## **POLITECNICO DI TORINO**

## Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

## Tesi di Laurea Magistrale

# VALUTAZIONE AERODINAMICA DI ROBUSTEZZA DEL DESIGN DI TURBINE AERONAUTICHE





Relatore Accademico:

**Prof. Francesco Larocca** 

Tutor Aziendale:

Ing. Ernesto Sozio

Candidato:

Savino Di Bitonto

Anno Accademico 2017-18

## Indice

Introduzione	6
Capitolo 1	8
Motore aeronautico	
1.1 Il motore Turbofan	
1.2 Turbina aeronautica	
1.2.1 Grado di reazione	17
1.2.2 Rendimento di una turbina	
1.2.3 Scelte di progetto: diagramma di Smith	20
1.2.4 Portata in turbina	20
Capitolo 2	22
Robust Design	22
2.1 Material Review Board (MRB)	
2.2 Quality Notification (QN)	24
2.3 Struttura del Book of Knowledge (BOK)	
Capitolo 3	
Tolleranze progettuali	
3.1 Grandezze di profilo	
3.2 Grandezze interpalari	
3.3 Grandezze di pala	
3.4 Trattazione dei range di tolleranza	
Capitolo 4	
Derivatives	
4.1 Through Flow (TF)	
4.2 Meanline Analysis	
4.3 Fitting	
4.3.1 Latin Optimal Hypercube Sampling (LHS)	40
4.3.2 Neural Network (NN)	41
4.3.2.1 Struttura di un neurone	
4.3.2.2 Architetture di rete	
4.3.3 Approssimazione di una Neural Network	
Capitolo 5	
	4

Analisi degli impatti
5.1 Distribuzione gaussiana
5.2 Distribuzioni asimmetriche
5.2.1 Distribuzione triangolare
5.3 Metodo Monte Carlo53
5.4 Regressione lineare
5.4.1 Metodo dei minimi quadrati55
5.4.2 Bontà di una regressione
5.5 Minitab
5.6 Analisi statistica implementata sul tool60
Capitolo 6
Risultati
6.1 Derivatives
6.1.1 Range A62
6.1.2 Range B72
6.1.3 Confronto con le Neural Network76
6.2 Distribuzioni statistiche
6.3 Analisi Monte Carlo80
6.3.1 Intera turbina
6.3.2 Singoli parametri geometrici81
6.4 Pareto
6.4.1 Impatto sul rendimento
6.4.2 Impatto sulla flow-function
6.5 Validazione statistica del tool
Conclusioni
Bibliografia

## Introduzione

Il seguente lavoro di Tesi è stato svolto in collaborazione con "GE Avio Srl".

Come oggetto di studio si sono adoperate tre <u>turbine di bassa pressione</u> (Low Pressure Turbine, LPT), appartenenti a tre motori aeronautici rispettivamente.

All'interno di un'industria aeronautica, la produzione di ogni componente passa attraverso diversi processi di lavorazione a cui sono associati i relativi tempi e costi, perciò c'è il bisogno di rendere il processo produttivo solido per una loro ottimizzazione, assicurandosi che il pezzo finito operi in sicurezza e garantisca le prestazioni per cui è stato progettato.

L'argomento trattato nel presente lavoro è un'analisi di **robustezza del design** di turbine aeronautiche: si analizzerà come il processo produttivo influenzi le prestazioni delle turbine.

Infatti, le normative molto stringenti ed esigenze di competitività, portano ad avere un prodotto con altissimi standard di qualità.

L'esigenza di condurre analisi dettagliate sull'impatto dovuto alle caratteristiche geometriche nasce dalla richiesta di garantire la minore variabilità possibile tra una turbina e l'altra in termini di prestazioni, e quindi di consumo specifico di carburante.

Ogni grandezza geometrica è inevitabilmente affetta da tolleranze progettuali, pertanto un certo scostamento dal valore nominale, potrebbe influenzare in maniera determinante l'efficienza globale della turbina. In fase di progettazione, quindi, si tiene conto di certe variabilità determinate dalla qualità complessiva del processo produttivo e da ragioni puramente statistiche. L'implementazione di uno strumento, detto "**Book of Knowledge**" (BOK), consente di raccogliere in forma tabellare le relazioni tra i principali parametri geometrici e il relativo impatto che le loro variazioni hanno sia sull'efficienza che sulla funzione di flusso (flow function, FF) della turbina.

Il presente lavoro di tesi si basa su uno studio precedentemente svolto presso GE Avio, in cui era stato realizzato un BOK di determinate turbine aeronautiche. La sua applicazione principale è giustificata dalla sua immediata fruizione nel caso in cui sia richiesta una stima delle variazioni delle prestazioni della turbina associate a determinate non conformità geometriche che eccedono le tolleranze progettuali (Quality Notification, QN). Le valutazioni associate a QN sono richieste nel caso in cui si è disposti a prendere in considerazione un compromesso tra una limitata penalizzazione di efficienza e/o FF da un lato, e costi dovuti a scarti di produzione dall'altro (sempre con un occhio di riguardo sulla sicurezza del pezzo).

Scopo di questo lavoro è quello di ottenere un unico strumento **automatico** che racchiuda tutta la conoscenza su una data turbina ("**digital engine**"), in termini di misure a disegno, tolleranze e impatti sulle prestazioni. Tali stime delle prestazioni verranno valutate in "<u>Aero Design Point</u>", perciò, in questo caso, non verranno considerati gli effetti sul comportamento off-design della turbina.

L'implementazione di una procedura automatica per l'esecuzione di questo tipo di analisi consente di facilitare le stime preliminari che il progettista aerodinamico normalmente stabilisce con onerosi strumenti di calcolo.

In questo lavoro di tesi, si farà riferimento ai range di tolleranza delle caratteristiche geometriche che verranno presi accuratamente in considerazione nella creazione del BOK.

Per aumentare la versatilità di questo tool, oltre a valutare gli effetti delle variazioni geometriche all'interno degli intervalli di tolleranze, si prenderanno in considerazione anche quelle che superano tali limiti.

Nel BOK esistente erano stati studiati 8 parametri geometrici con uno strumento bidimensionale. In quello implementato durante questa collaborazione, sono stati aggiunti due parametri e sono stati utilizzati due strumenti diversi per le analisi fluidodinamiche (simulazioni 1D e 2D).

Per poter valutare gli impatti di ogni parametro geometrico è stata effettuata un'analisi statistica: prima con il **metodo Monte Carlo** e successivamente con un **Pareto**.

Grazie al metodo Monte Carlo, si possono valutare le variazioni di prestazioni dovute a distribuzioni statistiche determinate dai processi produttivi, e inoltre, individuare i parametri e/o le schiere che incidono maggiormente. Grazie a queste analisi, si possono analizzare nel dettaglio i componenti che richiedono maggiore attenzione in fase di produzione.

Il seguente elaborato è così suddiviso:

- <u>Capitolo 1</u>: panoramica di un motore aeronautico, con focalizzazione sul Turbofan e su una turbina aeronautica.
- <u>Capitolo 2</u>: inquadramento del tema e struttura del BOK.
- <u>Capitolo 3</u>: parametri geometrici trattati e range di tolleranze.
- <u>Capitolo 4</u>: derivatives, strumenti utilizzati per simulare le prestazioni (date in input delle variazioni dei parametri geometrici) e fitting dei trend.
- <u>Capitolo 5</u>: analisi statistica (distribuzioni statistiche, metodo Monte Carlo e regressione lineare) e utilizzo di un software statistico come punto di partenza.
- <u>Capitolo 6</u>: Risultati (derivatives, Monte Carlo, Pareto) e confronto con il lavoro precedente.
- <u>Conclusioni</u>.

Si evidenzia che questo lavoro è stato effettuato avvalendosi di dati contenuti nel database Avio Aero, perciò la trattazione dei risultati non può essere mostrata nella sua totalità perché sottoposta a stringenti leggi di proprietà intellettuale. Pertanto, i dati e i grafici di una turbina presa come "test case" verranno riportati con valori opportunamente adimensionalizzati.

## **Capitolo** 1

### Motore aeronautico

Il motore di un aereo rappresenta l'organo che genera la forza propulsiva che consente all'aereo di muoversi nell'ambiente circostante sfruttando il terzo principio della dinamica: azione-reazione.

La forza propulsiva viene ottenuta dalla trasformazione dell'energia termica in energia dinamica e può essere utilizzata per generare la spinta propulsiva.

Questa è fondamentale per bilanciare la resistenza aerodinamica derivata dal moto relativo rispetto all'aria circostante e tenere in volo l'aeromobile (fig.1.1).



Figura 1.1: diagramma di corpo libero di un velivolo in equilibrio

Nel settore aeronautico, nel tempo, si sono affermati due tipologie principali di motori: i "**Motori a Scoppio**" o Alternativi, generalmente impiegati negli aerei motoelica e i "**Motori Turbofan**" impiegati negli aerei cosiddetti Jet Liner.

Nella <u>propulsione a elica</u> il motore genera una forza in grado di mettere in rotazione un dispositivo chiamato elica che genera la spinta propulsiva.

I motori alternativi erano quelli più usati nei primi anni del Novecento, ma il non poter superare il Mach 0.5-0.6 a causa dei bassi rendimenti, rappresentava un problema.

Perciò con il secondo conflitto mondiale, l'esigenza di avere velivoli di combattimento più veloci, portò all'instaurarsi della propulsione a getto, con rendimenti più alti di quelli ad elica per elevate velocità di crociera.

Nella <u>propulsione a getto</u> il motore fa compiere un ciclo termodinamico ad una massa d'aria la cui espulsione genera per reazione la spinta.

In fig. 1.2 è riportata l'espressione della spinta per un ugello adattato.



#### Figura 1.2: schematizzazione della spinta per un turbogetto

Trascurando la portata di combustibile, si può scrivere:

 $F = \dot{m}(V_e - V_0)$ 

Il ciclo termodinamico ideale su cui si fondano, è quello Joule-Brayton (fig. 1.3)



Figura 1.3: Rappresentazione di un ciclo Joule-Brayton in un diagramma T-s

Nel ciclo si può intravedere:

- Una fase di <u>compressione isentropica</u>, in cui un compressore aumenta la pressione e la temperatura del gas.
- Una fase di fornitura di calore dall'esterno a pressione costante, operata da un combustore.
- Una fase di <u>espansione isentropica</u>, in cui viene estratta energia dal fluido da una turbina, causando una diminuzione di temperatura e pressione del gas.
- Una fase di <u>sottrazione del calore</u> a pressione costante, oppure se si parla di un ciclo aperto, il gas viene rilasciato in atmosfera.

Detto  $\beta$  il rapporto di pressione imposto dal compressore, si può esprimere il rendimento ideale termodinamico come:

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

La curva ottenuta è crescente con il "pressure ratio"  $\beta$ , perciò si tende a raggiungere salti di pressione sempre maggiori, per aumentare il rendimento del ciclo. Attualmente si tende verso  $\beta = 50-60$ .

Mentre il rendimento propulsivo ha la seguente formulazione:

$$\eta_p = \frac{2V_0}{V_e + V_0}$$

Il rendimento globale è dato da entrambi i contributi:

$$\eta_o = \eta_{th} * \eta_p$$

Per massimizzare il rendimento propulsivo, si dovrebbe avere  $V_e = V_0$ , ma in questo caso non si avrebbe spinta.

La soluzione è cercare di ridurre la differenza tra velocità di uscita e d'ingresso per mantenere alto il rendimento propulsivo e contemporaneamente avere una portata d'aria alta: ciò è stato possibile con l'avvento dei Turbofan.

#### 1.1 Il motore Turbofan

I principali componenti di un motore Turbofan sono descritti in fig. 1.4.



Figura 1.4: motore Turbofan

Si può subito notare che ci sono due flussi d'aria:

- Un flusso freddo di portata m<sub>f</sub> che viene compresso dal fan ed espulso dall'ugello esterno.
- Un flusso caldo di portata m<sub>c</sub> che compie l'intero ciclo termodinamico, prima di essere espulso dall'ugello interno.

Il rapporto tra i due flussi è detto bypass ratio (BPR):

$$BPR = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_c}$$

Bassi BPR rendono il Turbofan simile ad un Turbogetto: questa soluzione è usata quando si vuole volare ad alte velocità di volo e con un elevato rapporto spinta/peso. Sono usati su velivoli militari e possono raggiungere velocità anche supersoniche.

Alti BPR (anche > 10:1) sono usati per velivoli da trasporto e la maggior parte della spinta è generata dal flusso che viene compresso solo attraverso il fan.

In questa configurazione si può scrivere la spinta nel seguente modo:

$$F = \dot{\mathrm{m}}_f V_f + \dot{\mathrm{m}}_c V_c - \dot{\mathrm{m}}_0 V_0$$

Supponendo che i due flussi escano con la stessa velocità Ve:

$$F = \dot{m}_f (1 + BPR)(V_e - V_0)$$

Si possono avere motori con alti BPR e bassi Ve o viceversa.

I componenti di un motore sono:

- La presa d'aria, che ha il compito di prelevare l'aria esterna e di convogliarla verso le altre parti del motore (air intake). Il flusso qui viene rallentato (per permettere agli stadi di compressione di lavorare nel loro campo di utilizzo) e può avvenire una piccola compressione per effetto dinamico.
- Il fan, che rappresenta il primo stadio di compressione del flusso caldo e l'unico stadio di compressione del flusso freddo. Può raggiungere dimensioni molto elevate (diametri anche di 2-3 m).
- Il compressore che può essere suddiviso in stadi di bassa pressione e stadi di alta pressione (nel caso di un motore bialbero). Ognuno dei due compressori può essere calettato su un albero diverso e quindi girare ad un numero di giri diverso.

Ciascuno ha la funzione di comprimere l'aria, determinando sia un aumento di pressione che di temperatura (500-700 °C).

Per avere rapporti di compressione elevati, si devono susseguire più stadi di compressione, ciascuno costituito da pale rotoriche (in rotazione) e pale statoriche (fisse), come mostrato in fig.1.5.



Figura 1.5: schematizzazione di due stadi di un compressore

- La camera di combustione, in cui si fornisce energia termica al flusso, innalzando la sua temperatura.

Qui l'aria ad alta temperatura, miscelandosi con il combustibile, si incendia generando la combustione della miscela. Il cherosene (JET-A1) brucia in modo efficiente solo a rapporti vicini a 15:1. Perciò se il rapporto aria/combustibile è più elevato, parte dell'aria non entra nella camera di combustione, ottenendo a valle un flusso meno caldo e raffreddando la parete esterna del combustore.

All'interno ci sono degli ugelli che hanno lo scopo di spruzzare il combustibile in modo che le goccioline possano miscelarsi ottimamente con l'aria, favorendo una corretta combustione. La combustione viene in genere iniziata dalla scintilla emessa da una "candela", dopodiché la fiamma si auto-sostiene.

L'aria entra in camera alla temperatura di uscita del compressore e ad una velocità di circa 150 m/s. Si può ottenere un aumento di temperatura di 650-1150 °C.

La turbina, che riceve i gas combusti ad elevata pressione e temperatura e trasforma l'energia termica e di pressione in energia meccanica. Infatti essa ruota grazie all'energia del fluido e può trasmettere il moto grazie ad appositi alberi di trasmissione ad i compressori e al fan e ad eventuali accessori.

Nel caso di un bialbero, si ha la turbina di alta pressione (HPT) che muove il compressore di alta pressione e la turbina di bassa pressione (LPT) che muove il compressore di bassa pressione e il fan.

Attraverso la turbina, il fluido subisce una diminuzione di temperatura e di pressione. Per realizzare il salto di pressione voluto, anche in questo caso, si devono realizzare più stadi di turbina.

Le palette devono sopportare un elevato stress meccanico e termico, essendo investite da gas a temperatura superiore ai 1000 °C e con velocità periferiche di 200-300 m/s. Quindi esse devono essere realizzate con materiali frutto delle più moderne tecniche metallurgiche e devono prevedere un adeguato sistema di raffreddamento.

Come il compressore, anche ogni stadio di turbina è dotato di una parte statorica ed una rotorica (fig. 1.6).



Figura 1.6: schematizzazione di due stadi di una turbina assiale

- L'ugello, attraverso il quale i gas vengono scaricati nell'atmosfera.

I gas uscenti dalla turbina subiscono un'ulteriore espansione e escono dall'ugello ad elevata velocità. Essi costituiscono il getto in uscita dal motore che provoca, per reazione, una spinta in avanti, generando il movimento del velivolo.

C'è la possibilità di avere un ugello a sezione variabile per variare la spinta del motore. Le condizioni di massima spinta si hanno se l'ugello è adattato, ovvero se il flusso è scaricato ad una pressione pari a quella atmosferica.

Se la miscela d'aria è povera di combustibile, si può usare l'aria in eccesso in un post-combustore con ulteriore immissione di carburante e un temporaneo aumento di spinta.

Il post-combustore può essere posto tra due stadi di turbina.

Vi sono due tipologie di Turbofan:

- <u>Flussi separati</u>, caratterizzati da un alto BPR, solitamente usati nel volo subsonico per il loro consumo minore (fig. 1.7).

In rosso si nota il flusso di fluido caldo, mentre in blu quello di flusso freddo.

Quest'ultimo viene compresso solo dal fan e accelerato da un ugello dedicato.

Il fluido caldo invece è sottoposto anche al lavoro del compressore e compie l'intero ciclo Joule-Brayton e accelerato in un ugello concentrico rispetto a quello precedente.



Figura 1.7: schema di un Turbofan a flussi separati

Il ciclo termodinamico è mostrato in fig. 1.8.

\_



Figura 1.8: Diagramma T-s di un Turbofan a flussi separati

<u>Flussi miscelati</u>, caratterizzati da un basso BPR, solitamente impiegati per il volo supersonico, anche a causa delle minori dimensioni frontali a parità di spinta (fig. 1.9).

