POLITECNICO DI TORINO

Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

Smorzatore Stockbridge e soppressione delle vibrazioni dei cavi tesi: analisi numerica e sperimentale

Relatore

Prof. Alessandro Fasana

Candidato

Marco Onore

Ottobre 2018

Indice

Indice delle figure

Introduzione

Le vibrazioni indotte dal vento sul conduttore e sulle funi di guardia delle linee di trasmissione e distribuzione della rete elettrica possono produrre danni che incidono negativamente sull'affidabilità o manutenzione delle stesse. Le linee danneggiate possono addirittura essere messe fuori servizio fino alla riparazione con possibili conseguenze sull'intera rete. Capire come queste vibrazioni possano essere controllate e gestite è la chiave per minimizzarne gli effetti sulle linee di trasmissione o sulla rete. Il problema di questi movimenti verticali è legato al fenomeno del vortex shedding, ovvero il distacco dei vortici che vengono a formarsi quando un flusso d'aria incontra la superficie di un corpo cilindrico.

In generale però la presenza di queste vibrazioni eoliche sulla linea di trasmissione non costituisce necessariamente un problema. Ma qualora l'ampiezza di esse fosse sufficientemente elevata verrebbero a generarsi danni sotto forma di abrasioni o guasti a fatica. Le abrasioni sono usura della superficie del conduttore e son generalmente associate con la perdita di contatto tra il conduttore stesso e le strutture di supporto. I guasti a fatica sono invece la conseguenza diretta della flessione del materiale per un elevato numero di cicli e son legate al limite a fatica del materiale.

Al fine di limitarne gli effetti vengono montati degli smorzatori di tipo Stockbridge, oggetto del presente elaborato. Obiettivo della tesi è dunque l'investigazione riguardo il funzionamento di questi smorzatori, capire il come esplicano la loro funzione e con quale efficacia. Si cercherà di sviluppare un modello che possa simulare il comportamento di questi sia a livello di interazione col conduttore col quale si montano sia a livello di test preliminare al loro montaggio.

Nel capitolo 1 viene fornita una panoramica generale sul fenomeno delle vibrazioni indotte dal vento, Vortex Induced Vibration, descrivendone le varie tipologie e come queste entrano in gioco nella modellazione del conduttore. Viene effettuata una panoramica sulla letteratura presente a riguardo.

Nel capitolo 2 si presenta il dispositivo smorzante, lo smorzatore di tipo Stockbridge, descrivendone le generalità e la caratteristica di funzionamento che ne rappresenta le prestazioni.

Nel capitolo 3 è spiegato il modello analitico sviluppato e la sua validazione nei confronti sia di una sperimentazione effettuata in azienda sia attraverso altro software.

Infine nel capitolo 4 è presentato un modello di conduttore che tenga conto dell'interazione con lo smorzatore di tipo Stockbridge (modellato come un sistema a 1DOF avente caratteristiche ricavate nel capitolo precedente) valutandone efficacia in funzione di parametri quali la posizione di montaggio lungo il conduttore, il pretensionamento del conduttore e la lunghezza di campata.

Nomenclatura

$\boldsymbol{f_{vs}}$ *frequenza di Strouhal* $\boldsymbol{Hz}$

$\boldsymbol{St}$ *numero di Strouhal*

$\boldsymbol{V}$ *velocità del vento* $\boldsymbol{m/s}$

$\boldsymbol{D}$ *diametro conduttore* $\boldsymbol{m}$

$\boldsymbol{Re}$ *numero di Reynolds*

$\boldsymbol{E}$ *modulo elastico materiale* $\boldsymbol{MPa}$

$\boldsymbol{I}$ *momento d'inerzia* $\boldsymbol{m^4}$

$\boldsymbol{x}$ *coordinata posizione lungo il cavo* $\boldsymbol{m}$

$\boldsymbol{w}$ *spostamento verticale del cavo* $\boldsymbol{m}$

$\boldsymbol{T}$ *tensione assiale del cavo* $\boldsymbol{N}$

$\boldsymbol{F_{ext}}$ *forza armonica indotta dal vento* $\boldsymbol{N}$

$\boldsymbol{F_0}$ *ampiezza della forza* F_{ext} $\boldsymbol{N}$

$\boldsymbol{C_L}$ *coefficiente di Lift*

$\boldsymbol{\mu}$ *densità lineare conduttore* $\boldsymbol{kg/m}$

$\boldsymbol{\rho}$ *densità flusso* $\boldsymbol{kg/m^3}$

$\boldsymbol{L}$ *lunghezza cavo* $\boldsymbol{m}$

$\boldsymbol{\beta_L}$ *angolo di inclinazione* °

$\boldsymbol{n_L}$ *numero fili per layer*

$\boldsymbol{\kappa}$ *curvatura*

$\boldsymbol{\delta}$ *diametro fili* $\boldsymbol{m}$

$\boldsymbol{a_i}$ *distanza punto di contatto – baricentro* $\boldsymbol{m}$

$\boldsymbol{x_i}$ *grado di libertà verticale corpo i* $\boldsymbol{m}$

$\boldsymbol{\varphi_i}$ *grado di libertà rotazione corpo i* $\boldsymbol{rad}$

$\boldsymbol{L_i}$ *lunghezza libera cavo messaggero lato dx e sx* $\mathbf{m}$

$\boldsymbol{\Phi}$ *diametro cavo messaggero* $\mathbf{m}$

$\boldsymbol{mm_i}$ *massa cavo messaggero lato dx e sx* $\mathbf{kg}$

$\boldsymbol{m_i}$ *massa corpo i* $\mathbf{kg}$

$\boldsymbol{J_i}$ *momento d'inerzia corpo i* $\mathbf{kg} \cdot \mathbf{m}^2$

$\boldsymbol{h_i}$ *coefficiente smorzamento isteretico cavo messaggero lato dx e sx*

$\boldsymbol{l_{tot}}$ *lunghezza cavo messaggero* $\mathbf{m}$

$\boldsymbol{\Omega}$ *pulsazione* $\mathbf{rad/s}$

$\{\boldsymbol{F}, \boldsymbol{M}\}$ *forza e momento applicato dal morsetto sul conduttore* $\mathbf{N}, \mathbf{Nm}$

$[\boldsymbol{H}]$ *matrice di impedenza*

$[\boldsymbol{M}]$ *matrice di massa*

$[\boldsymbol{K}]$ *matrice di rigidezza*

$[\boldsymbol{C}]$ *matrice di smorzamento*

$\{\boldsymbol{S}\}$ *vettore degli sforzi applicati* $\mathbf{N}$

$\{\boldsymbol{\eta}\}$ *vettore degli spostamenti* $\mathbf{m}$

$\boldsymbol{L}(\boldsymbol{x})$ *funzioni di forma*

$\boldsymbol{\omega_n}$ *frequenze naturali trave* $\mathbf{rad/s}$

$\boldsymbol{\chi_n L}$ *fattore per il calcolo delle frequenze proprie di una trave*

$\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$ *costanti smorzamento proporzionale*

$\boldsymbol{m_{clamp}}$ *massa morsetto modello FEM kg*

$\boldsymbol{m_{sto}}$, $\boldsymbol{c_{sto}}$, $\boldsymbol{k_{sto}}$ *sistema 1DOF equivalente Stockbridge* $\mathbf{kg}$, $\mathbf{Ns/m}$, $\mathbf{N/m}$

$[\boldsymbol{\psi}]$ *matrice autovettori*

$[\boldsymbol{\Lambda}]$ *matrice autovalori*

$\boldsymbol{L_{add}}$ *distanza installazione Stockbridge-traliccio* $\mathbf{m}$

Capitolo 1

1.1 Vortex Induced Vibration

La presenza di vibrazioni sulle linee di trasmissione e distribuzione ad alta tensione è dovuta a fenomeni di natura eolica. I tipi possibili son tre [1][2][3]:

- Galloping, è un'oscillazione ad alta ampiezza e bassa frequenza. Consiste in un movimento dei fili, più comunemente sul piano verticale sebbene sia possibile anche il movimento orizzontale o rotatorio. La frequenza alla quale si verifica tende ad essere intorno a $1\ Hz$. Le oscillazioni possono presentare ampiezze superiori a un metro e lo spostamento a volte è sufficiente per far sì che i conduttori violino gli spazi operativi (avvicinandosi troppo ad altri oggetti);
- Aeolian vibration, dovute al fenomeno delle scie di von Karman e alla nascita di forze alternate verso l'alto e verso il basso sul conduttore circolare immerso nel flusso d'aria. Questo fenomeno è particolarmente dannoso perché causa problemi di fatica dovuta alla flessione del conduttore per un numero elevato di cicli. Le frequenze al quale si verifica sono in genere comprese nel range $5\text{-}100\ Hz$. Le ampiezze delle oscillazioni possono raggiungere l'ordine di grandezza del diametro del conduttore;
- Wake-induced vibrations, compaiono nei fasci di conduttori e riguardano le oscillazioni di sotto parti del conduttore stesso. Si verifica ad alte velocità del flusso d'aria, superiore ai $10\frac{m}{s}$ e si possono distinguere diverse tipologie a seconda che la vibrazione prodotta sia verticale, orizzontale o di tipo rotatorio.

Nello specifico ci si occuperà esclusivamente del secondo tipo.

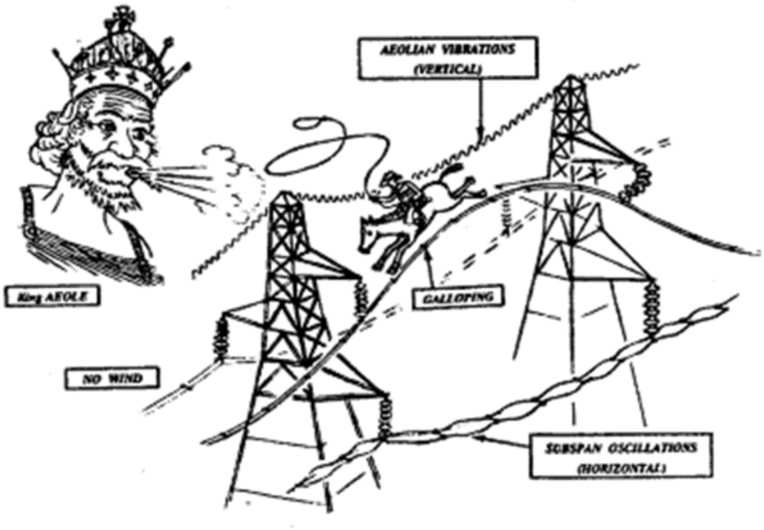


Figura 1 Vortex induced vibration

In esso tutto è legato alle scie di von Karman e alla formazione dei vortici in seguito all'interazione del flusso d'aria con il corpo cilindrico del conduttore. La diretta conseguenza della formazione dei vortici è la nascita di un gradiente di pressioni attorno al corpo a cui segue il presentarsi di forze di portanza variabili periodicamente. La frequenza di distacco dei vortici è direttamente proporzionale alla velocità del flusso, alla dimensione caratteristica del corpo (nel caso del cilindro, il suo diametro D) e ad un coefficiente St, detto numero di Strouhal (funzione del numero di Reynolds).

$$f_{vs} = St \cdot \frac{V}{D} \tag{1.1}$$

Per il range di velocità del vento considerato, 1-7 m/s, risulta 750 < Re < 6000 e può essere assunto $St = 0.2$.

In aggiunta può verificarsi il fenomeno di risonanza del conduttore qualora questa frequenza di distacco dei vortici uguaglia una delle frequenze proprie del conduttore, funzione della sua lunghezza, densità lineare di massa, sezione, tensione e vincolo.

Figura 2 Scie di Von Karman, caso 150<Re<3x10^5

1.2 Conduttore

La vibrazione eolica avviene principalmente sul piano verticale ed il conduttore può essere rappresentato attraverso il modello matematico di una trave omogenea sottoposta a sforzo assiale, di massa uniformemente distribuita, soggetta ad oscillazioni trasversali. Si assumono le seguenti ipotesi:

- Gli spostamenti del cavo avvengono solo lungo la direzione verticale w;
- La sezione trasversale del cavo si mantiene costante, il suo momento d'inerzia I non varia né con la posizione lungo tutta la lunghezza del cavo, lungo la coordinata x e nemmeno nel tempo t;
- Il cavo ha modulo elastico costante E;
- La densità lineare μ è costante, nello spazio e nel tempo.

L'equazione che ne descrive il comportamento è:

$$EI\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}(x,t) - T\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x,t) + \mu\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x,t) = F_{ext}(x,t) \tag{1.2}$$

dove E è il modulo di elasticità di Young del materiale ed I il momento di inerzia, tali che EI è detta rigidità flessionale (dinamica) del conduttore $[Nm^2]$; T è la tensione meccanica o tiro $[N]$; μ è la massa del conduttore per unità di lunghezza $[kg/m]$; $w(x,t)$ è lo spostamento trasversale nel punto x e all'istante t $[m]$.

Essendo il conduttore esposto all'azione del vento, al secondo membro dell'equazione compare un termine relativo alla forza indotta dal vento. Questa forza, detta forza di Lift [4] (portanza), viene implementata come segue:

$$F_{ext}(x,t) = F_0 \cdot \cos(2\pi f_{vs} t) \tag{1.3}$$

dove F_0 è l'ampiezza definita come:

$$F_0 = \frac{1}{2} C_L \rho D V^2 \tag{1.4}$$

dove C_L è il coefficiente di Lift, funzione del numero di Reynolds, ρ è la densità del flusso $[\frac{kg}{m^3}]$, nel caso aria, D il diametro del conduttore $[m]$ e V la velocità del flusso $[m/s]$.

1.3 Stato dell’arte

Le prime ricerche e i primi studi sui conduttori utilizzati per la trasmissione e la distribuzione di energia elettrica vennero effettuati da Claren et Diana [5] i quali ipotizzarono un modello fondato sull’ipotesi del cavo trattato come una trave di Eulero Bernoulli sotto carico assiale. La validazione sperimentale del modello di Claren and Diana [5] arrivò da Barbieri et al. [6], i quali confrontarono, in funzione della lunghezza del cavo e del pretensionamento dato ad esso, la risposta libera del cavo analitica con quella sperimentalmente. La prima era ottenuta mediante un modello FEM in MATLAB, la seconda tramite un sistema di test automatizzato.

Successivamente le ricerche si concentrarono sulla risposta dinamica del conduttore, funzione dell’azione del vento. Diana et al. [7] dimostrarono che la forza era proporzionale non solo alla velocità del flusso che investiva il cavo, ma anche al diametro e alla lunghezza di quest’ultimo. In parallelo a queste analisi sul cavo si presentò la necessità di effettuare degli studi e ipotizzare dei modelli per lo smorzatore di tipo Stockbridge, ideato nel 1924, da integrare nelle analisi del conduttore su cui esso è montato.

Tra questi tanti, soprattutto inizialmente, furono sviluppati considerando solo metà Stockbridge, quindi una sola massa, il morsetto ed il cavo messaggero. Questo modello era basato sull’ipotesi di considerare la massa come un sistema a 2 gradi di libertà, uno di traslazione verticale e uno di rotazione. Essa era poi collegata ad un elemento rappresentante il morsetto tramite il cavo messaggero modellato come un’asta. Tutti questi modelli erano basati sull’ipotesi che la massa del cavo messaggero fosse molto piccola e quindi trascurabile.

Tra questi Kim [8] presentò un’analisi parametrica delle frequenze di risonanza del dispositivo in funzione delle grandezze caratteristiche dello stesso, quali lunghezza, massa totale e rigidezza del cavo messaggero. Leblon et Hardy [9] invece giunsero ad una espressione analitica dei 4 elementi della matrice di impedenza, la quale esprime la proporzionalità tra movimento del morsetto (traslazione e rotazione) e forza e momento esercitati dallo stesso sul conduttore.

L’evoluzione più evidente nel tempo dello smorzatore di tipo Stockbridge più che in materiale o forma sta nel passaggio da un aspetto simmetrico ad uno asimmetrico, in termini di dimensioni del cavo e peso delle masse all’estremità. Ciò ha permesso di aumentare le frequenze di risonanza da due a quattro aumentando così il range di frequenza di lavoro se ben progettato. Questo cambiamento ha portato alla necessità di sviluppare nuovi modelli considerando entrambi le parti, destra e sinistra. Diana et al. [10] svilupparono un modello analitico a sei gradi di libertà che potesse simulare il comportamento dello Stockbridge a basse frequenze. Il modello di Diana et al. [10] sarà la base del modello analitico del presente elaborato.

Capitolo 2

2.1 Smorzatore di tipo Stockbridge

2.1.1 Generalità

Lo smorzatore più comunemente usato per le linee ad alta tensione è lo smorzatore di tipo Stockbridge, dal nome dell'invenzione originale di G.H. Stockbridge del 1924. Il design originale si è evoluto nel corso degli anni, ma il principio di base rimane lo stesso: due masse sospese alle estremità di un filo di acciaio appositamente progettato e fabbricato (cavo messaggero), che è fissato al conduttore con un morsetto.

Esso lavora come un assorbitore dinamico con molteplici frequenze di risonanza. Quando lo smorzatore è posto su un conduttore vibrante, la vibrazione si trasmette dal morsetto alle due masse causandone il movimento. Ciò produce la flessione del filo d'acciaio con conseguente sfregamento dei singoli trefoli di cui è composto, dissipando così energia.

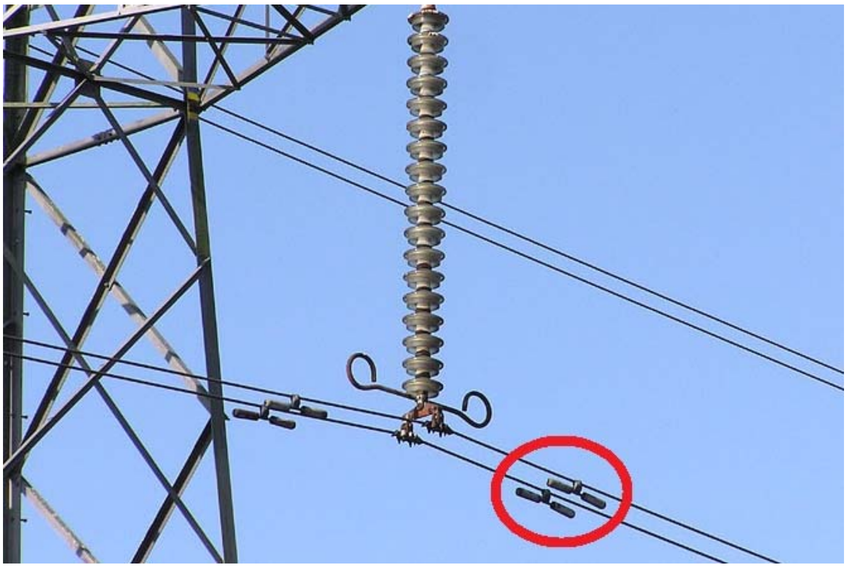


Figura 3 Smorzatori di tipo Stockbridge

La forma, la dimensione e il peso delle masse e del cavo messaggero determinano le frequenze proprie del dispositivo. Nei primi prototipi il dispositivo presentava un aspetto simmetrico con conseguente presenza di sole due frequenze di risonanza.

Nei più recenti design invece le due masse sono differenti in peso e collegate al morsetto mediante cavi messaggeri di diversa lunghezza. Si è evoluta anche la struttura del cavo messaggero, inizialmente formato da un solo strato di singoli fili disposti attorno al cavo centrale, che ora consta di più strati disposti elicoidalmente attorno ad un core centrale. Classico esempio è la configurazione formata da un primo layer di 7 trefoli ed un secondo di 12 trefoli, oppure una disposizione a quattro strati 1-6-12-19 come quella di Figura 4.

Figura 4 Struttura del cavo: core+trefoli

Si possono distinguere due modi di vibrare per ogni massa. Il primo presenta massimo spostamento nell'estremità esterna del peso, nel secondo invece è la parte interna della massa (quella più vicina al morsetto) ad avere massimo spostamento (Figura 5).

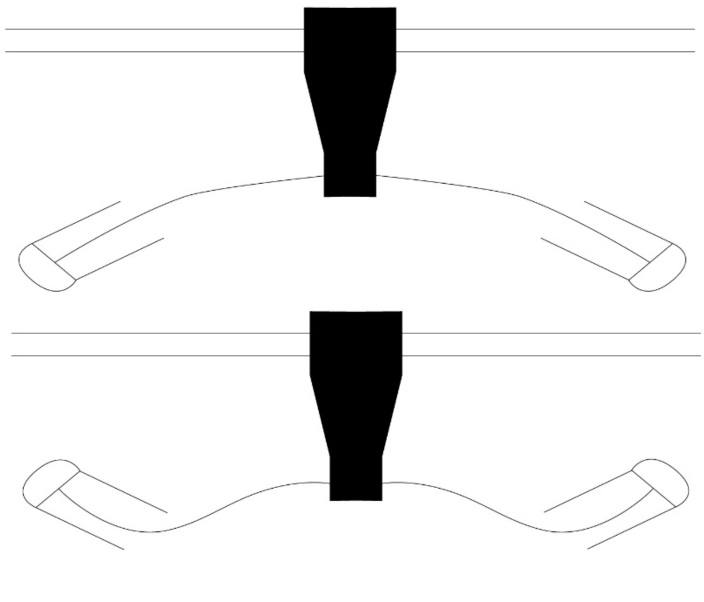


Figura 5 Modi di vibrare

Poiché un arco di conduttore teso vibrerà, sotto l'influenza di un range di velocità del vento, ad un numero elevato di frequenze di risonanza uno smorzatore ben progettato deve avere una risposta adeguata nell'intervallo di frequenze previsto per un conduttore specifico.

2.1.2 Caratteristica di funzionamento

La caratteristica di funzionamento dello smorzatore di tipo Stockbridge è ottenuta mediante ‘metodo diretto’. La prova viene eseguita in laboratorio collegando lo smorzatore ad uno shaker. Nello specifico viene fissato ad un cilindretto (di massa nota) al quale viene imposto, tramite la tavola vibrante azionata pneumaticamente, un movimento esclusivamente in direzione verticale. La configurazione descritta è visibile nella Figura 6.

Figura 6 Particolare di Stockbridge, cilindretto e tavola vibrante

Viene così simulata la situazione reale in cui il conduttore sotto l’azione del vento subisce degli spostamenti in direzione perpendicolare al suo asse e alla direzione del flusso di vento. L’utilizzo di uno shaker e non di una vera e propria campata permette una simulazione più efficiente in termini di costi e semplicità.

Figura 7 Tavola vibrante pneumatica

Lo stockbridge è dimensionato in relazione al range di frequenze caratterizzanti il suo campo di lavoro, determinate in funzione della velocità del vento nella zona in cui deve essere montato, ed in funzione del diametro del conduttore su cui va applicato. In funzione di questi due fattori il cliente che commissiona la produzione degli Stockbridge (in Italia molto spesso l'azienda Terna S.p.A.) determina dei requisiti in termini di range di forza, trasmessa dal morsetto al conduttore, e angolo di fase tra questa e lo spostamento in input del conduttore.

Il banco di prova è dunque formato (Figura 12) da:

- Una tavola vibrante ad azionamento pneumatico su cui sono montate le celle di carico, il cilindretto e lo stockbridge (Figura 7);
- Un modulo di controllo delle vibrazioni imposte in termini di ampiezza e velocità (Figura 8);
- Un analizzatore dinamico di segnali (Figura 9);
- Un pc per l'analisi delle acquisizioni attraverso un software.

Figura 8 Vibration Exciter Control

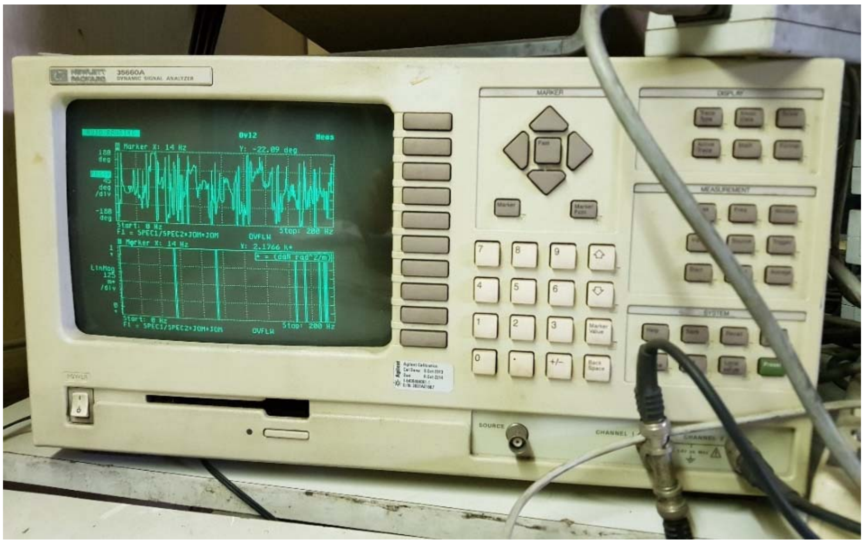


Figura 9 Signal Analyzer

Tramite interfaccia grafica nel software è possibile scegliere il tipo di prova (ampiezza costante o velocità costante del morsetto) e relativo modulo, frequenza di inizio e fine prova, lo step di frequenza e il tempo di stazionamento in secondi ad ogni frequenza (Figura 10). È possibile anche visualizzare i limiti imposti per un particolare tipo di Stockbridge, come evidenziato dalla Figura 11.

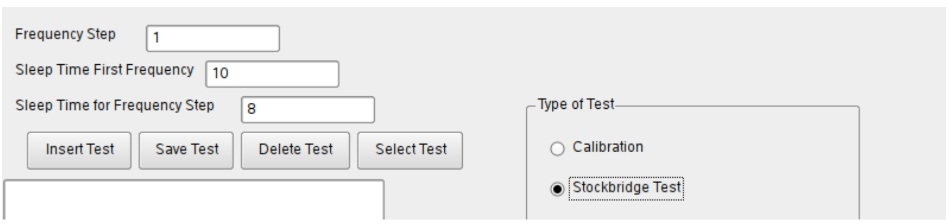


Figura 10 Interfaccia software prova

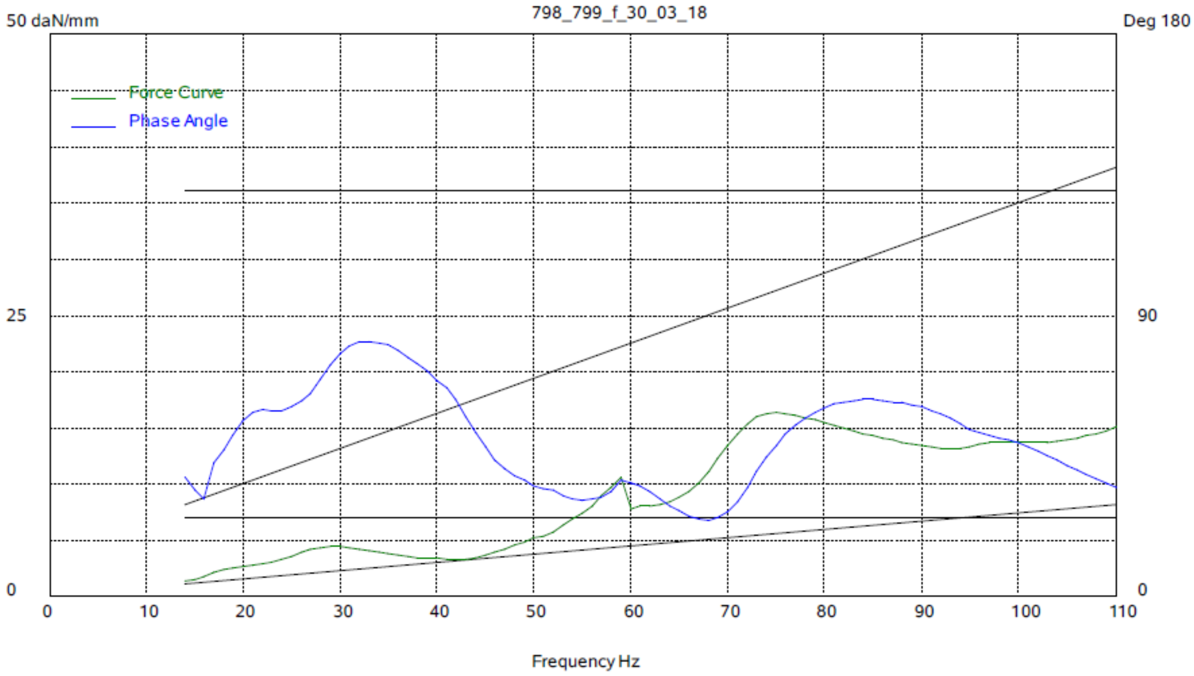


Figura 11 Caratteristica di funzionamento, compresa dei limiti delle prestazioni

Nel caso delle prove ad ampiezza costante sia input che output, ovvero rispettivamente spostamento del morsetto e forza misurata, sono espressi in termini di ampiezza picco-picco.

Il risultato finale della prova sono due curve in funzione della frequenza espressa in Hz rappresentanti il rapporto tra la forza e lo spostamento/velocità imposto ($\frac{daN}{mm}$ o $\frac{daN\ s}{mm}$) e l'angolo di fase misurato in gradi tra le due.

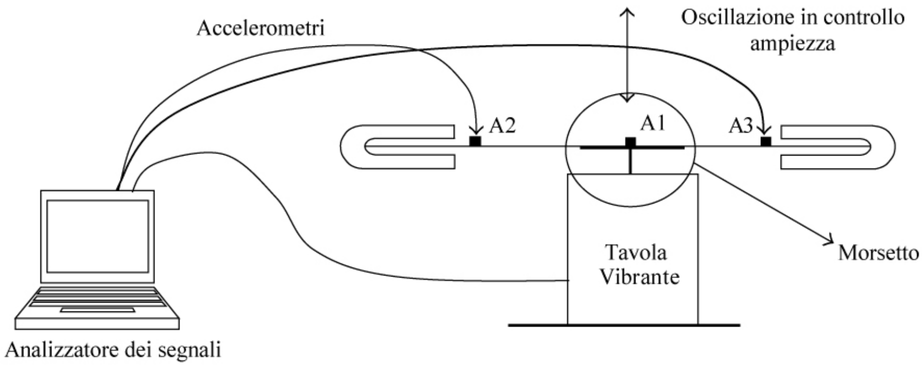


Figura 12 Schema banco prova

Sono state eseguite diverse prove col fine di effettuare una completa caratterizzazione del dispositivo. Nello specifico si è scelto di valutare:

- L'influenza dell'ampiezza delle oscillazioni in input, prodotte dallo shaker sul morsetto. A tal fine sullo stesso stockbridge è stata effettuata la prova con ampiezza picco-picco, espressa in mm, di 0.75, 1, 1.25, 1.5;
- Influenza del processo di fabbricazione sulla caratteristica di funzionamento. Si son dunque presi degli stockbridge appartenenti allo stesso lotto di produzione e sono state effettuate prove a velocità ed ampiezza costante. Degli esempi son visibili in Figura 13.

Figura 13 Set Stockbridge utilizzati

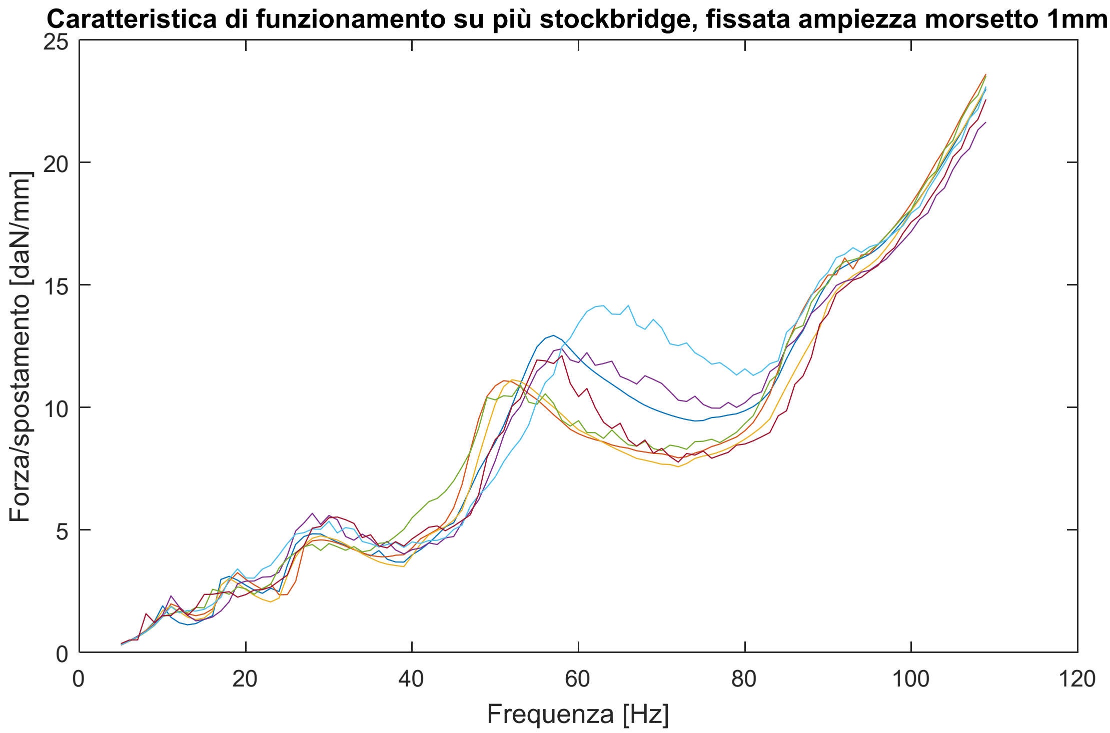


Figura 14 Caratteristica Stockridge, fissa a=1mm

La caratterizzazione del comportamento dello stockbridge fissata un'ampiezza dell'oscillazione in input di $1mm$ picco-picco è stata fatta eseguendo la prova su sette campioni appartenenti allo stesso lotto di produzione. Le prove sono state eseguite su due giorni. Si nota chiaramente:

- Una accentuata differenza tra le curve ad alta frequenza, presente anche a bassa frequenza ma minore. Tra le cause rientra sicuramente in gioco la differenza in massa e dimensioni causata dal processo di produzione degli smorzatori in esame, ovvero la fonderia, e della inevitabile precisione grossolana dello stesso;
- Una differenza nella bontà delle acquisizioni da un giorno all'altro dovute sicuramente alle condizioni esterne della prova (basti pensare a eventuali altre macchine vibranti in funzione in officina, uso contemporaneo del carrello a portale, disturbi elettromagnetici);
- Una differenza tra acquisizioni dello stesso giorno che tra le altre cause può essere ricondotta anche a una diversa coppia di serraggio applicata per chiudere il morsetto sul cilindro della tavola vibrante. Questa operazione difatti veniva effettuata manualmente, senza misura della coppia, e quindi è soggetta ad errore.

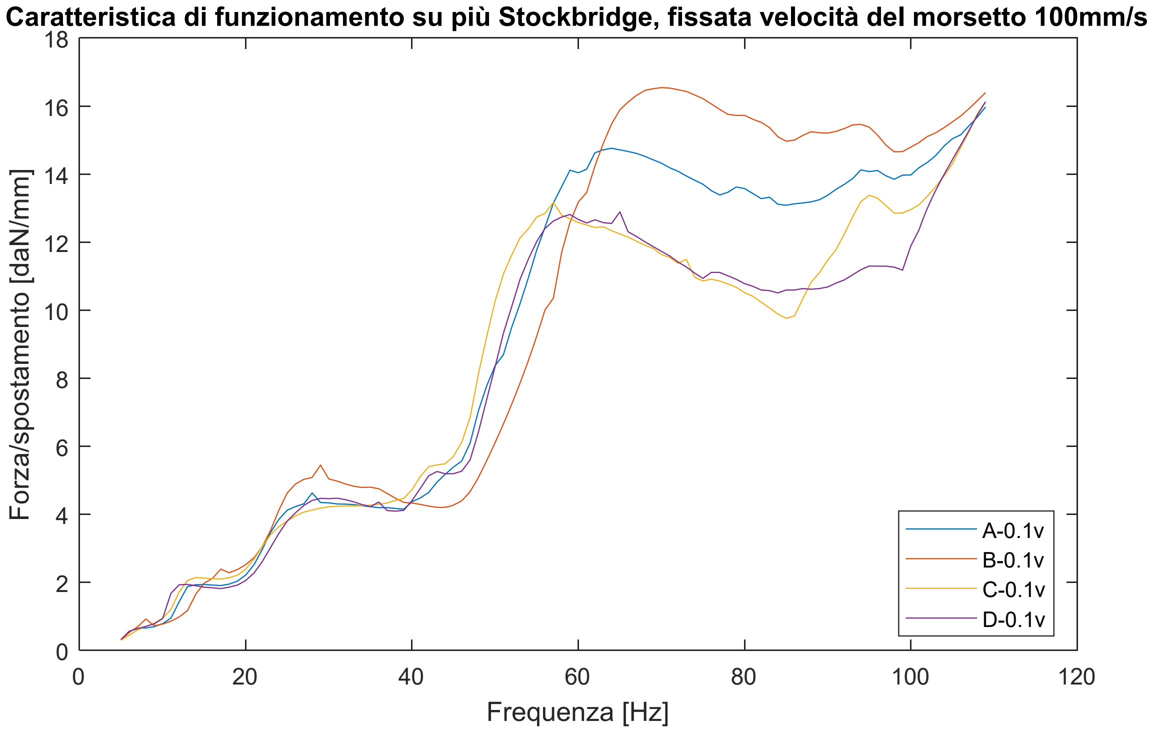


Figura 15 Caratteristica Stockridge, fissa v=100mm/s

La caratterizzazione del comportamento dello stockbridge fissata una velocità dell'oscillazione in input di $100\,\frac{mm}{s}$ è stata fatta eseguendo la prova su quattro campioni appartenenti allo stesso lotto di produzione. Oltre le solite differenze, già citate, legate alle condizioni della prova, ai disturbi esterni ed alla differenza, seppur minima, tra gli stockbridge ciò che è facile osservare è una differenza notevole tra le curve ad alte frequenze, sopra i $50Hz$. Questo è ricollegabile all'esecuzione della prova stessa. Difatti il software di controllo dell'eccitazione, armonica, in input per mantenere una velocità costante deve con l'aumentare della frequenza diminuire l'ampiezza di oscillazione tale per cui il prodotto si mantenga costante $v_0 = \omega\, x_0$. A piccoli valori di ampiezza picco-picco dello spostamento del morsetto diventa difficile gestirne la corretta esecuzione con la conseguente comparsa di possibili errori di misurazione. Tra le prove, quella evidenziata in rosso nella Figura 15 sembra essere quella che si discosta maggiormente dalle altre in tutto il campo delle frequenze. L'errore percentuale sembra mantenersi però costante, poiché esso risulta essere (confrontando rossa e gialla) di circa $10Hz$ in prossimità della 4° frequenza e di circa 5-$6Hz$ in prossimità della 3°.

