



Dipartimento di Energia

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Energetica e Nucleare

I mercati elettrici italiani e pricing di opzioni finanziarie: applicazione del modello HJM

Candidata

Silvia Bongiovanni

Relatore

prof. Vittorio Verda

Tutor aziendale

Ing. Daniele Castiglia

Anno 2018

*A me stessa,
alla forza che non credevo di avere.*

*A mio nonno Gianni,
nella speranza di renderti orgogliosa.*

*‘È davvero meraviglioso che io non abbia lasciato perdere
tutti i miei ideali perché sembrano assurdi e impossibili da realizzare.
Eppure me li tengo stretti perché, malgrado tutto,
credo ancora nell’intima bontà dell’uomo.’*

Anna Frank

Sommario

Prefazione	9
Introduzione	11
Capitolo 1: ERG Power Generation.....	13
Capitolo 2 Mercato Elettrico.....	27
Capitolo 3: Opzioni Finanziarie	57
Capitolo 4: Modelli matematici per il pricing di opzioni	101
Capitolo 5: Applicazione modello HJM in Matlab ed Excel e confronto con modello B&S e settlement EEX	125
Bibliografia e Sitografia	155
Ringraziamenti.....	157

Prefazione

Il sostantivo *energia* e gli attributi che ne derivano vengono utilizzati spessissimo e in ambiti molto diversi. “Finisci tutto quello che hai nel piatto, il cibo è *energia* per il tuo fisico”, mi ripeteva sempre mio padre da bambina. Ma adesso che sono quasi un Ingegnere Energetico e Nucleare, il concetto di *energia* rappresenta nuovi mondi.

Il tema della produzione energetica è particolarmente sentito in questi anni, da tecnici del settore e non e c'è un maggiore interesse anche nei confronti della tipologia dell'energia utilizzata, che tutti vorremmo fosse pulita, *buona*. Magari potesse tutta l'energia prodotta al mondo provenire solo ed esclusivamente da pale eoliche (o forse no, muoiono così tanti uccelli per causa loro!), oppure solo da pannelli solari (o forse no, in fondo sono così brutti sui tetti delle case o sui campi!), oppure solo da impianti idroelettrici (o forse no, poveri pesci nei fiumi). Di certo c'è che serve ed in qualche modo deve essere prodotta: questo gli energetici lo sanno molto bene.

In realtà, la vera domanda che mi sono posta nel scrivere questa tesi riguarda ciò che accade *dopo* che l'energia è stata prodotta, dopo la pala eolica ha iniziato a girare, dopo che l'elettrone ha abbandonato l'atomo di silicio, dopo che l'acqua è passata attraverso la turbina Pelton o Kaplan. Ho tentato di spiegare e ricostruire cosa accade da quel momento all'attimo in cui si accende l'abat-jour in camera da letto per leggere qualche capitolo di quel libro posto sul comodino e per far ciò mi sono dovuta rimboccare le maniche e sporcarmi le mani con concetti che fanno di ingegneria ma al contempo anche tanto di economia e finanza. Ho scoperto che, per esempio, esistono tantissimi mercati dell'energia, in perenne mutazione, e che di nuovi ne stanno nascendo. Ho avuto l'ennesima conferma di quanto l'Uomo riesca ad eccellere nell'arte del

complicarsi la vita. Ho scoperto cosa sono le opzioni finanziarie e della loro origine risalente all'antica Grecia.

Leggenda vuole infatti che Talete, matematico, astronomo e filosofo vissuto a Mileto a cavallo del cinquecento avanti Cristo, conosciuto per i suoi teoremi da un lato e per aver posto l'acqua all'origine della vita (*arché*) dall'altro, grazie ai suoi calcoli e alla sua conoscenza della volta celeste, fosse stato capace di predire l'abbondanza del raccolto delle olive. Talete quindi, che a quanto pare godeva anche di un ottimo fiuto per gli affari, prese accordi con gli agricoltori i quali gli vendettero il diritto di disporre di tutto il raccolto che si sarebbe ottenuto l'anno successivo. Alla fine i suoi calcoli non fallirono ed egli riuscì a disporre di una consistente quantità di olive che rivendette ottenendo un guadagno non indifferente.

Introduzione

Il tema principale dell'elaborato è l'approfondimento di cosa accade in seguito alla produzione di energia ed è stato realizzato proprio all'interno di un'azienda che opera in quest'ambito. Vengono quindi descritti i mercati elettrici e viene posta particolare attenzione ad una specifica tipologia di contratto, l'opzione finanziaria, che sta accrescendo sempre più la propria presenza anche nel settore energetico.

Il primo capitolo contiene una breve descrizione della azienda ERG Power Generation contenente la sua storia, dalle origini ai giorni attuali, i suoi parchi produttivi e la sua organizzazione aziendale, con una particolare attenzione rivolta all'Energy Management.

Nel secondo capitolo è analizzato il mondo dei mercati elettrici: quanti e quali sono, come sono strutturati, da chi sono gestiti, quali sviluppi futuri potranno avere.

Il terzo capitolo affronta il concetto di opzione finanziaria, scendendo nel dettaglio sulle sue tipologie, sui fattori da cui è influenzata, sui suoi utilizzi.

Il quarto capitolo contiene i richiami ai suoi principali concetti riguardanti la probabilità e l'analisi Monte Carlo, la descrizione di un processo di Wiener, di come possa essere utilizzato per modellizzare il prezzo in un mercato di un bene sottostante e di due modelli matematici utilizzati per il pricing di opzioni: il modello di Black&Scholes e il modello HJM.

Infine, nel quinto capitolo è presente la descrizione del funzionamento di un tool realizzato con l'utilizzo combinato di Excel e Matlab per il pricing di opzioni finanziarie sul prodotto power (energia elettrica) utilizzando il modello HJM.

Capitolo 1: ERG Power Generation

1.1 Storia Aziendale

La ERG, “Edoardo Raffinerie Garrone” nacque il 2 giugno 1938. Inizialmente si trattava di una ditta individuale del dottor Garrone, il quale aveva ottenuto a Genova una licenza per “*il commercio di prodotti derivati dalla lavorazione del petrolio e del catrame*”: si occupava quindi dello smercio di prodotti petroliferi e non della loro produzione. Il primo logo raffigurava un dado (dal soprannome del fondatore) con l’acronimo ERG.



Figura 1.1 Logo ERG negli anni '50

Negli anni del secondo dopoguerra il petrolio rappresentava la fonte energetica con le migliori caratteristiche per soddisfare il nuovo e crescente fabbisogno energetico in quegli anni di ricrescita. Nel 1947 la ERG cambiò la sua natura in produttore petrolifero nella Raffineria di Genova San Quirico.

Il 1956 fu l’anno del primo accordo internazionale tra ERG e British Petroleum, la quale per alcuni anni godrà di una partecipazione di minoranza ma consistente nel capitale sociale di ERG.

Nel 1971 la ERG iniziò a far parte di ISAB, società venuta alla luce con lo specifico obiettivo della realizzazione di un grande polo industriale di raffinazione in Sicilia. La

produzione di prodotti petroliferi a Priolo, in provincia di Siracusa, cominciò già nel 1975.



Figura 1.2 Logo ERG anni '70

Negli anni seguenti, prevedendo la chiusura e lo smantellamento della Raffineria di San Quirico, la Erg aumentava la propria partecipazione in ISAB, fino ad assumerne il controllo totale nel 1997. Nel frattempo la società fondata da Edoardo Garrone iniziò a crescere anche nel campo della distribuzione commerciale. Acquisendo le società ELF Italiana e Chevron Oil Italiana nella metà degli anni '80, la Erg riesce ad ottenere il controllo di quasi duemilacinquecento stazioni di servizio allocate in tutto il territorio nazionale. Il logo in questi anni raffigura tre pantere rampanti di colori rosso, bianco e blu.



Figura 1.2 Logo ERG anni '80

Nel 1997 la ERG vide il proprio ingresso in Borsa: il titolo nell'ottobre di quell'anno venne ammesso alla quotazione sul Sistema Telematico delle Borse Valori Italiane.

Negli anni '90 venne sancito un nuovo accordo con Edison Mission Energy per la nascita di ISAB Energy, nuova società avente come specifico obiettivo la costruzione del primo impianto italiano (e terzo nel mondo) di gassificazione degli oli pesanti per la produzione di energia elettrica (IGCC, Integrated gasification combined cycle). Si ebbe quindi il passaggio da produzione di prodotti petroliferi alla combinata produzione di energia elettrica. L'impianto entrò in esercizio nel 2000: gli scarti della raffinazione erano destinati a divenire, in un gassificatore, syngas utilizzando il quale era ed è ancora possibile la produzione di energia elettrica.

La raffineria ISAB di ERG sita a Priolo (SR) venne unita ed integrata con l'adiacente raffineria, precedentemente di proprietà AGIP: nacque in questo modo nel 2002 la ERG Raffinerie Mediterranee, società che gestiva uno dei più grandi e all'avanguardia poli di raffinazione in Europa. Tale elevata efficienza tecnologica venne raggiunta grazie ad importanti investimenti volti alla miglioria delle raffinerie ed alla realizzazione di un

sistema di oleodotti e altre interconnessioni tra le due industrie precedentemente separate.



Figura 1.4 Logo ERG nei primi anni 2000

Il titolo ERG, in borsa ormai dal 1997, nel 2005 entra a far parte dell'indice Midex all'interno del segmento Blue-Chips di Borsa Italiana. Tale passaggio avvenne in seguito di un rilevante aumento della capitalizzazione di Borsa del titolo.

Come prosecuzione alla strategia “multi-energy” intrapresa dalla costruzione dell'IGCC, nel 2006 la ERG acquisì quote andate crescendo negli anni seguenti della società quotata Enertad S.p.A. che si occupa della produzione di energia elettrica da fonti rinnovabili. Nel 2008 nacque la ERG Renew, società del gruppo ERG volta allo sviluppo della produzione di energia da fonti rinnovabili.

Il 2008 fu un anno di svolta per la società in quanto venne siglato l'accordo con LUKOIL, la più grande compagnia petrolifera russa e una delle maggiori al mondo. Venne costituita in tale occasione la società ISAB S.r.l., per il 51% di proprietà ERG e per il restante 49% di proprietà LUKOIL. Tale accordo può essere considerato come l'inizio di una radicale trasformazione dell'azienda che da leader nella raffinazione petrolifera diventa leader nella produzione di energia elettrica da fonti rinnovabili.

Tra il 2008 e il 2016 vennero eseguiti i passi per una totale uscita dal mondo petrolifero: la raffineria ISAB e l'impianto ISAB Energy vennero totalmente ceduti, così come la rete di carburanti ERG Oil Sicilia e venne creata la joint-venture TotalERG. Tale liquidità venne immediatamente reinvestita in asset di produzione di energia pulita: il parco produttivo eolico in Italia e all'estero viene espanso con l'acquisizione e la costruzione di nuovi impianti, venne avviata la nuova centrale cogenerativa ad alto rendimento a gas naturale nel sito di Priolo e, in seguito all'acquisizione da E.ON del nucleo idroelettrico di Terni, iniziò per ERG anche la produzione di energia da acqua.



Figura 1.5 Logo joint-venture TotalERG

Fin dal 2013 la ERG Renew risulta essere il primo operatore eolico in Italia per potenza installata e tra i primi dieci in Europa.



Figura 1.6 Logo ERG dall'anno 2008

Nel primo periodo del 2018 è stata conclusa la cessione di TotalERG che ha siglato la definitiva e completa uscita dal mondo del petrolio ed è stato contrattualizzato anche l'ingresso nel campo del solare fotovoltaico con l'acquisizione di diversi impianti collocati in varie regioni italiane.



Figura 1.7 Logo ERG presentato nel 2018

1.2 Parchi Produttivi

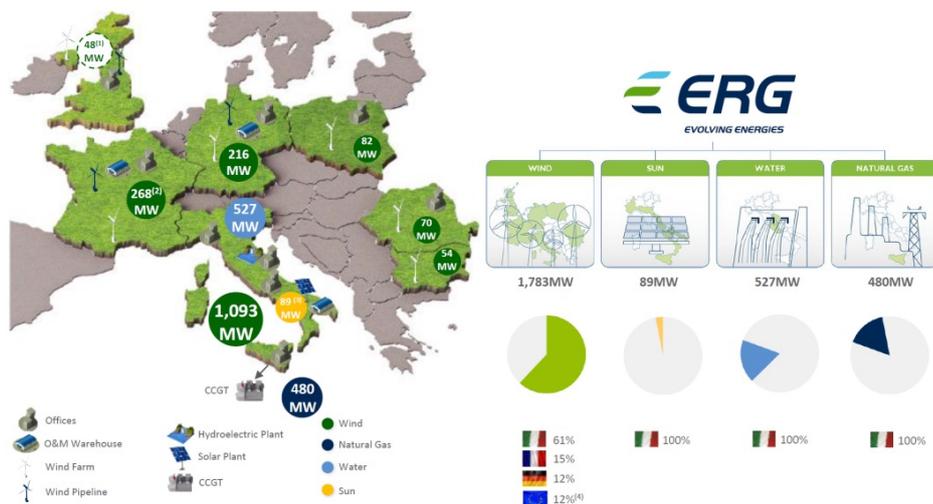


Figura 1.8 Parchi produttivi: potenza e allocazione

1.2.1 Vento

La ERG vanta il primato nella produzione di energia eolica in Italia ed è fra i primi 10 in Europa per capacità installata. Riesce ad occuparsi dei parchi eolici lungo tutta la filiera: dalla scelta del sito, alla costruzione, alla manutenzione passando per le

previsioni meteo. I parchi eolici sono presenti, oltre che in Italia, anche in Francia, Germania, Polonia, Bulgaria, Romania e Regno Unito.

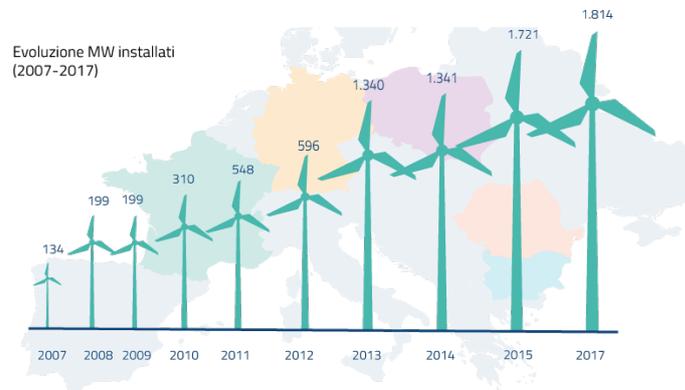


Figura 1.9 Evoluzione MW installati dell'eolico dal 2007 al 2017

Il 12% della capacità eolica installata in Italia è costituito dai parchi di proprietà e gestione ERG (oltre 1000 MW di potenza installata): gli impianti sono tutti *onshore* e sono presenti soprattutto nel Sud Italia.

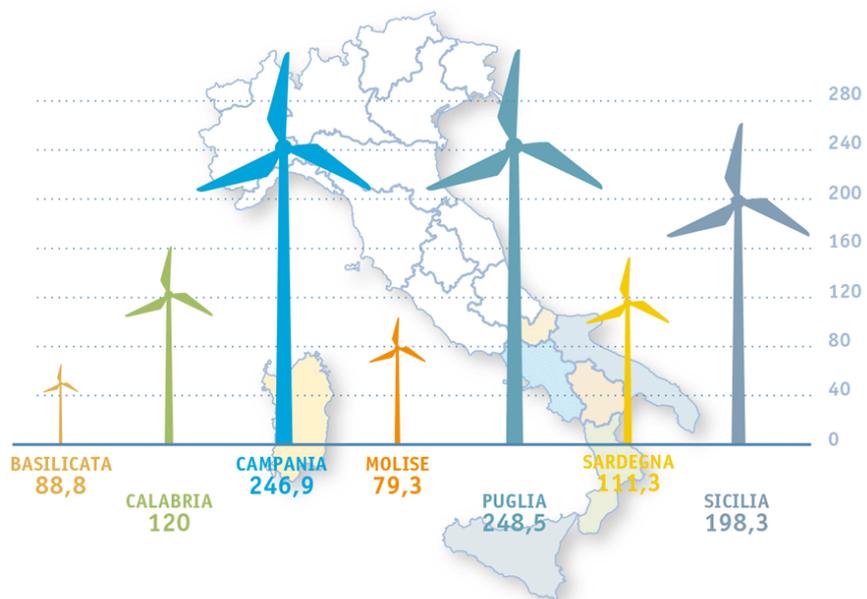


Figura 1.10 Capacità eolica installata in Italia suddivisa per regioni

La Francia rappresenta il secondo mercato dopo l'Italia, con una potenza installata di 276 MW e 31 MW in costruzione. La Germania, con la sua potenza installata pari a 216 MW, costituisce un nodo strategico per la diversificazione territoriale dell'azienda.

Le capacità installate negli altri Paesi sono:

- Polonia: 82 MW;
- Bulgaria: 54 MW;
- Romania: 70 MW;
- Regno Unito: 47.5 MW.

1.2.2 Acqua

Il nucleo idroelettrico di Terni è costituito da una potenza complessiva di 527 MW distribuiti su tre regioni: Lazio, Umbria e Marche. Le dighe più antiche nacquero per la sicurezza della città di Roma in merito alle piene del fiume Tevere e tutt'oggi riescono a svolgere tale funzione. La produzione media degli impianti è di 1,4 TWh/anno. Molte infrastrutture costituenti il nucleo idroelettrico furono costruite durante il periodo fascista: per esempio il lago artificiale di Salto ha sommerso un paese abitato e nei momenti in cui il livello è basso riemerge il tetto del campanile. Le centrali di produzione sono poste all'interno di caverne per non essere visibili dall'alto ed evitare quindi di essere facili bersagli strategici nel periodo di guerra. Atra curiosità è rappresentata dal fatto che la centrale di Monte Argento fu costruita e messa in esercizio in un solo anno ma tredici operai vi persero la vita durante la realizzazione.

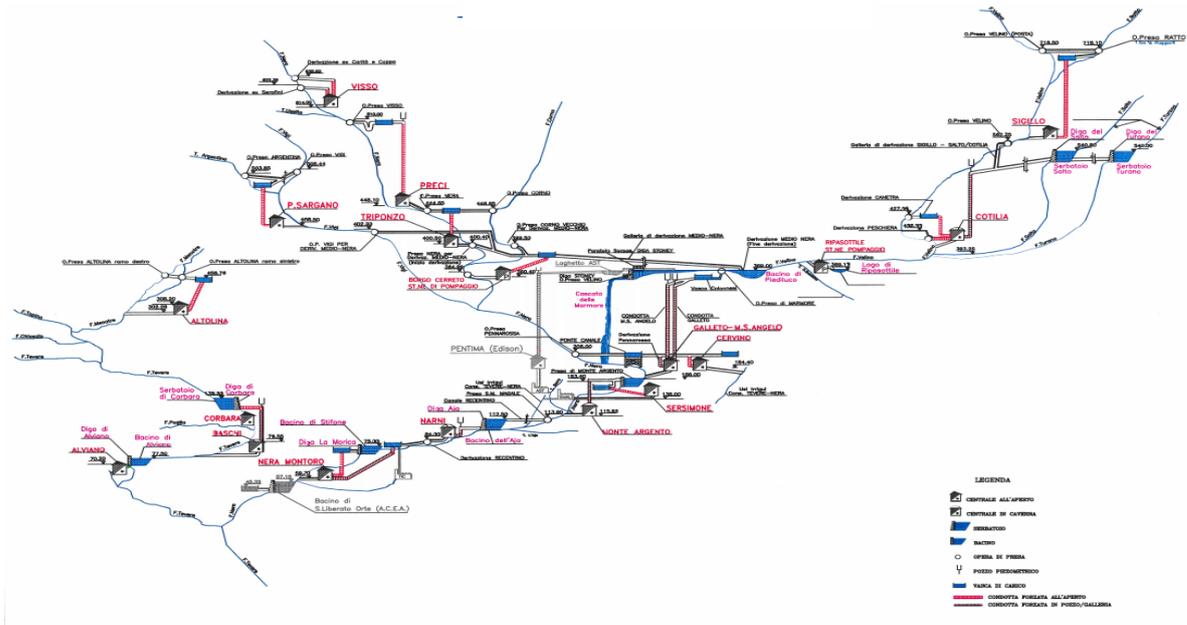


Figura 1.11 Nucleo Idroelettrico

Il nucleo idroelettrico viene suddiviso in:

- *Asta Tevere*: il Serbatoio di Corbara (fiume Tevere) presenta un volume totale di invasi pari a 192 milioni di metri cubi, viene gestito a livello stagionale e alimenta la Centrale Baschi, caratterizzata da un salto lordo elevato (61,3 m) e da una producibilità media annua pari a 178 GWh. In coda si trova il Bacino di Alviano che gestisce la Centrale di Alviano, la quale presenta anch'essa due gruppi, un salto lordo non elevato (8,5 m) ed una producibilità media annua di 33 GWh;
- *Asta Alto Nera*: è costituita da soli impianti ad acqua fluente fra i quali Visso, Sargano, Triponzo e Preci, caratterizzati da portate approssimativamente costanti;
- *Asta Alto Velino*: l'impianto di Sigillo è dotato di una vasca nella quale confluiscono due opere di presa ad acqua fluente ed è gestita direttamente dal GSE (Gestore dei Servizi Energetici). Alla centrale di Cotilia arrivano le acque provenienti dai serbatoi di Salto e Turano, collegati tramite una galleria di

derivazione. Il serbatoio Turano ha una capacità di invaso di 150 milioni di metri cubi, mentre la capacità utile del serbatoio Salto è di 270 milioni di metri cubi d'acqua. Cotilia è approvvigionata da tre derivazioni (Salto-Turano, Canetra e Peschiera), per una producibilità media annua complessiva pari a 96 GWh;

- *Asta Nera Velino*: il bacino principale che alimenta gli impianti di Nera Velino è il bacino di Piediluco che presenta una gestione giornaliera. Piediluco approvvigiona anche la Cascata delle Marmore, opera artificiale costruita dai Romani per bonificare i territori circostanti: vengono aperte in precise giornate stabilite dagli enti del turismo e di fatto rappresentano una perdita di produzione per gli impianti. Le centrali costituenti l'Asta sono Galleto-Monte Sant'Angelo con due opere di derivazione e una producibilità media annua di 647 GWh, Cervino con una producibilità media annua di 3,7 GWh, Sersimone con 3,9 GWh ed infine le più consistenti Monte Argento con una producibilità media annua di 156 GWh, Narni con 100 GWh e Nera Montoro con 135 GWh.

1.2.3 Sole

Il mese di gennaio 2018 ha visto l'ingresso di ERG nel fotovoltaico con l'acquisizione di impianti ubicati in diverse regioni (Piemonte, Emilia Romagna, Marche, Abruzzo, Campania, Puglia, Calabria e Sicilia), per una capacità totale di 89 MW e una produzione annua di circa 134 GWh.



Figura 1.12 Distribuzione sul territorio nazionale degli impianti fotovoltaici

1.2.4 Gas Naturale

L'ultima tipologia di impianto di produzione è rappresentata dal CCGT (Combined Cycle Gas Turbine), alimentato a gas naturale e situato a Priolo Gargallo, in provincia di Siracusa.

Due moduli, ciascuno formato da due turbogas e una turbina a vapore, costituiscono l'impianto, il quale produce energia elettrica da immettere in mercato e vapore che alimenta gli altri impianti industriali costituenti il sito di Priolo.

Il CCGT complessivamente vanta una capacità installata di 480 MW e una producibilità annua di circa 2.600 GWh, inoltre, trattandosi di un impianto di Cogenerazione ad Alto Rendimento (CAR) gode degli incentivi dei Titoli di Efficienza Energetica (TEE) legati alla quantità di energia risparmiata avendo un unico impianto che riesca a produrre sia vapore che energia elettrica, rispetto alla possibilità data da due macchine separate.

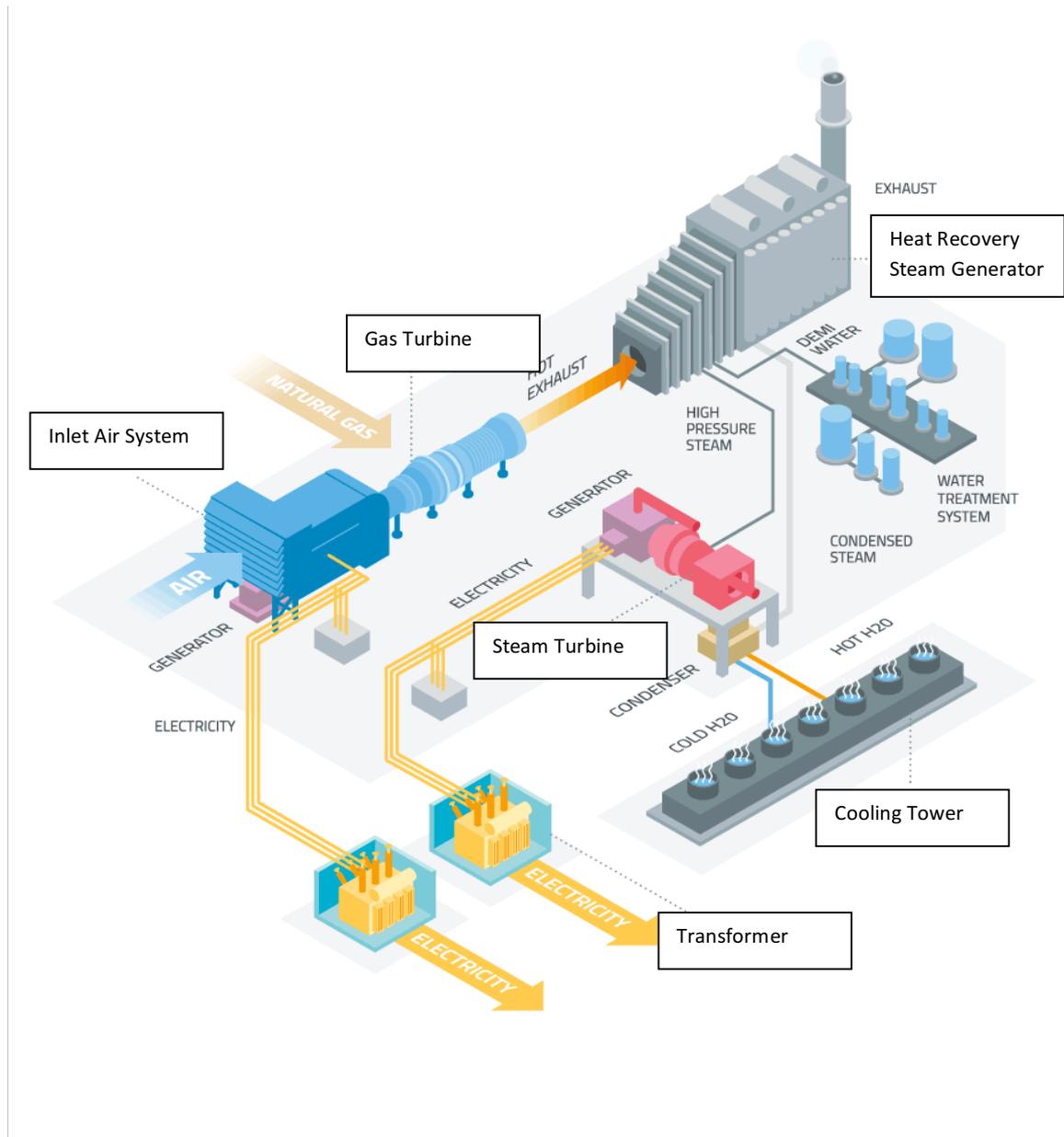


Figura 1.13 Schema impianto CCGT situato a Priolo Gargallo (SR)

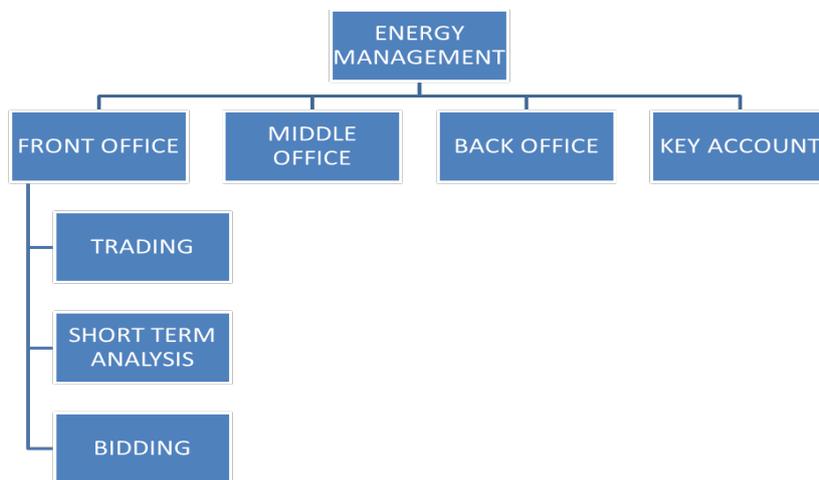
1.3 Energy Management

L'energia elettrica prodotta dagli impianti non può ad oggi essere accumulata e conservata ma va necessariamente immessa nella rete elettrica gestita da Terna che si occupa, quindi di assicurare che produzione e fabbisogni di energia si equivalgano in ogni momento. A tale scopo giocano un ruolo fondamentale gli impianti programmabili come il CCGT e l'idroelettrico non fluente, la cui produzione può essere modulata in

base alle esigenze di rete e di mercato. Banalmente, seguendo un principio molto generale, si può pensare di aumentare la produzione nei momenti in cui i prezzi dell'energia elettrica sono alti e diminuirla negli altri casi.

La funzione nell'azienda ERG che si occupa di questo aspetto è l'Energy Management:

“Nello specifico, l'Energy Management si occupa di massimizzare quotidianamente il margine di contribuzione attraverso la vendita di energia elettrica, l'ottimizzazione delle attività di approvvigionamento e produzione e la copertura del rischio del portafoglio di generazione.”¹



1.14 Struttura Energy Management

L'Energy Management è suddiviso in tre aree, ciascuna delle quali ha obiettivi e competenze specifici:

- *Front Office* si occupa di interfacciare l'azienda ERG con i mercati. Il Bidding, nello specifico, si occupa dei mercati a pronti, mentre al Trading è affidata la gestione dei mercati a termine. Lo Short Term Analysis supporta il Bidding

¹ Da <http://www.erg.eu/la-nostra-energia/energy-management>

elaborando una strategia di offerta del portafoglio di generazione nel brevissimo tempo;

- *Middle Office* realizza i Piani Pluriennali di Produzione e gli scenari di medio termine, fra i quali le previsioni del prezzo dell'energia elettrica, del gas e di altri prodotti. Esegue inoltre la programmazione del portafoglio di generazione per una ottimizzazione delle fermate programmate degli impianti e del livello di acqua disponibile alla produzione nei serbatoi idroelettrici;
- *Back Office* gestisce e liquida i contratti stipulati dal Front Office.

Dal mese di maggio 2018 è stata aggiunta all'Energy Management una quarta area denominata *Key Account* la quale si occupa della formulazione e gestione di contratti di vendita di energia elettrica e vapore alle aziende del sito di Priolo Gargallo e non solo.

1.4 Futuro di ERG: Business Plan 2018-2022

Il Gruppo ERG oggi può vantare un portfolio di produzione di energia ampiamente variegato per tecnologia e area geografica.

In linea con l'accordo sui cambiamenti climatici di Parigi (COP21), la ERG ha intenzione di continuare ad operare e a muoversi coerentemente ai suoi ultimi anni di storia, preparando un programma di investimenti e incrementando la capacità installata.

Nel dettaglio, partiranno due progetti di rinnovamento dell'eolico in Italia denominati *repowering* e *reblading*. I parchi più datati infatti presentano tecnologie ormai obsolete sia in termini di capacità che di efficienza ma al contempo si trovano nei siti strategicamente più ventosi. A tal proposito il *repowering* vede la completa ricostruzione del parco eolico ed il *reblading* la sostituzione solo del rotore.

Capitolo 2 Mercato Elettrico

2.1 Storia della liberalizzazione del Mercato Elettrico Italiano

Art. 1. Liberalizzazione e trasparenza societaria

1. Le attività di produzione, importazione, esportazione, acquisto e vendita di energia elettrica sono libere nel rispetto degli obblighi di servizio pubblico contenuti nelle disposizioni del presente decreto. Le attività di trasmissione e dispacciamento sono riservate allo Stato ed attribuite in concessione al gestore della rete di trasmissione nazionale di cui all'articolo 3. L'attività di distribuzione dell'energia elettrica è svolta in regime di concessione rilasciata dal Ministro dell'industria, del commercio e dell'artigianato.

L'articolo sopra riportato costituisce l'incipit del Decreto Legislativo 16 marzo 1999, n.79, detto anche "Decreto Bersani", dall'allora ministro dell'industria che ne fu fautore anche in ricezione della direttiva comunitaria 96/92/CE del Parlamento e del Consiglio Europeo del 19 dicembre 1996.

Come si evince dall'articolo, tale decreto segna una svolta epocale del sistema elettrico italiano, fino a quel momento gestito monopolisticamente da un solo operatore, l'ENEL, che dalla nazionalizzazione del 1962 aveva amministrato in maniera esclusivistica la produzione, la trasmissione, il dispacciamento e la vendita. L'obiettivo è quindi la caduta di tale sistema monopolistico e l'apertura di un libero mercato all'interno del quale diversi soggetti possano operare nelle varie fasi della filiera elettrica in un principio di libera concorrenza volto a garantire tariffe minori.

Il decreto, per quanto concerne la generazione di energia, ha stabilito una soglia massima attribuibile all'ENEL del 50% dell'intera produzione nazionale e

conseguentemente ha generato la vendita di impianti di produzione a nuovi operatori. Alla luce di ciò anche investitori privati, una volta ottenute le autorizzazioni necessarie, possono entrare in questo business acquistando capacità già installata o investendo nella costruzione di nuovi impianti. Inoltre, anche le società municipalizzate di alcune grandi città come Roma, Milano e Torino possono beneficiare della vendita dell'energia elettrica prodotta.

La trasmissione dell'energia elettrica (immessa nelle reti di alta e media tensione) permane sotto una gestione di tipo monopolistico, affidata ad una società denominata Terna, la quale riuscirà a divenire completamente autonoma solo nel 2004, anno in cui l'ente pubblico Gestore della Rete di Trasmissione Nazionale (GRTN) che si era occupato della gestione operativa della stessa fino al raggiungimento della completa indipendenza di Terna, cambia nome e funzione divenendo il Gestore dei Servizi Elettrici, GSE.

La distribuzione dell'energia elettrica immessa nella rete di bassa tensione consiste nel trasporto e nella consegna della stessa ai clienti finali. In seguito al Decreto Bersani tale componente è affidata ad una gestione monopolistica a livello comunale: in linea di principio qualunque società avente i requisiti adatti a svolgere tale compito può ottenere la concessione.