Anche in questo caso, il flusso a temperatura minore viene compresso solo dal fan. Però non viene accelerato in un ugello dedicato, ma miscelato in un mixer con il fluido a temperatura minore. Insieme poi verranno espansi in ugello.

Nel miscelamento i due fluidi devono avere la stessa pressione, perciò diventa importante il bilancio tra i "pressure ratio" di fan, compressore e turbina.



Figura 1.9: schema di un Turbofan a flussi miscelati

Il ciclo termodinamico è rappresentato in fig. 1.10.



*Figura 1.10: Diagramma T-s di un Turbofan a flussi miscelati* Si può notare che con il miscelamento, si abbia un aumento di temperatura del flusso freddo e una diminuzione di temperatura del flusso caldo.

### 1.2 Turbina aeronautica

Una turbina è una macchina che estrae lavoro da un fluido in pressione e che ha il compito di far girare il compressore o produrre potenza meccanica.

Le turbine possono classificarsi in macchine assiali, radiali o miste.

Confrontando macchine assiali e radiali di pari diametro, la macchina assiale è capace di elaborare portate di gas decisamente superiori a quella radiale. Ma per piccole portate di gas, la macchina radiale ha un'efficienza più elevata ed è capace di avere rapporti di pressione per stadio più elevati.

In generale per l'impiego aeronautico sono utilizzate le macchine assiali.

La "cross section" di una turbina deve essere fatta in modo da formare un canale divergente, per permettere l'espansione del fluido. Come si può vedere in fig. 1.11, le pale degli ultimi stadi hanno un'altezza maggiore per poter elaborare la stessa portata dei primi stadi, perché la densità del gas è più bassa.



Figura 1.11: cross-section di una turbina assiale

Uno stadio di turbina assiale consiste in una schiera fissa di palette, seguita da una schiera di palette mobili, detta rotore che si muove con velocità di rotazione U.

Facendo una sezione al raggio medio, si può notare che lo statore accelera il flusso aumentando la componente tangenziale di velocità. Inoltre si suppone che la velocità assiale rimanga costante lungo uno stadio di turbina e che la velocità assoluta nelle stazioni 1 e 3 sia la stessa (fig. 1.12).



Figura 1.12: sezione circonferenziale di uno stadio di turbina + triangoli di velocità

La reazione a questa variazione di momento angolare della quantità di moto del fluido, sarà una coppia che agirà sul rotore nella stessa direzione del moto. La potenza in uscita ha la seguente espressione:

$$P = \dot{\mathrm{m}}(U_2 c_{\theta 2} - U_3 c_{\theta 3})$$

Per una turbina assiale,  $U_2 = U_3 = U$ . Quindi si può scrivere il lavoro per unità di massa come:

$$L_T = U(c_{\theta 2} - c_{\theta 3})$$

Gli stadi di turbina nei quali l'intero salto di pressione avviene nello statore, vengono chiamati stadi ad <u>azione</u>; quelli in cui è ripartito tra statore e rotore sono chiamati stadi a <u>reazione</u>.

#### 1.2.1 Grado di reazione

Il grado di reazione si può definire nel seguente modo:

$$R = \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_3}$$

Il valore di R voluto va ad influenzare i triangoli di velocità e quindi gli angoli di entrata ed uscita di statore e rotore.

Si indichino con  $\alpha$  gli angoli delle velocità assolute c e con  $\beta$  gli angoli delle velocità assolute w. Riferendosi alla figura precedente, gli angoli sono calcolati rispetto all'orizzontale.

Per una turbina ad azione,  $h_2 = h_3$ , quindi poiché si conserva l'entalpia totale relativa attraverso il rotore, si ottiene  $w_2 = w_3$  e quindi  $\beta_2 = \beta_3$ .

Questo significa avere un rotore simmetrico (fig. 1.13).



Figura 1.13: stadio di una turbina ad azione

Se R = 1, invece si ottiene  $h_1 = h_2$ , quindi per la conservazione dell'entalpia totale attraverso lo statore, si ottiene  $c_1 = c_2$  e quindi  $\alpha_1 = \alpha_2$ . Ciò equivale ad avere uno statore simmetrico.

Interessante anche il caso di R = 0.5 (salto di entalpia ugualmente distribuito tra statore e rotore) in cui si hanno triangoli di velocità simmetrici, ovvero  $\alpha_2 = \beta_3$  e  $\alpha_3 = \beta_2$ .

Infatti l'espressione del grado di reazione è la seguente:

$$R = \frac{c_x}{2U} \left( \tan(\beta_3) - \tan(\alpha_2) \right) + \frac{1}{2}$$

E nel caso di R = 0.5 (fig. 1.14), il grado di reazione rimane costante al variare del coefficiente di portata  $\phi=c_x/U$ .



Figura 1.14: stadio di turbina a reazione, R = 0.5

Bassi gradi di reazione vengono di solito usati nei primi stadi di turbine ad alta pressione, in quanto garantiscono un maggior salto entalpico, necessario per alleviare i carichi termici dovuti ad un gas a temperatura molto alta.

#### 1.2.2 Rendimento di una turbina

In generale il rendimento di una turbina è determinato sia dalla sua geometria, sia da flussi secondari che si instaurano, che dal grado di reazione. In generale R più alti determinano rendimenti più alti, ma anche meno lavoro per stadio e quindi ci sarebbe la necessità di realizzare un maggior numero di stadi.

Se si considera o meno l'energia cinetica di uscita una perdita, si può considerare un rendimento totalto-static o total-to-total.

$$\eta_{tt} = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{03} is} = \frac{T_{01} - T_{03}}{T_{01} - T_{03} is}$$
$$\eta_{ts} = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{03} is + \frac{c_3^2}{2}} = \frac{T_{01} - T_{03}}{T_{01} - T_{03} is + \frac{c_3^2}{2c_n}}$$

Dalle due relazioni si può dedurre che  $\eta_{tt} > \eta_{ts}$ .

In fig. 1.15 è rappresentata l'evoluzione termodinamica di uno stadio di turbina:



Figura 1.15: diagramma T-s di uno stadio di turbina assiale

Ciò che si può notare da questo grafico è che la temperatura totale rimanga costante tra 1 e 2, in quanto nello statore non si compie lavoro. Qui la pressione totale decresce solo a causa delle perdite. La velocità assoluta (indicata con u in figura) cresce dal bordo d'attacco al bordo di fuga dello statore.

Tra i punti 2 e 3 invece è la temperatura totale relativa a rimanere costante (vero per una macchina assiale). Nel rotore si ha invece salto della temperatura totale assoluta, perché qui viene compiuto lavoro. La pressione totale scende sia per effetto del rapporto di compressione, sia a causa delle perdite.

Si definisce il pressure ratio come:

$$\beta_t = \frac{p_{03}}{p_{01}}$$

Definendo:

$$\frac{T_{03\ is}}{T_{01}} = \left(\frac{p_{03}}{p_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$
$$\frac{T_{03}}{T_{01}} = \left(\frac{p_{03}}{p_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\eta_{yt}}$$

Con  $\eta_{yt}$  rendimento politropico di turbina.

Perciò si può scrivere il rendimento total-to-total del singolo stadio come:

$$\eta_{tt} = \frac{1 - \left(\frac{p_{03}}{p_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\eta_{yt}}}{1 - \left(\frac{p_{03}}{p_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

#### 1.2.3 Scelte di progetto: diagramma di Smith

Nella fase di progetto di una turbina, si guardano due parametri, legati tra di loro dal diagramma di Smith (fig. 1.16): il coefficiente di portata  $\varphi \in \Delta h_0 / U^2$ .



Figura 1.16: diagramma di Smith di una turbina assiale

In questo grafico non sono considerate le perdite per trafilamento.

Dal punto di vista del rendimento di turbina, converrebbe lavorare nella parte bassa di sinistra: infatti se si lavora a  $\varphi$  alti, si rischia il **choking**. D'altra parta lavorare a basse ordinate, significherebbe avere deflessioni basse e quindi un **alto numero di stadi**, ovvero una macchina pesante.

Perciò si deve aumentare  $\Delta h_0 / U^2$  per poter abbassare il numero di stadi, ma ciò significherebbe aumentare le perdite. Si deve quindi trovare una soluzione di compromesso.

#### 1.2.4 Portata in turbina

Un altro parametro importante per le analisi che verranno eseguite è la "flow function" (FF).

Nei tool usati è così definita:

$$FF = \frac{\dot{m}_1 \sqrt{T_{01}}}{p_{01}}$$

La portata può variare se vengono considerate iniezioni di fluido per raffreddare le pale di turbina.

Infatti le temperature elevatissime che si possono raggiungere nei primi stadi possono essere sopportate con materiali che resistano alle alte temperature (superleghe di nichel e cobalto, solidificazione direzionale, palette monocristalline), oppure raffreddamento tramite liquidi o aria.

Si preferisce non usare liquidi per problemi di incrostazione o corrosione, perciò si spilla aria a temperatura minore dal compressore (circa il 10% della portata). In questo modo si abbassa l'efficienza del motore, ma l'operare ad una temperatura più alta compensa largamente le perdite.

## Capitolo 2

## **Robust Design**

All'interno di GE Avio Srl, come in molte aziende del settore, per ogni pezzo vi sono molteplici fasi di produzione e per testare la bontà del processo, va valutato se muovendosi all'interno degli intervalli di tolleranza a disegno, cambiano le condizioni rispetto a quelle definite a progetto. Questo approccio è usato per garantire un **"robust design".** 

Le valutazioni che si devono fare su ogni componente sono:

- <u>Sicurezza</u> durante il funzionamento.
- Eventuali <u>costi aggiuntivi</u> (penali, rilavorazione) nel caso il pezzo ricada al di fuori del range di tolleranza.
- <u>Impatto</u> di scostamenti geometrici dal nominale <u>sulle prestazioni</u> del componente durante il funzionamento.
- <u>Costi del processo</u>: se il parametro geometrico analizzato non è critico in termini di sicurezza e prestazioni, non ha senso adottare una lavorazione molto costosa per soddisfare intervalli di tolleranze a disegno molto stretti.

Il seguente lavoro di Tesi si basa sul terzo punto: ovvero <u>come grandezze geometriche possono</u> <u>influire sulle prestazioni di una turbina aeronautica</u>. Gli impatti possono essere valutati sotto diversi aspetti: la seguente trattazione si occupa solo del lato Aero.

L'analisi può essere estesa a componenti che hanno delle misure errate rispetto ai campi di tolleranza assegnati a causa di qualche lavorazione errata, oppure a difetti che possono sorgere in fase di produzione o di funzionamento: in tal caso si parla di **non conformità geometriche** che possono essere dettate da errori umani oppure da errori nel processo produttivo.

La valutazione della gravità delle non conformità è effettuata attivando delle **Quality Notifications** (**QN**). Per standardizzare le procedure, si definisce per ogni componente una procedura interna affidata al **Material Review Board (MRB)**.

### 2.1 Material Review Board (MRB)

Il MRB consiste in un team di esperti di diversi campi in modo tale da sopperire a problematiche di varia natura. I ruoli rappresentati sono almeno:

- a) Qualità
- b) Ingegneria
- c) Manufacturing
- d) Acquisto, quando richiesto
- e) Rappresentante del cliente, se richiesto

Le riunioni sono fissate regolarmente con una cadenza settimanale o mensile.

È di solito usata per non conformità di pezzi causata da carenze nel design management dovute a:

- Requisiti troppo stringenti (ad esempio tolleranze).
- Mancanze in fase di produzione.
- Clienti che si lamentano per mancanza di manutenzione (perché può essere difficile da eseguire o perché costa tanto).
- Mancanze di focus sul cliente (per esempio i bisogni del cliente sono stati ignorati come input).

MRB potrebbe anche fronteggiare le conseguenze di criteri di selezione inadeguati dei fornitori o di applicazione errata degli stessi.

Quando si presenta una difettosità, dopo aver seguito degli iter interni e aver fatto adeguate valutazioni, le azioni possibili sono le seguenti:

- 1) Usare il componente così com'è, perché la non conformità è ritenuta accettabile.
- 2) Riclassificarlo per un uso alternativo in cui è accettata una tolleranza maggiore o è richiesto un carico minore del componente.
- 3) Effettuare una rilavorazione (per esempio se si effettua un foro troppo piccolo, si può allargare successivamente con una seconda lavorazione).
- 4) Autorizzare il ritorno dei componenti acquistati ai fornitori.
- 5) Scartare il componente, se il difetto che lo affligge lo rende irrecuperabile. Nel fare questa operazione, bisogna rendere il difetto maggiormente visibile, per scongiurare un impiego successivo del pezzo.
- 6) Riprogettare il prodotto, cercando di capire se c'è qualche falla nel processo produttivo.

Ogni possibile conseguenza, ha una procedura ben precisa da eseguire.

Per esempio in caso di rilavorazione, il pezzo va segnato su un "Shop Order Planning" (SOP) e deve seguire le seguenti linee guida:

- Descrivere la natura del difetto o non conformità.
- Indicare l'ispezione corrente e il suo stato.
- Indicare il numero che contraddistingue il componente e il manager che ne è responsabile.
- Renderlo accessibile per un'identificazione del pezzo.
- Alla conclusione del "rework" è necessaria un'ulteriore ispezione che dovrà essere segnata in un database permanente.

Ogni membro all'interno del team ha specifici ruoli e responsabilità e deve supportare il presidente e il vice-presidente del team, che sono le persone più qualificate e preparate sull'argomento e dotate di capacità decisionale. Solitamente questi due ruoli vengono divisi tra il responsabile della qualità e quello dell'ingegneria.

Il processo MRB è molto costoso e consiste in azioni correttive per rimuovere le causa di non conformità geometriche. In un sistema ben progettato, il bisogno di avere un MRB potrebbe decadere. Ma in molti casi, invece, nonostante il processo MRB sia stato portato avanti in modo oculato, possono sorgere delle problematiche relative alla produzione del prodotto. In questo caso viene attivata una Quality Notification (QN).

### 2.2 Quality Notification (QN)

Per spiegare la procedura e le responsabilità, si ricorre all'ausilio di semplici ed esaustivi grafici (fig. 2.1 - 2.2).



Figura 2.1: Fase di segnalazione del difetto e attivazione di una QN



Figura 2.2: Processi di una QN

Nello schema si possono evincere due casi diversi:

- a) Il difetto è talmente marcato che non c'è la necessità di attivare una QN e il pezzo viene immediatamente scartato.
- b) La non conformità è di lieve entità e si chiama in causa un esperto per valutare l'impatto effettivo.

Nel caso b) bisogna definire come valutare l'impatto delle non conformità e cercare di standardizzare e rendere veloce la procedura.

In questo passaggio andrà definito se il difetto è trascurabile o se ha un impatto inaccettabile.

Importante sarà avere uno storico delle QN, in modo tale che se in futuro se ne dovesse presentare una simile ad una già studiata, si velocizzerebbero le analisi.

Nel secondo schema è mostrato, che può essere necessario contattare più volte il responsabile se una QN è complessa da valutare. Infatti può accadere di avere lunghi tempi di risoluzione, perché la metodologia non è sempre definita. Perciò c'è bisogno di avere un tool automatico che permetta di risolvere le QN in modo rapido, di definire accuratamente la metodologia, ma soprattutto di sapere quali siano i parametri geometrici più critici. In questo modo si può costruire un database di impatti.

In tutto ciò si inserisce il seguente lavoro di Tesi, con attenzione particolare sull'individuazione dei parametri geometrici e delle schiere più critici.

Si possono classificare tre diversi tipi di QN:

- Problema complesso singolo: si tratta di un difetto di un singolo componente che si verifica in modo saltuario. È il tipico caso di un urto accidentale o di una lavorazione errata. Per giudicare se un pezzo può svolgere la sua funzione, si simula il difetto tramite un conto <u>CFD</u> <u>3D</u> e se ne valutano gli impatti sulle prestazioni. Si preferisce usare questo approccio per un caso isolato, soprattutto se si tratta di un problema complesso, in modo da dedicargli la dovuta attenzione.
- 2) Problema standard: si tratta di un difetto che si presenta con una certa frequenza, sia nella tipologia che nella causa che lo ha provocato. È il tipico caso di un errore nel processo produttivo che si ripercuote su un certo numero di pezzi. In questo caso si preferisce usare un codice 2D o 1D per simularlo in modo da ricavare gli impatti in maniera quasi immediata. Diventa importante avere uno storico delle QN per non ripetere procedure analoghe.
- 3) Deviazione del processo statistico: Si suppone che gli scostamenti di un parametro dal valore nominale, varino con una legge di distribuzione di tipo statistico. Creando un "design space" appropriato, si può implementare una procedura automatica che lanci tutte le possibili configurazioni ottenute. Con questo approccio, bisogna utilizzare un solutore molto rapido, come un codice 1D-2D per trattare la grande mole di impatti.

In questa tipologia si inserisce anche questo lavoro di Tesi, in quanto si assume che dal processo produttivo si ottengano dei pezzi appartenenti ad una distribuzione statistica.

Perciò in questa casistica, rientra sia il concetto di "Robust Design" (se il pezzo è presente all'interno della distribuzione con un certo intervallo di confidenza, ad esempio 99.7% per un processo  $6\sigma$ ), sia quello di QN (nel caso il componente sia presente nelle code della distribuzione e quindi fuori dai range di tolleranza).