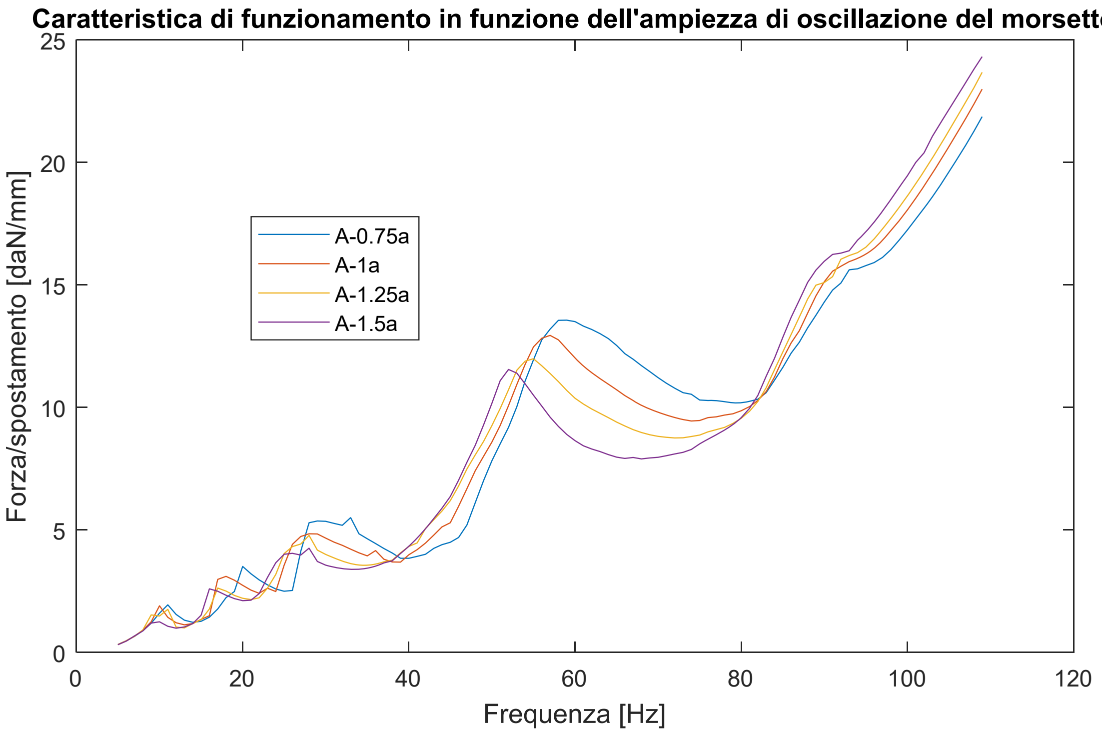


Figura 16 Caratteristica Stockridge, funzione dell'ampiezza del morsetto

La caratterizzazione del comportamento dello stockbridge in funzione dell'ampiezza dell'oscillazione in input è stata eseguita facendo assumere a quest'ultima i valori di 0.75, 1, 1.25, 1.5 mm picco-picco. Le prove sono state eseguite nello stesso giorno ed essendo eseguite sullo stesso stockbridge non vi è la necessità di effettuare smontaggio e montaggio visto che il cambio di condizioni della prova era effettuato tramite software. Da questo si può dedurre che per le quattro prove le condizioni esterne e le condizioni legate al montaggio del morsetto risultano essere presenti in ogni prova ma fondamentalmente le stesse. Le acquisizioni risultano di una buona qualità e le differenze sono quindi attribuibili semplicemente alla differenza di ampiezza in input.

Ciò che si nota è un comportamento di tipo 'softening'. All'aumentare del modulo dello spostamento la rigidezza del sistema è minore, con conseguente spostamento verso sinistra delle frequenze proprie del sistema (facilmente individuabili come i massimi delle curve).

Capitolo 3

3.1 Modello analitico

3.1.1 Modello a 6 gradi di libertà

Per descrivere il comportamento del dispositivo in maniera analitica e, come obiettivo finale, poterne prevedere la caratteristica di funzionamento senza effettuare la prova di laboratorio è stato considerato un modello a parametri concentrati, a 6 gradi di libertà. Il modello riprende quanto elaborato da Diana et al. [10], operando alcune ipotesi ulteriori volte a migliorarne precisione e aumentarne il range di frequenza di applicabilità. Si riconosce nella Figura 17 il modello che considera le suddette premesse. Identifichiamo quattro elementi:

1. Un morsetto, clamp, di cui si conoscono massa e momento d'inerzia, m_c e I_c;
2. Un cavo messaggero, di cui son noti lunghezza l_{tot}, massa m_m e momento d'inerzia I_m, che attraversa il morsetto rendendo identificabili due parti, 1 e 2, rispettivamente a sinistra e destra del morsetto e di cui si conosce la lunghezza libera l_i;
3. Due masse, poste alle estremità del cavo messaggero, di cui conosciamo massa, momento d'inerzia, m_i e I_i, e posizione del baricentro rispetto all'estremo libero del cavo a_i.

Si son rese necessarie le seguenti ipotesi:

- Il cavo messaggero è trattato come un tondo pieno, caratterizzato quindi da un EI costante;
- Il morsetto dello stockbridge è rigidamente connesso al conduttore;
- Il movimento del morsetto è esclusivamente nel piano;
- Il baricentro non coincide con il punto d'attacco tra cavo messaggero e massa ($a_i \neq 0$);
- Lo smorzamento del cavo segue il modello isteretico.

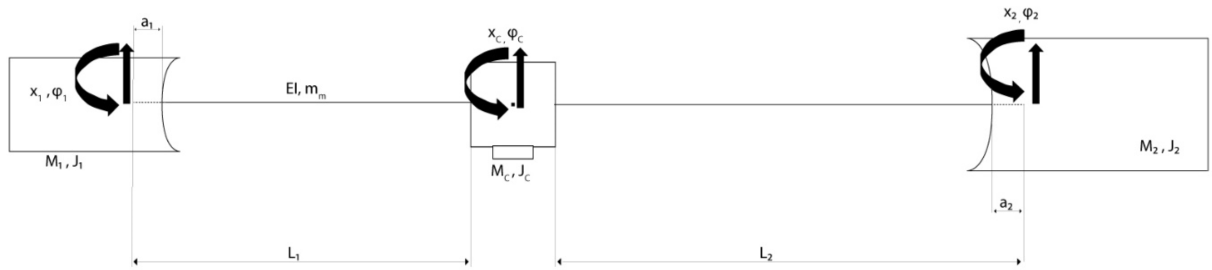


Figura 17 Modello 6gdl Stockbridge

I gradi di libertà sono sei, tre rotazioni e tre traslazioni. Nello specifico sono due per il movimento del morsetto e i restanti quattro appartenenti alle masse. Definito il vettore $\underline{x}$ dei gradi di libertà come:

$$\underline{x} = \{x_1 \quad \varphi_1 \quad x_C \quad \varphi_C \quad x_2 \quad \varphi_2\}^T \tag{3.1}$$

attraverso semplici considerazioni è possibile scrivere l'equazione del moto del sistema in esame:

$$[M]\underline{\ddot{x}} + [C]\underline{\dot{x}} + [K]\underline{x} = \underline{F} \tag{3.2}$$

dove la matrice di massa $[M]$, quella di smorzamento $[C]$ e quella di rigidezza $[K]$ sono implementate secondo la logica qui di seguito esposta.

3.1.2 [M] Matrice di massa

La matrice di massa risulta la somma dei contributi delle due masse e del morsetto $[M_{mass}]$, attraverso i parametri concentrati m e I, ed il contributo del cavo messaggero attraverso la sovrapposizione delle matrici di massa del cavo a sinistra e destra del morsetto, aventi lunghezza diversa, assunti come trave di Eulero-Bernoulli libera-libera $[M_{mm}]$:

$$[M] = [M_{mm}] + [M_{mass}] \tag{3.3}$$

Detta $[M]$ la matrice di massa della trave vale:

$$\{S\} = [M]\{\ddot{\eta}\} \tag{3.4}$$

dove si è indicato con $\{\ddot{\eta}\}$ il vettore delle accelerazioni dei punti estremi della trave e con $\{S\}$ i carichi applicati nei due punti estremi. Per trovare la matrice di massa si considera un elemento di trave di lunghezza L prima sotto carico assiale (Figura 18) e successivamente sotto carico flessionale (Figura 19).

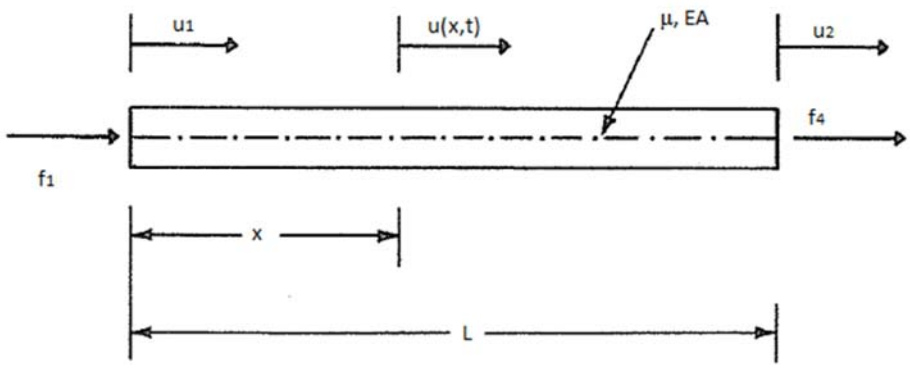


Figura 18 Elemento trave sotto carico assiale

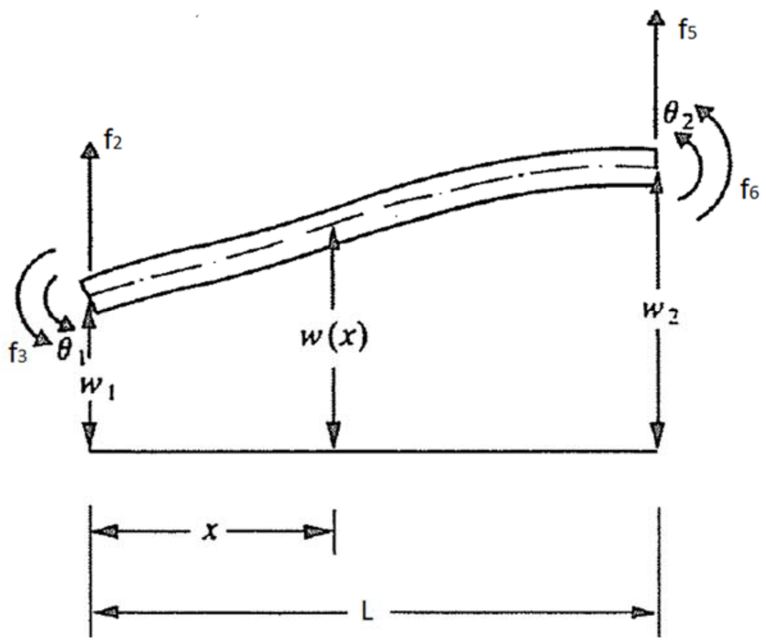


Figura 19 Elemento trave sotto carico flessionale

Risultano così definiti il vettore degli spostamenti dei due estremi della trave (3.5) ed il vettore dei carichi applicati (3.6):

$$\{\eta\} = \{u_1 \;\; w_1 \;\; \theta_1 \;\; u_2 \, w_2 \, \theta_2\}^T \tag{3.5}$$

$$\{S\} = \{f_1 \;\; f_2 \;\; f_3 \;\; f_4 \;\; f_5 \;\; f_6\}^T \tag{3.6}$$

Il calcolo della matrice di massa è effettuato tramite l'utilizzo delle funzioni di forma [11]. Dette $L(x)$ le funzioni di forma, shape functions, difatti vale:

$$[M] = \int_0^L \mu\,(x)\{L(x)\}\{L(x)\}^T dx \tag{3.7}$$

Nel caso di sforzo assiale agente le funzioni di forma valgono:

$$L_{ass}(x) = \begin{cases} L_1(x) \\ L_2(x) \end{cases} = \begin{cases} 1 - x/L \\ x/L \end{cases} \tag{3.8}$$

Applicando la (3.7), considerando la densità lineare μ della trave costante, si ottiene:

$$[m_{axial}] = \mu \int_0^L \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 & \left(1 - \frac{x}{L}\right) x/L \\ \left(1 - \frac{x}{L}\right) x/L & \left(\frac{x}{L}\right)^2 \end{bmatrix} dx = \frac{\mu L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

Procedendo in maniera analoga per elemento sotto carico flessionale, ricordando che:

$$L_{bend}(x) = \begin{cases} L_1(x) \\ L_2(x) \\ L_3(x) \\ L_4(x) \end{cases} = \begin{cases} 1 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 + \left(\frac{x}{L}\right)^2 \\ \frac{x}{L} - 2\left(\frac{x}{L}\right)^2 + 3\left(\frac{x}{L}\right)^3 \\ 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{h}\right)^3 \\ -\left(\frac{x}{L}\right)^2 + \left(\frac{x}{L}\right)^3 \end{cases} \tag{3.10}$$

Attraverso semplici passaggi matematici di integrazione, si determinano:

$$[m_{bend}] = \frac{\mu L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13 \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & 22L \\ -13L & -3L^2 & -22 & 4L^2 \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

La matrice di massa completa per i 6 gradi di libertà risulta essere la seguente

$$[M] = \frac{\mu L_i}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L_i & 0 & 54 & -13L_i \\ 0 & 22L_i & 4L_i^2 & 0 & 13L_i & -3L_i^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L_i & 0 & 156 & -22L_i \\ 0 & -13L_i & -3L_i^2 & 0 & -22L_i & 4L_i^2 \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

Nel caso in esame, essendo assente, per ipotesi, il grado di libertà lungo la direzione dell'asse della trave, u_1 ed u_4 della Figura 18, la matrice di massa da considerare per il tratto destro e sinistro del cavo messaggero dello smorzatore sarà formata esclusivamente dal minore 4x4 dei gradi di libertà di rotazione e traslazione verticale. Risulta quindi:

$$[M_{mmi}] = \frac{mm_i}{420}\begin{bmatrix} 156 & 22L_i & 54 & -13L_i \\ 22L_i & 4L_i^2 & 13L_i & -3L_i^2 \\ 54 & 13L_i & 156 & -22L_i \\ -13L_i & -3L_i^2 & -22L_i & 4L_i^2 \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

La matrice totale del cavo messaggero è poi data dalla sovrapposizione di parte destra e sinistra, aventi lunghezza diversa, aventi in comune i gradi di libertà corrispondenti al morsetto.

$$[M_{mm}] = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{mm1} & \\ & \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} \end{bmatrix} & \\ & M_{mm2} \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

La $[M_{mass}]$ tiene conto dei contributi delle due masse all'estremità del cavo messaggero e del morsetto. Da segnalare, nella matrice della (3.15) la presenza del termine aggiuntivo $m_i \cdot a_i^2$ negli elementi (2,2) e (6,6) e del termine $m_i \cdot a_i$ nelle posizioni (1,2), (2,1), (5,6), (6,5). Ciò deriva dal voler considerare l'effettiva posizione del baricentro tramite il parametro a_i avendo la possibilità di trovare esso tramite software CAD, a differenza di Diana et al.[10] che ipotizzano il baricentro nel punto di attacco di cavo messaggero e massa.

$$[M_{mass}] = \begin{bmatrix} m_1 & m_1a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_1a_1 & J_1 + m_1a_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 & m_2a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_2a_2 & J_2 + m_2a_2^2 \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

3.1.3 [K] Matrice di rigidezza

Il cavo messaggero è trattato come una trave di Eulero-Bernoulli. Detta $[K]$ la matrice di rigidezza della trave vale:

$$\{S\} = [K]\{\eta\} \tag{3.16}$$

dove si è indicato con $\{\eta\}$ il vettore degli spostamenti dei punti estremi della trave e con $\{S\}$ i carichi applicati nei due punti estremi. Gli spostamenti (traslazioni e rotazioni) sono definibili attraverso valori scalari reali così come i carichi esterni omologhi a tali spostamenti (forze e momenti) applicati. La Figura 20 e la Figura 21 evidenziano queste grandezze.

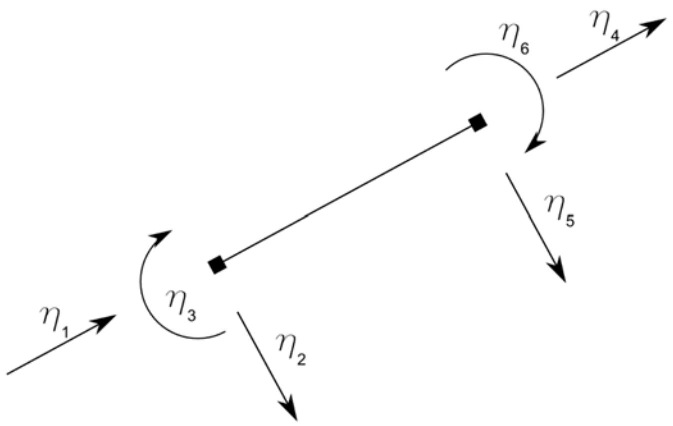


Figura 20 Gradi di libertà degli estremi di un elemento trave

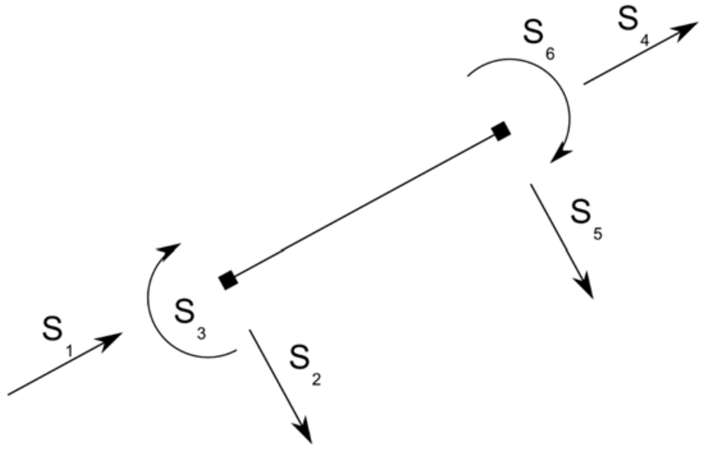


Figura 21 Sforzi applicati agli estremi dell'elemento trave

Supposta la sezione della trave costante e di area S, detto I il momento d'inerzia calcolato lungo un asse perpendicolare al piano della trave passante per il baricentro ed E il modulo elastico del materiale, si considerano alcuni schemi statici usuali per determinare i valori dei singoli coefficienti della matrice $[K]$, presentati nella (3.17).

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

Partiamo dal calcolo riguardante gli sforzi modali S_1 e S_4.

Consideriamo una trave vincolata ad un estremo e libera nell'altro con uno sforzo assiale S_1 applicato sull'estremo libero. Trascurando gli effetti del secondo ordine, detta ε la deformazione unitaria dell'asta vale:

$$\begin{cases} S_1 = ES\varepsilon = \dfrac{ES}{l}\eta_1 \\ S_4 = -S_1 \\ \eta_1 \neq 0\,, \eta_{2,\dots,6} = 0 \end{cases} \tag{3.18}$$

Procedendo analogamente per η_4 è facile ricavare:

$$\begin{cases} k_{11} = k_{44} = \dfrac{ES}{l} \\ k_{12} = k_{13} = k_{15} = k_{16} = 0 \\ k_{42} = k_{43} = k_{45} = k_{46} = 0 \\ k_{14} = k_{41} = -\dfrac{ES}{l} \end{cases} \tag{3.19}$$

Per il calcolo riguardante i due momenti S_3 e S_6 consideriamo una trave semplicemente appoggiata. Mediante semplici operazioni matematiche che legano gli spostamenti η_3 e η_6 agli sforzi modali S_3 e S_6 si ottiene:

$$\{\eta_3 \quad \eta_6\}^T = \begin{bmatrix} \dfrac{l}{3EI} & -\dfrac{l}{6EI} \\ -\dfrac{l}{6EI} & \dfrac{l}{3EI} \end{bmatrix} \{S_3 \quad S_6\}^T \tag{3.20}$$

Invertendo la relazione si possono trovare $k_{33}, k_{36}, k_{63}, k_{66}$:

$$\{S_3 \quad S_6\}^T = \begin{bmatrix} \dfrac{4EI}{l} & \dfrac{2EI}{l} \\ \dfrac{2EI}{l} & \dfrac{4EI}{l} \end{bmatrix} \{\eta_3 \quad \eta_6\}^T \tag{3.21}$$

Calcolando le reazioni vincolari verticali dei due estremi $S_2 = \frac{S_6+S_3}{l}$ e $S_5 = -\frac{S_6+S_3}{l}$ si trovano invece:

$$\begin{cases} k_{23} = k_{26} = \dfrac{6EI}{l^2} \\ k_{53} = k_{56} = -\dfrac{6EI}{l^2} \end{cases} \tag{3.22}$$

Per trovare i restanti coefficienti consideriamo una trave orizzontale incastrata ad un estremo e vincolata nell'altra secondo una guida che consenta solo la traslazione verticale. Detta S_5 la forza verticale applicata lo spostamento verticale η_5 dell'estremo sarà:

$$\eta_5 = \frac{S_5 l^3}{12EI} \tag{3.23}$$

Risulta di conseguenza $k_{55} = {}^{12EI}\!/_{l^3}$. La reazione verticale nel primo estremo vincolato sarà $-S_5$ pertanto $k_{25} = -{}^{12EI}\!/_{l^3}$. Per simmetria troviamo k_{22} e k_{25}.

La matrice di rigidezza generale per una trave è così ricavata e risulta:

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{ES}{l} & 0 & 0 & -\frac{ES}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/l^3 & -6EI/l^2 & 0 & -12EI/l^3 & 6EI/l^2 \\ 0 & 6EI/l^2 & 4EI/l & 0 & -6EI/l^2 & 2EI/l \\ -\frac{ES}{l} & 0 & 0 & \frac{ES}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/l^3 & -6EI/l^2 & 0 & 12EI/l^3 & -6EI/l^2 \\ 0 & 6EI/l^2 & 2EI/l & 0 & -6EI/l^2 & 4EI/l \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

Nel caso in esame, essendo assente, per ipotesi, il grado di libertà lungo la direzione dell'asse della trave, η_1 ed η_4 della Figura 20, la matrice di rigidezza da considerare per il tratto destro e sinistro del cavo messaggero dello smorzatore sarà formata esclusivamente dal minore 4x4 dei gradi di libertà di rotazione e traslazione verticale. Risulta quindi essere:

$$[K_i] = \frac{EI_i}{L_i^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L_i & -12 & 6L_i \\ 6L_i & 4L_i^2 & -6L_i & 2L_i^2 \\ -12 & -6L_i & 12 & -6L_i \\ 6L_i & 2L_i^2 & -6L_i & 4L_i^2 \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

La matrice di rigidezza del sistema invece è poi ricavata attraverso la sovrapposizione delle matrici di rigidezza del cavo messaggero, parte a destra e a sinistra del morsetto, aventi lunghezza diversa.

$$[K] = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 & \\ & \end{bmatrix} & \\ & \begin{bmatrix} & \\ & K_2 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \tag{3.26}$$

3.1.4 [C] Matrice di smorzamento

La matrice di smorzamento è definita proporzionale a quella di rigidezza attraverso un coefficiente h detto costante di smorzamento isteretico. La scelta dello smorzamento isteretico è giustificata dal fatto che molti materiali hanno un comportamento che può essere descritto tramite un vero e proprio ciclo di isteresi se sollecitati da un carico avente un andamento sinusoidale nel tempo. In particolare si può dimostrare, vedasi Genta [12], che la rigidezza di un elemento strutturale dotato di smorzamento isteretico può essere espressa nella forma di rigidezza complessa $[K^*]$ tale per cui valga

$$[K^*] = [K](1 + ih) \tag{3.27}$$

dove h è detto fattore di perdita ed è strettamente correlato al materiale, alla sua forma e alle sue dimensioni. Viene considerato quindi funzione anche della lunghezza e della curvatura ed essendo lo Stockbridge asimmetrico vengono considerati due coefficienti di smorzamento diversi e identificati tramite i pedici 1 e 2. Risulta:

$$[C_{1,2}] = \frac{h_{1,2}}{\Omega}[K_{1,2}] \tag{3.28}$$

In maniera analoga a quanto esposto precedentemente per la matrice di massa e rigidezza la matrice di smorzamento sarà ottenuta dalla sovrapposizione delle singole matrici di smorzamento di parte sinistra e destra dello stockbridge.

$$[C] = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 & \\ & \begin{bmatrix} & \end{bmatrix} \end{bmatrix} & \\ & \begin{bmatrix} & \\ & C_2 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \tag{3.29}$$

3.1.5 Procedura di analisi

Le grandezze note in input sono lo spostamento verticale e la rotazione del morsetto, assunte armoniche:

$$\begin{vmatrix} x_c \\ \varphi_c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_{c0} \\ \varphi_{c0} \end{vmatrix} e^{i\Omega t} \tag{3.30}$$

Si riordinano i vettori della forzante e dei gradi di libertà, (3.31) e (3.1) separando il contributo del morsetto, identificandolo col pedice V (3.35), e delle due masse, identificandolo col pedice L (3.34):

$$\underline{F} = \{0 \quad 0 \quad F \quad M \quad 0 \quad 0\}^T \tag{3.31}$$

$$\underline{F_V} = \{F \quad M\}^T \tag{3.32}$$

$$\underline{x} = \begin{vmatrix} \underline{x_L} \\ \underline{x_V} \end{vmatrix} \tag{3.33}$$

$$\underline{x_L} = \{x_1 \quad \varphi_1 \quad x_2 \quad \varphi_2\}^T \tag{3.34}$$

$$\underline{x_V} = \{x_c \quad \varphi_c\}^T \tag{3.35}$$

Riordinando in maniera analoga le matrici nell'equazione del moto (3.2) possiamo scrivere il seguente sistema:

$$\begin{cases} [M_{LL}]\underline{\ddot{x}_L} + [C_{LL}]\underline{\dot{x}_L} + [K_{LL}]\underline{x_L} = -[M_{LV}]\underline{\ddot{x}_V} - [R_{LV}]\underline{\dot{x}_V} - [K_{LV}]\underline{x_V} \\ [M_{VL}]\underline{\ddot{x}_L} + [C_{VL}]\underline{\dot{x}_L} + [K_{VL}]\underline{x_L} = \underline{F_V} - [M_{VV}]\underline{\ddot{x}_V} - [R_{VV}]\underline{\dot{x}_V} - [K_{VV}]\underline{x_V} \end{cases} \tag{3.36}$$

Dalla prima si procede col ricavare sposamenti e rotazioni delle due masse, che vengono poi sostituiti nella seconda per ricavare forza e momento in corrispondenza del morsetto.

Nello specifico vengono definite le seguenti matrici costanti nel tempo ma variabili con la frequenza di oscillazione:

$$\begin{cases} [A] = -\Omega^2[M_{LL}] + i\Omega[R_{LL}] + [K_{LL}] \\ [B] = -(-\Omega^2[M_{LV}] + i\Omega[R_{LV}] + [K_{LV}]) \\ [C] = \Omega^2[M_{VL}] + i\Omega[R_{VL}] + [K_{VL}] \\ [D] = -(-\Omega^2[M_{VV}] + i\Omega[R_{VV}] + [K_{VV}]) \end{cases} \tag{3.37}$$

Si riscrivono le equazioni del sistema in maniera compatta ricavando

$$\begin{cases} [A]\underline{x}_{L0} = [B]\underline{x}_{V0} \\ [C]\underline{x}_{L0} = \underline{F}_{v0} + [D]\underline{x}_{V0} \end{cases} \tag{3.38}$$

$$\underline{x}_{L0} = [A]^{-1}[B]\underline{x}_{v0} \tag{3.39}$$

$$\underline{F}_{v0} = ([C][A]^{-1}[B] - [D])\underline{x}_{v0} = [H(i\Omega)]\underline{x}_{v0} \tag{3.40}$$

La matrice H è denominata ‘‘matrice di impedenza’’, è una matrice 4x4 così definita:

$$H(i\Omega) = \begin{bmatrix} f_{uu} & f_{u\varphi} \\ f_{\varphi u} & f_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \tag{3.41}$$

Rappresenta il legame tra input, ovvero spostamento e rotazione del morsetto e di conseguenza del conduttore essendo questi per ipotesi questi rigidamente collegati, ed output di forza e momento trasmessi dal morsetto al cavo stesso.

Il modello analitico considerato è in grado di simulare la curva di funzionamento dello stockbridge ricavata in laboratorio. In particolare, f_{uu}, il fattore di proporzionalità tra spostamento e forza è l’elemento interessante poiché nella prova in laboratorio la rotazione del morsetto è nulla. È sufficiente eliminare un grado di libertà al modello, farlo diventare a 5 gradi di libertà e poterne dunque ricavare:

- Frequenze proprie e forme modali mediante la risoluzione dell’autoproblema;
- Curva di funzionamento forza/spostamento in funzione della frequenza.

3.1.6 Dispositivo in esame

Il dispositivo in esame è un modello ideato per essere montato su funi di guardia di 10.5-11.5 mm di diametro ed è composto da un cavo messaggero in acciaio zincato a caldo, costituito da 3 strati rispettivamente di 1, 7 e 12 fili, due masse di materiale Zama (una lega di zinco economica e resistente) ed un morsetto in lega alluminio-silicio. Le caratteristiche dei componenti sono riassunte nelle Tabella 1, Tabella 2, Tabella 3, Tabella 4.

Tabella 1 Caratteristiche massa 1

Proprietà massa 1		**Unità di misura**
$\mathbf{m_1}$	0.913	$[kg]$
$\mathbf{J_1}$	$1.52e$-3	$[m^4]$
$\mathbf{L_1}$	0.121	$[m]$
$\mathbf{a_1}$	0.0052	$[m]$
Materiale: Zama 3 UNI 1774		

Tabella 2 Caratteristiche massa 2

Proprietà massa 2		**Unità di misura**
$\mathbf{m_2}$	1.613	$[kg]$
$\mathbf{J_2}$	$4.66e$-3	$[m^4]$
$\mathbf{L_2}$	0.177	$[m]$
$\mathbf{a_2}$	0.0202	$[m]$
Materiale: Zama 3 UNI 1774		

Tabella 3 Caratteristiche massa morsetto

Proprietà morsetto		**Unità di misura**
$\mathbf{m_C}$	0.637	$[kg]$
$\mathbf{J_C}$	$0.75e$-3	$[m^4]$
Materiale: Lega EN - AB44100		

Tabella 4 Caratteristiche cavo messaggero

Proprietà cavo messaggero		**Unità di misura**
$\mathbf{m_{mm}}$	0.211	$[kg]$
$\mathbf{L_{tot}}$	0.460	$[m]$
Materiale: Acciaio Zincato		

3.2 Validazione modello

Per una prima validazione del modello Matlab si è proceduto utilizzando il software SolidWorks 2017. Questo possiede al suo interno un tool, denominato SOLIDWORKS Simulation, che permette di definire un modello a elementi finiti di un solido e di effettuare uno studio in frequenza.

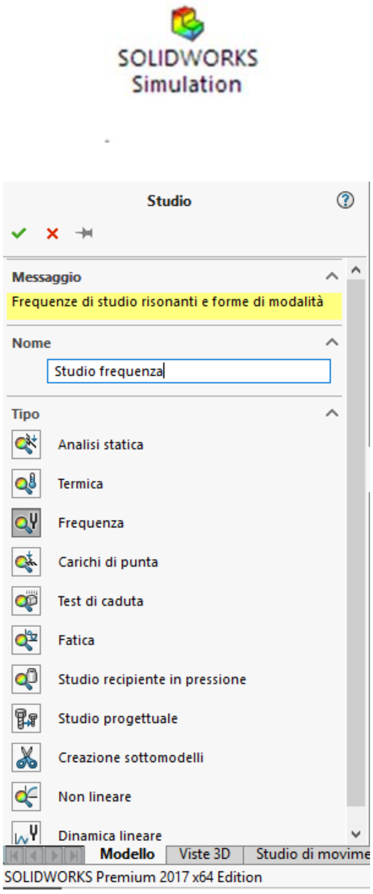


Figura 22 Tool SW Simulation

Il tool consente di analizzare in modo rapido ed efficiente le frequenze proprie (o di risonanza) di un progetto, con o senza carichi e condizioni al contorno. È necessario nello specifico impostare, come visibile nella Figura 24:

- Il materiale di ogni parte;
- I vincoli;
- Eventuali carichi esterni;
- La densità della mesh.

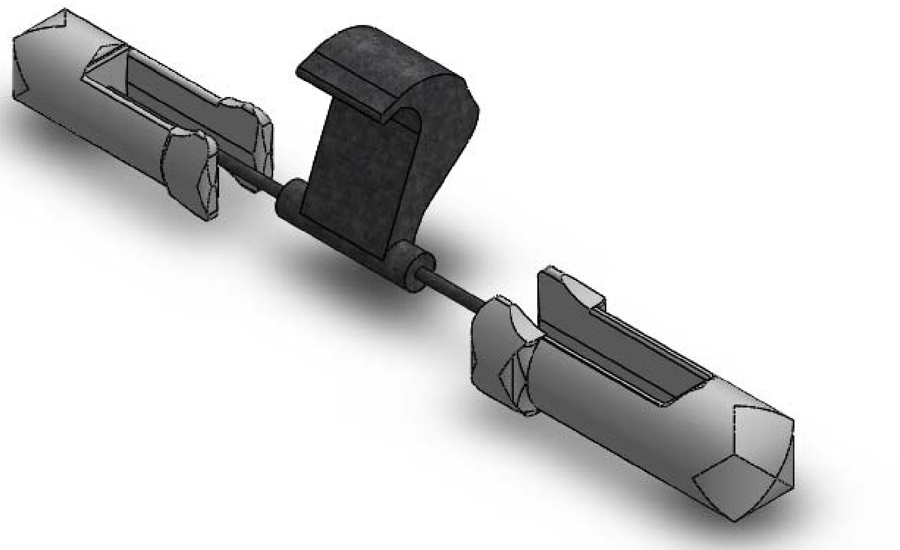


Figura 23 Assieme dispositivo

Partendo dai disegni CAD 2D delle parti, riportati in Appendice[A][B][C][D], si sono realizzati i componenti in 3D su SolidWorks. Si è poi da questi creato l'assieme (Figura 23) nel rispetto dei vincoli di progettazione del dispositivo. Per questa sezione di validazione del modello si è scelto di effettuare le simulazioni considerando un cavo messaggero avente diametro ϕ=6.23mm tale per cui fosse dunque $EI = 15.5\ Nm^2$, essendo $I = \frac{\pi r^4}{4}$.

