammettere per ogni individuo della popolazione un numero intero.

In figura 6.12 si mostra l'output del calcolo ciclico, cioè viene rappresentata la matrice M.A.C. con un istogramma in tre dimensioni, così da apprezzare al meglio la differenza tra i valori in diagonale e quelli fuori dalla diagonale. La matrice ha dimensione 10x10 proprio per i 10 modi significativi selezionati in partenza.

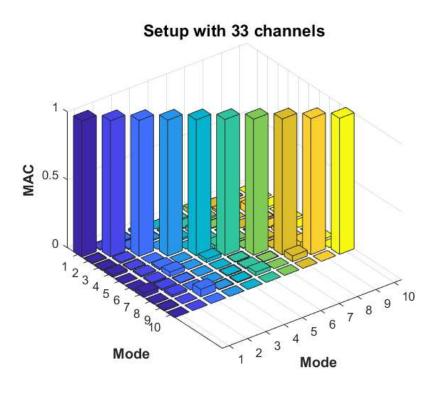


Figura 6.12 – Matrice M.A.C. 10x10 restituita dall'algoritmo genetico

Come si vede dalla figura 6.12, la matrice M.A.C. è molto vicina ad una matrice identità, questo a causa del gran numero di sensori e di canali che si sono ipotizzati nei confronti di una struttura relativamente semplice.

L'algoritmo infine restituisce un grafico con l'andamento dell'errore al variare del numero di sensori (l'intervallo del numero di sensori è stabilito manualmente, in questo caso il ciclo è stato iterato da 2 a 33 sensori): si sceglie un numero di accelerometri ottimale, che corrisponda ad un intervallo relativamente stabile di tale funzione, in questo caso si è scelto un numero di sensori pari a 12.

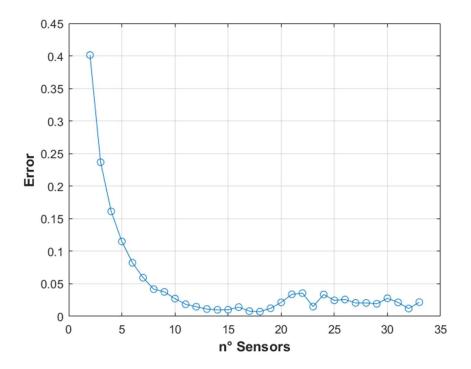


Figura 6.13 – Andamento della funzione errore al variare del numero di sensori

Scelto il numero di sensori, si va a leggere in Matlab il vettore riga che riporta, in ogni cella, un numero, che va da 1 al numero di canali totali, 33. Tale numero identifica una specifica posizione del sensore ed il canale ad esso associato. In definitiva la figura 6.14 mostra la disposizione dei 12 sensori secondo l'output restituito da Matlab.

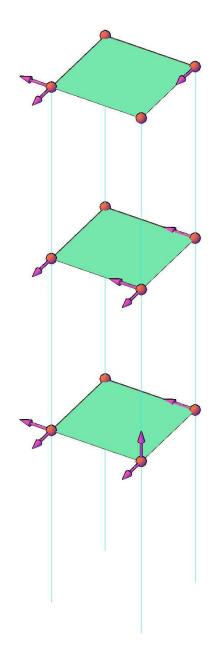


Figura 6.14 – Output grafico del posizionamento ottimale dei sensori nel telaio tridimensionale

# 6.2.2 Setup 1

Parlando ora del Paraboloide, ci si occuperà in questa fase dei setup del modello 2, ossia quello con i link di collegamento tra il timpano ad est e la torre.

Si sceglie, come primo tentativo, un numero di canali pari a 480, così distribuiti:

- 192 canali lungo x,
- 192 canali lungo y,

- 96 canali lungo z.

Le posizioni possibili individuate sono 192, e sono indicate dai pallini rossi nella figura 6.15. Nella stessa figura sono riportati i nomi delle sezioni, utilizzati per classificare tali posizioni. La classificazione attribuisce ad ogni posizione la lettera della sezione di appartenenza ed un numero, determinato come:

- in ogni sezione, le posizioni sono suddivise in macro-elementi (arcone, galleria, ecc.),
- per ogni macro-elemento, si numera in ordine crescente da nord verso sud, e se due posizioni possiedono la stessa coordinata z, si numera prima quella posta più in basso;

Così facendo ogni posizione è stata determinata univocamente, come elencato in tabella 6.3.

L'esecuzione dell'algoritmo genetico ha prodotto i risultati mostrati in figura 6.16 in termini di funzione errore – numero di sensori, la figura 6.17 rappresenta lo stesso grafico ma ingrandito nella zona di stabilizzazione della funzione di errore e in figura 6.18 in termini di matrice M.A.C. Si noti che in questo primo setup non sono stati assegnati coefficienti di importanza ai modi di vibrare della struttura, passaggio che verrà incluso nel setup seguente.

Infine, in figura 6.19 si mostra la disposizione dei sensori con i relativi canali, avendo scelto come numero di sensori 11, a fronte di un errore pari a 0.001753.

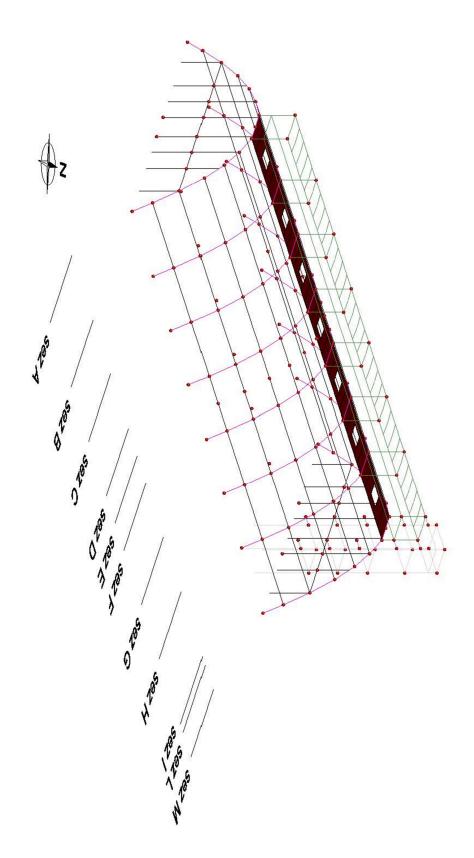


Figura 6.15 – Possibili posizioni dei sensori e sezioni utilizzate per la classificazione alfabetica: come si può vedere in questa fase non si è tenuto conto di tutta la parte al di sotto dei pilastroni di base, a causa dell'elevata rigidezza

