

Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale



**Politecnico
di Torino**

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

**Studio numerico della separazione
di flusso in ugelli in scala
sovra-espansi**

Relatore:

Prof. Emanuele Martelli

Candidata:

Aurora Memmola

Anno Accademico 2024/2025

Indice

Introduzione	15
1 Fenomeno fisico	16
1.1 Introduzione all'ugello	16
1.2 Condizioni di funzionamento	22
1.3 Flussi sovra-espansi	24
1.4 Metodi risolutivi	28
1.5 Criteri di separazione	30
2 Test Case con geometria TIC	32
2.1 Andamento di pressione e punti caratteristici	35
2.2 Geometria e condizioni iniziali	37
2.3 Impostazioni dell'analisi CFD	41
2.4 Analisi non viscosa	43
2.5 Analisi viscosa	46
2.6 Scelta della mesh e del modello di turbolenza	47
2.7 Risultati	56
2.8 Confronto modelli di turbolenza	59
3 Variazione del NPR	62
3.1 Up-ramping	63
3.2 Considerazioni	64
4 Inserimento getto secondario	67
4.1 Getto secondario adattato	68
4.2 Up-ramping del getto secondario, con $M_s = 1.2$	69
4.3 Up-ramping del getto secondario, con $M_s = 1.5$	72
4.4 Up-ramping del getto secondario, con $M_s = 2$	75
4.5 Considerazioni rilevanti	78
5 Up-ramping con il getto secondario	79
5.1 NPR = 15	81
5.2 NPR = 20	84

5.3	NPR = 25	86
5.4	NPR = 30	88
5.5	NPR = 35	90
5.6	NPR = 40	92
5.7	NPR = 45	94
5.8	Risultati	95
5.9	Conclusioni	97
6	Effetto della portata del getto secondario	100
6.1	Risultati	101
7	Fitting dei dati sperimentali	104
7.1	Analisi con getto secondario spento	104
7.2	Confronto con dati riferiti ad un ugello TOP	106
7.3	Analisi con getto secondario acceso	107
	Conclusione	110
A	Simulazioni per il test-case	112
A.1	Primo caso	112
A.2	Secondo caso	116
A.3	Terzo caso	119
A.4	Quarto caso	121
A.5	Analisi sulla qualità della mesh	122
A.6	Quinto caso	123
A.7	Sesto caso	124
A.8	Compressibility effect	126
A.9	Low-Re correction	129
B	Modelli di Turbolenza	131
B.1	Equazioni di Navier-Stokes	131
B.2	Modelli di turbolenza	133
B.3	Modelli di viscosità turbolenta	136
B.4	Modello $k - \varepsilon$	138
B.5	Modello $k - \omega$	139
B.6	Modello di Spalart-Allmaras	140
B.7	Strato limite: caratteristiche e valori di y^+	142

Elenco delle tabelle

2.1	Recap combinazioni iniziali per validare la mesh ed il modello	46
2.2	Grandezze necessarie per la prima valutazione dello sforzo di taglio	47
2.3	Modelli di turbolenza e opzioni di setup utilizzate	60
3.1	Up-ramping Secondary flux OFF	63
5.1	Coordinata del punto di separazione del flusso @ $M_s = 1.5$	95
5.2	Coordinata del punto di separazione del flusso @ $M_s = 2$	95
5.3	Coordinata del disco di Mach @ $M_s = 1.5$	96
5.4	Coordinata del disco di Mach @ $M_s = 2$	96
5.5	Portata secondaria in percentuale rispetto alla portata principale @ $M_s = 1.5$	98
5.6	Portata secondaria in percentuale rispetto alla portata principale @ $M_s = 2$	99
6.1	Portata secondaria in percentuale rispetto alla portata principale: effetto della portata @ $NPR_s = 5, M_s = 5$	101