### 2.3 Struttura del Book of Knowledge (BOK)

Obiettivo primario è concentrare tutta la conoscenza di un motore in un unico tool che deve avere le seguenti caratteristiche:

- Essere **user-friendly** e facile da usare / consultare.
- Avere al suo interno le **misure nominali** e le **tolleranze** di tutti i parametri geometrici di maggiore interesse.
- Contenere un database di impatti per tutti i parametri geometrici di una data turbina.
- Essere adattabile sia per gli intervalli di tolleranza a disegno che per range molto più estesi in modo da poter essere usato anche per una QN.
- Presentare un confronto con il Book of Knowledge realizzato precedentemente per indicare in quali casi il nuovo BOK è migliore rispetto al precedente e per quali problemi il vecchio BOK restituisce risultati affidabili.
- Presenti un impatto sulle performance del processo produttivo (analisi Monte Carlo).
- Dia un'indicazione dei parametri geometrici e delle schiere più critiche di una turbina (**Pareto** di turbina).
- Essere stato realizzato con **procedure automatiche** in modo tale che analisi successive (dovute per esempio ad un cambio dei range di tolleranza) possano essere eseguite da chiunque.

Avendo definito gli obiettivi, la struttura del tool ottenuto è la seguente (fig. 2.3):



#### Figura 2.3: struttura del Book of Knowledge

 Drawing Tolerances: una tabella che presenti per ogni parametro geometrico e per ogni schiera i valori minimo, nominale e massimo che può assumere. Questa grafica consente un facile accesso ai dati di una specifica paletta e una facile modifica degli stessi. Questo foglio ottenuto contiene tutte le misure di turbina a progetto e i range di tolleranza associati. Da qui si può ricavare un intervallo di variazione del parametro con cui si possono eseguire le analisi successive.

2) Lancio di analisi 1D-2D: si fa variare ogni grandezza in un intervallo assegnato e si calcolano le variazioni di prestazioni, stimate in rendimento, flow function, potenza all'albero e pressure ratio.

Le analisi fluidodinamiche sono lanciate per mezzo di script e attraverso questo foglio di calcolo, si possono effettuare sia analisi globali di tutta la turbina, che analisi singole per un parametro o per una schiera, impostando le variazioni geometriche desiderate.

3) Derivatives: si riporta un foglio per ogni schiera, in cui sono plottati gli andamenti di  $\Delta \eta e \Delta FF$  in funzione di ogni singolo parametro geometrico.

Si sono analizzati due range diversi:

- Un intervallo di 1.5 volte il range di tolleranza, adatto per l'analisi di robust design.
- Un intervallo molto più esteso di quello di tolleranza per poter effettuare senza problemi delle QN.

I trend ricavati sono stati fittati con dei polinomi di basso grado, per la loro facile implementazione, cercando al tempo stesso di avere una buona approssimazione.

- 4) Confronto con le derivatives del vecchio BOK: Nel precedente lavoro erano state utilizzate delle "<u>Neural Network</u>" (NN) per fittare i risultati del codice 2D. Si è quindi realizzato un foglio che confrontasse il fitting attuale con quello adottato in passato, specificando in quali casi la NN presenti dei buoni risultati. In generale, questo lavoro di Tesi ha migliorato il fitting precedente.
- 5) **Distribuzioni statistiche**: ogni parametro geometrico è stato implementato con una legge di distribuzione statistica all'interno delle tolleranze a disegno che ne simulasse il processo di produzione.
- 6) Analisi globale degli impatti: si è analizzato in un foglio di "<u>Summary</u>" l'impatto del processo produttivo sulle prestazioni tramite un'analisi Monte Carlo e successivamente da esso si sono ricavati i parametri geometrici più impattanti tramite un Pareto di turbina.
- 7) Analisi delle schiere più impattanti sul singolo parametro geometrico: una volta individuate le caratteristiche più impattanti, ci si chiede quali schiere siano più critiche, in modo tale da prestare maggiore attenzione nell'analisi di una QN o nella modifica dei range di tolleranza. Perciò fissati 3 parametri per ogni performance studiata, si effettua un Monte Carlo di tutte le schiere e un Pareto di turbina per ogni singola caratteristica.

## Capitolo 3

## Tolleranze progettuali

Per valutare l'impatto di variazioni geometriche sulle prestazioni di una turbina aeronautica, bisogna scegliere attentamente quali sono i parametri geometrici che possono causare uno spostamento dal valore nominale delle prestazioni. Inoltre va considerato su quali grandezze si possono presentare delle <u>Quality Notification</u>.

Per ogni parametro geometrico considerato, esiste una tolleranza a disegno che può risultare una percentuale considerevole del valore nominale, in quanto si parla di misure molto piccole, anche dell'ordine dei mm o meno. Perciò si può avere un impatto importante sulle performance che va studiato.

I parametri analizzati possono riferirsi al profilo di una pala, alla distanza tra diverse pale oppure alla conformazione di una singola pala.

### 3.1 Grandezze di profilo

In fig. 3.1 sono riportati i parametri geometrici di un profilo aerodinamico.



Figura 3.1: parametri geometrici di un profilo aerodinamico

Le grandezze considerate per l'analisi sono:

- **Trailing edge thickness**: è un parametro molto importante perché influisce sulla scia che si forma a valle del profilo e quindi sulla resistenza che si genera. Perciò è una grandezza che può incidere direttamente sul rendimento di turbina ottenuto.

Dal punto di vista aerodinamico si preferirebbe avere uno spessore del bordo di uscita del profilo più piccolo possibile per avere una resistenza minore.

Considerazioni strutturali invece preferirebbero avere uno spessore più ampio per conferire una maggiore resistenza ai carichi.

Si deve quindi trovare una soluzione di compromesso per fissare il valore nominale di spessore al bordo di uscita. Questo può essere anche al di sotto del mm.

È difficile ottenere la misura voluta in fase di lavorazione e variazioni di pochi mils possono comportare un'importante variazione di rendimento.

- **Maximum thickness**: è solitamente un ordine di grandezza inferiore rispetto alla lunghezza della corda, per questo si parla di profili sottili.

Lo spessore è uno dei parametri di profilo che influiscono direttamente sulla portanza e sulla resistenza, poiché incidono sulle forze di pressione esistenti tra dorso e ventre del profilo.

Queste generano portanza nella direzione perpendicolare alla velocità del flusso a monte del corpo e resistenza nella direzione parallela.

Alla resistenza di pressione va aggiunta quella d'attrito. Spessori troppo elevati possono causare possibili separazioni in punti del profilo indesiderati e ciò comporta un aumento di resistenza.

- Leading edge thickness: parlando di profili subsonici, esso è arrotondato, quindi si può parlare anche di diametro al bordo d'attacco.

Realizzando un leading edge arrotondato, si riduce la variazione di spessore che si incontra fino al punto di "maximum thickness" e quindi si agisce direttamente sul gradiente di pressione che si incontra, monitorando anche qui una possibile separazione del flusso che deve essere scongiurata.

Per questo motivo si controlla maggiormente lo scostamento negativo del parametro rispetto al nominale e la tolleranza a disegno tende ad essere più stretta rispetto allo scostamento positivo.

- **Chord length**: è la grandezza che ha la misura più grande tra le 4 citate, perciò ha un campo di variazione percentuale minore rispetto alle altre.

Se variata tanto, può avere un impatto importante sul rendimento di turbina, perché dalla lunghezza della corda dipende la resistenza di profilo, ovvero quella di attrito dovuta allo strato limite.

Poiché il profilo di pala è considerato nel piano assiale – tangenziale, la corda ha sia una componente assiale che una tangenziale.

Nelle analisi effettuate si è scelto di mantenere la <u>corda assiale costante</u> e di variare quella complessiva, il che equivale ad una variazione di calettamento.

Roughness: può essere una delle cause di transizione del flusso da laminare a turbolento.
Ha una misura molto piccola, dell'ordine dei μm e solitamente si indica una rugosità media come valore nominale (rms, "root mean square").

Il rendimento e la portata in turbina sono quelli nominali se la rugosità è interamente annegata nel sottostrato laminare, altrimenti si ha una riduzione di entrambi i parametri.

Con questa considerazione, si può studiare la variazione di rugosità da un valore medio ad un valore massimo.

### 3.2 Grandezze interpalari

Questi parametri vanno a condizionare il flusso tra due pale diverse e anche essi possono influire sia sul rendimento che sulla portata.

Throat: rappresenta la sezione di passaggio più piccola tra due profili di una schiera (fig. 3.2). Se si considera il segmento di gola integrando su tutta la lunghezza della pala e moltiplicando per il numero di settori di una schiera, si ottiene un'area. Si può valutare la gola come "average simulated area", oppure come segmento di gola medio, evitando di moltiplicare per H<sub>pala</sub>.

Il segmento di gola si ottiene congiungendo il trailing edge del profilo superiore nella schiera perpendicolarmente alla suction side del profilo inferiore.



#### Figura 3.2: segmento di gola tra due profili di pala

Modificando la gola, si varia la sezione di passaggio del flusso e quindi ha un impatto notevole sulla portata in turbina.

Anche il rendimento è affetto, perché si può legare una variazione di gola ad una variazione di angolo di uscita del flusso e quindi ad una deviazione dal valore di design.

In maniera approssimata si può esprimere la seguente relazione:

#### $Throat = pitch * \cos \propto$

Dove il pitch è il passo tra due pale in direzione tangenziale (=  $2\pi R / N$  blades), considerato al raggio R e con  $\alpha$  si è indicato l'angolo di uscita.

Perciò le tolleranze sulle "throat" possono essere ricavate da quote lineari o angolari.

- **Axial displacement**: si considera uno spostamento dei corner point della pala in direzione assiale di una stessa quantità.

I corner point sono i seguenti:

- 1) Leading Edge all'hub della pala
- 2) Trailing Edge all'hub della pala
- 3) Leading Edge al tip della pala
- 4) Trailing Edge al tip della pala.

In questo modo si altera la distanza tra una schiera e quella successiva, con possibili variazioni di portata e rendimento.

Gli spostamenti permessi sono di poche decine di mils, altrimenti si rischia di avere grossi impatti sulle performance.

Un altro parametro che si potrebbe considerare è il "tangential displacement", ma le analisi 1D e 2D usate non permettono di stimare i suoi effetti direttamente.

### 3.3 Grandezze di pala

I due parametri seguenti sono stati valutati solo sugli statori, in quanto non sono definiti con delle tolleranze sui rotori.

Uno statore si estende da un inner band ad un outer band che ne definiscono i limiti (fig. 3.3).



Figura 3.3: Inner Band e Outer Band di una paletta

- **Inner Band:** è costituito da una superficie parzialmente coperta da una o più piastre e include diversi canali di raffreddamento della pala.

Le tolleranze sono indicate come uno spostamento dei corner point dell'hub della pala in direzione radiale. Perciò ad uno spostamento negativo corrisponde un aumento dell'altezza del nozzle e viceversa.

Questo effetto influisce soprattutto sulla portata di fluido che passa, in quanto varia la superficie a disposizione del fluido. Grandi scostamenti possono dare un effetto importante anche sul rendimento.

- **Outer Band:** è anch'esso costituito da una superficie parzialmente coperta da una o più piastre e attraverso le quali avviene il cooling della pala.

Le tolleranze sono indicate come uno spostamento dei corner point del tip della pala in direzione radiale. Ad uno spostamento positivo corrisponde un aumento dell'altezza del nozzle e viceversa.

Gli effetti che ne derivano sulla portata, sono opposti rispetto a quello dell'inner band e anche in questo caso si possono avere effetti sul rendimento in caso di grandi variazioni del parametro geometrico.

- Rotor tip clearance: rappresentano uno dei problemi più complicati per le prestazioni di una turbina.

Sono dei gap esistenti tra la parte rotorica (blade) e la parte statorica (casing). In questa analisi, sono state considerate soltanto quelle al tip (fig. 3.4), mentre si potrebbero analizzare anche le inter-stage clearance.



Figura 3.4: Rotor tip clearance associate ad una paletta rotorica

Sono complicate da monitorare in quanto possono variare durante l'operatività della turbina a causa dei cicli termici a cui è sottoposta.

Si può partire con una "cold clearance" quando il motore non è operativo, per poi sfociare in una "hot clearance" o "running clearance" in fase operativa.

In fase di takeoff, laddove gli stress meccanici e termici sono più elevati, si può addirittura avere una dilatazione eccessiva della pala che la porta a "scavare" l'honeycomb superiore. In fase di crociera, dove gli stress sono minori, la dilatazione è minore e quindi rimane un solco di entità diversa dallo step operativo precedente.

Dall'entità del gap, dipende la formazione di flussi di leakage e i carichi termici non stazionari che si becca il casing.

A causa di quanto spiegato, si può intuire quanto sia difficile stimare un valore nominale di clearance e un range di variazione.

Essendo un parametro molto impattante sulle perdite aerodinamiche, diventa importante il range scelto ai fini del tool e nasce l'esigenza di realizzare una seconda analisi senza considerare le clearance.

#### 3.4 Trattazione dei range di tolleranza

Per ogni parametro geometrico sono presenti valori nominali e tolleranze su un alto numero di <u>airfoil</u> lungo una pala. Per ogni schiera e per ogni parametro geometrico si sono trattati i valori a disegno nel seguente modo (tab.3.1):

	Min value	Nominal value	Max value
Hub	Hub nom dim – Hub tolerance	Hub nom dim	Hub nom dim + Hub tolerance
$\Delta$ (%) hub	$\Delta$ min hub	0%	$\Delta$ max hub
Mid	Mid nom dim – Mid tolerance	Mid nom dim	Mid nom dim + Mid tolerance
$\Delta$ (%) mid	$\Delta$ min mid	0%	$\Delta$ max mid
Тір	Tip nom dim – Tip tolerance	Tip nom dim	Tip nom dim + Tip tolerance
$\Delta$ (%) tip	$\Delta$ min tip	0%	$\Delta$ max tip
Δ(%) used	Min ( $\Delta$ min)	0%	$Max (\Delta max)$

#### Tabella 3.1: trattazione delle tolleranze a disegno

Gli step eseguiti sono i seguenti:

- 1) Si è riportato i valori nominali e di tolleranza di ogni parametro esclusivamente al raggio <u>minimo</u>, al raggio <u>medio</u> e al raggio <u>massimo</u> della pala.
- 2) Si è calcolato lo scostamento percentuale dal nominale per ogni raggio
- 3) Si è assunto come unico intervallo di variazione quello più grande (approccio conservativo).

Le tolleranze a disegno non sono per forza circolari. Vi possono essere scostamenti negativi diversi da quelli positivi se per un parametro specifico la diminuzione del valore è considerato più critico del suo aumento o viceversa (es: spessore al bordo d'attacco, di fuga o gola).

Non si può applicare questo schema per tutti i parametri:

- Per <u>l'axial displacement</u> si ha una tolleranza che indica lo spostamento assoluto, perciò si assume come valore nominale 0 e non ha senso parlare di variazione percentuale.
- Per <u>l'inner band</u> e <u>l'outer band</u> le tolleranze sono indicate ad un solo raggio e vengono trattate come percentuale rispetto all'altezza della pala.
- Per <u>le rotor tip clearance</u> si assume uno scostamento assoluto rispetto al nominale.
- Per <u>la rugosità</u> è indicato un valore medio e massimo e si usa la variazione percentuale rispetto alla rugosità media.

## **Capitolo** 4

## Derivatives

Outer Band 1.6

La stima degli impatti di ogni parametro geometrico passa dagli andamenti che la variazione di ogni grandezza ha con la performance.

L'ottenimento delle derivatives rappresenta un momento cruciale del lavoro di Tesi, in quanto su di esse si basano la bontà dei range di tolleranza ed eventuali QN.

Il Book of Knowledge già esistente valutava i trend in diverso modo:

- 1) Simulazioni 2D eseguite tramite "Through Flow" (TF).
- 2) Neural Network (NN) che fittavano i risultati del TF.
- 3) Local derivatives stimate sulla NN.
- 4) Average derivatives stimate sulla NN.

Gli intervalli di variazione utilizzati erano molto più ampi dei range di tolleranza ed erano eseguite su di essi 11 simulazioni TF.

Con il nuovo Book of Knowledge, vengono usati due range di studio diversi:

- Una classe di range che si estende il 50% oltre il range di tolleranza (**range A**) per fare analisi accurate del comportamento delle grandezze per studiare la robustezza del processo produttivo. Al suo interno sono state effettuate 15 simulazioni.
- Una classe di range con estensione identica a quella adottata nel vecchio tool (**range B**), con l'aggiunta di intervalli sui nuovi parametri studiati (rotor tip clearance e rugosità superficiale). In questi intervalli sono stati simulati 51 punti.

Max thickness LE thickness Parameter Chord length Throat Axial Inner Band Outer Band TE thickness (nominal = 1) (nominal = 1, (nominal = 1, (nominal = 1) (nominal = 1) (nominal = 1) displacement (nominal = 1) % H vane/blade) % H vane/blade) (m) Lower Band 0.4 0.4 0.8 0.9 -0.01 0.9 0.9 0.4

1.1

La seconda classe di range è mostrata in tab. 4.1.

1.6

#### Tabella 4.1: range B

1.1

1.1

0.01

Si è deciso di aumentare il numero di punti simulati, in quanto per alcuni parametri si hanno variazioni discrete delle performance e in questo modo si può beccare lo scostamento dal nominale in cui si ha lo "scatter" dell'output in modo più preciso.

Anche aumentando il numero di simulazioni fatte, queste possono essere eseguite in una notte sull'intero motore.

Sul nuovo BOK, le derivatives sono così implementate:

1.2

Rotor tip

clearance

(mils)

0

60

1.6

Roughness

0

3

(nominal = 1)

- Simulazioni 2D, tramite codice TF per alcune grandezze.
- Simulazioni 1D, tramite "meanline analysis" per le grandezze restanti.
- Fitting con dei **polinomi di basso grado**.
- Confronto con il fitting dato dalla NN del precedente tool.

Le grandezze geometriche analizzate con il TF sono:

- 1) Maximum thickness
- 2) Leading Edge thickness
- 3) Chord length
- 4) Throat
- 5) Axial displacement
- 6) Inner Band
- 7) Outer Band

Mentre quelle analizzate con l'analisi meanline sono:

- 8) Trailing Edge thickness
- 9) Rotor tip clearance
- 10) Roughness

La differenza tra i due tool sta nel fatto che lo spessore al bordo di fuga era studiato precedentemente con il TF e i due nuovi parametri introdotti sono analizzati con un'analisi meanline.