Infine, per quanto concerne l'ultimo step della filiera elettrica, ovvero la vendita, sono state definite specifiche fasi tramite le quali gradualmente i clienti finali (a partire dalle utenze più grosse) hanno potuto godere del libero accesso al mercato elettrico. È stata necessaria però l'istituzione di una figura intermediaria, l'Acquirente Unico, che gestisse le utenze nel tempo intercorso tra l'entrata in vigore del decreto e l'anno 2007, in cui è stato concesso l'ingresso al libero mercato anche alle utenze domestiche.

Il Decreto Bersani, inoltre, dedicava particolare attenzione alla produzione da fonti rinnovabili, destinando ad esse appositi incentivi (Certificati Verdi).

2.2 Il Mercato Elettrico Oggi

Il mercato elettrico oggi è costituito da una complessa struttura suddivisa in comparti in continua evoluzione che operano insieme o alternativamente gli uni con gli altri. I produttori di energia elettrica e gli acquirenti hanno varie opportunità di scambio e di contatto a seconda delle proprie caratteristiche.

La prima fondamentale distinzione va fatta tra due tipologie principali di mercato che verranno descritte nel dettaglio in seguito:

- Mercato IPEX (Italian Power Exchange) gestito dal GME (Gestore Mercati Energetici);
- Piattaforme Continuous Trading: Mercato Forward OTC (piattaforme di brokeraggio) e Futures (piattaforma di trading con controparte centralizzata EEX).

2.3 Filiera Elettrica

Nell'ottica di una visione globale ma al contempo completa del percorso svolto dall'energia elettrica, dalla produzione all'utilizzo dell'utente finale, può essere utile porre in parallelo l'iter "fisico" e l'iter "commerciale".

Focalizzandosi inizialmente sul percorso fisico, l'incipit è posto nella produzione o nell'import dell'energia elettrica, fase caratterizzata da un regime in concorrenza, come descritto nel paragrafo precedente. Successivamente si ha la trasmissione della stessa, ovvero il trasporto sulla rete ad alta tensione, gestito in esclusiva da Terna. La

distribuzione, il trasporto sulle reti di media e bassa tensione per l'utilizzo dei clienti finali, è gestita in un sistema di monopolio locale. Infine si può aggiungere la misura, tramite misuratori i cui dati vengono regolarmente recepiti dal distributore locale, in regime controllato.

Il parallelo percorso commerciale vede due fasi, all'interno di ciascuna delle quali si sviluppano in parallelo diverse attività. L'incipit è dato dalla vendita all'ingrosso, ovvero la vendita tra produttori e grossisti (propriamente detti, che acquistano quantità fisiche di energia, e trader, che scambiano quantità di energia sui mercati senza l'obbligo dello scambio fisico), o tra produttori e operatori istituzionali o venditori al dettaglio. Il secondo step è rappresentato dalla vendita al dettaglio, ovvero la vendita di elettricità a clienti finali (fino alla singola utenza domestica).

2.4 Soggetti e Vincoli

“Il Gestore dei Mercati Energetici S.p.A. (GME) è la società responsabile in Italia dell'organizzazione e della gestione, secondo criteri di neutralità, trasparenza, obiettività e concorrenza, del Mercato Elettrico, del Mercato del Gas naturale e dei Mercati per l'Ambiente.” (da Vademecum Borsa Elettrica)

I mercati dell'energia elettrica vengono gestiti in maniera tale da favorire la libera concorrenza tra gli operatori, ottenendo così la compra-vendita nella più alta convenienza economica.

I soggetti del sistema elettrico, oltre al GME e agli operatori sono: il Parlamento e il Governo (Ministero dello Sviluppo Economico), l'Autorità per l'energia elettrica e il gas (AEEG) che garantisce la libera concorrenza del sistema, Terna S.p.A. che gestisce la rete, il Gestore dei Servizi Energetici (GSE) holding pubblica che si occupa delle

incentivazioni delle fonti rinnovabili e l'Acquirente Unico, che svolge il ruolo di garante della fornitura dell'energia.

La complessità del sistema deriva dall'esistenza di vincoli tecnici estremamente pressanti che caratterizzano la rete:

- La quantità di energia immessa e prelevata, al netto delle perdite di rete, deve essere continuamente bilanciata;
- La frequenza e la tensione dell'energia non possono discostarsi dal valore prestabilito per più di un delta molto ristretto;
- Su ogni elettrodo l'energia che vi transita non può superare il limite caratterizzante l'elettrodo stesso.

Tali vincoli portano a notevoli difficoltà nella gestione della rete in quanto la domanda è caratterizzata da un andamento estremamente variabile sia nel breve (ora) che nel lungo periodo (settimana, mese), inoltre non esistono tecnologie adatte all'accumulo di grandi quantità di energia, quindi deve essere immessa (contando delle caratteristiche di accensione, cambio assetto etc. di ogni impianto) l'esatta quantità di energia richiesta. Inoltre la rete può essere associata ad un insieme di bacini collegati che sottostanno al principio dei vasi comunicanti, per cui ogni sbilanciamento, ogni squilibrio istantaneo e locale causato da una discrepanza tra l'offerta e la domanda, si propaga immediatamente in tutta la rete stessa.

Tutti questi fattori sopra elencati e brevemente descritti portano quindi ad un complesso sistema di gestione della rete e del mercato elettrico (estremamente correlati fra loro) in continua evoluzione. Terna quindi svolge il delicato compito di assicurare il continuo bilanciamento del sistema in tempo reale, per evitare avarie del sistema ed assicurare la continuità della fornitura.

2.5 Le zone di mercato: virtuali e geografiche

Il territorio italiano è suddiviso in zone di mercato, ovvero porzioni di rete di trasmissione cui corrispondono limiti fisici di transito dell'energia elettrica con le rispettive zone confinanti. Tali limiti, la cui presenza è dovuta a questioni inerenti la sicurezza del sistema, vengono calcolati secondo un modello che tiene conto della generazione e dei consumi elettrici. Le zone possono essere geografiche e/o virtuali e ciascuna di esse è caratterizzata da un proprio prezzo zonale dell'energia, che può coincidere o meno con quello delle zone confinanti.

Le zone geografiche sono sei: Centro-Nord, Nord, Centro-Sud, Sud, Sicilia e Sardegna. Ad esse si aggiungono otto zone virtuali estere (“virtuali” in quanto non corrispondono direttamente ad aree geografiche fisiche), fra le quali la Francia, la Svizzera, l’Austria e la Slovenia. Infine vi sono altre quattro zone virtuali nazionali (Foggia e Brindisi in Puglia, Rossano in Calabria e Priolo Gargallo in Sicilia), le quali rappresentano “*poli di produzione limitata, ovvero zone costituite da sole unità di produzione, la cui capacità di interconnessione con la rete è inferiore alla potenza installata delle unità stesse*” (dal Vademecum del Mercato Elettrico, GME).



Figura 2.1 Le zone di mercato

Le zone geografiche sono costituite da punti di offerta, che rappresentano le unità minime di energia elettrica per le quali vengono definiti dei programmi di immissione e di prelievo come risultati degli esiti del Mercato elettrico o come risultati di contratti bilaterali (ovvero contratti che in generale possono essere stipulati fra un produttore e un consumatore).

I punti di offerta in immissione solitamente coincidono con i singoli impianti produttivi che vengono dispacciati, ovvero gestiti da Terna per garantire il continuo bilanciamento della rete; i punti di offerta in prelievo invece possono essere costituiti da singole unità di consumo o da aggregati.

2.6 Mercato Elettrico IPEX

Come anticipato precedentemente è gestito dal GME ed è costituito dal Mercato Elettrico a Pronti (MPE), dal Mercato Elettrico a Termine dell'energia elettrica con obbligo di consegna e ritiro (MTE) e dalla Piattaforma per la consegna fisica dei contratti finanziari (PCE).

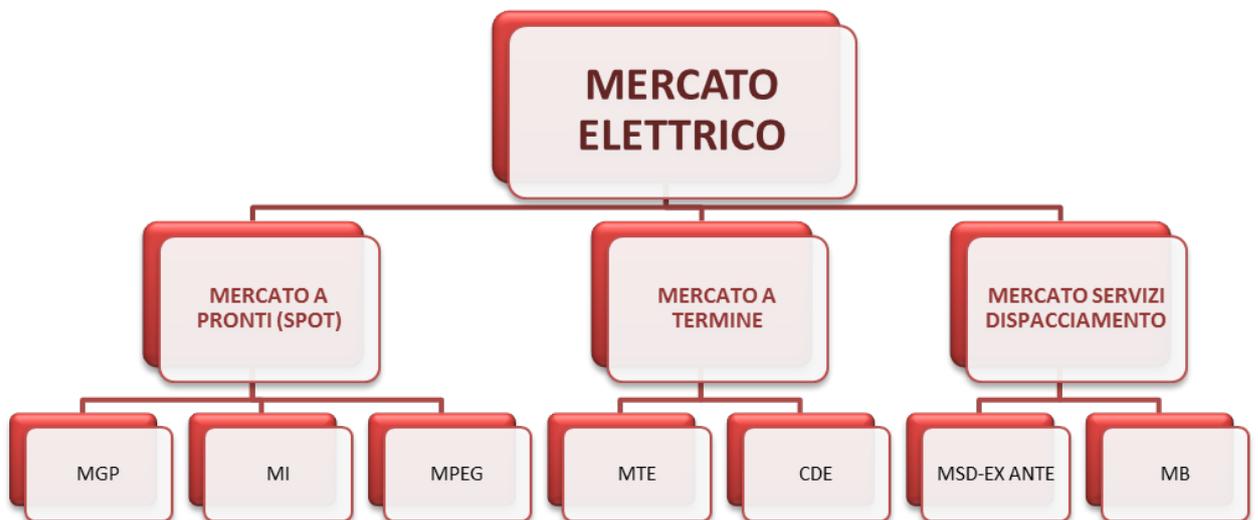


Figura 2.2 Struttura del mercato elettrico IPEX

2.7 Mercato Elettrico a Pronti (MPE)

È costituito da tre sotto-mercati:

- Mercato del Giorno Prima (MGP), in cui produttori e consumatori idonei possono scambiare energia per il giorno successivo ($d-1$)²;

² Il giorno d rappresenta il giorno di consegna o delivery.

- Mercato Infragiornaliero (MI), in passato Mercato di Aggiustamento, permette ai soggetti idonei di modificare i programmi dell'MGP. L'MI è strutturato in sette sessioni: due nel giorno *d-1* a valle dell'MGP e le rimanenti nel giorno *d* stesso;
- Mercato Dei Prodotti Giornalieri (MPEG), ovvero la piattaforma per la negoziazione di prodotti giornalieri con obbligo di consegna dell'energia.

Ogni sessione dei vari sotto-mercati è caratterizzata da una specifica e ristretta finestra temporale (detta seduta) nella quale è possibile avanzare (per i produttori) delle offerte.

Giorno di riferimento	D-1				D																
	MGP	MI1	MI2	MSD1	MB1	MI3	MSD2	MB2	MI4	MSD3	MB3	MI5	MSD4	MB4	MI6	MSD5	MB5	MI7	MSD6	MB6	
Informazioni preliminari	11.30	15.00	16.30	n.d.	n.d.	23.45*	n.d.	n.d.	3.45	n.d.	n.d.	7.45	n.d.	n.d.	11.15	n.d.	n.d.	15.45	n.d.	n.d.	
Apertura seduta	08.00**	12.55	12.55	12.55	°	17.30*	°	22.30*	17.30*	°	22.30*	17.30*	°	22.30*	17.30*	°	22.30*	17.30*	°	22.30*	
Chiusura seduta	12.00	15.00	16.30	17.30	°	23.45*	°	3.00	3.45	°	7.00	7.45	°	11.00	11.15	°	15.00	15.45	°	19.00	
Esiti provvisori	12.42	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.
Esiti definitivi	12.55	15.30	17.00	21.45	#	0.15	2.15	#	4.15	6.15	#	8.15	10.15	#	11.45	14.15	#	16.15	18.15	#	

** l'ora si riferisce al giorno D-9

* l'ora si riferisce al giorno D-1

° Si utilizzano le offerte presentate sul MSD1

Disciplina del dispacciamento

Figura 2.3 Tempistiche delle attività sul MPE relative al giorno d (da GME)

Le offerte presentate dagli operatori che risultano essere idonei al mercato elettrico (o anche solo ad alcuni dei sotto-mercati) possono essere di acquisto o di vendita e sono costituite da coppie quantità/prezzo unitario di energia elettrica (quindi MWh per le quantità e €/MWh per il prezzo unitario). Ad esempio l'operatore X può presentare in MGP la possibilità di vendere (o comprare) 150 MWh a 60 €/MWh. Un'offerta così strutturata rappresenta la disponibilità da parte di X a vendere (o comprare) non più di 150 MWh ad un prezzo non inferiore (o superiore, nel caso di acquisto) ai 60 €/MWh specificati nell'offerta. In realtà gli operatori possono anche non specificare il prezzo di

acquisto (tranne che nel caso del mercato MSD), rendendosi così disponibili ad acquistare energia a qualunque prezzo.

Il GME specifica quali caratteristiche devono possedere gli operatori per poter partecipare ai singoli mercati e questi vengono ammessi solo dopo aver concluso la procedura di ammissione.

2.7.1 Mercato del Giorno Prima (MGP)

Il Mercato del Giorno Prima è caratterizzato da blocchi orari di energia che vengono scambiati per il giorno successivo. Può essere considerato come il mercato più importante in quanto in esso vengono registrate la maggior parte delle transazioni di compravendita dell'energia elettrica. La controparte centrale per le operazioni in MGP è il GME stesso e all'MGP possono partecipare tutti quegli operatori definiti come "operatori del mercato elettrico".

Per quanto riguarda le tempistiche, la seduta MGP apre alle ore 8:00 del nono giorno antecedente il giorno di consegna (*d-9*) e chiude alle 12:00 del giorno precedente il giorno di consegna (*d-1*): in questo arco di tempo è quindi possibile per gli operatori presentare le proprie offerte di vendita e acquisto. Tali offerte sono costituite, come anticipato precedentemente, da coppie quantità/prezzo unitario: i venditori indicano la quantità e il prezzo unitario minimo al quale sono disposti a vendere, gli acquirenti indicano la quantità e il prezzo massimo al quale sono disposti ad acquistare.

Le offerte di vendita e di acquisto sono indipendenti fra le varie ore del giorno di consegna. I prezzi devono essere compresi tra 0 e 3.000 €/MWh (numero denominato VENN, Valore Energia Non Fornita, definito dall'autorità ARERA) e le quantità offerte non possono eccedere la capacità effettivamente a disposizione dell'operatore (non si

può quindi proporre di vendere 100 MWh quando gli impianti a disposizione possono arrivare ad un massimo di 80).

Una volta terminata la seduta, ovvero conclusosi il tempo a disposizione per la presentazione delle offerte, il GME elabora la risoluzione del mercato avvalendosi di un algoritmo in grado di definire i prezzi di vendita e acquisto dell'energia elettrica per ogni ora della delivery presa in esame e per ogni zona. Gli esiti del mercato vengono resi fruibili dal GME entro le ore 12:55 del giorno precedente il giorno di consegna. Da tutto ciò si deduce come l'MGP sia un *mercato ad asta* e non un mercato a contrattazione continua.

L'algoritmo di risoluzione del mercato sopra descritto opera attraverso la costruzione della Curva Merit Order:

- Le offerte di vendita valide vengono ordinate per prezzo *crescente*;
- Le offerte di acquisto valide vengono ordinate per prezzo *decrescente*.

L'obiettivo della costruzione di tali curve è la determinazione del loro punto di intersezione, dal quale è possibile dedurre la quantità di energia scambiata, il prezzo di equilibrio e le offerte accettate. Inoltre i programmi di immissione e prelievo vengono ottenuti come somma delle offerte accettate in una specifica ora, in uno stesso punto di offerta. In generale si può dedurre che le offerte a prezzi più bassi (anche a 0 €/MWh) provengano dalle fonti rinnovabili non programmate come eolico e solare e in seguito le altre tecnologie di produzione elettrica vengono ordinate in base ai rispettivi costi di produzione. Avendo per esempio un impianto che implica un costo di produzione di 50 €/MWh, le offerte che si andranno a presentare quanto meno andranno ad eguagliare (ma l'obiettivo è sempre quello di superare) il costo di produzione. Alla luce di ciò, in

ordine di prezzo crescente, dopo le rinnovabili si trovano gli impianti a carbone, poi i cicli combinati ed infine gli impianti ad olio combustibile.

Se i vincoli di transito esistenti tra le varie zone di mercato non vengono superati si formerà un unico prezzo di equilibrio (€/MWh) in tutte le zone: verranno quindi accettate tutte le offerte di vendite con prezzo unitario non superiore al prezzo di equilibrio e tutte le offerte di acquisto con prezzo unitario non inferiore al prezzo di equilibrio.

Nel caso, estremamente frequente, che almeno un limite di transito interzonale non venga rispettato, allora l'algoritmo procederà con la separazione del mercato in due zone. Di tali zone una verrà considerata in assetto da esportatrice (a monte del vincolo non rispettato) e l'altra in assetto da importatrice (a valle del vincolo). A questo punto il processo precedentemente descritto della costruzione delle curve di domanda/offerta volto alla valutazione della loro intersezione verrà ripetuto separatamente per le due zone, nelle ore in cui il vincolo non viene rispettato. L'algoritmo quindi produrrà come output due prezzi zonali diversi per le zone a valle e a monte del vincolo: in particolare, il prezzo zonale nella zona importatrice sarà maggiore del prezzo zonale nella zona esportatrice. Tale processo, denominato di "*market splitting*" viene ripetuto fino a quanto tutti i vincoli esistenti fra le varie zone di mercato non vengano rispettati. I due casi estremi di questo processo (reali e non puramente teorici) sono quindi rappresentati da un unico prezzo per le tutte le zone, nel caso in cui tutti i vincoli vengano rispettati, e un prezzo diverso per ogni zona, nel caso in cui nessun vincolo venga rispettato. Tale metodo prende il nome di *Sistem Marginal Price*.

Zona di mercato: CNOR; CSUD; NORD; SARD; SUD; AUST; CORS; COAC; BRNN; FOGN; FRAN; GREC;
MFTV; ROSN; SLOV; SVIZ

Data: 13/07/2018 Ora: 12

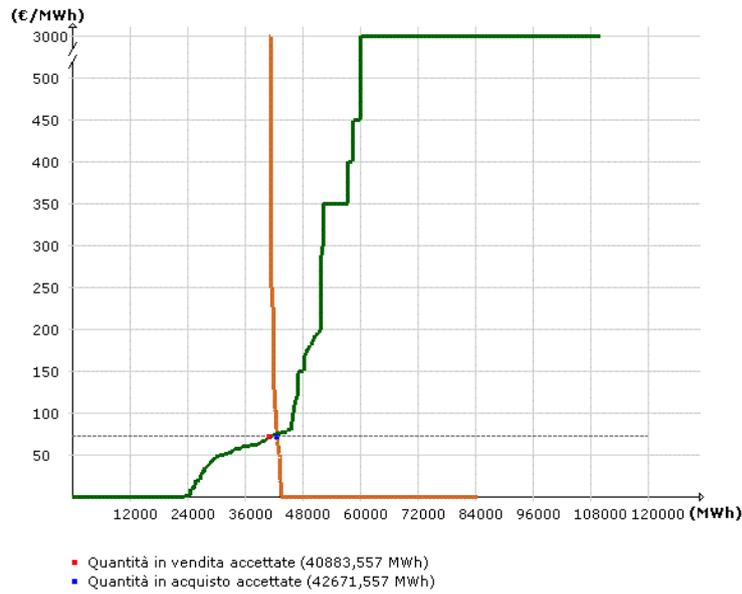


Figura 2.4 Curva Merit Order 13 luglio 2018 ora 12 per Nord, Rosn, Cnor, Sard, Csud e Sud MGP (72,38 €/MWh) (dal GME)

Zona di mercato: SICI; PRGP; MALT

Data: 13/07/2018 Ora: 12

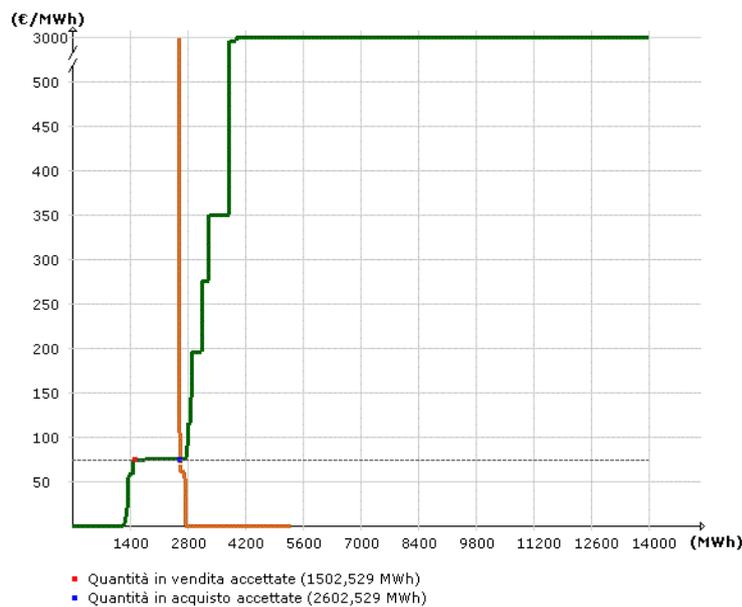


Figura 2.5 Curva Merit Order 13 luglio 2018 ora 12 per Sici e Prgp: MGP (74,95 €/MWh) (dal GME)

Il prezzo d'equilibrio, risultato dell'algoritmo, rappresenta il prezzo al quale gli operatori *vendono* l'energia elettrica (prezzo MGP), tale valore è diverso dal prezzo al quale gli operatori *acquistano* energia. Il PUN (Prezzo unico nazionale di acquisto) non soffre quindi della suddivisione zonale ma viene calcolato pesando i prezzi di vendita zonali sui fabbisogni e rappresenta l'indice di riferimento del mercato elettrico italiano:

$$PUN = \frac{\sum_{i=1}^{n\ zone} Fabbisogni_i * MGP_i}{\sum_{i=1}^{n\ zone} Fabisogni_i}$$

La differenza tra il PUN e il prezzo MGP è quindi legata ai limiti di transito, infatti nelle ore in cui i limiti non vengono superati si ha la coincidenza dei due prezzi che assumono lo stesso valore. La differenza tra PUN e MGP prende il nome di CCT (Corrispettivo per utilizzo della capacità di trasporto).

L'ultima caratteristica rilevante da sottolineare del mercato MGP è dato dalla sua relazione con la Piattaforma Conti Energia (PCE). Gli operatori abilitati ai mercati elettrici hanno la possibilità di realizzare contratti di compravendita dell'energia anche al di fuori del mercato stesso: se per esempio l'operatore X stipula un accordo con l'operatore Y tramite il quale X vende a Y una determinata quantità di energia ad un determinato prezzo in una specifica delivery stabiliti esclusivamente fra i due, si ha un contratto bilaterale. Nella PCE avviene la registrazione di tutti i contratti bilaterali stipulati tra gli operatori. Nel mercato MGP si tiene anche conto delle transazioni commerciali bilaterali registrate nella PCE:

- Le vendite nette corrispondono ai programmi di immissione, vengono inserite come offerte di vendite in MGP a prezzo nullo;
- Gli acquisti netti corrispondono ai programmi di prelievo, vengono inseriti come offerte di acquisto in MGP senza indicazione di prezzo.

Gli operatori hanno in ogni caso la possibilità di fornire specifiche indicazioni relative ai prezzi ai quali inserire i contratti in MGP. Per concludere, anche i contratti bilaterali contribuiscono alla determinazione del prezzo di vendita e acquisto dell'energia elettrica.

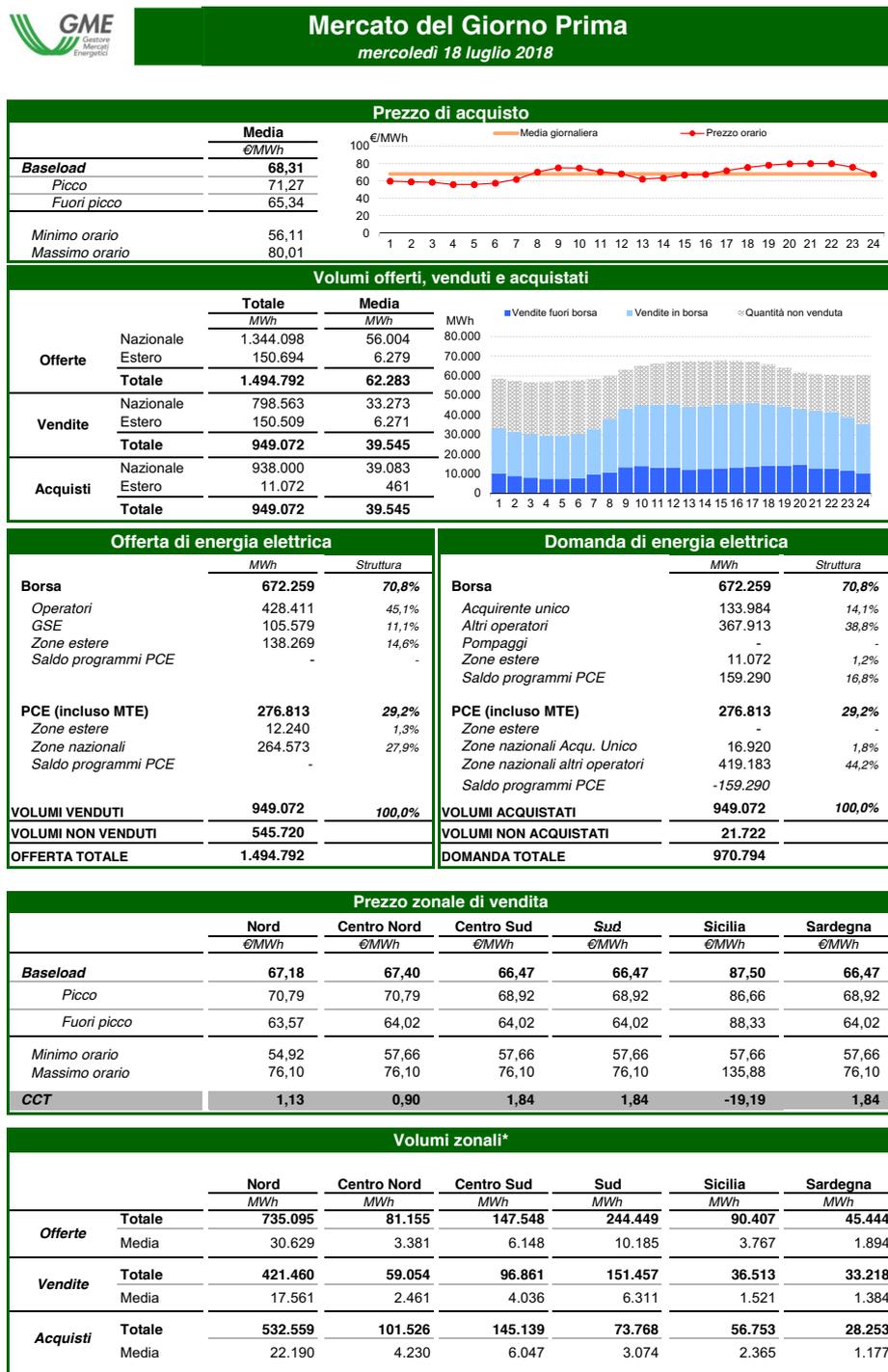


Figura 2.6 Esito MGP (dal GME)

2.7.2 Mercato Infragiornaliero (MI)

Il Mercato Infragiornaliero è stato introdotto nel 2009 al preciso scopo di fornire agli operatori del mercato elettrico la possibilità di aggiornare e aggiustare le offerte di vendita e acquisto. Anche l'MI, così come l'MGP, è un mercato ad asta caratterizzato però da frequenze più elevate. È articolato in sette sessioni in ognuna delle quali viene individuato (sempre utilizzando il metodo del System Marginal Price) un prezzo zonale applicato sia alle vendite che agli acquisti. Gli operatori dovranno versare o ricevere un corrispettivo di non arbitraggio pari alla differenza tra il PUN e il prezzo zonale. Anche in questo caso la controparte centrale di questo mercato è rappresentata dal GME.

Il vantaggio e l'utilità dell'MI risiede nel fatto di potersi avvalere di informazioni più aggiornate sia sullo stato degli impianti che sugli effettivi fabbisogni e contribuisce a ridurre il rischio di sbilanciamento sulla rete elettrica.

Dal 2018 l'MI verrà sostituito in quanto l'Italia entrerà nel sistema XBID, una piattaforma integrata a livello europeo per la contrattazione continua dell'energia elettrica intraday, fino ad un'ora prima del periodo di consegna.

2.8 Mercato dei Servizi di Dispacciamento (MSD)

Terna gestisce il Sistema Elettrico Nazionale occupandosi quindi della trasmissione e del dispacciamento dell'energia elettrica prodotta e importata in Italia. Nel dettaglio a Terna è affidato:

- l'esercizio, la manutenzione e lo sviluppo della rete nazionale;
- la gestione dei flussi di energia elettrica per ottenere in ogni istante l'equilibrio tra l'energia immessa in rete dai produttori e l'energia prelevata dalla rete dai consumatori;

- il controllo e la gestione delle linee di interconnessione con l'estero per le attività di import ed export.

Il dispacciamento, ovvero la gestione dei flussi di energia elettrica, avviene attraverso lo strumento commerciale del Mercato dei Servizi di Dispacciamento (MSD).

Le risorse cui Terna si approvvigiona tramite l'MSD possono essere racchiuse in tre macro-categorie:

- Regolazione di Potenza;
- Regolazione di Tensione;
- Servizi di Emergenza.

La regolazione di Potenza, che garantisce l'equilibrio in ogni istante tra l'immissione e il prelievo dell'energia nella rete mantenendo inoltre la frequenza a 50 Hz, si basa sulla Riserva di Potenza. Quest'ultima rappresenta una quota della capacità disponibile non utilizzata al momento ma che potrebbe entrare in esercizio in caso di necessità (guasti imprevisti nella generazione, errori nella previsione del fabbisogno etc.). La Riserva di Potenza prende forma nella:

- *Riserva primaria di potenza*, tramite la quale Terna "chiama" i produttori ad aumentare o diminuire la generazione di energia entro 15 secondi dall'attivazione. Viene utilizzata per contrastare le variazioni di frequenza ed è una regolazione automatica, al millisecondo. Nello specifico evita la variazione, contrasta quindi la discesa (o la salita) ad oltranza della frequenza, senza però riportarla ai 50 Hz nominali. Nel caso quindi che, per esempio, l'offerta sia maggiore della produzione, la frequenza aumenta e supera i 50 Hz: a questo punto interviene la regolazione primaria impedendo che tale aumento della

frequenza si propaghi ad oltranza. Alla regolazione primaria devono partecipare necessariamente tutti gli impianti, anche quelli abilitati solo all'MGP;

- *Riserva secondaria di potenza o regolazione secondaria della frequenza/potenza*, automatica e centralizzata (Terna è fisicamente collegata tramite cavi all'impianto e può gestirlo essa stessa), agisce su zone geografiche di regolazione ed è disponibile entro 15 minuti dall'attivazione e la potenza richiesta deve poter essere fornita per non meno di due ore. Viene utilizzata per riportare la frequenza al valore nominale (dopo quindi che la primaria ne aveva bloccato la deriva) e serve inoltre a ricostituire la Riserva Primaria;
- *Riserva terziaria di potenza*, nell'ambito del bilanciamento in tempo reale, costruisce la riserva terziaria a salire, in caso di incremento di potenza, e la riserva terziaria a scendere, in caso di decremento della potenza. Serve quindi a ristabilizzare la secondaria e risolvere le congestioni di rete.

Gli impianti di produzione vengono classificati da Terna come UP (unità di Produzione). Le UP ammesse all'MSD devono soddisfare caratteristiche stringenti e per tale motivo rappresentano solo una piccola parte delle UP che partecipano all'MGP. Tali UP ammesse all'MSD, oltre ad essere ovviamente connesse alla rete, devono essere in grado di variare, in aumento o decremento, la propria immissione di energia elettrica di almeno 10 MW entro 15 minuti dall'inizio della variazione e non possono quindi essere impianti non programmabili alimentati da fonti rinnovabili come l'eolico, il fotovoltaico o l'idroelettrico fluente.

Se l'MGP aveva come controparte centrale il GME, l'MSD ha come controparte centrale Terna, la quale paga il produttore in caso di richiesta di aumento della potenza (che corrisponde ad una vendita di energia elettrica). Il produttore invece pagherà un

corrispettivo a Terna in caso contrario, ovvero in caso di diminuzione della potenza, caso equiparato ad acquisti di energia elettrica.

Un'ulteriore differenza con l'MGP risiede nel fatto che nell'MSD non esiste un prezzo di riferimento di mercato, ma l'operatore, secondo la logica del "*Pay As Bid*", paga o riceve esattamente ciò che ha contrattato.

Il MSD si articola in:

- MSD ex-ante, in cui vengono selezionate le offerte di acquisto e di vendita dell'energia relative al giorno successivo (si svolge quindi il *d-1*) per la risoluzione delle congestioni sulla rete e per la costituzione delle riserve precedentemente descritte;
- Mercato di Bilanciamento (MB) il quale invece è un mercato "in tempo reale" in quanto le offerte selezionate da Terna hanno periodo di consegna corrispondente al gruppo di ore in cui si svolge il mercato stesso;

L'MSD ex-ante e l'MB sono costituiti da sei sessioni giornaliere ciascuno.

2.9 Mercato a Termine dell'Energia Elettrica (MTE)

Al Mercato a Termine dell'Energia Elettrica possono partecipare tutti gli operatori ammessi al Mercato Elettrico: nello specifico, nell'MTE avviene la negoziazione di contratti a termine dell'energia elettrica con obbligo di consegna e ritiro. Come nell'MGP, anche in questo caso la controparte centrale è rappresentata dal GME il quale ha il compito di registrare sulla PCE (Piattaforma Conti Energia) i contratti stipulati fra le controparti.

Il MTE è un mercato a negoziazione continua nel quale possono essere scambiati due tipologie di prodotti:

- *Baseload*, ovvero l'energia da consegnare in tutte le ore costituenti il periodo di consegna contrattualizzato;
- *Peakload*, ovvero l'energia da consegnare solo nei periodi rilevanti (ovvero quelli di maggiore richiesta e consumo).

La quantità di energia negoziabile non è arbitraria ma viene fissata dal GME al valore di 1 MW, che viene moltiplicato per i periodi rilevanti del singolo contratto, mentre i periodi di consegna possono essere: mese, trimestre e anno.

