

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

**Uso di tecniche di stampa 3D con fibre di carbonio
per il rinforzo di piastre forate**



Relatori:
Prof. Erasmo Carrera
Ing. Enrico Zappino

Candidato:
Michele Petiti

Luglio 2018

Abstract:

The aim of this work is the evaluation of benefits obtained by using 3D printed composite components. Main advantages of this technology are the opportunity to obtain complex geometry by reducing manufacture hitches and the ability to arrange fiber reinforcements in the desired orientation removing unidirectional ply restriction. First it is necessary to acknowledge the advantages obtainable with 3D printing for well known structures such as plates with one circular hole subjected to plane stress. In order to reach that aim, work proceeded following three different tasks: evaluation of state of the art of analytical solutions, numerical evaluation of the structure via finite element method and then comparison between analytical, numerical and real results. Once results were validated by using well known structures, other phases started analysing stress and strain states in open hole plates in order to understand the best way to place fiber reinforcements. As the last step, structures created in computer environment were analysed and the results so evaluated have been compared to those obtained analytically.

Riassunto:

Questo elaborato si pone come obiettivo lo studio dei vantaggi che possono derivare dall'utilizzo della tecnologia di stampa 3D nella realizzazione di strutture in composito. L'utilizzo di questa tecnica consente di realizzare geometrie complesse riducendo le problematiche relative alla lavorazione e di disporre i rinforzi in fibra lungo direzioni scelte arbitrariamente, superando il concetto dei laminati in cui le fibre sono disposte unidirezionalmente strato per strato. Si è scelto di analizzare i vantaggi che la stampa 3D può portare nella realizzazione di elementi geometrici ben noti in letteratura quali piastre indebolite da un foro circolare sottoposte a tensione nel piano. Il lavoro è stato sviluppato su più percorsi: una prima fase di valutazione dello stato dell'arte delle soluzioni utilizzate per affrontare il problema in via analitica ha prodotto dei primi risultati che sono poi stati confrontati con quelli ottenuti con modelli basati sul metodo agli elementi finiti per verificarne la reciproca attendibilità. Il lavoro è infine entrato nel vivo procedendo con l'analisi degli stati di tensione e deformazione nella piastra forata per valutare ed adottare la miglior disposizione possibile delle fibre di rinforzo. Le strutture ottenute sono quindi state analizzate in ambiente informatico ed i relativi risultati sono stati confrontati con i valori ricavati sperimentalmente.

Indice

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Introduzione | 1 |
| 2 | Lo stato dell'arte | 4 |
| 2.1 | Piastra forata in materiale isotropo, modello bidimensionale | 7 |
| 2.1.1 | Influenza della geometria | 14 |
| 2.2 | Piastra forata in materiale composito, modello bidimensionale | 18 |
| 2.2.1 | Influenza della geometria | 24 |
| 2.3 | Piastra forata, modello tridimensionale | 30 |
| 2.3.1 | Influenza della geometria e del materiale | 33 |
| 2.4 | Possibili soluzioni di rinforzo | 41 |
| 2.4.1 | Foro rinforzato simmetricamente | 41 |
| 2.4.2 | Foro rinforzato non simmetricamente | 45 |
| 2.4.3 | Foro rinforzato mediante l'uso di fibre | 47 |
| 3 | Gli strumenti utilizzati nella tesi | 51 |
| 3.1 | Stampante 3D Markforged | 51 |
| 3.1.1 | Creazione del modello | 52 |
| 3.1.2 | Definizione delle proprietà | 52 |
| 3.1.3 | Printing methods | 56 |
| 3.2 | Femap | 57 |
| 3.3 | Tecnica acquisizione dati | 64 |
| 4 | Confronto soluzione analitica - FEM | 66 |
| 4.1 | Soluzione analitica | 67 |
| 4.2 | Soluzione FEM | 67 |
| 4.2.1 | Validazione della geometria | 67 |
| 4.2.2 | Valutazione della mesh ottimale | 71 |
| 4.2.3 | Validazione materiale isotropo | 74 |
| 4.2.4 | Validazione materiale composito | 74 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 5 | Possibili soluzioni di rinforzo | 85 |
| 5.1 | Rinforzi circolari - Piastra isotropa | 87 |
| 5.1.1 | Elementi laminate | 87 |
| 5.1.2 | Elementi beam | 95 |
| 5.2 | Rinforzi circolari - Piastra ortotropa | 98 |
| 5.2.1 | Elementi laminate | 98 |
| 5.2.2 | Elementi beam | 100 |
| 5.3 | Rinforzi longitudinali | 101 |
| 5.4 | Rinforzi circolari e longitudinali | 107 |
| 5.5 | Confronto delle soluzioni | 112 |
| | | |
| 6 | Risultati sperimentali | 113 |
| 6.1 | Piastra in materiale isotropo | 117 |
| 6.2 | Piastra in materiale isotropo - Rinforzi circolari | 119 |
| 6.3 | Piastra in composito | 122 |
| 6.4 | Piastra in composito - Rinforzi circolari | 124 |
| 6.5 | Piastra in materiale isotropo - Rinforzo longitudinale (VAT) . | 128 |
| 6.6 | Piastra in materiale isotropo- Rinforzi circolari e longitudinali | 130 |
| | | |
| 7 | Conclusioni | 133 |
| 7.1 | Rinforzi VAT | 138 |
| 7.2 | Rinforzi circolari | 141 |
| 7.3 | Rinforzi circolari e longitudinali | 142 |
| 7.4 | Rinforzi circolari, piastra ortotropa | 144 |

Elenco delle figure

| | | |
|------|---|----|
| 2.1 | Possibili metodi di risoluzione | 6 |
| 2.2 | Piastra forata sottoposta a tensione | 7 |
| 2.3 | (a)plane stress (b)plane strain [1] | 8 |
| 2.4 | Piastra infinita sottoposta a tensione (a) ed area di influenza del foro (b) | 8 |
| 2.5 | Scomposizione del caso in analisi [2] | 9 |
| 2.6 | Distribuzione degli stress lungo il bordo del foro [1] | 11 |
| 2.7 | Distribuzione di σ_θ lungo la sezione I-I e di σ_r lungo II-II[1] | 12 |
| 2.8 | Andamento teorico di (a) σ_θ lungo la sezione I-I e (b) σ_r lungo II-II | 13 |
| 2.9 | Effetto delle variazioni del rapporto t/d su SCF e von Mises stress [3] | 16 |
| 2.10 | Effetto delle variazioni del rapporto t/d sulla tensione a rottura [4] | 16 |
| 2.11 | Tensione a rottura al variare del diametro del foro [4] | 17 |
| 2.12 | K_{tn} e K_{tg} al variare della dimensione del foro [1] | 18 |
| 2.13 | Piastra ortotropa [5] | 20 |
| 2.14 | Effetto dell'influenza di m e C sulla resistenza [6] | 23 |
| 2.15 | Effetto del foro e dell'angolo delle fibre sulla resistenza a rottura per carichi a tensione e compressione [7] | 25 |
| 2.16 | Distribuzione delle tensioni tangenziali lungo il bordo del foro per diversi angoli di carico ϕ in una piastra monostrato [5] | 26 |
| 2.17 | [5] Distribuzione delle tensioni tangenziali lungo il bordo del foro per diversi angoli di carico ϕ in una piastra multistrato $[+50^\circ]_{14}, [-50^\circ]_{14}, [+35^\circ]_6$ | 28 |
| 2.18 | Effetto dell'angolo di orientamento delle fibre su K [7] | 29 |
| 2.19 | Massimo stress concentration factor al variare del rapporto dei moduli di Young per (a) carico a tensione e (b) carico a compressione [7] | 29 |

| | | |
|------|--|----|
| 2.20 | Distribuzione dello stress in una piastra ortotropa per fori di due diverse dimensioni [6] | 30 |
| 2.21 | Modello di analisi e relativo sistema di coordinate [8] | 31 |
| 2.22 | Distribuzione (a)del rapporto degli stress nel piano T_x e (b)del scf lungo lo spessore della piastra per $B/a=4$ e $B/a=1$ [8] | 32 |
| 2.23 | Distribuzione lungo lo spessore dei fattori di concentrazione di (a) stress e (b) strain per differenti spessori della piastra [8] | 33 |
| 2.24 | Fattori di concentrazione normalizzati di stress e strain sul bordo del foro per (a)piano medio e (b)superficie della piastra per diversi Poisson ratio [8] | 34 |
| 2.25 | Differenza tra i valori al piano medio o massimi e quelli in superficie di (a) stress e (b) strain concentration factor al variare dello spessore e per differenti Poisson ratio [8] | 35 |
| 2.26 | Modello 3D [9] | 36 |
| 2.27 | Andamenti di K/K_0 al variare della posizione lungo lo spessore del provino per diverse larghezze a spessore adimensionato B/r costante [8] | 37 |
| 2.28 | Posizione adimensionata lungo lo spessore del punto di massimo al variare della larghezza del provino per diversi spessori [8] | 38 |
| 2.29 | Variazioni di (a) K_{max}/K e (b) K_{sur}/K in funzione dello spessore per diversi valori di W/r [8] | 39 |
| 2.30 | Variazioni del rapporto K_{max}/K_s in funzione dello spessore per diversi valori di W/r [8] | 39 |
| 2.31 | Variazioni del rapporto (a) K_{max}/K_0 e (b) K_s/K_0 in funzione della larghezza del provino per diversi valori di B/r [8] | 40 |
| 2.32 | Stress concentration factor K_{tg} per un foro circolare rinforzato simmetricamente con $H/D=1$, $D/h=5$ e $r=0$ [1] | 42 |
| 2.33 | Stress concentration factor K_{tg} per un foro circolare rinforzato simmetricamente con $D/h=5$ [1] | 43 |
| 2.34 | Stress concentration factor K_{tg} per un foro circolare rinforzato simmetricamente con $H/D=4$ (eccetto un caso con $H/D=3.5$), $D/h=5$ $r=0,0.33,0.83$ [1] | 44 |
| 2.35 | Stress concentration factor K_{tn} per un foro circolare rinforzato simmetricamente con $H/D=4$, $D/h=5$ $r=0,0.33,0.83$ [1] | 44 |
| 2.36 | Stress concentration factor K_{tg} per un foro circolare rinforzato simmetricamente con $d/D=0.7$ e $D/h=5$ [1] | 45 |
| 2.37 | Stress concentration factors K_{tg} e K_{tn} per un foro circolare rinforzato non simmetricamente[1] | 46 |
| 2.38 | Estrapolazione dei valori di K_{tg} e K_{tn} del grafico 2.37 per un elemento di larghezza infinita[1] | 47 |

| | | |
|------|---|----|
| 2.39 | Rinforzo con spessore eccessivo rispetto al diametro[1] | 48 |
| 2.40 | Effetti del rapporto d/h per (a)d/h=8 e (b)d/h=4[1] | 48 |
| 2.41 | Possibili soluzioni per ottimizzare efficienza del rinforzo e peso[1] | 49 |
| 2.42 | Rinforzi longitudinali in fibra [10] | 49 |
| 2.43 | Rinforzi circolari in fibra [11] | 50 |
| 2.44 | Distribuzione delle deformazioni per la piastra forata senza rinforzo (a) in direzione x e (b) in direzione y e rinforzata (c) in direzione x e (d) in direzione y [11] | 50 |
| 3.1 | Stampante Markforged Mark Two | 52 |
| 3.2 | Pannello di selezione del materiale | 53 |
| 3.3 | Funzione support | 53 |
| 3.4 | Funzione brim | 54 |
| 3.5 | Pattern riempimento materiale | 55 |
| 3.6 | Strati sui bordi esterni | 56 |
| 3.7 | Visualizzazione interna del componente | 56 |
| 3.8 | Quadro riassuntivo | 57 |
| 3.9 | Elemento plate | 61 |
| 3.10 | Digital Image Correlation | 64 |
| 4.1 | Provino | 67 |
| 4.2 | Piastra completa | 68 |
| 4.3 | Mezza piastra | 69 |
| 4.4 | Un quarto di piastra | 69 |
| 4.5 | Mesh automatica quad4 1 mm | 72 |
| 4.6 | Mesh washer singolo | 72 |
| 4.7 | Mesh washer + box | 73 |
| 4.8 | Mesh doppio washer + box | 73 |
| 4.9 | Confronto di errori e tempi di calcolo al variare della mesh | 73 |
| 4.10 | Andamento delle tensioni lungo gli assi x e y | 75 |
| 4.11 | Andamento delle tensioni attorno al bordo del foro per fibre orientate a 0° | 76 |
| 4.12 | Andamento delle tensioni attorno al bordo del foro per fibre orientate a 45° | 77 |
| 4.13 | Andamento delle tensioni attorno al bordo del foro per fibre orientate a 90° | 78 |
| 4.14 | Andamento delle tensioni lungo il bordo del foro per materiale orientato a 0° analizzato con teorie 3D | 78 |
| 4.15 | Confronto andamento tensioni trasversale per un materiale monostrato caricato a 0° | 79 |

| | | |
|------|---|-----|
| 4.16 | Confronto andamento tensioni trasversale per un materiale monostrato caricato a 45° | 79 |
| 4.17 | Confronto andamento tensioni trasversale per un materiale monostrato caricato a 90° | 80 |
| 4.18 | Andamento delle tensioni attorno al bordo del foro per fibre orientate a 0° | 81 |
| 4.19 | Andamento delle tensioni attorno al bordo del foro per fibre orientate a 45° | 81 |
| 4.20 | Andamento delle tensioni attorno al bordo del foro per fibre orientate a 90° | 82 |
| 4.21 | Confronto andamento tensioni trasversale per un materiale multistrato caricato a 0° | 82 |
| 4.22 | Confronto andamento tensioni trasversale per un materiale multistrato caricato a 45° | 83 |
| 4.23 | Confronto andamento tensioni trasversale per un materiale multistrato caricato a 90° | 83 |
| 5.1 | Linee di tensione all'interno del materiale | 86 |
| 5.2 | Geometria piastra con rinforzi circolari | 87 |
| 5.3 | Definizione dei rinforzi | 88 |
| 5.4 | Geometria dei rinforzi (a) radiale (b) strati | 88 |
| 5.5 | Punti caratteristici piastra forata | 89 |
| 5.6 | Andamento di K al variare della geometria di rinforzo | 91 |
| 5.7 | Andamento delle tensioni sulla sezione (a) trasversale e (b) longitudinale al variare del numero di rinforzi (4 strati) | 92 |
| 5.8 | Andamento delle tensioni sulla sezione (a) trasversale e (b) longitudinale al variare del numero di strati di rinforzo (4 rinforzi) | 93 |
| 5.9 | Punto di concentrazione degli sforzi al bordo del rinforzo | 94 |
| 5.10 | Geometria modello beam | 95 |
| 5.11 | Andamento delle tensioni (a) nelle beam e (b) nei laminate | 96 |
| 5.12 | Confronto andamenti delle tensioni nelle singole beam | 96 |
| 5.13 | Confronto andamenti delle tensioni per i casi beam e laminate | 97 |
| 5.14 | Tensioni lungo lo spessore | 98 |
| 5.15 | Andamento delle tensioni sulle sezioni (a) trasversale e (b) longitudinale della piastra | 99 |
| 5.16 | Confronto andamenti delle tensioni nelle singole beam | 100 |
| 5.17 | Geometria piastra con rinforzi longitudinali | 101 |
| 5.18 | tensione massima al variare del numero di strati di rinforzo | 101 |

| | | |
|------|---|-----|
| 5.19 | Andamento delle tensioni sul piano trasversale al variare del numero di strati di rinforzo | 102 |
| 5.20 | Tensioni nella piastra forata rinforzata longitudinalmente . . . | 103 |
| 5.21 | Andamento delle tensioni in direzione del rinforzo per (a) elementi beam e (b) elementi laminate | 104 |
| 5.22 | Andamento delle tensioni per diversi rinforzi | 105 |
| 5.23 | Andamento del fattore di concentrazione delle tensioni per diversi rinforzi | 106 |
| 5.24 | Geometria di rinforzo per configurazione a tre rinforzi circolari | 107 |
| 5.25 | Andamento delle tensioni in direzione trasversale al carico al variare del numero di strati di rinforzo | 108 |
| 5.26 | Andamento delle tensioni sul piano di simmetria della piastra variare del numero di strati di rinforzo | 109 |
| 5.27 | Confronto dell'andamento delle tensioni al variare della configurazione | 110 |
| 5.28 | Confronto dell'andamento delle tensioni al variare della configurazione | 111 |
| 5.29 | Tensioni nel piano | 111 |
| 5.30 | Andamento delle tensioni per le diverse configurazioni di rinforzo misurate sui piani (a) trasversale e (b) longitudinale . . | 112 |
| 6.1 | Provini per le diverse configurazioni di materiali e rinforzi . . | 113 |
| 6.2 | Provini preparati per la prova di trazione | 114 |
| 6.3 | Geometria dei provini | 115 |
| 6.4 | Profili di carico adottato per diverse piastre | 117 |
| 6.5 | Deformazioni sul piano superiore della piastra | 118 |
| 6.6 | Confronto delle deformazioni per piastre in materiale isotropo | 119 |
| 6.7 | Deformazioni per piastre in materiale isotropo rinforzato . . . | 120 |
| 6.8 | Confronto delle deformazioni per piastra isotropa, rinforzi circolari | 121 |
| 6.9 | Spostamenti in y per provini in nylon (a) non rinforzati e (b) rinforzati | 122 |
| 6.10 | Deformazioni per piastre in materiale composito | 123 |
| 6.11 | Confronto delle deformazioni per piastre in materiale composito | 124 |
| 6.12 | Deformazioni per piastre in materiale isotropo rinforzato . . . | 125 |
| 6.13 | Confronto delle deformazioni per piastra in composito, rinforzi circolari | 126 |
| 6.14 | Zona di rottura per piastre in composito rinforzato | 127 |
| 6.15 | Spostamenti in y per provini in composito (a) non rinforzati e (b) rinforzati | 127 |

| | | |
|------|---|-----|
| 6.16 | Spostamenti in x per provini in composito (a) non rinforzati e (b) rinforzati | 128 |
| 6.17 | Andamenti delle K_ϵ per provino con rinforzi longitudinali . . . | 128 |
| 6.18 | Confronto delle deformazioni per isotropa, rinforzi longitudinali | 129 |
| 6.19 | Andamenti delle K_ϵ per provino con rinforzi circolari e longitudinali | 131 |
| 6.20 | Deformazioni per piastra isotropa, rinforzi circolari e longitudinali | 132 |
| 7.1 | Correlazione dei risultati per il caso di piastra isotropa | 134 |
| 7.2 | Correlazione dei risultati per il caso di piastra isotropa rinforzata circolarmente | 134 |
| 7.3 | Correlazione dei risultati per il caso di piastra in materiale composito | 135 |
| 7.4 | Correlazione dei risultati per il caso di piastra in materiale composito rinforzato | 136 |
| 7.5 | Correlazione dei risultati per il caso di piastra isotropa con rinforzi VAT | 136 |
| 7.6 | Deformazioni per piastra isotropa e relativi rinforzi, risultati FEM | 137 |
| 7.7 | Deformazioni e tensioni misurate per diversi tipi di rinforzo - risultati FEM | 138 |
| 7.8 | Aree di influenza del foro al variare del rinforzo | 140 |
| 7.9 | Area di influenza del foro per piastra non rinforzata | 140 |
| 7.10 | Area di influenza del foro per rinforzi VAT, risultati FEM . . . | 140 |
| 7.11 | Area di influenza del foro per rinforzi circolari, risultati FEM | 142 |
| 7.12 | Area di influenza del foro per rinforzi circolari e VAT, risultati FEM | 143 |
| 7.13 | Deformazioni nel piano | 144 |
| 7.14 | Deformazioni misurate per diversi materiali - risultati FEM . . | 145 |
| 7.15 | Area di influenza del foro per piastre in materiale composito, risultati FEM | 146 |
| 7.16 | Area di influenza del foro per piastra in composito non rinforzata, risultati FEM | 146 |
| 7.17 | Area di influenza del foro per piastra in composito con rinforzi circolari, risultati FEM | 146 |

Elenco delle tabelle

| | | |
|-----|--|-----|
| 2.1 | Coefficienti di correlazione tra i diversi parametri [3] | 15 |
| 2.2 | Stress concentration factor per piastre mono-strato[5] | 25 |
| 2.3 | [5] Stress concentration factor per piastre multistrato [+50°] ₁₄ , [-50°] ₁₄ , [+35°] ₆ | 27 |
| 4.1 | Risultati del confronto tra le geometrie | 70 |
| 4.2 | Risultati del confronto tra le mesh | 71 |
| 5.1 | Caratteristiche dei materiali | 87 |
| 5.2 | Fattore di concentrazione delle tensioni all'aumentare del numero dei rinforzi | 90 |
| 5.3 | Fattore di concentrazione delle tensioni all'aumentare del numero degli strati di rinforzo | 90 |
| 5.4 | Fattore di concentrazione delle tensioni all'aumentare della sezione resistente in fibra | 90 |
| 6.1 | Misure reali dei provini | 115 |
| 6.2 | Profili di carico | 116 |
| 7.1 | Area di influenza del foro per piastre isotrope | 139 |
| 7.2 | Area di influenza del foro per piastre in composito | 147 |

Capitolo 1

Introduzione

Sempre più frequentemente in campo aerospaziale si guarda con interesse alla realizzazione di componenti mediante processo di stampa 3D. L'utilizzo di questa tecnologia permette di realizzare strutture complesse con sprechi di materiale minimi ed elimina la necessità di impiegare macchinari di lavorazione complessi. La massima efficienza per realizzazioni di questo tipo si potrebbe ottenere abbinandola alla creazione di materiali compositi.

La stampa 3D, permettendo la realizzazione di componenti in loco, comporterebbe l'abbattimento delle difficoltà del trasporto, poiché sarebbe sufficiente trasportare il solo materiale grezzo, imballato nella forma più efficiente, per poi realizzare strutture più o meno complesse direttamente sul luogo di utilizzo. Attualmente sono in corso i primi esperimenti di stampa sulla stazione spaziale internazionale e si ipotizzano eventuali utilizzi durante le missioni di esplorazione umana del suolo di Marte.

Il lavoro descritto in questo elaborato ha mosso i primi passi in seguito all'acquisizione da parte del Dipartimento di Ingegneria Meccanica ed Aerospaziale del Politecnico di Torino di una stampante 3D. La stampante in questione permette di realizzare componenti in materiale isotropo oppure di disporre inserti in fibra all'interno del prodotto finale.

Nell'ottica di valutare l'accuratezza delle previsioni delle effettive prestazioni di un componente realizzato con tale tecnica, come prima struttura è stata scelta una piastra forata sottoposta a trazione nel piano. Una struttura di questo genere presenta una concentrazione di tensioni generata dalla presenza del foro e dalla conseguente riduzione della sezione resistente. Se

una struttura simile realizzata in composito fosse creata seguendo procedure tradizionali si aggiungerebbe in fase di foratura un ulteriore indebolimento, oltre a quello generato dalla presenza del foro, dato dalla rottura delle fibre e dal danneggiamento dell'interfaccia fibra-matrice. L'utilizzo di una stampante 3D permette invece di creare la struttura già forata e di disporre le fibre secondo la direzione desiderata.

Il lavoro di tesi descritto nel presente elaborato è stato sviluppato in più fasi con l'obiettivo di strutturare il lavoro passo per passo dalla definizione del problema alla verifica dei dati.

Il primo passo si è quindi concretizzato in un processo di ricerca bibliografica volto ad inquadrare il problema proposto. Dopo aver valutato le ipotesi alla base delle varie trattazioni, sono state distinte differenti aree di studio: il caso generale di piastre studiate come problemi tridimensionali e, al verificarsi di determinate condizioni, piastre approssimate a problemi bidimensionali. Oltre a ciò è stata effettuata una distinzione anche in base alle caratteristiche dei materiali utilizzati nella creazione discernendo le trattazioni relative a materiali isotropi ed ortotropi. In questa fase, quindi, sono state valutate le soluzioni proposte in letteratura per valutare analiticamente gli effetti generati dalla presenza di un foro all'interno di una piastra e gli effetti dettati dalle variazioni di parametri geometrici quali dimensioni della piastra, spessore, diametro del foro e caratteristiche del materiale di realizzazione.

Infine la ricerca si è conclusa andando ad evidenziare possibili soluzioni di rinforzo già valutate da usare come punto di partenza e metro di paragone per le nostre ipotesi di lavoro.

Completata la ricerca bibliografica, si è quindi proseguito il lavoro con la realizzazione di modelli da analizzare con il metodo agli elementi finiti mediante il software *Femap*. Sono stati creati modelli relativi ad ogni campo di analisi valutato nella prima fase quindi modelli in materiale isotropo, ortotropo e relativi a tutti i possibili metodi di rinforzo ipotizzati. I primi risultati, confrontati con quelli analitici riportati in letteratura, sono serviti a confermare la validità dello studio agli elementi finiti per il quesito in esame. In seguito alla validazione dei risultati sono quindi stati creati e valutati i modelli relativi alle possibili soluzioni di rinforzo ovvero la distribuzione di fibre concentricamente al foro lungo il bordo del foro stesso, lungo le linee di massima tensione ed infine una combinazione delle due. I risultati così raccolti sono poi stati confrontati con i dati sperimentali raccolti nella fase successiva.

La terza ed ultima fase si è sviluppata inizialmente con la stampa dei provini modellati in precedenza, la loro preparazione per i test i trazione ed infine con i test veri e propri. I dati così raccolti sono stati valutati mediante un software di acquisizione immagini in grado di valutare gli spostamenti dei punti appartenenti alla superficie superiore della piastra ed i risultati ottenuti sono stati confrontati con quelli derivati da soluzioni analitiche e dall'analisi agli elementi finiti.

Nel corso del lavoro descritto nel presente elaborato sono stati valutati, nella prima fase di modellazione agli elementi finiti, gli stress agenti nella piastra mentre nella fase di prove sperimentali gli strain agenti sulle superfici della piastra stessa. A causa della mole di lavoro e della quantità di dati ricavabile da un campo innovativo come quello della stampa 3D ,altri possibili campi di studio come limiti a rottura nei provini realizzati in diversi materiali saranno oggetto di studi futuri.

Capitolo 2

Lo stato dell'arte

In fase di calcolo preliminare di una struttura si assume di essere in presenza di elementi a sezione costante o di variazioni graduali della stessa. In molti casi, però, questa condizione non viene rispettata ed è dunque necessario introdurre il concetto di *stress concentration factor* (*SCF*). In ingegneria si parla di stress concentration factor ogni volta che una struttura presenta variazioni nella sua geometria come fori, intagli, raccordi ed elementi simili. Questi elementi determinano una variazione dello stato di tensione nel componente poiché il carico che dovrebbe essere assorbito dalla sezione di materiale mancante, al posto di distribuirsi su tutta la sezione resistente rimanente si scarica nelle immediate vicinanze del foro. Questo quindi comporta dei picchi nello stato di tensione in prossimità degli elementi di concentrazione degli sforzi.

Lo stress concentration factor viene solitamente indicato come K e calcolato come il rapporto tra lo stress massimo rilevato e lo stress nominale a cui è sottoposto il componente valutato in una zona senza variazioni di geometria.

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \quad \text{per sforzi normali}$$

$$K_{ts} = \frac{\tau_{max}}{\tau_{nom}} \quad \text{per sforzi di taglio}$$

È importante quindi riuscire a definire con precisione la tensione nominale. La scelta può ricadere su due differenti tensioni: la tensione di carico valutata come rapporto tra il carico e la sezione completa, oppure la tensione netta valutata come rapporto tra il carico e la sezione resistente reale nel punto di massimo indebolimento della struttura. Come conseguenza di questa scelta è possibile ottenere una differenziazione del coefficiente K_t descritto in

precedenza ricavando rispettivamente i coefficienti K_{tg} e K_{tn} :

$$K_{tg} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma} \quad \text{con} \quad \sigma = \frac{P}{h \cdot W}$$

$$K_{tn} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n} \quad \text{con} \quad \sigma_n = \frac{\sigma}{1 - \frac{d}{W}}$$

Dove:

- P = carico
- h = spessore
- W = larghezza
- d = diametro del foro

Se osserviamo la relazione tra K_{tg} e K_{tn} otteniamo:

$$K_{tn} = K_{tg} \left(1 - \frac{d}{W} \right) = K_{tg} \frac{\sigma}{\sigma_n} \quad (2.1)$$

$$K_{tg} = K_{tn} \frac{\sigma_n}{\sigma} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma} \quad (2.2)$$

Da cui si può osservare che K_{tn} tiene conto del solo incremento della tensione dovuto alla geometria $\frac{\sigma_{max}}{\sigma_n}$. Il fattore K_{tg} invece tiene conto dell'incremento della tensione dato dalla riduzione della sezione $\frac{\sigma_n}{\sigma}$ e dall'incremento della tensione dato dalla geometria $\frac{\sigma_{max}}{\sigma_n}$.

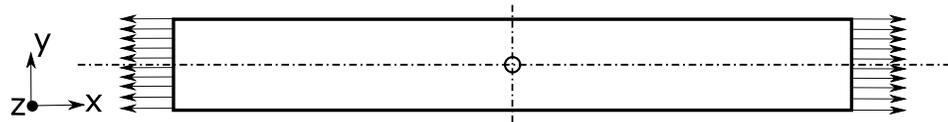
In definitiva si può dire che l'effetto di K si manifesta con il variare la distribuzione delle tensioni. I requisiti di equilibrio impongono infatti che lo stress medio sulla sezione sia lo stesso in caso di tensione nominale o di concentrazione degli sforzi; di conseguenza la concentrazione delle tensioni non si concretizza solo in stress maggiori in alcune parti della sezione ma anche in stress minori in altre parti.

La valutazione del fattore K_t può avvenire sia a partire dalle teorie dell'elasticità, che derivare da esperimenti di stress analysis in laboratorio. Se il calcolo viene effettuato utilizzando le teorie dell'elasticità, la tensione in due dimensioni di un corpo elastico omogeneo sottoposto a carico noto risulta funzione delle sole caratteristiche geometriche del corpo e non dipende dalle proprietà del materiale. Le teorie dell'elasticità utilizzate per definire i fattori di concentrazione delle tensioni si basano su ipotesi fondamentali

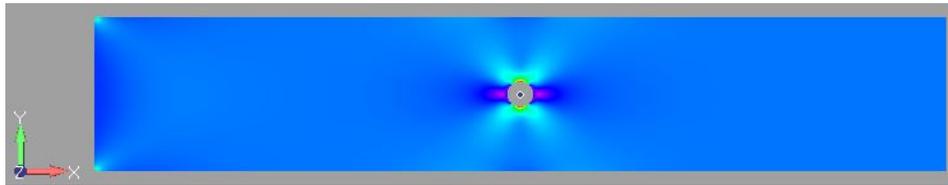
quali l'assumere il materiale isotropo ed omogeneo. Nella realtà queste assunzioni decadono in quanto i materiali possono avere dei difetti iniziali. Per superare l'intrinseca presenza di imperfezioni nei materiali subentrano delle valutazioni statistiche riguardanti le prestazioni dei materiali reali.

Con l'avvento di strumenti di calcolo più performanti si preferisce abbandonare la via della valutazione analitica dei fattori di concentrazione in favore di studi basati sul metodo agli elementi finiti.

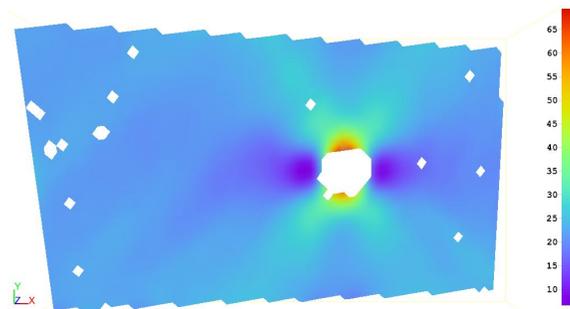
In conclusione, per studiare lo stato di tensione in un componente possiamo seguire tre strade differenti: il calcolo dei tradizionali fattori di concentrazione, l'impiego di metodi agli elementi finiti oppure l'utilizzo di tecniche sperimentali quali valutazione delle deformazioni misurate tramite rilevazioni fotoelastiche.



(a) Soluzione analitica



(b) Analisi agli elementi finiti



(c) Digital Image Correlation

Figura 2.1: Possibili metodi di risoluzione

In questo capitolo analizzeremo l'approccio analitico al problema.

2.1 Piastra forata in materiale isotropo, modello bidimensionale

Il primo criterio consiste nel valutare il problema bidimensionale prendendo in considerazione una piastra forata il cui piano di simmetria coincide con il piano x-y ed il cui spessore si sviluppa lungo z.

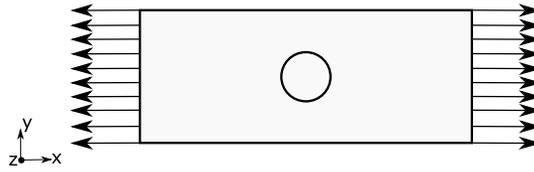


Figura 2.2: Piastra forata sottoposta a tensione

Per poter analizzare la piastra reale come problema bidimensionale deve essere verificata l'ipotesi di spessore trascurabile rispetto alle altre due dimensioni, che a loro volta devono essere tali da non risentire degli effetti del foro lungo i bordi esterni della piastra. Queste ipotesi ci permettono di ricondurre lo studio analitico del problema al caso di piastra sottile di dimensione infinita. Il carico, inoltre, deve essere applicato sul piano di simmetria x-y e la sua componente in direzione z deve essere nulla.

Se queste condizioni vengono rispettate possiamo considerare σ_z, τ_{xz} e τ_{yz} uguali a zero. Lo stato di tensione viene chiamato stato di tensione piano o *plane stress state* e le componenti σ_x, σ_y e τ_{xy} sono funzione delle sole x e y.

È anche possibile definire uno stato di deformazione piano o *plane strain state* per corpi la cui dimensione nella direzione z è considerevolmente maggiore delle dimensioni in x e y e nei quali le forze vengono applicate perpendicolarmente alla direzione z. In questo caso si può assumere che sul piano medio le deformazioni lungo z ($\varepsilon_z, \gamma_{xz}$ e γ_{yz}) siano pari a zero. I due stati di appena descritti sono rappresentati in figura 2.3

Consideriamo dunque una piastra forata sottoposta a carico uniassiale realizzata in materiale isotropo. Inizialmente consideriamo una piastra di larghezza infinita indebolita da un foro circolare di raggio R soggetta ad un carico uniassiale σ_x . Sia Θ l'angolo misurato rispetto alla direzione del carico e r la distanza del punto di analisi dal centro del foro. Possiamo ipotizzare

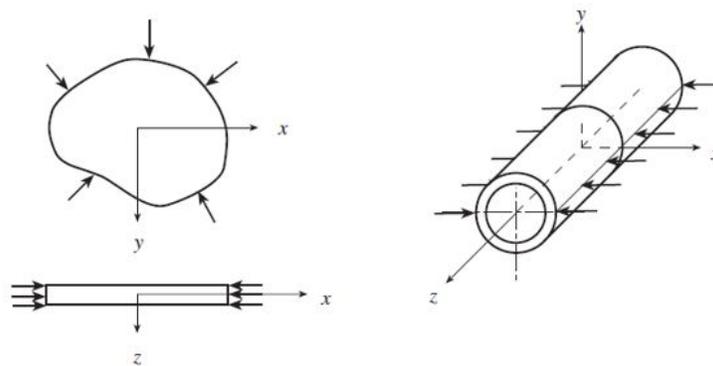


Figura 2.3: (a)plane stress (b)plane strain [1]

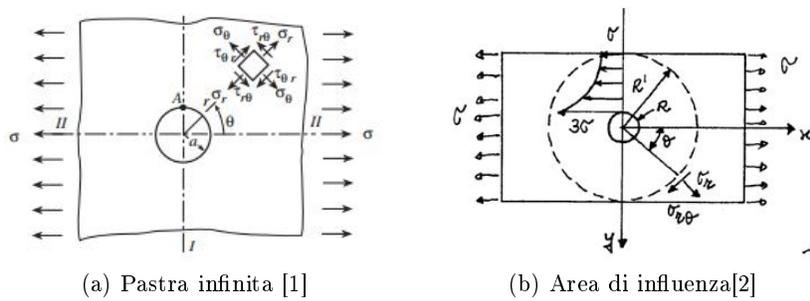


Figura 2.4: Piastra infinita sottoposta a tensione (a) ed area di influenza del foro (b)

che l'effetto della presenza del foro non influenzi tutta la piastra ma solo una sua parte. Consideriamo dunque la distanza $R' > R$ oltre la quale la piastra non risente più della concentrazione delle tensioni.

Per $r=R'$ possiamo riscrivere il carico non perturbato in coordinate polari come:

$$\sigma_r = \frac{\sigma}{2}(1 + \cos 2\theta)$$

$$\sigma_{r\theta} = -\frac{\sigma}{2}(\sin 2\theta)$$

Possiamo scomporre il problema in due sotto-problemi di cilindro spesso sottoposto a tensione radiale e campo di tensione piano riportati in figura 2.5.

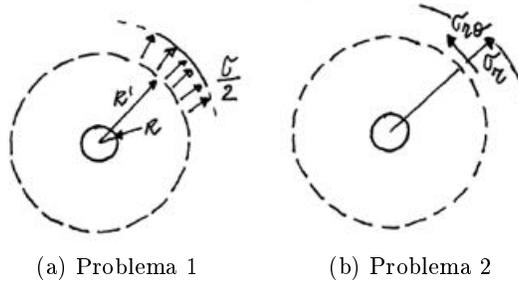


Figura 2.5: Scomposizione del caso in analisi [2]

Soluzione al problema 1:

Per analizzare il problema 1 ci si riconduce alla soluzione per cilindri spessi sottoposti a tensione radiale:

$$\sigma_r = -\frac{\sigma}{2} \frac{R^2 R'^2}{R'^2 - R^2} \frac{1}{r^2} + \frac{\sigma}{2} \frac{R'^2}{R'^2 - R^2}$$

$$\sigma_\theta = +\frac{\sigma}{2} \frac{R^2 R'^2}{R'^2 - R^2} \frac{1}{r^2} + \frac{\sigma}{2} \frac{R'^2}{R'^2 - R^2}$$

Quindi, per valori di R' che tendono ad infinito otteniamo

$$\sigma_r = \frac{\sigma}{2} \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma}{2} \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right)$$

Soluzione al problema 2:

Poiché per definizione ci troviamo in un campo di plane stress possiamo considerare la Airy stress function. Quest'ultima è una funzione scalare potenziale che può essere utilizzata per individuare gli stress e che soddisfa l'equilibrio in assenza di forze nel corpo.

$$\Phi = f(r) \cos 2\theta$$

A questo punto imponiamo la condizione di compatibilità

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \Phi = 0$$

In cui andiamo a sostituire la funzione di Airy ottenendo una funzione differenziale da cui possiamo ricavare $f(r)$

$$\cos(2\theta) \left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{4}{r^2} \right) f = 0$$

La cui soluzione generale è

$$f = Ar^2 + Br^4 + \frac{C}{r^2} + D$$

A cui possiamo applicare le condizioni al contorno:

$$\sigma_r(R') = +\frac{\sigma}{2} \cos 2\theta$$

$$\sigma_{r\theta}(R') = -\frac{\sigma}{2} \sin 2\theta$$

$$\sigma_r(R) = 0$$

$$\sigma_{r\theta}(R) = 0$$

Ricordando che:

$$\sigma_r = +\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} \quad (2.3)$$

$$\sigma_\theta = +\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \quad (2.4)$$

$$\sigma_{r\theta} = +\frac{1}{r^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial \theta} \quad (2.5)$$

E sostituendo nella soluzione generale otteniamo i coefficienti per R' che tende ad infinito

$$A = -\frac{\sigma}{4}; B = 0; C = -\frac{\sigma}{4}R^4; D = \frac{\sigma}{2}R^2;$$

Unendo le due soluzioni ricavate fin'ora otteniamo il sistema completo:

$$\sigma_r = \frac{\sigma}{2} \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) + \frac{\sigma}{2} \left(1 + 3\frac{R^4}{r^4} - 4\frac{R^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \quad (2.6)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma}{2} \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) - \frac{\sigma}{2} \left(1 + 3\frac{R^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \quad (2.7)$$

$$\sigma_{r\theta} = -\frac{\sigma}{2} \left(1 - 3\frac{R^4}{r^4} + 2\frac{R^2}{r^2} \right) \sin 2\theta \quad (2.8)$$

che descrive l'andamento delle tensioni in un qualsiasi punto della piastra. Se studiamo il comportamento al bordo del foro, quindi per $r=R$, il sistema si semplifica e diventa:

$$\sigma_r = 0 \quad (2.9)$$

$$\sigma_\theta = \sigma(1 - 2 \cos 2\theta) \quad (2.10)$$

$$\sigma_{r\theta} = 0 \quad (2.11)$$

Osservando bene la seconda equazione possiamo definire due punti significativi lungo la circonferenza: uno per $\theta = \frac{\pi}{2}$ ed uno per $\theta = 0$, chiamati rispettivamente A e B, tali per cui si avranno lo sforzo massimo e minimo agente sulla piastra.

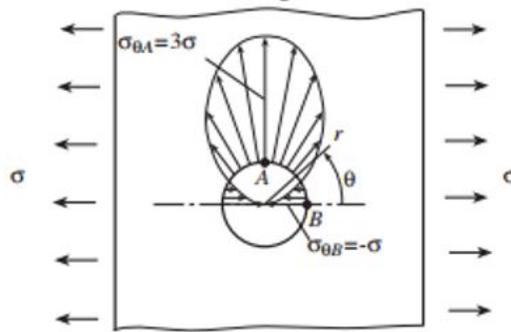


Figura 2.6: Distribuzione degli stress lungo il bordo del foro [1]

Al punto A lo sforzo agente sarà pari a $\sigma_{\theta A} = 3\sigma$ mentre al punto B si avrà $\sigma_{\theta B} = -\sigma$. La distribuzione delle tensioni risulta simmetrica lungo la circonferenza rispetto all'asse parallelo alla direzione del carico quindi il picco di massimo e minimo sforzo si ripetono rispettivamente per $\theta = \frac{3\pi}{2}$ e per $\theta = \pi$.

Analogamente possiamo ricercare i punti tali per cui la tensione σ_θ misurata sia nulla. In tal caso otteniamo come soluzione $\theta = \pm \frac{\pi}{6}$ e $\theta = \pm \frac{5\pi}{6}$.

Osservando i dati raccolti è necessario fare alcune considerazioni.

Il primo e più importante dettaglio che salta all'occhio è che la distribuzione delle tensioni e del loro incremento dipende esclusivamente dalla geometria del componente e non dal materiale in cui esso è realizzato. Inoltre risulta evidente come la concentrazione delle tensioni modifichi la distribuzione delle tensioni stesse ma non influisca sull'equilibrio della struttura. A zone maggiormente sollecitate, infatti, corrispondono zone che risentono di una sollecitazione minore. La conseguenza più importante di questo effetto è che in una piastra soggetta ad un carico esclusivamente di trazione, si avranno delle zone sottoposte a compressione. Nello specifico queste zone sono identificate per angoli θ compresi tra $\theta = +\frac{\pi}{6}$ e $\theta = -\frac{\pi}{6}$ e tra $\theta = +\frac{5\pi}{6}$ e $\theta = -\frac{5\pi}{6}$.

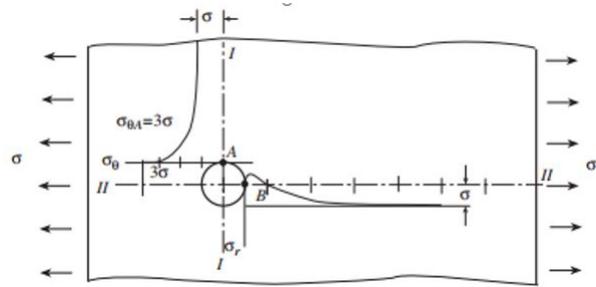


Figura 2.7: Distribuzione di σ_θ lungo la sezione I-I e di σ_r lungo II-II[1]

Fino a questo momento abbiamo analizzato l'intensità degli sforzi al bordo del foro e in punti appartenenti ad un'ipotetica circonferenza limite oltre la quale non si risente più della presenza del foro. Resta da definire, quindi, quale andamento segua la distribuzione delle tensioni tra queste due condizioni limite. Per rispondere a questo quesito prendiamo in considerazione due sezioni distinte della piastra: una sezione I-I passante per il punto A definito in precedenza e perpendicolare allo sforzo agente ed una sezione II-II passante per il punto B e parallela allo sforzo. Le sezioni prese in esame sono rappresentate in figura 2.7 mentre i relativi andamenti delle tensioni sono riportati in figura 2.8.

Iniziamo prendendo in riferimento la sezione I-I per cui abbiamo i valori

di θ pari a $\frac{\pi}{2}$ e $\frac{3\pi}{2}$. In questo caso le equazioni 2.6 2.7 e 2.8 diventano

$$\sigma_r = \frac{3\sigma}{2} \left(\frac{R^2}{r^2} - \frac{R^4}{r^4} \right) \quad (2.12)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma}{2} \left(2 + \frac{R^2}{r^2} + 3 \frac{R^4}{r^4} \right) \quad (2.13)$$

$$\sigma_{r\theta} = 0 \quad (2.14)$$

Possiamo osservare come verifica che per $r=R$, σ_θ raggiunge il valore massimo pari a 3. Questo valore, però, diminuisce al crescere della distanza dal foro fino a raggiungere un punto in cui sarà uguale a σ . Per convenzione si ricerca un punto in cui la differenza tra la tensione di carico e la tensione misurata sia inferiore al 2%. Ciò avviene per punti situati ad una distanza maggiore di cinque raggi del foro ($r > 5R$) poiché per $r=5R$ $\sigma_\theta = 1.02\sigma$.