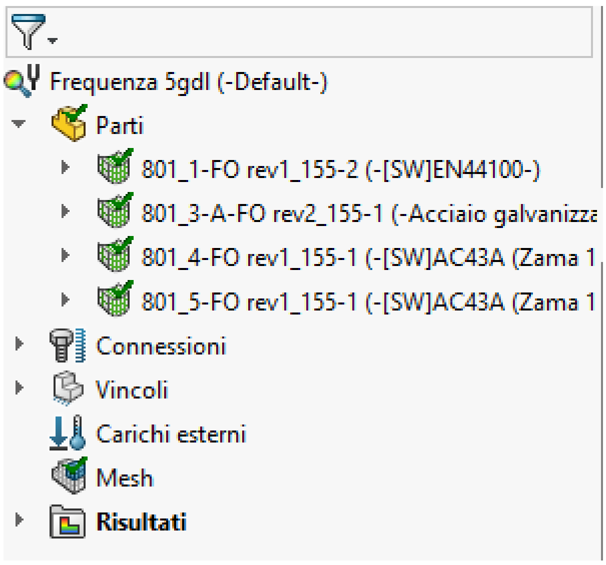


Figura 24 Opzioni studio in frequenza

Si è scelto di effettuare le simulazioni concedendo al modello SW l'analogo di cinque gradi di libertà del modello analitico descritto precedentemente e confrontarne i risultati col modello Matlab. I rispettivi vincoli da inserire risultano rispettivamente:

- Il movimento delle masse, del morsetto e del cavo esclusivamente lungo gli assi x e y mentre è impedito lungo l'asse z;
- Al precedente punto si aggiunge la condizione per cui viene bloccata la rotazione del morsetto, realizzata impedendo alle due facce parallele del morsetto la traslazione lungo l'asse x.

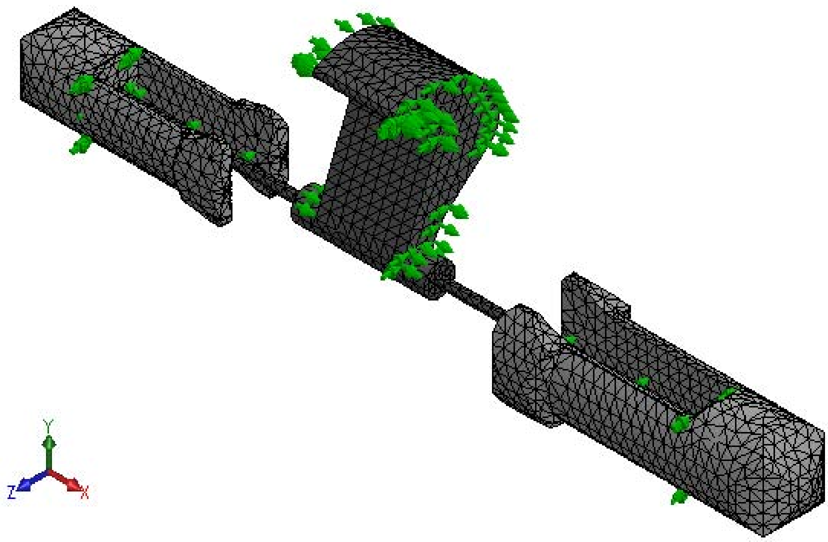


Figura 25 Mesh assieme

Si procede infine alla mesh (Figura 25) e dunque all'esecuzione dello studio.

Come primo passo verso la validazione del modello analitico MATLAB tramite software SW si procede prima a testare quest'ultimo per valutarne la precisione. Nello specifico non considerando l'influenza delle masse alle estremità del dispositivo, e potendo poi considerare lo stesso come formato da due travi incastrate-libere, è possibile confrontare le prime quattro frequenze di risonanza ottenute tramite il tool SW Simulation con le frequenze naturali (2 per tratto) ottenute mediante la formula (3.42) valida per le travi secondo le ipotesi di Eulero-Bernoulli (Figura 26):

$$\omega_n = (\chi_n L)^2 \frac{1}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \tag{3.42}$$

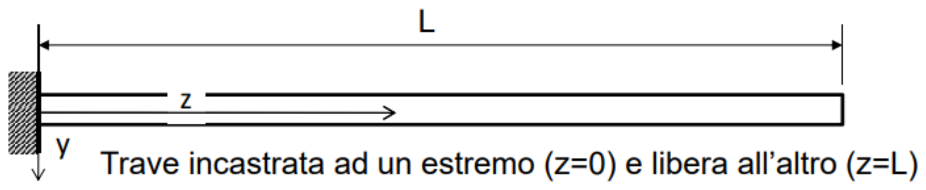


Figura 26 Trave incastrata-libera

dove $\chi_n L$, nella formula (3.42), per una trave soggetta a vibrazioni flessionali varia in base a quale frequenza propria va calcolata secondo la Tabella 5.

Tabella 5 Fattore $\chi_n L$ per il calcolo della n-esima freq. propria

n	**1**	**2**	**3**	**4**	**>4**
$\boldsymbol{\chi_n L}$	1.875	4.694	7.855	10.996	$(n-\frac{1}{2})\pi$

Viene effettuato il confronto sia con le lunghezze nominali, sia con lunghezze doppie (son state raddoppiate le lunghezze libere del cavo messaggero). Nella Tabella 6 vengono presentati i dati con cui son stati effettuati i calcoli. I risultati ottenuti sono presentati invece nella Tabella 7.

Tabella 6 Parametri simulazioni SW senza masse

Cavo messaggero	**Lunghezza nominale**	**Lunghezza doppia**
$\boldsymbol{\phi}$	$6.23\ [mm]$	$6.23\ [mm]$
$\boldsymbol{m_m}$	$0.211\ [kg]$	$0.347\ [kg]$
$\boldsymbol{l_1}$	$160\ [mm]$	$281\ [mm]$
$\boldsymbol{l_2}$	$215\ [mm]$	$392\ [mm]$

Tabella 7 Risultati sim. senza masse

		lunghezza 'doppia' $[Hz]$				lunghezza nominale $[Hz]$			
senza masse	SW	22.7	43.9	137.3	265.4	73.6	131.6	448.8	802.16
	EB	20.68	40.24	129.6	252.19	68.74	124.12	430.79	777.86

Dopo aver verificato la buona precisione della simulazione in SW si procede alla validazione del modello analitico a 5 gradi di libertà, ottenuto dal modello a 6 gradi di libertà (cfr. 3.1.1) con l'eliminazione del grado di libertà di rotazione del morsetto. A differenza dei calcoli precedenti si è tenuto conto della presenza delle masse alle estremità del cavo messaggero. Analogamente a prima si son dapprima calcolate le prime quattro frequenze naturali, considerando le lunghezze libere del cavo messaggero sia con le dimensioni nominali che con le dimensioni doppie. Il calcolo delle frequenze naturali per il modello MATLAB è stato ottenuto risolvendo l'autoproblema tramite la funzione eig, avente come argomenti la matrice di massa e quella di rigidezza del sistema. Nella Tabella 8 vengono presentati i dati con cui son stati effettuati i calcoli. I risultati ottenuti sono presentati invece nella Tabella 9.

Tabella 8 Parametri sim. SW con masse

Cavo messaggero	**Lunghezza nominale**	**Lunghezza doppia**
$\boldsymbol{\phi}$	$6.23\ [mm]$	$6.23\ [mm]$
$\boldsymbol{m_m}$	$0.347\ [kg]$	$0.211\ [kg]$
$\boldsymbol{l_1}$	$121\ [mm]$	$242\ [mm]$
$\boldsymbol{l_2}$	$177\ [mm]$	$354\ [mm]$

Tabella 9 Risultati sim. con masse

		$[\boldsymbol{Hz}]$				$[\boldsymbol{Hz}]$			
con masse	SW	5.37	13.37	30	65.3	14.26	29.16	49.13	109.71
	MATLAB	5.48	13.13	30.76	70.57	14.63	28.07	51.7	125.6

In aggiunta al confronto delle frequenze naturali una seconda validazione del modello è stata fatta sulle forme modali. Di seguito vengono presentate, a livello grafico e sempre per le prime 4 frequenze naturali, le forme modali ottenute tramite SW ed una rappresentazione qualitativa dei rispettivi autovettori $\{\psi_r\}$ ottenuti dal modello in MATLAB.

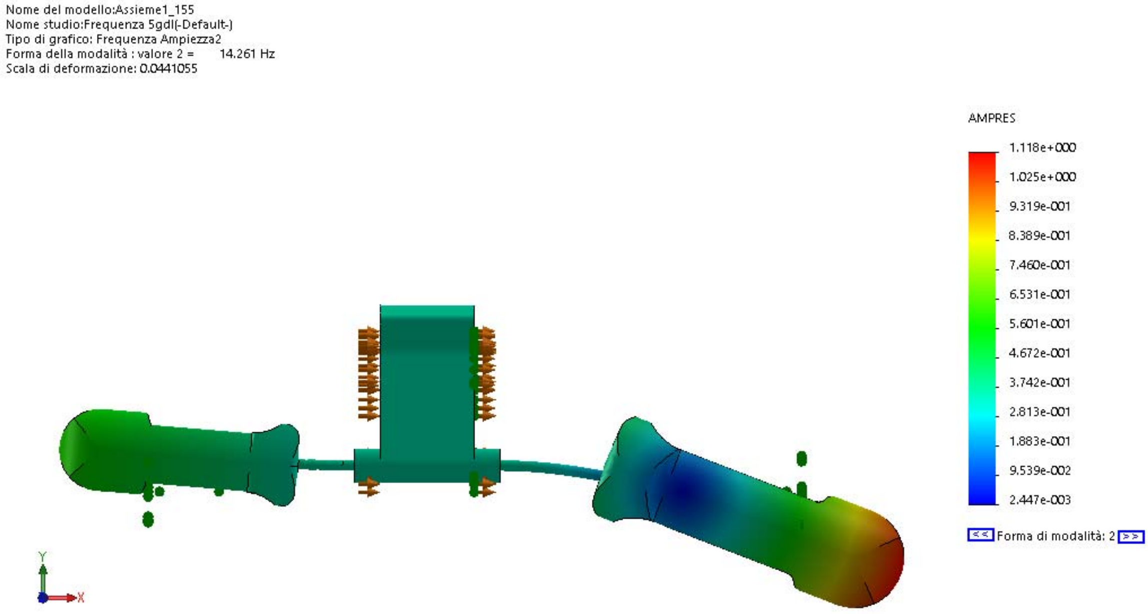


Figura 27 1° modo SW

$$\{\psi_1\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ \varphi_1 \\ x_C \\ x_2 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.51 \\ -2.34 \\ 0.33 \\ -0.61 \\ -8.61 \end{Bmatrix} \tag{3.43}$$

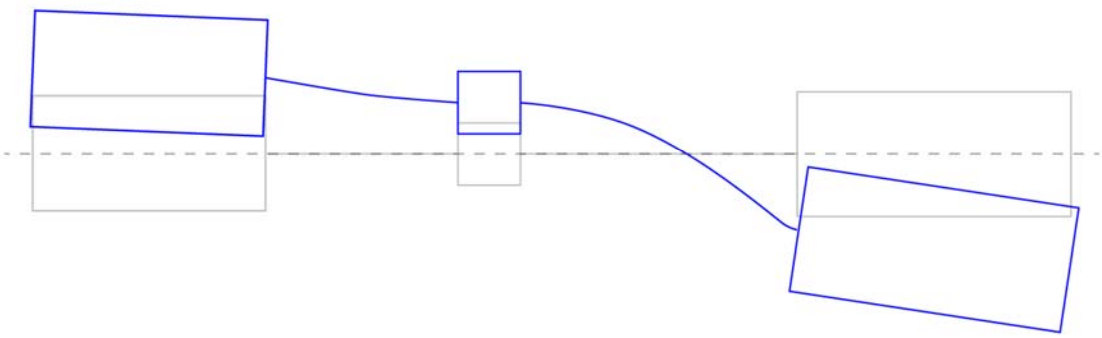


Figura 28 1° modo MATLAB

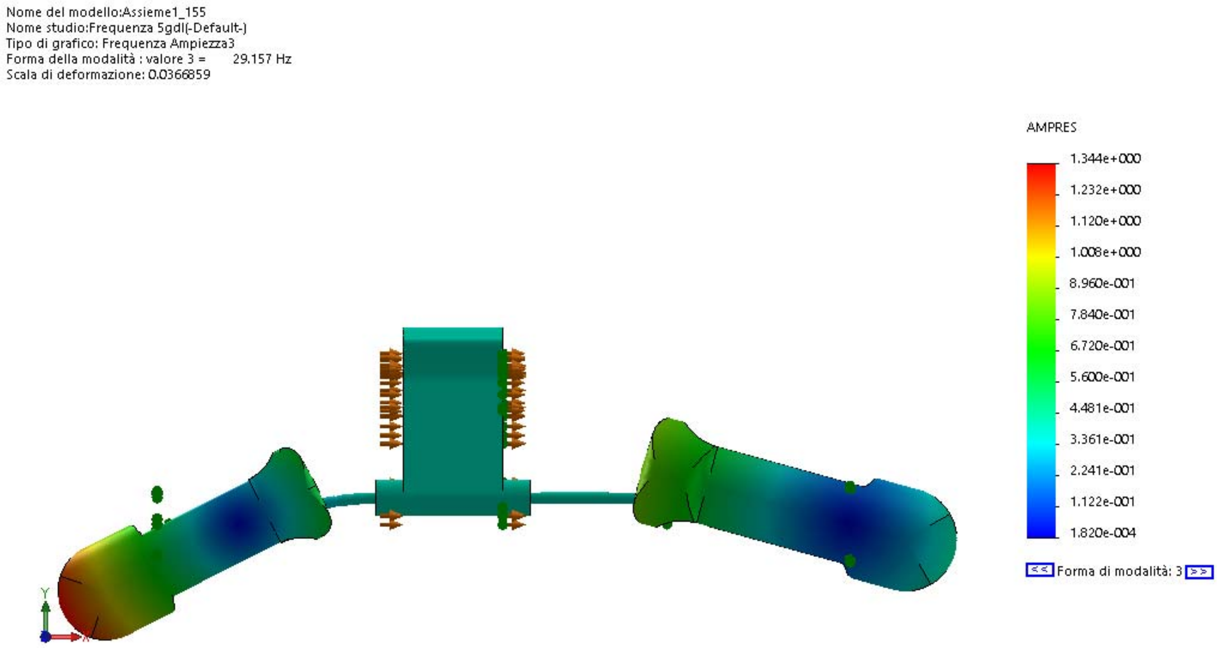


Figura 29 2° modo SW

$$\{\psi_2\} = \begin{Bmatrix} -0.50 \\ 13.17 \\ 0.45 \\ -0.03 \\ -7.63 \end{Bmatrix} \tag{3.44}$$

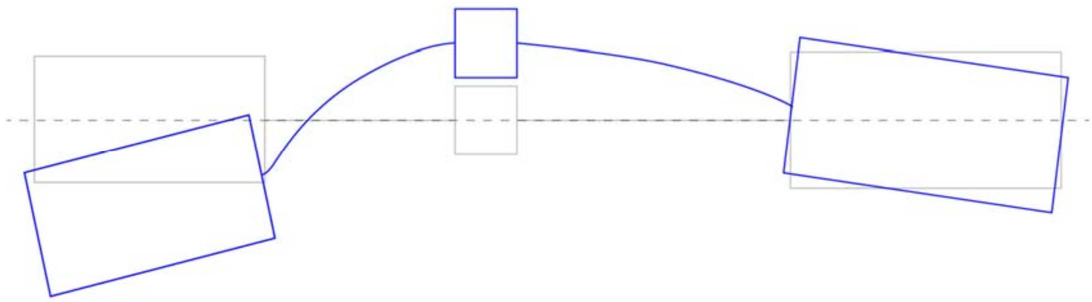


Figura 30 2° modo MATLAB

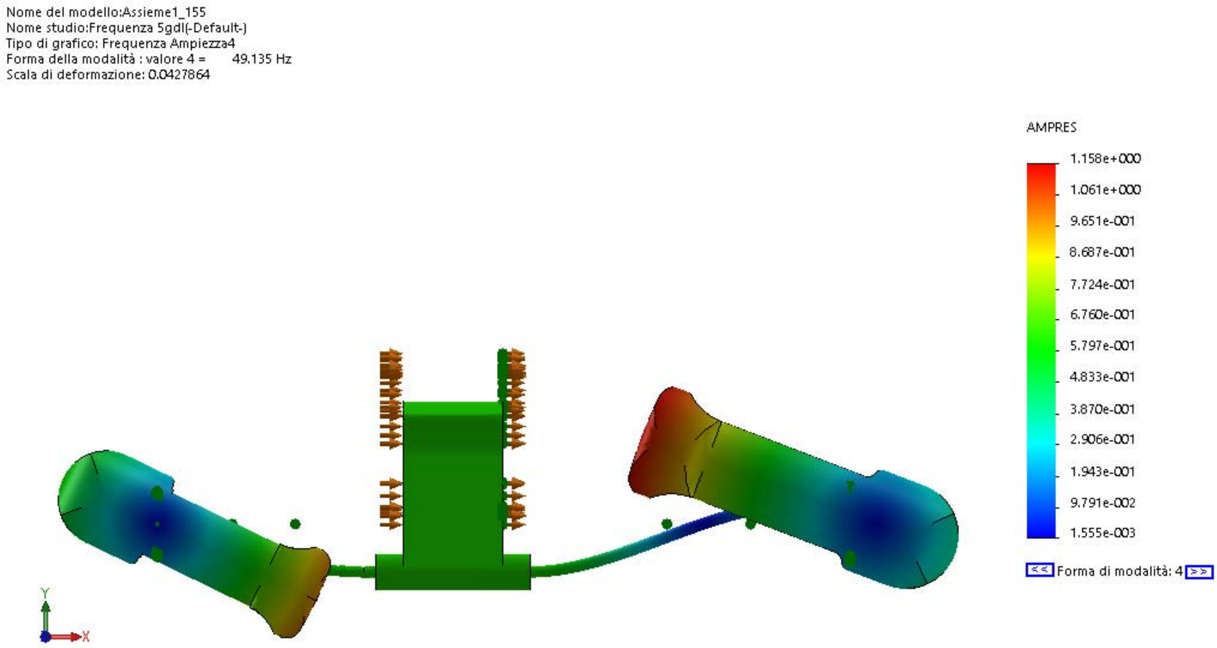


Figura 31 3° modo SW

$$\{\psi_3\} = \begin{Bmatrix} 0.10 \\ -10.19 \\ -0.66 \\ 0.13 \\ -9.02 \end{Bmatrix} \tag{3.45}$$

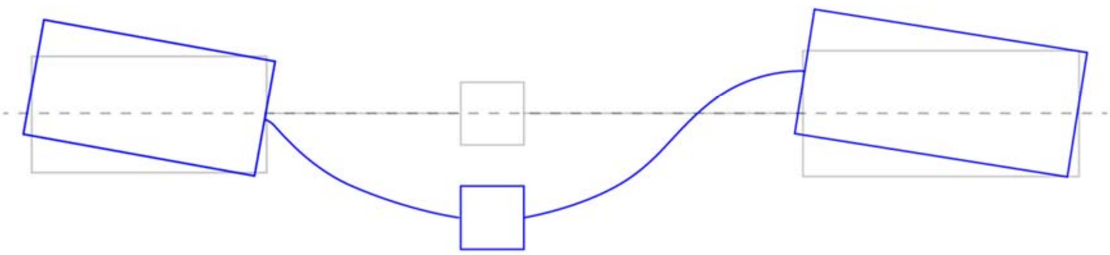


Figura 32 3° modo MATLAB

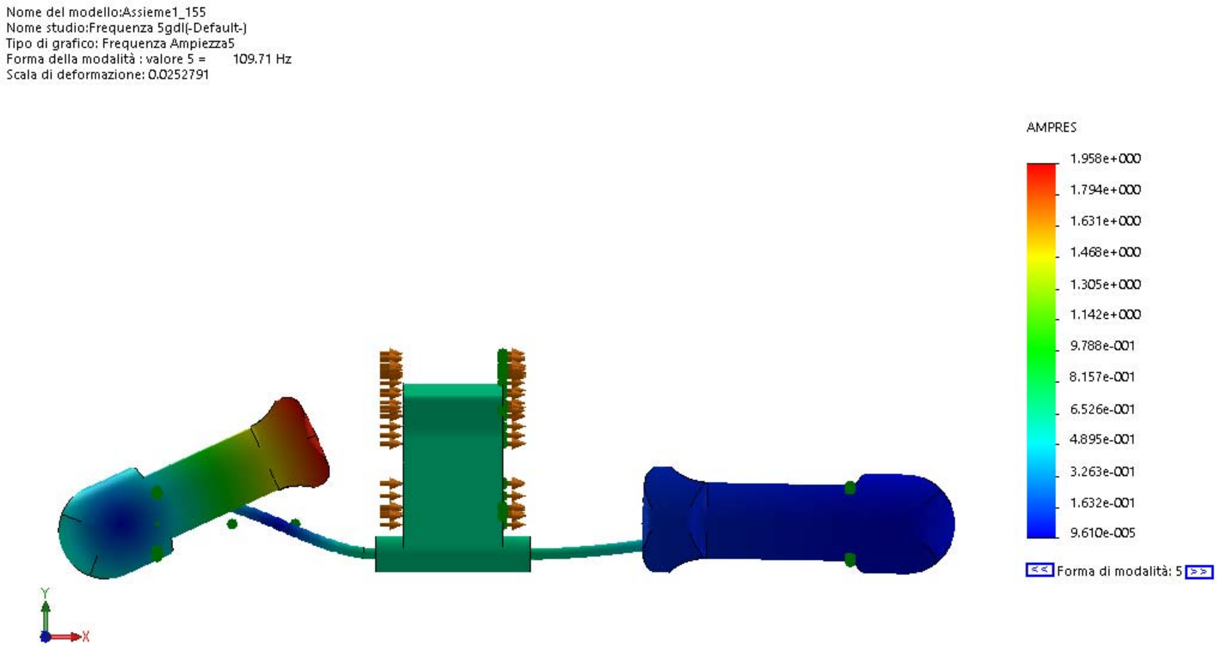


Figura 33 4° modo SW

$$\{\psi_4\} = \begin{Bmatrix} 0.51 \\ 19.25 \\ -0.63 \\ 0.01 \\ -0.60 \end{Bmatrix} \tag{3.46}$$

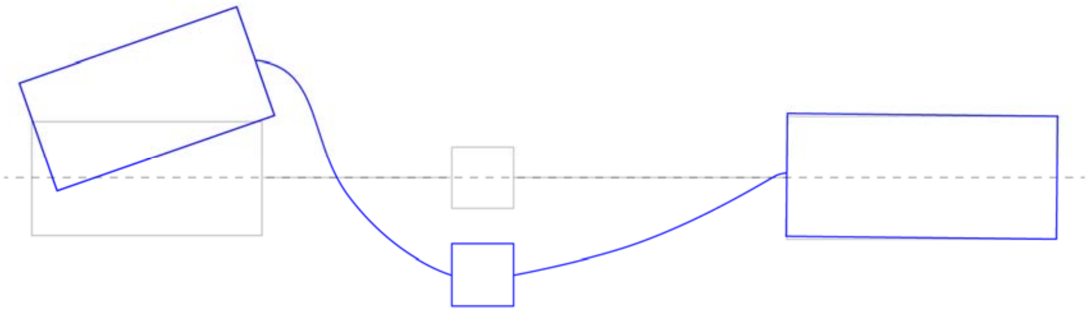


Figura 34 4° modo MATLAB

3.3 Non linearità

Una delle non-linearità che caratterizzano il dispositivo è la rigidezza flessionale del cavo (EI) e il suo essere variabile in funzione della curvatura. È quindi riscontrabile nella caratteristica di funzionamento poiché quest'ultima è ottenuta mediante una prova nella quale la curvatura delle due parti dello Stockbridge varia. Questo comportamento è causato dalla morfologia e struttura del cavo messaggero. Esso difatti è formato da un conduttore centrale, su cui si avvolgono elicoidalmente e uniformemente diversi fili con angolo di inclinazione β_L, come illustrato in Figura 35.

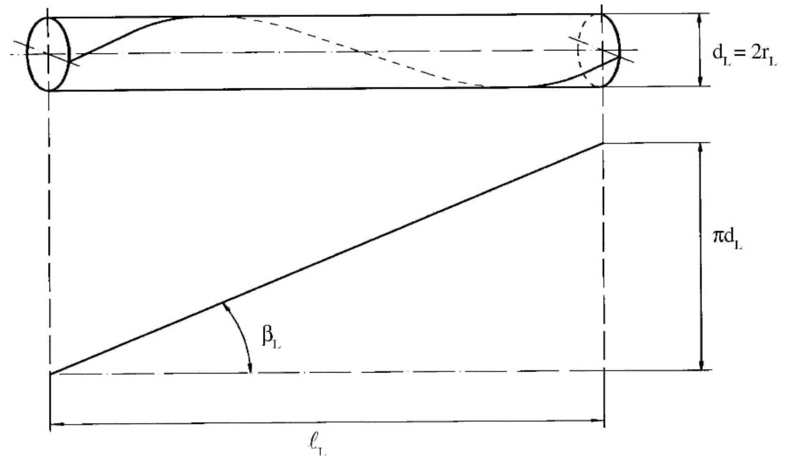


Figura 35 Avvolgimento elicoidale trefolo su core

La rigidezza flessionale (EI) è facile da calcolare in un corpo omogeneo noto il modulo di Young mentre risulta più complicata nel caso di un cavo della morfologia in esame poiché i singoli fili che compongono gli strati, a seconda del carico applicato, possono cambiare la loro posizione relativa.

De Jong [13] ha dimostrato che, detta κ la curvatura:

$$(EI)\kappa = \mathrm{M} = \mathrm{M_k} + \sum_{L=1}^{N} M_{d,L} \qquad (3.47)$$

dove il momento esterno M è ipotizzato distribuito sulla sezione trasversale del cavo centrare (M_k) e sulle sezioni di ogni singolo filo, indicato con L, di cui son composti gli strati attorno al core ($M_{d,L}$).

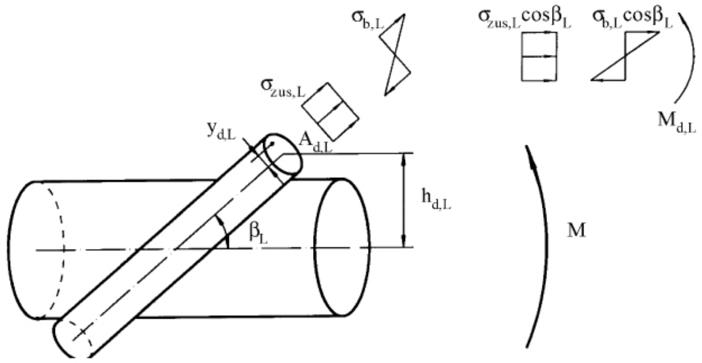


Figura 36 Momenti applicati su core e trefoli

La rigidezza si compone di due contributi, uno primario costante e funzione delle sezioni di tutti i cavi ed uno secondario legato alla presenza o meno di scorrimento e attrito tra i cavi degli strati esterni. Si capisce dunque che la rigidezza assume valore massimo quando la curvatura è nulla, ovvero i fili son tutti in contatto. Si dimostra valere:

$$(EI)_{min} = \frac{E_k \pi \delta_k^4}{64} + \sum n_L E_{d,L} \delta_{d,L}^4 \cos \beta_L \tag{3.48}$$

$$(EI)_{max} = (EI)_{min} + \sum \frac{n_L}{2} E_{d,L} A_{d,L}\, r_L^2 \cos^3 \beta_L \tag{3.49}$$

con $\delta_{d,L}$ diametro di fili $[m]$, δ_k diametro del cavo centrale $[m]$, E_k e $E_{d,L}$ modulo elastico del materiale $[MPa]$, n_L numero di fili per ogni strato.

Si riporta in Figura 37 un tipico esempio di diagramma della rigidezza flessionale in funzione della curvatura.

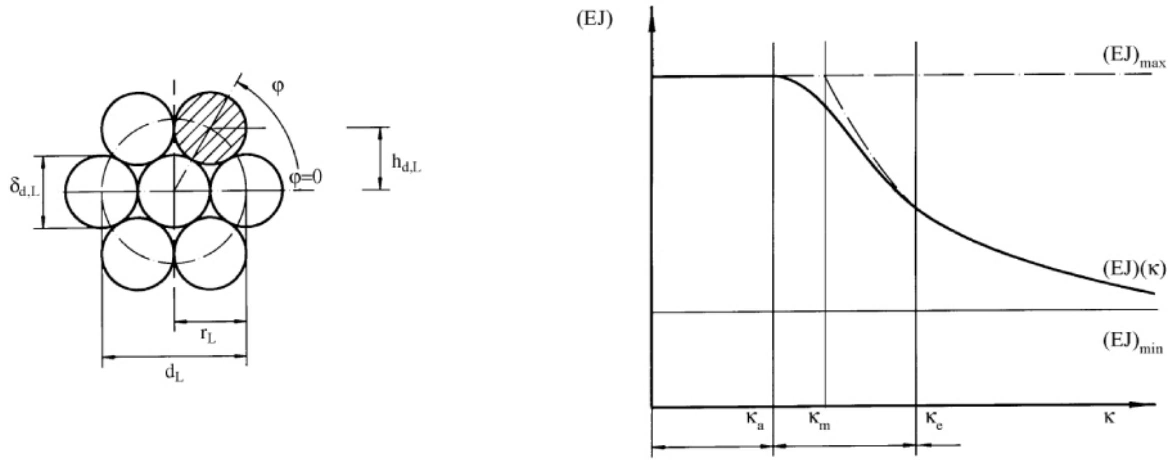


Figura 37 Diagramma curvatura-rigidezza flessionale

Viene quindi riportato in Tabella 10 il calcolo effettuato, per il cavo messaggero del sistema in esame, dei valori di $(EI)_{min}$ e $(EI)_{max}$ secondo la suddetta teoria. Tutte le variabili sono ricavate dalle schede tecniche consultabili in Appendice[E].

Tabella 10 Parametri strati trefoli

d_1	d_2, d_3	E	n_1	n_2	n_3	α_1	α_2	α_3	r_2	r_3
1.8	1.95	210000	1	6	12	0	19	21.44	1.875	3.825
mm	mm	N/mm^2				°	°	°	mm	mm

EI_{min}	2.62	$[Nm^2]$
EI_{zus}	50.0	$[Nm^2]$
EI_{max}	52.6	$[Nm^2]$

3.4 Fitting Sperimentale – Analitico

In questa sezione viene presentata la procedura di fitting tra curva sperimentale e curva derivante dal modello analitico. La prima è la media tra tutte le caratteristiche di funzionamento presenti in Figura 14, ottenute tramite una prova in laboratorio caratterizzata da ampiezza costante dello shaker, quindi del morsetto rigidamente connesso ad esso. Questa curva è rappresentata nella Figura 38.

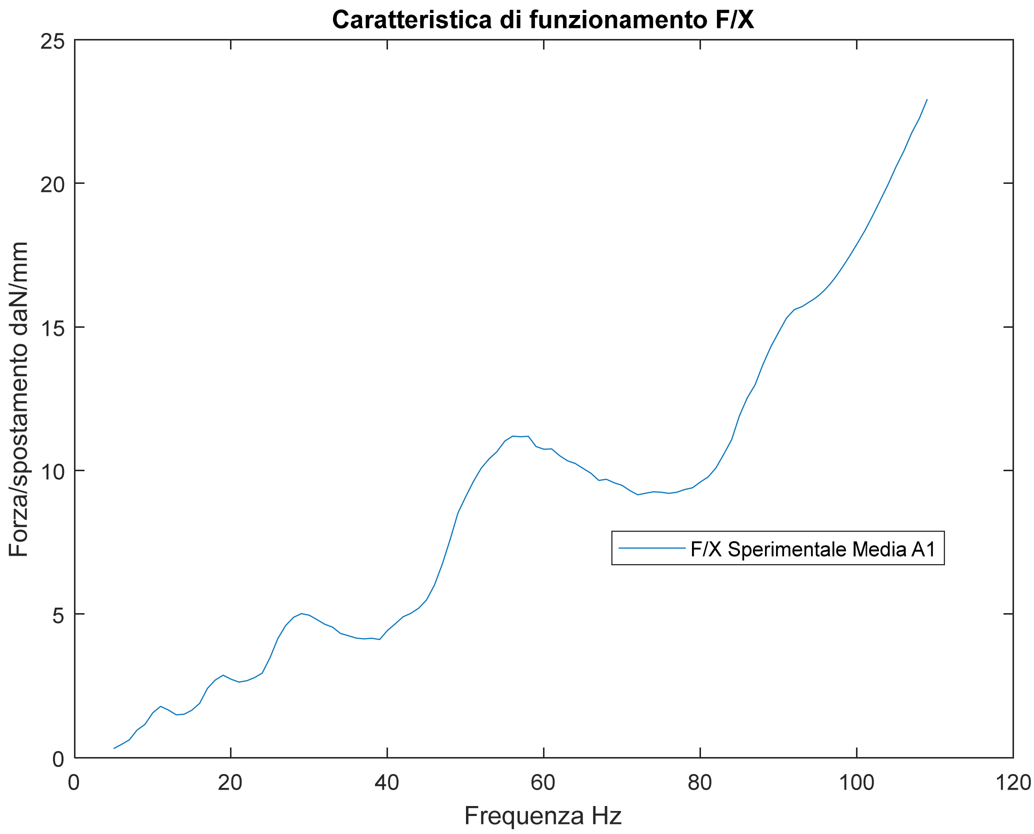


Figura 38 Caratteristica funzionamento F/X sperimentale

Bisogna subito notare che la curva è nella forma F/X, ovvero forza su spostamento. Poiché nella forma X/F le frequenze naturali del sistema sono facilmente individuabili dai picchi della curva, tali frequenze di risonanza in Figura 38 sono individuabili come minimi locali. Fatta questa premessa, data anche la curva X/F in Figura 39, le quattro frequenze proprie dello smorzatore di tipo Stockbridge in esame sono elencate nella Tabella 11

Tabella 11 Frequenze proprie Stockbridge

f_1	f_2	f_3	f_4
$14Hz$	$22Hz$	$39Hz$	$75Hz$

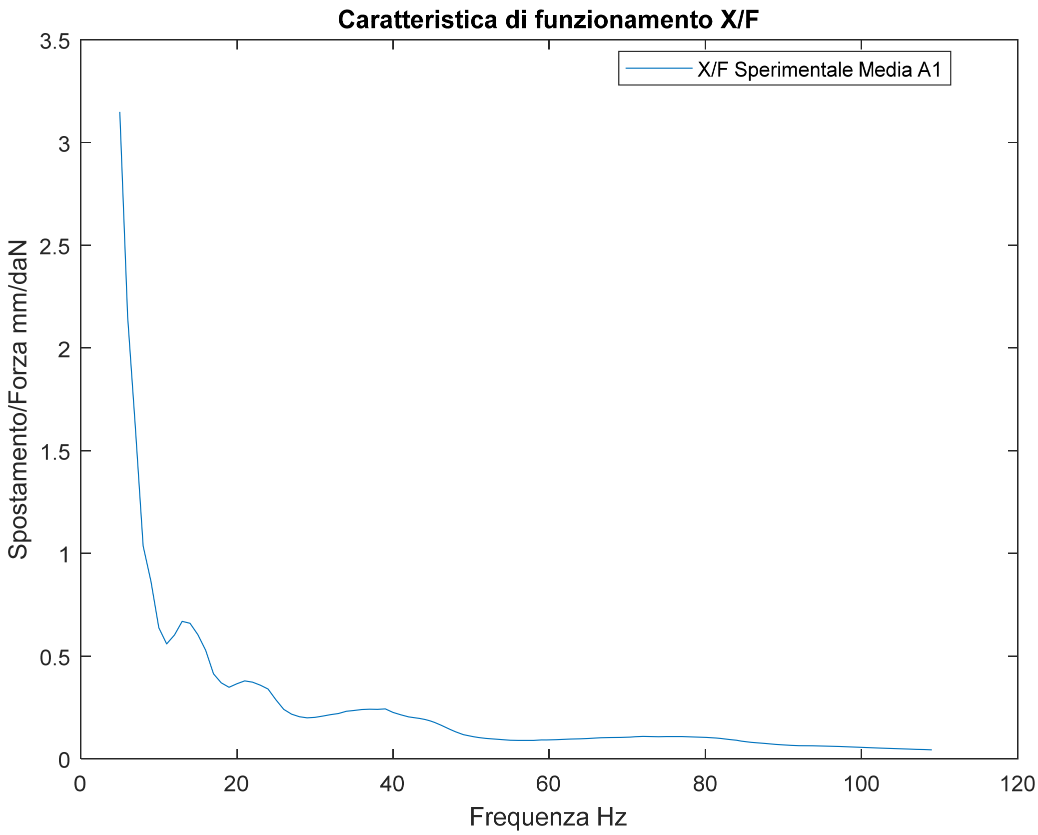


Figura 39 Caratteristica funzionamento X/F sperimentale

Per la tipologia di prova da cui è ricavata la curva e per quanto spiegato nelle sezioni 2.1.1, (Figura 5) e 3.33.3 Non linearità (Figura 37) essendo la rigidezza flessionale funzione della curvatura e avendo, i due lati sinistro e destro dello Stockbridge, nel corso della prova curvature diverse, si è deciso di lavorare sul fitting attraverso i parametri:

$$EI_1;\ EI_2;\ h_1;\ h_2 \tag{3.50}$$

dove con pedice 1 e 2 si identificano rispettivamente parte sinistra e destra.

Si sono individuati 4 intervalli di frequenze, intorno alle quattro frequenze di risonanza del dispositivo, su cui poi, fissato un range dei quattro parametri in (3.50), si è andati a cercare la migliore combinazione in termini di differenza tra curva ottenuta dal modello analitico e curva sperimentale.

La prima e la terza frequenza naturale del dispositivo sono caratterizzate da un moto prevalentemente della massa più grossa e più distante, posizionata a destra e indicata col pedice 2. La seconda e la quarta invece attribuibili alla massa di sinistra, indicata col pedice 1.