La prima fase dell'MTE è la presentazione delle offerte: gli operatori abilitati possono partecipare presentando delle offerte in cui evidenziano la tipologia e il periodo di consegna dei contratti, il numero degli stessi e il prezzo al quale vorrebbero vendere o acquistare. Tali offerte vengono ordinate e suddivise per tipologia di contratto e periodo di consegna dal GME in ciò che prende il nome di "*book di negoziazione*". Sul book le offerte di acquisto vengono ordinate in base al prezzo decrescente, le offerte di vendita vengono ordinate in base al prezzo crescente.

Nella negoziazione continua di tali contratti, le offerte vengono abbinate se di segno contrario e secondo dei criteri di priorità. Ad esempio, nel caso di presentazione di un'offerta di vendita con limite di prezzo, quest'ultima verrà abbinata con una o più offerta di acquisto caratterizzata da prezzo maggiore o uguale rispetto a quello dell'offerta di vendita.

Nel caso di contratti aventi durate trimestrale o annuale, una volta scadute la sessione di contrattazione (mensile) vengono ordinati secondo un meccanismo di cascata tramite

cui i contratti di durata maggiore al mese vengono convertiti in equivalenti contratti mensili.

Nell’MTE rientrano i mercati Forward OTC – Over The Counter (piattaforme di brokeraggio) e Futures (piattaforma trading con controparte centrale EEX, che rappresenta un intermediario e garante per gli operatori). Rappresentano dei veri e propri mercati finanziari nei quali per operare non è necessario possedere unità di consumo o prodotto, ma i trader (gli operatori) possono anche agire senza scambio fisico di energia elettrica. Tali mercati vengono utilizzati dalle grosse società produttrici di energia elettrica sia per strategia di *hedging*, ovvero di copertura per assicurare e collocare la produzione, che per strategie di *trading*, cercando quindi il guadagno nella volatilità dei prezzi (compro energia o gas quando i prezzi sono bassi, le rivendo quando i prezzi sono alti guadagnando il delta prezzo). I prodotti scambiati variano tra il $d+1$ e $y+3$ (anno), suddivisi in giorni, settimane, mesi, trimestri e anni. Come si evince dall’immagine seguente, i trader operano “a schermo” di cui se ne riporta un esempio, cliccando su Bid (prezzo al quale vendere la quantità indicata del prodotto sottostante) o Ask (prezzo al quale comprare la stessa quantità dello stesso prodotto). Il prezzo Ask è sempre maggiore del prezzo Bid.

	Italy Baseload*						France Baseload*						Germany Baseload*						
	Code	Qty	Bid	Ask	Qty	Last	Code	Qty	Bid	Ask	Qty	Last	Code	Qty	Bid	Ask	Qty	Last	
+ - May-18	CI MD	5	50,40	50,55	5	50,45	EEX	1	32,90	33,00	5	33,00	TFS*	5	32,10	32,20	10	32,20	
	EEX	5	50,35	50,60	2	50,45	ICAP	1	32,80	33,15	5	33,00	EEX	15	32,10	32,20	10	TFS	
+ - Jun-18	EEX	5	52,50	52,70	2	52,50	ICAP	5*	35,10	35,50	5*	35,05	TFS	5	34,65	34,85	10*	TFS	
+ - Jul-18	TFS	10	59,00	59,50	5	58,00	EEX	5	35,00	37,40	5	TFS*	5	35,05	36,00	10	TFS		
+ - Aug-18	EEX	5	52,00															34,90	
+ - Sep-18				60,22	3*													39,10	
+ - Oct-18																		40,50	
+ - Nov-18																			
+ - Q318	TFS	5	56,20	56,70	3	56,60	EEX	5	37,15	37,45	5	37,20	GFI	10	36,55	36,70	5	36,60	
	EEX	10	56,15	56,75	2	56,75	EEX	5	37,10	37,54	5	36,75	EEX	5	36,55	36,75	10	GFI	
+ - Q418	EEX	2	58,05	58,30	5	58,15	GFI	5	51,75	52,20	5	51,85	GFI	5	41,60	41,75	5	41,65	
	EEX	10	57,80	58,40	5	58,15	EEX	5	51,40	52,20	5*		EEX	5	41,55	41,79	10	EEX	
+ - Q119	TFS	5	56,65	56,80	5	56,80	GFI*	5	52,35	52,80	5			2*	41,30	41,55	3*	TFS	
	TFS	5	56,65	56,90	5	56,80	EEX	5	52,10	53,35	5	GFI*		EEX	5	41,20	41,70	5	EEX
+ - Q219	ICAP	5	45,10	45,51	2*	45,10		2*	33,90	35,06	1*	33,35	TFS*	2*	33,25	33,50	5*		
	GFI	5*	45,05	45,80	5	45,15	ICAP	5	32,50				EEX	5	32,00				
+ - Q319	EEX	5	50,30	50,50	5	50,30		5*	33,40	35,78	1*	33,95		2*	33,50	33,75	5*	TFS	
	TFS	5	50,30	50,71	2*	50,15								2*	33,50	33,80	5*	TFS	
+ - Q419	EEX	2	52,40	52,75	5	52,25	GFI*	1*	46,55	46,65	5*			2*	39,65	39,90	5	TFS	
+ - Q120																		40,00	
+ - Q220																			
+ - Win 18																			
+ - 2019		2	51,09	51,20	5*	51,20	GFI	5	41,70	41,80	3	41,80	TFS	2	37,10	37,15	7	EEX	
+ - 2020	GFI	5	47,80	48,55	5	47,80	ICAP*	5*	40,85	40,95	5	40,90	ICAP	5*	36,35	36,40	5*	ICAP	
+ - 2021	EEX	5	47,45	48,55	5	47,45	ICAP*	5*	40,95	41,25	5	40,95	ICAP*	5*	36,45	36,50	5	ICAP	
+ - 2022													ICAP	5	37,70	38,20	5	ICAP	

Figura 2.7 Esempio di “schermo” sul quale operano i trader

Del Mercato a Termine fa parte anche la Consegna Derivati Energia (CDE), ovvero la piattaforma per l'esecuzione di derivati sull'energia elettrica conclusi in Borsa Italiana e per i quali è stata scelta la consegna fisica sul mercato dell'energia sottostante.

2.10 Piattaforma Conti Energia (PCE)

Gli operatori ammessi alla PCE hanno la facoltà di stipulare contratti bilaterali fra produttore e consumatore bypassando i mercati descritti precedentemente. In questo caso quindi, le due controparti possono contrattare liberamente quantità di energia, prezzo e delivery. Tali contratti vengono registrati nella Piattaforma, gestita dal GME, il quale assume anche il ruolo di controparte centrale. In PCE, quindi, gli operatori registrano prima le transazioni commerciali e successivamente i relativi programmi di prelievo che devono in ogni caso essere compatibili con i vincoli di trasporto.

2.11 Considerazioni sul prezzo dell'energia elettrica

Se fino a qualche anno fa il prezzo dell'energia elettrica seguiva le variazioni del fabbisogno, per cui a momenti di maggiore richiesta di energia corrispondevano prezzi più elevati, l'avvento delle rinnovabili non programmabili ha mutato fortemente questa tendenza. In un giorno tipo, le ore caratterizzate da una maggiore domanda di energia (*Peak load*) generalmente sono quelle che vanno dalle 8 alle 20, con picchi in quelle centrali: la diffusione massiccia del solare ha fatto sì che tali momenti di maggior fabbisogno, coincidendo in generale con le ore più calde e più assolate della giornata, vengano in larga parte soddisfatti dalla produzione rinnovabile che non richiede costo di esercizio (es. combustibile) e che quindi viene immessa in mercato ad un prezzo praticamente pari a zero. La caratteristica curva del prezzo ad una gobba quindi, è nel tempo mutata divenendo a due gobbe, una nelle prime ore del mattino e l'altra nelle ultime ore del pomeriggio proprio alla luce di questo fenomeno.

Dal punto di vista di un produttore di energia assume particolare rilevanza quello che viene denominato *effetto modulazione*: rappresenta di quanto si discosta il prezzo cui viene venduta l'energia venduta da una tecnologia rispetto al prezzo medio.

$$Effetto Modulazione = \frac{\sum_{i=1}^{8760} MGP_i * Produzione_i}{\sum_{i=1}^{8760} Produzione_i} - \overline{MGP}$$

In altre parole, l'effetto modulazione altro non è che la sommatoria del prezzo MGP nella singola ora moltiplicato per la produzione nella medesima, diviso la produzione totale. Il tutto diminuito del prezzo medio di vendita nell'arco temporale considerato (ad esempio un anno).

La positività o meno di tale numero dipende dalla tecnologia presa in esame. Nel caso di impianti programmabili, il produttore avrà la tendenza a produrre più energia nei momenti in cui il prezzo è alto e a produrne meno laddove il prezzo è più basso: in questo modo mediamente riuscirà a vendere l'energia ad un prezzo più alto del valore medio ottenendo un effetto modulazione positivo. Viceversa nel caso di impianti rinnovabili non programmabili come ad esempio l'eolico, la produzione è indipendente dal prezzo dell'energia ma lo condiziona fortemente; infatti, così come nel caso del solare, anche i momenti di forte vento influenzano al ribasso il prezzo dell'energia elettrica. L'effetto modulazione di un parco eolico quindi sarà negativo in quanto mediamente l'energia viene venduta ad un prezzo più basso del valore *base load*.

2.12 Uno sguardo al futuro – Capacity Market

Il mondo del mercato elettrico è in continua evoluzione: grandi e piccoli cambiamenti vengono ipotizzati, analizzati e, nel caso, eseguiti. Una delle nuove frontiere può essere rappresentata dal *Capacity Market* (a seguire CM), ovvero Mercato della Capacità. Già presente in molti paesi europei fra i quali l'Inghilterra, è oggetto di forte discussione in Italia. Con il decreto legislativo 379/2003 è stata prevista introduzione di un sistema di

remunerazione della disponibilità di capacità elettrica ed attualmente si è in attesa della regolazione dettagliata redatta da Terna, ARERA (Autorità di Regolazione per Energia Reti, prima AEEGSI) e dal Ministero dello Sviluppo Economico. Alcune informazioni preliminari sulla struttura e l'organizzazione di tale mercato sono emerse già da un paio di anni e via via sono stati modificate e approfondite nel tempo.

Per Capacity Market si intende un mercato ad asta con System Marginal Pricing nel quale il produttore si impegna ad offrire una capacità installata a fronte di un premio ricevuto (contratti di opzioni a tutti gli effetti – vedi capitolo successivo). Il motore primo di questo meccanismo è rappresentato dalla sicurezza della rete nazionale: si vuole introdurre un modo per far sì che ci sia sempre una capacità disponibile superiore al fabbisogno richiesto e che possa essere chiamata ad entrare in azione in caso di brusche variazioni di quest'ultimo, senza creare disagi e blocchi alla rete. I produttori che scelgono di partecipare riceveranno un premio (definito dall'asta) proporzionale alla capacità che hanno scelto di impegnare per il semplice fatto che essa esista e che, anche se non utilizzata in ogni momento, possa essere comunque disponibile. Il CM quindi consente agli operatori di stabilizzare i propri ricavi attraverso lo scambio dei margini variabili e incerti (da MGP e MSD) con i margini fissi e certi del CM stesso.

Al CM possono partecipare i titolari di Unità di Produzione esistenti o nuove (anche FER non programmabile), non soggette a provvedimenti di dismissione approvati, purché non ricevano già altri incentivi (esclusi i Titoli di Efficienza Energetica, ex Certificati Bianchi, e Conto Termico). Possono inoltre partecipare i titolari di Unità di Consumo e in generale la partecipazione al CM è facoltativa, non obbligatoria.

Viene fatta una distinzione fra una fase di prima attuazione e una fase di piena attuazione, per permettere un inserimento graduale del CM all'interno del contesto elettrico italiano. Sono ad oggi previste quattro diverse aste:

- Asta Madre, la principale con cadenza annuale;
- Asta Complementare;
- Asta di Aggiustamento, permette la negoziazione delle posizioni assunte precedentemente;
- Mercato Secondario, permette la negoziazione continua.

I primi tre meccanismi sono caratterizzati da un orizzonte di pianificazione pari a quattro anni e agiscono su quelle che vengono definite da Terna come Aree di Mercato ma che ad oggi non sono state ancora definite. Ciascun operatore può presentare un massimo di dieci offerte (i *gradini* del System Marginal Price precedentemente descritto) e le negoziazioni avvengono in un massimo di 26 sessioni, in ciascuna delle quali l'operatore è obbligato ad un ribasso minimo del 4% ciascuna (se il ribasso è inferiore o uguale al 4%, allora l'operatore ha a disposizione una sola ulteriore offerta).

Il Mercato Secondario prevede invece un orizzonte di pianificazione minore di due mesi nella fase transitoria della prima attuazione e minore di cinque a regime. Nella fase di piena attuazione invece si prevede un orizzonte temporale minore o uguale a 18 mesi. Nella fase di prima attuazione il periodo di consegna è pari ad un mese ed è previsto un giorno al mese per la negoziazione, mentre nella fase di piena attuazione il periodo di consegna è pari ad una settimana ed è previsto un giorno a settimana per la negoziazione. Nel Mercato Secondario non è previsto il System Marginal Price ma il *pricing* avviene come trading in modalità continua e le offerte di vendita e acquisto non incrociate vengono eliminate.

Per ogni MW di capacità impegnata, gli operatori ricevono un premio annuale in €/MW, risultato dell'asta, e si impegnano nel pagare a Terna eventuali differenze tra il prezzo di riferimento della zona di mercato di riferimento e il prezzo di esercizio o *strike price* pari al costo variabile di un OCGT con un rendimento pari al 42% (pari a 125 €/MWh a giugno 2017).

Rappresenta un contratto di opzione a tutti gli effetti (call option, nello specifico vedi capitolo 3) in quanto Terna, ovvero il compratore ottiene il diritto ma non l'obbligo di ricevere dagli operatori (venditori dell'opzione) per ogni MW di capacità contrattualizzata le differenze positive tra i prezzi di riferimento MGP/MSD e uno strike price (che da prime approssimazioni supera i valori MGP per circa una decina di ore all'anno). I produttori (venditori), d'altro canto, ricevono da Terna (compratore) il pagamento di un premio annuo definito dalle aste.

Lo strike price o prezzo di esercizio rappresenta il costo variabile standard della tecnologia di generazione di punta. Terna definisce (Allegato n. 5 – Metodologia per il calcolo del prezzo di esercizio per la fase di prima attuazione) il costo variabile standard come somma algebrica del costo del combustibile (tenendo conto del rendimento della tecnologia, della quotazione del combustibile a mercato, dei costi di logistica internazionale e nazionale e delle accise), degli oneri di sbilanciamento medi, degli oneri per le quote di emissione di CO₂, del costo relativo all'acquisto di energia elettrica dal mercato per esigenze impiantistiche, del costo per i prodotti chimici necessari alla produzione e per lo smaltimento dei residui di combustione e del costo della manutenzione.

Il valore del premio annuo è determinato dall'incrocio tra la curva di domanda di capacità proposta da Terna e la curva di offerta di capacità presentata dagli operatori. Tale premio inoltre deve essere limitato superiormente da un CAP diverso per ogni

tecnologia e anch'esso ancora da definire. Inoltre dalle prime informazioni fornite da Terna era previsto anche un FLOOR (limite inferiore del premio) che è stato poi eliminato.

Per la determinazione della curva di domanda (dal documento Terna: Disciplina del sistema di remunerazione della disponibilità di capacità di energia elettrica – Capo III: Determinazione della Curva di Domanda – Articolo 21: Valutazione dell'adeguatezza – Articolo 22: Determinazione delle curve di domanda della capacità) Terna si affida a simulazioni statistiche che simulano le caratteristiche del sistema elettrico italiano in termini di scenari di carico, generazione disponibile e transito tra le aree geografiche adiacenti. I risultati di ogni simulazione vengono aggregati in un unico modello su base annuale.

Per ogni area geografica (Disciplina del sistema di remunerazione della disponibilità di capacità di energia elettrica – Capo II: Definizione delle Aree – Articolo 20: definizione delle Aree della rete rilevante) definita da Terna secondo criteri riguardanti la sicurezza della rete stessa, con particolare attenzione ai limiti di transito tra le aree, viene costruita una curva di domanda della capacità. Tale curva è costituita dall'interpolazione lineare di soli quattro punti (vedi figura seguente):

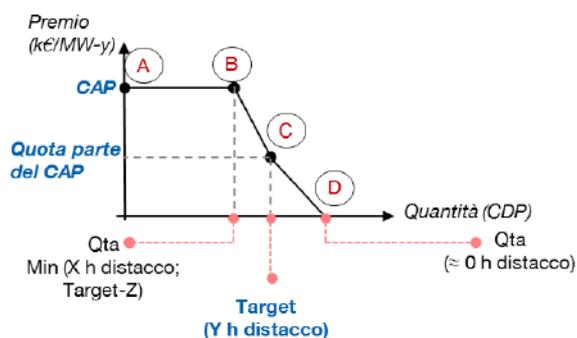


Figura 2.8 Curva di domanda per area funzione del LOLE - Dall'articolo 22

Determinazione delle curve di domanda della capacità

L'ascissa rappresenta la quantità di capacità CDP (Capacità Disponibile in Probabilità) per ciascuna area in grado di rispettare il valore di LOLE (Loss of Load Expectation, ovvero il numero ore predefinito di distacco del carico in un anno, definito dal Ministero dello Sviluppo Economico).

- Il punto *A* ha come coordinate capacità nulla e premio [k€/MW-y] massimo, quindi pari al CAP;
- Il punto *B* ha ordinata pari nuovamente al CAP ma ascissa pari alla capacità che permette, per ciascuna Area, di avere un LOLE uguale ad un numero di ore pari a *X* maggiore di quello relativo al punto *C*. Inoltre si ha che la differenza delle ascisse tra i punti *C* e *B* sia almeno pari ad un valore della capacità derivato dalla perdita di uno o più gruppi di generazione (parametro *Z*);
- Il punto *C* ha ascissa, come accennato precedentemente, pari al valore della capacità necessaria per assicurare un livello di adeguatezza standard obiettivo o target di capacità e ordinata pari ad una percentuale del CAP definito per la tecnologia in esame;
- Il punto *D* infine ha ascissa pari alla capacità necessaria per avere LOLE pari a zero (ovvero minima capacità che riesca a soddisfare sempre le richieste di fabbisogno) e premio pari a zero.

La curva di offerta è invece costituita dalla CDP (Capacità Disponibile in Probabilità) esterna e nazionale e viene calcolata secondo quanto descritto dall'Allegato n°3 - Definizione dei parametri per il calcolo della CDP per la fase di Prima Attuazione. La CDP a disposizione di ciascun operatore partecipante all'asta in una specifica area viene calcolata secondo parametri calcolati in modo diverso a seconda della tipologia di tecnologia di produzione. Tra i concetti principali di cui si tiene conto per le unità di tipo termoelettrico e geotermico si ricordano il tasso medio di accidentalità dell'unità di

produzione, il tasso medio di indisponibilità dell'unità di produzione nel picco di carico per vincoli normativi, autorizzativi o di processo e il tasso medio di limitazione della producibilità nel picco di carico per effetto di condizioni ambientali (come la temperatura dell'aria).

L'Articolo 26 della Disciplina del sistema di remunerazione della disponibilità di capacità di energia elettrica redatta da Terna, descrive la curva di offerta di CDP dell'Asta Madre, la principale, come "*costituita dall'insieme ordinato per Premio non decrescente*" delle offerte di vendita presentate dai partecipanti. Inoltre Terna inserisce con premio pari a zero €/MW-y le unità di produzione per cui non sono state presentate offerte di vendita.

Il sistema del Capacity Market prevede che i possessori di impianti di produzione la cui capacità è stata totalmente o in parte impegnata paghino a Terna delle penali sia nel caso in cui il prezzo MGP supera lo strike price, che nel caso in cui la capacità impegnata risulta non disponibile per vari motivi. Il valore numerico della penale in quest'ultimo caso tiene conto anche di un coefficiente denominato Fattore di Carico Orario fornito dall'AEEGSI e pari al rapporto, per ogni singola ora, tra il quantitativo di energia elettrica richiesto nell'ora in considerazione e la media delle trecento ore dell'anno con maggiore richiesta di energia elettrica. Tale coefficiente non può assumere valori maggiori dell'unità. In questo modo Terna vuole penalizzare maggiormente le indisponibilità laddove c'è una maggiore richiesta di energia e quindi di capacità. L'Allegato n°4 sui Livelli Standard Efficienti di Indisponibilità definisce una metodologia per il calcolo del numero di ore per cui la tecnologia è da considerarsi in manutenzione programmata ed è quindi esonerata dal pagamento della penale per indisponibilità. Viene definito un livello standard efficiente di indisponibilità T (in numero di ore per anno di indisponibilità esonerate per MW di capacità impegnata) e

valutato sullo storico delle indisponibilità relative a quella specifica tecnologia sul territorio italiano. Considerando per esempio trenta giorni annui di indisponibilità programmate per un CCGT di media grandezza (circa 400 MW), il parametro T assume valore pari a 1,8 h/MW-y. Il numero di ore effettive esonerabili per ciascun assegnatario viene calcolato valutando il valore della capacità impegnata per varie tecnologie in varie zone, tenendo conto dello specifico parametro T corrispondente.

L'introduzione del CM avrebbe sicuramente degli effetti sul meccanismo di pricing del mercato elettrico italiano tutt'ora in vigore. Sono stati infatti ipotizzati due effetti contrastanti che potrebbero modificare l'MGP, spingendo il prezzo di vendita dell'energia elettrica:

- Verso l'alto, in quanto il CM spingerebbe verso la dismissione degli impianti in *over-capacity*, non rientrati quindi nel meccanismo. Ciò provocherebbe una maggiore concentrazione del mercato con una conseguente spinta verso l'alto dei prezzi;
- Verso il basso in quanto le capacità contrattualizzate in CM hanno l'obbligo di offerta nei mercati MGP e MSD e inoltre questo sistema spingerebbe per un'offerta inferiore allo strike price per non dover restituire a Terna la differenza. Questi due effetti si tradurrebbero in un allungamento della curva MGP abbassando quindi il prezzo di equilibrio sul mercato.

Capitolo 3: Opzioni Finanziarie

3.1 Introduzione

Una tipologia di contratto che ha già da parecchi anni preso piede nell'ambito finanziario e che si sta diffondendo anche nel settore *Power* è rappresentata dalle Opzioni Finanziarie.

Denominati anche Titoli Asimmetrici, conferiscono al possessore il diritto ma non l'obbligo di acquistare o vendere il sottostante (oggetto, prodotto scambiato): il possessore ha quindi la possibilità di scegliere se esercitare o meno l'opzione in base all'effettiva convenienza economica della stessa. Le opzioni vengono utilizzate per svariati obiettivi di investimento, dal rendimento di medio o lungo periodo, al coprire investimenti dall'eventualità di un ribasso del mercato.

Le prime opzioni quotate ufficialmente in un mercato risalgono al 1973 negli Stati Uniti. Dall'inizio degli anni '80 si sono sviluppati anche mercati paralleli che accolgono anche le negoziazioni di opzioni (mercati OTC): uno dei vantaggi di queste piattaforme risiede nel fatto che le controparti possono trattare ed accordarsi in base alle loro specifiche esigenze.

Esistono due tipologie fondamentali di opzioni finanziarie:

- *Opzione Call*, in cui il possessore acquista il diritto *a comprare*;
- *Opzione Put*, in cui il possessore acquista il diritto *a vendere*;

una quantità determinata di un'attività finanziaria o di un sottostante reale (come nel caso del prodotto *Power*) a un determinato prezzo (*Strike Prince*) ad una determinata data (*Expiration Date*) a fronte di un premio pagato.

Le opzioni che possono essere esercitate esclusivamente alla scadenza prendono il nome di “*Europee*”, le opzioni che invece possono essere esercitate in tutto l’arco temporale che intercorre tra la stipulazione del contratto e l’expiration date vengono definite “*Americane*”. Tale “libertà” aggiuntiva che viene fornita nel caso di opzioni americane si traduce in un premio che il compratore dovrà versare più alto.

Il vantaggio dell’utilizzo di un’opzione per fini di copertura sul rischio a medio e lungo periodo risiede proprio nel fatto che un investitore può tutelarsi nel caso preveda un rialzo dei prezzi sottoscrivendo questo tipo di contratto: egli di fatto non sta acquistando anticipatamente la merce d’interesse ma potrebbe farlo qualora alla scadenza lo strike concordato risulti essere più vantaggioso dell’effettivo prezzo della merce, nel caso in cui invece dovesse decidere di non esercitare l’opzione perderebbe esclusivamente il premio, ovvero il costo iniziale del contratto. Il parametro che rende conveniente o meno l’esercizio di un’opzione risiede nella differenza tra il prezzo strike concordato tra le due controparti e il prezzo reale, effettivo del sottostante in questione alla scadenza: cruciale è quindi la corretta valutazione dell’andamento dei prezzi futuri che determinano la valutazione del premio. A tal proposito, in letteratura sono numerosi i modelli che presentano come obiettivo ultimo proprio la determinazione del premio di un’opzione partendo dal prezzo attuale del bene e da quello futuro stimato, tra i quali è possibile ricordare: il modello di Black e Scholes e il modello di Heath, Jarrow e Morton (HJM) che verranno descritti in seguito.

3.2 Payoff

I due soggetti che sottoscrivono tale tipologia di contratto sono il compratore (buyer) e il venditore (writer). Il buyer acquista il diritto di scegliere se esercitare o meno l'opzione a fronte del quale paga un premio, il writer subisce la decisione del buyer in quanto con la sottoscrizione del contratto si impegna irrevocabilmente ad effettuare la prestazione di acquisto o vendita del sottostante al prezzo definito, ricevendo un premio.

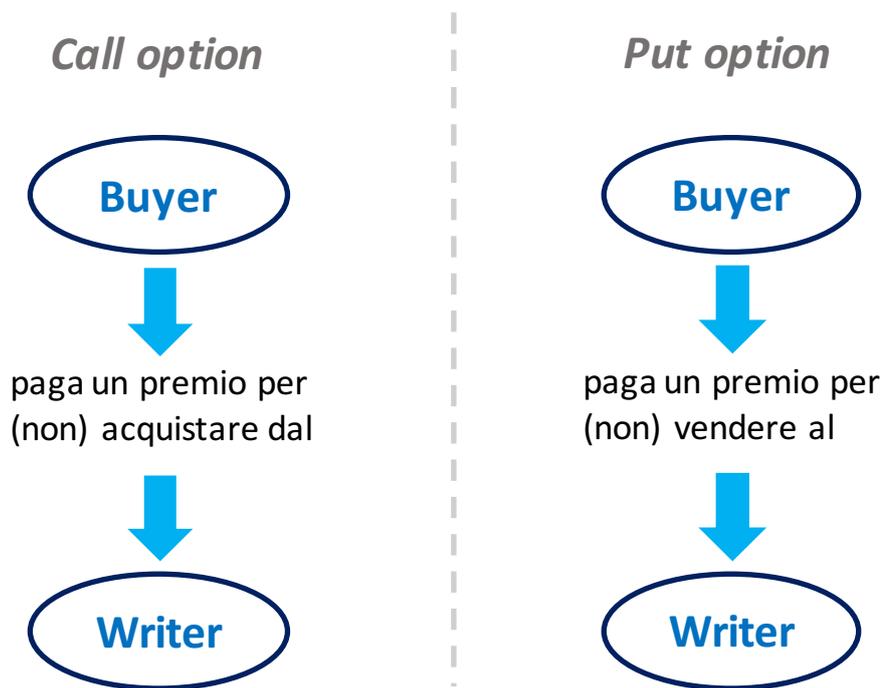


Figura 3.1 Soggetti e azioni di un'opzione

Il buyer, idealmente, gode della possibilità di un guadagno massimo illimitato e di una perdita massima pari al premio versato, il writer, d'altro canto, può registrare un profitto massimo pari al premio ricevuto e una perdita teoricamente illimitata.

Una immediata rappresentazione grafica spesso utilizzata dei possibili guadagni e delle possibili perdite al variare del prezzo del sottostante nel caso di Call e Put prende il nome di *payoff*.

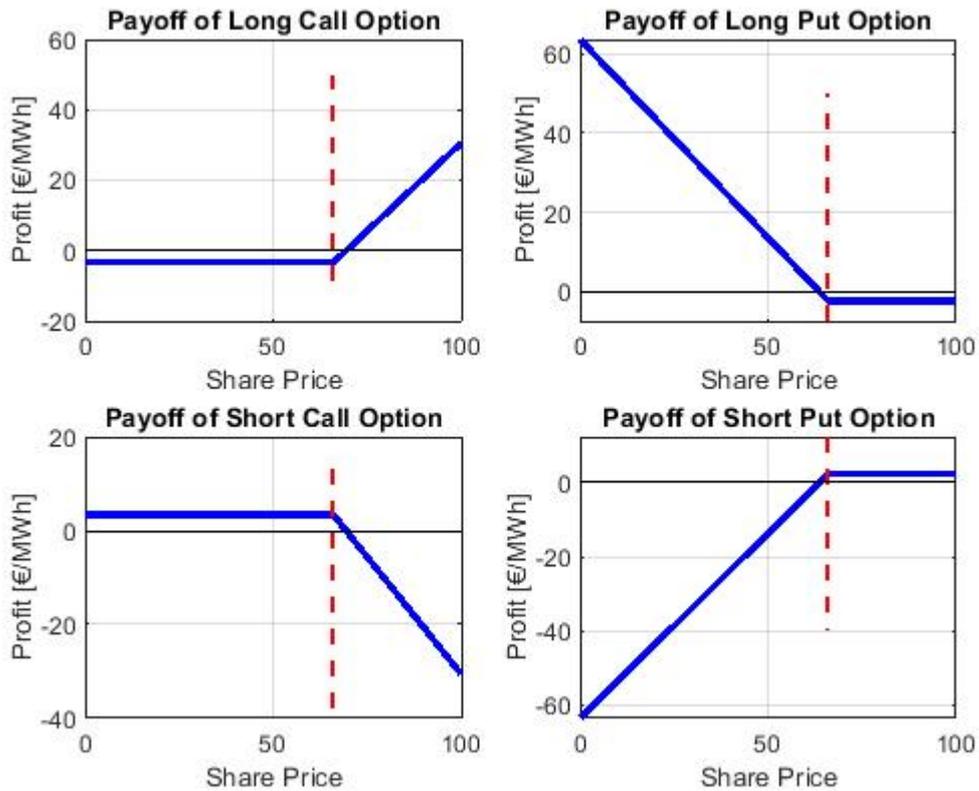


Figura 3.2 Principali payoff per opzioni di tipo call e put in posizione short e long

Nella figura precedente sono riportati i principali payoff per call e put, long e short. Il buyer di un'opzione si dice comunemente che occupi una posizione "long", mentre il writer occupa una posizione "short".

I payoff riportano nelle ascisse il variare del prezzo del sottostante (idealmente da zero all'infinito) e nelle ordinate i profitti (se i valori sono positivi) o le perdite (se i valori sono negativi). I profitti nel grafico sono in €/MWh in quanto tali immagini rappresentano dei reali payoff del prodotto Power (energia elettrica). La linea rossa tratteggiata evidenzia lo strike price concordato dalle parti.



Figura 3.3 Payoff per un'opzione call in posizione long

Nel caso di una Long Call Option, si analizzano i possibili profitti di un buyer che appunto sceglie di acquistare una Call. Se il prezzo del sottostante è inferiore allo strike egli può decidere di non esercitare l'opzione perdendo solo il premio pagato, se invece il prezzo del sottostante è superiore allo strike, egli può avvalersi dell'opzione guadagnando la differenza tra il prezzo del sottostante e il premio pagato (guadagno teoricamente illimitato). Tali situazioni possono essere riassunte nella formula:

$$P_t = \max [0, S_t - K]$$

dove P_t rappresenta il profitto (o perdita) all'istante t , S_t è il prezzo del sottostante all'istante t e K è lo strike price. Tale payoff può essere utile e conveniente nel momento in cui l'operatore ritenga che il prezzo della commodity possa salire in un prossimo futuro.



Figura 3.4 Payoff per un'opzione call in posizione short

Nel caso in cui invece si ritenga che il prezzo della commodity possa scendere, simmetricamente si può ricorrere ad una Short Call Option, vendendo quindi una call. Il payoff in questo caso è perfettamente simmetrico rispetto all'asse x in relazione al caso precedente: l'operatore riceve il premio che rappresenta il massimo profitto dell'opzione e potenzialmente potrebbe perdere illimitatamente al crescere del prezzo del sottostante. Nel caso infatti di una posizione short si è un venditore di opzione (writer) e quindi si “subisce” la scelta dell'esercizio o meno della controparte. Per prezzi bassi, la controparte non è interessata ad esercitare l'opzione e perde il premio, che viene quindi guadagnato dal writer, nel caso di prezzi alti, la controparte sceglie di esercitare l'opzione, acquistando il bene allo strike price, e il writer perde la differenza fra lo strike e il prezzo del sottostante. In sintesi:

$$P_t = - \max [0, S_t - K]$$

dove P_t rappresenta il profitto (o perdita) all'istante t , S_t è il prezzo del sottostante all'istante t e K è lo strike price.



Figura 3.5 Payoff per un'opzione put in posizione long

Una possibile alternativa nel caso in cui si ritenga che il prezzo della commodity in esame possa scendere in futuro, è rappresentata dalla Long Put Option. In questo caso si acquista (posizione long) il diritto a vendere il sottostante ad uno specifico strike. Se il prezzo a scadenza è inferiore rispetto allo strike, il possessore dell'opzione può esercitarla, guadagnando la differenza fra lo strike e il prezzo del sottostante. Infatti, se il possessore vendesse lo stesso bene a mercato ne avrebbe un ritorno inferiore in quanto lo strike price è superiore al prezzo della commodity. Nel caso invece si tratti di una previsione errata ed il prezzo non scende al di sotto dello strike, il possessore può non esercitare l'opzione perdendo il premio pagato. In formule:

$$P_t = \max [0, K - S_t]$$

dove P_t rappresenta il profitto (o perdita) all'istante t , S_t è il prezzo del sottostante all'istante t e K è lo strike price.



Figura 3.6 Payoff per un'opzione put in posizione short

L'ultimo caso è rappresentato da una Short Put Option (caso simmetrico del precedente). Si ha infatti la vendita di una put, per cui si “subisce” la scelta del buyer. In questo caso si riceve il premio e si ha l'obbligo di comprare la commodity allo strike nel caso in cui il compratore decidesse di esercitare l'opzione (per prezzi del sottostante inferiori allo strike e quindi con perdita potenzialmente infinita). In caso contrario si ha il massimo guadagno costituito dal premio ricevuto. Matematicamente:

$$P_t = - \max [0, K - S_t]$$

dove P_t rappresenta il profitto (o perdita) all'istante t , S_t è il prezzo del sottostante all'istante t e K è lo strike price³.