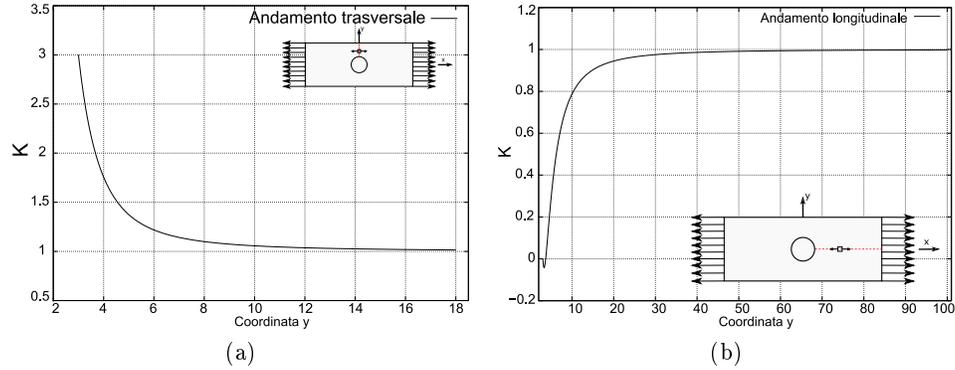


Figura 2.8: Andamento teorico di (a) σ_θ lungo la sezione I-I e (b) σ_r lungo II-II

Possiamo osservare la distribuzione di tensione trasversale lungo la sezione II-II i cui punti sono caratterizzati da valori di θ pari a 0 e a π . Per tali punti dalle equazioni 2.6 2.7 e 2.8 otteniamo:

$$\sigma_r = \frac{\sigma}{2} \left(2 - \frac{5R^2}{r^2} + 3 \frac{R^4}{r^4} \right) \quad (2.15)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma}{2} \left(\frac{R^2}{r^2} - 3 \frac{R^4}{r^4} \right) \quad (2.16)$$

$$\sigma_{r\theta} = 0 \quad (2.17)$$

Le soluzioni ottenute partendo dalla teoria dell'elasticità mostrano che lo stress in direzione trasversale, lungo la sezione I-I si riduce quasi esponenzialmente allontanandosi dal punto di massima tensione fino al valore nominale una volta giunti a sufficiente distanza dal foro. Si ha un rateo di decadimento maggiore in prossimità della zona di picco.

Lungo la sezione II-II, σ_r risulta sempre minore di σ finché non la raggiunge. Il gradiente sulla sezione II-II è sempre inferiore rispetto a quello calcolato sulla sezione I-I. Infatti mentre sulla sezione I-I basta trovarsi ad una distanza superiore a 5 raggi del foro per ottenere nuovamente valori di tensioni pari al campo indisturbato, sulla sezione II-II tale distanza aumenta ad 11 raggi.

Gli andamenti delle tensioni lungo le due sezioni appena descritti sono riportati in fig. 2.7 a pagina 12.

In conclusione possiamo affermare che le variazioni nello stato di tensione dipendono esclusivamente dalla geometria del componente. Per poter definire una formula che descriva l'andamento dello stress intensity factor K , introduciamo il coefficiente adimensionale d/W che lega, rapportandoli tra loro, il diametro del foro e la larghezza della piastra. Utilizzando questo parametro possiamo dunque definire i fattori K_{tg} e K_{tn} come:

$$K_{tg} = \frac{2 + \left(1 - \frac{d}{W}\right)^3}{1 - \left(\frac{d}{W}\right)}$$

$$K_{tn} = 2 + \left(1 - \frac{d}{W}\right)^3$$

Quest'ultima formula tuttavia presenta un limite: restituisce valori accurati solo per rapporti d/W inferiori a 0.3. Per valori di d/W pari a 0.5 si misurano errori pari all'1,5%. Nonostante ciò è una formula largamente utilizzata in quanto nelle strutture comunemente utilizzate il coefficiente d/W raramente raggiunge valori pari a 0.3.

2.1.1 Influenza della geometria

In questo paragrafo analizzeremo come le variazioni della geometria influenzino l'intensità e la distribuzione delle tensioni.

Effetto della lunghezza

Per piastre rettangolari si considera come lunghezza la dimensione maggiore nel piano quindi essa risulta molto meno influente della larghezza. L'unica condizione necessaria per mantenere valide le considerazioni esposte fino ad ora e fare in modo che i coefficienti così valutati non perdano di affidabilità, è necessario che la lunghezza sia maggiore della larghezza. Nel nostro caso, inoltre, per poter mantenere valida l'ipotesi di piastra di lunghezza infinita, questa deve essere almeno pari ad 11 diametri del foro.

Effetto dello spessore

Per valutare gli effetti delle variazioni dello spessore nella piastra, sono stati raccolti dati relativi a cinque casi in cui sono state mantenute costanti le dimensioni in pianta della piastra [3]. I casi di studio sono stati definiti in base al rapporto tra diametro del foro e spessore della piastra.

I dati raccolti infine sono stati raccolti in tabella, i cui dati sono stati sintetizzati in due grafici per evidenziare le correlazioni tra le varie grandezze.

Tabella 2.1: Coefficienti di correlazione tra i diversi parametri [3]

| | T/D Ratio | Max von Mises stress [MPa] | Max deformation [mm] | Stress concentration factor |
|-----------------------------|-----------|----------------------------|----------------------|-----------------------------|
| T/D Ratio | 1 | | | |
| Max von Mises stress [MPa] | -0.965 | 1 | | |
| Max deformation [mm] | -0.967 | 1.000 | 1 | |
| Stress concentration factor | 0.962 | -1.000 | -1.000 | |

In tabella sono riportati i coefficienti di correlazione tra le varie grandezze. Vengono definiti fortemente positivi, o fortemente negativi, i coefficienti il cui valore supera rispettivamente 0,7 o -0,7.

Dalla tabella 2.1 possiamo osservare che il rapporto t/d ha una relazione fortemente negativa con lo stress di von Mises e con la deformazione. Ciò significa, come si può evincere anche dal grafico 2.9b, che al crescere dello spessore lo stress misurato risulta molto inferiore. Il coefficiente di correlazione risulta invece fortemente positivo con lo stress concentration factor come si può osservare nel grafico 2.9.

Si può affermare poi che, all'aumentare dello spessore, il fattore di concentrazione delle tensioni aumenta ma diminuiscono la deformazione e la resistenza

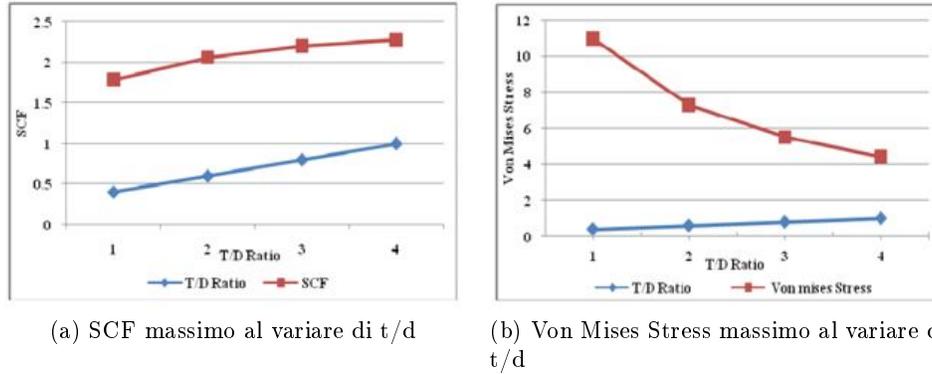


Figura 2.9: Effetto delle variazioni del rapporto t/d su SCF e von Mises stress [3]

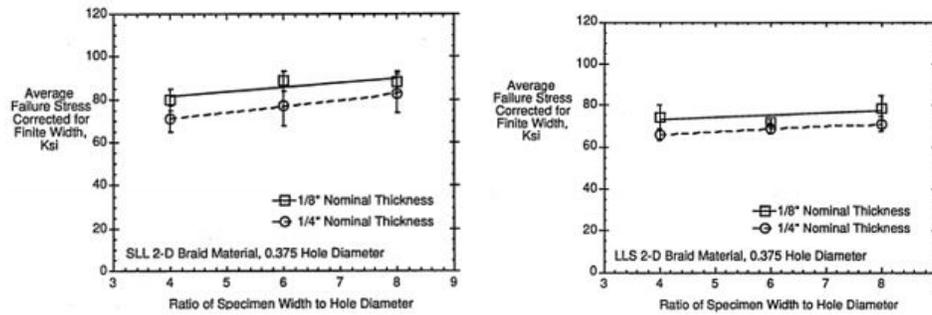


Figura 2.10: Effetto delle variazioni del rapporto t/d sulla tensione a rottura [4]

massima del provino.

Osservando le figure 2.10, in cui vengono riportati i valori della tensione a rottura per due differenti materiali al variare dello spessore, si può notare che ad un aumento dello spessore corrisponde una diminuzione del valore di tensione a rottura del provino. Nei due grafici ogni linea rappresenta uno spessore differente. Le variazioni lungo le ascisse, invece, riportano il rapporto tra diametro del foro e larghezza del provino.

Effetto della dimensione del foro

Per valutare gli effetti della dimensione del foro dobbiamo fare una distinzione: inizialmente osserveremo le conseguenze sulle piastre nelle quali viene mantenuto costante il rapporto tra la larghezza della piastra ed il diametro

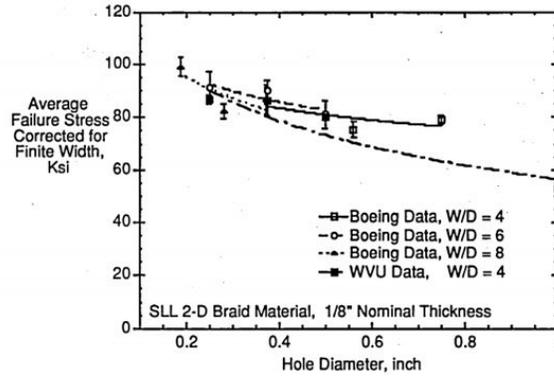


Figura 2.11: Tensione a rottura al variare del diametro del foro [4]

del foro. In un secondo momento vedremo gli effetti della dimensione del foro in relazione alla larghezza della piastra variando il valore del rapporto tra la larghezza della piastra W e il diametro del foro d .

Vediamo ora gli effetti della dimensione del foro sul failure stress per rapporti W/d costanti per piastre di due materiali differenti.

A parità di rapporto W/d , al crescere della dimensione del foro, si rileva una diminuzione del valore di tensione a rottura del materiale e che questo comportamento è più marcato per rapporti W/d elevati: si verificano infatti indebolimenti del materiale da quasi il 10% fino a oltre il 20% del valore di tensione a rottura.

Dal grafico seguente risulta evidente che per rapporti d/W (d/H nel grafico 2.12) che tendono a 0, ovvero per fori piccoli, i valori di K_{tn} e K_{tg} coincidono e sono pari a 3, come previsto dalla teoria. Invece per valori d/W tendenti all'unità i valori assunti da K_{tn} e K_{tg} divergono e, mentre K_{tn} tende a 2, K_{tg} tende ad infinito. Dalle analisi sperimentali è risultato che a parità di rapporti W/d , al crescere del diametro del foro si avevano delle variazioni nel valore della tensione a rottura. Ciò però va in contraddizione con le previsioni teoriche per le quali a rapporti W/d uguali dovrebbero corrispondere valori di tensione a rottura uguali. Si è scelto quindi di introdurre un fattore correttivo; non riportiamo in questa trattazione il procedimento di definizione di tale valore non viene riportato in questa trattazione per brevità di esposizione e perché è un argomento teorico che non ricade nel campo di studi di questa tesi.

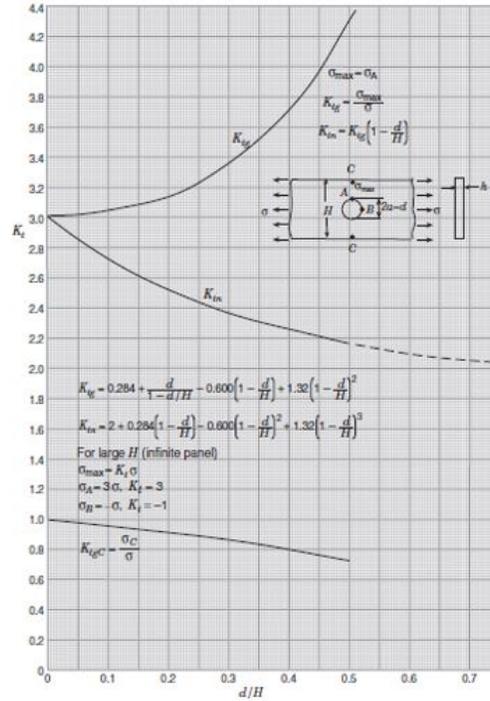


Figura 2.12: K_{tn} e K_{tg} al variare della dimensione del foro [1]

2.2 Piastra forata in materiale composito, modello bidimensionale

Andiamo ora ad analizzare il comportamento di un materiale ortotropo [5]. In questi materiali il coefficiente di concentrazione delle tensioni massimo può risultare sia maggiore che minore di 3. Inoltre il punto dove si verifica lo sforzo massimo può variare rispetto al caso di materiale isotropo.

L'aumento della tensione in un materiale composito forato si manifesta microscopicamente con l'espulsione delle fibre dalla matrice, la creazione di cricche nella matrice stessa e fenomeni di failure nell'interfaccia tra fibra e matrice.

La distribuzione degli stress può essere ottenuta in forma chiusa solo per piastre infinite, ortotrope ed omogenee. Per piastre di larghezza finita si avrà uno stress concentration K maggiore di quello calcolato per piastre infinite. Tuttavia, analogamente al caso isotropo, anche per le piastre in composito possiamo definire una distanza dal foro oltre la quale gli effetti della concentrazione risultano trascurabili. Per il momento manteniamo ancora valida

l'ipotesi di piastra di larghezza infinita.

Come primo passo per analizzare una piastra in materiale ortotropo, è necessario valutare quali siano le proprietà del materiale. Consideriamo quindi due assi (1 e 2) come assi del sistema principale di coordinate e altri due (L e T) come assi per definire le proprietà del materiale. Possiamo scrivere le proprietà del materiale nel sistema 1,2 in relazione ai dati del materiale in L,T con le seguenti formule:

$$E_1 = \frac{E_L}{\left[\cos^4 \theta + \frac{E_L}{E_T} \sin^4 \theta + \frac{1}{4} \left(\frac{E_L}{G_{LT}} - 2\nu_{LT} \right) \sin^2 2\theta \right]} \quad (2.18)$$

$$E_2 = \frac{E_L}{\left[\sin^4 \theta + \frac{E_L}{E_T} \cos^4 \theta + \frac{1}{4} \left(\frac{E_L}{G_{LT}} - 2\nu_{LT} \right) \sin^2 2\theta \right]} \quad (2.19)$$

$$G_{12} = \frac{E_L}{\left[1 + 2\nu_{LT} + \frac{E_L}{E_T} - \left(1 + 2\nu_{LT} + \frac{E_L}{E_T} - \frac{E_L}{G_{LT}} \right) \cos^2 2\theta \right]} \quad (2.20)$$

$$\nu_{12} = \frac{E_1}{E_L} \left[\nu_{LT} - \frac{1}{4} \left(1 + 2\nu_{LT} + \frac{E_L}{E_T} - \frac{E_L}{G_{LT}} \right) \sin^2 2\theta \right] \quad (2.21)$$

$$\nu_{21} = \frac{E_2}{E_L} \left[\nu_{LT} - \frac{1}{4} \left(1 + 2\nu_{LT} + \frac{E_L}{E_T} - \frac{E_L}{G_{LT}} \right) \sin^2 2\theta \right] \quad (2.22)$$

Se il materiale è composto da N strati con fibre orientate secondo angoli differenti, le costanti della piastra completa sono definite come:

$$\bar{E}_1 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N E_1(\theta_j) \quad (2.23)$$

$$\bar{E}_2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N E_2(\theta_j) \quad (2.24)$$

$$\bar{G}_{12} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N G_{12}(\theta_j) \quad (2.25)$$

$$\bar{\nu}_{12} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \nu_{12}(\theta_j) \quad (2.26)$$

$$\bar{\nu}_{21} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \nu_{21}(\theta_j) \quad (2.27)$$

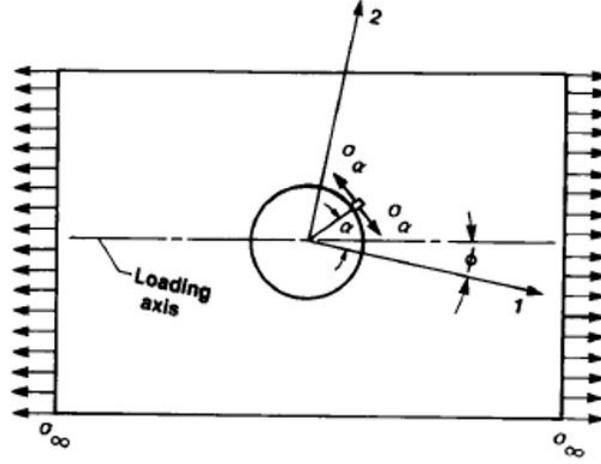


Figura 2.13: Piastra ortotropa [5]

Il coefficiente di concentrazione per piastra forata sottoposta a un carico σ orientato di un angolo ϕ rispetto all'asse 1 si calcola con:

$$K = \frac{\sigma_\alpha}{\sigma_\infty} = \frac{E_\alpha}{E_1} [(-\cos^2 \phi + (k+n)\sin^2 \phi) k \cos^2 \alpha + \\ + ((1+n)\cos^2 \phi - k \sin^2 \phi) \sin^2 \alpha + \\ - n(1+k+n) \sin \phi \cos \phi \sin \alpha \cos \alpha] \quad (2.28)$$

$$\frac{E_\alpha}{E_1} = \frac{1}{\left[\sin^4 \alpha + \frac{E_1}{E_2} \cos^4 \alpha + \frac{1}{4} \left(\frac{E_1}{G_{12}} - 2\nu_{12} \right) \sin^2 2\alpha \right]} \quad (2.29)$$

dove k e n sono definite come:

$$k = \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} \quad (2.30)$$

$$n = \sqrt{2 \left(\frac{E_1}{E_2} - \nu_{12} \right) + \frac{E_1}{G_{12}}} \quad (2.31)$$

Analizziamo ora gli effetti del foro: lo sforzo nei punti sull'asse x in direzione y è definito con:

$$\sigma_y(x, 0) = \frac{\sigma_\infty}{2} \left[2 + \left(\frac{R}{x} \right)^2 + 3 \left(\frac{R}{x} \right)^4 - (1+n-3) \left(5 \left(\frac{R}{x} \right)^6 - 7 \left(\frac{R}{x} \right)^8 \right) \right] \quad (2.32)$$

Al bordo del foro, quindi per $x=R$, l'equazione 2.32 restituisce il valore per lo stress concentration factor $K_{\pi/2}$

$$K_{\pi/2} = 1 + n \quad (2.33)$$

Quest'ultimo risultato concorda con quello fornito dalla formula 2.28 per $\frac{\pi}{2}$ $\theta = 0$. Per ogni specifico materiale, l'equazione 34 gli stessi risultati analoghi indipendentemente dalla dimensione del foro. Per rilevare degli effetti della dimensione del foro nell'equazione 2.33 si analizzano due criteri di rottura validi per i compositi [6]

Point stress criterion

Questo criterio assume che la rottura avvenga quando lo stress $\sigma_y(x, 0)$ raggiunge la sigma di rottura del materiale integro senza fori ad una piccola distanza caratteristica dal foro d_0 .

$$\sigma_y(x, 0)|_{x=R+d_0} = \sigma_f \quad (2.34)$$

Applicando questo criterio all'equazione 2.32 otteniamo:

$$\sigma_f = \frac{\sigma}{2} [2 + \xi_1^2 + 3\xi_1^4 - (1 + n - 3)(5\xi_1^6 - 7\xi_1^8)] \quad (2.35)$$

Da cui si può calcolare:

$$K_{\pi/2}^{(1)} = 1 + \frac{1}{2}\xi_1^2 + \frac{3}{2}\xi_1^4 - \frac{1+n-3}{2}(5\xi_1^6 - 7\xi_1^8) \quad (2.36)$$

dove:

$$\xi_1 = \frac{R}{R + d_0} \quad (2.37)$$

Per fori di grandi dimensioni, quindi per $\xi_1 \rightarrow 1$, l'equazione 2.36 diventa

$$K_{\pi/2}^{(1)}|_{\xi_1 \rightarrow 1} = K_{\pi/2} = 1 + n \quad (2.38)$$

mentre, al decrescere del diametro del foro, quindi per $\xi_1 \rightarrow 0$ l'equazione 2.36 diventa:

$$K_{\pi/2}^{(1)}|_{\xi_1 \rightarrow 0} = 1 \quad (2.39)$$

che corrisponde al caso di piastra senza alcun foro.

Il PSC contiene due parametri, d_0 e σ_f che devono essere determinati sperimentalmente. Una volta stabiliti questi parametri, la PSC consente di prevedere il comportamento a rottura dell'elemento in esame.

Average stress criterion

Questo criterio prevede che la rottura avvenga quando la tensione media calcolata tra i punti di raggio R che compongono il bordo del foro ed un punto a_0 vicino al bordo raggiunge il limite di rottura del materiale integro.

$$\frac{1}{a_0} \int_R^{R+a_0} \sigma_y(x, 0) dx = \sigma_f \quad (2.40)$$

Anche in questo caso possiamo riscrivere la 2.32 come:

$$K_{\pi/2}^{(2)} = \frac{1}{2(1 - \xi_2)} [2 - \xi_2^2 - \xi_2^4 + (1 + n - 3)(\xi_2^6 - \xi_2^8)] \quad (2.41)$$

dove:

$$\xi_2 = \frac{R}{R + a_0} \quad (2.42)$$

Anche in questo caso analizziamo i due casi limite per $\xi_2 \rightarrow 1$ e $\xi_2 \rightarrow 0$ da cui otteniamo rispettivamente

$$K_{\pi/2}^{(2)}|_{\xi_2 \rightarrow 1} = K_{\pi/2} = 1 + n \quad (2.43)$$

$$K_{\pi/2}^{(2)}|_{\xi_2 \rightarrow 0} = 1 \quad (2.44)$$

I valori caratteristici di a_0 e d_0 sono determinati mediante curve ricavate da dati sperimentali di provini rettangolari forati con fori di diametro differente. Solitamente si adottano valori di d_0 compresi tra 0.076 e 0.127 cm e di a_0 di circa 0.381cm. I dati sperimentali combaciano con la ASC per valori di $a_0 = 5mm$.

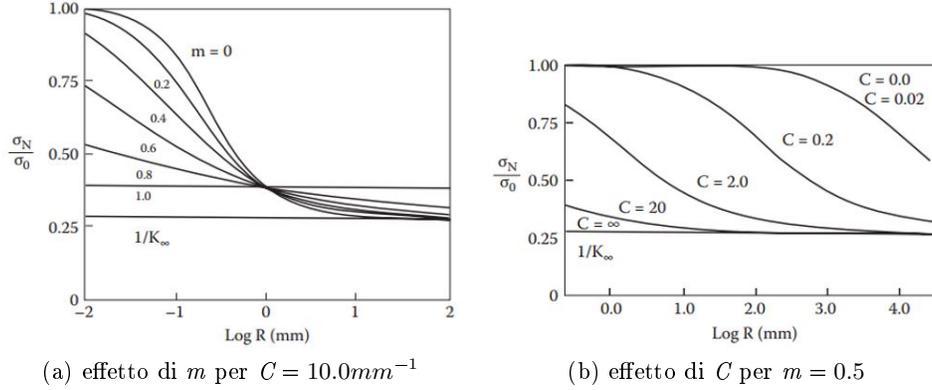
Modifica al Point Stress Criterion

Per migliorare l'accuratezza della PSC è stata introdotta una modifica che lega d_0 al diametro del foro:

$$d_0 = \left(\frac{R}{R_0} \right)^m \frac{1}{C} \quad (2.45)$$

Dove m è un parametro esponenziale, R_0 un raggio di riferimento e C il notch sensitivity factor. In sostanza questo modello aggiunge un parametro aggiuntivo (m) alla PSC. A titolo di esempio poniamo il raggio di riferimento R_0 pari a 1mm. Il parametro ξ diventa quindi:

$$\xi = \frac{1}{1 + \frac{R^m}{RC}} \quad (2.46)$$


 Figura 2.14: Effetto dell'influenza di m e C sulla resistenza [6]

Le figure 2.14 mostrano l'influenza di m e C sulla resistenza dell'elemento intagliato.

Dalla figura 2.14 (a) traspare che il parametro esponenziale m influisce sulla pendenza della curva mentre dalla seconda si può evincere che il parametro C trasla le curve lungo l'asse $\text{Log}R$ senza modificarne la forma. Il parametro m può variare tra 0 e 1 mentre C deve essere maggiore di zero.

Comportamento a rottura

In questa fase vengono confrontati i risultati ottenuti da diversi studi a rottura effettuati su piastre integre e forate per due differenti materiali compositi. Il minimo valore ricavato dall'analisi è scelto come valore critico. I dati a rottura vengono raccolti utilizzando tre differenti criteri: Hashin-Rotem, Tsai-Hill e Tsai-Wu che analiticamente vengono espressi come:

Hashin-Rotem

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{\left(\frac{\sigma_2}{\sigma}\right)^2 \frac{1}{Y^2} + \left(\frac{\sigma_{12}}{\sigma}\right)^2 \frac{1}{S^2}} \quad (2.47)$$

Tsai-Hill

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{\left(\frac{\sigma_1}{\sigma}\right)^2 \frac{1}{X^2} + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma}\right)^2 \frac{1}{Y^2} + \left(\frac{\sigma_{12}}{\sigma}\right)^2 \frac{1}{S^2} - \left(\frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma^2}\right)^2 \frac{1}{X^2}} \quad (2.48)$$

Tsai-Wu

$$\sigma f_1 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma}\right) + \sigma f_2 \left(\frac{\sigma_2}{\sigma}\right) + \sigma^2 f_{11} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma}\right)^2 + \sigma^2 f_{22} \left(\frac{\sigma_2}{\sigma}\right)^2 + \sigma^2 f_{66} \left(\frac{\sigma_{12}}{\sigma}\right)^2 + 2\sigma^2 f_{12} \left(\frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma^2}\right) = 1 \quad (2.49)$$

Denominando σ_f il valore di σ a rottura, l'equazione 2.49 può essere riscritta come:

$$a\sigma_f^2 + b\sigma_f - 1 = 0 \quad (2.50)$$

$$\begin{aligned} a &= f_{11} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma}\right)^2 + f_{22} \left(\frac{\sigma_2}{\sigma}\right)^2 + f_{66} \left(\frac{\sigma_{12}}{\sigma}\right)^2 + 2f_{12} \left(\frac{\sigma_1\sigma_2}{\sigma^2}\right)^2 \\ b &= f_1 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma}\right) + f_2 \left(\frac{\sigma_2}{\sigma}\right) \\ f_{11} &= \frac{1}{XX'}; \quad f_{22} = \frac{1}{YY'}; \quad f_{66} = \frac{1}{S^2} \\ f_1 &= \frac{1}{X} - \frac{1}{X'}; \quad f_2 = \frac{1}{Y} - \frac{1}{Y'}; \quad f_{12} \cong 0.5(f_{11}f_{22})^{1/2} \end{aligned} \quad (2.51)$$

Dove:

- Y : modulo a trazione trasversale
- S : resistenza a taglio dello strato unidirezionale
- X : modulo a trazione longitudinale
- X' : modulo a compressione longitudinale
- Y' : modulo a compressione trasversale

In fase di analisi sono stati raccolti dati riguardanti i carichi a rottura per piastre single layer con fibre orientate tra 0° e 90° soggette a carichi di compressione e trazione ed i relativi angoli di cedimento.

I carichi critici per piastre soggette a trazione e compressione sono riportati in figura: Da queste figure si evince che quando il carico è parallelo alle fibre gli effetti dell'indebolimento del foro sono massimi. Tali effetti si concretizzano in una maggior distanza tra le due curve. Inoltre per entrambi i materiali si rileva una resistenza migliore a compressione che a trazione.

2.2.1 Influenza della geometria

La scelta geometrica che maggiormente influenza i risultati quando si parla di materiale ortotropo, nel nostro caso un composito, è l'angolo che si forma tra la direzione del carico e gli assi principali del materiali sui quali ne sono definite le proprietà. Per il momento prendiamo in considerazione una piastra in materiale composito monostrato [5]. Di seguito verranno prese in considerazione tre geometrie particolari: con fibre parallele al carico, orientate di 45° ed infine orientate di 90° .

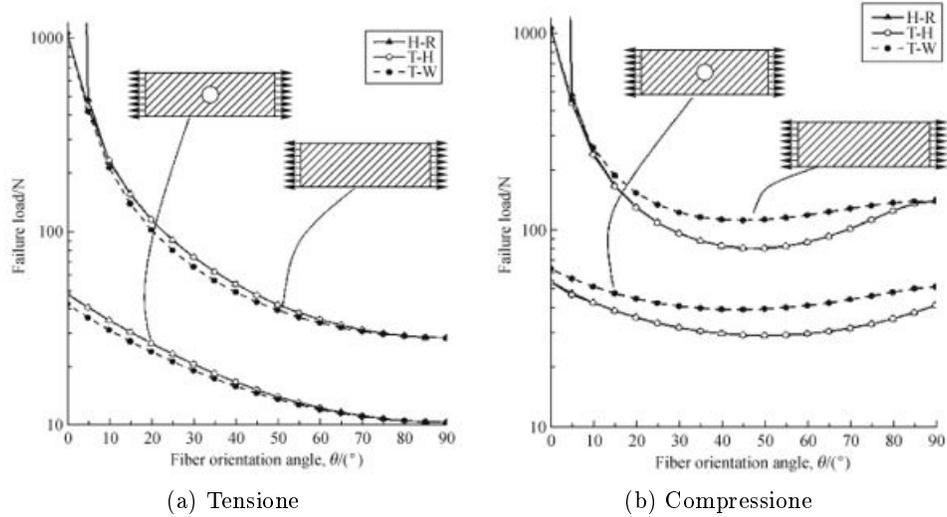
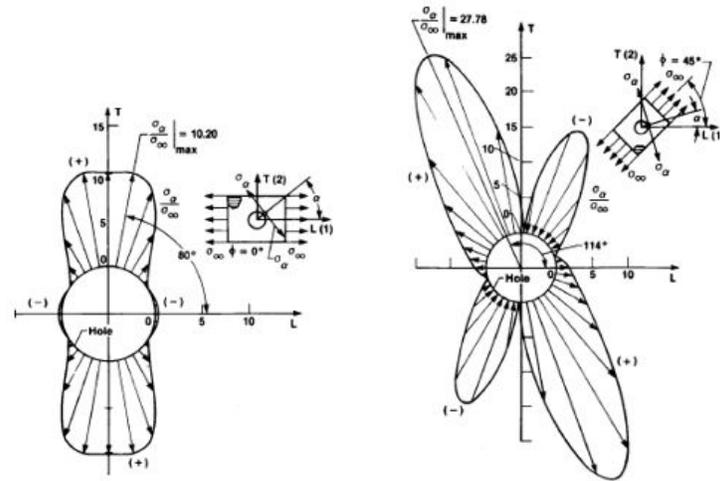


Figura 2.15: Effetto del foro e dell'angolo delle fibre sulla resistenza a rottura per carichi a tensione e compressione [7]

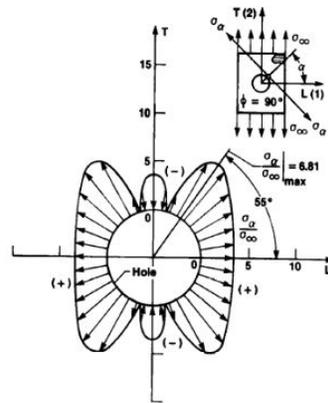
Tabella 2.2: Stress concentration factor per piastre mono-strato[5]

| Angolo di carico ϕ | 0° | 45° | 90° |
|--------------------------------------|------------------------------|------------------------|------------------------------|
| Stress concentration factor K | 10.20 | 27.78 | 6.81 |
| Angolo del punto di massimo α | $\pm 80^\circ \pm 100^\circ$ | $+114^\circ -66^\circ$ | $\pm 55^\circ \pm 125^\circ$ |

Dall'analisi dei tre scenari, effettuata con i procedimenti analitici descritti del paragrafo precedente, possiamo valutare i coefficienti di stress concentration massimi e la loro posizione lungo la circonferenza. I dati raccolti sono riportati nella tabella 2.2 mentre gli andamenti sono rappresentati in grafico in figura 2.16. Osservando sia le rappresentazioni grafiche che i risultati numerici raccolti in tabella è possibile fare una serie di considerazioni. La più immediata è che lo stress massimo, e di conseguenza lo stress concentration massimo, sono stati rilevati per piastre con fibre orientate a 45° rispetto alla direzione di carico. L'incremento di stress minimo invece si ha per le piastre caricate perpendicolarmente alla direzione delle fibre. Un altro dato molto importante da sottolineare è che l'angolo di orientamento delle fibre influisce, oltre che sull'intensità degli sforzi, anche sulla distribuzione degli stessi. Sia per piastre caricate parallelamente che perpendicolarmente alla direzione delle fibre si rilevano quattro punti di massimo stress. Nel primo caso si rilevano intensità di sforzi maggiori, con coefficienti K pari a 10,20,



(a) Piastra monostrato, $\phi = 0^\circ$ (b) Piastra mono-strato, $\phi = 45^\circ$



(c) Piastra mono-strato, $\phi = 90^\circ$

Figura 2.16: Distribuzione delle tensioni tangenziali lungo il bordo del foro per diversi angoli di carico ϕ in una piastra monostrato [5]

Tabella 2.3: [5] Stress concentration factor per piastre multistrato $[+50^\circ]_{14}$, $[-50^\circ]_{14}$, $[+35^\circ]_6$

| | | | |
|--------------------------------------|------------------------------|-------------------------|------------------------------|
| Angolo di carico ϕ | 0° | 45° | 90° |
| Stress concentration factor K | 2.43 | 3.49 | 2.44 |
| Angolo del punto di massimo α | $\pm 65^\circ \pm 115^\circ$ | $+135^\circ - 45^\circ$ | $\pm 25^\circ \pm 155^\circ$ |

mentre nel secondo caso i coefficienti K raggiungono il valore massimo di 6,81. Per piastre con fibre disposte a 45° rispetto al carico, invece, si rilevano invece due soli punti di massimo la cui intensità risulta molto maggiore degli altri casi raggiungendo valori di K pari a 27,78.

Risultati decisamente diversi si ottengono per piastre multi-strato. Nel caso in esempio prendiamo in considerazione piastre composte da 34 strati disposti come segue: $[+50^\circ]_{14}$, $[-50^\circ]_{14}$, $[+35^\circ]_6$ e valutiamo le tre condizioni di carico precedentemente descritte. Le piastre sono state analizzate con un procedimento analogo a quello descritto per i casi di materiale mono-strato ed i risultati ottenuti sono nuovamente stati raccolti in tabella 2.3 e posti nel grafico in figura 2.17.

Possiamo osservare che per le piastre multistrato si ha una significativa riduzione dell'intensità della concentrazione di tensioni. La maggior differenza è rilevabile per piastre caricate a 45° . Utilizzando piastre multistrato, sia che esse siano caricate parallelamente che perpendicolarmente agli assi del materiale, è possibile ottenere valori di K inferiori a quelli valutati per il materiale isotropo.

Anche in questo caso si osservano quattro punti di massimo per i casi a 0° e 90° , ma tali picchi avvengono in punti diversi della circonferenza rispetto al caso monostrato. Anche per il caso a 45° si ottengono di nuovo due soli picchi che però vengono rilevati in posizioni differenti rispetto a prima.

Fino a questo momento abbiamo visto che effetto ha la variazione dell'angolo di laminazione sullo stress concentration factor. Rimane ancora da definire come ciò influisca sul carico massimo applicabile alla struttura. In questo caso non studiamo più solo tre casi particolari ma l'andamento per gli angoli compresi tra 0° e 90° . In figura 2.18 si può osservare che al crescere dell'angolo delle fibre vi è una diminuzione del carico massimo applicabile a trazione. Si registra invece un aumento del valore del carico massimo a compressione.

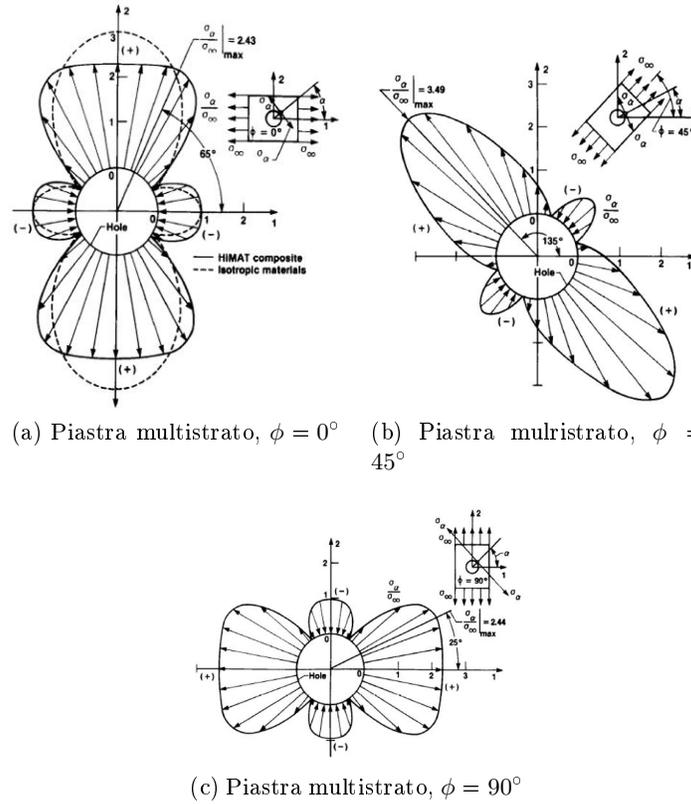


Figura 2.17: [5] Distribuzione delle tensioni tangenziali lungo il bordo del foro per diversi angoli di carico ϕ in una piastra multistrato $[+50^\circ]_{14}, [-50^\circ]_{14}, [+35^\circ]_6$

Effetto del modulo di Young

Per valutare gli effetti delle variazioni del modulo di Young si considera il rapporto E_1/E_2 . Vengono riportate nei grafici le curve che rappresentano l'andamento dello stress concentration factor al variare di tale rapporto per diversi angoli di orientamento delle fibre. Dalla figura 2.19 (a) si può osservare che in caso di carico a trazione, per angoli di orientamento di 0° , 15° e 30° le variazioni del rapporto dei moduli influiscono fortemente sullo stress concentration factor, che aumenta al crescere del rapporto dei moduli elastici. Il massimo valore del fattore di concentrazione degli stress si ottiene per piastre caricate parallelamente alle fibre (angolo 0°). Per angoli di 45° , 60° , 75° , 90° invece il rapporto dei moduli non influisce in maniera significativa

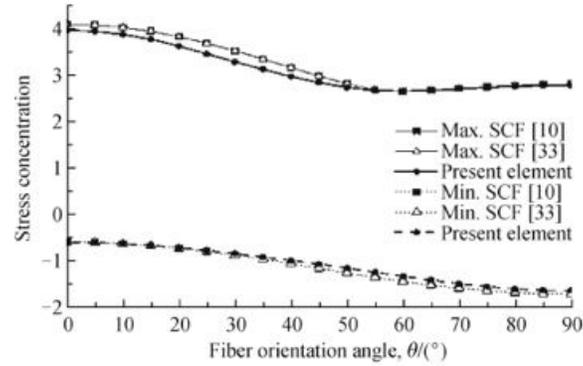


Figura 2.18: Effetto dell'angolo di orientamento delle fibre su K [7]

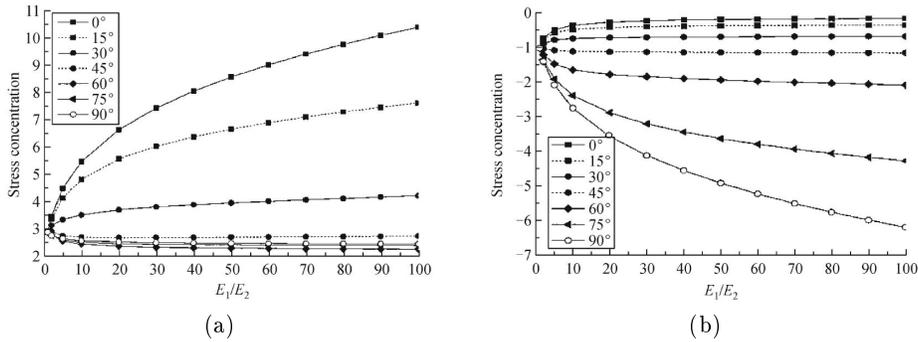


Figura 2.19: Massimo stress concentration factor al variare del rapporto dei moduli di Young per (a) carico a tensione e (b) carico a compressione [7]

su scf. La situazione è opposta per piastre caricate a compressione: per le quali per angoli di 0° , 15° e 30° non si rilevano variazioni significative nel valore delle concentrazione delle tensione al variare del rapporto dei moduli di Young. Inoltre il massimo delle variazioni si verifica per piastre caricate perpendicolarmente alla direzione delle fibre. Un aspetto importante che traspare dai grafici in figura 2.19 è che quando il rapporto tra E_1 ed E_2 risulta a 2 l'angolo delle fibre non è influente. Per questo valore il materiale ortotropo ha un comportamento analogo ai materiali isotropi.

Effetto della dimensione del foro

Sperimentalmente è emerso che per materiali compositi con fori grandi si ha una diminuzione della resistenza a rottura del provino maggiore di quel-

la osservata per fori di piccolo diametro e ciò non è giustificabile dalla sola riduzione dell'area resistente netta. La distribuzione degli stress può essere calcolata analiticamente con la formula 2.32 a pagina 20 i cui risultati sono riportati in grafico 2.20. Per analizzare gli effetti della dimensione del foro

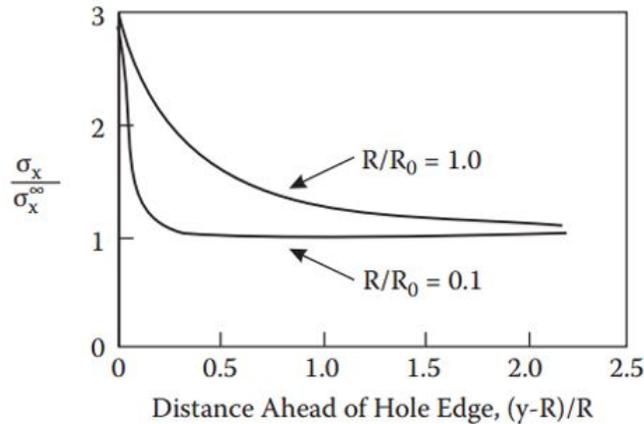


Figura 2.20: Distribuzione dello stress in una piastra ortotropa per fori di due diverse dimensioni [6]

prendiamo in considerazione un raggio di riferimento R_0 e studiamo l'andamento del rapporto delle sigma all'aumentare della distanza dal foro per due casi caratterizzati da dimensione del foro differenti. La dimensione del foro è valutata mediante il rapporto tra il raggio del foro e quello di riferimento. Si osserva che il volume di materiale soggetto ad uno sforzo maggiore per fori larghi è maggiore che nel caso di foro stretto. Ciò implica una maggior possibilità di danneggiamento e rottura.

2.3 Piastra forata, modello tridimensionale

Quando decidiamo di affrontare il problema tridimensionalmente oppure quando decadono alcune delle ipotesi semplificative considerate in precedenza, non ci bastano più le soluzioni analitiche riportate fino ad ora, ma soprattutto il problema diventa dipendente dalle caratteristiche del materiale. Nelle analisi 3D, infatti, entra in gioco il coefficiente di Poisson. L'influenza di questo coefficiente varia a seconda della geometria del problema: per esempio, in una barra sottoposta a torsione gli effetti non saranno rilevanti in quanto le sezioni trasversali rimarranno sempre circolari e non si avranno variazioni di volume. Tuttavia maggior influenza si rileva in elementi bi-

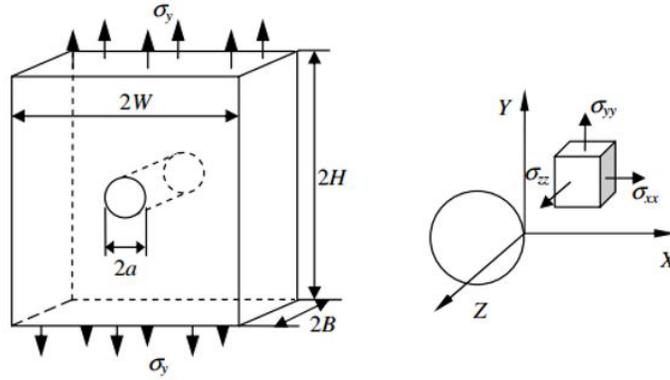


Figura 2.21: Modello di analisi e relativo sistema di coordinate [8]

dimensionali. Sperimentalmente è emerso che nella maggior parte dei casi, per piastre sottili, il primo punto di enucleazione della cricca è situato sul piano medio della piastra o allo spigolo tra il foro e la superficie libera del componente. Per piastre spesse invece la cricca si genera in prossimità delle superfici libere.