Da questa considerazione, osservando che quando una massa è in risonanza l'altra segue quasi rigidamente il movimento del morsetto e che con l'aumentare della frequenza aumenta la curvatura dell'oscillazione, ci sia aspetta dai risultati del fitting che valgano le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} EI_2(f_1) > EI_2(f_3) \\ EI_1(f_2) > EI_1(f_4) \\ EI_1 > EI_2 \quad\quad f_1, f_3 \\ EI_2 > EI_1 \quad\quad f_2, f_4 \end{cases} \tag{3.51}$$

Sono di seguito riportati per i quattro intervalli di frequenza considerati gli 'ottimi' e il dettaglio del grafico rappresentante le curve sperimentale-analitica.

Tabella 12 Risultati fitting prima frequenza risonanza

$\boldsymbol{f_1}$	$\boldsymbol{EI_1}$	$\boldsymbol{EI_2}$	$\boldsymbol{h_1}$	$\boldsymbol{h_2}$
	12.5 Nm^2	10.8 Nm^2	1	0.47

Il fitting è buono, la frequenza di risonanza a $13Hz$ ben rappresentata e sono valide tutte le relazioni ipotizzate della (3.51).

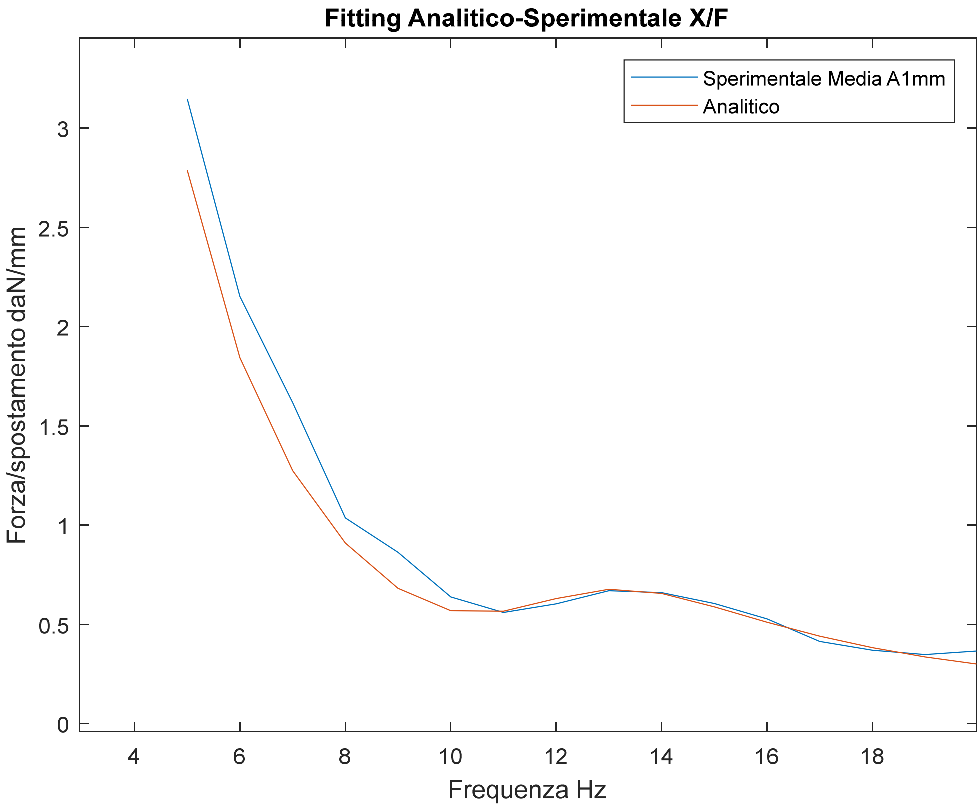


Figura 40 Fitting X/F 1° frequenza

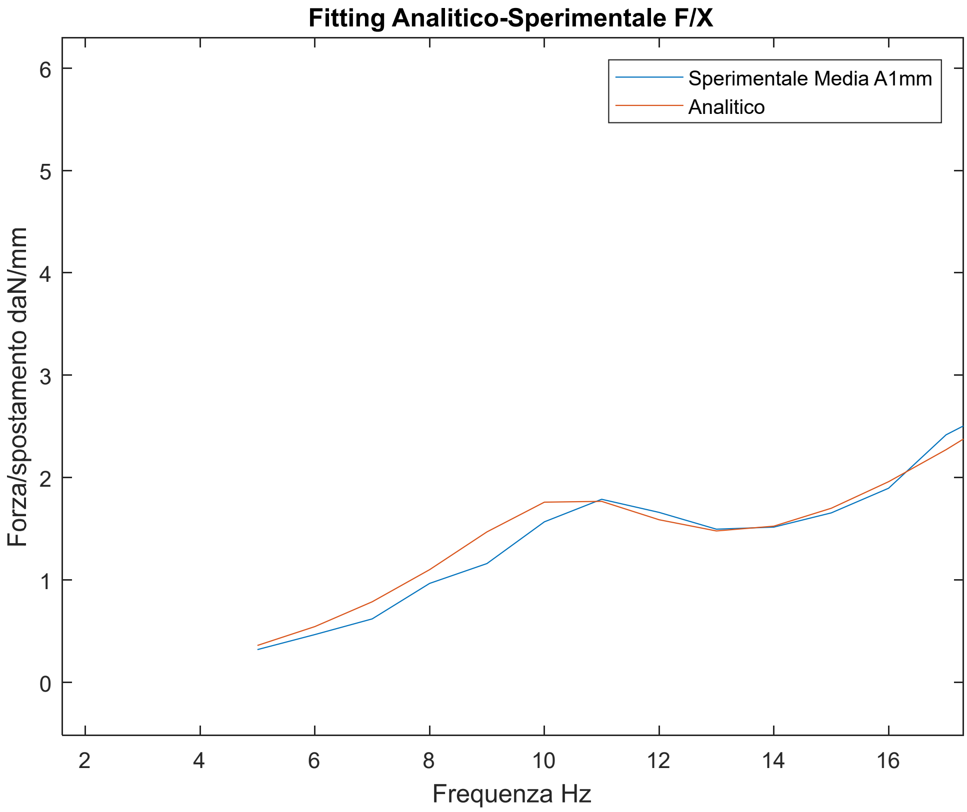


Figura 41 Fitting F/X 1° frequenza

Tabella 13 Risultati fitting seconda frequenza risonanza

$\boldsymbol{f}_2$	$\boldsymbol{EI_1}$	$\boldsymbol{EI_2}$	$\boldsymbol{h_1}$	$\boldsymbol{h_2}$
	$8.8\ Nm^2$	$10\ Nm^2$	0.45	0.2

Il fitting è buono, la frequenza di risonanza, $22Hz$, ben rappresentata e sono valide tutte le relazioni ipotizzate della (3.51).

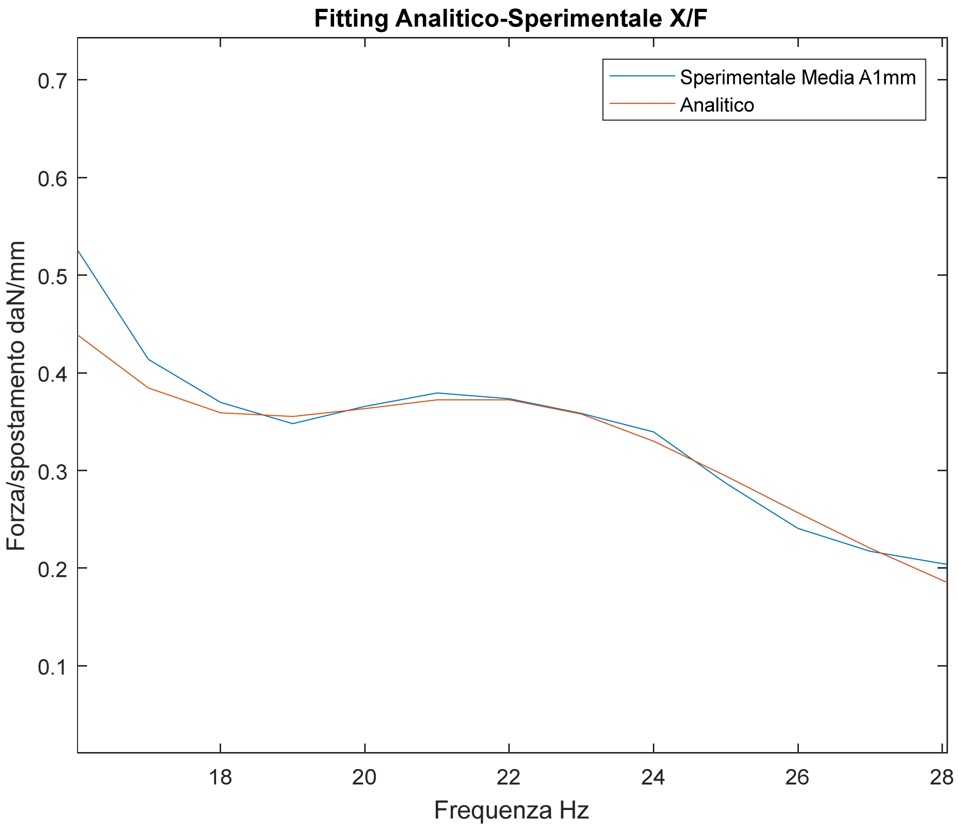


Figura 42 Fitting X/F 2° frequenza

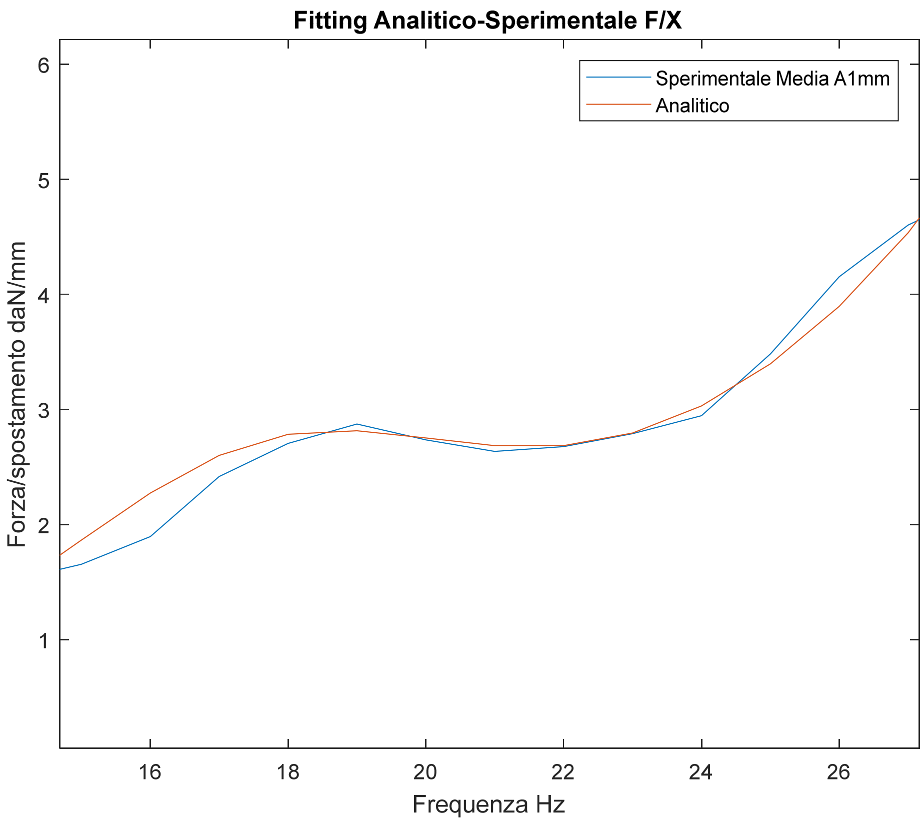


Figura 43 Fitting F/X 2° frequenza

Tabella 14 Risultati fitting terza frequenza risonanza

f_3	EI_1	EI_2	h_1	h_2
	$6\ Nm^2$	$7.5\ Nm^2$	0.38	0.45

Il fitting è buono, la frequenza di risonanza, $39Hz$, discretamente rappresentata e ci si aspettava un $EI_1 > EI_2$.

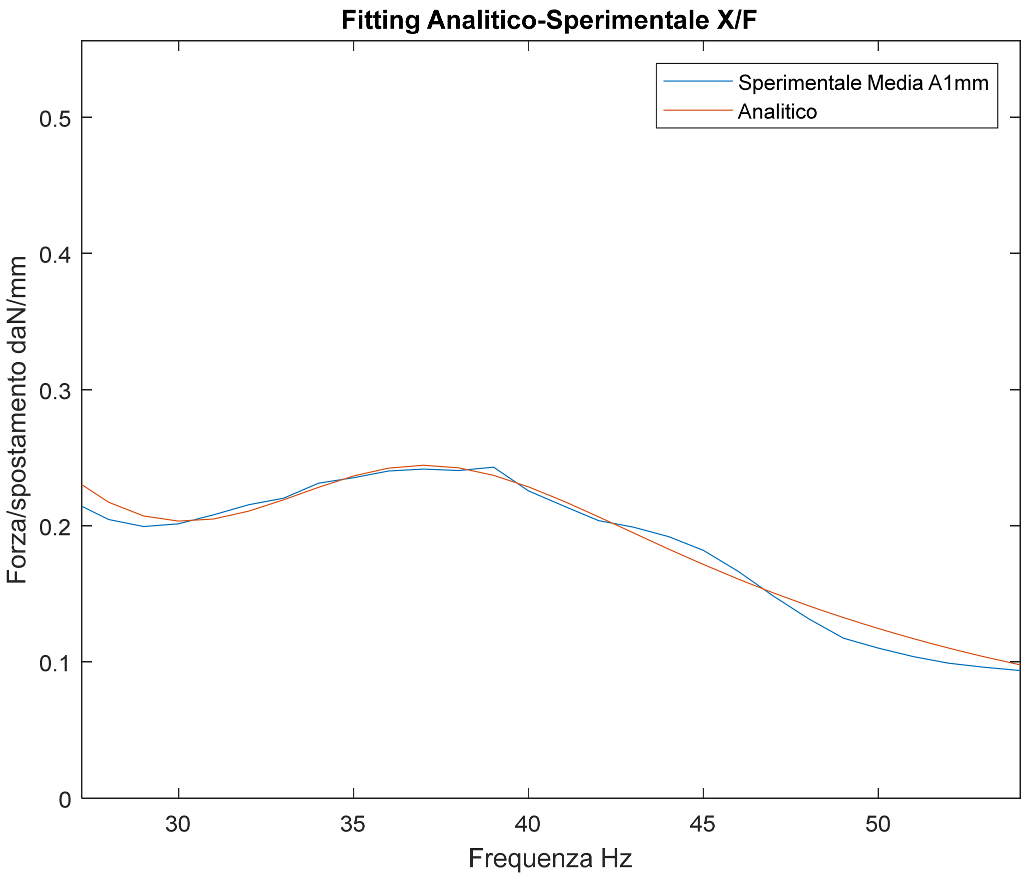


Figura 44 Fitting X/F 3° frequenza

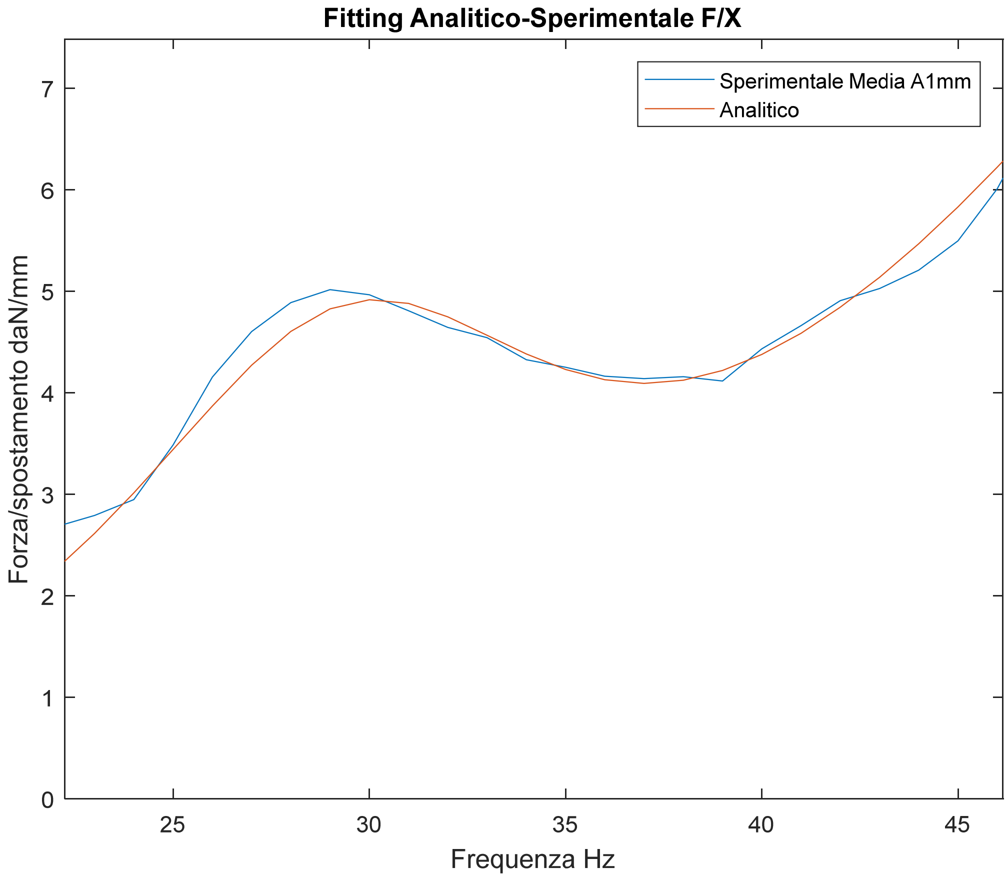


Figura 45 Fitting F/X 3° frequenza

Tabella 15 Risultati fitting quarta frequenza risonanza

$\boldsymbol{f}_4$	$\boldsymbol{EI_1}$	$\boldsymbol{EI_2}$	$\boldsymbol{h_1}$	$\boldsymbol{h_2}$
	$4.3\ Nm^2$	$19.5\ Nm^2$	0.47	0.2

Il fitting è buono, la frequenza di risonanza, $75Hz$, ben rappresentata e sono valide tutte le relazioni ipotizzate della (3.51).

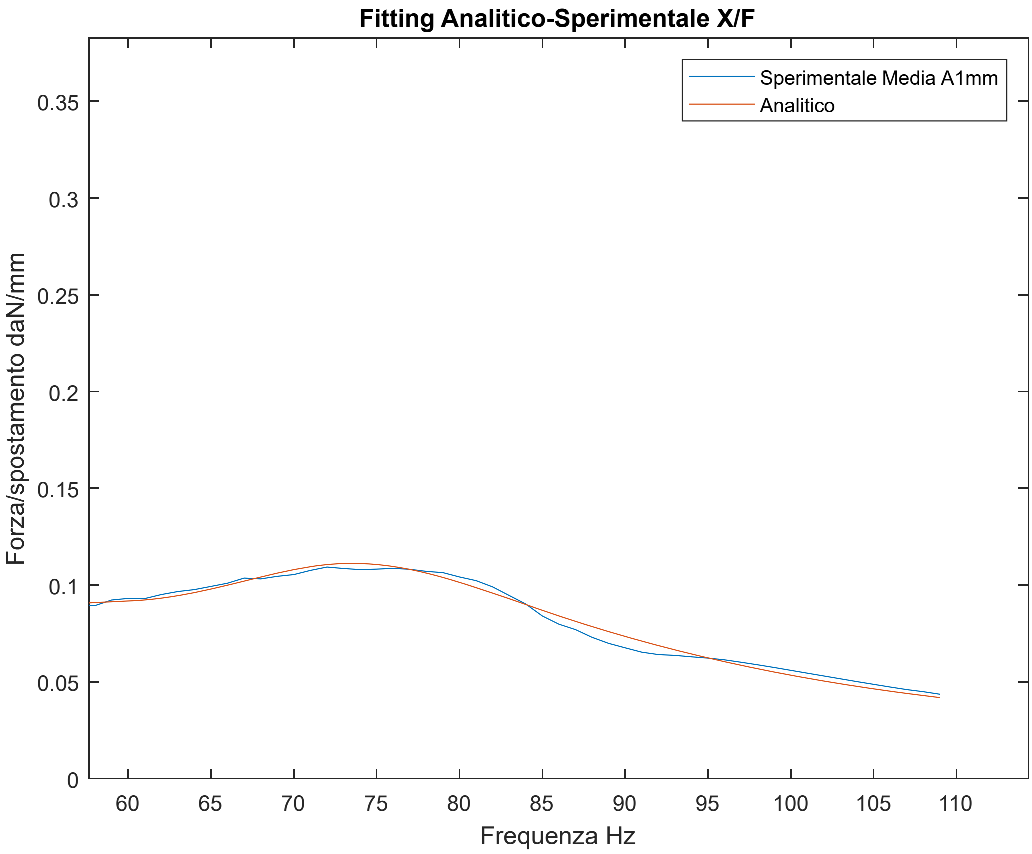


Figura 46 Fitting X/F 4° frequenza

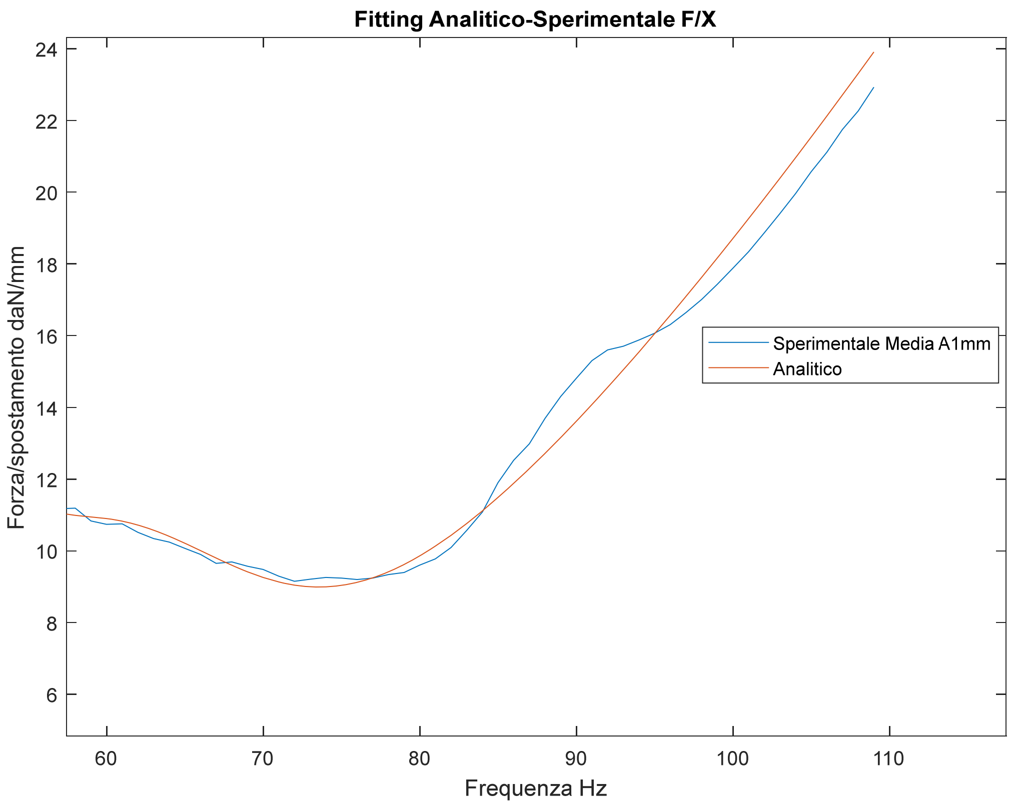


Figura 47 Fitting F/X 4° frequenza

Son riportati i grafici rappresentanti le curve X/F e F/X, già rappresentati in Figura 38 ed in Figura 39, insieme alle rispettive curve del modello analitico con rigidezza flessionale EI_i ed coefficiente di smorzamento isteretico h_i variabile (Figura 48 e Figura 49).

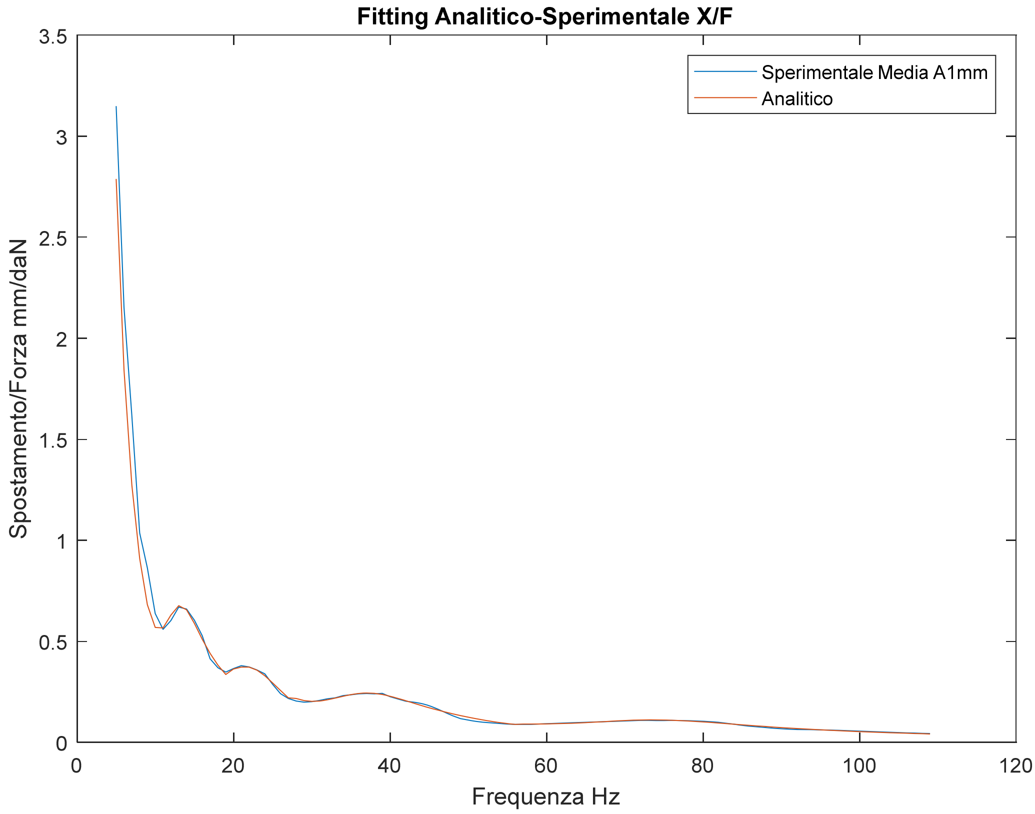


Figura 48 Fitting X/F

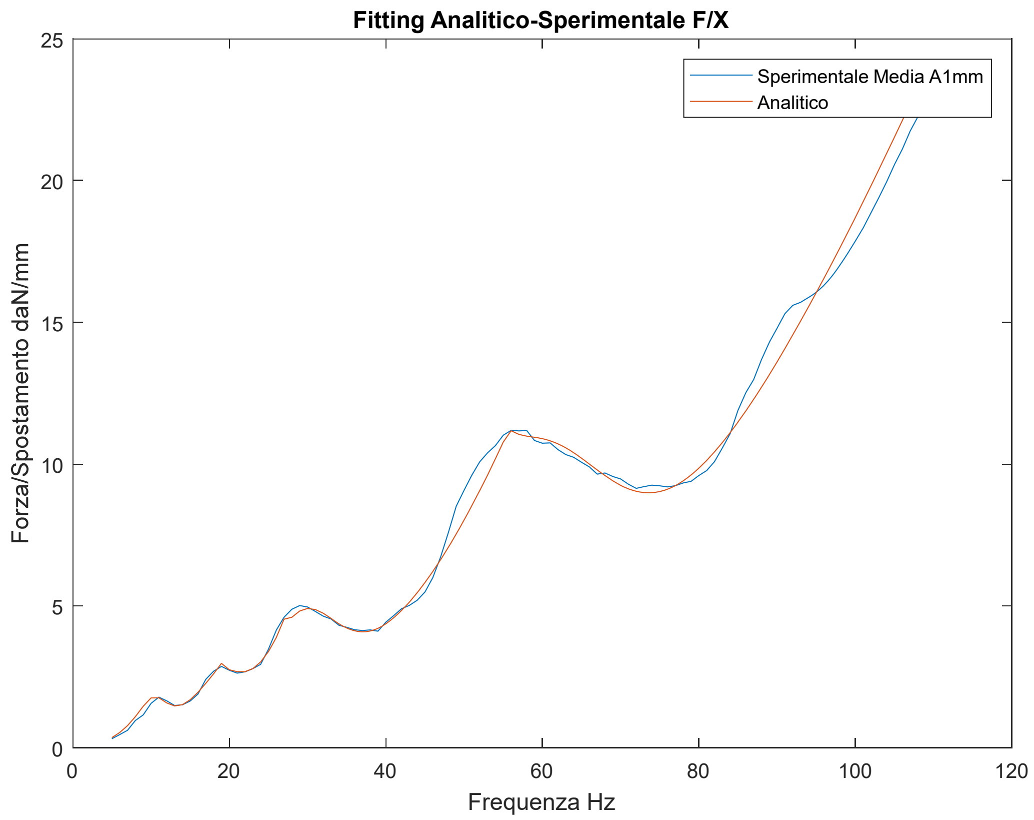


Figura 49 Fitting F/X

Capitolo 4

4.1 Modello del conduttore

Lo studio finora effettuato ha mostrato come il dispositivo abbia quattro frequenze di risonanze, due per ciascuna massa. Lo sviluppo di un modello dello smorzatore di tipo Stockbridge fine a sé stesso non rappresenta nessuna innovazione rilevante, esso difatti va integrato in un modello del conduttore per valutarne l'effettivo funzionamento corretto. Si è quindi voluto procedere alla creazione di un modello FEM del cavo con la possibilità di aggiunta di un sistema ad 1 grado di libertà che simulasse il comportamento dello stockbridge.

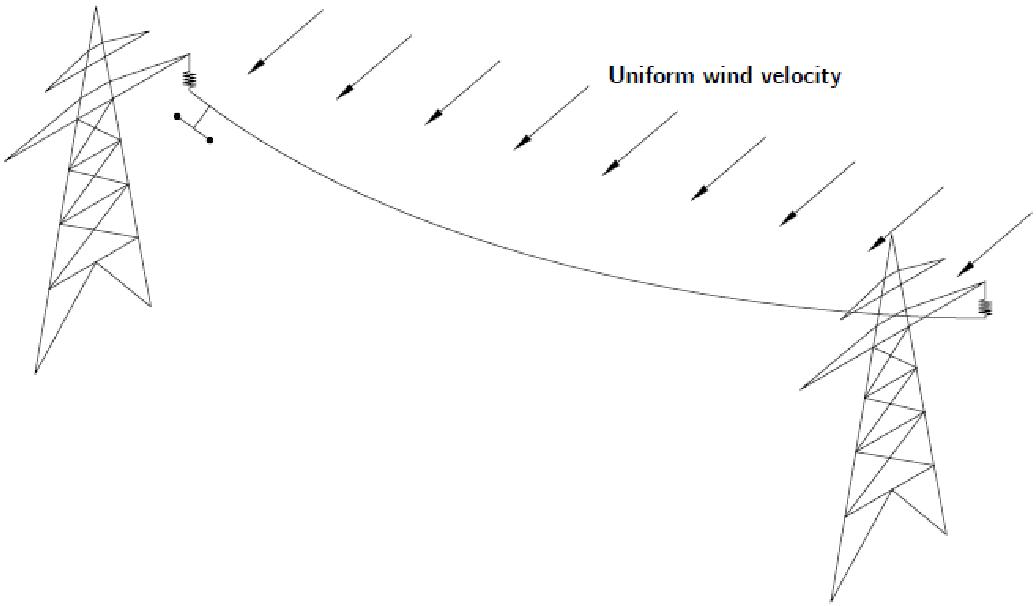


Figura 50 Schema tralicci, conduttore e azione distribuita del vento

Si modella il conduttore come una trave appoggiata – appoggiata sotto carico assiale [14]. Vengono fatte alcune assunzioni:

- Viene applicata la teoria di Eulero-Bernoulli perché il diametro del cavo è notevolmente inferiore alla sua lunghezza;
- Il conduttore è modellato come una trave a sezione circolare, tondo pieno;
- Il momento d'inerzia I è costante lungo tutta la trave;
- La densità lineare $\mu = \rho A$ considerata costante per tutta la lunghezza della trave;
- La tensione T costante;
- La rigidezza flessionale EI del cavo viene considerata costante anche se è noto che essa vari tra un valore massimo ed un valore minimo in funzione della curvatura;

- Viene effettuata un confronto solo dello spostamento verticale del cavo, tralasciando l'eventuale rotazione o lo spostamento assiale, tra la situazione con e senza stockbridge.

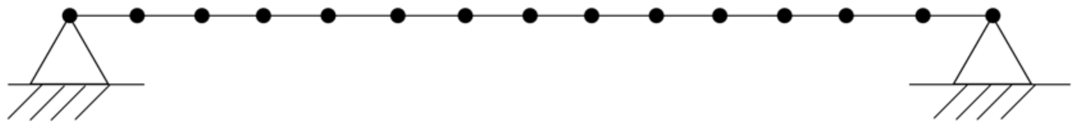


Figura 51 Modello FEM conduttore come trave appoggiato-appoggiata

Procediamo alla modellazione del conduttore, le cui caratteristiche si riportano in Appendice[F] così come presenti nella scheda tecnica.

Il modello FEM è rappresentato in Figura 51 ed è costituito da una equazione riferita al filo del cavo. Nel caso invece in cui si voglia tenere conto dell'aggiunta dello smorzatore tipo Stockbridge quest'ultimo sarà modellato come un sistema massa, molla, smorzatore posizionato su un nodo ad una certa distanza. La forzante considerata, indotta dal vento, è agente su tutti i nodi tale da simulare la forza distribuita della situazione reale. Nello specifico vale:

$$\begin{cases} EI\dfrac{\partial^4 w}{\partial x^4}(x,t) - T\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x,t) + \mu\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x,t) = F_{ext}(x,t) \\ F_{ext}(x,t) = \dfrac{1}{2}C_L\rho D V^2\cos(2\pi f_{vs}t) \end{cases} \tag{4.1}$$

Sia L la lunghezza totale della trave, n il numero di intervalli in cui si vuole dividerla per il modello FEM ed è $l = \frac{L}{n}$ la lunghezza di questi intervalli. Saranno conseguentemente $n + 1$ il numero di nodi esistenti.

Per ogni intervallo si costruiscono le matrici di massa e rigidezza, aventi dimensioni 6x6 poiché 6 sono i gradi di libertà (Figura 52), 3 per ciascuno nodo.

Figura 52 Elemento trave e gradi di libertà estremi

La particolarità di un cavo trattato come una trave semplicemente appoggiata e sottoposta a carico assiale è che la relativa matrice di rigidezza sarà composta da due contributi, uno legato alla rigidezza della trave k_B ed un contributo secondario k_T legato al fatto che la trave è in tensione.

$$[k] = [k_T] + [k_B] \tag{4.2}$$

Le matrici di rigidezza (4.3) e massa (4.4) per ogni singolo elemento, composto da 2 nodi e 3 gradi di libertà per ogni nodo sono le analoghe dei paragrafi 3.1.2 e 3.1.3:

$$[k_B] = \begin{bmatrix} \frac{ES}{l} & 0 & 0 & -\frac{ES}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/l^3 & 6EI/l^2 & 0 & -12EI/l^3 & 6EI/l^2 \\ 0 & -6EI/l^2 & 4EI/l & 0 & -6EI/l^2 & 2EI/l \\ -\frac{ES}{l} & 0 & 0 & \frac{ES}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/l^3 & -6EI/l^2 & 0 & 12EI/l^3 & -6EI/l^2 \\ 0 & 6EI/l^2 & 2EI/l & 0 & -6EI/l^2 & 4EI/l \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

$$[m] = \frac{\mu l}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22l & 0 & 54 & -13l \\ 0 & 22l & 4l^2 & 0 & 13l & -3l^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13l & 0 & 156 & -22l \\ 0 & -13l & -3l^2 & 0 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

Il contributo secondario, funzione della tensione del cavo, è dato invece dalla matrice:

$$[k_T] = \frac{T}{30l} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 36 & 3l & 0 & -36 & 3l \\ 0 & 3l & 4l^2 & 0 & -3l & -l^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & -3l & 0 & 36 & -3l \\ 0 & 3l & -l^2 & 0 & -3l & 4l^2 \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

Il cavo è considerato come un tondo pieno avente raggio r. Ne consegue una sezione ed un momento d'inerzia rispettivamente pari a $S = \pi r^2$ ed $I = \pi r^2/4$.

Per la discretizzazione nel tempo si fissa un tempo finale di simulazione t_f ed un passo di discretizzazione dt, con conseguente creazione di un intervallo di tempo t.

