

POLITECNICO DI TORINO

Dipartimento di Ingegneria Meccanica e  
Aerospaziale

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

# Metodi di modellazione di gearbox aeronautiche per analisi dinamica di sistema



**Relatore:**

prof. Paolo Maggiore

**Candidato:**

Umberto Zaffagnini

**Supervisore aziendale**

**Avio Aero**

dott. ing. Paride Mesaglio Chittaro

A. A. 2017-2018



*A mio padre, che mi ha insegnato  
a lottare, e a mia madre, che mi  
ha insegnato a resistere.*



# Ringraziamenti

Desidero ringraziare in primo luogo il professor Maggiore per avermi aiutato e guidato fin dal principio nella ricerca e realizzazione di questa attività di tesi in azienda. Un grazie sincero e particolare va agli ing.ri Paride Mesaglio Chittaro, Enrico Ampellio e Luca Ronchiato, per avermi seguito e supportato metodicamente fin dal primo giorno in azienda durante tutto lo svolgimento del lavoro e per essere sempre stati estremamente disponibili nei miei confronti. Ringrazio inoltre gli ing.ri Edoardo Peradotto, Marco Moletta e Paolo Calza per avermi aiutato nel risolvere piccoli e grandi difficoltà riscontrate in questi mesi.

Ringrazio i miei colleghi tesisti e stagisti, che mi hanno fatto sentire parte di un grande gruppo e coi quali ho condiviso non solo le problematiche legate al lavoro, ma anche sorrisi e momenti di compagnia, dentro e fuori dall'azienda.

Ringrazio con affetto tutti i miei amici che mi hanno accompagnato in questi anni: grazie ai miei compagni di studio, con cui ho condiviso difficoltà e risate dentro e fuori dalle aule del Politecnico, grazie agli Hammers, coi quali ho potuto sfogarmi in campo, grazie a Edo, Griba e Ste, per la nostra amicizia unica che ci lega da ormai vent'anni e che ci legherà sempre, ed ovviamente grazie ai compagni di liceo, perché, nonostante il tempo ed i chilometri di distanza che separano gli uni dagli altri, riusciamo ad essere sempre una grande famiglia (*where is the 5°G*).

Un grazie immenso va ad Ele, con cui ho condiviso semplicemente tutto, gioie e dolori, giorni di studio e di divertimento, successi e delusioni, e senza cui probabilmente non sarei riuscito a superare le tante difficoltà di questi anni.

Grazie di cuore, infine, alla mia famiglia: grazie innanzitutto ai miei cari nonni, per il sostegno e l'affetto che mi hanno sempre dato, grazie agli zii e Pietro, su cui so di poter sempre contare, grazie a Delia, la mia zia acquisita preferita, grazie a Marghe, Matti, Ale, la mia famiglia nella famiglia, Leo, una medicina naturale del sorriso, e Lorenzo, che aspettiamo tutti ma non sarà da meno; il grazie più grande va a mamma e papà, per avermi dato tutto, per non avermi mai fatto mancare niente riuscendo al tempo stesso a trasmettermi sempre il valore delle cose: questo traguardo è merito loro e glielo dedico.



# Sommario

L'attività di tesi qui esposta è stata svolta presso GE Avio Aero, nello stabilimento di Rivalta di Torino, in collaborazione con il Politecnico di Torino.

L'attività è incentrata sulla dinamica di sistemi rotanti e, nello specifico, di scatole ingranaggi aeronautiche (*gearbox*). Particolare attenzione è rivolta agli aspetti metodologici, con lo scopo di simulare e predire correttamente il comportamento dinamico di tali sistemi durante le fasi avanzate del design ingegneristico.

Si tratta di un campo delicato: la dinamica di componenti isolati, anche con forme complesse e soggetti ad un ricco panorama di carichi statici e dinamici, può essere ormai simulata numericamente in maniera rapida ed esaustiva, cosa non vera per sistemi di due o più componenti. Solo particolari condizioni, quasi sempre distanti dalle applicazioni reali, posso essere simulate facilmente. L'unico modo per generalizzare la soluzione è risolvere la dinamica integrando nel tempo un sistema multi-body, non-lineare, con effetti giroscopici accurati e risoluzione esplicita dei contatti. Tuttavia, questa soluzione è difficilmente accessibile con strumenti commerciali, e, anche qualora lo fosse o si ricorresse ad una simulazione molto semplificata, richiederebbe risorse computazionali esose, assolutamente non compatibili con il ciclo di design di un prodotto ingegneristico.

In ambito aeronautico, componenti e ingranaggi devono essere sempre più leggeri, e sono quindi pronti a vibrare. Ne risulta che guasti e rotture per cause dinamiche (ad esempio le risonanze) sono una realtà concreta ed inoltre una delle principali preoccupazioni in sede di design, in quanto possono avere esiti catastrofici. Solamente la predizione accurata del comportamento dinamico dell'intero sistema può essere d'aiuto per comprendere e controllare questi fenomeni, in quanto la dinamica del singolo componente isolato non è realistica e la determinazione delle appropriate condizioni al contorno può arrivare solo dalla mutua interazione con il sistema in cui il componente è contenuto. Ecco allora la necessità di disporre di metodi abbastanza accurati e veloci da poter utilizzare durante il design.

Le analisi di sistema devono essere impostate con cura in termini di modellazione e soluzione, pertanto le metodologie di modellazione ed analisi devono essere rigorose per non tralasciare o travisare comportamenti dinamici chiave che potrebbero alterare la risposta del sistema. In questa tesi, le metodologie allo stato dell'arte

presso GE Avio Aero verranno esaminate, illustrate ed applicate allo studio dinamico di una gearbox elicotteristica.

Dopo un'introduzione generale volta a comprendere i principi fisici che regolano la rotordinamica ed i metodi di riduzione nelle analisi agli elementi finiti, si illustreranno i metodi di modellazione di sistemi rotanti con esempi applicativi. La modellazione CAD e FEM verrà analizzata nello specifico, per poi focalizzarsi sull'analisi dinamica di sistema vera a propria. Diversi tool verranno presi in considerazione, sia commerciali sia interni, ed infine verrà riportato un test case applicativo, rappresentativo di una gearbox ad alta velocità per l'input stage di un prototipo di elicottero innovativo.

Nella modellazione CAD si analizzeranno operazioni di *grouping* e *defeaturing*, atte a preparare un modello adatto allo scopo ultimo della dinamica di sistema, che punta ad interpretare il comportamento macroscopico della scatola. Stress recovery e deformazioni locali non sono obiettivi di questa analisi e questo consente di semplificare notevolmente i dettagli del modello, pur mantenendo inalterate le proprietà di massa, inerzia, smorzamento e rigidità dei componenti.

Nella parte relativa alla modellazione FEM si esamineranno i passaggi per ottenere un modello che sia dotato di una discretizzazione tridimensionale adeguata, una o più mesh di pelle per la visualizzazione dei risultati, proprietà dei materiali, sistemi di riferimento e connessioni tra i componenti.

I capitoli conclusivi sono dedicati alle analisi dinamiche: i tool commerciali di riduzione ed analisi dinamica di sistema presentano delle limitazioni nello studiare argomenti complessi e specifici come la dinamica degli ingranaggi, che tutt'oggi rappresenta un ambito di ricerca molto attivo. Da qui nasce l'esigenza di creare tool ad hoc per la dinamica di sistema come quello sviluppato internamente in GE Avio Aero, tutt'ora in fase di evoluzione e miglioramento. Le potenzialità di questo tool, unite alle procedure di modellazione esaminate in questa tesi, permettono dunque il raggiungimento di risultati sempre più accurati, rapidi ed affidabili.

Le conclusioni sono focalizzate sui risultati ottenuti in questa attività in seguito alla modellazione ed analisi del test case elicotteristico e sui possibili scenari futuri, come la creazione di un facilitatore di connessioni, la cui implementazione nella modellazione di sistema renderà ancora più agevoli e rapide le fasi operative.



# Indice

<b>Ringraziamenti</b>	V
<b>Sommario</b>	VII
<b>1 Introduzione</b>	1
1.1 Dinamica: concetti e principi generali . . . . .	1
1.2 Rotordinamica . . . . .	2
1.3 Modellazione per dinamica di sistema . . . . .	4
1.4 Metodi di riduzione . . . . .	4
1.4.1 Riduzione di Guyan . . . . .	5
1.4.2 Riduzione di Craig-Bampton . . . . .	6
1.5 Gearbox . . . . .	8
1.5.1 Spur gears . . . . .	8
1.5.2 Helical gears . . . . .	9
1.5.3 Bevel gears . . . . .	9
1.6 Metodologie di modellazione . . . . .	10
<b>2 Modellazione CAD</b>	12
2.1 Generalità . . . . .	12
2.2 Divisione in gruppi funzionali . . . . .	13
2.2.1 Esempio di <i>grouping</i> e <i>defeaturing</i> funzionale . . . . .	14
2.3 Identificazione di componenti per la modellazione FEM . . . . .	18
2.4 <i>Defeaturing</i> . . . . .	19
2.4.1 Generalità . . . . .	19
2.4.2 Rimozione della <i>spline</i> . . . . .	20
2.4.3 Regole generali di <i>defeaturing</i> ed esempi . . . . .	22
2.4.4 <i>Defeaturing</i> su ingranaggi . . . . .	27
2.5 Identificazione di ciclosimmetrie e taglio del settore . . . . .	34
2.5.1 Generalità . . . . .	34
2.5.2 Esempio 1: ingranaggio a doppia dentatura . . . . .	35

2.5.3	Esempio 2: componente a doppia foratura . . . . .	40
2.5.4	Esempio 3: bevel gear . . . . .	44
<b>3</b>	<b>Modellazione FEM</b>	<b>49</b>
3.1	Introduzione al metodo FEM . . . . .	49
3.2	Mesh 3D . . . . .	50
3.2.1	Trim del settore . . . . .	50
3.2.2	Mesh 2D . . . . .	52
3.2.3	Mesh 3D . . . . .	59
3.3	Mesh di pelle ( <i>Skin mesh</i> ) . . . . .	65
3.4	Mesh 3D e di pelle per componenti asimmetrici . . . . .	68
3.5	Connessioni e sistemi di riferimento . . . . .	69
3.5.1	Tipologie di connessioni . . . . .	71
<b>4</b>	<b>Analisi dinamica</b>	<b>78</b>
4.1	Principi generali . . . . .	78
4.2	Tools di analisi dinamica . . . . .	79
4.2.1	NX Nastran . . . . .	79
4.2.2	Tool di GE Avio Aero . . . . .	79
4.2.3	Test case d'esempio: trave semplice . . . . .	80
4.2.4	Test case applicativo: gearbox aeronautica di un elicottero . . . . .	83
4.2.5	Risultati analisi dinamica di sistema . . . . .	86
<b>5</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>93</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>95</b>

# Capitolo 1

## Introduzione

### 1.1 Dinamica: concetti e principi generali

La dinamica è una disciplina della meccanica che si basa sullo studio delle cause che determinano il moto dei corpi e degli effetti che queste hanno sui corpi stessi. La dinamica, sostanzialmente, studia come un sistema fisico si sviluppa e/o si altera nel tempo e, di conseguenza, è volta a comprendere le cause di tali alterazioni.

In particolare, il campo che è oggetto di questa tesi è la dinamica di sistemi con ingranaggi. Lo studio della dinamica dei sistemi rotanti complessi, quali motori e trasmissioni, svolge un ruolo di primaria importanza nella loro progettazione ed analisi. La dinamica, infatti, è una delle discipline ingegneristiche più giovani ma allo stesso tempo più in crescita e più promettente di tutti i filoni ingegneristici, come in particolare quelli meccanico ed aerospaziale, dato il continuo sviluppo di conoscenze, competenze, capacità e potenze di calcolo di cui dispongono oggi le aziende ed industrie del settore.

Le analisi strutturali sono una parte imprescindibile nella progettazione di componenti e sistemi. Se da un lato, però, le analisi statiche hanno ormai raggiunto un livello di affidabilità pressoché massimo, dall'altro gli studi dinamici di componenti ed in particolare di sistemi presentano ancora delle lacune applicative e teoriche che non garantiscono delle analisi sempre perfettamente veritiere. Inoltre, la forte necessità di sviluppare metodi di analisi dinamiche sempre più attendibili è giustificata da una questione tanto semplice quanto fondamentale: ad oggi, la dinamica rappresenta una delle prime cause di rottura catastrofica di sistemi. Da qui, è facilmente comprensibile il motivo dell'importanza di sviluppo di competenze di questo campo che possano portare alla generazione di metodi e tecniche di simulazione più affidabili e veritiere che possano prevedere i rischi che la dinamica comporta, come ad esempio la risonanza. Quest'ultima è una condizione fisica che

si può verificare quando si eccita il sistema con la frequenza propria del sistema stesso oppure quando la forma di eccitazione è uguale o simile; la risonanza è un fenomeno che si vuole sempre evitare in quanto comporta sempre un rischio altamente distruttivo.

Un altro fattore cruciale da tenere conto è rappresentato dai codici commerciali presenti fino ad ora, le cui capacità predittive di analisi dinamica non garantiscono un'affidabilità sempre soddisfacente, soprattutto per quel che riguarda analisi e simulazioni tridimensionali; da questo, è facile comprendere il motivo per il quale molti team di ricerca ingegneristica investono molto in questo ambito.

## 1.2 Rotordinamica

La rotordinamica è la dinamica dei sistemi rotanti, dunque dei cosiddetti *rotori*, i quali sono per definizione corpi sospesi tramite una serie cuscinetti o cerniere cilindriche che permettono la rotazione attorno ad un asse fisso nello spazio. Il fatto che questi sistemi siano rotanti implica la comparsa di fattori tanto importanti quanto complessi, quali ad esempio fenomeni giroscopici, effetti di ordine superiore (ad esempio *stress stiffening* o *spin softening*) ed instabilità. Tutti questi fenomeni dovrebbero essere catturati in un modello, ma questa operazione, per i motivi di cui sopra, non è assolutamente semplice. Date le numerose difficoltà di modellazione, si sono fatte diverse assunzioni per i vari modelli di sistemi rotanti come i motori aeronautici.

La dinamica di questi sistemi, infatti, viene in genere studiata con simulazioni standard 1D centerline, ossia analisi nelle quali i vari parametri in gioco (ad esempio masse, rigidità, inerzie, ecc.) vengono riportati in un singolo punto al centro dell'asse di rotazione del componente. Queste limitazioni risultano spesso eccessive, soprattutto nell'analisi di sistemi complessi come i motori aeronautici, conducendo a risultati imprecisi, incompleti e talvolta fuorvianti.

In genere, la difficoltà vera e propria nella modellazione di rotori è la rappresentazione delle non linearità, come ad esempio la giroscopia, *stress stiffening* e *spin softening*. La giroscopia, che ha un effetto più rilevante rispetto agli altri due nello studio della rotordinamica, è in sostanza l'inerzia rotazionale di cui un oggetto è dotato. Per la conservazione del momento di inerzia, un oggetto in rotazione attorno ad un asse compensa le rotazioni indotte attorno agli altri assi in modo proporzionale alla sua inerzia polare. La frequenza dei modi propri flessionali viene così sempre più alterata man mano che la velocità di rotazione aumenta, generando così delle forze di auto-bilanciamento: ipoteticamente, se la velocità fosse infinita, il corpo sarebbe perfettamente bilanciato. A causa della giroscopia, in pratica, le frequenze naturali dei modi flessionali (ossia i modi di *bending*) si dividono in due rami: *forward* crescente e *backward* calante. Per via di questo fenomeno, si

modificano anche le forme modali ed il posizionamento delle risonanze del sistema (dunque delle velocità critiche) in seguito ad eccitazione dinamica. Ecco perché la giroscopia è un effetto imprescindibile se si vuole impostare correttamente un modello dinamico di sistemi rotanti.

Un modello semplificato di rotore che tiene conto degli effetti giroscopici è il rotore di Jeffcoat, nel quale viene fatta la considerazione semplicistica che questo sia costituito soltanto da una massa puntiforme in rotazione, rappresentativa di un albero condensato in un punto, che viene connessa a terra. In questo modo, viene meno la deformata propria radiale, di cui sarebbe invece caratterizzato un albero in rotazione (se l'albero invece fosse fisso e statico, non sarebbe difficile andare a studiare i modi assiali, torsionali e misti, ecc.). In questo modo, si hanno solo modi traslazionali rigidi e non flessionali (*bending*).

Questo modello, è caratterizzato da una notevole quantità di altre semplificazioni: si assume ad esempio che non vi sia nessun altro effetto non lineare ad esclusione della giroscopia (che viene regolata dal termine di inerzia polare del punto a massa concentrata), che il corpo sia rigido senza smorzamento ai supporti, che il rotore e le connessioni siano simmetrici e che i moti assiali, radiali e rotazionali sono disaccoppiati. Nonostante queste assunzioni, questo modello molto semplice permette un adeguato studio qualitativo dei principali fenomeni di rotordinamica; inoltre, più il rotore è assialsimmetrico e rigido rispetto ai supporti, più questo modello è rappresentativo della realtà. Ovviamente, non basta però un modello così semplificato per l'analisi dinamica di sistemi rotanti a causa della comparsa di altri effetti non lineari, di ordine superiore rispetto alla giroscopia, quali *stress stiffening* e *spin softening*: il primo è l'irrigidimento da stress, ossia il cambiamento di rigidità di un corpo in funzione della vicinanza al campo plastico (fenomeno paragonabile ad una corda di chitarra: più viene tirata la corda, più aumenta la rigidità e dunque la frequenza); il secondo è l'ammorbidimento dovuto alla velocità, che è un effetto legato allo sbilanciamento (*imbalance*) di cui un corpo è dotato: se il corpo inizia a ruotare, la forza centrifuga aumenta ed il corpo, che è flessibile, si deflette ulteriormente, generando a sua volta un aumento di forza fino ad un punto di equilibrio. La cattura di questi fenomeni in un modello dinamico rappresentativo della realtà è tutt'altro che semplice: sarebbe più facile per oggetti singoli assialsimmetrici con condizioni al contorno non assialsimmetriche oppure per oggetti non assialsimmetrici con condizioni al contorno assialsimmetriche, in modo da ottenere una soluzione in forma chiusa. Gli ingranaggi, invece, sono ciclosimmetrici e presentano altre problematiche come gli ingranamenti, che spesso non sono simmetrici e possono presentare anch'essi comportamenti non lineari.

### 1.3 Modellazione per dinamica di sistema

Da quanto analizzato nella sezione precedente, si evince la necessità di elaborare e migliorare i metodi di modellazione per effettuare delle analisi dinamiche sempre più affidabili e rappresentative della realtà. Per via delle problematiche legate alla rotordinamica, si sono sviluppati metodi di modellazione di dinamica per sistemi rotanti come rotori e gearbox in generale: le gearbox (descritte in dettaglio nel capitolo 1.5) sono sostanzialmente *scatole di ingranaggi*, ossia sistemi di trasmissione utilizzati prevalentemente nei propulsori aeronautici.

Una delle ragioni principali di studiare la dinamica di sistemi consiste nel fatto che non esiste la dinamica del componente: la dinamica di ogni componente dipende dalla massa e, soprattutto, dalla rigidità, pertanto dipende dai vincoli applicati. Il fatto di avere dei vincoli comporta la dipendenza del componente da ciò che è vincolato e connesso, quindi il sistema stesso.

In base a quanto visto, è facile intuire la necessità di regole precise di modellazione dinamica di sistema, in modo da ottenere delle best practices che vengano via via migliorate, validate, modificate e testate per comprendere a fondo la maniera corretta di interpretare e modellare questi fenomeni.

Inoltre, i rotori sono connessi tra loro mediante dei supporti che rappresentano un tipo di connessione: la capacità di come saper rappresentare e modellare queste connessioni è tutt'ora oggetto di studio per ottenere risultati sempre più affidabili. Nella modellazione di sistema non bisogna dunque tener conto della dinamica del singolo componente, ma analizzare rigorosamente quella del sistema complessivo, inteso come assieme di componenti connessi tra loro che si scambiano input e output, come forze, velocità, coppie, vibrazioni, ecc.

### 1.4 Metodi di riduzione

Il fatto di modellare un intero sistema, composto dunque da numerosi componenti e connessioni, implica la necessità di procedure di modellazione atte a snellire e facilitare la modellazione stessa e l'analisi dinamica: le riduzioni.

La riduzione consiste sostanzialmente nell'eliminazione di nodi ed elementi che risultano superflui per i processi di analisi dinamica. Nella modellazione FEM (capitolo 3) si va a discretizzare la geometria di ogni componente in un determinato numero di nodi ed elementi: per componenti di gearbox, questo numero è spesso elevato, generalmente dell'ordine del centinaio di migliaia. Dal momento che il numero di modi coincide con il numero di elementi e che in un'analisi dinamica i modi più rilevanti sono dell'ordine del centinaio, si deduce facilmente che processare centinaia di migliaia di elementi per questo tipo di analisi risulta non solo inutile, ma soprattutto dispendioso in termini di costi computazionali e tempi di attesa.

Dal modello FEM dettagliato di ogni componente che forma il sistema, si deve quindi estrarre un modello FEM ridotto, che è sostanzialmente un sottoinsieme di quello dettagliato, cioè un modello che contiene soltanto alcuni dei nodi ed elementi presenti nel primo. È indispensabile che la riduzione debba essere applicata ovviamente a nodi particolari ed essenziali per ottenere un modello dinamico di sistema che risulti comunque efficace e rappresentativo del comportamento del modello iniziale: l'eliminazione di nodi ed elementi fondamentali di un determinato componente può compromettere infatti il modello intero e l'attendibilità dei risultati dell'analisi dinamica, causando la perdita di informazioni relative al comportamento statico e dinamico del sistema stesso. Nella trattazione della modellazione FEM si comprenderà quali e quanti nodi vengono coinvolti in questo processo.

I nodi che vengono conservati nella riduzione sono quelli a cui vengono riferiti spostamenti, velocità ed accelerazioni: questi nodi si chiamano *master*, mentre quelli non presenti nel modello ridotto sono chiamati *slave*, ossia "schiavi", dunque dipendenti dai *master*, infatti il loro spostamento viene calcolato in funzione di questi ultimi.

La riduzione è un operatore lineare: è dunque possibile passare linearmente dal sistema iniziale a quello ridotto. Esistono due tipi di riduzione: statica (riduzione di Guyan) e dinamica (riduzione di Craig-Bampton).

### 1.4.1 Riduzione di Guyan

La riduzione di Guyan è una riduzione statica ed è una procedura esatta: con questa, infatti, non si perdono le informazioni del sistema completo, pertanto il sistema ridotto rappresenta a pieno le caratteristiche ed il comportamento di quello iniziale. Si ottiene dunque una matrice di trasformazione che permette di legare gli spostamenti dei nodi master con quelli slave.

L'equazione del moto di un modello completo di cui si trascura lo smorzamento è:

$$M\ddot{x} + Kx = F$$

Si suddividono le matrici di rigidezza e massa e i vettori di accelerazione e spostamento nei gradi di libertà master e slave:

$$\begin{bmatrix} M_{mm} & M_{ms} \\ M_{sm} & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_m \\ \ddot{x}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{mm} & K_{ms} \\ K_{sm} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_m \\ x_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_m \\ F_s \end{Bmatrix}$$

dove il pedice  $m$  indica il riferimento al grado di libertà master, mentre  $s$  a quello slave.

Dal momento che la matrice di massa  $M_{mm}$  contiene termini di massa ed inerzia maggiori ed ipotizzando che le forze esterne agenti sui gradi di libertà slave siano trascurabili rispetto a quelle agenti su quelli master, si ottiene così:

$$\begin{bmatrix} M_{mm} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_m \\ \ddot{x}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{mm} & K_{ms} \\ K_{sm} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_m \\ x_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_m \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Dalla seconda equazione, si ha:

$$K_{sm}x_m + K_{ss}x_s = 0$$

Se  $K_{ss}$  è una matrice singolare (ossia una matrice quadrata con determinante nullo), si ottiene:

$$x_s = -K_{ss}^{-1}K_{sm}x_m$$

Quest'ultima relazione esprime il legame tra i gradi di libertà master e i gradi di libertà slave.

Chiamando  $x$  il vettore contenente tutti i gradi di libertà del sistema originale, tramite una matrice di trasformazione  $B$  è possibile esprimere questo vettore in funzione dei soli gradi di libertà master:

$$x = \begin{Bmatrix} x_m \\ x_s \end{Bmatrix} = [B]x_m$$

La matrice di trasformazione  $B$  sarà:

$$[B_{m+s,m}] = \begin{bmatrix} I \\ -K_{ss}^{-1}K_{sm} \end{bmatrix}$$

Questa matrice è quella che permette la trasformazione statica tra il vettore completo degli spostamenti e quello dei nodi master.

Quando si passa dal modello completo a quello ridotto, l'energia del sistema si deve conservare, pertanto è possibile ricavare le matrici di massa e rigidezza del modello ridotto tramite l'uguaglianza delle energie cinetica e potenziale:

$$\begin{cases} [M_R] = [B]^T[M][B] \\ [K_R] = [B]^T[K][B] \end{cases}$$

con  $[M]$  e  $[K]$  matrici di massa e rigidezza del modello completo.

### 1.4.2 Riduzione di Craig-Bampton

La riduzione dinamica è quella di Craig-Bampton: questa si può considerare come un'estensione della riduzione di Guyan. Questa riduzione dinamica non è esatta, ma si perde qualche informazione durante il processo, pertanto è logico che si vogliano evitare o comunque limitare il più possibile queste perdite di informazioni relative a massa, rigidezza e forme modali iniziali.

In questo caso, alla matrice di trasformazione statica vista precedentemente va aggiunta una colonna di natura dinamica, dove la prima riga è nulla perché relativa ai nodi master, mentre la seconda rappresenta le forme modali conservate, ossia gli autovettori della struttura con i gradi di libertà master vincolati. Inoltre, la

riduzione di Craig-Bampton prende in considerazione anche la matrice di massa. Dal momento che è stata aggiunta una colonna alla matrice di trasformazione iniziale, va inserita una riga al vettore degli spostamenti, ossia  $q$ , che è il vettore dei gradi di libertà modali. Le dimensioni della seconda colonna nella matrice di trasformazione devono ovviamente coincidere con quelle della seconda riga del vettore degli spostamenti.

L'equazione del moto è quella vista nella riduzione di Guyan:

$$M\ddot{x} + Kx = F$$

La trasformazione di Craig-Bampton sarà:

$$x = \begin{Bmatrix} x_R \\ x_L \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \phi_R & \phi_L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_R \\ q \end{Bmatrix} = [B \quad \phi] \begin{Bmatrix} x_R \\ q \end{Bmatrix}$$

in cui:

$$\begin{cases} [B] = \begin{Bmatrix} I \\ \phi_R \end{Bmatrix} \\ [\phi] = \begin{Bmatrix} 0 \\ \phi_L \end{Bmatrix} \end{cases}$$

In particolare:

- $x_R$  è il vettore dei gradi di libertà dei nodi di bordo;
- $x_L$  è il vettore dei gradi di libertà dei nodi interni;
- $\phi_R$  è il vettore di corpo rigido;
- $\phi_L$  sono le forme modali che si conservano;
- $q$  è il vettore dei gradi di libertà modali;
- $[B]$  è il contributo statico;
- $[\phi]$  è il contributo dinamico legato agli spoints (*scalar points*) conservati.