Da adesso in avanti consideriamo un sistema di riferimento per il quale l'origine è situata al bordo del foro, l'asse x si sviluppa in direzione della larghezza del componente, l'asse y in direzione della lunghezza e l'asse z in direzione dello spessore. Inoltre indichiamo con $2W$, $2H$ e $2B$ rispettivamente la larghezza, altezza, lo spessore complessivi della piastra e con $2a$ il diametro del foro. Il modello utilizzato viene rappresentato in figura 2.21. Definiamo ora stress e strain netti come:

$$\sigma_{net} = \frac{\sigma_y W}{W - a} \quad \varepsilon_{net} = \frac{\sigma_y W}{E(W - a)}$$

Per i campi di tensione in una piastra di spessore finito vengono introdotti due parametri per descrivere le caratteristiche 3D: il fattore di stress fuori dal piano e nel piano che sono calcolati rispettivamente:

$$T_z = \frac{\sigma_{zz}}{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}} \quad T_x = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{yy}}$$

Lo sforzo fuori dal piano T_z diventa $T_z = 0$ e $T_z = \nu$ rispettivamente per i casi di plane stress e plane strain. Inoltre, per la piastra di spessore finito di materiale elastico, il valore assunto da T_z è compreso tra 0 ed il coefficiente di Poisson del materiale ν . La figura 2.22 mostra rispettivamente la

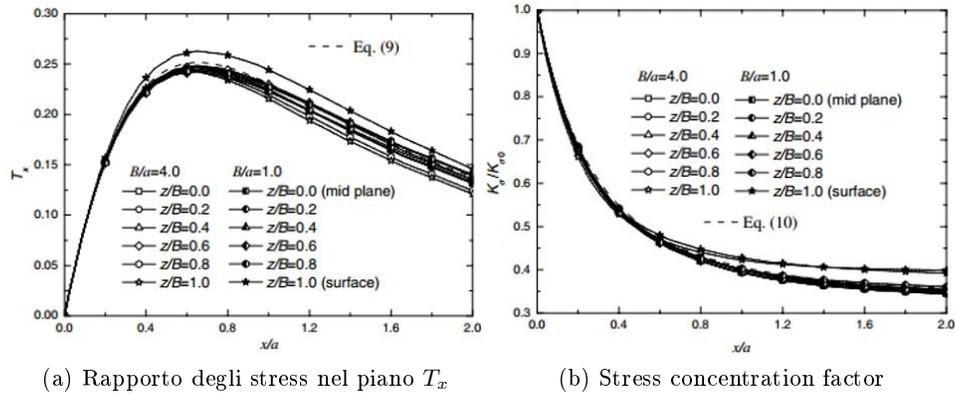


Figura 2.22: Distribuzione (a) del rapporto degli stress nel piano T_x e (b) del scf lungo lo spessore della piastra per $B/a=4$ e $B/a=1$ [8]

distribuzione del rapporto degli stress nel piano $T_x = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{yy}}$ e lo stress concentration factor al variare della posizione lungo x per $B/a=4$ e $B/a=1$ quindi per piastra sottile e piastra spessa. Per entrambi gli spessori della piastra sono riportate più curve che rappresentano diversi punti lungo lo spessore. Nella figura 2.22(b) lo stress concentration factor è normalizzato rapportandolo con il valore al bordo del foro calcolato nello stesso strato. Dalla figura 2.22(b) inoltre si osserva che il fattore di concentrazione degli sforzi non dipende in modo rilevante dalla posizione lungo lo spessore a meno di una sottile zona vicina alla superficie. Va però ricordato che in questo grafico viene riportato solo il valore normalizzato di K relativo ad ogni strato. Nella stessa piastra la distribuzione dello stress concentration factor lungo lo spessore è diversa da quella di strain ed il massimo stress e strain non sempre vengono rilevati sul piano medio. La figura 2.23 riporta gli andamenti di stress e strain normalizzati rispetto a quelli del piano medio al variare della posizione lungo lo spessore. Risulta inoltre evidente che il massimo di K è situato sul piano medio solo per piastre sottili. Le variazioni di stress e strain concentration factor in funzione di z/B sono deboli vicino al piano medio del provino (quindi per $z/B \rightarrow 0$) e per piastre il cui spessore adimensionato (B/a) sia piccolo. Questo avviene finché non si supera un valore B_σ^* chiamato spessore di transizione dello stress concentration factor. Una volta superato questo valore il punto di massimo K si sposta gradualmente verso la superficie. Allo stesso modo si definisce un valore B_ϵ^* chiamato spessore di transizione dello strain concentration factor dopo il quale il massimo di K_ϵ si sposta verso la superficie del provino. In definitiva a maggiori spessori

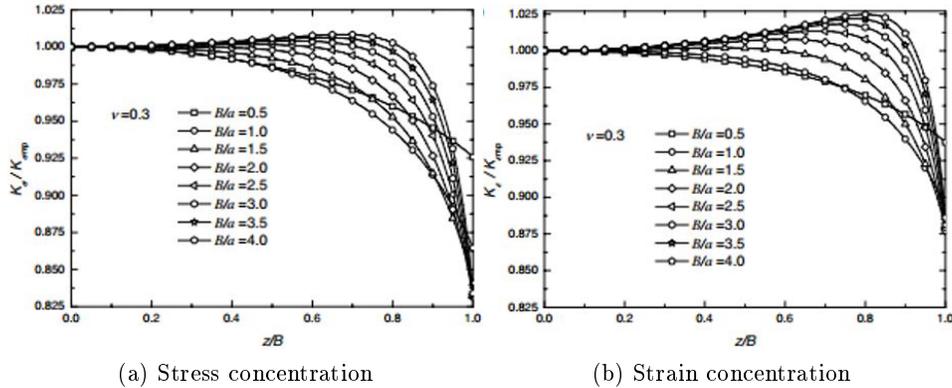


Figura 2.23: Distribuzione lungo lo spessore dei fattori di concentrazione di (a) stress e (b) strain per differenti spessori della piastra [8]

della piastra corrispondono maggiori differenze tra il valore di K massimo rilevato, sia esso riferito alle tensioni (K_σ) o alle deformazioni (K_ϵ), e il K misurato sul piano medio. Naturalmente il punto dove si denota il valore massimo di K_σ sarà distinto da quello dove si manifesta il K_ϵ . Solitamente infatti il punto di massimo di K_ϵ è più vicino alla superficie rispetto a quello di K_σ .

2.3.1 Influenza della geometria e del materiale

In questa fase osserveremo l'influenza delle variazioni della configurazione geometrica dell'oggetto in analisi aggiungendo, in questo caso, anche l'effetto che le caratteristiche del materiale hanno sul comportamento finale del provino.

Effetto del Poisson ratio

In figura 2.24 nella pagina seguente vengono riportati le variazioni di K_σ e K_ϵ normalizzate rispetto a quelle calcolate per plane stress o plane strain relative a diversi valori del Poisson ratio. Sono riportate le K calcolate sul piano medio (*mp*), sulla superficie (*sur*) ed il valore massimo (*max*) in funzione dello spessore normalizzato B/a . Un aspetto interessante è che il valore di K_σ calcolato sul piano medio non sia funzione lineare dello spessore ma cresca fino ad ottenere un massimo per valori di B/a pari a circa 1,2 per poi tendere nuovamente al valore di plane stress. Inoltre a maggiori coefficienti di Poisson corrispondono maggiori $K_{\sigma max}$ calcolati al piano medio. Per esempio, per

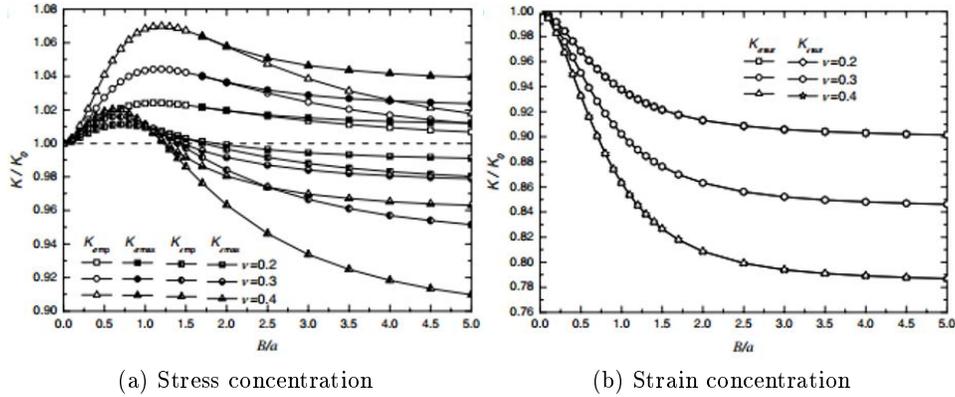


Figura 2.24: Fattori di concentrazione normalizzati di stress e strain sul bordo del foro per (a)piano medio e (b)superficie della piastra per diversi Poisson ratio [8]

un coefficiente di Poisson $\nu = 0,4$ si ha un incremento in $K_{\sigma mp}$ del 7%. Per quanto riguarda $K_{\epsilon mp}$ si ha un andamento simile alle K_{σ} tale per cui si raggiunge un picco di K_{ϵ} massimo (per $B/a=0,7$) per poi tornare, questa volta, a valori inferiori al caso di plane strain. Il valore di K_{ϵ} massimo è maggiore in caso di coefficienti di Poisson più elevati con un incremento pari al 2% per $\nu = 0,45$. Allo stesso modo per coefficienti di Poisson più elevati, si raggiungono risultati minori rispetto al plane strain in caso di piastre di grande spessore. infatti, per valori di ν pari a 0,4, si ha una riduzione del 10% circa.

I valori di $K_{\sigma max}$ crescono fino ad avere un massimo per poi attestarsi, al crescere di B/a , ad un valore costante tanto più grande quanto più elevato il valore di ν . Un comportamento analogo si verifica per i valori di $K_{\epsilon max}$ per i quali però si registrano valori minori al crescere di ν . A parità di coefficiente di Poisson, i valori di K_{ϵ} e K_{σ} sulla superficie del provino assumono lo stesso valore mentre per maggiori valori di ν si rileva una discrepanza tra i valori di plane stress e strain. Per piastre di spessore analogo, il coefficiente di Poisson non influenza la distribuzione delle curve K/K_{mp} , siano esse riferite alle deformazioni o alle tensioni, valutate in funzione del rapporto (z/B) tra la posizione lungo lo spessore e lo spessore stesso della piastra. Tuttavia il suo effetto si manifesta con la variazione in modulo del valore misurato sul piano medio e sulla superficie della piastra. Le differenze maggiori si rilevano per coefficienti di Poisson elevati o per piastre sottili. Osservando il nostro caso ovvero una piastra sottile caratterizzata da un coefficiente di Poisson

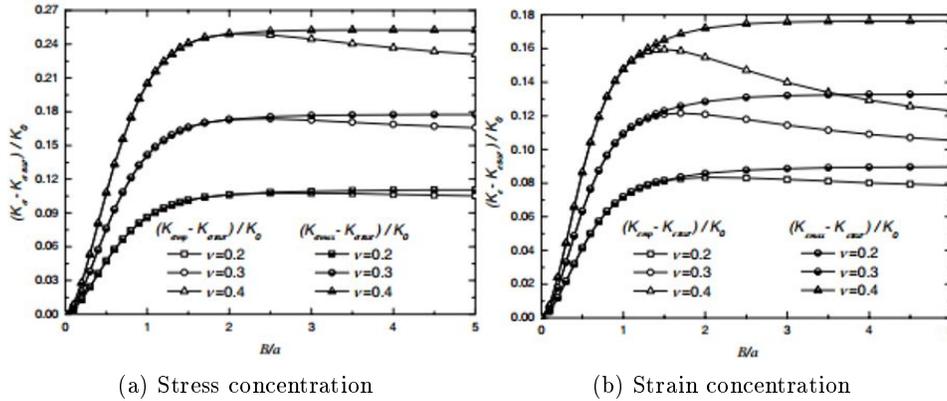


Figura 2.25: Differenza tra i valori al piano medio o massimi e quelli in superficie di (a) stress e (b) strain concentration factor al variare dello spessore e per differenti Poisson ratio [8]

compreso tra 0,15 e 0,45, per il fattore di concentrazione delle tensioni si rilevano variazioni del coefficiente normalizzato comprese tra il 6% ed il 22% mentre per le deformazioni tali differenze si attestano tra il 5% ed il 16%. Se invece ci trovassimo in presenza di piastre spesse gli effetti del Poisson ratio sarebbero più evidenti comportando variazioni di K comprese tra l'8% e il 28% per gli stress e dal 6% al 22% per gli strain.

Differenza tra stress e strain concentration factor massimi e sulla superficie

Abbiamo detto che la differenza tra i fattori di concentrazione delle tensioni e delle deformazioni calcolati al piano medio e sulla superficie non è una funzione monotona dello spessore. Dopo il raggiungimento di un punto di massimo, infatti, si ha una diminuzione del valore registrato al crescere del rapporto B/a fino a tendere ad un valore costante. La differenza tra il valore massimo del fattore di concentrazione e il valore superficiale, però, è una funzione monotona crescente in relazione allo spessore. Al crescere di B/a , infatti, la differenza tra il valore massimo e quello superficiale cresce rapidamente per poi tendere ad una costante dipendente dal Poisson ratio quando si raggiunge un B/a sufficiente.

Le distribuzioni lungo lo spessore di K/K_{mp} , siano esse riferite agli sforzi o alle deformazioni, sono influenzate dallo spessore e dal coefficiente di Poisson. Le K_σ e K_ϵ calcolate sulla superficie della piastra in corrispondenza del

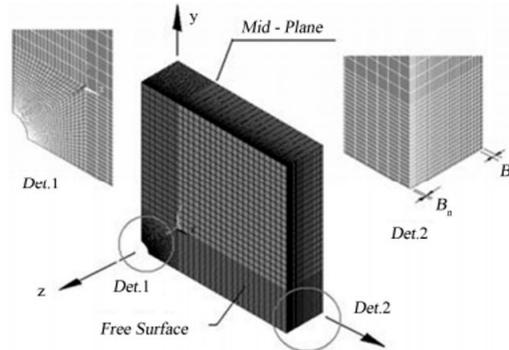


Figura 2.26: Modello 3D [9]

bordo del foro, infatti, decrescono al crescere di spessore o Poisson ratio. È anche dimostrato che la K_σ sul piano medio in una piastra di spessore finito è maggiore di quella nel caso di plane stress mentre la K_ε può essere minore. Per la piastra spessa il massimo K_σ , maggiore di quello per caso piano, è vicino alla superficie. Tuttavia i K_σ e K_ε al bordo del foro sulla superficie sono gli stessi e sono inferiori rispetto a quelli del caso piano. Infatti decrescono rapidamente vicino alla superficie e sono troppo piccoli per riflettere l'andamento generale in funzione di spessore o Poisson. La figura 2.25 nella pagina precedente, inoltre, mostra che può essere rischioso utilizzare la K_ε misurata direttamente sulla superficie del provino o calcolata da teorie 2D ma bisogna tenere conto dell'influenza dello spessore e del coefficiente di Poisson.

Effetto della larghezza e dello spessore del provino

Da questo punto in avanti si definisce r il raggio del foro. Per gli studi seguenti sono stati utilizzati una serie di provini in cui sono stati mantenuti fissi il raggio del foro pari a 5 mm e la lunghezza della piastra pari a 200 mm in modo tale da assicurarsi che sia valida l'approssimazione di piastra di lunghezza infinita. Si varia la larghezza della piastra in modo tale da ottenere per il rapporto tra la larghezza della piastra ed il raggio del foro i seguenti valori: $W/r=1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2; 2,2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 10; 20$ e lo spessore per avere $B/r=0,2; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 20; 30$.

Sfruttando la simmetria della piastra, per ridurre i tempi e i costi del calcolo, se ne può studiare solo un ottavo a patto che vengano applicati i seguenti vincoli rappresentati in figura 2.26 ovvero: Per tutti i nodi presenti sul piano y - z , ovvero a metà della larghezza, sono stati bloccati gli spostamenti nella

direzione x; a metà dell'altezza, per i nodi sul piano x-z, sono stati bloccati gli spostamenti in direzione y e infine per i nodi sul piano x-y, ovvero a metà dello spessore, sono stati bloccati gli spostamenti in direzione z.

Nei grafici in figura 2.27 vengono riportati gli andamenti di K/K_0 al variare della posizione lungo l'altezza del provino, della sua larghezza e dello spessore. Le curve mancanti sono state eliminate per una maggior chiarezza nel grafico poiché si sarebbero sovrapposte alle curve più vicine. Dal grafico

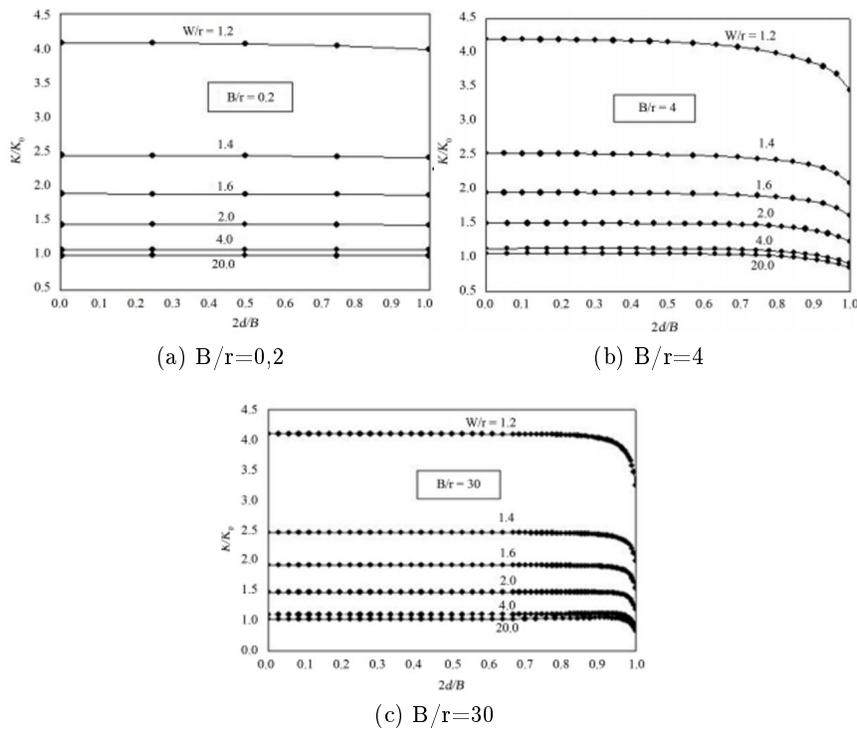


Figura 2.27: Andamenti di K/K_0 al variare della posizione lungo lo spessore del provino per diverse larghezze a spessore adimensionato B/r costante [8]

in figura 2.27 (a), quindi per piastra sottile $B/r=0.2$, le curve presentano un andamento praticamente costante lungo lo spessore. Tuttavia per piastre più spesse, 2.27 (b) e (c) si può osservare una riduzione del coefficiente in prossimità della superficie tanto più evidente quanto più spessa la piastra osservata.

La figura 2.28 nella pagina successiva, invece, riporta la posizione adimensionata lungo lo spessore ($2d_{max}/B$) al variare della larghezza della piastra.

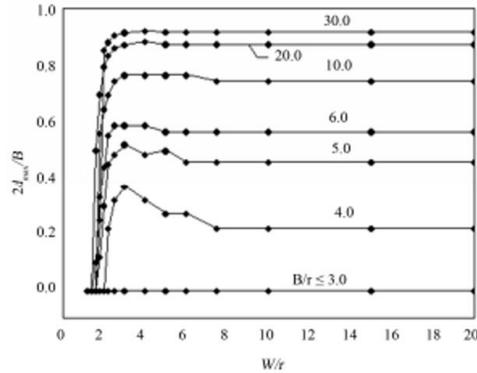


Figura 2.28: Posizione adimensionata lungo lo spessore del punto di massimo al variare della larghezza del provino per diversi spessori [8]

Con d_{max} viene indicata la distanza del punto di K_{max} dal piano medio. Per piastre sottili caratterizzate da rapporti B/r minori di 3, o per rapporti W/r minori di 2 la posizione rimane sul piano medio. Al crescere dello spessore il punto di massimo si avvicina alla superficie senza mai raggiungerla. Dopo un certo valore, al crescere di W/r la posizione di K_{max} rimane costante. In figura 2.29 nella pagina seguente sono riportati rispettivamente i rapporti tra il massimo dello stress concentration factor misurato e quello rilevato al piano medio e tra lo stress concentration factor sulla superficie e quello sul piano medio. In figura 2.29 nella pagina successiva (a) si osserva che per ogni valore di W/r adottato si ha lo stesso andamento: crescita fino a un valore B/r pari a circa 2 poi crescita monotona fino a B/r pari a circa 10 dove si raggiunge un valore costante. È interessante vedere che per valori della larghezza del provino 20 volte superiori al raggio del foro ($W/r=20$), il valore di K_{max}/K_0 tende ad un valore unitario, come ci si aspetta per piastre infinite. In figura 2.29 (b) il valore K_s/K_0 decresce monotonamente fino ad un valore costante che si ottiene, anche in questo caso per valori del rapporto B/r maggiori di 10.

La figura 2.30 nella pagina seguente riporta i valori assunti dal rapporto K_{max}/K_s tra il valore massimo rilevato per lo stress concentration factor e quello rilevato sulla superficie esterna del provino. Si può osservare che al crescere dello spessore si ha un aumento della tensione misurata in prossimità della superficie. Le figure 2.31(a) e 2.31 a pagina 40(b) riportano gli andamenti dei rapporti K_{max}/K_0 e K_s/K_0 al variare della larghezza adimensionale W/r per diversi valori dello spessore adimensionale B/r . Si ha una buona convergenza con il valore teorico (Howland) solo per piastre

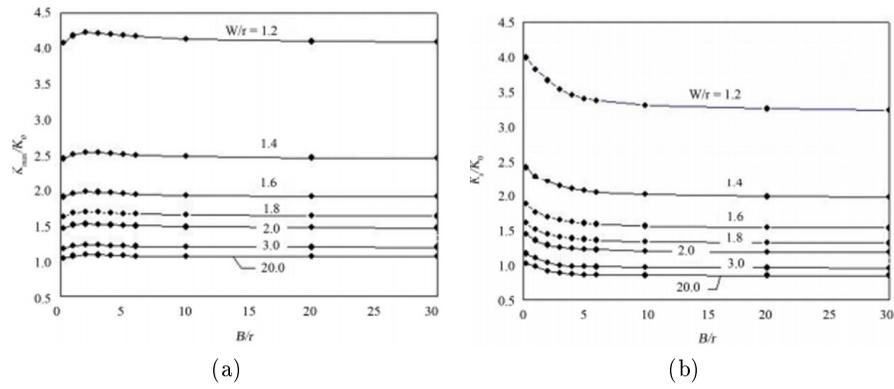


Figura 2.29: Variazioni di (a) K_{max}/K e (b) K_{sur}/K in funzione dello spessore per diversi valori di W/r [8]

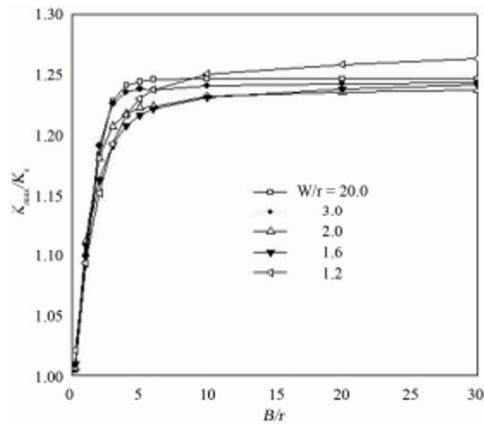


Figura 2.30: Variazioni del rapporto K_{max}/K_s in funzione dello spessore per diversi valori di W/r [8]

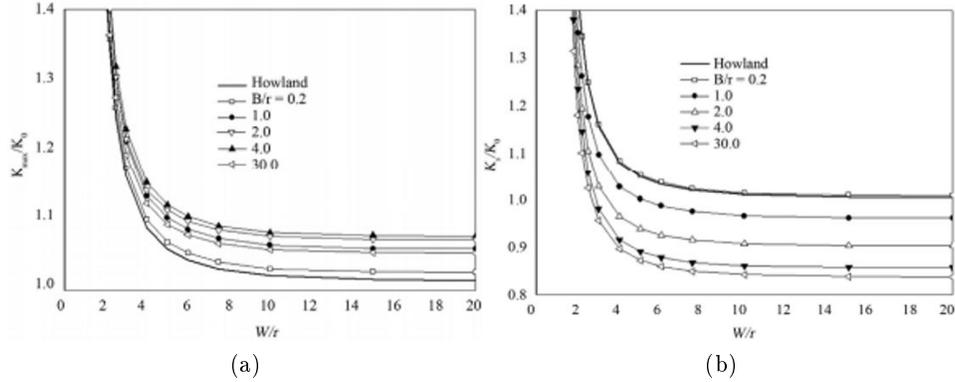


Figura 2.31: Variazioni del rapporto (a) K_{max}/K_0 e (b) K_s/K_0 in funzione della larghezza del provino per diversi valori di B/r [8]

sottili ($B/r=0.2$). Per riuscire a prevedere il comportamento di una piastra forata spessa sono quindi state sviluppate formule empiriche con errori di circa l'1%. La formula 2.52 esprime il rapporto tra il fattore di concentrazione delle tensioni massimo e quello misurato sul piano medio:

$$\frac{K_{max}}{K_0} = a_3\beta^3 + a_2\beta^2 + a_1\beta + a_0 \quad (2.52)$$

dove:

$$a_0 = -0.0064\alpha^2 + 0.0122\alpha + 1.2492$$

$$a_1 = +0.0026\alpha^2 + 0.0001\alpha - 0.4951$$

$$a_2 = -0.0022\alpha^2 + 0.0031\alpha + 0.4562$$

$$a_3 = +0.0007\alpha^2 - 0.0024\alpha - 0.1580$$

$$\alpha = \ln(B/r)$$

$$\beta = \ln[\ln(W/r)]$$

La formula 2.53 ricavata invece invece esprime il rapporto tra lo stress concentration factor calcolato in superficie e quello di riferimento.

$$\frac{K_s}{K_0} = b_3\beta^3 + b_2\beta^2 + b_1\beta + b_0 \quad (2.53)$$

dove:

$$b_0 = 0.004\alpha^3 - 0.004\alpha^2 - 0.0691\alpha + 1.1191$$

$$b_1 = 0.0012\alpha^3 - 0.0032\alpha^2 + 0.0148\alpha - 0.4424$$

$$b_2 = 0.0018\alpha^3 - 0.0057\alpha^2 - 0.0213\alpha + 0.4307$$

$$b_3 = -0.0022\alpha^3 + 0.0058\alpha^2 + 0.0137\alpha - 0.1475$$

2.4 Possibili soluzioni di rinforzo

In questo paragrafo vedremo alcune soluzioni che è possibile adottare per mitigare gli effetti del foro. Sono state analizzate le soluzioni che nel corso degli anni hanno restituito risultati soddisfacenti in modo tale da poterle sfruttare come punto di partenza per il nostro lavoro. Una delle soluzioni più efficienti per mitigare gli effetti della concentrazione delle tensioni nell'intorno di un foro consiste nel creare delle tensioni residue mediante deformazione plastica. Questa particolare strada non è stata presa in considerazione nonostante i risultati promettenti poiché i benefici maggiori vengono apportati per materiali isotropi mentre il lavoro esposto in questa tesi ha come obiettivo l'utilizzo di materiali compositi.

2.4.1 Foro rinforzato simmetricamente

Per un foro rinforzato simmetricamente in una piastra di larghezza finita vengono ritenuti di particolare interesse i risultati ottenuti sperimentalmente nel 1964 e 1967 da Seika e Ishii. Definiamo ora alcune notazioni utilizzate da qui in avanti per definire la geometria:

- H: larghezza della piastra
- h: spessore della piastra
- h_t : spessore del rinforzo
- d: diametro del foro
- D: diametro del rinforzo
- r: raggio di raccordo tra piastra e rinforzo

Questi test usavano una piastra spessa 6 mm con un foro di diametro D pari a 30 mm. All'interno del foro è stato posto un anello di rinforzo per il quale è stato mantenuto variabile il diametro d del foro centrale. In tutti i test

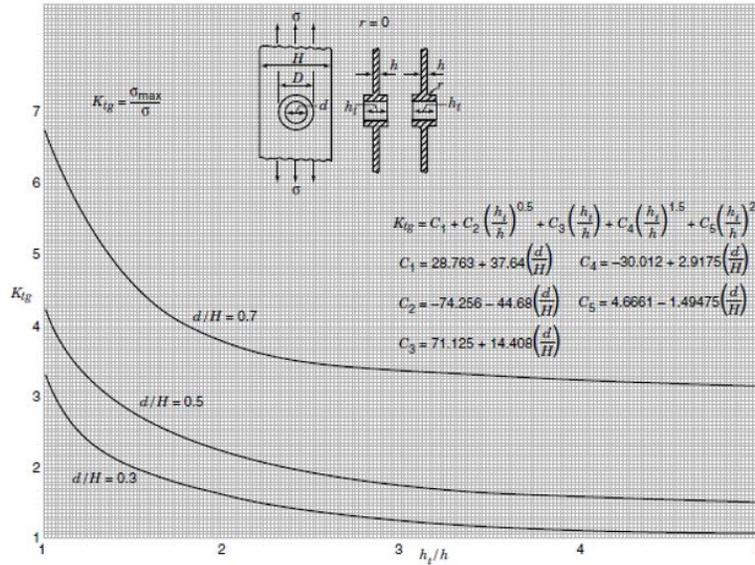


Figura 2.32: Stress concentration factor K_{tg} per un foro circolare rinforzato simmetricamente con $H/D=1$, $D/h=5$ e $r=0$ [1]

venne mantenuto costante il rapporto tra il diametro dell'anello di rinforzo e lo spessore dell'elemento D/h pari a 5. Nel grafico in figura 2.32 sono stati riportati i valori di $K_{tg} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma}$ in funzione del rapporto tra lo spessore del rinforzo e lo spessore della piastra, per diversi rapporti d/H dove H è la larghezza del provino preso in considerazione. Nel grafico in figura 2.33 nella pagina seguente invece viene riportato l'andamento di K_{tg} in funzione del rapporto tra spessore del rinforzo e spessore della piastra h_t/h per diversi valori del rapporto tra diametro del foro e diametro del rinforzo d/D e del rapporto H/D .

Considerando agente sulla piastra un carico $P = \sigma A = \sigma_{net} A_{net}$ possiamo definire K_{tg} con le formule riportate nei grafici e K_{tn} con la formula seguente:

$$\begin{aligned} K_{tn} &= \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{net}} = \frac{\sigma_{max} A_{net}}{\sigma A} = \frac{K_{tg} A_{net}}{A} = \\ &= \frac{K_{tg} ((H - D)h + (D - d)h_t + (4 - \pi)r^2)}{Hh} = \quad (2.54) \\ &= K_{tg} \frac{\left(\left(\frac{H}{D} - 1\right) + \left(1 - \frac{d}{D}\right) \left(\frac{h_t}{h}\right) + \left(\frac{4 - \pi}{Dh}\right)\right)}{\frac{H}{D}} \end{aligned}$$

Nel grafico in figura 2.34 a pagina 44 viene riportato l'andamento di K_{tg}

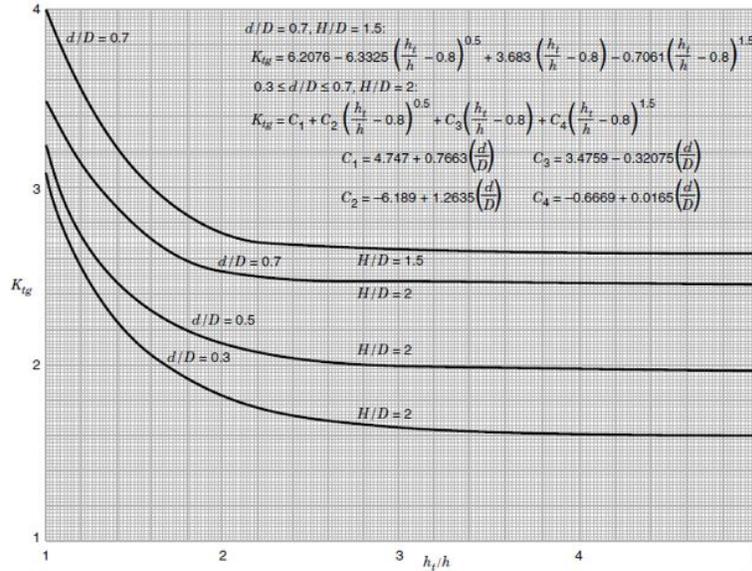


Figura 2.33: Stress concentration factor K_{tg} per un foro circolare rinforzato simmetricamente con $D/h=5$ [1]

in funzione del rapporto h_t/h per diversi rapporti d/D , mettendo in evidenza l'influenza che ha il raggio del raccordo tra la piastra e il rinforzo sul risultato finale.

Riportiamo anche l'andamento di K_{tn} seguendo gli stessi criteri del grafico 2.34 nella pagina seguente.

Osservando il grafico 2.35 si può notare che le curve K_{tn} sono più raggruppate rispetto alle curve K_{tg} del grafico 2.34 nella pagina successiva. Inoltre risalta che le curve K_{tn} contengono un punto di minimo per valori di h_t/h circa pari a 3. In fase di progetto preliminare, quindi, conviene dichiarare tale valore pari a tre. I valori ottenuti per piastre con $H/D=4$ sono particolarmente utili perché possono essere utilizzati con buona approssimazione per piastre estese.

Per analizzare gli effetti della dimensione del foro riportiamo in grafico 2.36 a pagina 45 l'andamento di K_{tg} al variare del rapporto tra diametro del foro e larghezza della piastra da cui possiamo osservare che per valori di h_t/h maggiori di tre si abbiano variazioni significative solo per rapporti d/H maggiori di 0,5. Una delle ipotesi iniziali, però è che i risultati fin qui descritti siano affidabili solo per valori di d/H almeno inferiori a 0,5 ma

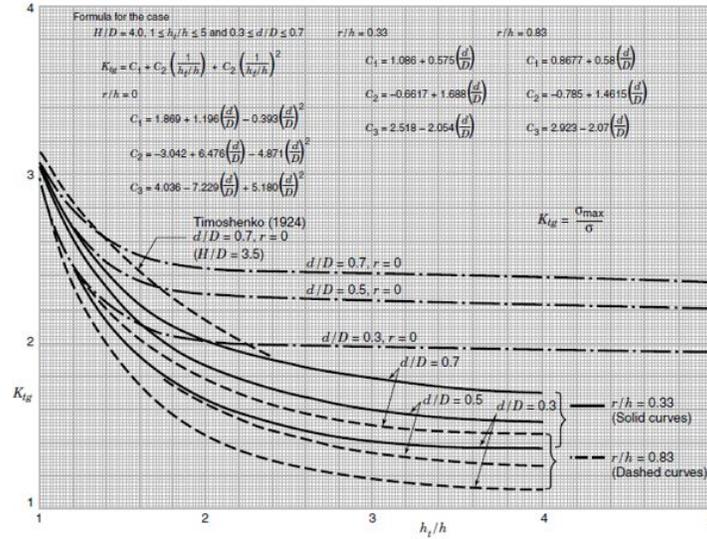


Figura 2.34: Stress concentration factor K_{tg} per un foro circolare rinforzato simmetricamente con $H/D=4$ (eccetto un caso con $H/D=3.5$), $D/h=5$ $r=0,0.33,0.83$ [1]

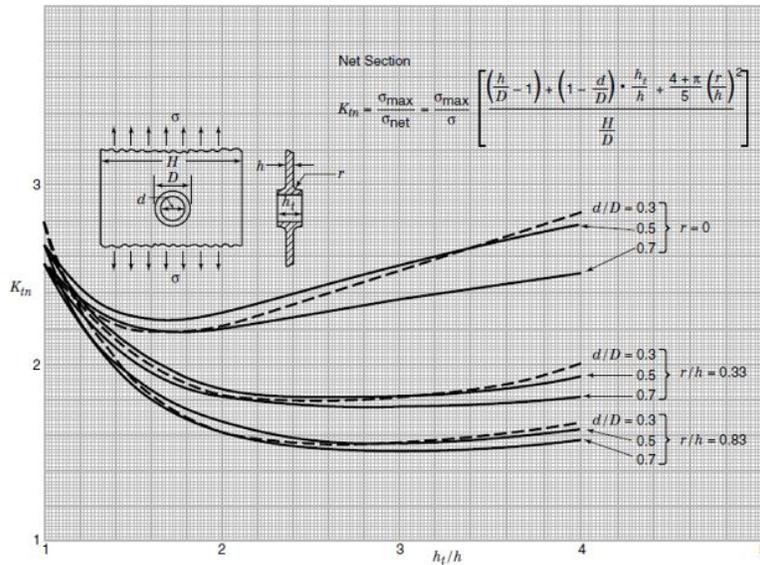


Figura 2.35: Stress concentration factor K_{tn} per un foro circolare rinforzato simmetricamente con $H/D=4$, $D/h=5$ $r=0,0.33,0.83$ [1]

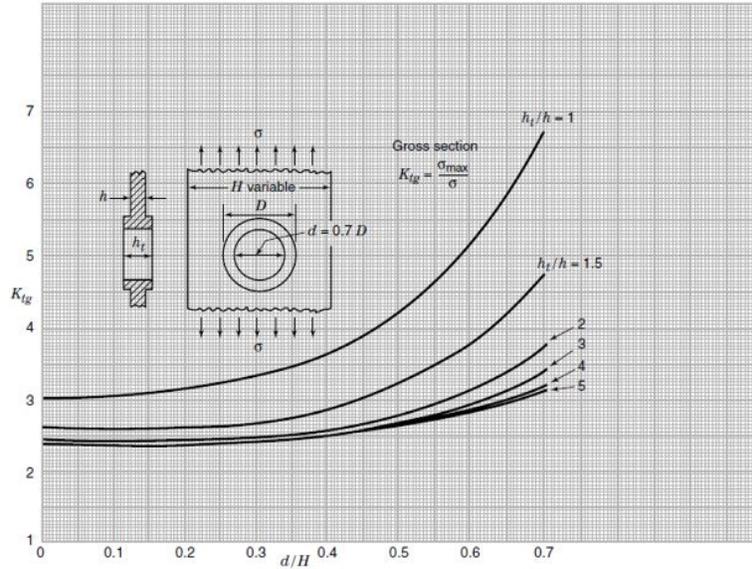


Figura 2.36: Stress concentration factor K_{tg} per un foro circolare rinforzato simmetricamente con $d/D=0.7$ e $D/h=5$ [1]

preferibilmente con valori massimi di 0,3 di conseguenza possiamo ritenere accettabile considerare h_t/h pari a 3 come valore più efficiente.

2.4.2 Foro rinforzato non simmetricamente

I risultati riportati nel grafico in figura 2.37 nella pagina successiva sono stati ricavati da analisi fotoelastiche su piastre per le quali è stato mantenuto costante il rapporto $d/h=1,833$. Inoltre, a parte in un singolo caso, il volume del rinforzo è stato posto uguale a quello del foro. Nel grafico si possono vedere gli effetti della variazione dell'altezza del rinforzo per diversi rapporti d/H . Si ottiene un minimo di K_t quando lo spessore adimensionato del rinforzo h_t/h assume un valore pari a circa 1,45 ovvero quando il diametro adimensionato del foro D/d è pari a circa 1,8. Definiamo quindi un fattore di forma:

$$C_s = \frac{D}{2(h_t - h)}$$

Per i test descritti in precedenza caratterizzati da valori del rapporto tra il diametro del foro e lo spessore d/h pari a 1,833 e da volume complessivo del rinforzo pari a quello del foro, il fattore di forma è pari a 3,666. Se si volesse variare il rapporto tra i volumi per diminuire K sarebbe comunque

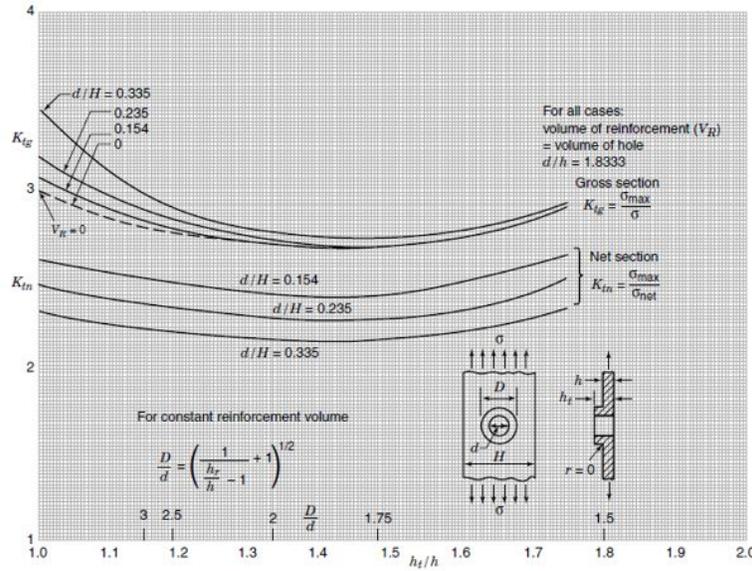


Figura 2.37: Stress concentration factors K_{tg} e K_{tn} per un foro circolare rinforzato non simmetricamente[1]

necessario mantenere fisso il fattore di forma.

Nel grafico 2.38 nella pagina seguente vengono riportati i risultati appena descritti approssimati a piastre relativamente estese quindi i risultati sono in funzione di d/H . Le curve riportate si riferiscono ad elementi aventi raggio di raccordo r tra piastra e rinforzo pari a zero. Se si adottasse per tale raggio un valore pari a 0.7 volte lo spessore della piastra si ridurrebbe il fattore K_{tn} del 12% circa. Per raggi inferiori si suppone che la riduzione sia linearmente proporzionale al raggio quindi, se per esempio ci trovassimo in presenza di un raggio pari a 0,35 volte lo spessore della piastra, rileveremmo una riduzione dello sforzo del 6%.

Analizzando i risultati è risaltato che i punti di maggior incremento di stress sono situati al bordo del foro ed alla giunzione tra rinforzo e piastra. Per piccoli valori di h_t/h prevale l'incremento al bordo del foro, per grandi valori di h_t/h prevale l'incremento all'interfaccia tra rinforzo e piastra. Se questi ultimi hanno moduli di Young diversi, in fase di calcolo si adotta un rapporto h_r/h pesato moltiplicando h_t/h per il rapporto tra il modulo elastico del rinforzo e quello della piastra E_r/E . Dai risultati, inoltre, si

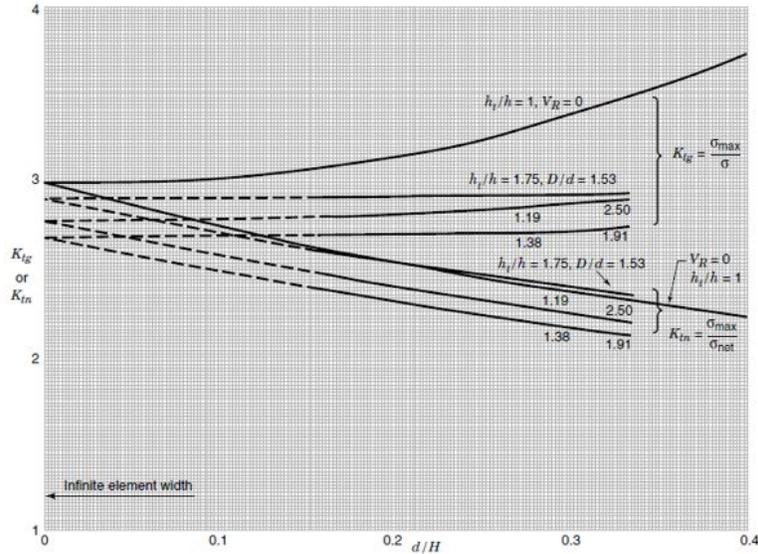


Figura 2.38: Estrapolazione dei valori di K_{tg} e K_{tn} del grafico 2.37 per un elemento di larghezza infinita[1]

evinces anche che per valori di D/d minori di 1,7, all'aumentare dello spessore adimensionato del rinforzo si ottiene un valore di K_{tg} costante. Ciò avviene perché la parte del rinforzo più lontana dal piano medio non risente dello sforzo. L'immagine 2.39 nella pagina successiva riporta i dati dell'analisi fotoelastica e risulta particolarmente esplicativa.

In figura 2.40 nella pagina seguente viene riportato l'andamento delle tensioni misurato con la tecnica della fotoelasticità al variare della dimensione del foro in relazione allo spessore della piastra. In seguito alla valutazione fotoelastica dello stato di tensione nel componente, è possibile modificare la forma del rinforzo per ottenere una riduzione di peso. In figura 2.41 sono riportate possibili soluzioni al problema dell'ottimizzazione del peso per il caso caratterizzato da un rapporto d/h pari ad 8.

2.4.3 Foro rinforzato mediante l'uso di fibre

La categoria di rinforzi che siamo in procinto di descrivere rappresenta il punto focale della nostra ricerca che si è concentrata sullo sviluppo dei pattern che in bibliografia dimostravano di aver ricevuto i risultati maggiormente promettenti.

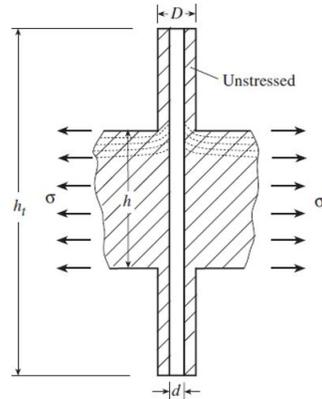
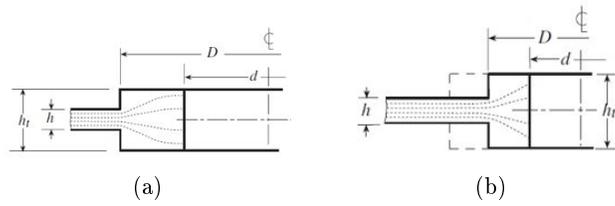


Figura 2.39: Rinforzo con spessore eccessivo rispetto al diametro[1]

Figura 2.40: Effetti del rapporto d/h per (a) $d/h=8$ e (b) $d/h=4$ [1]

La soluzione più logica quando si è intenzionati ad utilizzare rinforzi in fibra consiste nel valutare le linee di tensione all'interno del provino e di seguirle come traccia per la direzione delle fibre stesse come rappresentato in 2.42 [10].

I risultati ottenuti per questo tipo di pattern sono rappresentati in figura 2.42. Il valore di nostro interesse è quello riportato nella colonna centrale, nella prima colonna viene riportato il risultato per la piastra intera, nella seconda quello relativo alla piastra non rinforzata e in quarta e quinta colonna i risultati riferiti a provini realizzati con metodi di manifattura differenti che però esulano dal nostro campo di interesse. La retta riportata in grafico rappresenta il carico ultimo a rottura mentre il grafico a colonna il miglioramento percentuale della resistenza specifica ottenuta con quel determinato tipo di rinforzo.

Tornando ad analizzare il caso di nostro interesse possiamo affermare che questo tipo di pattern restituisce buoni risultati in quanto il carico finale a rottura valutato per questo tipo di rinforzo, assume nuovamente valori quasi pari al valore registrato per la piastra non forata.

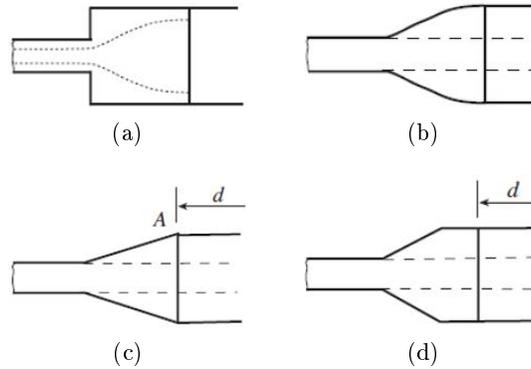


Figura 2.41: Possibili soluzioni per ottimizzare efficienza del rinforzo e peso[1]

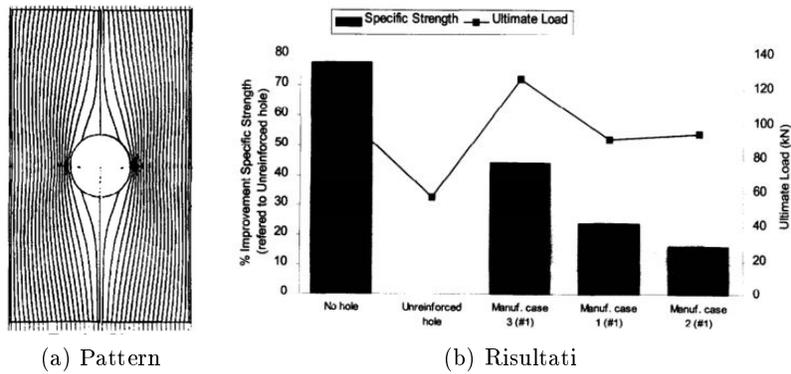


Figura 2.42: Rinforzi longitudinali in fibra [10]

La seconda ipotesi di rinforzo prevede di utilizzare rinforzi circolari disposti in prossimità del bordo e concentrici al foro stesso [11]. Il pattern ipotizzato è riportato in figura 2.43.

