POLITECNICO DI TORINO

Facoltà di Ingegneria Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea

Simulazione numerica dei fenomeni di interazione fluido struttura in ali ad elevato allungamento

Relatori: Enrico Cestino Giacomo Frulla

> Candidato: Matteo Spina

Settembre 2018

A mia madre e mio padre, per tutti i loro sacrifici

Ringraziamenti

Desidero ringraziare innanzitutto il Prof. Enrico Cestino ed il Prof. Giacomo Frulla per avermi seguito durante la presente Tesi e per aver condiviso la Loro grande ed indispensabile conoscenza in ambito aeroelastico.

Ringrazio inoltre l'Ing. Daniele Catelani per avermi dato la possibilità di sviluppare il lavoro presso la Soc. MSC.Software, per avermi fornito tutti i mezzi, la documentazione ed il supporto necessari. A tal proposito, vorrei citare (in ordine sparso):

- Ing. Elia Cipolato, per gli insegnamenti sull'analisi CFD con Cradle;
- Ing. Fausto Gill Di Vincenzo, per il supporto sull'analisi aeroelastica con MSC.Nastran;
- Ing. Mauro Linari, per l'indispensabile aiuto sulla programmazione DMAP e sulle problematiche in genere con MSC.Nastran-Patran;
- Ing. Gennaro Montesarchio, per il supporto su ogni tipo di problematica, anche al di fuori del mondo CAE.

Colgo l'occasione per ringraziare e salutare tutti i colleghi dell'ufficio di Torino, quindi Angelo, Paolo, Giulia, Marcela e Federico.

Grazie di cuore a tutti, farò tesoro degli insegnamenti ricevuti.

Indice

In	Indice ii						
1	Intr	Introduzione					
2	Aer	Aeroelasticità					
	2.1	Principali Fenomenologie Aeroelastiche	7				
	$2.2 \\ 2.3$	Tecniche di Ricerca delle Soluzioni Approccio Generalizzato per l'Analisi di Risposta Aeroelastica Statica e di	11				
		Flutter	15				
		2.3.1 Risposta Aeroelastica Statica	15				
		2.3.2 Analisi di Flutter (pk-method)	16				
3	Analisi Aerolastiche con il Codice MSC.Nastran 2						
	3.1	Introduzione al Metodo degli Elementi Finiti e Creazione Modello Strutturale	22				
		3.1.1 Analisi Statica Lineare (SOL101)	25				
		3.1.2 Analisi Modale (SOL103) $\ldots \ldots \ldots$	25				
	3.2	Creazione Modello Aerodinamico	26				
		3.2.1 Il Doublet Lattice Method (DLM)	27				
		3.2.2 Tecniche di Correzione del Metodo delle Superfici Portanti	28				
		3.2.2.1 Correzione con Metodi Interni	28				
		3.2.2.2 Correzione con Accoppiamento FEM-CFD	29				
	3.3	Interpolazione Mesh Strutturale ed Aerodinamica	32				
	3.4	Solutori	33				
		3.4.1 Analisi Aerolestica Statica (SOL144)	33				
		3.4.2 Analisi di Flutter (SOL145) \ldots	35				
4	Typical High-Altitude Long Endurance 3						
	4.1	Caratteristiche Typical HALE	38				
	4.2	Creazione Modello Aeroelastico con Flds	40				
		4.2.1 Modello Strutturale	40				
		4.2.2 Modello Aerodinamico	41				
		4.2.3 Splining	41				
	4.3	Frequenze Libere e Modi di Vibrare	43				
	4.4	Linear Flutter Speed	45				
5	Effe	Effetti della Deformazione Alare 48					

9	Conclusioni 12						
8	\mathbf{Rist}	ultati 1	11				
		7.3.2 Confronto con Analisi Sperimentale $\ldots \ldots \ldots$	08				
		7.3.1 Confronto con Modello Teorico Avanzato	04				
	7.3	Risultati e Confronto	04				
	7.2	Procedura per Approccio Sperimentale	03				
		7.1.1 Validazione Leggi di Scala	98				
		HALE	94				
	7.1 Leggi di Scala Aeroelastica e Caratteristiche Modello Scalato del Typical						
7	Vali	idazione Procedura Innovativa	94				
_							
		6.3.1 Applicazione Procedura Semplificata	92				
	6.3	Procedura Semplificata (SOL145 Mod.Sempl.)	89				
		6.2.1 Applicazione Procedura Completa	87				
	6.2	Procedura Completa (SOL145 Mod.)	82				
		6.1.2 Analisi dei singoli Contributi della Deformazione sui Modi di Vibrare	81				
		6.1.1 Validazione Procedura Compatibile	80				
		tibile con SOL145) \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	76				
	6.1	Analisi Effetti della Deformazione nei Modi di Vibrare (Procedura Compa-					
6	Pro	Procedura Innovativa per Studiare la NLFS con MSC.Nastran 7					
	5.2	Effetti della Deformazione sul Flutter	73				
	50	$5.1.2$ Risultati \ldots 1.12	53				
		5.1.1 Valutazione Effetti Deformazione con MSC.Natran	50				
	5.1	Effetti della Deformazione sulle Frequenze Libere e Modi di Vibrare	48				

Capitolo 1

Introduzione

Il mondo aerospaziale ha sempre sfruttato le migliori e più avanzate tecnologie al fine di ottenere prodotti sempre più efficienti e sicuri. In tal senso il progetto strutturale ricopre fin dagli albori del volo un punto chiave nello sviluppo del velivolo.

Tutte le strutture aeronautiche, indistintamente che lavorino in campo civile, militare o spaziale, sono sempre state caratterizzate da un denominatore comune: la *snellezza strutturale*.

Una struttura molto snella, però, è in genere anche molto *flessibile*. Come conseguenza di ciò, già dai primi anni del volo propulsivo, sono state osservate e documentate una serie di fenomenologie critiche: vibrazioni e/o perdita delle superfici portanti, inversione dei comandi, incontrollabilità generale del velivolo e via dicendo. Questi effetti vengono catalogati come *fenomeni aeroelastici* e richiedono una trattazione attenta e rigorosa.



Figura 1.1: Sulla sinistra vi è riportato il velivolo Aerodrome-A durante il secondo tentativo di volo l'8 Dicembre 1903, miseramente fallito a causa del cedimento della coda per effetti aeroelastici. Sulla destra un immagine del velivolo Bristol Bagshot, sul quale nel 1927 è stato osservato per la prima volta l'inversione della risposta degli alettoni.

Per capire come tali fenomeni si generino e spiegare il legame che hanno con la flessibilità strutturale basta fare la seguente riflessione: i carichi aerodinamici che sollecitano la struttura comportano una deformazione della stessa; una struttura deformata, però, sarà caratterizzata anche da un'aerodinamica modificata, cambieranno quindi i carichi aerodinamici agenti; tale processo continua fino al raggiungimento di un punto di equilibrio diverso rispetto al caso di struttura infinitamente rigida [1].

Il fenomeno appena descritto prende il nome di *interazione fluido struttura* e può introdurre sia fenomenologie statiche, si parla quindi di *fenomeni aeroelastici statici*, che dinamiche, quindi *fenomeni aeroelastici dinamici*. Tali fenomeni possono essere poi *stabili* o *instabili*.

Da molti anni, dunque, lo studio aeroelastico non può essere trascurato, al contrario, è fortemente legato allo sviluppo dell'aeromobile in ogni sui aspetto: aerodinamico, strutturale, del controllo, ecc.

Tra le varie fenomenologie esistenti, il presente lavoro si concentrerà sul *flutter aeroelastico*, fenomeno oscillatorio autoeccitato e potenzialmente distruttivo che affligge principalmente le superfici portanti [1].

Dai primi velivoli ad oggi, la tecnologia, i materiali, le tecniche ed i criteri di progetto, si sono sviluppati al fine di garantire strutture sempre più leggere ma al tempo stesso sicure. Come risposta a tale requisito, si è assistito all'avvento dei *materiali compositi*, grazie ai quali, ed in particolare alla loro elevata rigidezza specifica, è stato possibile alzare ulteriormente il livello di snellezza.

Nel caso particolare di velivoli ad elevato allungamento (λ) , tale tendenza ha portato ad un'ulteriore aumento della flessibilità strutturale. Un chiaro esempio è rappresentato dal Boeing 787, velivolo in materiale composito di 60*m* di apertura alare (L), sul quale, durante i test sperimentali di carico a robustezza, è stata registrata una deformazione al tip di 7.6*m* (Fig.1.2).



Figura 1.2: Test sperimentale di certificazione a robustezza del velivolo Boeing 787.

Un esempio ancora più lampante, però, è rappresentato dai velivoli *HALE* (*High-Altitude Long-Endurance*): velivoli sperimentali di grandi dimensioni catalogati talvolta come *satelliti sub-orbitali*, in quanto ideati al fine fornire un'alternativa più economica ai satelliti tradizionali (Fig.1.3).



Figura 1.3: Esempio di rete di velivoli sub-orbitali nel Mediterraneo. La figura in particolare fa riferimento al velivolo HELIPLAT, di 75m di apertura alare.

Essi fanno parte della famiglia dei velivoli *Solar-UAV* (*Unmanned Aerial Vehicle*), quindi velivoli senza equipaggio a propulsione elettrica alimentata da celle fotovoltaiche distribuite sulla superficie alare (Fig.1.4).

Per poter raggiungere un'elevata autonomia (mesi ed in alcuni casi anche anni), nonostante la scarsa efficienza delle celle fotovoltaiche, è necessario garantire un'ampia area per l'installazione dei pannelli solari, ne consegue, in genere, un elevato allungamento alare $(\lambda > 20)$. A tale caratteristica si affianca la necessità di diminuire il più possibile il peso globale del velivolo.

In genere, dunque, ne risultano strutture particolarmente flessibili, le quali possono registrare elevate deformazioni alari anche a valori di carico molto bassi (Fig.1.4).



Figura 1.4: Elevata deformazione alare registrata dal velivolo NASA HELIOS durante il volo.

Come emerso da vari studi del settore: *la deformazione elastica conseguente all'elevata flessibilità strutturale può introdurre ulteriori criticità nel campo aeroelastico ed in particolare nel flutter*. Di conseguenza, al fine di garantirne l'operabilità, è necessario effettuare attenti studi aeroelastichi, i quali, in alcuni casi, possono richiedere innovative tecniche di analisi. Questi velivoli, dunque, rappresentano sicuramente un'elevata sfida progettuale, come confermato da diversi incidenti avvenuti negli ultimi anni:

- NASA HELIOS HP03, 26/06/03: durante il secondo test di volo il velivolo ha assunto una configurazione ad alta deformazione alare a causa di una raffica, ciò ha provocato l'instaurazione di un *pitch mode* instabile. Tale dinamica ha provocato un aumento della velocità di volo ad ogni oscillazione fino al superamento dei limiti imposti da progetto, dunque la failure (Fig.1.5)[4];
- Google Titan Solara 50, 01/05/15: durante il test di volo in scala del Solara 50 si è verificato il cedimento strutturale della semiala destra. In sintesi subito dopo il decollo il pilota ha registrato una difficoltà nel mantenere stabile il velivolo, il che ha portato al superamento della velocità critica di volo, dunque alla failure. Il personale a terra che ha assistito all'evento ha dichiarato di aver visto una grande deflessione alare prima del cedimento strutturale [5];
- Facebook UK LTD Aquila, 28/06/06: incidente avvenuto durante la prima prova di volo del velivolo full-scale. Dopo circa 90 minuti di volo senza anomalie, il velivolo è entrato in una turbolenza durante la fase di avvicinamento. Ciò ha provocato una deflessione verso il basso della semiala destra e successivamente ha portato alla rottura della stessa [5].



Figura 1.5: Sulla sinistra la configurazione ad alta deformazione del velivolo HELIOS. Sulla destra l'istantanea del cedimento strutturale.



Figura 1.6: A sinistra un rendering del velivolo Solara 50 in full-scale durante il volo sub-orbitale. A destra il velivolo Aquila durante il volo.

Lo scopo di questa tesi, in sintesi, è quello di studiare il fenomeno critico del flutter della semiala nel caso di un velivolo HALE, ed in particolare, come esso venga influenzato dalla **deformazione alare** assunta a causa dell'elevato allungamento. Verrà studiato quindi come le non linearità geometriche influenzino la velocità di flutter, in questo caso chiamata **Non Linear Flutter Speed** (**NLFS**), rispetto al caso indeformato, **Linear Flutter Speed** (**LFS**).

I risultati di tale studio avranno in realtà una validità generale, saranno dunque estendebili a velivoli più tradizionali.

Dimensioni, prestazioni e proprietà meccaniche del velivolo HALE tipico sottoposto ad analisi (*typical HALE*), come varrà approfondito in seguito, sono state scelte in accordo con diversi lavori già esistenti [9][10][11][12][13].

L'intero studio è stato condotto utilizzando uno dei codici *CAE* (*Computer Eided Engineering*) per l'analisi strutturale più diffusi: *MSC.Nastran*, il quale è basato sul *Metodo degli Elementi Finiti* (*FEM*, *Finite Element Method*). E' stato inoltre utilizzato il programma di pre e post-processing *MSC.Patran* ed in partiolare un tool presente in quest'ultimo dedicato alla creazione e gestione di modelli aeroelastici: *Flds* (*Flight Loads and Dynamics*). Non essendo presente un metodo preprogrammato per introdurre gli effetti del trim nel flutter, è stata creata una procedura ad hoc che verrà spiegata con precisione successivamente. Per validare tale procedura, essa è stata poi applicata ad un modello in scala del velivolo studiato, per il quale sono presenti sia risultati teorici che sperimentali [9][10]. Il modello scalato, come verrà spiegato, è stato ottenuto usando opportune leggi di scala valide in campo aeroelastico [9].



Figura 1.7: Costruzione, gestione ed analisi di un modello aeroelastico con MSC.Nastran-Patran e Flds [15].

Capitolo 2

Aeroelasticità

L'aeroelasticità è il termine usato per identificare lo studio dell'interazione tra deformazione di una struttura elastica immersa in un fluido e la risultante delle forze aerodinamiche [1].

Essa può essere suddivisa, in accordo con la figura 2.1, nelle seguenti due famiglie:

- Aeroelesticità Statica: la quale si ottiene dall'unione delle forze aerodinamiche con l'elasticità della struttura;
- Aeroelasticità Dinamica: la quale deriva dall'accoppiamento tra forze aerodinamiche, elasticità della struttura e forze inerziali (effetti dinamici).



Figura 2.1: Schema creato dal Prof. A.R. Colar nel 1940 [1].

2.1 Principali Fenomenologie Aeroelastiche

I cosiddetti fenomeni aeroelastici, alcuni già introdotti nel capito precedente, sono la conseguenza dell'interazione fluido struttura nel caso quest'ultima sia flessibile. Prima di addentrarci nelle tecniche di analisi figlie dell'aeroelasticità, vediamo alcune delle principali fenomenologie esistenti:

• Variazione della distribuzione di portanza: come già introdotto, nel caso in cui la semiala sia flessibile esisterà una condizione di equilibrio in termini di deformazione strutturale e carichi aerodinamici diversa dal caso rigido, chiamata *risposta aeroelastica statica*, dunque, ne risulterà una distribuzione di portanza diversa. Tale distribuzione influenzerà diversi aspetti del velivolo stesso come portanza totale, resistenza totale, efficienza aerodinamica, carico strutturale, manovrabilità, ecc. La flessibilità, dunque, introduce un ulteriore grado di libertà nell'ottimizzazione del velivolo stesso. Un tipico andamento è rappresentato dalla figura 2.2.



Figura 2.2: Tipica distribuzione di portanza nel caso di ala rigida, e successivamente quando la medesima ala è deformata [1].

L'equilibrio risultante è figlio dalla condizione di trim in cui sta operando il velivolo, conseguentemente, la risposta aeroelastica statica andrà studiata per ogni punto del diagramma di inviluppo.

• Inversione dei comandi: può accadere che all'aumentare della velocità del velivolo la risposta dei comandi sia sempre meno efficiente fino al punto in cui essi non diano più effetti, tale velocità vene chiamata *velocità di inversione*. Se si aumenta ulteriormente la velocità il comando risponderà in modo opposto.

Per capire le cause di questo fenomeno si prenda come rifermento lo schema semplificativo di un alettone riportano della Fig.2.3. All'aumentare dell'escursione dell'alettone nasce di fatto un momento torcente aggiuntivo applicato alla semiala, derivante dall'aumento della portanza sulla sezione stessa. Nel caso in cui questa sia flessibile, quindi $k \neq \infty$, essa risponderà con una torsione elastica, varierà quindi la condizione di equilibrio.

Conseguenza di ciò, all'angolo di escursione dell'alettone va sottratto l'angolo di

torsione elastica della semiala. L'escursione effettiva quindi sarà inferiore rispetto al caso ala rigida $(k = \infty)$.



Figura 2.3: Schema semplificato a parametri concentrati di una semiala con alettone. Sezione alare ed alettone sono da considerarsi infinitamente rigidi dunque l'elasticità strutturale viene introdotta da una molla torsionale di rigidezza k [1].

All'aumentare della velocità aumenteranno i carichi aerodinamici agenti, dunque il momento applicato alla semiala. L'escursione effettiva, quindi la risposta in rollio del velivolo, diminuirà progressivamente fino al raggiungimento della condizione critica di inversione dei comandi. In questo caso particolare si parlerà di velocità di inversione dell'alettone.

• Divergenza torsionale/flessionale: rappresenta un fenomeno estremamente critico che si instaura quando la risposta aeroelastica statica è tale da amplificare esponenzialmente i carichi aerodinamici, portando dunque alla perdita della superficie portante. Per definizione, la *velocità di divergenza* è quella per cui quest'ultimi tendano all'infinito (Fig.2.4).



Figura 2.4: Andamento della portanza rispetto alla pressione dinamica (q). Si osservi come l'incremento di portanza causata dall'elasticità strutturale (ΔL) abbia un asistito verticale per $q = q_D$ [1].

• Flutter Aerolastico: rispetto agli esempi precedenti si tratta di un fenomeno aeroelastico dinamico. Esso è definito come instabilità dinamica di un velivolo causata dall'interazione tra forze aerodinamiche, elastiche ed inerziali. Si tratta di un fenomeno oscillatorio autoeccitato e potenzialmente distruttivo causato dall'accoppiamento tra forze aerodinamiche che sollecitano la struttura flessibile con le frequenze libere e modi di vibrare della struttura stessa. Tale fenomeno è caratterizzato da un progressivo aumento dell'ampiezza di oscillazione, la quale può portare alla perdita della superficie aerodinamica e/o del controllo del velivolo (Fig.2.5) [1].



Figura 2.5: Sulla sinistra è riportata una prova sperimentale di flutter per un modello in scala di Boeing 747. Sulla destra una tipica time history della misurazione dell'ampiezza di oscillazione di una struttura, caso stabile (smorzato) ed instabile (amplificato, flutter).

Come già spiegato nell'introduzione questa tesi sarà incentrata sul flutter, riporto quindi una piccola presentazione storica del fenomeno.

There is no evidence that flutter will have any less infuence on the design of aerodynamically controlled booster vehicles and re-entry gliders than it has, for instance, on manned bombers (R.L. Bisplinghoff, 1962).

L'esistenza del flutter è stata documentata per la prima volta nel 1916 sul velivolo Handley Page O/400 (Fig.2.6). In realtà a quel tempo non esisteva ancora il termine *flutter*, esso infatti apparve per la prima volta nel 1924 nel *Yearbook of the British Aeronautical Committee*.



Figura 2.6: Il velivolo Handley page O/400.

Molti altri casi, alcuni anche catastrofici, vennero osservati durante la Prima Guerra Mondiale.

Con l'aumentare poi della velocità e dimensione dei velivoli, soprattutto dopo lo sviluppo tecnologico avvenuto durante la Seconda Guerra Mondiale, nuovi ambienti critici sono stati scoperti. Un tipico esempio è rappresentato da una particolare fenomenologia in cui il moto di *short period* si accoppia con le oscillazioni strutturali, portando al cosiddetto *body freedom flutter*, documentato per la prima volta sul velivolo RB-57 (Fig.2.8).

Un altro esempio è rappresentato dal *panel flutter*, osservato per la prima volta nel 1958 durante un test di volo dell'X-15 (Fig.2.8), velivolo creato appositamente per studiare l'ambiente ipersonico.