### 4.1 Through Flow (TF)

Il Through Flow è un codice eseguibile 2D commissionato da un'azienda esterna che risolve le equazioni di Eulero nel piano meridiano.

Può essere usato per compressori assiali multistadio, per fan transonici o turbine assiali.

È un codice molto leggero (un lancio richiede meno di un minuto), affidabile ed è serializzabile tramite macro. Perciò è molto utile quando si richiede di fare centinaia o migliaia di analisi, perchè richiede tempi di calcolo brevi con una facile implementazione e una buona accuratezza.

Nel tool sono implementati dei modelli di perdita che si aggiungono alla risoluzione delle equazioni di Eulero. Inoltre c'è la possibilità di simulare flussi di cooling (nelle analisi effettuate nel lavoro di Tesi, non sono stati considerati).

L'ipotesi effettuata è quella di avere il rotore di uscita dell'ultimo stadio in condizioni critiche.

L'analisi fluidodinamica è svolta su una griglia di punti che formano delle <u>streamline</u> nel piano radiale-assiale della turbina.

In uno dei file di input si possono inserire le coordinate assiali e quelle radiali dei corner point.

Essi definiscono il "flow path" di turbina nel piano meridiano. Per ogni schiera si indicano:

- Le coordinate x e r del bordo d'attacco della pala sia alla radice che al tip.

- Le due coordinate del bordo di uscita della pala sia alla radice che al tip.
- Le coordinate radiali e assiali dei "mixing plane", definiti nel punto medio tra il bordo di uscita di una schiera e quello di attacco della schiera successiva.

In questo modo sono definite due streamline, che costituiscono le due più esterne.

Successivamente nel codice possono essere definite un numero dispari di stazioni radiali (per includere anche quella al raggio medio) in cui il solutore andrà ad inserire ulteriori linee di corrente: nei lanci effettuati si sono usate 21 streamline.

In fig. 4.1 è mostrato un esempio con 11 streamline.



Figura 4.1: rappresentazione di streamline su una cross-section

Alla prima stazione assiale si andranno a definire le condizioni al contorno determinate dal ciclo termodinamico (per esempio pressione totale, temperatura totale e angolo di ingresso del flusso). Queste sono date come distribuzioni radiali (nel nostro caso, uniformi).

In input vanno anche specificate le grandezze geometriche dei profili di pala.

Buona parte dei parametri analizzati, sono implementabili su questo tool.

Queste grandezze possono essere definite per diversi raggi per ogni schiera: nei lanci effettuati si sono utilizzate 5 stazioni.

Per settare le non conformità geometriche si possono modificare le coordinate dei corner point e i parametri geometrici appena citati per la schiera desiderata.

Infine si possono settare dei parametri per la convergenza (numero di iterazioni, fattori di rilassamento, ecc...).

In output, il solutore restituisce le prestazioni per ogni stadio e quelle per l'intera turbina.

I parametri estratti sono:

- Il pressure ratio
- La potenza ottenuta all'albero
- Il rendimento total-to-total
- La Flow Function
Ci si è focalizzati sulle ultime due prestazioni.

Il codice non permette di stimare correttamente i flussi secondari, visibili solo con un solutore 3D.

Ma per analisi preliminari, è preferibile ad un conto CFD, visti i minori tempi di esecuzione.

# 4.2 Meanline Analysis

L'analisi alla linea media è eseguita per mezzo di un tool 1D utilizzato nel design aerodinamico aziendale.

È un tool che permette di eseguire rapide analisi, è serializzabile tramite macro e presenta piccole incertezze sui risultati (minori rispetto al TF). Quest'ultima caratteristica permette di ottenere dei trend abbastanza delineati al variare di alcuni input.

L'analisi meanline si basa sull'adozione di <u>correlazioni</u> ricavate da un significativo numero di test effettuato su turbine di alta e bassa pressione, considerando sia l'effetto che la mancanza di flussi di cooling.

Le grandezze calcolate non sono calcolate esclusivamente al diametro medio, ma si ricavano anche all'hub e al tip della pala assumendo uno svergolamento della pala a vortice libero.

Si adottano le seguenti ipotesi semplificative:

- Si usa la media aritmetica dei diametri in tutti i calcoli.
- Le pendenze e le curvature delle streamline sono trascurate.
- La pressione e la temperatura totale è considerata costante lungo il raggio.
- Le velocità assiali sono costanti lungo lo span, mentre quelle tangenziali variano con il criterio del vortice libero.
- La flow function è considerata costante lungo il raggio, nonostante l'assunzione di vortice libero.
- Non si considera l'influenza di flusso radiale nelle quantità derivate.

In fig. 4.2 è mostrata la schematizzazione di due stadi di turbina implementata dal tool.



Figura 4.2: stazioni in cui il codice esegue le analisi 1D

Per ogni stadio si segnalano 5 stazioni alla radice e al tip:

- Leading Edge statore (0)
- Trailing Edge statore (1)
- Leading Edge rotore (1a)
- Trailing Edge rotore (2)
- Uscita stadio (2a).

Le coordinate assiali e radiali dei punti considerati costituiscono il flowpath.

Le stazioni 1a e 2 si riferiscono allo shroud e non al tip della pala.

Il tool può essere usato in modalità di design o di off-design.

Nella seconda (che è quella usata per le analisi riportate) si impongono variazioni di geometria e si ricavano le prestazioni, tra cui la portata che è imposta nella modalità di design.

Gli input modificati sono:

 Lo spessore al bordo di uscita (per ogni stadio si imposta un valore per lo statore e uno per il rotore). Nonostante questo parametro vari lungo il raggio, bisogna immettere un solo input. Perciò come approccio si può adottare una media aritmetica dei valori di hub, mid e tip. Come impatto sul rendimento, viene presa in considerazione la perdita di bloccaggio, come evidenziato nel seguente grafico (fig. 4.3).



Edge Blockage TE / (TE + DO)

### Figura 4.3: perdite di bloccaggio del TE thickness

Si può notare come un bordo arrotondato conferirebbe minori perdite.

2) La rotor tip clearance, impostata per ogni rotore. Ad essa sono associati i flussi secondari. La stima delle perdite è effettuata attraverso la seguente formula:

$$\Delta \eta_{tcl} = K * \frac{A_{cl}}{A_b} * \frac{1}{\frac{\Delta \eta_{stg}}{\Delta \eta_b}}$$

Con K una costante che dipende dalla conformazione del rotore,  $A_{cl} / A_b$  il rapporto tra l'area della clearance e quella della gola del rotore, e infine  $\Delta \eta_{stg} / \Delta \eta_b$  è una derivata che tiene conto dell'energia cinetica di uscita diviso l'energia disponibile sul rotore.

3) La rugosità superficiale (per ogni stadio, si indica un valore per lo statore e uno per il rotore). Sul tool è stata usata la rugosità media e questa incide sulle prestazioni attraverso le considerazioni fatte con il diagramma di Moody (fig. 4.4).

Per valutare le perdite, oltre al valore di rugosità, va valutato il numero di Reynolds del profilo. Il limite inferiore delle perdite è dato dalla curva "smooth", ovvero quella per parete liscia. In ogni caso, se le creste di rugosità escono fuori dal sottostrato laminare, comportano maggiori perdite.





Figura 4.4: diagramma di Moody

Una volta impostati, gli input si possono lanciare attraverso un codice eseguibile che restituisce diversi file di output.

Da esso, si possono leggere i dati del ciclo termodinamico, le prestazioni di tutta la turbina, i dati aria stadio per stadio e le perdite per ogni schiera.

Per questo lavoro di Tesi, ci si è interessati agli stessi parametri ottenuti dal Through Flow: pressure ratio, potenza all'albero, rendimento total-to-total e flow function.

### 4.3 Fitting

Le analisi sono state eseguite in un numero discreto di punti: nasce l'esigenza di voler stimare gli impatti per valori che non sono stati simulati. Per questo motivo si deve effettuare un'interpolazione dei risultati. In generale si è scelto di fittare con delle parabole, forzando il loro passaggio dall'origine.

Ciò equivale ad adottare un'equazione del tipo:

$$y = ax^2 + bx$$

Le eccezioni sono state due:

 Laddove il trend si è mostrato molto asimmetrico tra gli scostamenti positivi e quelli negativi, si è deciso di dividere il dominio in due parti ed eseguire <u>un'interpolazione con parabole a</u> <u>tratti</u>. È un problema tipico degli andamenti delle gole, dell'inner band e dell'outer band su range estesi. Si può adottare la seguente formulazione:

$$y = a_1 x^2 + b_1 x$$
 per  $x < 0$   
 $y = a_2 x^2 + b_2 x$  per  $x > 0$ 

Lo svantaggio di quest'approccio è la formazione di una cuspide nell'origine, ma rappresenta un miglior fitting nell'intero dominio.

 <u>Un'interpolazione a tratti lineare</u> per i grafici sulle rugosità. Infatti, adottando un andamento parabolico, si otteneva un tratto finale crescente a causa della concavità della parabola, nonostante il trend dato dall'analisi 1D fosse decrescente.

Le equazioni utilizzate sono:

y = 0 dentro il sottostrato viscoso y = ax + b fuori dal sottostrato viscoso

In tutti e 3 i casi, le interpolazioni sono state ottenute attraverso il metodo dei minimi quadrati.

Il fitting ottenuto è stato paragonato con i risultati della NN. Il confronto si può effettuare sui 7 parametri studiati con il TF.

La NN permette di poter trovare il legame tra diversi input e un output, trovando correlazioni tra diverse grandezze e ricavando trend più complessi di un polinomio di basso grado.

Per poter simulare l'effetto simultaneo di più grandezze, si deve scegliere accuratamente il numero di punti da analizzare. In tal caso si ricorre alla tecnica LHS.

### 4.3.1 Latin Optimal Hypercube Sampling (LHS)

Trovare una relazione funzionale tra un gran numero di input e output richiede un gran numero di simulazioni che possono essere costose dal punto di vista computazionale.

Per ridurre il costo, si usano modelli surrogati, noti come meta-modelli.

Essi si occupano di cercare dei punti nel "design space" in cui possono essere condotte le simulazioni.

Questo processo è noto come "Design of Experiments" (DOE).

Sui risultati ottenuti, successivamente si ricavano delle superfici di risposta che rappresentano il legame funzionale cercato.

La qualità del modello dipende in modo forte dalla bontà della DOE utilizzata: quindi dalla posizione dei punti e dalla loro densità nel design space.

Dati  $N_p$  punti e  $N_v$  variabili da cui dipende l'output, si otterrà in ingresso una matrice  $N_p * N_v$ , dove ogni riga rappresenterà una combinazione delle  $N_v$  variabili (ovvero un punto), mentre ogni colonna tutti i possibili  $N_p$  valori campionati di una variabile.

Tra tutti i campionamenti, quello più usato è il "Latin Optimal Hypercube". Presenta i seguenti vantaggi:

- a) Il numero di campioni non è fisso e dipende dal numero di parametri di input.
- b) Ortogonalità dei punti campionati (ovvero il prodotto scalare di due colonne è nullo).
- c) I punti campionati non dipendono dal modello che verrà costruito successivamente.

La procedura per determinare la posizione dei punti è casuale.

Obiettivo di una LHS è riempire tutto il dominio spaziale, usando pochi punti con la massima distanza possibile tra un punto ed un altro.

In fig. 4.5, è mostrato un esempio di filling spaziale 2D con 16 punti.

Il primo caso rappresenta un filling piuttosto pessimo, mentre è evidente come la scelta migliore per un miglior riempimento del design space sia la seconda.



Figura 4.5: confronto tra un filling spaziale pessimo (a sinistra) ed uno ottimale (a destra)

L'ottimizzazione di una LHS si può ricercare considerando delle sfere  $N_v$  – dimensionali intorno ad ogni punto campionato (queste non si devono intersecare tra loro). Tra tutte queste, si ricerca la più piccola sfera che non attraversa il limite del design space: più grande è il suo raggio, migliore è il filling spaziale.

Perciò diventa un problema di ottimizzazione combinatoria, in quanto bisogna ricercare la migliore combinazione tra  $(N_p !)^{N_v}$  possibili.

Per esempio, se si vuole ottimizzare la posizione di 20 punti in uno spazio bidimensionale, bisogna ricercare la soluzione migliore tra 10<sup>36</sup> combinazioni possibili. Varie ricerche propongono algoritmi di ottimizzazione o funzioni obiettivo per risolvere questo problema.

Una volta scelti i punti da simulare, si conducono le simulazioni e avendo sottomano input e output, si può realizzare una Neural Network.

## 4.3.2 Neural Network (NN)

Una "<u>Artificial Neural Network</u>" è un modello che processa informazioni che si ispira al modo in cui lo fa il sistema nervoso. È composto da un numero di elementi interconnessi tra loro, detti neuroni, che lavorano all'unisono per risolvere problemi specifici.

Una NN è configurata per una particolare applicazione attraverso un processo di apprendimento che coinvolge le connessioni sinaptiche tra i neuroni.

Hanno l'abilità di poter derivare degli andamenti tra input e output, dato un set di dati complicato, operazione che può essere non fattibile per l'uomo o altre tecniche computazionali.

Altri vantaggi sono:

- 1) Adattamento: abilità di imparare come operare in base ai dati in fase di training.
- 2) <u>Auto-organizzazione</u>: una NN crea una propria rappresentazione dei dati in base alle informazioni iniziali.
- 3) <u>Operazioni real time</u>: capacità di operare in parallelo, quindi di trattare una grande mole di dati.
- 4) <u>Buona immunità al rumore</u>: alcune capacità delle NN sono mantenute anche se alcune unità sono danneggiate.

Le NN si differenziano da algoritmi convenzionali implementati al calcolatore, perchè questi seguono dei set di istruzioni precisi per giungere alla soluzione, invece le NN trovano da sole la soluzione di un problema in un modo che non può essere predetto.

I principali difetti delle NN sono:

- 1) Non si può seguire passo-passo il percorso che porta dall'input all'output.
- 2) Necessitano di una fase di addestramento che può essere molto lunga se il numero di test necessari e il numero di variabili considerate è molto alto.
- 3) Non esistono teoremi e modelli che definiscono la rete ottima, perciò la bontà della NN dipende dall'esperienza dell'operatore.

### 4.3.2.1 Struttura di un neurone

Un neurone è un elemento che riceve diversi ingressi e restituisce una sola uscita (fig. 4.6).



Figura 4.6: schematizzazione del funzionamento di un neurone

Ha due modi di operare:

- 1) <u>Modalità di apprendimento</u>: vengono forniti in ingresso un certo numero di input e di output noti e il neurone impara per quali input deve attivarsi.
- 2) <u>Modalità di utilizzo</u>: la NN è interrogata con alcuni ingressi e le uscite non sono note e devono essere calcolate dalla rete. Servendosi della fase di apprendimento precedente, ogni neurone si comporta in un certo modo quando è sollecitato da un ingresso generico.

L'attivazione di un neurone è soggetta alla "firing rule".

In fase di utilizzo, può capitare che il neurone riceva una combinazione di ingressi che si differenzia da ognuna di quelle ricevute durante la fase di training. In questo caso, si trova l'input in fase di addestramento che si avvicina di più all'ingresso ricevuto in fase di utilizzo. Il criterio è il numero più alto di bit in comune con l'ingresso attuale.

Successivamente il neurone, avendo memorizzato l'output collegato in fase di addestramento, lo associa all'input in fase di utilizzo. Quindi in base al valore dell'uscita, il neurone si attiva o meno.

Può capitare che vi sono due o più combinazioni di ingressi della fase di training che assomigliano allo stesso modo all'input attuale e che questi presentino degli output diversi: in questo caso, il neurone si trova in una situazione di indecisione e sceglie l'output in modo casuale tra quelli associati.

Si supponga di considerare come esempio un neurone che riceve 3 ingressi binari e restituisce un'uscita binaria.

In fase di addestramento, la relazione ingresso-uscita è la seguente:

- Se riceve 000 in input, il neurone non si attiva (uscita 0)
- Se riceve 001 in ingresso, l'uscita vale 0
- Se riceve 101 in ingresso, il neurone si attiva (uscita 1)
- Se riceve 111 in ingresso, il neurone restituisce 1.

La situazione iniziale è mostrata in tab. 4.2.

X1:	0	0	0	0	1	1	1	1
X2:	0	0	1	1	0	0	1	1
X3:	0	1	0	1	0	1	0	1
OUT:	0	0	0/1	0/1	0/1	1	0/1	1

### Tabella 4.2: relazione ingresso – uscita attraverso un neurone in fase di addestramento

Si consideri l'ingresso 010: esso si differenzia per un solo bit all'input 000 a cui è associata 0 come uscita. Perciò a 010 sarà associato 0 come output.

Adesso si valuti l'input 110: discosta per un solo bit dall'ingresso 111 che restituisce 1 in uscita. Quindi l'uscita associata a 110 vale 1.

Non si può fare lo stesso ragionamento per 011 che si differenzia per un solo bit da 001 e da 111 che hanno uscite differenti. In questo caso, il neurone rimane in una forma di indecisione.

Lo stesso discorso vale per 100 che si discosta per un bit da 000 e da 101 che hanno output opposti.

La situazione del neurone in fase di utilizzo è mostrata in tab. 4.3.

X1:	0	0	0	0	1	1	1	1
X2:	0	0	1	1	0	0	1	1
X3:	0	1	0	1	0	1	0	1
OUT:	0	0	0	0/1	0/1	1	1	1

Tabella 4.3: relazione ingresso – uscita attraverso un neurone in fase di utilizzo

Il modello di neurone mostrato è abbastanza elementare. Un modello più sofisticato è quello di McCulloch e Pitts (MCP). In questa versione (fig. 4.7), agli input  $X_i$  di un neurone sono associati dei **pesi**  $W_i$  che moltiplicano gli ingressi. Successivamente si sommano i prodotti e se il risultato supera un valore di **soglia** T, allora il neurone si attiva:



 $X_1W_1 + X_2W_2 + \dots + X_NW_N > T$ 

Figura 4.7: struttura di neurone MCP

L'aggiunta degli ingressi pesati e della soglia rende il neurone uno strumento molto flessibile e potente. Esso ha la capacità di adattarsi ad una particolare situazione, cambiando i pesi e la soglia.