Bibliografia

- [1] R. Stark and G. Hagemann, “Current status of numerical flow prediction for separated nozzle flows” , DLR, German Aerospace Center, Lampoldshausen, D-74239, Germany, Astrium ST, Munich, D-81663, Germany, 2nd European Conference for Aerospace Sciences (EUCASS);
- [2] ANSYS Inc. ANSYS Fluent Theory Guide, approfondimento sul Shear-Stress Transport (SST) $k-\omega$ Model;
- [3] Jan Ostlund, “Flow processes in rocket engine nozzles with focus on flow separation and side-loads”, pp 1-3, May 2002, Technical reports from Royal Institute of Technology Department of Mechanics, S-100 44 Stockholm, Sweden;
- [4] Kulchytskyy V., Tesi di Laurea ”Studio numerico della separazione del flusso in ugelli supersonici tramite getti coassiali”, Università degli studi della Campania ”Luigi Vanvitelli”, a.a.2022/2023;
- [5] Calcolatore online per grandezze termodinamiche <https://devenport.aoe.vt.edu/aoe3114/calc.html> [Online, accessed January 2025];
- [6] Saile D., Gulhan A., ”Design of the TIC-nozzle and Definition of the Instrumentation” , Conference Paper, Gennaio 2009;
- [7] Frey M., Makowka K., Aichner T., ”The TICTOP nozzle-a new contouring concept” , Conference Paper, May 2016;
- [8] Boccaletto L., ”Solving the flow separations issue: a new nozzle concept”, AIAA 2008-5234, Luglio 2008;
- [9] Khobragade N., Wylie J.,Gustavsson J., Kumar R. ”Control of flow separation in a rocket nozzle using microjets” , Marzo 2019;
- [10] Boccaletto L., Dussage J., ”High-Performance Rocket Nozzle Concept” , September 2010;

- [11] Suslov D.I., Arnold R., Haidn O.J. "Experimental Investigation of Cooling Film Efficiency in the Nozzle Extension of a LOX/H₂ Subscale Combustion Chamber", Conference Paper, Gennaio 2011;
- [12] J. Ostlund, M. Bigert *A Sub Scale Investigation on Side Loads in Sea Level Rocket Nozzle*;
- [13] Martelli E., dispense del corso di "Endoreattori Avanzati", Politecnico di Torino, a.a 2023-2024;
- [14] <https://archive.org/details/MSFC-0103149> [Online, accessed January 2025];
- [15] <https://www.spacex.com/vehicles/falcon-heavy/> [Online, accessed January 2025];
- [16] Iuso G., dispense del corso di "Aerodinamica sperimentale", Politecnico di Torino, a.a.2023-2024;
- [17] Blazek J., "Computational Fluid Dynamics: Principles and Application", Maggio 2001;
- [18] ANSYS Inc. ANSYS Fluent Theory Guide, approfondimento per l'opzione "High Speed Numerics";
- [19] ANSYS Inc. ANSYS Fluent Theory Guide, approfondimento per l'opzione "Low-Re correction";
- [20] Nasuti, F., and Onofri, M., "Viscous and Inviscid Vortex Generation During Nozzle Flow Transients", AIAA 96-0076, Giugno 1996;
- [21] Onofri, F., and Nasuti, M., "The Physical Origin of Side-Loads in Rocket Nozzles", AIAA 99-2587, Luglio 1999;
- [22] Frey, M. and Hagemann, G., "Status of Flow Separation Prediction in Rocket Nozzles", AIAA 98-3619, 1998;
- [23] Frey, M. and Hagemann, G., "Flow Separation and Side-Loads in Rocket Nozzles", AIAA 99-2815, 1999;
- [24] Aceti R., Tesi di Laurea "Studio numerico di un flusso secondario coassiale per il controllo della separazione in ugello TOP durante il transitorio di start-up", Politecnico di Torino, a.a. 2024/2025.

Elenco delle figure

1.1	Merlin, Falcon 9 [15]	16
1.2	Grandezze significative in un ugello [3]	17
1.3	Ugello conico [13]	18
1.4	Ugello ideale [13]	19
1.5	Ugello TIC [13]	19
1.6	Ugello TOP [13]	20
1.7	Ugello TICTOP [7]	20
1.8	Campo interno a diversi ugelli [3]	21
1.9	Flussi sovra-espansi e sotti-espansi [3]	22
1.10	Configurazioni di gas esausti in ugelli sovraespansi	23
1.11	Profili di velocità all'interno dello strato limite [6]	24
1.12	Free Separation Shock [3]	25
1.13	Restricted Separation Shock [3]	26
1.14	Wall pressure distribution [3]	26
1.15	Ugello aerospike [14]	28
1.16	Ugello Dual Bell [12]	29
1.17	Ugello Poligonale [12]	29
1.18	Confronto dei criteri di separazione [3]	31
2.1	Sezione laterale del setup sperimentale	32
2.2	Pressione a parete: dati sperimentali e risultati sperimentali [1]	33
2.3	Pressione assiale: dati sperimentali e risultati sperimentali [1]	33
2.4	Campo di Mach di riferimento [1]	34
2.5	Andamento di pressione a parete teorico tipico di un flusso sovraespanso [3]	35
2.6	Andamento di pressione a parete sperimentale e punti caratteristici	36
2.7	Tabella con punti per il profilo TIC	37
2.8	Tabella con punti per il dominio computazionale	37
2.9	Geometria importata su Design Modeler	38
2.10	Condizioni al contorno del dominio computazionale	39
2.11	Dimensioni ugello TIC	40
2.12	Dimensioni dominio computazionale	40
2.13	Impostazioni solver Fluent	41