Ma il flutter non interessa obbligatoriamente solo il mondo aerospaziale. Il 7 Novembre 1940, infatti, il Tacoma Narrows Bridge a causa di forti venti laterali entrò in flutter e collassò (Fig.2.8), dopo solamente 4 mesi di servizio.

Si tratta quindi di un problema molto diffuso che può esprimersi in modi diversi.



Figura 2.7: A sinistra il velivolo RB-57, configurazione con apertura alare maggiorata rispetto al B-57. A destra il velivolo X-15.



Figura 2.8: Il Tacoma Narrows Bridge durante il flutter.

2.2 Tecniche di Ricerca delle Soluzioni

Il generico problema aeroelastico è analizzabile utilizzando i seguenti approcci:

- Analitico: il quale richiede la creazione di un modello matematico che descriva il problema. Nei casi più semplici è possibile ottenere soluzioni esatte, in altri è necessario utilizzare tecniche di calcolo approssimato;
- Numerico: si utilizza la simulazione numerica, quindi ci si affida a codici CAE. Questo approccio in realtà è figlio del precedente;
- Sperimentale: si crea un modello fisico in scala reale o ridotta e si effettuano prove in galleria del vento o in volo. Come in qualsiasi altro problema il modello in scala deve garantire lo stesso identico ambiente del caso reale, va quindi realizzato utilizzando delle opportune leggi di scala [9].
- E' possibile però effettuare un'ulteriore classificazione di analisi:
- Modello a parametri concentrati: consiste nel creare dei modelli molto semplici a pochi gradi di libertà. Le proprietà strutturali in termini di rigidezza ed inerzia vengono solitamente introdotte tramite molle e masse concentrate, mentre il resto del modello viene considerato infinitamente rigido. Dal punto di vista aerodinamico invece si utilizzano teorie 2D più o meno complesse, si considera quindi la generica sezione di allungamento infinito;



Figura 2.9: Tipici modelli a parametri concentrati per analisi analitica (a sinistra) e sperimentale (destra) [1]. Entrambi i modello sono caratterizzati dal solo grado di libertà torsionale.

• Modello a parametri distribuiti: si utilizzano modelli più complessi ad infiniti gradi di libertà. Dal punto di vista strutturale si sfruttano teorie tipiche del continuo, quindi teorie trave, piastra ecc. Un tipico approccio è quello di semplificare la semiala come una trave a sbalzo (incastrata-libera) a sezione rettangolare (Fig.2.10), dunque affrontare il problema introducendo un modello trave classico (Eulero-Bernoulli/Timoshenko) o di ordine superiore. Per quanto riguarda l'aerodinamica genericamente si utilizza la *Teoria di Striscia*: le proprietà aerodinamiche della generica sezione $(C_l(y), C_D(y))$ vengono calcolate come se essa fosse di allungamento infinito, quindi si utilizzano direttamente i risultati figli dell'aerodinamica 2D. E' possibile ovviamente introdurre anche teorie più precise come la *Teoria della Linea Portante di Prandtl* per considerare, ad esempio, gli effetti di estremità alare;



Figura 2.10: Tipico modello di analisi analitica a parametri distribuiti in cui la semiala viene approssimata come una trave a sbalzo [1] [2] [3].



Figura 2.11: Modello a parametri distribuiti per analisi aeroelastiche in galleria del vento [9]. In questo caso le proprietà meccaniche dell'intera struttura sono introdotte unicamente da un longherone portante in legno, mentre le caratteristiche aerodinamiche vengono fornite da una superficie esterna in materiale leggero, esempio ABS, suddivisa in moduli per limitare il più possibile i contributi in termini di rigidezza flessionale e torsionale.

• Modello a parametri discreti: i modelli a parametri distribuiti hanno il grosso difetto di essere applicabili a geometrie molto semplici. In problemi più complessi è preferibile utilizzare teorie che discretizzano il problema continuo e lo risolvono in modo approssimato. Un tipico esempio per quanto riguarda la parte strutturale è il *FEM*. Dal punto di vista dell'aerodinamica, equivalentemente, si introducono metodi di risoluzione numerica come il metodo dei pannelli o il metodo delle superfici portanti. Si ottengono in genere modelli a elevati gradi di libertà, anche se in genere la dimensione dipende dal livello di dettaglio utilizzato nella creazione dello stesso. E' possibile quindi passare da pochi gradi di libertà, nel caso di un modello FEM che faccia riferimento ad un caso a parametri concentrati, fino ad un limite imposto dalla potenza computazione di cui si dispone.



Figura 2.12: Esempio di modello discreto basato sul FEM ottenuto utilizzando il software di pre-processing MSC. Patran.

Durante l'esposizione precedente sono state citate alcune delle teorie strutturali ed aerodinamiche necessarie per risolvere il problema aeroelastico. Per quanto riguarda il lato strutturale non verranno aggiunti ulteriori dettagli, non essendo compito di questa tesi approfondire tale aspetti. Per quanto riguarda l'aerodinamica, invece, è necessario trattare la questione in modo più approfondito.

Come già anticipato il flutter è un fenomeno oscillatorio amplificato, conseguenza di ciò anche le forze aerodinamiche agenti saranno oscillatorie. Si passa dunque da grandezze tempo-invarianti L - D - M a grandezze tempo-varianti L(t) - D(t) - M(t). Tale fenomeno sarà dunque caratterizzato da un'*aerodinamica instazionaria* la quale introduce un'ulteriore complessità al problema.

Un metodo di risoluzione semplificato è quello di discretizzare l'instazionarietà come una successione di stati stazionari, utilizzando quindi teorie aerodinamiche stazionarie più o meno complesse. In altre parole, le caratteristiche di portanza, resistenza e momento nel generico istante t vengono calcolate basandosi semplicemente sulla forma assunta dalla struttura in quell'istante.

Tale approccio però possiede diverse limitazione e criticità, come verrà mostrato successivamente. Il motivo risiede nel fatto che, così facendo, vengono trascurati effetti tipici dell'instazionarietà del problema chiamati *stati addizionali*, i quali si suddividono in fenomeni *circolatori* e *non cirolatori*.:

- Variazione dell'incidenza effettiva per composizione della velocità istantanea della struttura con quella del flusso;
- Generazione di vortici alternati dorso/ventre che sollecitano ulteriormente al struttura;
- Stallo dinamico, il quale a causa effetto ciclo di isteresi è posticipato rispetto a quello statico;
- Effetti inerziali derivanti dall'oscillazione di una struttura immersa in un fluido;
- Effetti instazionari 3D;

Per poter considerare questi effetti, anche in modo parziale, è necessario sviluppare avanzate teorie aerodinamiche instazionarie. Compito tutt'altro che semplice.

Una delle più utilizzate è la Teoria Aerodinamica Instazionaria di Theodorsen, nella quale l'omonimo creatore è riuscito ad ottenere una soluzione in termini di L(t) - M(t) (trascuriamo al momento la resistenza) risolvendo il problema del potenziale della velocità linearizzato ed incompressibile applicato nel caso particolare di profili sottili mossi da moto puramente armonico (moto oscillatorio periodico, smorzamento nullo). Negli anni ovviamente ne sono state sviluppate altre con campi di validità più estesi ma con la caratteristica comune di partire sempre dallo studio di profili oscillanti di moto non smorzato. Conseguenza di ciò, tutti i risultati derivanti da tali teorie:

- Sono funzione della frequenza di oscillazione (f) delle superfici;
- Sono matematicamente validi solo nel caso in cui le superfici siano effettivamente caratterizzate da moto puramente armonico;

Grazie proprio a tali teorie si è giunti ai cosiddetti *metodi classici* di risoluzione del flutter, come il *k-method*, *pk-method*, ecc., nei quali, senza entrare troppo nel merito, le grandezze aerodinamiche vengono introdotte nel seguente modo:

$$L(t) = \overline{L} \exp(i\omega t) \tag{2.1}$$

$$M(t) = \overline{M} \exp(i\omega t) \tag{2.2}$$

Come si può osservare L(t) ed M(t) hanno forma puramente armonica di ampiezza $\overline{L}-\overline{D}$ e pulsazione ω ($\omega = 2\pi f$). Le ampiezza, nel caso semplificato di profilo caratteristico a 2DOF (flessione h e torsione θ), sono definite nella forma:

$$\overline{L} = -\pi \rho_{\infty} b^3 \omega^2 \left[l_h(k, M_{\infty}) \frac{\overline{h}}{\overline{b}} + l_{\theta}(k, M_{\infty}) \overline{\theta} \right]$$
(2.3)

$$\overline{M} = \pi \rho_{\infty} b^4 \omega^2 \left[m_h(k, M_{\infty}) \frac{\overline{h}}{\overline{b}} + m_{\theta}(k, M_{\infty}) \overline{\theta} \right]$$
(2.4)

dove $l \in m$ sono dei coefficienti aerodinamici adimensionale di portanza/momento del profilo, in questo caso particolarizzati al modo flessionale h e torsionale θ , i quali derivano direttamente dalle teorie aerodinamiche instazionarie. b invece è la semicorda. Tali coefficienti a loro volta sono funzione del numero di Mach (M) e della frequenza ridotta (k):

$$M = \frac{V}{c} \qquad k = \frac{\overline{c}\omega}{2V} = \frac{b\omega}{V}$$
(2.5)

Quest'ultimo è un parametro adimensionale che indica l'instazionarietà del fenomeno (se k = 0 è stazionario) e rappresenta la grandezza di maggior importanza nel flutter, come vedremo più avanti.

2.3 Approccio Generalizzato per l'Analisi di Risposta Aeroelastica Statica e di Flutter

Riporto di seguito il metodo concettuale di risoluzione dei problemi di risposta aeroelastica statica e di flutter. Le equazioni utilizzate avranno dunque validità generale.

2.3.1 Risposta Aeroelastica Statica

La generica equazione di equilibrio di una struttura nel caso statico è definita come:

$$[K]\{u\} = \{F\} \tag{2.6}$$

dove K indica la matrice di rigidezza del sistema, u è il vettore dei gradi di libertà ed F è il vettore dei carichi applicati. Quest'ultimo, nel caso aeroelastico, è dato dalla somma tra i generici carichi esterni e quelli aerodinamici:

$$\{F\} = \{F_m\} + \{F_a\} \tag{2.7}$$

Per poter introdurre matematicamente l'interazione fluido-struttura trattata precedentemente, si assume che le forze aerodinamiche, ottenute tramite generiche teorie stazionarie, dunque, funzioni solo del M, introducano una matrice di rigidezza differenziale di tipo aerodinamico K_a :

$$\{F_a\} = f(q) = f\left(\frac{1}{2}\rho V^2\right) = f(M) = [K_a(M)]\{u\}$$
(2.8)

Tale matrice andrà a sommarsi a quella della struttura iniziale, quindi, sostituendo la 2.8 nella 2.7 e quest'ultima nella 2.9, si ottiene:

$$([K] - [K_a]) \{u\} = \{F_m\}$$
(2.9)

La 2.9 rappresenta l'equazione del *problema aeroelastico statico*, dunque, per ricavare la risposta basta risolvere il sistema seguente:

$$\{u\} = ([K] - [K_a])^{-1} \{F_m\}$$
(2.10)

Si può osservare che nel caso in cui:

$$([K] - [K_a]) = \{0\}$$
(2.11)

si ottiene:

$$[K] = [K_a] \quad \Rightarrow \quad \{u\} = \infty \tag{2.12}$$

dunque si innesca il fenomeno di *divergenza statica* introdotto all'inizio di questo capitolo. Per calcolare tutte le condizioni in cui ciò accade è necessario trovare tutte le soluzioni esclusa quella banale alla 2.11, ovvero:

$$\det |[K] - [K_a]| = \{0\}$$
(2.13)

Il problema degenera quindi in un *calcolo agli autovalori*. Di tutti risultati che si ottengono, quello di interesse a fissata quota, sarà il più basso (velocità più bassa).

2.3.2 Analisi di Flutter (pk-method)

Tra le molte tecniche di analisi presenti verrà qui esposto il *pk-method*. Esso, come già anticipato, fa parte dei cosiddetti *metodi classici* e sfrutta l'analisi dei modi di vibrare per determinare la condizione di flutter, o meglio le cosiddette *flutter boundarie* (dominio di sicurezza entro il quale il flutter non si instaura).

Tale approccio in realtà è stato introdotto per la prima volta con il p-method, il quale però ha un grosso e fondamentale difetto: è applicabile solamente quando tutti i termini sono definiti in funzione del tempo.

Come è stato osservato precedentemente, la maggior parte delle teorie aerodinamiche instazionarie lavorano nel campo delle frequenze, di conseguenza, il p-method è principalmente utilizzabile con teorie aerodinamiche stazionarie o quasi-stazionarie.

Il pk-method, al contrario, utilizza la stessa tecnica di analisi del p-method ma permette, essendo un metodo classico, di sfruttare teorie instazionarie che forniscono le grandezze aerodinamiche nel campo delle frequenze.

Per semplicità di comprensione, verrà esposto prima il p-method. Partiamo dunque dalla generica equazione del moto di un sistema:

$$[K] \{u(t)\} + [C] \{\dot{u}(t)\} + [M] \{\ddot{u}(t)\} = \{F(t)\}$$
(2.14)

dove C è la matrice di smorzamento ed M è la matrice di massa. Esattamente come nel caso statico si introduce:

$$\{F(t)\} = \{F_m(t)\} + \{F_a(t)\}$$
(2.15)

$$\{F_a(t)\} = [K_a] \{u(t)\} + [C_a] \{\dot{u}(t)\} + [M_a] \{\ddot{u}(t)\}$$
(2.16)

quindi sostituendo si ottiene:

$$([K] - [K_a]) \{u(t)\} + ([C] - [C_a]) \{\dot{u}(t)\} + ([M] - [M_a]) \{\ddot{u}(t)\} = \{F_m(t)\}$$
(2.17)

dove C_a ed M_a rappresentano rispettivamente la matrice di smorzamento aerodinamico e la matrice d'inerzia aerodinamica. Tali matrici nel caso di aerodinamica stazionaria sono nulle (ciò rappresenta il vero grande limite del p-method), noi però, volendo ragionare in maniera generalizzata, continueremo a considerarle.

La 2.17 definisce il generico problema aeroelastico dinamico e rispetto alla 2.14, a causa dei termini aerodinamici, si tratta di un'equazione differenziale del secondo ordine a coefficienti non costanti.

Per definizione, trovare le frequenze libere di un sistema significa ricercare la *soluzione particolare dell'omogenea associata*, quindi si annulla la forzante (in realtà gli effetti derivanti dalle forze aerodinamiche sono ancora presenti nelle relative matrici):

$$([K] - [K_a]) \{u(t)\} + ([C] - [C_a]) \{\dot{u}(t)\} + ([M] - [M_a]) \{\ddot{u}(t)\} = \{0\}$$

$$(2.18)$$

Le soluzioni di questo sistema, come ci dice la matematica, sono di tipo esponenziale:

$$\{u(t)\} = \{\overline{u}\}\exp(\nu t) \tag{2.19}$$

Derivando quindi le 2.19 e sostituendole nella 2.18 si vanno a ricercare le soluzioni in termini di ν esclusa quella banale. Analogamente al calcolo della divergeza si degenera quindi in un problema agli agli autovalori.

Nel caso di sistema ad N - DOF, quello che si ottiene è una coppia di soluzioni per ogni grado di libertà del sistema. In generale esse sono complesse coniugate, quindi nella forma:

$$\nu_k = \Gamma_k \pm i\Omega_k \tag{2.20}$$

dove Γ_k indica la parte reale del k-esimo autovalore, mentre Ω_k è la parte complessa.

Tornando ad una trattazione più concreta, la forma di ogni autovalore descrive il corrispondente moto risultante. La parte complessa, infatti, descrive la *pulsazione di oscillazione*, quella reale lo *smorzamento*.

Nel caso particolare in cui la parte complessa sia diversa da zero si otterranno dei modi oscillatori amplificati, smorzati o puramente armonici (Fig.2.13). A seconda del tipo di moto ottenuto varieranno quindi le *condizioni di stabilità*, come riportato nella tabella 2.1.



Figura 2.13: Esempi di moti oscillatori risultanti dall'analisi.

Γ_k	Ω_k	Tipo di Moto	Caratteristiche di Stabilità
< 0	$\neq 0$	Oscillatorio Smorzato	Stabile
= 0	$\neq 0$	Puro Armonico	Limite di Stabilità Dinamica (Flutter)
> 0	$\neq 0$	Oscillatorio Amplificato	Instabile
= 0	= 0	Tempo-Invariante	Limite di Stabilità Statica (Divergenza)
> 0	= 0	Continuo Amplificato	Instabile

Tabella 2.1: Tipi di moti e proprietà di stabilità al variare delle soluzioni.

Durante il calcolo vengono solitamente introdotte grandezze adimensionali, tra le quali l'autovalore adimensionale (p) (da cui deriva il nome del metodo):

$$p_k = \frac{\nu_k \overline{c}}{2V} = \frac{\nu_k b}{V} = \frac{b}{V} \left(\Gamma_k \pm i \Omega_k \right)$$
(2.21)

La condizione limite oltre la quale si instaura il flutter viene chiamata velocità di flutter, e corrisponde al caso in cui il moto è puramente armonico (oscillatorio con smorzamento nullo).

In sintesi per ricercare le cosiddette *flutter boundaries* con il p-method:

- Si sceglie la quota di calcolo (si definisce la ρ);
- Si definisce il range di velocità in cui si ricerca la condizione di flutter;
- Si effettua il calcolo precedente per ogni valore di velocità impostato;
- Si grafica l'andamento della parte reale ed immaginaria dell'autovalore con la velocità, per ogni modo ottenuto (in realtà i più importanti saranno i primi);
- Si ricerca quindi la condizione di flutter;
- Si ripete l'intero procedimento per ogni valore di quota operativa.

Si prenda come esempio un caso semplificato di modello a parametri concentrati a due gradi di libertà (uno flessionale ed uno torsionale) di semiala (Fig.2.14).



Figura 2.14: Modello semiala a parametri concentrati a due gradi di libertà. h indica il mdodo di bending (flessionale), mentre θ quello torsionale [1].

Applicando a tale modello il p-method si ottengono gli andamenti tipici di frequenza e smorzamento riportati nella figura 2.15.

Come è possibile osservare, indifferentemente dal fatto che si utilizzi una teoria stazionaria o instazionaria, uno dei modi diventa amplificato, la struttura va dunque in flutter. Mentre nel caso di teoria instazionaria si hanno informazioni nella zona di pre-flutter, nell'altro caso il moto risulta sempre a smorzamento nullo, il che è ovviamente errato. Inoltre, è presente una differenza in termini di V_F . Tali differenze sono la naturale conseguenza del trascurare gli effetti instazionari citati in precedenza.

Passando all'analisi delle pulsazioni si può osservare che, in entrambi i casi, a velocità nulla, i modi sono disaccoppiati. Si ottiene dunque un modo puramente flessionale ed uno puramente torsionale. In tale condizione, infatti, il cosiddetto accoppiamento aerodinamico (funzione della distanza tra fuoco-asse elastico) è nullo, inoltre, non sono presenti in questo modello altri tipi di accoppiamento: inerziale, elastico e geometrico.

All'aumentare della velocità, poi, il termine di accoppiamento aerodinamico inizia a crescere ed i due modi diventano *accoppiati*, si otterranno quindi due modi *flesso-torsionali*. A velocità basse saranno *debolmente accoppiati*, ad alte velocità, invece, diventano *fortemente accoppiati*. I due modi, dunque, tendono ad andare in coalescenza.



Figura 2.15: Tipiche curve di smorzamento e pulsazione di un modello a 2-DOF ottenute tramite p-method. La linea tratteggiata si ottiene utilizzando una *teoria aerodinamica stazionaria*, mentre quella continua nel caso di *teoria aerodinamica instazionaria*[1].

Come emerso dall'analisi dei risultati riportati nella 2.15, è preferibile studiare il flutter utilizzando teorie aerodinamiche instazionarie, le quali però, in genere, forniscono le grandezze aerodinamiche funzioni di k (non utilizzabili dal p-method). Per questo motivo, come già presentato, è insorta la necessità di passare al pk-method.