$[M], [K_B], [K_T]$ saranno matrici $(n+1) \cdot 3$ essendo 3 gradi di libertà (assiale, verticale, di rotazione) per ogni nodo. Nello specifico trattando il conduttore come una trave semplicemente appoggiata si pongono uguali a zero i gdl verticali di primo e ultimo nodo e si suppone nulla in essi anche la deformazione assiale in relazione al fatto che nella situazione reale in corrispondenza dei tralicci che sorreggono una campata questa sia effettivamente trascurabile. Il numero di gradi di libertà risulterà dunque $(n+1)\cdot 3 - 4 = 3n - 1$.

Si considera uno smorzamento proporzionale tale per cui, definiti i coefficienti α e β, risulti:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \tag{4.6}$$

Per considerare l'influenza dello Stockbridge si fissa una distanza L_{add} rispetto al 1° nodo (rappresentante il traliccio fisico) stabilendo la posizione d'installazione dello smorzatore. Si stabilisce il nodo più vicino, si introduce un nuovo sistema a 1dof verticale w_s e si modifica il vettore dei gdl di libertà e le matrici di massa e rigidezza in modo tale da tener conto di esso.

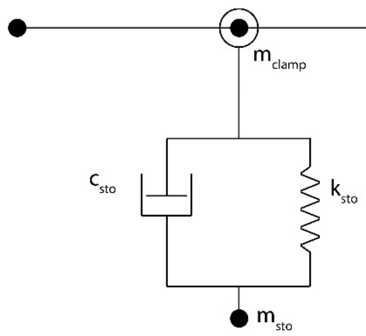


Figura 53 Sistema m,c,k equivalente Stockbridge

Nella pratica, detto x_s l'indice del nodo individuato e $m_{clamp}, m_{sto}, k_{sto}, c_{sto}$rispettivamente la massa del morsetto e le caratteristiche m, c, k del sistema ad 1dof equivalente le matrici sono in questo modo modificate:

$$\{w^*\} = [\{w\}^T\ w_s]^T \tag{4.7}$$

$$[M^*] = \begin{array}{cc} \begin{array}{c} x_s \\ \left[\begin{array}{cc} \begin{bmatrix} M & & \\ & & \\ & m_{clamp} & \end{bmatrix} & \\ & m_{sto} \end{array}\right] \end{array} & \begin{array}{l} \\ \\ \\ x_s \\ (n+1)\cdot 3+1 \end{array} \end{array} \tag{4.8}$$

$$[K^*] = \begin{array}{cc} \begin{array}{ccc} & x_s & \phantom{k_{sto}} \end{array} & \\ \left[\begin{array}{cc} \left[\begin{array}{ccc} K & \vdots & \\ \cdots & k_{sto} & \cdots \\ & \vdots & \end{array}\right] & \begin{array}{c} \\ -k_{sto} \\ \\ \end{array} \\ \begin{array}{ccc} & -k_{sto} & \end{array} & k_{sto} \end{array}\right] & \begin{array}{l} \\ x_s \\ \\ (n+1)\cdot 3+1 \end{array} \end{array} \quad (4.9)$$

$$[C^*] = \begin{array}{cc} \begin{array}{ccc} & x_s & \phantom{c_{sto}} \end{array} & \\ \left[\begin{array}{cc} \left[\begin{array}{ccc} C & \vdots & \\ \cdots & c_{sto} & \cdots \\ & \vdots & \end{array}\right] & \begin{array}{c} \\ -c_{sto} \\ \\ \end{array} \\ \begin{array}{ccc} & -c_{sto} & \end{array} & c_{sto} \end{array}\right] & \begin{array}{l} \\ x_s \\ \\ (n+1)\cdot 3+1 \end{array} \end{array} \quad (4.10)$$

Il contributo del carico assiale nella forzante è descritto dal vettore $\{f\}$ che vale:

$$\{f\} = [-T, 0, 0, T, 0, 0] \quad (4.11)$$

Per considerare invece la forza indotta dal vento, la forza di Lift, essa viene implementata in corrispondenza dei gradi di libertà verticali. Essa è funzione del tempo e vale:

$$F_{ext}(x,t) = F_0 \cdot \cos(2\pi f_{vs} t) \quad (4.12)$$

dove F_0 è l'ampiezza definita come:

$$F_0 = \frac{1}{2} C_L \rho D V^2 \quad (4.13)$$

dove C_L è il coefficiente di Lift, funzione del numero di Reynolds, ρ è la densità del flusso $[\frac{kg}{m^3}]$, nel caso aria, D il diametro del conduttore $[m]$ e V la velocità del flusso $[m/s]$.

L'assemblaggio del vettore forzante $\{F\}$ avviene per ogni intervallo, analogamente a quanto detto per la matrice di rigidezza e massa.

Detto $\{w\}$ il vettore colonna raggruppante tutti i $3n$-1 gradi di libertà del sistema nel caso di assenza di Stockbridge o $3n$ nel caso di presenza di smorzatore Stockbridge, è necessario risolvere il sistema rappresentato dalla seguente equazione matriciale:

$$[M]\{\ddot{w}\} + [C]\{\dot{w}\} + ([K_B] + [K_T])\{w\} = \{F\} \tag{4.14}$$

Definite le matrici di massa, rigidezza e smorzamento esse risultano tempo invarianti. È dunque più comodo affrontare il problema tramite l'analisi modale. Nello specifico risolvendo l'autoproblema (4.15) si calcolano la matrice modale $[\psi]$ (4.16), la matrice degli autovalori $[\Lambda]$ (4.17), la matrice delle massa modali $diag(m_r)$ e quella delle rigidezze modali $diag(k_r)$. Si applica la trasformazione modale diretta (4.18) dove $\{\eta(t)\}$ rappresenta il vettore delle coordinate modali.

$$\det([k] - \omega^2[m]) = 0 \tag{4.15}$$

$$[\psi] = [\{\psi_1\}\,\{\psi_2\} \dots \{\psi_n\}] \tag{4.16}$$

$$[\Lambda] = diag(\omega_r^2) \tag{4.17}$$

$$\{w\} = [\psi]\{\eta(t)\} \tag{4.18}$$

Essendo la matrice modale non dipendente dal tempo l'equazione del moto si riscriverà come:

$$[M][\psi]\{\ddot{\eta}\} + [C\,][\psi]\{\dot{\eta}\} + [K][\psi]\{\eta\} = \{F\} \tag{4.19}$$

Premoltiplicando per $[\psi]^T$si giunge ad un sistema di n-equazioni differenziali disaccoppiate avente forma:

$$[\psi]^T[m][\psi]\{\ddot{\eta}\} + [\psi]^T[c\,][\psi]\{\dot{\eta}\} + [\psi]^T[k][\psi]\{\eta\} = \{\psi\}^T\{F\} \tag{4.20}$$

Quindi lo studio del sistema ad n gradi di libertà è stato ricondotto a quello di n sistemi indipendenti ad un grado di libertà nella forma (4.21) in virtù della m e k ortogonalità.

$$m_r\ddot{\eta}_r + (\alpha m_r + \beta k_r)\dot{\eta}_r + k_r\eta = Q_r(t) \tag{4.21}$$

La matrice modale è definita a meno di una costante moltiplicativa. Queste costanti possono essere scelti in vari modi, si è scelto di usare la m-normalizzazione tale per cui ogni massa modale sia uguale a 1. L'autovettore m-normalizzato è definito come:

$$\{\Phi_r\} = \frac{\{\psi_r\}}{\sqrt{m_r}} \tag{4.22}$$

$$[\Phi] = [\{\Phi_1\}\,\{\Phi_2\}\,...\{\Phi_n\}] \tag{4.23}$$

Varrà dunque:

$$[\Phi]^T[M][\Phi] = [I] \tag{4.24}$$

$$[\Phi]^T[K][\Phi] = [\Lambda] = diag(\omega_r^2) \tag{4.25}$$

Si dimostra [15] che nel caso di sistemi con smorzamento viscoso proporzionale, dette $\{x_0\}$ e $\{v_0\}$ le condizioni iniziali degli n gradi di libertà la risposta alla forzante generica conta di un contributo dato dalla risposta libera (4.28) e uno dovuto alla forzante (4.29):

$$\{w(t)\} = [\psi]\{\eta(t)\} = \sum_{r=1}^{n} \{\psi_r\}\,\eta_r(t) \tag{4.26}$$

$$\{w(t)\} = \{w_l(t)\} + \{w_f(t)\} \tag{4.27}$$

$$\{w_l(t)\} = \sum_{r=1}^{n} \{\psi_r\}\left((A_r\cos(\omega_{dr}t) + B_r\sin(\omega_{dr}t))e_r^{-\zeta_r\omega_r t}\right) \tag{4.28}$$

$$\{w_f(t)\} = \sum_{r=1}^{n} \{\psi_r\}\left(\frac{1}{m_r\omega_{dr}}\int_0^t Q_r(\tau)e_r^{-\zeta_r\omega_r(t-\tau)}\sin(\omega_{dr}(t-\tau)d\tau\right) \tag{4.29}$$

dove:

ζ_r, ω_{dr}, A_r, B_r sono rispettivamente il fattore di smorzamento del modo r-esimo, la pulsazione propria del sistema smorzato del modo r-esimo, due costanti funzione delle condizioni iniziali e sono così definiti:

$$\zeta_r = \frac{\alpha}{2\omega_r} + \frac{\beta}{2}\,\omega_r \tag{4.30}$$

$$\omega_{dr} = \omega_r\sqrt{1-\zeta_r^2} \tag{4.31}$$

$$A_r = \frac{\{\Phi_r\}^T[m]\{x_0\}}{m_r} \tag{4.32}$$

$$B_r = \frac{\{\psi\}^T[m]}{\omega_{dr}m_r}(\{v_0\} + \zeta_r\omega_r\{x_0\}) \tag{4.33}$$

4.2 Parametri di simulazione

Oggetto delle simulazioni saranno il cavo sotto carico assiale, lo smorzatore di tipo Stockbridge ed il vento. La scelta è di condurre una caratterizzazione in funzione:

- Della lunghezza di campata L;
- Del carico assiale T applicato agli estremi del cavo, corrispondenti nella situazione reale ai tralicci, definito come percentuale del carico a rottura RTS;
- Del punto di posizionamento dello Stockbridge, inteso come distanza dal traliccio e indicato con L_{add}.

Definiti questi parametri variabili sono invece fissi i parametri del cavo, geometrici o funzione del materiale, i parametri che descrivono la forzante del vento e quelli che descrivono il sistema massa-molla-smorzatore a 1dof equivalente ad una frequenza propria dello Stockbridge.

4.2.1 Cavo

Il cavo è una fune di guardia di acciaio. I parametri necessari alla costruzione della matrici di massa e rigidezza, (4.3) (4.4) e (4.5) sono tutti presenti nella scheda tecnica, riportata in Appendice[F], e sono riassunti nella Tabella 16.

Tabella 16 Parametri cavo

Proprietà cavo		Unità di misura
Raggio, $\boldsymbol{r}$	$11.5/2$	mm
Densità lineare, $\boldsymbol{\mu}$	0.621	kg/m
Modulo elastico, $\boldsymbol{E}$	$175e3$	MPa
Carico di rottura, $\boldsymbol{RTS}$	122310	N

Per definire la matrice di smorzamento $[C]$ è necessario definire le costanti α e β che intervengono nella (4.6). In Diana et al. [7] è effettuata un'indagine sul fattore di smorzamento su vari cavi di diverso diametro. Da questo si è ricavato un ordine di grandezza del parametro ad una data frequenza ed attraverso la (4.30) ricavato le costanti. In particolare si è supposto che lo smorzamento sia proporzionale alla rigidezza, fissando $\alpha = 0$. Si è poi usata la (4.30) considerando ad una frequenza di $28Hz$ un fattore di smorzamento $\zeta = 3 \cdot 10^{-4}$. Si è dunque ricavato $\beta = 3.4 \cdot 10^{-6}$.

4.2.2 Forzante del vento

L'espressione della forza di Lift, indotta dal vento e applicata nel nostro modello del cavo a tutti i gradi di libertà verticali è ricavata da Marchi et al. [4]. Dalla (1.1), fissato un range di velocità del vento da 1 a $7 m/s$ e fisso il numero di Strouhal a 0.2 si ricava un range di frequenze che la forza di Lift, armonica, può assumere. Vale:

$$f_{vs} = [\,17.39, \dots, 121.44] Hz \tag{4.34}$$

Nella (1.3) e (1.4) intervengono inoltre i seguenti parametri:

Tabella 17 Parametri forzante del vento

Proprietà forzante del vento		Unità di misura
Densità del flusso, $\boldsymbol{\rho}$	1.225	kg/m^3
Coefficiente di Lift, $\boldsymbol{C_L}$ (Figura 54)	0.4	

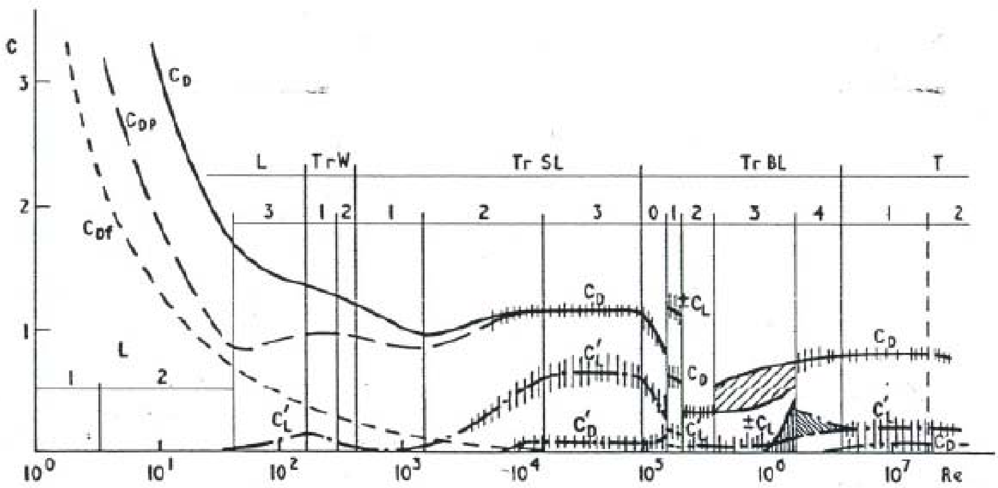


Figura 54 C_L in funzione del numero di Reynolds

4.2.3 Sistema 1dof Stockbridge

Come descritto dalla Figura 53 Sistema m,c,k equivalente StockbridgeFigura 53 per descrivere il sistema dello Stockbridge son sufficienti quattro parametri. Essi sono funzione della frequenza propria dello stockbridge f_n che si vuole simulare e del suo fattore di smorzamento ζ. Le relazioni che legano queste grandezze alle grandezze del sistema equivalente sono:

$$\zeta = \frac{h}{2} = \frac{c_{sto}}{2\omega_n\, m_{sto}} \tag{4.35}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\omega_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{sto}}{m_{sto}}} \tag{4.36}$$

Si è scelto di considerare la seconda frequenza di risonanza dello smorzatore Stockbridge, uguale a $21Hz$ (Figura 48), compresa nel range di frequenze stabilito da (4.34) . Il parametro di smorzamento, derivante dal fitting, è $h = 0.45$, (Tabella 13). Come parametro di massa si è preso l'elemento (1,1) della (4.15), poiché il modo di vibrare è associato prevalentemente alla massa di sinistra, e risolvendo la (4.35) e (4.36) si ricavano i parametri evidenziati in Tabella 18.

Tabella 18 Parametri sistema 1dof

Proprietà 1dof equivalente		Unità di misura
$\boldsymbol{m_{sto}}$	0.8	kg
$\boldsymbol{c_{sto}}$	47.5	Ns/m
$\boldsymbol{k_{sto}}$	13928	N/m

La massa del morsetto invece si ricava da Tabella 3 e vale $m_{clamp} = 0.687kg$.

4.3 Simulazioni

Le simulazioni effettuate prevedono di caratterizzare il comportamento del conduttore, sia con che senza smorzatore di tipo Stockbridge, al variare della lunghezza della campata, del carico assiale e del punto d'installazione dello stockbridge. In particolare:

- L, lunghezza della campata, assumerà i valori di $100m$, $125m$ e $150m$. La scelta rispecchia i valori tipici delle campate presenti sulla rete italiana.;
- $T,$ carico assiale, sarà il $15{,}20$ e 25%. Si son scelti questi valori poiché 15-25 è l'intervallo utilizzato, nelle situazioni reali, da chi effettua il tiro;
- L_{add}, distanza del posizionamento dello smorzatore. Analogamente per questo parametro si son scelti $1.4m$, $1.7m$ e $2m$ in seguito ad una valutazione sul posizionamento tipico degli Stockbridge nelle reti esistenti.

L'analisi si concentrerà esclusivamente sui gradi di libertà verticali del punto più vicino al traliccio, punto dal quale si valuta L_{add}, e di metà campata, interessante per problemi di livello più operativo.

E' importante ricordare come l'aver posto $\alpha = 0$ implica che lo smorzamento sia proporzionale esclusivamente alla rigidezza. Ciò significa la diretta proporzionalità del rapporto di smorzamento con $[\omega]$ e quindi che i modi superiori risultano tanto più smorzati quanto più sono lontani dal primo.

Per i parametri delle simulazioni invece si è considerato un numero di intervalli, per il modello FEM, pari a 500 e un tempo di simulazione di 150s/200s. La frequenza di campionamento è stata determinata in funzione della massima frequenza da considerare, fissata a $30Hz$. Vale:

$$dt = \frac{1}{20\, f_{max}} = \frac{1}{f_s} = 1.5 \cdot 10^{-3} \tag{4.37}$$

4.3.1 Forzante con frequenza costante

Le prime simulazioni sono effettuate considerando una frequenza della forzante pari proprio alla frequenza con cui è stato modellato il sistema a 1DOF equivalente allo Stockbridge.

Vale $f_{vs} = 21Hz$, corrispondente ad una velocità del vento di $1.2m/s$ (1.1). Fissata la velocità del vento V, si può definire l'ampiezza della forzante (1.4) che vale $F_o = 0.004N.$

4.3.1.1 Posizionamento Stockbridge L_{add}

Al fine di valutare l'influenza del posizionamento dello Stockbridge sono state effettuate le simulazioni fissando la lunghezza di campata e la tensione assiale applicata al conduttore. In particolare sia $L = 125m$ e $T = 20\%RTS$.

Si nota come la presenza dello Stockbridge causi una diminuzione dell'ampiezza della vibrazione sia in corrispondenza del traliccio sia in corrispondenza di metà campata, indipendentemente che questo sia a 1.4, 1.7 o $2m$ (Figura 55 e Figura 57). La scelta del posizionamento dello Stockbridge ha notevole influenza sull'entità della soppressione in corrispondenza del traliccio, comportamento questo che ci si aspettava. La soppressione in corrispondenza di metà campata è pressoché identica. Si tenderà a scegliere quindi la configurazione più vicina al traliccio, nel caso in esame $1.4m$.

Qualora si voglia aumentare la soppressione anche in corrispondenza di metà campata, per esigenze particolari, si può pensare ad una soluzione di due smorzatori in serie. Nella situazione reale gli Stockbridge vengono montati da entrambi i lati della campata per sopprimere le vibrazioni su tutti e due i tralicci, di uguale importanza.

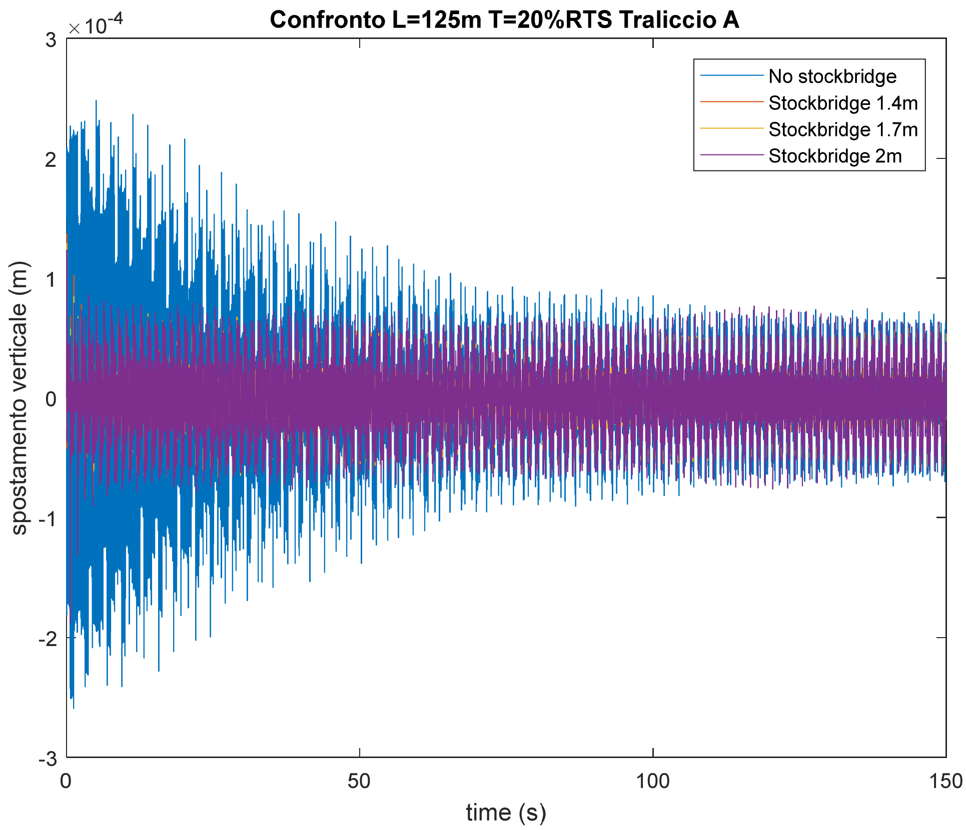


Figura 55 Analisi L_{add} e assenza dispositivo, Traliccio

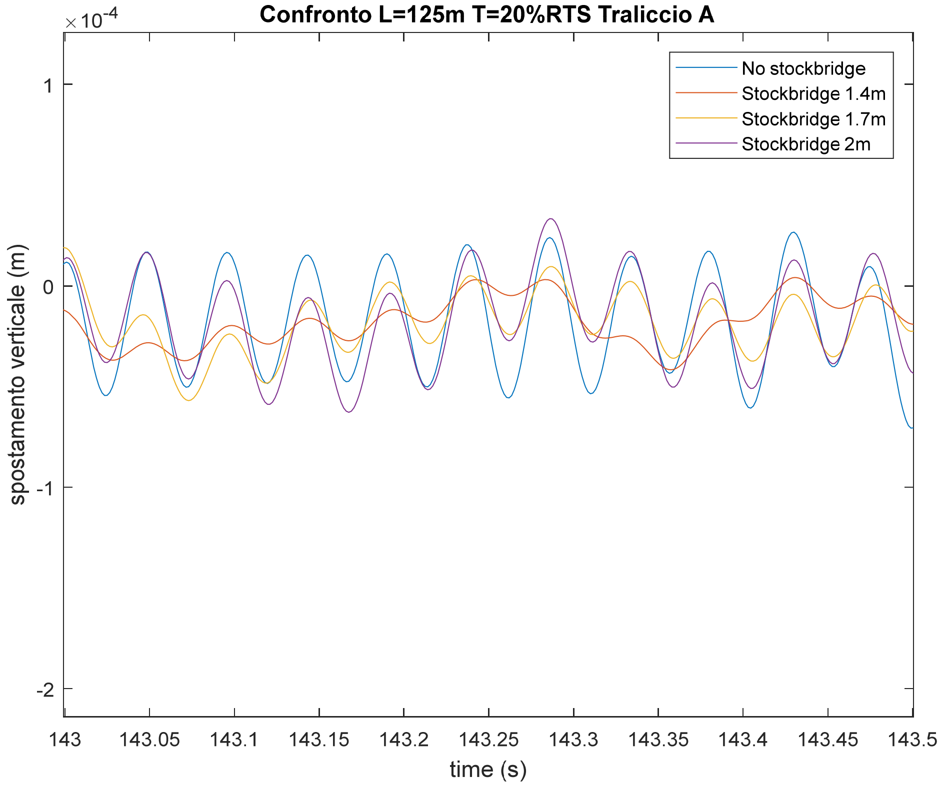


Figura 56 Dettaglio analisi L_{add} e senza dispositivo,Traliccio

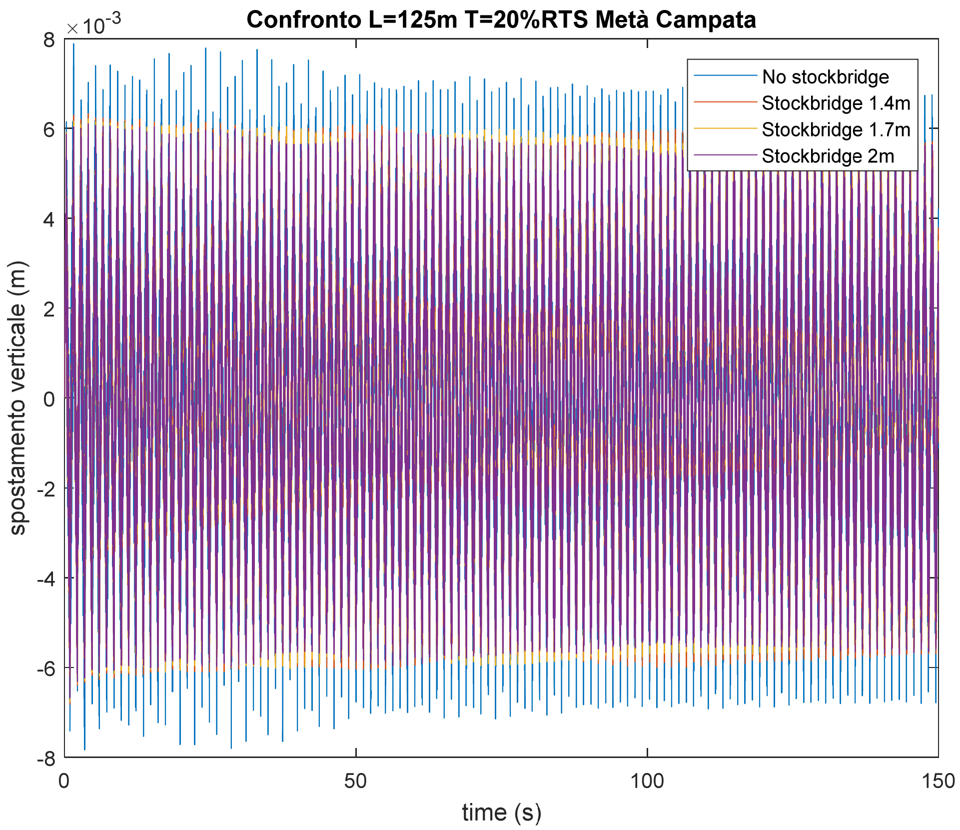


Figura 57 Analisi L_{add} e senza dispositivo, Metà campata

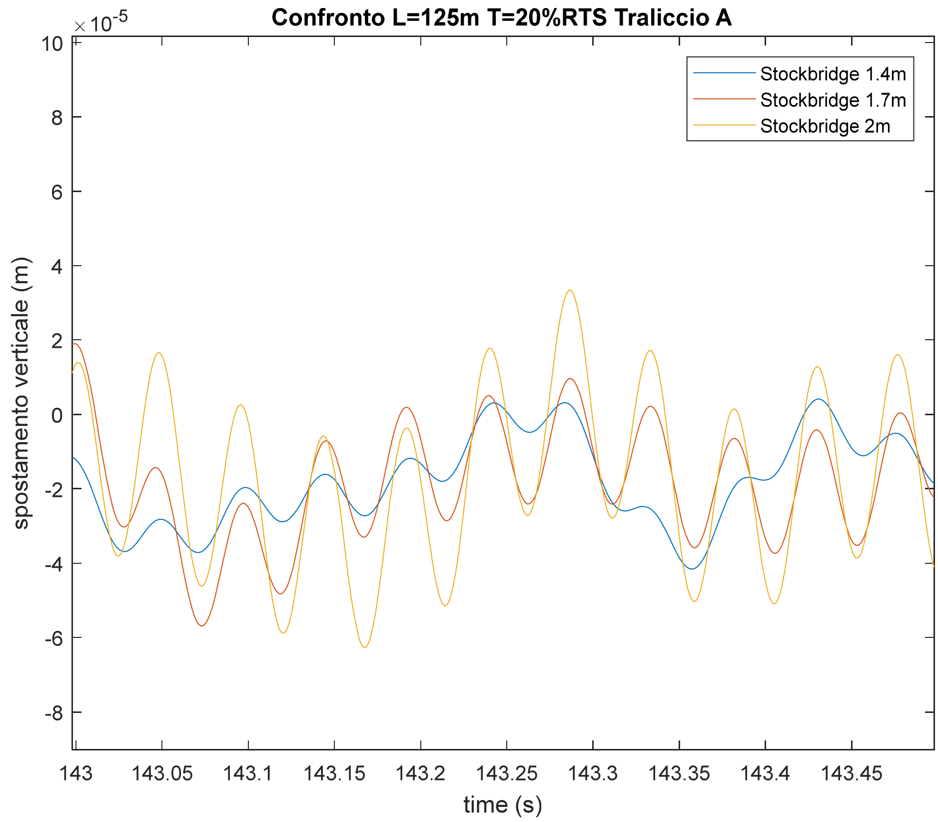


Figura 58 Dettaglio analisi L_{add}, Traliccio

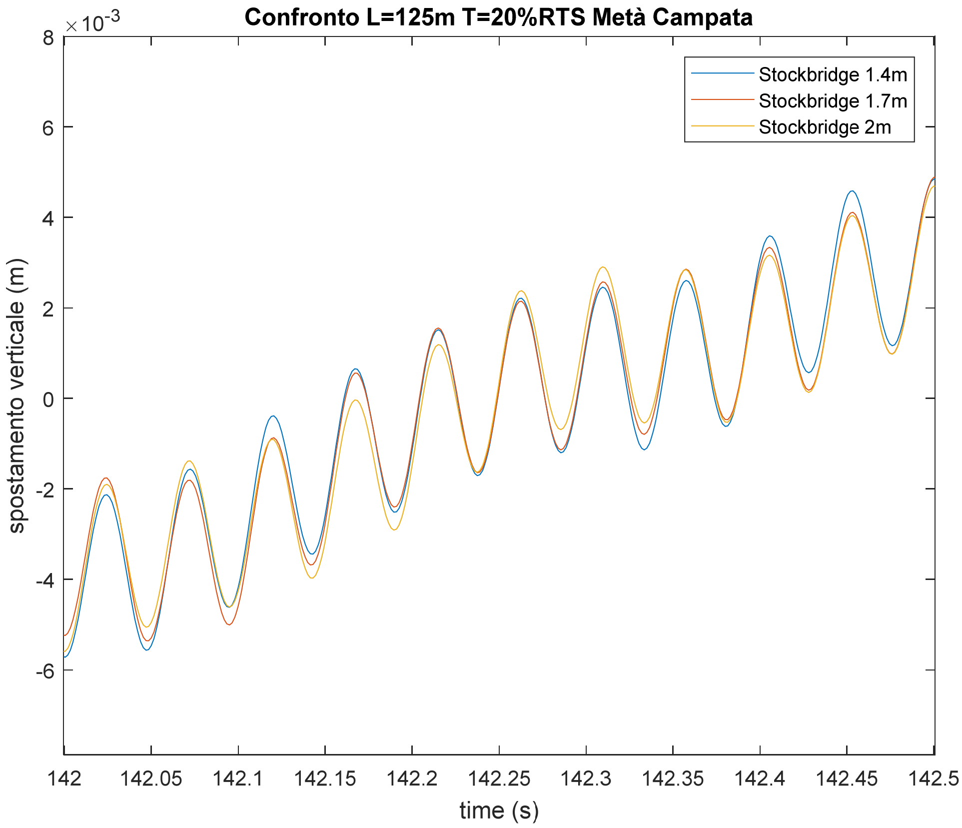


Figura 59 Dettaglio analisi L_{add}, Metà campata

4.3.1.2 Lunghezza campata L

Al fine di valutare l'influenza della lunghezza di campata sono state effettuate le simulazioni fissando la distanza dello Stockbridge dal traliccio e la tensione assiale applicata al conduttore. In particolare sia $L_{add} = 1.4m$ e $T = 15\%RTS$.

L'aumento della lunghezza di campata L causa una diminuzione dell'entità della soppressione della vibrazione. Tale considerazione vale nel passaggio da $L = 100m$ a $L = 150m$ ma è meno evidente nel grafico di Figura 60, fissato $L = 125m$, probabilmente per una questione legata alle frequenze di risonanza e allo smorzamento dei modi superiori (Tabella 19).

Tabella 19

Lunghezza di campata L	Freq. Propria (modo)	Freq. Propria (modo)
$\mathbf{100m}$	$20.98Hz$ (25)	$21.83Hz$ (26)
$\mathbf{125m}$	$20.93Hz$ (31)	$21.62Hz$ (32)
$\mathbf{150m}$	$20.9Hz$ (38)	$21.46Hz$ (39)

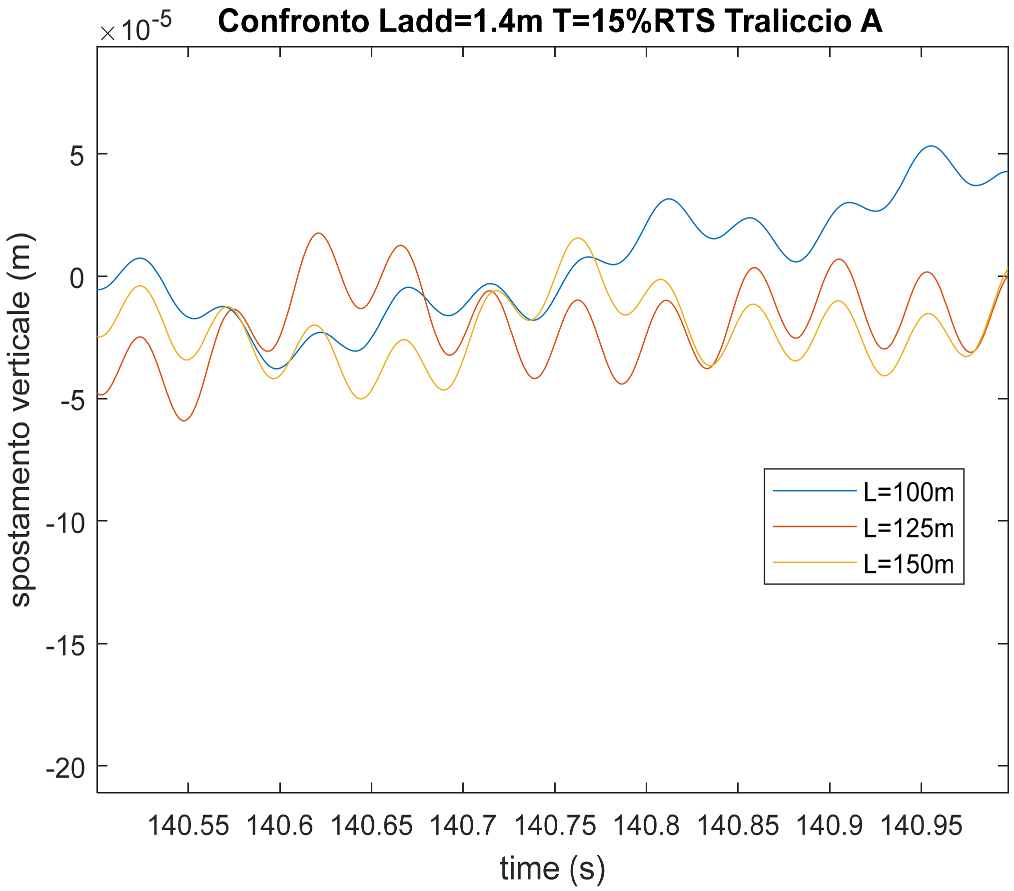


Figura 60 Analisi L, Traliccio

4.3.1.3 Tensione T

Al fine di valutare l'influenza della tensione assiale sono state effettuate le simulazioni fissando la lunghezza della campata e considerando sia il caso di Stockbridge non presente sia il caso di smorzatore presente a distanza $1.4m$. In entrambi i casi è stata considerata una lunghezza di campata L di $125m$.

La rigidezza è direttamente proporzionale alla tensione T per il contributo secondario $[k_T]$ e ciò implica una influenza diretta della tensione sulle frequenze naturali del sistema. L'aumento della tensione implica, considerando modi corrispondenti, un aumento delle frequenze di risonanze. Inoltre anche lo smorzamento del sistema, proporzionale alla rigidezza, è legato al carico assiale. In generale all'aumento della tensione corrisponde quindi un sistema più rigido con conseguenti minori ampiezze di vibrazioni. Vale comunque che i modi superiori risultano tanto più smorzati quanto più lontani dal primo. Entrambi i comportamenti sono visibili in Figura 62.

Ciò vale sia considerando solo il conduttore che il conduttore con lo smorzatore di tipo Stockbridge, Figura 64 e Figura 65.