³ Formulazioni più approfondite prevedono una definizione del premio in cui lo strike price è moltiplicato per il termine e^{-rT} , dove r è il tasso di interesse privo di rischio e T è il tempo a scadenza dell'opzione stessa, per sottolineare la dipendenza temporale del valore dell'opzione. In questa analisi però (e anche nel modello che segue), non si tiene conto di questo termine in quanto il tasso di interesse è posto pari a 0.

3.3 Tipologie di opzioni finanziarie

Il tema riguardante le diverse tipologie di opzioni finanziarie è estremamente fluido e in continuo divenire in quanto rappresentano un tema economico di estrema attualità sul quale grossi operatori di borsa e non solo puntano. Trattandosi inoltre di contratti stipulati fra due controparti, possono essere in linea teorica caratterizzati dalle condizioni al contorno più disparate, purché vengano accettate dai sottoscrittori.

La prima grande distinzione di cui si è già parlato in precedenza sussiste fra le opzioni di tipo call (che permettono di comprare) e le opzioni di tipo put (che permettono di vendere un determinato sottostante). Un'altra distinzione può essere fatta tra le opzioni di tipo europeo e le opzioni di tipo americano: le prime possono essere esercitate solo ed esclusivamente alla scadenza del contratto, mentre le seconde possono essere esercitate in un qualunque momento tra la sottoscrizione del contratto e la scadenza dello stesso. Tali opzioni europee e americano vengono genericamente distinte con la dicitura "*plain vanilla*".

Le opzioni semplici di tipo plain vanilla non sono molto diffuse ma vengono utilizzate raramente: solitamente vengono sottoscritte opzioni più strutturate e complesse che in generale vengono dette *esotiche*. Tali opzioni sono caratterizzate da clausole aggiuntive che possono definire alcuni limiti di validità dell'opzione stessa oppure possono tenere conto della reale evoluzione del prezzo del sottostante in esame e non solo del prezzo assunto all'*expiration date*.

Tra le opzioni esotiche particolare rilevanza assumono le asiatiche, la cui caratteristica è quella di interpretare il valore dell'opzione stessa in termini di media sull'evoluzione del prezzo del sottostante. In aggiunta di ciò si può valutare se la media è pesata o meno e se viene effettuata su un campionamento del prezzo del sottostante di tipo continuo o discreto (orario, giornaliero ect). Le opzioni asiatiche vennero utilizzate ed introdotte

nel 1987 in Giappone (da cui ne deriva il nome) in relazione al prezzo del petrolio greggio. Il vantaggio offerto da tale tipologia di opzioni risiede nel fatto che sono in grado di mitigare i picchi del prezzo del sottostante, basandosi sulle minori volatilità presentate dalle medie dei prezzi del sottostante: per tale motivo generalmente presentano un premio minore rispetto alla corrispondente opzione plain vanilla.

Esistono fondamentalmente due tipologie di opzioni asiatiche:

- *Average Price* (fixed strike) nelle quali il premio viene calcolato sulla base della media del prezzo del sottostante in un periodo temporale specificato in sede di contrattazione (mese, trimestre ect) posto in relazione allo strike price:

$$\text{Call Option} \quad C(S_t, T) = \max\left(\frac{1}{T} \sum_{t=0}^T S_t - K, 0\right)$$

$$\text{Put Option} \quad P(S_t, T) = \max\left(K - \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T S_t, 0\right)$$

- *Average Strike*

$$\text{Call Option} \quad C(S_t, T) = \max\left(S_T - \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T S_t, 0\right)$$

$$\text{Put Option} \quad P(S_t, T) = \max\left(\frac{1}{T} \sum_{t=0}^T S_t - S_T, 0\right)$$

dove S_t è il prezzo del sottostante ad ogni unità temporale t , T è l'istante finale e S_T è il valore del prezzo del sottostante all'istante finale T .

Altra tipologia di opzioni è rappresentata dalle “bermuda” le quali restringono il periodo di tempo nel quale è possibile procedere con l'esercizio dell'opzione stessa: l'expiration date può quindi ricadere solo in specifiche date o entro intervalli temporali prestabiliti.

Infine a qualunque tipologia di opzioni è possibile aggiungere quelle che vengono definite “clausole barriera”. Esse delimitano il periodo di validità di un'opzione sia per prezzi del sottostante alti che per prezzi del sottostante bassi: la loro utilità risiede nel

fatto che forniscono una sorta di garanzia per entrambe le controparti. Le barriere di tipo *in* vengono utilizzate per delimitare il prezzo raggiunto il quale l'opzione inizia ad avere validità (sia a salire che a scendere): un'opzione di tipo *up-and-in* contiene l'informazione per cui l'opzione stessa ha validità dal momento in cui il prezzo del sottostante raggiunge e supera un determinato valore. Allo stesso modo possono essere contrattualizzate opzioni con clausole aggiuntive di tipo barriera *out*, che delimitano invece il momento in cui il contratto cessa di avere validità.

3.4 Meccanica del Mercato delle Opzioni

3.4.1 Valore a parità di sottostante

Al variare della posizione relative tra il prezzo attuale del sottostante e lo strike, le Opzioni vengono definite come:

- *At-the-money* (ATM);
- *In-the-money* (ITM);
- *Out-the-money* (OTM).

Sia le opzioni call che le opzioni put vengono definite *at-the-money* quando lo strike è simile al prezzo del sottostante (è tollerato un delta che varia a seconda dell'ordine di grandezza dei prezzi considerati).

Un'opzione call è definita *out-of-the-money* quando il suo strike price è maggiore dell'attuale valore del sottostante, è invece *in-the-money* quando lo strike price è inferiore rispetto all'attuale valore del sottostante. Nel caso quindi di un buyer (posizione long) di una call, egli non la eserciterà se è *out-the-money*, invece la eserciterà con un ritorno economico nel caso di call *in-the-money* in quanto comprerebbe un determinato bene ad un prezzo inferiore rispetto a quello del mercato in quel specifico istante.

Nel caso delle opzioni put invece vale l'esatto contrario: è *out-the-money* quando lo strike è inferiore al prezzo della commodity, è invece *in-the-money* quando lo strike è maggiore del prezzo attuale del sottostante. Riportando nuovamente l'esempio di un buyer (posizione long) ma di un'opzione di tipo put, l'economicità della definizione *in-the-money* risiede nel fatto che esercitando l'opzione, il buyer riesce a vendere quantità del sottostante ad un prezzo superiore del valore attuale da mercato.

3.4.2 Valore di un'opzione

Il valore di un'opzione, detto anche premio, è costituito da due componenti: valore intrinseco e estrinseco (o temporale).

Il valore intrinseco viene in generale definito come il massimo fra zero e il valore che l'opzione avrebbe se fosse esercitata immediatamente. Nel dettaglio,

$$\text{Valore Intrinseco Opzione Call} = \text{Prezzo del Sottostante} - \text{Strike}$$

$$\text{Valore Intrinseco Opzione Put} = \text{Strike} - \text{Prezzo del Sottostante}$$

In altre parole quindi il valore intrinseco rappresenta quanto un'opzione è *in-the-money* ed è la componente principale del premio di un'opzione *in-the-money* prossima alla scadenza. Nel caso di un'opzione Call (e simmetricamente anche per un'opzione Put), il valore intrinseco sarà positivo solo se il prezzo del sottostante risulta essere maggiore dello strike (o minore per opzioni put) e quindi solo nel caso di opzioni *in-the-money*. Ne consegue che le opzioni *at-the-money* o *out-the-money* hanno tutte valore intrinseco nullo.

Il valore estrinseco o temporale rappresenta la differenza tra il premio di un'opzione e il suo valore intrinseco. Indica la potenzialità di un'opzione di divenire conveniente e generare un'utile. Nella pratica il valore temporale può essere definito come la quantità di denaro che un operatore è disposto ad investire oltre al valore intrinseco in relazione

alla fiducia riposta sulle previsioni effettuate sui futuri movimenti del sottostante che si spera si evolva concordemente con la posizione assunta. Valutando a titolo di esempio il caso di un'opzione *out-the-money* con una *expiration date* (scadenza) molto lontana che, essendo *out-the-money* avrebbe valore intrinseco pari a zero, ma la lontana data di scadenza rende più elevata la possibilità che entro la data di scadenza l'opzione diventi *in-the-money*. Il valore temporale naturalmente decresce all'avvicinarsi della scadenza dell'opzione. Un altro fattore che influenza il valore estrinseco è la volatilità che caratterizza il sottostante in esame: nel caso di un prodotto il cui mercato presenta grandi oscillazioni e variazioni di prezzo, è più probabile che contratti inizialmente *out-the-money* diventino *in-the-money* e viceversa.

3.4.3 Fattori che definiscono il premio di un'opzione

Le opzioni sono contratti bilaterali, stipulati fra due controparti e non sono determinati dalle Borse: non esiste quindi un mercato generale unico (come per esempio il Mercato del Giorno Prima per l'energia elettrica) che definisca un unico premio o simili, ma sono il risultato di singole contrattazioni di domanda e offerta competitive. Due opzioni caratterizzate dalle stesse condizioni (posizione e tipologia, sottostante, *strike* ed *expiration date*) ma contrattualizzate tra operatori diversi possono avere (ed hanno) premi anche molto diversi fra loro.

È possibile definire comunque dei fattori generali che influenzano il valore del premio di un'opzione: sei quantificabili ed altri (economici e di mercato) non quantificabili. I valori quantificabili sono:

- Prezzo del sottostante;
- *Strike Price*;
- Volatilità;
- *Expiration date* – Tempo a scadenza;

- Tassi di interesse;
- Dividendi;

e rappresentano gli input dei vari modelli sviluppatasi negli anni per il calcolo del premio di un'opzione.

Prezzo del sottostante

Un'accurata previsione dell'andamento futuro del prezzo del sottostante è fondamentale per un operatore che vuole sottoscrivere un contratto d'opzione: è infatti in base a tale previsione che si decide se comprare o vendere una call o una put o una combinazione di esse. Il prezzo del sottostante influenza anche il premio associato all'opzione in quanto al suo aumentare cresce anche il valore intrinseco di una opzione call mentre diminuisce il valore intrinseco di una opzione put e viceversa.

Strike Price

Lo strike price incide sul premio di un'opzione insieme al prezzo del sottostante in quanto definiscono quando un'opzione è *in-the-money*, *out-the-money* o *at-the-money* e il valore intrinseco della stessa.

Volatilità

La volatilità è il parametro che descrive quanto ampie sono le fluttuazioni del prezzo di un sottostante. Due azioni che in uno specifico periodo temporale presentano lo stesso prezzo iniziale e finale ma che hanno seguito due percorsi differenti (una con maggiori oscillazioni al rialzo e al ribasso rispetto all'altra), hanno caratteristiche profondamente diverse.

All'aumentare della volatilità prevista in un determinato periodo, aumenta di pari passo la possibilità che tale sottostante effettui ampie fluttuazioni. Come accennato nel

paragrafo precedente, una volatilità maggiore implica una maggiore probabilità che un'opzione inizialmente non conveniente (*at-the-money* o *out-the-money*) diventi *in-the-money*, motivo per il quale il premio di un'opzione aumenta all'aumentare della volatilità attesa del sottostante. Infine, la volatilità influenza esclusivamente il valore estrinseco o temporale dell'opzione.

Expiration date – Tempo a scadenza

Come già accennato nel paragrafo precedente, il premio di un'opzione è costituito da una componente estrinseca o temporale e da una componente intrinseca. Il valore temporale decresce all'avvicinarsi della data di scadenza (o *expiration date*) dell'opzione fino a divenire nullo alla scadenza. Nello specifico è necessario fare una distinzione fra opzioni *in-the-money* e *at-the-money*, per le quali il valore temporale segue una relazione lineare all'avvicinarsi progressivo della data di scadenza (poiché per entrambe il valore temporale ha una incidenza minima sul loro valore), e opzioni *out-the-money*, le quali invece seguono una relazione non lineare poiché la componente temporale è rilevante. Nel caso di opzioni *out-the-money*, il valore temporale aumenta la velocità con la quale decresce all'avvicinarsi della data di scadenza.

Tassi di interesse

Il premio di un'opzione dipende dai tassi di interesse in quanto questi ultimi impattano sui titoli azionari. In generale al crescere del tasso di interesse aumenta il prezzo di un'opzione di tipo call e diminuisce il prezzo di un'opzione di tipo put.

Dividendi

Per *dividendo* in economia si intende “l'ammontare complessivo degli utili da distribuire fra un certo numero di cointeressati. In particolare, nelle società per azioni

[...] è la quota che si attribuisce ad ogni azione sugli utili dell'esercizio" (da Treccani, Dizionario di Economia e Finanza, 2012).

Le società quotate possono decidere se pagare o meno i dividendi (potrebbero infatti optare per reinvestire tutti i guadagni). Nel caso in cui vengano versati si ha un effetto sul valore dell'azione che viene ridotto di un quantitativo pari al dividendo stesso. La diretta conseguenza risiede nel fatto che anche il valore dell'opzione ne risente. Supponendo che vengano aumentati i dividendi di una società, il premio di un'opzione call avente come sottostante le azioni della società in esame aumenterebbe, mentre il premio relativo ad una opzione di tipo put diminuirebbe. Nel caso invece in cui i dividendi di una società vengano diminuiti, avverrebbe l'esatto opposto: aumenterebbe il premio call e diminuirebbe il premio put.

Fattori non quantificabili

Oltre ai fattori quantificabili elencati e descritti precedentemente, esistono anche altri elementi che possono influenzare il premio di un'opzione anche pesantemente, ma che sono invece difficili da quantificare e che quindi non possono essere direttamente inseriti in un modello matematico. Tali fattori, come ad esempio la previsione sulla volatilità futura, rientrano in un'unica categoria definita "*Market Psychology*", volta a spiegare fenomeni imprevedibili del mercato dello specifico sottostante.

3.4.4 Coefficienti di sensitività delle opzioni

Ogni operatore finanziario che sottoscrive un contratto di opzione, viene automaticamente esposto al rischio dovuto al mercato: le previsioni fatte sull'andamento del prezzo del sottostante che hanno spinto verso l'acquisizione di una determinata tipologia di opzione in una determinata posizione possono anche rivelarsi errate sia per effettivi errori di valutazione sia per l'avvenimento di eventi imprevisi

che hanno ripercussioni sui mercati. Per questo motivo i principali operatori finanziari realizzano quelle che vengono definite come “*coperture*” o “*hedging*”, per assicurarsi una marginalità nonostante gli imprevisti. Una delle strategie più semplici potrebbe essere quella, per esempio, di tutelarsi dall’acquisto di un’opzione vendendone una identica.

Un approccio alternativo a questo problema viene offerto da quelle che vengono definite come “Lettere greche” o più semplicemente “Greche”. Ciascuna lettera greca descrive in forma numerica e sintetica una diversa componente legata al rischio che comporta l’opzione. Le lettere greche rappresentano, quindi, la sensibilità di un’opzione al variare dei vari fattori che ne caratterizzano il pricing.

Lettera Greca	Fattore indicato
Delta	Prezzo del sottostante
Gamma	Delta
Theta	Tempo
Vega	Volatilità
Rho	Tasso Risk Free

Figura 3.7 Tabella in cui sono elencate le greche e i fattori da esse indicati

Delta

Il Delta indica la variazione del premio di un’opzione al variare del prezzo del sottostante:

$$\text{Delta} = \frac{\text{Variazione del Prezzo dell'opzione}}{\text{Variazione del prezzo del sottostante}}$$

Matematicamente,

$$\Delta = \frac{\partial p}{\partial S}$$

dove p rappresenta il premio dell'opzione e S il prezzo del sottostante.

Il valore del Delta nel caso di opzioni plain vanilla è sempre minore dell'unità, nel caso invece di opzioni non vanilla o esotiche può assumere valori maggiori dell'unità anche se molto raramente. Scendendo un po' più nel dettaglio del Delta relativo ad opzioni di tipo plain vanilla, si può dire che è positivo per buyer di opzioni call e writer di put in quanto all'aumentare del prezzo del sottostante il valore dell'opzione aumenta. Nel caso invece di compratori di put e venditori di call il Delta è negativo in quanto tra il prezzo del sottostante e il premio dell'opzione esiste una relazione inversa ed all'aumentare dell'uno l'altro diminuisce. Il Delta inoltre è vicino allo zero per le opzioni *out-the-money*, prossimo invece all'unità nel caso di opzioni *in-the-money* e pari a 0,5 per le opzioni *at-the-money*.

L'utilità di tale parametro risiede nella sua dinamicità. Il Delta infatti non è un valore costante ma varia in seguito ad ogni minima oscillazione del prezzo del sottostante ed in relazione all'avvicinarsi della scadenza dell'opzione.

Il Delta indica inoltre la probabilità che un'opzione scada *in-the-money* e che possa quindi essere esercitata portando un vantaggio economico al possessore. Ad esempio, un'opzione che presenta un delta pari allo 0,4 presenta il 40% di possibilità che scada *in-the-money*.

Il Delta costituisce inoltre il fulcro di una strategia di hedging abbastanza diffusa in quanto fornisce informazioni relative alla quantità di sottostante da vendere o comprare per coprirsi o compensare eventuali guadagni o perdite per le oscillazioni del valore di

opzione dovute all'oscillazione del prezzo del sottostante stesso. Tale strategia prende il nome di *Delta Neutral* e non ha come obiettivo l'incremento del possibile guadagno, anzi, essa non è soggetta né a perdite né a guadagni in quanto è volta solo ed esclusivamente alla copertura del rischio dovuto alle movimentazioni del prezzo del sottostante. Il Delta però varia al variare della fascia di prezzo del sottostante e trattandosi di una derivata prima può fornire informazioni precise solo per piccoli oscillazioni di quest'ultimo. Il Delta Neutral è una strategia semplice ma valida solo per piccole movimentazioni e necessita quindi di continue riformulazioni al variare dei parametri che la influenzano.

Gamma

Anche il Gamma è legato alla variazione del prezzo del sottostante ma, più precisamente, indica come varia il premio al variare del delta. La formulazione matematica quindi viene sintetizzata in una derivata seconda del premio rispetto al valore del sottostante.

$$\Gamma = \frac{\partial^2 p}{\partial S^2}$$

dove p denota nuovamente il premio dell'opzione e S il valore del sottostante in esame.

Anche il Gamma, così come il Delta, non è un valore costante ma muta ad ogni variazione del prezzo del sottostante. I valori di Gamma più elevati si raggiungono per le opzioni *at-the-money* in quanto più sono vicini i valori di strike e del titolo, maggiore sarà il valore assunto dal Gamma.

Il Gamma inoltre aumenta all'avvicinarsi della data di scadenza dell'opzione. Piccole variazioni del prezzo del sottostante di un'opzione avranno un impatto sul Gamma tanto più elevato più l'opzione è *at-the-money* e vicina alla scadenza.

Theta

La Greca Theta indica la variazione del premio di un'opzione in relazione al tempo. In termini più formali è possibile scrivere:

$$\Theta = \frac{\partial p}{\partial t}$$

dove t rappresenta il tempo (solitamente su scala giornaliera) e p il premio.

Il Theta, esattamente come le altre variabili descritte precedentemente, non è costante ma diminuisce (“declino temporale”) al passare del tempo influenzando al ribasso solo il valore temporale di un'opzione. Nelle opzioni *in-the-money*, caratterizzate sia dalla presenza del valore temporale che dal valore intrinseco, all'avvicinarsi della scadenza il tempo erode solo la componente estrinseca (o temporale) e quindi alla scadenza questa tipologia di opzioni avrà solo il valore intrinseco. Nel caso invece di opzioni *at-the-money* o *out-the-money* il cui premio presenta solo la componente temporale, alla scadenza quest'ultima sarà nulla e quindi le opzioni non avranno più alcun valore.

Occorre inoltre precisare come il declino temporale non segua un andamento lineare ma è tanto più elevato quanto più si è vicini alla scadenza dell'opzione, raggiungendo il suo massimo proprio in prossimità della scadenza stessa.

Vega

L'indicatore Vega rappresenta la sensibilità di un'opzione rispetto a variazioni della volatilità del sottostante. Formalmente,

$$v = \frac{\partial p}{\partial \vartheta}$$

dove p è il premio dell'opzione e ϑ è la volatilità implicita del sottostante. Riportando un esempio numerico, se il Vega di un'opzione è pari a 0,20, ciò comporta che il premio dell'opzione stessa aumenterà o diminuirà di 0,20 per ogni variazione di un punto percentuale della volatilità del sottostante, supponendo costanti gli altri fattori. La Greca Vega condiziona solo il valore temporale di un'opzione, non l'intrinseco e anch'essa, come tutti gli altri indicatori enunciati finora, non ha un valore costante ma oscilla nel tempo, soprattutto all'avvicinarsi della scadenza dell'opzione. Il Vega, inoltre, influisce maggiormente nel caso di opzioni *at-the-money* o *out-the-money*, in quanto una maggiore volatilità del sottostante implica maggiori oscillazioni del prezzo dello stesso che potrebbero portare ad un ribaltamento della situazione portando l'opzione *in-the-money*.

Nel caso di opzioni plain vanilla il Vega è sempre positivo per buyer di opzioni sia call che put, in quanto un aumento della volatilità comporta un guadagno per l'operatore. Simmetricamente, writer di opzioni plain vanilla sia call che put presentano sempre un Vega negativo.

Rho

Indica la variazione del premio in relazione alla variazione del tasso d'interesse. In termini matematici,

$$\rho = \frac{\partial p}{\partial r}$$

dove p è sempre il premio dell'opzione e r è il tasso di interesse privo di rischio.

Per tasso di interesse privo di rischio si intendono, ad esempio i titoli di stato di paesi affidabili: rappresentano il tasso più basso che equivale al rendimento di un investimento a rischio zero. Ogni investimento comporterà un rischio maggiore e frutterà il valore di questo tasso privo di rischio maggiorato di un premio per il rischio dovuto all'investimento stesso.

Le greche possono essere utili per definire e caratterizzare alcune tipologie di strategie finanziarie: ad esempio una strategia viene indicata come "Delta positiva" se il valore del suo premio aumenta all'aumentare del prezzo del sottostante o viceversa (diminuisce al diminuire del prezzo del sottostante). Tipiche opzioni a delta positivo sono la long Call e la short Put.

3.5 Prodotti strutturati

Fino a questo momento sono state esplicate le caratteristiche delle opzioni e si è tenuto conto solo dello specifico caso in cui un operatore compri o venda una singola call o una singola put, ma nella realtà questi rappresentano delle eventualità rare in quanto generalmente si utilizzano delle combinazioni fra opzioni e mercato stesso del sottostante o combinazioni fra diverse tipologie di opzioni.

3.5.1 Opzioni e Mercato del Sottostante

La prima tipologia di prodotti strutturati è rappresentata dalla combinazione di un'opzione su un sottostante e una posizione assunta nel mercato del sottostante dell'opzione stessa. In altri termini: un operatore sceglie di stipulare un'opzione su un sottostante e al contempo acquista o vende quantità del sottostante stesso. Le figure prese in esame in seguito rappresentano i payoff (ovvero i guadagni e le perdite al variare del prezzo del sottostante) per vari esempi di combinazioni fra opzioni e mercato. Le linee tratteggiate rappresentano i payoff delle singole componenti delle combinazioni in esame, mentre la linea continua rappresenta il payoff dell'intero portafoglio, ovvero della combinazione stessa.

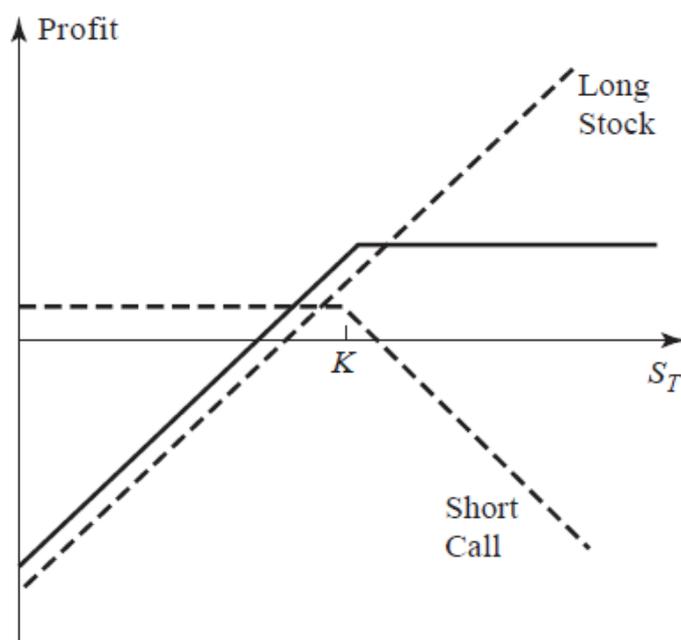


Figura 3.8 Payoff di short call e long stock

La figura sopra riportata descrive il caso in cui un operatore decida di vendere un'opzione call (Short Call) e comprare una certa quantità dello stesso sottostante dell'opzione (Long Stock). Il payoff della Short Call è analogo a quello descritto in precedenza (Paragrafo 3.2) nel caso della singola opzione, mentre la retta tratteggiata a

pendenza positiva indica i profitti e le perdite qualitative derivanti dall'acquisto di una determinata quantità dello stesso sottostante dell'opzione. Nel caso infatti in cui il prezzo del sottostante a mercato aumenti, proporzionalmente aumenteranno i profitti derivanti dalla vendita della quantità di sottostante precedentemente acquistata. Il risultato finale derivante dalla combinazione della Short Call e del Long Stock viene ottenuto sommando le pendenze caratteristiche di ciascun tratto. Per valori del sottostante che vanno da zero allo strike (K), prevarrà la pendenza maggiore di zero della Long Stock, per valori invece del sottostante maggiori dello strike (K) si avrà la combinazione delle pendenze aventi stesso valore assoluto (45°) ma segno contrario che darà luogo ad un tratto orizzontale del payoff.

L'utilità del Long Stock abbinato alla Short Call riede proprio nel vantaggio prodotto dall'aver stroncato la discesa del profitto (Short Call per $S_t > K$) verso valori negativi (idealmente fino all'infinito) che viene compensata dai guadagni generati dal Long Stock.

L'aspetto negativo della strategia è, al contrario, l'aver perso il guadagno legato dalla riscossione del premio della Short Call per valori del sottostante minori dello strike, ma in questo caso la perdita non è più potenzialmente infinita come nel caso della singola Short Call, ma ha un valore massimo determinato. In sintesi quindi, si sostituisce la possibilità di una perdita idealmente infinita con una perdita finita e prestabilita: la Call risulta essere "coperta".

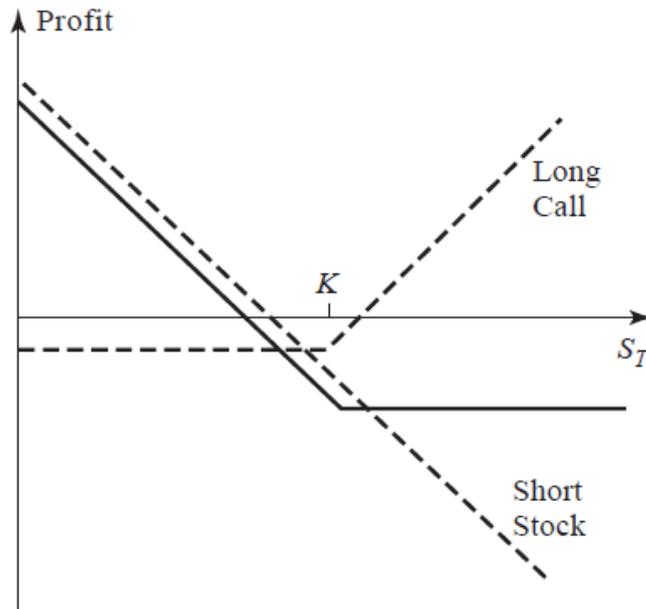


Figura 3.9 Payoff di Long Call e Short Stock

La figura mostra il secondo caso, esattamente speculare a quello descritto in precedenza. Si ha qui la combinazione tra una Long Call e uno Short Stock (l'operatore vende una determinata quantità del sottostante aumentando i profitti nel caso in cui il prezzo diminuisca e andando in perdita invece nel caso in cui il prezzo del sottostante aumenti). L'eventuale perdita del premio della Long Call per prezzo del sottostante minore dello strike viene compensata dal guadagno in seguito allo Short Stock. Dall'altra parte, per prezzo del sottostante maggiore dello strike, il guadagno idealmente infinito relativo alla Long Call viene compensato dalla perdita anch'essa idealmente infinita dello Short Stock.

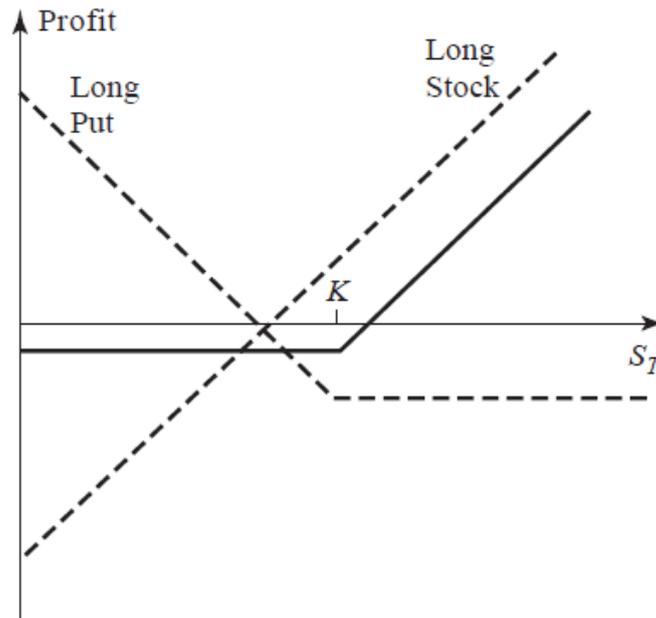


Figura 3.10 Payoff di Long Put e Long Stock

Il terzo caso è rappresentato dalla combinazione tra una Long Put e un Long Stock. Come si evince dalla figura sopra riportata, per prezzo del sottostante inferiore allo strike si ha la compensazione tra le pendenze opposte della Long Put (pendenza negativa) e del Long Stock (pendenza positiva). Nel caso in cui il prezzo del sottostante superi il prezzo dello strike la perdita costante e pari al premio relativo alla Long Put viene compensata dalla presenza del Long Stock che porta invece un guadagno teoricamente illimitato.

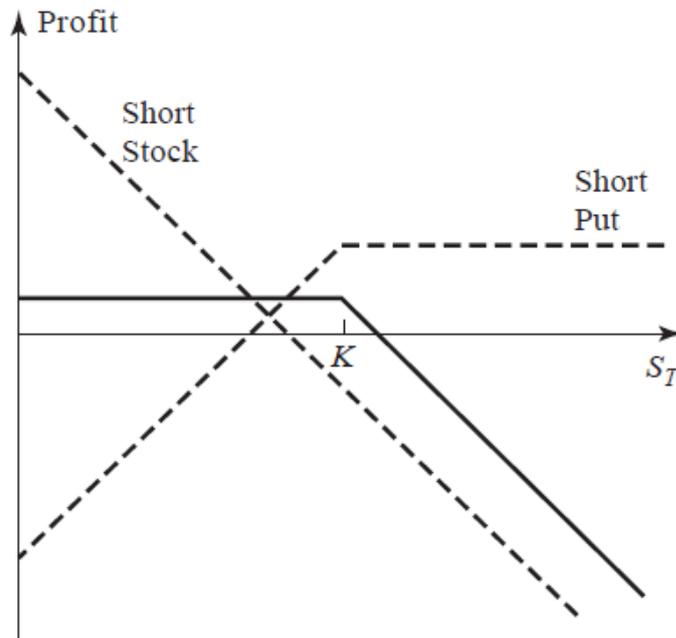


Figura 3.11 Payoff di Short Put e Short Stock

Infine, il quarto ed ultimo caso, speculare al precedente, mostra la combinazione fra una Short Put e uno Short Stock. Per prezzi del sottostante inferiori allo strike le rette aventi per pendenza lo stesso valore assoluto ma segno opposto vengono compensate e globalmente si ottiene un profitto costante. Per prezzo del sottostante invece maggiore dello strike il guadagno costante e pari al premio della Short Put viene annullato dalla perdita potenzialmente infinita portata dallo Short Stock.

I quattro casi precedentemente illustrati rappresentano delle possibili scelte che un operatore finanziario potrebbe effettuare per vari motivi connesse a strategie di mercato. Globalmente salta però all'occhio un collegamento fra i payoff derivanti dalle strategie di combinazioni fra opzioni e posizioni assunte sul mercato e opzioni semplici stesse. Infatti il payoff risultante nel primo caso, ovvero nella combinazione tra la Short Call e il Long Stock, altro non è che lo stesso payoff dato da una Short Put; nel secondo caso, il payoff risultante tra una Long Call e uno Short Stock è analogo al payoff relativo ad una Long Put; il payoff risultante nel terzo caso dalla combinazione tra una Long Put e

un Long Stock corrisponde al payoff di una Long Call ed infine, il payoff ottenuto nel quarto caso da una combinazione tra una Short Put e uno Short Stock presenta le stesse caratteristiche del payoff di una Short Call.

3.5.2 Spreads

Le strategie denominate “spread” sono costituite dalla combinazione di due o più opzioni dello stesso tipo: due o più call oppure due o più put. Le spreads strategy sono: bull spread, bear spread, box spread ed infine butterfly spread.

Bull Spread

La bull spread viene generata in seguito all’acquisto di una call ad un determinato strike (K_1) ed alla contemporanea vendita di una call sullo stesso sottostante, ad uno strike maggiore (K_2), ma alla stessa expiration date. Nel caso delle opzioni call, il premio aumenta al diminuire del prezzo dello strike, in questo caso il premio incassato della call venduta è inferiore rispetto al premio da versare per l’acquisto della call allo strike più basso, per cui questa strategia richiede un investimento iniziale.

La figura seguente mostra il payoff di una bull spread realizzata utilizzando due call: una long call con uno strike K_1 ed una short call con uno strike K_2 (con $K_2 > K_1$). Il payoff risultante anche in questo caso sarà dato dalla composizione dei payoff delle due opzioni di tipo call trattate. Nel primo tratto, per prezzo del sottostante all’expiration date minore di K_1 , si avrà una perdita pari al capitale investito, ovvero pari alla differenza fra il premio della call venduta e il premio della call acquistata e quindi non si avrà nessun guadagno. Nel caso in cui invece il prezzo del sottostante ricada tra i due strike il payoff sarà rappresentato dalla retta $S_t - K_1$ e il valore esatto della perdita/guadagno dipenderà dall’esatto valore assunto dal sottostante. Infine, nel caso in cui il prezzo del sottostante risulti essere maggiore di K_2 (ovvero del maggiore fra i due

strike), il payoff sarà dato dalla composizione delle rette con pendenza opposta delle due call e globalmente si avrà un guadagno costante.