Si faccia rifermento all'equazione 2.18. Nel caso in cui si utilizzi un'aerodinamica instazionaria, ad esempio Theodorsen, le matrici aerodinamiche presenti saranno funzioni del numero di Mach (come nel caso precedente) e della frequenza ridotta k:

$$([K] - [K_a(k)]) \{u(t)\} + ([C] - [C_a(k)]) \{\dot{u}(t)\} + ([M] - [M_a(k)]) \{\ddot{u}(t)\} = \{0\}$$
(2.22)

Risolvendo la disequazione in modo identico al p-method, i risultati che si ottengono avranno la stessa forma del caso precedente:

$$p_k = \frac{\nu_k \overline{c}}{2V} = \frac{\nu_k b}{V} = \frac{b}{V} \left(\Gamma_k \pm i\Omega_k \right)$$
(2.23)

Introducendo però la frequenza ridotta:

$$k = \frac{\overline{c}\omega}{2V} = \frac{b\omega}{V} \tag{2.24}$$

si ottiene:

$$p_k = \frac{b\Gamma_k}{V} \pm ik_k = \gamma \pm ik_k \tag{2.25}$$

Si può osservare dunque che la k è un dato indispensabile per definire le matrici aerodinamiche, ma è anche un incognita del problema, si deve utilizzare quindi un *metodo di risoluzione iterativo*.

Lo studio delle flutter boudaries nel pk-method diventa:

- Si sceglie la quota di calcolo (si definisce la ρ);
- Si definisce il range di velocità in cui si ricerca la condizione di flutter;
- Si definisce una valore di frequenza ridotta di tentativo (k_{t1}) o un range di frequenze;
- Si procede iterativamente:
 - Si parte dal valore di k_{t1} ;
 - Utilizzando il metodo di calcolo descritto si ottiene un certo risultato in termini di p per ogni modo della struttura;
 - Si calcola il k così ottenuto, il quale sarà un k_{t2} ;
 - Si ripete tale procedimento fino al raggiungimento della convergenza o il limite di k imposto, dunque si salva solo l'ultimo risultato ottenuto;
- Si ripetono i punti precedenti per ogni valore di velocità impostato;
- Si grafica l'andamento della parte reale ed immaginaria dell'autovalore con la velocità, per ogni modo ottenuto (in realtà i più importanti saranno i primi);
- Si ricerca quindi la condizione di flutter;
- Si ripete l'intero procedimento per ogni valore di quota operativa.

Un'ultima considerazione. I risultati delle teorie instazionarie hanno validità solo nel caso di moto puramente armonico, come già spiegato. Il pk-method, però, fornisce risultati anche nella zona di pre-flutter, dove il moto è smorzato, e post-flutter, dove è amplificato. Dal punto di vista matematico, quindi, esso non è un metodo consistente.

Nonostante ciò, il pk-method è stato ampiamente validato sperimentalmente, dunque, rimane uno dei metodi più largamente impiegati in campo accademico e commerciale. [1] [3]

Capitolo 3

Analisi Aerolastiche con il Codice MSC.Nastran

Nastran è un software sviluppato inizialmente dalla NASA negli anni 60 per migliorare le tolleranze del progetto strutturale durante il programma Apollo (da cui il nome NAsa STRucture ANalysis).

La MacNeal-Schwendler Corporation (ora MSC.Software) ha creato e lanciato una propria versione del codice nel 1963, di fatto la prima di tipo commerciale, chiamata MSC.Nastran. Al giorno d'oggi, dopo più di 50 anni di sviluppo, esso rappresenta uno dei software basati sul codice FEM più utilizzati a livello internazionale.

Dalla prima versione commercializzata, prettamente per applicazioni strutturali, moltissime funzionalità sono state introdotte. Una delle più importanti è sicuramente la possibilità di effettuare analisi aeroelastiche. A tal fine, infatti, sono presenti 3 solutori dedicati:

- Analisi Aeroelastica Statica (SOL144);
- Analisi di Flutter (SOL145);
- Analisi Aeroelastica Dinamica (SOL146).

Per poter effettuare un'analisi aeroelastica con MSC.Nastran, ed in genere con codici agli elementi finiti, è necessario creare:

- Modello Strutturale: il quale deve permettere di risolvere il problema strutturale elastico o dinamico. In questo caso si utilizza ovviamente il FEM;
- Modello Aerodinamico: il quale deve permettere di risolvere il problema aerodinamico stazionario o instazionario. Ampiamente utilizzato è *metodo delle superfici portanti*;
- Spline: permette di interpolare i due modelli precedenti.



Figura 3.1: Strumenti necessario per effettuare un analisi aeroelastica utilizzando un codice agli elementi finiti [15].

3.1 Introduzione al Metodo degli Elementi Finiti e Creazione Modello Strutturale

Il metodo degli elementi finiti è un processo di calcolo che permette di analizzare ed ottimizzare modelli strutturale anche molto complessi. L'idea di fondo è quella di ottenere un metodo di analisi applicabile per ogni geometria, condizione al contorno e tipo di carico in modo semplice ed automatizzato.



Figura 3.2: Step di creazione ed analisi di un modello FE con MSC.Nastran-Patran [15].

Si ipotizzi di avere un modello molto semplice con condizioni al contorno classiche e senza carichi particolarmente complessi.

Un tipico approccio è quello di introdurre a seconda dei casi teorie classiche dell'elasticità (come trave, piastra, ecc.), dunque ricercare soluzioni che risolvano identicamente le equazioni di campo e condizioni al contorno. Se ciò è possibile si ottengono i cosiddetti *risultati esatti*, si risolve quindi il problema in *forma forte*. Nel caso in cui il problema non ammetta soluzioni esatte, invece, va applicato un metodo di risoluzione approssimato (ad esempio Galerkin, Rayleigh-Ritz, ecc.). Si risolve quindi il problema in *forma debole*. Nel caso di geometrie più complesse, però, anche i metodi approssimati diventano difficilmente applicabili, si introduce dunque il concetto di *discretizzazione*: si suddivide il problema in sottodomini più semplici e si risolvono quest'ultimi in modo esatto o approssimato.

Tale approccio può comunque diventare lungo e macchinoso. Inoltre, nel caso in cui si cambi anche solo una caratteristica del modello, ad esempio una condizione al contorno, va rifatto l'intero studio.

L'esigenza quindi di creare un metodo di risoluzione, non solo approssimato, ma anche automatizzabile, portò alla scoperta del FEM già negli anni '30. Si dovettero aspettare altri 30 anni, però, prima di vederne un'applicazione pratica, la quale fu possibile solo grazie all'avvento dei computer.

Nel FEA (*Finite Element Analysis*) il processo di risoluzione di un generico problema elastico si riduce sostanzialmente nella creazione di un modello ad elementi finiti, il quale è caratterizzato da:

- Mesh: insieme di *nodi* ed *elementi* che compongono il modello. Sarà necessario quindi definire le coordinate dei nodi, scegliere il tipo di elementi e l'eventuale continuità tra un elemento ed un altro. Tali informazioni vengono introdotte e salvate all'interno della cosiddetta *matrice di connectivity*;
- **Proprietà:** vanno quindi definite le proprietà meccaniche ed inerziale di ogni elemento;
- Carichi e Condizioni al Contorno: bisogna dunque introdurre eventuali *carichi* nodali e vincoli nodali presenti nel modello.

Per ridurre drasticamente i tempi di creazione del modello in genere ci si affida a software di *pre-processing*, chiamati *pre-processor*, come MSC.Patran. Essi solitamente funzionano anche da *post-processor* per la valutazione dei risultati (Fig.3.2). Sarà quindi loro compito generare il file di input per il *solver*.

Per capire come si risolve un generico problema elastico con il FEM, si faccia riferimento alla seguente trattazione semplificata.

Ogni elemento finito si può considerare caratterizzato da:

• **Tipo:** sono presenti *elementi lineari* (1D), *di superficie* (2D), *solidi* (3D), *speciali* (0D, elementi rigidi, elementi molla/smorzatore, ecc.);

- Numero di Nodi: lo stesso tipo di elemento può avere un numero diverso di nodi;
- Gradi di Libertà per Nodo: questa caratteristica affiancata alla precedente fornisce i gradi di libertà totali dell'elemento, dunque dimensioni delle matrici e vettori che lo caratterizzano;
- **Grado:** un elemento può essere lineare o di ordine superiore e ciò deriva dalla scelta della *funzione di forma*.

All'interno del solver, in questo caso MSC.Nastran, sono presalvate le informazioni degli elementi disponibili in termini di: vettore dei gradi di libertà $(\{u\}_e)$, matrice di rigidezza $([K]_e)$ e matrice di massa $([M]_e)$. Per quanto riguarda invece la matrice di smorzamento $([C]_e)$ la questione è più complessa, viene in genere ricavata partendo dalle precedenti.

Il solutore quindi seleziona dal proprio database gli elementi indicati nel file di input, per ognuno dei quali compila le matrici citate e genera il vettore dei carichi nodali $(\{F\}_e)$. Quello che si ottiene nel caso più generale è il seguente sistema particolarizzato per ogni elemento:

$$[K]_e \{u(t)\}_e + [C]_e \{\dot{u}(t)\}_e + [M]_e \{\ddot{u}(t)\}_e = \{F(t)\}_e$$
(3.1)

Servendosi poi della matrice di connectivity, il solver assembla vettori e matrici *locali* ottenendo il sistema *globale* (Fig.3.9):

$$[K]_G \{u(t)\}_G + [C]_G \{\dot{u}(t)\}_G + [M]_G \{\ddot{u}(t)\}_G = \{F(t)\}_G$$
(3.2)

L'incognita del generico problema è rappresentata dunque dal vettore dei gradi di libertà nodali o vettore delle incognite ($\{u\}_G$) in quanto il resto è totalmente definito. Calcolato quest'ultimo, il codice può ricavare la deformazione dunque la tensione interna ad ogni elemento.

L'approccio appena descritto è valido nel caso di elementi finiti scritti in forma di *spo-stamento*. Non verranno riportati dettagli sulla metodologia di creazione di un elemento finito e problematiche correlate al loro funzionamento, non essendo scopo della presente tesi.



Figura 3.3: Esempio di assemblaggio della matrice di rigidezza globale.

3.1.1 Analisi Statica Lineare (SOL101)

Nell'analisi statica lineare il sistema da risolvere è seguente:

$$[K]_G \{u\}_G = \{F\}_G \tag{3.3}$$

Creato il modello l'analisi consiste semplicemente nell'eseguire il seguente calcolo:

$$\{u\}_G = [K]_G^{-1}\{F\}_G \tag{3.4}$$

Esiste una correlazione fisico-matematica tra la matrice di rigidezza e la deformazione della struttura. Nel caso di energia di deformazione nulla, dunque moto di corpo rigido, la matrice [K] risulta *singolare* quindi non invertibile.

Per poter effettuare l'analisi statica è dunque necessario inserire le condizioni al contorno.

3.1.2 Analisi Modale (SOL103)

L'analisi modale, dunque la ricerca delle frequenza libere ed i modi di vibrare, si effettua storicamente cercando la soluzione generale dell'omogenea associata (quindi forzante nulla) del problema dinamico nel caso non smorzato. Il sistema da risolvere è quindi il seguente:

$$[K]_G \{u(t)\}_G + [M]_G \{\ddot{u}(t)\}_G = \{0\}$$
(3.5)

Introducendo le soluzioni di tipo esponenziale, in particolare puramente armoniche, e sostituendo, si ottiene:

$$([K]_G - \omega^2 [M]_G) \{ u \}_G = \{ 0 \}$$
(3.6)

Introducendo la generica incognita $\lambda = \omega^2$ la ricerca delle soluzioni esclusa quella banale si effettua al solito imponendo:

$$\det |([K]_G - \lambda[M]_G)| = \{0\} \qquad \Rightarrow \qquad \omega_k = \sqrt{\frac{\widehat{k}_k}{\widehat{m}_k}} \tag{3.7}$$

dove $\hat{k}_k \in \hat{m}_k$ sono rispettivamente *rigidezza e massa generalizzata*, ovvero la rigidezza e l'inerzia che agiscono nella k-esima frequenza libera (ω_k).

In generale, quindi, la ricerca delle ω_k degenera in un problema agli autovalori. Per ogni k-esima frequenza libera poi si può calcolare il vettore dei gradi di libertà $(\{u\}_k)$ che contiene le ampiezze di oscillazione opportunamente *normalizzate* (non si calcola quindi $\{u\}_k$ ma $\{\overline{u}\}_k$), ottenendo le corrispondenti *forme modali*. Tale passaggio si effettua matematicamente ricercando l'*autovettore* corrispondete all'autovalore, quindi tramite un calcolo agli *autovettori*.

Il motivo della normalizzazione risiede nel fatto che per ogni frequenza ottenuta si hanno N incognite in N-1 equazioni. Non si possono dunque definire in modo univoco le *ampiezze* di oscillazione di ogni grado di libertà, ma è possibile comunque calcolare il vettore $\{\overline{u}\}_k$ che contiene la *forma* del particolare modo, scegliendo un metodo di normalizzazione.

3.2 Creazione Modello Aerodinamico

Per poter effettuare analisi aeroelastiche la creazione del solo modello FE non è più sufficiente, è necessario infatti introdurre un metodo concettualmente simile al FEM ma particolarizzato al calcolo delle grandezze aerodinamiche. In tal senso uno strumento sicuramente molto utile è rappresentato dal metodo delle *superfici portanti*, nel quale la generica superficie aerodinamica viene discretizzata in NxN lamine piane di spessore infinitesimo. Ogni elemento risolve il generico *problema aerodinamico* in modo numerico. Va quindi creato un vera e propria *mesh aerodinamica* più o meno complessa (Fig.3.4).



Figura 3.4: A sinistra un esempio di modello strutturale FE di un velivolo da trasporto civile. A destra il modello aerodinamico corrispondente [15].

All'interno del codice MSC.Nastran sono disponibili 6 elementi aerodinamici basati su teorie differenti:

- 1) Doublet Lattice Method (DLM);
- 2) Zona 51;
- 3) DLM + Slender Body Theory;
- 4) Mach Box Method;
- 5) Strip Theory;
- 6) Piston Theory.

Il presente lavoro, come già ampiamente introdotto, si focalizzata su velivoli HALE, quindi velivoli prettamente subsonici. Per questo motivo, tutti i modelli aeroelastici riportati nei capitoli successivi si basano sul DLM. Tale metodo verrà qui di seguito analizzato e particolarizzato al codice MSC.Nastran. Nonostante ciò, la trattazione seguente avrà comunque validazione generale per tutti gli elementi citati. Infatti, nonostante le differenti teorie su cui essi si basano, possiedono comunque la stessa struttura matriciale.

3.2.1 Il Doublet Lattice Method (DLM)

Il DLM è un metodo di risoluzione approssimato dell'equazione del potenziale della velocità, caso linearizzato e instazionario, sviluppato da Albano, Rodden, Giesing e Kalman nel 1965. Esso rappresenta di fatto un'estensione del Vortex Lattice Method (VLM) all'aerodinamica instazionaria (come il VLM riesce anche ad introdurre gli effetti di estremità alare).

La *circuitazione* viene modellizzata tramite una *distribuzione di doppiette* passanti nel quarto anteriore della generica superficie (Fig.3.5), ognuna delle quali è caratterizzata da:

- Load Point (LP): punto in cui si considera applicata la forza aerodinamica;
- Control/Collocation Point (CP): punto in cui si applica la condizione di *non* penetrabilità della superficie da parte del fluido, in altre parole, è dove si applica la condizione di tangenza fluido-struttura. Ne consegue che in tale punto le componenti normali di velocità del fluido e della struttura coincidono.



Figura 3.5: Tipica discretizzazione di un'ala a freccia tramite DLM [15].

E' possibile introdurre una relazione tra il *coefficiente di pressione* (C_p) agente nel LP del j-esimo pannello e la *componente verticale o normale di velocità* indotta dall'inclinazione del pannello rispetto al flusso, chiamata *downwah/normalwash* (w):

$$\{w_j\} = [A_{jj}]\{C_p\} = [A_{jj}]\left\{\frac{f_j}{q}\right\}$$
(3.8)

dove A_{jj} rappresenta la matrice dei coefficienti di influenza aerodinamica e deriva dalla teoria aerodinamica utilizzata. Nel caso di modello di risoluzione per l'aerodinamica instazionaria come DLM e Piston, essa è funzione di k e del M. f_j indica la pressione sul pannello e q ricordo essere la pressione dinamica, definita come $q = 1/2\rho V^2$.

 \boldsymbol{w} a sua volta può essere calcolato nel CP grazie alla condizione di tangenza:

$$\{w_j\} = \{w_j^g\} + [D_{jk}^1 + ikD_{jk}^2]\{u_k\}$$
(3.9)

dove il termine $\{w_j^g\}$ è prettamente *stazionario* e dipende da incidenza, curvatura, ecc., mentre il secondo ha parte reale D_{jk}^1 stazionaria e parte immaginaria D_{jk}^2 instazionaria, infatti quest'ultima è funzione di k. Djk rappresenta la matrice di derivata sostanziale. La forza agente sul LP del j-esimo pannello (P_k) è ottenibile tramite integrazione della pressione, quindi:

$$\{P_k\} = [S_{kj}]\{f_j\} \tag{3.10}$$

dove S_{kj} è la matrice d'integrazione.

Combinando in modo opportuno le tre equazioni introdotte si ottiene:

$$[Q_{kk}] = [S_{kj}][A_{jj}]^{-1}[D_{jk}^1 + ikD_{jk}^2]$$
(3.11)

dove la Q_{kk} è sempre la matrice dei coefficienti di influenza aerodinamica e nel caso instazionario sarà funzione oltre che di M anche di k. Tale matrice contiene, a seconda dei casi, i termini di $[K_a], [C_a], [M_a]$ visti nei paragrafi precedenti.

Partendo da quest'ultima è possibile legare il carico agente nel LP j-esimo pannello allo spostamento dello stesso valutato nel CP:

$$\{P_k\} = q[Q_{kk}]\{u_k\} \tag{3.12}$$

In conclusione il DLM, o più in generale tutti i metodi citati, permettono di inserire gli effetti aerodinamici all'interno del problema elastico.

[15]

3.2.2 Tecniche di Correzione del Metodo delle Superfici Portanti

Modellizzare le superfici portanti come delle piastre sottili introduce ovviamente delle approssimazioni. Mentre ciò può considerarsi pienamente accettabile in fase preliminare di progetto, possono esistere casi che necessitano di soluzioni aerodinamiche più raffinate.

3.2.2.1 Correzione con Metodi Interni

MSC.Nastran permette di correggere (almeno in parte) i risultati delle superfici portanti con altri ottenuti sperimentalmente o derivanti da tecniche più evolute, come ad esempio la *Computational Fluid Dynamics (CFD)*.

In generale, è possibile procedere in due modi:

- 1) Introdurre Forzanti Correttive: nel caso di analisi aeroelastica statica è possibile introdurre una combinazione di *forze aerodinamiche (AEFORCE)*, effetti di variazione di incidenza per downwashes (AEDW) e pressioni (AEPRES) in specifiche condizioni di incidenza di riferimento (ad esempio $\alpha = 0$);
- 2) Introdurre Coefficienti Correttivi: tale approccio è attuabile invece in tutti i solutori presenti ma rimane maggiormente appropriato al caso statico. Esso prevede di introdurre dei *coefficienti correttivo* al fine *regolare* le forze aerodinamiche applicate su ogni pannello. Esistono metodi semi-empirici per ricavare tali fattori.

In sintesi quindi, è possibile introdurre le due correzioni indicate all'interno della 3.12:

$$\{P_k\} = [W_{kk}][S_{kj}]\{f_j\} + q[S_{kj}]\left\{\frac{f_j^e}{q}\right\}$$
(3.13)

 W_{kk} è la matrice che contiene i coefficienti correttivi, mentre f_j^e è il vettore che contiene i valori di pressione aggiuntivi per determinate incidenze.

3.2.2.2 Correzione con Accoppiamento FEM-CFD

Negli ultimi anni, con il progressivo aumento delle risorse computazionali disponibili, si sta diffondendo sempre di più il concetto di *accoppiamento FEM-CFD*.

Infatti, nell'analisi strutturale, non è insolito dover effettuare analisi di sforzi generati da un fluido sulla struttura. Per questo motivo, spesso, le forzanti statiche o dinamiche da introdurre nell'analisi FEM, giungono proprio da analisi CFD.