### 4.3.2.2 Architetture di rete

Vi sono due possibili architetture di Neural Network:

 Feed – forward: il segnale viaggia unicamente dagli ingressi verso le uscite, senza effettuare dei loop (fig. 4.8). Come algoritmo di adattamento del neurone si utilizza il "<u>Delta rule</u>". È anche chiamata organizzazione top-down o bottom-up.



Figura 4.8: Feed-forward network

2) Feedback: il segnale può viaggiare in entrambe le direzioni e possono essere introdotti dei loop (fig. 4.9). Sono delle reti molto potenti, ma anche molto complicate. Il loro comportamento è dinamico: dato un input, i pesi e il valore soglia possono cambiare di continuo finchè si raggiunge uno stato di equilibrio. Se si varia l'ingresso, il processo transitorio si ripete.

L'algoritmo di adattamento del neurone è il "back propagation rule".



Figura 4.9 Feedback network

L'ultimo esempio mostrato è una NN che può contenere pochi neuroni ed essere molto efficiente, ma può avere una gestione piuttosto ostica in fase di addestramento.

Si danno dei cenni sull'algoritmo di "**back propagation rule**" che consiste nell'iterazione dei pesi associati agli input di un neurone. È un metodo a gradiente che esegue i seguenti passi:

- 1) Stima di pesi iniziale per l'ultimo layer, ottenendo un output che può essere diverso da quello imposto in fase di apprendimento.
- 2) Misura dell'errore tra l'uscita imposta e quella calcolata.
- Implementazione del gradiente, ovvero viene aggiunto un valore necessario agli input in modo tale da minimizzare l'errore rispetto all'output desiderato. Nel processo si ottiene un nuovo set di pesi.
- 4) Si sostituisce questo set di pesi a quello trovato inizialmente.
- 5) Si effettua a ritroso la stessa procedura (back propagation) fino ad ottenere gli input della NN.

Questa operazione deve essere effettuata per tutti i test simulati e per questo occorre effettuare numerose iterazioni. Infatti si possono avere problemi di convergenza nel setting dei pesi. Per risolvere questi problemi, sono stati proposti dei piccoli accorgimenti:

- Nel caso di una funzione vettoriale, è consigliabile generare più NN, ognuna delle quali restituisce un output scalare.
- Il numero di hidden layer e di neuroni per ognuno di esso va scelto accuratamente in modo automatico in base al numero di input, di output e alla complessità della funzione da simulare.
- È preferibile eseguire più routine di addestramento in parallelo per la stessa NN, a partire da un diverso set iniziale di pesi. Dopodichè si sceglie la rete migliore.

In genere si preferisce organizzare la NN in più livelli (reti stratificate):

- Un livello di **input**, in cui ogni neurone riceve un ingresso e restituisce un'uscita.

Il numero di neuroni in questa layer dipende dal numero di ingressi.

- Un certo numero di livelli nascosti (hidden layers) che ricevono in ingresso segnali dai neuroni del primo livello o di livello precedente e li smistano ai neuroni del layer succesivo.
- Un livello di output, in cui il numero di neuroni è pari al numero di uscite della NN.

### 4.3.3 Approssimazione di una Neural Network

Una volta ottenuta la NN, per avere una rapida stima delle variazioni di performance, si possono ricavare delle derivatives che approssimano la curva della NN ad una retta.

- Local derivatives: si valuta il coefficiente della retta tangente alla curva della NN nell'origine. Se la NN è accurata, conferisce una buona accuratezza per piccole variazioni geometriche rispetto al nominale.
- Average derivatives: valuta il coefficiente angolare della retta interpolatrice della NN. In questo caso, il risultato è buono se il trend dato dalla NN è circa lineare, altrimenti i risultati possono essere pessimi. Caso eclatante e quello in cui la curva iniziale assume un valore massimo nello zero: si ha un tratto crescente ed uno decrescente della curva, perciò la derivative avrebbe segno opposto rispetto ad uno dei due tratti.

# Capitolo 5

# Analisi degli impatti

Dopo aver ricavato le derivatives, si può finalmente effettuare l'analisi della bontà del processo produttivo. Per farlo, si effettua un'analisi Monte Carlo in cui si inseriscono contemporaneamente le variazioni di tutti i parametri geometrici all'interno dell'intervallo di tolleranza.

Per ogni grandezza, si è deciso di generare N = 100000 numeri casuali all'interno del range considerato e quindi si otterranno N set di parametri geometrici, da cui si ricaveranno N variazioni di rendimento e N variazioni di flow function.

Le N performance costituiranno una distribuzione statistica.

Si è scelto un numero così alto di analisi per migliorare il processo randomico, visto l'elevato set di grandezze. Il numero di parametri di input sono 10 x numero di schiere, ovvero oltre il centinaio (120 se si parla di una turbina con 6 stadi e 140 se ha 7 stadi).

Un range di tolleranza può essere simmetrico rispetto al valore nominale o asimmetrico.

La maniera migliore per approssimare il processo produttivo in caso di tolleranze circolari, è usare una distribuzione gaussiana.

### 5.1 Distribuzione gaussiana

Una distribuzione gaussiana, o curva "a campana", è una distribuzione di probabilità che descrive numerose situazioni in statistica, economia, medicina, ecc...

Ad esempio si può ritrovare per stimare la distribuzione di:

- Altezza delle persone
- Errori di misurazione
- Processi produttivi
- Pressione sanguigna
- Punti in un test
- QI
- Stipendi

La sua caratteristica è di avere una distribuzione di dati addensata nei pressi di un valore medio e pochissimi dati lontani dalla media (fig. 5.1). Questi ultimi formano le "code di una gaussiana".

Ha le seguenti proprietà:

- La media, la mediana e la moda sono uguali.
- La curva è simmetrica rispetto alla media.
- Esattamente metà dei valori sono alla sinistra della media e metà a destra.
- L'area totale della curva è 1.



Figura 5.1: densità di probabilità di una distribuzione gaussiana

Considerando il caso del continuo, la funzione densità di probabilità ha la seguente forma:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{\frac{x-\mu}{2\sigma^2}}$$

Laddove  $\mu$  è il valor medio e  $\sigma$  è la deviazione standard.

Il valor medio si può esprimere nel seguente modo:

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) \, dx$$

Mentre la deviazione standard, che è indice della dispersione dei dati:

$$\sigma = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x) \, dx}$$

All'interno del range ( $\mu$ - $\sigma$ ;  $\mu$ + $\sigma$ ) sono contenuti il 68.3% dei dati. Se considerassimo un intervallo che si discosta di 2 $\sigma$  dal valor medio, si raggiunge il 95% dei dati, mentre per 3 $\sigma$  si arriva al 99.7% (fig. 5.2).



Figura 5.2: distribuzione gaussiana normale o standardizzata

Considerando una distribuzione con  $\mu = 0$  e  $\sigma = 1$ , si ottiene una distribuzione normale.

Ponendo  $z = (x - \mu) / \sigma$ , si ottiene una distribuzione standardizzata che assume la stessa forma di una distribuzione normale.

Per valutare la probabilità p di trovare un dato tra due numeri a e b, basta integrare f(x):

$$p = \int_{a}^{b} f(x) \, dx$$

Se considerassimo a =  $-\infty$ , si può costruire una distribuzione cumulata di probabilità F(x):

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x) \, dx$$

Questa funzione (fig. 5.3), nel caso di una gaussiana, ha le seguenti proprietà:

- a) È monotona crescente.
- b)  $F(x) = 0 \text{ per } x \to -\infty.$
- c)  $F(x) = 0.5 \text{ per } x = \mu$ .
- d)  $F(x) = 1 \text{ per } x \to +\infty$ .

Per una distribuzione gaussiana, f(x) non ha una primitiva, quindi l'integrale va risolto numericamente.



Figura 5.3: funzione di ripartizione di una distribuzione gaussiana

Nella realtà non si avrà mai a che fare con un problema nel continuo, ma si considera sempre un caso discreto. In tal caso, la definizione di media di N dati è la seguente:

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i$$

Mentre la deviazione standard:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2}$$

Si otterrà una distribuzione di dati che assomiglia ad una gaussiana per N ->  $\infty$ .

In un processo produttivo, si modella il fenomeno con una distribuzione  $6\sigma$ , ovvero dati un valore nominale ed una tolleranza circolare (scostamento negativo = scostamento positivo), si assume:

$$\mu = valore nominale$$

$$\sigma = \frac{valore \max - valore \min}{6}$$

Si è assunto  $\mu = 0$ , perciò si ottengono delle gaussiane centrate nello zero con numeri positivi e negativi.

Date la media e la deviazione standard, si fissa un numero casuale tra 0 e 1 che rappresenta la probabilità cumulata e poiché la funzione è monotona, ad un valore di F(x) corrisponde un solo valore di x. Questo valore casuale di x ottenuto è un numero contenuto all'interno di una gaussiana di media  $\mu$  e deviazione standard  $\sigma$ .

Si ripete l'operazione per N volte e si ritrovano N numeri casuali all'interno della suddetta gaussiana, che definiscono bene la curva per N grande.

### 5.2 Distribuzioni asimmetriche

Per range di tolleranza asimmetrici, si preferisce non usare distribuzioni gaussiane per poter coprire tutto l'intervallo, oppure per non andare oltre il suddetto range.

Le distribuzioni statistiche considerate sono le seguenti:

• **Distribuzioni Beta**, avente due parametri liberi α e β che influenzano la forma della distribuzione. L'espressione della densità di probabilità è la seguente:

$$f(x) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} x^{\alpha - 1} (1 - x)^{\beta - 1} \qquad 0 \le x \le 1$$

Dove  $B(\alpha,\beta)$  è la funzione beta.

Prima di poter implementare la curva, va adimensionalizzato il range di tolleranza tra 0 e 1. Per  $\alpha = \beta = 1$ , si ottiene una distribuzione uniforme, per  $\alpha = \beta = 5$  si approssima bene una gaussiana.

Se  $\alpha < \beta$ , la media e la moda si spostano verso sinistra. Viceversa, si spostano verso destra. Il criterio di modellazione usato è avere una media della distribuzione uguale a 0, ovvero al valore nominale del parametro considerato. Perciò per l'implementazione di una distribuzione beta, si fissa per esempio  $\beta = 5$  e si varia  $\alpha$  fino a matchare la funzione obiettivo.

Distribuzioni di Weibull, avente due parametri liberi λ (parametro di scala) e k (parametro di forma). La funzione di densità di probabilità è la seguente:

$$f(x) = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x-\gamma}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\lambda}\right)^k}$$

Di solito il parametro  $\gamma$  è settato a 0.

Il valore k esprime la forma della distribuzione. Per k molto basso, la curva assomiglia ad un esponenziale. Per k = 3 si ottiene la forma di una gaussiana. A questo punto,  $\lambda$  resta l'unico parametro da settare ed anche in questa situazione, si itera finchè non si ottiene la media della distribuzione nulla.

• **Distribuzioni triangolari**, avente la funzione di densità di probabilità espressa con due rette e i parametri liberi sono gli estremi dell'intervallo e la moda. Hanno un'espressione piuttosto semplice e ponendo il valore nominale uguale alla moda, non c'è bisogno di effettuare iterazioni.

Nonostante la distribuzione triangolare sia la più spigolosa tra le 3, si è preferito il suo utilizzo per i seguenti motivi:

- 1) Facilità di implementazione.
- 2) <u>Costo computazionale</u> molto minore rispetto alle altre due distribuzioni.
- 3) <u>Buona capacità di adattamento ai range</u> imposti nella generazione di numeri casuali, caratteristica meno rispettata negli altri due casi.

### 5.2.1 Distribuzione triangolare

In teoria delle probabilità, la distribuzione triangolare è una distribuzione di probabilità continua la cui funzione di densità di probabilità descrive un triangolo (fig. 5.4): ovvero è nulla ai due valori estremi a e b ed è massima ad un valore intermedio c, detto moda.

In statistica è utilizzata come modello quando il campione a disposizione è molto ristretto.

La definizione è la seguente:



Figura 5.4: funzione di densità di probabilità di una funzione triangolare

Per ricavare la funzione di ripartizione (o cumulativa), basta integrare la distribuzione di probabilità (fig. 5.5):

$$F(x) = \begin{cases} \int_{a}^{x} f(x) dx & se \ a \le x \le c \\ \int_{x}^{b} f(x) dx & se \ c \le x \le b \end{cases}$$

Ovvero:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} \frac{(x-a)^2}{c-a} & \text{se } a \le x \le c\\ 1 - \frac{1}{b-a} \frac{(b-x)^2}{b-c} & \text{se } c \le x \le b \end{cases}$$



Figura 5.5: funzione di ripartizione di una distribuzione triangolare

Nel caso particolare in cui c = (a + b) / 2, si ottiene che la media, la mediana e la moda coincidono. Infatti, si ricordi che la mediana è il valore per cui la funzione cumulativa è pari a 0.5. Dalle formule precedenti si ottiene per x = c:

$$F(x) = \frac{c-a}{b-a} = 0.5$$

Mentre la moda è il valore che assume il massimo valore nella distribuzione di probabilità.

$$f(x) = \frac{2}{b-a}$$

Se la moda si trova esattamente nel punto medio, la distribuzione triangolare diventa simmetrica (o di Simpson).

Ma questo non è il caso per cui si è deciso di adottare una distribuzione triangolare. Perciò si rimane nel caso di una distribuzione asimmetrica.

Dato un generico range di tolleranza, si è posto a = valore minimo, b = valore massimo e c = valore nominale. Perciò si è assunto di porre il valore nominale uguale alla moda.

In generale la moda è diversa dal valor medio:

$$\mu = \frac{a+b+a}{3}$$

Successivamente si è preso un numero casuale tra 0 e 1 e si è assunto pari a F(x).

Attraverso la funzione di ripartizione, poiché è monotona, resta univocamente determinato un valore casuale x all'interno di una distribuzione triangolare.

Ripetendo l'operazione N volte, si ottengono N valori casuali all'interno di una distribuzione triangolare di valori estremi a e b e di moda c.

In genere, si è assunto come valore nominale 0 e come valori minimo e massimo degli scostamenti negativi e positivi dal nominale.

Perciò l'espressione di F(x) si semplifica così:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} \frac{(x-a)^2}{-a} & \text{se } a \le x \le 0\\ 1 - \frac{1}{b-a} \frac{(b-x)^2}{b} & \text{se } 0 \le x \le b \end{cases}$$

Un altro caso particolare è quello della <u>rugosità</u>: siccome il range di tolleranza è definito da un valore medio ad un valore massimo, si adotta il valore medio sia come valore minimo che come moda.

Perciò a = c = 0. La funzione F(x) si semplifica ulteriormente e ha una sola espressione su tutto l'intervallo:

$$F(x) = 1 - \frac{(b-x)^2}{b^2}$$

Una volta ottenute le derivatives e implementate le distribuzioni statistiche di tutti i parametri geometrici, si può passare alla simulazione Monte Carlo. In questa analisi, si usano le derivatives ricavate dal fitting sul range A.

### 5.3 Metodo Monte Carlo

L'analisi Monte Carlo è una tecnica probabilistica che è usata per risolvere problemi deterministici di difficile risoluzione attraverso la generazione di numeri casuali.

L'origine del metodo Monte Carlo risale a Buffon nel XIX secolo con un esperimento che aveva come obiettivo un calcolo approssimato del pi greco.

Successivamente questo metodo è stato sviluppato per calcolare integrali non risolvibili in forma chiusa.

Il boom di questa analisi si è avuta con il secondo dopoguerra grazie a ricerche fatte da Fermi, Ulam e Von Neumann sui processi di diffusione dei neutroni, ma soprattutto con l'avvento dei calcolatori.

Esso si avvale di un'elevata replicazione della fenomenologia, grazie alla quale si può stimare la probabilità di accadimento dell'oggetto di studio.

Perciò avvalendosi di un calcolatore, si è potuto implementare questo fenomeno in modo veloce con un minor costo computazionale.

Si avvale della definizione frequentista di probabilità data da Von Mises: "la probabilità di un evento è il limite del rapporto tra i casi favorevoli e i casi possibili, ripetendo il fenomeno N volte, con N che tende all'infinito".

Questa analisi ha molteplici applicazioni sia in campo statistico, finanziario e ingegneristico.

Alcune applicazioni sono:

- Calcolo dei premi delle compagnie di assicurazione.
- Regolazione dei semafori cittadini.
- Code o attese ai caselli autostradali, agli esami clinici, in banca, ecc...
- Marketing e distribuzione.
- Programmazione della manutenzione preventiva.
- Budgeting e finanza.
- Durate e costi di un progetto.
- Applicazioni militari.
- Gioco d'azzardo.
- Stima delle prestazioni di una macchina date delle variazioni di funzionamento.

E focalizzandoci sull'ultimo punto, si suppone di dare in input un set casuale di parametri geometrici e applicando le derivatives calcolate in precedenza, si ottengono in output le prestazioni della turbina stimate in  $\Delta \eta_{tt}$  e  $\Delta FF$ .

Si ripete la procedura per N = 100000 volte e si ottengono N valori di  $\Delta \eta_{tt}$  e N valori di  $\Delta FF$ .

Il set di parametri geometrici è ottenuto prendendo un numero casuale da ogni distribuzione gaussiana e triangolare calcolata in precedenza a partire dai range di tolleranze.