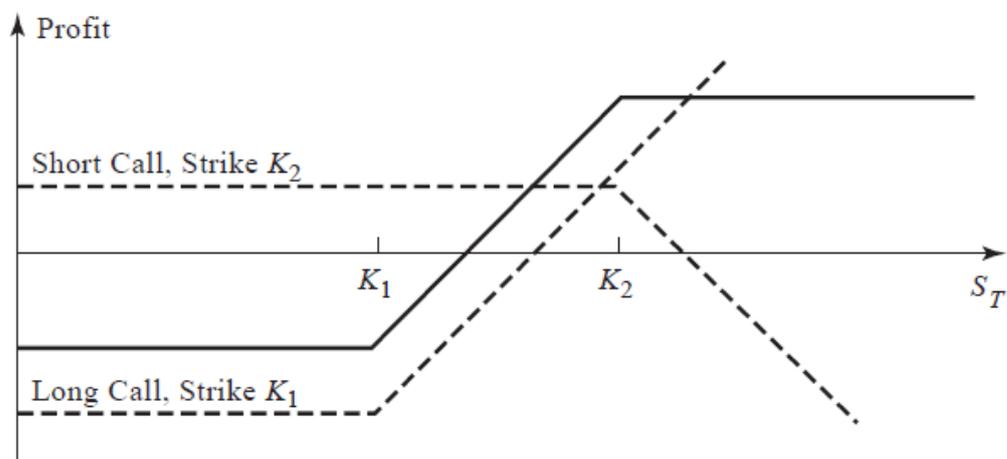


Figura 3.12 Payoff di Bull Spread realizzata a partire da due call

Il vantaggio di una bull spread risiede quindi nel fatto che l'operatore risulta essere coperto sia nel caso di ribassi che nel caso di rialzi del prezzo del sottostante.

La tabella seguente riassume i payoff precedentemente descritti nelle tre zone del grafico: per prezzo del sottostante minore di K_1 , per prezzo del sottostante compreso tra K_1 e K_2 ed infine per prezzo del sottostante maggiore di K_2 .

<i>Stock price range</i>	<i>Payoff from long call option</i>	<i>Payoff from short call option</i>	<i>Total payoff</i>
$S_T \leq K_1$	0	0	0
$K_1 < S_T < K_2$	$S_T - K_1$	0	$S_T - K_1$
$S_T \geq K_2$	$S_T - K_1$	$-(S_T - K_2)$	$K_2 - K_1$

Figura 3.13 Tabella con payoff di una bull spread realizzata a partire da due call al variare del prezzo del sottostante

Scendendo più nel dettaglio, è possibile distinguere tre tipologie di bull spreads:

- entrambe le opzioni call sono inizialmente *out-the-money*;
- una opzione call è inizialmente *in-the-money*, mentre l'altra è inizialmente *out-the-money*;
- entrambe le opzioni call sono inizialmente *in-the-money*.

La bull spread descritta precedentemente era realizzata utilizzando due opzioni di tipo call, ma la bull spread può anche essere ricavata dall'unione di due opzioni di tipo put. Il concetto di base non cambia: un operatore può acquistare una put ad uno strike K_1 e vendere un'altra put ad uno strike K_2 , con K_2 maggiore di K_1 , con la stessa expiration date. La composizione dei payoff delle due put porterà allo stesso payoff finale analizzato precedentemente, per cui anche in questo caso l'operatore sarà coperto sia dal rischio di ribasso che di rialzo del prezzo del sottostante. Analizzando tale payoff con un grado maggiore di dettaglio, si osserva che per prezzo del sottostante alla scadenza minore di K_1 , si avrà la composizione dei tratti di payoff aventi pendenza uguale ma segno contrario, per cui globalmente si otterrà una perdita costante. Nel caso in cui il prezzo del sottostante ricada tra i due strike K_1 e K_2 , il payoff avrà l'andamento di una retta di equazione $S_T - K_1$, per cui anche in questo caso (esattamente come nel caso di due bull spread ottenuta da due opzioni di tipo call), l'esatto guadagno/perdita dipenderà dallo specifico valore del sottostante. Infine, per sottostante maggiore di K_2 , si avrà un guadagno costante e pari alla differenza dei premi tra la put venduta e la put acquistata (occorre ricordare che nel caso di opzioni di tipo put, il premio aumenta all'aumentare dello strike price, per cui avendo venduto la put allo strike superiore, la differenza tra i due premi pagato e incassato sarà positiva).

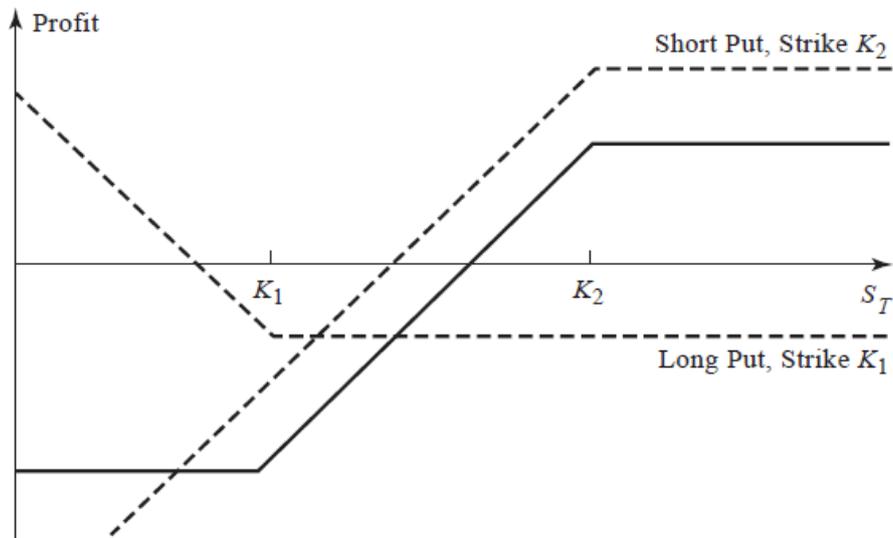


Figura 3.14 Payoff di Bull Spread realizzata a partire da due put

In generale, sia nel caso di bull spread realizzate sia con call che con put, si otterrà un margine, un guadagno solo nel caso in cui il prezzo del sottostante risulti essere maggiore dello strike più elevato: alla luce di ciò si evince quindi che un investitore che sceglie di operare realizzando una bull spread, spera e ha sentore che il prezzo della commodity, del sottostante in esame aumenti, in quanto in caso contrario si avrebbe una perdita.

Bear Spreads

In maniera speculare a quanto detto per le bull spread, le bear spread sono date da una combinazione di due call o due put e vengono utilizzate però quando l'operatore pensa che il prezzo del sottostante scenderà. Gli strike price in questo caso vengono quindi invertiti, per cui:

- nel caso di due opzioni call, la short call avrà strike K_1 e la long call avrà strike K_2 , con $K_2 > K_1$;
- nel caso invece di due opzioni put, la short put avrà strike K_1 e la long put avrà strike K_2 , con $K_2 > K_1$.

Prendendo in esame il caso di una bear spread realizzata effettuando la combinazione di due opzioni di tipo put, si evince che nel caso in cui il prezzo del sottostante alla scadenza sia minore di K_1 , l'operatore avrà un guadagno dato dalla composizione dei payoff caratterizzati da rette con stessa pendenza ma segno opposto. Nel caso in cui il prezzo del sottostante ricada tra K_1 e K_2 , il payoff sarà una retta di equazione $K_2 - S_T$. Infine nel caso di prezzo del sottostante maggiore di K_2 , l'operatore segnalerà una perdita pari alla differenza tra il premio della short put con strike K_1 e il premio della long put con strike K_2 .

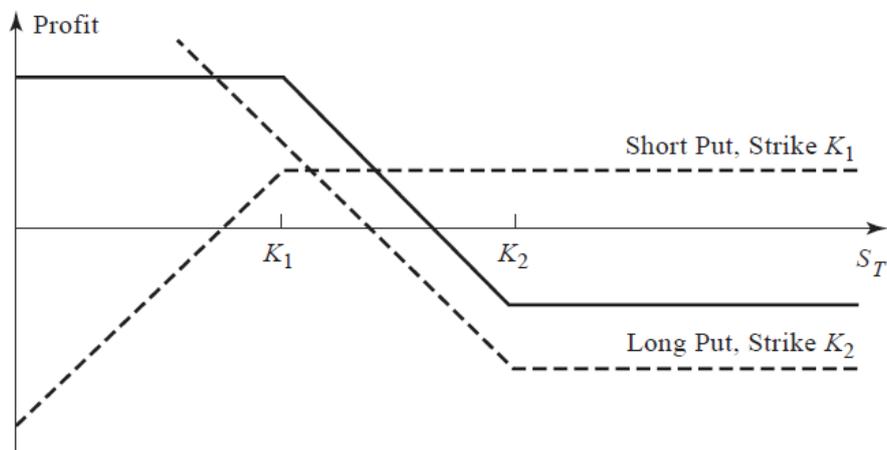


Figura 3.15 Payoff di Bear Spread realizzata a partire da due put

Anche in questo caso, così come nel precedente rappresentato da una bear spread, l'operatore è "assicurato" contro il caso di aumento o diminuzione del prezzo del sottostante, ma il guadagno lo si ha solo nel caso in cui il prezzo del sottostante diminuisce.

La tabella seguente sintetizza il valore del payoff assunto da una bear spread realizzata tramite l'acquisto e la vendita di due opzioni di tipo put.

<i>Stock price range</i>	<i>Payoff from long put option</i>	<i>Payoff from short put option</i>	<i>Total payoff</i>
$S_T \leq K_1$	$K_2 - S_T$	$-(K_1 - S_T)$	$K_2 - K_1$
$K_1 < S_T < K_2$	$K_2 - S_T$	0	$K_2 - S_T$
$S_T \geq K_2$	0	0	0

Figura 3.16 Tabella con payoff di una bear spread realizzata a partire da due put al variare del prezzo del sottostante

Infine, per completezza dell'informazione, viene riportato nella figura seguente il payoff di una bear spread realizzata dall'acquisto e dalla vendita di due opzioni di tipo call. Si evince chiaramente come l'andamento del payoff complessivo ricalchi pedissequamente l'andamento del payoff ricavato dall'utilizzo di due opzioni put precedentemente descritto.

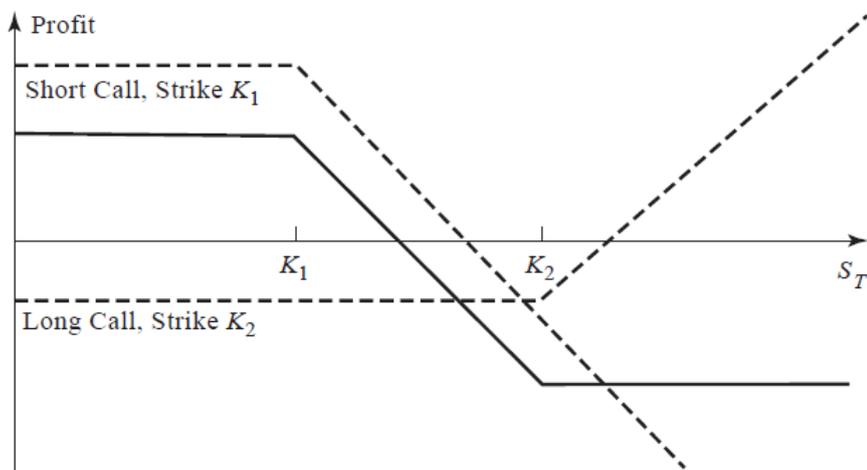


Figura 3.17 Payoff di Bear Spread realizzata a partire da due call

Butterfly Spread

Le strategie di tipo butterfly spread sono caratterizzate dall'utilizzo simultaneo di tre opzioni sullo stesso sottostante, della stessa tipologia (tutte call o tutte put) ed infine con la stessa expiration date.

Una butterfly spread può essere realizzata per esempio acquistando una opzione di tipo call ad un determinato strike K_1 , acquistando una seconda opzione di tipo call ad uno strike K_3 maggiore del precedente ed infine vendendo due opzioni di tipo call ad uno strike K_2 compreso tra K_1 e K_3 .

Il payoff risultante dalle operazioni sulle tre opzioni call sopra descritte sarà del tipo:

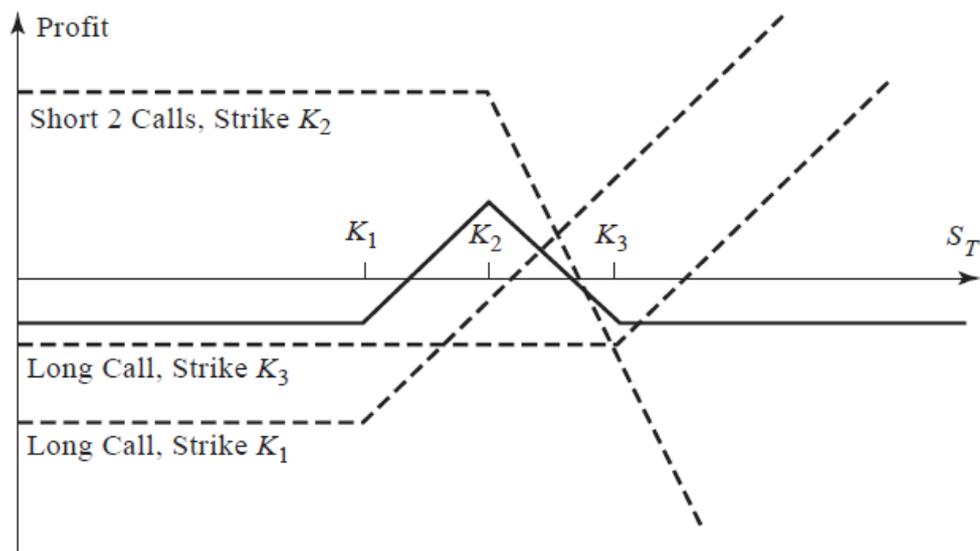


Figura 3.18 Payoff di una butterfly spread realizzata con tre opzioni di tipo call

Solitamente il valore K_2 è simile al valore del prezzo del sottostante nel momento in cui vengono stipulate tali opzioni. Dal payoff si evince come la butterfly spread assicuri un guadagno nel momento in cui il prezzo del sottostante alla scadenza risulti essere nell'intorno di K_2 , nel caso invece in cui il prezzo del sottostante si discosti dal valore di K_2 si avrà una perdita. Tale strategia quindi viene adottata quando gli operatori hanno sentore del fatto che il prezzo della commodity possa non variare nel tempo.

Anche in questo caso la butterfly spread può essere realizzata dalla composizione di opzioni di tipo put. Si procederà con la vendita di una put ad uno strike pari a K_1 , con la vendita di una seconda opzione put con strike K_3 maggiore di K_1 ed infine con l'acquisto di due put aventi strike K_2 , compreso tra K_1 e K_2 .

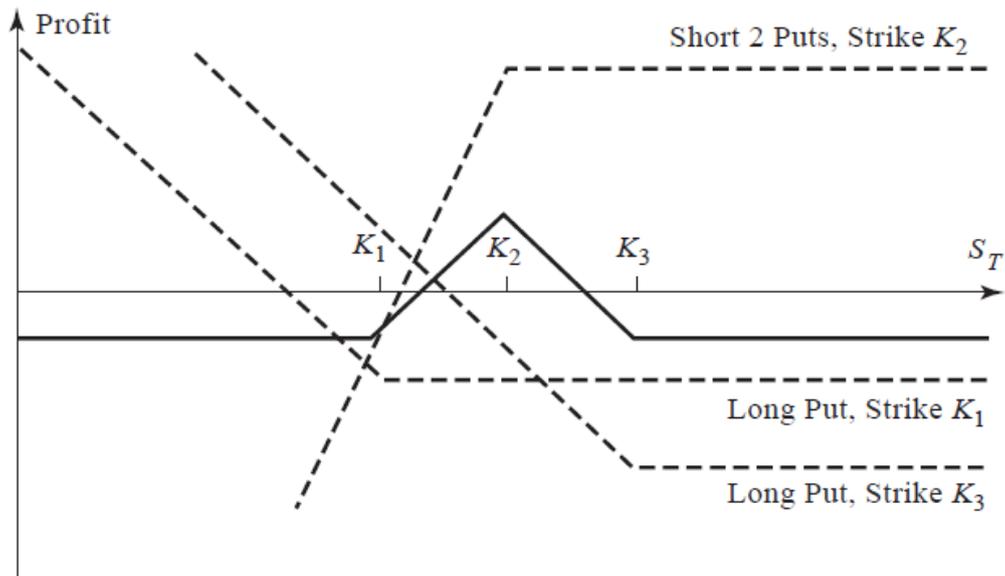


Figura 3.19 Payoff di una butterfly spread realizzata con tre opzioni di tipo put

Combinations

Le Combinations sono strategie caratterizzate dalla vendita o dall'acquisto di una opzione call e di una opzione put. L'operatore quindi sceglie quale posizione occupare (se long o short) e la applica sia ad una call che ad una put. In seguito vengono riportati due esempi di combinations: straddle e strangle.

Straddle

La straddle è una combination che nasce dall'unione di una long call e di una long put avente entrambe lo stesso strike K e la stessa expiration date.

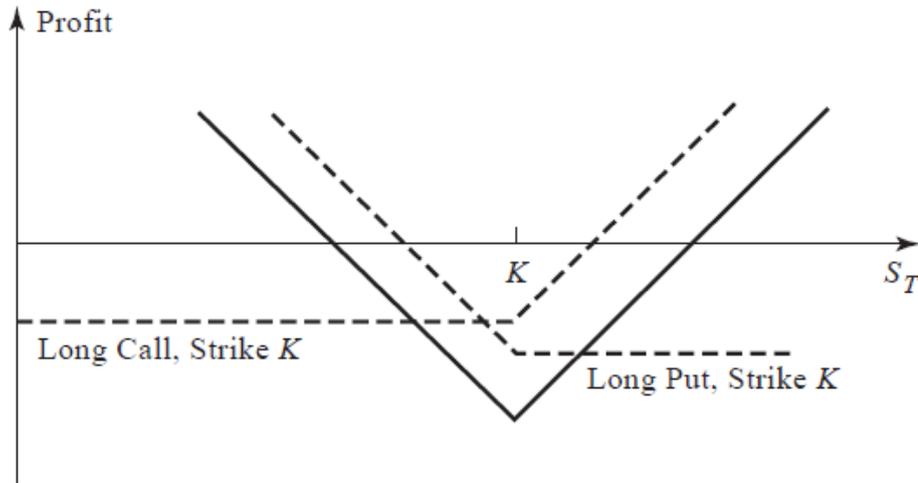


Figura 3.20 Payoff di una straddle

Come si evince dalla figura precedente, il payoff risultante sarà una retta di equazione $K - S_T$ per prezzo del sottostante minore dello strike K , e una retta di equazione $S_T - K$ per prezzo del sottostante maggiore dello strike K . Globalmente quindi tale strategia conviene nel momento in cui si pensa che il prezzo del sottostante si discosterà notevolmente dal valore dello strike scelto.

La tabella seguente riassume il payoff di una straddle data dalla combinazione di una long call e di una long put.

<i>Range of stock price</i>	<i>Payoff from call</i>	<i>Payoff from put</i>	<i>Total payoff</i>
$S_T \leq K$	0	$K - S_T$	$K - S_T$
$S_T > K$	$S_T - K$	0	$S_T - K$

Figura 3.21 Tabella con payoff di una straddle al variare del prezzo del sottostante

Strangle

Una strangle, anche detta bottom vertical combination, è caratterizzata dalla combinazione di una long put ad uno strike K_1 e di una long call ad uno strike K_2 ,

maggiore di K_1 , entrambe aventi la stessa expiration date. La strategia alla base di una strangle è molto simile alla strategia alla base di una straddle in quanto anche nel caso di una strangle l'operatore incassa dei profitti solo nel caso in cui il prezzo del sottostante alla scadenza risulti essere molto maggiore di K_2 o molto minore di K_1 .

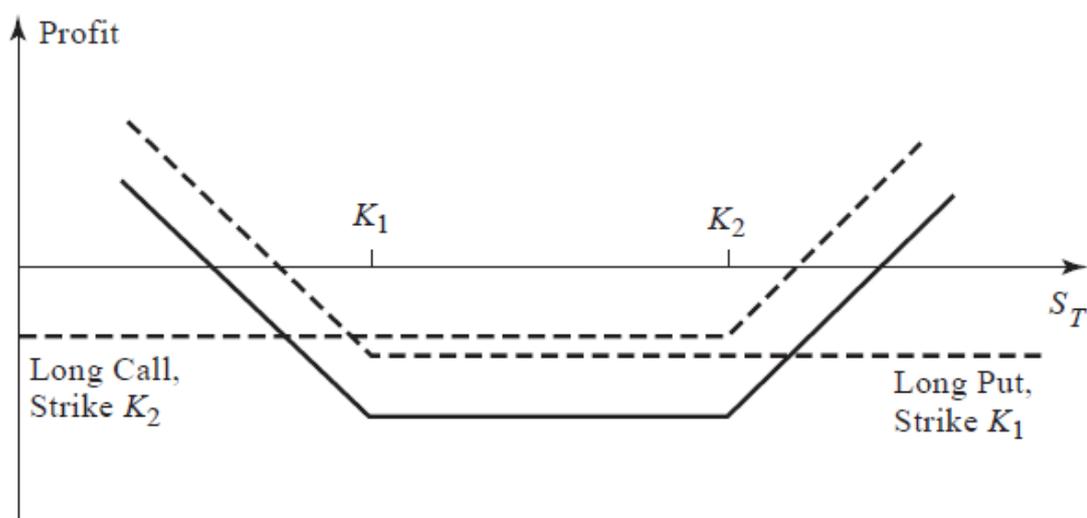


Figura 3.22 Payoff di una strangle

Come si evince dalla figura sopra riportata che descrive il payoff di una strangle, ruolo fondamentale in questo caso è giocato dalla scelta dei due strike price: più sono simili e vicini, minore è il rischio che lo strangle vada in perdita.

La tabella seguente sintetizza il payoff di uno strangle.

<i>Range of stock price</i>	<i>Payoff from call</i>	<i>Payoff from put</i>	<i>Total payoff</i>
$S_T \leq K_1$	0	$K_1 - S_T$	$K_1 - S_T$
$K_1 < S_T < K_2$	0	0	0
$S_T \geq K_2$	$S_T - K_2$	0	$S_T - K_2$

Figura 3.23 Tabella con payoff di una strangle al variare del prezzo del sottostante

3.6 Stop-Loss Strategy

Precedentemente è stato introdotto il concetto di hedging, ovvero la strategia finanziaria volta alla copertura di un qualsiasi investimento a fronte di qualsivoglia imprevisto. Lo scopo primario dell'hedging è proprio quello di garantire un margine di “sicurezza” sugli investimenti in corso, non quello di generare profitto: per realizzare ciò si sono sviluppate nel tempo numerose strategie e tecniche utilizzate dagli operatori finanziari i quali hanno pur sempre la massima libertà di operazione.

Una strategia di hedging interessante ed immediata è quella rappresentata dalla “*stop-loss strategy*”. Supponendo per esempio di aver acquistato una call option con un determinato strike price K avente come sottostante una unità del prodotto power (energia elettrica in €/MWh). La strategia di hedging stop-loss suggerisce di acquistare una unità del prodotto in esame non appena il prezzo del sottostante a mercato supera lo strike price K concordato e di vendere una unità del prodotto in questione non appena il prezzo del sottostante scende al di sotto dello strike price. In questo modo si è “scoperti” quando il prezzo del sottostante è al di sotto dello strike e si è “coperti” quando il prezzo del sottostante è al di sopra dello strike. In questo modo l'operatore possiede l'unità del prodotto power se l'opzione è *in-the-money*, ovvero se lo strike è inferiore al prezzo del sottostante e quindi risulta essere conveniente esercitare l'opzione stessa, e non possiede l'unità di sottostante nel caso contrario, ovvero se l'opzione ricade *out-the-money*. La figura seguente riporti un esempio di stop-loss strategy in cui si acquista il sottostante al tempo t_1 in quanto il prezzo del sottostante supera lo strike, si vende il sottostante al tempo t_2 poiché il prezzo del sottostante è inferiore allo strike e così via fino alla delivery dell'opzione. Nella realtà, l'operatore nel momento in cui vede che il prezzo del sottostante eguaglia lo strike, non conosce con esattezza il passo successivo che verrà effettuato dal mercato: una volta che il

sottostante eguaglia lo strike, esso può indifferentemente aumentare o diminuire. Alla luce di ciò l'operatore non farà operazioni di acquisto o vendita nell'esatto momento in cui strike e sottostante assumono lo stesso valore, ma aspetterà che il sottostante si muova di un ulteriore epsilon in salita o in discesa.

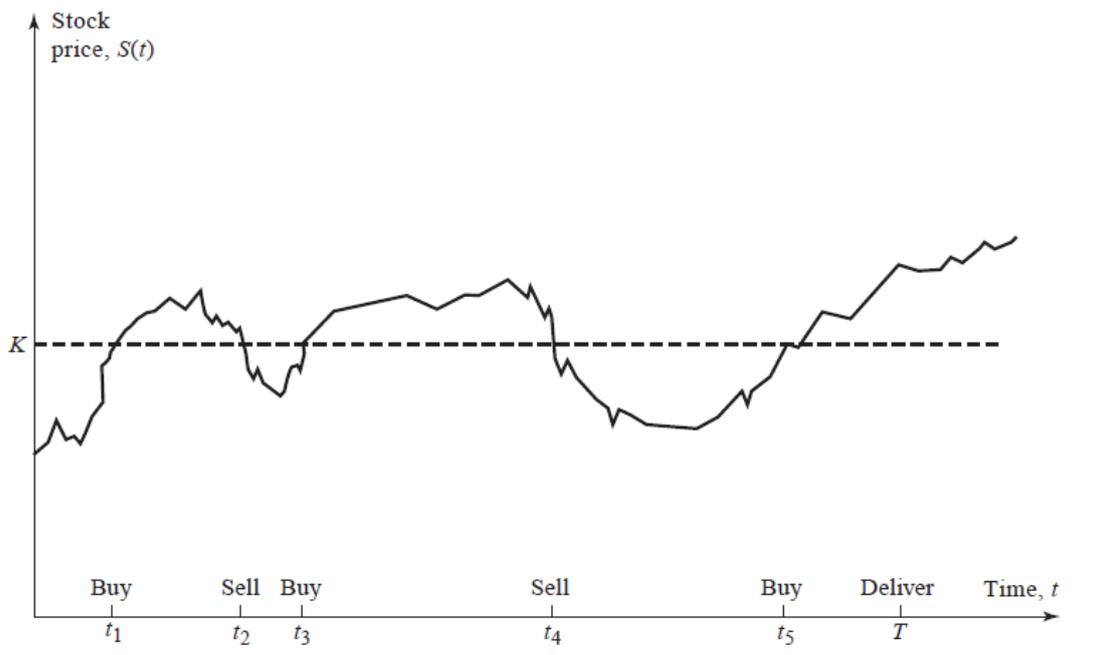


Figura 3.24 Esempio di stop-loss strategy

3.7 Altre tipologie di derivati

I derivati, di cui come accennato precedentemente le opzioni rappresentano un esempio, vengono definiti in generale come degli strumenti finanziari, ovvero dei contratti, il cui specifico valore dipende o deriva da altre variabili sottostanti. I derivati possono quindi dipendere sia dal prezzo dello specifico sottostante in esame ma anche da questioni di carattere politico, sociale o ambientale. Rientrano nella categoria di derivati i prodotti finanziari quali: forwards, futures, e le già ampiamente discusse opzioni.

I derivati vengono scambiati e negoziati sia nei mercati di Borsa che nei mercati Over-The-Counter (OTC).

Nei mercati di Borsa vengono scambiati prodotti standardizzati, le cui caratteristiche vengono determinate all'interno dello specifico mercato stesso ed il cui prezzo deriva dall'incontro tra domanda e offerta. La nascita dei mercati di Borsa viene fatta risalire al 1848, quando vide la luce per la prima volta il Chicago Board of Trade (CBOT) per lo scambio di grano e frumento. Inizialmente i mercati di Borsa venivano gestiti secondo la tecnica dell'*open outcry system*, che prevedeva l'incontro fisico tra operatori finanziari e l'utilizzo di una specifica gestualità per comunicare e specificare le negoziazioni che si intendevano effettuare. Con il trascorrere del tempo e con l'avvento della tecnologia, tale antiquato sistema è stato sostituito da piattaforme elettroniche nelle quali i traders, ovvero gli operatori di mercato, possono avanzare o accettare le offerte. L'esatta combinazione tra domanda e offerta viene quindi affidata ad algoritmi di specifici programmi e quindi non è più richiesta la presenza fisica degli operatori.

In parallelo ai mercati di Borsa esistono i mercati OTC, i quali negli ultimi anni hanno raggiunto un peso sempre maggiore in termini di volumi scambiati. La differenza sostanziale risiede nel fatto che se nei mercati di Borsa possono essere negoziati solo contratti che soddisfano determinate caratteristiche standard, decise a priori, nei mercati OTC i contratti negoziabili non devono soddisfare alcuna specifica caratteristica. Le negoziazioni avvengono infatti telefonicamente o per via informatica tra due singoli operatori che possono o meno interfacciarsi con una controparte centrale e per ogni singolo contratto vengono definite le specifiche condizioni al contorno. Il vantaggio evidente e principale dei mercati OTC risiede nella libertà che essi permettono in termini di condizioni contrattuali, uno dei principali svantaggi risiede invece nel piccolo rischio che i contratti non vengano rispettati. Fino agli anni 2007-2008, che videro la nascita e il propagarsi della Grande Recessione, crisi finanziaria originatasi nel settore immobiliare degli Stati Uniti e successivamente propagatisi in tutti i settori di tutto il mondo (definita dagli storici e dagli economisti come una delle peggiori crisi

economiche nella storia mondiale, secondo solo alla Grande Depressione dei primi anni del ventesimo secolo), i mercati OTC erano per la maggior parte non regolamentati. Successivamente, in seguito alla crisi, vennero emanate delle norme aventi come principali obiettivi il raggiungimento di una maggiore trasparenza dei mercati OTC, il miglioramento dell'efficienza e la riduzione del rischio ad essi collegato. Tra le principali norme introdotte è possibile ricordare l'obbligo in molti Paesi di regolare la maggior parte dei contratti attraverso una controparte centrale e l'obbligo che tutte le negoziazioni vengano comunicate in una sorte di registro centralizzato.

La figura seguente fornisce un'idea riguardo ai volumi scambiati dal giugno del 1998 al giugno del 2014 nei mercati di Borsa e nei mercati OTC, mostrando l'impennata di questi ultimi.

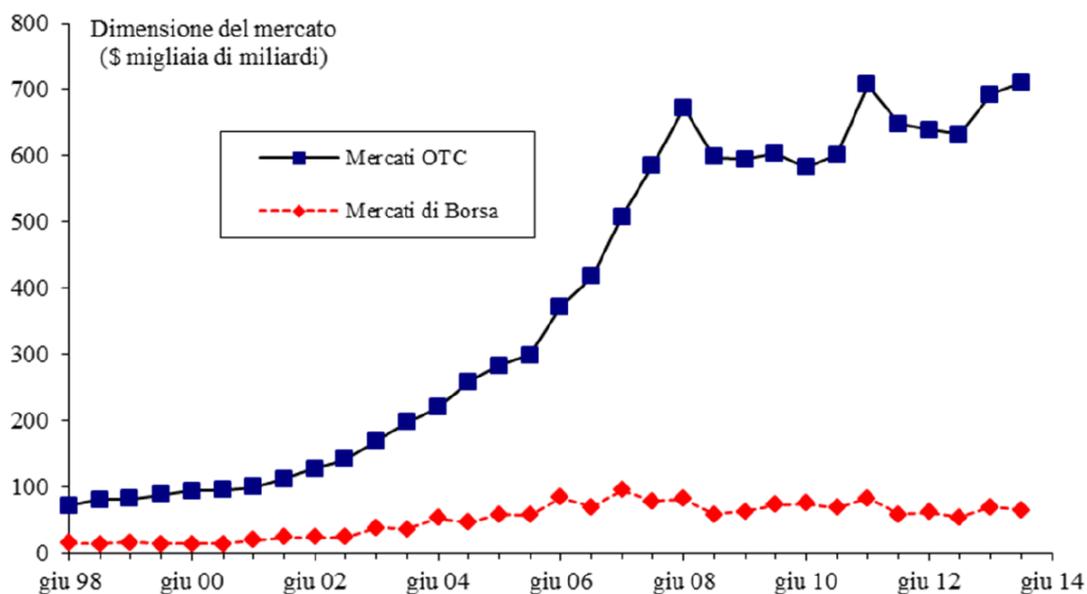


Figura 3.25 Dimensioni dei mercati OTC e di Borsa dal 1998 al 2014

3.8 Forward

I contratti di tipo forward rientrano nella categoria dei derivati e vengono negoziati nei mercati OTC. Il forward è un contratto che prevede l'acquisto o la vendita di un determinato bene sottostante in una specifica data futura ad uno specifico prezzo. Anche in questo caso, come per le opzioni, la controparte che acquista il bene assume la posizione lunga e la controparte che vende assume la posizione corta. L'unica differenza tra i forward ed i contratti a pronti risiede nel fatto che questi ultimi vengono riscossi immediatamente.

La controparte che acquista il bene, ovvero che assume posizione lunga, presenterà un payoff alla scadenza rettilineo con equazione $S_T - K$ (vedi figura seguente), in cui S_T rappresenta il prezzo del sottostante alla scadenza e K rappresenta il prezzo pattuito nel contratto forward. Nel caso in cui alla scadenza il prezzo del sottostante S_T risulti essere minore del prezzo pattuito K , il payoff relativo alla posizione lunga assumerà valori negativi poiché ci si trova in una situazione di perdita: infatti se il sottostante contrattualizzato fosse stato acquistato direttamente a mercato spot nel giorno di scadenza, avrebbe avuto un prezzo inferiore di quello pattuito e quindi avrebbe generato un risparmio. Nel caso contrario in cui alla scadenza il prezzo assunto dal sottostante sia maggiore del prezzo pattuito, il payoff evidenzierà valori positivi volti a sottolineare il guadagno generato dal contratto forward: acquistando infatti il bene direttamente nel mercato spot sarebbe caratterizzato da un prezzo superiore.

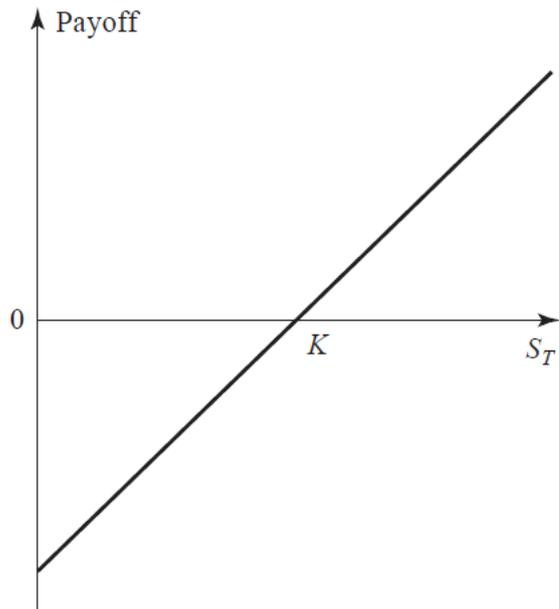


Figura 3.26 Payoff di forward con posizione lunga

La controparte invece che assume posizione corta, ovvero che vende il bene, presenterà un payoff perfettamente speculare al caso precedente: $K - S_T$.