Se si considera ad esempio il *caso statico*, le soluzioni che si ottengono possono essere utilizzate sostanzialmente in due modi:

- a) Effettuare un'Analisi Statica con Carichi Aerodinamici: in pratica si deve trasferire semplicemente la distribuzione di pressione ottenuta da CFD in un codice FEM, dunque eseguire l'analisi statica. Tale calcolo si differenzia dall'analisi aeroelastica statica, in quanto non vengono considerati gli effetti di interazione fluido-struttura discussi. In pratica, l'equilibrio che si ottiene dipende solamente dalla configurazione *indeformata* iniziale. In alcuni casi, però, tale approccio può risultare più che accettabile, soprattutto nel caso in cui non si applichi a superfici portanti;
- b) Effettuare un Analisi Aeroelastica Statica: correggendo i risultati del metodo dei pannelli tramite accopiamento FEM-CFD nei modi che verranno esposti successivamente. Essa, al contrario della precedente, contiene gli effetti di interazione fluido-struttura.

La CFD approccia il generico problema cercando una soluzione numerica alle *Equazioni di Navier-Stokes*, alle quali si può affiancare *Fourier* per il trasferimento del calore, e via dicendo. Soluzioni che ottiene tramite processo iterativo.

A causa di ciò essa richiede costi computazionali elevati, ma fornisce risultati molto precisi (paragonati a quelli ottenuti con il metodo delle superfici portanti).

Particolarizzando la trattazione ad MSC.Nastran, è possibile attuare l'accoppiamento FEM-CFD sostanzialmente in due modi:

- 1) Sfruttando la Rigid/Flexible Mesh del SOL144: come vedremo successivamente, infatti, MSC.Nastran suddivide il calcolo aeroelastico statico in due step:
 - a) Calcolo Rigido: effettua il calcolo considerando la struttura infinitamente rigida;
 - b) Calcolo Incrementi Aeroelastici: vengono introdotti gli effetti dell'elasticità.

Questo metodo di correzione si basa sull'idea di sostituire i risultati del SOL144, *caso rigido*, con quelli ottenuti tramite tecniche di analisi più evolute. Infine, introdurre gli *incrementi aeroelastici* sfruttando i classici metodi implementati in MSC.Nastran. Ciò comporta quindi la creazione di due mesh differenti, un *rigida* ed una *flessibile*(Fig.3.6).

Operativamente bisogna quindi:

- Creare un Data Base Rigido: partendo da una distribuzione di pressione ottenuta da CFD, bisogna ricreare una mesh a pannelli rigida con caratteristiche equivalente. Per fare ciò si può sfruttare la funzione DMIK, la quale permette di importare ed esportare dal modello le grandezze aerodinamiche agenti su ogni pannello in forma matriciale.

Tale passaggio può essere facilmente approcciato grazie ad un particolare tool chiamato *Hybrid Static Aerolasticity (HSA) Toolkit*, sviluppato dall'Ing. Fausto Gill Di Vincenzo, presales engineer aero di MSC.Software;

- Sostituire il Calcolo Rigido di MSC.Nastran con il Data Base Creato (ADBD): ciò è effettuabile in Flds utilizzando apposite procedure;
- Effettuare l'Analisi Combinata Rigid/Flexible Mesh: la quale utilizzerà nel caso rigido i risultati ottenuti da CFD (precisa distribuzione di pressione ma senza effetti elastici). Successivamente sommerà gli incrementi aeroelastici derivanti dal metodo dei pannelli (semplice dal punto di vista aerodinamico ma contiene gli effetti elastici).



Figura 3.6: L'immagine (per gentile concessione dell'Ing. Fausto Gill Di Vincenzo) mostra un esempio di analisi rigid/flexible mesh con CFD e DLM [16].

2) OpenFSI: il quale prevede di utilizzare parallelamente ed in modo alternato i due solutori. Per fare ciò, in genere, va ricreato un ambiente neutrale tra la CFD ed il FEM. E' necessario, dunque, servirsi di un terzo codice, il quale avrà il compito di gestire gli step di calcolo, permettere il passaggio delle informazione tra i due codici (i quali utilizzano mesh differenti), ecc. Come si può intuire si tratta di un metodo molto preciso, ma anche caratterizzato da un costo computazionale molto elevato, associato ad un'elevata complessità di gestione dell'analisi.



Figura 3.7: L'immagine mostra il processo openFSI. In questo caso l'interpolazione delle due mesh viene effettuato tramite l'HSA-toolkit citato in precedenza.

L'accoppiamento rigid/flexible mesh è ovviamente molto più semplice e rapido, inoltre, permette di ottenere a seconda dei casi risultati paragonabili all'openFSI.

Come si può osservare, in questo paragrafo ci si è concentrati solamente sull'analisi aeroelastica statica. Nel caso infatti del flutter, è necessario effettuare la seguente riflessione.

Si ipotizzi di voler approcciare l'analisi di flutter tramite openFSI. Tralasciando le difficoltà di gestione del calcolo, esiste un problema di fondo: la CFD risolve il generico problema instazionario come una successione di stati stazionari. Tale approccio, come spiegato nel capitolo precedente, corrisponde di fatto ad utilizzare una teoria aerodinamica stazionaria (seppur estremamente precisa). Dunque, con un calcolo openFSI così impostato saranno introdotti tutti gli effetti di compressibilità e viscosità agenti, non presenti nel DLM, ma verranno persi gli stati addizionali spiegati in precedenza, i quali in genere non sono trascurabili.

Nell'analisi di flutter, dunque, almeno per ora, il DLM rimane il metodo più utilizzato (nel subsonico), seppur l'analisi è molto semplificata.
3.3 Interpolazione Mesh Strutturale ed Aerodinamica



Figura 3.8: Schema semplificato di modello strutturale ed aerodinamico da interpolare.

Le superfici portanti, per consistenza di calcolo, devono seguire obbligatoriamente la deformazione della struttura e viceversa. Tale vincolo si introduce attraverso lo *splining:* interpolazione della mesh aerodinamica con quella strutturale tramite *spline* (Fig.3.8). In pratica, il vettore dei gradi di libertà dei nodi aerodinamici citato precedentemente($\{u_k\}$) viene opportunamente legato al vettore dei gradi di libertà nodali strutturali ($\{u_g\}$) tramite la cosiddetta matrice spline ($[G_{kq}]$):

$$\{u_k\} = [G_{kg}]\{u_g\} \tag{3.14}$$

Altra condizione che deve essere garantita dallo splining è il trasferimento delle *forze* aerodinamiche ($\{F_k\}$) dai pannelli alla struttura e viceversa delle *forze strutturali* ($\{F_g\}$), quindi elastiche ed inerziali, dalla struttura ai pannelli. Applicando il PLV:

$$\{F_g\} = [G_{kg}]^T \{F_k\}$$
(3.15)

Per ottenere risultati precisi è di fondamentale importanza che tale interpolazione sia accurata, inoltre essa non deve introdurre effetti di rigidezza aggiuntivi alla struttura. A tale scopo all'interno del codice MSC.Nastran sono presenti una vasta gamma di spline diverse:

- Infinite Plate Spline (IPS);
- Thin Plate Spline (TPS);
- Finite Plate Spline (FPS);
- Radial Interpolation Infinite Plate Spline (RIS);
- Infinite Beam Spline (IBS);
- Radial Interpolation Infinite Beam Spline (RIS);
- Explicit Constraint Relation (MPC);
- Rigid Element Spline (SPLINERB);
- 3D Finite Plate Spline (FPS3D);
- 3D Finite Beam Spline (FBS3D);
- External Spline Server Program (SPLINEX User Defined Spline Program).

3.4 Solutori

3.4.1 Analisi Aerolestica Statica (SOL144)

Il solutore aeroelastico statico di MSC.Nastran è sicuramente uno dei più evoluti presenti in ambito commerciale e può essere sfruttato in modo differente a seconda di come viene impostato il modello.

Grazie ad esso è possibile impostare analisi:

- Stazionarie: la condizione di trim è tale da conferire un assetto costante nel tempo;
- Quasi Stazionarie: la condizione di trim è tale da conferire un assetto variabile nel tempo (rollio, beccheggio, imbardata).

Ognuna delle quali può essere eseguita, come già anticipato, nel caso di:

- Struttura Rigida: si ottengono quindi i risultati tipici della meccanica del volo e dell'aerodinamica;
- Struttura Flessibile: si aggiungono ai risultati precedenti gli incrementi derivanti dall'aeroelasticità.

L'analisi è totalmente *linare*, sia dal punto di vista strutturale che aerodinamico, e si possono ottenere i seguenti risultati:

- Trim di volo stazionario/quasi-stazionario (il quale può essere anche un'incognita del problema;
- Forze aerodinamiche agenti sulla mesh aerodinamica;
- Distribuzione di pressione attorno alla mesh aerodinamica;
- Forze risultanti agenti sulla mesh strutturale;
- Spostamenti/Deformazioni strutturali;
- Tensioni strutturali.

Essi vengono forniti anche in termini di derivate aerodinamiche.

Se si particolarizza la 3.9 al caso statico si ottiene:

$$\{w_j\} = [D_{jk}]\{u_k\} + [D_{jx}]\{u_k\} + \{w_j^g\}$$
(3.16)

dove il termine $D_{jx} = D_{jx}^1$, esattamente come $D_{jk} = D_{jk}^1$, rappresenta la parte reale della derivata sostanziale ma riferita gli spostamenti dei nodi strutturali. u_x , invece, indica il vettore dei gradi di libertà degli *extra-point aerodinamici* il quale contiene i valori delle variabili di trim: escursione superfici di controllo; assetto (α, β) ; manovra di rollio, beccheggio, imbardata (p, q, r); traslazioni (u_2, u_3) , accelerazioni rotazionali $(\dot{p}, \dot{q}, \dot{r})$.

Manipolando la 3.8 è possibile definire la pressione aerodinamica nella forma:

$$\{f_i\} = q[A_{jj}]^{-1}\{w_j\}$$
(3.17)

Sostituendo quindi la 3.17 nella 3.13 si ottiene la forza aerodinamica corrispondente:

$$\{P_k\} = q[W_{kk}][S_{kj}][A_{jj}]^{-1}\{w_j\} + q[S_{kj}]\left\{\frac{f_j^e}{q}\right\}$$
(3.18)

Le forze vengono trasferite alla struttura usando la matrice spline menzionata in precedenza, ottenendo così una nuova matrice Q ridotta ai gradi di libertà dell'analisi (*a-set*, Q_{aa}):

$$[Q_{aa}] = [G_{ka}]^T [Wkk] [S_{kj}] [A_{jj}]^{-1} [D_{jk}] [G_{ka}]$$
(3.19)

Si introduce poi una seconda matrice Q che contiene le forze applicate ai nodi strutturali a causa di una deflessione per unità di lunghezza degli extra-point aerodinamici:

$$[Q_{ax}] = [G_{ka}]^T [Wkk] [S_{kj}] [A_{jj}]^{-1} [D_{jk}]$$
(3.20)

A questo punto è possibile definire il sistema che descrive il problema aeroelastico statico (in a-set):

$$[K_{aa}] - q[Q_{aa}]\{u_a\} + [M_{aa}]\{\ddot{u_a}\} = q[Q_{ax}]\{u_x\} + \{P_a\}$$
(3.21)

dove K_{aa} e M_{aa} sono rispettivamente le matrici di rigidezza e di massa strutturale già discusse. Quest'ultima darà contributo nel caso di analisi quasi-stazionaria.

In generale, è possibile effettuare analisi aeroelastiche statiche introducendo in MSC.Nastran le caratteristiche di *free-flight* del velivolo (il quale non è vincolato). Ciò è fattibile grazie al comando SUPORT, il quale permette di definire i *modi di corpo rigido* (*r-set*) della particolare condizione di trim sottoposta a studio, il codice poi calcolerà automaticamente la condizione di equilibrio tramite le forze applicate. [15]



Figura 3.9: Esempio di analisi aeroelastica statica effettuata su un velivolo da aviazione generale sfruttando la simmetria [15]. Viene riportata la deformazione assunta e i carichi nodali equivalenti caso rigido (a sinistra) e flessibile (destra).

3.4.2 Analisi di Flutter (SOL145)

Il SOL145 di MSC.Nastran permette di effettuare l'analisi di flutter. All'interno di esso vi sono diverse tecniche di ricerca delle soluzioni:

- pk-method: del quale abbiamo già parlato;
- k-method: ricerca la condizione di flutter introducendo le forze aerodinamiche agenti nello stesso modo del pk-method. A differenza di quest'ultimo, però, ipotizza una soluzione puramente armonica (e non di tipo esponenziale generica) ed uno *smorzamento strutturale fittizio*. Per ottenere le soluzioni sfrutta sempre su una procedura iterativa che passa attraverso ad un calcolo agli autovalori. I risultati che si ottengono però hanno validità solamente nelle regioni prossime alla condizione critica;
- **ke-method:** variante del k-method in cui non è necessario effettuare un analisi agli autovalori ed introdurre caratteristiche fittizie di smorzamento.

Come già anticipato l'unico metodo di nostro interesse è il pk-method, già studiato nel paragrafo precedente. Vediamo quindi l'implementazione in MSC.Nastran.

Le analisi strutturali di risposta dinamica passano attraverso il concetto di diagonalizzazione delle matrici di massa e di rigidezza del sistema, grazie al quale è possibile risolvere il generico problema a N-DOF come una serie di N sistemi ad 1-DOF. Ciò si effettua sfruttando la proprietà di ortogonalità dei modi di vibrare, modi ottenuti ovviamente tramite analisi modale.

Si consideri il generico sistema dinamico 2.14, dall'analisi modale si ottengono le pulsazioni naturali (ω) e relativi modi di vibrare (ϕ). E' possibile introdurre quindi la cosiddetta *matrice modale* ([Φ]), la quale contiene sulla diagonale i modi di vibrare precedenti ($\Phi_{kk} = \phi_k$).

A questo punto è possibile diagonalizzare le matrici di rigidezza e di massa nel seguente modo:

$$[\overline{K}] = [\Phi]^T[K][\Phi] \qquad [\overline{M}] = [\Phi]^T[M][\Phi] \tag{3.22}$$

 $\overline{K} \in \overline{M}$ prendono il nome di *matrici generalizzate di rigidezza* e di *massa*, mentre il processo appena mostrato si chiama *riduzioni del sistema in coordinate modale*.

Nell'analisi di flutter si procede in modo analogo, essendo di fatto un'analisi di risposta dinamica un po' particolare. Il SOL145, quindi, effettua prima un'analisi modale e successivamente utilizza i modi di vibrare ottenuti per diagonalizzare le matrici del sistema. Si introduce la *matrice aerodinamica generalizzata*, la quale è ottenibile partendo dalla 3.11 ed introducendo l'interpolazione tra nodi strutturale ed aerodinamici:

$$[Q_{ii}] = [\phi_{ai}]^T [G_{ka}]^T [WTFACT] [Q_{kk}] [G_{ka}] [\phi_{ai}]$$
(3.23)

dove Q_{ii} è appunto la matrice aerodinamica generalizzata, WTFACET invece è l'equivalente della matrice W_{kk} per il caso dinamico e contiene coefficienti correttivi. E' possibile poi inserire, analogamente al caso statico, degli extra-point u_e per i comandi di volo al fine di effettuare *analisi aeroservoelastiche*:

$$\{w_i\} = [D1JE + iKD2JE]\{u_e\}$$
(3.24)

Da cui si ottiene:

$$[Q_{ie}] = [\phi_{ai}]^T [G_{ka}]^T [WTFACT] [Q_{ke}]$$
(3.25)

con:

$$[Q_{ke}] = [WTFACT][S_{kj}][A_{jj}]^{-1}[D1JE + iKD2JE]$$
(3.26)

Le due matrici vengono introdotte in un unica nel seguente modo:

$$[Q_{hh}] = \begin{bmatrix} [Q_{ii}] & [Q_{ie}] \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(3.27)

L'equazione fondamentale per l'*analisi modale di flutter* particolarizzata al pk-method è la seguente:

$$\left[M_{hh}p^{2} + \left(B_{hh} - \frac{1}{4}\rho\bar{c}VQ_{hh}^{I}/k\right)p + \left(K_{hh} + \frac{1}{2}\rho V^{2}Q_{hh}^{R}\right)\right]\{u_{h}\} = \{0\}$$
(3.28)

dove Q_{hh}^R e Q_{hh}^I sono rispettivamente parte reale ed immaginaria della matrice aerodinamica generalizzata, p è l'autovalore adimensionato già spiegato, K al solito è la frequenza ridotta, \bar{c} è la corda. La ricerca delle soluzioni degenera in un calcolo agli autovalori, quindi alla risoluzione del sistema seguente:

$$[A - pI]\{\overline{u}_h\} = \{0\} \tag{3.29}$$

con:

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_{hh}^{-1} \left[K_{hh} - \frac{1}{2} \rho V^2 Q_{hh}^R \right] & -M_{hh}^{-1} \left[B_{hh} - \frac{1}{4} \rho \bar{c} V Q_{hh}^I / K \right] \end{bmatrix}$$
(3.30)

Come già spiegato, l'autovalore p ha in generale forma complessa coniugata. La parte reale ha il significato di smorzamento mentre la parte immaginaria definisce la pulsazione. Avrà quindi genericamente la seguente forma:

$$p = \omega(\gamma \pm i) \tag{3.31}$$

Nel caso in cui l'autovalore sia reale è possibile definire il *coefficiente di decadimento*:

$$g = 2\gamma = \frac{2p\overline{c}}{\ln 2V} \tag{3.32}$$

Il pk-method, però, necessita di un calcolo iterarativo, essendo k un incognita del problema ad allo stesso tempo è necessaria per determinare Q. Processo che va ripetuto per ogni coppia di $\rho - V$, dunque per ogni valore di M.

Per svolgere l'analisi, quindi, si definisce la ρ , si sceglie il particolare modo di vibrare da analizzare (il quale è individuato da una numerazione s) e si ricercano iterativamente le pulsazioni che lo compongono (ogni iterazione è associata ad un indice j). Ogni pulsazione è associata ad un valore di V di calcolo (esse vengono identificate da una numerazione r assegnata partendo dal primo modo oscillatorio ottenuto, quindi primo risultato con $\omega \neq 0$).

Definiti quota, modo e velocità (ρ, s, r) , il codice imposta un valore di tentativo iniziale di k = 0 (j = 1), per il quale la matrice Q viene estrapolata tra quelle definite dall'utente. Durante la compilazione del file di input, quindi, vanno definite delle coppie di k ed M caratteristiche, per le quali il codice calcolerà le relative matrici Q. Nelle iterazioni successive invece, si parte dal risultato di k ottenuto da quella precedente.

Ogni generico risultato può essere definito come:

$$p_{rs}^{(j)} = \omega_{rs}^{(j)}(\gamma_{rs}^{(j)} \pm i)$$
(3.33)

Quindi la relativa frequenza ridotta diventa:

$$k_s^{(j)} = \omega_{ss}^{(j)} \left(\frac{\bar{c}}{2V}\right) \tag{3.34}$$

L'iterazione continua fino al raggiungimento della convergenza, definita dal seguente algoritmo:

$$|K_{s}^{(j)} - K_{s}^{(j-1)}| < \epsilon \quad if \quad K_{s}^{(j-1)} < 1 \qquad or \qquad |K_{s}^{(j)} - K_{s}^{(j-1)}| < \epsilon K_{s}^{(j-1)} \quad if \quad K_{s}^{(j-1)} \ge 1$$

$$(3.35)$$

Dove ϵ è una tolleranza definibile da utente (di default vale 0.001). Il risultato di convergenza viene definito come:

$$p_{rs}^{(c)} = \omega_{rs}^{(c)}(\gamma_{rs}^{(c)} \pm i) \tag{3.36}$$

A questo punto, mantenendo costante s, quindi stesso modo, si passa alla ricerca iterativa della pulsazione successiva, quindi r + 1. Raggiunto r_{max} , il quale coincide con il numero di punti in cui si discretizza il range di velocità, si passa al modo successivo s + 1. Il calcolo termina quando tutti i modi definiti da utente sono stati analizzati.

Nel file di output, quindi, saranno presenti per ogni quota ed ogni modo scelto i risultati in termini di pulsazione, smorzamento e k al variare della velocità. Saranno presenti inoltre i risultati dell'analisi modale.