ARCONE 6  ARCANE FACCIATA  ARCANE 7  ARCONE 7  ARCONE 8	SEZIONE	ZONA	NODO	x	Υ	Z	SEZIONE	ZONA	NODO	х	Υ	Z
ACALERIA  AIS 38.190  AIS 38.1	SEZIONE	201171					SEZIONE	2011/1				
ARCONE				<del>                                     </del>								
ARCONE  ARCHE  A				1								
ARCONE   AS   38.130   6.944   10.720   AS   AS   AS   AS   AS   AS   AS   A				1								
ARCONE  BR  BR  BR  BR  ARCONE  BR  BR  BR  BR  ARCONE  BR  BR  BR  BR  BR  BR  ARCONE  BR  BR  BR  BR  BR  BR  BR  BR  BR  B												
ARCONE			A6	38.130	8.484	11.680						
ARCONE A			A7	38.130	10.114	12.390			D7			
ACCIATA  ACC		ARCONE	A8	38.130	11.520	12.390		ARCONE	D8			
AL AL BALLEY BAL			A9	38.130	12.925	12.390	D		D9			
A11 38.130 16.095 10.720 A12 38.130 17.555 9.310 A13 38.130 17.555 9.310 A14 38.130 17.555 9.310 A15 38.130 17.555 9.310 A16 38.130 10.145 15.610 A17 38.130 10.141 15.610 A17 38.130 10.145 15.610 A18 38.130 10.146 15.610 A17 38.130 10.255 15.610 A18 38.130 10.365 13.850 A19 38.130 10.365 13.850 A20 38.130 10.365 3.850 A21 38.130 10.365 7.460 A22 38.130 10.2675 7.460 A23 38.130 10.555 7.460 A24 38.130 10.555 7.460 A25 38.130 10.555 7.460 A26 38.130 10.555 7.460 A27 38.130 10.555 7.460 A28 38.130 10.555 7.460 A29 38.130 10.555 7.460 A20 38.130 10.555 7.460 A21 38.130 10.555 7.460 A22 38.130 10.555 7.460 A25 38.130 10.555 7.460 A26 38.130 10.555 7.460 A27 38.130 10.555 7.460 A28 38.130 10.555 7.460 A29 38.130 10.555 7.460 A29 38.130 10.555 7.460 A20 38.130 10.555 7.460 A21 38.130 10.555 7.460 A22 38.85 10.350 3.850 A23 38.130 10.365 10.360 A.360 A.3			A10	38.130	14.555	11.680			D10			10.720
A A 12 38.130 17.655 9.310 A 12 38.130 19.45 7.460 A 14 38.130 2.0674 5.440 A 15 38.130 10.114 15.610 A 17 38.130 10.114 15.610 A 18 38.130 10.10 114 15.610 A 19 38.130 10.365 7.460 A 20 38.130 10.365 7.460 A 22 38.130 12.675 7.460 A 23 38.130 12.675 7.460 A 24 38.130 14.555 7.460 A 25 38.130 15.515 7.460 B 11 30.365 1.515 7.460 B 2 30.365 6.344 10.720 B 2 30.365 6.344 10.720 B 3 30.365 6.344 10.720 B 3 30.365 6.344 10.720 B 3 30.365 6.344 11.680 B 4 30.365 10.114 12.390 B 5 30.365 10.114 12.390 B 6 30.365 10.114 12.390 B 7 30.365 10.114 12.390 B 8 3 30.365 10.114 12.390 B 10 30.365 10.95 10.720 B 11 30.365 11.505 3.850 B 12 30.365 10.114 12.390 B 12 30.365 10.95 10.720 B 11 30.365 11.505 3.850 B 12 30.365 10.95 10.720 B 11 30.365 11.500 3.850 B 12 30.365 10.95 10.720 B 11 30.365 11.500 3.850 B 12 30.365 10.95 10.720 B 11 30.365 11.500 3.850 B 12 30.365 10.95 10.720 C 12 23.885 3.344 10.720 C 23.885 3.344 10.720 C 23.885 3.344 10.720 C 23.885 1.350 3.850 C 2 23.885 8.484 11.680 B 13 30.365 11.500 3.850 C 2 23.885 8.484 11.680 B 13 30.365 11.500 3.850 C 2 23.885 8.484 11.680 B 13 30.365 11.500 3.850 C 3 23.885 3.394 7.460 C 3 23.885 1.1520 3.850 C 3 23.885 3.394 7.460 C 3 23.885 1.1520 3.850 C 3 23.885 1.1520 3.850 C 3 23.885 3.295 5.340 C 3 23.885 3.295 5.340 C 3 23.885 3.394 7.460 C 3 23.885 3.3			A11	38.130	16.095	10.720				17.345		
A			A12	38.130	17.655	9.310			D12			
B ARCONE  ACCOME  ACCOME  B ARCONE  C ARRONE  C ARCONE  C ARRONE  C ARCONE	Α		A13	38.130	19.245	7.460			D13	17.345	20.674	5.440
BALLERIA  A15  A38.130  A17  A38.330  1.1925  A18  A18  A38.330  A19  A20  A38.130  A20  A21  A38.130  A22  A38.130  A22  A38.130  A23  A38.130  A24  A23  A38.130  A25  A23  A38.130  A26.75  A25  A25  A26  A27  A27  A28  A28  A29  A38.130  A26.75  A29  A29  A29  A29  A29  A29  A29  A2			A14	38.130	20.674	5.440			D14	17.345	21.690	3.850
ALIERIA   ALIE			A15	38.130	21.690	3.850			1			
A17 38.130 12.925 15.610  A18 38.130 8.484 7.460 A20 38.130 10.365 3.850 A21 38.130 10.365 3.850 A22 38.130 10.365 7.460 A22 38.130 12.675 7.460 A23 38.130 12.675 7.460 A24 38.130 14.555 7.460 A25 38.130 16.515 7.460 A25 38.130 16.515 7.460 A26 38.130 16.515 7.460 A27 38.130 16.515 7.460 A28 38.130 16.515 7.460 A29 30.365 1.350 3.850 B2 30.365 1.350 3.850 B3 30.365 5.384 9.310 B5 30.365 6.944 10.720 B6 30.365 8.484 11.680 B7 30.365 1.695 10.720 B11 30.365 11.520 3.850 B9 30.365 14.595 11.680 B9 30.365 14.595 11.680 B10 30.365 16.095 10.720 B11 30.365 11.520 3.850 B11 30.365 11.520 3.850 B12 30.365 12.925 12.390 B13 30.365 1.690 3.850 B14 30.365 12.925 12.390 B15 30.365 11.520 3.850 B16 30.365 11.520 3.850 B17 A18 4 30.365 11.520 3.850 B10 30.365 11.520 3.850 B10 30.365 11.520 3.850 B11 30.365 11.520 3.850 B11 30.365 11.520 3.850 B12 30.365 11.520 3.850 B13 30.365 11.520 3.850 B14 30.365 11.520 3.850 B10 30.365 11.520 3.850 B11 30.365 11.520 3.850 B11 30.365 11.520 3.850 B12 30.365 11.520 3.850 B13 30.365 11.520 3.850 B14 30.365 11.520 3.850 B15 30.365 11.520 3.850 B16 30.365 11.520 3.850 B17 30.865 11.520 3.850 B18 30.365 11.520 3.850 B19 30.365 11.520 3.850 B10 30.365 11.520 3.850 B11 30.365 11.520 3.850 B11 30.365 11.520 3.850 B12 30.365 11.520 3.850 B13 30.365 11.520 3.850 B14 30.365 11.520 3.850 B15 30.365 11.520 3.850 B16 30.365 11.520 3.850 B17 30.865 11.520 3.850 B18 30.365 11.520 3.850 B19 30.365 11.520 3.850 B10 3		CALLEDIA	A16	38.130	10.114	15.610		GALLERIA	D16	17.345	12.925	15.610
## A20		GALLERIA	A17	38.130	12.925	15.610		TRAVE C.	D17			
FACCIATA  A21 38.130 10.365 3.850 A22 38.130 10.365 7.460 A22 38.130 10.2675 3.850 A23 38.130 12.675 3.850 A24 38.130 14.555 7.460 A25 38.130 16.515 7.460 A25 38.130 16.515 7.460 A26 38.130 16.515 7.460 A27 38.130 16.515 7.460 A28 38.130 16.515 7.460 A29 30.365 1.350 3.850 B2 30.365 1.350 3.850 B3 30.365 1.350 3.850 B4 30.365 5.384 9.310 B5 30.365 6.944 10.720 B6 30.365 8.484 11.680 B7 30.365 1.130 11.14 12.390 B8 30.365 11.520 3.850 B10 30.365 1.6595 10.720 B11 30.365 17.655 9.310 B12 30.365 11.520 3.850 B10 30.365 16.594 10.720 B11 30.365 11.520 3.850 B10 30.365 11.520 3.850 B11 30.365 11.520 3.850 B12 30.365 11.520 3.850 B13 30.365 11.520 3.850 B14 30.365 11.520 3.850 B15 30.365 11.520 3.850 B16 30.365 11.520 3.850 B17 30.365 11.520 3.850 B10 30.365 11.520 3.850 B11 30.365 11.520 3.850 B12 30.365 11.520 3.850 B13 30.365 11.520 3.850 B14 30.365 11.520 3.850 B15 30.365 11.520 3.850 B16 30.365 11.520 3.850 B17 30.865 11.520 3.850 B17 30.865 11.520 3.850 B18 30.365 11.520 3.850 B19 30.365 11.520 3.850 B11 30.365 11.520 3.850 B12 30.365 11.520 3.850 B13 30.365 11.520 3.850 B14 30.365 11.520 3.850 B15 30.365 11.520 3.850 B16 30.365 11.520 3.850 B17 30.865 11.520 3.850 B18 30.365 11.520 3.850 B19 30.365 11.520 3.850 B11 30.365 11.520 3.850 B11 30.365 11.520 3.850 B12 30.365 11.520 3.850 B13 30.365 11.520 3.850 B14 30.365 11.520 3.850 B15 30.365 11.520 3.850 B16 30.365 11.520 3.850 B17 30.865 11.520 3.850 B18 30.865 11.520 3.850 B19 30.365 11.520 3.850 B10 30.850 11.520 3.85			A18	38.130	6.570	7.460			E1			
## ACCIATA   A20			A19	38.130	8.484	7.460			-			
FACCIATA   A21   38.130   10.365   7.460   A23   38.130   112.675   7.460   A24   38.130   12.675   7.460   A25   38.130   12.675   7.460   A25   38.130   12.675   7.460   A25   38.130   13.555   7.460   A25   38.130   13.555   7.460   A25   38.130   13.555   7.460   A25   38.130   13.555   7.460   A25   38.130   30.365   1.350   3.850   B2   30.365   2.365   5.440   B4   30.365   5.384   9.310   B5   30.365   6.944   10.720   B6   30.365   6.944   10.720   B6   30.365   10.114   12.390   B7   30.365   11.925   11.680   B7   30.365   12.925   11.680   B8   30.365   12.925   11.680   B1   30.365   12.925   11.680   B1   30.365   12.925   13.390   B1   30.365   12.925   13.390   B1   30.365   10.114   15.610   B1   30.365   12.925   15.610   TRAVE C. B17   30.365   11.520   3.850   A23.885   3.385   A23.885   3.385   A23.885   A344   A348   A344   A344   A348   A344   A348   A3			A20	38.130	10.365	3.850						
B ARCONE   A22   38.130   12.675   3.850   A24   38.130   12.675   7.460   A25   38.130   14.555   7.460   A25   38.130   16.515   7.460   A25   38.130   16.515   7.460   B1   30.365   1.350   3.850   B2   30.365   3.794   7.460   B3   30.365   3.794   7.460   B4   30.365   5.344   9.310   B5   30.365   5.344   9.310   B6   30.365   5.344   11.680   B6   30.365   3.794   7.460   B8   30.365   12.925   12.390   B8   30.365   12.925   12.390   B8   30.365   12.925   12.390   B10   30.365   17.655   9.310   B11   30.365   17.655   9.310   B12   30.365   19.245   7.460   B13   30.365   10.945   17.460   B14   30.365   10.945   17.460   B13   30.365   10.945   17.460   B14   30.365   10.945   17.460   B16   30.365   10.945   17.460   B16   30.365   12.925   15.610   A160   A		FACCIATA	A21	38.130	10.365	7.460			-			
ACONE   ACON		FACCIATA	A22	38.130	12.675	3.850						
B			A23	38.130	12.675	7.460						
B			A24	38.130	14.555	7.460	E	MEZZERIA				
B1 30.365 1.350 3.850			A25	38.130	16.515	7.460			E8			
B2			B1	30.365	1.350	3.850						
B			B2	30.365	2.365	5.440						
BARCONE  RACONE  BE  BE  BE  BE  BE  BE  BE  BE  BE		ARCONE	В3	30.365	3.794	7.460	F		-			
B5			B4	30.365	5.384	9.310						
B ARCONE   B6   30.365   8.484   11.680   B7   30.365   10.114   12.390   B8   30.365   12.925   12.390   B9   30.365   14.555   11.680   B10   30.365   16.095   10.720   B11   30.365   17.655   9.310   B12   30.365   19.245   7.460   B13   30.365   21.690   3.850   B15   30.365   21.690   3.850   B16   30.365   21.690   3.850   B16   30.365   21.690   3.850   B16   30.365   21.925   15.610   B16   30.365   11.520   3.850   B16   30.365   11.520   3.850   B16   30.385   3.794   7.460   B16   30.385   3.794   7.460   B17   30.365   31.520   3.850   B18   30.365   31.520   3.850   B19   30.850   B19   3			B5	30.365	6.944	10.720						
B ARCONE			B6	30.365	8.484	11.680						
B			B7	30.365	10.114	12.390		ARCONE	F3			
B   B9   30.365   14.555   11.680   B10			B8	30.365	12.925	12.390			F4			
B10	В		B9	30.365	14.555	11.680			F5	10.845	6.944	10.720
ARCONE RACONE RA			B10	30.365	16.095	10.720			-			
B13   30.365   20.674   5.440   F   F8   10.845   12.925   12.390			B11	30.365	17.655	9.310			F7	10.845	10.114	12.390
B14 30.365 21.690 3.850  GALLERIA B15 30.365 10.114 15.610 B16 30.365 12.925 15.610  TRAVE C. B17 30.365 11.520 3.850  C2 23.885 1.350 3.850  C2 23.885 2.365 5.440 C3 23.885 5.384 9.310  C5 23.885 6.944 10.720 C6 23.885 12.925 12.390  C6 23.885 10.114 12.390 C7 23.885 10.114 12.390 C8 23.885 12.925 12.390  C9 23.885 14.555 11.680 C11 23.885 11.520 3.850  G11 23.885 11.520 3.850  G2 23.885 10.114 12.390 C6 23.885 12.925 12.390 C7 23.885 10.500 10.720 C8 23.885 10.500 10.720 C11 23.885 11.550 9.310 C12 23.885 10.114 12.390 C6 23.885 11.550 10.720 C10 23.885 10.950 10.720 C11 23.885 11.550 3.850  G12 23.885 10.114 15.610 C15 23.885 10.114 15.610 C16 23.885 10.114 15.610 C17 C18 23.885 10.114 15.610 C18 C19			B12	30.365	19.245	7.460			F8	10.845	12.925	12.390
ARCONE  GALLERIA  B15  30.365  10.114  15.610  B16  30.365  11.520  3.850  C1  23.885  1.350  3.850  C2  23.885  3.794  7.460  C3  23.885  3.794  7.460  C5  23.885  10.114  10.805  TRAVE C. F17  10.845  10.			B13	30.365	20.674	5.440			F9	10.845	14.555	11.680
C			B14	30.365	21.690	3.850			F10	10.845	16.095	10.720
TRAVE C. B17 30.365 12.925 15.610  TRAVE C. B17 30.365 11.520 3.850  C1 23.885 1.350 3.850  C2 23.885 2.365 5.440  C3 23.885 3.794 7.460  C4 23.885 5.384 9.310  C5 23.885 6.944 10.720  C6 23.885 8.484 11.680  C7 23.885 10.114 12.390  C8 23.885 12.925 12.390  C9 23.885 14.555 11.680  C10 23.885 17.655 9.310  C11 23.885 17.655 9.310  C12 23.885 19.245 7.460  C13 23.885 19.245 7.460  C14 23.885 21.690 3.850  C5 23.885 16.950 10.720  C11 23.885 17.655 9.310  C12 23.885 19.245 7.460  C13 23.885 19.245 7.460  C14 23.885 21.690 3.850  C15 23.885 10.114 15.610  C16 23.885 10.114 15.610  C17 C17 23.885 10.114 15.610  C18 C17 C18		GALLERIA							F11	10.845	17.655	9.310
TRAVE C. B17 30.365 11.520 3.850  C2 23.885 1.350 3.850  C2 23.885 3.794 7.460  C4 23.885 5.384 9.310  C5 23.885 6.944 10.720  C6 23.885 8.484 11.680  C7 23.885 10.114 12.390  C8 23.885 12.925 12.390  C9 23.885 14.555 11.680  C10 23.885 17.655 9.310  C11 23.885 17.655 9.310  C12 23.885 17.655 9.310  C14 23.885 17.655 9.310  C15 23.885 10.114 15.610  C10 23.885 17.655 9.310  C11 23.885 17.655 9.310  C12 23.885 10.114 15.610  C13 23.885 12.925 15.610  TRAVE C. C17 23.885 10.114 15.610  C14 23.885 17.655 9.310  C15 23.885 10.114 15.610  C16 23.885 12.925 15.610  TRAVE C. C17 23.885 11.520 3.850  G3 4.365 12.925 12.390  G6 4.365 6.944 10.720  G6 4.365 6.944 10.720  G7 4.365 10.114 12.390  G8 4.365 12.925 12.390  G9 4.365 10.114 12.390  G9 4.365 10.114 12.390  G8 4.365 12.925 12.390  G9 4.365 10.114 12.390  G8 4.365 12.925 12.390  G9 4.365 10.114 12.390  G8 4.365 12.925 12.390  G9 4.365 12.925 12.390  G9 4.365 10.114 12.390  G8 4.365 12.925 12.390  G9 4.365 10.114 12.390  G10 4.365 16.095 10.720  G11 4.365 17.655 9.310  G12 4.365 12.925 7.460  G13 4.365 12.925 7.460  G14 4.365 21.690 3.850				30.365		15.610			F12	10.845	19.245	7.460
C			B17	30.365	11.520	3.850					20.674	
C3									F14	10.845	21.690	3.850
C3									F15			
C4				1			1	GALLEKIA	F16	10.845	12.925	15.610
C5				<del>                                     </del>			<u></u>	TRAVE C.	1			
C ARCONE  ARCONE  ARCONE  C 23.885									G1	4.365	1.350	
C8 23.885 12.925 12.390 C9 23.885 14.555 11.680 C10 23.885 16.950 10.720 C11 23.885 17.655 9.310 C12 23.885 19.245 7.460 C13 23.885 20.674 5.440 C14 23.885 21.690 3.850 C16 C16 23.885 10.114 15.610 TRAVE C. C17 23.885 11.520 3.85  GALLERIA  GALLERIA  GALLERIA  C15 23.885 12.925 15.610  TRAVE C. C17 23.885 11.520 3.85  GALLERIA				1			G		G2	4.365		5.440
C8 23.885 12.925 12.390 C9 23.885 14.555 11.680 C10 23.885 16.950 10.720 C11 23.885 17.655 9.310 C12 23.885 19.245 7.460 C13 23.885 20.674 5.440 C14 23.885 21.690 3.850 C16 23.885 10.114 15.610 TRAVE C. C17 23.885 11.520 3.85  GALLERIA  GA 4.365 5.384 9.310 G5 4.365 6.944 10.720 G6 4.365 8.484 11.680 G7 4.365 10.114 12.390 G8 4.365 12.925 12.390 G9 4.365 14.555 11.680 G10 4.365 16.095 10.720 G11 4.365 17.655 9.310 G12 4.365 17.655 9.310 G12 4.365 19.245 7.460 G13 4.365 20.674 5.440 G14 4.365 21.690 3.850 GALLERIA G15 4.365 10.114 15.610 G16 4.365 10.114 15.610 G17 A.365 10.114 15.610 G18 A.365 10.114 15.610 G19 A.365 10.114 15.610 G10 A.365 10.114 15.610 G10 A.365 10.114 15.610 G10 A.365 10.114 15.610		ARCONE		+ +					G3	4.365	3.794	7.460
C10 23.885 16.950 10.720 C11 23.885 17.655 9.310 C12 23.885 19.245 7.460 C13 23.885 20.674 5.440 C14 23.885 21.690 3.850  GALLERIA C15 23.885 10.114 15.610 TRAVE C. C17 23.885 11.520 3.85  GALLERIA C16 23.885 11.520 3.85  GALLERIA C17 23.885 11.520 3.85  GALLERIA C18 23.885 12.925 15.610  GALLERIA C19 23.885 11.520 3.85				1					G4	4.365	5.384	9.310
C11 23.885 17.655 9.310 C12 23.885 19.245 7.460 C13 23.885 20.674 5.440 C14 23.885 21.690 3.850  GALLERIA C15 23.885 10.114 15.610 TRAVE C. C17 23.885 11.520 3.85  GALLERIA C16 23.885 11.520 3.85  GALLERIA C17 23.885 11.520 3.85  GALLERIA C18 C19	С								G5	4.365	6.944	10.720
C12 23.885 19.245 7.460 C13 23.885 20.674 5.440 C14 23.885 21.690 3.850  GALLERIA C15 23.885 10.114 15.610 C16 23.885 12.925 15.610  TRAVE C. C17 23.885 11.520 3.85  GALLERIA C15 C17 23.885 11.520 3.85  GALLERIA C15 C17 23.885 11.520 3.85  GALLERIA C16 C17 23.885 11.520 3.85  GALLERIA C17									G6	4.365	8.484	11.680
GALLERIA    C15								ADCONE	G7	4.365	10.114	12.390
C14 23.885 21.690 3.850 GALLERIA C15 23.885 10.114 15.610 C16 23.885 12.925 15.610 TRAVE C. C17 23.885 11.520 3.85 G10 4.365 16.095 10.720 G11 4.365 17.655 9.310 G12 4.365 19.245 7.460 G13 4.365 20.674 5.440 G14 4.365 21.690 3.850 GALLERIA G15 4.365 10.114 15.610 G16 4.365 12.925 15.610				t - t				ARCONE	G8	4.365	12.925	12.390
GALLERIA C15 23.885 10.114 15.610 C16 23.885 12.925 15.610  TRAVE C. C17 23.885 11.520 3.85  G12 4.365 17.655 9.310 G12 4.365 19.245 7.460 G13 4.365 20.674 5.440 G14 4.365 21.690 3.850  GALLERIA G15 4.365 10.114 15.610 G16 4.365 12.925 15.610									G9	4.365	14.555	11.680
GALLERIA C16 23.885 12.925 15.610 TRAVE C. C17 23.885 11.520 3.85  G12 4.365 17.655 9.310 G12 4.365 19.245 7.460 G13 4.365 20.674 5.440 G14 4.365 21.690 3.850 GALLERIA G15 4.365 10.114 15.610 G16 4.365 12.925 15.610									G10	4.365	16.095	10.720
TRAVE C. C17 23.885 11.520 3.85    G12 4.365 19.245 7.460									G11	4.365	17.655	9.310
G13 4.365 20.674 5.440 G14 4.365 21.690 3.850 GALLERIA G15 4.365 10.114 15.610 G16 4.365 12.925 15.610									G12	4.365	19.245	7.460
GALLERIA G15 4.365 10.114 15.610 G16 4.365 12.925 15.610		TRAVE C.	C1/	23.885	11.520	3.85			G13	4.365	20.674	5.440
GALLERIA G16 4.365 12.925 15.610									G14	4.365	21.690	3.850
G16 4.365 12.925 15.610								CALLEDIA	G15	4.365	10.114	15.610
TRAVE C. G17 4.365 11.520 3.850								GALLERIA	G16	4.365	12.925	15.610
								TRAVE C.	G17	4.365	11.520	3.850