2.14	Impostazioni Materiali Fluent	41
2.15	Mesh Euleriana	43
2.16	Particolare della Mesh Euleriana	44
2.17	Campo di moto (Caso inviscido)	44
2.18	Campo di pressione (Caso inviscido)	45
2.19	Dettaglio della mesh iniziale	48
2.20	Wall y^+ per la mesh iniziale	49
2.21	Element Quality (Mesh 2)	49
2.22	Element Quality (Mesh 4)	50
2.23	Proprietà della mesh scelta (1)	50
2.24	Proprietà della mesh scelta (2)	51
2.25	Pressione lungo l'asse (Caso 7)	51
2.26	Disco di Mach (Caso 7)	52
2.27	Sonda di pressione $x_1/R^* = 6.5$, $y_1/R^* = 3.1$	52
2.28	Sonda di pressione $x_2/R^* = 6.7$, $y_2/R^* = 3.2$	53
2.29	Campo di Mach	53
2.30	Campo di pressione totale	54
2.31	Campo di viscosità turbolenta	54
2.32	Elementi chiave del campo di Mach	55
2.33	Confronto a parità di modello (SST $k-\omega$)	56
2.34	Confronto a parità di modello (S-A)	56
2.35	Confronto a parità di modello (S-A)	57
2.36	Confronto a parità di modello(SST $k-\omega$)	57
2.37	Sforzo di taglio a parete - determinazione del punto di separazione	58
2.38	Confronto modelli di turbolenza	59
2.39	Pathlines	61
2.40	Velocity vectors	61
3.3	Andamento della pressione a parete al variare dell'NPR	65
3.4	Andamento della pressione assiale al variare dell'NPR	65
3.5	Andamento della velocità assiale al variare dell'NPR	66
3.6	Spostamento del punto di separazione durante l'up-ramping	66
4.1	Apertura canale secondario	67
4.4	Andamento di p_{wall}/p_{amb} - secondary flux ON $M_s = 1.2$	70
4.5	Andamento di p_{ax}/p_0 - secondary flux ON $M_s = 1.2$	71
4.6	Andamento di v_{ax} - secondary flux ON $M_s = 1.2$	71
4.9	Andamento di p_{wall}/p_{amb} - secondary flux ON $M_s = 1.5$	73
4.10	Andamento di v_{ax} - secondary flux ON $M_s = 1.5$	74
4.11	Andamento di p_{ax}/p_0 - secondary flux ON $M_s = 1.5$	74

4.13	Andamento di v_{ax} - secondary flux ON $M_s = 2$	76
4.14	Andamento di p_{ax}/p_0 - secondary flux ON $M_s = 2$	76
4.15	Andamento di p_{wall}/p_{amb} - secondary flux ON $M_s = 1.5$	77
5.1	Spostamento del punto di separazione durante l'up-ramping	80
5.2	Spostamento del disco di Mach durante l'up-ramping	80
5.3	Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=15, $M_s = 1.5$	81
5.4	Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=15, $M_s = 2$	82
5.6	Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=15, $M_s = 1.5$	83
5.7	Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=15, $M_s = 2$	83
5.8	Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=20, $M_s = 1.5$	84
5.9	Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=20, $M_s = 2$	84
5.10	Andamento di p_{ax}/p_0 @ $NPR_s = 20, M_s = 1.5$	85
5.11	Andamento di p_{ax}/p_0 @ $NPR_s = 20, M_s = 2$	85
5.12	Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=25, $M_s = 1.5$	86
5.13	Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=25, $M_s = 2$	86
5.14	Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=25, $M_s = 1.5$	87
5.15	Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=25, $M_s = 2$	87
5.16	Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=30, $M_s = 1.5$	88
5.17	Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=30, $M_s = 2$	88
5.18	Velocity vector @ $M_s = 1.5$, $NPR_s = 5$, $NPR = 30$	89
5.19	Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=35, $M_s = 1.5$	90
5.20	Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=35, $M_s = 2$	90
5.21	Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=35, $M_s = 1.5$	91
5.22	Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=35, $M_s = 2$	91
5.23	Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=40, $M_s = 1.5$	92
5.24	Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=40, $M_s = 1.5$	92
5.25	Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=40, $M_s = 1.5$	93
5.26	Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=45, $M_s = 1.5$	94
5.27	Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=45, $M_s = 1.5$	94
5.28	Punti di separazione per $M_s = 1.5$	97
5.29	Punti di separazione per $M_s = 2$	98
6.2	Punti di separazione: effetto della portata	103
7.1	Confronto tra modelli	105
7.2	Confronto tra modelli - dati ugello TOP	106
7.3	Coordinate sperimentali	107
7.4	Relazione $x_{sep} = f(M_s, NPR_s)$	108
A.1	Mesh (Caso 1)	112