Per ricercare le condizioni critiche di flutter e di divergenza basta plottare tali risultati lo smorzamento e le frequenze al variare di V. MSC.Nastran permette di fare ciò in automatico tramite il comando XYPLOT. Per ogni autovalore, inoltre, si può far calcolare al codice l'autovettore corrispondente aggiungendo un meno (-) alla velocità desiderata. In questo modo si può visualizzare all'interno di MSC.Patran la forma modale corrispondete. [15]

Capitolo 4

Typical High-Altitude Long Endurance

4.1 Caratteristiche Typical HALE

Per determinare delle caratteristiche che rispecchino in modo realistico l'ambiente aeroelastico di un tipico velivolo HALE, ci si è basati su lavori già presenti in letteratura. Come typical HALE, dunque, è stato scelto un velivolo di dimensioni medie, caratterizzato da 32m di apertura alare (Fig.4.1). Le caratteristiche globali sono riportati nella Tab.4.1.

Variabile	L[m]	Z[m]	$\alpha \ [Deg]$	$V \ [m/s]$	E	$W_{TOT} [Kg]$
Descrizione	Apertura Alare	Quota	Incidenza	Velocità	Efficienza	Peso Totale
Valore	32	20000	3	20	38	260

Tabella 4.1: Caratteristiche globali del typical HALE utilizzato per lo studio.



Figura 4.1: Schema semplificato di typical HALE.

Lo studio di flutter si concentrerà solamente sulla semiala destra, la quale verrà dunque trattata come una trave a sbalzo incastrata al *root* e libera al *tip*. Verranno quindi trascurati eventuali effetti di accoppiamento con i modi della coda, della fusoliera e con la dinamica del velivolo. Inoltre, non verranno introdotti gli effetti dei comandi di volo.

Le caratteristiche complete della semiala sono riportate nella Tab.4.2. Per quanto riguarda il profilo, valori tipici di spessore massimo sono nell'ordine dell' $11 - 12\%\overline{c}$. Non essendo questo uno studio puramente aerodinamico è possibile semplificare la trattazione ipotizzando di utilizzare un profilo simmetrico come il NACA 0012.

Variabile	Descrizione		
L[m]	Apertura Alare		
$\overline{c} [m]$	Corda	1.41	
$S[m^2]$	Superficie Alare Velivolo Completo	45.12	
$W_w \ [Kg]$	Peso Ala	43.2	
λ	Aspect Ratio	22.7	
$\Lambda \ [Deg]$	Angolo di Freccia	0	
TR	Taper Ratio	0	
a [m]	Distanza tra Asse Elastico e $\bar{c}/2$	0	
e[m]	Distanza tra Fuoco ed Asse Elastico	0.0115	
$x_{cg} \ [m]$	Distanza tra Centro di Massa ed Asse Elastico	0	
μ	Non Structural Mass	1.35	
$I_y [Kg m]$	Momento d'Inerzia Polare Rispetto all'Asse Elastico	0.224	
$EI_b [Nm^2]$	Rigidezza Flessionale in Bending	$5e^4$	
$EI_e \ [Nm^2]$	Rigidezza Flessionale in Edge		
$GJ \ [Nm^2]$	Rigidezza Torsionale		

Tabella 4.2: Caratteristiche della semiala sottoposta allo studio di flutter. I dati fanno riferimento all'ala completa.

4.2 Creazione Modello Aeroelastico con Flds

Riporto di seguito il modello numerico della semiala del typical HALE introdotto precedentemente, creato con MSC.Patran e Flds. Tale modello verrà utilizzato per tutti gli studi successivi.

Il sistema di riferimento utilizzato è lo stesso sia per modello strutturale che per quello aerodinamico. Esso è posizionato in corrispondenza del $\overline{c}/2$ alla radice alare, l'asse X ha verso coincidente con la velocità del flusso mentre Y ha direzione e verso dell'apertura alare. Di conseguenza Z è diretto verso l'alto (Fig.4.2, 4.3, 4.5).

4.2.1 Modello Strutturale

Per non dover definire nel dettaglio tutti i particolari della struttura alare, come longherone, centine, correnti e skin, la struttura è stata modellizzata come una trave a sbalzo con le caratteristiche elasto-dinamiche riportate nella Tab.4.2.

Il modello FEM utilizzato, dunque, è così composto:

- 30 elementi CBEAM;
- 10 elementi 0D di tipo *CONM2*, ovvero masse concentrate contenenti il momento di inerzia polare della struttura;
- 22 nodi aggiuntivi con il compito di fornire *punti di interpolazione aggiuntiva* tra mesh strutturale e mesh aerodinamica. Tali nodi sono stati vincolati alla struttura tramite collegamenti rigidi (*MPC*) di tipo *RBE2*;
- Sono stati eliminati tutti i 6 gradi di libertà (3 di traslazione e 3 di rotazione) del nodo al root.



Figura 4.2: Le immagini mostrano il modello FE creato per la struttura. A sinistra si è impostato su Patran un rendering 1D per le CBEAM, a destra un rendering 3D.

4.2.2 Modello Aerodinamico

Il modello aerodinamico è stato creato utilizzando 10x100 elementi DLM. In particolare la semiala è stata divisa in 10 mascrosupefici CAERO1, ognuna delle quali composta da 10x10 aero boxes (pannelli DLM).

Questo approccio permette una migliore interpolazione delle due mesh.



Figura 4.3: Le immagini mostrano la mesh aerodinamica utilizzata. A sinistra è riportato solo il macroelemento 1, a destra l'intera mesh.

4.2.3 Splining

L'interpolazione è stata effettuata utilizzando delle infinite beam spline. In particolare ogni macrosuperficie è stata legata ai corrispondenti nodi strutturali con una *SPLINE5*. Tramite un'apposita funzione di Flds è stato verificato che la mesh strutturale segua, in ogni modo di vibrare, quella strutturale.



Figura 4.4: L'immagine mostra la fase di splining tra il macroelemento 1 ed i nodi strutturali adiacenti.

Quello che si ottiene in sintesi è il modello aeroelastico riportano nella figura 4.5.



Figura 4.5: L'immagine mostra il modello aeroelastico finale.

4.3 Frequenze Libere e Modi di Vibrare

Prima di passare al calcolo del flutter riporto di seguito i modi di vibrare del modello analizzato e le relative frequenze libere. I risultati sono stati ottenuti tramite SOL103.

Modo	f [Hz]	Tipo
1	0.4198	1° Flessionale (Bending)
2	2.627	2° Flessionale (Bending)
3	4.128	1° Flessionale Fuori dal Piano (Edge)
4	7.108	1° Torsionale
5	7.347	3° Flessionale (Bending)
6	14.38	4° Flessionale (Bending)
7	24.17	2° Torsionale
8	23.73	5° Flessionale (Bending)
9	25.59	2° Flessionale Fuori dal Piano (Edge)
10	34.75	2° Torsionale

Tabella 4.3: Risultati dell'analisi modale sul typical HALE.



Figura 4.6: Forme modali della semiala destra del velivolo typical HALE, visualizzate tramite MSC.Patran.

4.4 Linear Flutter Speed

L'analisi qui riportata è stata effettuata utilizzando il SOL145, in particolare pk-method, sul modello descritto in precedenza.

Dalla spiegazione riportata nel capitolo precedente si capisce che il solutore effettua l'analisi di stabilità partendo dalla configurazione non sollecitata. Quello che si ottiene dunque è la cosiddetta *Linear Flutter Speed* (*LFS*).

Linear Flutter Speed					
$V_F \ [m/s]$	$f_{\rm F}$ [Hz]	$\mathbf{k_{cr}}$			
57.8	4.85	0.37			

Tabella 4.4: Risultati ottenuti tramite SOL145 (pk-method).

Come si può osservare dalla figura 7.3, il modo responsabile del flutter è il modo 4 (primo torsionale a velocità nulla), il quale va in coalescenza con il modo 3 (primo di edge). E' possibile osservare anche una divergenza della semiala molto prossima alla velocità di flutter lineare.

Quando si utilizzano tecniche numeriche di analisi è necessario saper interpretare opportunamente i risultati.

Si può osservare, infatti, che il *Modo 3* è a smorzamento nullo, almeno nel range di velocità riportato nella 7.3. Stando alla descrizione fatta nel capito precedente sul pk-method e suo utilizzo, si potrebbe giungere alla conclusione che il velivolo sia costantemente in flutter anche a velocità prossime allo zero, il che è ovviamente errato.

Analizzando meglio la questione si può intuire facilmente il motivo di tale risultato.

Il Modo 3, come riportato nel paragrafo precedente, è un modo puramente flessionale nel piano (a velocità nulla). Dalle 3.8 3.9 3.10 3.11 3.12 si evince che le caratteristiche aerodinamiche sono legate alla componente di normal wash del generico pannello, che in questo particolare caso è nulla. Fino a quando il modo di edge non si accoppia fortemente con quello torsionale (come vedremo più avanti), i contributi aerodinamici ed in particolare lo smorzamento aerodinamico saranno nulli (o comunque numericamente molto piccoli).



Figura 4.7: Andamento di smorzamento e frequenza al variare della velocità ottenuti tramite SOL145 (pk-method). Nell'immagine sotto viene riportato il dettaglio del modo responsabile del flutter.



Figura 4.8: L'immagine mostra l'animazione del modo 4, calcolata per la velocità di flutter. La visualizzazione dell'autovettore è effettuata tramite MSC.Patran.

Capitolo 5

Effetti della Deformazione Alare

Come già spiegato, il flutter, essendo un fenomeno dinamico, è profondamente influenzato dai modi di vibrare propri della struttura. Per questo motivo, studiare come le forme modali e le frequenze libere vengano influenzate dalla deformazione è il primo passo per comprendere come essa influenzi la velocità di instaurazione del flutter.

5.1 Effetti della Deformazione sulle Frequenze Libere e Modi di Vibrare

Si consideri una generica condizione di trim (stazionaria) alla quale corrisponde un certo fattore di carico, dunque una certa deformazione alare. Tale condizione porta all'introduzione di due macro-effetti nei modi di vibrare delle struttura stessa:

1) Accoppiamento Geometrico:

Ai generici termini di accoppiamento presenti nel sistema, si aggiunge l'accoppiamento geometrico derivante dalla non linearità della struttura.

Per una maggiore comprensione si consideri ad esempio la generica struttura alare non lineare (deformata) riportata in figura 5.1, incastrata al root e libera al tip.



Figura 5.1: Sistema di coordinate utilizzato per scrivere le equazioni di equilibrio ala deformata.

In accordo con i Doc.[6] [7] [8] [9], assumendo l'ala come una trave di Eulero-Bernoulli, introducendo un modello di spostamenti a *deformazioni moderate*, caso distribuzione di massa /rigidezza costante lungo l'apertura, piccoli angoli di torsione, piccole tensioni (teoria elastica lineare), presenza di accoppiamento meccanico (k_m) e trascurando i termini non lineari di ordine superiore al secondo, le equazioni di governo a meno delle condizioni al contorno diventano:

$$\begin{split} \mu \ddot{v} + c_2 \dot{v} + EI_3 v'''' + (EI_3 - EI_2) (w''\phi)'' + GJ_t (\phi'w'')' + \\ + k_m (\phi''\phi)' + k_m (\phi'\phi')' - k_m (w''w'')' = q_v \\ \mu \ddot{w} + c_3 \dot{w} + \mu e \ddot{\phi} + EI_2 w'''' - k_m \phi'''' + (EI_3 - EI_2) (v''\phi)'' + \\ - GJ_t (\phi'v'')' - k_m (v'''w')' = q_w \\ j_1 \ddot{\phi} + c_4 \dot{\phi} + \mu e \ddot{w} + -GJ_t \phi'' + k_m w'''' + (EI_3 - EI_2) v''w'' + \\ - GJ_t (v''w')' + k_m (v'''\phi) = q_\phi \end{split}$$

Come è possibile osservare vi è la presenza di alcuni termini non lineari, derivanti dalla deformazione, che accoppiano di fatto le equazioni. La deformazione alare, quindi, introduce un accoppiamento di tipo geometrico in modo analogo all'angolo di freccia (Λ).

2) Rigidezza Aggiuntiva Apparente:

Le deformazioni localizzate, conseguenti alla deflessione alare, comportano uno stato di tensione differente rispetto al caso indeformato. Tale tensione introduce una *rigidezza aggiuntiva apparente* nella struttura che ne modifica le frequenze naturali (Eq.3.7).

E' possibile, infatti, riscrivere la 3.5 nel nel seguente modo:

$$([K] + [K_d])_G \{u(t)\}_G + [M]_G \{\ddot{u}(t)\}_G = \{0\}$$
(5.1)

dove K_d è la matrice di rigidezza differenziale contenente i termini introdotti dal precarico. Da cui:

$$\omega_k = \sqrt{\frac{(\hat{k} + \hat{k}_d)_k}{\hat{m}_k}} \tag{5.2}$$

Di fatto, si tratta dello stesso principio delle corde musicali: al variare della tensione impressa alla corda, variano le frequenze, dunque, cambia il suono emesso.

5.1.1 Valutazione Effetti Deformazione con MSC.Natran

Per valutare numericamente gli effetti precedentemente indicati, è possibile effettuare una cosiddetta *analisi modale con precarico*. MSC.Nastran permette di seguire due approcci differenti:

• Analisi Lineare: si tratta di un approccio totalmente linearizzato, dunque, qualunque non linearità geometrica venga introdotta dal carico, i modi di vibrare della struttura deformata rimarranno *disaccoppiati* (se disaccoppiati nel caso struttura scarica). Le rigidezze differenziali, al contrario, vengono introdotte, ma relative ai modi disaccoppiati. Rimane un metodo accettabile nel caso di piccole perturbazioni.

MSC. Nastran permette di eseguire tale analisi in diversi modi, un metodo molto semplice è quello di impostare un'analisi modale (SOL=103) all'interno di un SUB-CASE e di richiamare i risultati di un'analisi statica lineare (SOL101), contenuta in un un altro SUBCASE, tramite il comando STATSUB.

• Analisi Non Lineare: in questo modo vengono catturati in modo preciso gli effetti della non linearità geometrica e della rigidezza differenziale (oltre alla non linearità del materiale, se introdotta, alla ripartizione delle forze durante la deformazione, ecc.).

Per eseguire generiche analisi non lineari in modo semplice, è possibile sfruttare l'ambiente *non lineare implicito* di MSC.Nastran, ovvero il SOL400. Tale solutore permette di impostare all'interno di ogni SUBCASE degli *STEP* di calcolo. Per ogni STEP va definito il generico calcolo (statico, dinamico, lineare, non lineare), dunque va scelto l'ordine di esecuzione. Gli STEP, a differenza dei SUBCASE, conservano i risultati ottenuti e li introducono in quelli successivi.

Per sfruttare tale approccio nell'analisi modale con precarico, dunque, basta definire come primo STEP un'*analisi statica non lineare* e come secondo STEP una generica analisi modale.

Nel nostro caso la scelta ricade obbligatoriamente sull'analisi non lineare.

Una precisazione: per valutare gli effetti del trim sui modi propri della struttura non è possibile utilizzare direttamente il SOL400 sostituendo l'analisi statica non lineare con l'analisi aeroelastica statica.

Sussistono infatti i seguenti motivi:

- 1) Problema Pratico: non è possibile inserire analisi aeroelastiche (quindi SOL144, SOL145 e SOL146) all'interno del SOL400;
- 2) Problema Concettuale: il SOL144 è lineare, dunque, anche all'interno dell'ambiente non lineare implicito si perderebbero gli effetti delle non linearità geometriche. A conferma di ciò, se si impostasse come primo STEP una SOL101 e come secondo STEP una SOL103, si otterrebbero gli stessi risultati (errati) dell'approccio lineare spiegato in precedenza.

- E' stata utilizzata quindi la seguente procedura:
- a) Analisi di Trim (SOL144): scelta una generica condizione di trim si effettua l'analisi aeroelastica statica con il SOL144;



Figura 5.2: Esempio di risposta aeroelastica statica ottenuta con MSC.Nastran. E' possibile osservare la deformazione assunta e relativa distribuzione di pressione.

- b) Estrapolazione Forze Aerodinamiche Agenti: è necessario salvare i carichi aerodinamici agenti sui nodi strutturali, relativi alla condizione di trim del *punto a*), in modo da poterli utilizzare in analisi successive.
 Un modo può essere quello di:
 - a) Esportare tali carichi in un file PUNCH (NOME_FILE.pch). Ciò è fattibile tramite LOAD EXPORT (in Flds) o introducendo il seguente comando nel .bdf:

 $TRIMF(LOADSET = ID \ loadset) = ALL$

I carichi così ottenuti contengono i contributi *aerodinamici* (della mesh rigida e flessibile) ed *esterni*.



Figura 5.3: Visualizzazione di carichi aerodinamici equivalenti sui nodi strutturali.

\$							
\$							
\$ TRIM	CASE: 1						
\$ ELAST	TIC (AERODYNA	MIC + APF	PLIED -	INERT.	IAL) LOAD	S	
\$							
FORCE	10106010	1	0	1.0	0.0	0.0	2.75219
FORCE	10106010	2	0	1.0	0.0	0.0	4.35354
FORCE	10106010	3	0	1.0	0.0	0.0	4.38402
FORCE	10106010	4	0	1.0	0.0	0.0	5.69252
FORCE	10106010	5	0	1.0	0.0	0.0	4.65688
FORCE	10106010	6	0	1.0	0.0	0.0	4.69429
FORCE	10106010	7	0	1.0	0.0	0.0	6.09386
FORCE	10106010	8	0	1.0	0.0	0.0	4.99197
FORCE	10106010	9	0	1.0	0.0	0.0	5.02808
FORCE	10106010	10	0	1.0	0.0	0.0	6.49784
FORCE	10106010	11	0	1.0	0.0	0.0	5.3029
FORCE	10106010	12	0	1.0	0.0	0.0	5.33453
FORCE	10106010	13	0	1.0	0.0	0.0	6.8535
FORCE	10106010	14	0	1.0	0.0	0.0	5.56377
FORCE	10106010	15	0	1.0	0.0	0.0	5.58889
FORCE	10106010	16	0	1.0	0.0	0.0	7.13211
FORCE	10106010	17	0	1.0	0.0	0.0	5.75429
FORCE	10106010	18	0	1.0	0.0	0.0	5.77071
FORCE	10106010	19	0	1.0	0.0	0.0	7.30407
FORCE	10106010	20	0	1.0	0.0	0.0	5.84807
FORCE	10106010	21	0	1.0	0.0	0.0	5.85245

Figura 5.4: Estratto del file .pch contenente i carichi aerodinamici equivalenti sui nodi strutturali.

b) Importare tale carichi come un LOADSET. Si può agire da Flds tramite IM-PORT o da .bdf:

$$LOAD = ID_loadset$$

 $INCLUDE = NOME_FILE.pch$

- c) Analisi Modale con Precarico (SOL400): si passa all'imbiente non lineare implicito, quindi SOL400 (richiamabile in MSC.Patran tramite: ANALYSIS TYPE-IMPLICIT NONLINEAR), e si definisce:
 - STEP 1: analisi statica non lineare (ANALYSIS=NLSTATIC) con il load set precedentemente creato;
 - STEP 2: analisi modale (ANALYSIS=MODES).

La deformata ottenuta a parità di carico dall'analisi non lineare, in genere, sarà diversa di quella del SOL144 che ricordo essere lineare. Nel nostro caso, però, la differenza in termini di deformazione è minima, dunque, tale approccio risulta accettabile.

5.1.2 Risultati

Come variabile di riferimento nell'analisi è stata utilizzata la deformazione alare (w/b), la quale viene individuata dalla seguente grandezza adimensionata:

$$w/b = \frac{2\overline{c}}{b} \tag{5.3}$$

dove w è la misura della deformazione al tip in direzione Z calcolata a $\overline{c}/2$, mentre b è la semicorda alare.

Tale approccio permette di svincolarsi dalla particolare condizione di trim in cui si effettua l'analisi e considerare solo gli effetti della deformazione.

Non essendo possibile definire direttamente la condizione di deformazione per la quale effettuare il calcolo in MSC.Nastran, è stata scelta una prima condizione di trim di tentativo, la quale ha prodotto una certa deformazione. E' stata dunque eseguita l'analisi per tale condizione con la procedura presentata. Successivamente, agendo su α e/o V, si è ripetuta l'analisi per valori w/b superiori.

Di seguito vengono riportati i risultati ottenuti.



Figura 5.5: Deformata assunta dalla mesh strutturale nel caso w/b = 0.17. Viene rappresentata la vista posteriore (sopra) e laterale (sotto).



Figura 5.6: Forze aerodinamiche risultanti applicate ai nodi strutturali nel caso w/b = 0.17. A sinistra caso struttura rigida e a destra i contributi aggiuntivi della flessibilità.