Inserendo la trasformazione di Craig-Bampton nell'equazione del moto iniziale, si ottiene una nuova forma dell'equazione del moto:

$$[M] [B \quad \phi] \begin{Bmatrix} \ddot{x}_R \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} + [K] [B \quad \phi] \begin{Bmatrix} x_R \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_R \\ F_L \end{Bmatrix}$$

Moltiplicando quest'ultimo sistema matriciale per  $\{B \quad \phi\}^T$  si ottiene:

$$\begin{bmatrix} B^T M B & B^T M \phi \\ \phi^T M B & \phi^T M \phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_R \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B^T K B & B^T K \phi \\ \phi^T K B & \phi^T K \phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_R \\ q \end{Bmatrix} = \{B \quad \phi\}^T \begin{Bmatrix} F_R \\ F_L \end{Bmatrix}$$

dove le matrici di riduzione dinamica sono:

$$\begin{cases} [M_{Rd}] = \begin{bmatrix} B^T M B & B^T M \phi \\ \phi^T M B & \phi^T M \phi \end{bmatrix} \\ [K_{Rd}] = \begin{bmatrix} B^T K B & B^T K \phi \\ \phi^T K B & \phi^T K \phi \end{bmatrix} \end{cases}$$

Dalle matrici contenenti gli autovalori delle matrici associate ai nodi slave si eliminano gli autovalori non voluti per gli spoints: in questo modo, il comportamento residuo è descritto dai nodi fisici.

Chiamando le matrici ottenute  $V_{sp}$  e  $D_{pp}$ , il parametro che descrive la trasformazione di Craig-Bampton è:

$$\phi_{m+s,p} = \begin{bmatrix} \phi_{mp} \\ V_{sp} \end{bmatrix}$$

Per la trattazione completa, si cita [6].

## 1.5 Gearbox

La gearbox (*scatola di ingranaggi*) è un sistema di ingranaggi e riduttori che trasferiscono velocità, coppie e potenze da componenti rotanti (rotore) ad altri. La differenza sostanziale tra le gearbox aeronautiche e le altre tipologie di trasmissione consiste nel fatto che, essendo montate su velivoli, la densità di potenza deve essere maggiore, molto di più rispetto ad esempio ad autoveicoli. Dal momento che queste macchine devono volare, insorgono problematiche e requisiti legate a questioni di peso e potenze, pertanto la dinamica gioca un ruolo fondamentale e molto delicato.

Esistono tre tipologie di ingranaggi: cilindrici a denti dritti (*spur gears*), elicoidali (*helical gears*) e conici (*bevel gears*).

### 1.5.1 Spur gears

Gli ingranaggi cilindrici a denti dritti (*spur gears*) sono i più semplici: consistono in un cilindro o disco con denti considerabili come generati dalla protrusione di una sezione lungo un asse perpendicolare al piano stesso. Il bordo di ogni dente è sempre dritto e parallelo all'asse di rotazione. Gli *spur gears* ingranano correttamente soltanto con alberi paralleli e non ci sono forze assiali generate dai carichi dei denti.

Questi ingranaggi sono utilizzati in genere a velocità moderate, infatti tendono a diventare rumorose quando queste aumentano.



Figura 1.1. Ingranaggio cilindrico a denti dritti.

### 1.5.2 Helical gears

Gli ingranaggi elicoidali rappresentano un miglioramento rispetto a quelli a denti dritti. I bordi dei denti non sono più paralleli rispetto all'asse, infatti i denti sono tagliati con un certo angolo rispetto al piano in modo da aumentare la superficie di spinta tra i denti, pur mantenendo più dolce il contatto tra i denti, eliminando il rumore generato dagli ingranaggi semplici. Da qui si deduce il motivo per cui questi ingranaggi vengano utilizzati a velocità e potenze più elevate oppure per abbattere il rumore di ingranamento.

Questi ingranaggi possono inoltre essere accoppiati sia con assi sghemi che perpendicolari. Lo svantaggio principale riguarda la forza risultante lungo l'asse dell'ingranaggio in quanto deve essere sostenuta da cuscinetti a sfera. Un altro aspetto negativo è l'aumento d'attrito tra i denti generato da una maggiore superficie di contatto: a causa di questo, si utilizzano lubrificanti per ridurre questo fenomeno. La figura 1.2 mostra un esempio di helical gear.

### 1.5.3 Bevel gears

Gli ingranaggi conici hanno idealmente la forma di cono circolare con la punta tagliata, quindi la corona della ruota è smussata. Quando due bevel gears ingranano, i vertici dei due coni ideali devono coincidere e i due assi di rotazione si intersecano in un punto, formando un angolo tra loro: se i denti di ogni ruota sono inclinati di  $45^\circ$ , l'angolo tra gli assi è di  $90^\circ$  (l'angolo tra i due alberi non può mai essere  $0^\circ$  o



Figura 1.2. Ingranaggio elicoidale.

180°). Questo sistema viene usato ad esempio nei differenziali delle automobili tra i planetari e i satelliti.



Figura 1.3. Ingranaggio conico.

## 1.6 Metodologie di modellazione

Dopo aver analizzato i principi generali che regolano la rotordinamica ed i processi di riduzione, si capisce che lo sviluppo di nuove metodologie per la modellazione di dinamica di sistema assume un ruolo sempre più cruciale per le analisi dinamiche di rotori e, in generale, di sistemi complessi.

Avere delle procedure di riferimento che vengano via via validate e migliorate, infatti, permette di avere una visione sempre più completa di tutto il mondo fisico che governa la dinamica e, in particolare, la rotordinamica.

Uno degli scopi di questa tesi è proprio definire e sperimentare delle linee guida per ottenere dei modelli di sistema che siano sempre più versatili ed ottimizzati per

le analisi dinamiche di sistemi rotanti come le gearbox aeronautiche. Il perfezionamento di queste procedure consente di ottenere un'ottimizzazione non solo dei modelli in sè, ma soprattutto dei tempi e costi computazionali, sia di modellazione che di analisi.

Oltre alla modellazione, i tool di analisi dinamica svolgono un ruolo di primaria importanza sempre per ciò che concerne l'ottimizzazione di tempi e costi: i software commerciali presentano tutt'oggi delle limitazioni nel compiere delle analisi dinamiche di sistemi rotanti complessi in maniera accurata e soddisfacente.

L'unione di metodologie ottimizzate di modellazione di sistemi con lo sviluppo di tool di analisi dinamiche rappresenta sicuramente un passo fondamentale per ottenere modelli e risultati migliori.

Le modellazioni implementate in questa attività coinvolgono tecnologie CAD e FEM (capitoli 2 e 3); i tool di analisi dinamica verranno esaminati successivamente (capitolo 4). Per le modellazioni CAD e FEM, verranno utilizzati e riportati degli esempi di componenti e di sistemi come ausilio ad una comprensione più concreta e pratica delle metodologie analizzate.

## Capitolo 2

# Modellazione CAD

### 2.1 Generalità

La prima fase per la modellazione di sistema è la modellazione CAD, che implica dunque l'utilizzo di software CAD. Per software CAD (*Computed Aided Design*, ossia “progettazione assistita dell'elaboratore”) si intendono tutte quelle tecnologie informatiche volte a progettare, disegnare e supportare per via grafica dei modelli tridimensionali.

Per lo svolgimento di questa attività, è stato utilizzato il software NX 10, sviluppato da Siemens.

Per questa tesi e questa tipologia di modellazione, le geometrie CAD sono state l'input e il punto di partenza del lavoro: infatti, lo scopo di questa fase non è la creazione vera e propria di geometrie e modelli CAD di sistema, ma più semplicemente la loro manipolazione e modifica al fine di rendere più efficienti ed efficaci gli step successivi di modellazione.

A partire dalle geometrie CAD in input, questa prima fase di modellazione può essere suddivisa a sua volta in vari step:

1. Divisione in gruppi funzionali (*grouping*).
2. Identificazione di componenti che non necessitano della modellazione FEM; per ognuno di essi si effettua:
  - l'estrazione delle loro proprietà.
3. Identificazione di componenti da importare nella successiva modellazione FEM; per ognuno di essi si effettuano:
  - *defeaturing* (con eventuale trim delle *spline*);

- tagli in settori ciclosimmetrici.

Si può dunque analizzare nel dettaglio ognuna delle fasi sopraindicate.

## 2.2 Divisione in gruppi funzionali

La divisione in gruppi funzionali, o più semplicemente *grouping*, è un processo che consiste nell'unione di due o più pezzi, parti, o componenti di un sistema CAD tra loro e rappresenta il primo step preliminare quando si ha di fronte un modello CAD composto da un numero considerevole di elementi: col *grouping* si vanno infatti a raggruppare ed eventualmente unire i vari componenti in sotto-assiemi funzionali per una maggiore comodità di visualizzazione e gestione del lavoro successivo.

Questa fase può essere svolta sia su software CAD che su software FEM: in genere, viene svolta su CAD quando si vogliono raggruppare e unire i corpi dello stesso materiale, mentre viene svolta su FEM per pezzi composti da materiali differenti; eventualmente, si potrebbe svolgere su CAD anche per materiali diversi, ma poi bisognerebbe di nuovo separare manualmente i pezzi sul modello FEM, rendendo il tutto più sconsigliato.

Nei software CAD, generalmente, il comando principale per l'unione fisica di componenti è unico e consiste in una "saldatura" tra corpi diversi in un unico componente. In NX 10, ad esempio, il comando relativo è *Unite*: nel caso più semplice, si seleziona tale funzione e si vanno a scegliere i corpi che si desiderano unire.

In realtà, per modelli di sistema reali e dunque più complessi, non è sufficiente utilizzare soltanto questa tipologia di comando; è molto probabile, infatti, che le superfici dei corpi che si desiderano unire non combacino esattamente tra loro o non si intersechino proprio, ma possano essere leggermente separate o presentare contorni, spigoli o forme differenti: ad esempio, un angolo di un corpo può essere raccordato mentre quello del corpo adiacente (che si vuole unire al primo) può essere smussato. In casi come questo, tutt'altro che rari, è consigliabile innanzitutto raggruppare i corpi in modo che questi rientrino in gruppi funzionali, che consistono semplicemente in cartelle di lavoro che contengono un componente "globale": questo è utile soltanto per una maggiore comodità di visualizzazione e comprensione del lavoro successivo. Un altro esempio lampante e frequente è rappresentato dai cuscinetti, che sono in genere composti da numerosi corpi separati (quali ad esempio rollers, balls e gabbie): in casi come questo, risulta sempre utile selezionare tutti questi corpi e riunirli in un unico macro-gruppo funzionale (da rinominare coerentemente, sempre per comodità) in modo da potere gestire e considerare questo insieme di elementi come un unico corpo e poterci effettuare tutte le operazioni desiderate una sola volta.

Dopo aver fatto questa prima divisione, si va a visualizzare ogni singolo gruppo per fare *defeaturing* dei singoli *bodies* di cui è composto, in modo che le superfici

dei vari corpi possano finalmente combaciare o intersecarsi. Il *defeaturing*, che è una fase di lavoro che verrà analizzata e descritta in seguito, consiste sostanzialmente nella rimozione di caratteristiche geometriche di dettaglio ed è un processo che viaggia parallelamente al *grouping*: in una prima parte, infatti, si va a fare un *defeaturing* funzionale al *grouping* stesso, mentre in una seconda parte, lo si farà in funzione delle fasi successive, quali ad esempio il taglio del settore ciclosimmetrico o la mesh.

Solo una volta concluse le operazioni di *defeaturing* funzionale al *grouping* sulle varie parti sarà finalmente possibile andare ad unire i vari componenti in un singolo corpo.

### 2.2.1 Esempio di *grouping* e *defeaturing* funzionale

Per comprendere meglio quanto descritto in precedenza, si riporta qualche esempio pratico e visivo.

Si suppone di dover fare *grouping* di un sistema di ingranaggi e di aver raggruppato in un gruppo funzionale l'albero di input con la relativa pista cuscinetti, come rappresentato in figura 2.1:

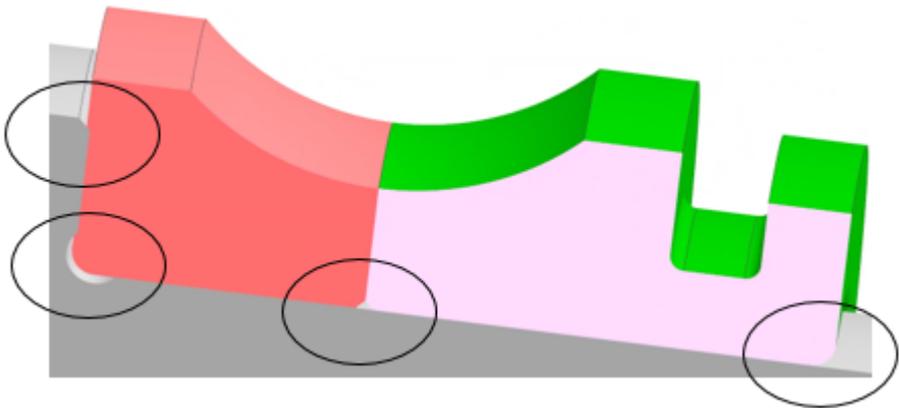


Figura 2.1. Esempio di albero con pista cuscinetti.

Come si può notare, l'albero (grigio), metà pista cuscinetti (rossa) e l'altra metà (verde) sono tre corpi distinti tra loro e, soprattutto, non coincidono perfettamente: in particolare, tutti gli spigoli in comune (cerchiati in nero) sono raccordati e smussati. È dunque necessaria un'operazione di *defeaturing* funzionale in modo da rendere gli spigoli e le superfici coincidenti in modo da poter procedere successivamente all'unione degli elementi.

Come si analizzerà in seguito nel capitolo dedicato, esistono vari metodi di *defeaturing*, tra cui l'eliminazione di facce, che per di più è il più comune in quanto permette in maniera semplice ed efficace l'eliminazione di caratteristiche geometriche (*features*) di dettaglio quali appunto smussi e raccordi.

Generalmente, i software CAD sono dotati di molteplici funzioni che permettono di cancellare *features* di dettaglio: in quest'esempio, utilizzando il comando di NX *Delete Face* sulle facce evidenziate in precedenza, si ottiene il risultato visibile in figura 2.2.

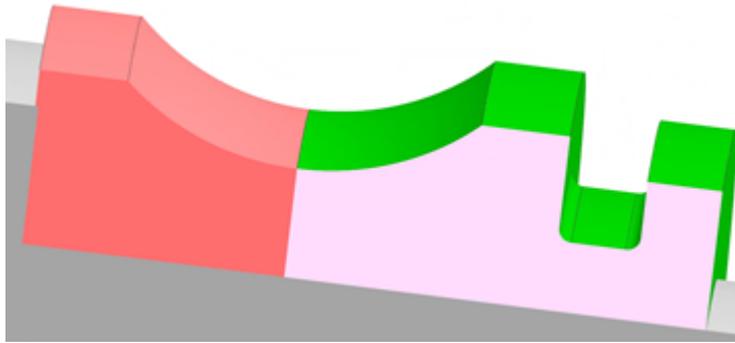


Figura 2.2. Eliminazione di smussi e raccordi.

Si può notare come le superfici siano diventate perfettamente adiacenti o addirittura intersecanti: si possono dunque unire i tre corpi tramite il comando d'unione dei corpi, ottenendo un unico componente, come rappresentato in figura 2.3:

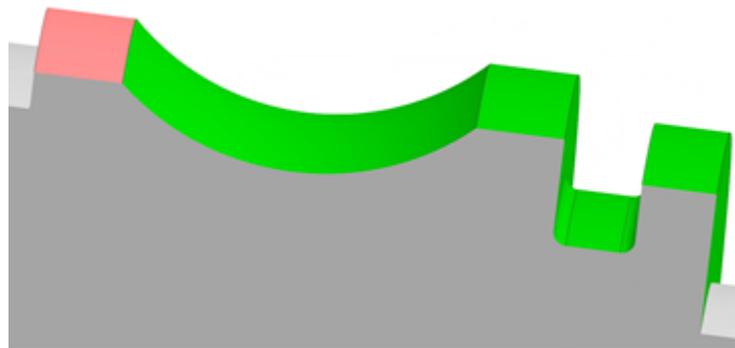


Figura 2.3. Saldatura di componenti.

In base a quanto visto, si possono dedurre due concetti fondamentali: l'unione tra i

corpi è stata possibile nonostante questi fossero intersecanti e non solo coincidenti; infatti, al fine di ottenere un'unione efficace, ciò che è strettamente necessario è solamente che fra i corpi da saldare non vi sia alcuno spazio (a meno che non si tratti di una *feature* voluta, che dunque non deve essere modificata), in quanto la presenza di cavità, fessure e spazi vuoti rischia innanzitutto di compromettere la stessa unione tra i corpi (dunque il software potrebbe non essere proprio in grado di eseguire il comando, segnalando un errore durante l'esecuzione), ma, soprattutto, potrebbe rappresentare un problema non di poco conto nella fase di mesh durante la successiva modellazione FEM. Di conseguenza, il fatto che due componenti siano intersecanti non rappresenta un aspetto negativo, tutt'altro: avere due corpi completamente intersecanti e compenetranti fra loro (ragionevolmente non di troppo) è sinonimo di garanzia che all'interno di essi non siano presenti spazi vuoti. Inoltre, unire due corpi o coincidenti o intersecanti non rappresenta nessuna differenza in termini di volume risultante dall'unione, in quanto quest'ultimo non sarà la somma totale dei volumi di tutti i corpi, ma il software CAD, se opportunamente settato, è automaticamente in grado di eliminare i volumi "doppi", ossia quelli intersecanti, senza influenzare dunque la densità risultante.

Il secondo aspetto da evidenziare è che, come si può osservare nelle ultime due immagini, tramite operazioni di *defeaturing* si sono andati a rimuovere i raccordi e gli smussi soltanto degli spigoli compresi tra i corpi adiacenti, ma non si sono andati a toccare i due raccordi superiori della pista cuscinetti di destra. Il motivo di ciò risiede in quanto già accennato in precedenza, ossia che, in questa prima fase, si sta eseguendo un *defeaturing* funzionale al *grouping*, mentre il *defeaturing* della pista cuscinetto (che non viene unita ad altri componenti) non risulta strettamente necessario in questa fase. Nulla vieta, tuttavia, di andare a far subito il *defeaturing* anche di quei due raccordi in questa prima fase in quanto, come si sottolineerà più volte, il *defeaturing* è un processo arbitrario che può essere svolto anche in tempi diversi.

Un altro esempio pratico di *defeaturing* funzionale al *grouping* ed all'unione di componenti è rappresentato in figura 2.4.

In casi come questo, come accennato in precedenza, sono presenti degli spazi vuoti che non permettono l'unione tra i corpi: in situazioni come questa è conveniente estrarre una delle due facce verso quella dell'elemento da unire in modo che queste due si intersechino e che si possa dunque procedere con l'unione, come in figura 2.5

Riassumendo, si può concludere che il *grouping* consiste essenzialmente in un raggruppamento concettuale e visivo di componenti di sistema propedeutico alle fasi successive: in un primo momento, si fa un raggruppamento di corpi in gruppi funzionali soltanto per comodità visiva, mentre in un secondo momento si va a fare *defeaturing* funzionale al *grouping* e la saldatura dei pezzi.

Occorre infine sottolineare che la saldatura è lo step finale e definitivo ed è da eseguire soltanto quando si è sicuri che i componenti in questione non dovranno

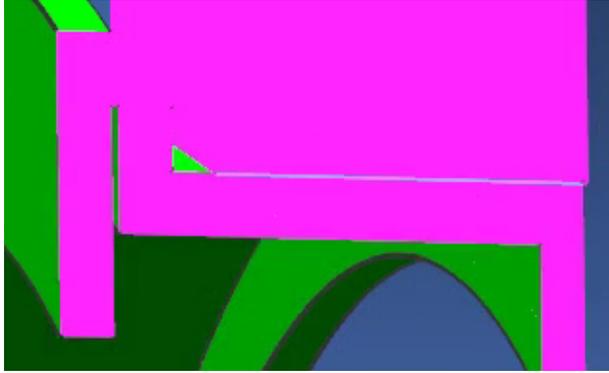


Figura 2.4. Fessure tra componenti.

Figura 2.5. Estrusione facce e *grouping*.

più essere modificati nelle operazioni successive; pertanto, se non si ha tale sicurezza, è consigliabile non unire ancora i vari componenti di cui ogni macro-gruppo è composto in quanto, prima di ciò, è raccomandabile effettuare, oltre alle operazioni di *defeaturing* funzionale descritte in precedenza, le varie fasi CAD successive che verranno descritte nei capitoli in seguito. Soltanto dopo aver concluso tutte le operazioni CAD (*defeaturing*, trim *spline* e soprattutto taglio di settori ciclosimmetrici), si può dunque proseguire con l'unione finale dei componenti per ottenere il settore finale che si desidera modellare nel software FEM. Di fatto, le fasi successive di lavoro verranno svolte su ogni singolo gruppo funzionale.

## 2.3 Identificazione di componenti per la modellazione FEM

Dopo aver concluso il lavoro di *grouping*, un'altra operazione preliminare della modellazione CAD consiste nell'identificazione dei componenti che possono non venire coinvolti nelle successive fasi CAD e di mesh: sostanzialmente, per alcuni componenti di un modello CAD, si possono estrarre soltanto le loro proprietà di massa ed inerzia condensando le parti come una massa puntiforme con proprietà d'inerzia equivalenti. Grazie a questa semplificazione, si evita la mesh di quei pezzi che risultano praticamente inutili dal punto di vista dinamico, migliorando tempi e costi computazionali delle operazioni successive.

I componenti che possono essere sottoposti a tale semplificazione sono quelli che possono essere considerati infinitamente rigidi. Data la vastità di possibilità di componenti sui modelli considerabili come tali, risulta difficile fornire una lista completa e dettagliata di tutti questi elementi, ma si può dare un'idea generale: tipicamente, i componenti che rispettano questi requisiti sono pin, bolt (bulloni), elementi volventi (ball e roller), gabbie cuscinetti e altro a seconda del modello in questione.

Per ognuno di questi componenti, vengono ricavate e riportate in forma tabulare le proprietà di massa ed inerzia equivalenti da esportare direttamente nel modello finale. Le tabelle contenenti tali proprietà equivalenti assumono una forma come quella in tabella 2.1.

Proprietà	Valore	Unità di misura
Massa	...	[kg]
$I_{XX}$	...	[kg*mm <sup>2</sup> ]
$I_{YY}$	...	[kg*mm <sup>2</sup> ]
$I_{ZZ}$	...	[kg*mm <sup>2</sup> ]
Ridotti rispetto al punto/nodo in cui verranno concentrati		

Tabella 2.1. Proprietà di massa ed inerzia equivalenti

Le proprietà puntuali sono riferite ad un asse o ad un sistema di coordinate e sono valutate rispetto ad un punto di riferimento: quest'ultimo deve essere il punto in cui verranno concentrate le masse, mentre il sistema di riferimento sarà quello del nodo associato. È importante sottolineare che le proprietà sono riferite al singolo componente, ad esempio un singolo pin o bolt. È raccomandabile, inoltre, orientare il sistema di riferimento in modo da avere gli assi coerenti con quanto descritto successivamente.

La figura 2.6 mostra come viene ridotto ad esempio un bolt nel suo centro con il relativo asse di riferimento.



Figura 2.6. Massa concentrata di un bolt.

Una volta identificate le proprietà necessarie per i vari componenti infinitamente rigidi (o assunti come tali), si può procedere alle fasi successive per tutti gli altri componenti del modello completo.

## 2.4 *Defeaturing*

### 2.4.1 Generalità

Il *defeaturing* rappresenta una fase di cruciale importanza nel passaggio tra modello CAD e FEM: infatti, per ogni componente di cui si voglia generare una buona mesh, questo passaggio risulta pressoché necessario. Esso consiste sostanzialmente nella rimozione di tutte quelle parti e caratteristiche geometriche (*features*) del modello CAD che risulterebbero superflue e/o inutili nella modellazione FEM e che comporterebbero soltanto un dispendio inutile in termini di tempo e costi computazionali dell'analisi. La ragione di quest'operazione risiede nel fatto fondamentale che, volendo fare analisi dinamica di sistema, tutto ciò che concerne stress e deformazioni locali è trascurato in quanto, semplicemente, non viene calcolato. In questa fase si vanno quindi a rimuovere e/o modificare raccordi, smussi, fori e, in generale, tutte quelle *features* di dettaglio che non influenzano significativamente il comportamento del componente in termini di massa, inerzia e rigidità.

Il *defeaturing* può essere svolto sia in fase preliminare, come visto in precedenza nel *grouping* e in generale prima del taglio della sezione, sia successivamente ad altre operazioni da svolgere sul CAD. In generale, è preferibile eseguire questa operazione prima di iniziare le altre fasi (quali ad esempio il taglio della sezione e la separazione dei denti); nulla vieta di effettuare qualche ultima operazione di *defeaturing* anche dopo aver tagliato la sezione, separato i denti e rimosso la *spline*. In via preliminare, insieme alle operazioni di *defeaturing*, prima del taglio del settore ciclosimmetrico, si effettua in genere la rimozione della *spline*.

In questa sezione riguardante il *defeaturing* verrà inoltre analizzato nel dettaglio:

- Quanto volume sottrarre/aggiungere: verranno definite 3 “regioni” di possibilità di *defeaturing* in base alla differenza volumetrica relativa percentuale; queste possibilità sono arbitrarie e servono come linea guida generale in quanto non esistono regole precise ed oggettive per il *defeaturing*. Inoltre, verrà definita una regola finale generale dove si impone che la somma delle differenze volumetriche non deve essere superiore a  $\sim 2-3\%$ .
- Dove sottrarre/aggiungere volume: si vedrà che è consigliabile evitare di agire sulle zone molto interessate ad analisi dinamica, con raggi elevati, ingranaggi e pareti sottili. Invece, si può in genere procedere nelle zone attorno all'albero, con raggi piccoli, pareti spesse, *features* molto piccole e smussature dei denti.
- Come fare *defeaturing*: alla fine di tutte le operazioni CAD si vuole ottenere un settore che contenga sezioni assialsimmetriche e ciclosimmetriche. Le parti che rispettano queste simmetrie sono più semplici da trattare, mentre quelle che non lo fanno vanno analizzate diversamente. Infatti, per le *features* simmetriche (quali ad esempio fori, raccordi e smussi, alette eventuali, denti e *spline*) si utilizzano sovente semplici comandi di rimozione di faccia, mentre per quelle che non rispettano tali simmetrie non esistono regole precise: in generale, si effettuano delle modifiche affinché la sezione finale risulti assialsimmetrica.