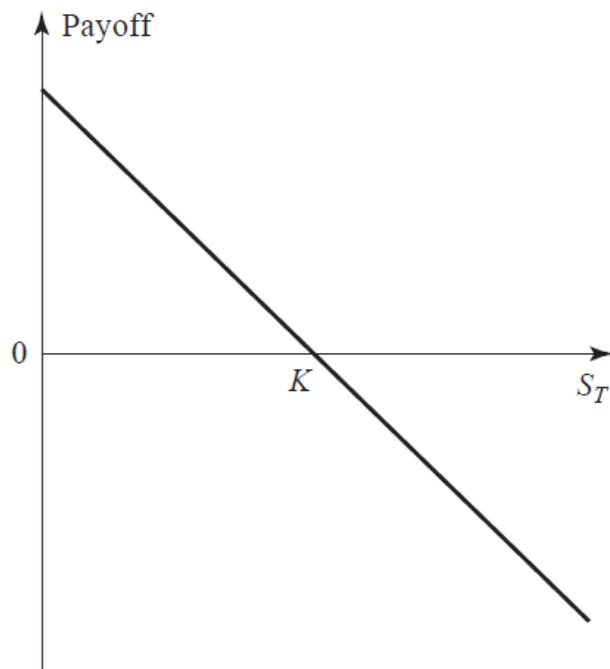


Figura 3.27 Payoff di forward con posizione corta

In sintesi quindi i forwards sono contratti non standardizzati stipulati tra due controparti in mercati OTC, viene segnalata una sola data di scadenza nella quale vengono regolati, solitamente si effettua la consegna fisica del bene o il cash settlement (ovvero non viene consegnato il sottostante ma viene liquidata la somma equivalente sul conto del sottoscrittore) ed infine essendo stipulati in OTC comportano un lieve rischio di credito (ovvero rischio che il debitore non sia in grado di adempiere ai suoi obblighi di pagamento).

3.9 Futures

I contratti di tipo futures prevedono, come i forwards, la compravendita di un sottostante ad una specifica data futura ad uno specifico prezzo pattuito. La differenza sostanziale rispetto ai forwards risiede nel fatto che i futures vengono contrattualizzati nei mercati di Borsa e quindi sono dei contratti standardizzati. Nel caso di contratti di tipo futures le date di consegna devono essere scelte all'interno di un elenco precompilato ed inoltre possono essere regolati ogni giorno. Solitamente vengono chiusi prima della scadenza ed il rischio di credito, essendo trattati in mercati di Borsa, è di fatto assente.

Capitolo 4: Modelli matematici per il pricing di opzioni

4.1 Introduzione

Fino a questo momento è stato descritto in maniera dettagliata il concetto di opzione finanziaria: cosa rappresenta, da quali elementi dipende, quali sono le sue principali caratteristiche e applicazioni. Largo spazio è stato dedicato al valore o premio di un'opzione e da quali possono essere i fattori che lo influenzano da un punto di vista qualitativo. In questo capitolo si entrerà più nel vivo della questione, descrivendo le principali ipotesi e i principali risultati di due modelli matematici che hanno avuto vasta applicazione in questo ambito: il modello di Black&Scholes e il modello Hjørdr James Morton (HJM).

Verranno inizialmente forniti alcuni concetti che risultano essere preliminari alla formulazione di tali modelli matematici come il Random Walk, il processo di Wiener, il lemma di Itô. L'obiettivo principe di questo capitolo non è fornire una completa e dettagliata descrizione e dimostrazione di tali concetti matematici, ma è quello di descrivere semplicemente da dove si è partiti e dove si è arrivati.

4.2 Il metodo Montecarlo

Il metodo Montecarlo, il cui nome fu coniato da Nicholas Constantine Metropolis in relazione alla città nota per l'elevato numero di casinò in cui si praticano giochi d'azzardo, è un metodo numerico volto alla simulazione di qualsivoglia fenomeni in chiave stocastica. Il concetto chiave è quindi quello di trovare l'equivalente statistico: si sostituisce il campionamento di dati empirici, sperimentali, con una simulazione statistica che simuli il fenomeno reale analizzato. La soluzione ottenuta non sarà un valore deterministico, quindi esatto, ma sarà sempre soggetta ad un'incertezza tanto minore quanto più è grande il numero di simulazioni effettuate.

Tradizionalmente l'origine del metodo viene fatta risalire ad un esperimento proposto da Buffon nel 1777, poi divenuto celebre sotto il nome di "ago di Buffon". Il matematico dimostrò che lanciando un ago su un piano orizzontale sul quale sono presenti delle rette parallele poste ad una distanza l'una dall'altra maggiore della lunghezza dell'ago stesso, la probabilità che l'ago una volta lanciato casualmente atterri intersecando una di queste rette è pari al valore analitico:

$$P = \frac{2L}{\pi d}$$

dove L rappresenta la lunghezza dell'ago e d è la distanza tra le rette (con $d > L$).

Successivamente Laplace apprezzò le potenzialità di tale esperimento e notò come potesse essere applicata un'idea simile anche per la determinazione del π .

Il nome Montecarlo venne coniato nell'ambito del progetto Manhattan, nella prima metà del XX secolo e ad oggi vanta applicazioni nei campi più disparati: dalla fisica nucleare all'economia. Condicio sine qua non per l'origine e lo sviluppo del metodo fu l'avvento dei calcolatori.

Ad oggi il metodo Montecarlo viene utilizzato per la risoluzione di problemi aventi le origini più disparate: dalla propagazione delle radiazioni in un mezzo, alla regolazione dei semafori cittadini, dal dimensionamento del traffico telefonico al calcolo del premio di un'opzione finanziaria o alla risoluzione di un integrale.

4.3 Concetti chiave

Vengono di seguito forniti alcuni concetti chiave utili alla formulazione dei modelli per il pricing di un'opzione.

Probabilità

Definizione a priori: rapporto fra casi favorevoli e casi possibili.

Definizione a posteriori o frequentista: rappresenta la frequenza che si verifichi un evento considerando un numero di esperimenti che tenda all'infinito.

Definizione soggettivistica: valutazione soggettiva della probabilità che un evento possa verificarsi.

Definizione assiomatica (di Kolmogorov): funzione matematica avente per dominio lo spazio degli eventi (contenente tutti i possibili risultati di un esperimento compreso l'evento nullo), per codominio l'asse dei numeri reali compresi tra zero ed uno inclusi e che rispetti le seguenti caratteristiche: la probabilità che si verifichi un evento incluso nello spazio degli eventi deve essere maggiore di zero, la probabilità che si verifichino tutti gli eventi dello spazio degli eventi deve essere uguale ad uno e la probabilità dell'unione di tutti gli eventi costituenti lo spazio degli eventi coincide con la sommatoria delle probabilità che si verifichi ogni singolo evento.

Variabile Randomica – Random Variable

Funzione non iniettiva che associa ad ogni evento dello spazio degli eventi un numero reale. La random variable può essere di tipo continuo o discreto.

Binomial Experiment

Esperimento statistico in cui sono possibili solo due risultati:

$$\xi = \begin{cases} 1, & \text{al verificarsi dell'evento in esame} \\ 0, & \text{in tutti gli altri casi} \end{cases}$$

Valore Medio

Nel caso di variabile randomica discreta viene definito come:

$$E[x] = \sum_i x_i f_\xi(x_i)$$

Nel caso invece di variabile randomica continua viene definita come:

$$E[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_\xi(x) dx$$

Per entrambe le definizioni sono valide le seguenti proprietà:

- Non è necessariamente coincidente con uno dei risultati possibili dall'esperimento;
- Solitamente non coincide con il valore cui corrisponde una probabilità più alta;
- È un operatore lineare:

$$E[ax] = aE[x], \text{ con } a \subseteq \mathbb{R};$$

- Potrebbe non esistere (l'integrale potrebbe essere di tipo divergente);
- L'unità di misura del valor medio coincide con l'unità di misura della variabile randomica stessa.

Varianza

Fornisce indicazioni riguardanti la dispersione della variabile randomica, ovvero in generale quanto un singolo valore assunto può trovarsi nelle vicinanze del valore medio.

Nel caso di variabile discreta viene calcolata e definita come:

$$\sigma^2[x] = \sum_i (x_i - E[x])^2 f(x_i)$$

Nel caso invece di una variabile continua, la varianza è:

$$\sigma^2[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[x])^2 f(x) dx$$

La varianza:

- È strettamente positiva;
- Potrebbe non esistere anch'essa (l'integrale potrebbe divergere);
- La sua dimensione coincide con la dimensione della variabile randomica elevata alla seconda potenza.

Un'alternativa al calcolo della varianza, valida in entrambi i casi (continuo e discreto), è rappresentata dalla formula:

$$\sigma^2[x] = E[x^2] - E[x]^2$$

Standard deviation

Definita come la radice quadrata della varianza:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Relative standard deviation

Data dal rapporto tra la standard deviation e il valor medio:

$$RSD = \frac{\sigma}{E[x]}$$

Sample average – media campionaria

Il metodo Montecarlo, come detto in precedenza, simula stocasticamente i fenomeni da analizzare ed i suoi risultati sono tanto più rigorosi quanto maggiore è il numero delle simulazioni effettuate. Alla luce di ciò assume particolare rilevanza l'introduzione di un altro concetto matematico la sample average (o media campionaria), definita come:

$$\bar{\xi}^{(N)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i$$

dove N rappresenta il numero degli esperimenti. Il valor medio della sample average coincide con il valor medio del fenomeno osservato:

$$E[\bar{\xi}^{(N)}] = E[x]$$

La varianza della sample average equivale al rapporto tra la varianza del fenomeno osservato ed il numero di esperimenti effettuati:

$$\sigma^2[\bar{\xi}^{(N)}] = \frac{\sigma^2[x]}{N}$$

Covarianza

Rappresenta la dispersione di una variabile stocastica rispetto alla dispersione di un'altra variabile stocastica. Se due variabili sono statisticamente indipendenti allora la covarianza sarà nulla.

$$\sigma_{xy} = E[(x - E(x))(y - E(y))]$$

Distribuzione normale o gaussiana

Descritta dall'equazione:

$$f_{\xi}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Le variabili μ e σ^2 rappresentano rispettivamente la media e la varianza della gaussiana.

Nel caso emblematico di media nulle e varianza unitaria, la gaussiana avrà come asse di simmetria l'asse delle ordinate. La campana si sposterà verso destra all'aumentare della media, mentre si sposterà verso sinistra al diminuire della media. Al crescere della varianza, invece, la campana si “allargherà”, come mostrato nella figura seguente.

4.4 Central Limit Theorem

Il teorema del limite centrale (TLC) è la pietra miliare sulla quale si basa il metodo Montecarlo. Esso dimostra come la media o la somma di un numero grande di variabili casuali indipendenti ma ugualmente distribuite abbiano la forma di una gaussiana indipendentemente dalla distribuzione delle singole variabili. La diretta conseguenza di ciò risiede nel fatto che anche se non si dovessero possedere informazioni riguardanti la singola variabile, si avrà in ogni caso la certezza della forma assunta dalla media o dalla somma di un grande numero. Il termine “grande” riferito a “numero” è poco significativo: il numero di variabili da considerare affinché il teorema risulti valido cambia da caso a caso. Il TLC fornisce quindi una prova matematica dell'enorme potenzialità del metodo Montecarlo.

Ipotesi del TLC:

- Dato un fenomeno statistico avente media

$$E[x] = \mu$$

E varianza

$$\sigma^2[x] = \sigma^2$$

- Generando N random number ξ_i secondo il fenomeno statistico in esame;
- Costruendo a partire dagli N random number la sample average come:

$$\bar{\xi}^{(N)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i$$

Allora, il TLC dimostra che al tendere all'infinito del numero N di random variable generati, la distribuzione della sample average $\bar{\xi}^{(N)}$ è normale (o gaussiana), con media della sample average pari alla media del fenomeno in esame:

$$E[\bar{\xi}^{(N)}] = \mu$$

E varianza della sample average pari al rapporto tra la varianza del fenomeno in esame e il numero N di random variable generati:

$$\sigma^2[\bar{\xi}^{(N)}] = \frac{\sigma^2}{N}$$

In un'unica formula:

$$f_{\bar{\xi}^{(N)}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \frac{\sigma^2}{N}}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\frac{\sigma^2}{N}}}$$

Una conseguenza fondamentale del TLC risiede nel fatto che una volta ottenuta la sample average risultato della simulazione, è possibile costruire una barra degli errori intorno ad essa di grandezza pari alla RSD:

$$[(1 \pm RSD)\bar{\xi}^{(N)}] = \bar{\xi}^{(N)} \pm \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

La grandezza di tale teorema risiede nel fatto che fornisce la certezza che il valore reale del fenomeno simulato abbia il 68% di possibilità di ricadere all'interno dell'intervallo sopra descritto. Nello specifico inoltre raddoppiando l'RSD si ha il 95% di possibilità e triplicando l'RSD la possibilità diventa del 99%.

4.5 Random Walk

Un altro concetto chiave necessario da presentare per la completa descrizione dei modelli matematici utilizzati per il pricing di opzioni finanziarie è rappresentato dal random walk.

Per random walk o passeggiata aleatoria si intende la trasposizione in termini matematici del concetto generale di sequenza casuale di step o stati regolati da leggi statistiche. Possono essere di tipo continuo o discreto.

Un random walk viene definito markoviano (dal matematico e statistico russo Andrey Anreevič Markov, 1856-1922) se la probabilità che la variabile assuma un determinato valore, ovvero la probabilità che il random walk transiti da uno stato i ad uno stato $i+1$, dipende solo ed esclusivamente dallo step immediatamente precedente (i) e non dalla storia complessiva del sistema.

4.6 Prezzo di una commodity

Le informazioni e i concetti statistici generali forniti nei paragrafi precedenti trovano applicazione anche in ambito finanziario. Le variazioni infatti nel tempo del prezzo di un bene vengono associate e descritte da un punto di vista matematico come dei processi stocastici con determinate caratteristiche e che dipendono da specifiche leggi. Solitamente il prezzo di una commodity viene considerato come una variabile stocastica continua nel tempo nonostante ciò rappresenti un'approssimazione: infatti ad esempio viene utilizzato un preciso numero di cifre decimali, oscillazioni nel prezzo vengono registrate solo nel momento in cui i mercati sono aperti ed inoltre buon senso vuole che, salvo grandi eventi con influenza mondiale, in brevi archi di tempo il prezzo di una commodity non subisca repentine ed importanti variazioni. Ad esempio, è altamente improbabile (sebbene non impossibile) che il prezzo dell'energia elettrica nel mercato MGP abbia una variazione da un'ora all'altra di 1000 €/MWh.

In matematica finanziaria, si assume che il prezzo di una commodity possa essere rappresentato da un processo markoviano in cui quindi la storia della variabile (ovvero il prezzo stesso) non influenza in alcun modo i valori che potrà assumere in futuro. L'unica informazione rilevante per le predizioni nel futuro è il valore assunto dal prezzo della commodity in questo preciso instante.

Le variazioni che il prezzo di una commodity potrà subire nel futuro rappresentano un tema estremamente sensibile e cruciale per il pricing di prodotti finanziari quali possono essere le opzioni: il premio infatti, ovvero il valore stesso di un'opzione dipende fortemente dal prezzo assunto dal bene sottostante alla scadenza (quindi in una data futura) e, nel caso di opzioni asiatiche, anche dal percorso fino alla scadenza.

4.7 Processi di Wiener

Nei modelli per il pricing di opzioni che verranno presentati si assume che il prezzo della commodity vari nel futuro seguendo quello che viene definito processo di Wiener, ovvero un processo stocastico continuo.

Da un punto di vista formale, matematico, una variabile z segue un processo di Wiener se riesce a soddisfare due requisiti:

- la variazione di z (Δz) in un piccolo intervallo temporale (Δt) è pari a:

$$\Delta z = \epsilon \sqrt{\Delta t}$$

dove ϵ ha una distribuzione normale standardizzata con media nulla e varianza unitaria;

- le variazioni di z in due intervalli di tempo diversi sono indipendenti, quindi z segue un processo markoviano.

Dal primo requisito segue che il processo di Wiener in esame avrà media di Δz nulla e varianza di Δz pari all'intervallo di tempo Δt considerato.

In un processo stocastico, il *drift rate* rappresenta la variazione del valore medio per unità di tempo e il *variance rate* rappresenta invece la varianza per unità di tempo. Il processo di Wiener di base, con media nulla e varianza pari all'intervallo considerato, presenta drift rate nullo e varianze rate unitario. Il drift rate nullo si traduce nella pratica nel fatto che il valore medio della variabile z sarà sempre costante in qualunque momento in quanto non subisce variazioni. Il variance rate unitario si traduce nel fatto che la varianza della variazione di z in un intervallo di tempo è pari alla lunghezza stessa dell'intervallo temporale.

4.8 Processi di Wiener Generalizzati

L'equazione precedente rappresenta il caso più semplice di un processo di Wiener, in maniera più generale è invece possibile scrivere:

$$dx = a dt + b dz$$

con a e b costanti.

Dal primo termine consegue che il drift rate per unità di tempo del processo sarà pari ad a . Il secondo tempo invece indica una variazione aggiuntiva che subirà la variabile x pari a b volte un processo di Wiener, per cui globalmente il variance rate di x sarà pari a b^2 .

È possibile inoltre scrivere per piccoli intervalli di tempo la variazione subita dalla variabile x come:

$$\Delta x = a \Delta t + b \epsilon \sqrt{\Delta t}$$

Anche in questo caso ϵ ha una distribuzione normale standardizzata con media nulla e varianza unitaria. La media di Δx è pari al primo termine dell'equazione $a \Delta t$, mentre la varianza di Δx è pari a $b^2 \Delta t$.

4.9 Processi di Itô

Rappresentano una variazione e sotto certi versi una complicazione dei processi di Wiener generalizzati in quanto i termini a e b , prima costanti, adesso sono funzione sia del tempo t che della variabile stessa x .

$$dx = a(x, t) dt + b(x, t) dz$$

In maniera analoga, per piccoli intervalli si ottiene:

$$\Delta x = a(x, t) \Delta t + b(x, t) \epsilon \sqrt{\Delta t}$$

4.10 Definizione del prezzo di una commodity

Il prezzo di una commodity viene associato ad un processo di Wiener generalizzato con una essenziale modifica: il drift rate costante per unità di tempo a viene sostituito dal *return* costante μ , ovvero il rapporto tra drift rate e il prezzo della commodity.

Nel caso in cui non ci sia alcuna variazione aggiuntiva (ovvero nel caso in cui il termine b risulti nullo), la variazione del prezzo di una commodity ΔS viene descritta come:

$$\Delta S = \mu S \Delta t$$

Dove μS rappresenta il drift rate e, nello specifico, μ è un parametro costante.

È possibile inoltre scrivere, al tendere a zero dell'intervallo di tempo:

$$dS = \mu S dt$$

Ovvero

$$\frac{dS}{S} = \mu dt$$

Integrando l'ultima equazione tra 0 e T , si ottiene:

$$S_T = S_0 e^{\mu T}$$

Dove S_0 e S_T rappresentano i prezzi della commodity rispettivamente agli istanti di tempo 0 e T .

Considerando anche una variazione aggiuntiva dz , si ottiene:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

oppure

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$$

dove μ rappresenta il return rate atteso e σ la volatilità del prezzo della commodity.

In forma discreta si avrà:

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \epsilon \sqrt{\Delta t}$$

oppure

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu \Delta t + \sigma \epsilon \sqrt{\Delta t}$$

Dove ϵ indica sempre una distribuzione gaussiana standardizzata con media nulla e varianza unitaria. Il modello del prezzo di una commodity così inteso può essere definito come *moto Browniano geometrico*.

4.11 Lemma di Itô

Un ulteriore e necessario passo in avanti riguarda la formulazione e la descrizione dei principali concetti dietro il lemma di Itô.

Supponendo di prendere in considerazione una variabile x il cui moto possa essere descritto tramite un processo di Itô:

$$dx = a(x, t) dt + b(x, t) dz$$

in cui tutti i termini sono noti e descritti precedentemente. Il lemma di Itô sostiene che data x , esiste una funzione G , funzione di x e t che potrà essere descritta matematicamente come:

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial x} b dz$$

Da questa equazione risulta come anche la nuova variabile G segua un processo di Itô caratterizzato da un drift rate pari a:

$$\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2$$

e un variance rate pari a:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial x} \right)^2 b^2$$

Sostituendo adesso la generica variabile x con l'oggetto di maggiore interesse S , ovvero il prezzo di una commodity:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

Dal Lemma di Itô è adesso possibile definire una nuova variabile G , funzione del prezzo della commodity S e del tempo t :

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial S} \mu S + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial S} \sigma S dz$$

La nuova variabile G , funzione di S e t , seguirà un processo di Itô con drift rate uguale a:

$$\frac{\partial G}{\partial S} \mu S + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} \sigma^2 S^2$$

e variance rate di:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial S} \right)^2 \sigma^2 S^2$$

Il processo della variabile G sarà caratterizzato dalla variazione ed incertezza aggiuntiva generate dalla presenza del dz , che rappresenta un processo di Wiener.

Dal lemma di Itô applicato al prezzo di una commodity definita esattamente come sopra, si evince un'altra importante proprietà che sarà fondamentale per l'applicazione di uno dei due metodi di pricing di opzioni finanziarie che verranno descritti in seguito.

Nel momento in cui si definisce la variabile G come logaritmo naturale del prezzo S :

$$G = \ln S$$

essendo note le derivate parziali G rispetto al prezzo S e al tempo t :

$$\frac{\partial G}{\partial S} = \frac{1}{S}$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial S^2} = -\frac{1}{S^2}$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} = 0$$

sostituendo in

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial S} \mu S + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial S} \sigma S dz$$

si ottiene

$$dG = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz$$

Da quest'ultima equazione, essendo μ e σ due parametri costanti, si evince che la variabile G definita come il logaritmo naturale del prezzo della commodity S segue un processo di Wiener generalizzato con drift rate costante e pari a:

$$\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right)$$

e con variance rate costante e pari a:

$$\sigma^2$$

La nuova variabile G presenta una *distribuzione lognormale* in quanto in suo logaritmo naturale presenta una distribuzione della variabile normale. In questo è infatti possibile dimostrare che S sia caratterizzata da una distribuzione normale. La figura seguente presenta l'andamento di una distribuzione lognormale, la quale può assumere qualunque valore tra lo zero e l'infinito.

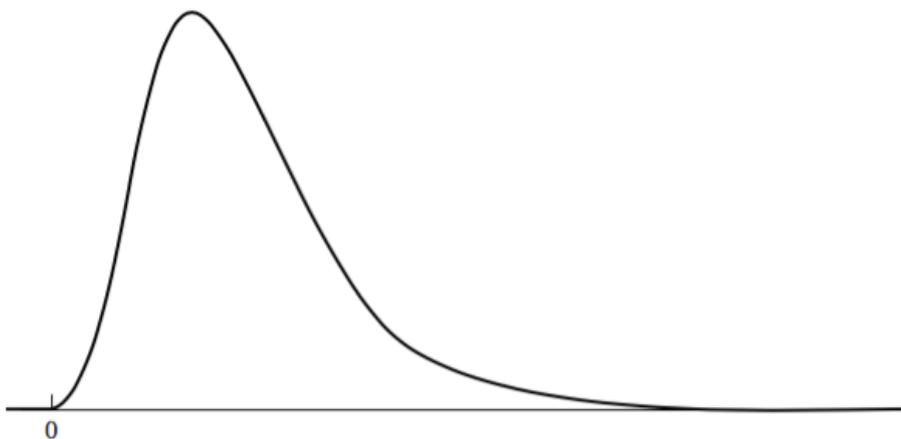


Figura 4.1 Distribuzione lognormale

4.12 Il modello di Black-Scholes-Merton

Il primo modello di pricing di opzioni finanziarie che verrà descritto venne sviluppato negli anni '70 dagli economisti Fischer Black e Myron Scholes sulla base del lavoro precedentemente svolto da Robert Merton. Il loro modello segnò la storia dell'economia ed ebbe un così grande impatto nei mercati finanziari che nel 1997 venne riconosciuto a Merton e Scholes il premio Nobel per l'economia (Black morì nel 1995).

Le assunzioni sulle quali si fonda il modello sono:

- il prezzo del sottostante può essere descritto dall'equazione:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

con μ e σ parametri costanti;

- non è consentita alcuna possibilità di arbitraggio, ovvero della compra vendita dello stesso bene su mercati differenti cercando un margine nella differenza di prezzo tra i due;
- non vi sono costi di transazioni o tassazione;
- è escluso il pagamento dei dividendi, ovvero della quota parte del margine o del guadagno che una società paga ai propri azionisti;
- la compravendita del sottostante e delle opzioni stesse avviene nel mercato in maniera continua;
- il tasso di interesse privo di rischio r , ovvero il tasso di interesse di un investimento privo di rischio come ad esempio l'acquisto di titoli di stato di Paesi stabili, è costante;
- è consentita la vendita allo scoperto, ovvero la vendita di commodity o opzioni non direttamente proprietà del venditore.

Partendo nuovamente dalla formulazione del prezzo del sottostante introdotta precedentemente:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

è possibile a questo punto definire la funzione f che rappresenta il premio di una opzione finanziaria di tipo put o di tipo call che dipenderà sia dal prezzo del sottostante S che dal tempo t . Ripetendo pedissequamente i passaggi precedentemente descritti, è possibile arrivare all'equazione:

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S dz$$

In forma discreta,

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \Delta z$$

$$\Delta f = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S \Delta z$$

dove ΔS e Δf rappresentano le variazioni del prezzo del sottostante e del premio dell'opzione ad esso legata. È possibile inoltre dimostrare come il termine Δz , ovvero il processo di Wiener, essendo presente sia nella formulazione della commodity che nella formulazione del premio di un'opzione sulla stessa commodity in esame possa essere eliso.

Dall'ultima equazione descritta deriva la più famosa *equazione differenziale di Black-Scholes-Merton*:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + r S \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = r f$$

dove f rappresenta il premio dell'opzione call o put, S il prezzo della commodity, r il tasso di interesse di un investimento privo di rischio, t il tempo e σ la volatilità del prezzo della commodity.

La più importante soluzione di questa equazione differenziale è formata dalle formule che costituiscono il modello di Black-Scholes-Merton, ovvero per le opzioni call:

$$C(S, t) = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2)$$

e per le opzioni put:

$$P(S, t) = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$$

dove le costanti d_1 e d_2 vengono definite come segue:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

dove S_0 è il prezzo della commodity all'istante iniziale, K è lo strike price dell'opzione, r è il tasso di interesse privo di rischio, σ è la volatilità del prezzo della commodity, T rappresenta la scadenza dell'opzione stessa. La funzione $N(x)$ è la funzione cumulata di una distribuzione normale standardizzata e rappresenta la probabilità che una variabile descritta da una distribuzione gaussiana normale con media nulla e varianza unitaria sia inferiore alla x stessa. Essa corrisponde all'integrale da meno infinito a x della distribuzione gaussiana:

$$N(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x'-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx'$$

Il modello di Black&Scholes è in grado di mettere immediatamente in evidenza la “convenienza” dell’esercizio di un’opzione in relazione all’andamento del prezzo del sottostante. Al crescere infatti del prezzo del sottostante S_0 , cresce la convenienza nell’esercizio di una opzione di tipo call in quanto quest’ultima in linea di principio permetterebbe l’acquisto del bene ad un prezzo inferiore rispetto al prezzo di mercato. Questo concetto viene espresso nelle formule di B&S in quanto all’aumentare di S_0 , aumentano conseguentemente i termini d_1 e d_2 e le cumulate $N(d_1)$ e $N(d_2)$ tenderanno ad 1. Il premio quindi di un’opzione di tipo call in queste condizioni equivale a:

$$C(S, t) = S_0 - K e^{-rT}$$

ed essendo S_0 grande prevarrà sul termine complessivo e globalmente si avrà un premio connesso alla call molto elevato proprio perché “conveniente”.

Al contrario, nel caso di un’opzione put, all’aumentare del prezzo del sottostante S_0 , diminuisce la convenienza dell’esercizio dell’opzione stessa in quanto si eserciterebbe il diritto a vendere un bene ad un prezzo fissato nel momento in cui il mercato propone prezzi molto alti. Tale concetto viene rispecchiato nel modello di B&S in quanto al tendere all’unità delle cumulate $N(d_1)$ e $N(d_2)$, il premio relativo ad un’opzione put risulterà:

$$P(S, t) = K e^{-rT} - S_0$$

Al crescere di S_0 , il premio diminuirà fino a tendere allo zero, rispecchiando quindi la non convenienza dell’opzione put stessa.

4.13 Il modello di Heath-Jarrow-Morton

Sviluppato agli inizi degli anni '90 dai matematici ed economisti David Heath, Bob Jarrow e Andy Morton, il modello comunemente noto con l'acronimo “HJM” viene utilizzato per il pricing di opzioni.

La caratteristica peculiare del modello risiede nel fatto che non prende in considerazione il prezzo del sottostante a mercato effettivo (spot) ma considera i forward relativi al bene in esame. Ogni forward viene nuovamente modellizzato come un random walk.

Anche in questo caso, esattamente come per il modello di Black&Sholes, l'approfondita dimostrazione e spiegazione del modello esula dallo scopo di questa tesi ingegneristica in quanto va a toccare temi delicati e complessi della matematica finanziaria. Verrà quindi qui descritta brevemente la logica alla base del modello e successivamente si scenderà nel dettaglio di una sua applicazione pratica avente come sottostante il prodotto “power”, ovvero l'energia elettrica.

Il risultato ottenuto dal modello HJM può essere formulato come:

$$df(t, u) = \left(\sigma(t, u) \int_t^u \sigma(t, s)^T ds \right) dt + \sigma(t, u) dz$$

Gli aspetti principali da sottolineare di questa equazione sono rappresentati dal dz , ovvero un processo di Wiener, e la presenza della σ . In questo caso infatti il prezzo seguirà un processo caratterizzato da covarianze costanti a tratti derivanti dalle covarianze dei prodotti precedenti. In altre parole, per ipotizzare l'andamento dei prezzi futuri si utilizzano come informazioni da cui partire, le covarianze dei prodotti forward del passato.

La logica alla base del modello risiede quindi nel modellizzare i forward più “piccoli”, ovvero caratterizzati da un piccolo periodo di consegna e di utilizzarli per costruire

forward con periodi di consegna più lunghi. Nello specifico, nell'applicazione che verrà descritta si modellano i forward con periodo di consegna mensile e su questi vengono costruiti i forward con periodo di consegna lungo un trimestre (quarter) o un anno (cal o calendar).

Il modello HJM sembra adattarsi abbastanza alle caratteristiche estremamente peculiari rappresentate dal prodotto power. Il prezzo dell'energia elettrica infatti presenta fattori particolari come la stagionalità, l'elevata volatilità, i picchi di prezzo giornalieri e su periodi temporali più ampi, la non “*stoccabilità*” del prodotto stesso.

Capitolo 5: Applicazione modello HJM in Matlab ed Excel e confronto con modello B&S e settlement EEX

5.1 Introduzione

Le opzioni finanziarie rappresentano uno strumento già consolidato in tantissimi mercati e in rapida espansione nel campo dell'energia. A tal proposito, ERG, produttrice di energia, ha espresso il proprio interesse in tale settore procedendo con l'acquisto di un oggetto in Matlab (prodotto commerciale a tutti gli effetti) per il pricing di opzioni da IKB (Industry Knowledge Brokers).



Figura 5.1 IKB, Industry Knowledge Brokers

La sfida è stata quella di rendere tale oggetto in Matlab fruibile. In questo capitolo verrà quindi descritto il funzionamento del tool costruito *ad hoc* costruito intorno all'oggetto HJM acquistato dall'azienda e che prevede l'utilizzo combinato di Matlab ed Excel.

L'idea generale è quella di fornire dei dati di input al programma che effettua il pricing dell'opzione avente come sottostante il *power*, ovvero l'energia elettrica, simulando N percorsi diversi che il prezzo del power può effettuare. Si tratta quindi di un modello Monte Carlo in quanto vengono simulati N scenari rappresentati come markovian random walk, successivamente mediati.

Per una pura questione di scelte aziendali l'utente, il trader che dovrà effettuare il pricing si interfacerà esclusivamente con Excel, giudicato più comune e noto. Matlab quindi lavorerà "dietro le quinte", venendo lanciato da Excel tramite una Macro (ovvero una registrazione di operazioni effettuabili). Il risultato finale, ovvero il premio dell'opzione, verrà stampato in Excel.

È necessario però ricordare come il modello HJM fornisca un numero, risultato di calcoli matematici, da cui partire nella contrattazione di un'opzione. Si ottiene infatti un prezzo *neutrale* di una opzione di tipo call o di tipo put: a quel punto il premio effettivo dell'opzione contrattualizzato dipenderà sia dalla posizione che si intende occupare (se corta o lunga) che dalle abilità di negoziazione delle controparti.

5.2 Come funziona il modello

I protagonisti principali del modello sono quattro file, di cui due in Excel e due in Matlab che verranno dettagliatamente descritti in seguito. Il trader che deve effettuare il pricing aprirà il file Excel presente nella cartella di rete aziendale e denominato Input_Pricing.xlsm. Si noti a questo punto come solitamente i file Excel presentino un'estensione del tipo ".xls": la presenza aggiuntiva in questo caso della lettera *m* indica la presenza di una o più Macro all'interno del file stesso. Il trader inserisce manualmente gli input necessari al pricing di un'opzione come la tipologia del prodotto (se Month, Quarter, Calendar ect), l'expiration date, lo strike price, la tipologia di opzione (se Asian o Plain Vanilla) etc. A questo punto è possibile far partire il pricing effettivo lanciando la Macro che salva il file, richiama Matlab e avvia il programma OptionPricing.m che a sua volta leggerà i dati inseriti dall'utente. Quest'ultimo file in Matlab richiama l'oggetto HJM che simula gli scenari ed effettua il pricing. I risultati vengono quindi elaborati dal file Matlab OptionPricing.m, il quale crea e salva un nuovo file Excel OutputPricing.xls contenente gli output del modello. L'utente ha la

possibilità di scegliere se al file Excel di output vuole o meno aggiungere l'immagine pdf dei payoff corrispondenti alle opzioni in esame.

La figura seguente mostra e sintetizza il funzionamento del modello e delle sue componenti.