Figura 5.7: Deformata assunta dalla mesh aerodinamica nel caso w/b = 0.17. La colorazione mostra la distribuzione di pressione considerando la *struttura rigida* (sinistra) e solo i *contributi flessibili* (destra).

$\hline \qquad Analisi \ Modale \ con \ Precarico \ w/b{=}0.17$				
Modo	f [Hz]	Tipo		
1	0.4198	1° Flessionale (Bending)		
2	2.627	2° Flessionale (Bending)		
3	4.124	1° Flessionale Fuori dal Piano (Edge)		
4	7.113	1° Torsionale		
5	7.347	3° Flessionale (Bending)		
6	14.38	4° Flessionale (Bending)		
7	24.17	2° Torsionale		
8	23.73	5° Flessionale (Bending)		
9	25.59	2° Flessionale Fuori dal Piano (Edge)		
10	34.75	3° Torsionale		

Tabella 5.1: Risultati dell'analisi modale sul typical HALE nel caso di w/b = 0.17.



Figura 5.8: Forme modali della semiala del typical HALE nel caso w/b = 0.17.

• Risultati Trim 2 (w/b=0.73):



Figura 5.9: Deformata assunta dalla mesh strutturale nel caso w/b = 0.73. Viene rappresentata la vista posteriore (sopra) e laterale (sotto).



Figura 5.10: Forze aerodinamiche risultanti applicate ai nodi strutturali nel caso w/b = 0.73. A sinistra caso struttura rigida e a destra i contributi aggiuntivi della flessibilità.



Figura 5.11: Deformata assunta dalla mesh aerodinamica nel caso w/b = 0.73. La colorazione mostra la distribuzione di pressione considerando la *struttura rigida* (sinistra) e solo i *contributi flessibili* (destra).

Analisi Modale con Precarico $w/b=0.73$					
Modo	f [Hz]	Tipo			
1	0.42	1° Flessionale (Bending)			
2	2.627	2° Flessionale (Bending)			
3	4.052	1° Flessionale Fuori dal Piano (Edge)			
4	7.197	1° Torsionale			
5	7.345	3° Flessionale (Bending)			
6	14.38	4° Flessionale (Bending)			
7	21.26	2° Torsionale			
8	23.73	5° Flessionale (Bending)			
9	25.58	2° Flessionale Fuori dal Piano (Edge)			
10	34.83	3° Torsionale			

Tabella 5.2: Risultati dell'analisi modale sul typical HALE nel caso di w/b = 0.73.



Figura 5.12: Forme modali della semiala del typical HALE nel caso w/b = 0.73.

• Risultati Trim 3 (w/b=1.2):



Figura 5.13: Deformata assunta dalla mesh strutturale nel caso w/b = 1.2. Viene rappresentata la vista posteriore (sopra) e laterale (sotto).



Figura 5.14: Forze aerodinamiche risultanti applicate ai nodi strutturali nel caso w/b = 1.2. A sinistra caso struttura rigida e a destra i contributi aggiuntivi della flessibilità.



Figura 5.15: Deformata assunta dalla mesh aerodinamica nel caso w/b = 1.2. La colorazione mostra la distribuzione di pressione considerando la *struttura rigida* (sinistra) e solo i *contributi flessibili* (destra).

Analisi Modale con Precarico $w/b=1.2$					
Modo	f [Hz]	Tipo			
1	0.4205	1° Flessionale (Bending)			
2	2.627	2° Flessionale (Bending)			
3	3.932	1° Flessionale Fuori dal Piano (Edge)			
4	7.338	1° Torsionale - 3° Flessionale (Bending)			
5	7.345	3° Flessionale (Bending) - 1° Torsionale			
6	14.37	4° Flessionale (Bending)			
7	24.43	2° Torsionale			
8	23.72	5° Flessionale (Bending)			
9	25.56	2° Flessionale Fuori dal Piano (Edge)			
10	34.98	3° Torsionale			

Tabella 5.3: Risultati dell'analisi modale sul typical HALE nel caso di w/b = 1.2.



Figura 5.16: Forme modali della semiala del typical HALE nel caso w/b=1.2.

• Risultati Trim 4 (w/b=1.9):



Figura 5.17: Deformata assunta dalla mesh strutturale nel caso w/b = 1.9. Viene rappresentata la vista posteriore (sopra) e laterale (sotto).



Figura 5.18: Forze aerodinamiche risultanti applicate ai nodi strutturali nel caso w/b = 1.9. A sinistra caso struttura rigida e a destra i contributi aggiuntivi della flessibilità.



Figura 5.19: Deformata assunta dalla mesh aerodinamica nel caso w/b = 1.9. La colorazione mostra la distribuzione di pressione considerando la *struttura rigida* (sinistra) e solo i *contributi flessibili* (destra).

Analisi Modale con Precarico $w/b=1.9$					
Modo	f [Hz]	Tipo			
1	0.42.15	1° Flessionale (Bending)			
2	2.626	2° Flessionale (Bending)			
3	3.706	1° Flessionale Fuori dal Piano (Edge)			
4	7.334	3° Flessionale (Bending)			
5	7.616	1° Torsionale			
6	14.36	4° Flessionale (Bending)			
7	21.77	2° Torsionale			
8	23.71	5° Flessionale (Bending)			
9	25.54	2° Flessionale Fuori dal Piano (Edge)			
10	35.29	3° Torsionale			

Tabella 5.4: Risultati dell'analisi modale sul typical HALE nel caso di w/b = 1.9.



Figura 5.20: Forme modali della semiala del typical HALE nel caso w/b=1.9.

• Risultati Trim 5 (w/b=2.9):



Figura 5.21: Deformata assunta dalla mesh strutturale nel caso w/b = 2.9. Viene rappresentata la vista posteriore (sopra) e laterale (sotto).



Figura 5.22: Forze aerodinamiche risultanti applicate ai nodi strutturali nel caso w/b = 2.9. A sinistra caso struttura rigida e a destra i contributi aggiuntivi della flessibilità.



Figura 5.23: Deformata assunta dalla mesh aerodinamica nel caso w/b = 2.9. La colorazione mostra la distribuzione di pressione considerando la *struttura rigida* (sinistra) e solo i *contributi flessibili* (destra).

Analisi Modale con Precarico $w/b=2.9$					
Modo	f [Hz]	Tipo			
1	0.4237	1° Flessionale (Bending)			
2	2.623	2° Flessionale (Bending)			
3	3.348	1° Flessionale Fuori dal Piano (Edge)			
4	7.318	3° Flessionale (Bending)			
5	8.06	1° Torsionale			
6	14.34	4° Flessionale (Bending)			
7	22.35	2° Torsionale			
8	23.69	5° Flessionale (Bending)			
9	25.54	2° Flessionale Fuori dal Piano (Edge)			
10	35.35	3° Torsionale			

Tabella 5.5: Risultati dell'analisi modale sul typical HALE nel caso di w/b = 2.9.


Figura 5.24: Forme modali della semiala del typical HALE nel caso w/b = 2.9.

• Risultati Trim 6 (w/b=4.2):



Figura 5.25: Deformata assunta dalla mesh strutturale nel caso w/b = 4.2. Viene rappresentata la vista posteriore (sopra) e laterale (sotto).



Figura 5.26: Forze aerodinamiche risultanti applicate ai nodi strutturali nel caso w/b =4.2. A sinistra caso struttura rigida e a destra i contributi aggiuntivi della flessibilità.



Figura 5.27: Deformata assunta dalla mesh aerodinamica nel caso w/b = 4.2. La colorazione mostra la distribuzione di pressione considerando la *struttura rigida* (sinistra) e solo i *contributi flessibili* (destra).

A	Analisi Modale con Precarico $w/b=4.2$			
Modo	f [Hz]	Tipo		
1	0.4285	1° Flessionale (Bending)		
2	2.616	2° Flessionale (Bending)		
3	2.867	1° Flessionale Fuori dal Piano (Edge)		
4	7.284	3° Flessionale (Bending)		
5	8.673	1° Torsionale		
6	14.3	4° Flessionale (Bending)		
7	22.83	2° Torsionale		
8	23.64	5° Flessionale (Bending)		
9	26.53	2° Flessionale Fuori dal Piano (Edge)		
10	35.29	3° Torsionale		

Tabella 5.6: Risultati dell'analisi modale sul typical HALE nel caso di w/b = 4.2.



Figura 5.28: Forme modali della semiala del typical HALE nel caso w/b=4.2.

Nel caso di presenza di non linearità geometriche i modi sono in genere accoppiati, quindi, quando viene specificato il nome di un solo modo nella casella *tipo*, si intende intrinsecamente che è prevalentemente di quella forma (ad esempio il modo flesso-torsionale a prevalenza flessionale viene indicato semplicemente come flessionale, ecc.).

E' interessante quindi studiare come variano le frequenze all'aumentare della deformazione, suddivise per *forma modale prevalente*. Applicando tale analisi ai primi cinque modi si ottiene il grafico 5.29.



Figura 5.29: Variazione delle frequenze al variare della deformazione dei primi 5 modi di vibrare.

Come si può osservare, per bassi valori di w/b si ottengono risultati simili all'analisi modale standard, mentre, all'aumentare della deformazione i modi cambiano sia in frequenza che in forma. Va posta particolare attenzione nel *Modo 3*, il quale passa da *modo puramente flessionale nel piano* (edge) a *modo flesso-torsionale* (edge-torsion).

Le variazioni registrate nei modi di vibrare (e nelle frequenze libere), indotte dalla deformazione alare, influenzano profondamente la condizione di stabilità dell'ambiente aeroelastico, dunque, possono portare ad un anticipo del flutter.

5.2 Effetti della Deformazione sul Flutter

Come appena emerso: la deformazione alare modifica l'ambiente aeroelastico del velivolo, in particolare, può portare ad un anticipo del flutter rispetto al caso indeformato.

Sulla base di tale affermazione è possibile fare la seguente riflessione.

Ogni velivolo è caratterizzato da un proprio *diagramma di manovra* (Fig.5.30), il quale definisce sostanzialmente il *dominio di volo* del velivolo stesso.



Figura 5.30: Generico diagramma di manovra.

Come si può osservare dalla 5.30, sull'asse delle ascisse è riportata la velocità, mentre sull'asse delle ordinate vi è il *fattore di carico* (n):

$$n = \frac{L}{W} \tag{5.4}$$

Esiste un'evidente correlazione tra $n \in w/b$, la quale può essere espressa come:

$$w/b = Dn$$
 $D = f(\lambda, L, EI, ecc)$ (5.5)

dove D è un generico termine che definisce la *flessibilità della struttura*, dipende dunque da vari fattori: apertura alare, allungamento alare, rigidezza flessionale e via dicendo. Ciò significa che, più cresce D, più a parità di carico la deformazione alare conseguente sarà maggiore.

Tenendo conto di ciò, del possibile anticipo causato dalla deformazione e sapendo che la *normativa aeronautica* impone che il flutter aeroelastico non si instauri mai durante la vita operativa del velivolo stesso, bisogna verificare per ogni condizione di carico (presente nel diagramma di inviluppo):

$$V_F(n) \equiv V_F(w/b) > V_{NE} \tag{5.6}$$

L'analisi classica di flutter, come già osservato, ricerca la condizione critica considerando l'ala indeformata. Quella che si ottiene, dunque, è una LFS.

Tale condizione, però, è verificata solamente quando la portanza è tale da equilibrare solo il peso dell'ala $(L \equiv W_w)$, ciò si verifica nel range 0 < n < 1.

Utilizzare tecniche classiche di analisi nel caso di ala deformata, quindi, può portare ad una sovrastima della velocità critica, dunque, compromettere la sicurezza strutturale del velivolo.

Nel caso in cui la deformazione comunque non sia tale da ridurre la velocità di flutter in modo considerevole, tali tecniche rimangono comunque accettabili.

Nei velivoli HALE, però, ed in generale nei velivoli ad elevato allungamento, è necessario servirsi di tecniche più avanzate che permettano di introdurre gli effetti della deformazione, dunque del trim, nell'analisi di flutter. Quella che si ricerca, dunque, è una Non Linear Flutter Speed (NLFS).



Figura 5.31: Differenza tra LFS e NLFS all'aumentare della flessibilità strutturale.

Come si può osservare dalla 5.31, nel caso di velivoli ad elevato allungamento, dove con molta probabilità le deformazioni sono considerevoli, l'analisi non lineare di flutter diventa fondamentale. In questi casi, infatti, tale fenomeno può costituire il principale criterio dimensionante del diagramma di manovra. Valutarlo in modo preciso, quindi, diventa di primaria importanza.

Capitolo 6

Procedura Innovativa per Studiare la NLFS con MSC.Nastran

Come già introdotto, MSC.Nastran non permette di valutare gli effetti della deformazione assunta dall'ala sul flutter con il SOL145, dunque di ottenere una NLFS. Ne consegue la necessità di creare una procedura dedicata.

La ricerca della condizione di flutter (con il pk-method) corrisponde di fatto all'eseguire una particolare analisi modale. Quindi, per poter introdurre gli effetti della deformazione nel problema, si può procedere in modo concettualmente analogo alla valutazione degli effetti del trim sui modi di vibrare, ottenendo così un'*analisi modale di flutter con precarico*.

Sfortunatamente, come già osservato, non è possibile inserire solutori aeroelastici all'interno del SOL400, dunque, non è possibile sfruttare la procedura spiegata nel capitolo precedente introducendo il SOL145 come final-STEP al posto del SOL103.

Per poter studiare la NLFS con MSC.Nastran è necessario trovare un modo alternativo per introdurre MANUALMENTE gli effetti della deformazione nei modi di vibrare (accoppiamento geometrico e rigidezza differenziale apparente), dunque, applicare tale procedura COMPATIBILE con i solutori aerolastici all'analisi di flutter (SOL145).

Per poter estrapolare manualmente gli effetti della rigidezza aggiuntiva, come vedremo, sarà necessario servirsi del DMAP (Direct Matrix Abstraction Program), macro linguaggio usato per creare e/o modificare le soluzioni di MSC.Nastran.

Grazie ad esso, infatti, è possibile manipolare a proprio piacere le matrici interne al solutore, come quella di rigidezza e di massa.

6.1 Analisi Effetti della Deformazione nei Modi di Vibrare (Procedura Compatibile con SOL145)

La procedura consiste nell'inserire manualmente i due effetti analizzati in precedenza.

a) Introduzione Manulae Accoppiamento Geometrico:

Un modo semplice per introdurre i termini dell'accoppiamento geometrico nella generica analisi modale può essere quello di sostituire la struttura di partenza indeformata, con quella ottenuta a valle dell'analisi statica deformata (aeroelastica, lineare, non lineare, ecc.).

Tale passo è facilmente processabile nel seguente modo:

1) Si deve impostare il formato di output dell'analisi statica come .op2. Al solito si può procedere da pre-processing o direttamente da file di input. In quest'ultimo caso si deve introdurre in *BEGIN BULK* il comando:

PARAM, POST, 1

- 2) Si effettua l'analisi e si caricano i risultati in MSC.Patran;
- 3) Si crea un risultato di tipo vettoriale contenente le componenti XYZ di deformazione (Fig.6.1). Per fare ciò basta seguire i seguenti passi:
 - * RESULTS;
 - * CREATE-VECTOR-MARKER VECTOR;
 - * DISPLACEMENTS TRANSLATIONAL-COMPONENT-XX YY ZZ.



Figura 6.1: L'immagine mostra il risultato di tipo vettoriale. Su ogni nodo è possibile osservare la presenza di 3 vettori con direzione e verso identici a XYZ, su ognuno dei quali vi è il valore della deformazione.

- 4) Si deve creare una tabella contenente per ogni nodo le informazioni di spostamento nel caso deformato. Quindi:
 - * LOAD/BC-FIELDS;
 - * CREATE-SPATIAL-FEM;
 - * CONTINUOUS-VECTOR-SELECT GROUP.
- 5) Infine si devono traslare i nodi della struttura indeformata utilizzando il fields precedente:
 - * UTILITIES;
 - * FEM-NODES;
 - * NODE MODIFY BY FIELDS.



Figura 6.2: Sopra la il modello originale, sotto quello deformato ottenuto con la procedura spiegata.

b) Introduzione Manuale Rigidezza Aggiuntiva Apparente (Matrice KDIFF-TOT):

Per poter eseguire analisi modali con precarico, il software MSC.Nastran, a termine dell'analisi statica, salva in opportune matrici interne i coefficienti differenziali di rigidezza citati in precedenza e li richiama successivamente prima dell'analisi modale. Quello che si deve fare, quindi, è cercare dove tali coefficienti vengano salvati e esportarli in un file di testo. La posizione ed il processo di salvataggio dei coefficienti varia a seconda del metodo di analisi modale con precarico si utilizza (SOL400, SOL103 con SUBSTAT, ecc.). La procedura che segue, quindi, avrà validità solo nel caso di analisi statica non lineare all'interno del SOL400.

Questo passaggio necessita obbligatoriamente la conoscenza del linguaggio DMAP, riporto i dettagli.

Prima di tutto è stata impostata una generica analisi modale con precarico con il SOL400, esattamente come nel paragrafo precedente. All'interno del file di input è stato aggiunto il comando DIAG 8, in modo da far scrivere al codice tutte le matrici e tutti i passaggi che effettua durante il calcolo all'interno del file .f04. E' stata dunque avviata l'analisi.

L'analisi statica non lineare, a differenza di quella lineare, suddivide il calcolo in *step* (da non confondere con gli STEP spiegati in precedenza), per ognuno dei quali il codice ricalcola la ripartizione dei carichi ed introduce le varie non linearità (geometriche, del materiale, ecc.). Ogni singolo step necessita di un metodo di risoluzione iterativo.

I coefficienti aggiuntivi di interesse pratico, quindi, sono quelli dell'ultima iterazione di ogni step. Vanno dunque localizzati con attenzione.

Una volta trovate le coordinate corrette, bisogna creare delle linee di programmazione dedicate in linguaggio DMAP al fine di:

- Fornire al codice le coordinate delle matrici interne finali ottenute per ogni step;
- Sommare tali coefficienti tra di loro step by step in modo da ottenere la matrice di rigidezza differenziale di ogni step, la quale, in questo caso, viene definita come *KDIFFTOT*;
- Esportare la matrice così creata in un file punch: NOME_FILE.pch.

DMTC	KDIELTOT	•	~	1 0	7576
PMIG	KDIFFIUI	0	0	1 0	/5/8
DMIG*	KDIFFTOT			1 1	
*		1		1 8.487475481E+00	
DMIG*	KDIFFT0T			1 2	
*		1		1-2.474236370E-03	
*		1		2 1.412475959E+00	
DMIG*	KDIFFT0T			1 3	
*		1		1-1.739426184E-04	
*		1		2-7.493201739E+01	
*		1		3 7.074999542E+00	
DMIG*	KDIFFT0T			1 4	
*		1		1 8.910706156E-01	
*		1		2-1.178317052E-04	
*		1		3 1 230620221E_02	
Ť		1		5 1.2500292211-02	
*		1		4 2.855190092E-04	
DMIG*	KDIFFT0T			1 5	

Figura 6.3: L'immagine riporta un esempio di estratto del file .pch contenente i coefficienti della matrice KDIFFTOT.

La procedura, quindi, per la generazione del file *NOME_FILE.pch* contenente la KDIFFTOT, diventa:

1) Impostare un'analisi modale con precarico SOL400 :

- * STEP 1: analisi statica non lineare (ANALYSIS=NLSTATIC) avente come carico quello di interesse;
- * STEP 2: analisi modale (ANALYSISI=MODES).
- 2) Introdurre nel file input le seguenti linee di codice, all'interno dell'*Executive* Control Section:

COMPILE NONLIN NOLIST NOREF ALTER 'CALL. * KDIFFER. * KDGG1. * KDGGX' ADD5 KDGGX, KDGG1, , /KDIFFTOT\$ MATMOD KDIFFTOT, EQEXINS, , , /MATPOOLK, /16/1

- 3) Eseguire l'analisi;
- 4) Modificare il file punch ottenuto, il quale contiene la KDIFFTOT finale di ogni step. Quella di interesse è solo l'ultima, vanno dunque eliminate tutte le precedenti.