Questi output ottenuti sono contenuti all'interno di due distribuzioni statistiche, di cui si può calcolare la media e la deviazione standard. Le distribuzioni ottenute possono assomigliare a delle gaussiane, ma non sono per forza simmetriche, perché dipendono dall'andamento delle derivatives e dalla simmetria delle distribuzioni date in input.

In generale si può dire che se una distribuzione triangolare data in ingresso ha un notevole impatto sulle performance, l'output del Monte Carlo assumerà le caratteristiche di una distribuzione triangolare.

Il risultato di questa analisi dice qual è lo scostamento delle prestazioni da quelle di progetto dato dal processo produttivo, sia in termini di media che come intervallo.

Assumendo un intervallo di confidenza, si può dire che al 95% le prestazioni saranno contenute in un intervallo ( $\mu$  - 2 $\sigma$ ,  $\mu$  + 2 $\sigma$ ) e al 99.7% in un intervallo ( $\mu$  - 3 $\sigma$ ,  $\mu$  + 3 $\sigma$ ).

Per valutare l'impatto di ogni grandezza, si deve costruire una superficie di risposta tra gli output del Monte Carlo (le performance) e gli input (le distribuzioni statistiche dei parametri). Per far ciò, visto l'elevato numero di variabili, si è deciso di non complicare troppo il modello e ci si è affidati ad una regressione lineare.

### 5.4 Regressione lineare

L'analisi di regressione lineare è una tecnica che permette di analizzare la relazione lineare tra una **variabile dipendente** e una o più **variabili indipendenti**. Si basa sull'ipotesi di esistenza di una relazione di causa-effetto tra le variabili indipendenti e la variabile dipendente.

Lo studio di questa relazione può avere un duplice scopo:

- <u>Esplicativo</u>: comprendere e ponderare gli effetti delle variabili indipendenti sulla variabile dipendente in funzione di un determinato modello teorico.
- <u>Predittivo</u>: individuare una combinazione lineare di variabili indipendenti per predire in modo ottimale il valore assunto dalla variabile dipendente.

In base al numero di variabili coinvolte, vi sono diversi tipi di regressione lineare:

- Semplice: in cui vi è una sola variabile indipendente x e una sola variabile dipendente y.
- **Multipla**: con diverse variabili indipendenti x<sub>i</sub> e una variabile dipendente y.
- Multipla multivariata: con diverse variabili indipendenti x<sub>i</sub> e più variabili dipendenti y<sub>i</sub>.

Nel caso in esame si adotta sia una regressione lineare semplice che una multipla in cui la performance è funzione dei parametri geometrici p<sub>i</sub>.

Poiché se ci sono n parametri geometrici, la regressione è eseguita in un piano n+1-dimensionale, non si parla più di retta di regressione, ma di piano di regressione in 3 dimensioni e iperpiano di regressione con almeno 3 parametri indipendenti.

Le equazioni ottenute sono le seguenti:

$$\Delta \eta = a + b_1 p_1 + b_2 p_2 + \dots + b_n p_n + \varepsilon_\eta$$
  
$$\Delta FF = c + d_1 p_1 + d_2 p_2 + \dots + d_n p_n + \varepsilon_{FF}$$

Dove i coefficienti a e c sono le intercette, i coefficienti  $b_i$  e  $d_i$  sono i coefficienti di regressione e  $\epsilon$  rappresenta l'errore di approssimazione.

L'interpolazione è eseguita tramite il metodo dei minimi quadrati.

### 5.4.1 Metodo dei minimi quadrati

Nella spiegazione di questo metodo, consideriamo l'esempio di regressione lineare semplice.

Dati N punti  $(x_i, y_i)$  in un piano, questa tecnica trova una retta che riduce la somma degli errori quadratici tra gli N punti e le N approssimazioni della retta.

Perciò considerata f(x) = a + b x, risulta in generale:

$$f(x_i) \neq y_i$$

La funzione obiettivo è:

$$\min_{a,b\in \mathbb{R}^2}\sum_{i=1}^N(a+bx_i-y_i)^2$$

Si definiscono tre matrici: la matrice dei coefficienti A, la matrice delle costanti c e la matrice delle ordinate y.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ \dots & \dots \\ 1 & x_N \end{bmatrix}$$
$$c = \begin{cases} a \\ b \end{cases}$$
$$y = \begin{cases} y_1 \\ \dots \\ y_N \end{cases}$$

A questo punto si riscrive la funzione obiettivo come:

$$\min_{c \in R^2} |Ac - y|^2$$

Essendo un funzionale quadratico convesso, assume il minimo in corrispondenza degli zeri del gradiente, ovvero:

$$2A^T A c - 2A^T y = 0$$

Da cui si ricava il sistema delle equazioni normali, nelle incognite a e b:

$$A^T A c = A^T y$$

#### 5.4.2 Bontà di una regressione

Ogni parametro geometrico può avere un impatto diverso sulle performance. Bisogna stabilire se un determinato input ha influenza sull'output e successivamente stabilire quanto impatta.

Per rispondere al primo quesito, ci si deve affidare ad un parametro statistico: il p-value.

Il p-value di un test d'ipotesi indica la probabilità di ottenere un risultato uguale o "più estremo" di quello osservato, supposta vera l'ipotesi nulla.

Si fissa un'ipotesi nulla e un valore di soglia  $\alpha$  (solitamente 0.05) che indica il livello di significatività del test. Ci si può comportare in due modi:

- Se p > α, l'evidenza empirica non è sufficientemente contraria all'ipotesi nulla che quindi non può essere rifiutata. In tal caso, si può affermare che quel parametro geometrico non impatta sulle prestazioni.
- Se  $p \le \alpha$ , l'evidenza empirica è fortemente contraria all'ipotesi nulla che quindi va rifiutata. In questo caso il parametro corrispondente ha un impatto statisticamente significativo.

Per analizzare invece l'efficacia del modello, si ricorre all'indice  $\mathbb{R}^2$ , detto anche coefficiente di determinazione.

Innanzitutto vanno definite diverse varianze:

- Varianza di y o varianza del fenomeno:

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(y_i - y_{med})^2$$

- Varianza dovuta alla regressione (varianza spiegata):

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (f(x_i) - y_{med})^2$$

- Varianza dei residui (varianza residua)

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (y_i - f(x_i))^2$$

Tra le tre esiste la relazione:

#### Varianza del fenomeno = Varianza spiegata + Varianza residua

Il coefficiente R<sup>2</sup> si calcola come:

$$R^2 = \frac{varianza\ spiegata}{varianza\ del\ fenomeno}$$

Esso varia tra 0 e 1 e indica la percentuale spiegata del fenomeno.

Oltre al classico coefficiente di determinazione, se ne può usare uno corretto che tiene conto dei gradi di libertà del modello, ovvero il numero di unità statistiche e il numero di variabili.

Risultati di questa analisi sono anche le deviazioni standard sui coefficienti dell'iperpiano di regressione calcolati o sulla stima della y rispetto a quella vera.

L'impatto di un singolo parametro sulle performance è stimato:

- 1) Verificando che il suo p-value sia minore di 0.05.
- 2) Valutando il coefficiente R<sup>2</sup> nella regressione tra la performance e il singolo parametro geometrico.
- 3) Sommando tutti i coefficienti  $R^2$  per ottenere la percentuale totale spiegata del fenomeno.
- 4) Dividendo il singolo  $R^2$  per la percentuale spiegata del fenomeno.

Nelle prime analisi, è stato implementato uno **script** che eseguisse l'analisi **Monte Carlo**. Ma gli input da dargli in pasto (distribuzioni statistiche) e la trattazione del legame input – output (regressione lineare) era eseguita su un software di analisi statistica: **Minitab**.

# 5.5 Minitab

Minitab è un software utile per effettuare analisi statistiche disponibile per Windows.

I punti di forza di questo software sono:

- Analisi che possono essere effettuate sia con menù a tendina che per mezzo di script, quindi si presta all'uso sia di utenti esperti che meno esperti.
- È un software user-friendly, facile da usare anche per chi si appresta per le prime volte.
- Supporta le pianificazioni e le analisi di esperimenti (grafici fattoriali, superfici di risposta, miscele statistiche, metodo di Taguchi).
- È in grado di rappresentare graficamente grandi moli di dati.
- Permette di esportare report di progetti.
- Interfaccia utente disponibile in 7 lingue diverse.

L'interfaccia Minitab è dotata di diverse macroaree:

- <u>Un'area di progetto</u> in cui sono collezionati i diversi fogli di lavoro e i grafici rappresentati.
- <u>Fogli di lavoro</u> (come Excel) che consentono l'immagazzinamento e la manipolazione di dati. Questi sono disposti in colonne e si può assegnare un nome ad ognuna.
- <u>Barra di comando</u>, in cui sono immagazzinate tutte le azioni eseguite in precedenza. In questa area si può anche far eseguire un'operazione tramite linguaggio di programmazione **Basic**.

Le features di questo software sono tantissime e nel lavoro di Tesi è stata utilizzata una piccolissima parte.

Minitab permette di creare delle distribuzioni statistiche fatte di numeri casuali.

Il numero di distribuzioni disponibile è molto elevato e ognuno di questi prevede un certo numero di input. In fig. 5.6 è mostrato un esempio con una distribuzione gaussiana.

	Normal Distribution
	Number of rows of data to generate: 100000 Store in column(s): C1
	Mean: 0,0
Select Help	OK Cancel

### Figura 5.6: generazione di numeri casuali all'interno di una distribuzione gaussiana su Minitab

I dati generati sono disposti tutti in un'unica colonna. In questo esempio sono stati generati 100000 numeri casuali posti nella colonna C1.

Per una gaussiana, la distribuzione resta definita se si assegna una media  $x_{med}$  ed una deviazione standard  $\sigma$ .

La distribuzione ottenuta può essere riprodotta per mezzo di un grafico (nell'esempio un istogramma). Allegato ad esso, vi è un report con una serie di parametri statistici.



### Figura 5.7: Rappresentazione grafica di una distribuzione gaussiana su Minitab

Per stimare gli impatti di ogni parametro geometrico sulle prestazioni, si è ipotizzata una relazione lineare tra gli input e ogni output: perciò è stata effettuata una regressione lineare.

Minitab permette di effettuare molteplici tipi di regressioni sia lineari che non lineari.

Data la grande quantità dei parametri geometrici, ci si è accontentati di un primo ordine.

Minitab restituisce un report con:

- Lista dei parametri più significativi con relativo impatto percentuale.
- Un'analisi di varianza con parametri statistici tra cui il p-value che indica se un input è statisticamente significativo.
- L'equazione di regressione.
- Parametri statistici sui coefficienti dell'equazione.
- Set di input che non rispettano bene il trend.

Ci si è serviti di Minitab per poter realizzare le distribuzioni statistiche dei parametri geometrici all'interno dei range di tolleranza. Queste venivano poi date in pasto all'analisi Monte Carlo.

Una volta effettuata, gli output (rendimento e flow function) sono stati correlati con gli input (i parametri geometrici) e grazie alla regressione lineare è stato realizzato un Pareto dell'intera turbina.

## 5.6 Analisi statistica implementata sul tool

L'obiettivo principale del seguente lavoro di Tesi è creare un tool che raggruppi tutta la conoscenza su una data turbina e che le analisi siano eseguite in modo automatico.

Perciò durante la fase iniziale, usando Minitab, si è visto come implementare queste analisi.

Lo step successivo è stato di riportare le stesse procedure su diversi script implementati su un unico tool. Perciò si è dovuto implementare un codice per ognuno dei seguenti processi:

- Implementazione di distribuzioni statistiche, sia gaussiane che triangolari, attingendo i limiti dai range di tolleranza.
- Analisi Monte Carlo, prelevando i dati delle distribuzioni statistiche e le relazioni funzionali con le performance dalle derivatives, entrambe presenti nello stesso tool.
- **Pareto per la variazione di rendimento**, facendo uno script che facesse la regressione lineare tra i  $\Delta \eta$  e i parametri geometrici.
- Pareto per la variazione di flow-function, con uno script che implementasse la regressione lineare tra i  $\Delta$ FF e i parametri geometrici.

Nel frattempo bisognava cercare di ottimizzare il processo randomico. Questo si può fare:

- 1) Limitando il numero di parametri in input.
- 2) Eseguendo le analisi diverse volte e facendo la media dei risultati per smorzare le oscillazioni.

Sia per il  $\Delta \eta$  che per il  $\Delta FF$  sono stati stimati a priori i parametri più impattanti.

Per il rendimento, in genere, sono:

- Rotor tip clearance
- Gola
- Spessore al bordo di uscita

Per la flow-function, invece:

- Gola
- Inner Band
- Outer Band

Per tutti gli altri parametri che impattano poco, è stata considerata una sola distribuzione adimensionalizzata valida per tutte le schiere.

Se gli statori hanno un range di tolleranza asimmetrico per una grandezza e i rotori ne hanno uno simmetrico, sono state implementate due distribuzioni: una gaussiana per gli statori e una triangolare per i rotori.

La scelta dell'unica distribuzione adimensionalizzata ha le seguenti conseguenze:

- Per una fissata caratteristica, si è passati da N parametri ad uno solo (o al massimo due).
- Durante l'analisi Monte Carlo ci si può facilmente adattare al range di tolleranza della specifica schiera, moltiplicando per i limiti a disegno.

- Vengono amplificati gli impatti nel caso di andamenti monotoni nei grafici delle derivatives, perchè se ci si trova nella coda di una distribuzione adimensionalizzata, ci si può trovare nel "worst case scenario" per ogni schiera contemporaneamente.

L'ultimo punto non è un problema nel caso di piccoli impatti, può diventarlo nel caso di impatti significativi.

Per questo motivo, si è preferito avere una distribuzione statistica per ogni schiera sui parametri più impattanti.

Considerando come esempio un motore con 6 stadi e con range di tolleranza simmetrici su tutte le schiere, per gli impatti sul rendimento si considerano:

- 12 gaussiane per i TE thickness
- 12 gaussiane per le gole
- 6 gaussiane per le clearance
- 7 gaussiane adimensionali.

In totale si tratterebbero 37 parametri.

Per la FF invece:

- 12 parametri per le gole
- 6 parametri per l'inner band
- 6 parametri per l'outer band
- 7 gaussiane adimensionali

In questo caso si fa la regressione su 31 parametri.

Si tratta di un alto numero di variabili, ma comunque minore delle 120 a disposizione (10 parametri \* 12 schiere).

Si può ripetere l'analisi per un numero di volte, ma poichè si ha un costo computazionale considerevole anche per una singola iterazione (circa un'ora) e si tratta un'enorme mole di dati, si preferisce iterare al massimo 10 volte.

# **Capitolo 6**

# Risultati

Per ogni turbina presa in considerazione in questo lavoro di tesi sono stati generati dei file contenenti un'enorme quantità di parametri da analizzare con un'elevata quantità di input casuali generati dall'analisi statistica.

La mole di dati ottenuti richiede un grande sforzo di sintesi, pertanto in questo capitolo verranno mostrati solo i risultati più significativi, rispettando i diritti di proprietà intelletuale di Avio Aero. Molti grafici saranno presentati in forma adimensionalizzata.

# 6.1 Derivatives

All'interno del tool, per ogni schiera sono state condotte delle analisi riguardanti sia il <u>range A</u> che il <u>range B</u>. I grafici risultanti sono stati riportati tutti all'interno di uno stesso foglio del tool.

Per ogni parametro geometrico è stato plottato l'andamento delle prestazioni sia in termini di  $\Delta\eta$  che  $\Delta$ FF. Essendo 10 le grandezze studiate, per ogni schiera verranno generati 20 grafici per il range A e altrettanti per il range B.

Se considerassimo una turbina formata da 6 stadi (12 schiere), si parlerebbe di 20 x 12 = 240 grafici per ognuno dei due range. In questo capitolo, verranno riportati solo alcuni esempi rappresentativi.

### 6.1.1 Range A

Da questi andamenti sono estratte le relazioni funzionali tra parametri geometrici e performance che sono state inserite nell'analisi Monte Carlo. Quindi le considerazioni che si fanno in questo paragrafo, hanno un'influenza diretta sull'output del Monte Carlo e del Pareto di turbina.

Si ricorda che sia per l'analisi 1D che 2D la minima variazione di rendimento percentuale apprezzabile è impostata alla seconda cifra decimale, mentre la minima variazione di FF alla terza.

### Spessore massimo



Figura 6.1: Andamento del rendimento al variare dello spessore massimo, range A

Il range di tolleranza è di solito simmetrico. Per tutti gli stadi non si riesce ad apprezzare una variazione significativa di rendimento, per cui dall'output del TF si evince che il "maximum thickness" non comporta una variazione significativa di  $\Delta\eta$  (fig. 6.1).



Lo stesso si può affermare per la portata: l'impatto dello spessore massimo è trascurabile (fig. 6.2).

Figura 6.2: Andamento della flow-function al variare dello spessore massimo, range A

Al limite, l'impatto atteso sarebbe più piccolo dello 0.005% sul rendimento e di 0.0005 (kg \*  $K^{0.5}$ ) / (kPa \* s) sulla FF.

### Spessore del bordo di attacco

Per il Leading Edge thickness si possono fare analoghe considerazioni: ovvero il TF non è in grado di percepire un significativo impatto sulle prestazioni (fig. 6.3-6.4). In questo caso, il range di tolleranza non è sempre simmetrico. Dipende dal tipo di schiera considerata (statorica o rotorica) e dal tipo di motore.



Figura 6.3: Andamento del rendimento al variare dello spessore del bordo d'attacco, range A



### Figura 6.4: Andamento della flow-function al variare dello spessore del bordo d'attacco, range A

Il tool 2D, per alcuni parametri, riporta delle minime variazioni che possono essere classificate come rumore numerico. Per tutti i grafici LE thickness – FF, si ottiene un'andamento piatto nullo oppure un'andamento minimamente oscillante intorno allo zero. Le variazioni che si ottengono sono molto piccole, quindi l'impatto di questo parametro geometrico sia sul rendimento che sulla flow function sarà prossimo a zero.