Dal confronto tra gli stati di deformazione precedenti (fig. 2.44) e (fig. 2.44) successivi all'utilizzo del rinforzo si denota una forte riduzione del valore di ϵ_x nel punto di massima concentrazione delle tensioni.

Analogamente al caso precedente viene effettuato un confronto tra il comportamento a rottura di un provino integro, di un provino forato ed uno forato e rinforzato. Il risultato che suscita maggior interesse è che, in caso di foro rinforzato, la rottura non avviene in prossimità del foro ma fuori dal rinforzo per valori di tensione pari al 94% di quello registrato per piastra integra. I risultati sono riportati in figura 2.43.

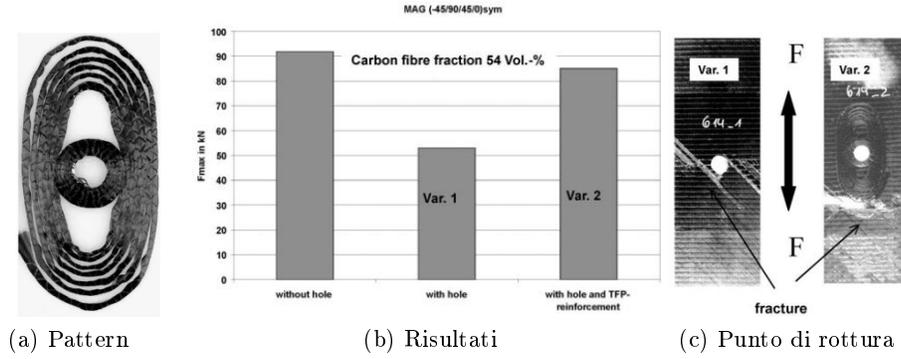


Figura 2.43: Rinforzi circolari in fibra [11]

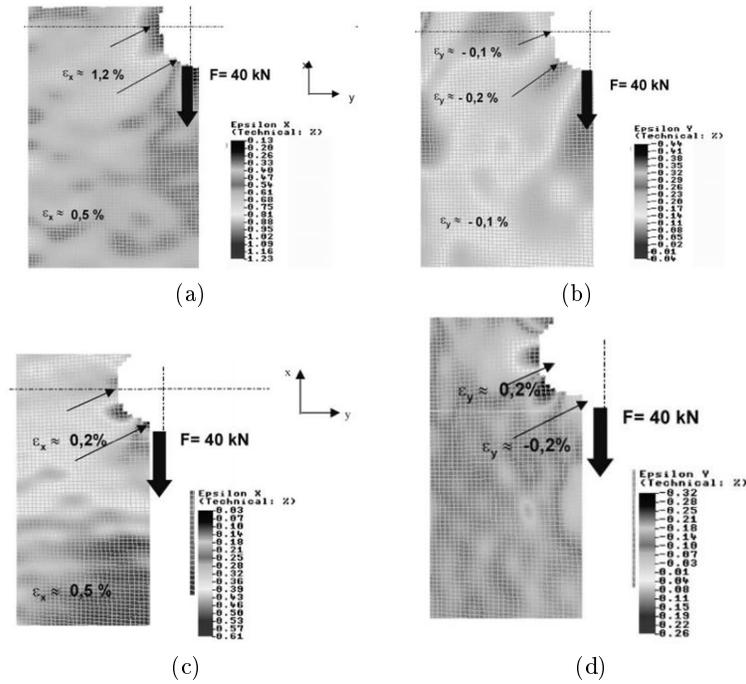


Figura 2.44: Distribuzione delle deformazioni per la piastra forata senza rinforzo (a) in direzione x e (b) in direzione y e rinforzata (c) in direzione x e (d) in direzione y [11]

Capitolo 3

Gli strumenti utilizzati nella tesi

In questa sezione verranno discusse più nel dettaglio le tecnologie utilizzate nel corso di questo lavoro.

3.1 Stampante 3D Markforged

Per il processo di stampa 3D è stata utilizzata la stampante fornita dal Dipartimento di Ingegneria Meccanica ed Aerospaziale del Politecnico di Torino: una Markforged Mark Two.

Questa stampante permette di stampare in materiale isotropo e di rinforzarlo con inserti in fibra di vari materiali.

Per la matrice vengono utilizzati nylon ed onix, un materiale isotropo creato mediante inclusione di microframmenti di carbonio nel nylon che ne migliorano notevolmente rigidità e resistenza.

Come materiali di rinforzo è possibile utilizzare fibre in carbonio, kevlar, fibra di vetro e fibra di vetro HSH (High Strength High Temperature) ovvero fibra di vetro che può lavorare ad alte temperature. I materiali utilizzati per la stampa vengono conservati in rotoli di filamento posti dentro ad appositi contenitori a tenuta stagna con l'obiettivo di non far entrare il materiale in contatto con l'umidità dell'aria che lo deteriorerebbe. I filamenti vengono poi indirizzati agli ugelli per azione di due attuatori dedicati, uno per ogni componente. Proprio a causa del deterioramento del materiale grezzo a contatto con l'umidità dell'aria, prima della stampa bisogna effettuare uno spurgo del materiale contenuto all'interno dell'ugello per eliminarne la parte



Figura 3.1: Stampante Markforged Mark Two

compromessa.

Il processo di stampa viene suddiviso in tre fasi principali:

1. Creazione del modello
2. Definizione delle proprietà geometriche, di rinforzo e di stampa
3. Stampa

3.1.1 Creazione del modello

Come primo passaggio bisogna creare un modello dettagliato del pezzo da stampare con un qualsiasi programma di disegno CAD. I file andranno salvati in formato “.*stl*” riconosciuto in input dalla stampante. È molto importante che il modello creato non superi le dimensioni massime dell’area di stampa che corrispondono a $320\text{ mm} \times 132\text{ mm} \times 154\text{ mm}$.

3.1.2 Definizione delle proprietà

Insieme alla stampante viene fornito anche il software “*eiger.io*” che permette di definire la geometria interna ed i materiali del componente finale. Come primo passo bisogna selezionare il materiale che si vuole utilizzare e la disposizione del modello sul piatto di stampa:

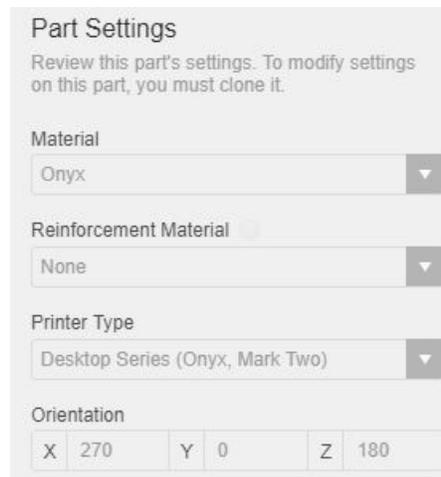


Figura 3.2: Pannello di selezione del materiale

Successivamente si possono attivare una serie di opzioni che ci permettono di semplificare il processo di stampa quali la possibilità di creare dei supporti per mantenere stabile l'oggetto stampato in caso di geometrie con base sottile o instabile oppure, tramite la funzione *"expand thin features"*, la capacità di aumentare lo spessore dei componenti troppo sottili per essere stampati con precisione.



Figura 3.3: Funzione support

All'occorrenza è attivabile la funzione *"Use brim"* che crea una base per ancorare l'oggetto al piano della stampante. Questa opzione è utile per componenti che abbiano pochi punti di contatto con il piatto della stampante.



Figura 3.4: Funzione brim

Il passaggio successivo consiste nell'indicare quale sistema di misure si sta utilizzando ed eventualmente un fattore di cui scalare il modello fornito prima della stampa.

Infine, l'ultima proprietà da indicare per definire la geometria, è lo spessore degli strati. Si può scegliere tra 0.1, 0.125 e 0.2 *mm*. Tuttavia, se per almeno uno strato si decide di utilizzare una qualsiasi delle fibre in dotazione, è necessario impostare per tutti gli strati spessore pari a 0.125 *mm*.

A questo punto è quindi possibile procedere con la definizione del materiale. Per comprendere le opzioni descritte in seguito è necessario analizzare il metodo di stampa adottato dalla Mark Two. La stampante, infatti, per elementi di spessore sufficiente prevede di stampare un numero di strati limitati al top ed al bottom in materiale "pieno" e di utilizzare geometria alleggerita per gli strati interni, ottenendo una struttura sandwich. Analogamente sulle pareti del componente verrà realizzato un numero di strati pieni per proteggere il core.

Osserviamo ora le opzioni a nostra disposizione: possiamo indicare la percentuale di riempimento e la forma della geometria adottata scegliendo tra triangolare, rettangolare ed esagonale.

Una volta definita la geometria di riempimento possiamo indicare quanti strati di materiale pieno mettere sulle pareti, al top ed al bottom del componente finale. Nonostante sia possibile mettere fino ad un minimo di un solo strato, è consigliabile mantenere sempre almeno quattro strati di materiale pieno per roof e floor.

Una peculiarità del software *eiger.io* è il menù di vista interna della parte che ci permette di analizzare l'oggetto osservando quantità e disposizione di

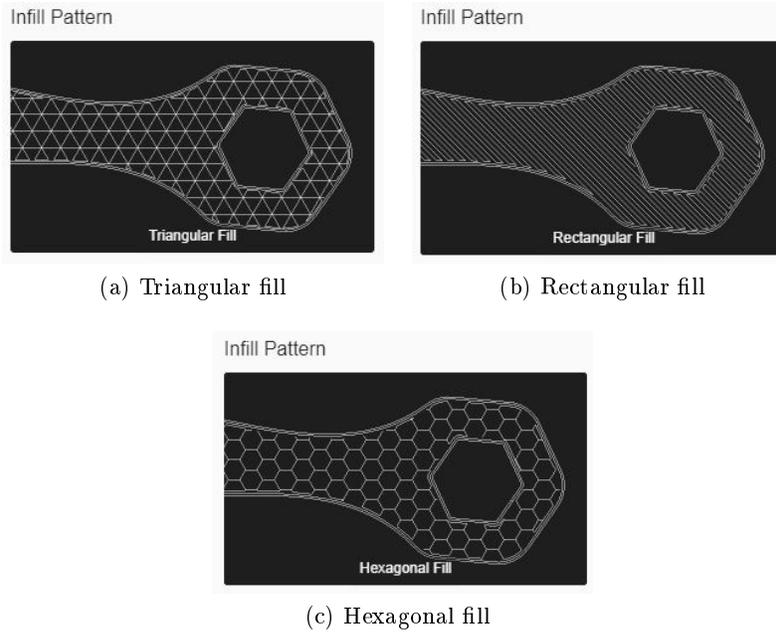


Figura 3.5: Pattern riempimento materiale

matrice e fibre di rinforzo strato per strato. Da questo menù possiamo anche decidere la disposizione delle fibre all'interno del componente selezionando una tra le diverse opzioni predefinite. Le fibre di rinforzo possono essere disposte secondo un angolo di laminazione definito dall'utente oppure concentricamente rispetto ad un determinato elemento geometrico. È possibile, infatti, disporre le fibre attorno alle pareti esterne o alle geometrie interne all'oggetto. Come per il numero di strati di materiale descritti in precedenza anche in questo caso si può indicare il numero di anelli concentrici di materiale che vogliamo disporre. In figura 3.7 viene mostrata la visualizzazione interna del componente offerta dal software *eiger.io*. Vengono rappresentati con il colore bianco le aree realizzate in nylon ed in blu gli inserti in fibra di carbonio. La stessa configurazione cromatica vale per la barra riassuntiva che indica, strato per strato, la presenza di rinforzi in fibra o meno. Prima di procedere alla stampa, il programma ci mostra un quadro riassuntivo del componente che ci stiamo accingendo a creare indicando le dimensioni, il peso finale, il tempo di stampa ed il costo dei materiali impiegati.

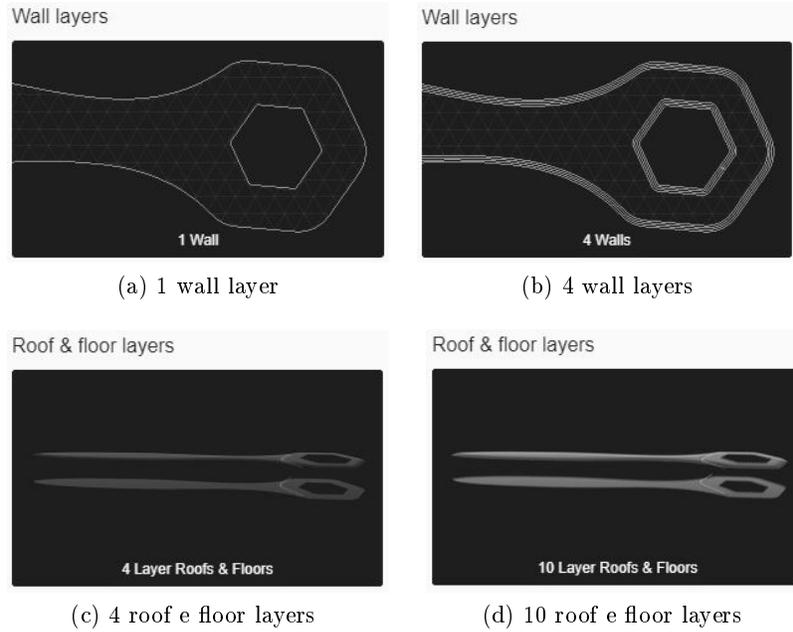


Figura 3.6: Strati sui bordi esterni

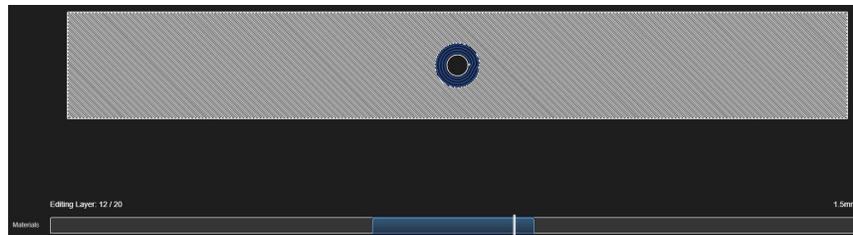
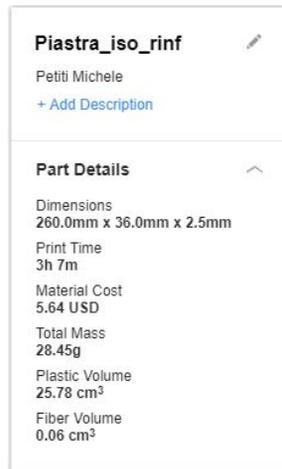


Figura 3.7: Visualizzazione interna del componente

3.1.3 Printing methods

La stampante Mark Two ci permette di creare il prodotto finale utilizzando nylon od onix come unici materiali oppure di inserire degli inserti in fibra. Nel nostro caso abbiamo scelto di utilizzare per la matrice il nylon e come rinforzo fibre in carbonio. Questi inserti possono essere posizionati secondo una direzione specificata dall'utente oppure in relazione alla geometria dell'oggetto stesso. Esiste, infatti, l'opzione che permette di posizionare le fibre attorno ad elementi geometrici salienti della parte quali fori, intagli o bordi esterni. La stampante adotta due diversi metodi di realizzazione del compo-



The image shows a screenshot of a software interface. At the top, the part name 'Piastra_iso_rinf' is displayed with a pencil icon for editing. Below it, the user name 'Petiti Michele' and a '+ Add Description' link are visible. A section titled 'Part Details' with an upward arrow contains the following information:

| | |
|----------------|--------------------------|
| Dimensions | 260.0mm x 36.0mm x 2.5mm |
| Print Time | 3h 7m |
| Material Cost | 5.64 USD |
| Total Mass | 28.45g |
| Plastic Volume | 25.78 cm ³ |
| Fiber Volume | 0.06 cm ³ |

Figura 3.8: Quadro riassuntivo

nente a seconda del materiale da stampare. Per la matrice viene adottato il metodo di stampa Fused Filament Fabrication (FFF). In questa modalità la stampante scalda il filamento termoplastico fino ad avvicinarsi al punto di fusione, lo estrude attraverso l'ugello e crea la matrice strato per strato. Per i rinforzi in fibra, invece, viene adottato il metodo Continuous Filament Fabrication (CFF). Questo metodo è il punto di forza della stampante Mark Two perché permette di aggiungere filamenti continui di fibre di rinforzo alla matrice nelle parti stampate. La direzione dei filamenti di fibra è definita dall'utente. Depositare le fibre singolarmente non è possibile a causa delle dimensioni ridotte di queste ultime, i materiali di rinforzo vengono quindi forniti in fasci di più fibre annegati nello stesso materiale che compone la matrice. In fase di stampa questi filamenti vengono scaldati ed "appiattiti" sulla parte da stampare creando uno strato in fibra di spessore 0.125 mm e larghezza 1.1 mm.

3.2 Femap

Nella sezione seguente verrà descritto per sommi capi il funzionamento del programma utilizzato per modellare e studiare le varie geometrie con la teoria agli elementi finiti.

Tra la moltitudine di codici commerciali che effettuano i calcoli di nostro interesse, la scelta è ricaduta su *Femap*. Anche se nel corso dei due anni di studi per la laurea magistrale abbiamo imparato ad usare i programmi *Patran/Nastran*, ho scelto di utilizzare *Femap* poiché per i calcoli si appoggia al medesimo solutore (*Nastran*) a fronte di un'interfaccia assai più intuitiva e quindi di un utilizzo più scorrevole.

Analogamente a quanto descritto per il processo di stampa, anche in questo caso si possono rilevare tre fasi principali nello studio dei vari modelli con *Femap*:

1. Creazione della geometria
2. Definizione delle proprietà
3. Calcolo dei risultati

Creazione della geometria

Il primo passo per lo studio agli elementi finiti consiste, ovviamente, nella creazione del modello stesso. *Femap* permette di importare geometrie esterne realizzate con software di disegno cad oppure di crearne di nuove utilizzando comandi predefiniti all'interno del programma.

Il programma offre un buon numero di possibili soluzioni che l'utente può adottare in fase di creazione. È possibile infatti realizzare strutture ad una, due o tre dimensioni. Dopo aver creato il modello di base è ancora possibile effettuare modifiche quali la creazione di linee di controllo lungo cui definire le proprietà del componente o la suddivisione del modello in superfici o volumi entro le quali definire proprietà dedicate.

Definizione delle proprietà

In seguito alla creazione del modello geometrico dell'oggetto in esame si procede definendone le proprietà del materiale e quelle relative alla soluzione desiderata. Si introducono quindi i dati del materiale come modulo elastico, coefficiente di Poisson e limiti a rottura.

Successivamente si procede definendo la dimensione della mesh, la forma ed il tipo di elementi utilizzati. La mesh può essere creata in modo automatico definendo la dimensione desiderata per il singolo elemento oppure

indicando il numero di *mesh seed* lungo le curve che delimitano la superficie desiderata. Per la mesh vengono messi a disposizione dell'utente elementi monodimensionali, bidimensionali e tridimensionali.

Dopo aver discretizzato il modello con la mesh più appropriata, è necessario definire i vincoli ed i carichi agenti sulla piastra. Anche in questo caso non manca abbastanza libertà di scelta poiché che il programma permette di definire il carico variandone il tipo di elemento geometrico su cui agisce ed il tipo di carico selezionando, tra le possibili opzioni, se applicare un carico concentrato, distribuito o proporzionale alla lunghezza del tratto caricato.

Calcolo dei risultati

Poiché siamo in presenza di carichi statici, piccoli spostamenti e piccole deformazioni, possiamo adottare l'analisi statica e lineare che ci porta ad ottenere una soluzione nella forma $Ku=P$ dove K indica la rigidezza della struttura, u la deformazione, ed infine P il carico agente.

Per descrivere il campo degli spostamenti di una piastra forata sottoposta a trazione nel piano adottiamo la teoria della piastra di Kirchoff. Per poter adottare questa teoria, è necessario assumere le seguenti ipotesi:

- Lo spostamento w in direzione z non dipende dalla coordinata z
- Gli spostamenti v e w nel piano sono funzioni lineari in z
- Gli sforzi di taglio γ_{xz} e γ_{yz} sono trascurabili

Il campo degli spostamenti può essere dunque definito come:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial x} \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial y} \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \tag{3.1}$$

Dove u_0 , v_0 e w_0 sono gli spostamenti del piano medio della piastra. È possibile valutare il campo degli spostamenti abbandonando l'ipotesi delle

piccole deformazioni ed esprimendolo come:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} = \\ &= \underbrace{\{\varepsilon_L^0 + \varepsilon_{NL}^0\}}_{\{\varepsilon\}} + z \{k\} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Dove ε_L^0 e ε_{NL}^0 sono rispettivamente le deformazioni lineari e non lineari del piano medio della piastra. Per la trattazione dei casi descritti in questa tesi, limitati al campo lineare, non verranno prese in considerazione le deformazione non lineari.

A questo punto è possibile scrivere la relazione che lega forze N e momenti M con gli spostamenti del piano medio ε_0 e le curvatures k con la seguente notazione:

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_L^0 \\ k \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

Dove $[A]$ $[B]$ e $[D]$ sono rispettivamente la matrice di rigidezza membranale, di accoppiamento e di rigidezza torsionale che possono essere definite rispettivamente come

$$\begin{aligned} \{A, B, D\}^T &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [Q_{ij}]_k dz \\ \{A, B, D\}^T &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z [Q_{ij}]_k dz \\ \{A, B, D\}^T &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^2 [Q_{ij}]_k dz \end{aligned}$$

. Dove $[Q_{ij}]_k$ è il coefficiente di elasticità ij per il materiale dello strato k .

Il primo passo per affrontare una analisi FEM consiste nel discretizzare una superficie in elementi sufficientemente piccoli da poter cogliere col minor errore possibili le tensioni e le deformazioni della struttura in esame.

Nel nostro caso i componenti sono stati discretizzati utilizzando, a seconda dei risultati ricercati, elementi plate, laminate, beam e solid.

I primi due rientrano nella categoria degli elementi piani che possono essere di forma triangolare o quadrangolare. Gli elementi triangolari possono utilizzare una configurazione a tre nodi con funzioni di forma lineari o a sei nodi con funzioni paraboliche. Analogamente gli elementi quadrangolari possono utilizzare quattro o oppure otto nodi. Per ogni nodo esistono sei gradi di libertà ovvero le tre traslazioni in direzione x , y e z e le tre rotazioni attorno agli stessi assi.

Elementi plate

Gli elementi plate vengono utilizzati per strutture che debbano resistere a forze membranali, di taglio o flessionali. Nonostante alcuni programmi di analisi includano anche configurazioni di sollecitazione trasversale, questi elementi non sono i più adatti per quei tipi di carico. Quando si utilizza questo tipo di elementi è possibile indicare lo spessore medio dell'elemento o il suo valore in ognuno dei nodi per elementi a spessore variabile.

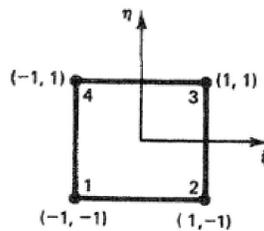


Figura 3.9: Elemento plate

Per risolvere un problema bidimensionale con elementi piani, siano essi plate o laminate, si riconducono i singoli elementi ad un piano naturale ξ, η dove $\xi = x/L$ ed $\eta = y/L$ per evitare problemi dati dal diverso orientamento degli stessi e se ne valutano gli spostamenti nei nodi. Gli spostamenti in punti non coincidenti con i nodi degli elementi possono essere valutati grazie alle funzioni di forma che permettono di mediare i valori valutati ai nodi in altri punti.

Come funzioni di forma si prendono le funzioni di Lagrange:

$$\begin{cases} N_1 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \\ N_2 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \\ N_3 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) \\ N_4 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) \end{cases}$$

Elementi Laminate

Gli elementi laminate, solitamente adottati per schematizzare strutture in composito, sono una sottocategoria degli elementi plate in cui si prevede che ogni elemento sia formato da uno o più strati di materiale per i quali possono essere definite proprietà differenti. Per ogni strato è necessario quindi indicare tipo di materiale, spessore dello strato e angolo di laminazione.

Per definire la direzione degli assi principali di un materiale ortotropo è possibile agire sull'angolo di laminazione in fase di creazione del *layup* oppure andando ad orientare gli elementi laminate nella direzione desiderata.

Elementi beam

Gli elementi beam appartengono alla categoria degli elementi lineari, sono uniassiali e permettono di valutare tensione, compressione e flessione. Quando si utilizzano gli elementi beam è necessario indicare forma e dimensioni caratteristiche della sezione trasversale per definirne completamente le proprietà. Questi elementi saranno poi definiti da un asse x che collega le due estremità della beam stessa ed un asse y perpendicolare ad x .

Per gli elementi beam vengono definiti due gradi di libertà per ognuno dei due estremi: spostamento w e rotazione φ .

Analogamente a quanto visto per gli elementi plate si riconducono gli elementi ad un sistema di riferimento naturale dove $\xi = x/L$ e se ne definiscono le funzioni di forma:

$$\begin{aligned} N_1 &= 1 - \xi \\ N_2 &= \xi \end{aligned}$$

Elementi solid

Per analizzare strutture modellate in tre dimensioni si utilizzano gli elementi della categoria solid. Anche in questo caso, come per gli elementi plate e beam, le proprietà del materiale possono essere costanti in tutto l'elemento oppure, con l'utilizzo di elementi solid laminate, è possibile definire materiali di natura non isotropa.

Questi elementi vengono utilizzati principalmente per analizzare strutture in composito.

Procediamo ora introducendo l'interpolazione polinomiale nell'equazione dell'energia di deformazione e otteniamo:

$$\begin{aligned}
 U = & \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{q\}^T (\{S_\varepsilon\}^T [A] \{S_\varepsilon\} + \{S_\varepsilon\}^T [B] \{S_k\}) \{q\} |J| d\xi d\eta + \\
 & + \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{q\}^T (\{S_k\}^T [B] \{S_\varepsilon\} + \{S_k\}^T [D] \{S_\varepsilon\}) \{q\} |J| d\xi d\eta
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

dove:

$$\{\varepsilon_1^0\} = [S_\varepsilon] \{q\}$$

$$\{k\} = [S_k] \{q\}$$

$\{q\}$ è il vettore degli spostamenti risultanti dell'elemento

$[S_\varepsilon]$ è l'andamento degli sforzi

$[S_k]$ è la matrice di rigidezza flessionale

$|J|$ è il determinante della matrice jacobiana.

Da qui otteniamo la matrice di rigidezza $[K]$:

$$\begin{aligned}
 [K] = & \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{S_\varepsilon\}^T [A] \{S_\varepsilon\} + \{S_\varepsilon\}^T [B] \{S_k\} \{q\} |J| d\xi d\eta + \\
 & + \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{q\}^T (\{S_k\}^T [B] \{S_\varepsilon\} + \{S_k\}^T [D] \{S_\varepsilon\}) \{q\} |J| d\xi d\eta
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

I passaggi definiti nelle sezioni precedenti permettono all'utente di definire totalmente il modello da analizzare, è quindi possibile procedere con l'analisi e con la visualizzazione dei risultati. Uno dei pregi di *Femap* nei confronti di *Patran/Nastran* è di creare automaticamente i file da passare al solutore e di richiamarli nuovamente in maniera autonoma.

I risultati vengono rappresentati a video secondo i parametri definiti dall'utente. La scelta può ricadere sull'utilizzo di mappe cromatiche o di vettori. *Femap* inoltre offre anche la possibilità di elaborare i risultati ottenuti. Tra le molteplici possibilità offerte dal programma, nel nostro caso, si sono rivelate fondamentali la possibilità di trasformare i risultati secondo un nuovo sistema di riferimento e quella di convertire i risultati definiti sugli elementi come stress e strain in risultati definiti sui nodi. La prima funzione è stata utilizzata nel campo dei rinforzi circolari per definire le proprietà del materiale in direzione circolare attorno al foro, mentre la seconda funzione è stata utilizzata per definire i risultati sui nodi per utilizzarne le coordinate e riportare in grafico gli andamenti lungo curve predefinite.

Oltre alla rappresentazione dei risultati offerta da Femap è possibile esportare i risultati e salvarli in diversi formati per elaborazioni successive.

3.3 Tecnica acquisizione dati

Per l'acquisizione dei dati è stata impiegata la DIC (Digital Image Correlation), una tecnica che permette di effettuare analisi non a contatto sui provini interessati. Nelle prove di trazione effettuate per il presente lavoro, è stato utilizzato il modello Q-400 della *Dantec*. Il sistema di acquisizione dati si serve di due fotocamere che in fase di test riprendono il provino da angolazioni diverse.

La tecnica DIC prevede di catturare più immagini durante la fase di test. Tali immagini verranno poi correlate tra loro valutando la posizione di punti salienti rilevati dal software sulla superficie per le diverse condizioni di carico. I provini, prima della fase di test devono quindi essere preparati creando una maschera di contrasto per permettere al software di riconoscere il maggior numero di punti possibile sulla superficie prima e dopo l'applicazione del carico. La preparazione richiesta consiste nel verniciare una delle facce con vernice bianca sulla quale vengono in seguito tracciati punti di colore nero con l'obiettivo di aumentare il contrasto.

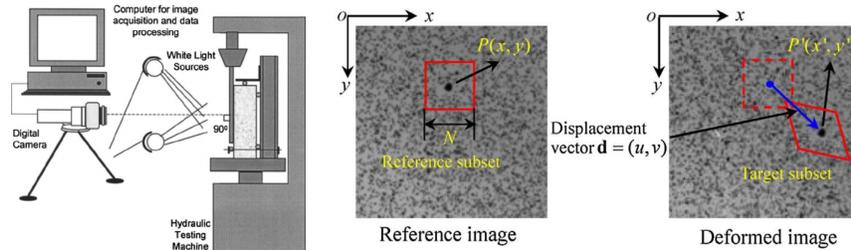


Figura 3.10: Digital Image Correlation

In fase di elaborazione dati si definisce una griglia di ricerca sulla superficie del provino all'interno della quale il software proverà ad identificare i punti salienti da "seguire" nella fase di test. A dimensione minore degli elementi della griglia corrisponde una precisione maggiore. Tuttavia per elementi troppo piccoli aumenta il rischio che ogni elemento includa zone di un unico colore non riuscendo a distinguere nessun punto utile. È quindi molto importante definire con accuratezza la maschera per l'acquisizione dei

dati. Questi ultimi, una volta raccolti, possono essere elaborati per eliminare eventuali rumori di fondo che potrebbero compromettere i risultati.

Capitolo 4

Confronto soluzione analitica - FEM

Dopo la prima fase di ricerca bibliografica volta ad inquadrare nel modo corretto il problema proposto, il lavoro di tesi esposto in questo elaborato è proseguito con la fase di confronto tra i risultati ottenuti analiticamente e quelli ottenuti mediante l'utilizzo del metodo agli elementi finiti. Il primo passo consiste nell'effettuare una serie di calcoli preliminari per valutare le migliori condizioni di calcolo dopodiché, una volta scelta una configurazione standard, si procederà al confronto vero e proprio.

Prima di tutto è necessario definire la geometria del provino, per la quale si è scelto di utilizzare le misure definite dalla normativa ASTM (American Society for Testing and Material) D5766 del 2011. La normativa prevede di utilizzare provini che abbiano le seguenti dimensioni:

- Lunghezza L : compresa tra 200 mm e 300 mm
- Larghezza W : 36 mm
- Spessore h : 2,5 mm
- Diametro del foro d : 6 mm

A causa dei limiti dati dalle dimensioni dall'area di stampa della stampante Mark Two, e della necessità di lasciare alle estremità del provino delle zone destinate all'afferraggio da parte della macchina di trazione, si è scelto di utilizzare provini con lunghezza utile di 200 mm per una lunghezza complessiva pari a 260 mm.



Figura 4.1: Provino

4.1 Soluzione analitica

Riprendendo le considerazioni riportate nel capitolo 1, possiamo ricondurre il caso in analisi al caso 2D. Ciò ci permette di utilizzare le formule descritte in precedenza per il calcolo di K_{tg} e K_{tn} all'apice del foro ottenendo:

$$K_{tg} = \frac{2 + \left(1 - \frac{d}{W}\right)^3}{1 - \left(\frac{d}{W}\right)} = \frac{2 + \left(1 - \frac{6}{36}\right)^3}{1 - \left(\frac{6}{36}\right)} = 3,0944 \quad (4.1)$$

$$K_{tn} = 2 + \left(1 - \frac{d}{W}\right)^3 = 2 + \left(1 - \frac{6}{36}\right)^3 = 2,5787 \quad (4.2)$$

4.2 Soluzione FEM

Per quanto riguarda l'analisi agli elementi finiti, il lavoro si è sviluppato con una prima fase di studi volti a verificare le ipotesi semplificative adottate. La fase di verifica, inoltre, è servita ad individuare la mesh ottimale valutando l'errore misurato rispetto alla soluzione analitica al variare della mesh utilizzata.

4.2.1 Validazione della geometria

Per ridurre la mole di lavoro richiesta al calcolatore, e quindi i tempi di calcolo, è possibile sfruttare le simmetrie geometriche della piastra. Ciò è possibile solamente se risultano soddisfatte le dovute ipotesi sia geometriche che riguardanti il materiale. Geometricamente parlando, la piastra forata da noi utilizzata, presenta due assi di simmetria. Definiamo quindi un sistema di riferimento la cui origine coincide con il centro del foro, la direzione dell'asse x è parallela alla lunghezza della piastra, l'asse y è parallelo alla larghezza, l'asse z è in direzione dello spessore ed infine il piano x - y coincide con il piano medio della piastra. Gli assi x e y sono quindi gli assi di simmetria della nostra piastra disposti rispettivamente longitudinalmente e



Figura 4.2: Piastra completa

trasversalmente ad essa.

Per verificare la correttezza delle ipotesi semplificative effettuate riguardo alla geometria, vengono valutate la piastra completa, metà ed infine un quarto di piastra. Per le analisi viene scelta una mesh costante su tutta la piastra realizzata in materiale isotropo. Quest'ultima condizione è fondamentale per poter utilizzare correttamente le ipotesi elencate precedentemente. Se ci trovassimo in presenza di materiale ortotropo, infatti, potremmo adottare tali ipotesi esclusivamente se gli assi del materiale coincidessero con gli assi del provino.

Sulla piastra è applicato un carico esplorativo tale da ottenere una tensione di carico unitaria.

Confrontiamo ora i risultati ottenuti analizzando le tre geometrie descritte nel paragrafo precedente. Per la piastra completa adottiamo il vincolo d'incastro lungo uno dei due lati corti della piastra, indicato con F (*Fixed*) in figura 4.2 ed applichiamo la trazione sul lato opposto. Queste condizioni corrispondono alla situazione che si verifica nel macchinario di trazione per le prove sperimentali. Le zone di vincolo e carico, inoltre, grazie alla geometria del provino, si trovano ad una distanza sufficiente dal foro da non influenzarne i risultati.

Per una piastra caricata a trazione si verificano, come previsto, una deformazione longitudinale positiva della piastra che si allunga ed una deformazione trasversale negativa della piastra che si restringe. I risultati verificano inoltre l'ipotesi introdotta in precedenza per la quale il vincolo d'incastro può essere adottato senza problemi per una piastra completa a causa della distanza del vincolo dal foro. Lo stesso non si può dire dello studio della mezza piastra in cui la condizione di vincolo risulta applicata sulla linea di mezzeria, quindi in corrispondenza del foro. Per tutti i punti soggetti al vincolo di incastro verrebbe bloccata anche la traslazione lungo y e di conseguenza si genererebbero delle tensioni che influenzerebbero il risultato rendendolo meno accurato.



Figura 4.3: Mezza piastra

La mezza piastra viene quindi vincolata bloccando la traslazione lungo x e le rotazioni attorno ad y e z per la linea di mezzeria verticale. Lungo la linea di mezzeria orizzontale vengono bloccate le traslazioni lungo y e le rotazioni attorno a x e z , mentre per i punti situati sul bordo di carico vengono bloccate le traslazioni lungo z . I vincoli, rappresentati in figura 4.3 vengono indicati riportando il numero del grado di libertà vincolato: dove 1,2 e 3 rappresentano le traslazioni rispettivamente in direzione x,y e z mentre 4,5 e 6 indicano le rotazioni rispettivamente attorno agli assi x,y e z . Le condizioni di vincolo sulle tre rotazioni sono ridondanti ma rispecchiano l'ipotesi di stato di tensione piano.



Figura 4.4: Un quarto di piastra

Per concludere si sfrutta l'ulteriore simmetria rispetto all'asse x per ridurre lo studio della piastra ad un quarto della stessa riportata in figura 4.4. Per concretizzare la simmetria nel procedimento di calcolo dobbiamo porre i vincoli corretti: per tutti i punti posti lungo l'asse y è necessario vincolare la traslazione lungo x e le rotazioni attorno a x e z , per i punti giacenti sull'asse x vengono bloccate la traslazione lungo y e le rotazioni attorno a y e z ed infine, per i punti situati sulla curva di carico viene negata la traslazione in direzione z . Quest'ultimo vincolo serve per rendere il sistema ben definito agli occhi del calcolatore e fisicamente corrisponde al bloccaggio offerto dalla macchina di trazione.

Per le tre analisi è stata utilizzata la mesh automatica con elementi quad4 di dimensione 0,1 mm. Grazie al carico esplorativo scelto otteniamo come sigma di confronto per piastra completa e mezza piastra:

$$\sigma_0 = \frac{P}{h \cdot W} = \frac{90}{2,5 \cdot 36} = 1$$

$$\sigma_{0net} = \frac{P}{h \cdot (W - d)} = \frac{90}{2,5 \cdot 30} = 1,2$$

per l'analisi sul quarto di piastra, invece, otteniamo:

$$\sigma_0 = \frac{P}{h \cdot \frac{W}{2}} = \frac{90}{2,5 \cdot 18} = 1$$

$$\sigma_{0net} = \frac{P}{h \cdot \frac{(W-d)}{2}} = \frac{90}{2,5 \cdot 15} = 1,2$$

È stato possibile variare il carico esplorativo in modo da ottenere sempre una sigma di confronto $\sigma_0 = 0$ poiché il fattore di concentrazione delle tensioni viene espresso come rapporto tra due tensioni e quindi non dipende dalla tensione iniziale. Inoltre, sempre a causa della definizione del fattore di concentrazione come rapporto tra la tensione rilevata in prossimità del foro e quella in zone indisturbate, l'utilizzo di una tensione di confronto unitaria permette di leggere nello sforzo rilevato direttamente il fattore di concentrazione delle tensioni.

In tabella 4.1 vengono riportati i risultati ottenuti, l'errore relativo alla soluzione analitica ed il tempo di calcolo per ogni caso di analisi. È possibile osservare come, applicando le ipotesi semplificative, il tempo di calcolo si riduce notevolmente senza andare ad intaccare la validità dei risultati.

Tabella 4.1: Risultati del confronto tra le geometrie

| | Soluzione analitica | Piastra completa | Mezza piastra | Quarto di piastra |
|------------------|---------------------|------------------|---------------|-------------------|
| k_{tg} | 3,0944 | 3,0960 | 3,0920 | 3,0930 |
| k_{tn} | 2,5787 | 2,5800 | 2,5767 | 2,5775 |
| Errore% k_{tg} | | 0,08% | 0,08% | 0,05% |
| Errore% k_{tn} | | 0,08% | 0,08% | 0,05% |
| Tempo [s] | | 186 | 76 | 40 |

Tabella 4.2: Risultati del confronto tra le mesh

| Mesh | K_{tg} | K_{tn} | Errore% K_{tg} | Errore% K_{tn} | Tempo [s] |
|---------------------|----------|----------|------------------|------------------|-----------|
| Soluzione analitica | 3,0944 | 2,5787 | - | - | - |
| lato 1 mm | 2,9270 | 2,4392 | 5,41% | 5,41% | 1 |
| lato 0,5 mm | 3,0630 | 2,5525 | 1,01% | 1,02% | 1,5 |
| lato 0,2 mm | 3,0860 | 2,5717 | 0,27% | 0,27% | 9 |
| lato 0,1 mm | 3,0930 | 2,5775 | 0,05% | 0,05% | 40 |
| lato 0,05 mm | 3,0980 | 2,5817 | 0,12% | 0,12% | 195 |
| washer | 3,0910 | 2,5758 | 0,11% | 0,11% | 12 |
| washer+ box | 3,0910 | 2,5758 | 0,11% | 0,11% | 8 |
| washer+ box auto | 3,0870 | 2,5725 | 0,24% | 0,24% | 7 |
| doppio washer + box | 3,1020 | 2,5850 | 0,25% | 0,24% | 20 |

4.2.2 Valutazione della mesh ottimale

Procediamo ora valutando quale sia la migliore mesh da utilizzare in termini di accuratezza dei risultati e di tempo di calcolo.

In questo caso procediamo analizzando un quarto di piastra sfruttando le considerazioni espresse nel paragrafo precedente. Viene quindi analizzata la stessa piastra con le medesime condizioni di carico utilizzando mesh differenti. Per tutte le analisi vengono impiegati elementi plate quad4. Per le prime cinque analisi si utilizza la mesh automatica del programma con elementi rispettivamente di lato 1 mm, 0,5 mm, 0,2 mm, 0,1 mm e 0,05 mm. Per le analisi successive vengono impostate a mano le condizioni di mesh. Viene dunque valutata l'efficacia dell'utilizzo dei washer, ovvero aree circolari a mesh più fitta nelle immediate vicinanze del foro, e dell'abbinamento di washer e box ovvero una zona di forma quadrata che delimita l'area di influenza del foro da quella esterna. All'esterno del box la mesh non è più regolare ma si dirada man mano che ci si allontana dalla zona di concentrazione delle tensioni.

In tabella 4.2 vengono riportati i risultati ottenuti utilizzando washer singolo, doppio, la mesh automatica all'interno del washer o definita manualmente. Le dimensioni di washer e box sono state scelte in seguito alle considerazioni fatte nel capitolo 2 in cui veniva valutata la zona di influenza del foro. Il raggio del washer, infatti, è pari a cinque volte il raggio del foro, mentre il box è un quadrato di lato pari alla semilarghezza della piastra.

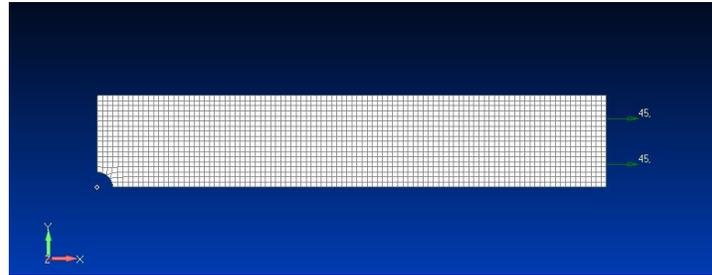


Figura 4.5: Mesh automatica quad4 1 mm

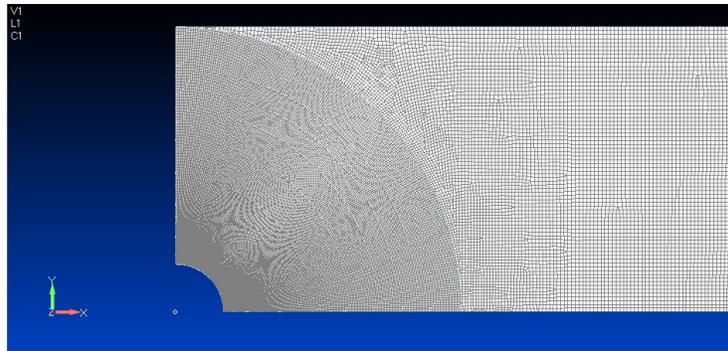


Figura 4.6: Mesh washer singolo

Nel caso di washer singolo più box riportato in figura 4.7 è stata utilizzata la mesh automatica di dimensioni 0,1 mm all'interno del washer, 0,2 mm nell'area compresa tra washer e box e di dimensione variabile all'esterno del box.

Nel caso in figura 4.8 nella pagina seguente è stato utilizzato un doppio washer. Nella zona più interna è stata adottata una mesh di dimensione 0,03 mm, nel washer esterno di 0,05 mm, nel box di 0,1 mm ed all'esterno del box nuovamente una mesh variabile.

È possibile osservare dai grafici in figura 4.9 che, al crescere della dimensione della mesh, l'errore cresce notevolmente mentre il tempo impiegato per il calcolo diminuisce sensibilmente. Osservando i risultati ottenuti fino ad

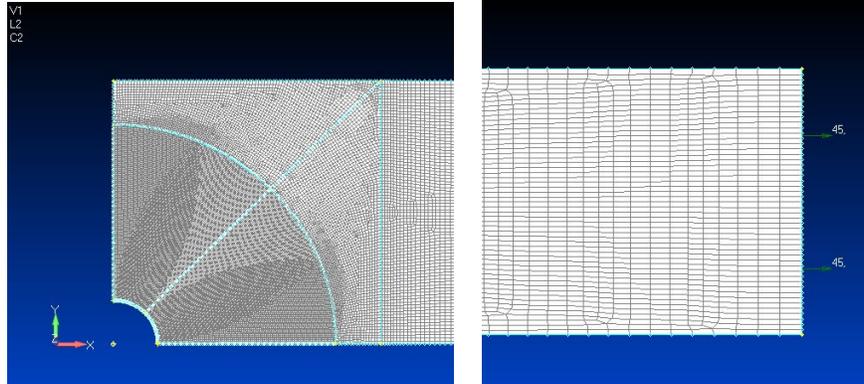


Figura 4.7: Mesh washer + box

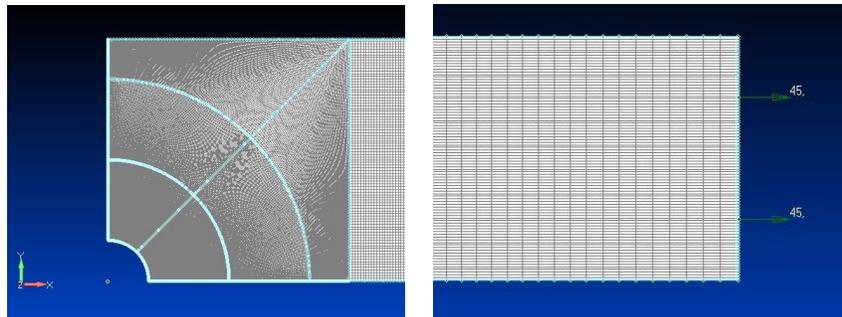


Figura 4.8: Mesh doppio washer + box

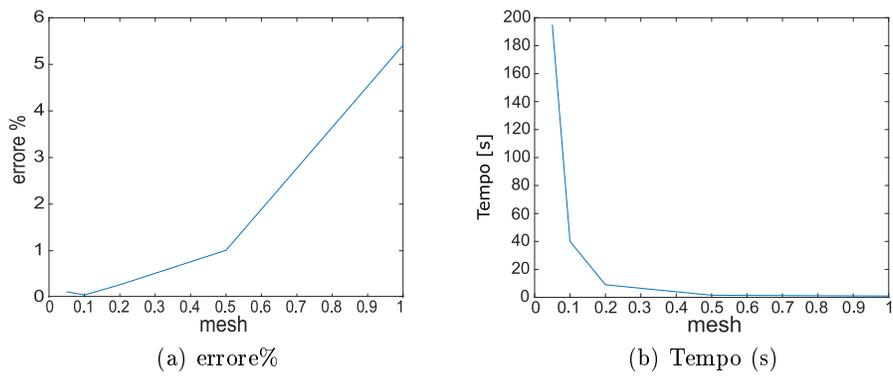


Figura 4.9: Confronto di errori e tempi di calcolo al variare della mesh

ora, la soluzione caratterizzata dal miglior rapporto errore - tempo di calcolo sarebbe la mesh che utilizza un singolo washer più la box. Tuttavia, a causa della geometria dei rinforzi analizzati nel capitolo 4, questo tipo di mesh presenta delle imprecisioni all'interfaccia tra la box e la zona esterna quindi la scelta è ricaduta sull'utilizzo di mesh che prevedano l'utilizzo di soli washer. Tali mesh, infatti, riportano lo stesso errore percentuale con costi aggiuntivi in termini di tempo trascurabili.