SEZIONE	ZONA	NODO	Х	Υ	Z	SEZIONE	ELEMENTO	NODO	Х	Υ	Z
		H1	-2.175	1.350	3.850			L1	-10.985	10.115	4.870
		H2	-2.175	2.365	5.440	1		L2	-10.985	10.115	7.460
		Н3	-2.175	3.794	7.460	1		L3	-10.985	10.115	10.140
		H4	-2.175	5.384	9.310	L		L4	-10.985	10.114	13.480
		H5	-2.175	6.944	10.720		LINIZ	L5	-10.985	10.114	15.610
		H6	-2.175	8.484	11.680		TORRE	L6	-10.985	12.925	4.870
	ARCONE	H7	-2.175	10.114	12.390			L7	-10.985	12.925	7.460
	ARCONE	H8	-2.175	12.925	12.390			L8	-10.985	12.925	10.140
Н		Н9	-2.175	14.555	11.680			L9	-10.985	12.925	13.480
		H10	-2.175	16.095	10.720			L10	-10.985	12.925	15.610
		H11	-2.175	17.655	9.310			L11	-10.985	10.114	16.370
		H12	-2.175	19.245	7.460			L12	-10.985	12.925	16.370
		H13	-2.175	20.674	5.440			M1	-13.915	10.115	4.870
		H14	-2.175	21.690	3.850			M2	-13.915	10.115	4.760
	GALLERIA	H15	-2.175	10.114	15.610			M3	-13.915	10.115	10.140
		H16	-2.175	12.925	15.610			M4	-13.915	10.114	13.480
	TRAVE C.	H17	-2.175	11.520	3.850	IVI	TORRE	M5	-13.915	10.114	16.370
		11	-9.985	1.350	3.850	1		M6	-13.915	12.925	4.870
		12	-9.985	2.365	5.440			M7	-13.915	12.925	7.460
		13	-9.985	3.794	7.460			M8	-13.915	12.925	10.140
		14	-9.985	5.384	9.310			M9	-13.915	12.925	13.480
		15	-9.985	6.945	10.720			M10	-13.915	12.925	16.370
		16	-9.985	8.485	11.680						
	4000415	17	-9.985	10.114	12.390	1					
	ARCONE	18	-9.985	11.520	12.390						
		19	-9.985	12.925	12.390						
		110	-9.985	14.555	11.680	1					
		111	-9.985	16.095	10.720						
		112	-9.985	17.655	9.310						
		113	-9.985	19.245	7.460						
		114 115	-9.985	20.674	5.440	1					
1		115 116	-9.985 -9.985	21.690 6.570	3.850 7.460						
1		117	-9.985	8.485	3.850	1					
		117	-9.985	8.485	7.460						
	FACCIATA	119	-9.985	14.555	3.850						
		120	-9.985	14.555	7.460	1					
		121	-9.985	16.515	7.460						
		122	-9.985	10.115	4.870						
	LINK	123	-9.985	10.115	7.460	1					
		124	-9.985	10.115	10.140						
		125	-9.985	10.114	13.480						
		126	-9.985	10.114	15.610						
		127	-9.985	12.925	4.870	1					
		128	-9.985	12.925	7.460	1					
		129	-9.985	12.925	10.140	1					
		130	-9.985	12.925	13.480						
		131	-9.985	12.925	15.610	4					

**Tabella 6.3** – Classificazione alfanumerica delle 192 posizioni con relative coordinate nel sistema di riferimento globale

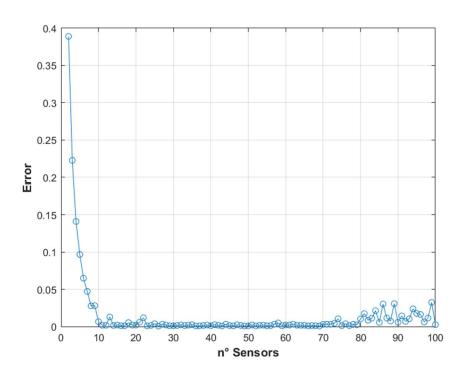
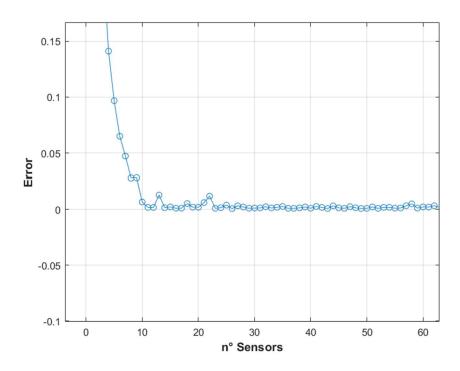
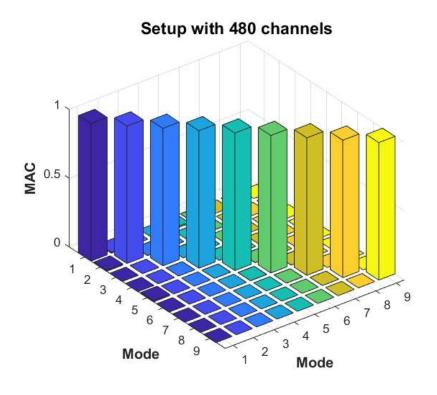


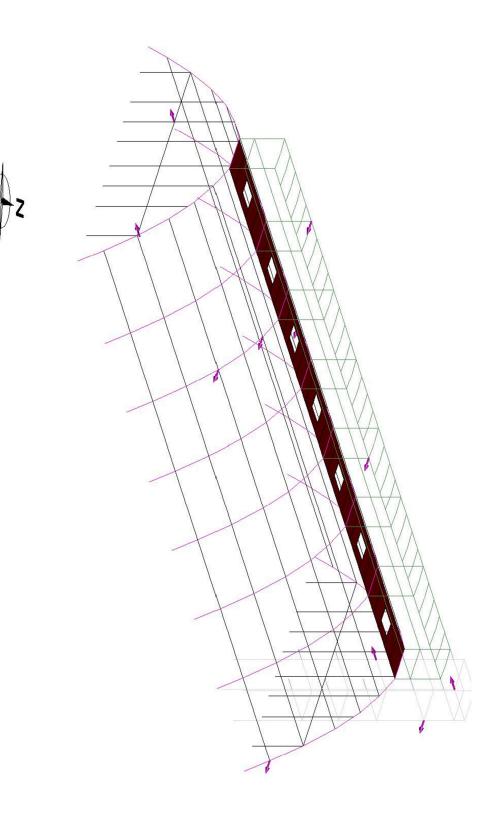
Figura 6.16 – Andamento della funzione errore al variare del numero di sensori – setup l



**Figura 6.17** – Andamento della funzione errore al variare del numero di sensori: ingrandimento nella zona di stabilizzazione della funzione – setup 1



**Figura 6.18** – Matrice M.A.C. 9x9 restituita dall'algoritmo genetico – setup 1



144

#### 6.2.3 Setup 2

Un secondo tentativo, denominato "Setup 2", è stato effettuato introducendo i coefficienti di importanza: lo scopo è quello di attribuire un'importanza differente ai modi significativi. Si è deciso quindi di far pesare maggiormente, all'interno dell'algoritmo genetico, solo alcuni dei modi significativi della struttura, attribuendogli un coefficiente pari ad 1, mentre agli altri, meno importanti, è stato assegnato un coefficiente pari a 0,7 (tabella 6.4).

MODO	COEFFICIENTE	DESCRIZIONE DEI MODI SIGNIFICATIVI
1	0.7	TRASLAZIONALE LUNGO Y E
1	0.7	ROTAZIONALE INTORNO A X GALLERIA
2	1	TRASLAZIONALE LUNGO Y E
	1	ROTAZIONALE INTORNO A X TORRE
5	1	TRASLAZIONALE LUNGO Z COPERTURA
		TRASLAZIONALE LUNGO Y E
6	1	ROTAZIONALE INTORNO A X
		COPERTURA
		TRASLAZIONALE LUNGO X E
7	0.7	ROTAZIONALE INTORNO A Z TORRE-
		GALLERIA
		TRASLAZIONALE LUNGO X E
13	0.7	ROTAZIONALE INTORNO A Y TORRE-
		GALLERIA
21	0.7	TRASLAZIONALE LUNGO X TRAVI-
21	0.7	PILASTRI INTERNI
34	1	TRALAZIONALE LUNGO X TIMPANO
J-T	1	OVEST
68	1	TRALAZIONALE LUNGO X TIMPANO EST-
00	1	TORRE

**Tabella 5.4** – Attribuzione dei coefficienti di importanza ai modi significativi – setup 2

Al di là di questa modifica, nel setup 2 sono state lasciate invariate sia le posizioni dei sensori sul Paraboloide, sia il numero di canali, pari sempre a 480, e distribuiti secondo quanto spiegato nel setup 1. Anche questa volta il ciclo dell'algoritmo è stato calcolato per un numero di sensori variabile tra 2 e 100. Analizzando la funzione errore, si è deciso di assumere un numero di sensori pari a 37, corrispondente ad un errore di 0.001020.

Come si può vedere in figura 6.23, l'algoritmo genetico ha restituito una matrice M.A.C. pesata, proprio per tener conto dell'assegnazione dei coefficienti di importanza.

In figura 6.24 si riporta la disposizione dei sensori sulla struttura, secondo quanto indicato dal vettore di output restituito dall'algoritmo alla fine del calcolo.