A.2	Particolare mesh (Caso 1)	113
A.3	Campo di moto (Caso 1)	113
A.4	Residui (caso 1)	114
A.5	Andamento della pressione statica lungo il profilo (Caso 1)	114
A.6	Punto di separazione (Caso 1)	115
A.7	Pressione lungo l'asse di simmetria (Caso 1)	115
A.8	Disco di Mach (Caso 1)	116
A.9	Campo di moto (Caso 2)	116
A.10	Residui (Caso 2)	117
A.11	Wall y^+ (Caso 2)	117
A.12	Punto di separazione (Caso 2)	118
A.13	Disco di Mach (Caso 2)	118
A.14	Particolare mesh (Caso 3)	119
A.15	Pressione lungo il profilo (Caso 3)	119
A.16	Punto di separazione (Caso 3)	120
A.17	Disco di Mach (Caso 3)	120
A.18	Disco di Mach (Caso 4)	121
A.19	Punto di separazione (Caso 4)	121
A.20	Element quality (Mesh 2)	122
A.21	Element quality, particolare (Mesh 2)	122
A.22	Wall y^+ (Caso 5)	123
A.23	Disco di Mach (Caso 5)	123
A.24	Punto di separazione (Caso 5)	124
A.25	Disco di Mach (Caso 6)	125
A.26	Punto di separazione (Caso 6)	125
A.27	Viscous model box	126
A.28	Residui - simulazione con Compressibility effects	126
A.29	Residui - simulazione con Compressibility effects e HSN	127
A.30	Oscillazioni della sonda di pressione	127
A.31	Andamento di p_{wall}/p_{amb}	128
A.32	Andamento di p_{ax}/p_0	128
A.33	Opzione Low-Re correction	129
A.34	p_{wall}/p_{amb} con e senza l'opzione "Low-Re correction"	130
B.1	Schema su modelli di turbolenza	133
B.2	Funzione di blending del modello BST	140
B.3	Regioni all'interno dello strato limite	143

Ringraziamenti

Desidero esprimere la mia più sincera gratitudine al Professor Emanuele Martelli per la sua preziosa guida e il costante supporto durante il percorso di ricerca e stesura di questa tesi. La disponibilità, competenza e passione per l'argomento sono state per me fonte di grande ispirazione. Questo lavoro è anche il frutto del suo insegnamento e del suo incoraggiamento, e per questo gli sono profondamente riconoscente.

Ringrazio, inoltre, Riccardo Aceti, per essere stato collaborativo nel fornirmi alcuni dati sperimentali, utilizzati nel corso del lavoro di tesi, e per essersi reso disponibile nel condividere conoscenze, discutere idee e offrire incoraggiamento nei momenti più impegnativi.

Desidero inoltre esprimere la mia più sincera riconoscenza nei confronti di altri docenti che ho avuto il privilegio di incontrare nel mio percorso accademico. In particolare, il Professor Lorenzo Casalino, la cui straordinaria passione e dedizione all'insegnamento hanno reso ogni sua lezione un'esperienza stimolante e coinvolgente, contribuendo in modo significativo alla mia crescita accademica e professionale.

Un ringraziamento speciale va anche al Professor Diego Giovanni Manfredi, che mi ha accompagnato con grande disponibilità e competenza nel lavoro di tesi triennale, trasmettendomi non solo preziose conoscenze, ma anche un metodo rigoroso e professionale nell'affrontare il lavoro di ricerca. La sua guida è stata fondamentale per sviluppare un approccio critico e strutturato, qualità che mi sono state di grande aiuto anche nel prosieguo degli studi.