## 2.4.2 Rimozione della *spline*

La *spline* è un profilo scanalato posto all'interno od all'esterno di un albero: essa è composta da numerosi denti, pertanto la sua rimozione semplifica notevolmente i passaggi successivi. Il motivo per il quale la *spline* possa essere rimossa mentre le altre dentature no risiede nel fatto che questa è considerabile come infinitamente rigida, a differenza delle dentature che hanno caratteristiche di rigidità ed inerzia differenti.

Il taglio (trim) della *spline* segue una procedura particolare e generalmente standard. Si prende come esempio una *spline* interna ad un albero.

Il primo passo consiste nell'identificazione del *pitch radius*, ossia il raggio che definisce la circonferenza primitiva (la circonferenza primitiva è quella lungo cui avviene il contatto della coppia): esso viene definito in fase progettuale e quindi è fornito da disegno. Tracciando una linea in corrispondenza del *pitch radius* lungo un dente, si ottiene la situazione rappresentata in figura 2.7.

Tale linea deve essere estesa in modo che ricopra grossomodo tutta la lunghezza della *spline*, quindi si procede con la sua rotazione di  $360^\circ$  attorno all'asse di simmetria del componente. In questo modo si ottiene una superficie cilindrica che avvolge tutta la *spline* (figura 2.8).

A questo punto, è possibile tagliare la *spline* tramite un comando di taglio corpi, di

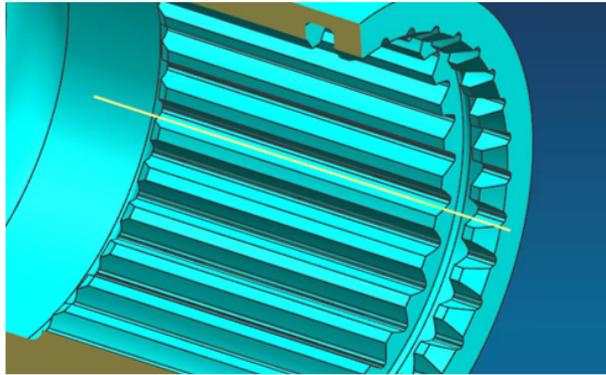


Figura 2.7. *Pitch radius su spline.*

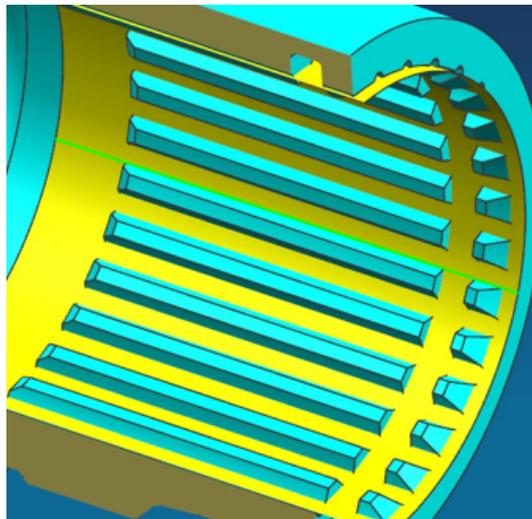


Figura 2.8. *Superficie cilindrica su spline.*

cui ogni software CAD è dotato, selezionando il componente come corpo da tagliare e la superficie appena creata come superficie lungo cui applicare il taglio. Infine, dato che al di sotto della superficie sono presenti degli spazi vuoti tra i vari denti della *spline*, si devono riempire tali vani: per fare ciò, basta eliminare le facce degli spazi che si suppone saranno contenuti nella sezione che verrà tagliata successivamente (figura 2.9); in questo modo, non si perderà tempo a riempire tutti gli spazi tra i denti di tutta quanta la *spline*, ma basterà andare ad eliminare le

facce di soltanto 3-4 vani. È da notare che questo è utile soltanto per una questione di risparmio di tempo, ma se la *spline* non dovesse contenere un numero di denti proibitivo, è consigliabile riempire manualmente comunque tutti i vani in modo da essere sicuri che, qualsiasi sezione si vada a tagliare in seguito, la *spline* sarà comunque tagliata regolarmente.

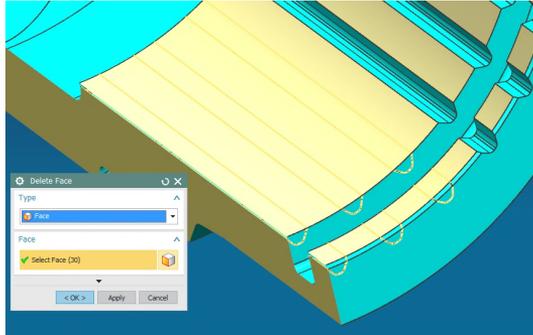


Figura 2.9. Superficie cilindrica su *spline*.

Se non si volessero riempire tutti i vani, il successivo taglio della sezione ciclosimmetrica dovrà dunque avvenire almeno sulla parte che è stata riempita; qualora la sezione tagliata comprenda altri spazi vuoti tra i denti della *spline*, si dovrà agire analogamente a quanto fatto in precedenza, ma semplicemente sulla sezione già tagliata.

### 2.4.3 Regole generali di *defeaturing* ed esempi

Il *defeaturing* è generalmente un processo quasi soggettivo, o meglio, non esistono regole rigide e predefinite che impongano ad esempio l'eliminazione di una faccia o di un raccordo.

Quello che si può fare è dare un'idea generale di come potersi approcciare a questa procedura (molto importante per semplificare le fasi successive) tramite alcune linee guida e qualche esempio pratico. Si proverà anche a definire qualche criterio più oggettivo che possa guidare l'utente ad effettuare *defeaturing* più rigorosi e precisi.

In via preliminare, è utile sottolineare il fatto che si vuole effettuare *defeaturing* soltanto alle parti che poi si andranno a tagliare e sezionare per portare in seguito all'analisi FEM: se, ad esempio, si sta modellando un componente con 60 fori ciclosimmetrici, non avrà senso lavorare su tutti e 60 i fori, ma lo si farà soltanto per quel foro (o eventualmente quei fori) che farà parte della sezione che poi si esporterà nell'analisi FEM.

Il *defeaturing* si effettua in genere per:

- Fori
- Raccordi e smussi (facce)
- Denti e *spline*
- Alette (eventualmente)

Il principio di base che si deve seguire durante questo processo è che si vuole sempre mantenere, o comunque non alterare, la massa, l'inerzia e la rigidezza complessive della struttura, in quanto queste proprietà rappresentano i tre fattori fondamentali per l'analisi FEM.

Si analizzano dunque le *features* sopracitate per poter visualizzare qualche esempio pratico. Per alcuni esempi, si andrà ad analizzare la quantità di volume sottratta in seguito al *defeaturing* per poi stabilire qualche criterio oggettivo in termini di differenza percentuale volumetrica.

### Fori

Come precedentemente accennato, si vuole far *defeaturing* solo al foro (o fori) contenuto nella sezione del componente che si taglierà: va ricordato dunque che, quando si andrà a sezionare il componente, si dovrà tagliare quel foro in corrispondenza della sua metà. È da sottolineare, inoltre, che si sta facendo *defeaturing* al foro, ma non lo si sta tappando (come si vedrà in un esempio in seguito), ma soltanto privando di raccordi, di cui tipicamente sono composti.

Vedendo il foro in sezione, il processo è rappresentato nelle tre fasi (*pre-defeaturing*, *defeaturing* e *post-defeaturing*) in figura 2.10.

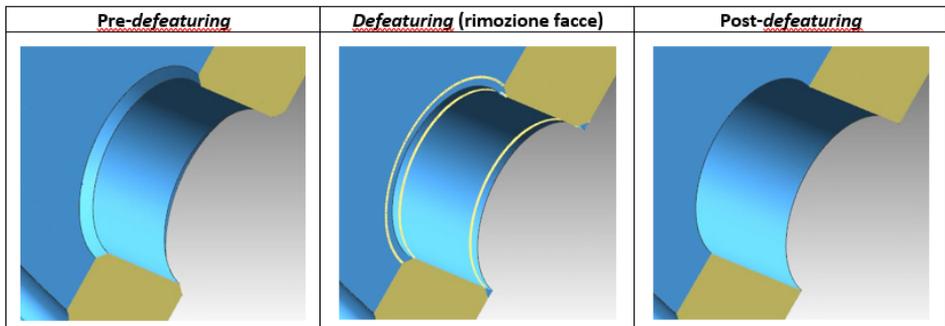


Figura 2.10. *Defeaturing* di un foro.

## Raccordi e smussi

In casi come questi, è utile andare ad analizzare la differenza tra il volume iniziale del componente e quello ottenuto dopo la rimozione della faccia o delle facce per quantificare la conseguente variazione volumetrica e dunque comprendere se sia opportuno o meno procedere col *defeaturing*.

Si riportano in seguito alcuni esempi.

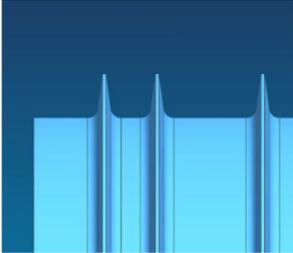
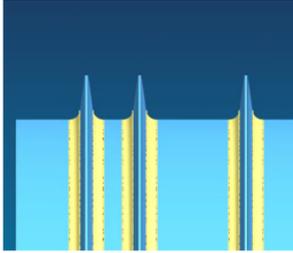
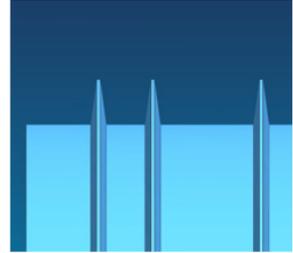
<u>Pre-defeaturing</u>	<u>Defeaturing (rimozione facce)</u>	<u>Post-defeaturing</u>
		
<b>Volume iniziale [mm<sup>3</sup>]</b>	<b>Volume finale [mm<sup>3</sup>]</b>	<b>Differenza relativa percentuale</b>
2874284	2872731	+0,054%

Figura 2.11. *Defeaturing* di raccordi.

In figura 2.11, si nota come la differenza relativa percentuale abbia un valore assoluto pressoché nullo, infatti sono state rimosse delle superfici molto piccole rispetto al corpo totale.

Per *differenza (o variazione) volumetrica relativa percentuale* si intende la variazione di volume tra il componente *pre-defeaturing* e *post-defeaturing* rapportata al volume iniziale ed espressa in percentuale per comprenderne l'entità; in particolare, essa si può esprimere come:

$$\Delta_{vol\%} = \frac{vol_{in} - vol_{fin}}{vol_{in}} \cdot 100$$

dove  $vol_{in}$  è il volume iniziale del componente (negli esempi riportati pari a 2874284 mm<sup>3</sup>) e  $vol_{fin}$  quello finale ottenuto in seguito al *defeaturing*.

In base a ciò, si può comprendere facilmente che il segno positivo (come nel caso soprastante) implica una rimozione di materiale, viceversa un segno negativo comporta un'aggiunta di materiale.

Anche nel caso riportato in figura 2.12, la differenza è pressoché nulla, dunque tale modifica è concessa.

Si analizzano altri esempi simili, riportati nelle figure 2.13 e 2.14.

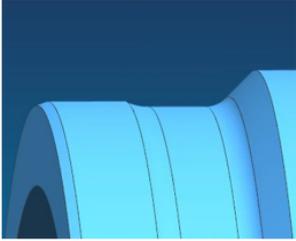
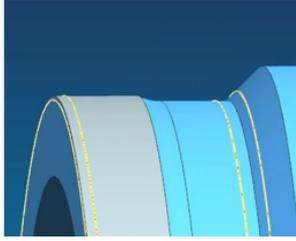
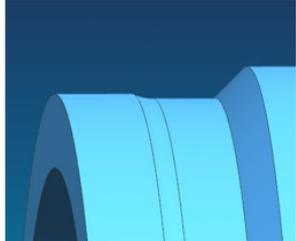
<u>Pre-defeaturing</u>	<u>Defeaturing (rimozione facce)</u>	<u>Post-defeaturing</u>
		
<b>Volume iniziale [mm<sup>3</sup>]</b>	<b>Volume finale [mm<sup>3</sup>]</b>	<b>Differenza relativa percentuale</b>
2874284	2874277	+0,00026%

Figura 2.12. *Defeaturing* di raccordi e smussi (1).

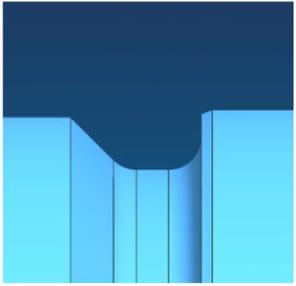
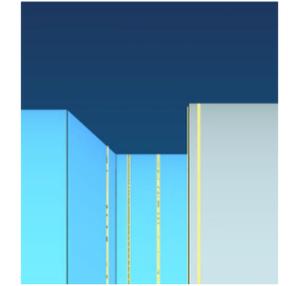
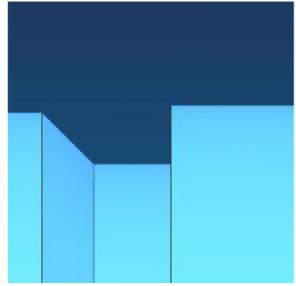
<u>Pre-defeaturing</u>	<u>Defeaturing (rimozione facce)</u>	<u>Post-defeaturing</u>
		
<b>Volume iniziale [mm<sup>3</sup>]</b>	<b>Volume finale [mm<sup>3</sup>]</b>	<b>Differenza relativa percentuale</b>
2874284	2873030	+0,044%

Figura 2.13. *Defeaturing* di raccordi e smussi (2).

Si prova ora ad eseguire un *defeaturing* più "consistente", dunque rimuovendo un raggio di raccordo maggiore, come riportato in figura 2.15.

Quest'ultimo caso rappresenta una situazione quasi limite, seppur comunque abbastanza accettabile, in quanto il volume sottratto comincia a diventare considerevole: infatti, la differenza relativa percentuale è leggermente superiore all'1%.

In base alle considerazioni fatte con gli esempi visti, si può dunque fornire una linea guida più oggettiva per identificare 3 "regioni" di possibilità di *defeaturing*:

1. Se la differenza volumetrica relativa percentuale è  $\leq 1\%$ , è possibile procedere col *defeaturing*.

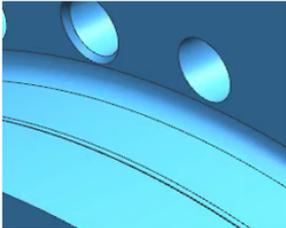
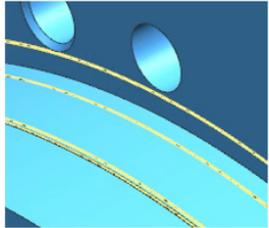
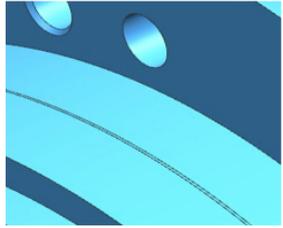
<u>Pre-defeaturing</u>	<u>Defeaturing (rimozione facce)</u>	<u>Post-defeaturing</u>
		
<b>Volume iniziale [mm<sup>3</sup>]</b>	<b>Volume finale [mm<sup>3</sup>]</b>	<b>Differenza relativa percentuale</b>
2874284	2872957	+0,046%

Figura 2.14. *Defeaturing* di raccordi e smussi (3).

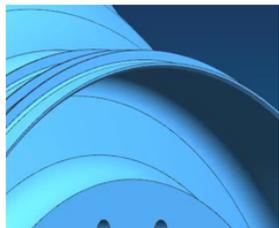
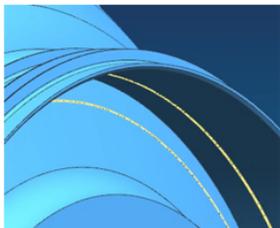
<u>Pre-defeaturing</u>	<u>Defeaturing (rimozione facce)</u>	<u>Post-defeaturing</u>
		
<b>Volume iniziale [mm<sup>3</sup>]</b>	<b>Volume finale [mm<sup>3</sup>]</b>	<b>Differenza relativa percentuale</b>
2874284	2842563	+1,1%

Figura 2.15. *Defeaturing* di raggio di raccordo maggiore.

- Se la differenza volumetrica relativa percentuale è compresa tra 1% e ~ 2-3%, il *defeaturing* potrebbe essere possibile, ma va prestata più attenzione alla situazione ed ai parametri in gioco (vedi capitolo successivo).
- Se la differenza volumetrica relativa percentuale è > 3%, si raccomanda di evitare il *defeaturing*.

Si noti che si tratta di percentuali basate essenzialmente su esperienze aziendali: non si possono fornire delle percentuali precise e rigorose perché si tratta di operazioni arbitrarie che variano da caso a caso. **NB:** per somma delle differenze volumetriche non si intende la differenza totale dei volumi. Ovvero, non si deve tener conto della differenza tra volume iniziale e quello finale (ossia dopo tutte le *defeaturing* svolte) del componente, ma la somma dei valori assoluti di ogni differenza

percentuale: questo perché le operazioni di *defeaturing* vanno sia a sottrarre che ad aggiungere materiale, quindi paradossalmente si potrebbe ottenere una differenza totale di volume pari a 0% dopo aver fatto una serie di differenze percentuali la cui somma potrebbe essere anche del 5-10%. La ragione di questo risiede sempre nel fatto che non si vuole alterare né la massa né l'inerzia e rigidità dei componenti.

### Alette

Si riporta l'esempio di un'altra *feature* che potrebbe essere rimossa dal momento che non avrebbe alcuna influenza sostanziale sul componente in termini di masse ed inerzia, come in figura 2.16 dove si sono rimosse tre alette.

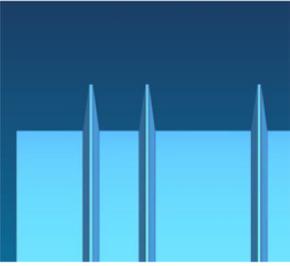
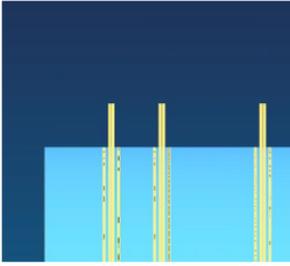
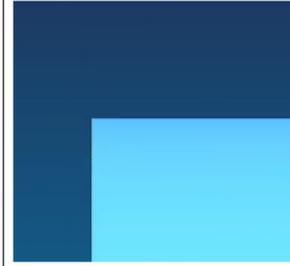
<u>Pre-defeaturing</u>	<u>Defeaturing (rimozione facce)</u>	<u>Post-defeaturing</u>
		
<b>Volume iniziale [mm<sup>3</sup>]</b>	<b>Volume finale [mm<sup>3</sup>]</b>	<b>Differenza relativa percentuale</b>
2872731	2854380	0,64%

Figura 2.16. *Defeaturing* di alette.

Come si nota, la differenza relativa percentuale è inferiore all'unità, pertanto l'eliminazione di queste superfici è consentita.

Inoltre, sommando i valori assoluti di ogni differenza relativa ottenuta in seguito a tutte le *defeaturing* viste in precedenza, si ottiene un valore inferiore al 2%, pertanto, se le zone interessate da queste operazioni non sono influenti dal punto di vista dinamico (successivamente si analizza nel particolare cosa è più oppure meno influente), in base alle regole sopraelencate, ne consegue che il *defeaturing* è possibile.

#### 2.4.4 *Defeaturing* su ingranaggi

Il *defeaturing* non dipende soltanto da quanto volume si sottrae: come accennato precedentemente, è un'operazione soggettiva e, soprattutto, dipende da molti altri fattori, quali in primis la geometria del componente e la simulazione che interessa fare in seguito. In parole povere, non è detto che se la variazione volumetrica

relativa percentuale è inferiore all'1% allora è sempre consentito procedere col *de-featuring*: infatti, nella precedente identificazione delle 3 regioni di *de-featuring*, si parla sempre di possibilità e mai di certezze. Difatti, possono sussistere alcuni casi dove, anche se la variazione volumetrica è piccola, è meglio evitare o non è proprio consentito il *de-featuring*.

Sostanzialmente, il concetto fondamentale da capire è dove è possibile e non lo è il *de-featuring*. Generalmente, è bene toccare il meno possibile (o non modificare proprio) le zone e le parti più interessate alle simulazioni delle fasi successive: in particolare, tutte le zone che sono maggiormente soggette a deformazioni, che hanno un raggio elevato, che sono vicine a parete sottile o che coinvolgono ingranaggi complessi sono da lasciare il più possibile come sono; invece, le zone ad esempio lungo l'albero (dove si ha poca deformazione, poco interesse di analisi dinamica e raggi relativamente piccoli) oppure i fori per il passaggio dell'olio sono più facilmente soggette a *de-featuring*.

È dunque facilmente comprensibile come ogni componente rappresenti una situazione a sé stante, quindi, soprattutto le prime volte, nonostante sembri un'operazione semplice da svolgere, è consigliabile procedere affiancati e guidati da chi possiede già una buona esperienza nel campo dell'analisi dinamica ed in particolare nel *de-featuring*.

In base a quanto visto, si può dunque concludere che le *features* viste in precedenza possono essere rimosse soltanto se non ricadono nelle aree sopracitate, ossia parti a raggi elevati rispetto all'asse di rotazione e pareti sottili, quali ad esempio cartelle di dentature. I *de-featuring* in corrispondenza degli alberi, invece, sono generalmente ammessi.

Si analizza qualche ulteriore esempio più particolare.

### **Fori per passaggio olio**

I fori per il passaggio dell'olio rappresentano una caratteristica del tutto inutile ai fini dell'analisi dinamica, perciò non solo è ammesso il loro *de-featuring*, ma è quasi sempre consigliato, in quanto mantenerli rappresenterebbe una complicazione non di poco conto nella generazione della mesh. Quel che si va a fare è dunque tappare il foro, come illustrato in figura 2.17.

Si noti come, data la cospicua presenza di raggi di raccordo e smussi, sia ulteriormente possibile semplificare la geometria anche dopo aver tappato il foro, ottenendo la situazione rappresentata in figura 2.18

Le linee blu rappresentano la sezione pre-*de-featuring*: è evidente che si è passati da una situazione che poteva presentare numerosi ostacoli per la modellazione FEM ad una superficie molto più semplice da modellare. Inoltre, la condizione è stata sì stravolta, ma a livello microscopico, infatti la differenza relativa tra i volumi risulta di nuovo bassissima: soltanto -0,06%.

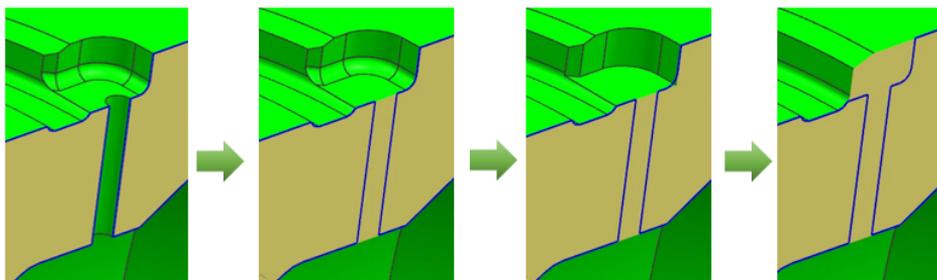


Figura 2.17. *Defeaturing* di fori per passaggio olio (riempimento).

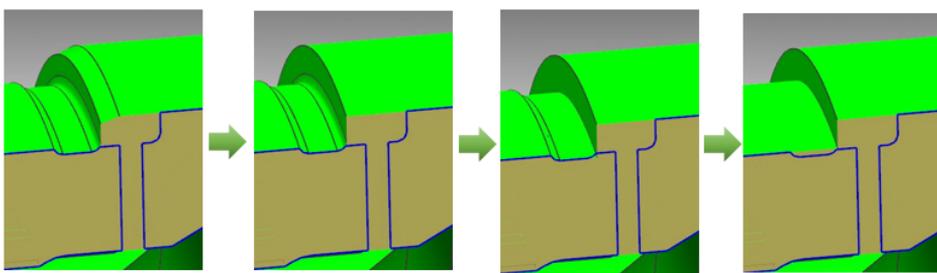


Figura 2.18. *Defeaturing* di raccordi e smussi attorno al foro.

## Denti

Fare consistenti *defeaturing* su dentature è in genere sconsigliato, ma ciò non vuol dire che non sia possibile effettuare nessuna modifica, infatti è molto importante anche il *defeaturing* dei denti per ciò che concerne piccolissime *features* quali le smussature di cui sono sovente caratterizzati: a meno che non si tratti di smussature volute e macroscopiche (abbastanza raro), è conveniente che queste vadano eliminate in modo da rendere la parete diritta (figura 2.19) e dunque più facile da modellare nel FEM. Bisogna sottolineare, inoltre, che è sufficiente che il *defeaturing* può esser fatto anche solo sul dente che poi si andrà a prendere come riferimento per il taglio della sezione, sennò si può effettuare anche dopo il taglio stesso del settore.

Talvolta, invece, a causa della particolare geometria di alcuni denti, non è possibile eliminare soltanto la faccia corrispondente alla smussatura per rendere la parete frontale diritta, ma occorre utilizzare una modalità diversa: occorre estrarre lo spigolo esterno del dente verso la stessa direzione della superficie a cui i denti sono attaccati, come in figura 2.20.

Si va poi ad allargare leggermente la superficie, ma non troppo perché la il piano

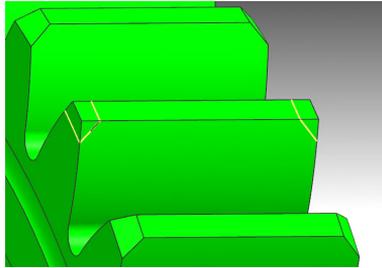


Figura 2.19. *Defeaturing* di un dente.

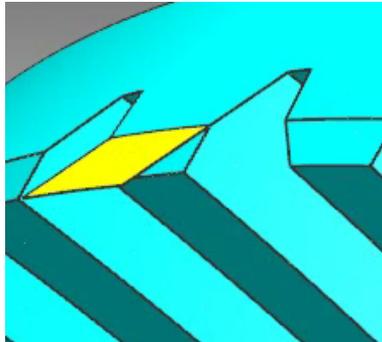


Figura 2.20. *Defeaturing* di un dente: estrusione spigolo.

esteso non deve andare a toccare i denti adiacenti (fig 2.21)

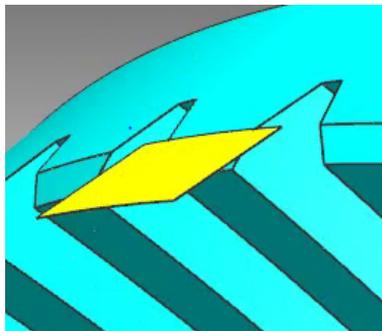


Figura 2.21. *Defeaturing* di un dente: estensione di superficie estrusa.