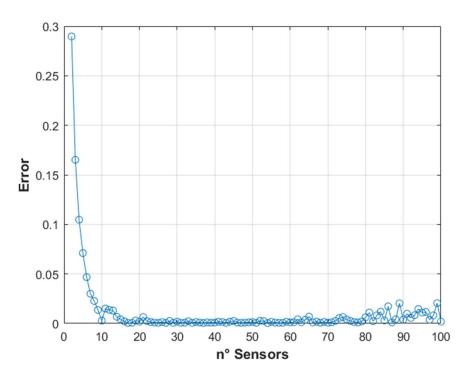
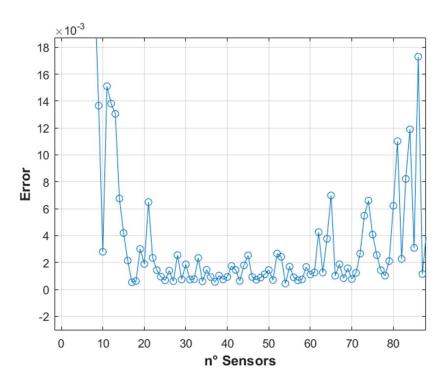


Figura 6.20 - Andamento della funzione errore al variare del numero di sensori-setup 2



**Figura 6.21** – Andamento della funzione errore al variare del numero di sensori: ingrandimento nella zona di stabilizzazione della funzione – setup 2

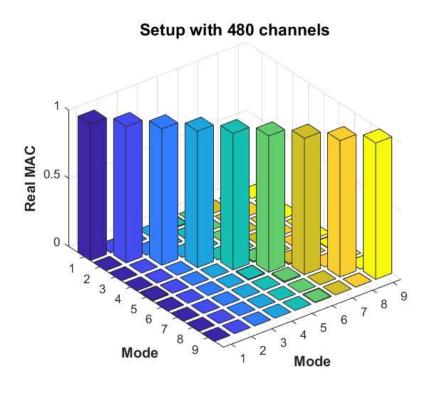
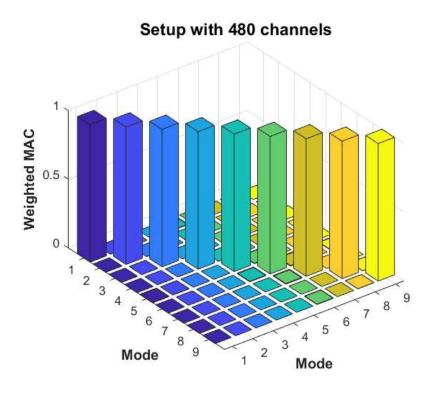
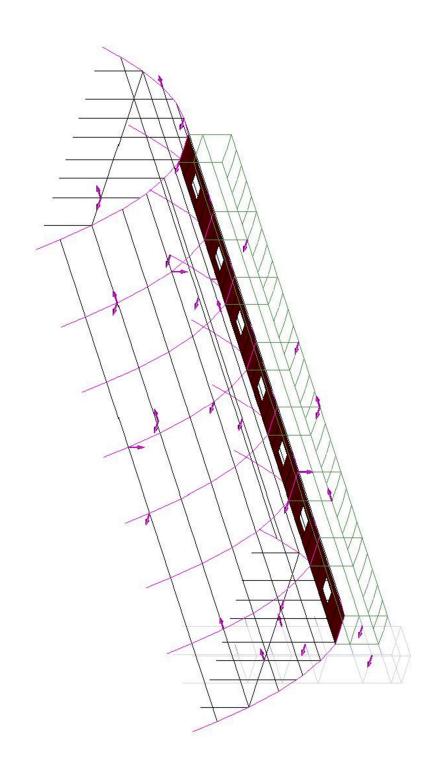


Figura 6.22 – Matrice M.A.C. 9x9 restituita dall'algoritmo genetico – setup 2



**Figura 6.23** – Matrice M.A.C. pesata 9x9 restituita dall'algoritmo genetico – setup 2



### **6.2.4** Setup esecutivo

In questo paragrafo si vedrà che cosa succede quando ipotizziamo un setup dei sensori di tipo "esecutivo" cioè finalizzato all'attuazione pratica, ossia una disposizione di progetto.

Operando in questo modo, si fissano:

- il numero di sensori,
- i canali di acquisizione,
- le posizioni di installazione dei sensori,

tutti parametri che, nei setup precedenti, erano ottenuti come output alla fine del calcolo, e non come dati di input come si fa ora. Dato che questo setup non è ottimizzato, ci si aspetta di ottenere una matrice M.A.C. ben più lontana dall'essere una matrice identità rispetto ai setup precedenti. In effetti si vede in figura 6.25 come i valori fuori dalla diagonale siano maggiori rispetto ai setup precedenti.

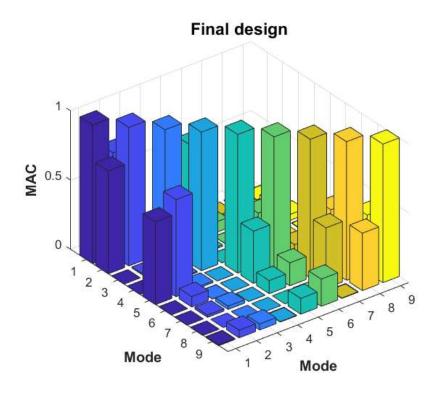
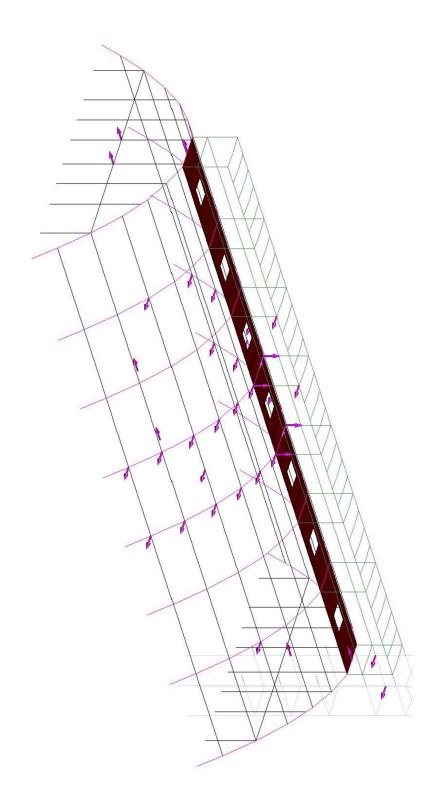


Figura 6.25 – Matrice M.A.C. 9x9 restituita dall'algoritmo genetico – setup esecutivo



150

La presenza accelerometri disposti sulla struttura nel setup di progetto, come si vede in figura 6.26, è stata intensificata nella zona centrale del Paraboloide, in particolare sui due arconi centrali, essendo questa una zona soggetta a grandi spostamenti lungo l'asse y e quindi di maggiore interesse; inoltre si notano, sempre sugli arconi centrali, gli unici quattro sensori con un canale di acquisizione lungo z. In tabella 6.5 si elenca il numero di sensori appartenenti ad ogni elemento, con i relativi canali.

EL EMENITO	POSIZIONI	SENSORI	CANALI			
ELEMENTO		SENSORI	X	Y	Z	
1° ARCONE	1	1	1	-	_	
TIMPANO AD OVEST	2	2	2	-	-	
2° ARCONE	2	2	-	2		
4° ARCONE	12	14	-	12	2	
MEZZERIA TRA 4° E 5° ARCONE	2	2	-	2	-	
5° ARCONE	12	14	-	12	2	
7° ARCONE	2	2	-	2	-	
8°ARCONE	1	1	1	-	-	
PILASTRI CENTRALI	2	2	2	-	-	
GALLERIA	2	2	-	2	-	
LINK	1	1	1	-	-	
TORRE	2	2	-	2	-	
TOTALE	41	45	7	34	4	

**Tabella 6.5** – Numero di posizioni, sensori e canali per ogni elemento. La numerazione degli arconi è stata fatta partendo da ovest (timpano senza la torre)

## 7 Valutazione della sicurezza strutturale

La sicurezza e le prestazioni strutturali di un'opera devono essere valutate secondo quanto prescritto nella normativa attualmente in vigore, ovvero utilizzando il *metodo semiprobabilistico agli stati limite basato sull'impiego dei coefficienti di sicurezza parziali*. Per stato limite si intende una determinata condizione, nel caso in cui venga superata, si decreta il non soddisfacimento delle esigenze imposte dal progettista.

#### Secondo le N.T.C. 2018:

"La sicurezza e le prestazioni di un'opera o di una parte di essa devono essere valutate in relazione agli stati limite che si possono verificare durante la vita nominale. [...] le opere e le varie tipologie strutturali devono possedere i seguenti requisiti:

- sicurezza nei confronti di stati limite ultimi (SLU): capacità di evitare crolli, perdite di equilibrio e dissesti gravi, totali o parziali, che possano compromettere l'incolumità delle persone ovvero comportare la perdita di beni, ovvero provocare gravi danni ambientali e sociali, ovvero mettere fuori servizio l'opera;
- sicurezza nei confronti di stati limite di esercizio (SLE): capacità di garantire le prestazioni previste per le condizioni di esercizio;
- robustezza nei confronti di azioni eccezionali: capacità di evitare danni sproporzionati rispetto all'entità delle cause innescanti quali incendio, esplosioni, urti.

Il superamento di uno stato limite ultimo ha carattere irreversibile e si definisce collasso. Il superamento di uno stato limite di esercizio può avere carattere reversibile o irreversibile."<sup>117</sup>

Per gli edifici esistenti si fa riferimento a quanto riportato nel Cap. VIII delle NTC 2018:

"La valutazione della sicurezza e la progettazione degli interventi devono tenere conto dei seguenti aspetti della costruzione:

- la costruzione riflette lo stato delle conoscenze al tempo della sua realizzazione;
- possono essere insiti e non palesi difetti di impostazione e di realizzazione;
- la costruzione può essere stata soggetta ad azioni, anche eccezionali, i cui effetti non siano completamente manifesti;
- le strutture possono presentare degrado e/o modificazioni significative rispetto alla situazione originaria.

Si dovrà prevedere l'impiego di metodi di analisi e di verifica dipendenti dalla completezza e dall'affidabilità dell'informazione disponibile e l'uso, nelle verifiche di sicurezza, di adeguati "fattori di confidenza", che modificano i parametri di capacità in funzione del livello di conoscenza relativo a geometria, dettagli costruttivi e materiali." <sup>118</sup>

-

<sup>&</sup>lt;sup>117</sup> NTC 2018, § 2.1

<sup>&</sup>lt;sup>118</sup> NTC 2018, § 8.2

"La valutazione della sicurezza e la progettazione degli interventi sulle costruzioni esistenti potranno essere eseguiti con riferimento ai soli SLU; nel caso in cui si effettui la verifica anche nei confronti degli SLE i relativi livelli di prestazione possono essere stabiliti dal Progettista di concerto con il Committente.

Le Verifiche agli SLU possono essere eseguite rispetto alla condizione di salvaguardia della vita umana (SLV) o, in alternativa, alla condizione di collasso (SLC).

Le costruzioni esistenti devono essere sottoposte a valutazione della sicurezza quando ricorra anche una delle seguenti situazioni:

- riduzione evidente della capacità resistente e/o deformativa della struttura o di alcune sue parti dovuta ad azioni ambientali (sisma, vento, neve e temperatura), significativo degrado e decadimento delle caratteristiche meccaniche dei materiali, azioni eccezionali (urti, incendi, esplosioni), situazioni di funzionamento ed uso anomalo, deformazioni significative imposte da cedimenti del terreno di fondazione;
- provati gravi errori di progetto o di costruzione;
- cambio della destinazione d'uso della costruzione o di parti di essa, con variazione significativa dei carichi variabili e/o della classe d'uso della costruzione;
- interventi non dichiaratamente strutturali, qualora essi interagiscano, anche solo in parte, con elementi aventi funzione strutturale e, in modo consistente, ne riducano la capacità o ne modifichino la rigidezza.

La valutazione della sicurezza deve permettere di stabilire se:

- l'uso della costruzione possa continuare senza interventi;
- l'uso debba essere modificato (declassamento, cambio di destinazione e/o imposizione di limitazioni e/o cautele nell'uso);
- sia necessario procedere ad aumentare o rispristinare la capacità portante.

La valutazione della sicurezza dovrà effettuarsi ogni qual volta si eseguano gli interventi strutturali di cui al punto 8.4, e dovrà determinare il livello di sicurezza prima e dopo l'intervento. Il Progettista dovrà esplicitare, in una apposita relazione, i livelli di sicurezza attuali o raggiunti con l'intervento e le eventuali conseguenti limitazioni da imporre nell'uso della costruzione" 119

Quanto precedentemente esposto, esprime la metodologia operativa da adottare quando si opera in campo strutturale, in sintesi è anche possibile esprimere il concetto mediante la seguente equazione :

$$R_d \ge E_d$$

dove con  $R_d$  viene indicata la resistenza di progetto, valutata secondo le caratteriste dei materiali e delle geometrie in gioco, mentre con  $E_d$  si indica il valore di progetto delle azioni.

\_

<sup>&</sup>lt;sup>119</sup>NTC 2018, §8.3

#### 7.1 Vulnerabilità sismica di edifici esistenti in calcestruzzo armato

Come precedentemente esposto nel paragrafo precedente la valutazione degli edifici esistenti passa attraverso una serie di indagini e di verifiche con l'obbiettivo ultimo di determinare il livello di sicurezza offerto rispetto ad un determinato stato limite. Il metodo comunemente adottato per attuare questa valutazione è di tipo iterativo ed è schematicamente rappresentato in figura 7.1

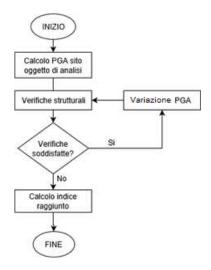


Figura 7.1 - Diagramma di flusso della procedura di determinazione dell'indice di vulnerabilità sismica

Convenzionalmente il parametro di controllo adottato, anche per motivi di comodità, è l'accelerazione di picco al suolo; essa viene incrementata o ridotta gradualmente fino al raggiungimento del collasso di uno o più elementi strutturali, calcolando quindi l'indice raggiunto, il quale (in caso di verifica soddisfatta assume valori maggiori a 1) viene così espresso:

$$I_{s} = \frac{PGA_{SLV}}{S_{S} \cdot S_{T} \cdot a_{g,sito}} > 1$$

Dove:

- $a_{g,sito}$  è il valore di accelerazione di picco al suolo desunto secondo normativa a partire dalle coordinate geografiche dell'edificio oggetto d'intervento;
- $S_S$  è il fatto che tiene in conto della stratigrafia del terreno;
- $S_T$  è il fatto che tiene in conto delle caratteristiche topografiche del sito;
- PGA<sub>SLV</sub> è l'accelerazione che porta a collasso la struttura o parte di essa.

La verifica degli elementi di una struttura in calcestruzzo armato si differenzia a seconda del meccanismo di rottura, che può essere di tipo duttile oppure fragile. Perciò prima di

condurre le verifiche occorre classificare le zone della struttura secondo tali categorie. Un esempio di classificazione degli elementi fragili può essere la seguente:

- l'elemento raggiunge prima la crisi per taglio rispetto a quella per momento;
- si osserva la crisi nel nodo prima di quella degli elementi che vi concorrono;
- elementi caratterizzati da un elevato livello di compressione;
- in base a considerazioni geometriche sul corretto proporzionamento di travi, pilastri
- marcato degrado dell'elemento strutturale.