Introduzione

L'obiettivo di questo lavoro di tesi è quello di approfondire il fenomeno della separazione all'interno di un ugello TIC e di osservare come alcuni parametri possano ritardare la separazione del flusso e traslare tale separazione verso valle. La separazione del flusso si presenta in diverse fasi del funzionamento di un ugello; risulta cruciale durante lo start-up poichè genera dei carichi laterali instazionari, di forte intensità che, ad oggi, rappresentano i carichi dimensionanti per la struttura.

Il punto di partenza è lo studio del componente in esame, seguito da una presentazione dei principali modelli di turbolenza ad oggi utilizzati per rappresentare, su un ambiente virtuale, il fenomeno fisico; verrà utilizzato, a questo scopo, il software Ansys Fluent e il riscontro sperimentale sarà possibile grazie ai risultati ottenuti dal German Aerospace Center (DLR), descritti nell'articolo *Current status of numerical flow prediction for separated nozzle flows*.

Una volta validati il modello di turbolenza e la mesh realizzata, grazie al test case, verrà realizzato un up-ramping con $\Delta p = 5Pa$ per esaminare gli effetti della variazione del Nozzle Pressure Ratio; in seguito, verrà introdotto un flusso secondario e verranno modificati alcuni parametri che lo caratterizzano (come numero di Mach e Nozzle Pressure Ratio riferito al flusso secondario), per valutare l'effetto di tali variazioni in termini di punto di separazione del flusso e formazione del disco di Mach.

Successivamente, saranno realizzate delle simulazioni per variare contemporaneamente i 3 parametri precedentemente esaminati (ovvero NPR, NPR_s, M_s) al fine di trovare la combinazione più efficace ed efficiente per lo spostamento a valle della separazione.

Verrà, inoltre, variata la portata del flusso secondario per comprendere le conseguenze di tale variazione e, infine, si cercherà di ricavare una o più relazioni empiriche per riassumere i risultati ottenuti.

Capitolo 1

Fenomeno fisico

1.1 Introduzione all'ugello

Un componente cruciale degli endoreattori è l'ugello, il quale ha lo scopo di convertire l'energia termica generata dalla combustione o dalla decomposizione (in generale un processo chimico esotermico) del fuel in energia cinetica che poi, a sua volta, diventa energia propulsiva. Nella Fig.1.1 è mostrato il motore Merlin del Falcon 9 della SpaceX; l'immagine comprende sia la camera di combustione (nella parte superiore) dove avvengono le reazioni chimiche, sia l'ugello vero e proprio (nella parte inferiore) con il suo tipico profilo convergente-divergente.



Figura 1.1: Merlin, Falcon 9 [15]

All'interno dell'ugello il flusso di gas esausti accelera nella zona del convergente passando dall'essere subsonico a sonico ($M < 1$), poi continua ad accelerare nella zona divergente diventando un flusso supersonico ($M > 1$); durante l'espansione la sua temperatura diminuisce poiché l'energia termica, che ne è direttamente proporzionale, diminuisce mentre l'energia cinetica aumenta.

Le grandezze significative con cui viene descritto il funzionamento di un ugello sono p_c e T_c , rispettivamente la pressione e la temperatura in camera di combustione e \dot{m} la portata di fuel immessa in camera; queste sono le uniche che possono essere modificate per variare le condizioni di funzionamento dell'ugello.

Vi sono poi i parametri geometrici come l'angolo di divergenza in uscita θ_e , il rapporto di espansione $\varepsilon = \frac{A_e}{A_t}$ e la lunghezza assiale dell'ugello; questi valori sono altrettanto importanti e influenti sulle prestazioni ma possono essere modificati solo in fase di realizzazione dell'ugello e non durante il suo funzionamento. Infine vi sono le grandezze in corrispondenza della sezione d'uscita p_e, T_e le quali dipendono dalle condizioni in camera (sono quantità fissate e non parametri liberi che si possono modificare) ma anche da queste dipende l'efficacia dell'ugello (ad esempio, dal confronto tra p_e e la pressione esterna all'ugello dipende il tipo di flusso che si ottiene in uscita).

In Fig.1.2 viene mostrato uno schema di una configurazione classica di ugello assieme alla camera di combustione con una chiara distinzione tra la parte convergente e la parte divergente.