Si può ora estrarre la faccia esterna del dente verso l'esterno in modo che questa

intersechi e attraversi la superficie appena creata, come in figura 2.22

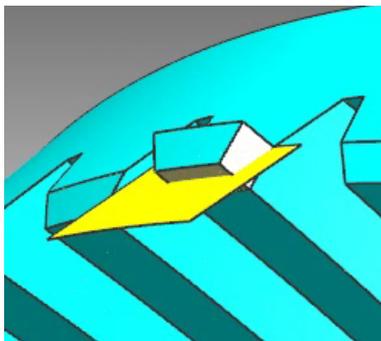


Figura 2.22. *Defeaturing* di un dente: estrusione dente.

Tagliando la parte di dente in eccesso, nascondendo la superficie estrusa ed uniformando tutte le piccole superfici generate sul dente, si ottiene finalmente il risultato desiderato, visibile in figura 2.23.

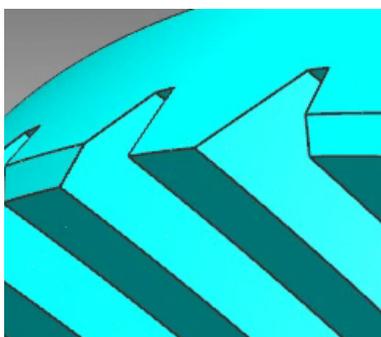


Figura 2.23. *Defeaturing* completo di un dente.

Si noti infine che questa operazione di *defeaturing* è stata applicata soltanto su un singolo dente (infatti i denti adiacenti presentano sempre le smussature), pertanto è necessario che il taglio del settore avvenga nella parte di componente che comprende il dente *defeated*, altrimenti occorre ripetere nuovamente l'operazione.

### ***Defeaturing* di zone non assialsimmetriche**

In generale, la regola di base da seguire è che, alla fine di tutte le operazioni di *defeaturing*, rimozione *spline* e taglio del componente, si vuole ottenere un settore

che contenga sezioni assialsimmetriche e ciclosimmetriche; di conseguenza, è necessario che le zone del componente che non rispettano queste simmetrie vengano modificate in modo opportuno al fine di renderle assialsimmetriche.

Si analizza come esempio una *feature* non assialsimmetrica all'interno di un albero (figura 2.24), il cui *defeaturing*, in base a quanto analizzato in precedenza, non presenta dunque grosse controindicazioni data la bassa importanza dal punto di vista dinamico.

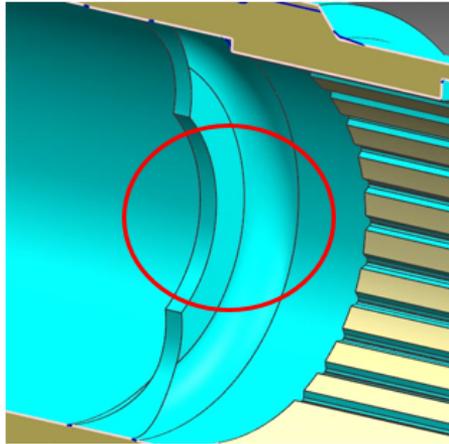


Figura 2.24. *Feature* non assialsimmetrica.

Il *defeaturing* di parti come questa è conveniente che vada fatto dopo il taglio della sezione, quindi occorre innanzitutto tagliare il componente sottoposto già al primo *defeaturing* (come le operazioni viste precedentemente): in particolare, si va dunque a tagliare la sezione in modo tale che questa contenga la *feature* non assialsimmetrica al suo spessore massimo, ossia nella parte cerchiata in rosso in figura 2.24.

Non si riportano tutti i passaggi per tagliare il componente, il quanto le tecniche di taglio sono riportate nel capitolo successivo: basta semplicemente tagliare il componente in modo da ottenere un settore che comprenda la parte evidenziata in rosso. Ciò che si ottiene è rappresentato in figura 2.25, dove viene fatto uno zoom sulla parte di sezione interessata.

La protuberanza cerchiata in rosso è proprio la *feature* al suo spessore massimo (*inner diameter* massimo). Ciò che occorre fare è tagliare questa protuberanza in modo da ottenere poi la circonferenza equivalente una volta che si effettua il *revolve* (rotazione) della sezione su  $360^\circ$ . In parole povere, si vuole fare in modo che, una volta tagliata la *feature*, se questa viene fatta di nuovo ruotare su tutto l'albero

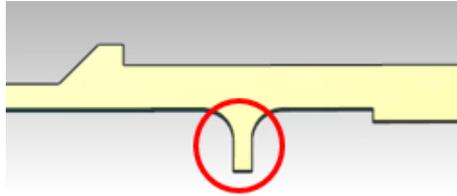


Figura 2.25. Sezione della *feature* allo spessore massimo.

attorno all'asse di rotazione dello stesso, essa diventerà una semplice corona circolare avente la stessa massa e volume della *feature* iniziale non assialsimmetrica: per capire a quale profondità andare a tagliare tale protuberanza, bisogna procedere per tentativi fino a che il volume della sezione moltiplicato per il numero di denti totale (quindi ruotato su  $360^\circ$ ), cioè 50 in questo caso, diventa uguale (o simile) al volume del componente iniziale, ossia del pezzo con la *feature* iniziale non assialsimmetrica.

Impostando un *Offset in Face* (ossia uno spostamento della faccia esterna verso l'interno, con conseguente rientranza della protuberanza) di 4 mm, si ottiene un risultato più che soddisfacente, come si può comprendere dalla tabella 2.2 (dove i valori riportati sono espressi in  $\text{mm}^3$  e *Vol sez x 50* indica il volume della sezione ottenuta moltiplicato per il numero di denti, ossia 50).

Volume	Valore	Vol sez x 50	Differenza con volume totale del componente
Componente <i>defeatured</i> con <i>spline</i> trimmata	605965	/	/
Sezione tagliata allo spessore massimo → <i>offset</i> nullo	12149	607455	-1490
Sezione tagliata con <i>offset</i> di 2 mm sulla <i>feature</i>	12135	606744	-779
Sezione tagliata con <i>offset</i> di 3 mm sulla <i>feature</i>	12127	606359	-394
Sezione tagliata con <i>offset</i> di 4 mm sulla <i>feature</i>	12119	605956	9

Tabella 2.2. Confronto volumi con vari *offset* di faccia

La tabella 2.2 mostra i valori dei volumi al variare dell'*offset* impostato per il trim della *feature*: come si può comprendere, se non si imposta nessun *offset* (sostanzialmente si lascia la protuberanza allo spessore massimo), se si fa ruotare la sezione su 360° (facendola quindi ruotare 50 volte attorno all'asse di rotazione del componente, in quanto ci sono 50 denti: da qui, ecco perché si moltiplica il volume della sezione per 50) si ottiene ovviamente un volume più elevato di quello corretto iniziale. È da sottolineare il fatto che si è voluto momentaneamente nascondere il *defeaturing* sulle pareti del dente, lasciandolo quindi come preimpostato: questo perché, se si avesse il dente con spigoli diritti (quindi sottoposto a *defeaturing*) e se si ruotasse la sezione, si otterrebbe un componente con tutti i denti diritti, e questo comporterebbe un errore volumetrico non trascurabile rispetto al componente iniziale, che non aveva i denti retti ma tutti smussati.

Man mano che l'*offset* cresce, il volume risultante decresce così come la sua differenza con quello iniziale, fino ad arrivare ad una discrepanza di soltanto 9 mm<sup>3</sup> tramite un *offset* di 4 mm, indicando il fatto che, in questo modo, i due volumi finalmente sono pressoché coincidenti. Se si fa ruotare quindi la sezione su 360°, si ottiene una situazione analoga a quella iniziale dal punto di vista di massa, inerzia e rigidità, ma si è semplificata notevolmente la geometria, rendendo più efficiente e veloce la successiva modellazione FEM.

## 2.5 Identificazione di ciclosimmetrie e taglio del settore

### 2.5.1 Generalità

In questa parte si focalizzerà l'attenzione sostanzialmente sui 3 punti successivi al *defeaturing* ed il trim della *spline*, ossia l'identificazione di simmetrie, il taglio di settori ed eventualmente l'ulteriore *defeaturing*. Questa fase è di fondamentale importanza in quanto la mesh (fase successiva) si farà proprio sul settore in output di questo processo che sarà costituito da parti assialsimmetriche (di transizione) e ciclosimmetriche: se il lavoro è ben fatto, questo consente di semplificare notevolmente costi e tempi ed ottenere risultati più che soddisfacenti.

Prima di tagliare il componente, è necessario aver identificato le parti ciclosimmetriche ed assialsimmetriche. Per comprendere bene questa parte, è utile distinguere ciò che è assialsimmetrico e ciclosimmetrico:

- un componente è assialsimmetrico quando la rotazione attorno all'asse di simmetria di una qualsiasi sua sezione di 360° coincide con il componente stesso;

- un componente è ciclosimmetrico quando la ripetizione circolare attorno all'asse di simmetria di una sua sezione di una precisa ampiezza angolare (detta “settore”) coincide con il componente stesso.

In generale, le parti ciclosimmetriche sono i denti e i fori, che infatti si ripetono attorno all'asse di simmetria con un intervallo solitamente costante. Nel momento in cui sono presenti più *features* ciclosimmetricamente diverse sullo stesso componente (ad esempio due dentature o due forature differenti), saranno necessarie anche delle zone assialsimmetriche di transizione (come ad esempio la cartella di una ruota dentata).

Una volta identificate le varie simmetrie, è possibile finalmente tagliare il componente in modo da ottenere la sezione finale che verrà poi inviata alla modellazione FEM.

Dopo aver effettuato tutti i vari passaggi, si può eventualmente far ulteriore *de-featuring*: è consigliabile, infatti, ricordarsi il *defeaturing* dei denti “rimasti” in quanto è probabile che non sia stato fatto in precedenza, o meglio, probabilmente è stato fatto ma non sui denti compresi nel settore finale tagliato.

Come già visto e detto più volte, il *defeaturing* è un'operazione arbitraria e si può scegliere come/quando farlo.

Infine, se il componente è composto da più corpi, si raccomanda di unirli al fine di ottenere un unico corpo da inviare al FEM.

## 2.5.2 Esempio 1: ingranaggio a doppia dentatura

### Identificazione delle ciclosimmetrie

Si analizza un ingranaggio composto da due dentature con numero di denti differenti, come mostrato in figura 2.26

Come si può notare, le ciclosimmetrie (evidenziate in giallo) sono date dalla presenza dei denti: ciò che è importante sottolineare è che le due dentature hanno ciclosimmetrie differenti in quanto sono composte da un numero di denti diverso, infatti una ruota dentata (quella piccola) è composta da 39 denti, mentre l'altra (più grande) da 84 denti. La parte restante (in verde), che sostanzialmente è tutto ciò che non è dentatura (quindi albero, cartelle, sottodenti, ecc.), è invece assialsimmetrica dal momento che anche la *spline* interna all'albero è stata totalmente rimossa. Se quest'ultima fosse stata rimossa soltanto in parte, si sarebbe dovuto tagliare il componente in prossimità della *spline* trimmata, in modo da considerare il tutto assialsimmetrico. In questo modo, invece, si è liberi di agire dove si vuole. Riassumendo, si ha una dentatura ciclosimmetrica con 39 denti, un'altra con 84 denti e tutto il resto assialsimmetrico.

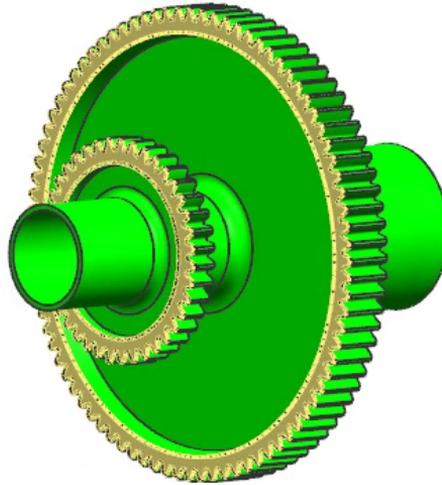


Figura 2.26. Ciclosimmetria con dentature differenti.

### Taglio del settore

Una volta identificate le varie simmetrie, è possibile finalmente andare a tagliare il componente in modo da ottenere la sezione finale che verrà poi esportata nella modellazione FEM.

Per ingranaggi di questo tipo, la procedura è standard e piuttosto semplice, in quanto consiste nella generazione di tre piani (o superfici) di taglio inclinati tra loro in funzione del numero e delle caratteristiche delle ciclosimmetrie presenti. In particolare, si generano tre piani:

1. Un piano che taglia a metà il componente, quindi coincidente col suo piano di simmetria. Questo piano va creato in modo che il taglio avvenga esattamente a metà di un fondo dente. In questo caso, il modello è posizionato in modo che questo avvenga automaticamente, ma se così non fosse, sarebbe necessario creare un punto che cada a metà del fondo dente (ad esempio creando tre curve parametriche sul vano dente e prendendo un punto sulla curva centrale) e far passare il piano per l'asse di simmetria e tale punto. Inoltre, se le due ruote non hanno almeno un fondo dente con la mezzeria in comune, serviranno due piani differenti; nel caso che si sta analizzando, il piano ricade automaticamente sulle due mezzerie, quindi basta creare un solo piano.
2. Un piano inclinato rispetto al primo dell'ampiezza angolare del dente della ruota dentata piccola, quindi di un angolo pari a  $(360/39)^\circ$ , in quanto la

ruota piccola è composta da 39 denti.

3. Un piano inclinato rispetto al primo dell'ampiezza angolare del dente della ruota dentata grande: le caratteristiche del piano sono identiche al precedente ad eccezione dell'angolo di rotazione che ovviamente deve essere diverso, ossia  $(360/84)^\circ$ .

I tre piani ruotati sono riportati in vista frontale in figura 2.27.

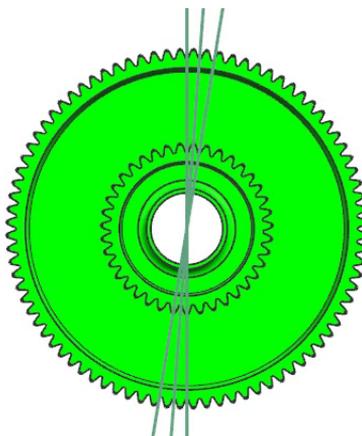


Figura 2.27. Piani inclinati in funzione delle dentature.

Si può finalmente procedere coi primi tagli del componente: si effettua innanzitutto il taglio rispetto al piano creato per primo (ossia il piano di mezzeria), quindi si divide in due la sezione.

Si può effettuare subito anche il secondo taglio rispetto al piano che ha un angolo più grande col primo piano (quindi il terzo): questo perché si va a tagliare il componente in base alla ciclosimmetria della ruota più piccola, e quindi del dente più grande. Il primo risultato è visibile in figura 2.28.

Il taglio relativo alla ciclosimmetria più grande è stato fatto: occorre dunque farlo anche per la seconda. Per fare ciò, non basta tagliare il componente rispetto al dente più piccolo (quindi la seconda ciclosimmetria), perché sennò si andrebbe a perdere l'informazione relativa alla prima ciclosimmetria: bisogna dunque agire diversamente, ossia separare il corpo in due ed effettuare un trim di angolo diverso per il secondo corpo.

Bisogna comprendere intanto dove separare in due il corpo: in questo caso, si taglia alla base della ruota dentata più grande; in questo modo, si separa il corpo che è già tagliato "correttamente" dalla parte che va tagliata ulteriormente per rispettare la seconda ciclosimmetria.



Figura 2.28. Primo taglio di componente.

Questa operazione è strettamente collegata alla creazione della mesh (che verrà analizzata nel capitolo successivo), infatti la decisione di come e dove tagliare il solido dipende in parte dalle necessità successive nella creazione della mesh (si vedrà peraltro che alcune operazioni sulla geometria potranno comunque essere fatte direttamente nel software FEM).

In questo caso, potrebbe risultare utile separare il corpo alla base della cartella della dentatura maggiore: in figura 2.29 viene riportata in dettaglio la separazione del componente in due corpi, di cui uno è stato colorato in giallo per maggiore comodità di visualizzazione dei risultati.

Dopo aver proceduto col trim del componente, è finalmente possibile tagliare il secondo corpo, ossia quello comprensivo della dentatura più grande, tenendo conto della sua ciclosimmetria: il risultato finale è rappresentato in figura 2.30

Il grosso del lavoro è fatto, in quanto ormai resterebbe soltanto da separare i due denti dai due corpi in modo da ottenere il risultato desiderato, ossia un settore assialsimmetrico, un altro assialsimmetrico di transizione e due settori ciclosimmetrici (i due denti). Da questo punto in poi, però, è tipicamente già possibile esportare il risultato ottenuto e continuare le operazioni nel software FEM.

Il settore è dunque finalmente completato, ma, prima di esportarlo nel software FEM, è sempre consigliabile verificare se sia ancora possibile un'ulteriore *defeaturing*, come ad esempio i due denti, le cui smussature vanno eliminate per renderli

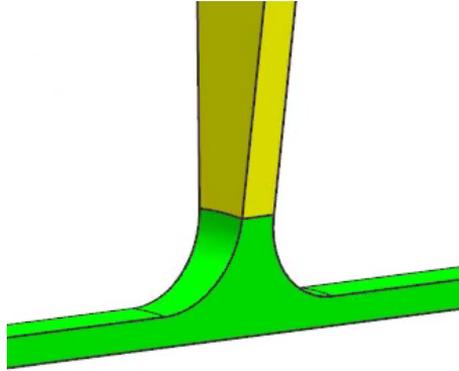


Figura 2.29. Trim del componente.

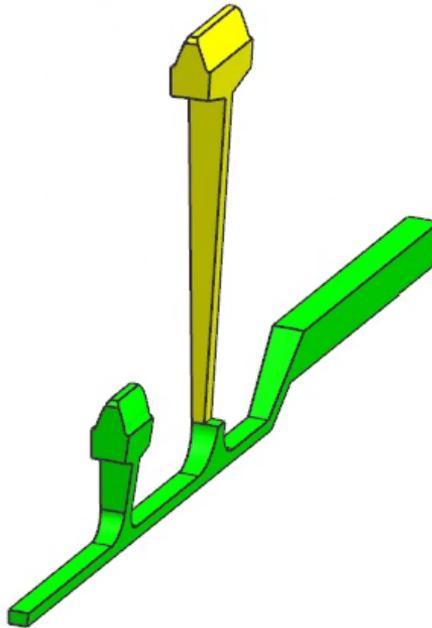


Figura 2.30. Settore finale.

diritti. È infatti molto facile non notare questa accortezza che, per quanto piccola, risulterebbe scomoda da risolvere nella modellazione FEM; infatti, come è

stato analizzato in precedenza, le smussature dei denti sono spesso *features* inutili dal punto di vista dinamico e la loro rimozione è quasi sempre consigliata, ma è possibile che, nonostante sia stata fatta una volta, questa operazione debba essere ripetuta nuovamente sul settore tagliato, in quanto il taglio del componente potrebbe non sempre essere stato fatto a cavallo del dente desiderato. Pertanto, una verifica di un'ulteriore *defeaturing*, con particolare attenzione sulle dentature e, in generale, sulle caratteristiche ciclosimmetriche, è sempre raccomandata. Di fatto, proprio in questo esempio, i denti presentano ancora le tipiche smussature alle estremità (visibili nel settore finale di figura 2.30); se si effettua un'ulteriore *defeaturing*, si ottiene il settore tagliato *defeated* finale (figura 2.31), pronto da essere modellato nel software FEM.

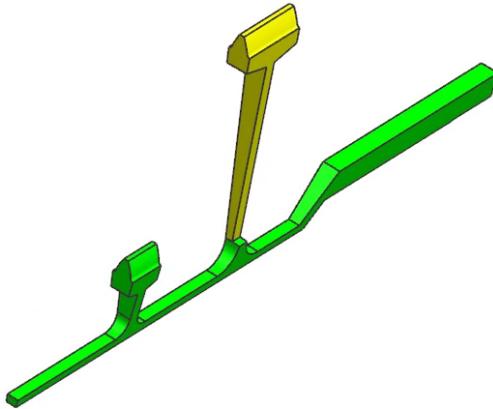


Figura 2.31. Settore finale con ulteriore *defeaturing* sui denti.

### 2.5.3 Esempio 2: componente a doppia foratura

#### Identificazione delle ciclosimmetrie

Si analizza un altro componente (rappresentato in vista frontale in figura 2.32), per il quale i ragionamenti ed i passaggi da svolgere sono assolutamente analoghi a quanto fatto nel primo esempio: l'unica differenza sostanziale con quest'ultimo è che, in questo caso, le ciclosimmetrie (evidenziate in giallo) sono date dalla presenza di fori invece che da denti.

I fori sono distribuiti ciclosimmetricamente: in particolare, la foratura esterna è composta da 63 fori e 3 pin, mentre quella interna da 18 fori e 3 pin. Bisogna sottolineare che i pin sono *features* di dettaglio, pertanto andrebbero rimossi nel processo di *defeaturing*: se così non è, basta seguire il processo relativo all'eliminazione dei fori visto già nella sezione precedente sul *defeaturing*.

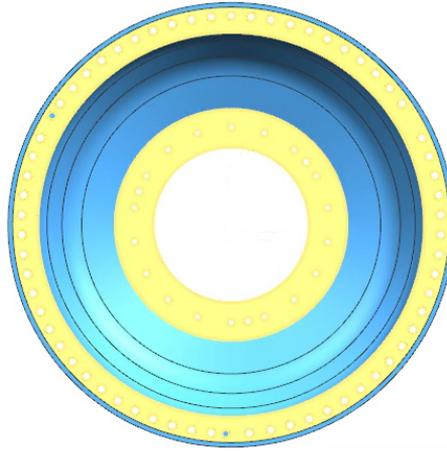


Figura 2.32. Componente con ciclosimmetrie date dai fori.

Tornando all'analisi delle simmetrie, è evidente l'esistenza della ciclosimmetria della flangia esterna ad eccezione dei pin: per evitare di incorrere in problemi di simmetria causati dall'esistenza di questi pin, basta andare a definire un settore fondamentale con due piani passanti per l'asse di simmetria del componente e per i centri di due fori adiacenti. In figura 2.33 si riporta un esempio corretto ed uno sbagliato di settore fondamentale per la flangia esterna.

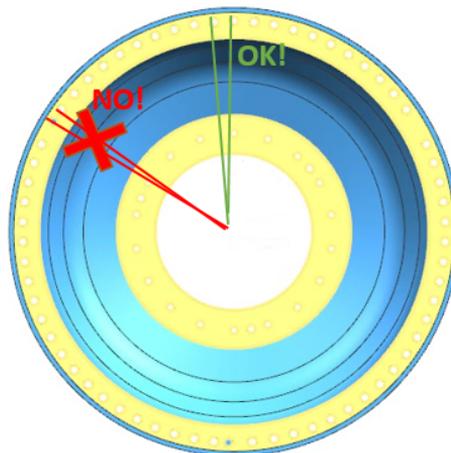


Figura 2.33. Piani corretti e piani errati.

Per la foratura interna, il discorso è del tutto analogo. Nel caso di esempio, si considererà dunque la foratura esterna composta da 66 fori e quella interna da 18. L'assialsimmetria, come per il componente analizzato precedentemente, è data da tutto il resto (non ci si deve neanche preoccupare della *spline* in quanto assente).

### Taglio del settore

Non si va a descrivere nuovamente nel dettaglio tutto il processo di taglio in quanto, come precedentemente accennato, il taglio del settore segue le stesse regole e logiche viste nel primo esempio, se non per un piccolo particolare su cui ovviamente verrà prestata maggiore attenzione.

Anche in questo caso, occorre generare tre piani, di cui il primo è nuovamente passante per la mezzeria di un foro (come in questo caso) o a metà tra un foro e il successivo, mentre gli altri due sono sempre inclinati rispetto a questo, ma non più della stessa ampiezza della ciclosimmetria della foratura, bensì della metà: questo è equivalente a quanto visto prima per il taglio di un dente simmetrico, infatti il foro è per definizione un componente simmetrico e quindi si può sempre procedere col taglio alla sua metà, a differenza del dente che potrebbe anche essere asimmetrico (anche se raramente succede). Il settore finale includerà dunque non il foro intero, ma appunto soltanto la sua metà, quindi basta prendere mezza ampiezza angolare rispetto al numero di fori: in sostanza, un piano sarà inclinato di  $(360/132)^\circ$ , ossia la metà di  $360/66$ , ed un altro di  $(360/36)^\circ$ , cioè  $[(360/18)/2]^\circ$ .

Tale situazione è rappresentata in figura 2.34.

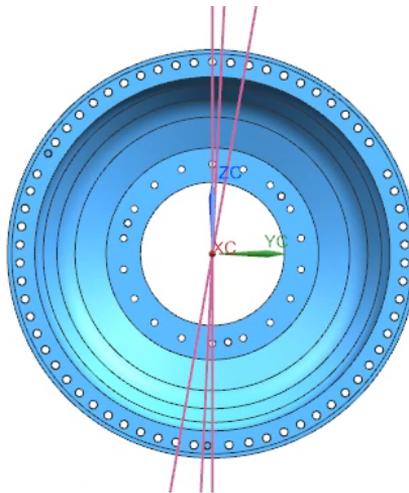


Figura 2.34. Generazione dei tre piani inclinati.

Il grosso del lavoro è fatto: occorre, come fatto nel primo esempio, tagliare il componente rispetto al piano di mezzeria e rispetto al piano che è inclinato maggiormente (figura 2.35).



Figura 2.35. Primo trim di componente.

Analogamente a prima, si separa il componente in due corpi diversi alla base della cartella, tenendo conto della ciclosimmetria maggiore, in modo da poter tagliare il pezzo anche rispetto anche di questa ciclosimmetria. La collocazione di questo taglio si rivelerà di fondamentale importanza per la generazione della mesh, come si vedrà nel capitolo successivo: infatti, in quest'esempio, si taglia il componente per mezzo di una superficie di taglio posta ad una determinata altezza sopra il foro, come mostrato in figura 2.36 (dove si è colorato in verde il secondo corpo per comodità di visualizzazione).

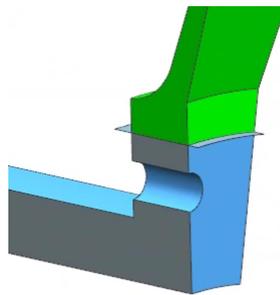


Figura 2.36. Separazione del settore.

Il settore finale che tiene conto di entrambe le ciclosimmetrie è mostrato in figura 2.37.