4.2.3 Validazione materiale isotropo

Nella prima fase di confronto volta a valutare geometria e mesh ottimali è stata effettuata una fase di confronto preliminare tra i risultati ottenuti per il punto di massima concentrazione delle tensioni in via analitica e tramite modelli agli elementi finiti.

Per validare correttamente i risultati è necessario effettuare un passo aggiuntivo che consiste nel verificare che gli andamenti delle tensioni in direzione longitudinale e trasversale rispecchino quelli previsti dalla teoria descritta. In figura 4.10 nella pagina successiva vengono confrontati graficamente i risultati analitici con quelli ottenuti dall'analisi FEM. Si riscontra un'ottima coincidenza dei risultati lungo tutto l'intervallo. Si rilevano leggere discrepanze in prossimità del bordo della piastra a causa degli effetti prodotti dal bordo stesso non previsti dalla teoria a causa dell'ipotesi di piastra infinita.

4.2.4 Validazione materiale composito

Per validare i risultati relativi al materiale composito il procedimento è stato analogo a quello adottato nel caso di materiale isotropo. I risultati ottenuti dalle analisi agli elementi finiti sono stati posti in grafico ed in seguito confrontati con quelli ottenuti analiticamente. Come materiale si è scelto di utilizzare quello descritto nell'articolo [5] in modo tale da avere un metro di paragone con cui confrontare i risultati ottenuti. In questo caso, però, per la piastra composta da materiale orientato di 45° non è stato possibile sfruttare la simmetria geometrica del provino a causa della asimmetria del materiale e si è rivelato necessario studiare la piastra completa.

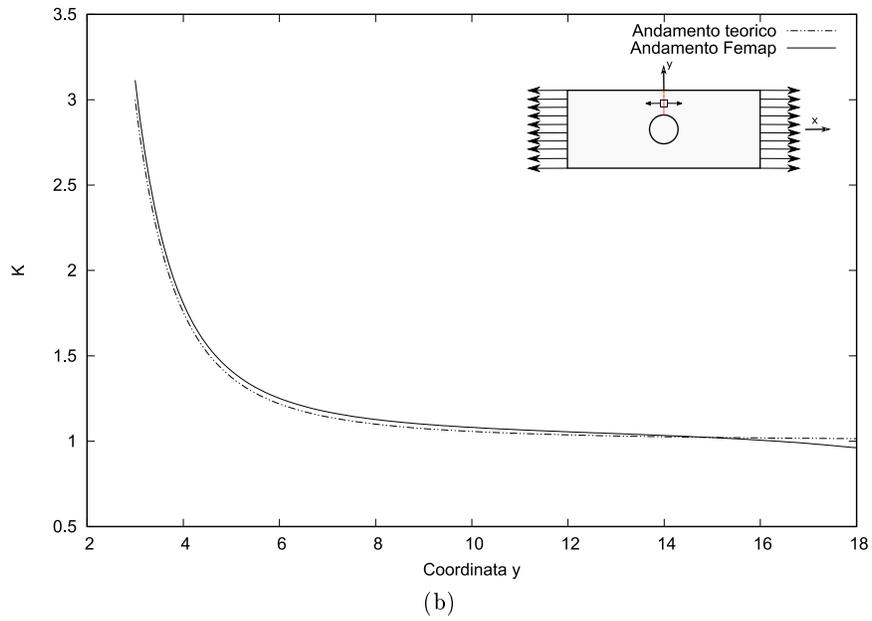
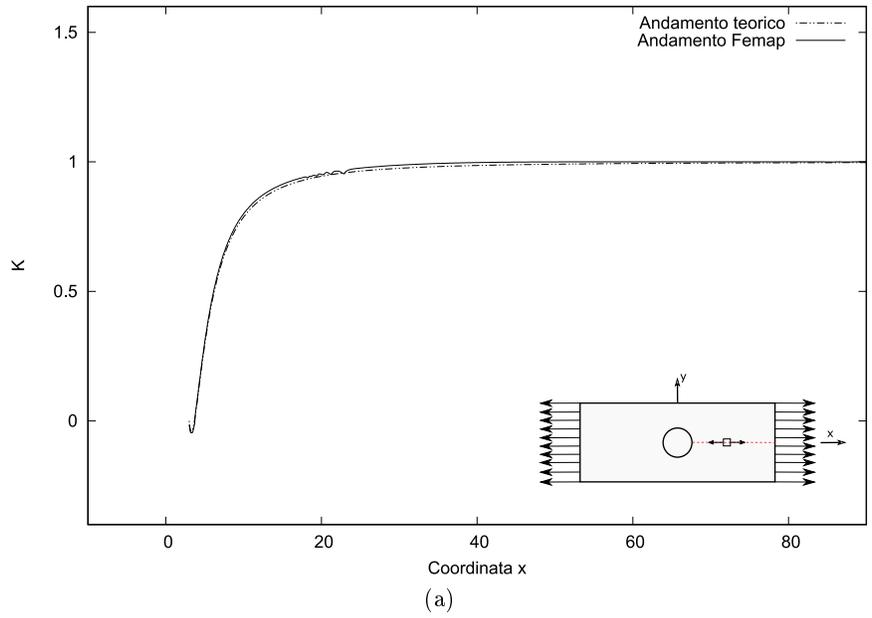


Figura 4.10: Andamento delle tensioni lungo gli assi x e y

Piastre monostrato

Come primo passo sono stati confrontati i risultati ottenuti per piastre monostrato prendendo in esame i risultati relativi all'andamento delle tensioni attorno al bordo del foro.

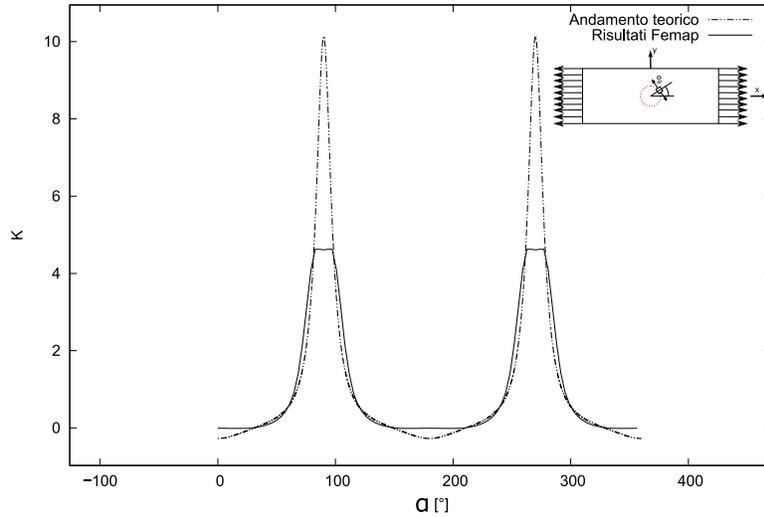


Figura 4.11: Andamento delle tensioni attorno al bordo del foro per fibre orientate a 0°

La soluzione analitica per questo caso è quella descritta dalla formula 2.28 riportata nel capitolo 2. Nelle figure 4.11, 4.12 e 4.13 a pagina 78 vengono riportati in grafico gli andamenti della tensione calcolati analiticamente e via FEM lungo il bordo del foro per materiali monostrato le cui fibre siano disposte rispettivamente a 0°, 45° e 90°.

Da tali grafici si può osservare che gli andamenti delle tensioni calcolate con femap restituiscono in maniera accurata quelli teorici ma presentano delle imprecisioni nei punti di massimo. A causa della natura stessa del calcolo agli elementi finiti, infatti, femap non studia le tensioni in un punto ma sull'area degli elementi per poi riportarne una media come risultato sui nodi dell'elemento. Poiché la teoria prevede punti di massimo estremamente localizzati con ratei di decadimento delle tensioni molto elevati, all'interno dello stesso elemento in cui è situato il massimo valore di K, coesistono anche valori molto inferiori che andranno ad influenzare il risultato riportato sui nodi.

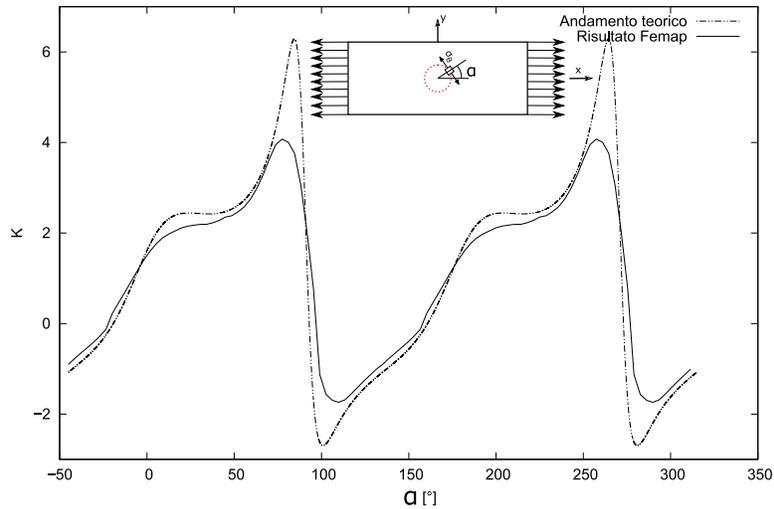


Figura 4.12: Andamento delle tensioni attorno al bordo del foro per fibre orientate a 45°

Una possibile soluzione per risolvere questa discrepanza nei risultati consiste nel affrontare il problema utilizzando un modello di analisi tridimensionale che, aumentando il grado dell'analisi, permette di ottenere risultati più accurati.

Nonostante l'utilizzo del modello 3D, però, non si raggiungono ancora i picchi previsti dalla teoria poiché persiste la natura non puntuale dell'elemento. Per validare completamente il modello sarebbe necessario un confronto con dati raccolti sperimentalmente.

Anche in questo caso, come per i materiali isotropi, per completare il confronto è necessario valutare gli andamenti delle tensioni lungo la sezione trasversale. Scegliamo di analizzare le tensioni lungo l'asse di simmetria trasversale trascurando quelli in direzione longitudinale a causa delle sollecitazioni molto minori che vi si verificano. Nelle figure 4.15, 4.16 e 4.17 a pagina 80 vengono riportati in grafico i risultati calcolati con l'uso di femap e le soluzioni ottenute per via analitica applicando la formula 2.32 a pagina 20 osservando i quali si può dichiarare che l'analisi agli elementi finiti rispecchia correttamente le previsioni della teoria per ciò che è il fulcro di questo lavoro ovvero la distribuzione delle tensioni sulla sezione netta resistente in corrispondenza dell'indebolimento.

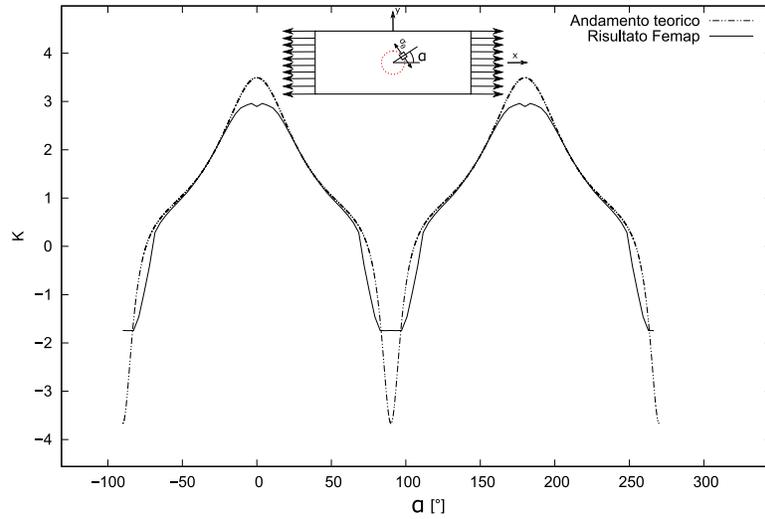


Figura 4.13: Andamento delle tensioni attorno al bordo del foro per fibre orientate a 90°

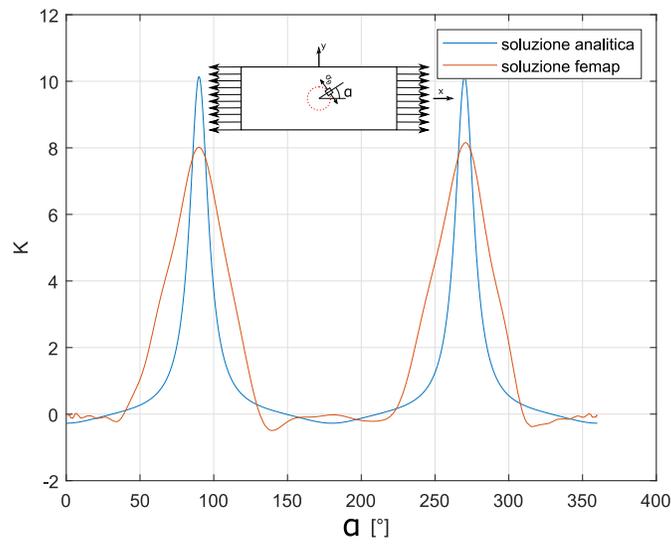


Figura 4.14: Andamento delle tensioni lungo il bordo del foro per materiale orientato a 0° analizzato con teorie 3D

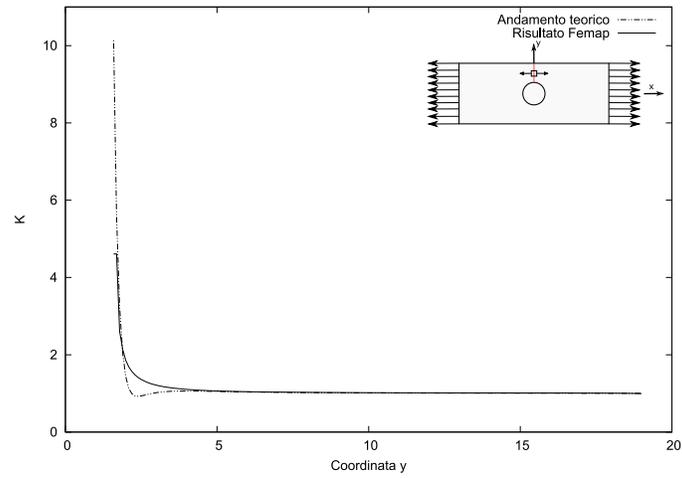


Figura 4.15: Confronto andamento tensioni trasversale per un materiale monostrato caricato a 0°

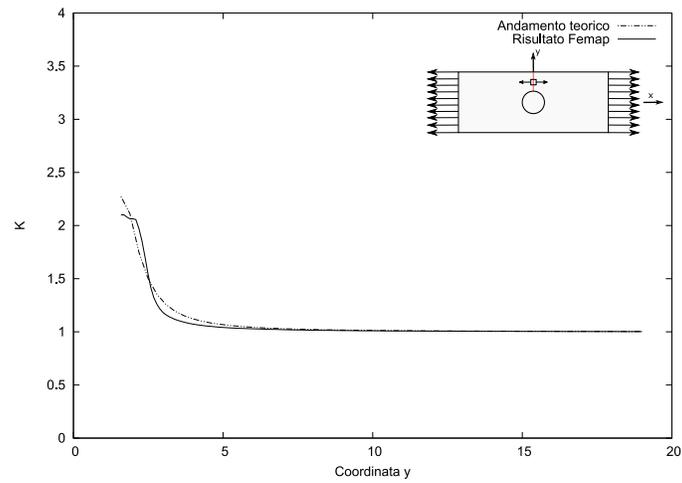


Figura 4.16: Confronto andamento tensioni trasversale per un materiale monostrato caricato a 45°

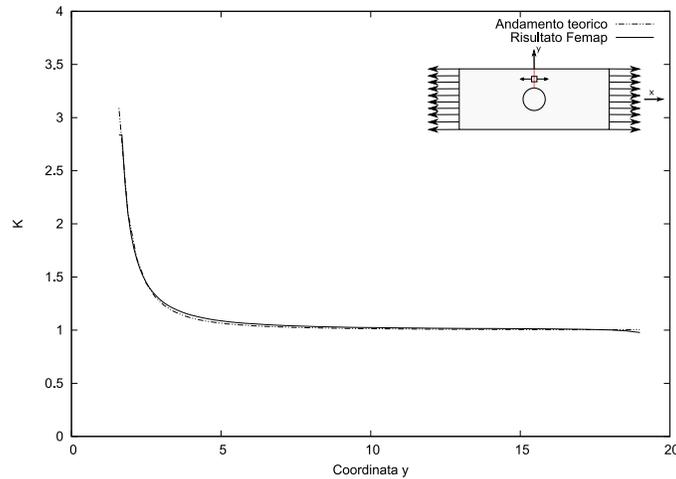


Figura 4.17: Confronto andamento tensioni trasversale per un materiale monostrato caricato a 90°

Piastre multistrato

In seguito alla validazione dei risultati delle piastre monostrato si può procedere alla validazione dei risultati ottenuti per piastre formate da più layer di materiale ortotropo sovrapposti con orientamenti differenti. Si prendono nuovamente in considerazione la geometria ed il materiale Himat descritti nell'articolo [5]. Il materiale preso in considerazione è un composito multistrato i cui layer sono disposti come segue: $[+50^\circ]_{14}$, $[-50^\circ]_{14}$, $[+35^\circ]_6$.

Procediamo analogamente al caso di piastre monostrato confrontando gli andamenti delle tensioni sul bordo del foro ottenuti da analisi teoriche e FEM per piastre sottoposte a trazione con angoli di carico pari a 0° , 45° e 90° .

Dai grafici riportati nelle figure 4.18, 4.19 e 4.20 a pagina 82 risulta che i risultati analitici e quelli calcolati mediante metodo agli elementi finiti, combaciano in modo praticamente perfetto. Possiamo quindi considerare validati i risultati per questo primo confronto.

Esattamente come per i casi precedenti possiamo ritenere accettabili i risultati ottenuti se anche gli andamenti lungo l'asse di simmetria trasversale della piastra, in corrispondenza della massima riduzione di sezione resistente, sono congruenti con le aspettative teoriche.

Osservando i risultati riportati nei grafici 4.21 4.22 e 4.23 a pagina 83, continua a denotarsi il comportamento dello studio agli elementi finiti tale per cui il programma di analisi femap non riesce a rilevare i picchi di tensione

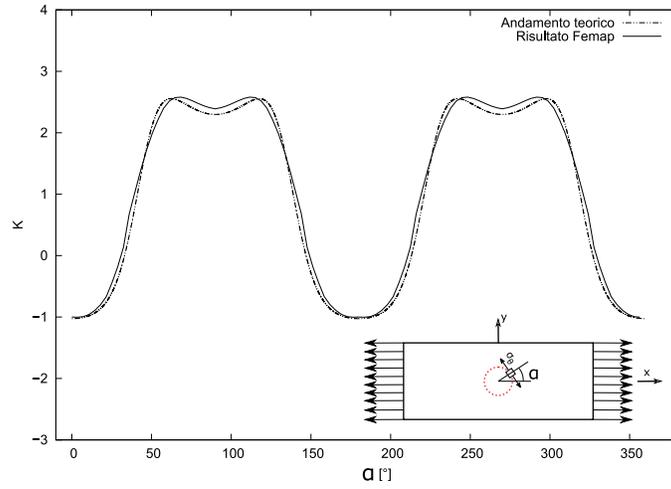


Figura 4.18: Andamento delle tensioni attorno al bordo del foro per fibre orientate a 0°

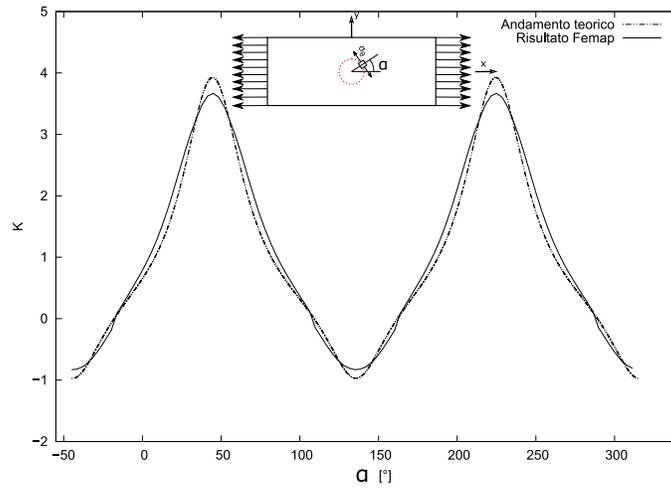


Figura 4.19: Andamento delle tensioni attorno al bordo del foro per fibre orientate a 45°

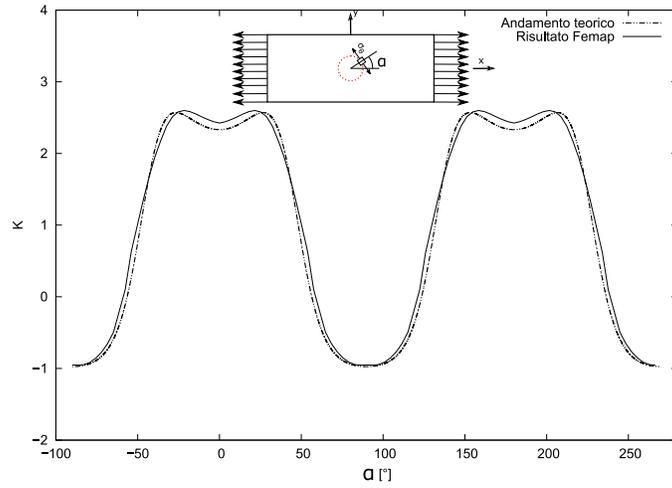


Figura 4.20: Andamento delle tensioni attorno al bordo del foro per fibre orientate a 90°

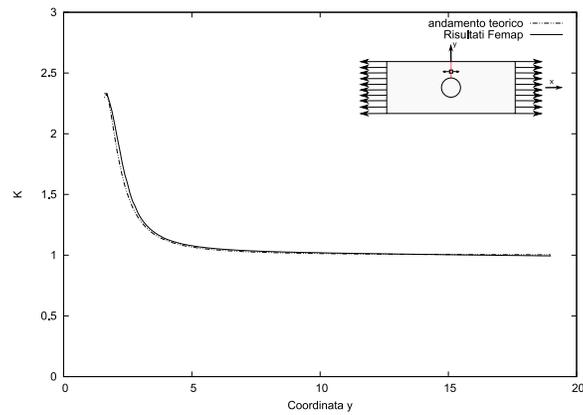


Figura 4.21: Confronto andamento tensioni trasversale per un materiale multistrato caricato a 0°

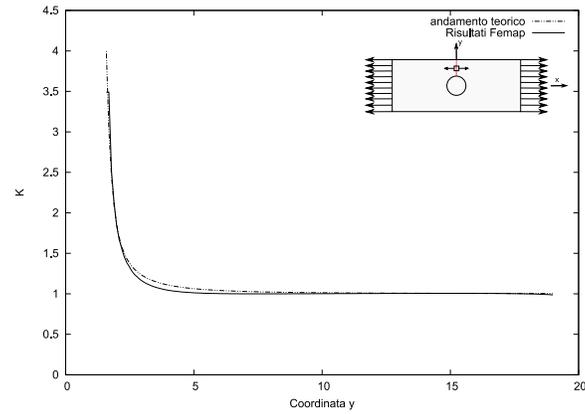


Figura 4.22: Confronto andamento tensioni trasversale per un materiale multistrato caricato a 45°

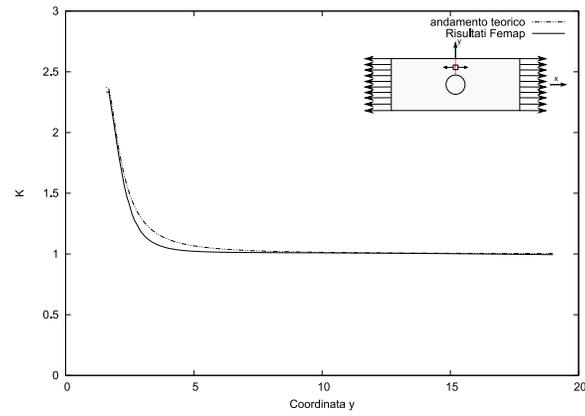


Figura 4.23: Confronto andamento tensioni trasversale per un materiale multistrato caricato a 90°

previsti dalla teoria. Nonostante ciò l'area in cui si verificano queste discrepanze è talmente limitata che possiamo dichiarare corretti i risultati ottenuti e quindi il modello creato e la teoria di studio possono essere applicati agli studi che imposteremo da questo momento in avanti.

Capitolo 5

Possibili soluzioni di rinforzo

Nel capitolo seguente inizia la trattazione di ciò che è stato il fulcro del lavoro descritto nel presente elaborato di tesi. In seguito allo studio dello stato dell'arte delle teorie riguardanti le piastre forate ed alla validazione dei modelli di calcolo che verranno impiegati per affrontare il problema in esame, infatti, è possibile passare alla ricerca della geometria di rinforzo ottimale per ridurre gli effetti generati da un foro sulla distribuzione delle tensioni.

L'obbiettivo della ricerca consiste nel distribuire i picchi di tensione dati dalla presenza del foro lungo tutta la sezione resistente netta, riducendo gli sforzi in prossimità dei bordi del foro. Il procedimento migliore per trovare una soluzione efficiente consiste nel partire dalle considerazioni teoriche analizzate nel capitolo 2 per poi sviluppare pattern di rinforzo ottimali. Per prima cosa è quindi necessario valutare le sollecitazioni presenti nella piastra.

Fino a questo momento abbiamo valutato i valori massimi del fattore di concentrazione delle tensioni e la distribuzione di queste ultime lungo le direzioni maggiormente significative, da adesso passeremo ad analizzare la direzione delle sollecitazioni all'interno del materiale. Dall'immagine riportate in figura 5.1 (a) risalta nettamente come nelle zone vicine ai bordi esterni del provino le linee di tensione non risentano della presenza del foro e procedano parallele alla direzione del carico. In prossimità del foro, invece, (figura 5.1 (b)) le linee di tensione sono costrette a deviare per aggirare l'ostacolo che ne interromperebbe il percorso. Si genera quindi un impacchettamento delle linee di tensione in prossimità del bordo del foro. Questa è, in definitiva, la rappresentazione grafica della concentrazione delle tensioni descritta fino a questo momento.

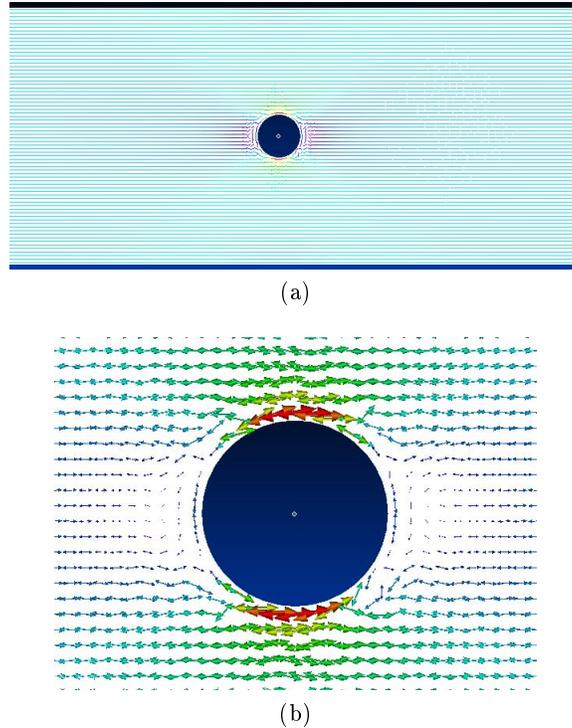


Figura 5.1: Linee di tensione all'interno del materiale

Si presentano quindi due possibili soluzioni immediate: l'utilizzo di fibre disposte concentricamente al foro per rinforzarne il bordo e prevenire l'enucleazione di cricche oppure la loro disposizione lungo la direzione di sforzo principale delle linee di tensione per sfruttare la maggior resistenza offerta dal carbonio. Questa soluzione offre una maggior efficienza rispetto all'utilizzo di fibre disposte unidirezionalmente poiché permette di mantenere sempre il carico parallelo alla fibra sfruttandone appieno la resistenza. Per i calcoli seguenti è stata adottata la geometria descritta nel capitolo 4 e mantenuto lo stesso carico esplorativo utilizzato per le piastre isotrope ed ortotrope. Per le trattazioni seguenti siano esse analitiche o sperimentali, sono stati utilizzati materiali le cui caratteristiche sono riportate in tabella 5.1

Tuttavia i dati dei materiali forniti dalla Markforged risultavano incompleti ed è quindi stato necessario utilizzare delle approssimazioni per valutare i dati mancanti: il modulo G_{12} , per esempio, è stato valutato con la formula

Tabella 5.1: Caratteristiche dei materiali

| Materiale | E_1 [GPa] | E_2 [GPa] | E_3 [GPa] | G_{12} [GPa] | ν | σ_r [MPa] |
|-----------|-------------|-------------|-------------|----------------|-------|------------------|
| Nylon | 0.94 | 0.94 | 0.94 | 0.35 | 0.35 | 54 |
| Fibra 1D | 54 | - | - | - | 0.35 | 700 |
| Fibra 2D | 54 | 0.94 | - | 0.91 | 0.35 | 700 |

empirica

$$G_{12} = \frac{E_x E_y}{E_x + E_y + 2E_y \nu}$$

mentre per il coefficiente di Poisson è stato adottato, in ogni direzione, il valore di 0,35. Con σ_r viene indicato il carico a rottura del materiale.

5.1 Rinforzi circolari - Piastra isotropa

Prima di iniziare la trattazione relativa allo studio dei rinforzi circolari è necessario ricordare le caratteristiche della stampante in nostro possesso per capirne i limiti. La stampante Mark Two, come descritto nel capitolo 3 e con le impostazioni da noi selezionate, in fase di stampa dispone quattro strati di materiale isotropo alla base, quattro al top della piastra ed uno strato lungo i bordi laterali per spessori totali rispettivamente di 0,5 mm e 0,3 mm. Il modello creato tiene conto di questa caratteristica. Inizialmente il materiale di rinforzo è stato definito utilizzando elementi laminate plate in cui gli strati di fibra erano disposti simmetricamente in prossimità del piano medio della piastra.

5.1.1 Elementi laminate

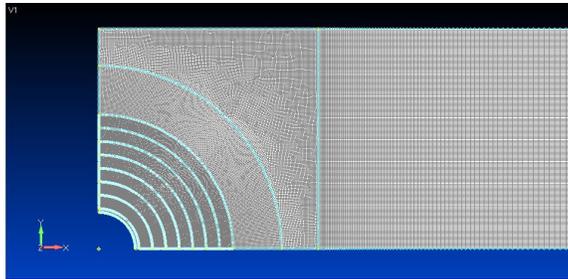


Figura 5.2: Geometria piastra con rinforzi circolari

In figura 5.2 viene riportato il modello utilizzato per l'analisi, caratterizzato da 8 cerchi concentrici al foro. Il primo arco circolare, di offset 0,3 mm rappresenta il bordo laterale di nylon creato dalla stampante, gli altri 7, di offset 1,1 mm, delimitano le superfici sulle quali saranno definite le proprietà del rinforzo aumentando, di volta in volta, il numero dei rinforzi circolari in fibra. Gli anelli non rinforzati verranno discretizzati utilizzando le proprietà del nylon.

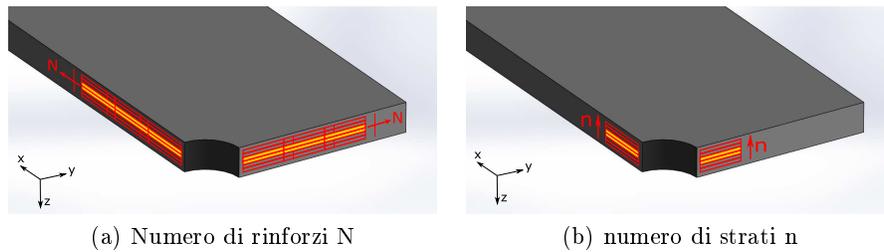


Figura 5.3: Definizione dei rinforzi

Possiamo ora analizzare una serie di casi di studio per valutare quale sia la soluzione ottimale in relazione al numero di rinforzi circolari utilizzati ed al numero di strati di fibra per ogni rinforzo. Inizialmente si mantiene fisso il numero degli strati pari a 4 e si varia il numero di rinforzi circolari.

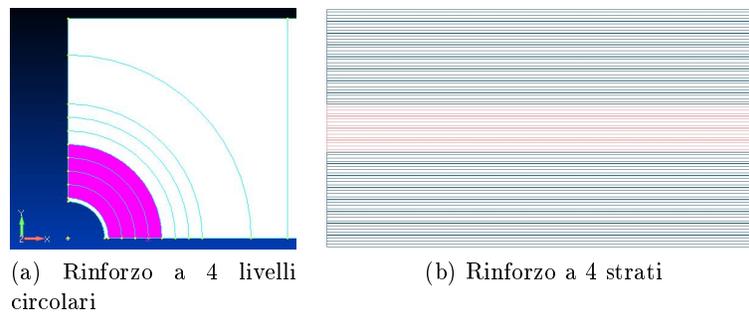


Figura 5.4: Geometria dei rinforzi (a) radiale (b) strati

Dopo aver raccolto i primi risultati, confrontando le tensioni a rottura di nylon e fibra ed osservando che la resistenza di quest'ultima supera di circa 13 volte quella del nylon, si è fissato il numero dei rinforzi circolari a

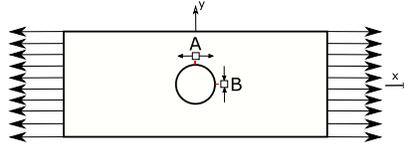


Figura 5.5: Punti caratteristici piastra forata

cinque per valutare gli effetti delle variazioni del numero degli strati utilizzati. La scelta è ricaduta sull'utilizzo di cinque rinforzi poiché, in quel caso, il fattore di concentrazione delle tensioni, pari a 18, è già sufficientemente vicino al rapporto tra le tensioni a rottura da permettere di essere superato con l'aumento degli strati.

L'obiettivo è di mantenersi il più possibile in una situazione in cui fibra e matrice siano sollecitati in maniera equa, previe le dovute proporzioni, poiché facendo lavorare eccessivamente uno dei due materiali in relazione all'altro si ridurrebbe l'efficienza del rinforzo appena creato.

Infine si valuta l'effetto della sezione resistente totale sul fattore di concentrazione delle tensioni. La sezione resistente è stata valutata sommando le sezioni resistenti di ogni singola fibra che ricordiamo avere base 1,1 mm e spessore 0,125 mm. Un elemento molto interessante da sottolineare è che otteniamo una sezione resistente pari a $5,5 \text{ mm}^2$ sia utilizzando 4 rinforzi in direzione radiale a 10 strati ($4 \cdot 1,1 \cdot 10 \cdot 0,125 = 5,5$) che per 5 rinforzi a 8 strati ($5 \cdot 1,1 \cdot 8 \cdot 0,125 = 5,5$) ma, nel caso dei 4 rinforzi circolari otteniamo tensioni a trazione massima pari a 14,15 MPa contro i 15,63 MPa dei 5 rinforzi circolari.

Possiamo quindi affermare che, a parità di sezione resistente offerta, conviene adottare un numero inferiore di rinforzi in direzione radiale a favore di un maggior numero di strati dal momento che si andrebbe a rinforzare maggiormente la zona in prossimità del foro dove abbiamo visto si concentrano le tensioni.

I dati raccolti da questi casi di studio vengono riportati nelle tabelle 5.2 5.3 e 5.4 e nei grafici 5.6. I dati vengono riportati considerando gli stessi punti individuati nei capitoli precedenti e riportati in figura 5.5.

Procedendo analogamente a quanto descritto nei capitoli precedenti analizziamo ora l'andamento delle tensioni sulle sezioni individuate dal piano di simmetria trasversale della piastra valutando gli effetti delle variazioni nella

Tabella 5.2: Fattore di concentrazione delle tensioni all'aumentare del numero dei rinforzi

| rinforzi circolari N | σ massima in A [MPa] | σ massima in B [MPa] |
|----------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 2 | 29,12 | -17,68 |
| 3 | 26,64 | -19,33 |
| 4 | 25,22 | -20,19 |
| 5 | 24,30 | -20,66 |
| 6 | 23,67 | -20,95 |
| 7 | 23,23 | -21,13 |

Tabella 5.3: Fattore di concentrazione delle tensioni all'aumentare del numero degli strati di rinforzo

| strati rinforzo n | σ massima in A [MPa] | σ massima in B [MPa] |
|-------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 4 | 25,22 | -20,19 |
| 6 | 19,57 | -17,23 |
| 8 | 16,32 | -15,09 |
| 10 | 14,15 | -13,46 |
| 12 | 12,57 | -12,16 |

Tabella 5.4: Fattore di concentrazione delle tensioni all'aumentare della sezione resistente in fibra

| rinforzi circolari N | strati n | sezione resistente [mm^2] | σ massima in A [MPa] | σ massima in B [MPa] |
|----------------------|----------|-------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 4 | 4 | 2,200 | 25,22 | -20,19 |
| 5 | 4 | 2,750 | 24,30 | -20,66 |
| 4 | 6 | 3,300 | 19,57 | -17,23 |
| 5 | 6 | 4,125 | 18,81 | -17,28 |
| 4 | 8 | 4,400 | 16,32 | -15,09 |
| 5 | 8 | 5,500 | 15,63 | -14,90 |
| 4 | 10 | 5,500 | 14,15 | -13,46 |
| 4 | 12 | 6,600 | 12,57 | -12,16 |
| 5 | 10 | 6,875 | 13,49 | -13,12 |
| 5 | 12 | 8,250 | 11,93 | -11,73 |

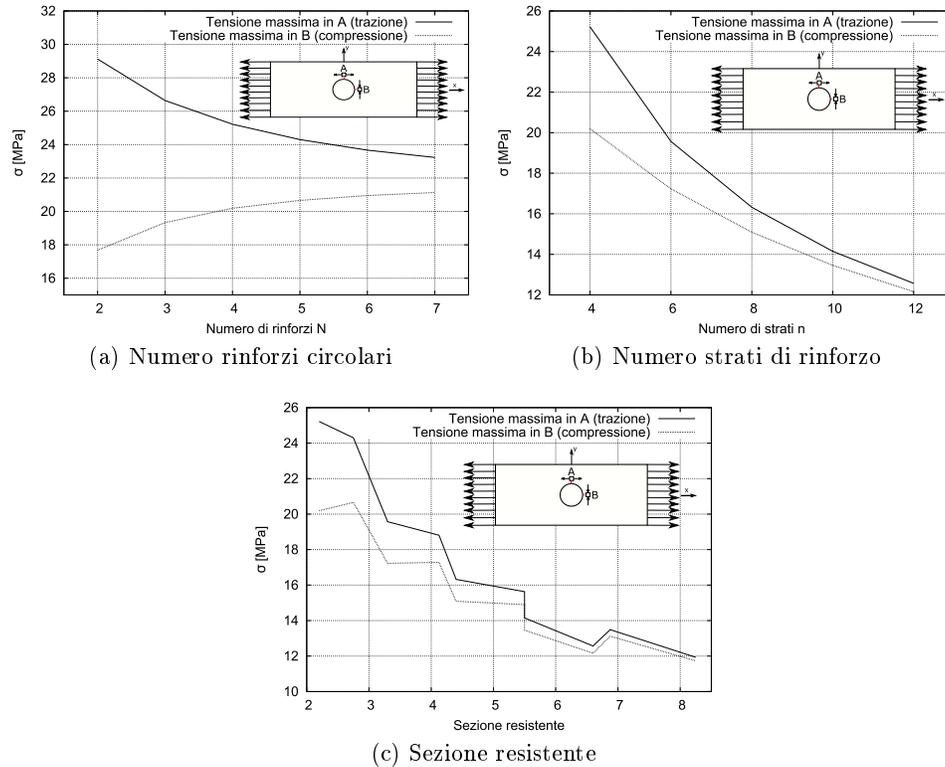
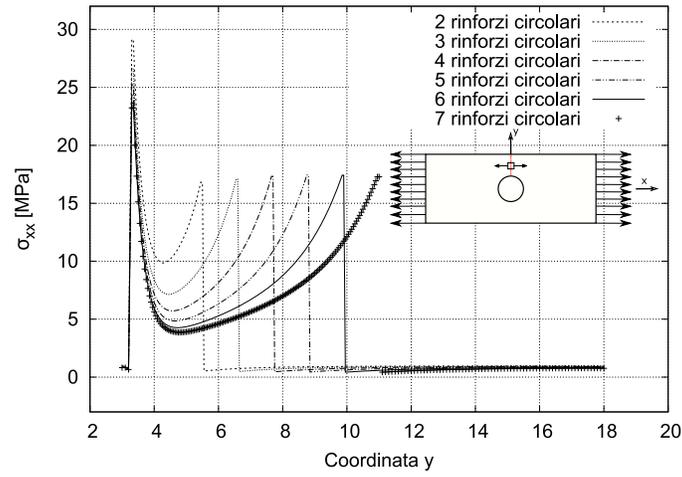


Figura 5.6: Andamento di K al variare della geometria di rinforzo

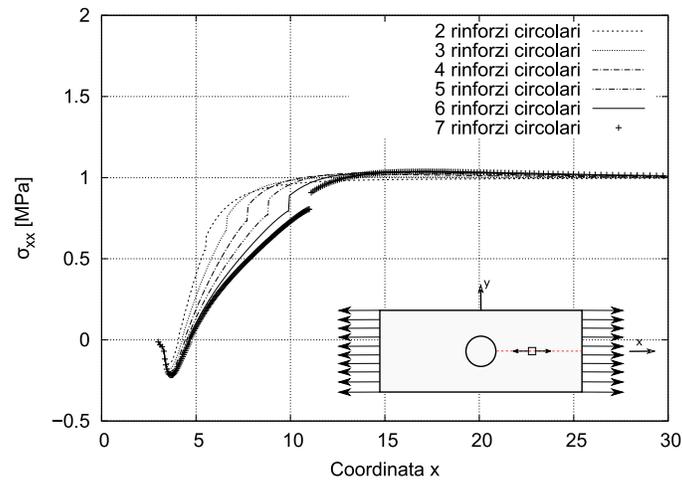
geometria dei rinforzi descritte fino a questo momento.

Dai risultati riportati in figura 5.7 nella pagina successiva e 5.8 a pagina 93 si osserva che sia aumentando il numero dei rinforzi che aumentando il numero degli strati di rinforzo, si verifica una diminuzione della tensione di picco. I maggiori benefici nell'aumento del numero di strati di rinforzo si rilevano per i primi step di aumento. La differenza rilevata incrementando il rinforzo da 4 a 6 strati, infatti è molto maggiore della differenza rilevata per l'incremento da 10 a 12 strati. Ciò è dovuto alle variazioni della sezione resistente che si rivelano percentualmente più significative nei primi step di modifica.

Si può notare, osservando l'andamento delle tensioni nelle fibre come, allontanandosi dal foro e dal punto di massimo, lo sforzo misuri un punto di minimo per poi riprendere a crescere fino a trovarsi in presenza di un secondo punto di massimo. Questo comportamento è dovuto al fatto che quando ci

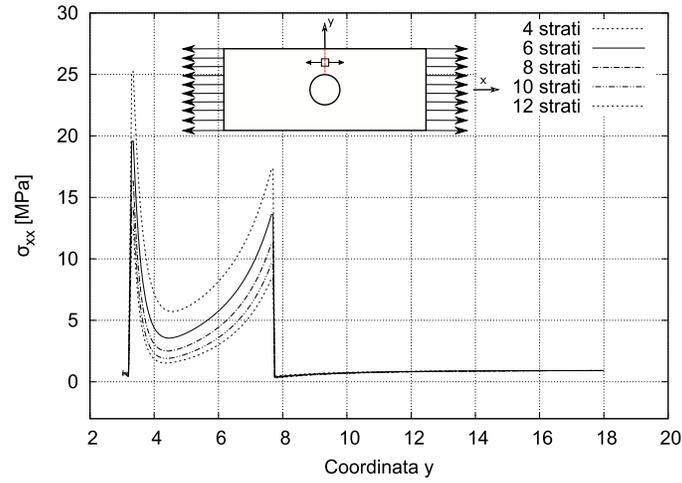


(a)

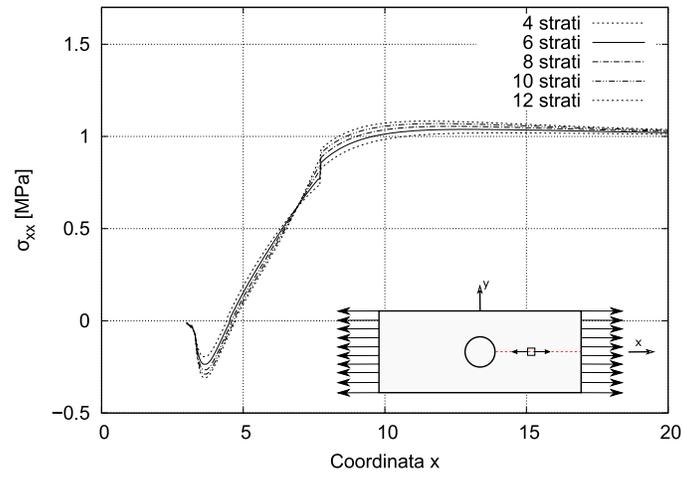


(b)

Figura 5.7: Andamento delle tensioni sulla sezione (a) trasversale e (b) longitudinale al variare del numero di rinforzi (4 strati)



(a)



(b)

Figura 5.8: Andamento delle tensioni sulla sezione (a) trasversale e (b) longitudinale al variare del numero di strati di rinforzo (4 rinforzi)

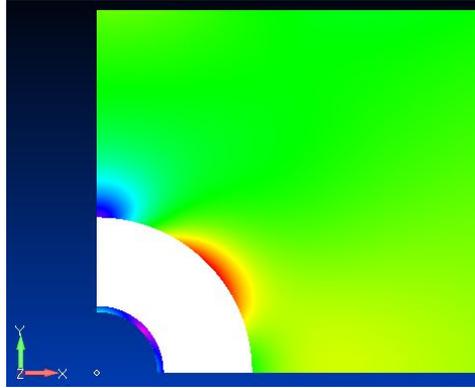


Figura 5.9: Punto di concentrazione degli sforzi al bordo del rinforzo

avviciniamo alla zona di sola matrice, la fibra inizia ad assorbirne parte delle tensioni a causa della maggior rigidezza con la conseguenza che nel punto di contatto la matrice risulta praticamente scarica. Osservando il comportamento delle zone di sola matrice, possiamo anche notare una prima zona in prossimità del bordo del foro nella quale le tensioni sono praticamente nulle, ed una zona esterna ai rinforzi in cui le tensioni sono molto minori di quelle del caso isotropo. Partendo dal punto di contatto con la fibra in cui sono quasi pari a zero, le tensioni nella matrice tendono gradualmente ad un valore unitario in aree lontane dal foro dove non si risente più della presenza di quest'ultimo.