### Lunghezza della corda

L'impatto di questo parametro è fortemente dipendente dalla schiera considerata.

In genere essendo una grandezza che ha una misura superiore al pollice, tolleranze di qualche decina di mils le conferiscono un range percentuale di "Drawing tolerance" piuttosto stretto.

Ciò significa che per alcune schiere la variazione di prestazioni è trascurabile, mentre per altre si osserva un andamento non nullo, con scostamenti di performance piuttosto piccoli (fig. 6.5).



Figura 6.5: Andamento del rendimento al variare della lunghezza della corda, range A

Laddove si registra un'incidenza non trascurabile, si ottiene un andamento con derivata negativa: infatti, se si aumenta la lunghezza della corda, aumentano le perdite di profilo dovute all'attrito.

La curva blu che rappresenta l'output del TF ha un andamento discreto, perciò diventa fondamentale avere una buona interpolazione per poter stimare variazioni minori dello 0.01%.



Figura 6.6: Andamento della flow-function al variare della lunghezza della corda, range A

Si possono fare considerazioni analoghe a quelle fatte sul leading edge. Nel grafico (fig. 6.6) si evidenzia esclusivamente rumore numerico, perciò anche l'impatto della corda sulla flow function sarà trascurabile.

## Gola

Questo è uno dei parametri da tenere d'occhio maggiormente in quanto le performance sono molto sensibili anche ad una minima variazione di questa grandezza.

Sia la forma delle curve che le derivatives possono essere fortemente dipendenti dalla schiera analizzata. Siccome la definizione di gola può differire anche all'interno della stessa turbina e i range di tolleranze possono cambiare considerevolmente tra stadi diversi della stessa, sarebbe preferibile fare anche un'analisi in cui si valuta la schiera più impattante.

La relazione maggiormente ricorrente tra rendimento e gola è di questo tipo (fig. 6.7):



Figura 6.7: Andamento del rendimento al variare della gola, range A

Il valore nominale di gola rappresenta la misura per cui il rendimento è ottimale. Scostamenti geometrici sia positivi che negativi determinano un  $\Delta \eta < 0$ .



Figura 6.8: Andamento della flow-function al variare della gola, range A

L'andamento riportato qui sopra (fig. 6.8) è piuttosto intuitivo: ad una maggiore area di passaggio corrisponde una maggiore portata, e viceversa.

La funzione che descrive questa relazione è molto vicina ad una retta e quindi il fitting parabolico è molto preciso, perchè si usa un secondo ordine laddove sarebbe stato sufficiente anche un primo ordine.

La portata varia in modo considerevole al variare dell'area di gola, quindi ci si aspetta un impatto molto importante. Essa è determinata soprattutto dalla conformazione dei primi stadi. Se si considera un grafico di uno degli ultimi stadi, si osserva una variazione di flow function di gran lunga inferiore rispetto a quelli determinati dai primi stadi.

### Spostamento assiale

In questa analisi si contempla una variazione di pochi mils, perciò si indaga su un intervallo molto stretto. Spesso si possono osservare dei trend piatti, perciò anche l'impatto di questo parametro è molto limitato (fig. 6.9).



Figura 6.9: Andamento del rendimento al variare dello spostamento assiale, range A

Per quanto riguarda la portata, si osserva un andamento circa lineare, ma che dipende dallo stadio considerato (fig. 6.10). In generale, all'interno del range di tolleranza, gli impatti sono molto piccoli.



Figura 6.10: Confronto dell'influenza dello spostamento assiale sulla portata tra due stadi diversi, range A

I diversi andamenti possono dipendere dalla conformazione del flow-path e dall'angolo di incidenza del flusso in ingresso.

### **Inner Band**

Il range di tolleranza è di poche decine di mils e poichè si ragiona in percentuale di altezza pala che può misurare alcuni pollici, ne risulta un range di tolleranza inferiore all'1%.

A causa di variazioni geometriche così piccole, lo scostamento dal valore nominale del rendimento è molto basso (fig. 6.11). Molti trend sono addirittura nulli, perciò l'impatto sul rendimento è basso.

In figura, si nota come l'interpolazione vada fatta su 2 valori discreti dell'ordinata. Qui diventa importante capire precisamente dove si ottiene lo scatter per un'interpolazione più precisa.





Una variazione di inner band determina un'altezza pala diversa, perciò si ha un importante effetto sulla portata (fig. 6.12). Sulla base della definizione adottata nel corso delle valutazioni, se la variazione di inner band assume un valore negativo, allora i corner point alla radice della pala si spostano verso il basso e ciò corrisponde ad un'altezza maggiore della pala, a cui corrisponde una maggiore portata.

Viceversa, per lo stesso ragionamento, si ottiene una portata minore se la variazione è positiva.



Figura 6.12: Andamento della flow-function al variare dell'inner band, range A

Essendo l'andamento piuttosto lineare, la qualità del fitting è abbastanza buona.

### Outer band

L'intervallo di tolleranze a disegno per l'outer band è solitamente più ristretto dell'inner band. Si ragiona in termini di altezza pala anche in questo caso, perciò valgono le stesse considerazioni dell'inner band.

L'influenza sul rendimento è ancora più piccola, infatti i trend sono perlopiù nulli (fig. 6.13).



Figura 6.13: Andamento del rendimento al variare dell'outer band, range A

La FF ha anche qui un andamento lineare, con scostamenti percentuali simili al caso precedente, ma stavolta con derivata positiva a causa della definizione geometrica diversa del parametro geometrico (fig. 6.14): per l'outer band, ad una variazione positiva corrisponde uno spostamento verso l'alto dei corner point al tip della pala, un aumento della sua altezza e quindi un aumento di portata. Si manifesta l'effetto contrario per un  $\Delta$ outer band negativo.



Figura 6.14: Andamento della flow-function al variare dell'outer band, range A

### **Trailing Edge thickness**

È un parametro che ha una misura nominale di poche decine di mils, per cui una tolleranza di pochi mils corrisponde ad una grande variazione percentuale. La differenza tra range A e range B non è così marcata.

L'impatto sul rendimento è importante, come si può vedere in fig 6.15. Infatti vi sono diversi livelli discreti di rendimenti. L'andamento globale è circa lineare.





Ad un aumento di trailing edge corrispondono maggiori perdite di scia e di bloccaggio, da qui si vede la diminuzione di rendimento.



*Figura 6.16: Andamento della flow-function al variare dello spessore del bordo d'uscita, range A* 69

Si osserva lo stesso trend rettilineo anche per la FF (fig. 6.16), ma le performance rimangono ancorate vicino al nominale. Questi grafici sono stati realizzati con l'analisi 1D, in quanto il TF non è in grado di predire accuratamente le perdite associate ad una variazione del TE.

Possiamo dedurre che il TE thickness è un parametro che ha una grossa influenza sul rendimento, ma meno sulla FF.

### Rotor tip clearance

L'andamento di questo parametro geometrico non dipende dal range considerato, in quanto presenta una derivata ben definita. L'analisi è stata effettuata mediante codice 1D.

Un'apertura delle clearance determina maggiori perdite e per questo si ha una diminuzione del rendimento (fig. 6.17). L'impatto è molto importante, perciò l'intervallo di riferimento va scelto con particolare cura.



Figura 6.17: Andamento del rendimento al variare della rotor tip clearance, range A

Inoltre, aprendo le clearance diminuisce anche la portata in turbina (fig. 6.18). In questo caso, i valori osservati sono molto piccoli, perciò non si ha una grande influenza di questo parametro sulla FF.



Figura 6.18: Andamento della flow-function al variare della rotor tip clearance, range A

### Rugosità superficiale

Le rugosità prescritte a disegno sono solitamente annegate all'interno del sottostrato viscoso: perciò non si ha un effetto marcato sulle prestazioni in condizioni di volo.

Ogni stadio ha un valore limite di rugosità oltre la quale si ha una variazione di performance, in quanto può sia aumentare le perdite di attrito che causare una transizione anticipata.

Questo limite ha un valore vicino alla rugosità massima indicata a disegno per il primo stadio e man mano va aumentando verso gli stadi successivi. Infatti, al diminuire del numero di Reynolds, aumenta lo strato limite rispetto alla rugosità superficiale, motivo per cui sono tollerabili valori maggiori di rugosità.

Ciò significa che può esserci un impatto piccolo della rugosità per i primi stadi, mentre per gli stadi successivi, il trend è nullo (fig. 6.19-6.20).



Figura 6.19: Andamento del rendimento al variare della rugosità superficiale, range A



### Figura 6.20: Andamento della flow-function al variare della rugosità superficiale, range A

Il fitting è stato eseguito dividendo il dominio in due parti a cavallo della fine del sottostrato laminare.

Nella parte sinistra del dominio, si hanno rendimento e FF nominali, mentre nella parte destra si osserva un andamento rettilineo e sono state tracciate delle rette.

### 6.1.2 Range B

Con il secondo range si indaga un design space molto più ampio, perciò si possono trovare andamenti non apprezzabili nel range A e impatti molto più elevati.

### Spessore massimo

Aumentando notevolmente lo spessore, si osserva una diminuzione delle prestazioni che non è comunque molto marcata (fig. 6.21-6.22).



Figura 6.21: Andamento del rendimento al variare dello spessore massimo, range B



Figura 6.22: Andamento della flow-function al variare dello spessore massimo, range B

### Spessore del bordo di attacco

Valgono le stesse considerazioni fatte sul range A. Al massimo si può osservare una diminuzione di rendimento per valori molto bassi del leading edge thickness (fig. 6.23).


Figura 6.23: Andamento del rendimento al variare dello spessore del bordo d'attacco, range B

### Lunghezza della corda

Il range B è circa una decina di volte il range A, perciò si apprezza maggiormente la variazione delle prestazioni, anche se non dipendono in maniera esagerata da questo parametro (fig. 6.24).



Figura 6.24: Andamento del rendimento al variare della lunghezza della corda, range B

### Gola

Diminuendo molto questo parametro, si ottiene una caduta molto marcata di rendimento, con una derivata sinistra che è diverse volte più grande di quella destra. Per questo motivo, si è deciso di interpolare con due diversi tratti parabolici nel dominio negativo e nel dominio positivo (fig. 6.25).



Figura 6.25: Andamento del rendimento al variare della gola, range B

La FF invece può variare addirittura di qualche punto percentuale.

#### Spostamento assiale

Anche in questo caso, il range B può essere 10-20 volte il range di tolleranza, perciò si notano degli impatti molto più accentuati.



Il rendimento continua a variare molto poco, come è mostrato in figura (fig. 6.26).

Figura 6.26: Confronto dell'influenza dello spostamento assiale sul rendimento tra due stadi diversi, range B

La flow function invece ha una variazione molto importante ed ha un comportamento asimmetrico perchè il flow-path non ha un andamento rettilineo nel piano meridiano (fig. 6.27).



Figura 6.27: Andamento della portata al variare dello spostamento assiale, range B

#### **Inner Band**

Il rapporto tra l'estensione dei due range è persino maggiore di quanto detto per lo spostamento assiale, perciò anche in questo caso si osservano variazioni enormi rispetto al range A.

Inoltre subentrano anche degli effetti particolari, quali guadagni repentini di rendimento per aumenti o diminuzioni marcati dell'altezza pala (fig. 6.28).



Figura 6.28: Andamento del rendimento al variare dell'inner band, range B

La FF invece vede variazioni simili a quelle imposte dalla gola nel range B. Il tipo di andamento è lo stesso del range A.

## **Outer Band**

Il range A riguardante l'outer band è il più piccolo tra tutti gli intervalli considerati. Perciò il rapporto tra range B e il range A è il più grande tra tutti i parametri.

Valgono le stesse considerazioni dell'inner band: si possono intravedere degli effetti indesiderati e un'asimmetria tra scostamenti positivi e scostamenti negativi (fig. 6.29). La variazione di FF è molto elevata.



Figura 6.29: Andamento del rendimento al variare dell'outer band, range B

Sia per l'inner band che per l'outer band si esegue la stessa procedura di interpolazione del range B effettuata con la gola.

#### Analisi 1D

Per il trailing edge thickness, la rotor tip clearance e la roughness i trend rimangono invariati rispetto al range A con una variazione maggiore di performance (fig. 6.30).



Figura 6.30: Andamento del rendimento al variare della rotor tip clearance, range B

#### 6.1.3 Confronto con le Neural Network

Nel Book of Knowledge già esistente sono state create due Neural Network per ogni schiera (una per il  $\Delta\eta$  e una per il  $\Delta$ FF) che analizzassero il design space del range B di 8 grandezze (tra le 10 studiate in questo BOK vanno escluse le rotor tip clearance e le rugosità).

Il tool fluidodinamico su cui è stata creata la NN è stato il Through Flow.

Dalle NN ottenute sono stati girati dei conti in cui si faceva variare un parametro per volta, ottenendo così le derivatives. Queste possono essere confrontate con gli andamenti ottenuti nel nuovo BOK, ad eccezione del trailing edge thickness che è stato studiato con un'analisi meanline.

Nel tool oggetto di questa Tesi, è stata creata una sezione apposita in cui si confrontano le derivatives ottenute nel range B con il loro fitting polinomiale e le derivatives restituite dalla NN.

L'obiettivo di questo confronto è duplice:

- Verificare che la NN segua fedelmente gli andamenti del TF.
- Individuare lo strumento migliore tra una NN e un fitting polinomiale.

Per analizzare gli impatti di un parametro geometrico, gli utilizzatori del vecchio BOK si basavano esclusivamente sugli output delle NN. Grazie a questa analisi, per ogni schiera è stata indicata per quali grandezze la NN restituisce risultati accettabili, in modo tale da non soppiantare interamente il precedente lavoro, ma segnalare i casi in cui ci sono cambiamenti significativi (fig. 6.31).

Applicable NN		
Δη	$\Delta$ FF	
Chord length	Chord length	
Throat	Throat	
Axial displacement	Axial displacement	
Inner Band	Inner Band	
Outer Band	Outer Band	
	all range	

Figura 6.31: tabella con parametri per cui si ottiene un'ottima NN per una data schiera

Si riporta un esempio in cui la NN non rispecchia in modo ottimale l'andamento del TF (fig. 6.32).



Figura 6.32: corrispondenza non ottimale tra TF e NN

Questo si nota soprattutto su parametri geometrici che hanno un piccolo impatto sulle performance.

Infatti ciò che si osserva è soprattutto rumore di una NN, che però può indurre delle oscillazioni sulle prestazioni anche elevate dell'ordine di decimi percentuali.

Per questi casi, è preferibile usare il fitting polinomiale che ricalca in modo più accurato gli andamenti, come mostrato nel paragrafo precedente.

Si riporta anche un caso in cui la NN segue fedelmente gli andamenti di TF e fitting polinomiale (fig. 6.33).



Figura 6.33: corrispondenza ottimale tra TF e NN

In questo caso, il parametro geometrico ha un grande impatto sulla performance. Si può concludere che una NN segue fedelmente molti casi in cui si hanno grandi variazioni delle prestazioni. Questo rientrerebbe tra i casi indicati nella tabella redatta per ogni schiera, perciò per questa grandezza si può utilizzare la NN al posto del fitting polinomiale.

## 6.2 Distribuzioni statistiche

Come già spiegato nel cap. 5, i parametri geometrici sono stati inseriti all'interno delle seguenti distribuzioni statistiche:

1) **Distribuzioni gaussiane adimensionalizzate** con media 0 e deviazione standard 1/3 (fig. 6.34).

In questo modo si ottiene il range 6-sigma compreso tra -1 e 1. Ovviamente ci si aspetta che 200-300 dati (che rappresentano lo 0.2-0.3% di N=100000) vadano fuori questo intervallo.



Figura 6.34: esempio di distribuzione gaussiana adimensionalizzata

Successivamente nell'implementazione del Monte Carlo, poiché per ogni parametro geometrico poco impattante è stata creata una sola gaussiana, ogni numero casuale prelevato verrà moltiplicato per l'estremo del range di tolleranza di una schiera. Successivamente sarà associato ad una variabile che rappresenta la grandezza di quella schiera.

2) **Distribuzioni triangolari adimensionalizzate**: la moda è sempre stata posta uguale a 0, ma il minimo e il massimo dipendevano dal rapporto tra lo scostamento positivo e quello negativo indicato nelle tolleranze.

Si mostra come caso particolare quello relativo alla rugosità superficiale, in cui è stato posto a = c (minimo uguale alla moda) e b = 1 (fig. 6.35).



Figura 6.35: esempio di distribuzione triangolare adimensionalizzata

Questa distribuzione statistica evidenzia come la produzione cerca di mantenersi vicina alla rugosità media.

Il singolo numero casuale prelevato dalla distribuzione viene associato a tutte le schiere nello stesso modo in cui è stato spiegato in una gaussiana adimensionalizzata.

Distribuzioni gaussiane con media nulla e range 6-sigma adattato sul range di tolleranza (fig. 6.36).

Requisito per l'adozione di questa scelta e che la tolleranza fosse all'incirca circolare (scostamento negativo = scostamento positivo).



Figura 6.36: esempio di distribuzione gaussiana adattata sul range di tolleranza

Per questa classe di distribuzioni, ogni numero casuale risultava già associato ad una schiera specifica.

4) **Distribuzioni triangolari** con moda nulla e intervallo uguale a quello indicato dai range di tolleranze. Questi sono i casi di tolleranze fortemente asimmetriche che non possono essere studiate con gaussiane simmetriche.



Si riporta un esempio in fig. 6.37.



Anche queste distribuzioni, sono già associate intrinsecamente alla relativa schiera.

L'implementazione delle distribuzioni statistiche richiede un discreto costo computazionale, in quanto si devono generare 100000 numeri casuali per almeno 50 distribuzioni (il numero dipende dal numero di schiere di un motore e dal numero di parametri più impattanti per rendimento e flow-function).