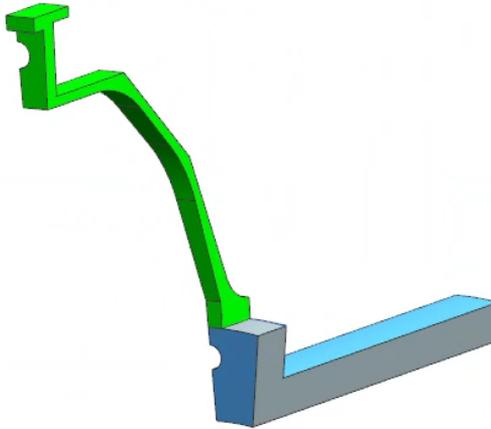


Figura 2.37. Settore ciclosimmetrico finale.

Anche in questo caso occorre separare il corpo verde in corrispondenza della ciclosimmetria data dalla presenza del mezzo foro. In tal modo, si ottiene un settore composto da tre componenti assialsimmetrici (albero, cartella e parete esterna superiore), e due ciclosimmetrici in corrispondenza delle due forature.

Infine, come per il primo esempio, si può fare un eventuale *defeaturing* ulteriore con il settore già tagliato, così come si sarebbe potuto fare prima del trim per poi farne potenzialmente un altro: come già visto e detto più volte, il *defeaturing* è un'operazione arbitraria e si può scegliere come e quando farlo.

### 2.5.4 Esempio 3: bevel gear

#### Identificazione delle ciclosimmetrie

Si analizza il componente mostrato in figura 2.38, che è dotato di una singola corona dentata, pertanto la ciclosimmetria (evidenziata in giallo) è data soltanto dalla sua presenza.

#### Taglio del settore

La particolarità di questo componente è che si è dotato di una dentatura conica, pertanto il taglio del settore non è così semplice e standard come quanto visto nei due esempi precedenti, ma occorre utilizzare una procedura leggermente più artificiosa.

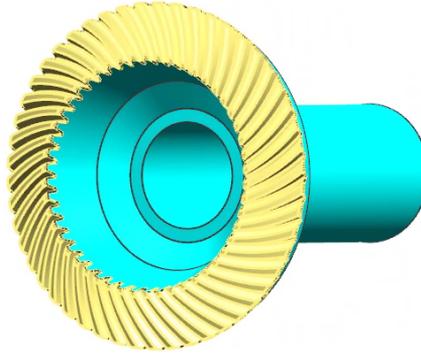


Figura 2.38. Ingranaggio conico.

La differenza con i trim visti nei precedenti esempi consiste nel fatto che, in questo caso, non si sfruttano dei semplici piani inclinati rispetto a quello di mezzeria in funzione delle ciclosimmetrie, bensì bisogna creare una superficie particolare che tenga conto della conicità dell'ingranaggio. Di fatto, non basta un piano (o, più in generale, una semplice superficie 2-D) che tagli in due il componente, ma una superficie parametrica che dev'essere costruita per mezzo di segmenti e linee particolari.

Il punto di partenza è la creazione di una serie di curve parametriche a cavallo di un vano dente a scelta, come mostrato in figura 2.39; di queste, si considera soltanto quella centrale.

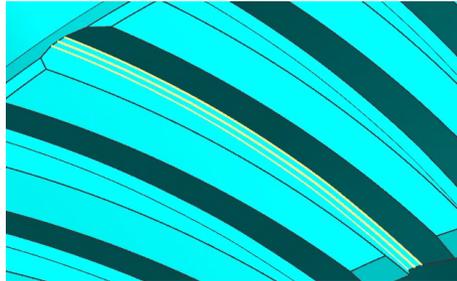


Figura 2.39. Curve parametriche su vano dente.

Le altre linee costruite sono rappresentate in figura 2.40.  
In particolare:

1. Linea passante per l'asse di rotazione

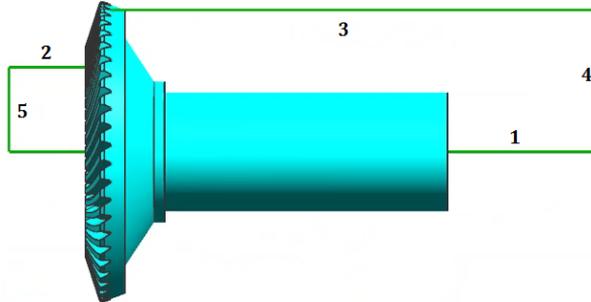


Figura 2.40. Linee per trim di componente.

2. Linea che congiunge l'estremo interno della curva parametrica centrale del vano dente con lo stesso estremo della stessa curva proiettata su di un piano perpendicolare alla linea 1 (posto sull'estremità di sinistra).
3. Linea che congiunge l'estremo esterno della curva parametrica centrale del vano dente con lo stesso estremo della stessa curva proiettata su di un piano perpendicolare alla linea 1 (posto sull'estremità di destra).
4. Linea congiungente 1-3.
5. Linea congiungente 1-2.

Una volta ottenuta questa condizione, si può quindi creare la prima superficie per il trim: creando una superficie parametrica che tenga conto di queste 7 curve che formano una figura chiusa, si ottiene il risultato mostrato in figura 2.41, dove la superficie è stata estesa in modo che tagliasse l'intero componente.

A questo punto, il *modus operandi* è totalmente analogo a quanto visto in precedenza: occorre semplicemente fare ruotare attorno all'asse di rotazione del componente la superficie in funzione della ciclosimmetria. Dal momento che la dentatura è composta da 50 denti, basta far ruotare tale superficie di  $(360/50)^\circ$  (figura 2.42).

È possibile finalmente procedere col trim del componente sfruttando le due superfici appena generate, ottenendo il settore finale (mostrato in figura 2.43), che, una volta ripulito da altre eventuali *features* di dettaglio, è pronto per essere esportato nella fase di lavoro successiva: la modellazione FEM.

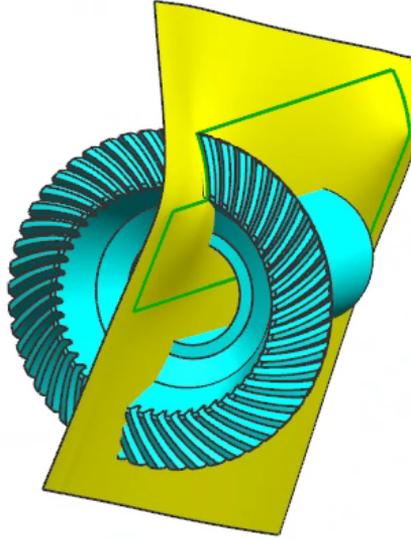


Figura 2.41. Superficie parametrica di taglio.

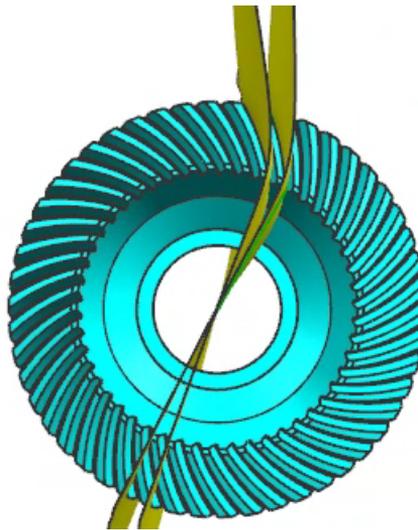


Figura 2.42. Superficie ruotata in funzione della ciclosimmetria.

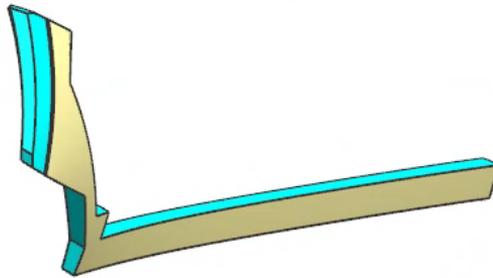


Figura 2.43. Settore finale ciclosimmetrico di un ingranaggio conico.

## Capitolo 3

# Modellazione FEM

### 3.1 Introduzione al metodo FEM

Il FEM (*Finite Element Method*, o Metodo degli Elementi Finiti) è un metodo di approssimazione della soluzione: consiste in una tecnica numerica utilizzata per calcolare la soluzione approssimata di un problema descritto da equazioni differenziali alle derivate parziali e può dunque essere usato quando non si è in grado di determinare una soluzione analitica del problema. Questo metodo consente dunque di trovare soluzioni approssimate a problemi di varia natura fisica e si presta ottimamente ad essere automatizzato.

Il metodo FEM è nato nel 1956 nel campo delle aerostutture data la crescente necessità di implementare una metodologia che fosse in grado di fornire delle soluzioni accettabili e attendibili per strutture complesse quali proprio quelle aeronautiche. La sua originalità rispetto ad altri metodi risiede nel fatto che il dominio di definizione del problema viene diviso in sottodomini, chiamati *elementi*, e che il comportamento di ciascun elemento è definito matematicamente a prescindere dal problema trattato. In altre parole, una qualsiasi struttura, caricata e vincolata in vari modi, viene suddivisa in un certo numero di sottostrutture (elementi), in ciascuno dei quali gli spostamenti, le deformazioni, le tensioni e qualsiasi altra caratteristica si voglia considerare possono essere calcolate con lo stesso algoritmo, qualunque sia la posizione dell'elemento all'interno della struttura.

È facilmente comprensibile come l'implementazione di questo metodo in software e architetture informatiche sia stata fin da subito fondamentale nel suo impiego. Numerosi, infatti, sono i software che utilizzano il metodo degli elementi finiti: la FEA (*Finite Element Analysis*, o Analisi agli Elementi Finiti), infatti, è una tecnica di simulazione informatica utilizzata in varie aree ingegneristiche che utilizzano proprio questo metodo e la sua analisi.

Per lo svolgimento di questa attività, è stato utilizzato il software HyperMesh, sviluppato da Altair Hyperworks: questo programma gestisce la fase di *pre-processing* tramite la generazione di modelli FEM complessi, importando geometrie CAD ed esportando solver file da eseguire in software dedicati, come il codice Nastran (utilizzato per questa attività), sviluppato originariamente dalla NASA per le analisi strutturali.

In questa fase di lavoro, si vuole importare la geometria CAD in output dalla modellazione analizzata nel capitolo precedente per ottenere un modello FEM completo di sistema. In particolare, questa modellazione FEM può essere a sua volta suddivisa in vari step operativi:

1. Generazione della mesh 3D.
2. Generazione delle mesh di pelle (*fine* e *coarse*).
3. *Equivalence* delle mesh.
4. Creazione di connessioni e sistemi di riferimento.

Come fatto nel precedente capitolo, si analizza nel dettaglio ciascuna di queste fasi.

## 3.2 Mesh 3D

Come visto in precedenza, la modellazione CAD fornisce in output un settore assialsimmetrico e/o ciclosimmetrico, che sarà dunque l'input di questa fase di modellazione. Si importa dunque la geometria del settore nel software FEM e sarà il banco di lavoro su cui generare un componente FEM 3D.

Il processo di generazione della mesh 3D può a suo volta essere suddiviso in diverse fasi.

### 3.2.1 Trim del settore

Si utilizza come esempio pratico il componente con doppia foratura visto nel secondo esempio di taglio del settore. Una volta importato il settore nel software FEM (il formato supportato da Hypermesh per importare geometrie CAD è .Parasolid), occorre tagliare e suddividere il componente in ulteriori corpi in modo che questi ultimi siano o assialsimmetrici o ciclosimmetrici. È bene notare che questa fase può essere compiuta anche sul software CAD in quanto si sta semplicemente lavorando sulla geometria, pertanto la decisione in quale fase e software operare le operazioni di taglio spetta liberamente all'utente. Una suddivisione corretta del settore è riportata in figura 3.1.

Per quanto la suddivisione del settore in ulteriori sotto-parti non sia rigorosa, è

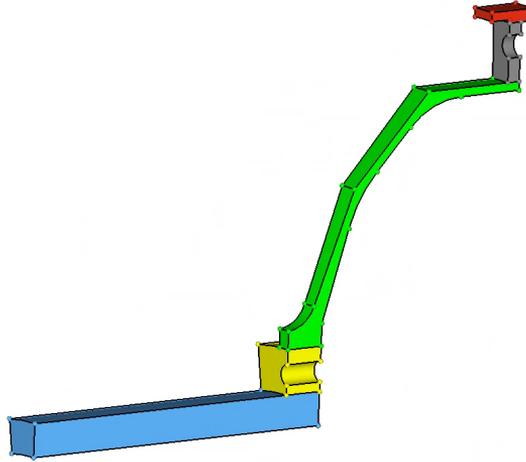


Figura 3.1. Settore suddiviso in sotto-parti.

necessario, ai fini della modellazione, che, in seguito ai vari trim di corpo, si ottengano esattamente  $n$  corpi assialsimmetrici ed  $m$  corpi ciclosimmetrici, in quanto le regole di mesh sono dipendenti dalla simmetria. In particolare, nel caso d'esempio, si è suddiviso il componente in 3 corpi assialsimmetrici (azzurro, verde e rosso) e 2 ciclosimmetrici, cioè le facce contenenti i mezzi fori (giallo e grigio).

Le regole su dove andare a tagliare il componente sono in parte libere, in parte vincolate ad alcuni aspetti: in particolare, è consigliabile non tagliare il settore in corrispondenza di spigoli acuti, come rappresentato in figura 3.2

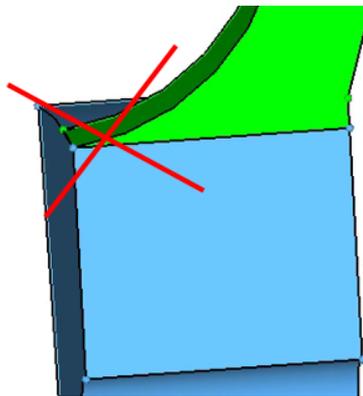


Figura 3.2. Trim sconsigliato.

La ragione di ciò risiede nel fatto che, se il settore venisse tagliato a quell'altezza, lo spigolo acuto risultante renderebbe praticamente impossibile l'inserimento di elementi quadrilateri (come si preferisce) nella creazione della mesh 2D, infatti si genererebbero al massimo elementi triangolari. Si è preferito pertanto un taglio più profondo in modo che non si abbiano angoli così piccoli al fine di ottenere mesh più uniformi ed omogenee. Un altro fattore da sottolineare è che in entrambi i solidi ciclosimmetrici, i tagli sono avvenuti in maniera tale che il foro fosse collocato in una posizione abbastanza centrata e non troppo defilata verso un estremo o l'altro: si opera in questo modo sempre per ottenere mesh il più possibile uniformi, come si vedrà in seguito. Si ricorda che tutte le operazioni di taglio possono essere fatte anche nel software CAD; talvolta, risulterebbe anche più conveniente in quanto più facile, dal momento che i software CAD sono dotati di comandi più semplici per il trim di corpi.

### 3.2.2 Mesh 2D

La mesh è una discretizzazione della struttura in elementi (già descritti in precedenza) e nodi: questi ultimi sono i punti dell'elemento che ne descrivono la geometria ed a cui vengono associati i valori dei campi che interessano la struttura (reazioni, spostamenti, gradi di libertà, ecc.); inoltre, essi devono essere posizionati anche nei punti e sulle linee di discontinuità oppure dove si vogliono conoscere gli spostamenti, le sollecitazioni interne o dove si vuole un'analisi più accurata. La mesh può essere 2D (bidimensionale) o 3D (tridimensionale) a seconda che sia composta da elementi bidimensionali o tridimensionali.

Prima di procedere con la generazione della mesh bidimensionale, occorre comprendere alcuni aspetti fondamentali per questo tipo di modellazione::

- Si vogliono utilizzare il più possibile elementi quadrilateri per la mesh 2D in modo da ottenere una mesh 3D con elementi esaedrici (*hexa elements*).
- L'ordine di grandezza delle dimensioni del lato dell'elemento è del millimetro, ma dipende in generale dalle dimensioni del componente e soprattutto dalle frequenze e modi che si vogliono catturare. È più conveniente e sufficiente, infatti, avere una mesh più rada dal momento che si vuole catturare il comportamento dinamico del sistema; una mesh troppo fitta, invece, oltre ad essere praticamente inutile, è computazionalmente sconveniente, in quanto si rischiano costi e tempi di processo e di analisi molto alti.
- Oltre all'ordine di grandezza generale, ciò che tara la dimensione degli elementi è lo spessore minimo del componente, dove si vogliono avere **almeno 2** elementi: un solo elemento, infatti, non sarebbe in grado di catturare il comportamento dinamico di quella fascia.

- La mesh 2D dei corpi assialsimmetrici va creata sulla faccia longitudinale del componente, mentre per i pezzi ciclosimmetrici su quella trasversale.

### Mesh 2D di settori assialsimmetrici

Come appena accennato, per i corpi assialsimmetrici, la mesh sarà generata sulla faccia longitudinale del corpo per poi venire ruotata su  $360^\circ$  per ottenere la mesh 3D.

Prima di generare la mesh bisogna suddividere la superficie longitudinale su cui si vuole creare la mesh 2D in ulteriori superfici in modo che queste siano facce “semplici”, quindi quadrilatere oppure pentagonali nel caso ci fossero smussi o raccordi. Quest’ultima regola è dettata dal fatto che se si è in presenza ad esempio di uno smusso e si taglia in corrispondenza dello spigolo, si potrebbe generare una superficie avente un angolo troppo piccolo per poter inserire un elemento quadrilatero uniforme (spiegazione analoga a quanto descritto in precedenza nel trim del componente). Si preferisce pertanto generare una mesh su una faccia pentagonale e modificare lo stile di mesh, come si vedrà in seguito.

Nel componente d’esempio, la faccia azzurra non richiede tagli di superficie in quanto è già un semplice rettangolo; il corpo verde, invece, presenta alcuni punti di discontinuità (spigoli o raccordi), dove è conveniente dunque tagliare la superficie, come mostra la figura 3.3.

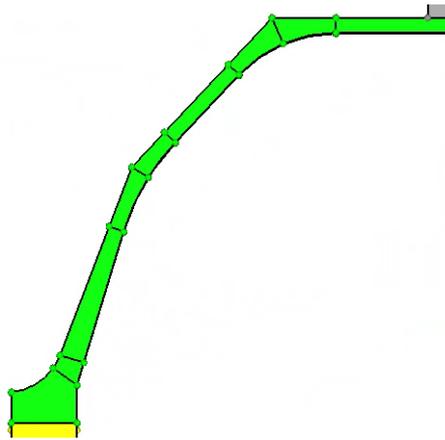


Figura 3.3. Trim di superficie.

Dopo aver suddiviso opportunamente le superfici, è possibile generare la prima mesh 2D. I criteri di mesh, oltre a quelli elencati in precedenza, sono perlopiù soggettivi: infatti, perché una mesh sia soddisfacente, è buona norma che essa sia

omogenea ed uniforme. Si riporta in figura 3.4 un esempio di mesh non soddisfacente e uno di mesh ottimale.

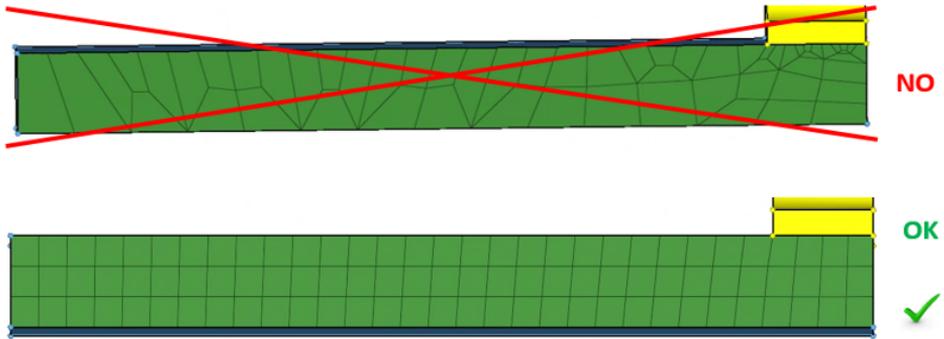
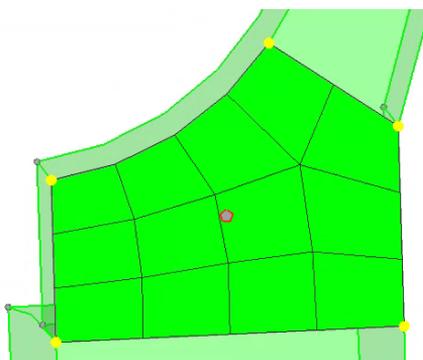


Figura 3.4. Esempi di mesh 2D.

La prima mesh è disarmonica ed antiestetica: sono presenti infatti elementi molto deformati e non uniformi tra loro, cioè, oltre alle geometrie distorte, le differenze di dimensioni tra i vari elementi sono troppo grandi. Occorre sottolineare che, generalmente, i software FEM sono dotati di comandi di mesh automatica che generano automaticamente delle mesh in funzione di vari parametri: per geometrie e facce semplici come quella riportata in figura 3.4, è inverosimile che il programma generi in automatico una mesh come quella sconsigliata. Per facce e geometrie più complicate, tuttavia, la generazione automatica di mesh 2D non è sufficiente per ottenere risultati soddisfacenti, pertanto, in quei casi, è necessario correggere il numero di elementi per lato, la dimensione degli stessi, la loro distribuzione e lo stile di generazione della mesh: in particolare, per creare mesh ottimali su facce pentagonali è consigliabile modificare il *mesh style* in pentagonale, tramite il quale il software è in grado di generare mesh soddisfacenti su facce a 5 lati, come mostrato in figura 3.5, che rappresenta la mesh del raggio di raccordo del corpo verde centrale. Una mesh di questo tipo è infatti più che accettabile in quanto rispecchia tutti i criteri e requisiti visti in precedenza (dimensione elementi, omogeneità, forma, distribuzione, ecc.).

Occorre precisare un altro aspetto importante: bisogna ricordarsi che si sta facendo una mesh per l'analisi dinamica di sistema, dunque non è necessaria una mesh perfetta e fitta come in genere si fa per analisi di tipo statico, dove è necessario catturare stress e deformazioni locali per un singolo elemento. Pertanto, se ci si trovasse di fronte ad alcune superfici dove è più difficile (talvolta anche impossibile) ottenere una mesh ottimale e che rispetti i vari requisiti di cui sopra, il consiglio è di non soffermarsi troppo: per l'analisi che si vuole fare, infatti, avere alcuni elementi triangolari o comunque meno uniformi od omogenei è indifferente in quanto

Figura 3.5. *Penta mesh style.*

il risultato finale non cambia. Esso cambierebbe se si fosse in presenza di mesh inaccettabili, in particolare se lo *jacobiano* dovesse essere negativo, il che è comunque poco probabile: infatti, la vera condizione necessaria più importante è che lo jacobiano sia sempre positivo su tutto il dominio. Lo *jacobiano*, che è un ottimo indice della qualità di mesh (se è unitario, vuol dire infatti che l'elemento è perfetto; più diminuisce il valore, peggiore è la qualità dell'elemento), è il determinante della matrice jacobiana, che è la matrice i cui elementi sono le derivate parziali prime della funzione. L'importanza dello jacobiano è dovuta al fatto che è legato all'invertibilità ed all'orientazione delle funzioni: sostanzialmente, se lo jacobiano di qualche elemento è negativo, vuol dire che questi sono troppo distorti, deformi e quindi invalidi per essere processati.

Un esempio di mesh delle tre facce assialsimmetriche che rispetti i requisiti sopracitati è riportato in figura 3.6.

Come si evince da quest'ultima immagine, la mesh, oltre a rispettare i vari standard, possiede una caratteristica su cui occorre prestare particolarmente attenzione. Le zone indicate dalla frecce rosse sono i lati tra cui sono compresi i settori ciclosimmetrici: su queste coppie di lati è **necessario** che il numero degli elementi coincidano per ogni coppia di lati. Il motivo di questo è semplice e fondamentale: dal momento che la generazione di mesh 3D per settori assialsimmetrici avviene per rotazione della mesh 2D, mentre la creazione di mesh 3D per settori ciclosimmetrici avviene per estrusione della mesh 2d, è necessario che le due mesh coincidano, ossia che l'estrusione della faccia 2D ciclosimmetrica coincida con la rotazione dell'altra faccia assialsimmetrica. In questo caso, sono stati inseriti 4 elementi per la coppia di lati inferiore e 2 per quella superiore, pertanto l'estrusione di mesh 2D della faccia inferiore dovrà comprendere 4 elementi in lunghezza mentre quella della faccia superiore 2. Questi aspetti verranno ripresi ed evidenziati più avanti nella sezione dedicata alla mesh 3D.

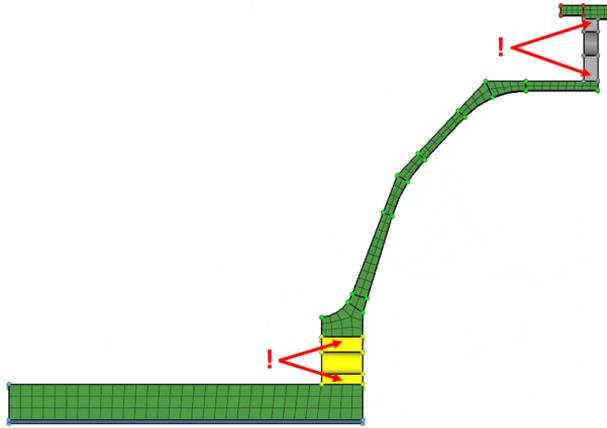


Figura 3.6. Mesh su facce assialsimmetriche.

### Mesh 2D di settori ciclosimmetrici

Per i corpi ciclosimmetrici, le regole di creazione di mesh 2D sono analoghe a quanto visto per settori assialsimmetrici. Vi sono tuttavia due aspetti fondamentali da considerare per i corpi ciclosimmetrici:

1. In presenza di un foro, dente o qualsiasi altra caratteristica simmetrica, è consigliato suddividere a metà la faccia in corrispondenza della metà della *feature* per una generazione di mesh attorno ad essa più omogenea.
2. In presenza di due o più ciclosimmetrie separate da un corpo assialsimmetrico, come in questo caso, il numero di elementi lungo i lati entro cui è compreso il settore assialsimmetrico deve seguire un criterio specifico e rigoroso: si vuole che il numero di elementi lungo il lato di un settore moltiplicato per il suo numero di ciclosimmetrie sia uguale al numero di elementi lungo il lato dell'altro settore moltiplicato per il numero di ciclosimmetrie. Si mostrerà un esempio per rendere più pratica la questione.

Nell'esempio in questione, si deve tagliare in corrispondenza della metà del mezzo foro, come mostrato in figura 3.7.

Per completezza, si riporta in figura 3.8 una suddivisione corretta della superficie di un dente.