L'ultimo risultato di importanza rilevante, mostrato in figura 5.9, è che la presenza del rinforzo influisce sulle tensioni andandone a modificare la distribuzione nelle zone di piastra composte di sola matrice. Si viene a creare, infatti, una zona di tensione a circa 45° dall'asse di carico sul bordo del rinforzo. Il picco nel fattore di incremento delle tensioni rilevato in questa zona, però, è pari a circa 1,48 nel caso di 4 anelli di rinforzo a 4 strati ovvero pari a circa la metà del K massimo per la piastra realizzata totalmente in materiale isotropo.

Fino a questo momento abbiamo affrontato il problema simulando il materiale come un laminato composto da alcuni strati di matrice ed alcuni in fibra. Per scoprire l'effetto che ha la teoria di analisi adottata sui risultati, la stessa struttura è stata analizzata utilizzando elementi beam. I risultati sono poi stati confrontati con quelli ottenuti da elementi laminate per verificare quale teoria rispetto alle altre riesca a mettere in luce determinati

aspetti del problema. Per questo tipo di configurazione di rinforzo, da ora in avanti si utilizza la configurazione a 4 rinforzi circolari per 12 strati. Si sceglie questa configurazione perché, ricordando le osservazioni fatte riguardo la sezione resistente sappiamo che è più efficiente adottare un limitato numero di rinforzi per molti strati.

5.1.2 Elementi beam

Per affrontare il problema utilizzando elementi beam, la geometria è stata ancora modificata aggiungendo delle curve di controllo a metà degli anelli di rinforzo sulle quali sono stati definiti gli elementi beam. Questi ultimi sono stati descritti, in Femap, come elementi a sezione rettangolare di base 1,1 mm, ovvero la larghezza della fibra, di altezza proporzionale al numero di strati di rinforzo utilizzati e asse appartenente al piano di simmetria della piastra. Per loro natura gli elementi beam sono elementi monodimensionali il cui asse coincide con una linea retta. Per riuscire ad approssimare con tali elementi dei rinforzi di forma circolare, è stato necessario definire dei mesh seed sufficientemente ravvicinati tali per cui ogni segmento di beam possa rimanere retto ma il risultato totale possa simulare una circonferenza.

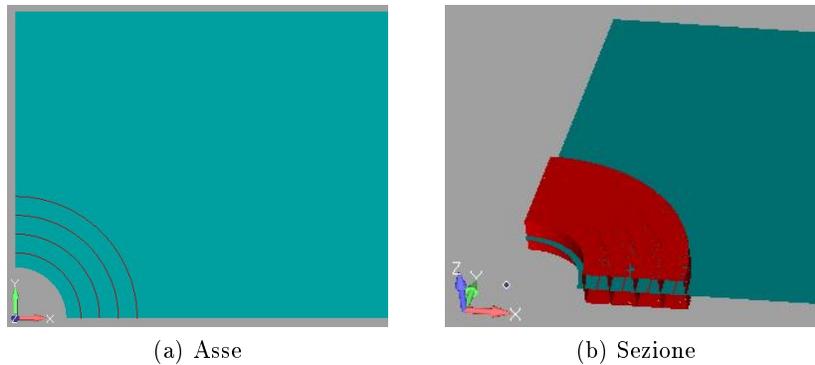


Figura 5.10: Geometria modello beam

Per convalidare i risultati ottenuti da beam e laminate si valutano gli andamenti delle tensioni lungo l'asse delle beam, quindi in direzione circolare concentrica al foro, e si confrontano con gli stessi risultati ottenuti con il modello laminate. Per il confronto si sceglie la geometria a 4 rinforzi circolari e 12 strati. Osservando gli andamenti delle tensioni riportati in figura 5.11 salta immediatamente all'occhio che in entrambi i casi la maggior parte della tensione viene assorbita dal rinforzo più esterno e che gli andamenti dei due

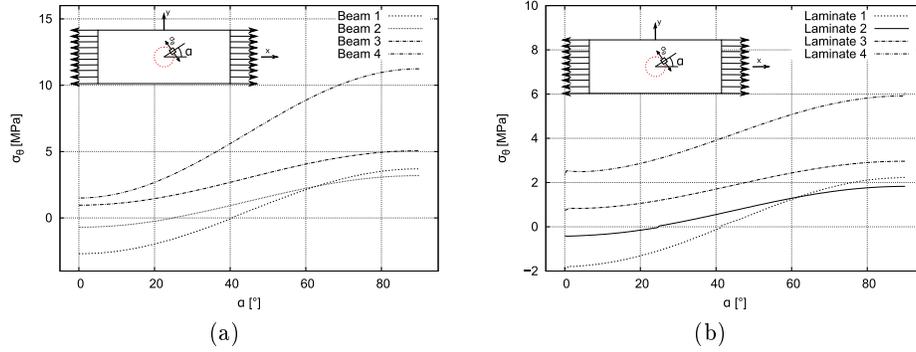


Figura 5.11: Andamento delle tensioni (a) nelle beam e (b) nei laminate

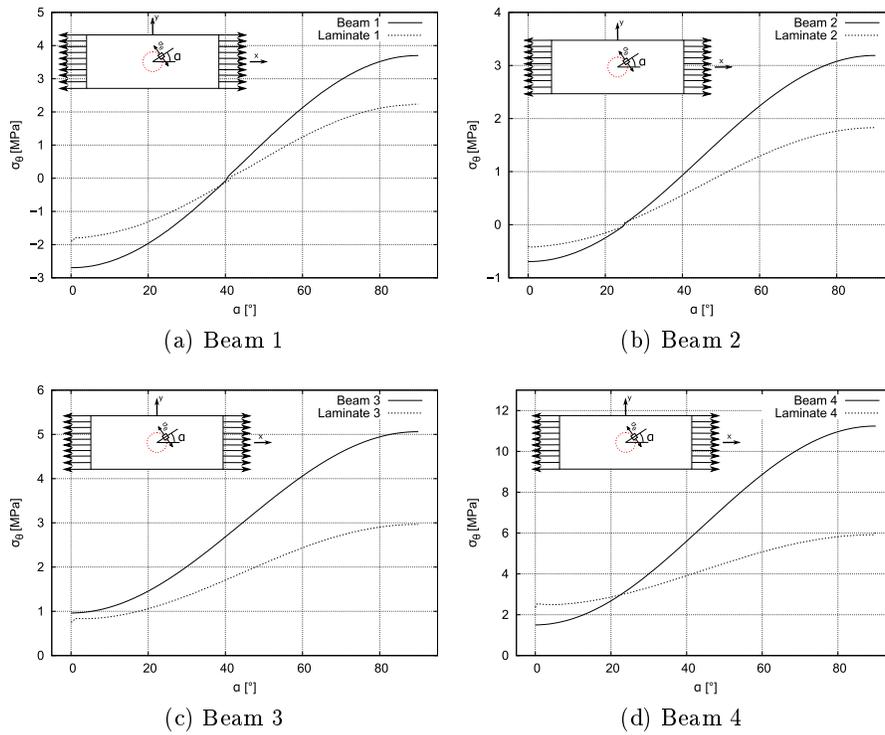


Figura 5.12: Confronto andamenti delle tensioni nelle singole beam

modelli si somigliano molto.

Dai confronti riportati in figura 5.12 è evidente come, pur mantenendo andamenti molto simili, le beam rilevino mediamente degli sforzi maggiori

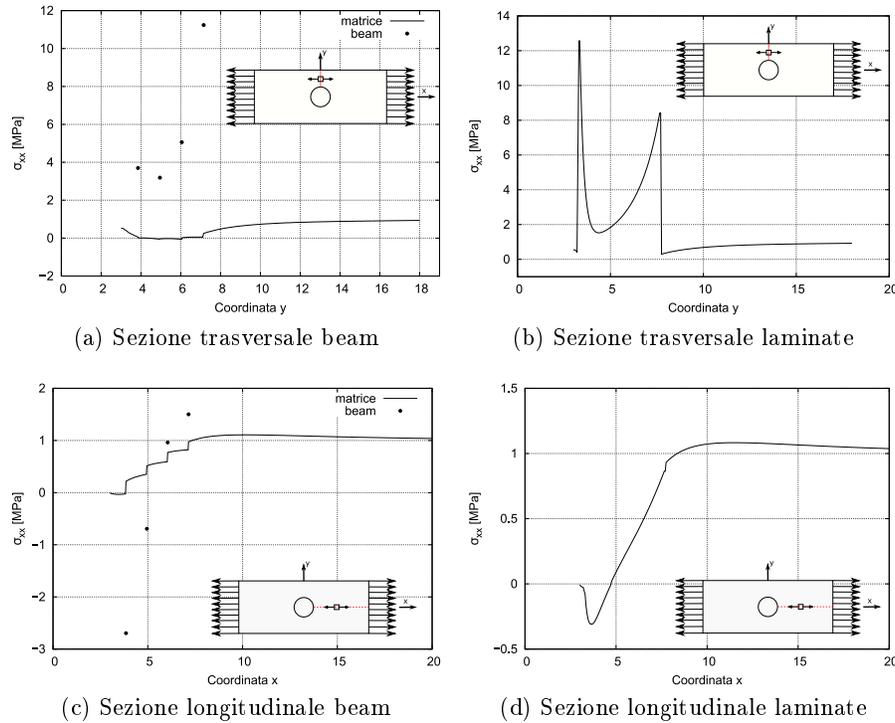


Figura 5.13: Confronto andamenti delle tensioni per i casi beam e laminate

rispetto ai laminate.

Confrontiamo ora i risultati misurati sui piani trasversale e parallelo al carico riportati in figura 5.13. Rispettando appieno le previsioni, l'andamento del caso beam si manifesta abbastanza regolare e presenta dei picchi in corrispondenza degli assi delle beam. L'andamento delle laminate, invece, è analogo a quello osservato analizzando nello specifico i risultati forniti da tali elementi. Non si possono rilevare andamenti coerenti tra i due casi a causa della natura stessa dei due metodi risolutivi che vedono, in sezione, le beam come elementi puntuali e i laminate come elementi continui.

Concludiamo la fase di studio dei rinforzi circolari per piastra a matrice isotropa osservando l'andamento delle tensioni lungo lo spessore della piastra scelta come riferimento. Si valutano le tensioni massime a trazione misurate nel punto precedentemente denominato A (fig 5.5 a pagina 89)

In questo caso, per la successiva fase di stampa e test sperimentali si sceglie di procedere con un provino con quattro rinforzi circolari a 4 strati. Si sceglie questa configurazione tenendo in considerazione lo scopo di questo

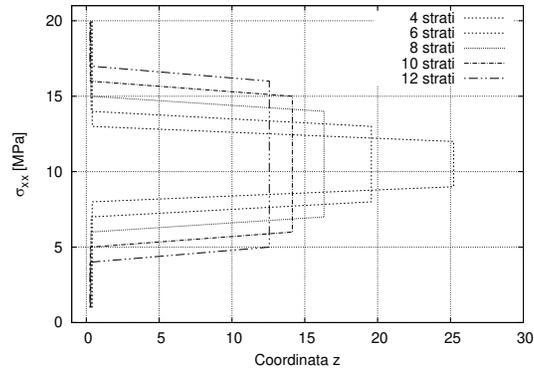


Figura 5.14: Tensioni lungo lo spessore

lavoro di tesi ovvero un calcolo preliminare sulla validità della tecnologia di stampa 3D e non una ricerca della geometria perfetta. Già con questa geometria, infatti, è possibile valutare l'efficacia dell'utilizzo di rinforzi in fibra senza incorrere in tempi di stampa e costi di materiale eccessivamente onerosi.

5.2 Rinforzi circolari - Piastra ortotropa

In seguito all'analisi dell'effetto che possono avere dei rinforzi in fibra in una piastra realizzata in materiale isotropo ci si è chiesto quali potessero essere gli effetti dello stesso rinforzo adottato in presenza di piastre realizzate in materiale ortotropo. Lo studio successivo si è quindi concentrato su una piastra realizzata in materiale composito unidirezionale, con fibre disposte parallelamente alla linea di carico. Il provino è composto da 8 strati di nylon e due di fibra, simmetrici con la fibra disposta in prossimità del piano medio della piastra. Ad essi sono poi stati aggiunti quattro rinforzi circolari ed i risultati ottenuti per i due casi di studio sono stati confrontati.

Viene selezionata la geometria a quattro strati per le motivazioni elencate nel paragrafo precedente. Anche in questo caso il problema viene affrontato adottando sia elementi laminate che elementi beam.

5.2.1 Elementi laminate

Iniziamo riportando i risultati relativi agli elementi laminate andando ad osservare il comportamento delle tensioni sulle sezioni significative ormai

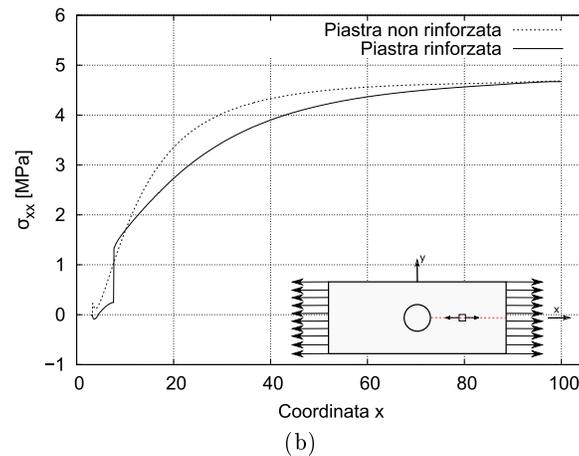
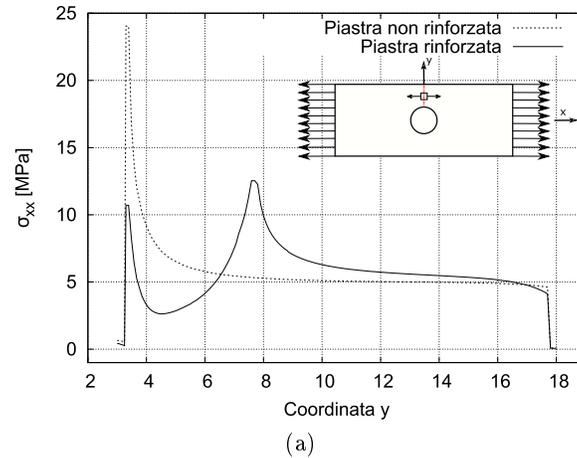


Figura 5.15: Andamento delle tensioni sulle sezioni (a) trasversale e (b) longitudinale della piastra

note.

Dai risultati riportati in figura 5.15(a) possiamo osservare che per le tensioni lungo la sezione trasversale si ha una notevole riduzione del valore massimo rilevato ed una maggior regolarità negli andamenti all'aumentare della distanza dal bordo del foro. Tuttavia, a causa del diverso angolo di orientamento che si trovano ad avere le fibre nella zona di contatto tra rinforzo e piastra, lungo tutta la circonferenza del rinforzo si rileva un incremento di tensione locale.

Osservando gli andamenti valutati lungo la sezione longitudinale, infatti,

si rileva un andamento discontinuo in corrispondenza della zona di transizione dal rinforzo alla piastra. Vedremo in seguito le possibili soluzioni a questo problema offerte dall'utilizzo combinato di più metodi di rinforzo.

5.2.2 Elementi beam

Procediamo ora confrontando i risultati ottenuti dallo studio delle tensioni all'interno dei rinforzi per elementi laminate ed elementi beam.

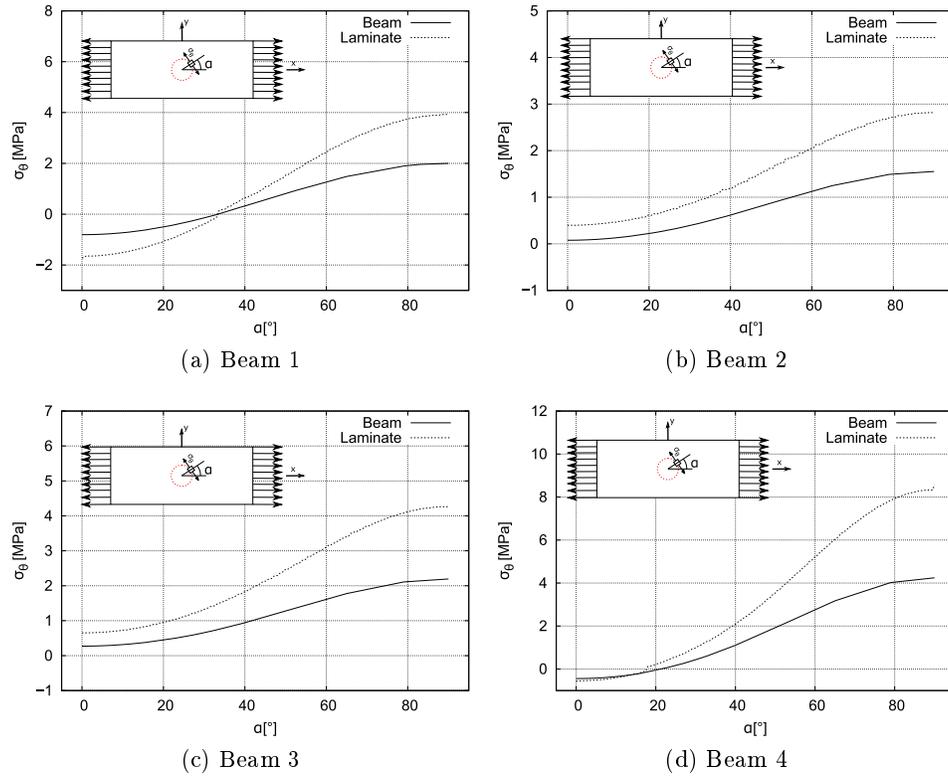


Figura 5.16: Confronto andamenti delle tensioni nelle singole beam

A partire dai risultati riportati in figura 5.16, si denota un andamento, sia nel caso di elementi laminate che beam, molto simile a quello rilevato nel caso di piastra in materiale isotropo.

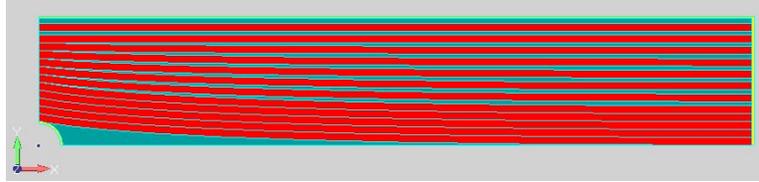


Figura 5.17: Geometria piastra con rinforzi longitudinali

5.3 Rinforzi longitudinali

Procediamo ora analizzando un'altra possibile soluzione che prevede di disporre i rinforzi in fibra lungo le linee di carico descritte in figura 5.1 a pagina 86. A causa della loro disposizione ad angolo di laminazione variabile, questo tipo di rinforzo è indicato anche come *VAT* acronimo per *Variable Angle Tow*. Anche in questo caso i rinforzi sono stati modellati creando delle superfici di larghezza 1,1 mm, delimitate da curve spline parallele alle linee di carico, sulle quali sono state definite le proprietà del materiale composito laminato. In seguito per ogni elemento è stata definita la direzione degli assi principali del materiale parallela alla linea media della spline che delimita quello specifico rinforzo. La geometria adottata viene riportata in figura 5.17. Le parti di colore giallo rappresentano i bordi esterni realizzati dalla stampante non modificabili, quelle in verde le parti in nylon mentre in rosso sono rappresentati i rinforzi in fibra.

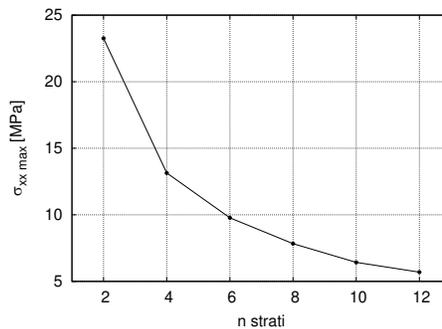
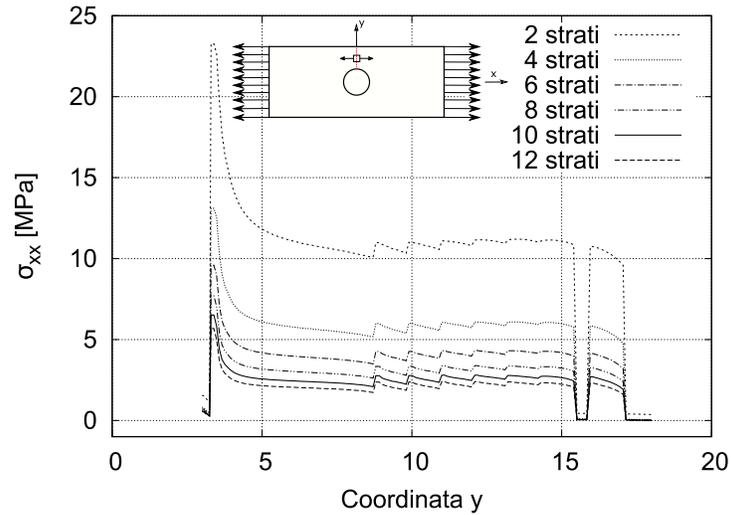


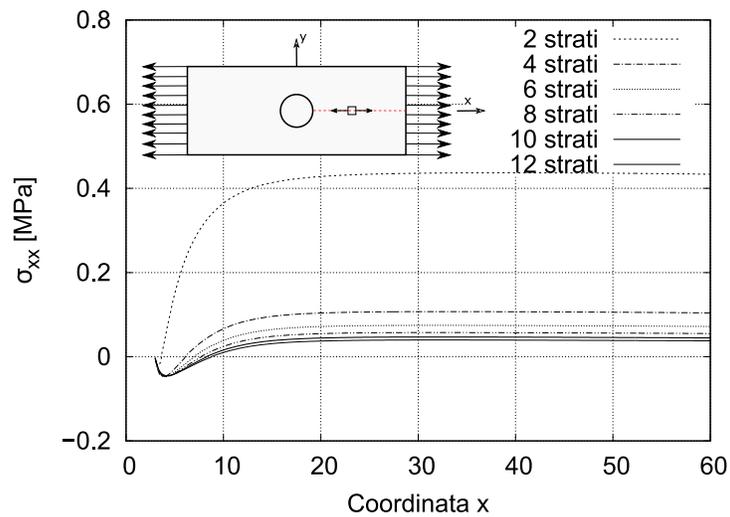
Figura 5.18: tensione massima al variare del numero di strati di rinforzo

Nel caso dei rinforzi longitudinali il numero di rinforzi è rimasto sempre invariato e si è valutato l'effetto dell'aumento del numero di strati di rinforzo sul fattore massimo di concentrazione delle tensioni e sull'andamento delle

stesse valutate lungo le sezioni trasversale e longitudinale.



(a) Asse trasversale



(b) Asse longitudinale

Figura 5.19: Andamento delle tensioni sul piano trasversale al variare del numero di strati di rinforzo

Dai risultati riportati in figura 5.19 risulta che, in accordo con le aspettative, all'aumentare del numero di strati si rileva una diminuzione del punto

di massimo ed una riduzione delle tensioni lungo tutto l'andamento misurato.

Il fattore di maggior interesse tuttavia risiede nel comportamento irregolare degli andamenti. Si possono infatti rilevare dei picchi locali di tensioni in corrispondenza dei rinforzi disposti in zone lontane dal foro, che quindi confinano con zone di sola matrice. A causa di questa configurazione quei rinforzi si trovano ad assorbire parte degli sforzi anche dalle zone circostanti, creando l'andamento a tratti che possiamo osservare. Analogamente, nelle zone a maggior distanza dal foro dove le zone di sola matrice raggiungono il piano di simmetria della piastra, si denotano delle aree a tensione pressoché nulla poiché il carico viene assorbito quasi totalmente dalle fibre di rinforzo.

L'andamento delle tensioni nella piastra è riportato in figura 5.20 e si può osservare come il carico venga assorbito quasi totalmente dalle fibre, lasciando la matrice scarica.

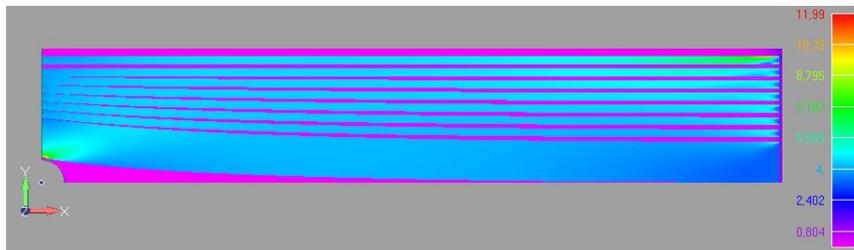


Figura 5.20: Tensioni nella piastra forata rinforzata longitudinalmente

In figura 5.21 nella pagina seguente vengono rappresentati gli andamenti assiali delle tensioni che si sviluppano nelle fibre di rinforzo per piastra analizzata sia tramite elementi beam (5.21 (a)) che elementi laminate (5.21 (b)). I rinforzi sono stati numerati in ordine crescente a partire dal foro verso l'esterno. Nel grafico sono riportate le curve più significative per evitare sovrapposizioni tra curve adiacenti ed ottenere, quindi, maggior chiarezza nella lettura.

Con entrambi i metodi risolutivi si ottengono delle tensioni più elevate per il rinforzo più esterno in prossimità della zona di carico poiché tale rinforzo deve assorbire anche parte del carico agente sulle zone di sola matrice adiacenti. Ricordando la definizione data per il fattore di concentrazione delle tensioni di rapporto tra la tensione rilevata in prossimità del foro e quella in zona indisturbata, possiamo osservare che per la maggior parte dei

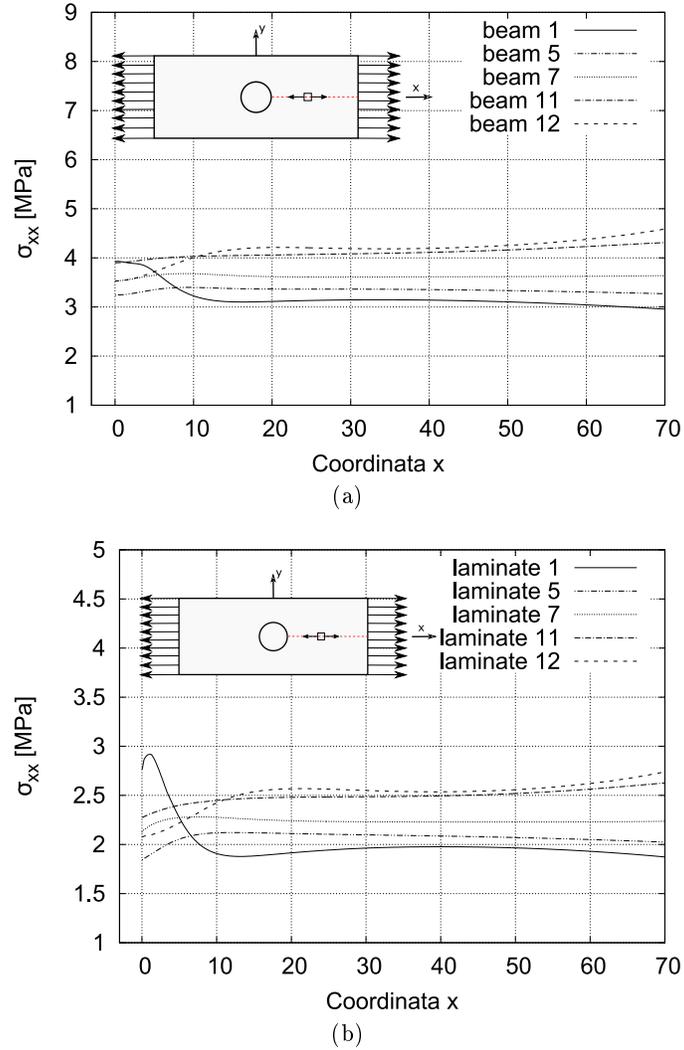


Figura 5.21: Andamento delle tensioni in direzione del rinforzo per (a) elementi beam e (b) elementi laminate

rinforzi tale fattore risulta molto vicino all'unità, ovvero non c'è incremento di tensioni dato dal foro. Solo per il primo rinforzo si rileva intensificazione degli sforzi di un fattore pari a 1,75 quindi molto inferiore al fattore per piastra unidirezionale che avevamo visto essere leggermente superiore a 4.

Possiamo ora procedere al confronto diretto tra i dati raccolti adottando

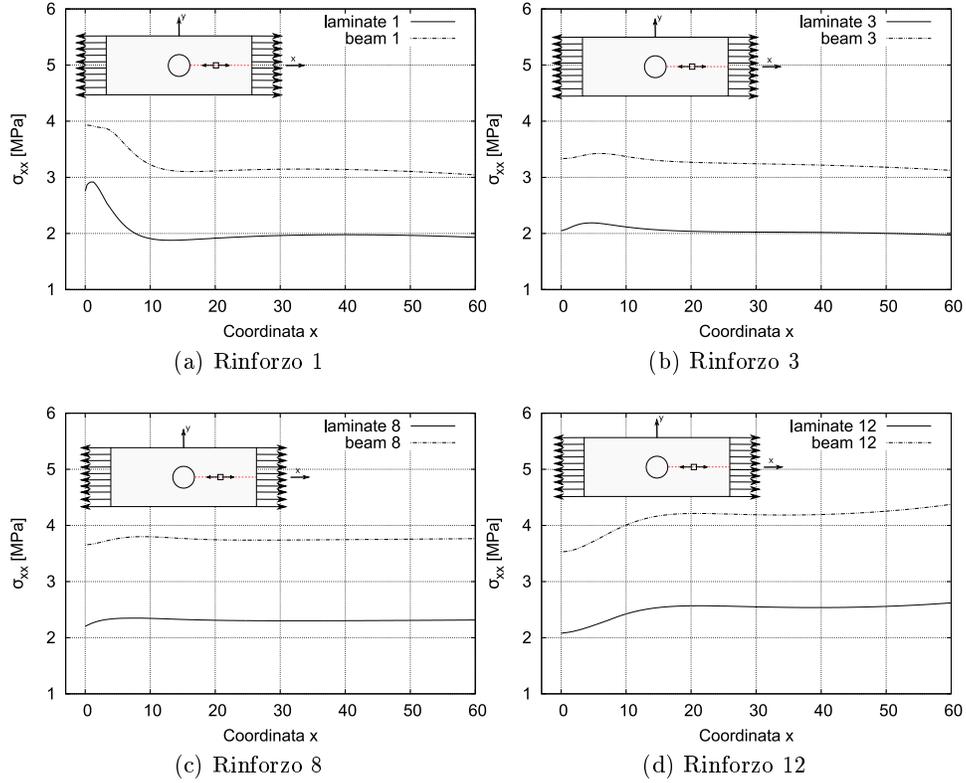


Figura 5.22: Andamento delle tensioni per diversi rinforzi

modelli beam e modelli laminate. Selezioniamo quindi una serie di curve salienti e le poniamo in grafico (figura 5.22). In tutti i casi possiamo osservare che gli elementi beam registrano tensioni maggiori degli elementi laminate.

Per completare il confronto, però bisogna analizzare l'andamento del fattore di concentrazione degli sforzi per ognuno di questi rinforzi: si valuta dunque la tensione di carico indisturbata in una area non troppo vicina alla zona di carico ma esterna alla zona di influenza del foro e la si confronta con la tensione misurata localmente. Gli andamenti sono riportati in figura 5.23 e immediatamente risalta l'utilità dei rinforzi che riducono gli effetti del foro. Si denota inoltre una buona approssimazione dei risultati beam e laminate.

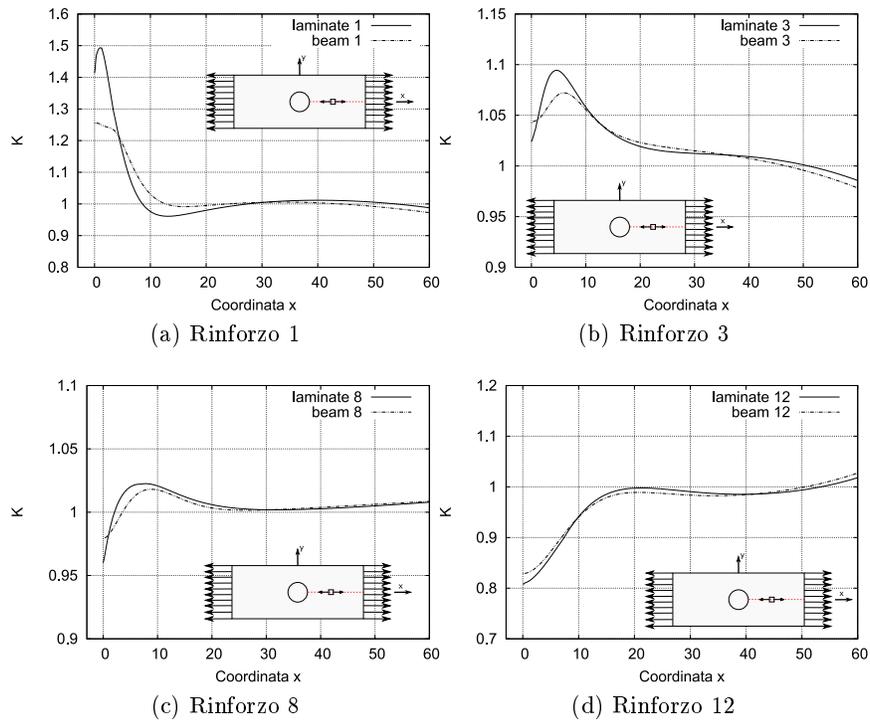


Figura 5.23: Andamento del fattore di concentrazione delle tensioni per diversi rinforzi

5.4 Rinforzi circolari e longitudinali

Dopo aver valutato il comportamento ed i vantaggi di entrambi i tipi di rinforzo, si procede tentando di utilizzarne una combinazione per ottenere la configurazione più efficiente.

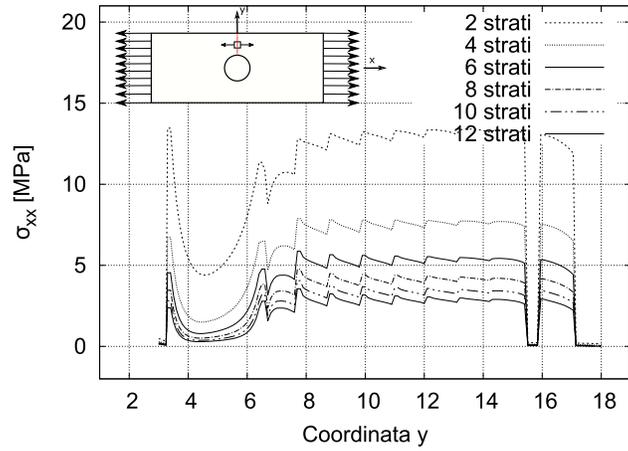


Figura 5.24: Geometria di rinforzo per configurazione a tre rinforzi circolari

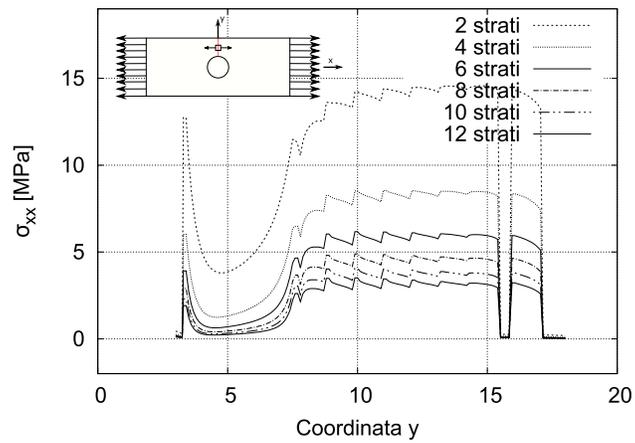
Anche in questo caso si procede fissando un numero esplorativo di rinforzi circolari e di strati di fibra per poi aumentarli fino ad ottenere il risultato desiderato. Nello specifico sono inizialmente stati utilizzati tre rinforzi circolari (fig. 5.24) per poi aumentarli a quattro e, per ognuno dei due casi, si è studiato l'effetto dell'aumento degli strati di materiale impiegando, come nel paragrafo precedente, 2, 4, 6, 8, 10 o 12 strati di rinforzo. Nella geometria riportata in figura, il giallo rappresenta nuovamente i bordi realizzati dalla stampante, il verde il materiale isotropo ed il rosso i rinforzi in fibra.

In figura 5.25 nella pagina seguente possiamo osservare i risultati relativi agli andamenti delle tensioni misurati sul piano trasversale di minima sezione resistente. Anche in questo caso possiamo osservare come per tutte le curve si mantenga un andamento molto simile alle altre ma, a numero di strati maggiore, corrispondano tensioni rilevate minori. Dai grafici si può osservare che i rinforzi misurano un picco di tensioni in prossimità del foro, un minimo nella zona dei rinforzi circolari ed infine un andamento a tratti per i fasci di fibre di rinforzo disposti longitudinalmente. Le zone soggette a sforzo praticamente nullo sono nuovamente le zone composte di sola matrice.

In figura 5.26, invece, sono riportati gli andamenti delle tensioni misurate sul piano di simmetria longitudinale della piastra. Possiamo osservare come per la parte di piastra in cui sono presenti i rinforzi in fibra si possa rilevare il comportamento a compressione in prossimità del foro che, man mano che ce ne allontaniamo viene assorbito fino a diventare nullo e tornare ad assumere il comportamento trazione.

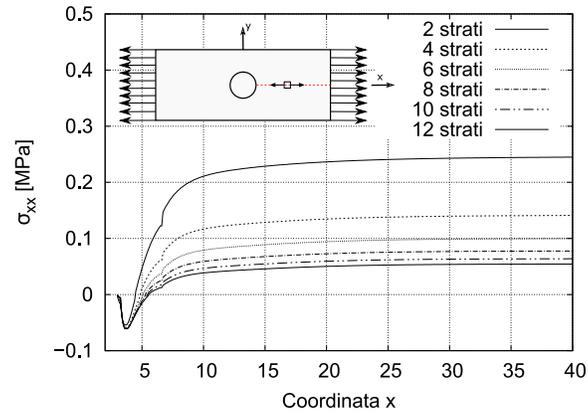


(a) 3 rinforzi circolari

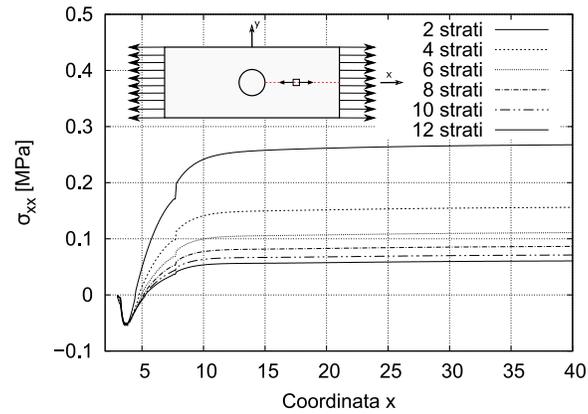


(b) 4 rinforzi circolari

Figura 5.25: Andamento delle tensioni in direzione trasversale al carico al variare del numero di strati di rinforzo



(a) 3 rinforzi circolari



(b) 4 rinforzi circolari

Figura 5.26: Andamento delle tensioni sul piano di simmetria della piastra variare del numero di strati di rinforzo

Dai risultati riportati in grafico risulta già come, con l'utilizzo di rinforzi nel materiale, ci stiamo avvicinando all'obiettivo che ci eravamo posti di distribuire con maggiore uniformità le tensioni lungo la sezione della piastra.

Per poter selezionare la miglior strategia di rinforzo dobbiamo ora confrontare direttamente i risultati ottenuti dalle varie configurazioni. I dati sono riportati nel grafico in figura 5.27 da cui si evince che per un minor numero di rinforzi circolari le tensioni risultano più omogenee lungo la sezione poiché si rilevano tensioni leggermente maggiori nella zona di rinforzo circolare e leggermente minori nella zona di rinforzo longitudinale rispetto

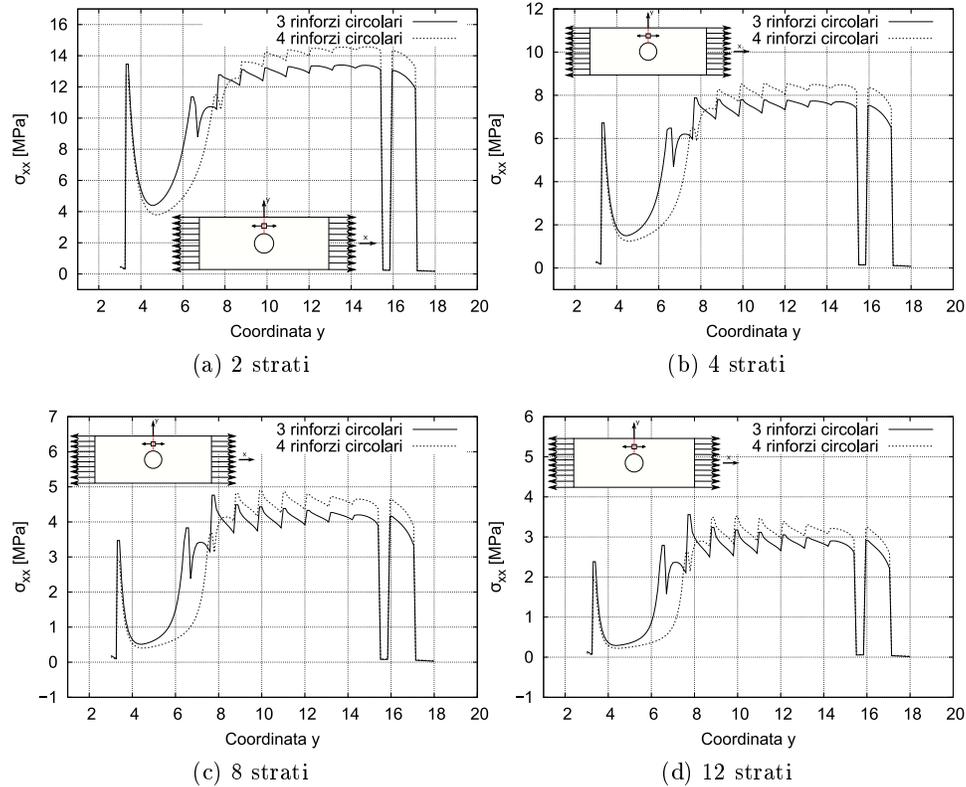


Figura 5.27: Confronto dell'andamento delle tensioni al variare della configurazione

al caso con un rinforzo circolare in più. Al crescere del numero di strati di rinforzo, la distanza tra le due curve, e quindi la differenza nei risultati ottenuti, diminuisce.

In figura 5.28 invece vengono riportati le tensioni misurate longitudinalmente lungo la piastra per gli stessi casi di studio appena descritti. Analizzando le tensioni misurate nel piano possiamo osservare che, come nei casi precedenti le parti in nylon risultano soggette a carichi molto inferiori ai rinforzi ma, adottando una combinazione dei due tipi di rinforzo, si riescono a rimuovere i picchi di tensione sul bordo del rinforzo circolare.

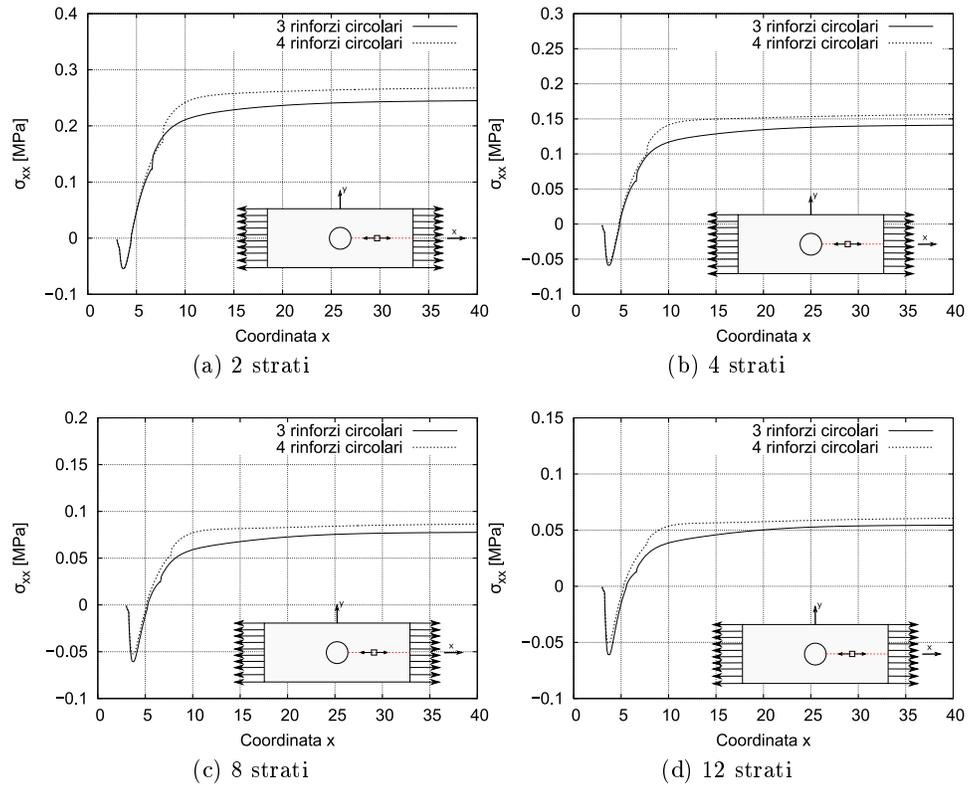


Figura 5.28: Confronto dell'andamento delle tensioni al variare della configurazione

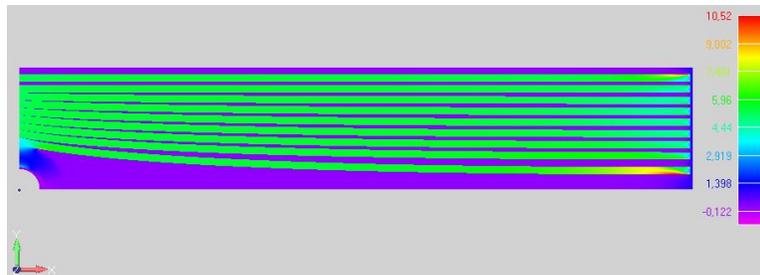


Figura 5.29: Tensioni nel piano

5.5 Confronto delle soluzioni

Il prossimo passo per verificare l'efficacia delle tre possibili configurazioni consiste nel confrontare gli sforzi relativi ad ogni rinforzo nei tre casi e le relative tensioni misurate sul piano di simmetria della piastra. Per il primo tipo di rinforzo a cerchi concentrici al foro viene scelta la configurazione a 4 rinforzi per 12 strati perché, osservando la figura 5.7 a pagina 92 è la configurazione che restituisce un andamento più regolare delle tensioni. Per il rinforzo in fibre disposte longitudinalmente si seleziona la configurazione a 12 strati per ottenere un confronto congruente mentre per la fusione dei due tipi di rinforzo si sceglie di utilizzare tre rinforzi circolari a 12 strati per le motivazioni descritte nel paragrafo precedente.