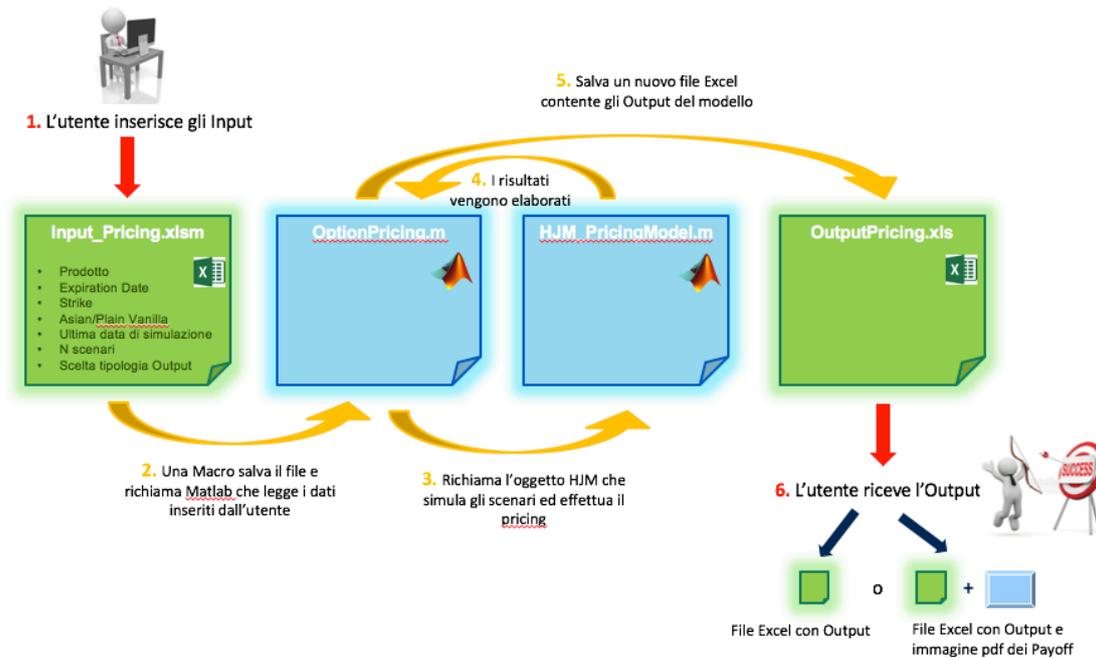


Figura 5.2 Funzionamento del modello nelle sue componenti

5.3 Oggetto HJM: simulazione scenari

Nella programmazione a oggetti una *classe* è un dato astratto, generico, caratterizzato da attributi e metodi. Dalla classe è possibile creare un oggetto che presenta gli attributi e i metodi della classe stessa e che ne rappresenta quindi una istanza. Un esempio può essere rappresentato dalla classe “lavatrice”, i cui attributi possono essere per esempio: classe energetica, giri di centrifuga, colore, dimensioni, capacità di carico ect. I metodi invece della classe lavatrice possono essere: prelavaggio, lavaggio a 30°, lavaggio

delicati, avvia centrifuga, stop centrifuga ect. Un oggetto quindi della classe lavatrice è rappresentato da uno specifico modello.

L'oggetto HJM è in grado di simulare un numero N definito dall'utente di scenari del prezzo del power partendo dalla serie storica. Tali scenari vengono quindi utilizzati per la valutazione del premio dell'opzione.

Nello specifico, una volta che l'utente ha definito il prodotto da prezzare (es Month Dicembre 2018), l'oggetto HJM crea un numero N di percorsi giornalieri a partire dal valore assunto a mercato nel momento del pricing del prodotto in esame. Tali percorsi simulati hanno passo giornaliero e partono quindi da *oggi*, momento della simulazione, fino ad una data di fine simulazione inserita come input dall'utente che dovrà essere maggiore dell'expiration date dell'opzione di cui si deve effettuare il pricing ma non necessariamente uguale. Ogni singolo scenario viene simulato come un markovian random walk secondo la formula:

$$df(t, u) = \left(\sigma(t, u) \int_t^u \sigma(t, s)^T ds \right) dt + \sigma(t, u) dz$$

con covarianza costante a tratti ed estratta dalla serie storica generata automaticamente dal file Exel estraendo i dati da una Query (definita in SQL) a sua volta estratta dal database aziendale e che viene inviata all'oggetto HJM come dato di input. La serie storica presenta sia i valori del PUN ordinati cronologicamente che i valori tradati nel mercato dei prodotti *month* del mese in corso e dei sei mesi successivi. Nello specifico vengono calcolati i rendimenti logaritmici della serie storica di ogni prodotto presente:

$$\log(\text{prezzo}_{\text{giorno } i+1}) - \log(\text{prezzo}_{\text{giorno } i})$$

A questo punto è possibile valutare la matrice della covarianza dei rendimenti logaritmici calcolati come sopra. Gli N scenari simulati, con N scelto dall'utente (valore

consigliato pari a 30.000, trade-off fra precisione e tempo di simulazione) vengono rappresentati nella figura seguente.

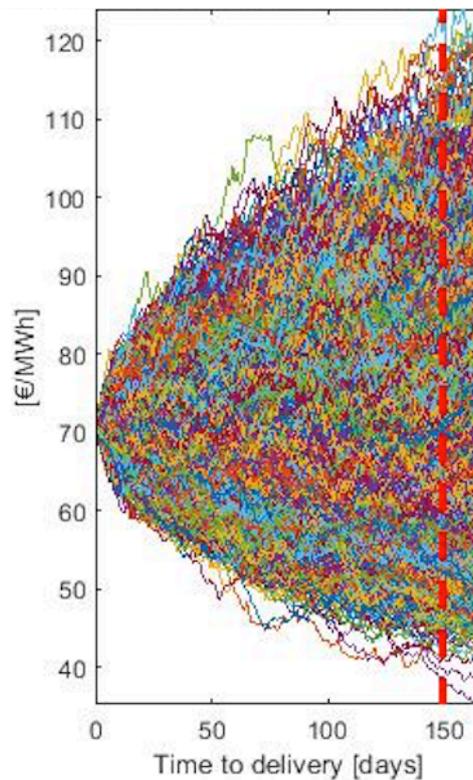


Figura 5.3 Simulazione degli N scenari (con N pari a 30.000)

La figura sopraripotata presenta in ordinata i prezzi simulati in €/MWh e in ascissa gli step giornalieri che partono da *oggi*, giorno in cui viene effettuato il pricing (giorno 0) e terminano l'ultimo giorno di simulazione, scelto dall'utente. La linea tratteggiata verticale rossa indica l'expiration date dell'opzione da prezare ed è fondamentale per il calcolo del premio stesso. Costruendo infatti per tale giorno la distribuzione delle frequenze con le quali possono essere assunti i prezzi riportati in ascissa si ottiene una gaussiana. Ciascuna barra di questo grafico rappresenta la frequenza, ovvero il numero degli N scenari che presentano quello specifico prezzo all'expiration date.

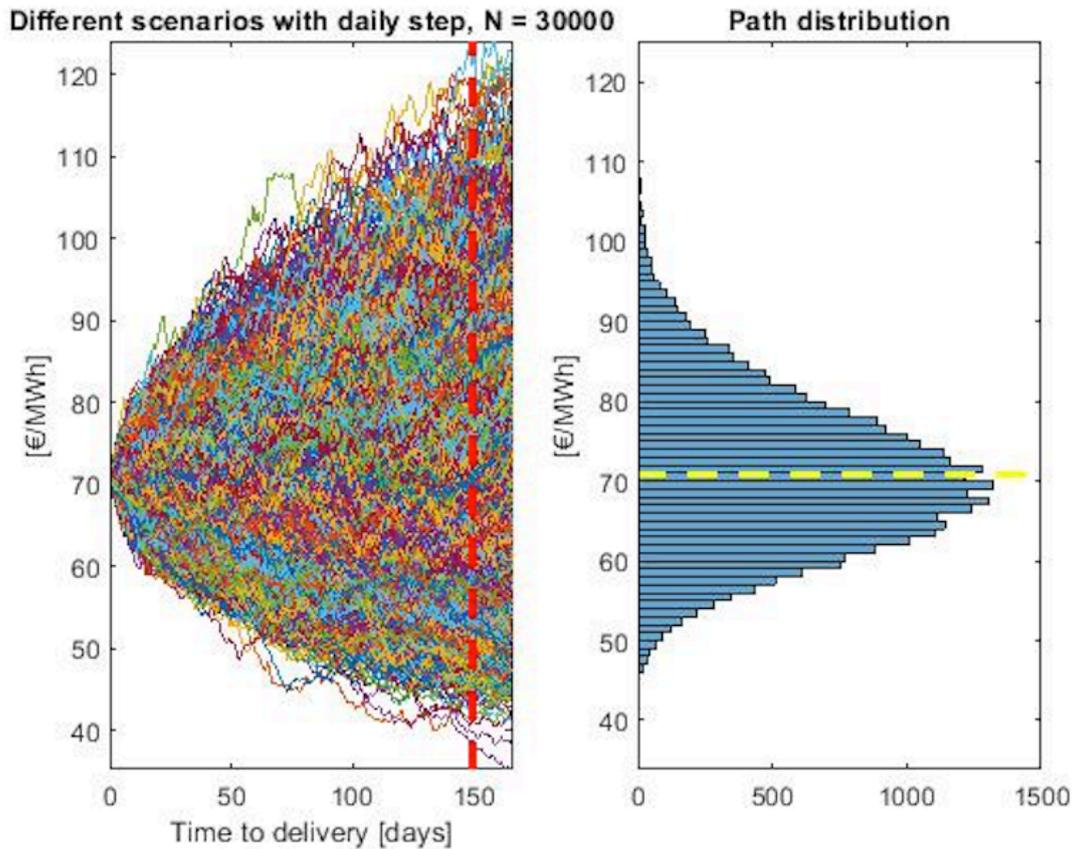


Figura 5.4 Nel grafico di sinistra è contenuta la simulazione degli N scenari (con N pari a 30,000), la linea rossa tratteggiata indica l'expiration date. La figura di destra rappresenta le frequenze dei prezzi assunti dagli N scenari all'expiration date ed ha forma di una gaussiana: la linea gialla tratteggiata evidenzia lo strike price ipotizzato nella simulazione.

Una volta simulato lo scenario resta l'ultimo step da effettuare, ovvero il calcolo effettivo del premio. Il modello fornisce il prezzo automaticamente sia per opzioni di tipo put che di opzioni di tipo call. Nel caso di opzioni di tipo Plain Vanilla, i premi vengono calcolati come:

$$\text{Premio Call} = E[\max[0; S_t - K]]$$

$$\text{Premio Put} = E[\max[0; K - S_t]]$$

Dove E indica l'operatore media, K indica lo strike scelto e S_t indica il prezzo del sottostante simulato. Le formula sopra riportate possono essere riassunte nei seguenti grafici che forniscono un'idea visiva di:

$$Call = \max[0; S_t - K]$$

$$Put = \max[0; K - S_t]$$

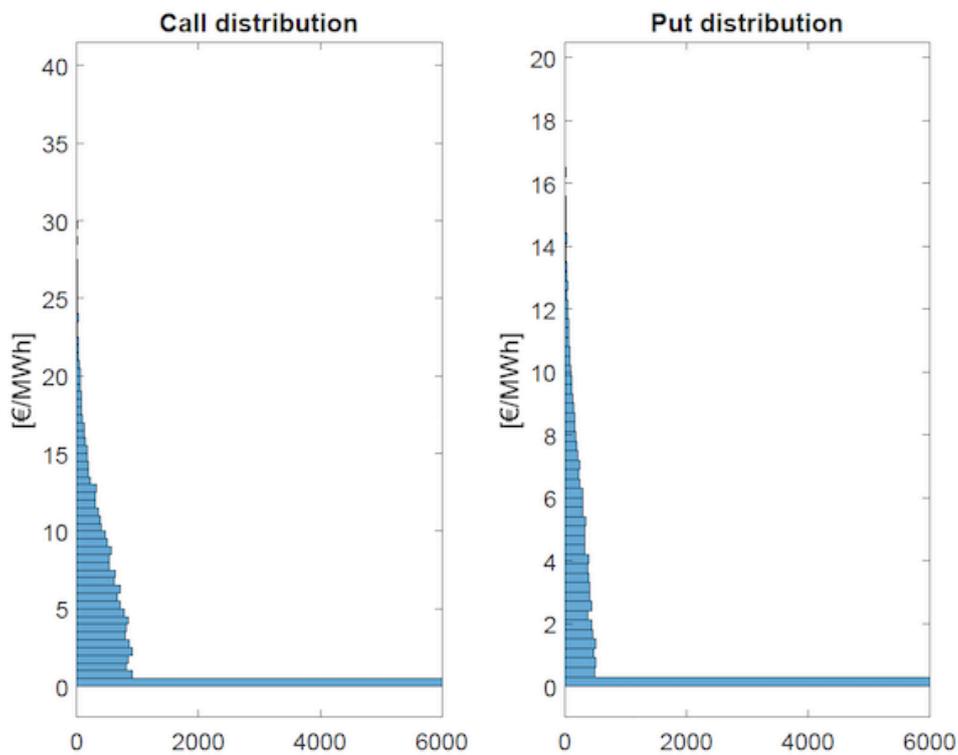


Figura 5.5 Step intermedio nel calcolo del premio di un'opzione

I premi per le opzioni call e le opzioni di tipo put scaturiscono quindi dalla media dei valori rappresentati nel grafico precedente.

Nel caso invece di opzioni asiatiche, l'utente inserisce come input la lunghezza temporale T sulla quale vuole che il prezzo venga mediato, quindi per esempio 30 per

media su un mese, 180, per media su un trimestre e così via. In questo caso il premio per opzioni call e put viene calcolato come:

$$Premio\ Call = E \left[\max \left[\frac{1}{T} \sum_{t=0}^T S_t - K, 0 \right] \right]$$

$$Premio\ Put = E \left[\max \left[K - \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T S_t, 0 \right] \right]$$

In questo caso E indica nuovamente l'operatore media, K indica nuovamente lo strike, la lettera T indica la lunghezza dell'orizzonte temporale da mediare in giorni e S_t indica sempre il prezzo del sottostante simulato. Per le opzioni asiatiche quindi lo strike viene confrontato con la media su T giorni dei prezzi assunti in ogni scenario N_i .

Scendendo ad un livello più dettagliato del codice, utilizzando le linee di pensiero precedentemente descritte, l'oggetto HJM genera nel momento in cui viene lanciato un *cubo*, ovvero una matrice a tre dimensioni denominato S . Nello specifico, le tre dimensioni rappresentano:

- La lunghezza di ogni singolo scenario o profondità di scenario, ovvero il numero di giorni che intercorre tra l'*oggi*, giorno del pricing, e l'ultimo giorno di simulazione inserito come input dall'utente;
- Numero dei prodotti (months, quarter, calendar) da prezzare: è infatti possibile inserire come input più prodotti da prezzare tra cui scegliere ma il pricing avviene per un solo prodotto alla volta;
- Numero N di scenari simulati.

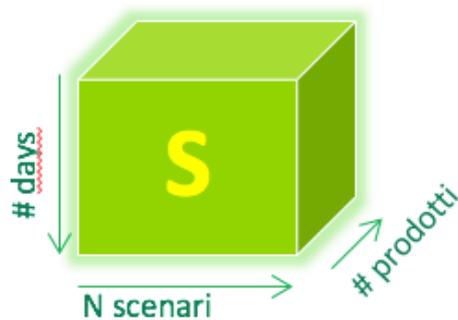


Figura 5.6 Rappresentazione grafica della matrice a tre dimensioni (cubo) S generato dall'oggetto HJM

Nel paragrafo dedicato al modello HJM del capitolo matematico, è stato introdotto il concetto relativo alla possibilità di utilizzare i forward con periodo di consegna più breve per costruire forward con periodo di consegna maggiore. In questa applicazione specifica i forward più “piccoli”, che rappresentano i singoli mattoncini, sono i prodotti Months, con periodo di consegna pari ad un mese. È infatti proprio per questo motivo che il database relativo ai forward tradati a mercato che verrà dettagliatamente descritto nel paragrafo successivo considera in primissima istanza i prodotti Months. Nel momento in cui si voglia procedere con il pricing di un prodotto Quarter (trimestre) o Calendar (anno intero), verranno considerati i relativi Months che li costituiscono e successivamente mediati.

Ad esempio, nel caso pratico in cui si voglia prezzare un prodotto Months con profondità di scenario pari a 70 giorni e N , numero di simulazioni, pari a 10.000, il cubo S avrebbe dimensioni pari a:

$$S(70, 1, 10.000)$$

Nel caso invece di pricing di un prodotto Quarter con profondità di scenario pari a 70 giorni e 10.000 simulazioni, il modello genererebbe *tre* prodotti, uno per ogni mese costituente il trimestre in esame, che verranno poi mediati. Il cubo *S* in questo caso avrebbe dimensioni pari a:

$$S(70, 3, 10.000)$$

5.4 File di input

5.4.1 DB

Il file Excel Input_Pricing.xlsm è costituito da tre fogli, ciascuno dei quali assolve specifici scopi. Il primo foglio, denominato “DB”, contiene le tabelle per la costruzione della serie storia. La figura seguente mostra uno *screenshot* del foglio DB.

Date	Anno	Mese	Giorni	Prezzo	Base	Peak	Forward	...
31/12/2017	2018	1	31	56.10653	56.10653	56.10653	56.10653	...
01/01/2018	2018	1	31	49.43338	49.43338	49.43338	49.43338	...
03/01/2018	2018	1	31	49.53269	49.53269	49.53269	49.53269	...
04/01/2018	2018	1	31	50.67002	50.67002	50.67002	50.67002	...
05/01/2018	2018	1	31	51.44642	51.44642	51.44642	51.44642	...
06/01/2018	2018	1	31	58.834	58.834	58.834	58.834	...
07/01/2018	2018	1	31	63.88999	63.88999	63.88999	63.88999	...
08/01/2018	2018	1	31	63.01663	63.01663	63.01663	63.01663	...
09/01/2018	2018	1	31	57.50312	57.50312	57.50312	57.50312	...
10/01/2018	2018	1	31	55.47307	55.47307	55.47307	55.47307	...
11/01/2018	2018	1	31	51.12287	51.12287	51.12287	51.12287	...
12/01/2018	2018	1	31	48.48661	48.48661	48.48661	48.48661	...
13/01/2018	2018	1	31	46.79024	46.79024	46.79024	46.79024	...
14/01/2018	2018	1	31	43.05	43.05	43.05	43.05	...
15/01/2018	2018	1	31	39.85	39.85	39.85	39.85	...
16/01/2018	2018	1	31	37.33	37.33	37.33	37.33	...
17/01/2018	2018	1	31	37.5	37.5	37.5	37.5	...
18/01/2018	2018	1	31	37.9	37.9	37.9	37.9	...
19/01/2018	2018	1	31	40.16	40.16	40.16	40.16	...
20/01/2018	2018	1	31	46.45	46.45	46.45	46.45	...
21/01/2018	2018	1	31	52.23	52.23	52.23	52.23	...
22/01/2018	2018	1	31	50.05	50.05	50.05	50.05	...
23/01/2018	2018	1	31	48.34862	48.34862	48.34862	48.34862	...
24/01/2018	2018	1	31	47.49352	47.49352	47.49352	47.49352	...
25/01/2018	2018	1	31	46.83005	46.83005	46.83005	46.83005	...
26/01/2018	2018	1	31	48.5386	48.5386	48.5386	48.5386	...
27/01/2018	2018	1	31	48.5063	48.5063	48.5063	48.5063	...
28/01/2018	2018	1	31	50.33	50.33	50.33	50.33	...
29/01/2018	2018	1	31	53.77752	53.77752	53.77752	53.77752	...

Figura 5.7 Screenshot del foglio DB presente nel file Excel Input_Pricing.xlsm

Nello specifico è presenta una prima tabella (la prima a sinistra in blu nella figura in alto) estratta dal database aziendale contenente il PUN orario. Nella tabella adiacente (in arancio) tali valori del PUN vengono mediati giornalmente per costituire la serie storica giornaliera necessaria al funzionamento dell’HJM.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Spot										
2	DateID	Anno	Mese	Giorno	Data	Hour	PrezzoZonale	Data	Spot		
3	2018013111	2018	1	31	31/01/2018	11	56,10633	31/12/2017	#DIV/0!		
4	2018013112	2018	1	31	31/01/2018	12	52,15561	01/01/2018	45,2478		
5	2018013113	2018	1	31	31/01/2018	13	49,45338	02/01/2018	39,9575		
6	2018013114	2018	1	31	31/01/2018	14	49,53269	03/01/2018	52,3722		
7	2018013115	2018	1	31	31/01/2018	15	50,87022	04/01/2018	43,2308		
8	2018013116	2018	1	31	31/01/2018	16	51,44642	05/01/2018	52,3953		
9	2018013117	2018	1	31	31/01/2018	17	58,834	06/01/2018	47,8753		
10	2018013118	2018	1	31	31/01/2018	18	63,88999	07/01/2018	45,095		
11	2018013119	2018	1	31	31/01/2018	19	63,01663	08/01/2018	45,7894		
12	2018013120	2018	1	31	31/01/2018	20	57,50312	09/01/2018	55,6006		
13	2018013121	2018	1	31	31/01/2018	21	53,47307	10/01/2018	50,9986		
14	2018013122	2018	1	31	31/01/2018	22	51,12287	11/01/2018	54,0988		
15	2018013123	2018	1	31	31/01/2018	23	48,43661	12/01/2018	51,4537		
16	2018013124	2018	1	31	31/01/2018	24	46,79024	13/01/2018	48,1404		
17	2018020101	2018	2	1	01/02/2018	1	43,05	14/01/2018	47,6679		
18	2018020102	2018	2	1	01/02/2018	2	39,85	15/01/2018	51,3428		
19	2018020103	2018	2	1	01/02/2018	3	37,33	16/01/2018	49,2477		
20	2018020104	2018	2	1	01/02/2018	4	37,5	17/01/2018	44,2728		
21	2018020105	2018	2	1	01/02/2018	5	37,9	18/01/2018	49,0935		
22	2018020106	2018	2	1	01/02/2018	6	40,16	19/01/2018	51,061		
23	2018020107	2018	2	1	01/02/2018	7	46,45	20/01/2018	51,0209		
24	2018020108	2018	2	1	01/02/2018	8	51,21775	21/01/2018	40,4089		
25	2018020109	2018	2	1	01/02/2018	9	52,23	22/01/2018	45,2009		
26	2018020110	2018	2	1	01/02/2018	10	50,05	23/01/2018	51,7747		
27	2018020111	2018	2	1	01/02/2018	11	49,38388	24/01/2018	53,0399		
28	2018020112	2018	2	1	01/02/2018	12	48,34862	25/01/2018	54,2811		
29	2018020113	2018	2	1	01/02/2018	13	47,43152	26/01/2018	51,0457		
30	2018020114	2018	2	1	01/02/2018	14	46,83205	27/01/2018	48,1177		
31	2018020115	2018	2	1	01/02/2018	15	48,5386	28/01/2018	47,7217		
32	2018020116	2018	2	1	01/02/2018	16	48,9043	29/01/2018	50,655		
33	2018020117	2018	2	1	01/02/2018	17	50,23	30/01/2018	48,3746		
34	2018020118	2018	2	1	01/02/2018	18	53,7752	31/01/2018	52,3635		

Figura 5.8 Dettaglio della tabella dal database (in blu) e dalla tabella utilizzata per la costruzione (in arancione) della serie storica del PUN

La terza tabella in blu presente da sinistra contiene tutti i valori che vengono tradati giornalmente nel mercato per il prodotto power nel settlement EEX, ovvero la principale piattaforma di brokeraggio europea dell'energia. Ogni giorno i trader vendono e comprano diversi prodotti strutturati aventi come sottostante energia elettrica. È infatti possibile comprare prodotti di tipo *base* o di tipo *peak* suddivisi su diversi intervalli temporali, dal singolo giorno, alla settimana, dal mese al trimestre o all'anno. Nello specifico modello HJM si considerano i forward di tipo *month*: l'ultima tabella in arancione da sinistra infatti contiene i valori tradati per ogni singolo giorno del mese in corso e dei sei mesi successivi. Nel caso in cui in un giorno non venga tradato uno specifico mese, allora la tabella si riempirà con il valore del quarter o trimestre corrispondente. Nel caso in cui non fosse disponibile nemmeno il valore del quarter, allora si considera direttamente il valore del calendar, ovvero dell'intero anno in esame.

Come è possibile notare dagli *screenshot* riportati, sono presenti dei “#DIV/0!” che corrispondono ai sabati, alle domeniche e in generale a tutti i giorni festivi in cui i mercati sono chiusi e quindi non avvengono scambi commerciali. In questi casi, non essendo ammissibile la presenza di vuoti nella serie storica, vengono riempiti con gli ultimi valori corrispondenti (quindi dello steso specifico prodotto) disponibili.

Le tabelle estratte dal database (in blu) vengono aggiornate automaticamente all’apertura del file e presentano i valori in esame fino agli ultimi dati disponibili.

Forward							Forward Month								
Profile	Period	Trading Date	Delivery Period	Delivery Start	Delivery End	Settlement Price	Trading Date	Base	Month	Quarter	Year				
Base	Day	2018-01-02	2018.01	2018-01-01	2018-01-01	45,25	2018.07	2018.08	2018.09	2018.10	2018.11	2018.12	2019.01		
Base	Day	2018-01-02	2018.01	2018-01-02	2018-01-02	39,96	31/12/2017	#DIV/0!							
Base	Day	2018-01-02	2018.01	2018-01-03	2018-01-03	52,37	01/01/2018	#DIV/0!							
Base	Day	2018-01-02	2018.01	2017-12-30	2017-12-30	45,92	02/01/2018	50,1	53,13	53,13	55,75	55,75	55,75	55,9	
Base	Day	2018-01-02	2018.01	2017-12-31	2017-12-31	45,13	03/01/2018	50,19	53,22	53,22	55,65	55,65	55,65	55,88	
Base	Week	2018-01-02	2018.01	2017-12-25	2017-12-31	47,68	04/01/2018	55	53,15	53,15	55,68	55,68	55,68	56,13	
Base	Week	2018-01-02	2018.02	2018-01-29	2018-02-04	59,25	05/01/2018	55,12	53,13	53,13	55,51	55,51	55,51	56,1	
Base	Week	2018-01-02	2018.01	2018-01-01	2018-01-07	46,37	06/01/2018	#DIV/0!							
Base	Week	2018-01-02	2018.01	2018-01-08	2018-01-14	61,1	07/01/2018	#DIV/0!							
Base	Week	2018-01-02	2018.01	2018-01-15	2018-01-21	59,25	08/01/2018	55,71	53,18	53,18	55,48	55,48	55,48	55,78	
Base	Week	2018-01-02	2018.01	2018-01-22	2018-01-28	59,25	09/01/2018	55,79	53,4	53,4	55,8	55,8	55,8	56,1	
Base	Month	2018-01-02	2018.01	2018-01-01	2018-01-31	56,76	10/01/2018	55,91	53,57	53,57	55,76	55,76	55,76	55,93	
Base	Month	2018-01-02	2018.02	2018-02-01	2018-02-28	60,49	11/01/2018	56,02	53,62	53,62	56,38	56,38	56,38	56,04	
Base	Month	2018-01-02	2018.03	2018-03-01	2018-03-31	52,68	12/01/2018	56,1	53,61	53,61	55,9	55,9	55,9	55,83	
Base	Month	2018-01-02	2018.04	2018-04-01	2018-04-30	47,1	13/01/2018	#DIV/0!							
Base	Month	2018-01-02	2018.05	2018-05-01	2018-05-31	47,31	14/01/2018	#DIV/0!							
Base	Month	2018-01-02	2018.06	2018-06-01	2018-06-30	50,46	15/01/2018	55,8	53,02	53,02	55,7	55,7	55,7	55,37	
Base	Month	2018-01-02	2018.07	2018-07-01	2018-07-31	50,1	16/01/2018	55,26	52,2	52,2	55,3	55,3	55,3	54,75	
Base	Quarter	2018-01-02	2018.04	2018-04-01	2018-06-30	48,28	17/01/2018	55,18	51,68	51,68	54,82	54,82	54,82	54,05	
Base	Quarter	2018-01-02	2018.07	2018-07-01	2018-09-30	53,13	18/01/2018	55,15	51,71	51,71	54,56	54,56	54,56	53,9	
Base	Quarter	2018-01-02	2018.10	2018-10-01	2018-12-31	55,75	19/01/2018	55,26	51,91	51,91	54,93	54,93	54,93	54,04	
Base	Quarter	2018-01-02	2019.01	2019-01-01	2019-03-31	55,9	20/01/2018	#DIV/0!							
Base	Year	2018-01-02	2019.01	2019-01-01	2019-12-31	51,05	21/01/2018	#DIV/0!							
Base	Year	2018-01-02	2020.01	2020-01-01	2020-12-31	50,18	22/01/2018	55,29	51,85	51,85	55,19	55,19	55,19	53,89	
Peak	Week	2018-01-02	2018.01	2017-12-25	2017-12-29	53,87	23/01/2018	55,25	51,73	51,73	54,83	54,83	54,83	53,7	
Peak	Week	2018-01-02	2018.02	2018-01-29	2018-02-02	71,18	24/01/2018	54,94	51,48	51,48	54,67	54,67	54,67	53,55	
Peak	Week	2018-01-02	2018.01	2018-01-01	2018-01-05	53,16	25/01/2018	54,97	51,55	51,55	54,78	54,78	54,78	53,26	
Peak	Week	2018-01-02	2018.01	2018-01-08	2018-01-12	74,65	26/01/2018	54,67	51,24	51,24	54,33	54,33	54,33	53,36	
Peak	Week	2018-01-02	2018.01	2018-01-15	2018-01-19	71,18	27/01/2018	#DIV/0!							
Peak	Week	2018-01-02	2018.01	2018-01-22	2018-01-26	71,18	28/01/2018	#DIV/0!							
Peak	Month	2018-01-02	2018.01	2018-01-01	2018-01-31	68,02	29/01/2018	54,41	50,77	50,77	53,74	53,74	53,74	52,83	
Peak	Month	2018-01-02	2018.02	2018-02-01	2018-02-28	72,36	30/01/2018	54,41	50,48	50,48	53,38	53,38	53,38	52,47	

Figura 5.9 Dettaglio della tabella dal database (in blu) e della tabella per la costruzione della serie storica (in arancione) dei forward tradati giornalmente.

In Excel esiste una funzione denominata OGGI() tramite la quale è possibile avere la data odierna ogni qualvolta viene aperto ed utilizzato il file in questione. Grazie a questa funzione è stato possibile automatizzare completamente il completamento di ogni tabella. Infatti le tabelle arancioni vengono riempite con i valori (nelle righe) dei 180 giorni precedenti l’apertura del file. Nel dettaglio, la quarta ed ultima tabella, partendo da sinistra, contenente i valori dei forward, viene completata con il valore tradato dei

sette mesi successivi quello in corso indipendentemente dal momento dell'apertura dal file. Tutto ciò quindi rende i database completamente autonomi e costituiscono una parte del *back up* del modello, non visibile né implementabile dal trader.

5.4.2 Input

Il secondo foglio presente nel file Excel Input_Pricing.xlsm è denominato *Input* e costituisce di base l'unico elemento che deve essere compilato dall'utente. Lo *screenshot* seguente raffigura il foglio in esame all'interno del quale è possibile inserire tutti i dati di input necessari per il pricing di un'opzione.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		25/09/2018											
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8			Prodotto1	Prodotto2	Prodotto3	Prodotto4	Prodotto5	Prodotto6	Prodotto7	Prodotto8			
9		UnderlyingID	1										
10		StartDate rif	01/10/2018										
11		EndDate rif	31/10/2018										
12		Asian	0										
13			start	step	last		Last day of simulation	31/12/2018		Option Price Object	S(,1,.)		
14		Strike	65,00	2,00	67,00		N° of Simulation	30.000					
15		Expiration date	15/12/2018		16/12/2018								
16													
17													
18													
19													
20													
21													
22													
23													
24													

Figura 5.10 Screenshot del foglio Input presente nel file Excel Inout_Pricing.xlsm

Il modello permette il pricing di un'opzione su un determinato prodotto ma con diversi strike e diverse expiration date.

Tutte le celle da compilare sono state colorate di verde per una maggiore chiarezza visiva.

In alto a sinistra (cella B2) è presente la funzione OGGI(), già descritta nel paragrafo precedente, che funge da punto di partenza per l'aggiornamento automatico e la formazione del database dei prezzi PUN e forward.

Nello spazio leggermente più in basso è possibile inserire fino ad un massimo di otto prodotti da prezzare, ma il modello fornisce in output il pricing di *un solo prodotto alla volta*. Per inserire un prodotto (vedi colonna identificata come *Prodotto*) è necessario identificare l'UnderlyingID (cella C9) del prodotto stesso: in questo specifico modello è possibile procedere con il pricing di opzioni avente come sottostante solo ed esclusivamente il Power, per cui tutti gli UnderlyingID avranno valore pari ad 1, ma tale denominazione è pensata ed inserita a fronte di step successivi dello sviluppo del modello in cui si potrà prezzare anche opzioni con sottostante gas (*TTF*, nello specifico). Oltre all'UnderlyingID è necessario inserire le date di inizio e fine (StartDate rif, cella C10, e EndDate rif, cella C11) del prodotto da prezzare (Month, Quarter o Calendar).

Una volta inseriti e definiti i prodotti, l'utente dovrà scegliere la tipologia di opzione: se di tipo PlainVanilla o di tipo Asiatica. La scelta avviene con il riempimento della cella in verde C12, descritta come "Asian". Tale cella rappresenta la lunghezza dell'orizzonte temporale da mediare nel caso di opzioni Asiatiche: nel caso in cui contenga il valore 0, vorrà dire che non avverrà nessuna mediazione e il pricing avverrà all'expiration date, ottenendo così le opzioni di tipo Plain Vanilla. Nel caso invece in cui tale cella contenga un valore diverso dallo zero, il modello effettuerà il pricing di opzioni asiatiche mediate sull'esatto numero di giorni inserito dall'utente: ad esempio nel caso in cui la cella contenga il numero 30, l'opzione asiatica verrà mediata su 30 giorni, nel caso in cui la cella contenga il numero 180, l'opzione asiatica verrà mediata su 180 giorni, ovvero un trimestre e via dicendo.

Il prossimo step è rappresentato dall'inserimento dello strike price: il modello, come accennato precedentemente, è in grado di fornire i premi di uno stesso prodotto per più strike contemporaneamente. L'utente può infatti inserire un prezzo strike di partenza,

“start”, nella cella C14, un prezzo strike di arrivo, “last”, nella cella E14 e uno step di intervallo nella cella D14. Inserendo ad esempio uno strike di partenza pari a 60,00 €/MWh, uno strike di arrivo pari a 70,00 €/MWh ed uno step pari a 5,00 €/MWh, il modello genererà i premi corrispondenti a tre diversi strike: 60,00 – 65,00 – 70,00 €/MWh.