Per la generazione di mesh occorre prestare attenzione a quanto riportato in precedenza. Nell'esempio di riferimento, si è in presenza di una ciclosimmetria a 66 fori ed una a 18, separate da una zona assialsimmetrica. Dal momento che, come accennato in precedenza, le mesh 2D delle facce assialsimmetriche verranno fatte

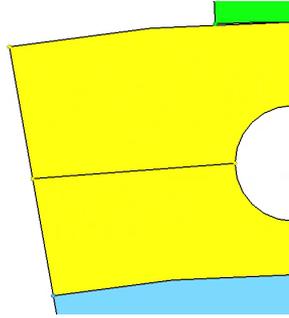


Figura 3.7. Suddivisione di facce ciclosimmetriche (foro).

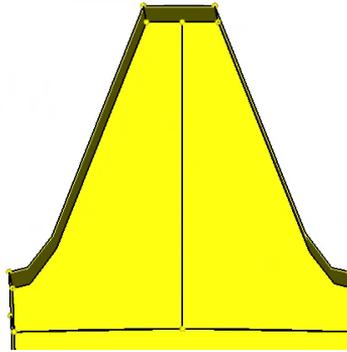


Figura 3.8. Suddivisione di facce ciclosimmetriche (dente).

ruotare intorno all'asse di simmetria del componente e bisogna impostare il passo di estrusione degli elementi, occorre che la rotazione della mesh 2D della faccia assialsimmetrica centrale generi degli elementi coincidenti con la mesh 2D (e 3D) ciclosimmetrica. Sostanzialmente, si vuole trovare il numero di elementi per lato tale che:

$$\frac{360}{18} \cdot m = \frac{360}{66} \cdot n$$

dove  $m$  ed  $n$  sono il numero di elementi sul lato della faccia ciclosimmetrica opposta. In questo caso, il numero di elementi sulla faccia inferiore (quindi riferita alla ciclosimmetria a 18) è 11, mentre sulla faccia superiore (ciclosimmetria a 66) è 3. Infatti  $(360/18) \cdot 11 = (360/66) \cdot 3 = 60$ .

In questa maniera, si garantisce una perfetta coordinazione ed omogeneità tra estrusione e rotazione di mesh 2D per la creazione della mesh3D. Le mesh 2D sulle due facce ciclosimmetriche trasversali sono rappresentate nelle figure 3.9 e 3.10.

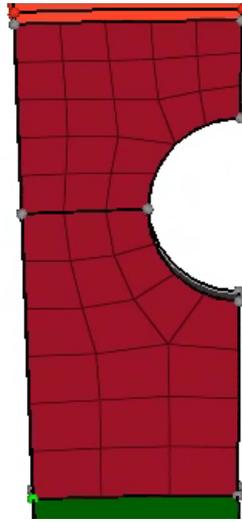


Figura 3.9. Mesh 2D su prima faccia ciclosimmetrica.

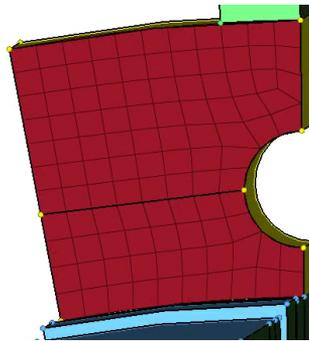


Figura 3.10. Mesh 2D su seconda faccia ciclosimmetrica.

Come si può notare, su entrambi i lati adiacenti al settore ciclosimmetrico sono presenti 3 elementi.

Le mesh 2D sulle varie facce assialsimmetriche e ciclosimmetriche sono concluse: è possibile dunque procedere con la generazione della mesh 3D.

### 3.2.3 Mesh 3D

Come accennato in precedenza, la mesh 3D viene generata per mezzo di:

- Rotazione delle mesh 2D sulle facce assialsimmetriche attorno all'asse di rotazione/simmetria del componente.
- Estrusione delle mesh 2D sulle facce ciclosimmetriche lungo il settore ciclosimmetrico e rotazione successiva del settore di mesh 3D.

Per comprendere di quanto è necessario estrarre e ruotare gli elementi, si stima che l'ordine di grandezza ottimale del numero di elementi di una mesh 3D di un componente è del centinaio di migliaia. Ovviamente, maggiore è la dimensione del componente, più alto sarà il numero di elementi.

#### Mesh 3D di settori assialsimmetrici

Per l'esempio in questione, si è generata una mesh 3D ruotando di  $360^\circ$  quella 2D attorno all'asse di rotazione del componente. Si procede *step by step*.

Per la rotazione della prima faccia assialsimmetrica (l'albero), si è imposto un numero di elementi lungo la circonferenza pari a 324. Il motivo della scelta di tale numero è semplice: dal momento che la mesh assialsimmetrica 3D deve coincidere con quella ciclosimmetrica 3D, bisogna guardare il numero di elementi presenti sulla faccia ciclosimmetrica adiacente; come si nota in figura 3.10, il lato inferiore della faccia, che è quello adiacente al settore assialsimmetrico, ha 9 elementi, che dovranno essere ruotati anch'essi di  $360^\circ$  successivamente per ottenere la mesh 3D. Ne consegue che la rotazione della mesh assialsimmetrica debba prevedere lungo la circonferenza un numero di elementi pari a  $18 \cdot 2 \cdot 9 = 324$ , ossia il numero di ciclosimmetrie moltiplicato per due (in quanto la ciclosimmetria è data un semi-fore, dunque avendo 18 fori si avranno 36 semi-fori) moltiplicato per il numero di elementi lungo il lato inferiore, quindi 9.

La mesh 3D della prima sezione assialsimmetrica è rappresentata in figura 3.11. Si noti la presenza all'interno dell'albero del vettore di rotazione, necessario per questa procedura e tutte quelle successive.

Il ragionamento per le restanti due mesh assialsimmetriche è del tutto analogo: per la faccia assialsimmetrica intermedia si è imposto un numero di elementi lungo la circonferenza pari a  $18 \cdot 2 \cdot 11 = 396$ , mentre per la faccia superiore  $66 \cdot 2 \cdot 3 = 396$ , in quanto quest'ultima è adiacente ad una ciclosimmetria dovuta alla presenza di 66 fori. Si noti che i numeri di elementi lungo la circonferenza coincidono.

Le mesh 3D dei settori assialsimmetrici sono conclusi e sono raffigurati in figura 3.12.

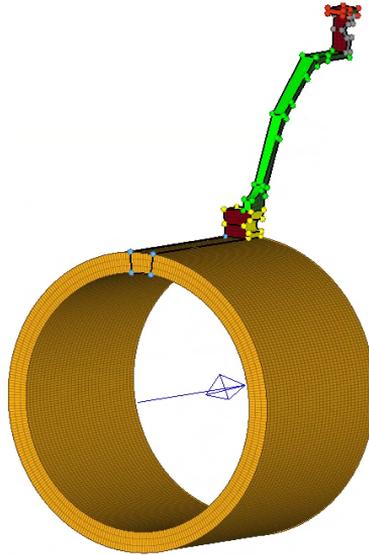


Figura 3.11. Mesh 3D di settore assialsimmetrico.

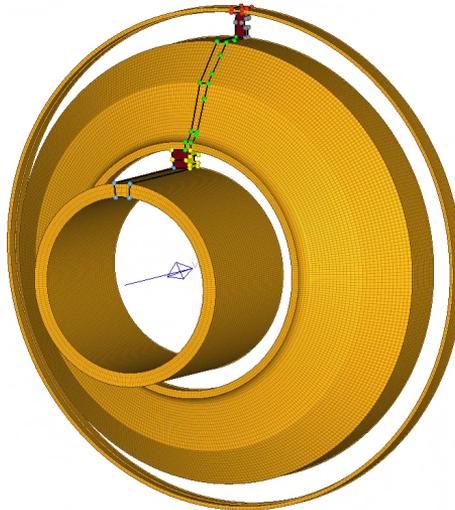


Figura 3.12. Mesh 3D completa di settori assialsimmetrici.

### Mesh 3D di settori ciclosimmetrici

Il ragionamento per la generazione di mesh 3D è molto simile: occorre infatti effettuare una rotazione di mesh bidimensionale, ma prima di ciò è necessario un altro

passo fondamentale, ossia l'estrusione di mesh 2D lungo la faccia ciclosimmetrica. Anche in questo caso bisogna prestare attenzione alla presenza delle mesh assial-simmetriche adiacenti: in figura 3.13 si riporta nel dettaglio la situazione a cavallo delle varie mesh adiacenti.

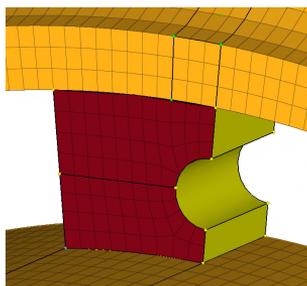


Figura 3.13. Dettaglio di mesh adiacenti.

È ben evidente come le mesh siano radialmente coincidenti grazie alle operazioni svolte in precedenza (anche se, come si vedrà in seguito, non lo sono perfettamente); longitudinalmente, occorre effettuare un'estrusione della mesh 2D di 4 elementi, perché, come si può notare dall'immagine, il tratto longitudinale di settore ciclosimmetrico è contornato da 4 elementi. Si noti che il caso rappresentato è semplice e standard, ma qualora si fosse in presenza di mesh adiacenti non uniformi, perché l'estrusione della mesh 2D della faccia ciclosimmetrica coincida con quella 3D del settore adiacente bisogna impostare alcuni parametri e comandi al software in modo che la generazione di mesh 3D "segua" e dipenda dalla mesh adiacente, con cui deve **sempre** coincidere.

Il procedimento è identico per la ciclosimmetria superiore, dove l'estrusione della mesh 2D deve seguire soltanto due elementi.

Il risultato è visibile in figura 3.14.

Il lavoro è pressoché concluso, in quanto occorre solamente specchiare una volta entrambi i settori affinché il settore non comprenda più solamente metà foro, ma un foro intero (figura 3.15), per poi poterli rotare in funzione della ciclosimmetria.

Giunti a questo punto, basta semplicemente ruotare i settori ciclosimmetrici (comprendenti i fori interi) attorno al vettore di rotazione creato in precedenza di una quantità funzionale al valore della ciclosimmetria: il settore inferiore va ruotato 17 volte e non 18, in quanto un settore con mesh 3D completa è presente, pertanto, così facendo, si creerebbe una sovrapposizione di mesh, il settore inferiore va ruotato dunque 65 volte.

Il risultato finale con le mesh 3D dell'intero componente è visibile in figura 3.16, dove si sono nascoste e/o rimosse tutte le *features* ormai inutili, ossia geometrie e

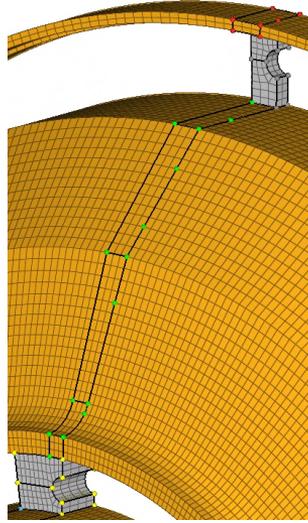


Figura 3.14. Mesh 3D di settori ciclosimmetrici.

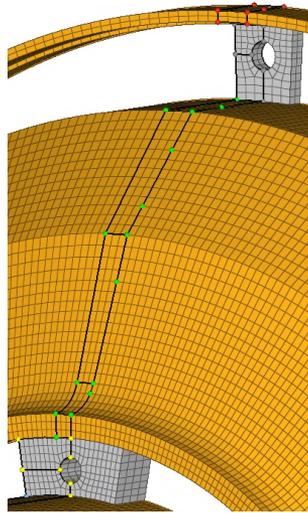


Figura 3.15. Mesh 3D di settori ciclosimmetrici specchiati.

mesh 2D, e uniformato il colore per una migliore comodità di visualizzazione. Il lavoro, tuttavia, non è ancora concluso del tutto, in quanto resta un ultimo passaggio da fare, tanto semplice quanto fondamentale: l'*equivalence* delle mesh.

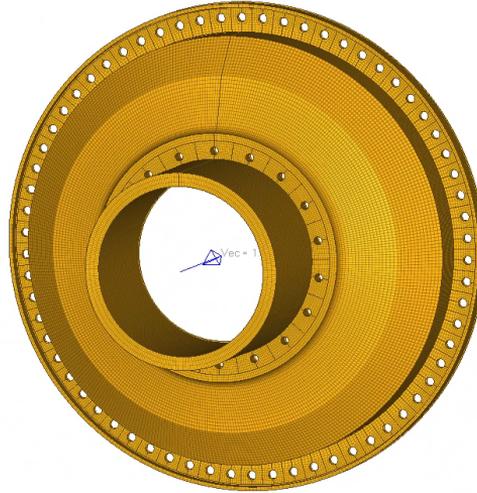


Figura 3.16. Mesh 3D di componente.

L'*equivalence* consiste sostanzialmente nell'unione tra quei nodi la cui distanza rientra in un intervallo di tolleranza, generalmente basso. Si fa questo poiché le varie operazioni di rotazione, estrusione e riflessione delle mesh non tengono conto della presenza delle altre mesh adiacenti con cui ci deve essere una coincidenza perfetta, pertanto, per quanto vicine, le mesh adiacenti generate con i relativi elementi e nodi sono separate e non coincidenti; la figura 3.17 riporta uno zoom in una delle parti interessate a questo fenomeno.

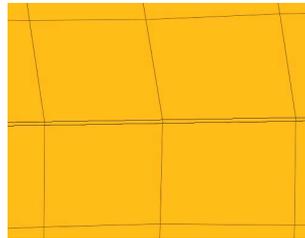


Figura 3.17. Mesh non coincidenti.

L'*equivalence*, che è un vero e proprio comando del software, permette dunque di impostare una tolleranza entro la quale si vogliono unire due o più nodi: generalmente, si imposta una tolleranza molto bassa, ad esempio dell'ordine del micron

(0.001 mm), per poi aumentarla fino a  $\sim 0.1$  mm. Si consiglia di non aumentare ancor di più la tolleranza in quanto, dal millimetro in su, si rischia di fare *equivalence* anche dei nodi che non si vogliono unire, dal momento che la dimensione degli elementi ha mediamente un ordine di grandezza del millimetro.

Data la vasta quantità di nodi ed elementi in un componente, si consiglia di contare, prima di procedere con l'*equivalence*, il numero di nodi in comune tra le varie mesh: se tale numero coincide con quello trovato dal software, allora l'*equivalence* è generalmente corretta.

I nodi in comune nel caso d'esempio sono evidenziati nella figura 3.18, dove si è impostata una tolleranza di 0.1 mm.

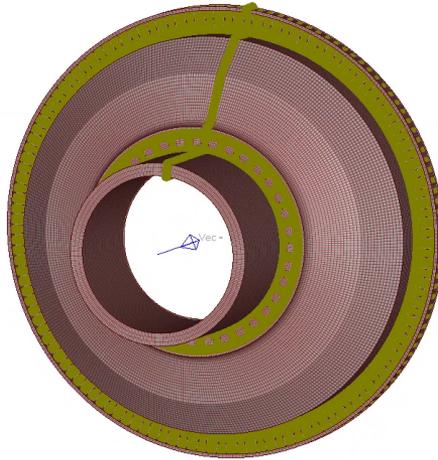


Figura 3.18. Mesh non coincidenti.

Si noti come i nodi evidenziati ricadono esattamente lungo le zone che separano i vari settori replicati e ruotati.

L'importanza di questa operazione è ancora più evidente se si confronta il numero di nodi presenti inizialmente con quelli sottoposti ad *equivalence*: senza tale operazione, il numero di nodi totale del modello 3D è 153667; con l'*equivalence*, vengono uniti ben 11087 nodi, pari a più del 7% del totale. Alla fine dell'operazione, infatti, si avranno 142580 nodi, che è semplicemente la differenza tra nodi iniziali e quelli *equivalenced*.

Infine, si noti che il numero di elementi è 97968, che è in linea con l'ordine di grandezza imposto inizialmente, ossia il centinaio di migliaia.

La mesh 3D è finalmente conclusa.

*Nota.* Durante la descrizione di questa metodologia, è stato utilizzato un componente caratterizzato da ciclosimmetrie dovute alla presenza di fori: il procedimento per la generazione di mesh 3D sarebbe totalmente analogo se si fosse in presenza di dentature.

### 3.3 Mesh di pelle (*Skin mesh*)

La mesh di pelle (o *skin mesh*) è una mesh composta da elementi bidimensionali che serve come rappresentazione grafica della mesh 3D per la visualizzazione dei risultati in uscita dall'analisi dinamica di sistema. La necessità di questo tipo di mesh deriva dall'esigenza di comprendere istantaneamente le caratteristiche di comportamento di un sistema. Tramite questa, è possibile ad esempio comprendere subito un eventuale compenetrazione tra componenti ad un dato range di frequenze. Le caratteristiche necessarie della mesh di pelle sono

1. la sua associazione e dipendenza dalla mesh 3D;
2. il numero di elementi di cui è composta, che deve essere molto basso, ossia dell'ordine di grandezza del centinaio.

Il motivo del primo punto è semplice: se la mesh di pelle non fosse associata alla mesh 3D, non sarebbe possibile estrapolare il comportamento del modello tridimensionale, dunque sarebbe sostanzialmente una mesh fine a se stessa. Il numero di elementi, invece, deve essere ridotto perché le riduzioni dell'analisi dinamica verranno applicate sui nodi degli elementi di pelle (oltre che ai nodi di interfaccia), pertanto un elevato numero di nodi comporterebbe costi e tempi computazionali eccessivi: basti pensare che la riduzione di un modello 3D con una mesh di pelle di circa 2500 elementi è stata processata in Nastran in circa 24 ore, mentre la riduzione dello stesso modello con una mesh di pelle di circa 300 elementi (quindi un ordine di grandezza inferiore) in nemmeno 3 ore.

Per dare un'idea migliore dell'ordine di grandezza del numero di elementi, si stabilisce che la mesh di pelle debba essere costituita da  $\sim 15-20$  elementi lungo l'asse longitudinale e da  $\sim 30$  lungo la circonferenza (se simmetrico): il numero di elementi dipende essenzialmente dal tipo di armoniche flessionali e modi che si vogliono catturare, che possono essere ad esempio circa 3-4 lungo l'asse di rotazione e 5-6 lungo la circonferenza, pertanto, moltiplicando il numero di modi per un fattore pari a 5, si ottiene il numero di elementi ottimale. Ovviamente, questi numeri dipendono anche dalla dimensione del componente.

Esistono due tipi di mesh di pelle:

- Mesh *fine*: è una mesh di pelle dettagliata, che tiene dunque conto delle principali *features* più interessate all'analisi dinamica; in generale, negli ingranaggi la mesh *fine* tiene conto della dentatura, rappresentando ogni singolo

dente, seppur in maniera blanda e non dettagliata, quindi con un numero di elementi per dente molto basso (3-4 elementi per dente).

- Mesh *coarse*: è una mesh rada, grossolana, macroscopica, ossia deve catturare il comportamento globale del componente e/o sistema senza rappresentarne *features* specifiche quali ad esempio i denti. In particolare, la mesh *coarse* è un sottoinsieme di quella *fine*: infatti, lungo il corpo del componente, i nodi delle mesh devono necessariamente coincidere, a differenza delle *features* ciclosimmetriche specifiche (dentatura) che sono rappresentate soltanto dalla mesh *fine*.

Una volta compresi questi aspetti e aver già terminato la mesh 3D, la generazione della *skin mesh* è molto semplice, in quanto basta generare una mesh composta da elementi 1D (*rod*) coi nodi collegati con quelli della mesh 3D ad un'altezza che sia compresa tra la metà e l'estremità superiore del modello e poi ruotarla su 360° per generare la mesh 2D.

Nel caso d'esempio, la mesh 1D (verde) è rappresentata in figura 3.19, dove si è sezionato il modello 3D per inserire al suo interno la mesh di pelle.

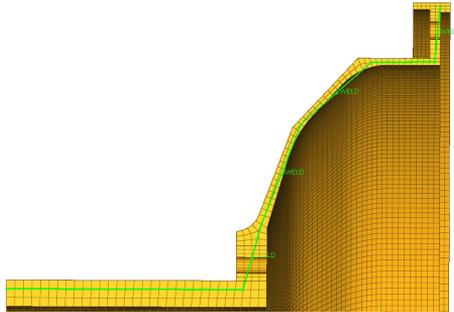


Figura 3.19. Mesh 1D.

Si noti come gli elementi *rod* siano stati generati senza particolare attenzione delle varie *features*, ma solo tenendo in considerazione la geometria macroscopica del componente. Il numero di elementi è 7, quindi abbastanza in linea, se non inferiore (che non è un problema), con l'ordine di grandezza prefissato.

Una volta creata la prima mesh 1D, è già possibile generare quella 2D di pelle tramite rotazione della prima di 360° attorno all'asse di rotazione del componente. Il risultato è riportato in figura 3.20, dove si è impostato un numero di elementi lungo la circonferenza pari a 33 in quanto divisibile per 396, che è il numero di elementi della mesh 3D lungo la circonferenza delle due facce assialsimmetriche. La mesh di pelle è stata generata, ma è necessario, come svolto anche in precedenza, un'ulteriore *equivalence* tra la mesh di pelle e quella 3D: dal momento che è

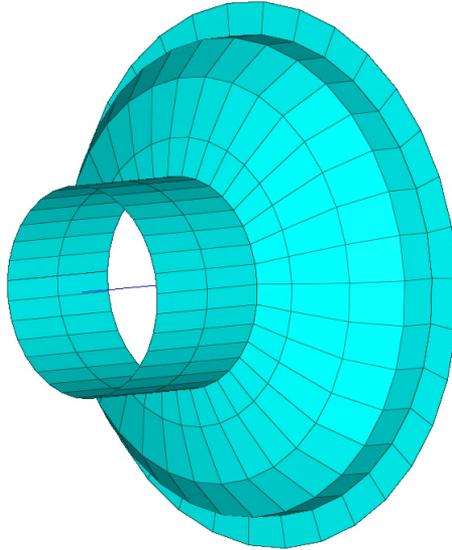


Figura 3.20. Mesh di pelle.

stato scelto un numero divisibile per 396, non è un problema l'*equivalence* tra mesh di pelle e mesh 3D dei settori assialsimmetrici con 396 elementi lungo la circonferenza, mentre è un problema maggiore farlo per gli elementi dell'albero lungo la circonferenza, che sono 324. In casi come questo, è conveniente procedere con un *equivalence* automatico per i nodi in comune sulle varie parti che possiedono 396 elementi lungo la circonferenza, mentre a volte è bene procedere manualmente per l'*equivalence* dei restanti nodi, che, non essendo molti, non causano troppe perdite di tempo. Infatti, basta calcolare quanti nodi devono essere uniti eseguendo un semplice calcolo:  $33 \cdot 8 = 264$ , ossia il numero di nodi lungo la circonferenza per il numero di nodi lungo l'asse. Impostando una tolleranza di 0.8 mm (molto alta, ma giustificata dal fatto che gli elementi hanno dimensioni maggiori), il software è in grado di fare *equivalence* di 252 nodi: ne consegue che un *equivalence* manuale dei restanti 12 nodi non rappresenta un problema in termini di tempo. Si noti che aumentare ulteriormente la tolleranza per l'*equivalence* avrebbe comportato l'unione indesiderata di altri nodi, motivo per cui è consigliata molta cautela durante questa operazione.

Dopo queste operazioni, il lavoro è terminato: il modello FEM deve dunque essere composto solamente da un'unica mesh 3D e una o due mesh di pelle, a seconda che si abbia mesh *fine* e *coarse* oppure un'unica *skin mesh*, come nell'esempio descritto. Il caso analizzato, infatti, non necessita di due tipi di mesh di pelle in quanto privo di dentature. Un esempio di mesh *fine* e *coarse* per un ingranaggio con dentatura

è riportato in figura 3.21.

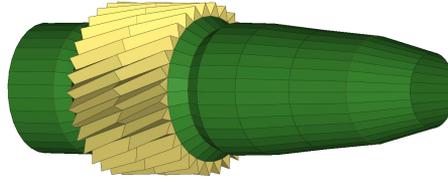


Figura 3.21. Mesh di pelle *fine* e *coarse*.

Come si evince dall'immagine, la mesh *coarse*, colorata in verde, ricopre tutto il modello fuorché la dentatura, mentre quella *fine*, in giallo, prende tutto il modello (lungo l'albero non è visibile perché "ricoperta" dalla mesh *coarse*) e la dentatura, dove per ogni dente si sono utilizzati 6 elementi: 2 triangolari sulle facce d'estremità e 4 quadrilateri lungo le facce longitudinali del dente. Ne consegue che la mesh *fine* è molto più fitta di quella *coarse* dal momento che possiede un numero di elementi pari quelli di quest'ultime sommato a  $6 \cdot n$ , dove  $n$  è il numero di denti dell'ingranaggio. Se ad esempio fossero presenti 40 denti, il numero di elementi aumenterebbe della mesh *fine* aumenterebbe di ben 240, che è un valore considerevole dato che l'ordine di grandezza della *skin mesh* è del centinaio di elementi. Se si fosse dunque in presenza di un ingranaggio con un numero considerevole di denti, è consigliabile utilizzare soltanto una mesh *coarse* dal momento che, se il numero di elementi e nodi fosse troppo elevato, il processo di riduzione comporterebbe tempi di attesa inaccettabili, come già descritto in precedenza.

### 3.4 Mesh 3D e di pelle per componenti asimmetrici

Quando si è in presenza di componenti asimmetrici, come ad esempio housings o carrier plates, la metodologia descritta in precedenza cade in difetto, in quanto non è possibile effettuare nessuna rotazione attorno ad un asse.

Dal punto di vista dinamico, l'importanza di questo tipo di componenti è generalmente bassa dato che si tratta di strutture statiche con funzioni essenzialmente di inscatolamento o sistemazione di componenti rotanti, pertanto non sono necessarie regole standard come quelle viste per i componenti simmetrici, anche perché questi componenti presentano geometrie spesso molto complesse che non consentono l'approccio di una metodologia predefinita, ma rappresentano sovente casi a sè stanti da analizzare diversamente. Esistono infatti molti metodi di generazione delle mesh di questi corpi: se ne illustra qualcuno per completezza di descrizione,

ma, come accennato, non esistono metodi predefiniti, per cui talvolta spetta all'utente l'utilizzo di una metodologia a scelta a seconda della geometria da modellare. Durante lo svolgimento di questa attività, sono stati analizzati ed utilizzati principalmente due metodi per la generazione della mesh 3D di un housing:

1. Generazione di una mesh 2D con elementi triangolari uniformi ed omogenei su alcune superfici, in particolare su quelle di maggiore interesse dinamico (ad esempio attorno a fori o piste cuscinetti), seguita dalla generazione di una mesh 3D tetragonale che sia racchiusa dalla geometria del componente e che combaci con la mesh 2D.
2. Generazione di una mesh 2D con elementi triangolari su tutte le superfici (su quelle di maggior interesse dinamico si utilizzano possibilmente criteri di uniformità e simmetria) seguita dalla generazione di una mesh 3D tetragonale che venga racchiusa totalmente dalla mesh 2D, con cui deve ovviamente combaciare.