## 6.3 Analisi Monte Carlo

Il costo computazionale di questa analisi è relativamente basso se si tiene conto dell'elevato numero di parametri da gestire.

### 6.3.1 Intera turbina

Per ogni performance si può indicare una media ed una deviazione standard dovuta al processo produttivo.



Si riporta come esempio, un Monte Carlo del rendimento di turbina (fig. 6.38).

Figura 6.38: distribuzione dei rendimenti restituiti da un Monte Carlo di turbina

Il primo aspetto rilevante è che la variazione di rendimento media è negativa.

Il motivo è che alcuni parametri presentano un rendimento ottimale in corrispondenza del valore nominale della grandezza geometrica. Se si applicassero degli scostamenti positivi o negativi al parametro, si otterrebbe un rendimento minore di quello nominale.

Se queste grandezze hanno un impatto importante, il risultato del Monte Carlo è un  $\Delta \eta_{med} < 0\%$ .

In fig. 6.39 si riporta invece un Monte Carlo della portata in turbina.



Figura 6.39: distribuzione delle portate restituite da un Monte Carlo di turbina

Questa volta la media del processo produttivo è vicina al nominale, poiché i trend ottenuti nelle derivatives dei parametri più impattanti sono tutti lineari.

Perciò si ottiene una distribuzione gaussiana circa simmetrica.

Le variazioni di portata che si ottengono possono essere importanti, quindi bisogna riporre maggiore attenzione alla qualità della produzione, specialmente per quelle grandezze geometriche che influenzano maggiormente le prestazioni (efficienza e FF).

#### 6.3.2 Singoli parametri geometrici

Per i parametri più impattanti è stata eseguita la stessa analisi statistica effettuata per l'intera turbina. Il focus di questa valutazione è di individuare le schiere più critiche, e valutarne l'impatto relativo.

In questo paragrafo si può analizzare l'influenza che un parametro può avere nel Monte Carlo di tutta la turbina.

Si riporta l'analisi effettuata sullo spessore del bordo di uscita relativamente alle variazioni di rendimento (fig. 6.40).



Figura 6.40: distribuzione dei rendimenti dovuti a variazioni di TE thickness

Dalla figura si può dedurre che la media della distribuzione è molto vicina allo zero: il motivo è che gli andamenti che impongono il TE thickness sono circa lineari (vale la stessa considerazione fatta per il Monte Carlo della FF).

Nella seguente figura, analizzando sempre il  $\Delta\eta$ , si confronta il Monte Carlo complessivo con quello ottenuto con le sole rotor tip clearance.



Figura 6.41: Monte Carlo globale vs Monte Carlo dovuto alle sole clearance, rendimenti

Anche le clearance impongono dei trend rettilinei per cui anche questa distribuzione di performance risulta centrato. La dispersione della gaussiana delle clearance non si discosta molto da quella complessiva, per cui si può pronosticare un grande impatto.

A questo punto si inserisce anche il Monte Carlo relativo alle gole e si osserva che questo ha una media delle prestazioni minori rispetto al nominale. Poiché il parametro ha un discreto impatto, ad esso si può attribuire la causa della distribuzione decentrata delle performance complessive.



Figura 6.42: Monte Carlo globale vs Monte Carlo dovuto alle sole gole, rendimenti

Per quanto riguarda la FF, si mostra un confronto tra il Monte Carlo complessivo e quello relativo alla gola (fig. 6.43).



Figura 6.43: Monte Carlo globale vs Monte Carlo dovuto alle sole gole, flow-function

Si può osservare come le due curve coincidano quasi. Ciò significa che le gole abbiano un impatto altissimo sulla portata.

## 6.4 Pareto

Dopo aver effettuato l'analisi Monte Carlo, è stata effettuata una regressione lineare tra le performance ottenute e le distribuzioni statistiche delle grandezze geometriche.

Plottando i parametri R<sup>2</sup> relativi ad ogni grandezza in ordine decrescente, si ottiene una stima dei parametri più impattanti e quindi il cosiddetto Pareto di turbina.

#### 6.4.1 Impatto sul rendimento

Se si vuole avere un'indicazione complessiva delle grandezze geometriche, senza considerare il tipo di schiera coinvolta, per i parametri più impattanti si sommano i contributi di tutte le schiere, per ottenere il grafico riportato in fig. 6.44.





Come era pronosticabile dalle analisi Monte Carlo, le clearance sono le grandezze più impattanti.

Nonostante l'uso di distribuzioni adimensionalizzate amplifichi l'impatto dei parametri meno impattanti, il loro contributo alle performance rimane sempre piccolo.

L'intervallo di studio delle clearance non può essere definito in modo netto. Perciò se viene variato, il Pareto può essere notevolmente modificato. Per questo, per definire precisamente l'influenza degli altri parametri, si preferisce fornire un'analisi in cui non è considerato il contributo delle clearance (fig. 6.45).



Figura 6.45: Pareto di turbina senza il contributo delle clearance, impatti sui rendimenti

Da qui si può notare che le gole e i trailing edge thickness sono gli unici parametri molto impattanti. Poiché tra una turbina e l'altra, cambiano notevolemente le geometrie, architettura, numero di pale, forma del canale, ecc., non si può stabilire a priori il parametro più influente in assoluto.

Nel grafico precedente non sono stati riportati altri parametri che hanno impatto nullo.

#### 6.4.2 Impatto sulla flow-function

Anche per la portata si esegue la stessa analisi (fig. 6.46).



Figura 6.46: Pareto di turbina, impatti sulle flow-function

Da questo grafico si evince che le gole sono gli unici parametri che influenzano fortemente la flowfunction. In realtà anche l'inner band e l'outer band sono delle grandezze che hanno una discreta influenza, ma l'adozione di range di tolleranze molto piccoli, abbatte notevolmente il loro contributo.

L'impatto dei restanti parametri può essere considerato trascurabile.

Risulta superflua la creazione di un Pareto di turbina senza considerare le rotor tip clearance, in quanto il loro impatto è abbastanza trascurabile.

Sono stati effettuati dei Pareto anche considerando dei singoli parametri per evidenziare le schiere che influenzano maggiormente le prestazioni. Purtroppo questi risultati non possono essere mostrati in questo elaborato perché protette da segreto industriale.

Però per quanto riguarda la FF, si può stabilire che la portata sia influenzata soprattutto dai primi stadi.

## 6.5 Validazione statistica del tool

Le analisi statistiche sono state eseguite con degli script che hanno lo scopo di riprodurre fedelmente l'output di Minitab a parità di input.

L'analisi Monte Carlo era stata implementata a prescindere con uno script e la regressione lineare restituiva gli stessi risultati a parità di input, perciò differenze tra i due metodi sono imputabili esclusivamente alla diversa implementazione delle distribuzioni statistiche.

Poiché si usano dei numeri casuali e vi sono tanti input, vi possono essere delle lievi differenze anche tra due run successivi. Perciò gli impatti ottenuti andrebbero considerare senza valutare cifre decimali.

	Minitab parameters impact	Tool parameters impact
Rotor tip clearance	44.1%	42.7%
Throat	24.7%	26.7%
Trailing Edge thickness	21.5%	20.8%
Maximum thickness	6.1%	5.2%
Inner Band	3.6%	4.5%

Nella seguente tabella si mostra la validazione statistica effettuata (tab. 6.1):

#### Tabella 6.1: Pareto di turbina sui rendimenti, differenze tra Minitab e il tool

Si ricordi che i primi tre impatti sono stati ottenuti sommando il contributo di tutte le schiere, perciò vi possono essere più errori che si sono sommati tra loro.

Nel complesso, si può ritenere che le features di Minitab siano state riprodotte bene negli script implementati.

Considerazioni finali sugli impatti piccoli sono:

1) Non possono essere stimati in maniera precisa, in quanto l'errore sulla loro valutazione può essere importante sia tra due run successivi che nella riproduzione delle features di Minitab.

2) Gli impatti sono amplificati a causa dell'adozione di distribuzioni adimensionalizzate, quindi in realtà il loro impatto sarebbe minore.

# Conclusioni

In questo lavoro, è stato implementato con successo un Book of Knowledge (BOK) per diverse turbine. È stata resa automatica ogni procedura grazie all'uso di script generati in ambiente Visual Basic: l'uso dei range di tolleranza, la generazione e il fitting delle derivatives (sia per il "Through Flow" che per la "Meanline Analysis"), e l'analisi statistica.

La procedura effettuata può essere riprodotta compatibilmente anche su altre turbine. Nonostante siano diversi gli input necessari (misure a disegno, tolleranze, implementazione dei tool 1D-2D), si può teoricamente applicare lo stesso approccio in maniera analoga a turbine aeronautiche di bassa pressione.

Le caratteristiche di Minitab sono state riprodotte con un'accuratezza accettabile, ma il processo randomico può essere maggiormente migliorato (a causa dell'elevato numero di input), nonostante sia stato utilizzato un elevato numero di test per l'analisi Monte Carlo.

Si è evidenziato che i risultati sono in linea con quelli previsti nelle condizioni di Aero Design Point (ADP), ed in particolare si è rilevato che:

- i trailing edge thickness, le gole e le rotor tip clearance sono i parametri più impattanti sul rendimento di turbina.
- le gole, gli inner band e gli outer band sono i più impattanti sulla flow-function (FF).

Tutte le valutazioni sono state effettuate in condizioni di volo di crociera. Si potrebbe estendere questa trattazione anche ad altre fasi di volo (per esempio al takeoff) o altre condizioni di off-design. In condizioni di ciclo differenti da quelle di ADP, infatti, è noto che l'impatto di alcune caratteristiche geometriche è completamente diverso. Basti pensare, ad esempio, che la rugosità superficiale potrebbe incidere negativamente nelle fasi di take off, dove lo strato limite è completamente diverso dalle condizioni ADP.

Bisogna anche considerare che sono stati utilizzati dei tool 1D-2D all'interno dei quali erano usate delle correlazioni di perdita. Per queste applicazioni, tali strumenti forniscono delle stime piuttosto attendibili (nonostante alcuni problemi di convergenza del tool 2D per variazioni geometriche eccessive) e richiedono un basso costo computazionale. Invece, gli strumenti di calcolo basati su CFD forniscono risultati di gran lunga più attendibili ma richiedono costi computazionali enormemente più elevati rispetto a predetti codici 1D o 2D.

L'interpolazione adoperata restituisce una buona corrispondenza con le curve ottenute dalle analisi 1D-2D.

Esso è stato confrontato con i risultati ottenuti dalle Neural Network (NN) del vecchio BOK, per evidenziare in quali casi il precedente lavoro può essere usato con una buona accuratezza.

In generale il fitting con polinomi di basso grado ha una bontà almeno pari a quella della NN, perciò è preferibile per la valutazione di impatti di un singolo parametro.

Nel presente lavoro, si è inoltre riscontrato che per range molto estesi le NN riescono a riprodurre abbastanza fedelmente le relazioni tra parametri geometrici e prestazioni di turbina, mentre, nel caso

di range ridotti, il fitting è risultato meno accurato. Bisogna perciò tenere presente che ad una NN è associato un rumore che potrebbe portare il progettista ad errate valutazioni.

Infine, osservando le curve di pareto, si possono fare le seguenti considerazioni:

- La determinazione delle tolleranze geometriche in fase di progettazione influenzano in maniera determinante l'impatto di alcuni parametri. Basta fare l'esempio di inner band e outer band che vedono un piccolo impatto sulla flow-function a causa del loro piccolissimo range di variazione.
- La fluidodinamica dello stadio (carichi, effetti della geometria) ha un ruolo decisivo. Questo si può tradurre in schiere che sono più critiche di altre nella valutazione del rendimento.
- La FF è maggiormente determinata dai primi stadi di turbina, mentre le sue variazioni dipendono sempre meno man mano che ci si sposta a valle della turbina.

Nel BOK sono stati aggiunti due parametri che hanno portato un contributo importante: le clearance hanno un grosso impatto sulle prestazioni, mentre le rugosità hanno mostrato dei trend che possono risultare importanti sopra un valore di soglia. Tuttavia, per studi futuri, si potrebbe considerare una versione ulteriormente aggiornata del presente strumento, inserendo ulteriori parametri geometrici (per esempio l'inter-stage clearance). Tuttavia, le principali grandezze che incidono su efficienza e FF sono state già opportunamente prese in considerazione.

# Bibliografia

[1] Balabanov V., Venter G., Viana F., *An Algorithm for fast Optimal Latin Hypercube Design of Experiments*, in collaborazione tra University of Florida (Gainesville), Stellenbosch University (Matieland) e The Boeing Company (Seattle).

[2] Batchu S., *Material Review Board – MRB Stress Analysis*, nell'ambito di "Stress Engineering", (Novembre 2017).

[3] Caligaris O., Oliva P., Metodi e Modelli Matematici, Università di Genova, polo di Savona.

[4] Chiappi R., Introduzione al Metodo Montecarlo, (Ottobre 2015).

[5] De Maesschalck C., Lavagnoli S., Paniagua G., Vinha N., *Aerothermodynamics of tight rotor tip clearance flows in high-speed unshrouded turbines*, disponibile nel vol.65 del libro "Applied Thermal Engineering", (Gennaio 2014).

[6] Dott. Corain L., *Le principali distribuzioni di probabilità*, dispense del corso di "Metodi statistici e probabilistici per l'ingegneria", Università di Padova.

[7] Dott. Filipponi L., *La regressione lineare*, dispense del corso di "Metodologia della ricerca in psicologia", Università di Bergamo.

[8] Mangialomini G., I motori aeronautici (Motore a Scoppio vs Turbo Fan).

[9] Minitab Inc., Getting Started with Minitab 17, (2016).

[10] Prof. Casalino L., Prof. Pastrone D., *titolo*, dispense del corso di "Motori per Aeromobili", Politecnico di Torino.

[11] Prof. Colombo D., *Il motore turbofan: principi di funzionamento*, dispense dell'università di Trento.

[12] Prof. Gamma F., *Turbina assiale*, dispense di "Motori per Aeromobili", Università degli studi di Roma, La Sapienza.

[13] Prof. Marsilio R., *titolo*, dispense del corso di "Propulsione Aeronautica", Politecnico di Torino.

[14] Prof. Pieraccini S., *titolo*, corso di "Metodi Numerici e Calcolo Scientifico", Politecnico di Torino.

[15] Prof. Salmaso L., Dott. Corain L., *La distribuzione normale*, dispense del corso di "Statistica", Università di Padova.

[16] Siganos D., Stergiou C., *Neural Networks*, vol.4 "Surprise 96 Journal", Imperial College Department of Computing.

# Ringraziamenti

La tesi magistrale è stata svolta in collaborazione con GE Avio Srl nel team "AeroThermal & Lube". Perciò ringrazio l'Ing. Marco Del Cioppo per avermi offerto l'opportunità di lavorare per una grande azienda, acquisendo un'esperienza fondamentale dal punto di vista professionale e lavorando in un settore che mi entusiasma. Un grazie va anche all'Ing. Francesco Bertini per aver accolto la mia richiesta di tesi e per aver guidato dal punto di vista tecnico il lavoro. Ringrazio il mio tutor, l'Ing. Ernesto Sozio per la presenza costante e per i tanti consigli ricevuti sia dal punto di vista tecnico che personale. Fondamentale anche il contributo dell'Ing. Gabriele Maini per aver assistito costantemente i tesisti nelle varie pratiche burocratiche e averci indirizzato nell'esposizione delle presentazioni. In questi 6 mesi, mi è stata data la possibilità di interfacciarmi con diverse persone per diverse esigenze: ringrazio Gherardo, Cristian, Max e Andrea per il tempo dedicatomi e tutto il resto del team per avermi accolto.

Questa occasione è stata facilitata dall'intercessione del Prof. Francesco Larocca che mi ha fatto da relatore a cui sono grato.

In questo periodo di tempo, sono stato affiancato da altri tesisti che hanno seguito il mio stesso percorso: va un ringraziamento sentito anche a loro per esserci supportati e confrontati a vicenda e per aver affrontato insieme queste giornate di lavoro.

Con questa tesi di laurea, si conclude l'esperienza universitaria maturata a Torino.

In questi due anni e mezzo ho avuto modo di conoscere diverse persone provenienti da diverse parti d'Italia: un ringraziamento va a tutti quelli che mi hanno sopportato, che hanno condiviso con me parte della loro cultura e delle loro usanze, ma soprattutto a chi oltre ad essere un compagno di corso o di collegio, mi è stato vicino nella vita di tutti i giorni.

La vita professionale da ingegnere purtroppo può portare amici a separarsi e a lavorare nei posti più disparati: è successo con gli amici del "Polliba e contorni", sta succedendo con gli amici in cui ho condiviso "Serate poco chiare". Molti rapporti però sono rimasti intatti nel tempo e lo dimostra la voglia di molte persone di voler festeggiare con me, nonostante la grande distanza.

La permanenza a Torino durante il corso magistrale si può descrivere con una parola: Collegio.

A tal proposito ringrazio tutto il quarto piano che mi ha fatto sentire come se fossi a casa. Nonostante avessi già provato in passato l'esperienza collegiale, quella provata nel Collegio Einaudi ha delle sfaccettature uniche del suo genere, in quanto ci si sente parte integrante di una famiglia allargata.

Una menzione particolare va all'<u>Aula Studio 408</u>. Grazie per tutti i pranzi/cene fatti insieme e per avermi sopportato per oltre due anni nonostante fossi un aerospaziale.

La mia gratitudine va verso i presenti che vivono a Torino, verso i presenti che hanno viaggiato per svariate centinaia di km e verso chi è assente per cause maggiori, ma comunque mi dedicherà un pensiero in questo giorno speciale.

Con questo giorno, si chiudono (si spera) gli studi. L'università racchiude gli anni migliori della vita di un individuo e restituisce legami indissolubili per il resto della propria vita.