Tabella 20

Tensione_NoStockbridge	Freq. Propria (modo)	Freq. Propria (modo)
$\mathbf{15\%RTS}$	$20.67Hz$ (30)	$21.37Hz$ (31)
$\mathbf{20\%RTS}$	$20.66Hz$ (26)	$21.46Hz$ (27)
$\mathbf{25\%RTS}$	$20.43Hz$ (23)	$21.32Hz$ (24)

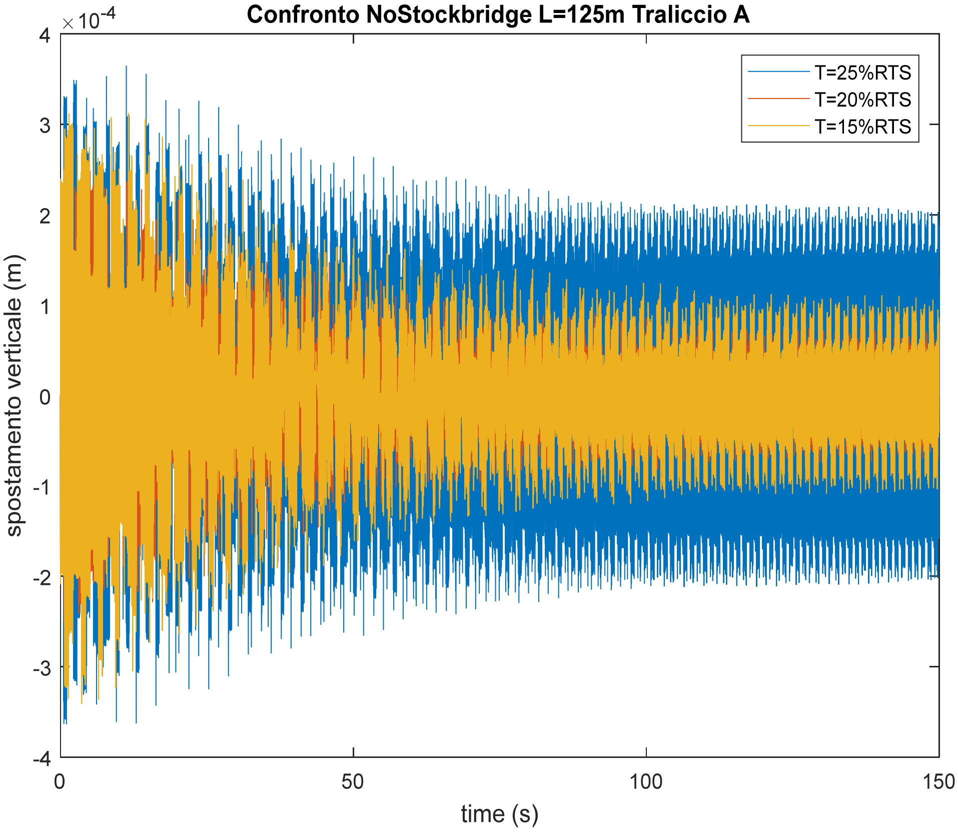


Figura 61 Analisi T senza il dispositivo, Traliccio

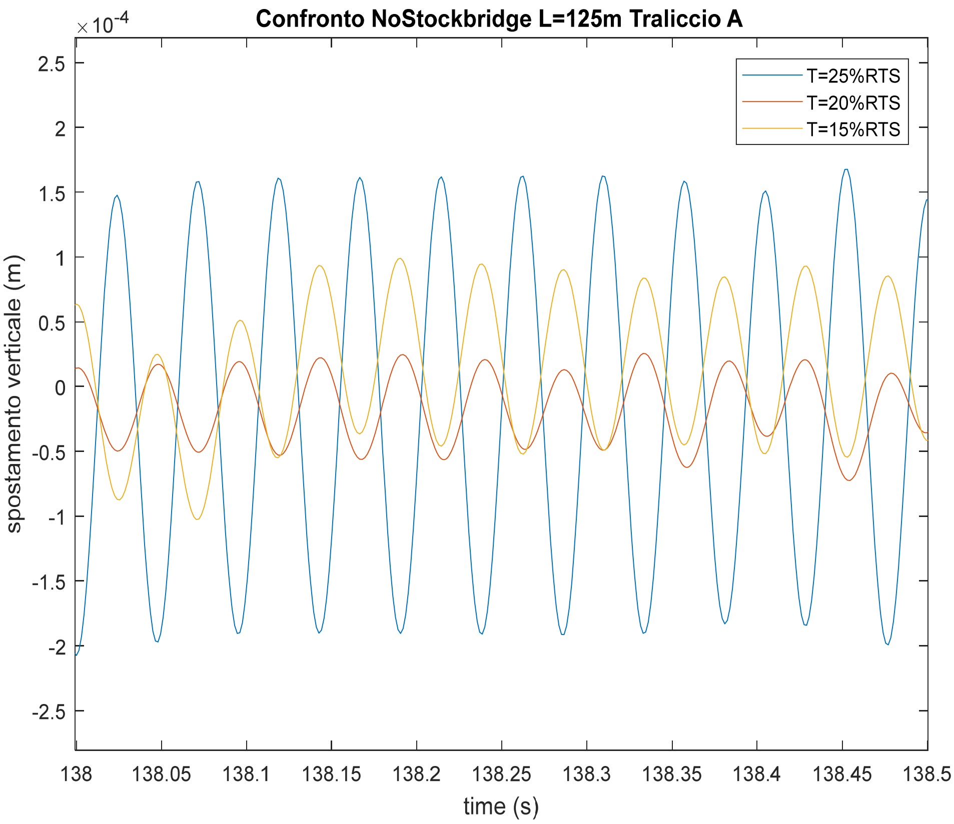


Figura 62 Dettaglio Analisi T senza il dispositivo, Traliccio

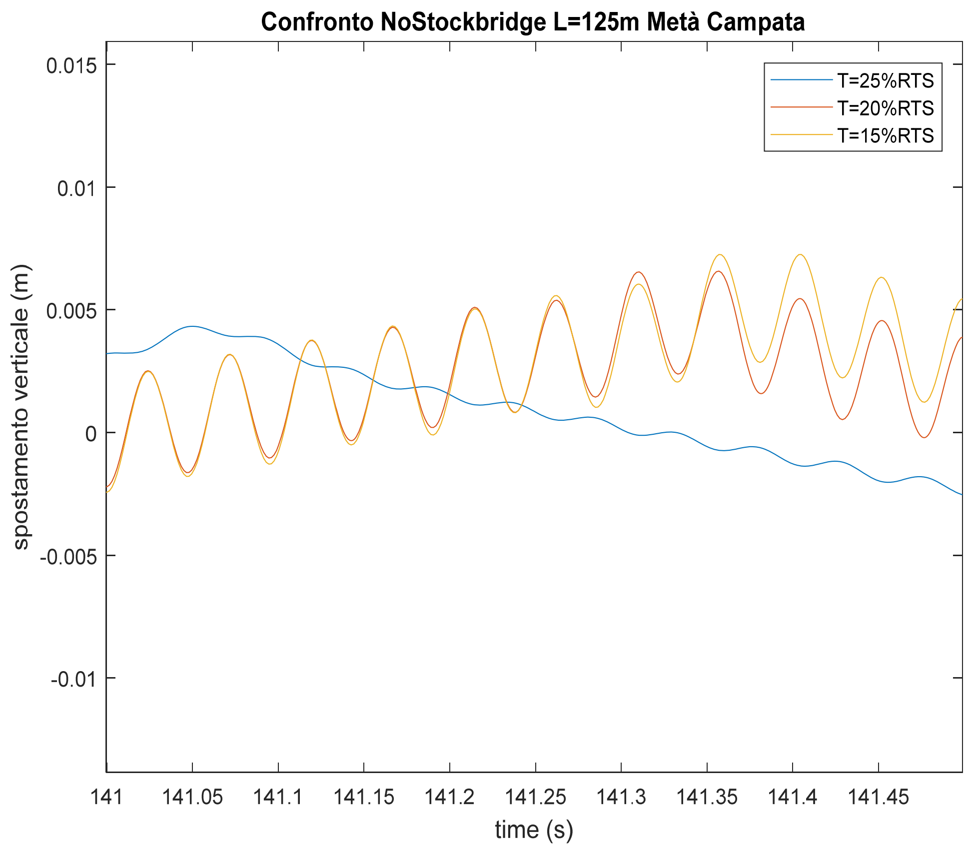


Figura 63 Dettaglio analisi T senza il dispositivo, Metà campata

Tabella 21

Tensione_SiStockbridge	**Freq. Propria (modo)**	**Freq. Propria (modo)**
$\mathbf{15\%}\boldsymbol{RTS}$	$20.93Hz\ (31)$	$21.62Hz\ (32)$
$\mathbf{20\%}\boldsymbol{RTS}$	$20.92Hz\ (27)$	$21.64Hz\ (28)$
$\mathbf{25\%}\boldsymbol{RTS}$	$20.7Hz\ (24)$	$21.57Hz\ (25)$

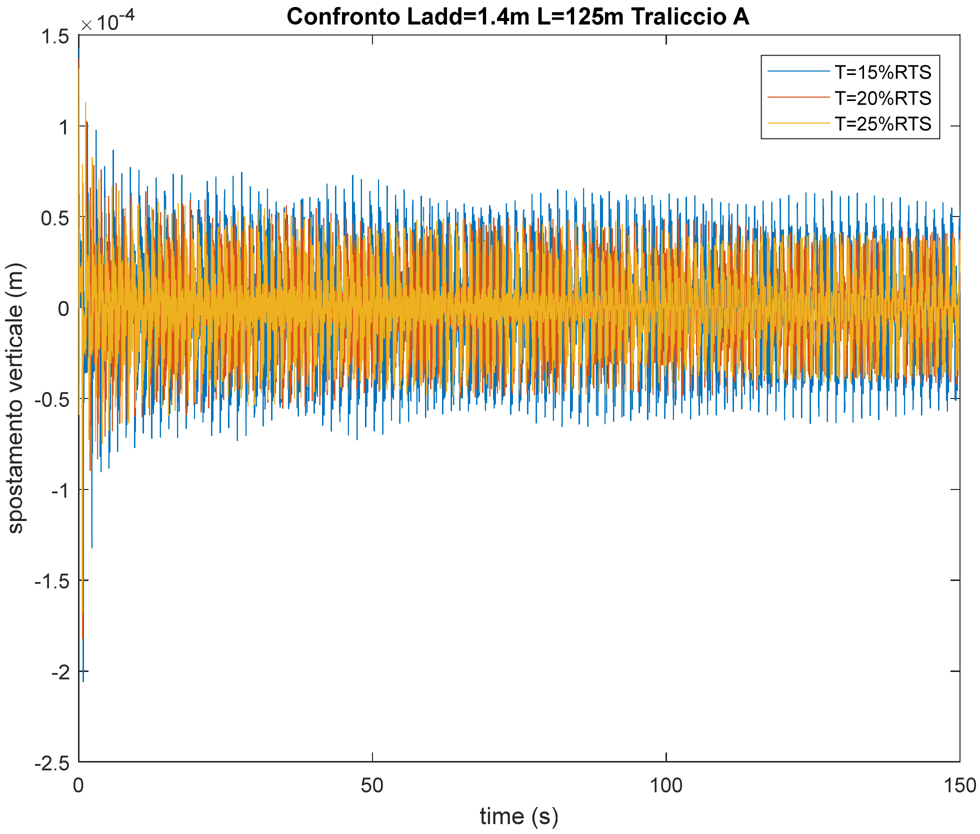


Figura 64 Analisi T con dispositivo, Traliccio

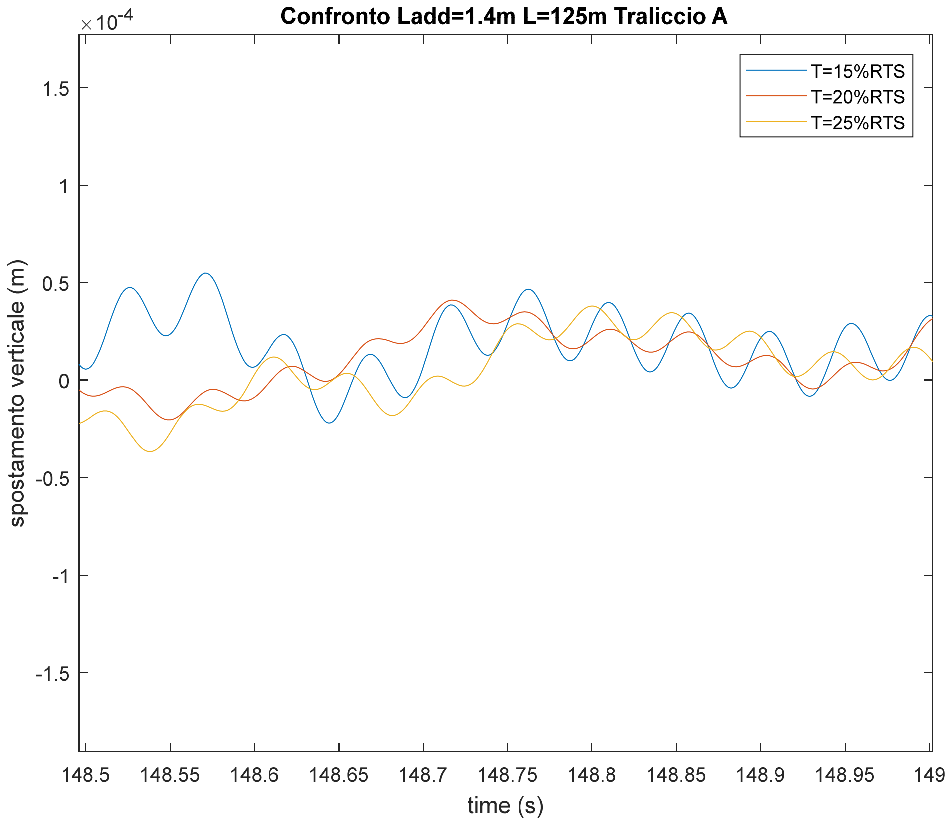


Figura 65 Dettaglio analisi T con dispositivo, Traliccio

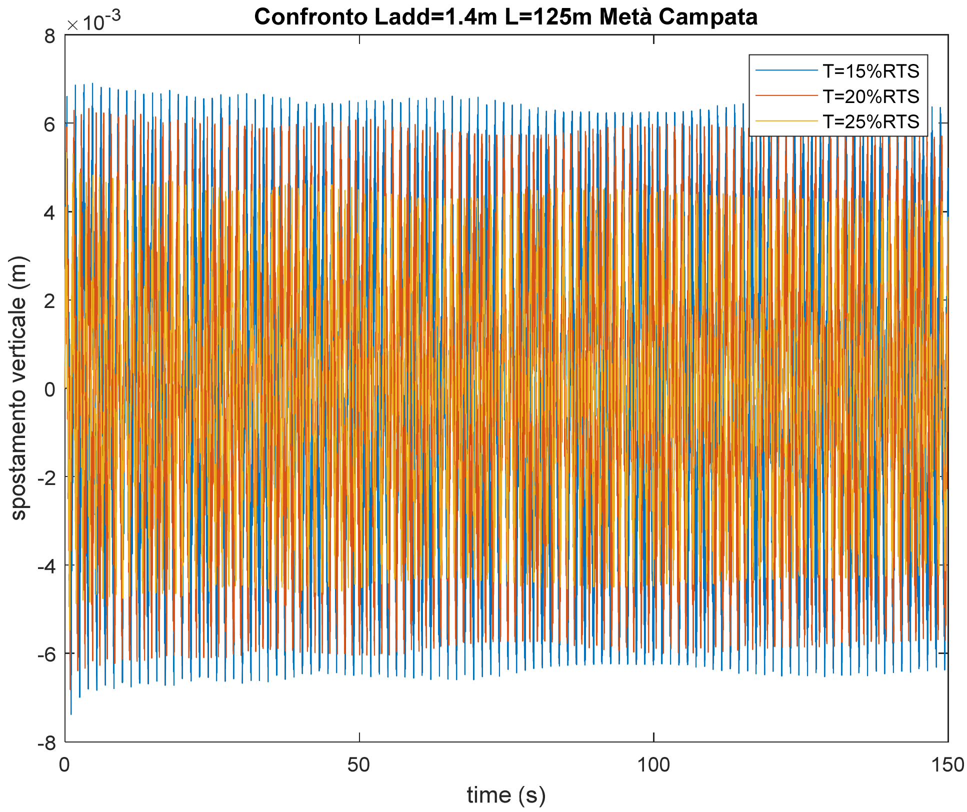


Figura 66 Analisi T con dispositivo, Metà campata

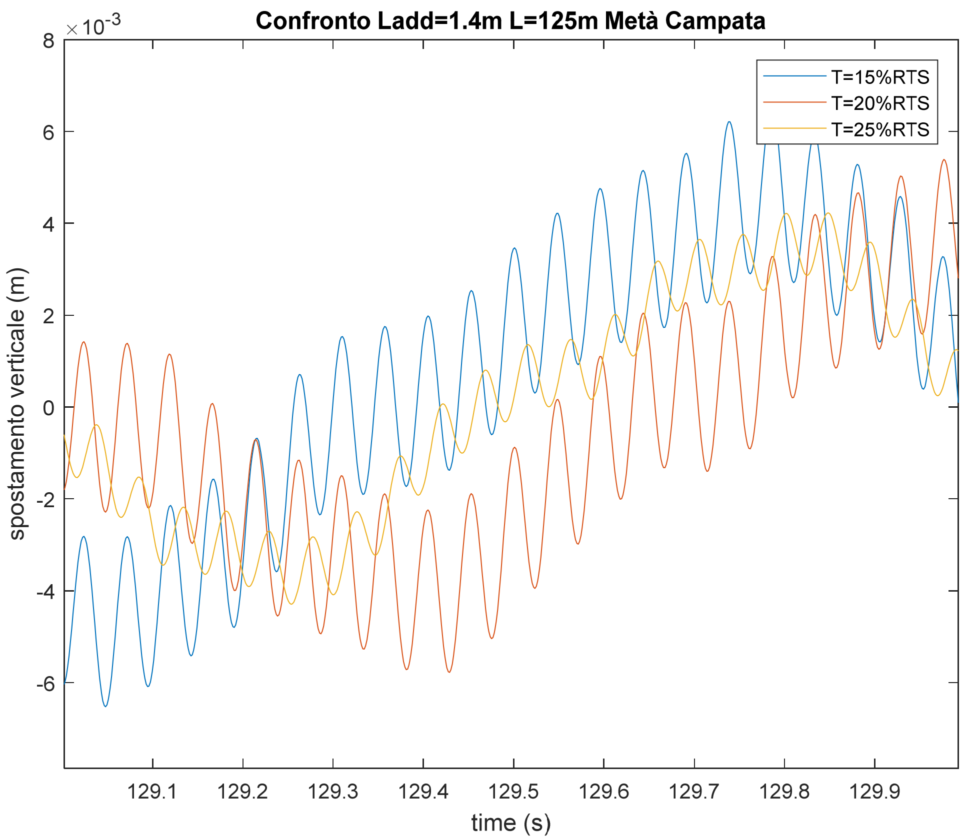


Figura 67 Dettaglio analisi T con dispositivo, Metà campata

4.3.1.4 Presenza dello Stockbridge

Al fine di valutare l'influenza della presenza o meno dello Stockbridge sono state effettuate le simulazioni valutando lo spostamento verticale nel punto d'installazione del dispositivo, fissata la lunghezza di campata e la tensione assiale applicata al conduttore. In particolare sia $L = 125m$ e $T = 20\%RTS$.

Quanto emerge dai grafici di Figura 68 la presenza dello stockbridge riduce notevolmente l'ampiezza di vibrazione. In particolare da Figura 69 si può evidenziare come qualora la frequenza della forzante, l'azione del vento, sia una delle frequenze proprie dello Stockbridge, ovvero come quella con cui è stato trovato il sistema 1dof equivalente, a regime la soppressione è tale che l'ampiezza di vibrazione è tendente a zero, praticamente trascurabile.

Tabella 22

Stockbridge: Si/No	Freq. Propria (modo)	Freq. Propria (modo)
$\boldsymbol{Si}$	$20.93Hz$ (31)	$21.62Hz$ (32)
$\boldsymbol{No}$	$20.92Hz$ (27)	$21.64Hz$ (28)

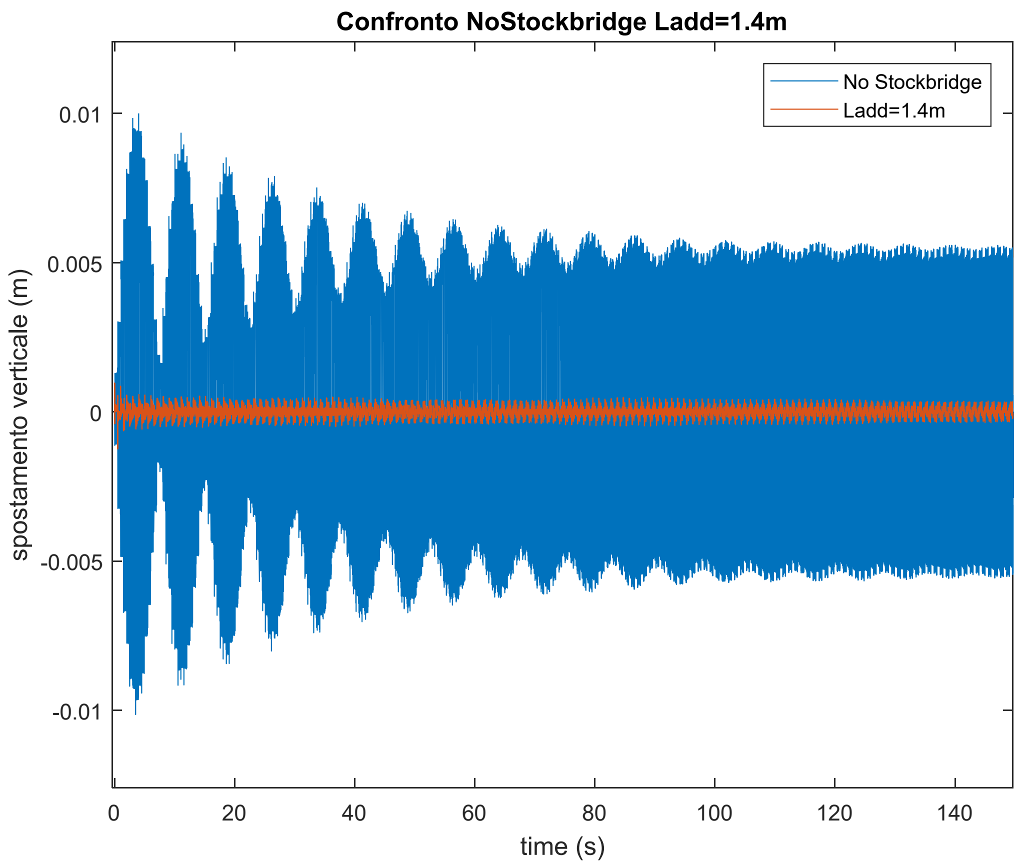


Figura 68 Analisi presenza dispositivo, punto d'installazione

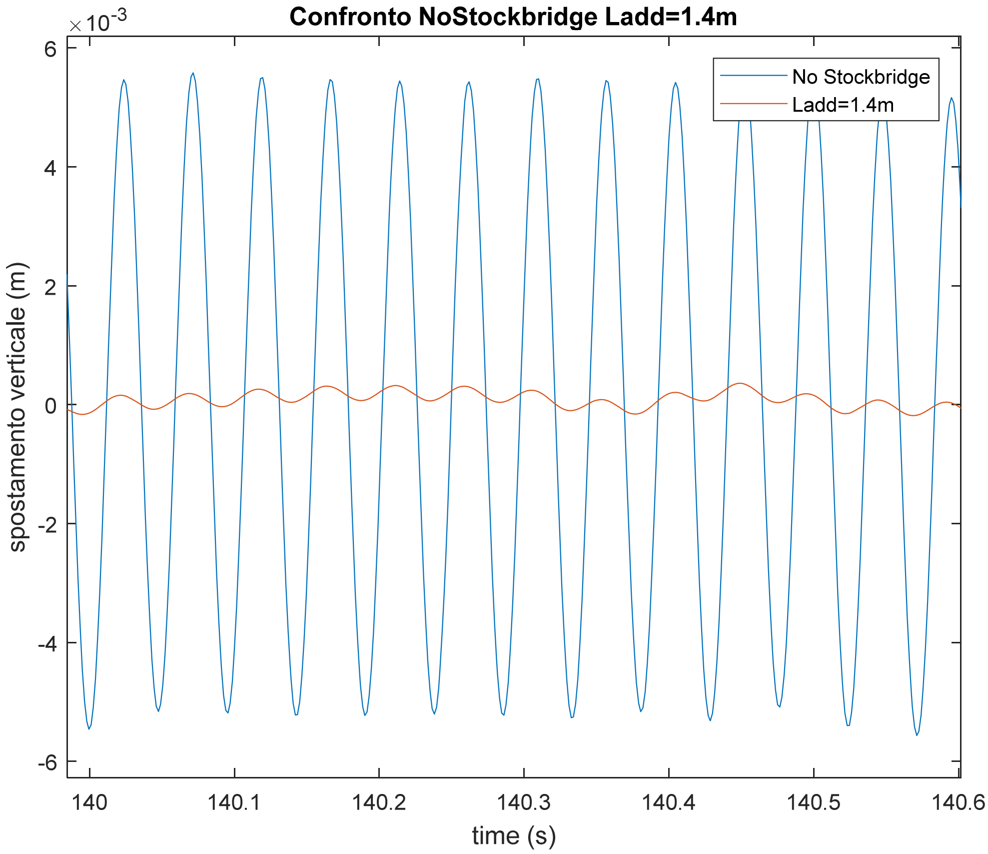


Figura 69 Dettaglio analisi presenza dispositivo, punto d'installazione

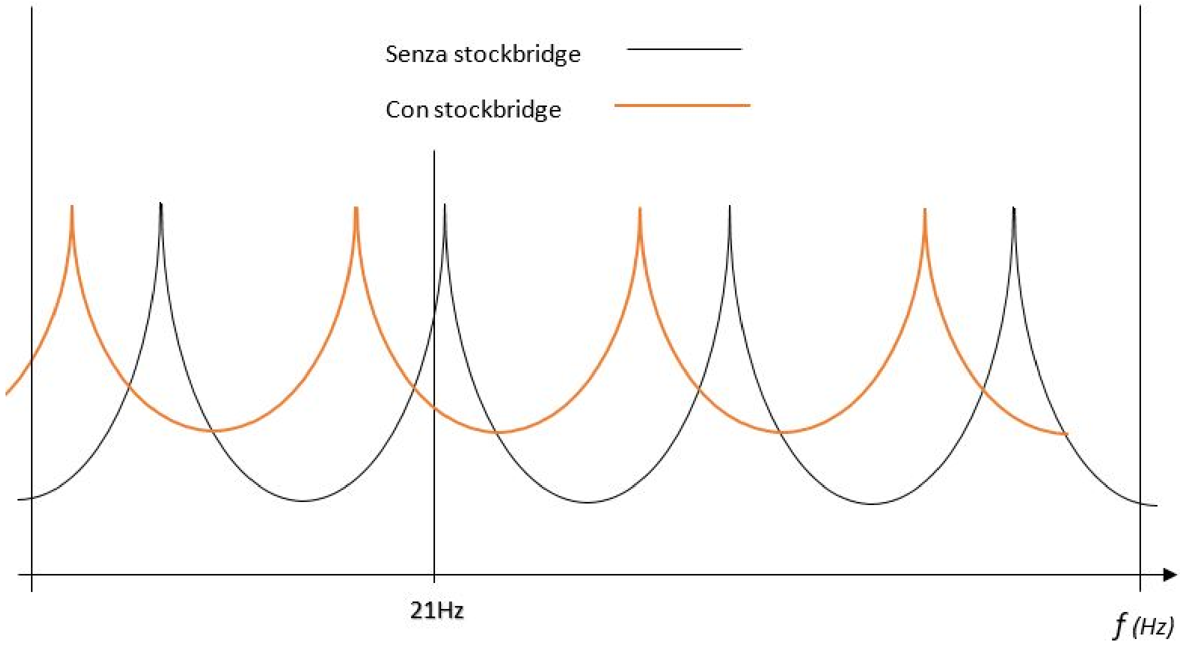


Figura 70 Frequenze di risonanza

È chiaro come le simulazioni condotte con forzante a frequenza costante abbiano una dipendenza importante dalle frequenze proprie del sistema. Ciò che infatti potrebbe succedere, espresso dalla Figura 70, è che fissati i due spettri in frequenza del conduttore, con e senza Stockbridge, l'ampiezza di vibrazione del caso con smorzatore sia minore solo perché più lontana dalla frequenza di risonanza e non per la presenza del dispositivo.

Si rendono necessarie quindi simulazioni con frequenza della forzante variabile.

4.3.2 Forzante con frequenza variabile

Le simulazioni con frequenza variabile si sviluppano su un tempo totale di $200s$. Prevedono una prima fase (0-$100s$) in cui, analogamente al caso precedente, in cui la forzante presenta frequenza costante fissa a $21Hz$ per poi aumentare linearmente nell'arco temporale che va dai 100s ai 200s fino ad arrivare ad una frequenza di $25Hz$ in corrispondenza dell'istante finale.

La frequenza massima vale quindi $f_{vs} = 25Hz$ e, per la (1.1) e la (1.4), ciò implica una modifica della velocità del vento V e del modulo della forzante F_0. Essendo la differenza minima e di più complessa implementazione nel codice MATLAB essa è stata trascurata mantenendo il modulo della forza costante.

Si eseguono le stesse simulazioni del caso con forzante a frequenza costante, funzioni del posizionamento dello Stockbridge L_{add}, della lunghezza di campata L, del carico assiale T e della presenza o meno del dispositivo. I parametri sono esattamente gli stessi e non vengono di seguito riportati.

4.3.2.1 Posizionamento Stockbridge L_{add}

Un conduttore di questo tipo presenta frequenze di risonanza praticamente ogni intervallo di $1Hz$, in alcuni casi anche meno. Ciò si può notare nel tratto $100s$-$200s$ in cui la frequenza varia e, ricordando le considerazioni del grafico di Figura 70, ciò fa in modo che l'ampiezza di vibrazione sia amplificata sia nel caso senza dispositivo che in tutti e tre i casi di L_{add} considerati. Vale comunque che in ogni situazione ($1.4m$, $1.7m$ e $2m$) l'ampiezza è minore del caso senza smorzatore, (Figura 72), sia in corrispondenza del traliccio che a metà campata.

Sul traliccio la soppressione è, come ci si aspettava, minore con lo stockbridge più vicino. Sulla metà campata la differenza è trascurabile tra le tre situazioni con L_{add} diversi e risulta sempre minore del caso senza dispositivo, (Figura 76).

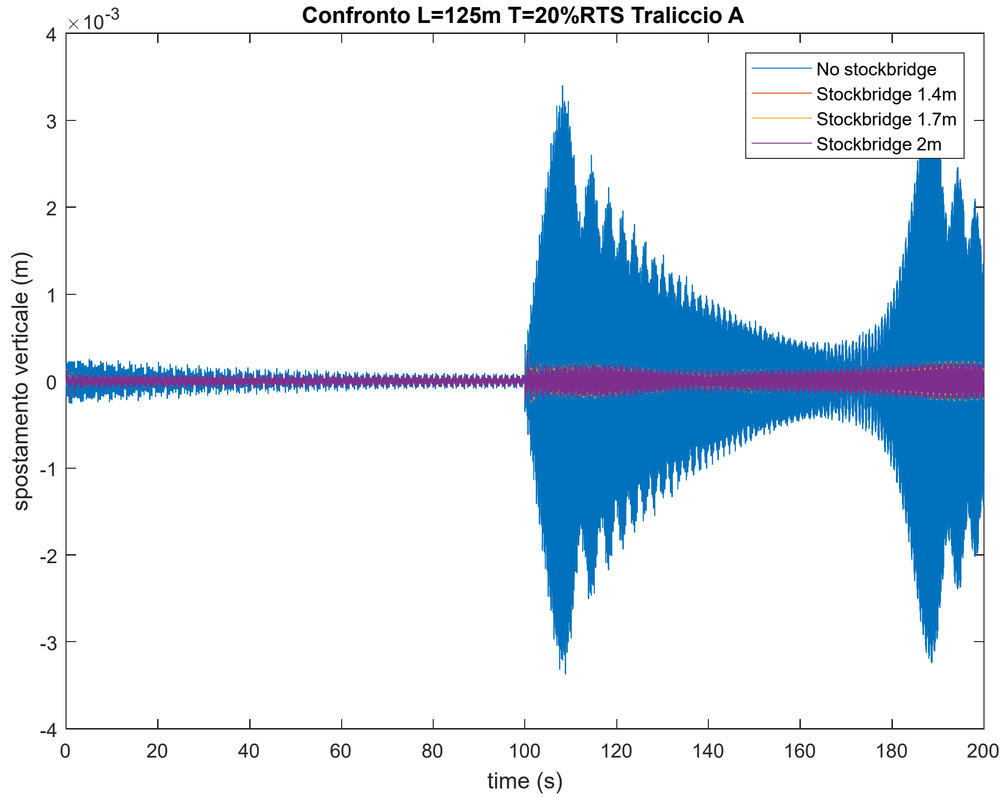


Figura 71 Analisi L_{add} e senza dispositivo, Traliccio, freq. variabile

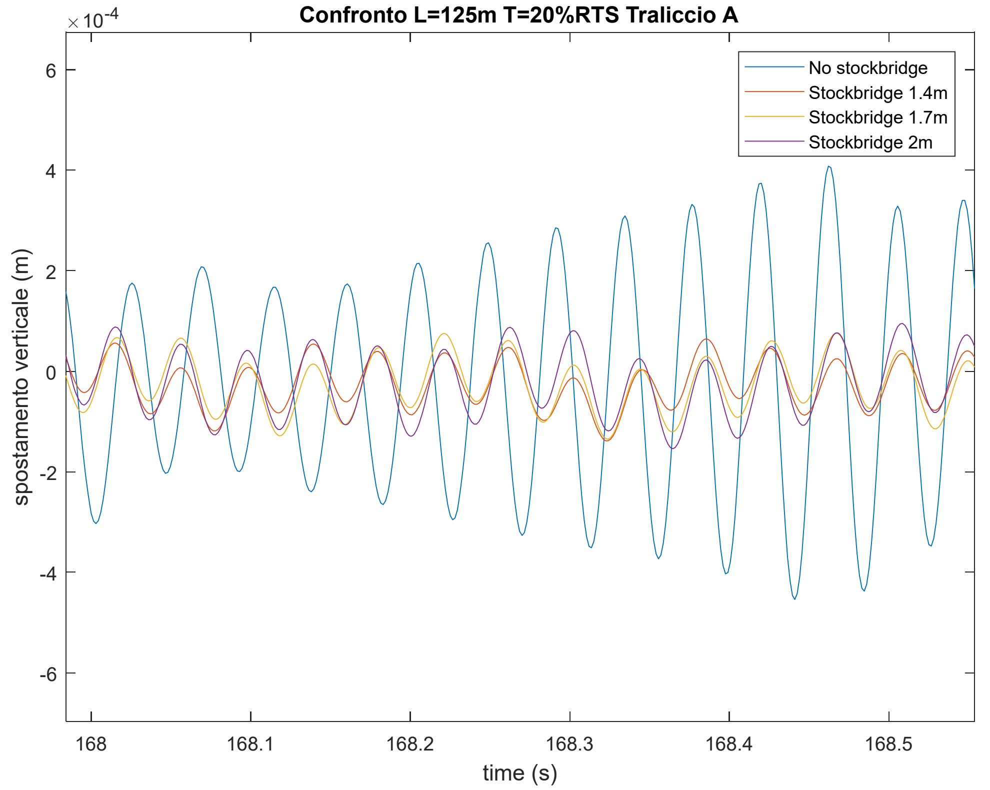


Figura 72 Dettaglio analisi L_{add} e senza dispositivo, Traliccio, freq variabile