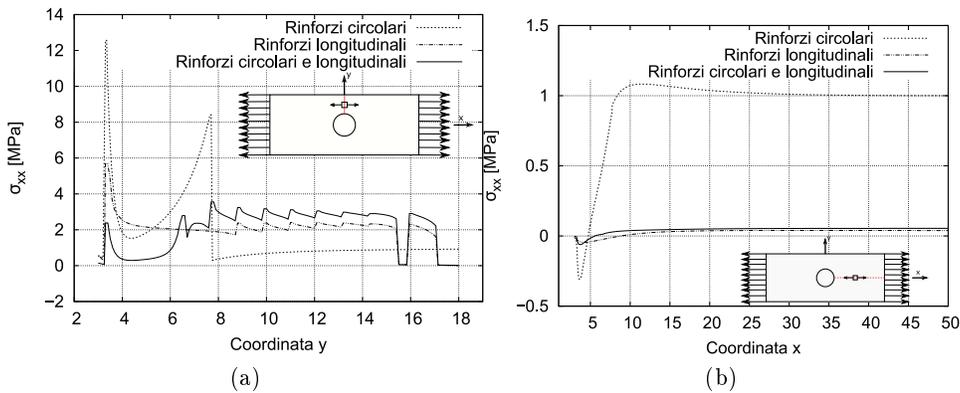


Figura 5.30: Andamento delle tensioni per le diverse configurazioni di rinforzo misurate sui piani (a) trasversale e (b) longitudinale

Osservando i risultati riportati in figura 5.30 possiamo notare che l'andamento più regolare è offerto dai rinforzi VAT che, però, registrano una tensione di picco più elevata. Si ritiene quindi più produttivo adottare la soluzione a 3 rinforzi radiali associati a 9 longitudinali. Dai risultati ottenuti in precedenza, si potrebbe pensare che, per ottenere un risultato ancora più omogeneo si potrebbe ridurre il numero degli strati nei rinforzi circolari, ma ciò risulterebbe solo in una maggior sollecitazione di quelle fibre senza ottenerne reale vantaggio.

Capitolo 6

Risultati sperimentali

In seguito alla valutazione dei modelli agli elementi finiti per ogni configurazione di rinforzo, si è potuto procedere con l'ultima fase del progetto di tesi: sono quindi stati stampati una serie di provini con l'obiettivo di verificare, tramite prove di trazione, l'attendibilità delle previsioni derivate dallo studio agli elementi finiti.

Per la realizzazione dei provini è stato adottato il procedimento descritto nel capitolo 3 creando un modello CAD della geometria con il programma solidworks. Tale modello è poi stato esportato in formato ".stl" nel software della stampante dove, mediante l'utilizzo delle funzioni descritte nel primo capitolo, sono state definite le proprietà del materiale e dei rinforzi.

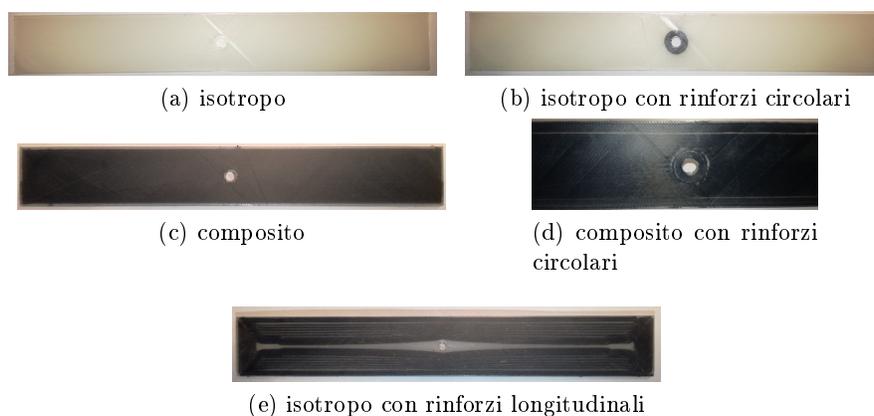


Figura 6.1: Provini per le diverse configurazioni di materiali e rinforzi

Sono stati stampati due provini per ognuna delle seguenti configurazioni: piastra in materiale isotropo, isotropo con rinforzi circolari, composito e

composito con rinforzi circolari; per la configurazione VAT, invece, è stato stampato un solo provino.

Per acquisire i dati sugli strain del materiale durante le prove di trazione è stato adottato il procedimento descritto nel capitolo 3 e si è quindi rivelato necessario preparare i provini verniciandone una superficie con una base di vernice spray bianca sulla quale sono stati tracciati dei punti neri per aumentare il contrasto. Le aree destinate all'afferraggio da parte del macchinario di prova non sono state trattate.

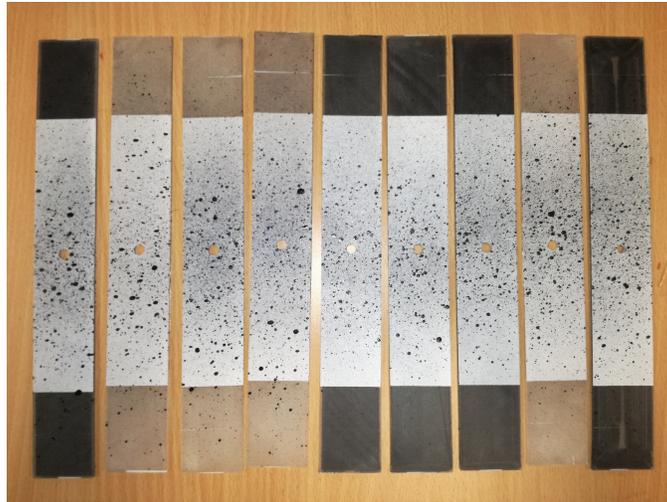


Figura 6.2: Provini preparati per la prova di trazione

Come ultimo passo prima di procedere con le prove di trazione, i provini sono stati nuovamente misurati per valutarne le effettive dimensioni geometriche che potrebbero essere leggermente diverse da quelle previste. Le dimensioni effettive per ogni provino sono riportate in tabella 6.1 mentre i punti della geometria dove sono state prese le misure sono rappresentati in figura 6.3.

È possibile osservare che le dimensioni misurate per il provino in materiale isotropo rinforzato longitudinalmente sono quelle che si discostano maggiormente, soprattutto nel diametro del foro, da quelle desiderate. Ciò è avvenuto in conseguenza alle impostazioni utilizzate per la stampa. Dal momento che la stampante non è abilitata a stampare lungo percorsi definiti dall'utente ma solo lungo un angolo di laminazione uguale per tutto lo strato

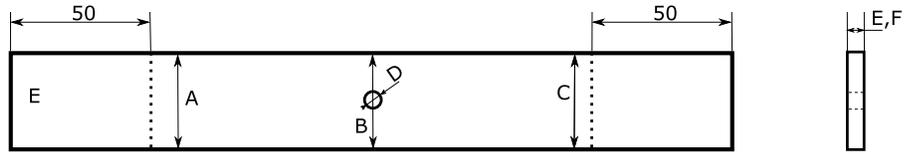


Figura 6.3: Geometria dei provini

Tabella 6.1: Misure reali dei provini

| Provino | A [mm] | B [mm] | C [mm] | D [mm] | E [mm] | F [mm] |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Riferimento | 36 | 36 | 36 | 6 | 2,5 | 2,5 |
| Iso 1 | 35,85 | 35,73 | 35,70 | 6,10 | 2,35 | 2,53 |
| Iso 2 | 35,83 | 35,63 | 35,70 | 6,11 | 2,57 | 2,48 |
| Iso circ 1 | 35,68 | 35,67 | 35,78 | 6,11 | 2,62 | 2,62 |
| Iso circ 2 | 35,80 | 35,91 | 35,86 | 6,10 | 2,64 | 2,59 |
| Comp 1 | 35,82 | 35,82 | 35,81 | 5,75 | 2,32 | 2,53 |
| Comp 2 | 35,74 | 35,81 | 35,83 | 5,94 | 2,53 | 2,44 |
| Comp circ 1 | 35,73 | 35,78 | 35,74 | 6,10 | 2,35 | 2,47 |
| Comp circ 2 | 35,77 | 35,84 | 35,84 | 6,07 | 2,44 | 2,58 |
| Iso vat 1 | 36,43 | 36,37 | 36,43 | 4,90 | 2,55 | 2,64 |

o in alternativa attorno al perimetro di elementi geometrici interni, per poter disporre la fibra nella direzione da noi desiderata sono stati creati degli intagli nella matrice di spessore inferiore alla precisione della stampante. In questo modo, aggiungendo la funzione *expand thin feature* descritta nel capitolo 3, è stato possibile disporre la fibra lungo le linee di tensione a prezzo, però, di una minor precisione geometrica. L'utilizzo di intagli di dimensione inferiore alla precisione della stampante e della funzione sopra descritta, ha inoltre permesso di ottenere degli intagli "virtuali" che non sono stati effettivamente creati nel materiale che, quindi, non ne è rimasto indebolito.

Per poter confrontare i risultati ottenuti con quelli elaborati mediante analisi agli elementi finiti, era necessario effettuare prove di trazione statiche sui provini. Sono quindi stati definiti profili di carico che alternavano incrementi di carico a periodi di pausa in cui era possibile raccogliere i dati in condizioni statiche. A causa delle differenti caratteristiche dei materiali utilizzati, sono stati definiti due differenti profili di carico. Per i provini in nylon le prove avvenivano con incrementi 500 N, che sono aumentati a 1000

Tabella 6.2: Profili di carico

| Step | Carico [N] | | | | | | | | |
|---------|------------|------|-----------------------------|------|-----------|-------|------------------------------|-------|---------------------------------|
| | Isotropo | | Isotropo rinforzi circolari | | Composito | | Composito rinforzi circolari | | Isotropo rinforzi longitudinali |
| | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 130 | -35 | -29 | -16 | -64 | -60 | -65 | -52 | -42 |
| 2 | 500 | 500 | 500 | 500 | 1000 | 1000 | 1000 | 1000 | 1000 |
| 3 | 1000 | 1000 | 1000 | 1000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 |
| 4 | 1500 | 1500 | 1500 | 1500 | 3000 | 3000 | 3000 | 3000 | 3000 |
| 5 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 4000 | 4000 | 4000 | 4000 | 4000 |
| 6 | 2500 | 2500 | 2500 | 2500 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 |
| 7 | 3000 | 3000 | 3000 | 3000 | 6000 | 6000 | 6000 | 6000 | 6000 |
| 8 | 3500 | 3500 | 3500 | 3500 | 7000 | 7000 | 7000 | 7000 | 7000 |
| 9 | - | - | - | - | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 |
| 10 | - | - | - | - | - | 9000 | 9000 | 9000 | 9000 |
| 11 | - | - | - | - | - | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 |
| Rottura | 3010 | 2857 | 2800 | 3045 | - | 8893 | 7560 | 7965 | 9744 |

N per i provini in composito. Oltre ai dati in condizione di provino carico, inoltre, sono stati raccolti i dati anche per le condizioni di scarico ed al momento del serraggio nella macchina di prova.

Le condizioni del test sono riportate in tabella 6.2 e nei grafici 6.4. Le ultime condizioni descritte nel paragrafo precedente relative ai casi di provino scarico ed al momento del serraggio nella macchina corrispondono rispettivamente agli step 0 e 1 riportati in tabella 6.2. Per i provini in nylon i campi relativi agli ultimi step di carico sono nulli poichè si raggiungeva il carico a rottura entro l'ottavo incremento di carico. Al contrario, per il primo provino in composito non si è raggiunto il limite a rottura entro gli step prestabiliti che sono quindi stati aumentati per le analisi successive.

Osservando i valori numerici dei carichi a rottura si può osservare come i rinforzi non vadano ad influire significativamente sul limite ultimo del materiale poichè si è scelto, per le motivazioni elencate in precedenza, di disporre solamente quattro strati di rinforzo che quindi non sono sufficienti a variare il limite a rottura dei provini. Ricordiamo che questa è stata una scelta consapevole dettata dall'obiettivo del lavoro di tesi qui esposto che riguarda il comportamento delle distribuzioni delle tensioni e non quello a rottura. Le conseguenze maggiori, infatti si osservano nella distribuzione delle tensioni

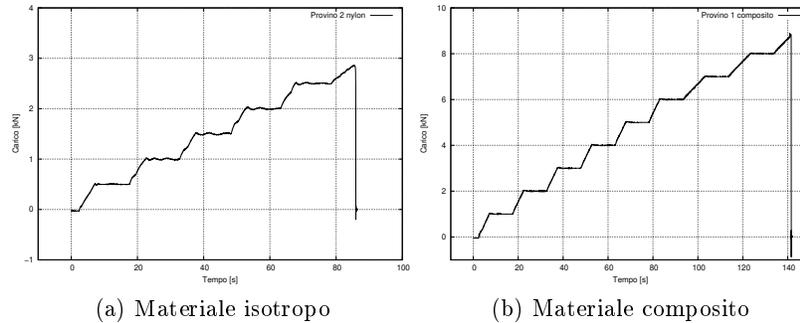


Figura 6.4: Profili di carico adottato per diverse piastre

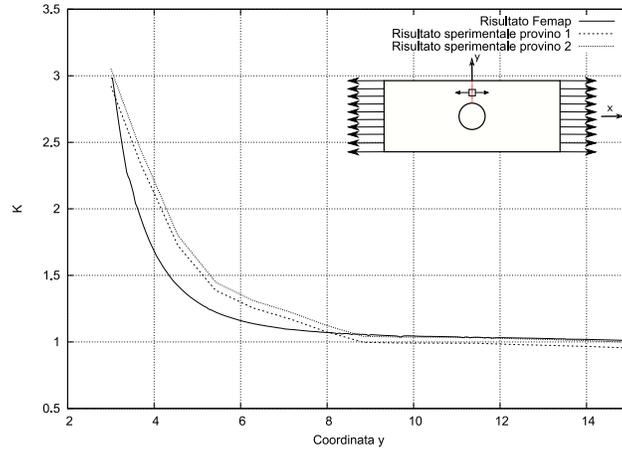
descritte nelle prossime sezioni.

Procediamo ora analizzando i risultati ottenuti per le diverse configurazioni. Per ognuno dei casi in esame sono stati valutati e confrontati gli strain misurati sulla superficie del provino con quelli ricavati con i modelli femap per verificare se questi ultimi possano considerarsi attendibili o meno.

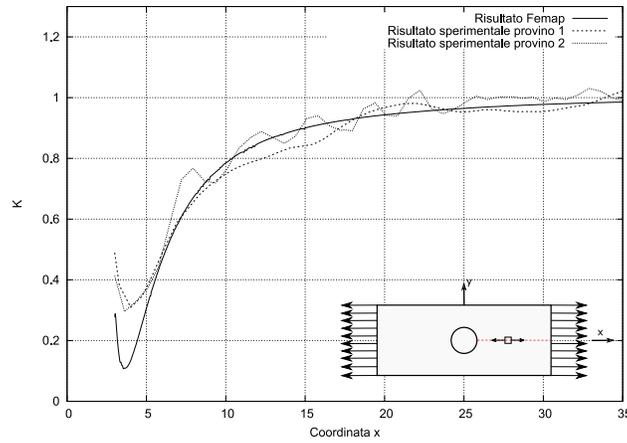
6.1 Piastra in materiale isotropo

Inizialmente sono stati raccolti i risultati ottenuti per piastre in materiale isotropo non rinforzato. Tali risultati sono poi stati confrontati sia con quelli ottenuti analiticamente che applicando l'analisi agli elementi finiti in modo tale da avere il triplice confronto tra le soluzioni di letteratura, FEM e reale. Per ottenere un confronto accurato, la misura degli strain è avvenuta sul piano superiore della piastra negli stessi punti di interesse definiti nei capitoli precedenti, ovvero lungo i piani di simmetria longitudinale e trasversale della piastra.

Osservando i risultati riportati in figura 6.5 possiamo dichiarare che le prove sperimentali confermano quanto previsto sia dai calcoli analitici che dal modello agli elementi finiti. In grafico per confronto viene riportata solo la linea riguardante i risultati ottenuti con *Femap* sfruttando la perfetta sovrapposizione di questi ultimi con la soluzione analitica riportata nelle figure 4.10 e 4.10 a pagina 75. In questo modo è possibile eliminare una curva ed ottenere maggior chiarezza nel grafico.



(a) Asse trasversale



(b) Asse longitudinale

Figura 6.5: Deformazioni sul piano superiore della piastra

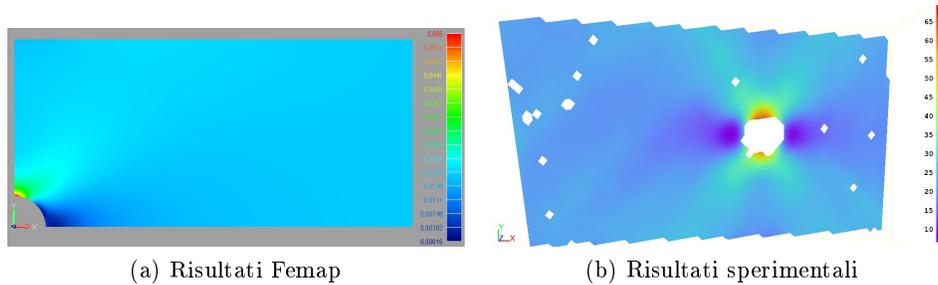


Figura 6.6: Confronto delle deformazioni per piastre in materiale isotropo

Come ulteriore passaggio possiamo osservare gli andamenti delle deformazioni sul piano superiore della piastra e confrontarli con i risultati ottenuti con Femap.

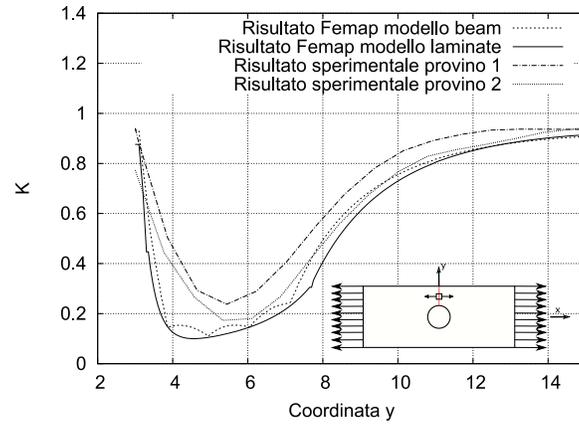
Dal confronto riportato in figura 6.6 è evidente come gli andamenti descritti da entrambe le analisi siano praticamente identici. In entrambi i casi, infatti, viene rilevato un punto di massimo in corrispondenza dell'asse y , un minimo in corrispondenza dell'asse x ed infine delle zone di concentrazione di deformazione, in azzurro, a circa $\pm 45^\circ$ e $\pm 135^\circ$.

Le aree bianche nella soluzione reale sono aree in cui il software non è riuscito ad elaborare correttamente i risultati a causa di un mancato riconoscimento della maschera di contrasto dovuto ad una dimensione eccessiva dei punti realizzati sul provino o della griglia di riconoscimento troppo fitta. È stata fatta una scelta consapevole nel mantenere questi punti perché ridurre la dimensione della griglia avrebbe comportato una minor precisione dei risultati mentre la loro posizione non influiva sull'acquisizione dei dati nei punti di nostro interesse.

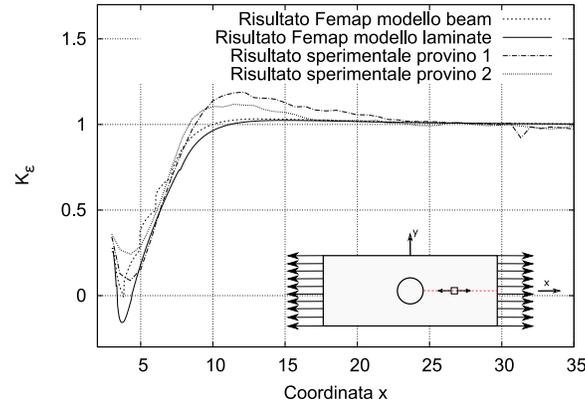
6.2 Piastra in materiale isotropo - Rinforzi circolari

In questa sezione vengono riportati i risultati relativi alle piastre di materiale isotropo rinforzato con fibra disposta in direzione circolare e concentrica al foro.

Osservando i risultati riportati in figura 6.7 possiamo notare una buona approssimazione degli andamenti degli strain in relazione ai risultati FEM. Le differenze che si rilevano nel risultato numerico possono essere dovute a più fattori: la causa principale è l'elaborazione dei risultati effettuata tramite il software di acquisizione dati che, per rimuovere il rumore di fondo,



(a) Asse trasversale



(b) Asse longitudinale

Figura 6.7: Deformazioni per piastre in materiale isotropo rinforzato

effettua una approssimazione per tramite l'uso di curve spline. A causa delle deformazioni irrisorie dei provini, e della maschera di contrasto in alcuni punti imprecisa, tale elaborazione è stata più o meno invasiva a seconda delle coordinate del punto analizzato. In seguito a tale elaborazione è quindi possibile che si perdano valori puntuali di massimo e minimo localizzati in aree molto ristrette senza però andare a modificare eccessivamente l'andamento della curva. I benefici nell'uso di tali approssimazioni si sono quindi rivelati maggiori rispetto agli svantaggi.

Nei capitoli precedenti erano state analizzate le sole tensioni agenti sulle piastre, con queste ultime analisi possiamo affermare che anche per quanto

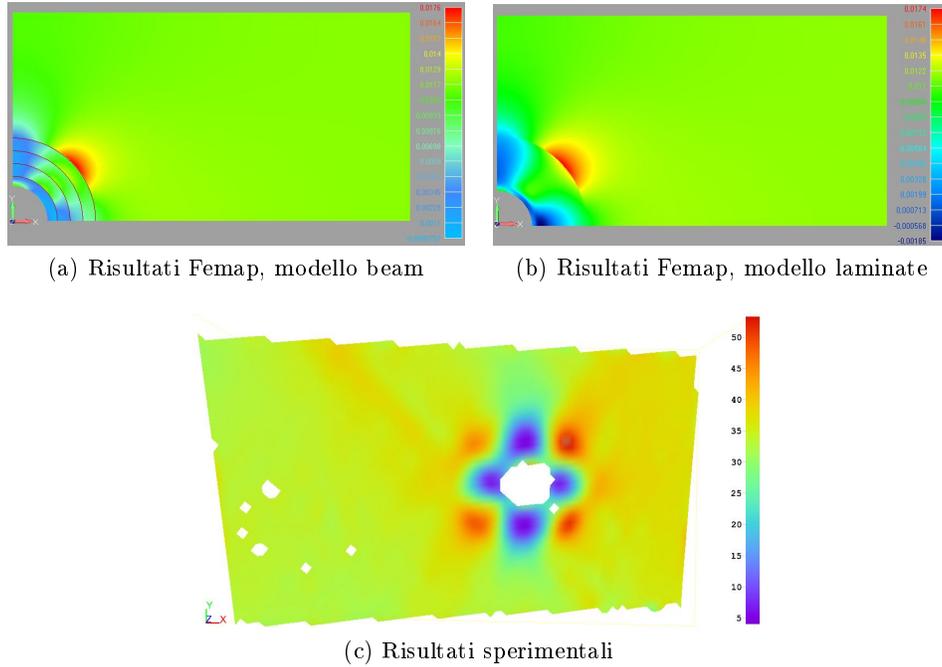


Figura 6.8: Confronto delle deformazioni per piastra isotropa, rinforzi circolari

riguarda le deformazioni i modelli beam e laminate risultano quasi equivalenti ed approssimano in modo accettabile il comportamento reale.

Analogamente a quanto fatto per il caso di piastra non rinforzata, per valutare l'effettivo campo delle deformazione a prescindere dal mero risultato numerico, vengono riportate in figura 6.8 le mappe degli strain valutate via FEM con modelli beam, modelli laminate ed infine i risultati sperimentali. Da queste mappe possiamo notare che tutte e tre le soluzioni riportano andamenti molto simili. L'elemento di principale interesse, analogamente a quanto osservato per gli stress valutati per la stessa configurazione di rinforzo, è la nascita di un nuovo punto di concentrazione delle deformazioni all'interfaccia tra il rinforzo e la matrice situato a circa 45° misurati a partire dall'asse x.

Un altro dato di particolare interesse emerso dall'analisi dei dati raccolti, che conferma ulteriormente l'efficacia dei rinforzi in fibra riguarda l'andamento degli spostamenti in direzione trasversale alla piastra, lungo l'asse y. I risultati, riportati in figura 6.9 evidenziano come nel caso di provi-

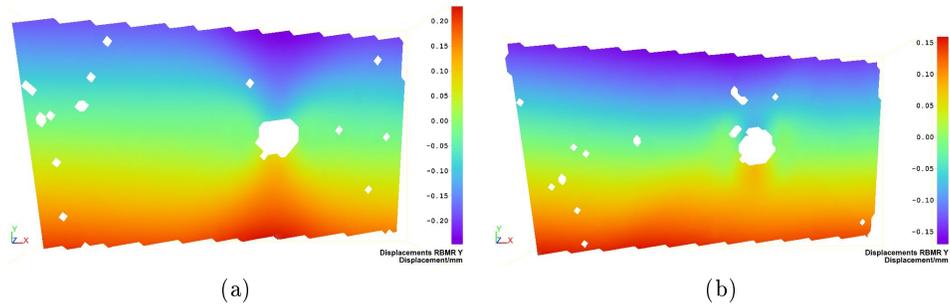


Figura 6.9: Spostamenti in y per provini in nylon (a) non rinforzati e (b) rinforzati

no non rinforzato gli spostamenti abbiano una maggior concentrazione in corrispondenza del foro e soprattutto ne raggiungono il bordo. In seguito all'inserimento di rinforzi in fibra, invece, gli spostamenti restituiscono un andamento più lineare in direzione della lunghezza della piastra.

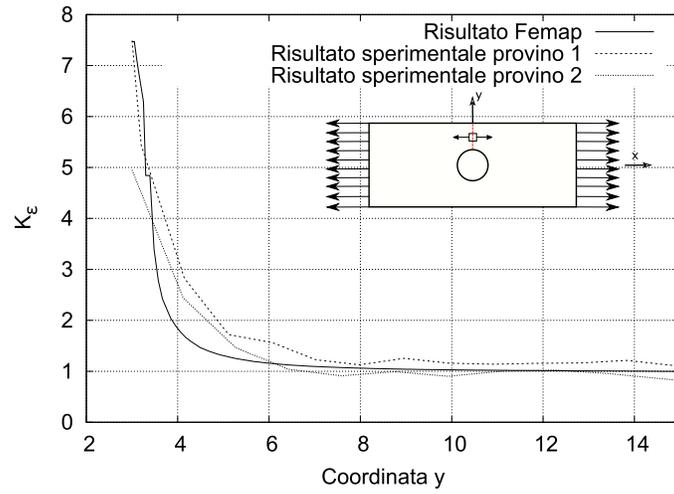
6.3 Piastra in composito

Lo studio seguente è stato fatto prendendo in considerazione i provini realizzati in materiale composito non rinforzato ed anche in questo caso si confrontano le deformazioni valutate lungo gli assi di simmetria e nel piano.

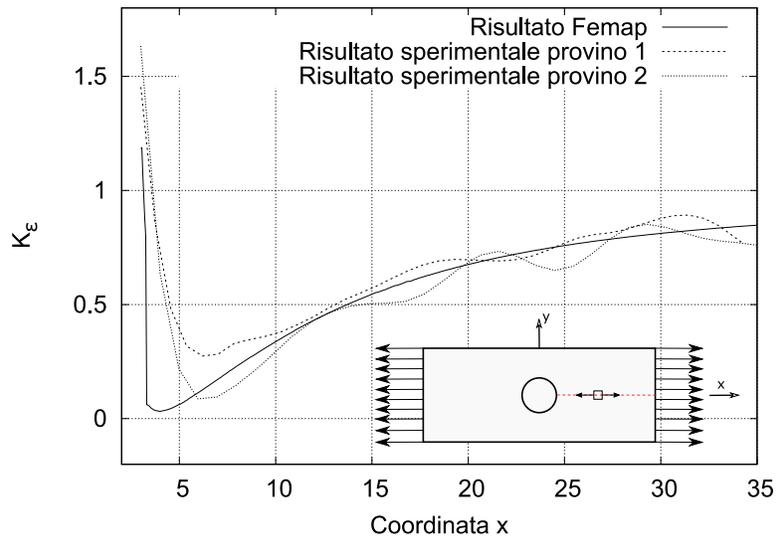
I dati raccolti risultano in linea con le aspettative sia per quanto riguarda gli andamenti che per il risultato numerico.

Come nei casi analizzati in precedenza, anche per le piastre realizzate in materiale composito, i dati sperimentali raccolti non riescono a cogliere pienamente i punti di massimo e minimo delle deformazioni. Questo è dovuto nuovamente all'utilizzo di funzioni di interpolazione dei risultati utilizzata per ottenere una maggior pulizia e leggibilità nei grafici a prezzo della precisione dei valori numerici rilevati su aree geometriche ridotte.

I risultati riguardanti le deformazioni misurate sul piano superiore della piastra sono riportati in figura 6.11 dalla cui analisi si può affermare che i dati sperimentali rispecchiano abbastanza fedelmente quelli previsti dal metodo agli elementi finiti. Vengono infatti rilevate le consuete zone di massimo e minimo sul bordo del foro in corrispondenza rispettivamente dell'asse y e dell'asse x ed inoltre combaciano anche le zone di incremento delle deformazioni riportate in azzurro che si allontanano dal foro in direzione della lunghezza della piastra. Le uniche differenze tra i risultati teorici e quelli



(a) Asse trasversale



(b) Asse longitudinale

Figura 6.10: Deformazioni per piastre in materiale composito

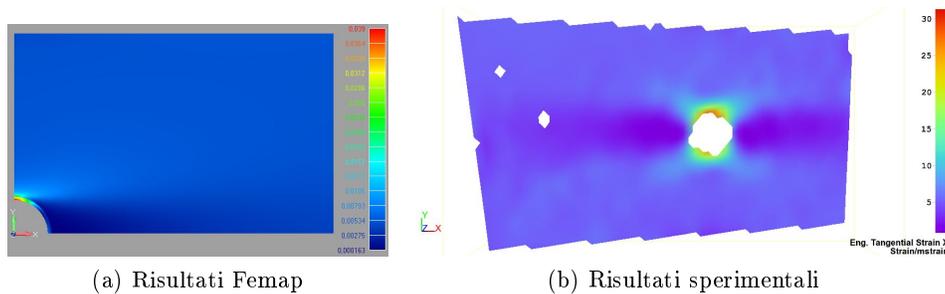


Figura 6.11: Confronto delle deformazioni per piastre in materiale composito

realmente ottenuti risiede nell'estensione di queste zone. Come si può osservare anche nei grafici riportati in figura 6.10, infatti, il modello valutato con femap rileva variazioni nelle tensioni molto più repentine, di conseguenza le aree riportate in figura 6.11 sono meno estese rispetto a quelle valutate sperimentalmente. Anche in questo caso, però, per i dati reali entra in gioco la correzione spline che è stata aggiunta ai risultati per eliminarne il rumore di fondo e aumentarne la pulizia.

6.4 Piastra in composito - Rinforzi circolari

Dopo aver valutato lo stato di deformazione delle piastre in composito non rinforzato è possibile valutare gli effetti dell'utilizzo di rinforzi realizzati con le stesse fibre adottate per il resto della piastra e disposti circolarmente attorno ai bordi del foro.

Come di consueto vengono riportati in figura 6.12 gli andamenti delle deformazioni lungo gli assi di maggior interesse. In questo caso i risultati si discostano in modo leggermente più marcato dall'andamento previsto. Ciò avviene perchè i punti di massimo sono molto più accentuati rispetto ai casi precedenti quindi le conseguenze della funzione di interpolazione dei risultati sono ancora più evidenti. Sia per le deformazioni valutate lungo l'asse trasversale che longitudinale, si rileva un punto di massimo all'interfaccia tra rinforzo e piastra. Tale picco è più marcato per le deformazioni valutate sull'asse di simmetria longitudinale della piastra poiché in quel punto il rinforzo si trova ad assorbire il carico trasmesso dalla piastra in direzione perpendicolare alle fibre che quindi offrono la minor resistenza possibile. Tuttavia, nonostante le differenze più marcate tra risultati teorici e pratici, anche in questo caso, i campi di deformazione valutati sul piano superiore

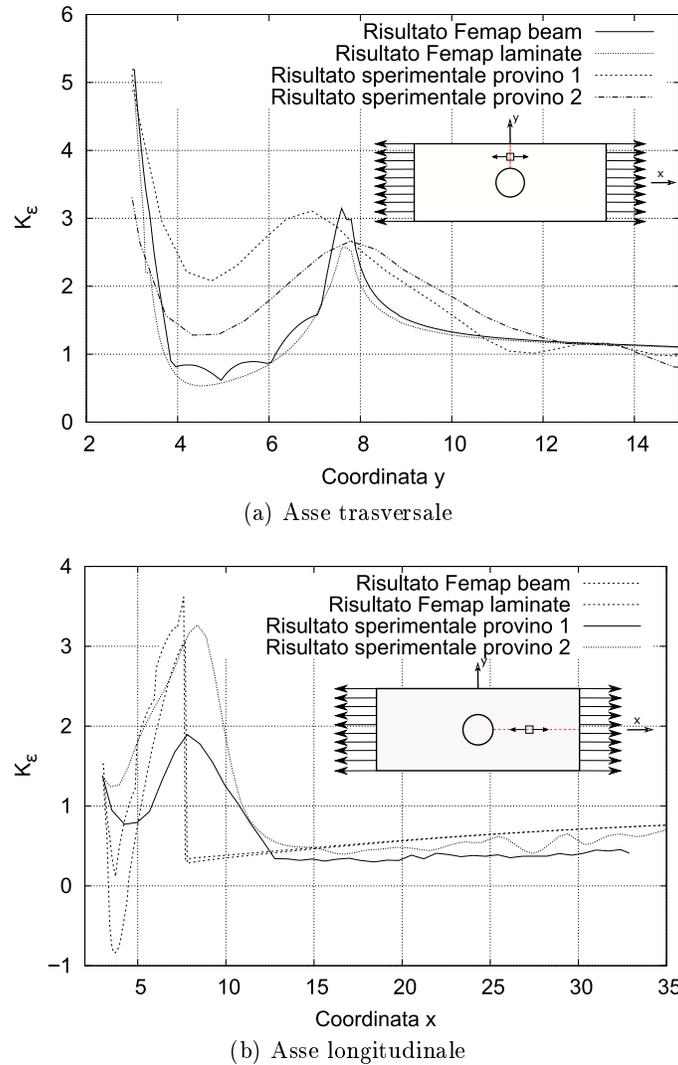


Figura 6.12: Deformazioni per piastre in materiale isotropo rinforzato

della piastra e riportati in figura 6.13 dimostrano l'attendibilità dei modelli elaborati con il metodo agli elementi finiti.

Per quanto il modello beam restituisca un andamento fortemente a tratti in corrispondenza delle beam stesse, l'andamento globale rispecchia abbastanza fedelmente quello ottenuto con il modello laminate e soprattutto quello reale. Vengono infatti rilevati i consueti punti di massimo e minimo rispettivamente a 90° e 0° rispetto all'asse x sul bordo del foro, le due zone

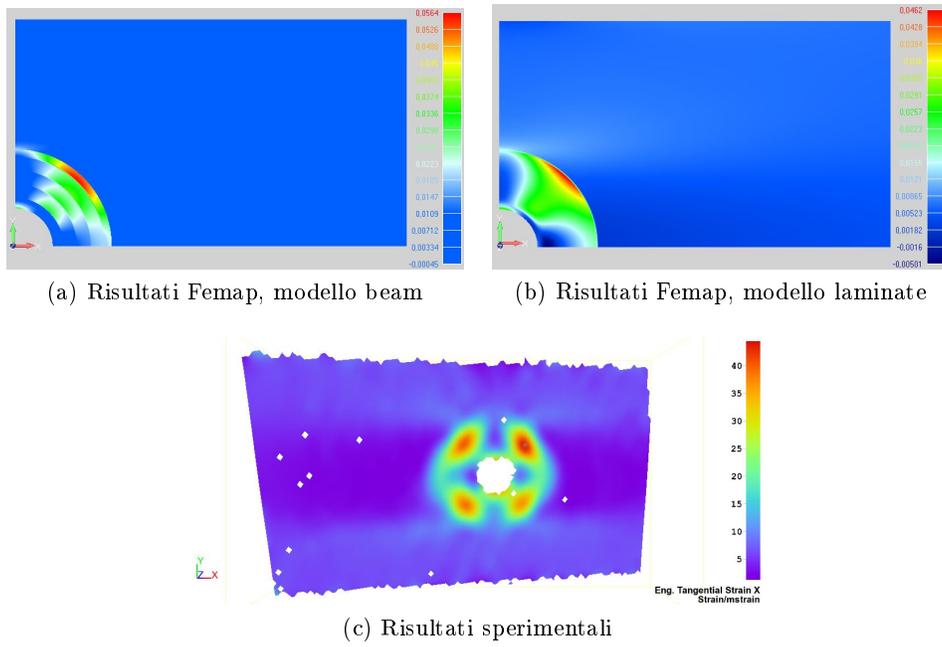


Figura 6.13: Confronto delle deformazioni per piastra in composito, rinforzi circolari



Figura 6.14: Zona di rottura per piastre in composito rinforzato

di minimo locale in corrispondenza degli assi x ed y rappresentate in blu, l'andamento della zona evidenziata in azzurro all'esterno del rinforzo e soprattutto l'area di massima concentrazione delle deformazioni situata a circa $\pm 45^\circ$ e $\pm 135^\circ$.

È necessario però fare qualche precisazione sugli ultimi due elementi appena descritti: bisogna infatti sottolineare che la zona di concentrazione di deformazioni lieve, rappresentata in azzurro esterna al rinforzo viene sottostimata dal modello beam. Il picco nel fattore di concentrazione all'interfaccia tra rinforzo e piastra, invece, è di forte interesse perché evidenzia l'influenza del rinforzo sul campo degli spostamenti e la loro distribuzione nel piano. Inoltre dimostra come il punto di massimo si sposti dal bordo del foro all'interfaccia tra rinforzo e piastra, come anticipato dai risultati teorici riportati in grafico 6.12. Il risultato fondamentale di questo comportamento è che la rottura del provino non avviene in prossimità del foro ma al bordo del rinforzo (fig. 6.14). Possiamo quindi affermare che è possibile spostare il punto di rottura in zone lontano dai fori che generano la concentrazione delle tensioni.

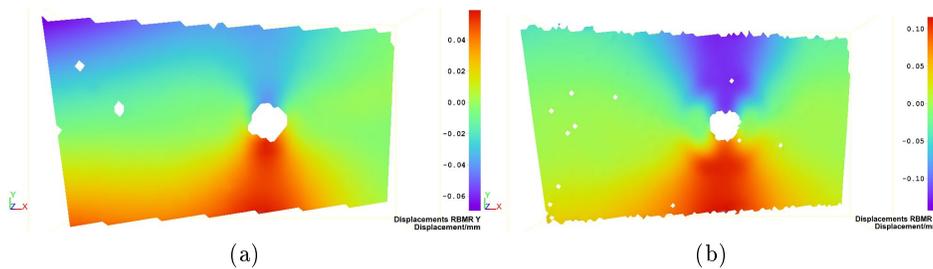


Figura 6.15: Spostamenti in y per provini in composito (a) non rinforzati e (b) rinforzati

L'ultimo aspetto che è importante sottolineare nella trattazione dei risultati riguardanti le piastre in composito è nuovamente la distribuzione degli spostamenti nel piano per la configurazione con e senza rinforzi riportata in

figura 6.15. Al contrario del caso isotropo, adesso il rinforzo non distribuisce uniformemente le deformazioni parallelamente alla lunghezza della piastra, ma lungo la circonferenza del rinforzo stesso e su una superficie più ampia nell'area esterna al rinforzo. Si rileva un comportamento analogo per gli spostamenti in x riportati in figura 6.16

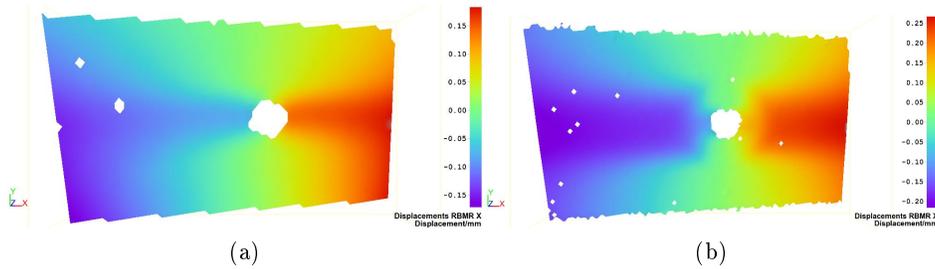


Figura 6.16: Spostamenti in x per provini in composito (a) non rinforzati e (b) rinforzati

6.5 Piastra in materiale isotropo - Rinforzo longitudinale (VAT)

L'ultima prova sperimentale effettuata riguarda i provini in cui i rinforzi sono stati disposti longitudinalmente, lungo le linee di tensione principale. La fibra così disposta è indirizzata secondo angoli di orientamento variabili da cui il nome VAT (*Variable Angle Tow*). Il procedimento seguito nella fase di elaborazione dei risultati ottenuti è lo stesso adottato fino ad ora.

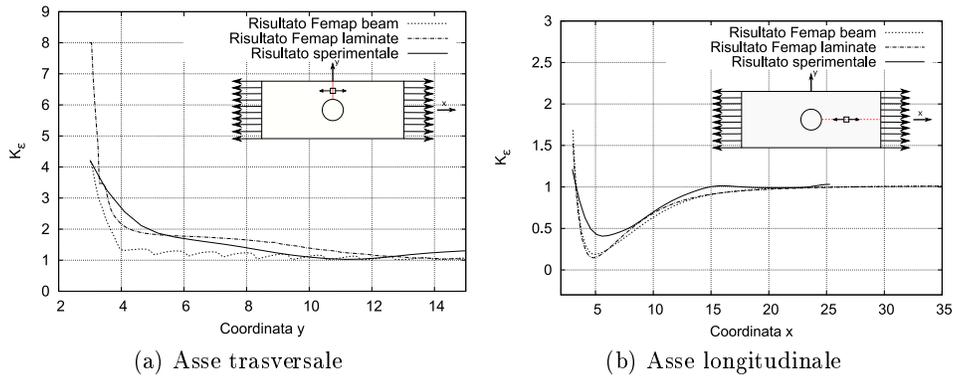


Figura 6.17: Andamenti delle K_ϵ per provino con rinforzi longitudinali

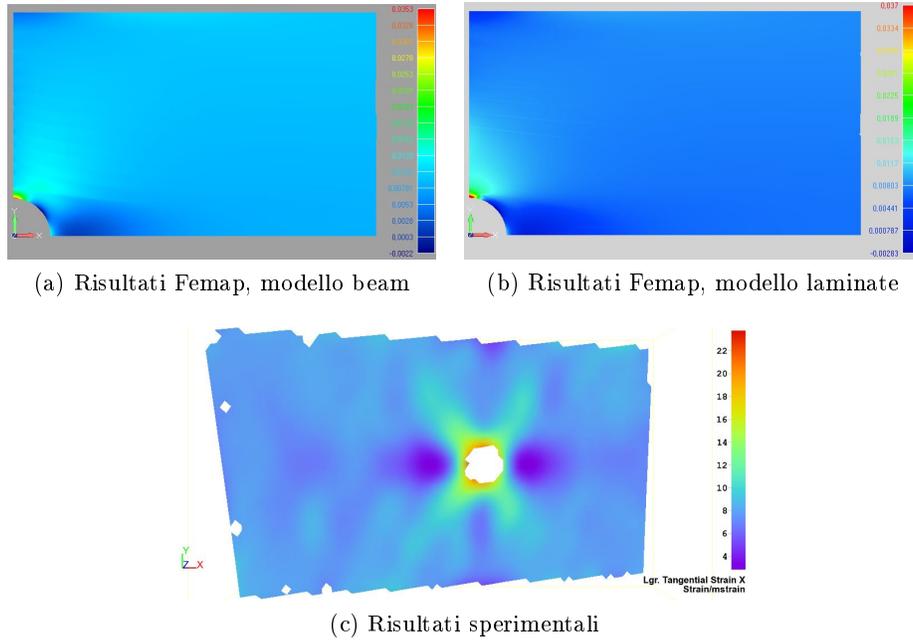


Figura 6.18: Confronto delle deformazioni per isotropa, rinforzi longitudinali

Iniziamo quindi riportando in figura 6.17 gli andamenti delle deformazioni lungo le sezioni salienti dai quali possiamo notare una buona congruenza tra i dati sperimentali e quelli numerici nonostante in questo caso vi sia una leggera discrepanza tra i risultati ottenuti dai modelli agli elementi finiti che impiegano rispettivamente elementi laminate e beam. Nell'ultimo caso, infatti, per le tensioni misurate lungo l'asse di simmetria longitudinale, viene rilevato un picco in prossimità del foro che non risulta ne' nei risultati valutati utilizzando elementi laminate plate ne' in quelli sperimentali.

Per concludere procediamo nuovamente con il confronto dei campi delle deformazioni nel piano superiore della piastra riportato in figura 6.18 da cui risulta una buona corrispondenza dei risultati. Vengono rilevati, infatti, sia i punti di massimo sul bordo del foro in corrispondenza dell'asse delle y che quelli di minimo in corrispondenza dell'asse delle x . Inoltre è possibile notare nei risultati sperimentali (fig. 6.18(c)) le zone a deformazione crescente nelle direzioni a $\pm 45^\circ$ e $\pm 135^\circ$ circa. L'aspetto maggiormente interessante di questo tipo di rinforzi consiste tuttavia nella nascita di un nuovo punto di minimo sul bordo della piastra in corrispondenza dell'asse y .