MSC.Nastran, come già introdotto, permette di modificare o sostituire le matrici dei propri modelli creati. Dunque, per sommare la matrice KDIFFTOT appena creata con la *matrice strutturale globale* (contenente rigidezza, smorzamento e massa del sistema) basta richiamare il file .pch creato:

K2GG = KDIFFTOT $INCLUDE = NOME_FILE.pch$

Bisogna però fare le seguenti osservazioni:

- Le linee di programmazione DMAP riportate potrebbero non funzionare in alcuni esempi;
- Nel caso siano presenti elementi MPC, essi vengono introdotti da MSC.Nastran di default come elementi Lagrangiani, vanno quindi necessariamente trasformati in elementi lineari:

RIGID = LINEAR

 All'interno del SOL400, la conversione delle CBAR in CBEAM (tramite la relativa opzione in MSC.Patran) produce elementi trave in linguaggio MSC.Marc. Per utilizzare la procedura descritta bisogna imporre al codice la conversione in CBEAM linguaggio MSC.Nastran, dunque, bisogna modificare la relativa funzione nel seguente modo:

 $MDLPRM BRTOBM -1 \Rightarrow MDLPRM BRTOBM 1$

 Le matrici di massa devono essere scritte in forma *lumped* (lo sono di default), dunque bisogna verificare che:

$$PARAM COUPMASS - 1$$

6.1.1 Validazione Procedura Compatibile

Per validare tale procedura viene di seguito riportata un'analisi modale con precarico così eseguita:

- Viene scelto un caso di esempio: w/b = 4.2;
- Si imposta un'analisi modale classica (SOL103);
- Si introducono nel bdf precedentemente creato gli effetti di accoppiamento geometrico (si sostituisce il modello base con quello deformato) e di rigidezza differenziale (viene introdotta la matrice KDIFFTOT ottenuta come spiegato);
- Si esegue l'analisi.

I risultati così ottenuti vengono confrontati con quelli del paragrafo precedente (metodo SOL400 standard). Come si può osservare dalla 6.1, si ottengono gli stessi risultati del metodo standard di analisi, segno del fatto che sono state considerate tutte le variabili del problema. Eventuali piccole differenze sono da imputare ad arrotondamenti vari introdotti durante la procedura manuale.

Analis	Analisi Modale con Precarico $w/b=4.2$				
Modo	Standard	Compatibile	Errore		
	f [Hz]	f [Hz]	[%]		
1	0.4285	0.4285	0		
2	2.616	2.619	0.12		
3	2.867	2.863	0.14		
4	7.284	7.284	0		
5	8.673	8.672	0.01		
6	14.3	14.3	0		
7	22.83	22.83	0		
8	23.64	23.64	0		
9	26.53	26.53	0		
10	35.29	35.29	0		

Tabella 6.1: Risultati dell'analisi modale sul typical HALE nel caso di w/b = 4.2 effettuato con il metodo standard e quello compatibile al SOL145 proposto.

6.1.2 Analisi dei singoli Contributi della Deformazione sui Modi di Vibrare

Durante l'applicazione pratica della procedura di analisi *compatibile*, è emerso che i termini di rigidezza aggiuntivi, contenuti nella matrice KDIFFTOT, sono molto piccoli. Per questo motivo, è stata eseguita una seconda analisi modale con precarico, nella quale sono stati introdotti solamente gli effetti di accoppiamento geometrico. In pratica, è stata eseguito il SOL103 direttamente sulla struttura deformata senza introdurre la KDIFFTOT. Riporto i risultati nella Tab.6.2.

	Analisi Ma	$pdale\ con\ Precarico\ w/b{=}4.2$?
Modo	Standard	Compatibile (Acc.Geom.)	Errore
	f [Hz]	f [Hz]	[%]
1	0.4285	0.4203	1.9
2	2.616	2.613	0.11
3	2.867	2.838	1.0
4	7.284	7.278	0.082
5	8.673	8.673	0.0
6	14.3	14.29	0.07
7	22.83	22.81	0.088
8	23.64	23.63	0.042
9	26.53	26.55	0.075
10	35.39	35.28	0.31

Tabella 6.2: Risultati dell'analisi modale sul typical HALE nel caso di w/b = 4.2 effettuato con il metodo standard e quello compatibile. In quest'ultimo è stato considerato solamento l'effetto di accoppiamento geometrico della deformazione.

Osservando i risultati ottenuti nella 6.2, si evince facilmente che gli effetti dell'accoppiamento geometrico sono predominanti sulla KDIFFTOT. Ne consegue che:

Per studiare l'effetto della deformazione della struttura sui modi di vibrare e/o sul flutter, è possibile, IN QUESTO PARTICOLARE CASO, trascurare gli effetti della rigidezza aggiuntiva apparente.

Ciò, di fatto, permette di semplificare enormemente la trattazione in quanto non è più necessario servirsi del SOL400. In un ottica più generale, però, va sempre verificato l'entità di tale contributo soprattutto nel caso di grandi deformazioni e plasticità del materiale. In questi casi ,infatti, l'analisi non lineare risulta *fondamentale*.

6.2 Procedura Completa (SOL145 Mod.)

Riporto di seguito la procedura completa per introdurre gli effetti della deformazione, relativa alla risposta aeroelastica statica, all'interno dell'analisi di flutter con MSC.Nastran. Tale procedura è composta per la maggior parte da passi già spiegati in precedenza, i quali, però, vengono riproposti in forma integrale per facilità di comprensione.



Figura 6.4: L'immagine mostra lo schema della procedura SOL145 Mod.

1) Analisi di Trim (SOL144):

Scelta una generica condizione di trim si effettua l'analisi aeroelastica statica con il SOL144.



Figura 6.5: Risposta aeroelastica statica ottenuta con MSC.Nastran caso w/b = 4.2.

2) Estrapolazione Forze Aerodinamiche Agenti:

a) Esportare tali carichi in un file PUNCH (NOME_FILE.pch). Ciò è fattibile tramite LOAD EXPORT (in Flds) o introducendo il seguente comando nel .bdf:

$$TRIMF(LOADSET = ID \ loadset) = ALL$$

I carichi così ottenuti contengono i contributi *aerodinamici* (della mesh rigida e flessibile) ed *esterni*.



Figura 6.6: Visualizzazione di carichi aerodinamici equivalenti sui nodi strutturali, caso w/b = 4.2.

\$									
\$									
\$	TRIM	CASE: 1							
\$	ELAST:	IC (AEROD	DYNAMIC +	APPLIED	– INER	RTIAL) LOA	DS		
\$									
F	DRCE	10106010	01	0	1.0	0.0	0.0	2.75219	
F	ORCE	10106010) 2	0	1.0	0.0	0.0	4.35354	
F	DRCE	10106010	3 3	0	1.0	0.0	0.0	4.38402	
F	DRCE	10106010	3 4	0	1.0	0.0	0.0	5.69252	
F	ORCE	10106010) 5	0	1.0	0.0	0.0	4.65688	
F	DRCE	10106010) 6	0	1.0	0.0	0.0	4.69429	
F	ORCE	10106010	37	0	1.0	0.0	0.0	6.09386	
F	ORCE	10106010	8 0	0	1.0	0.0	0.0	4.99197	
F	DRCE	10106010) 9	0	1.0	0.0	0.0	5.02808	
F	ORCE	10106010	0 10	0	1.0	0.0	0.0	6.49784	
F	DRCE	10106010) 11	0	1.0	0.0	0.0	5.3029	
F	ORCE	10106010) 12	0	1.0	0.0	0.0	5.33453	
F	ORCE	10106010	3 13	0	1.0	0.0	0.0	6.8535	
F	DRCE	10106010	0 14	0	1.0	0.0	0.0	5.56377	
F	ORCE	10106010	3 15	0	1.0	0.0	0.0	5.58889	
F	DRCE	10106010	16	0	1.0	0.0	0.0	7.13211	
F	ORCE	10106010) 17	0	1.0	0.0	0.0	5.75429	
F	ORCE	10106010	18	0	1.0	0.0	0.0	5.77071	
F	DRCE	10106010) 19	0	1.0	0.0	0.0	7.30407	
F	ORCE	10106010	0 20	0	1.0	0.0	0.0	5.84807	
F	DRCE	10106010	21	0	1.0	0.0	0.0	5.85245	

Figura 6.7: Estratto del file .pch contenente i carichi aerodinamici equivalenti sui nodi strutturali, caso w/b = 4.2.

b) Importare tale carichi come un LOADSET. Si può agire da Flds tramite IM-PORT o da .bdf:

$$LOAD = ID_loadset$$

 $INCLUDE = NOME_FILE.pch$

3) Creazione Matrice KDIFFTOT (SOL400):

Si passa all'ambiente di lavoro non lineare implicito SOL400 (da MSC.Patran: *ANALYSIS TYPE-IMPLICIT NONLINEAR*). Dunque:

- a) Si imposta un'analisi modale con precarico nel segunete modo:
 - * *STEP 1:* analisi statica non lineare (*ANALYSIS=NLSTATIC*) con il load set precedentemente creato;
 - * STEP 2: analisi modale (ANALYSIS=MODES).
- b) Si introducono all'interno del file .bdf precedentemente creato le seguenti linee di programmazione DMAP :

COMPILE NONLIN NOLIST NOREF ALTER 'CALL. * KDIFFER. * KDGG1. * KDGGX' ADD5 KDGGX, KDGG1, , /KDIFFTOT\$ MATMOD KDIFFTOT, EQEXINS, , , , /MATPOOLK, /16/1

c) Si deve impostare il formato di output come .op2. Al solito si può procedere da pre-processing o direttamente da file di input. In quest'ultimo caso si deve introdurre il comando:

PARAM, POST, 1

In realtà nel SOL400 esso rappresenta il formato di output di default.

d) Si esegue l'analisi, nella directory apparirà il file NOME_FILE.pch contenente la matrice KDIFFTOT.

DMIG	KDIFFT0T	0	6	1 0	7578
DMIG*	KDIFFTOT			1 1	
*		1		1 8.487475481E+00	
DMIG*	KDIFFT0T			1 2	
*		1		1-2,474236370E-03	
*		1		2 1.412475959E+00	
DMIG*	KDIFFT0T			1 3	
*		1		1-1.739426184E-04	
*		1		2-7.493201739E+01	
*		1		3 7.074999542E+00	
DMIG*	KDIFFT0T			1 4	
*		1		1 8.910706156E-01	
*		1		2-1.178317052E-04	
*		1		3 1.230629221E-02	
*		1		4 2.855190092E-04	
DMIG*	KDIFFT0T			1 5	

Figura 6.8: L'immagine riporta un esempio di estratto del file .pch contenente i coefficienti della matrice KDIFFTOT caso w/b = 4.2.

4) Creazione Modello Aeroelastico Deformato:

- a) Si deve sostituire il modello strutturale iniziale con quello deformato (ottenuto per coerenza a valle dell'analisi statica non lineare):
 - a1) Si carica il file di output .op2 derivante dall'analisi modale con precarico (punto 3)) in MSC.Patran;
 - a2) Si crea un risultato di tipo *vettoriale* contenente le *componenti XYZ di deformazione* (Fig.6.1). Per fare ciò basta seguire i seguenti passi:
 - $\cdot RESULTS;$
 - · CREATE-VECTOR-MARKER VECTOR;
 - · DISPLACEMENTS TRANSLATIONAL-COMPONENT-XX YY ZZ.



Figura 6.9: L'immagine mostra il risultato di tipo vettoriale che rappresenta lo spostamento di ogni nodo caso w/b = 4.2.

- a3) Si deve creare una tabella contenente per ogni nodo le informazioni di spostamento nel caso deformato. Quindi:
 - \cdot LOAD/BC-FIELDS;
 - \cdot CREATE-SPATIAL-FEM;
 - · CONTINUOUS-VECTOR-SELECT GROUP.
- a4) Infine si devono traslare i nodi della struttura indeformata utilizzando il fields precedente:
 - \cdot UTILITIES;
 - FEM-NODES;
 - · NODE MODIFY BY FIELDS.



Figura 6.10: A sinistra la il modello originale, a destra quello deformato ottenuto con la procedura spiegata caso w/b = 4.2.

b) Ricreare la mesh aerodinamica su quella strutturale deformata. Rieffettuare se necessario lo splining.



Figura 6.11: A sinistra il modello aeroelastico senza la ricostruzione della mesh aerodinamica, a destra il modello aeroelastico completamente ricostruito, caso w/b =4.2.

5) Analisi di Flutter Non Lineare (SOL145 Mod.):

- a) Partendo dal modello aeroelastico deformato si imposta un'analisi di flutter con il SOL145 (utilizzando il pk-method);
- b) Si introduce nell'analisi l'effetto della rigidezza aggiuntiva apparente. Va dunque richiamata la KDIFFTOT creata nel punto 3):

$$K2GG = KDIFFTOT$$

 $INCLUDE = NOME_FILE.pch$

c)Si esegue l'analisi e si ricerca la condizione critica. Quello che si ottiene è una NLFS.

6.2.1 Applicazione Procedura Completa

Applicando la procedura appena spiegata al caso w/b = 4.2 si ottengono i risultati riportati nella 6.3 e 6.12.

Come si può osservare, nel caso di elevate deformazioni il SOL145 non è più sufficiente per garantire la sicurezza aeroelastica della struttura. La velocità di flutter che si ottiene, infatti, è circa la metà di quella lineare.

In questo caso, come riportato dalla 6.3 e 6.12, il *Modo 3* si rende responsabile del flutter, dunque, tende ad andare in risonanza con i carichi aerodinamici prima del *Modo4*. Al contrario, come emerso dall'analisi di flutter lineare, nel caso di ala indeformata esso non da nessun contributo.

Ne consegue che: tra i numerosi effetti introdotti dalla deformazione alare quello che ha maggiore impatto sulla stabilità del sistema è l'accoppiamento tra il modo di edge con quello torsionale.

Tipo di Analisi	\mathbf{w}/\mathbf{b}	V_{cr} [m/s]	f_{cr} [Hz]	$\mathbf{k_{cr}}$
LFS $(SOL145)$	—	57.8	4.85	0.37
NLFS (SOL145 Mod.)	4.2	31	2.78	0.40

Tabella 6.3: Risultati ottenuti tramite SOL145 (LFS) e SOL145 Mod. (NLFS) per il caso w/b = 4.2.



Figura 6.12: L'immagine riporta l'andamento dello smorzamento e delle frequenze rispetto alla velocità nel caso w/b = 4.2. E' possibile notare la differenza tra il SOL145 base (LFS) e SOL145 Mod. (NLFS). L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter.

6.3 Procedura Semplificata (SOL145 Mod.Sempl.)

In precedenza è stato osservato che in questo particolare caso di studio gli effetti della KDIFFTOT sono trascurabili. Per questo motivo, sono stati studiati gli effetti della deformazione alare sui modi di vibrare introducendo solamente la non linearità geometrica, ottenendo un'ottima correlazione con l'analisi più precisa.

Lo stesso principio può essere dunque utilizzato nello studio della NLFS, semplificando notevolmente la precedente procedura. Bisogna fare, però, alcune rigorose osservazioni.

Mentre la procedura precedente ha validità globale, quella che verrà proposta ora non è matematicamente consistente. Infatti, una struttura non lineare ed un'altra resa tale dalla deformazione, non sono la stessa cosa. Va verificato quindi, come in questo caso, che effettivamente i termini di rigidezza differenziale non diano contributi apprezzabili. Inoltre, tale procedura non è utilizzabile nei seguenti casi:

- Non linearità del materiale;
- Campo delle cosiddette grandi deformazioni;
- Altre non linearità (esempio buckling).

Ciò detto, riporto di seguito i dettagli della procedura semplificata.



Figura 6.13: L'immagine mostra lo schema della procedura SOL145 Mod.Sempl.

1) Analisi di Trim (SOL144):

Scelta una generica condizione di trim si effettua l'analisi aeroelastica statica con il SOL144.





2) Creazione Modello Aeroelastico Deformato:

- a) Si deve sostituire il modello strutturale iniziale con quello deformato (ottenuto per coerenza a valle dell'analisi statica non lineare):
 - a1) Si carica il file di output derivante dall'analisi aeroelastica statica (punto 1)) in MSC.Patran;
 - a2) Si crea un risultato di tipo *vettoriale* contenente le *componenti XYZ di deformazione* (Fig.6.1). Per fare ciò basta seguire i seguenti passi:
 - $\cdot RESULTS;$
 - · CREATE-VECTOR-MARKER VECTOR;
 - · DISPLACEMENTS TRANSLATIONAL-COMPONENT-XX YY ZZ.



Figura 6.15: L'immagine mostra il risultato di tipo vettoriale che rappresenta lo spostamento di ogni nodo caso w/b = 4.2.

a3) Si deve creare una tabella contenente per ogni nodo le informazioni di spostamento nel caso deformato. Quindi:

- \cdot LOAD/BC-FIELDS;
- \cdot CREATE-SPATIAL-FEM;
- · CONTINUOUS-VECTOR-SELECT GROUP.
- a4) Infine si devono traslare i nodi della struttura indeformata utilizzando il fields precedente:
 - \cdot UTILITIES;
 - \cdot FEM-NODES;
 - · NODE MODIFY BY FIELDS.



Figura 6.16: A sinistra la il modello originale, a destra quello deformato ottenuto con la procedura spiegata caso w/b = 4.2.

b) Ricreare la mesh aerodinamica su quella strutturale deformata. Rieffettuare se necessario lo splining.



Figura 6.17: A sinistra il modello aeroelastico senza la ricostruzione della mesh aerodinamica, a destra il modello aeroelastico completamente ricostruito, caso w/b = 4.2.

3) Analisi di Flutter Non Lineare (SOL145 Mod.Sempl.):

- a) Partendo dal modello aeroelastico deformato si imposta un'analisi di flutter con il SOL145 (utilizzando il pk-method);
- b) Si esegue l'analisi e si ricerca la condizione critica. Quello che si ottiene è una NLFS.

6.3.1 Applicazione Procedura Semplificata

Applicando la procedura appena spiegata al caso w/b=4.2si ottengo i risultati riportati nella Tab.6.4.

Come si può osservare, la procedura semplificata permette, in questo caso, di ottenere gli stessi risultati della procedura completa, con un notevole risparmio in termini di tempo operazionale.

Per questo motivo, tutti gli studi riportati successivamente sono stati eseguiti con il metodo semplificato.

Tipo di Analisi	\mathbf{w}/\mathbf{b}	V_{cr} [m/s]	f_{cr} [Hz]	$\mathbf{k_{cr}}$
LFS $(SOL145)$	—	57.8	4.85	0.37
NLFS (SOL145 Mod.)	4.2	31	2.78	0.40
NLFS (SOL145 Mod.Sempl.)	4.2	31	2.76	0.39

Tabella 6.4: Risultati ottenuti tramite SOL145 (LFS) e SOL145 Mod. (NLFS) per il caso w/b = 4.2.



Figura 6.18: L'immagine riporta l'andamento dello smorzamento e delle frequenze rispetto alla velocità nel caso w/b = 4.2. E' possibile notare la differenza tra il SOL145 base (LFS) e SOL145 Mod.Sempl. (NLFS). L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter.

Capitolo 7

Validazione Procedura Innovativa

Al fine di validare le procedure presentate, esse verranno applicate a modelli già studiati in letteratura, dunque, verranno confrontati i risultati ottenuti.

Tra i vari lavori presenti ne sono stati scelti alcuni che fanno riferimento ad un modello scalato del typical HALE introdotto precedentemente. In questo modo, oltre a validare le procedure presentate, verrà confermata la coerenza delle proprietà scelte per il velivolo a grandezza naturale.

Come riportato nei Doc. [9] [10] [11] [12] [13], per ottenere delle caratteristiche del modello scalato coerenti con la fisica del problema ci si è serviti di opportune *leggi di scala aeroelastica* valide nel caso di flutter non lineare, dunque, riducibili anche al caso lineare.

7.1 Leggi di Scala Aeroelastica e Caratteristiche Modello Scalato del Typical HALE

In generale, per poter operare in similitudine (fisica e gemetrica) bisogna dapprima determinare il numero di parametri adimensionali che descrivano il fenomeno, in questo caso, il flutter di una semiala deformata. Si introduce dunque il *Teorema di Buckingam: il* numero dei prodotti indipendenti (r) è uguale al numero delle grandezze fisiche (n) meno il numero delle grandezze fisiche fondamentali (q). Al numero di prodotti indipendenti andrà poi sottratto il numero di relazioni matematiche che descrivono il fenomeno (m).