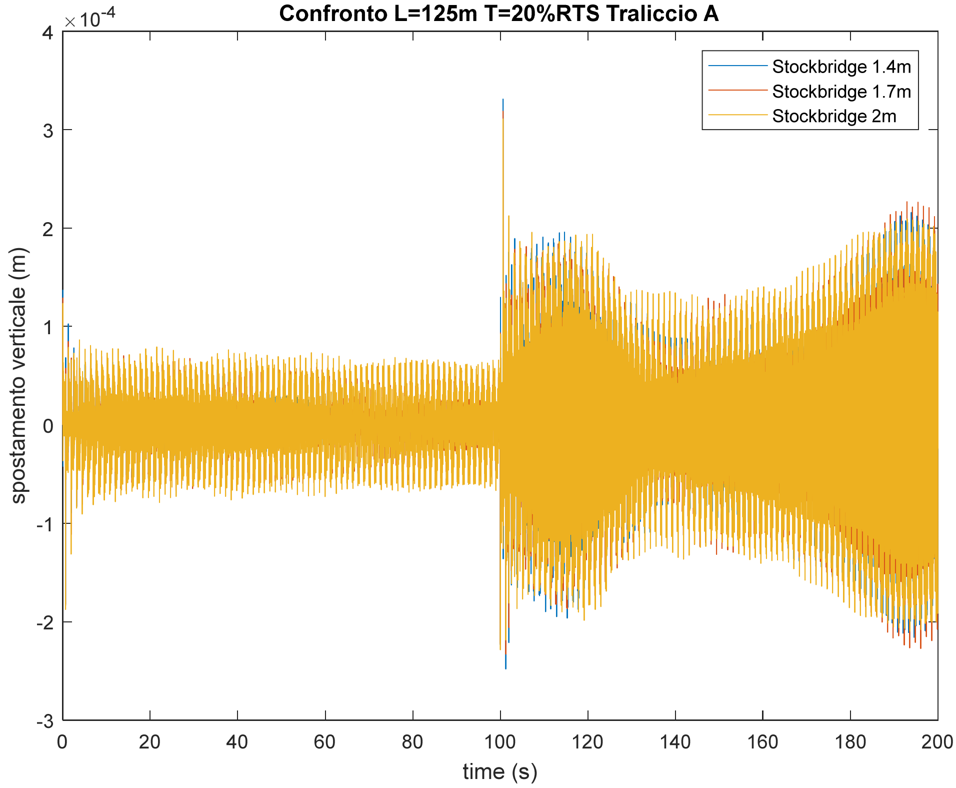


Figura 73 Analisi L_{add}, Traliccio, freq variabile

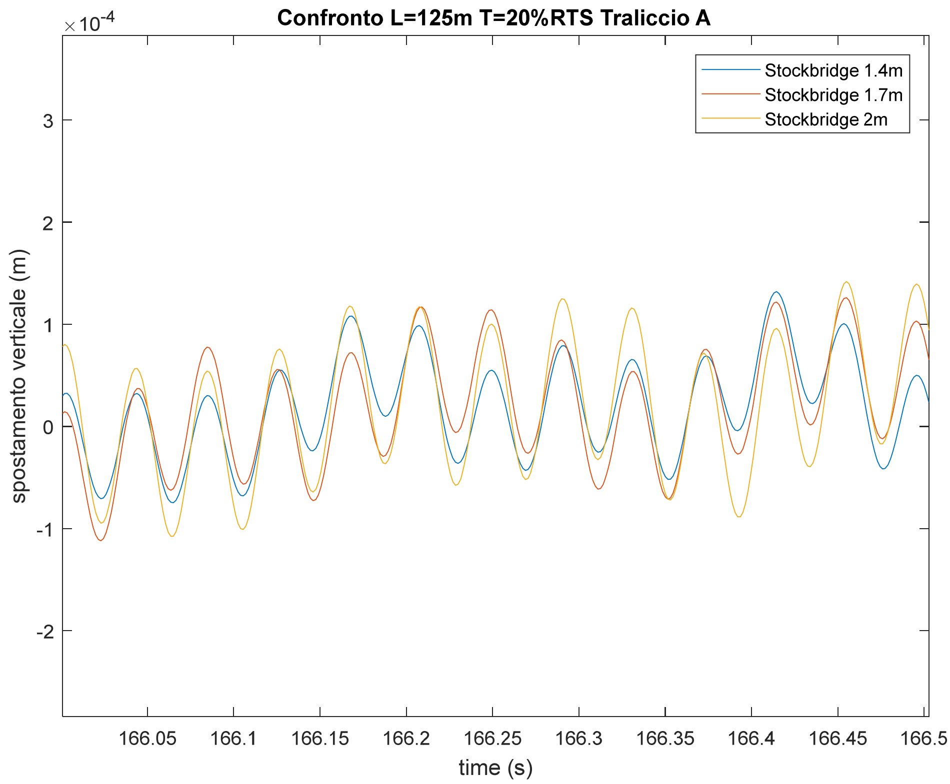


Figura 74 Dettaglio analisi L_{add}, Traliccio, freq variabile

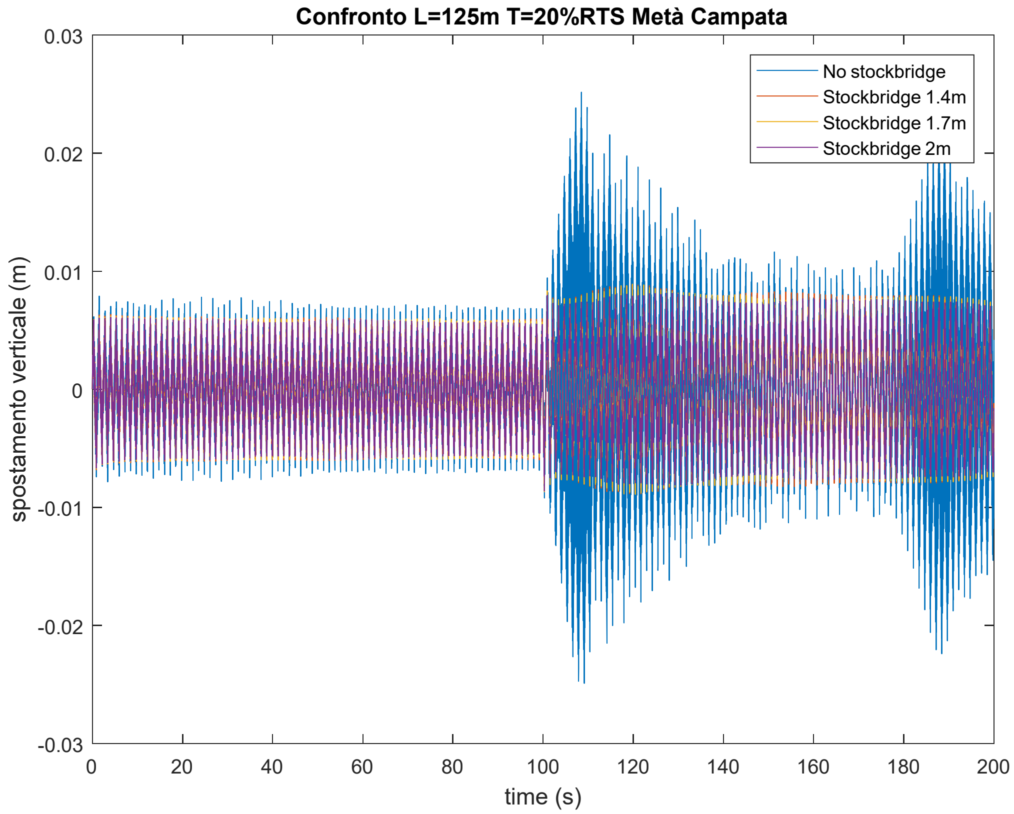


Figura 75 Analisi L_{add} e senza dispositivo,Metà campata, freq variabile

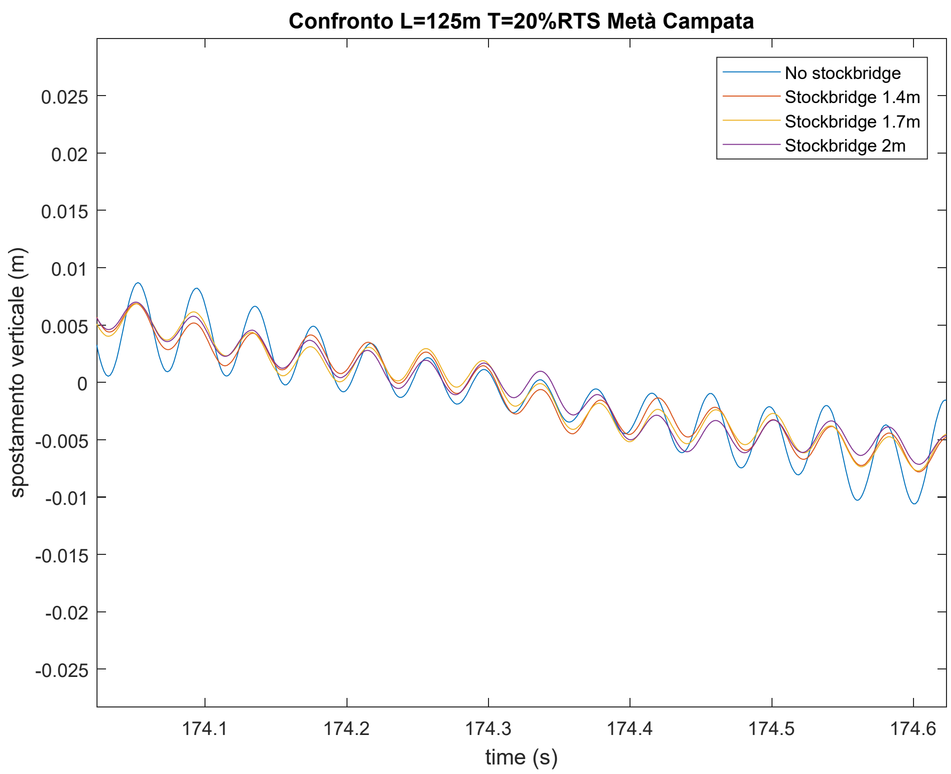


Figura 76 Dettaglio analisi L_{add} e senza dispositivo,Metà campata, freq variabile

4.3.2.2 Lunghezza *L*

Analogamente al caso con forzante a frequenza costante, l'analisi in funzione della lunghezza di campata è influenzata dal cambio delle frequenze di risonanza. La conferma è il grafico di Figura 77 in cui si può vedere che il conduttore va in risonanza in istanti di tempo differenti, poiché son appunto diverse le frequenze proprie dei tre conduttori considerati.

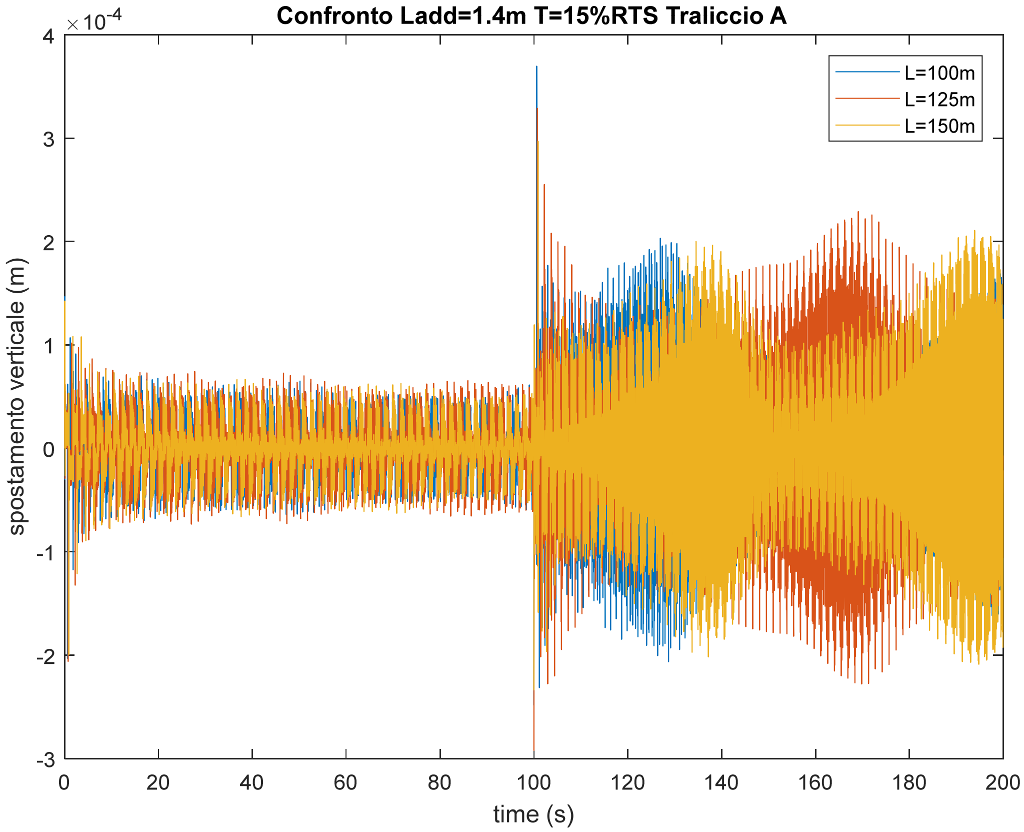


Figura 77 Analisi L,Traliccio, freq variabile

4.3.2.3 Tensione T

Come l'analisi in funzione della lunghezza L anche con il carico assiale T vengono modificate le frequenze di risonanze ed il comportamento è visibile nei grafici di Figura 78. Tutto ciò vale sia nel caso di dispositivo presente sia di dispositivo assente, Figura 80.

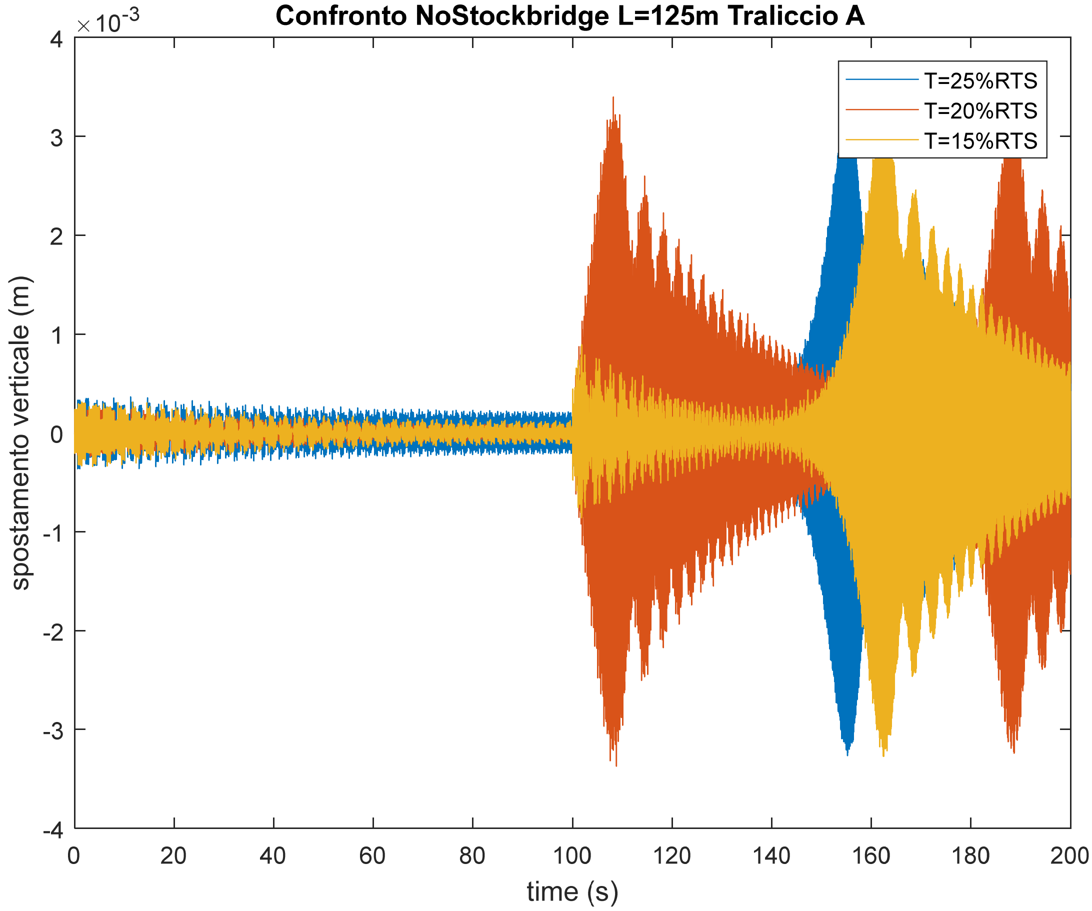


Figura 78 Analisi T, Traliccio, freq variabile

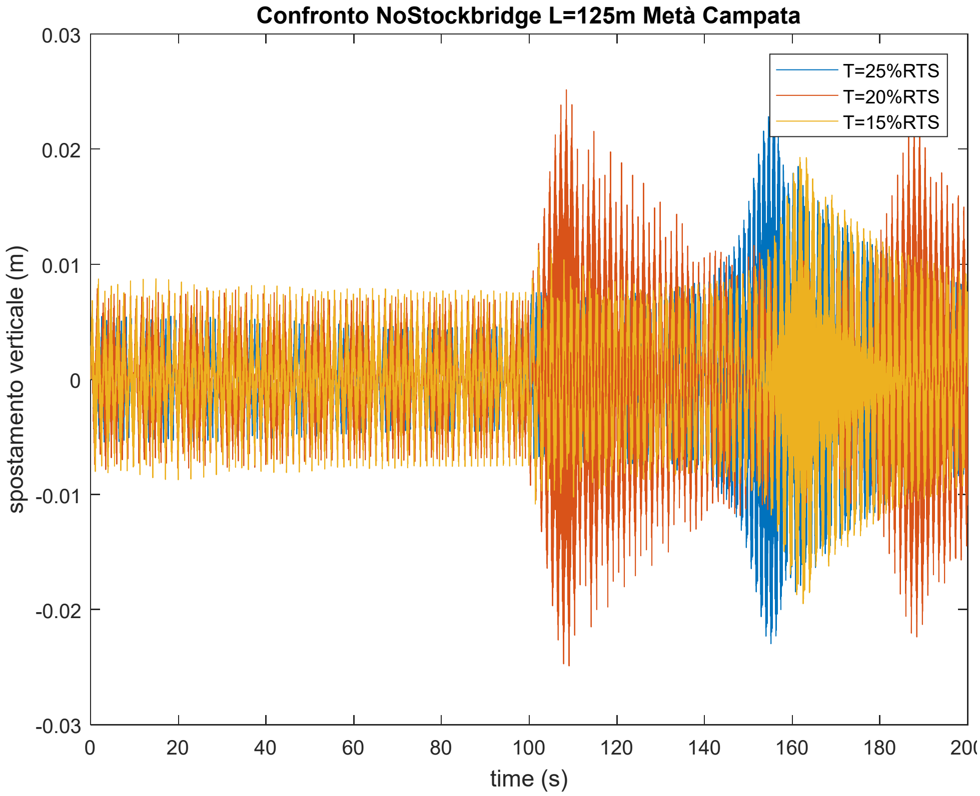


Figura 79 Analisi T e senza dispositivo,Metà campata, freq variabile

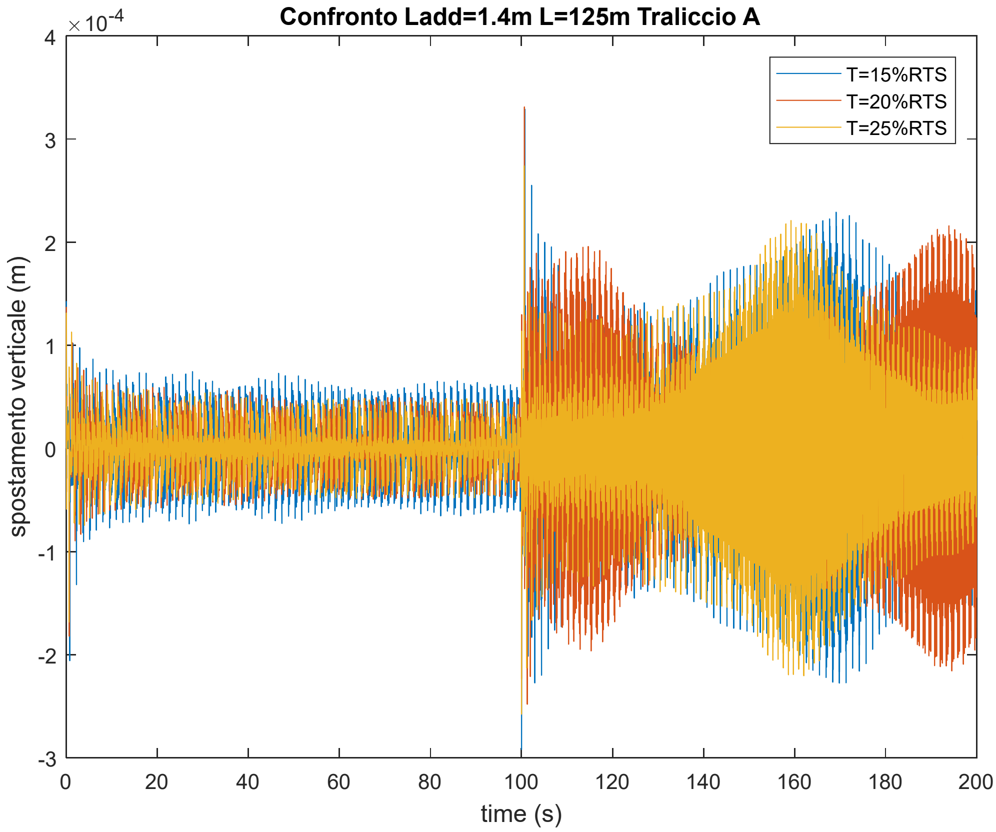


Figura 80 Analisi T con dispositivo,Traliccio, freq variabile

4.3.2.4 Presenza dello Stockbridge

La soppressione è presente anche nel caso di frequenza variabile della forzante, Figura 81. Questo è molto importante poiché si avvicina molto al caso reale, in cui la velocità del vento non è ovviamente costante e quindi la stessa frequenza, per la (1.1), non lo è. Come ci si aspettava la soppressione nel caso di forzante con frequenza variabile è comunque minore rispetto al caso di forzante con frequenza costante, confronto tra Figura 69 e Figura 82. Questo perché prima è stata considerata una frequenza pari proprio ad una delle frequenze proprie del dispositivo, corrispondente quindi ad una frequenza in cui le prestazioni del dispositivo, per quello che è il suo compito, sono massime.

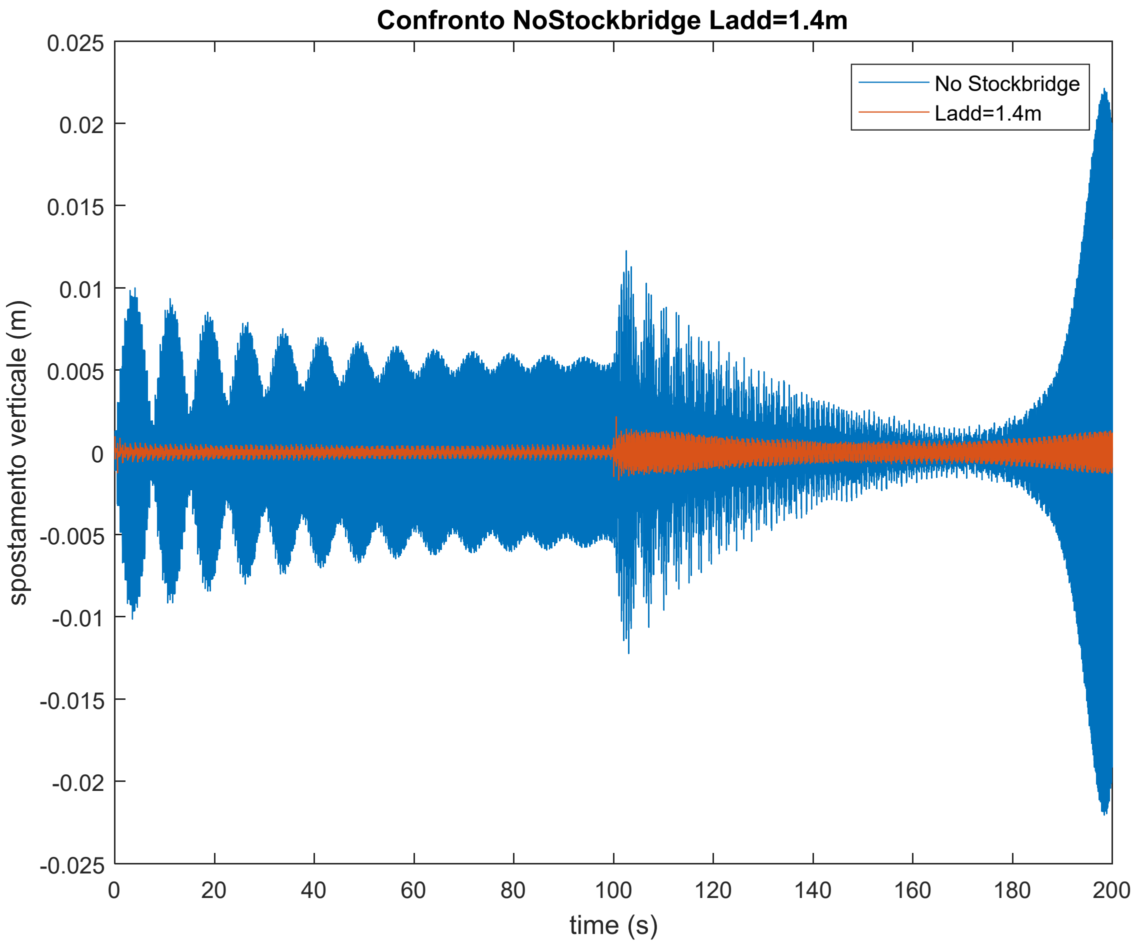


Figura 81 Analisi presenza dispositivo, freq variabile

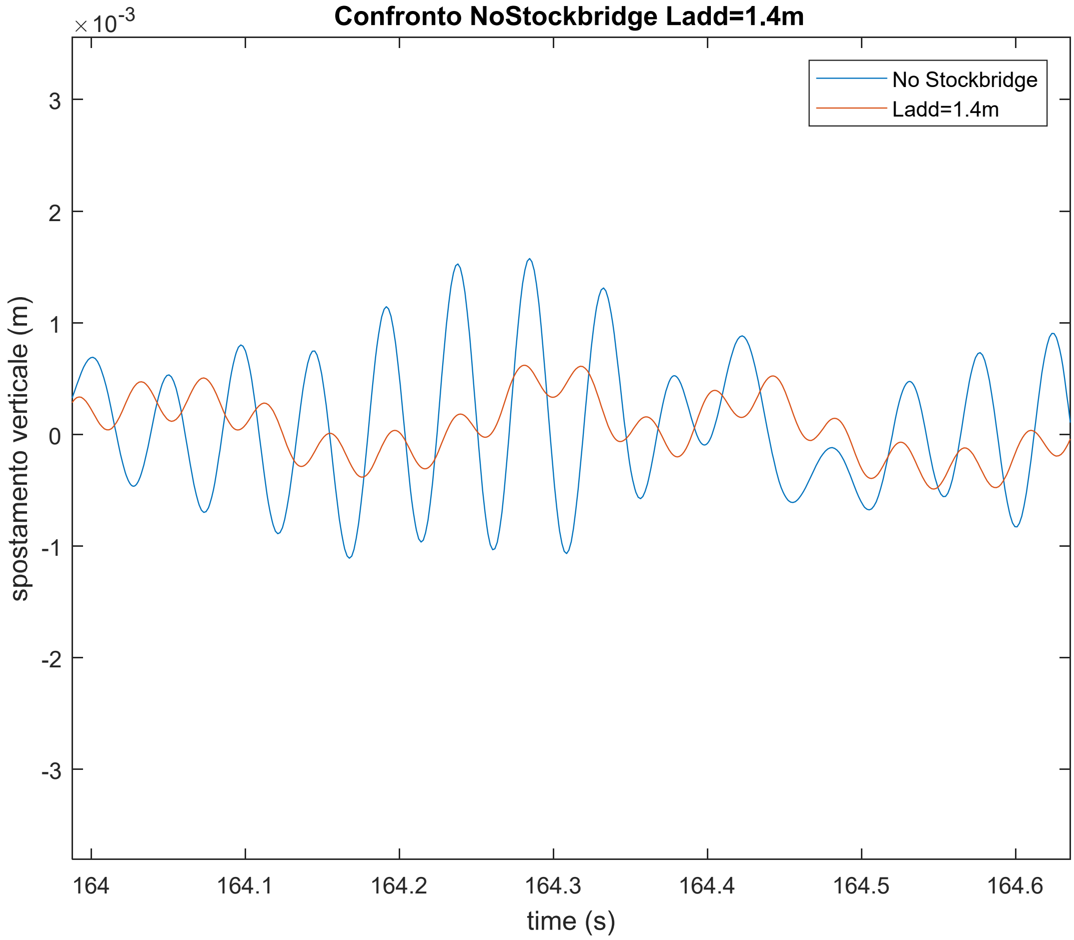


Figura 82 Dettaglio analisi presenza dispositivo, freq variabile

In ultima analisi si effettua una simulazione in cui, dello stesso sistema 1DOF modellato per avere frequenza propria a $21Hz$, si vuole valutarne l'efficacia quando l'azione del vento è modellata come una forza armonica avente frequenza random in ogni istante di tempo. Ciò che ci si aspetta è una soppressione dell'ampiezza di vibrazione esclusivamente in alcuni istanti di tempo, ovvero quelli in cui la frequenza della forzante si avvicina a quella di risonanza del dispositivo.

Nello specifico si è creata una forzante random, Figura 83, filtrata attraverso un filtro passa-basso a $30Hz$ il cui grafico è riportato in Figura 84. Successivamente la forzante filtrata, Figura 85, è stata scalata in ampiezza tale da far corrispondere l'ordine di grandezza con quello verificato in precedenza.

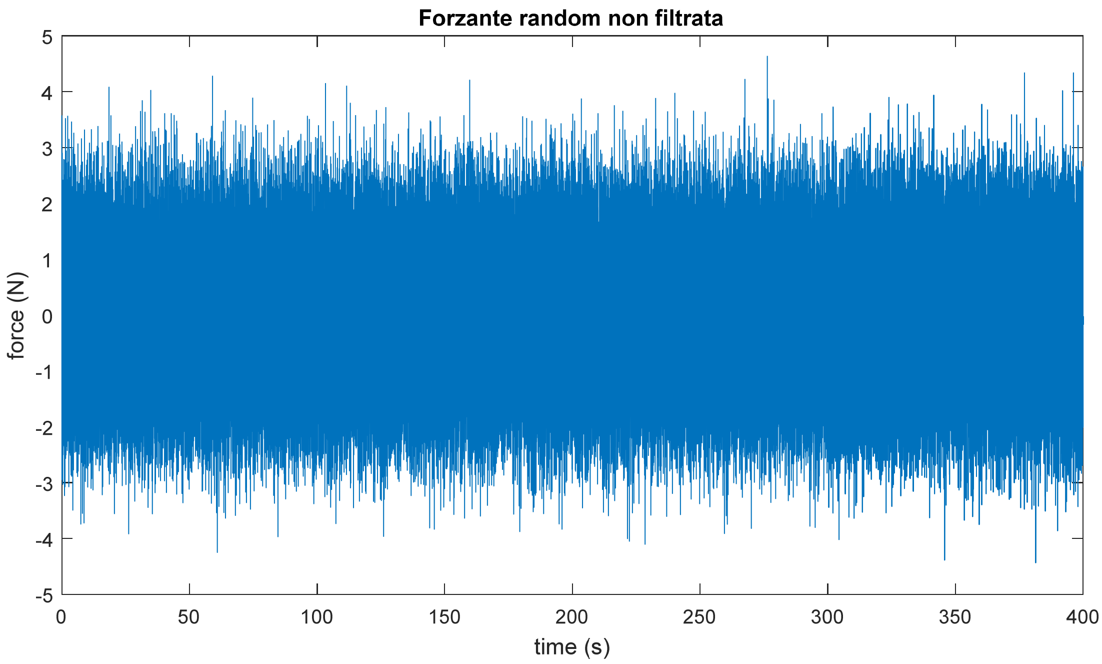


Figura 83 Forzante random non filtrata

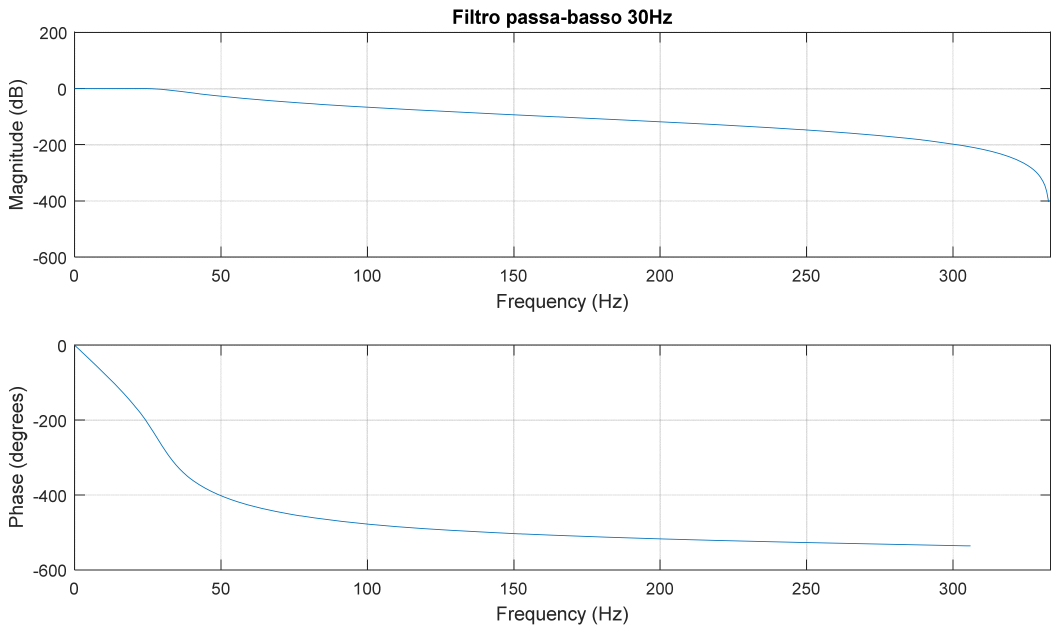


Figura 84 Filtro passa basso 30Hz

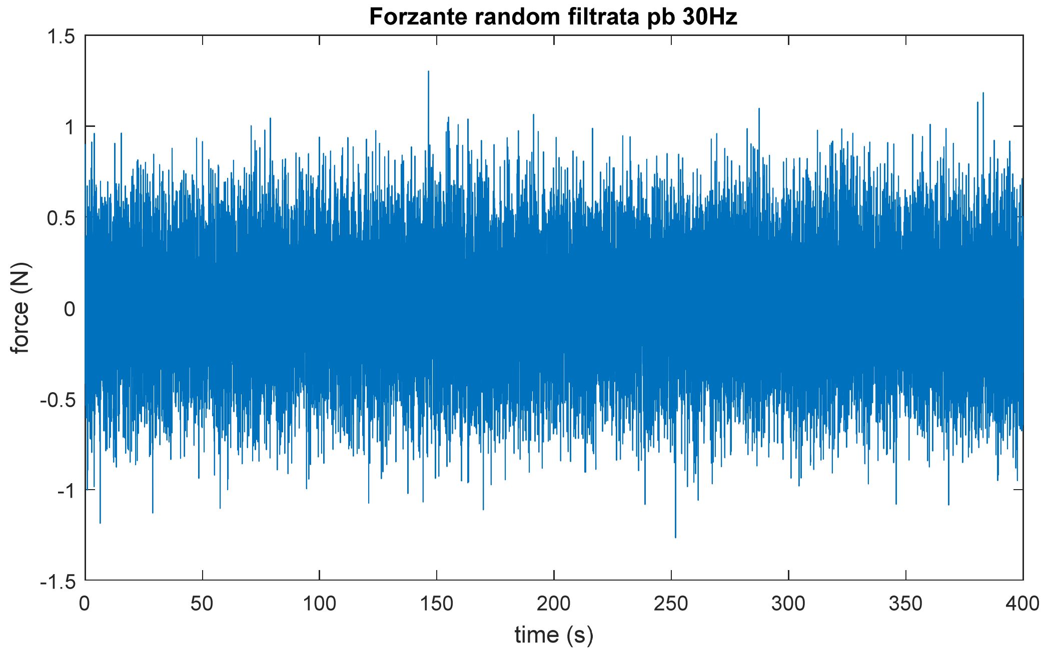


Figura 85 Forzante random filtrata

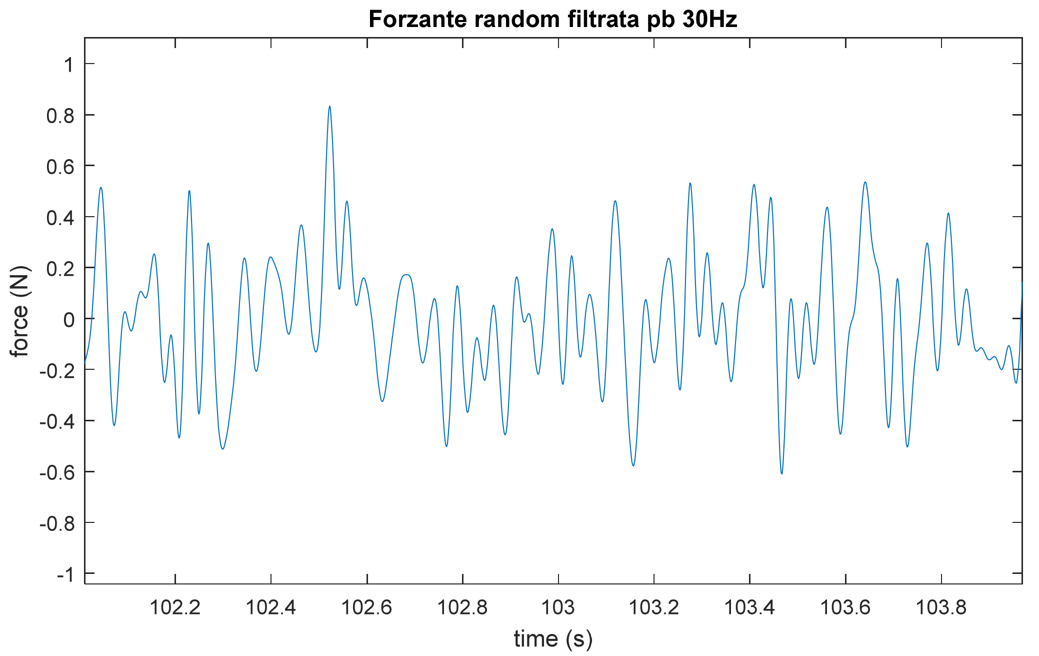


Figura 86 Dettaglio post filtro

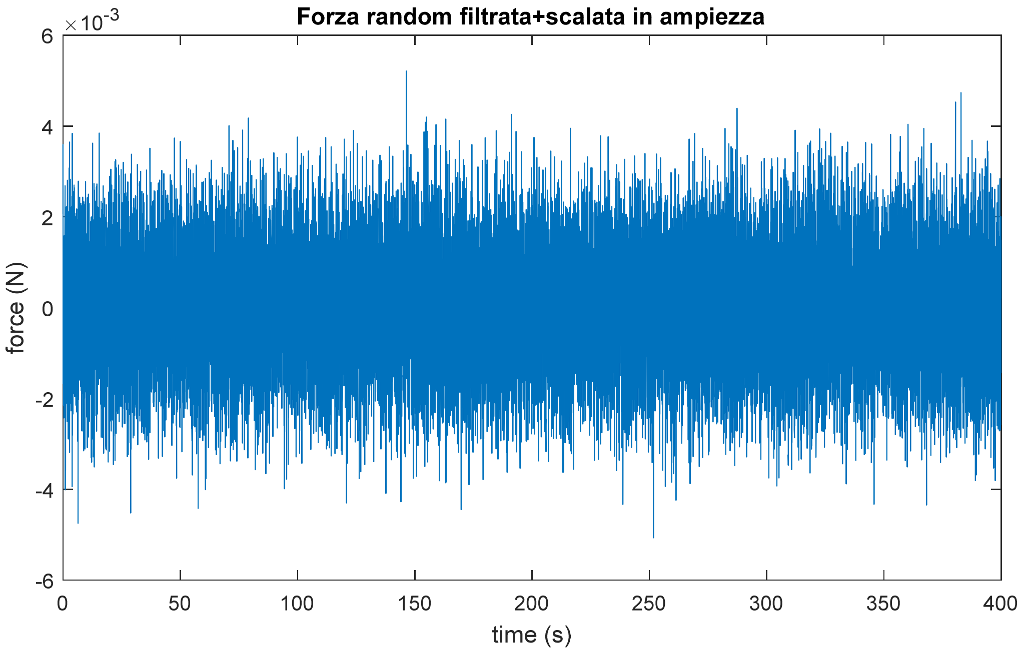


Figura 87 Forzante random filtrata modulata in ampiezza

Sono eseguite le due simulazioni, con e senza lo smorzatore di tipo Stockbridge, in maniera analoga a quanto fatto precedentemente. Si è valutata la risposta sia nel nodo più vicino al traliccio, punto interessante in relazione all'usura del materiale del conduttore, e in corrispondenza di metà campata, più utile per motivi funzionali. I risultati sono riportati rispettivamente in Figura 88 e Figura 90.