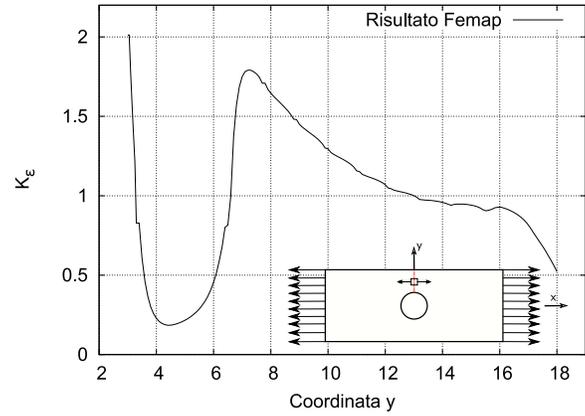
6.6 Piastra in materiale isotropo- Rinforzi circolari e longitudinali

Dall'analisi dei dati raccolti riportata in questo capitolo fino a questo momento, risulta che i modelli creati in ambiente femap possono essere considerati attendibili in una prima fase di ricerca del tipo di geometria da adottare quando la precisione richiesta per i risultati numerici non è ancora così restrittiva come in fasi successive.

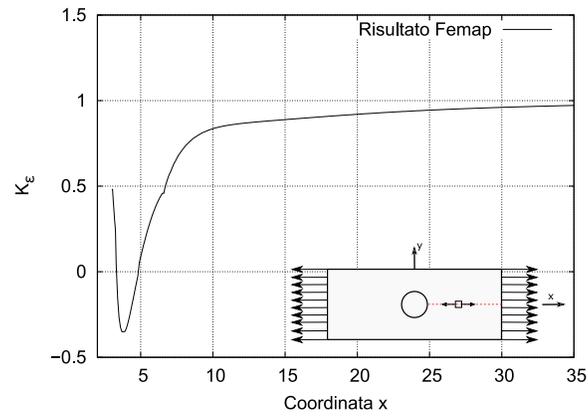
La differenza nei valori numerici rilevata tra i risultati Femap e quelli reali, come descritto nei paragrafi precedenti, è dovuta all'utilizzo di funzioni di arrotondamento dei risultati il cui obiettivo è di "pulire" in parte i valori ottenuti. Questo procedimento, però, comporta un approssimazione sulle curve dei risultati che quindi si allontanano dai risultati previsti.

A causa dei lunghi tempi necessari per la stampa ed i test, per l'ultima configurazione di rinforzo non è stato possibile effettuare prove sperimentali, ma, sfruttando la corretta approssimazione dei risultati sperimentali e numerici verificata con le altre configurazioni, è possibile riportare i dati ottenuti con Femap confidando nella loro validità.

Per quanto riguarda la distribuzione delle deformazioni nel piano, sono ancora presenti i consueti punti di massimo e minimo in corrispondenza delle intersezioni del bordo del foro rispettivamente con gli assi y ed x. Si rileva un ulteriore punto di massimo all'interfaccia tra rinforzo circolare e matrice ma, l'azione combinata dei due tipi di rinforzo, comporta che tale punto non si trovi più a circa 45° dall'asse x, come nel caso di solo rinforzo circolare, ma nel punto di intersezione tra i rinforzi longitudinale e circolare dove si genera un punto di cuspidè nella matrice. In aggiunta si genera il punto di minimo in corrispondenza dell'asse y e sul bordo della piastra tipico del rinforzo VAT.



(a) Asse trasversale



(b) Asse longitudinale

Figura 6.19: Andamenti delle K_ϵ per provino con rinforzi circolari e longitudinali

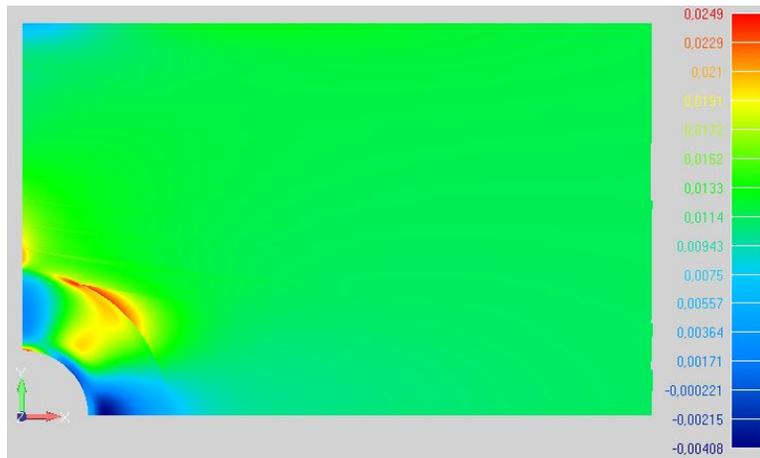


Figura 6.20: Deformazioni per piastra isotropa, rinforzi circolari e longitudinali

Capitolo 7

Conclusioni

Nel capitolo seguente verranno discussi gli aspetti maggiormente significativi emersi dal lavoro esposto nel presente elaborato di tesi.

Il risultato principale riguarda la corretta corrispondenza tra i risultati reali e le previsioni dettate dalle analisi agli elementi finiti. Per tutti i casi in esame, infatti, si è verificata una buona sovrapposizione degli andamenti degli strain con le previsioni teoriche ed è stata dimostrata la capacità di prevedere, per via analitica, la posizione dei punti di massima e minima deformazione. Tuttavia, se gli andamenti qualitativi si possono ritenere più che soddisfacenti, si verifica una leggera discrepanza nei risultati numerici dove il modello agli elementi finiti non sempre è stato in grado di prevedere il corretto valore numerico delle deformazioni individuate. Questa incorrettezza, tuttavia può dipendere fortemente dalla caratterizzazione dei materiali che è avvenuta, come abbiamo visto nei capitoli precedenti, tramite approssimazioni con formule empiriche laddove vi fosse una mancanza di dati specifici forniti dalla ditta produttrice dei materiali. Nelle immagini seguenti vengono evidenziati i punti salienti dei risultati sperimentali che sono stati rilevati in modo corretto da Femap. Si sceglie di riportare i risultati valutati con il modello laminato a causa della loro maggior regolarità a fronte di una corrispondenza sufficiente sia dei risultati beam che laminato.

In figura 7.1 vengono riportati i risultati relativi al caso di piastra realizzata in materiale isotropo. La freccia rossa evidenzia la presenza in entrambi i modelli del punto di massimo all'intersezione tra il bordo del foro e l'asse y , la freccia blu la presenza dell'area di minimo che si sviluppa in corrispondenza dell'asse x ed infine la freccia verde indica le aree in cui si verifica aumento delle tensioni in aree distanti dal foro.

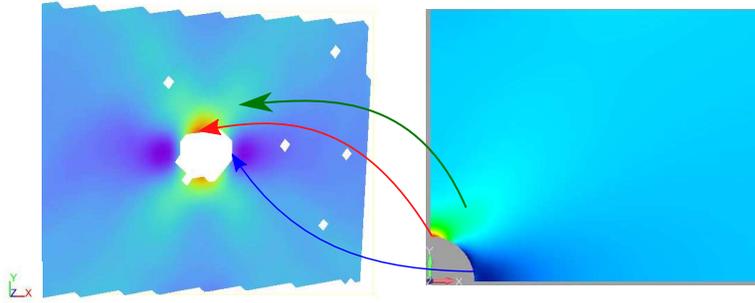


Figura 7.1: Correlazione dei risultati per il caso di piastra isotropa

In figura 7.2, invece, è riportato il confronto relativo al caso di piastra isotropa rinforzata disponendo strati di fibra concentricamente al foro. Analogamente al caso precedente le frecce rosse indicano le zone di massimo aumento delle deformazioni, quelle blu i minimi e quelle verdi le zone di concentrazione all'interno della piastra. L'introduzione di rinforzi nel materiale genera una serie di effetti particolarmente interessanti che saltano subito all'occhio come la presenza di quattro aree di minimo al posto delle due rilevate in precedenza. In corrispondenza dell'asse y , infatti, dove prima era presente una zona di massimo, adesso si trova una zona di minimo che, al contrario di quanto potrebbe sembrare non va ad annullare la presenza del picco delle tensioni sul bordo del foro ma solo a limitarne l'area di effetto. L'andamento lungo la sezione trasversale è quindi quello visto nei grafici riportati nel capitolo precedente (6.7(a)) per cui si verifica un picco al bordo del foro, una zona di minimo e di nuovo una zona soggetta a carico qui rappresentata dal lobo verde.

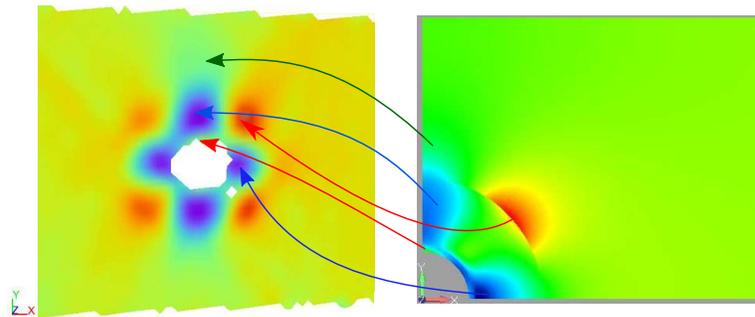


Figura 7.2: Correlazione dei risultati per il caso di piastra isotropa rinforzata circolarmente

Un'altra conseguenza di fondamentale importanza, ribadita più volte nei capitoli precedenti, riguarda la nascita di una estesa area di concentrazione di sforzi e tensioni sul bordo del rinforzo, al confine con la piastra.

Analogamente ai casi precedenti, in figura 7.3 vengono evidenziati i punti di correlazione tra i risultati previsti e quelli realmente ottenuti. Anche in questo caso la zona di massimo sul bordo del foro a 90° dall'asse di carico viene individuata correttamente esattamente come la zona di strain minimo, ora più estesa, rappresentata dall'area di colore blu scuro. Particolarmente interessanti risultano le zone di concentrazione degli sforzi lontano dal foro, rappresentate in azzurro, che si allontanano dalla zona di enucleazione sul bordo del foro con un angolo molto minore rispetto a quello misurato per piastra isotropa .

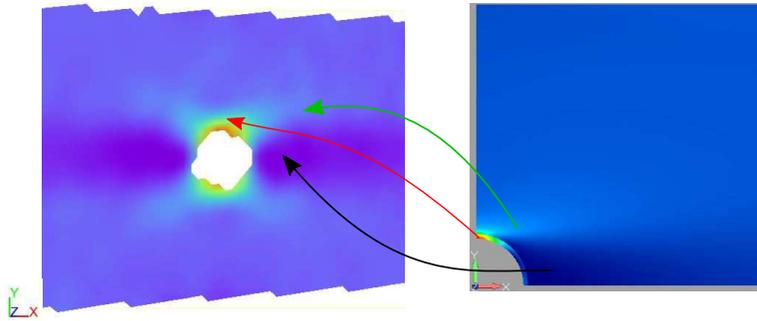


Figura 7.3: Correlazione dei risultati per il caso di piastra in materiale composito

Nel caso di piastra realizzata in materiale composito, con l'inserimento di rinforzi circolari concentrici al foro (fig. 7.4), si rileva la presenza di quattro lobi di strain minimo alternati a quattro di massimo situati rispettivamente in corrispondenza degli assi ed a circa $\pm 45^\circ$ e $\pm 135^{circ}$. Inoltre, anche in questo caso si rileva il consueto picco nelle tensioni sul bordo del foro in corrispondenza dell'asse perpendicolare al carico e l'area del rinforzo risulta nuovamente soggetta a concentrazione di tensioni e deformazioni. Il comportamento degli strain sulla superficie della piastra esterna al foro, indicati con la freccia azzurra, risulta paragonabile a quello per piastra non rinforzata.

Per concludere il confronto tra i risultati ottenuti sperimentalmente e via fem, riportiamo l'andamento degli strain sul piano superiore della piastra

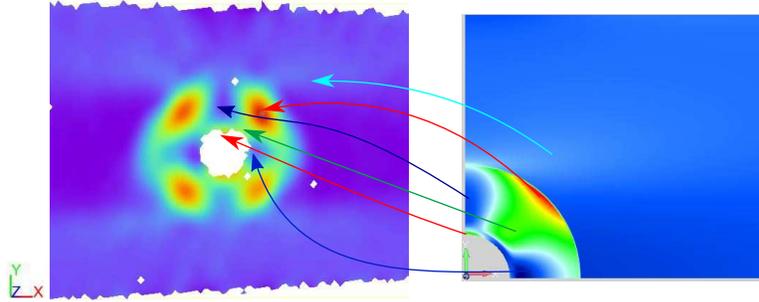


Figura 7.4: Correlazione dei risultati per il caso di piastra in materiale composito rinforzato

per l'ultima configurazione di rinforzo con fibre disposte lungo le linee di tensione. In questo caso si verificano nuovamente due soli punti di massimo e due di minimo e quattro zone di incremento di tensione sulle ipotetiche diagonali della piastra.

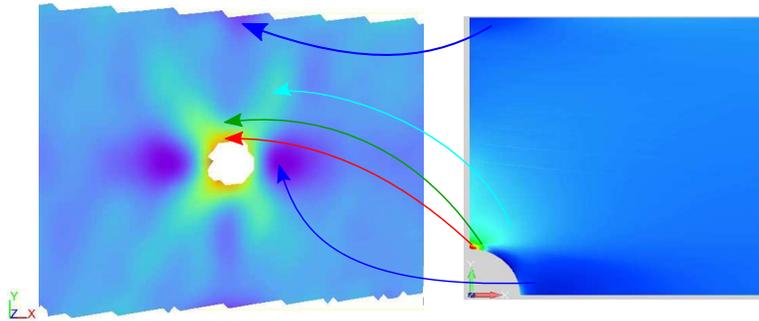


Figura 7.5: Correlazione dei risultati per il caso di piastra isotropa con rinforzi VAT

Dai confronti tra i risultati ottenuti possiamo dichiarare che l'analisi agli elementi finiti è in grado di prevedere accuratamente il comportamento del provino reale. Come conseguenza di questa assunzione, per le trattazioni dei risultati numerici che seguiranno verranno utilizzati i risultati ottenuti con Femap ritenuti più accurati di quelli sperimentali che in fase di raccolta vengono corretti ed approssimati con l'aiuto di funzioni di interpolazione spline.

La trattazione dei risultati è suddivisa per tipologia di materiale adottato nella creazione della piastra, nell'ottica di confrontare dati dello stesso tipo.

Inizialmente osserviamo i risultati ottenuti per piastre realizzate in materiale isotropo. Nel grafico in figura 7.6 vengono riportate le curve relative alle deformazioni misurate lungo le consuete sezioni caratteristiche.

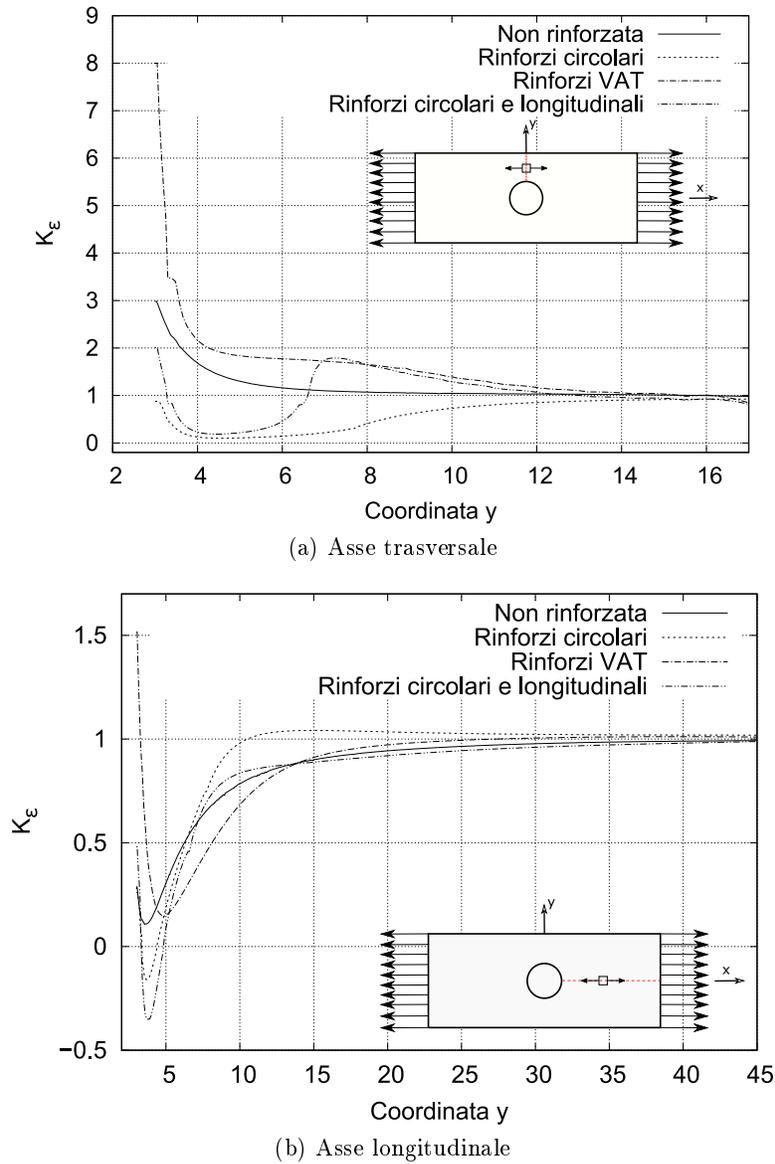


Figura 7.6: Deformazioni per piastra isotropa e relativi rinforzi, risultati FEM

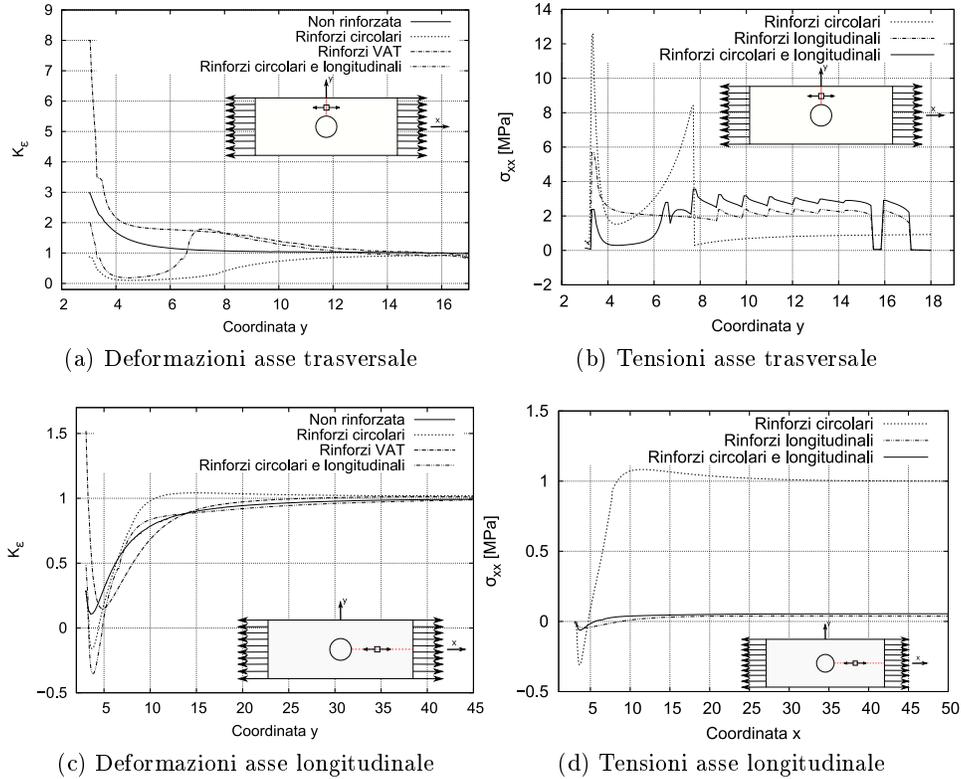


Figura 7.7: Deformazioni e tensioni misurate per diversi tipi di rinforzo - risultati FEM

Nei grafici sopra citati vengono messi in luce numerosi aspetti significativi riguardo ai possibili impieghi di ogni tipo di rinforzo ed alla loro efficacia. Vantaggi e svantaggi di ogni configurazione verranno elencati nei paragrafi seguenti. Per un confronto più completo vengono riportati in figura 7.7 anche i grafici relativi alle tensioni discussi nel capitolo 5.

7.1 Rinforzi VAT

Osservando i risultati riportati in figura 7.7 è possibile valutare gli effetti dell'utilizzo di rinforzi in fibra disposti secondo la direzione di tensione massima. Com'è logico pensare, si verifica un duplice effetto su tensioni e deformazioni.

Osservando sia le curve che riportano l'andamento delle tensioni che delle deformazioni lungo l'asse trasversale (fig. 7.6 (a) e (b)) risalta come la

configurazione ad angolo variabile (VAT) non riesca a ridurre il picco di concentrazione delle tensioni in prossimità del bordo del foro. Le tensioni, e di conseguenza le deformazioni, infatti, non vengono ridistribuite lungo la circonferenza del foro ma assorbite dai rinforzi in direzione della lunghezza del provino. L'effetto di questo tipo di rinforzo non è quindi di distribuire il picco delle tensioni generato dalla presenza del foro sulla sezione rimanente ma di aumentare la resistenza del provino stesso andando a variarne il materiale di composizione.

L'effetto più evidente dei rinforzi così realizzati è stato portare ad un aumento della tensione a rottura misurata dal provino. Quest'ultimo dato, tuttavia, va osservato con le dovute precauzioni in quanto potrebbe essere falsato dalla geometria del provino che, a causa dei limiti introdotti dal processo di stampa descritti nel capitolo precedente ha portato ad avere, a parità di larghezza della piastra, un foro di diametro ridotto del 15% circa.

Riportiamo ora un confronto con i risultati ottenuto studiando una piastra realizzata in materiale composito:

Tramite gli studi teorici di piastre forate, riassunti nel capitolo 2, è stato possibile valutare l'area di influenza nella quale un foro in una piastra manifesta i suoi effetti. Per non risentire più di tali effetti, è necessario allontanarsi dal foro di una distanza pari ad almeno cinque raggi in direzione della larghezza della piastra ed undici raggi in direzione della lunghezza. Si sceglie come limite il luogo dei punti tali per cui l'incremento delle tensioni risulta inferiore al 2% della tensione nominale.

Tabella 7.1: Area di influenza del foro per piastre isotrope

| Rinforzo | R_x | R_y | R_x/R | R_y/R |
|-----------------|-------|-------|---------|---------|
| Teorico | 33.00 | 15.00 | 11.00 | 5.00 |
| Non rinforzato | 31.29 | 13.80 | 10.43 | 4.6 |
| Circolari | 17.96 | 18* | 5.98 | 6* |
| VAT | 21.38 | 15.16 | 7.12 | 5.05 |
| Circolari + VAT | 30.89 | 12.65 | 10.29 | 4.21 |

Dai risultati riportati in figura 7.10 e nella tabella 7.1 è evidente che i rinforzi comportano, come effetto addizionale, la riduzione della zona di influenza del foro. Vengono riportate le dimensioni dell'area di influenza del foro per tutte le configurazioni valutate fino a questo momento. Nel

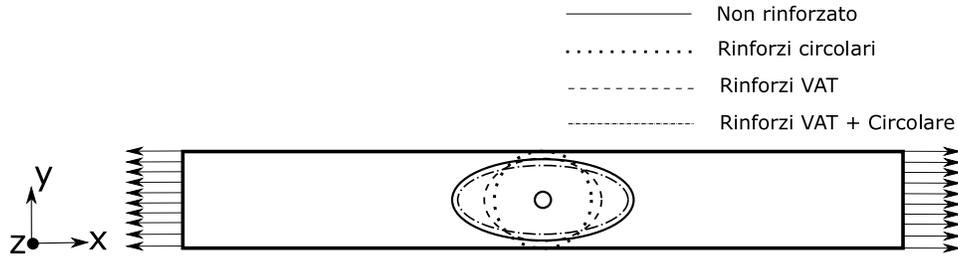
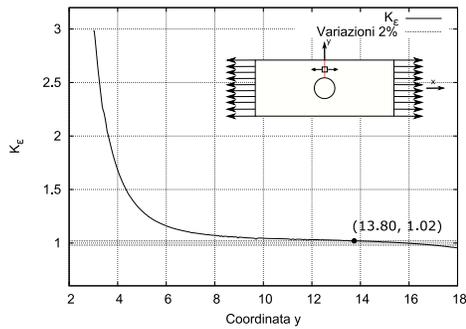
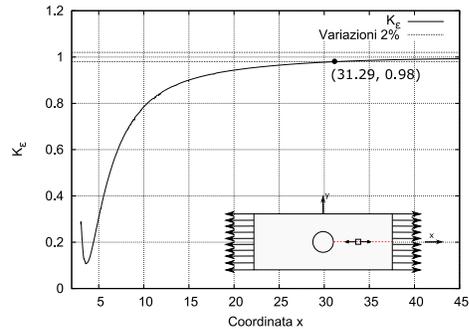


Figura 7.8: Aree di influenza del foro al variare del rinforzo

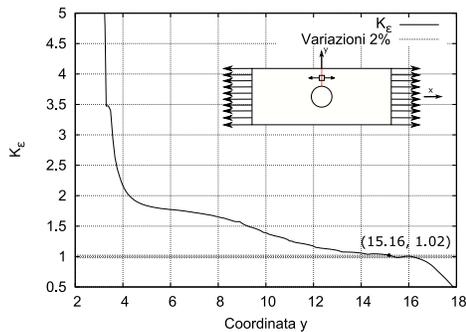


(a) Direzione trasversale

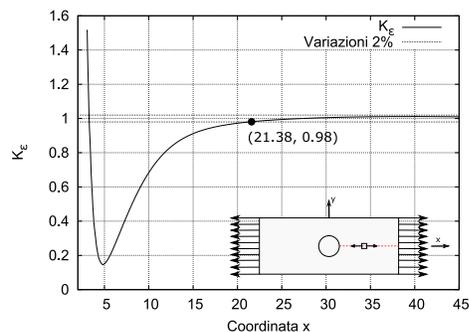


(b) Direzione longitudinale

Figura 7.9: Area di influenza del foro per piastra non rinforzata



(a) Direzione trasversale



(b) Direzione longitudinale

Figura 7.10: Area di influenza del foro per rinforzi VAT, risultati FEM

caso specifico dei rinforzi VAT si ha una riduzione del 27% in direzione longitudinale e del 33% in direzione trasversale.

7.2 Rinforzi circolari

Osservando gli andamenti di tensioni e deformazioni riportati in precedenza, si può affermare che le soluzioni migliori siano l'uso di rinforzi circolari concentrici al foro ed una combinazione di rinforzi circolari e VAT. Adottando la prima delle due soluzioni, negli strati dove sono presenti i rinforzi, le tensioni vengono assorbite quasi totalmente dalla fibra mentre la matrice risulta praticamente scarica. Ciò comporta tensioni rilevate molto maggiori di quelle che si avrebbero senza rinforzo. Ma tale comportamento è bilanciato dalla maggior rigidezza offerta dalla fibra. Inoltre il campo delle tensioni misura ancora un punto di massimo in prossimità del bordo del foro ed uno all'interfaccia tra rinforzo e matrice. Questo ultimo incremento delle tensioni, come abbiamo visto in precedenza, raggiunge il suo massimo a circa 45° dalla direzione di carico.

Nel paragrafo precedente, valutando le tensioni, è stata evidenziata l'importanza della maggior resistenza della fibra che va a compensare l'incremento di tensioni all'interno del rinforzo e a smorzarne gli effetti sulle deformazioni. Osservando il grafico riportato in figura 7.7 (a), infatti è evidente che per rinforzi circolari non si registrano punti di massimo nel campo delle deformazioni in prossimità del foro. L'andamento complessivo in entrambe le direzioni, anzi, risulta particolarmente lineare se si esclude una zona di minimo in corrispondenza dei rinforzi stessi. La presenza di una diminuzione di tensioni o deformazioni rispetto alle zone esterne all'area di influenza del foro, tuttavia, non è di particolare interesse dal momento che in ogni caso il componente dovrà essere dimensionato in modo tale da resistere alle condizioni non perturbate.

Procedendo con l'analisi dei risultati, osserviamo ora gli andamenti sulla sezione parallela alla direzione di carico 7.7 (c) e (d). In questo caso possiamo osservare che l'utilizzo di rinforzi circolari genera una zona di concentrazione delle deformazioni in cui il valore K_ε supera l'unità ovvero si verificano deformazioni maggiori rispetto alla piastra non rinforzata. Questo effetto, tuttavia è decisamente trascurabile se paragonato ai benefici ottenuti nel resto della piastra.

Anche in questo caso l'utilizzo di inserti in fibra nel provino permette di

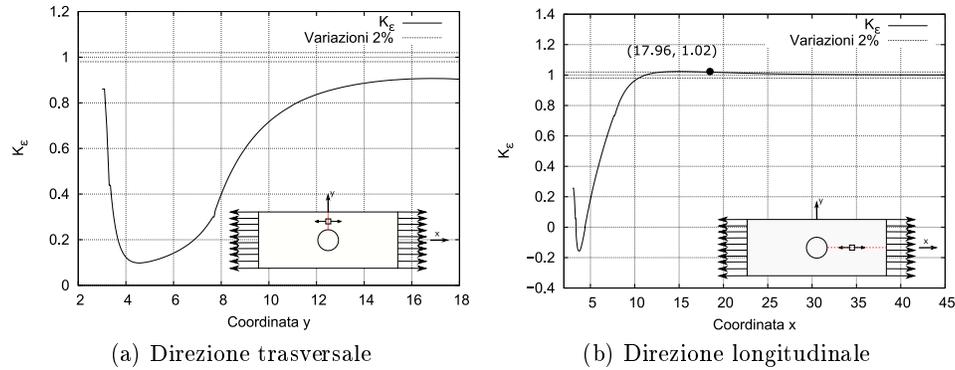


Figura 7.11: Area di influenza del foro per rinforzi circolari, risultati FEM

ridurre la zona di influenza del foro portando ad una riduzione del 44% in direzione dell'asse y , tuttavia in direzione y non si raggiunge mai un valore tale per cui il K_ϵ misurato sia pari all'unità, ovvero che la deformazione sia pari a quella che avviene lontano dal foro. Nonostante ciò, però, per tutto il campo di esistenza le deformazioni risultano inferiori a quelle che si avrebbero senza foro. Per ottenere una maggior completezza nei risultati viene segnato come limite della zona di influenza il bordo della piastra, ma tale valore viene marcato con un asterisco per sottolinearne l'arbitrarietà.

7.3 Rinforzi circolari e longitudinali

L'ultima categoria di rinforzi presa in esame è la combinazione di entrambe le configurazioni descritte fino ad ora. Analizzando le sole tensioni (fig 7.7 (b)), questa risulterebbe la soluzione migliore poiché comporta una notevole riduzione del punto di massima concentrazione delle tensioni in prossimità del bordo del foro ed una distribuzione sufficientemente costante lungo entrambe le sezioni della piastra. Andando ad osservare le deformazioni, invece, la soluzione migliore sembrerebbe essere l'utilizzo dei soli rinforzi circolari che comportano andamenti più regolari ma soprattutto aree di influenza del foro inferiori. Per la configurazione combinata, infatti, i raggi di influenza lungo gli assi longitudinale e trasversale si ridurrebbero rispettivamente del 38% e del 40%.

Per capire quali siano gli effettivi benefici delle tre possibili soluzioni possiamo ancora analizzare il campo delle deformazioni nel piano della piastra. In figura 7.13 vengono riportati i dati raccolti sperimentalmente per rinforzi

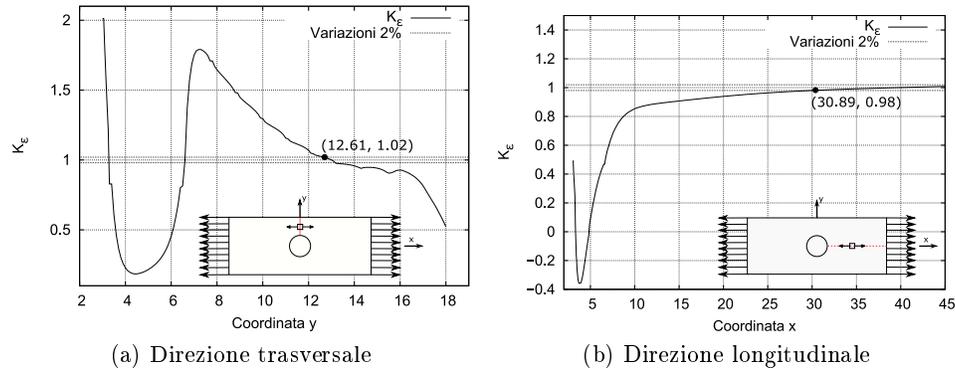


Figura 7.12: Area di influenza del foro per rinforzi circolari e VAT, risultati FEM

circolari e VAT e numericamente per la loro combinazione.

Risulta immediato osservare che la soluzione VAT risulta meno vantaggiosa rispetto alle altre due in quanto le aree di concentrazione delle deformazioni, rappresentate in azzurro, si allontanano maggiormente dai bordi del foro. Tuttavia questa soluzione si può considerare poco efficace solo se ci si pone come obiettivo ottenere una distribuzione uniforme delle tensioni e delle deformazioni lungo la sezione della piastra. Riprendendo quanto detto nella sezione precedente riguardo questa configurazione, essa risulta invece efficace per aumentare la tensione a rottura del provino.

Esaminando le configurazioni rimanenti risulta chiaro il limite della sola disposizione della fibra in cerchi concentrici al foro. Come già ripetuto più volte, infatti si crea una concentrazione di tensioni, e di conseguenza di deformazioni, all'interfaccia tra rinforzo e matrice mentre tale fenomeno non si verifica con l'adozione combinata di rinforzi circolari e longitudinali. Le fibre circolari, infatti, hanno la funzione di distribuire in modo più efficiente le tensioni in direzione tangenziale sul bordo del foro, mentre i rinforzi paralleli alle linee di massima tensione aiutano ad uniformare gli sforzi nelle aree di sola matrice.

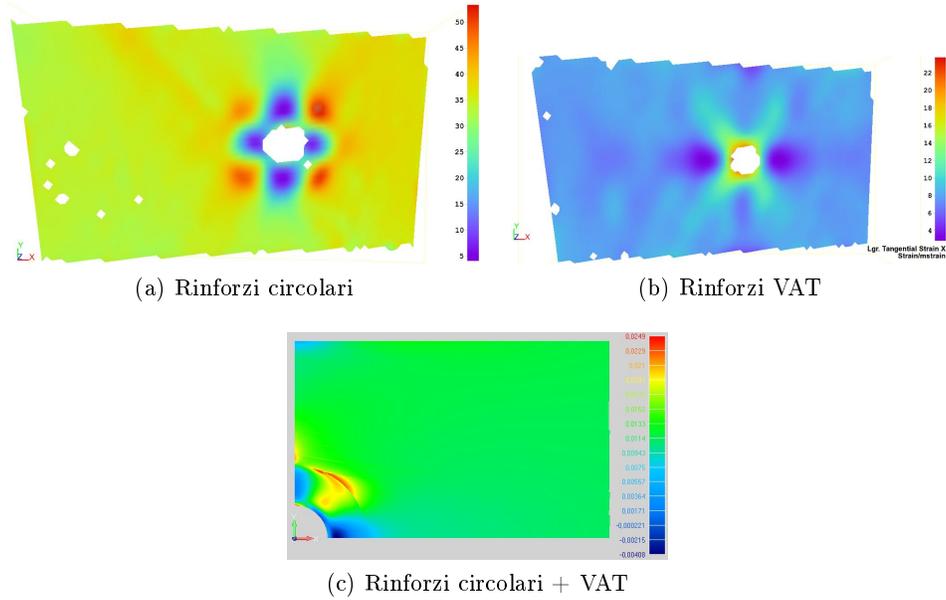


Figura 7.13: Deformazioni nel piano

7.4 Rinforzi circolari, piastra ortotropa

Vengono riportati ora i risultati relativi a vari tipi di rinforzo per piastra isotropa e quelli ottenuti dallo studio di piastre realizzate in materiale composito.

Osservando i risultati in figura 7.14 possiamo osservare come sull'asse trasversale i rinforzi applicati su piastra ortotropa riescano a ridurre il picco delle deformazioni in prossimità del foro a prezzo della nascita di un altro punto di massimo sul bordo del rinforzo. Sull'asse longitudinale, invece la conseguenza dell'applicazione del rinforzo è molto più evidente e si manifesta con la nascita di un picco delle deformazioni che registrano valori più che doppi rispetto a quelli registrati sul bordo del foro per piastra non rinforzata. Ciò avviene perché in quel punto la fibra si trova a lavorare nella condizione peggiore in quanto caricata trasversalmente al proprio asse.

Seguendo lo stesso procedimento adottato per le piastre isotrope analizziamo adesso l'effetto dei rinforzi sull'area di influenza del foro.

Dai risultati riportati in tabella 7.2 e nelle figure 7.16 e 7.17 risalta che l'introduzione del rinforzo amplia l'area di influenza del foro in direzione longitudinale. I dati raccolti in direzione trasversale invece non sono da

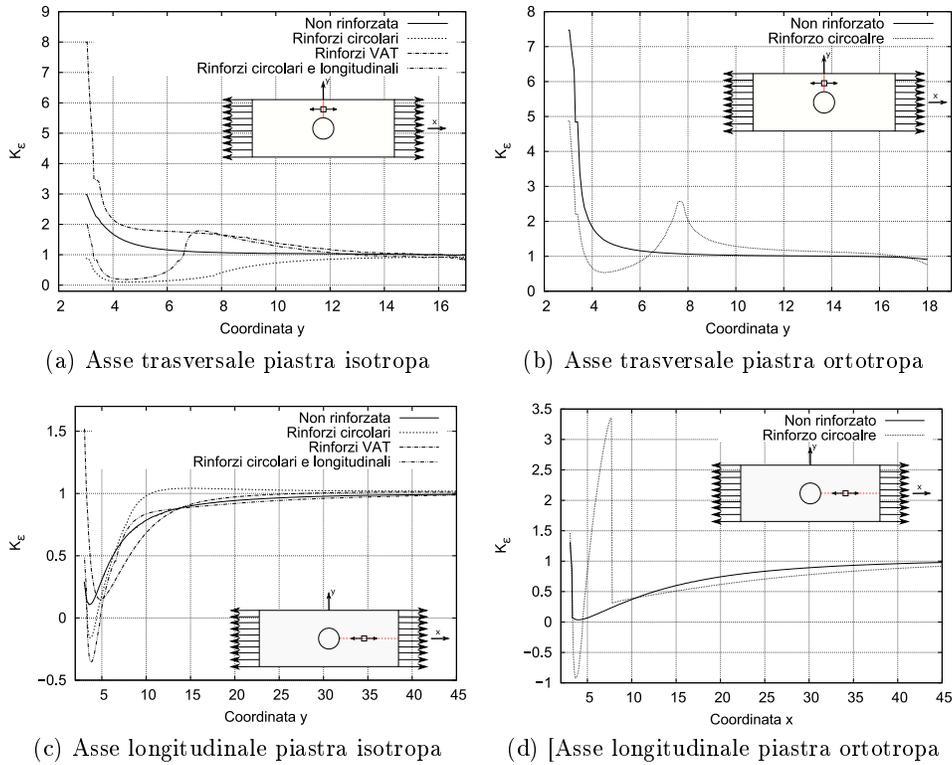


Figura 7.14: Deformazioni misurate per diversi materiali - risultati FEM

considerare attendibili perché la zona di influenza finisce nelle immediate vicinanze del bordo della piastra dove potrebbe essere soggetta agli effetti del bordo stesso.

In conclusione, dai dati raccolti durante la tesi, possiamo affermare che l'introduzione di rinforzi in fibra mediante l'uso di tecnica in stampa 3D con l'obiettivo di mitigare la concentrazione delle tensioni in una piastra forata risulta molto promettente. L'obiettivo dichiarato all'inizio del presente elaborato consiste nel ricercare la configurazione di rinforzo ottimale per distribuire le tensione lungo la superficie netta rimanente in corrispondenza del foro in una piastra forata. Inoltre si vuole valutare il problema seguendo tre percorsi differenti ovvero per via analitica, numerica e sperimentale nell'ottica di verificare e validare la capacità di prevedere per via numerica l'efficacia delle differenti configurazioni di rinforzo. Sono state prese in considerazione tensioni e deformazioni all'interno della piastra ed in entrambi i casi con

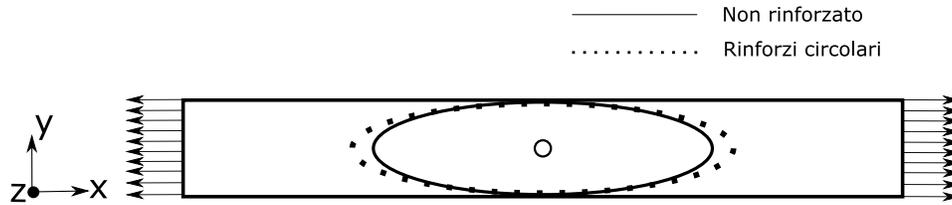


Figura 7.15: Area di influenza del foro per piastre in materiale composito, risultati FEM

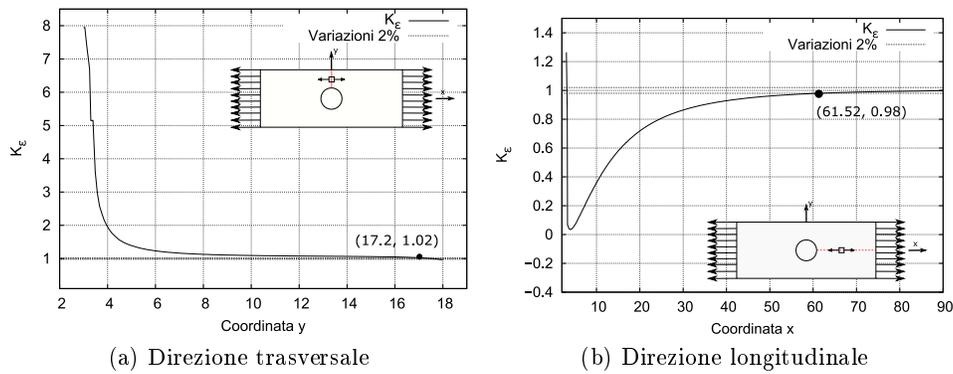


Figura 7.16: Area di influenza del foro per piastra in composito non rinforzata, risultati FEM

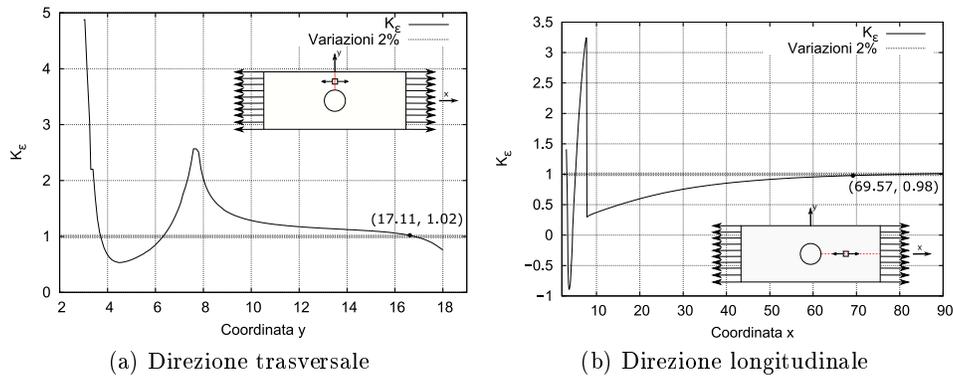


Figura 7.17: Area di influenza del foro per piastra in composito con rinforzi circolari, risultati FEM

Tabella 7.2: Area di influenza del foro per piastre in composito

| Rinforzo | R_x | R_y | R_x/R | R_y/R |
|----------------|-------|-------|---------|---------|
| Non rinforzato | 17.2 | 61.52 | 5.73 | 20.50 |
| Circolari | 17.11 | 69.57 | 5.7 | 23.19 |

l'introduzione dei rinforzi è stato possibile migliorarne le prestazioni. Si è visto inoltre come per configurazioni di rinforzo differenti si possano ottenere benefici differenti e soprattutto come i risultati ottenuti per via numerica, analitica e sperimentale corrispondano più che adeguatamente confermando l'affidabilità dello studio agli elementi finiti nella previsione dei risultati.

Poiché l'obiettivo di questa tesi consiste nel ricercare una soluzione per distribuire le tensioni il più uniformemente possibile lungo la sezione resistente rimanente in corrispondenza del foro, la configurazione che si è dimostrata più efficace tra tutte quelle analizzate prevede l'uso combinato di rinforzi in fibra disposti concentricamente al foro e paralleli alle linee di massimo sforzo per le zone più esterne della piastra.

Bibliografia

- [1] Pilkey Pilkey. *Peterson's stress concentration factors*. John Wiley & Sons, 2008.
- [2] Massabò. Richiami frattura.
- [3] Amaresh Kumar Pravin Pawar, Raj Ballav. Finite element method analysis of rectangular plate with circular hole using ansys. Technical report, National Institute of Technology Jamshedpur, 2016.
- [4] Masters Portanova. Standard methods for open hole tension testing of textile composites. Technical report, National Aeronautics and Space Administration, 1995.
- [5] Ko. Stress concentration around a small circular hole in the himat composite plate. Technical report, National Aeronautics and Space Administration, 1985.
- [6] Pipes Carlsson, Adams. *Experimental Characterization of Advanced Composite Materials*. CRC Press, 2013.
- [7] Guettala Khechai, Tati. Finite element analysis of stress concentrations and failure criteria in composite plates with circular holes. Technical report, University of Biskra, 2014.
- [8] Zh Yang, Chang-Boo Kim, Chongdu Cho, and Hyeon Gyu Beom. The concentration of stress and strain in finite thickness elastic plate containing a circular hole. 45:713–731, 02 2008.
- [9] Murilo Augusto Vaz, Julio Cesar Ramalho Cyrino, and Gilson Gomes da Silva. Three-dimensional stress concentration factor in finite width plates with a circular hole. *World Journal of Mechanics*, 3(03):153, 2013.

- [10] PJ Crothers, K Drechsler, D Feltin, I Herszberg, and T Kruckenberg. Tailored fibre placement to minimise stress concentrations. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 28(7):619–625, 1997.
- [11] Konrad Gliesche, Tamara Hübner, and Holger Orawetz. Application of the tailored fibre placement (tfp) process for a local reinforcement on an “open-hole” tension plate from carbon/epoxy laminates. *Composites Science and Technology*, 63(1):81 – 88, 2003.