Infine, la modellazione dell'azione sismica e delle proprietà meccaniche dei materiali è funzione del livello di conoscenza raggiunto della struttura in esame, come riportato in tabella 7.1:

Livello di Conoscenza	Geometria (carpenterie)	Dettagli strutturali	Proprietà dei materiali	Metodi di analisi	FC
LCI		Progetto simulato in accordo alle norme dell'epoca e limitate verifiche in- situ	Valori usuali per la pratica costruttiva dell'epoca e <i>limitate</i> prove in-situ	Analisi lineare statica o dinamica	1.35
LC2	Da disegni di carpenteria originali con rilievo visivo a campione oppure rilievo ex-novo	Disegni costruttivi incompleti con limitate verifiche in situ oppure estese verifiche in- situ	Dalle specifiche originali di progetto o dai certificati di prova originali con limitate prove in-situ oppure estese prove in-situ	Tutti	1.20
LC3	completo	Disegni costruttivi completi con limitate verifiche in situ oppure esaustive verifiche in-situ	Dai certificati di prova originali o dalle specifiche originali di progetto con estese prove in situ oppure esaustive prove in-situ	Tutti	1.00

Tabella 7.1 - Livelli di conoscenza in funzione dell'informazione disponibile e conseguenti metodi di analisi ammessi e valori dei fattori di confidenza per edifici in calcestruzzo armato o in acciaio<sup>120</sup>

#### 7.2 Elementi critici ed elementi da verificare

Si elencano di seguito gli elementi critici che verranno verificati:

- catena in cls armato, in prossimità dell'appoggio sul pilastro centrale,
- arcone parabolico, in un tratto inclinato di 45° rispetto all'orizzontale ( dal centro dell'arco),

<sup>&</sup>lt;sup>120</sup> Circolare Ministero delle Infrastrutture e dei trasporti, Istruzioni per l'applicazione delle "Nuove norme tecniche per le costruzioni, 2 febbraio 2009, n. 617.

- un arcareccio, sempre in prossimità dell'elemento dell'arcone,
- un pilastro della torre,
- pannello della pensilina a nord, in prossimità dell'intersezione con il pilastrone di base,
- un elemento alla base del pilastrone di base,
- l'elemento in mezzeria di una delle travi di bordo ad arco.

elemento critico da verificare	numero dell'elemento nel FEM	tipo di elemento	
catena	15476	beam	
arcone parabolico	15845	beam	
arcareccio	16859	beam	
pilastro torre	18188	beam	
pilastrone di base	1057	shell	
trave ad arco di bordo	11865	shell	

**Tabella 7.2 -** Identificazione degli elementi strutturali da verificare ed i corrispettivi elementi finiti utilizzati nel FEM

I componenti critici analizzati sono stati scelti come i componenti associati ai massimi valori di tensione agente nella configurazione statica.

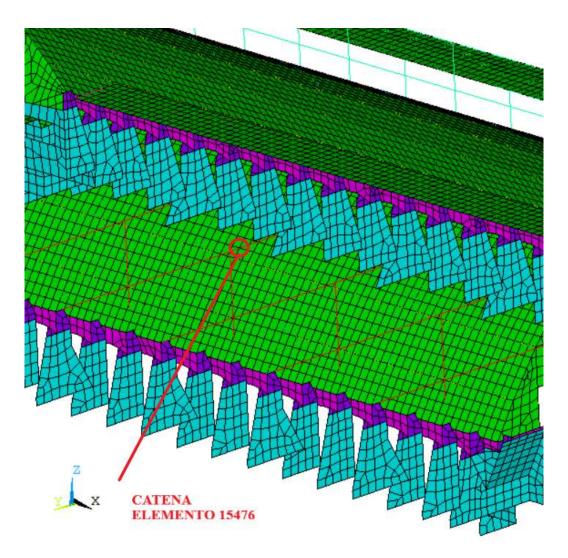
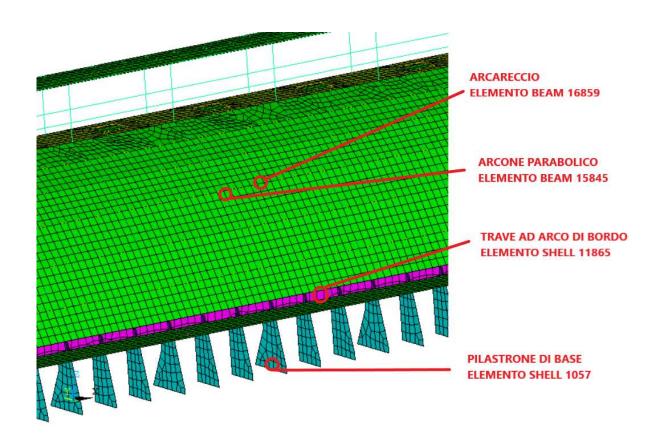


Figura 7.2 - Elemento finito della catena



**Figura 7.3** - Elementi finiti dell'arcareccio, dell'arcone parabolico, della trave di bordo e del pilastrone di base

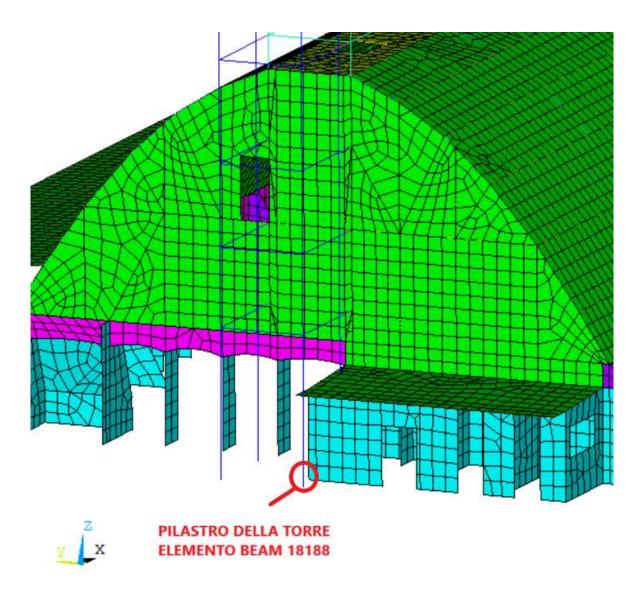


Figura 7.4 - Elemento finito del pilastro della torre

## 7.3 Metodologia di analisi

La metodologia di analisi da adottare non deve prescindere dal livello di conoscenza della struttura. I dati geometrici e meccanici utilizzati provengono dalle prove sperimentali effettuate sia in situ che in laboratorio, dai disegni di progetto predisposti per la fase esecutiva (anche se incompleti poiché in parte perduti), dalla normativa vigente all'epoca di costruzione e da analisi storico statistiche dei materiali utilizzati negl'anni della costruzione. In accordo a quanto prescritto in normativa, tali elementi non sono sufficienti per raggiungere il primo livello di conoscenza (LC1), tuttavia è stato utilizzato ugualmente tale livello, adottando ulteriori misure cautelative per la definizione dei dati di Input.

A causa della scarsità di dati disponibili è stata scelta un'analisi di tipo lineare. In particolare, si è optato per l'analisi dinamica lineare con spettro di risposta (NTC18

§7.3.3.1), poiché adottare un'analisi statica lineare secondo la metodologia riportata in normativa (NTC18 §7.3.3.2) risultava essere praticamente impossibile per via della mancanza dei presupposti adatti per la sua applicabilità. La struttura infatti presenta una distribuzione irregolare di masse e rigidezze sia in pianta che in altezza. Pertanto, il comportamento dinamico dell'edificio non può essere rappresentato da un solo modo di vibrare.

Per effettuare l'analisi è stato necessario implementare il processo di calcolo, creando un programma modulare basato sull'utilizzo congiunto del software FEM e di Matlab. Vengono in seguito descritti i blocchi fondamentali che lo costituiscono.

- Si effettua l'analisi spettrale indipendentemente nelle 3 direzioni, X, Y, Z;
- Prima di effettuare le verifiche è necessario effettuare la combinazione dei risultati
  ottenuti dai singoli modi, ad esempio con Combinazione Quadratica Completa
  (CQC);
- Successivamente è possibile combinare le azioni dinamiche con quelle derivanti dalle analisi statiche.
- Infine, vengono effettuate le verifiche in termini di resistenza a taglio, sforzo normale e momento flettente.

#### 7.3.1 Generazione degli spettri di progetto

La generazione degli spettri orizzontali e verticali di progetto è stata effettuata secondo quanto previsto da NTC18 al §3.2.3.2.1 e §3.2.3.2.2. I parametri utilizzati sono riassunti in tabella 7.2.

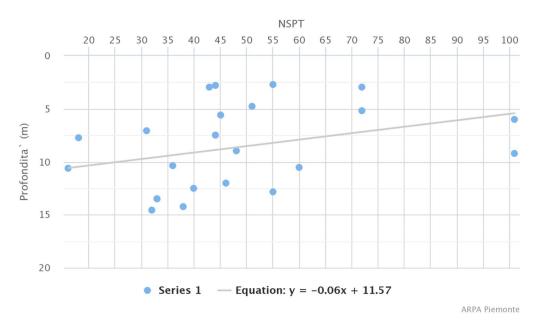
Classe d'uso	2
Coefficiente d'uso Cu	1
Vita nominale V <sub>N</sub> (anni)	50
Periodo di riferimento V <sub>r</sub> (anni)	100
Categoria di suolo	C
Categoria topografica	$T_1$
Latitudine (°)	45.136940
Longitudine (°)	8.4561100
Fattore di struttura q (-)	1
ζ (%)	5
PV <sub>R</sub> (%)	10
Tr (anni)	475

**Tabella 7.2** - Parametri per la creazione degli spettri elastici di progetto

La classe d'uso 2 si giustifica poiché nell'edificio sono previsti "normali affollamenti, senza contenuti pericolosi per l'ambiente e senza funzioni pubbliche e sociali essenziali", come riportato al §2.4.2 delle NTC 2018.

La scelta della categoria topografica T<sub>1</sub> risiede nel tipo di terreno pianeggiante. La categoria di suolo invece è stata desunta da prove penetrometriche condotte in un sito nelle vicinanze, come riportato in figura 7.2, mentre in figura 7.3 è riportata l'ubicazione del sito delle prove.

## Diagramma NSPT - 250 (m)



**Figura 7.5** - Risultati delle prove penetrometriche NSPT eseguite nel sito nelle vicinanze del Paraboloide di Casale Monferrato<sup>121</sup>

\_

<sup>121</sup> http://www.arpa.piemonte.it/

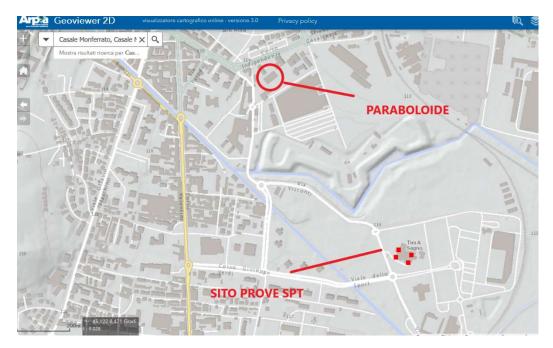


Figura 7.6 - I quattro punti in rosso indicano il sito in cui sono state effettuate le prove NSPT<sup>122</sup>

Dai dati ricavati si è potuto calcolare il seguente valore

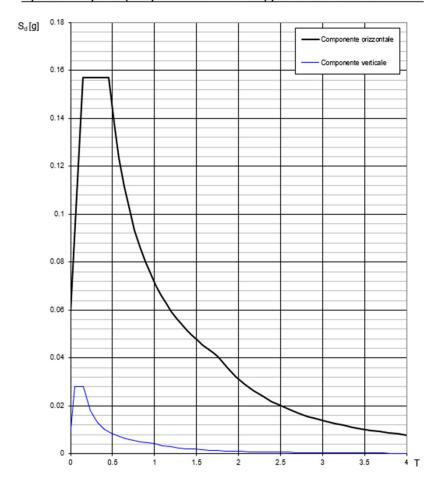
$$N_{SPT,30} = \frac{\sum_{i=1}^{k} h_i}{\sum_{i=1}^{k} \frac{h_i}{N_{SPT,i}}} = 32$$

Dove  $N_{SPT,i}$  sono i valori riferiti alle profondità hi. Dai dati ottenuti (figura 7.2) si desume un suolo di categoria C, poiché  $15 < N_{SPT,30} < 50$ , sebbene sarebbe più corretto, data la variabilità del sottosuolo, condurre delle prove direttamente sul suolo del Paraboloide.

Un parametro che influenza fortemente il possibile abbattimento dello spettro di progetto è il fattore di struttura, q. Per gli edifici rispondenti a schemi strutturali classici, è possibile far riferimento a quanto riportato in NTC18 §7.4.3.2, tuttavia per il caso studio non è possibile riferirsi a tali schemi, perciò occorrerebbe effettuare analisi pushover per determinare un valore più realistico della reale duttilità delle componenti strutturali del salone B. Tali analisi non sono al momento possibili a causa della scarsità di dati a disposizione, perciò cautelativamente il fattore di struttura è stato posto pari ad 1 sia per lo spettro orizzontale che per quello verticale.