Entrambi i casi prevedono, prima della loro applicazione, consistenti operazioni di *grouping* e *defeaturing* della geometria, che, essendo in genere complessa e dinamicamente poco rilevante, si presta facilmente a numerose modifiche utili per facilitare la fase di mesh. L'importanza di creare mesh possibilmente omogenee e simmetriche sulle zone dinamicamente ad alto interesse verrà ripresa ed analizzata in seguito nell'analisi delle connessioni.

La mesh di pelle, invece, viene creata generalmente a mano, seguendo logiche sensate per ciò che concerne il numero, la forma ed il posizionamento degli elementi; questa procedura è molto lenta, soprattutto in assenza di simmetrie: se ci dovesse essere qualche simmetria, si consiglia di sfruttarla sempre e di utilizzare dunque le metodologie descritte nella sezione precedente.

Le operazioni standard di generazione di mesh 3D e di pelle sono concluse. Va sottolineato che per **ogni** componente di un qualsiasi sistema o sotto-sistema di cui si voglia effettuare un'analisi dinamica devono essere rigorosamente e necessariamente presenti all'interno del modello un'unica mesh 3D e una o due sole mesh di pelle (*fine* e/o *coarse*); tutto ciò che non rientra all'interno di queste categorie (come ad esempio geometrie, mesh 1D e 2D, vettori di rotazione, nodi temporanei di supporto, ecc.) va eliminato o comunque non considerato nelle successive fasi di modellazione.

### 3.5 Connessioni e sistemi di riferimento

Questo argomento è il cuore della modellazione di sistema; un sistema, infatti, è per definizione un insieme di componenti connessi tra di loro che interagiscono tra

loro scambiandosi input e output: nel caso degli ingranaggi, questi sono velocità, coppia, carichi, deformazioni, vibrazioni, ecc. La difficoltà di modellare un sistema è proprio dovuta al saper rappresentare in un modello fisico-matematico tridimensionale la tipologia e le caratteristiche di tutte le connessioni che possono esistere all'interno del sistema stesso.

Ogni connessione è caratterizzata da:

1. Uno o più sistemi di riferimento: servono per orientare la rigidità della connessione; per qualche tipologia di connessione (ad esempio la flangia) non sono richiesti.
2. Un nodo d'interfaccia (*slave*) che dipende da  $n$  nodi indipendenti (*master*) e con cui viene associato tramite connessioni di tipo RBE3.

Gli RBE sono degli elementi a corpo rigido (*Rigid Body Elements*) e vengono usati per connettere dei nodi tra loro. Essi si dividono in RBE2 ed RBE3: la differenza tra i due consiste nel fatto che i primi connettono un nodo indipendente ad  $n$  nodi dipendenti tramite una connessione infinitamente rigida, pertanto i nodi dipendenti sono vincolati a muoversi come quello indipendente, mentre i secondi, come spiegato prima, connettono un nodo dipendente ad  $n$  indipendenti tramite una connessione in cui la posizione del nodo dipendente è funzione della media pesata delle posizioni di quelli indipendenti.

In pratica, se ad esempio si volesse vincolare un foro collegando i nodi lungo i bordi ad un nodo al centro, se si usassero elementi RBE2 il foro non si potrebbe ovalizzare, mentre usando elementi RBE3 l'ovalizzazione o in generale la deformazione sarebbe possibile, anche senza che il nodo centrale si sposti. Si può quindi dedurre che l'utilizzo di elementi RBE3 permetta una migliore rappresentazione e modellazione grazie alla possibilità di introdurre carichi nei modelli trasferendo una forza applicata sul nodo *master* d'interfaccia ai nodi *slave*. Inoltre, le connessioni con RBE3 permettono di orientare la rigidità su determinati gradi di libertà a seconda del tipo di connessione, mentre con gli RBE2 si applica un unico set di gradi di libertà a tutti i nodi dipendenti.

Oltre alle caratteristiche intrinseche degli RBE3, questi ultimi risultano essenziali nella modellazione di sistema in quanto le riduzioni verranno fatte proprio sui nodi di interfaccia (oltre che su quelli delle mesh di pelle).

Una volta comprese queste informazioni di base che accomunano tutte le connessioni, è possibile analizzare le tipologie di connessioni ed i relativi sistemi di riferimento che possono sussistere in un sistema di tipo gearbox, ossia un sistema composto principalmente da ingranaggi.

### **Tipologie di sistemi di riferimento**

Si utilizzano due tipi di sistemi di riferimento.

### 1. Rettangolare

Questo tipo di sistema viene utilizzato per sistemi di riferimento globali o locali; le connessioni e le relative rigidezze sono sempre riferite a questa tipologia di sistema di riferimento associati.

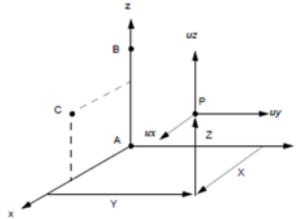


Figura 3.22. Sistema di riferimento rettangolare.

### 2. Cilindrico

Questo tipo di sistema viene utilizzato soltanto come supporto per orientamento e rotazione di altri sistemi di riferimento.

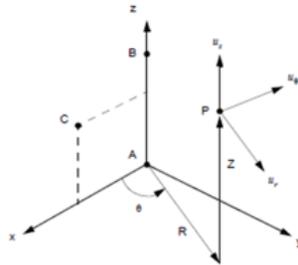


Figura 3.23. Sistema di riferimento cilindrico.

## 3.5.1 Tipologie di connessioni

I tipi di connessione utilizzati nella modellazione di dinamica di sistemi gearbox sono 6 e servono per caratterizzare diverse tipologie di contatto; inoltre, sono sempre tutti quanti riferiti al modello FEM 3D e mai alla mesh di pelle, in quanto quest'ultima serve solamente per la rappresentazione grafica dei risultati. Si analizzano nel dettaglio le sei connessioni.

#### 1. Flangia

È una connessione rappresentativa di una condizione di adesione/attaccamento

tra due nodi nello spazio. Ad esempio, è utile per modellare *bolt* (bulloni) o in generale organi di collegamento di tipo *stick* tra due componenti.

Dal momento che si stanno legando tutti i gradi di libertà di un nodo a tutti quelli di un altro, non c'è una direzione nella connessione, pertanto, essendo attaccata su tutte le direzioni, questa connessione non è orientata e non richiede dunque il supporto di sistemi di riferimento.

Un esempio di connessione di tipo flangia relativa ad un *bolt* è riportato in figura 3.24.

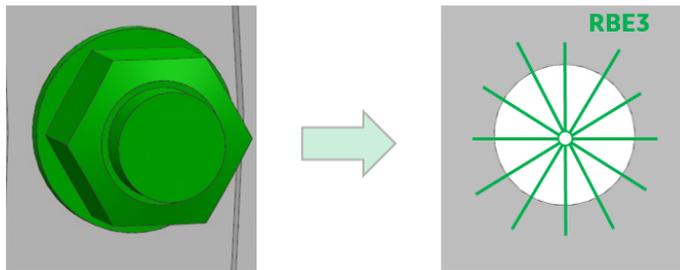


Figura 3.24. Connessione di tipo flangia.

Si noti che ogni singola connessione attacca un unico nodo ad un altro, quindi è presente un rapporto 1:1, ossia un solo nodo con relativa connessione per ogni singolo elemento di giunzione; per esempio, se in un determinato sistema sono presenti 25 bulloni che collegano due componenti, si dovranno impostare 25 connessioni di tipo flangia su entrambe le facce che ospitano i *bolts*, quindi si avranno 50 connessioni in totale, ovvero 25 per componente. Dalla prossima connessione in poi, saranno sempre necessari dei sistemi di riferimento per orientarne le rigidità; in particolare, ogni singola connessione necessiterà di almeno un sistema di riferimento rettangolare con eventuali sistemi cilindrici d'appoggio.

## 2. Fit

È una connessione radiale e/o assiale, dunque rappresenta un incastro direzionale che non reagisce però ai momenti. Va definita pertanto una serie di nodi tali per cui la rigidità che si va ad impostare sarà radiale e/o assiale. Per comprendere la direzione della connessione, saranno necessari dei sistemi di riferimento locali, che devono essere rettangolari.

Il numero dei nodi da impostare, però, non è così intuitivo come per la flangia, dove serve semplicemente un nodo per ogni elemento fisico, ma, come nel caso della *spline*, bisogna fare in modo di rappresentare la connessione

come l'effetto che ha localmente nello spazio 3D. Per capire quante connessioni servono, bisogna dunque analizzare anche le connessioni di tipo *spline*, insieme a cui i fit vengono spesso modellati.

### 3. Spline

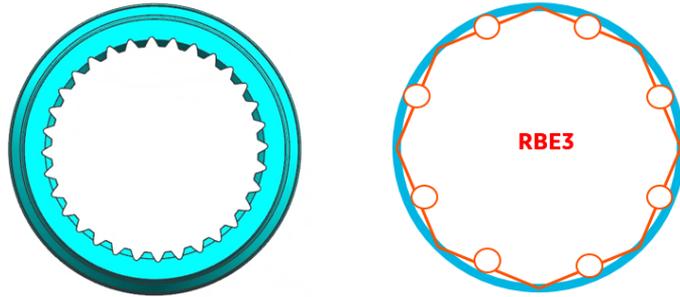
Questa connessione trasmette coppia. Come descritto nel capitolo 2, la *spline* (ossia il profilo scanalato interno od esterno all'albero) viene modificata nella fase di modellazione CAD tagliando la dentatura in corrispondenza di una determinata altezza ed andando in seguito a riempire tutti gli spazi vuoti formatisi di conseguenza. La ragione di questa scelta particolare è finalmente comprensibile nella trattazione di questa connessione: se si fossero mantenuti tutti i denti, che nel caso di *spline* sono numerosissimi (talvolta anche dell'ordine del centinaio), oltre ad incorrere in difficoltà non indifferenti nel taglio del settore, risulterebbe complicato, se non quasi impossibile, posizionare tante connessioni (coi relativi sistemi di riferimento) quanti sono i denti che caratterizzano la *spline*. In sostanza, mettere le connessioni di tipo *spline* con un rapporto 1:1 come per la flangia comporterebbe tempi di modellazione molto lunghi e praticamente inutili ai fini delle analisi desiderate. Questa connessione si comporta come la mesh, ma con tutti i denti in presa. Avendola discretizzata, il numero di connessioni lungo la *spline* si sceglie dunque non in base alla ciclosimmetria data dai denti, ma in funzione del numero di elementi del modello 3D lungo la circonferenza: ad esempio, se la generazione della mesh 3D è avvenuta per mezzo di una rotazione della mesh 2D con 300 elementi estrusi lungo la circonferenza, converrà scegliere 30 connessioni *spline* in modo che ognuna di queste comprenda un settore di 10 elementi, affinché si rispetti dunque una migliore simmetria e omogeneità nella distribuzione dei nodi e delle connessioni stesse.

Come accennato in precedenza, le connessioni *spline* sono quasi sempre modellate in parallelo con quelle di tipo fit, infatti, nella modellazione CAD, si effettua il trim non solo della *spline* ma anche del/dei fit a cui essa è associata. Inoltre, le connessioni fit e *spline* si costruiscono in maniera pressoché analoga se non per una differenza sostanziale. I sistemi di riferimento necessari per questa categoria di connessione, infatti, devono tenere conto dell'ingranamento e dei relativi angoli.

Un esempio approssimativo e schematico di una *spline* modellata con le relative connessioni RBE3 è riportato in figura 3.25, dove, nel caso in cui fossero presenti anche dei fit, le relative connessioni avrebbero la stessa vista frontale in quanto sarebbero posizionate all'altezza delle connessioni *spline*, ma ovviamente alla profondità dei fit.

### 4. Mesh

Questa connessione è molto simile alla *spline*, in quanto, anche in questo caso, si vuole modellare una connessione per mezzo di un ingranamento. La

Figura 3.25. Connessioni *spline*.

differenza sostanziale riguarda il fatto che la *spline* copre l'approssimazione del assialsimmetria (grazie al trim), mentre, per ovvie ragioni logiche, la dentatura è ciclosimmetrica e non è stata modificata. L'orientamento è dunque identico, ma non sono più presenti  $n$  nodi lungo la circonferenza in funzione del numero di elementi, ma soltanto un nodo centro di connessione solamente lungo il punto di contatto tra due denti.

Un esempio approssimativo di connessione di tipo mesh è riportato in figura 3.26.



Figura 3.26. Connessione mesh.

### 5. Pin

Questa connessione è riferita ai perni allineati radialmente che trasmettono taglio (*shear*): essa trasmette tutto tranne la rotazione attorno al proprio asse e la traslazione lungo il proprio asse. In maniera simile a quanto visto nella connessione di tipo flangia, il nodo centro dell'RBE3 è posto in corrispondenza del componente, come mostra approssimativamente lo schema di un foro con connessione relativa in figura 3.27.

### 6. Bearings

Quest'ultima connessione riguarda i cuscinetti ed è modellata analogamente

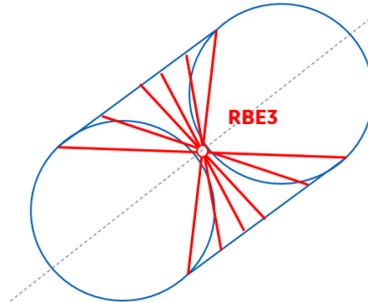


Figura 3.27. Connessione pin.

a quanto fatto per i fit, infatti si tratta di una connessione radiale e/o assiale (a seconda che si abbiano *rollers* o *balls*) che, però, è flessibile, mentre il fit è assimilabile come infinitamente rigido. Inoltre, questa connessione deve rispettare la ciclosimmetria fisica del numero di componenti volventi presenti sulle piste del componente, da cui si deduce la necessità di una mesh 3D che tenga conto anche del numero di queste *features* ciclosimmetriche: se si hanno ad esempio 20 *bearings* sulla pista cuscinetti di un albero, sarebbe conveniente generare la mesh 3D dell'albero tramite un'estrusione circolare degli elementi 2D per esempio di 200 elementi, in modo da poter modellare le 20 connessioni lungo settori uguali ciclosimmetrici di 10 elementi. Questo ragionamento è del tutto analogo a quanto visto in precedenza con *spline* e fit.

Occorre evidenziare alcuni aspetti legati a tutte le connessioni. In primo luogo, si consiglia di evitare gli elementi di estremità per ovviare a problemi legati ad effetti di bordo ed estremità.

Un altro aspetto da considerare è che è tutte quante le connessioni sopraelencate possono essere riferite o al singolo componente/elemento (come visto ad esempio per i cuscinetti o le flange) oppure centerline locale o centerline globale; questo vuol dire sostanzialmente che la modellazione di sistema e le relative connessioni possono venire creati su 3 livelli: un primo livello 3D, quindi riportato al centro dell'elemento a cui è riferito, centerline locale, ossia al centro di un insieme di connessioni (ad esempio al centro di una pista cuscinetti), oppure centerline globale, nel caso in cui si hanno più set di connessioni. Nei tool di dinamica, che sono generalmente centerline, vengono infatti definite rigidezze sui due livelli centerline, mentre qualche tool innovativo (come si analizzerà in seguito) fornisce la possibilità di modellazione di sistema 3D che permette dunque l'utilizzo del primo livello, ossia quello 3D.

Importante, in questo caso, è infine la numerazione dei sistemi di riferimento e

dei nodi, sia quelli al centro delle connessioni sia quelli relativi alla mesh di pelle, in quanto le riduzioni per l'analisi dinamica verranno applicate proprio sui nodi di interfaccia (centro di connessioni RBE) e su quelli della *skin mesh*. La loro numerazione, che altro non è che la definizione di ID numerici di riconoscimento, va impostata seguendo determinati criteri, ad esempio stabilendo un ordine crescente in senso assiale e/o radiale e assegnando a determinate cifre dei significati legati alla tipologia di sotto-sistema, componente e connessione.

Dopo aver creato tutte le connessioni in un determinato sistema, resta soltanto l'assegnazione le proprietà e i materiali relativi alla sola mesh 3D dei vari modelli, andando a definire modulo elastico  $E$ , coefficiente di Poisson  $\nu$  e densità  $\rho$ .

Tutte le operazioni di modellazione sono concluse nel momento in cui sono presenti:

- tutti i sistemi di riferimento necessari per la modellazione di connessioni di un sistema gearbox;
- tutte le diverse proprietà e tutti i materiali riferiti ai modelli 3D;
- per ogni componente:
  - un gruppo per la mesh 3D;
  - un gruppo per la mesh di pelle oppure due se si hanno mesh *fine* e *coarse*;
  - un gruppo per ogni connessione RBE3 con una label di identificazione per poter essere riconosciuti in automatico nel tool di dinamica di sistema. Per la riduzione, infatti, vengono considerati solo i gruppi con una label preimpostata (ad esempio, "3D" per la mesh 3D, "SKIN" per le mesh di pelle e "RBE3" per le connessioni).

Una volta presenti tutti questi gruppi, è possibile esportare il modello completo nel tool dedicato all'analisi dinamica di sistema.

Per rendere l'idea di un sistema gearbox con connessioni RBE3 ed i relativi sistemi di riferimento, si riporta un esempio in figura 3.28.

Si noti che, ad ora, un sistema di connessioni di questo tipo viene realizzato "manualmente": uno degli obiettivi futuri è proprio quello di automatizzare questo processo di generazione di connessioni in quanto si tratta di una procedura molto lenta e meccanica, pertanto si desidera realizzare in futuro un facilitatore di connessioni che, in funzione della tipologia delle connessioni di un determinato sistema, generi in automatico i sistemi di riferimento e i nodi centro degli elementi RBE3. Per ciò che concerne l'inserimento vero e proprio degli RBE3, sarà comunque quasi sempre necessario l'intervento manuale dell'utente, in quanto la decisione di dove piazzare le connessioni è molto soggettiva e varia da caso a caso e da mesh a

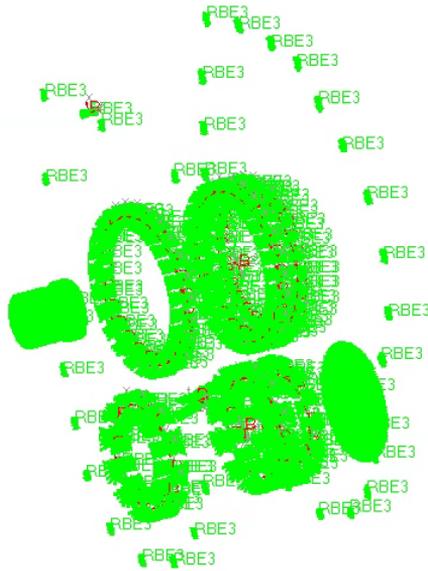


Figura 3.28. Sistema di connessioni.

mesh: in un futuro meno prossimo, si può pensare di automatizzare anche questo passaggio tramite la generazione di mesh parametriche che seguano determinati requisiti. Ad ogni modo, si tratta di una raffinatezza per il momento trascurabile: il vero punto di partenza per velocizzare questo processo sarà un facilitatore di connessioni.

## Capitolo 4

# Analisi dinamica

### 4.1 Principi generali

Lo studio e la comprensione del comportamento dinamico di un sistema ad ingranaggi è una delle attività principali nello studio e progettazione di gearbox presso GE Avio Aero. Come descritto nella parte introduttiva, la dinamica di componenti ed in particolare quella di sistemi rotanti è una delle branche delle scienze ingegneristiche più recenti e complicate: comprendere il comportamento dinamico di un sistema di ingranaggi come quelli gearbox è fondamentale in quanto consente di identificare ad esempio le loro frequenze operative, modi propri, condizioni di risonanza, ecc. L'importanza di questa attività è ancora più evidenziata dal fatto che, oggi, le cause di rottura di sistemi come quelli gearbox sono generalmente dovute a questioni di dinamica: la risonanza, infatti, è un fenomeno che si vuole sempre evitare in quanto rappresenta un rischio distruttivo; essa è una condizione fisica che si può verificare quando si eccita il sistema con la frequenza propria del sistema stesso oppure quando la forma di eccitazione è uguale o simile. Una delle più importanti analisi dinamiche è ad esempio l'analisi modale, che è lo studio del comportamento dinamico di una struttura che viene sottoposta a vibrazioni e permette di determinare e comprendere le proprietà e la risposta di una struttura, libera o vincolata, in *free floating* oppure eccitata da sollecitazioni forzanti esterne. Numerosi sono i software e i tools per l'analisi dinamica: quelli utilizzati per questa attività sono NX Nastran e un tool messo in piedi da GE Avio Aero per l'analisi dinamica di sistema.

## 4.2 Tools di analisi dinamica

### 4.2.1 NX Nastran

Nastran è un programma di analisi ad elementi finiti (FEA: *Finite Elements Analysis*) sviluppato originariamente dalla NASA verso la fine degli anni '60 per lo sviluppo dell'industria aerospaziale (il nome è infatti un acronimo di *NASA STRucture ANalysis*). Il codice sorgente di Nastran è integrato in vari pacchetti software gestiti da diverse società informatiche, quali ad esempio MSC Software e Siemens PLM Software.

Nastran è in particolare un solutore per le analisi ad elementi finiti, infatti non è dotato di particolari funzionalità che permettono ad esempio la ricostruzione grafica di un modello o la generazione di mesh: gli input e gli output del programma sono file di testo che a loro volta vengono generati e letti da altri software per la preparazione del modello e l'analisi dei risultati. Nella metodologia di modellazione analizzata in questa tesi, gli input di Nastran sono file in formato bdf (*Bulk Data Input File*): questa tipologia di file può essere maneggiata comodamente tramite editor open source di codice, come ad esempio Notepad++, dove è possibile impostare un linguaggio Nastran che permette una visualizzazione più accurata delle righe di comando. I file bdf contengono dunque l'elenco di tutte le informazioni necessarie per fare eseguire il programma; per quanto concerne l'attività svolta, i bdf utilizzati contengono ad esempio l'elenco di nodi, elementi, connessioni, sistemi di riferimento, proprietà e comandi, che possono essere analisi statiche (SOL 101), modali (SOL 103), risposta in frequenza (SOL 108), ecc.

Questo software dispone di svariate possibilità di analisi, comandi e modellizzazione, ma presenta alcune limitazioni per alcune tipologie di analisi e post-process che risultano ancora complicati come ad esempio le analisi dinamiche 3D con particolari non linearità: a causa di questi vincoli, è stato necessario lo sviluppo da parte di GE Avio Aero di tool più sofisticati, particolari e focalizzati sulla dinamica 3D dei sistemi rotanti.

### 4.2.2 Tool di GE Avio Aero

Questo tool nasce dall'esigenza di effettuare un'accurata analisi dinamica 3D di sistemi rotanti, composti dunque da numerosi componenti e di conseguenza un numero notevole di nodi ed elementi.

Il tool è scritto e strutturato in Matlab, ma sfrutta una prima riduzione dinamica in Nastran che risulta imprescindibile dal momento che permette di ridurre notevolmente il numero di elementi e nodi da processare in seguito. La prima potenzialità del programma è preparare quindi un file bdf "Nastran like" di riduzione da lanciare in Nastran, dove vengono riportate le informazioni necessarie per la riduzione: questa viene fatta sui nodi di pelle e quelli di interfaccia, che altro non

sono che dei duplicati dei nodi centri di connessione RBE3 (la riduzione non si può applicare ai nodi *slave*, pertanto se ne devono creare altri duplicati).

Il file di riduzione impone la stampa di un file pch, ossia un file contenente le matrici ridotte di rigidezza e massa che vengono importate nel tool Matlab e viene fatta un'ulteriore riduzione ai soli nodi di interfaccia. Viene poi effettuata una ri-espansione ai nodi di pelle per la visualizzazione dei risultati (da cui la funzionalità della mesh di pelle) in funzione alle analisi desiderate, che possono essere statica, modale, forzata, ecc. La rappresentazione visiva dei risultati è di fondamentale importanza in quanto consente un'interpretazione dei risultati stessi in maniera molto più veloce ed istintiva: è possibile in questo modo identificare ad esempio condizioni di penetrazione tra componenti, che rappresenta uno dei principali fattori di rischio.

Questo tool è ancora in fase di sviluppo e miglioramenti come l'implementazione di non linearità, ma consente già numerose potenzialità che, ad oggi, non sono per il momento riscontrabili in altri tool commerciali analoghi.

### 4.2.3 Test case d'esempio: trave semplice

Un primo test case applicativo d'esempio per la validazione delle procedure di modellazione e dei tool utilizzati è l'analisi di una trave semplice. Bisogna fin da subito evidenziare che si tratta di un'analisi componentistica, quindi non di sistema; nonostante ciò, risulta un ottimo punto di partenza e una base per poter comprendere meglio un'analisi dinamica di sistema utilizzando le metodologie descritte ed implementarle in test case molto più complicati quali gearbox aeronautiche.

#### Modellazione CAD

La parte di modellazione CAD è molto semplice, in quanto non sono necessarie operazioni nè di *grouping* (è un componente singolo) nè *defeaturing*, dal momento che si tratta di una semplicissima trave a sezione quadrata ottenuta per mezzo di un'estrusione di un quadrato; la trave CAD è rappresentata in figura 4.1.

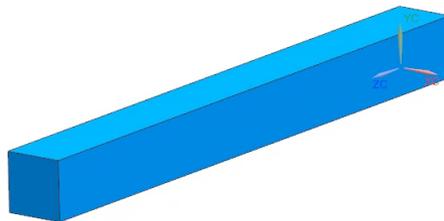


Figura 4.1. Trave CAD.

## Modellazione FEM

Anche questa parte non presenta particolari problematiche: la mesh 3D è ottenuta per mezzo di estrusione di una mesh 2D costituita da 3x3 elementi su una delle due facce quadrate d'estremità; la mesh di pelle è modellata manualmente dal momento che si tratta di una generazione di soltanto 40 elementi quadrati semplici. Le due mesh sono riportate in figura 4.2, dove quella 3D (marrone) è sottostante a quella *skin* (verde).

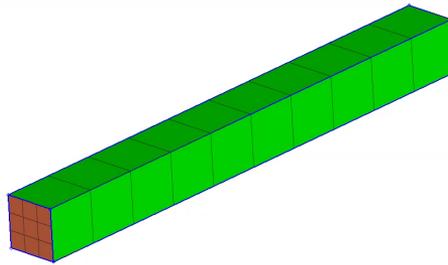


Figura 4.2. Mesh 3D e di pelle di una trave.

Le connessioni RBE3 sono invece applicate al centro delle due facce quadrate di estremità, come mostra la figura 4.3, dove si è voluta simulare una connessione di tipo flangia o in generale una condizione di vincolo e/o di carico.