Applicando tale teorema nel caso di semiala deformata con massa al tip ed accoppiamento meccanico, si ottiene:

$$r = n - q - m = 25 - 3 - 6 - 4 = 12 \tag{7.1}$$

Per studiare in similitudine tale modello aeroelastico, dunque, sono necessarie 12 variabili indipendenti. In accordo con il Doc. [9], sono stati scelti i parametri riportati nella 7.1.

Parametro	Descrizione
$\alpha_{Root} \mid w/b$	Angolo di Incidenza al Root Deformazione Adimensionata
$k = \frac{\omega \overline{c}}{2V} = \frac{\omega b}{V}$	Frequenza Ridotta
$\lambda = \frac{L}{\overline{c}}$	Aspect Ratio
$\overline{\mu} = rac{\mu}{\pi ho b^2}$	Non Structural Mass Adimensionata
$\mu_M = \frac{m_{Tip}}{\mu 2L}$	Massa al Tip Adimensionata
$I_M = \frac{I_\phi}{\mu r^2 2L}$	Momento d'Inerzia della Massa al Tip Ad.
$\Gamma = \frac{EI_e}{EI_b}$	Accoppiamento Geometrico Ad. Modo di Bending-Edge
$\overline{K} = \frac{k_m}{GJ}$	Accoppiamento Meccanico Ad.
$\Theta = \frac{EI_b}{GJ}$	Accoppiamento Flesso-Torsionale Ad.
$\overline{X}_{\alpha} = \frac{e}{b}$	Distanza Ad. tra Fuoco ed Asse Elastico
$\overline{r_{\alpha}} = \frac{r_{\alpha}}{b} \mid \overline{I_y} = \frac{I_y}{b}$	Raggio d'Inerzia Ad. Inerzia Polare Ad.
$\overline{a} = \frac{a}{b}$	Distanza tra Asse Elastico e $\overline{c}/2$ Ad.

Tabella 7.1: Parametri adimensionali utilizzati per lavorare in similitudine.

Nel presente modello, non essendoci ne massa al Tip ne accoppiamento meccanico, tali parametri si riducono a 9 (Tab.7.2).

Nel caso poi di *ala indeformata*, quindi di flutter lineare, essi si ridicono ulteriormente passando da 9 a 7, a causa della perdita di $w/b \in \Gamma$. Quest'ultimo rappresenta il termine di accoppiamento geometrico, introdotto dalla non linearità, che modifica il *Modo 3* portando, dunque, all'anticipo del flutter.

In generale, è sempre possibile riscrivere un qualsiasi parametro funzione degli altri r-1. La frequenza ridotta, dunque, può essere così calcolata:

$$k_{LFS} = f \begin{pmatrix} \lambda & \Theta & \overline{\mu} & \overline{I_y} & \overline{X_\alpha} & \overline{a} \end{pmatrix}$$
(7.2)

$$k_{NLFS} = f \begin{pmatrix} w/b & \lambda & \Theta & \overline{\mu} & \Gamma & \overline{I_y} & \overline{X_\alpha} & \overline{a} \end{pmatrix}$$
(7.3)

Partendo dalle caratteristiche del Typical HALE in parametri adimensionali, riportate nella tabella 7.2, è stato ricreato un modello per analisi sperimentali, quindi operante a Z = 0m, con un rapporto di scala geometricca di $L_m/L \approx 1/30$. Applicando dunque le leggi di scala aeroelastica riportate in precedenza si ottengono le caratteristiche riportate nella 7.3.

Θ	$\overline{\mu}$	Γ	$\overline{I_y}$	λ	$\overline{X_{\alpha}}$	\overline{a}	k	w/b
0.98	10.8	96.8	0.318	22.7	0.5	0	_	_

Tabella 7.2: Caratteristiche TypicalHALE in parametri adimensionali.

Variabile	Descrizione	Valore
L[m]	Apertura Alare	1.044
$\overline{c}[m]$	Corda	0.046
$S[m^2]$	Superficie Alare Velivolo Completo	0.0480
$W_w [Kg]$	Peso Ala	0.023
λ	Aspect Ratio	22.7
Λ [Deg]	Angolo di Freccia	0
TR	Taper Ratio	0
a [m]	Distanza tra Asse Elastico e $\overline{c}/2$	0
e[m]	Distanza tra Fuoco ed Asse Elastico	0.0115
$x_{cg} \ [m]$	Distanza tra Centro di Massa ed Asse Elastico	0
μ	Non Structural Mass	0.022
$I_y [Kg m]$	Momento d'Inerzia Polare Rispetto all'Asse Elastico	6.20e - 6
$EI_b [Nm^2]$	Rigidezza Flessionale in Bending	0.31
$EI_e \ [Nm^2]$	Rigidezza Flessionale in Edge	30
$GJ \ [Nm^2]$	Rigidezza Torsionale	0.315

Tabella 7.3: Caratteristiche del modello in scala di semiala sottoposta allo studio di flutter. I dati fanno riferimento all'ala completa.

Il modello aeroelastico è stato creato in modo analogo a quello del velivolo full scale per quanto riguarda numero e tipo di elementi (Fig.7.1).



Figura 7.1: L'immagine mostra il modello strutturale ad elementi finiti (sinistra) ed il modello aerodinamico a superfici portanti (destra).



Figura 7.2: Modello aeroelastico completo semiala scalata Typical HALE.

7.1.1 Validazione Leggi di Scala

Vengono riportate di seguito due analisi di flutter, una lineare ed una non lineare, eseguite sul modello scalato e confrontate con quello reale. Come si può osservare dalle tabelle 7.4 e 7.5, i risultati che si ottengono in termini di k_{cr} sono gli stessi (o comunque molto simili), segno del fatto che i parametri di scala utilizzati descrivono completamente l'ambiente aeroelastico non lineare.

Linear Flutter Speed						
Modello	V_{cr} [m/s]	f_{cr} [Hz]	$\mathbf{k_{cr}}$			
Typical HALE	57.8	4.85	0.37			
Scaled Typical HALE	31.3	79.5	0.37			

Tabella 7.4: Risultati ottenuti tramite SOL145 sul modello scalato e velivolo reale.

Non Linear Flutter Speed				
Modello	\mathbf{w}/\mathbf{b}	V_{cr} [m/s]	f_{cr} [Hz]	$\mathbf{k_{cr}}$
Typical HALE	4.2	31.0	2.76	0.39
Scaled Typical HALE	4.2	18.7	48.6	0.38

Tabella 7.5: Risultati ottenuti tramite SOL145 Mod.Sempl. sul modello scalato e velivolo reale.



Figura 7.3: Andamento di frequenza e smorzamento rispetto alla velocità dei primi 5 modi della semiala in scala reale, caso LFS. L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter.



Figura 7.4: Andamento di frequenza e smorzamento rispetto alla velocità dei primi 5 modi della semiala scalata, caso LFS. L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter.



Figura 7.5: Aandamento delle frequenze e dello smorzamento al variare della velocità dei primi 5 modi della semiala scalata nel caso w/b = 4.2. L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter.



Figura 7.6: Andamento delle frequenze e dello smorzamento al variare della velocità dei primi 5 modi della semiala in scala reale nel caso w/b = 4.2. L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter.

7.2 Procedura per Approccio Sperimentale

La variabile di riferimento scelta nel presente lavoro di validazione è α . L'approccio, infatti, è quello dell'analisi in galleria del vento: si seleziona un'incidenza di prova e la si mantiene fissa, dunque, si varia la velocità fino al raggiungimento del flutter.

Per poter risolvere un problema impostato in questo modo, però, la procedura presentata precedentemente (completa o semplificata) va applicata iterativamente. Se si mantiene fissa l'incidenza, infatti, all'aumentare della velocità aumenta la deformazione, dunque, diminuisce la velocità di instaurazione del flutter. Scelta l'incidenza, quindi, va definita una velocità di tentativo (V_{t1}) per la quale si effettuata l'analisi di flutter non lineare (V_{F1}). A questo punto si deve confrontare la velocità che si ottiene con quella di tentativo:

- Se $V_{t1} > V_{F1}$, il risultato che si ottiene è privo di senso perchè in quella condizione di analisi l'ala è già in flutter. Va scelta dunque una seconda velocità di tentativo (V_{t2}) inferiore alla precedente;
- Se $V_{t1} < V_{F1}$, non si è ancora raggiunta la velocità critica. Va scelta dunque una seconda velocità di tentativo (V_{t2}) maggiore della precedente.

Il calcolo si deve fermare quando la velocità di flutter che si ottiene è la stessa che si utilizzata per l'analisi di trim $(V_t \equiv V_F)$ (Fig.7.7).



Figura 7.7: L'immagine mostra il diagramma di flusso della procedura iterativa per analizzare il flutter funzione dell'incidenza.
7.3 Risultati e Confronto

7.3.1 Confronto con Modello Teorico Avanzato

In accordo con il Doc.[10], per l'analisi è stato utilizzato un modello trave di ordine superiore risolto in modo approssimato tramite Galerkin. I carichi di volo sono stati espressi tramite la Formulazione di Wagner, nella quale è stato introdotto anche un modello di stallo dinamico.

Tale lavoro aveva lo scopo di studiare il *ciclo limite* (LCO) della semiala in *post-flutter*, motivo dell'elevata complessità del modello teorico utilizzato.

Tipo	α [Deg.]	V_{cr} [m/s]	f_{cr} [Hz]	$\mathbf{k_{cr}}$		
Analisi Teorica Avanzata [10]						
LFS	0	33.8	73.6	0.32		
NLFS	1.1	22	—	_		
NLFS	1.3	21.5	_	—		
Analisi MSC.Nastran SOL145 Mod.Sempl.						
LFS	0	31.3	79.5	0.37		
NLFS	1.1	22.3	59.4	0.39		
NLFS	1.3	21.5	58.1	0.39		

Tabella 7.6: Risultati ottenuti tramite SOL145 (pk-method) sul modello scalato e velivolo reale.



Figura 7.8: L'immagine mostra l'ampiezza dell'oscillazione w misurata al tip al variare della velocità. In particolare sono presenti 2 casi non lineari ($\alpha = 1.1^{\circ} e \alpha = 1.3^{\circ}$) ed il risultato lineare [10].



Figura 7.9: L'immagine mostra l'interpolazione della velocità di trim di tentativo (V_t) con la relativa velocità di flutter ottenuta (V_F) nel caso $\alpha = 1.1^{\circ}$ (sopra) e $\alpha = 1.3^{\circ}$ (sotto).



Figura 7.10: L'immagine mostra l'andamento di frequenza e smorzamento al variare della velocità dei primi 5 modi nella condizione di trim: $\alpha = 1.1^{\circ}$ e $V_t = 22.3m/s$. L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter. Come si può osservare la velocità di flutter che si ottiene è circa quella di trim impostata.



Figura 7.11: L'immagine mostra l'andamento di frequenza e smorzamento al variare della velocità dei primi 5 modi nella condizione di trim: $\alpha = 1.3^{\circ}$ e $V_t = 21.6m/s$. L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter. Come si può osservare la velocità di flutter che si ottiene è circa quella di trim impostata.

7.3.2 Confronto con Analisi Sperimentale

In accordo con il Doc.[9], è stata eseguita un'analisi di flutter in galleria del vento servendosi un modello di semiala aventi proprietà simili a quelle riportate nella 7.3. Tale modello è stato realizzato nel seguente modo:

- Longherone portante in legno;
- Superficie aerodinamica in ABS suddivisa in moduli per annullare il contributo strutturale.



Figura 7.12: Modello scalato di semiala per analisi sperimentale. A sinistra è riportato il modello, a destra lo stesso montato in galleria del vento prima della prova.

Il modello è stato montato in verticale per annullare gli effetti del peso sulla deformazione assunta (7.12). Il punto di fissaggio è caratterizzato da una pedana ruotante per poter definire l'incidenza di prova. Inoltre, è stato installato un misuratore laser puntato sul tip della semiala per ricavare la time history (w - t) dell'analisi.



Figura 7.13: Deformata di w/b = 2.83, ottenuta prima dell'instaurazione del ciclo limite [9].

Dallo studio è emerso un *ciclo di isteresi* nell'instaurazione del flutter. Infatti, la velocità critica che si ottiene è differente a seconda che si proceda aumentando o diminuendo la velocità della galleria.

Per eliminare l'effetto di eventuali difetti di fabbricazione dei moduli aerodinamici, in fase di validazione viene selezionato direttamente la deformazione registrata prima del flutter (7.13), ovvero w/b = 2.83, invece dell'incidenza di prova.

\mathbf{w}/\mathbf{b}	V_{cr} [m/s]	f_{cr} [Hz]	$\mathbf{k_{cr}}$		
Analisi Sperimentale					
2.83	20 (UP) - 19 (DOWN)	—	—		
Analisi MSC.Nastran SOL145 Mod.Sempl.					
2.83	21	57.3	0.39		

Tabella 7.7: Confronto analisi sperimentale e *SOL145 Mod.Sempl.* sul modello scalato di semiala.



Figura 7.14: Andamento di frequenza e smorzamento al variare della velocità dei primi 5 modi della semiala scalata nella condizione w/b = 2.83. L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter.

Capitolo 8

Risultati

Di seguito verranno mostrati i risultati ottenuti sfruttando la procedura SOL145 Mod.Sempl. per studiare la variazione della velocità di flutter al variare della deformazione w/b.

Non Linear Flutter Speed					
\mathbf{w}/\mathbf{b}	V_{cr} [m/s]	f_{cr} [Hz]	$\mathbf{k_{cr}}$		
0	57.8	4.85	0.37		
0.17	57.8	4.85	0.37		
0.73	46.2	4.00	0.38		
1.0	44.9	3.90	0.38		
1.2	43.8	3.83	0.39		
1.6	41.4	3.68	0.39		
1.9	40.1	3.56	0.39		
2.5	37.0	3.35	0.40		
2.9	34.7	3.18	0.41		
3.7	31.0	2.89	0.41		
4.2	31.0	2.76	0.39		

Tabella 8.1: Risultati applicazione *SOL145 Mod.Sempl.*, a valori di deformazione discreti, sulla semiala del velivolo HALE tipico.



Figura 8.1: L'immagine mostra il rapporto NLFS/LFS rispetto alla deformazione (w/b) della semiala.



Figura 8.2: Andamento delle frequenze e dello smorzamento al variare della velocità dei primi 5 modi nel caso w/b = 0 (LFS). L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter.



Figura 8.3: Andamento delle frequenze e dello smorzamento al variare della velocità dei primi 5 modi nel caso w/b = 0.17. L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter.



Figura 8.4: Andamento delle frequenze e dello smorzamento al variare della velocità dei primi 5 modi nel caso w/b = 0.73. L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter.



Figura 8.5: Andamento delle frequenze e dello smorzamento al variare della velocità dei primi 5 modi nel caso w/b = 1.0. L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter.



Figura 8.6: Andamento delle frequenze e dello smorzamento al variare della velocità dei primi 5 modi nel caso w/b = 1.2. L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter.



Figura 8.7: Andamento delle frequenze e dello smorzamento al variare della velocità dei primi 5 modi nel caso w/b = 1.6. L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter.



Figura 8.8: Andamento delle frequenze e dello smorzamento al variare della velocità dei primi 5 modi nel caso w/b = 1.9. L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter.



Figura 8.9: Andamento delle frequenze e dello smorzamento al variare della velocità dei primi 5 modi nel caso w/b = 2.5. L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter.



Figura 8.10: Andamento delle frequenze e dello smorzamento al variare della velocità dei primi 5 modi nel caso w/b = 2.9. L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter.



Figura 8.11: Andamento delle frequenze e dello smorzamento al variare della velocità dei primi 5 modi nel caso w/b = 3.7. L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter.



Figura 8.12: Andamento delle frequenze e dello smorzamento al variare della velocità dei primi 5 modi nel caso w/b = 4.2. L'immagine di sotto riporta i dettagli del modo responsabile del flutter.



Figura 8.13: L'immagine mostra l'animazione del modo 3, calcolata per la velocità di flutter nel caso w/b = 4.2. La visualizzazione dell'autovettore è effettuata tramite MSC.Patran.

Capitolo 9

Conclusioni

E' stata creata una procedura ad hoc per studiare l'effetto della deformazione alare nel flutter. A differenza di numerosi lavori presenti in letteratura, tale procedura sfrutta un codice commerciale, dunque, può essere utilizzata anche nel caso di modelli molto complessi, tipici del progetto aerospaziale.

Valore aggiunto conseguente all'utilizzo di MSC.Nastran è la possibilità di ricavare la deformazione direttamente dalla condizione di trim impostata, dunque, verificare la NLFS corrispondente.

Il presente lavoro conferma quanto introdotto inizialmente: la deformazione elastica assunta dell'ala in trim può effettivamente introdurre instabilità aeroelastiche rispetto al caso indeformato. Come è possibile osservare dalla 8.1, infatti, già a valori di deformazione (w/b) prossimi all'unità, quindi deformazione molto basse se rapportate all'apertura alare, la velocità di flutter presenta un anticipo del 22% rispetto al caso indeformato. Anticipo che passa all 46% nel caso di deformazione massima.

Come già osservato nel corso di questa Tesi l'anticipo del flutter è causato dal *modo di edge*, il quale, nel caso di ala deformata, diventa un *modo edge-torsion* potenzialmente instabile.

In conclusione, a valle dei risultati ottenuti, è possibile fare le seguenti considerazioni:

- Le tecniche tradizionali di ricerca della condizione di instabilità sovrastimano notevolmente la reale condizione di flutter, dunque, risultano del tutto inadatte nel caso di velivoli ad elevato allungamento;
- Nel caso di piccole deformazioni $(w/b \le 1)$, la LFS può essere comunque accettabile;
- Nel caso di moderate od elevate deformazioni (w/b > 1), è necessario passare ad un'analisi di flutter non lineare.

Tutte le considerazioni fatte, particolarizzate ai velivoli HALE, possono essere estese a velivoli tradizionali. Ciò amplia notevolmente l'utilità e l'applicabilità della procedura creata.

Bibliografia

- [1] Dewey H. Hodges and G. Alvin Pierce; *Introduction to structural dynamics and aerolasticity*; Cambridge.
- [2] Raymond L. Bisplinghoff and Holt Ashley; *Principles of Aeroelasticity*; John Wiley and Sons (1962).
- [3] Raymond L. Bisplinghoff, Holt Ashley and Robert L. Halfman; *Aerolasticity*; Dover.
- [4] www.nasa.gov; Official Website National Aeronautics and Space Administration (NASA)
- [5] www.ntsb.gov; Official Website National Trasportation Safety Board (NTSB)
- [6] Hodges D. H. and Dowell E. H.; Nonlinear equations of motion for the elastic bending and torsion of twisted nonuniform rotor blades; NASA TN D-7818, National Aeronautics and Space Administration, Washington, DC (1974).
- [7] Crespo da Silva M. R. M. and Glynn C. C.; Nonlinear flexural- flexural-torsional dynamics of inextensional beams. I. Equations of motion; J. Struct. Mech., 6(4), 437–448 (1978).
- [8] Nayfeh A. H. and Pai P. F.; Linear and nonlinear structural mechanics; Wiley Interscience, New York (2004).
- [9] E. Cestino, G. Frulla, E. Perotto and P. Marzocca; Experimental Slender Wing Model Design by the Application of Aeroelastic Scaling Laws.; JOURNAL OF AEROSPACE ENGINEERING (2014).
- [10] C. Bruni, E. Cestino, G. Frulla, P. Marzocca; Nonlinear Slender Beam-Wise Schemes for Structural Behavior of Flexible UAS Wings; SAE International (2015).
- [11] G. Frulla, E. Cestino and P. Marzocca; *Critical behaviour of slender wing configurations*; J. Aerospace Engineering (2009)
- [12] D. Tang and E. H. Dowel; Experimental and theoretical study on aeroelastic response of high-aspect-ratio wings; AIAA J. (2001).
- [13] D. Tang and E. H. Dowel; Effects of geometric structural nonlinearity on flutter and limit cycle oscillations of high-aspect-ratio wings; AIAA J. (2004).

- [14] A. Cravana, G. Manfreda, E. Cestino, G. Frulla, R. Carrese and P. Marzocca; Aeroelastic Behaviour of Flexible Wings Carrying Distributed Electric Propulsion Systems; SAE International (2017).
- [15] MSC.Nastran Documentation; (2017).
- [16] Fausto Gill Di Vincenzo; Overview of MSC Nastran Aeroelastic Capabilities.