<sup>122</sup> http://www.arpa.piemonte.it/

#### Spettri di risposta (componenti orizz. e vert.) per lo stato limite SLV



**Figura 7.7** - Spettri di progetto elastico per l'azione orizzontale e verticale per lo SLV: la PGA per lo spettro orizzontale è di 0.059 g

### 7.3.2 Modi selezionati

L'estrazione dei modi di vibrare ha interessato i primi 100 modi. Tuttavia, nell'analisi con spettro di risposta, si solo selezionati soltanto i modi con massa partecipante maggiore del 5%, come illustrato in tabella 7.3.

direzioni dell'analisi	modi selezionati
X	13, 15, 21
у	1, 2, 6
Z	5, 8

Tabella 7.3 - Modi con massa partecipante maggiore del 5%

### 7.4 Verifiche strutturali

#### 7.4.1 Determinazione delle azioni con l'analisi multimodale

Nell'ambito della valutazione della sicurezza sismica, le NTC18 prevedono quattro tipologie di analisi: lineare, non lineare, statica e dinamica. Per il caso del Paraboloide di Casale Monferrato si è deciso di condurre un'analisi dinamica lineare. Con questo metodo, si riproducono le azioni sismiche attraverso l'uso di oscillatori semplici, ad un grado di libertà. Come enunciato nelle NTC18:

"L'analisi lineare dinamica consiste:

- nella determinazione dei modi di vibrare della costruzione (analisi modale);
- nel calcolo degli effetti dell'azione sismica, rappresentata dallo spettro di risposta di progetto, per ciascuno dei modi di vibrare individuati;
- nella combinazione di questi effetti." <sup>123</sup>

Si parte dall'equazione del moto per un sistema a più gradi di libertà. L'analisi multimodale prevede a questo punto il disaccoppiamento della risposta strutturale secondo un numero indefinito di oscillatori a un grado di libertà. Per far ciò si scrivono gli spostamenti geometrici come funzioni di due quantità, una dipendente dallo spazio [U], e una dipendente dal tempo  $\{q\}$ . Le due quantità sono dette rispettivamente: matrice degli autovettori normalizzata e vettore delle coordinate modali. Gli spostamenti geometrici si ricavano dal prodotto matriciale di [U] per  $\{q\}$ . Se gli autovettori contenuti in [U] sono normalizzati in modo opportuno a partire dagli autovettori ricavati con il problema agli autovalori, le matrici di massa e rigidezza, [K] e [M], possono essere trasformate in matrici diagonali dette matrici generalizzate. Se si indicano con  $\{\phi\}_k$  le colonne della matrice degli autovettori non normalizzata, il fattore di normalizzazione che porta a [U] è definito come:

$$n_k = \sqrt{\{\phi\}_k^T [M] \{\phi\}_k} \tag{1}$$

E dunque:

$$\{U\}_k = \frac{\{\phi\}_k}{n_k} \tag{2}$$

Sotto queste ipotesi le quantità incognite per la determinazione della risposta sismica diventano  $\omega_k^2$ , che rappresenta l'autovalore riferito all'autovettore  $\{\phi\}_k$ , e  $\zeta_k$  detto rapporto di smorzamento per il modo k, fissato da normativa a un valore pari al 5% (0.05).

\_

<sup>123</sup> NTC18, §7.3.3

L'autovalore  $\omega_k^2$  può essere messo in relazione al periodo naturale  $T_k$  valutato per il k-esimo modo tramite la seguente equazione:

$$T_k = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_k^2}} \tag{3}$$

Mentre  $\{\phi\}_k$  e  $\omega_k^2$  possono essere ricavati risolvendo il problema agli autovalori in [K] ed [M]. Nel caso in oggetto [K] ed [M] sono costruite a partire da un modello agli elementi finiti.

L'analisi multimodale si può sintetizzare nei seguenti passi:

- Costruzione di un modello [K] ed [M] (FEM);
- Risoluzione del problema agli autovalori/autovettori e determinazione di  $\{\phi\}_k$  e  $\omega_k^2$ ;
- Normalizzazione di  $\{\phi\}_k$  e calcolo di  $\{U\}_k$ ;
- Assunzione sullo smorzamento ( $\zeta_k$ =0.05);
- Determinazione dei fattori di partecipazione modale  $\Gamma_k$  e delle coordinate modali  $q_k$  (integrazione o spettri NTC);
- Calcolo delle coordinate geometriche {u};
- Valutazione delle caratteristiche di sollecitazione e conseguenti verifiche strutturali.

La risposta strutturale potrebbe essere facilmente calcolata a partire dall'azione sismica a(t) in termini di accelerazione. Tuttavia la serie storica delle azioni simiche è una quantità difficile da associare alla struttura perché di fatto rappresenta un'incognita del problema. La normativa prescrive dunque di effettuare un'analisi a partire dalle massime accelerazioni al terreno, in senso statistico, che si possono verificare per un oscillatore a un grado di libertà avente uno specifico periodo di vibrazione.

Di conseguenza la risoluzione dell'equazione del moto è sostituita dall'adozione dello spettro di progetto. Entrando nello spettro con  $T_k$  è possibile ricavare la rispettiva accelerazione spettrale, che divisa per  $\omega_k^2$  fornisce direttamente il massimo spostamento spettrale per il modo k,  $D_k$ . La coordinata modale (massima in senso statistico) è determinata andando ad amplificare  $D_k$  di una quantità pari al fattore di partecipazione modale:

$$p_{k,max} = -\Gamma_k D_k \tag{4}$$

E' possibile ricavare i massimi spostamenti geometrici, per ogni modo analizzato, andando a moltiplicare il valore di  $p_{k,max}$  per la colonna  $\{U\}_k$  della matrice degli autovettori normalizzata. Si ottiene in questo modo:

$$\{u\}_{k,max} = \{U\}_k p_{k,max} \tag{5}$$

#### Al Capitolo 8 sezione 8.5.5. le NTC recitano:

[..] I valori delle azioni e le loro combinazioni da considerare nel calcolo, sia per la valutazione della sicurezza sia per il progetto degli interventi, sono quelle definite dalla presente norma per le nuove costruzioni, salvo quanto di seguito precisato. Per i carichi permanenti, un accurato rilievo geometrico-strutturale e dei materiali potrà consentire di adottare coefficienti parziali modificati, assegnando valori di  $\gamma_G$  adeguatamente motivati. Nei casi per i quali è previsto l'adeguamento, i valori di calcolo delle altre azioni saranno quelli previsti dalla presente norma [..].

Secondo normativa quindi, la determinazione delle azioni per strutture esistenti può essere ricondotta al caso delle nuove costruzioni. A tal proposito, al Capitolo 7 sezione 7.3.3.1., la normativa prevede di considerare un numero di modi per l'analisi modale come di seguito:

[..] Devono essere considerati tutti i modi con massa partecipante significativa. È opportuno a tal riguardo considerare tutti i modi con massa partecipante superiore al 5% e comunque un numero di modi la cui massa partecipante totale sia superiore all'85%. [..]

La massa modale partecipante ad ogni modo è definita come il quadrato del fattore di partecipazione modale:

$$m_{m,k} = \Gamma_k^2 \tag{6}$$

Mentre la percentuale di massa partecipante è semplicemente ricavata normalizzando  $m_{m,k}$  alla massa modale totale.

Definiti i modi significativi per l'analisi, è possibile combinare gli effetti di ogni modo con opportune combinazioni statistiche che tengano in considerazione la non contemporaneità del raggiungimento dei massimi spostamenti modali. Ciò è riportato alla sezione 7.3.3.1. dove per la determinazione dei singoli effetti si prescrive l'utilizzo di una Combinazione Quadratica Completa (CQC). Indicando con *E* il generico effetto combinato, è possibile scrivere la CQC come:

$$E = \sqrt{\sum_{j} \sum_{i} \rho_{ij} E_{i} E_{j}}$$
 (7)

Nella quale  $E_i$  ed  $E_j$  sono gli effetti relativi al generico modo i e al generico modo j (i-esima e j-esima colonna di  $[u]_{max}$ , mentre  $\rho_{ij}$  è il coefficiente di correlazione fra modo i e modo j, valutato con l'espressione (7.3.4.) della normativa (NTC18).

Per tenere in conto gli effetti della eccentricità accidentale del centro di massa, la normativa prevede l'aggiunta di momenti torcenti statici, valutati a partire dai valori di forza calcolati ad ogni piano secondo le relazioni della sezione 7.3.3.2. della normativa (Analisi Lineare Statica). Il braccio di tali forze dal centro di massa sarà pari a +-5% della lunghezza dell'edificio in ogni direzione in pianta (X e Y). Tale effetto dovrà poi essere sommato all'effetto derivante dai carichi statici verticali.

Agli effetti derivanti dall'analisi statica (sommati a quelli dei torcenti statici) bisognerà combinare gli effetti dinamici derivanti dall'analisi modale. Questi effetti possono essere dovuti ad azioni dinamiche orizzontali (componente +-X e componente +-Y) e verticali (componente +-Z).

La risposta alle diverse componenti dell'azione sismica ed alla variabilità spaziale del moto si può prendere in conto seguendo quanto descritto nella sezione 7.3.5. della normativa:

"La risposta è calcolata unitamente per tre componenti, applicando l'espressione:

$$1,00Ex + 0,30Ey + 0,30Ez$$

gli effetti più gravosi si ricavano dal confronto tra le combinazioni ottenute permutando circolarmente i coefficienti moltiplicativi."<sup>124</sup>

Per il caso oggetto di studio, la determinazione delle azioni è stata condotta come prescritto da normativa, tuttavia alcune ipotesi di partenza sono state necessarie vista la complessità e l'unicità della struttura. In particolare, le ipotesi riguardano:

- Scelta dei modi principali usati per la combinazione delle azioni;
- Valutazione dei momenti torcenti statici;
- Variabilità spaziale del moto.

Per quanto riguarda la scelta dei modi, quando si analizzano strutture aventi geometrie molto complesse risulta impossibile effettuare un'analisi affidabile se non ci si riconduce a modelli sofisticati, quali modelli agli elementi finiti. Tuttavia, l'utilizzo di modelli FE (Finite Elements) su strutture geometricamente complesse per l'estrazione delle caratteristiche modali (frequenze, forme modali e fattori di partecipazione) genera innumerevoli modi strutturali con massa partecipante infinitesima. Per raggiungere percentuali quali quelle definite da normativa (85%), sarebbe dunque necessario estrarre un numero di modi pari ai gradi di libertà del modello di riferimento. Questo chiaramente si scontra con l'effettiva realizzabilità (tempi computazionali molto alti) di tale estrazione. In aggiunta l'estrazione di un così alto numero (pari ai gradi di libertà del modello) di modi strutturali sarebbe ingiustificata, a causa della non corrispondenza di alcuni di questi, con i modi reali della struttura.

Un'azione perseguibile è invece la definizione a priori di modi caratterizzati da percentuali di massa partecipante visibilmente maggiore rispetto a un set di modi di riferimento e dalla definizione di modi che interessano le componenti più vulnerabili della struttura (ossia modi

\_

<sup>&</sup>lt;sup>124</sup> NTC18, §7.3.5

che tendono ad amplificare gli spostamenti dinamici di tali componenti). Nel caso in oggetto si sono analizzati 100 modi di vibrare e da questi se ne sono ricavati 9 principali (modo 1, 2, 5, 6, 7, 13, 21, 34, 68 modello FE). Visti i modi principali selezionati, la combinazione ha poi interessato i primi 70 modi del modello.

Per quanto concerne gli effetti torsionali dovuti all'azione sismica, non potendo far riferimento a un modello a telaio, con massa (e quindi forze) concentrate ai piani, a favore di sicurezza si procede alla determinazione di momenti torcenti, rappresentati l'effetto torsionale, dati dal prodotto del braccio definito da normativa (+-5% dello sviluppo orizzontale della struttura per ogni direzione) per una forza statica equivalente ricavata dallo spettro di progetto a partire del modo strutturale che massimizza l'accelerazione spettrale. L'accelerazione viene poi moltiplicata per la massa totale dell'edificio, supponendo quindi che l'intera struttura si comporti come un oscillatore a un grado di libertà.

Non avendo dati sulla distribuzione spaziale della tipologia di suolo si farà l'ipotesi di tipologia uniforme (tipologia C).

Infine, non avendo informazioni sulla duttilità della struttura, a favore di sicurezza, si è deciso di adottare un fattore di struttura pari a 1 per le analisi.

#### 7.4.2 Determinazione della sicurezza della struttura

Al fine di valutare la sicurezza sismica della struttura, i risultati dell'analisi multimodale vengono utilizzati in questo capitolo per il confronto con le rispettive quantità resistenti. L'approccio seguito ha portato alla definizione di 120 combinazioni possibili delle azioni. Le combinazioni analizzate sono le seguenti:

- $E_{ed} = E_a + E_{Di}$
- $\bullet \quad E_{ed2} = E_g + |E_{ex}| + E_{Di}$
- $\bullet \quad E_{ed3} = E_a |E_{ex}| + E_{Di}$
- $\bullet \quad E_{ed4} = E_g + |E_{ey}| + E_{Di}$
- $\bullet \quad E_{ed5} = E_g \left| E_{ey} \right| + E_{Di}$

dove il generico termine  $E_{edj}$  indica una qualsiasi caratteristica di sollecitazione analizzata, mentre i pedici g, ex, ey si riferiscono ai risultati ottenuti dall'analisi statica, dall'analisi statica con momento torcente dovuto a un'eccentricità lungo la direzione X di maggiore lunghezza dell'edificio, e da quella in direzione Y di minore lunghezza dell'edificio. Il termine  $E_{Di}$  indica invece la generica caratteristica di sollecitazione ottenuta dalla combinazione delle caratteristiche derivanti dall'analisi con spettro di risposta agente in direzione +-X, +-Y e +-Z. A seconda del sisma prevalente si avranno dunque le combinazioni riassunte in Tabella 7.4.

i	Sisma prevalente in X		i	Sisma prevalente in Y			i	Sisma prevalente in Z			
	1	0.3	0.3		0.3	1	0.3		0.3	0.3	1
	$ E_X $	$ E_Y $	$ E_Z $		$ E_X $	$ E_Y $	$ E_Z $		$ E_X $	$ E_Y $	$ E_Z $
1	+	+	+	9	+	+	+	1	+	+	+
								7			
2	+	+	-	1	+	+	-	1	+	+	-
				0				8			
3	+	_	-	1	+	-	-	1	+	-	-
				1				9			
4	-	-	-	1	-	-	-	2	-	-	-
				2				0			
5	-	-	+	1	-	-	+	2	-	-	+
				3				1			
6	-	+	+	1	-	+	+	2	-	+	+
				4				2			
7	-	+	-	1	-	+	-	2	-	+	-
				5				3			
8	+	-	+	1	+	-	+	2	+	-	+
				6				4			

Tabella 7.4 - Possibili combinazioni da effettuare sulle azioni

In Tabella 7.3,  $E_X$ ,  $E_Y$ ,  $E_Z$  sono i valori delle caratteristiche di sollecitazione combinate con tecnica CQC nelle tre direzioni prevalenti del sisma. Come si può notare, la permutazione dei segni porta a 24 combinazioni che inserite nelle precedenti relazioni forniscono il numero totale di casistiche da verificare, cioè 120.