Logica analoga anche per quanto riguarda l’expiration date: l’utente infatti inserirà una expiration date di partenza (cella C15) e di arrivo (cella E15). In questo caso lo step di intervallo è posto automaticamente pari a 1 giorno ed infatti la cella D15, di colore bianco, non va riempita.

Nella cella H13 è necessario inserire la data dell’ultimo giorno di simulazione che dovrà essere maggiore dell’ultima expiration date. In questo modo si sta quindi decidendo la lunghezza della simulazione degli N scenari, ovvero la lunghezza dell’asse delle ascisse nel grafico presente in *Figura 5.2*.

La cella posta immediatamente sotto, H15, conterrà il numero N degli scenari simulati. In questo specifico caso è posto pari a 30.000 in quanto tale valore rappresenta un trade off accettabile tra l’accuratezza del risultato ed il tempo di simulazione. L’utente può in ogni caso cambiare tale valore, purché si attesti sempre su un numero di simulazioni maggiore di 10,000.

L’ultimo input è rappresentato dalla scelta del prodotto da prezzare. L’utente infatti, come già accennato in precedenza, ha la facoltà di inserire più prodotti ma il modello effettua il pricing di un solo prodotto alla volta, per cui nella cella K13 il trader dovrà indicare quello scelto secondo la formula:

$$S (; \#prodotto \ da \ prezzare ;)$$

Scrivendo ad esempio:

$$S(:, 3, :)$$

il modello effettuerà il pricing del prodotto numero 3.

Una volta inseriti tutti gli input necessari per definire le caratteristiche dell'opzione da prezzare, l'utente dovrà procedere con la scelta della tipologia di output e con l'avvio della simulazione. La Figura 5.9 mostra due tasti: uno denominato "Pricing" in verde ed il secondo denominato "Payoff" in blu. Schiacciando uno di questi tasti viene avviata una Macro che salva il file Excel in questione, avvia Matlab, e segna l'inizio del processo descritto nel paragrafo 2 di questo capitolo.

Nello specifico caso in cui venga selezionato il tasto "Pricing", il modello produrrà come output solo un file Excel contenente i premi corrispondenti ad ogni strike e ad ogni expiration date.

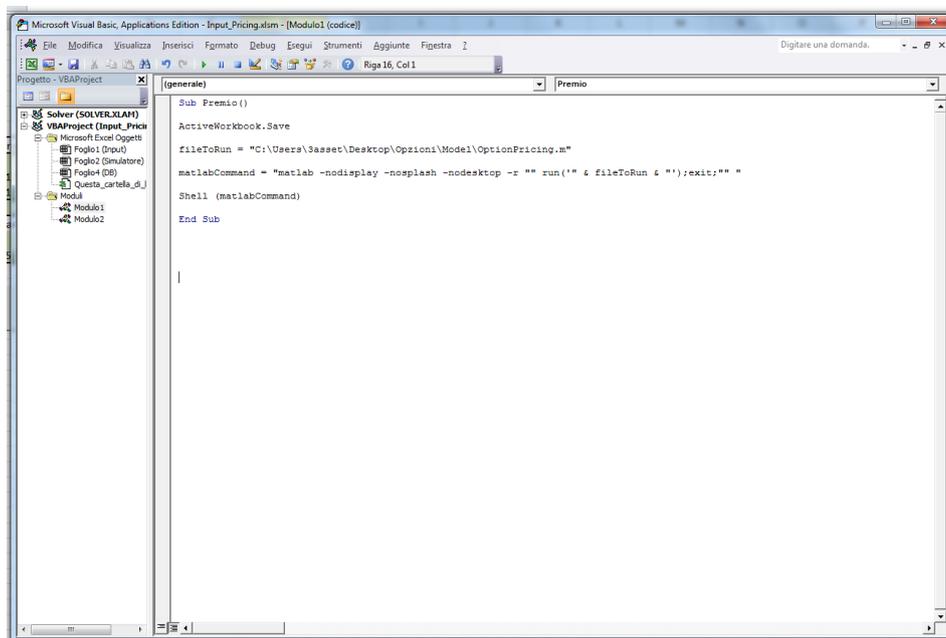


Figura 5.11 Macro tasto Pricing

Selezionato invece il tasto “Payoff”, il modello oltre al fine sopra descritto salverà una file “.pdf” contenente i quattro principali payoff per il primo strike e la prima expiration date selezionata.

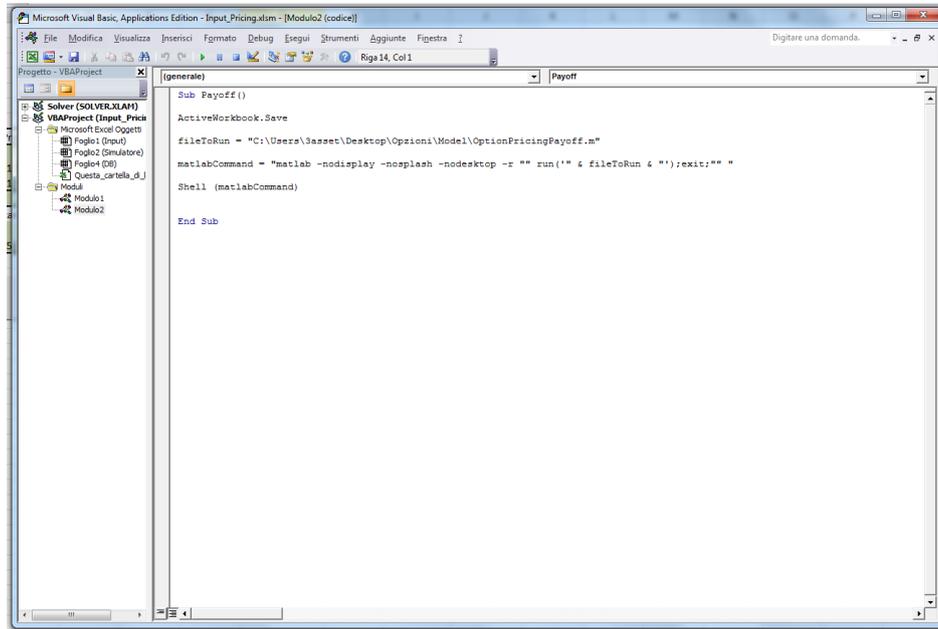


Figura 5.12 Macro tasto Payoff

La diretta conseguenza della presenza di due tasti risiede nel fatto che l’oggetto HJM richiamato in entrambi i casi è uguale, ma cambia leggermente il file OptionPricing.m in quanto nel secondo caso contiene anche delle righe di codice per la generazione della figura dei payoff.

L’utente, una volta scelto e cliccato un tasto di avvio, non vede sullo schermo aprirsi il programma Matlab, ma vedrà comparire una semplice finestra che lo informerà sull’andamento dell’esecuzione del programma. Una volta terminato e generato il file di Output, la finestra si chiuderà automaticamente.

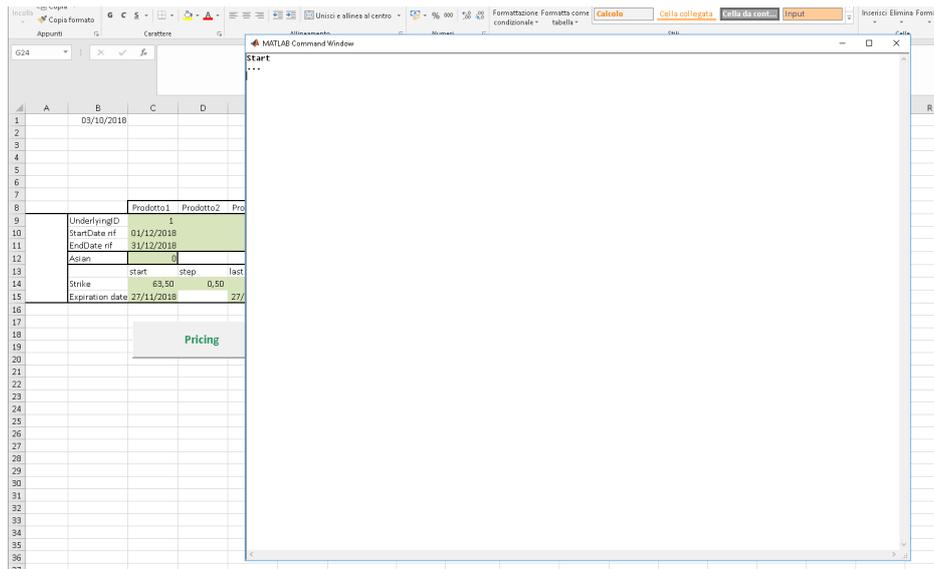


Figura 5.13 Screenshot finestra che indica lo stato di avanzamento dell'esecuzione del pricing in Matlab

5.4.3 Simulatore

Il terzo ed ultimo foglio del file Excel Input_Pricing.xlsm prende il nome di Simulatore e rappresenta il vero cuore pulsante dell'intero file. In esso infatti sono racchiusi i dati di input inseriti a mano dall'utente e le tabelle con i database del PUN e dei prezzi forwad. Il programma in Matlab OptionPricing.m legge infatti i dati necessari al pricing da questo specifico foglio e richiama di volta in volta le funzioni opportune dall'oggetto HJM. La figura seguente mostra lo screenshot del foglio Simulatore.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		01/08/2018	2018	8	1								
2		UnderlyingID	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3		Lag	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
4		StartDate rif	01/08/2018	17/08/2018	01/09/2018	01/10/2018	01/11/2018	01/12/2018	01/01/2019	01/02/2019	01/03/2019		
5		EndDate rif	16/08/2018	31/08/2018	30/09/2018	31/10/2018	30/11/2018	31/12/2018	31/01/2019	28/02/2019	31/03/2019		
6		FutureCurve	67,77	65,72	65,72	66,00	69,15	68,15	71,21	66,16	65,05		
7													
8			Prodotto1	Prodotto2	Prodotto3	Prodotto4	Prodotto5	Prodotto6	Prodotto7	Prodotto8			
9		UnderlyingID	1										
10		StartDate rif	01/12/2018										
11		EndDate rif	31/12/2018										
12		Asian	0										
13			start	step	last								
14		Strike	65,00	2,00	67,00			Last day of simulation	31/12/2018		Option Price Object	S(,1,.)	
15		Expiration date	15/11/2018		16/11/2018			N° of Simul	10000				
16		UNDERLINE	PWR ITA	PWR ITA	PWR ITA	PWR ITA							
17		HistoricalSeries Description	PUN	PUN	2018.09	2018.10	2018.11	2018.12	2019.01	2019.02	2019.03		
18		01/03/2018	91,85	91,85	50,36	53,57	53,57	53,57	51,95	51,95	51,95		
19		02/03/2018	97,48	97,48	50,36	53,57	53,57	53,57	51,95	51,95	51,95		
20		03/03/2018	67,15	67,15	50,36	53,57	53,57	53,57	51,95	51,95	51,95		
21		04/03/2018	53,35	53,35	50,36	53,57	53,57	53,57	51,95	51,95	51,95		
22		05/03/2018	72,12	72,12	50,29	53,43	53,43	53,43	52,15	52,15	52,15		
23		06/03/2018	57,73	57,73	50,99	53,93	53,93	53,93	52,49	52,49	52,49		
24		07/03/2018	51,69	51,69	51,11	53,99	53,99	53,99	52,59	52,59	52,59		
25		08/03/2018	51,81	51,81	51,65	54,70	54,70	54,70	53,09	53,09	53,09		
26		09/03/2018	52,88	52,88	52,18	55,00	55,00	55,00	53,25	53,25	53,25		
27		10/03/2018	48,70	48,70	52,18	55,00	55,00	55,00	53,25	53,25	53,25		
28		11/03/2018	50,86	50,86	52,18	55,00	55,00	55,00	53,25	53,25	53,25		
29		12/03/2018	42,77	42,77	52,73	55,20	55,20	55,20	53,50	53,50	53,50		
30		13/03/2018	52,78	52,78	52,68	55,10	55,10	55,10	53,35	53,35	53,35		
31		14/03/2018	53,55	53,55	52,23	54,68	54,68	54,68	53,11	53,11	53,11		

Figura 5.14 Screenshot del foglio Simulatore presente nel file Excel Input_Pricing.xlsm

Procedendo dall'alto verso il basso nella descrizione del foglio, nella prima riga è possibile trovare la data (con la funzione OGGI()) in cui viene aperto ed utilizzato il file. Le celle adiacenti contengono le estrazioni dell'anno, del mese e del giorno dalla data stessa.

La tabella immediatamente sotto (nelle righe che vanno dalla 2 alla 6) contiene una suddivisione dell'orizzonte temporale necessaria per la simulazione degli N scenari.

La prima riga della tabella contiene l'UnderlyingID che, come già esplicitato precedente, è per il momento sempre posto pari a 1. La seconda riga contiene il numero progressivo dei nove *Lag*, ovvero dei nove intervalli temporali. Le righe successive (numeri 4 e 5) contengono le date di inizio e fine dello specifico lag. Il primo lag partirà dalla data in cui avviene la simulazione (è quindi connesso alla cella B1), l'ultimo lag termina invece con l'ultimo giorno dell'ultimo mese del cui forward è presente la serie storica. Nell'esempio sopra riportato infatti, la cella B2 segna la data del 01/08/2018, il primo lag quindi avrà come data di inizio il primo giorno di agosto dell'anno corrente e

L'ultimo lag avrà come data di fine l'ultimo giorno del settimo mese successivo a quello di agosto, ovvero l'ultimo giorno di marzo 2019. Nello specifico, il primo lag copre la prima metà del mese in corso residuo ed il secondo lag copre la seconda metà del mese in corso residuo. In questo caso il primo lag termina il 16 Agosto ma se il file fosse aperto ad esempio il 10 Settembre (mese da trenta giorni), il primo lag terminerebbe il 20 settembre. I lag invece dal numero tre al nove coprono ciascuno uno dei sette mesi interi successivi alla data di apertura del file.

L'ultima riga della tabella assegna ad ogni lag un prezzo in €/MWh da cui far partire le N simulazioni degli scenari. La suddivisione temporale in lag avviene in maniera automatica. Al primo lag corrisponde il prezzo del PUN del giorno precedente la simulazione, ovvero dell'ultimo giorno in cui sono disponibili i dati relativi ai forward tradati, al secondo ed al terzo lag corrisponde per entrambi l'ultimo forward tradato del prodotto mese in corso al giorno della simulazione (quindi nell'immagine il valore 65,72 rappresenta il forward tradato il 31 luglio 2018, giorno prima della simulazione, per il prodotto Settembre 2018). Ai lag successivi, dal numero 4 al numero 9, corrispondono i forward tradati all'ultimo giorno disponibile per i mesi corrispondenti, ovvero per i sei mesi successivi al giorno di simulazione.

Scendendo più nello specifico, il concetto di fondo è la creazione non di un'unica matrice di covarianza ma di nove matrici di covarianze diverse, una per ogni lag, ovvero periodo temporale definito nella tabella. A tali nove matrici di covarianza corrisponderanno altre nove matrici che avranno come valore iniziale degli scenari da simulare, il valore che corrisponde allo specifico lag. Ecco il motivo per il quale nel momento in cui si voglia per esempio prezzare (secondo l'esempio riportato in figura) un'opzione sul prodotto, per esempio, Month Ottobre 2018, tutti gli N scenari simulati partiranno dal valore di 66,00 €/MWh. Volendo invece prezzare un'opzione avente

come prodotto l'ultimo trimestre del 2018, gli N scenari partiranno da un valore pari a 67,77 €/MWh, che corrisponde alla media aritmetica dei forward relativi ai mesi che compongono il trimestre in analisi (ovvero, in questo caso: 66,00 €/MWh per Ottobre, 69,15 €/MWh per Novembre ed infine 68,15 €/MWh per Dicembre).

Le righe successive, dalla numero 8 alla numero 15, contengono le stesse tabelle presenti nel foglio *Input*. Le celle in esame del foglio *Simulatore* sono infatti collegate alle celle corrispondenti del file *Input*, per cui ad ogni modifica dell'utente, verranno automaticamente aggiornate anche le celle nel foglio *Simulatore* che viene poi effettivamente letto da Matlab.

Proseguendo nella descrizione del foglio, alla riga numero 16 si trova la descrizione del sottostante in esame, ovvero il Power Italia.

Infine è presente la tabella contenente la serie storica effettivamente recepita da Matlab e di cui vengono calcolate le covarianze. Nelle righe sono elencati i 180 giorni precedenti alla data della simulazione e nelle colonne sono presenti, in ordine, due colonne di PUN (uguali quindi fra loro), la colonna dei forward del mese in corso e le sei colonne dei forward dei sei mesi successivi a quello in corso. Le celle di questa tabella vengono automaticamente riempite dai dati contenuti nel foglio *DB*, precedentemente descritto. La presenza di una doppia colonna del PUN è legata ad una semplice questione numerica. Infatti tendenzialmente i forward non subiscono grosse oscillazioni da un giorno all'altro, ma variano in maniera più lenta: tutto ciò conduce quindi a valori di covarianza generalmente piccoli. Il PUN, invece, può subire anche grossissime oscillazioni nel breve arco di tempo, per cui è caratterizzato da covarianze molto più alte. Globalmente quindi la doppia presenza del PUN fa sì che la matrice della covarianza in esame possa presentare valori non troppo bassi.

5.5 File Matlab

I due file Matlab coinvolti e già nominati vengono chiamati in momenti differenti. Il file `OptionPricing.m` rappresenta un vero e proprio file di appoggio fra il foglio Excel di input e l'oggetto HJM che effettua il pricing. L'`OptionPricing.m` infatti legge e salva in apposite variabili i dati contenuti nel foglio *Simulatore* e chiama in ordine le varie funzioni che costituiscono l'oggetto HJM. Una volta quindi che il pricing è stato effettuato, l'`OptionPricing.m` recepisce i risultati e li salva nel file Excel di output e, se richiesto, genera e salva il file .pdf dei payoff.

L'oggetto HJM, secondo file Matlab presente, è stato già descritto.

5.6 Output

Come già accennato, il modello genera un file Excel denominato `Output.xls` che contiene:

- i premi per le opzioni Call ordinati secondo strike crescenti (nelle righe) e expiration date progressive (nelle colonne) nel Foglio1;
- i premi per le Put, ordinati allo stesso modo, nel Foglio2.

La figura seguente mostra un esempio del file `Output.xls`: a sinistra è presente un esempio del Foglio1 contenente i premi relativi alle opzioni di tipo Call, a destra invece sono presenti i premi per opzioni di tipo Put, con stessi strike e stesse expiration date.

	A	B	C	D	E
1	Call				
2	Strike	15/12/2018	16/12/2018	17/12/2018	18/12/2018
3	60	12,06151752	12,06478375	12,06670655	12,07169837
4	62	10,32760274	10,33259087	10,33561383	10,34271847
5	64	8,70659378	8,713215519	8,719093192	8,729611445
6	66	7,223499447	7,232384382	7,238161796	7,25008697
7	68	5,894865083	5,904819763	5,911720655	5,923653612
8	70	4,729609785	4,739725282	4,747225093	4,760399693
9					

	A	B	C	D	E
1	Put				
2	Strike	15/12/2018	16/12/2018	17/12/2018	18/12/2018
3	60	0,401588141	0,407520818	0,412103381	0,417639495
4	62	0,667673354	0,675327932	0,681010653	0,688659604
5	64	1,046664398	1,055952584	1,064490021	1,075552574
6	66	1,563570065	1,575121447	1,583558625	1,5960281
7	68	2,234935701	2,247556828	2,257117484	2,269594741
8	70	3,069680403	3,082462346	3,092621921	3,106340822
9					

Figura 5.15 Screenshot del file `Output.xls` contenente i premi per le opzioni Call e Put

Infine, la figura seguente mostra un esempio dell'immagine .pdf contenente i payoff principali (short e long, call e put) per il primo valore di strike e la prima expiration date.

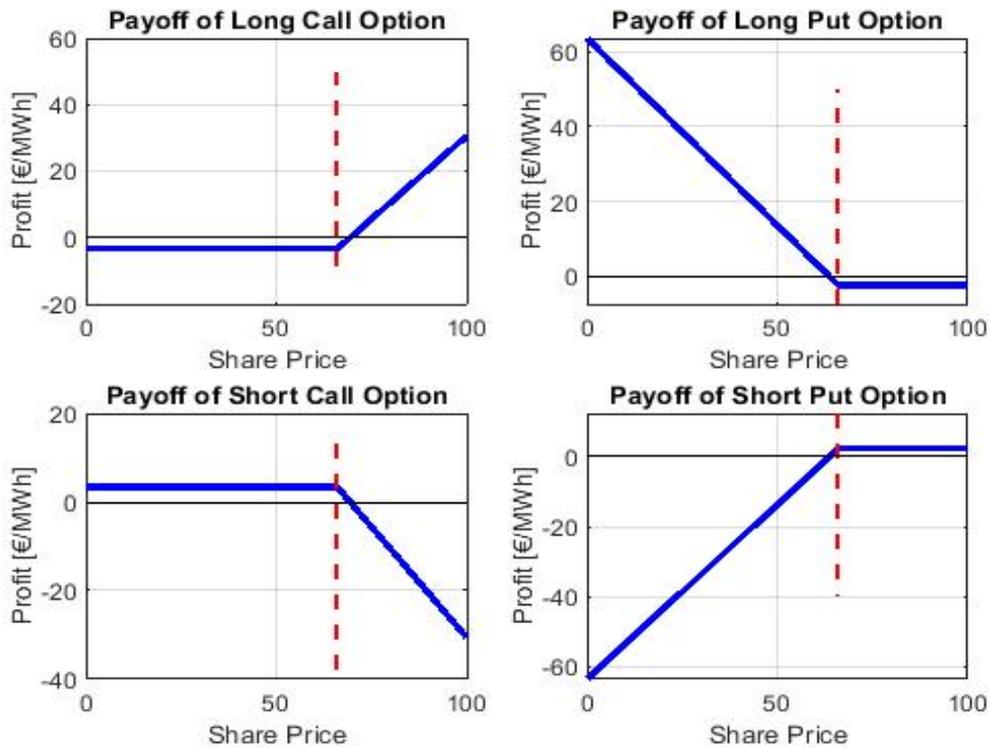


Figura 5.16 File pdf contenente i payoff

5.7 Analisi dei risultati

I risultati ottenibili dal modello costruito sull'oggetto HJM sono stati confrontati con i risultati proposti dall'applicazione del modello matematico di Black&Scholes e con i premi delle opzioni effettivamente contrattualizzate su EEX (European Energy Exchange), ovvero la borsa europea dell'energia che si pone come intermediario fra due controparti per fornire garanzie di sicurezza maggiori.

5.7.1 Confronto con EEX

Per procedere con il confronto tra i risultati del modello HJM e i premi proposti da EEX, si è ipotizzato di prezzare in data 30/05/2018 due opzioni: una di tipo Call e l'altra di tipo Put, entrambe con expiration date 26/06/2018.



Figura 5.17 Logo EEX

Utilizzando il modello HJM sono stati prezzati i prodotti:

- Month Luglio 2018;
- Month Agosto 2018;
- Month Settembre 2018;
- Month Ottobre 2018;
- Month Novembre 2018.

Una volta ottenuti i risultati su strike variabili, che coprono tutto l'intervallo degli strike presenti in EEX (diversi ogni giorno per ogni prodotto), sono stati costruiti dei grafici che rappresentano per ogni prodotto l'andamento della differenza tra i valori ottenuti tramite il modello HJM ed i valori effettivamente contrattualizzati su EEX, al variare dello strike price.

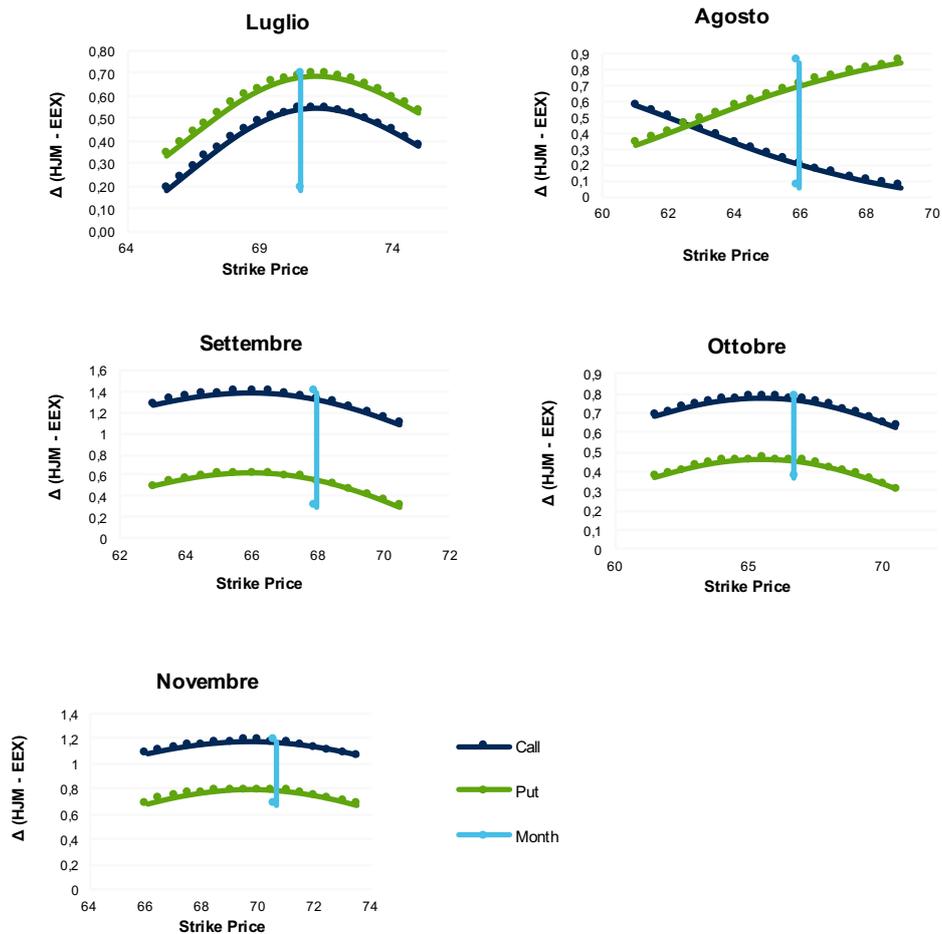


Figura 5.18 Confronto risultati HJM ed EEX

La figura precedente mostra quindi i grafici contenenti le differenze tra i premi corrispondenti (aventi lo stesso strike) tra HJM e EEX. In blu scuro sono riportati i valori relativi alle opzioni di tipo Call ed in verde sono invece riportati i valori relativi alle opzioni di tipo Put. La linea azzurra verticale presente in ogni grafico indica il valore del forward presente in EEX per lo specifico prodotto in esame in data 30/05/2018, ovvero data della simulazione.

Si nota immediatamente come i premi proposti dal modello HJM siano sempre diversi (e superiori) rispetto ai premi contrattualizzati in EEX in quando il loro delta risulta essere in ogni punto maggiore di zero. La differenza tra i due premi non è in ogni caso costante ma varia e raggiunge in alcuni punti anche valori nell'intorno dell'€/MWh.

È fondamentale sottolineare come non ci possa assolutamente aspettare di ottenere dei valori perfettamente coincidenti in quanto i premi calcolati tramite il modello HJM sono il frutto di un modello matematico che si fonda su ipotesi e approssimazioni della realtà (vedi per esempio il percorso del prezzo forward assunto come pari ad un markovian random walk). I premi invece presenti in EEX rappresentano il valore delle opzioni effettivamente contrattualizzate e tradate in borsa.

5.7.2 Confronto con il modello di Black&Scholes

Il modello matematico di Black&Scholes è stato già descritto nel capitolo precedente. È qui mostrata una sua applicazione utilizzata per un ulteriore confronto dei risultati ottenuti dal modello HJM.

Nel modello di Black&Scholes i premi di opzioni Call vengono calcolati secondo l'equazione:

$$C(S, t) = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2)$$

Per le opzioni di tipo Put vale invece l'equazione:

$$P(S, t) = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$$

dove le costanti d_1 e d_2 vengono definite come segue:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

dove S_0 è il prezzo della commodity all'istante iniziale, K è lo strike price dell'opzione, r è il tasso di interesse privo di rischio, σ è la volatilità del prezzo della commodity,

T rappresenta la scadenza dell'opzione stessa. La funzione $N(x)$ è la funzione cumulata di una distribuzione normale standardizzata.

È stato supposto nuovamente di voler prezzare un'opzione Call e un'opzione Put in data 30/05/2018 sul prodotto Month Luglio 2018.

Nello specifico, sono stati utilizzati i seguenti dati:

- lo Strike Price (K) è posto a 70,5€/MWh (prezzo del Forward Luglio da EEX al 30/05);
- il prezzo del sottostante S_0 rappresenta una stima del mese di luglio. È stata presa la media delle simulazioni Matlab dei prezzi del mese Luglio (70,38€/MWh);
- il tasso di interesse privo di rischi r è pari a 0,9% (Bond norvegesi scadenza due mesi, fonte Il Sole 24Ore);
- la σ (Dev. Standard o Volatility) è calcolata sui rendimenti logaritmici dei prezzi Spot della serie storica di 180 gg (14,35%).

Con le seguenti ipotesi i risultati ottenuti dal modello Black&Scholes sono stati:

$$Premio Call = 1,71 \frac{\text{€}}{MWh}$$

$$Premio Put = 1,68 \frac{\text{€}}{MWh}$$

I risultati invece ottenuti alle stesse condizioni dal modello HJM risultano essere:

$$Premio Call = 2,12 \frac{\text{€}}{MWh}$$

$$Premio Put = 2,21 \frac{\text{€}}{MWh}$$

Anche in questo caso, esattamente come nel confronto con il settlement EEX, non sarebbe corretto aspettarsi dei valori perfettamente coincidenti in quanto i due modelli sono sostanzialmente diversi: il modello HJM si fonda sul calcolo Monte Carlo e sui prezzi forward, il modello di Black&Scholes è ottenuto a partire da ipotesi di base diverse.

La tabella mostra infine il valore in €/MWh dei premi proposti dal modello HJM, da EEX e da Black&Scholes sul prodotto Month Luglio 2018 alle stesse condizioni:

- Data simulazione: 30/05/2018;
- Expiration Date: 26/06/2018;
- Strike Price 70,50 €/MWh.

	HJM	EEX	B&S
Call	2,12	1,59	1,71
Put	2,21	1,53	1,68

Figura 5.19 Tabella riepilogativa risultati HJM, EEX e B&S

I modelli matematici quindi in questo ambito forniscono di base un valore attorno al quale si attesta un'opzione “neutrale”, un valore dal quale poter partire: l'effettiva contrattualizzazione del premio della singola opzione dipenderà dalla negoziazione tra le due controparti, ovvero tra chi compra e chi vende l'opzione stessa.

5.8 Futuri sviluppi del modello

Il modello per il pricing di opzioni finanziarie sviluppato e descritto rappresenta in un'ottica di sviluppo aziendale un punto di partenza. Le intenzioni dell'Energy Managment sono infatti quelle di iniziare ad operare e contrattualizzare anche opzioni con diversi sottostanti come per esempio il TTF, ovvero il gas naturale. Un ulteriore campo di sviluppo del modello potrebbe essere quello relativo al pricing di prodotti strutturati come ad esempio i collar, butterfly o condor.

Bibliografia e Sitografia

<https://www.erg.eu/it/home>

<https://www.mercatoelettrico.org/it/MenuBiblioteca/Documenti/20091028VademecumBorsaElettrica.pdf>

<http://download.terna.it/terna/0000/0838/92.PDF>

<https://www.gse.it/>

<https://www.terna.it/>

<http://www.ikbrokers.com/>

<http://www.gazzettaufficiale.it/eli/id/1999/03/31/099G0136/sg>

<http://dream.luiss.it/2013/02/02/le-liberalizzazioni-nel-settore-elettrico-italiano/>

<https://www.fabiodisconzi.com/pun/mercato-elettrico.html>

<http://www.mercatoelettrico.org/It/Mercati/MercatoElettrico/MPE.aspx>

<http://www.treccani.it/enciclopedia/metodo-montecarlo/>

<https://www.matematicamente.it/approfondimenti/problem-solving/introduzione-al-metodo-montecarlo/>

<http://www.treccani.it/enciclopedia/passeggiata-aleatoria/>

<https://it.wikipedia.org>

<https://www.eex.com/en>

Monte Carlo Methods in nuclear reactor analysis – Basic concepts of Monte Carlo Method – A. Dubi - 1984

Moto browniano e analisi stocastica – Francesco Caravenna – 2011 – Dispense per Dipartimento di Matematica e Applicazioni – Università degli Studi di Milano-Bicocca

G. Vicario and R. Levi, Statistica e probabilità per ingegneri, Progetto Leonardo, Bologna, 2001

Ringraziamenti

Sono stati cinque anni intensi, lunghi, difficili sotto molto aspetti e meravigliosi sotto altri. Il fare una valigia enorme, che contenesse tutti i miei 19 anni, e prendere, mollare tutto e trasferirsi dall'altra parte dell'Italia è stata una scelta di pancia. Ho lasciato la mia stanza lilla, il sole, il mare, la granita, la mia Sicilia e ho finito con l'innamorarmi dei colori dell'autunno al Valentino, della neve in collina e di Torino che a ben guardare così grigia poi non è. Mi sono affezionata così tanto che nel momento in cui l'ho lasciata per Roma mi è venuto un nodo alla gola che ha impiegato un bel po' ad andare via.

Il primo grazie, il più banale, va ai miei genitori che hanno sempre lottato per vedermi felice, non hanno mai smesso di credere in me e sono un esempio di vita.

Grazie a Martina e a tutte le volte in cui mi mostra il suo essere già una piccola adulta, lasciandomi completamente senza parole per la sua maturità.

Un grazie a tutta la mia famiglia per rappresentare sempre un porto sicuro in cui poter tornare ed un pensiero particolare ai nonni che spero di rendere orgogliosi.

Grazie ad Andrea per essere l'altra metà perfettamente combaciante della mela, per tutta la strada che abbiamo fatto insieme e per tutta quella che faremo.

Grazie a Patti e Deli per il bene ed il sostegno incondizionato.

Grazie a tutti i ragazzi del Poli, Zio Coppola, Camsa e tutti gli altri per aver reso divertenti anche le lezioni più noiose nelle giornate più lunghe e buie.

Grazie anche al Collegio Einaudi, per le persone che mi ha fatto incontrare e per l'essere stato un'incredibile esperienza di vita.

Grazie agli amici di Siracusa ormai sparsi per il mondo.

Grazie all'Energy Management di ERG, in particolar modo a Daniele ed Andrea, per avermi accolta, per avermi presa per mano e per avermi fatto vivere un'esperienza formativa dal valore incomparabile.