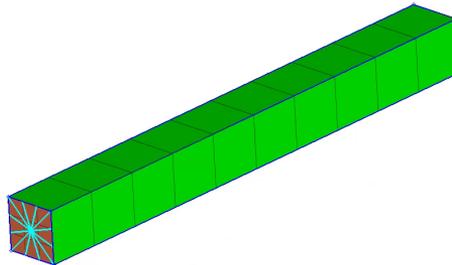


Figura 4.3. Modello FEM di trave con connessioni RBE3.

Dopo aver effettuato l'*equivalence* dei vari nodi, rinumerato i vari nodi secondo criteri logici di riconoscimento per i processi successivi ed aver impostato le proprietà di materiale alla mesh tridimensionale, è già possibile esportare il file bdf del modello FEM completo.

### Riduzioni e analisi modali

Il file bdf in output dalla modellazione FEM viene dunque modificato per preparare un file *Nastran like* da processare in Nastran in modo che il programma faccia una prima riduzione da tutti i nodi del modello a quelli di pelle e di interfaccia.

Terminata l'esecuzione di Nastran, si importa il file pch, contenente le matrici di massa e rigidezza ridotte, nel tool Matlab, che implementa una seconda riduzione ai soli nodi di interfaccia. Infine, il tool effettua una riespansione dal sistema ridotto di nodi di interfaccia ai nodi di *skin* per la visualizzazione grafica dei risultati; in particolare, si è eseguita un'analisi modale.

### Confronto di riduzioni

Per effettuare un'ulteriore verifica, è possibile procedere con un confronto tra 3 casi di processo ed analisi diversi, focalizzandosi in particolare sulla frequenza di taglio, che in ogni caso di analisi e riduzione deve essere sempre scelta ed impostata seguendo il criterio di moltiplicazione della frequenza massima operativa d'interesse del componente per 1,5 (in seguito si comprenderà il motivo).

I tre casi sono:

1. analisi modale classica (SOL 103) del sistema completo della trave con frequenza di taglio pari a 50 kHz;
2. analisi modale del sistema *skin* + interfacce, quindi primo step di riduzione, con frequenza di taglio pari a 20 kHz;
3. analisi modale del sistema solo interfacce, dunque con sottoriduzione, con frequenza di taglio pari a 20 kHz.

Dal momento che il sistema sottoridotto presenta il minor numero di modi (17), si sono analizzate le differenze relative dei primi 17 modi dei 3 casi differenti: in particolare, viene riportato in figura 4.4 un confronto in scala logaritmica dei primi 17 modi dei vari casi in funzione della frequenza.

Si nota un valore di frequenza oltre al quale i modi divergono esponenzialmente: questo valore è determinato proprio dalla frequenza di taglio. In parole povere, se si è prima e lontani dalla frequenza di taglio, le varie analisi presentano risultati ed andamenti molto simili e sono generalmente affidabili; invece, più ci si avvicina o, peggio ancora, si va oltre alla frequenza di taglio, i valori risultano via via più discordi tra loro e le analisi, pertanto, diventano sempre meno affidabili.

Si può comprendere dunque il motivo per il quale, in genere, si riduce fino a 1,5 volte la massima frequenza operativa di interesse. Questo coefficiente di sicurezza, tuttavia, non è l'unico fattore col quale viene decisa ed impostata la frequenza di taglio: se, ad esempio, si volesse effettuare un'analisi di *imbalance* (sbilanciamento delle masse), non avrebbe senso prendere frequenze di taglio eccessivamente elevate

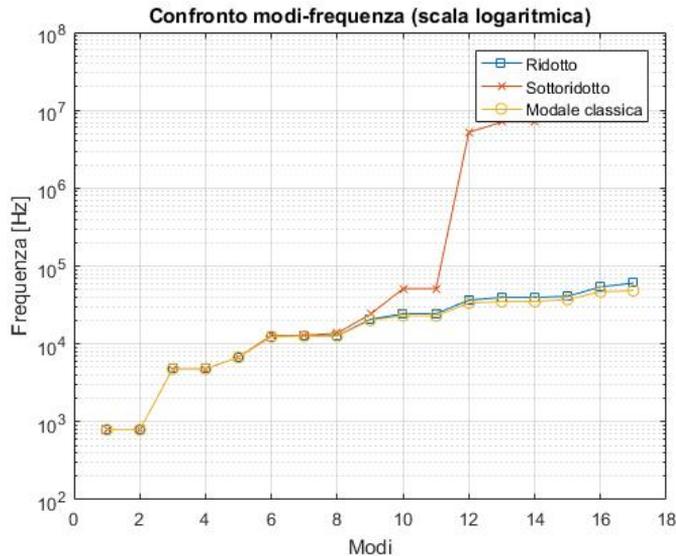


Figura 4.4. Confronto modi-frequenze di 3 casi di analisi.

come possono essere quelle massime operative (che sono dell'ordine della decina di kHz), in quanto, maggiore è il valore della frequenza di taglio, maggiori saranno il costo computazionale e, di conseguenza, i relativi tempi di processo e di analisi. Infine, si può concludere che i metodi di modellazione e i processi di riduzione ed analisi dinamica comportano notevoli vantaggi in termini di tempo e semplificazione del lavoro, senza andare ad influire negativamente sull'affidabilità dei risultati attesi a meno di una frequenza di taglio appropriata.

#### 4.2.4 Test case applicativo: gearbox aeronautica di un elicottero

L'implementazione applicativa di questa attività di modellazione ed analisi dinamica è stata svolta su un High Speed Input Stage di un nuovo prototipo di elicottero. Durante lo svolgimento di questa attività su questo test case, è stato possibile comprendere a fondo l'importanza della modellazione di sistema per analisi dinamica: i sistemi di trasmissione di questo elicottero sono infatti complessi ed innovativi in quanto, ad esempio, dotati di numerosi piani di rotazione e stage di trasmissione del moto, da cui si deduce l'utilità di una modellazione che segua determinate regole e standard, quali quelli visti in precedenza, per ottenere un modeling di sistema neutro che porti ad un risultato il più soddisfacente ed affidabile possibile.

Lo stage di trasmissione analizzato e modellato è composto da 3 macro-gruppi funzionali:

1. Input group: costituito da un input shaft (pignone) dotato di 3 piste cuscinetti (2 piste per rollers e 1 pista per balls) e collegato al lato del motore per mezzo di una flangia.
2. Output group: costituito da un output shaft dotato anch'esso di 3 piste cuscinetti analoghe, due flex shafts ed un sistema fit+spline per la coppia in uscita verso una lateral housing.
3. Housing group: consente l'inscatolamento dei due gruppi precedenti, è costituito da 6 piste cuscinetti che permettono la rotazione dei due alberi al suo interno ed è supportato prevalentemente da bolts e pin, che per la modellazione di sistema vengono connessi a terra.

Una rappresentazione grafica funzionale di questo sistema è riportata in figura 4.5, dove l'input group è colorato in arancione, l'output group in blu e l'housing group in verde.

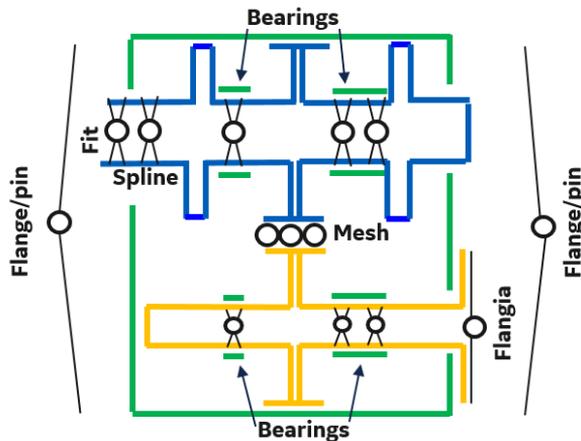


Figura 4.5. Schema di gearbox e connessioni.

Questa gearbox ha consentito l'implementazione di tutti i tipi di connessione:

- 6 gruppi di connessioni bearings per le 6 piste cuscinetti che connettono i due alberi all'housing.
- 1 connessione mesh per l'ingranamento tra i due alberi.

- 1 gruppo fit+*spline* sull'albero di output per la trasmissione della coppia ad un lateral housing.
- 1 flangia sull'albero di input.
- 2 gruppi di flange e pin sui due lati dell'housing.

Come si può notare, questa gearbox ha consentito l'implementazione di tutte le tipologie di connessioni analizzate.

Si riporta in figura 4.6 la rappresentazione delle varie mesh di pelle utilizzate per la sua modellazione.

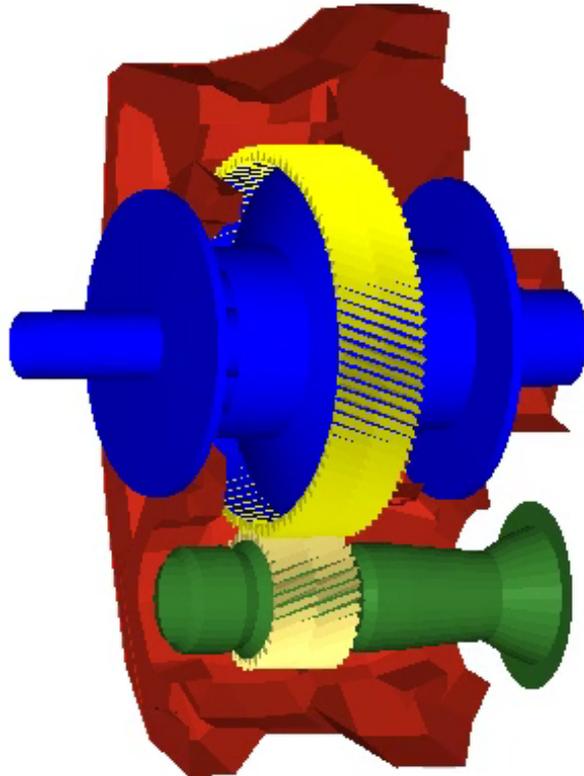


Figura 4.6. Mesh di pelle dell'High Speed Input Stage.

### 4.2.5 Risultati analisi dinamica di sistema

Per la gearbox esaminata nel capitolo precedente, si svolgono analisi dinamiche dapprima per i singoli componenti, poi per l'intero sistema, al fine di dimostrare il vero motivo per il quale l'analisi dinamica di sistema è così importante. Per entrambe le analisi, vengono utilizzati gli stessi valori delle rigidità in modo da rendere comparabili i risultati. In particolare, l'housing group è vincolato a terra dalle flange e dai pin, i bearings sono dotati di rigidità radiale per i rollers e assiale per i balls; input e output group sono connessi da una rigidità di mesh. Si riportano i modi, le frequenze, le descrizioni e le immagini delle analisi dinamiche di output group, input group ed housing group.

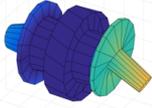
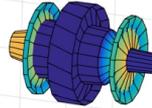
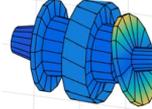
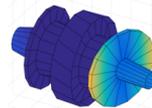
Modi	Hz	Descrizione	Immagine
1	81-81	Primo modo flessionale delle flange (1D)	
2	90	Modo assiale	
3	165	Modo roto/flessionale (1D)	
4	168-168	Flessionale di flangia (1D)	

Figura 4.7. Analisi modale dell'output group (1).

La velocità operativa è di 20000 rpm, pertanto il range di interesse coinvolge frequenze intorno ai 300-400 Hz. In questo intervallo, l'output group (4.7 e 4.8) è caratterizzato da un modo flessionale (bending) delle due flange e della cartella dell'ingranaggio.

Per l'input group (4.9 e 4.10), non esistono modi caratteristici attorno al range di frequenze operativo. L'input group è in generale caratterizzato da modi con frequenze maggiori; in particolare, essendo un corpo tozzo, i primi modi flessionali appaiono a frequenze ben più elevate rispetto all'output group.

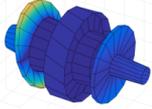
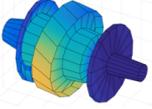
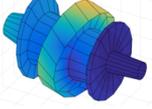
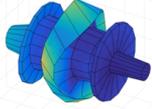
Modi	Hz	Descrizione	Immagine
5	336	Flessionale di flangia (1D)	
6	955	Modo assial/flessionale (1D)	
7	1020	Modo flessionale (armonica 2 lungo l'asse)	
8	1101	Flessionale (armonica 2 lungo l'asse e 2D della cartella dell'ingranaggio)	

Figura 4.8. Analisi modale dell'output group (2).

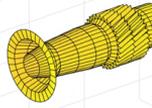
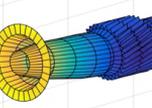
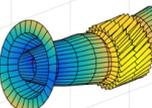
Modi	Hz	Descrizione	Immagine
1	1324	Assiale	
2	1412-1412	Prima flessionale dell'albero (simile a trave incastrata)	
3	3743-3743	Seconda flessionale dell'albero (seconda armonica)	

Figura 4.9. Analisi modale dell'input group (1).

La dinamica dell'housing group (4.11 e 4.12) non è particolarmente rilevante: si

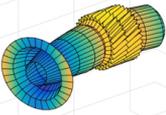
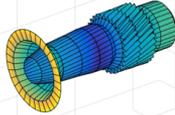
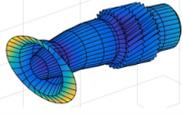
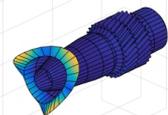
Modi	Hz	Descrizione	Immagine
4	3869-3869	Flessionale dell'albero (seconda armonica)	
5	5442	Torsionale	
6	6201-6201	Prima flessionale della flangia di ingresso (modo diametrale 1D)	
7	7519-7519	Seconda flessionale della flangia di ingresso (modo diametrale 2D)	

Figura 4.10. Analisi modale dell'input group (2).

incontrano prevalentemente modi che coinvolgono la copertura degli shafts a frequenze comunque distanti dal range operativo. Modi che coinvolgono strutture più importanti come i supporti dei cuscinetti hanno frequenze maggiori.

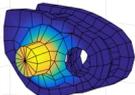
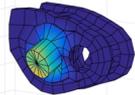
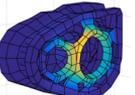
Modi	Hz	Descrizione	Immagine
1	1245	Modo su strutture di copertura	
2	1370	Modo su strutture di copertura	
3	1600	Modo su struttura supporto cuscinetti	

Figura 4.11. Analisi modale dell'housing group (1).

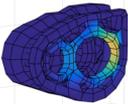
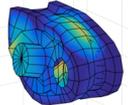
Modi	Hz	Descrizione	Immagine
4	2305	Modo su struttura supporto cuscinetti	
5	3161	Modo di parete	

Figura 4.12. Analisi modale dell'housing group (2).

Si riporta, dunque, l'analisi modale dell'intero sistema (4.13 e 4.14), mostrando solamente le parti rotanti per facilità di visualizzazione, dal momento che la parte statica non partecipa attivamente ai modi.

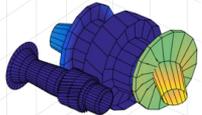
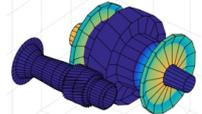
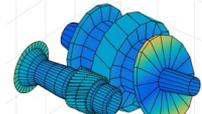
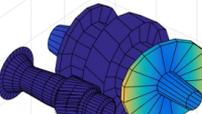
Modi	Hz	Descrizione	Immagine
1	78-78	Modo 1 dell'output shaft	
2	90	Modo 2 dell'output shaft	
3	160	Modo 3 + rotazione dell'input shaft	
4	167-167	Modo 4 dell'output shaft	

Figura 4.13. Analisi modale di sistema (1).

I singoli componenti isolati, albero di ingresso, albero di uscita e parte statica, sono stati analizzati imponendo come condizioni al contorno rigidità realistiche per cuscinetti, spline e fits, le stesse impiegate anche per il modello di sistema. La

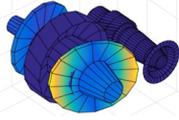
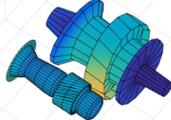
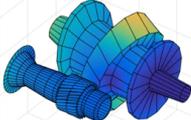
Modi	Hz	Descrizione	Immagine
5	231-231	Modo 5 dell'output shaft	
6	750-750	Derivato da modo 6 dell'output shaft con alterazione di sistema che coinvolgono anche l'input shaft	
7	955	Derivato da modo 7 dell'output shaft con alterazione di sistema che coinvolgono anche l'input shaft	

Figura 4.14. Analisi modale di sistema (2).

differenza sostanziale rispetto a quest'ultimo consiste nell'assenza delle flessibilità e delle rigidità degli altri componenti, caratterizzando così il componente isolato. Molte informazioni dinamiche di base possono essere estratte dallo studio dei diagrammi di Campbell, soprattutto confrontando la il comportamento dei singoli componenti con quello dell'intero sistema.

Il componente housing è quello meno interessante dal punto di vista dell'interazione, come era logico attendersi. Questo componente vuole essere il più possibile vicino ad una condizione di “terra” rispetto ai componenti che ruotano by design, per questo motivo è tipicamente più rigido relativamente alle parti rotanti (rotori) e non si desiderano modi di interazione tra parti rotanti e struttura statica. Guardando alla modale del componente housing isolato, è possibile notare come le frequenze siano molto alte rispetto a quelle degli altri componenti ed anche rispetto alla velocità operativa. Non ci si aspetta che questi modi vengano fortemente alterati dall'assemblaggio del sistema, almeno fino al campo delle alte frequenze. Per le analisi in bassa frequenza, rotordinamica classica in cui la principale eccitante è lo sbilanciamento residuo delle parti rotanti, ci si attende che questi modi interagiscano molto poco con i modi di rotore e che di conseguenza partecipino poco alla vibrazione.

Per gli alberi di ingresso e di uscita il discorso è differente: sono assialmente (soprattutto input shaft) e radialmente (soprattutto output shaft) molto più flessibile dell'housing, i loro modi compaiono a basse frequenze e nella zona del range operativo e ci si aspetta che possano interagire e combinarsi a causa dell'ingranamento. Soprattutto, trattandosi di un unico ingranamento semplice ad elica, possono nascere accoppiamenti completi latero/assial/torsionali, eccitabili anche in bassa

frequenza. Tra i due componenti, l'albero di ingresso è più piccolo e compatto e le sue frequenze proprie sono comunemente più alte rispetto a quelle dell'albero di uscita, soprattutto i primi modi flessionali, che sono quelli più facilmente eccitabili dallo sbilanciamento. L'albero di uscita è invece caratterizzato da molti modi flessionali in bassa frequenza, anche misti rotazionali e assiali, che portano da subito un gioco rischio dinamico nei pressi della zona operativa. Alcuni modi deformano poco nelle zone di interfaccia e per questo sono destinati a rimanere molto simili anche nel sistema assemblato. Altri però, con grande deformazione su tutto il componente e sulle zone di interfaccia, che avranno verosimilmente interazioni di sistema importanti, come i modi 6, 7 e 8. Nel caso specifico, questi modi sono anche lontani dalla velocità operativa, ma occorre considerare l'effetto della giroscopia di sistema che aprirà (forward e backward) e modificherà frequenze e forme modali in funzione della velocità tanto che gli sbilanciamenti potrebbero eccitare delle risonanze pericolose.

In sostanza, è indispensabile assemblare e lanciare un modello di sistema per avere un'idea più chiara e realistica della dinamica di questa scatola ingranaggi, mentre studiare i componenti isolati offre solo alcune indicazioni sommario, e può risultare come minimo parziale se non fuorviante. Nel seguito si riportano alcuni risultati salienti per la rotordinamica, come il diagramma di Campbell, tenendo conto degli effetti giroscopici e la risposta allo sbilanciamento. Il sistema è stato assemblato utilizzando valori realistici per le connessioni inter-componente e adottando vincoli fissi come condizioni al contorno. Riferendosi allo sbilanciamento, i due rotori sono considerati omogeneamente eccentrici secondo valori che derivano dall'esperienza Avio, così come i valori di smorzamento strutturale per componenti e connessioni. Analizzando le modali di sistema, è chiaro come i primi modi siano del tutto simili a quelli dall'albero di uscita isolato, come era attendibile in quanto poco sensibili alle condizioni di interfaccia col sistema. Non è così per i modi a più alta frequenza: i modi naturali flesso/assiali e flessionali di ordine superiori cambiano chiaramente, sia di posizione (centinaia di Hz) che di forma modale, anche se in maniera meno evidente. La risposta allo sbilanciamento riporta chiaramente una forte vibrazione in corrispondenza delle velocità critiche associate a questi modi, per fortuna lontani dalle velocità operative. Ciononostante, risulta chiaro come lo sbilanciamento dell'albero di uscita ecciti chiaramente una risposta alla forward del suo primo flessionale che, per effetto giroscopico, risponde proprio in prossimità della velocità operativa.

Il modello di sistema si è rivelato quindi fondamentale per avere un quadro completo e chiaro sul comportamento di questa mettendo in luce importanti criticità, risultato non conseguibile con lo studio dei componenti isolati. Per ultimo, c'è da considerare che la scatola ingranaggi analizzata è a sua volta un "componente" di un sistema molto più elaborato e complesso, che dev'essere modellato a sua volta. In particolare, le condizioni al contorno adottate possono non essere realistiche, quindi anche le criticità evidenziate dovranno essere interpretate alla luce di questa

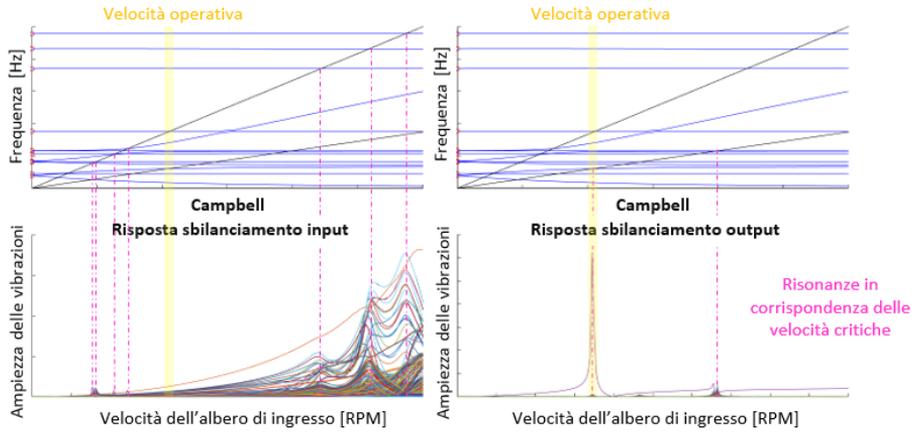


Figura 4.15. Risultati dinamici per il modello di sistema.

evidenza. Passare da connessioni più semplici e più dettagliate ed evolvere verso l'intero modello di sistema sarà parte del percorso di design ed aiuterà a comprendere meglio il comportamento dinamico e a guidare il design stesso passo passo, evolvendo con esso. In tutto questo, è chiaro che solo un modello di sistema come quello qui presentato ha le potenzialità adeguate per affiancare il design in tutte le sue necessità, evitando problematiche dinamiche fin dal principio e risultato in parti efficienti, leggere e sicure.

## Capitolo 5

# Conclusioni

Lo scopo di questa tesi è stato di esaminare ed applicare metodologie avanzate per la simulazione dinamica di sistemi di ingranaggi, con particolare riferimento al mondo aeronautico ed elicotteristico. Inizialmente, sono stati presentati e descritti criticamente gli aspetti fondamentali per i modelli CAD e FEM finalizzati all'analisi dinamica di sistema, mentre l'ultima parte della tesi si è concentrata sull'analisi dinamica di sistema, in particolare sul test case ed i relativi risultati.

L'high speed input stage di un nuovo prototipo di elicottero innovativo è stato sfruttato come test case, implementando tutte le metodologie esaminate al fine di effettuare l'analisi dinamica di sistema con il tool 3D di GE Avio Aero. La scatola ingranaggi è costituita da tre gruppi funzionali diversi (un gruppo di ingresso della coppia, un gruppo d'uscita ed una parte statica di supporto) connessi tra loro per mezzo delle tecniche descritte nel corpo della tesi.

L'analisi dinamica ha evidenziato che:

- le metodologie applicate consentono una modellazione rapida ed efficace per catturare il comportamento dinamico del sistema;
- il comportamento modale del componente isolato può solo dare alcune indicazioni di massima, ma non generalizzate ed esaustive, rispetto a come si comporterà lo stesso componente a livello di sistema. In particolare, i modi di componente cambiano, si spostano ed interagiscono mutuamente fra loro alterando le forme modali. Pertanto, una frequenza che può risultare critica a livello di componente può non esserlo a livello di sistema e viceversa, da cui il valore fondamentale e la necessità dell'analisi dinamica di sistema.

In termini pratici, gli sviluppi futuri di questa attività, oltre alla creazione di un facilitatore per le connessioni, vedranno il completamento degli altri stadi di trasmissione dell'elicottero al fine di superare le limitazioni al contorno della singola

scatola. Dal punto di vista metodologico, verranno analizzati gli effetti delle diverse tipologie di connessione, argomento non affrontato in sede di tesi: connessioni puramente 3D al centro, connessioni non lineari vs. lineari, sensitività su alcune varianti di modellazione e ai parametri critici per la dinamica, etc.

Lo scopo ultimo sarà quello di rendere un quadro chiaro di tutti gli effetti rilevanti che modellazione e metodo hanno sulla dinamica di sistema, prendendo in considerazione ovviamente anche applicazioni differenti oltre a quella qui presentata. Con questo bagaglio di casistiche il metodo potrà essere efficacemente calibrato, evoluto ed infine validato a fronte di risultati sperimentali, mettendone in luce i benefici e le eventuali lacune da colmare.

Molta attività di ricerca e molti confronti sperimentali sono in corso in azienda al fine di migliorare e validare il metodo, in modo da predire efficacemente i comportamenti dinamici di sistema. Quando uno strumento tale sarà disponibile, sarà finalmente possibile ottimizzare in maniera multidisciplinare ed efficace anche la dinamica di sistema a partire dalle primissime fasi di design. Il risultato saranno prodotti migliori, più efficienti, più robusti, più economici e più sicuri, contribuendo significativamente al futuro del trasporto aereo, e non solo.

# Bibliografia

- [1] G. Jacazio, S. Pastorelli - *Meccanica applicata alle macchine*, Levrotto & Bella
- [2] G. Genta, *Dynamics of rotating systems*, Springer Science & Business Media
- [3] Shigley, J.E., Mischke, C.R., Budynas, R.G., *Progetto e costruzione di macchine*
- [4] R. J. Guyan - *Reduction of stiffness and mass matrices*, AIAA Journal
- [5] M. Di Sciuva, *Corso di strutture aeronautiche*, Politecnico di Torino
- [6] JT Young e WB Haile. «Primer on the craig-bampton method». In: *Finite Element Modeling Continuous Improvement*, NASA (2000).
- [7] A. A. Salih - *Finite Element Metod*, IIST
- [8] MSC Nastran 2012 - *Quick Reference Guide*, MSC Software