Le verifiche strutturali sono state condotte nei confronti di sollecitazioni presso/tensoflettenti e taglianti, al variare del moltiplicatore dei carichi  $f_a$ . Nel caso di analisi multimodale si è partiti con un valore del moltiplicatore  $f_a$ , che moltiplica lo spettro di progetto, pari a 1. In questa prima condizione si è quindi verificata la sicurezza della struttura secondo le norme vigenti. Successivamente, il valore di  $f_a$ , anche noto come rapporto di accelerazione, è stato ridotto fin tanto da ottenere il soddisfacimento della verifica di Equazione 8:

$$E_{ed,ji}(f_a) \leq E_{rd}$$

con  $E_{rd}$  pari al valore resistente e  $E_{ed,ji}(f_a)$  pari al valore agente della caratteristica di sollecitazione analizzata, e con j=1,2,3,4,5 e i=1,2,...24.

Il valore  $f_a$  allo SLV è definito come il rapporto fra il valore di PGA orizzontale che porta al soddisfacimento dell'equazione precedente,  $a_{SLV}$ , e il valore di PGA di riferimento per lo SLV già moltiplicato per il parametro del suolo,  $a_{r,SLV}$ , pari a 0.059 g:

$$f_a = \frac{a_{SLV}}{a_{r,SLV}}$$

Ottenuto il valore di  $f_a$  è stato quindi possibile calcolare il valore di  $a_{SLV}$  per ogni componente critico, e suddividere il caso di collasso a taglio o a presso-flesione.

elemento		TAGLIO	PRESSO-FLESSIONE			
critico	fa	$a_{SLV}$ (m/s <sup>2</sup> ) spettro	$f_a$	$a_{SLV}$ (m/s <sup>2</sup> ) spettro		
		orizzontale		orizzontale		
catena	0.11	0.06	0.60	0.35		
arcone	0.25	0.14	> 1.00	0.58		
parabolico						
arcareccio	> 1.00	0.58	> 1.00	0.58		
pilastro torre	0.70	0.41	-	-		
pilastrone di	> 1.00	0.58	-	-		
base						
trave ad arco	> 1.00	0.58	-	-		
di bordo						

**Tabella 7.5** -. Valori del fattore di sicurezza di ogni elemento verificato, in relazione al collasso a taglio o a presso-flessione.

Il valore di resistenza del calcestruzzo è stato valutato in accordo con lo studio sul calcestruzzo storico condotto da Chiaia, Fantilli e Frigo (Capitolo 3): si è adottata una resistenza a compressione cubica di R<sub>ck</sub> = 18 MPa. Quindi si sono ricavati tutti gli altri valori di resistenza in accordo con le NTC18.

Il valore di resistenza dell'acciaio è stato desunto facendo riferimento al Decreto Regio del 1939, che a quell'epoca normava l'edilizia:

"L'armatura del conglomerato è normalmente costituita con acciaio dolce (cosiddetto ferro omogeneo) oppure con acciaio semi duro o acciaio duro, in barre tonde prive di difetti, di screpolature, di bruciature o di altre soluzioni di continuità. [...] Devono ottenersi i seguenti risultati: a) per l'acciaio dolce (ferro omogeneo): Carico di rottura per trazione compreso fra 42 e 50 kg/mm², limite di snervamento non inferiore a 23 kg/mm², allungamento di rottura non inferiore a 20 per cento. Per le legature o staffe di pilastri può impiegarsi acciaio dolce con carico di rottura compreso fra 37 e 45 kg/mm² senza fissarne il limite inferiore di snervamento; b) per l'acciaio semiduro: Carico di rottura per trazione compreso fra 50 e 60 kg/mm²; limite di snervamento non inferiore a 27 kg/mm², allungamento di rottura non inferiore al 16%; c) per l'acciaio duro: Carico di rottura per

trazione compreso fra 60 e 70 kg/mm², limite di snervamento non inferiore a 31 kg/mm², allungamento di rottura non inferiore al 14%."  $^{125}$ 

In via cautelativa si sono assunti i seguenti valori di resistenza (relativi all'acciaio dolce):

- $f_{yk} = 225 \text{ MPa}$ ,
- $f_{uk} = 412 \text{ MPa}$ ,
- -E = 206000 MPa
- $\varepsilon_y = 1.1 \%_0$
- $\epsilon_u = 20 \%$

Infine il fattore di confidenza relativo al livello di conoscenza adottato (LC1) è pari a FC = 1.35.

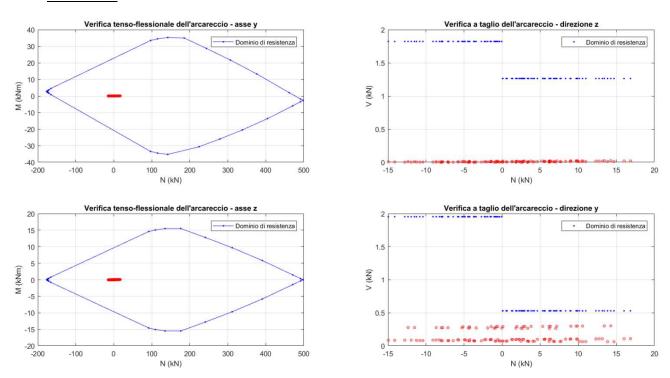
Nelle verifiche si è considerato il calcestruzzo non reagente a trazione, sicchè agli elementi non armati che sono stati verificati solo a taglio è stata assegnata una resistenza a taglio nulla in presenza di sforzi assiali di trazione ( $f_a = 0$ ).

Seguono le immagini delle verifiche, con i valori di azione riferiti agli spettri allo SLV già scalati del fattore fa.

-

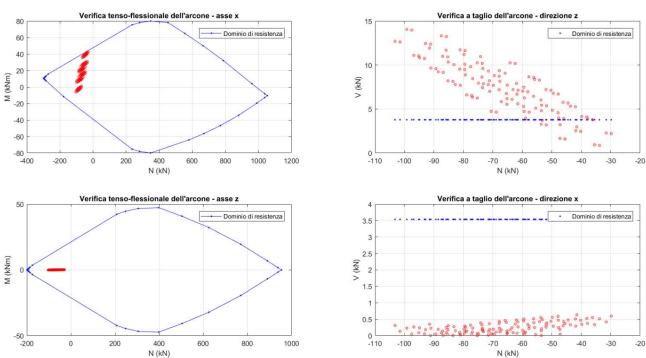
 $<sup>^{125}</sup>$  R.D. 16/11/1939 n.2229, in materia di "Norme per la esecuzione delle opere in conglomerato cementizio semplice od armato"

### Arcareccio

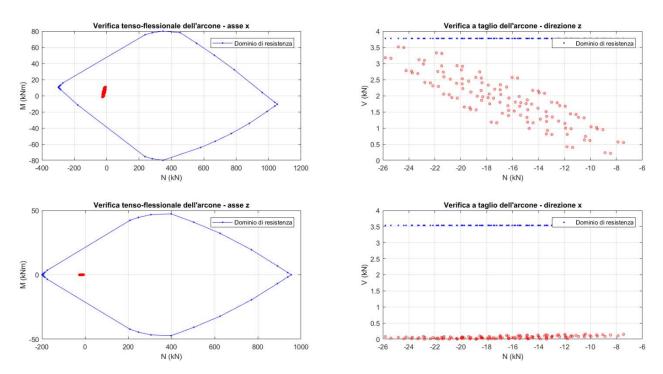


**Figura 7.8** - Grafici azioni-resistenze dell'arcareccio con  $f_a = 1$ , verifiche soddisfatte per taglio e pressoflessione

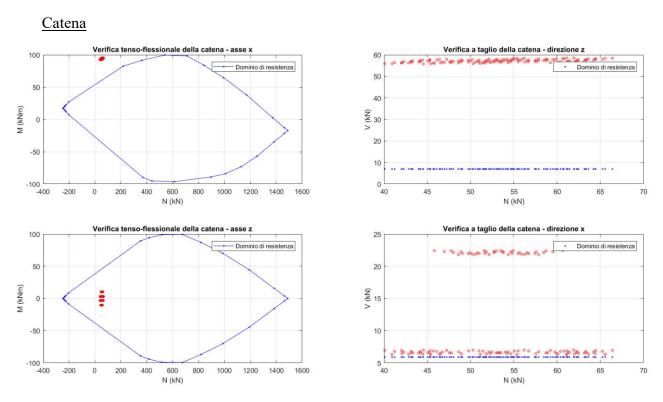
# Arcone parabolico



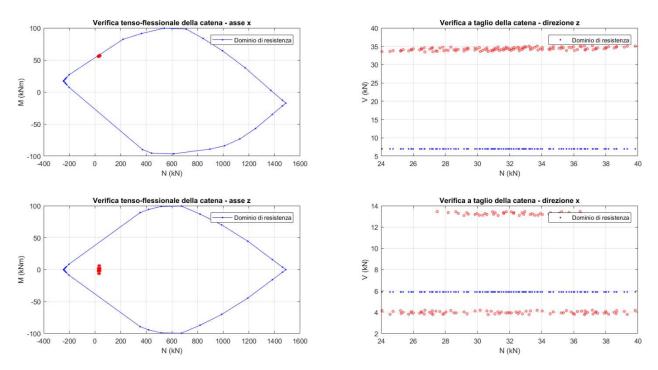
**Figura 7.9 -** Grafici azioni-resistenze dell'arcone parabolico con  $f_a = 1$ , verifiche soddisfatte solo per presso-flessione ma non per taglio



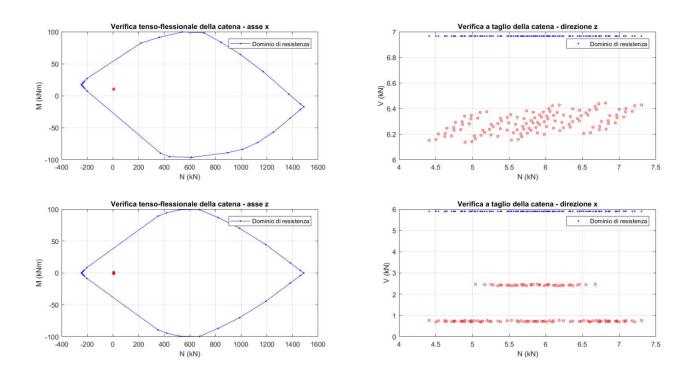
**Figura 7.10** Grafici azioni-resistenze dell'arcone parabolico con  $f_a = 0.25$ , verifiche soddisfatte per pressoflessione e taglio



**Figura 7.11** - Grafici azioni-resistenze della catena con  $f_a = 1$ , verifiche non soddisfatte sia per pressoflessione che per taglio

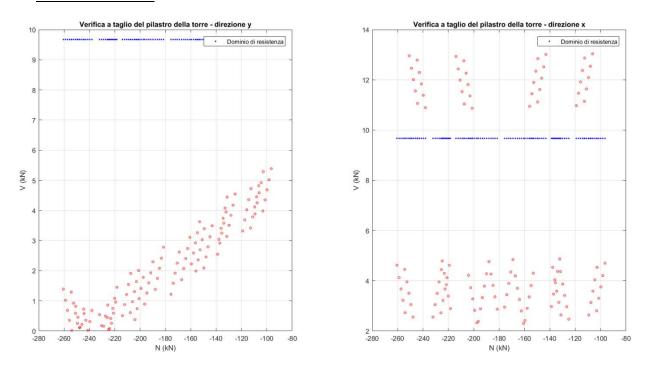


**Figura 7.12** - Grafici azioni-resistenze della catena con  $f_a = 0.60$ , verifiche soddisfatte per presso-flessione ma non per taglio

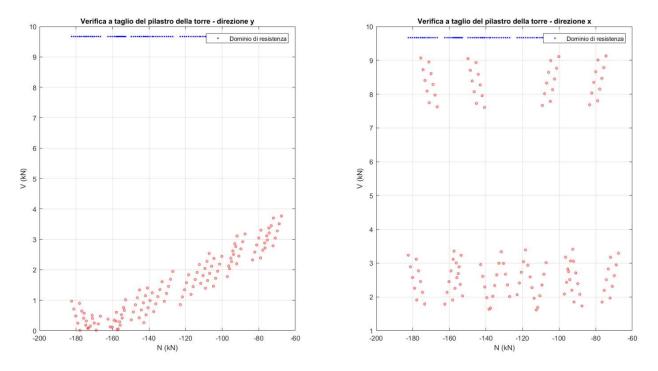


**Figura 7.13** - Grafici azioni—resistenze della catena con  $f_a = 0.11$ , verifiche soddisfatte sia per la presso-flessione che per il taglio

# Pilastro della torre

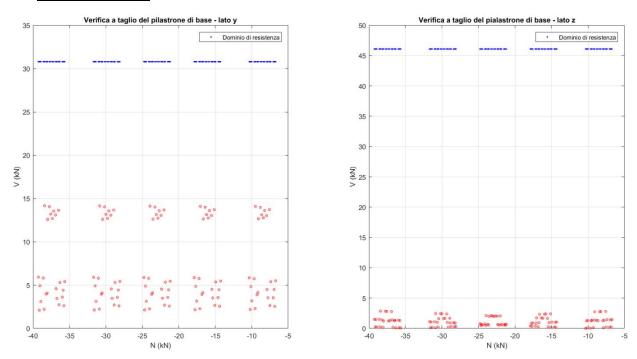


**Figura 7.14** - Grafici azioni—resistenze della catena con  $f_a = 1$ , verifiche non soddisfatte per il taglio in direzione x



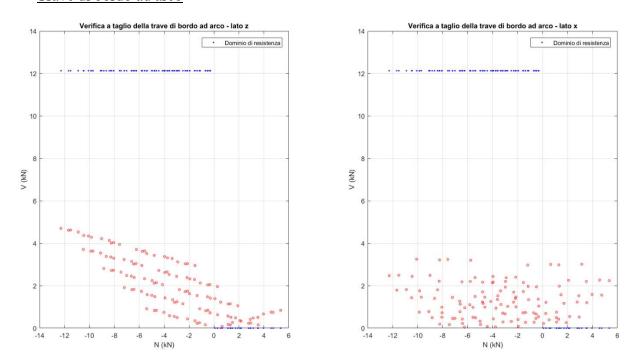
**Figura 7.15** - Grafici azioni—resistenze della catena con  $f_a = 0.70$ , verifiche a taglio soddisfatte per entrambe le direzioni

# Pilastrone di base



**Figura 7.16** - Grafici azioni—resistenze del pilastrone di base con  $f_a = 1$ , verifiche a taglio soddisfatte per entrambe le direzioni

## Trave di bordo ad arco



**Figura 7.17** - Grafici azioni—resistenze della trave di bordo ad arco con  $f_a = 1$ , verifiche a taglio soddisfatte per entrambe le direzioni (per N di compressione)

## Conclusioni

Questo lavoro di tesi è stato condotto con il fine di contribuire alla conoscenza, dal punto di vista strutturale e del comportamento dinamico, del Paraboloide di Casale Monferrato.