I risultati confermano quanto ci si attendeva. Il miglioramento con l'introduzione dello smorzatore non è presente per tutta la durata della simulazione, non risulta nemmeno molto significativo in alcuni istanti di tempo. Ciò è riconducibile alla definizione stessa di assorbitore dinamico, cosa che lo smorzatore Stockbridge è, infatti con esso la vibrazione risulta fortemente attenuata solo quando la frequenza della forzante o eccitazione esterna coincide con la frequenza propria dell'assorbitore.

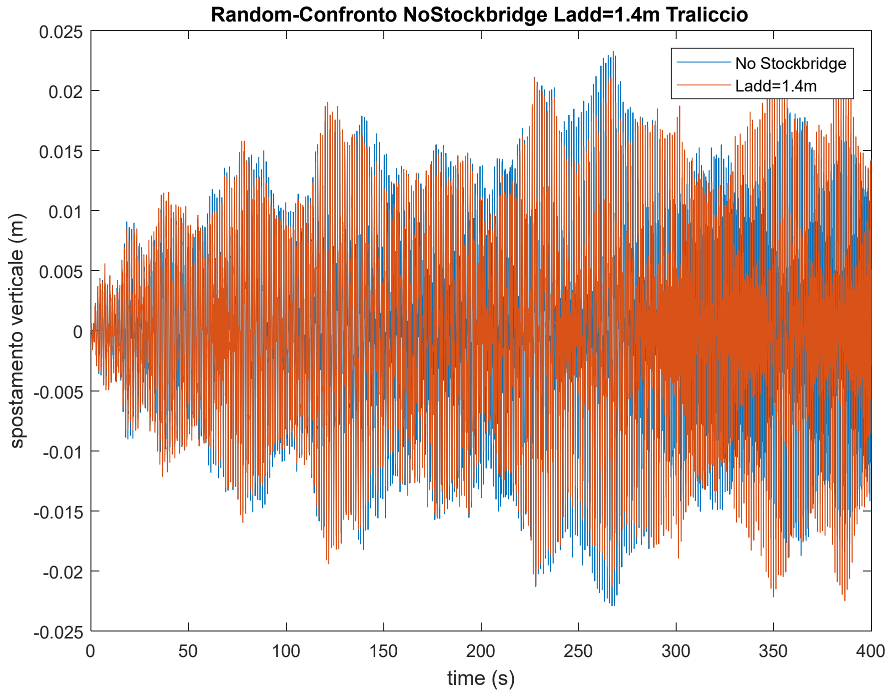


Figura 88 Analisi stockbridge, freq random, Traliccio

Le stesse considerazioni valgono per la soppressione misurata a metà campata.

Si capisce quindi quanto sia di fondamentale importanza la progettazione del dispositivo conseguente ad un'analisi a priori del conduttore su cui deve essere montato lo smorzatore, le sue frequenze di risonanza ed il suo diametro, e delle zone che la rete elettrica di cui il cavo fa parte deve attraversa, in relazione alla velocità del vento presente in esse. Uno dei vantaggi dello smorzatore Stockbridge è che può contare su 4 frequenze proprie che opportunamente modellate possono coprire il range di frequenza di utilizzo della campata.

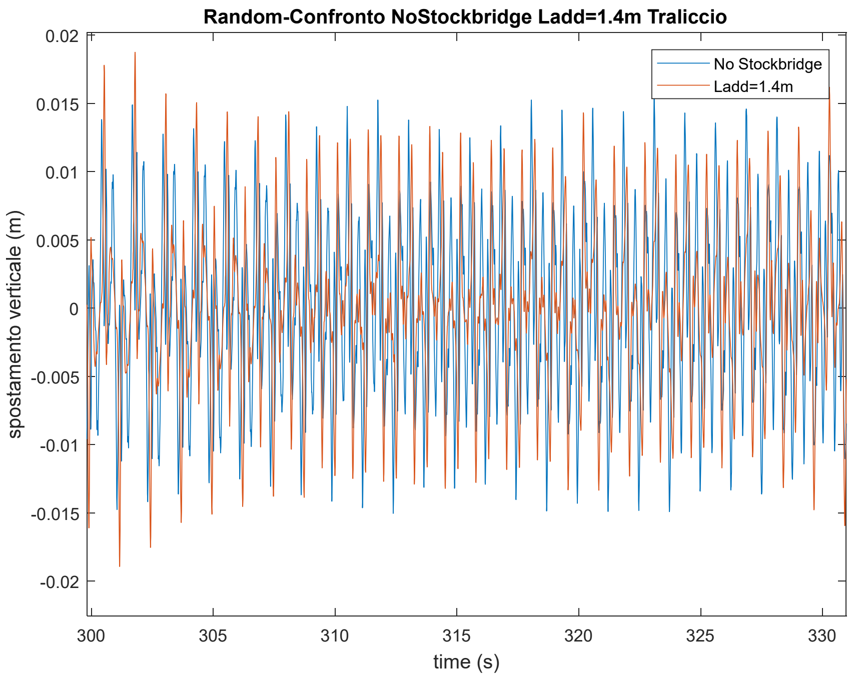


Figura 89 Dettaglio regime analisi stockbridge, freq random, Traliccio

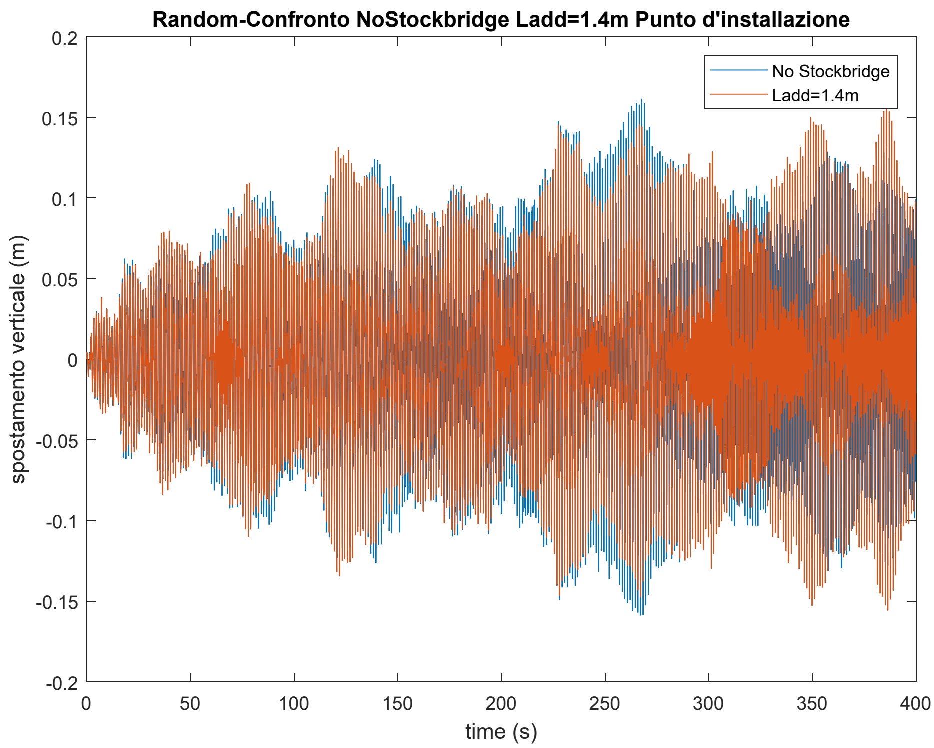


Figura 90 Analisi stockbridge, freq random, Metà campata

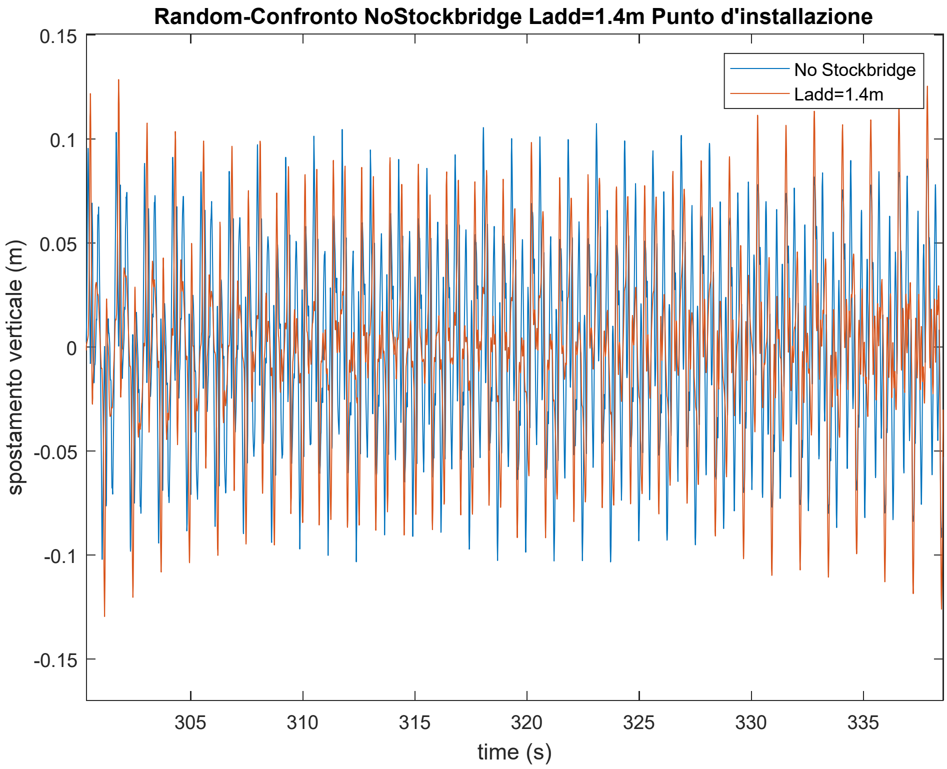


Figura 91 Dettaglio regime analisi stockbridge, freq random, Metà campata

Conclusioni e sviluppi futuri

Nel presente elaborato si è affrontato lo studio e la caratterizzazione di un dispositivo smorzante per cavi tesi, lo smorzatore Stockbridge. Nello specifico:

- si è descritto il principio di funzionamento ed eseguita la caratterizzazione delle curve di funzionamento del dispositivo;
- si è creato un modello analitico a 6 gradi di libertà in grado di simulare la curva di funzionamento sperimentale ottenuta in laboratorio;
- si è validato il modello attraverso il tool SolidWorks Simulation;
- si è creato un modello FEM in grado di simulare il funzionamento del dispositivo montato su un conduttore.

L'analisi delle prove sperimentali ha permesso di verificare la presenza di un comportamento fortemente non lineare del dispositivo legato alla struttura del cavo messaggero. Inoltre è stato possibile approfondire il criterio di scelta del tipo di smorzatore per un determinato tratto di linea, in funzione del diametro del conduttore e della velocità del vento e quindi alla regione di installazione.

Il modello analitico dello smorzatore è in grado di replicare i risultati della prova sperimentale con buona approssimazione. Le modifiche apportate al modello già esistente, in particolare il considerare il cavo messaggero come una trave di Eulero-Bernoulli e il considerare il baricentro delle masse nell'effettiva posizione e non nel punto di contatto cavo-massa, ha permesso di aumentare la precisione del fitting e il range di frequenze in cui il modello ha un buon funzionamento. Nonostante ciò la scelta del parametro EI della rigidezza flessione dei tratti di cavo è stata effettuata solo in maniera approssimata.

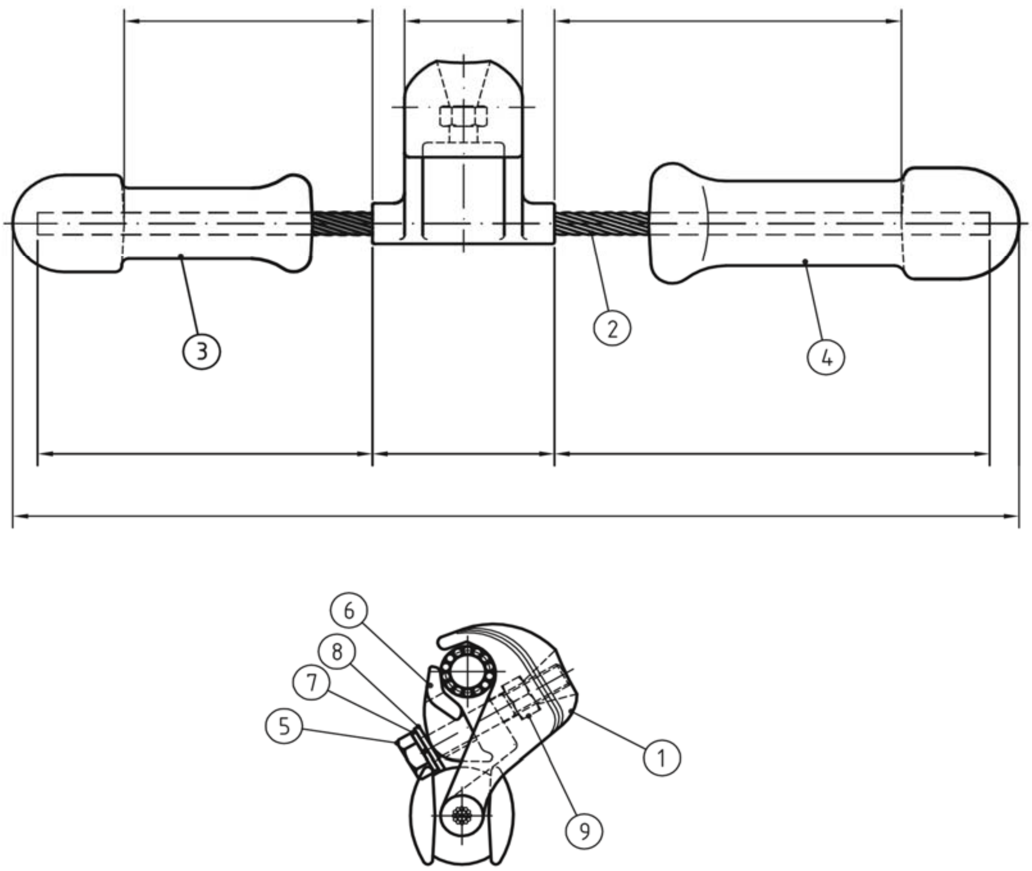
L'interazione tra il cavo e lo smorzatore Stockbridge, sviluppata nel capitolo 4, ha permesso di verificare l'effetto smorzante del dispositivo, semplificato come un sistema ad 1gdl. Coi risultati delle simulazioni si è verificato che lo smorzatore di tipo Stockbridge ha prestazioni ottimali quando la forzante del vento si avvicina ad una sua frequenza di risonanza. Le prestazioni decadono qualora la frequenza della forzante sia lontana da una delle frequenze proprie del dispositivo, condizione in cui l'effetto smorzante è limitato. Da non dimenticare la differenza in termini di peso (circa 60kg di cavo vs 3kg di Stockbridge). Il comportamento era quell'atteso in quanto lo smorzatore è un assorbitore dinamico multifrequenza. Si capisce quindi la fondamentale importanza di una corretta progettazione in termini di forma, dimensioni e peso del dispositivo per ottimizzare le frequenze proprie di quest'ultimo con il range di lavoro in cui deve lavorare.

Studi futuri riguardanti la relazione tra la rigidezza flessionale e la curvatura del cavo in funzione della sua struttura, numero di strati e trefoli, potrebbero portare ad una completa parametrizzazione della curva di funzionamento con possibilità di ottenerla prima della costruzione fisica dello smorzatore.

Poter prevedere in maniera precisa la curva di funzionamento permetterebbe di poter ottimizzare la scelta dei parametri per essere sempre nei limiti di forza richiesta minimizzando il costo unitario del dispositivo.

Appendice

[A]



Nr.	DENOMINAZIONE	Q.tà	MATERIALE	DISEGNO Nr.	Cod. MAGAZZINO
01	CORPO SMORZATORE (BODY)	01			-
02	CAVO MESSAGGERO	01			-
03	MASSA SMORZATORE (MASS)	01			-
04	MASSA SMORZATORE (MASS)	01			-
05		01			-
06		01			-
07		01			-
08		01			-
09		01			-

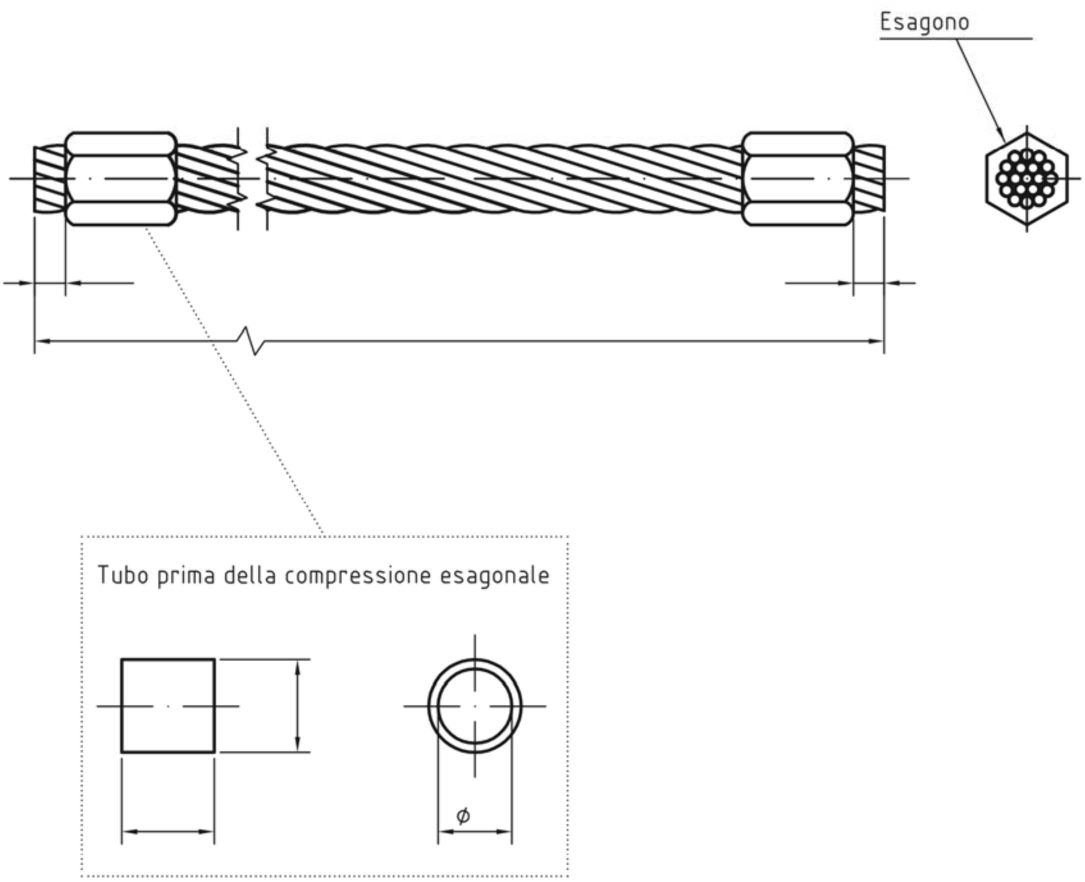
MODIFICHE		
Rev. 1		Aggiornato cartiglio, aggiornata tabella componenti in italiano e inglese, aggiunta tolleranza peso, aggiunti tasselli scritte
Rev. 0	- --	Prima emissione

MATERIALE / MATERIAL	DIS.
TRATTAMENTO / TREATMENT	VISTO
PESO / WEIGHT (Kg)	SCALA/SCALE: -
FORM./SIZE	A4
DISEGNO N° / DRWG N°	

DENOMINAZIONE / DESCRIPTION

SMORZATORE DI VIBRAZIONI PER FUNE
DI GUARDIA CON

[B]

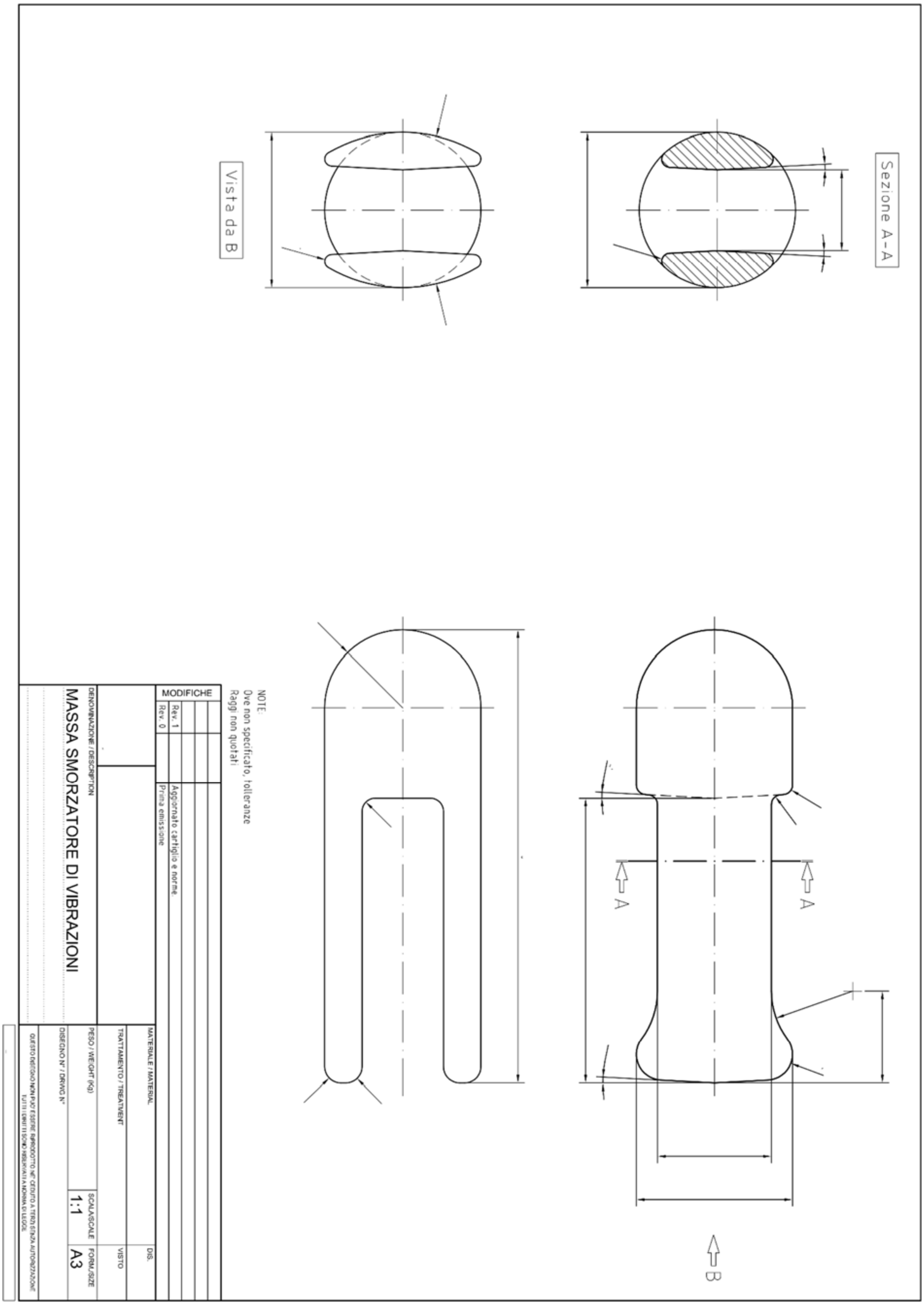


NOTE
-Dimensioni cavo:
-Materiale cavo:
Materiale tubo:

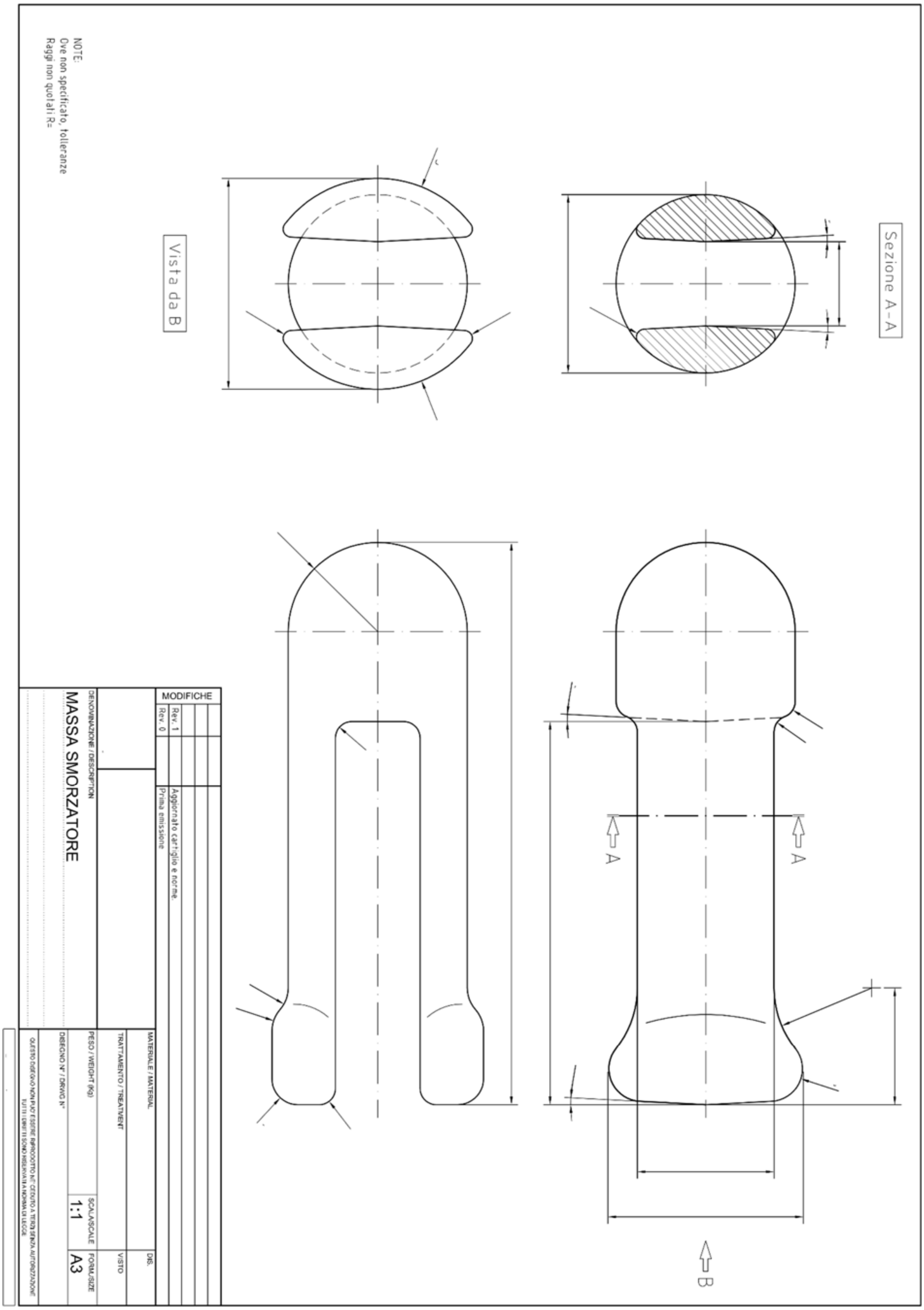
MODIFICHE		
Rev.2		Modificata tolleranza su tagio da
Rev. 1		Aggiornato cartiglio
Rev. 0		Prima emissione

		MATERIALE / MATERIAL		DIS.
		TRATTAMENTO / TREATMENT		VISTO
DENOMINAZIONE / DESCRIPTION CAVO MESSAGGERO		PESO / WEIGHT (Kg)	SCALA/SCALE 1:1	FORM./SIZE A4
		DISEGNO N° / DRWG N°		

[C]


Vista da B
Sezione A-A
A
A
B
NOTE:
Ove non specificato, tolleranze
Raggi non quotati
MODIFICHE
Rev. 1
Aggiornato cartiglio e norme
Rev. 0
Prima emissione
DENOMINAZIONE / DESCRIPTION
MASSA SMORZATORE DI VIBRAZIONI
MATERIALE / MATERIAL
DIS.
TRATTAMENTO / TREATMENT
VISTO
PESO / WEIGHT (Kg)
SCALA/SCALE
1:1
FORM./SIZE
A3
DISEGNO N° / DRWG.N°

[D]


NOTE:
Ove non specificato, tolleranze
Raggi non quotati R=
Vista da B
Sezione A-A
A
A
B
MODIFICHE
Rev. 1
Aggiornato cartiglio e norme.
Rev. 0
Prima emissione
DENOMINAZIONE / DESCRIPTION
MASSA SMORZATORE
MATERIALE / MATERIAL
TRATTAMENTO / TREATMENT
PESO / WEIGHT (Kg)
DISEGNO N° / DRWG.N°
SCALA/SCALE
1:1
FORM./SIZE
A3
DIS.
VISTO

[E]

CERTIFICATO DI COLLAUDO n. del

secondo UNI EN 10204 - 3.1

FUNE ACCIAIO ZINCATO DIA.MM. 9,75 FORM. 18 x 1,95 + 1 x 1,80
NORME CEI TIPO 135

FILO N.	Diam. mm	Sezione mm²	Carico di rottura daN	Resistenza unitaria daN/mm²			Allungamento su 200 mm %			Prova di avvolgimento su mandrino 1 X D	Massa del rivestimento di Zn g/m²	Uniformità rivestimento	Ader. del rivest. Zn su mandrino 4 X D
Valori richiesti:	- -												
001										OK		OK	OK
002										OK		OK	OK
003										OK		OK	OK
004										OK		OK	OK
005										OK		OK	OK
006										OK		OK	OK
007										OK		OK	OK
008										OK		OK	OK
009										OK		OK	OK
010										OK		OK	OK
011										OK		OK	OK
012										OK		OK	OK
013										OK		OK	OK
014										OK		OK	OK
015										OK		OK	OK
016										OK		OK	OK
017										OK		OK	OK
018										OK		OK	OK
019										OK		OK	OK

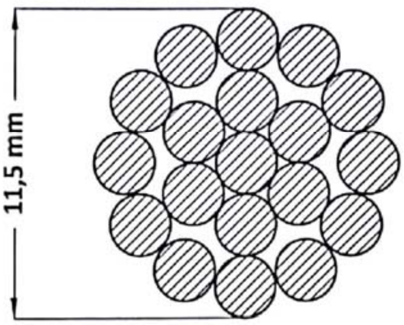
FUNE N.	Bobina n.	Primo strato Diametro mm	Lungh. passo mm		Senso di cordatura	Secondo strato Diametro mm	Lungh. passo mm		Senso di cordatura						Inerzia al taglio	
Valori richiesti:																
001		5,70	52		SINISTRO	9,75	78		DESTRO						OK	

ANALISI CHIMICA	C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Mo	Cu	Al	N	Sn	V
Colata n.													

Note :

[F]

Specifica di componente FUNE DI GUARDIA DI ACCIAIO Ø 11,5 mm	Codifica	
	Rev. del	Pag. 1 di 1



TIPO		23/1	23/2 (*)
TIPO DI ZINCATURA		NORMALE	MAGGIORATA
MASSA UNITARIA DI ZINCO	(g/m²)		
FORMAZIONE		19 x 2,3	19 x 2,3
SEZIONE TEORICA	(mm²)	78,94	78,94
MASSA TEORICA	(kg/m)	0,621	0,638
RESISTENZA ELETTRICA TEORICA A 20 °C	(Ω/km)		
CARICO DI ROTTURA	(daN)	12231	10645
MODULO ELASTICO FINALE	(daN/mm²)	17500	17500
COEFFICIENTE DI DILATAZIONE TERMICA	(K^{-1})	$11,5 \times 10^{-6}$	$11,5 \times 10^{-6}$

(*) Per zone ad alto inquinamento salino.

Bibliografia

[1] PRASAD, D., SINGH, S., AGARWAL, G. **Design and Testing of Stockbridge Vibration Dampers**, Electrical India, 2009.

[2] KASAP, H. **Investigation of Stockbridge Dampers for Vibration Control of Overhead Transmission Lines**, M.Sc Thesis submitted to the graduate school of natural and applied sciences of Middle East Technical University, September 2012.

[3] VECCHIARELLI, J. **Aeolian Vibration of a Conductor with a Stockbridge – Type Damper**, PhD Thesis, University of Toronto, Canada, 1997.

[4] MARCHI, M.E. ,MERINO, V.J.Z **Análise dinâmica de amortecedores tipo stockbridge**, Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

[5] CLAREN, R and DIANA, G. **Mathematical analysis of transmission line vibration**, IEEE Trans Power Apparatus Syst, 1969.

[6] BARBIERI N, et al. **Dynamical Analysis of transmission lines cables: part1–linear theory**, Mecha Syst Sig Process, 2004.

[7] DIANA G, FALCO M, CIGADA A, et al. **On the measurement of overhead transmission lines conductor self-damping**, IEEE Trans Power Apparatus Sys 2000; 15: 285–292.

[8] KIM, C-J **Design sensitivity analysis of a Stockbridge damper to control resonant frequencies,** Department of Mechanical Design Engineering, Pukyong National University, March 2017.

[9] LEBLOND, A., HARDY, C. **On the estimation of a 2 x 2 complex stiffness matrix of symmetric stockbridge-type dampers**, Proc. 3rd Int. Symp. Cable Dynamics, Trondheim, Norway, Aug. 1999.

[10] DIANA, G. et al. **Stockbridge – Type Damper Effectiveness Evaluation: Comparison Between Tests on Span and on the Shaker**, IEEE Transactions on Power Delivery, v. 18, n.4, October 2003.

[11] MEIROVITCH, L., **Elements on vibration analysis**, College of Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1986.

[12] GENTA, G., AMATI, N. **On the equivalent viscous damping for systems with hysteresis**, Febbraio 2018.

[13] DE JONG, B.C **Analytical and experimental analysis of the capacity of steel wire ropes subjected to forced bending**, M.Sc Thesis submitted to the faculty of Civil Engineering and Geoscience, TU Delft, October 2015.

[14] DOS SANTOS, J.M.M **Modelling and analysis of wind-excited vibrations of transmission lines**, M.Sc Thesis submitted to the faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2015.

[15] FASANA, A., MARCHESIELLO, S. **Meccanica delle vibrazioni**, Clut, 2006.