La prima fase ha riguardato la creazione dei modelli in AutoCAD, sulla base dei rilievi forniti dagli ingegneri del Laboratorio di Geomatica per i Beni Culturali. Nonostante l'accuratezza del lavoro svolto da questi e la moltitudine di tavole a mia disposizione, questa prima parte è stata più lunga delle successive: per creare i modelli è stato necessario del tempo per osservare la struttura e comprenderne la logica nella disposizione degli elementi strutturali e la loro funzione.

La seconda parte è stata incentrata sulla conoscenza e lo studio del comportamento dinamico dell'edificio. Attraverso l'importazione nel software FEM del modello precedentemente disegnato in AutoCAD, si è potuta condurre un'analisi modale sul modello agli elementi finiti creato dal software. La ricerca dei modi di vibrare significativi della struttura ha consentito di comprendere le vulnerabilità dei vari elementi strutturali, soprattutto quelli appartenenti alla copertura e i due tamponamenti, costruiti con gusci sottili.

La terza fase ha interessato il monitoraggio strutturale. Nell'ambito del posizionamento ottimale dei sensori, si è utilizzato un algoritmo genetico implementato in Matlab per studiare quale potesse essere una soluzione in grado di disporre un determinato numero di accelerometri, all'interno di possibili posizioni "candidate", in modo tale da ottenere il minimo errore nella misura. Quindi si è concluso con la progettazione di un sistema di monitoraggio permanente della struttura, in grado di trasmetterci informazioni in tempo reale sul suo stato di salute.

Nella quarta e ultima fase si è passati alle verifiche sismiche degli elementi critici: partendo da un'analisi dinamica lineare con spettro di risposta, si sono ricavate le azioni, ossia le caratteristiche della sollecitazione, per poi confrontarle con le resistenze, determinate con l'aiuto delle prove svolte in situ.

Parlando di possibili sviluppi futuri di questo lavoro di tesi, saranno di grande aiuto ulteriori campagne di prove sperimentali da condurre sul calcestruzzo con cui è stato costruito il Paraboloide: grazie ad esse si potrà pervenire ad una conoscenza dell'edificio molto più accurata, quindi migliorare i modelli agli elementi finiti e progettare un sistema di monitoraggio dinamico permanente che risulti più efficace ai fini della conoscenza del comportamento dinamico della struttura.

Le finalità delle prove sperimentali saranno altresì di fondamentale importanza nella progettazione di interventi di recupero del manufatto, oggi in evidente stato di degrado, e per interventi di miglioramento sismico. In questo modo sarà possibile preservare e riutilizzare uno degli edifici che ha maggiormente caratterizzato il panorama industriale italiano per la sua particolare architettura, ed in particolare il territorio Casalese per il ruolo che ha rivestito nello sviluppo del territorio.

# **Bibliografia**

Angelino L., Beltrame C. et al., *Un secolo di Monferrato*, Villanova Monferrato, Diffusioni Grafiche spa, 1999

Arlorio A., Cementi Italiani, parte 2, Milano, Ulderico Hoepli Editore, 1893

Bernieri A., *Sensori e circuiti di condizionamento*, Corso di Strumentazione e Misure per l'Automazione, Università degli Studi di Cassino e del Lazio Meridionale

Carbonaro N., Slides del corso di Biosensori, Università di Cagliari, 2017-2018

Carpinteri A., Scienza delle Costruzioni II, Pitagora Editrice Bologna, 1992

Ceravolo R., Appunti del corso di Ingegneria Sismica, Politecnico di Torino

Ceravolo R., Corso di aggiornamento sulla normativa sismica, Torino, ottobre-novembre 2005

Chang F.K., "Structural Health Monitoring 2003 – From Diagnostic & Prognostic To Structural Health Managements", DESTech Publications, Stanford, 2003

CONSEIL DE L'EUROPE, Cahiers du Centre Europeén de Géodynamique et de Séismologie, Volume 15, European Macroseismic Scale 1998, Editor G. GRUNTHAL, Luxembourg 1998

D.L. 22 gennaio 2004, n. 42, in materia di "Codice dei beni culturali e del paesaggio, ai sensi dell'articolo 10 della legge 6 luglio 2002, n. 37"

D.M. 14 gennaio 2008, Linee guida per la valutazione e la riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle Norme tecniche per le costruzioni

D.M. LL.PP., 2 luglio 1981, in materia di "Normativa per le riparazioni ed il rafforzamento degli edifici danneggiati dal sisma nelle regioni Basilicata, Campania e Puglia"

D.P.C.M. 12 ottobre 2007, in materia di "valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle norme tecniche per le costruzioni

D.P.R. 21 dicembre 1999, n.554, regolamento di attuazione della legge quadro in materia di lavori pubblici 11 febbraio 1994, n.109, e successive modificazioni

R.D. 16/11/1939 n.2229, in materia di "Norme per la esecuzione delle opere in conglomerato cementizio semplice od armato"

Doncaster A. M., An Evaluation of Fibre Optic Sensors for Monitoring of Civil Engineering Structures, M.A. Sc. Thesis, Dalhousie University, 1998

Ewins, D. J., "Modal testing: Theory and pratice". Research Studies Press, Letchworth, Hertfordshire, U.K., 1984

Fantilli A., Chiaia B., Frigo B., "A simplified approach for the evaluation of old concrete", 2015

Felli F., Brotzu A., "Impiego di sensori in fibra ottica per il monitoraggio di fratture statiche e dinamiche", Workshop IGF, Forni di Sopra, 7-9 gennaio 2010

Glasic B., Inaudi D., Fibre Optic Methods for Structural Health Monitoring, Chichester, Wiley, 2007

Gugliotta A., Elementi finiti Parte II, Politecnico di Torino, maggio 2002

Inaudi D., "Long-term static Structural Health Monitoring", Structure Congress, Orlando, 2010

L. 1 giugno 1939, n.1089, in materia di "Tutela delle cose d'interesse artistico o storico"

L. 11 giugno 1922, n. 778, in materia di "Tutela delle bellezze naturali e degli immobili di particolare interesse storico"

Lee B., "Review of the present status of optical fiber sensors", Optica Fiber Technology, 2003

Marne, cave, cementifici nel Monferrato casalese, Atti e Rassegna tecnica della società degli ingegneri e degli architetti in Torino, n. 144, aprile 2011

Modica M., Santarella F., Paraboloidi, un patrimonio dimenticato dell'architettura moderna, IDIFIR, 2014

Mufti, A.A. "Guidelines for Structural Health Monitoring", University of Manitoba, ISIS CANADA, 2001

Norma italiana UNI CEI 70099, Vocabolario Internazionale di Metrologia, Concetti fondamentali e generali termini correlati (VIM)

Norma tecnica UNI 4546, Misure e misurazioni, Termini e definizioni fondamentali

NTC 2008 – D.M. 14 gennaio 2008 e Circolare 2 febbraio 2009, n. 617, in materia di "Norme Tecniche per le Costruzioni integrate con la Circolare applicativa"

NTC 2018 – D.M. 17 gennaio 2018, in materia di "Aggiornamento delle Norme tecniche per le costruzioni"

O.P.C.M. 3431, 3 maggio 2005, in materia di "Norme Tecniche per il progetto, la valutazione e l'adeguamento sismico degli edifici"

Opcm n.3274 del 20 marzo 2003, primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per le costruzioni in zona sismica

Opcm n.3519 del 28 aprile 2006, criteri generali per l'individuazione delle zone sismiche e per la formazione e l'aggiornamento degli elenchi delle stesse zone

Polidoro B., *La valutazione della vulnerabilità sismica: il caso di Pettino (AQ)*, Tesi di Laurea Specialistica in Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università degli Studi di Napoli Federico II, 2009/2010

Porco G., Il controllo strutturale mediante sistemi di monitoraggio residenti, 2015

Sanini A., Lezioni di Geometria, Torino, Levrotto & Bella Gualini T. & C., 1993

Santarella L., Il cemento armato nelle costruzioni civili e industriali, Milano, Hoepli, 1926

Secchi C., *Sensori e trasduttori*, Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Ingegneria e Tecnologie dei Sistemi di Controllo, 2005-2006

# Sitografia

http://archimedes.unibs.it/dida/LabMisVib2015/lucidi/06 trasduttori%20piezo.pdf

http://biblus.acca.it/focus/linee-guida-classificazione-sismica-degli-edifici/

http://crf.uniroma2.it/quaderni/catenaria/Catenaria.pdf

http://fabricefouillet.com/galerie/corpus-christi-eglises-modernes/

http://icometprogetti.com/it/adeguamento-sismico-strutture-esistenti/#

http://marcomandirola.blogspot.com/2016/01/pierluigi-nervi-tortona-prima-parte.html

http://progettomatematica.dm.unibo.it/Curve%20celebri/modern/catenaria.html

http://www.arpa.piemonte.it/

http://www.cpr-ingegneria.it/project/chiesa-parrocchiale-campagnola-emilia-re/#

http://www.engineering-timelines.com/scripts/engineeringItem.asp?id=1344

http://www.floornature.it/blog/pier-luigi-nervi-e-i-magazzini-del-sale-a-tortona-10679/

http://www.ilcemento.it/

http://www.monferrini.com/articoli/Monferrato 2.pdf

http://www.protezionecivile.gov.it

http://www.structuralweb.it/cms/it1209-per-1%E2%80%98adeguamento-sismico-di-strutture-in-calcestruzzo-armato-.asp

http://www.treccani.it/enciclopedia/elementi-finiti-metodo-degli\_%28Enciclopedia-della-Matematica%29/

http://www.webalice.it/guido.monaco/Sistemi/Trasformatore%20Differenziale%20Linear

http://www.who.int/nutrition/media page/cht wfa boys z 0 5.pdf?ua=1

http://www.who.int/nutrition/media\_page/cht\_wfa\_girls\_z\_0\_5.pdf?ua=1

http://zonesismiche.mi.ingv.it

https://en.wikiarquitectura.com/building/bacardi-bottling-plant/

https://en.wikiarquitectura.com/building/los-manantiales-restaurant/

https://it.pinterest.com/pin/504755070717183729/

https://it.rs-online.com/web/p/products/8937203/?grossPrice=Y&cm\_mmc=IT-PLA-DS3A-\_-google-\_-PLA\_IT\_IT\_Passivi-\_-Resistori\_Variabili%7CPotenziometri-\_-PRODUCT+GROUP&matchtype=&gclid=CjwKCAjw-

# 8nbBRBnEiwAqWt1zZ14a4DPF7danK8cNO6QS9WXvsHpIC2AldwGBOX3BSIqRhNf\_5RIvxoC6LYQAvD\_BwE&gclsrc=aw.ds

https://structurae.net/structures/salto-bus-terminal

https://www.archdaily.com/158000/ad-classics-cosmic-rays-pavilion-felix-candela

https://www.archdaily.com/496202/ad-classics-los-manantiales-felix-candela

https://www.archdaily.com/496202/ad-classics-los-manantiales-felix-candela

https://www.archiproducts.com/it/notizie/ruredil-x-mesh-c10-per-il-consolidamento-statico-e-miglioramento-sismico-della-chiesa-di-san-bassiano 36166

https://www.architecture.com/image-library/RIBApix/image-information/poster/swiss-national-exhibition-zurich-the-construction-of-the-cement-hall-an-elliptical-concrete-vault-on/posterid/RIBA24159.html?Action=Cookie

https://www.arezzoweb.it/2018/fibra-ottica-come-procede-il-cablaggio-in-toscana-424838.html

https://www.casabatllo.es/novedades/la-influencia-de-gaudi-en-donges-francia/

https://www.casenelverde.eu/geografia-del-monferrato/

https://www.google.it/maps/@45.1339163,8.4485668,1685m/data=!3m1!1e3

https://www.meccaniciterrestri.it/articoli/43-crepe-nei-muri-come-monitorarle

https://www.settorezero.com/wordpress/cosa-sono-come-funzionano-e-a-cosa-servono-gli-accelerometri/

https://www.viniastimonferrato.it/il-territorio/