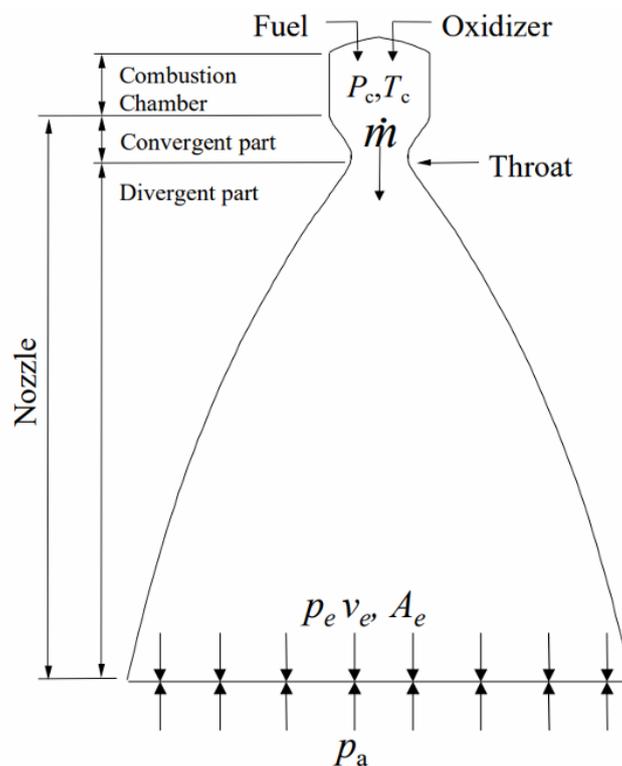


Figura 1.2: Grandezze significative in un ugello [3]

Le seguenti relazioni mostrano i collegamenti tra le grandezze appena descritte: dall'(1.1) si può vedere il legame tra il rapporto di espansione e il valore del Mach, mentre dall'(1.2) si evince il legame tra la pressione in camera e il valore del Mach.

$$\varepsilon = \frac{A_e}{A_t} = \frac{1}{M_e} \sqrt{\left[\frac{2}{\gamma + 1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_e^2 \right) \right]^{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}}} \quad (1.1)$$

$$\frac{p_e}{p_c} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_e^2 \right)^{\frac{\gamma}{1 - \gamma}} \quad (1.2)$$

L'ugello conico è la configurazione più vecchia e semplice sia da un punto di vista della progettazione che da quello della realizzazione ed è l'ugello caratterizzato da un profilo convergente-divergente sopraccitato. Le linee di corrente del flusso nella sezione d'uscita non risultano parallele all'asse dell'ugello e questo provoca delle perdite di divergenza; per ridurle conviene che l'angolo di semiapertura dell'ugello non sia troppo elevato ($\alpha_{opt} \approx 10, 20^\circ$) anche se ciò comporta una maggiore lunghezza assiale della struttura, dunque un maggior peso.

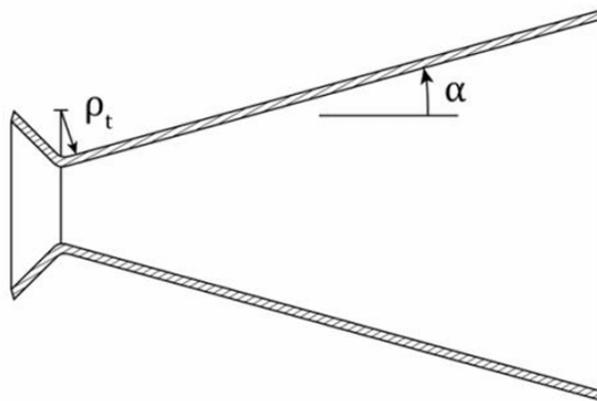


Figura 1.3: Ugello conico [13]

Dopo aver ideato la forma convenzionale dell'ugello (il profilo convergente-divergente) si è compreso che quest'aspetto influisce in modo rilevante sulle perdite che caratterizzano questo scambio di energie e sulle prestazioni dell'ugello. Per questo motivo, a partire dalla seconda metà del secolo scorso, sono state realizzate diverse modifiche alla geometria iniziale, dando vita a diversi modelli di ugelli.

L'ugello ideale è stato concepito come l'ugello capace di generare un flusso parallelo e omogeneo nella sezione d'uscita eliminando totalmente le perdite di divergenza; questo tipo di geometria viene ottenuta numericamente dall'applicazione del MOD (Method Of Characteristics). Da una parte, l'ugello ideale è caratterizzato dall'enorme vantaggio di non avere urti al suo interno, dall'altra parte ha una lunghezza assiale eccessiva rispetto ad altre configurazioni a parità di area.

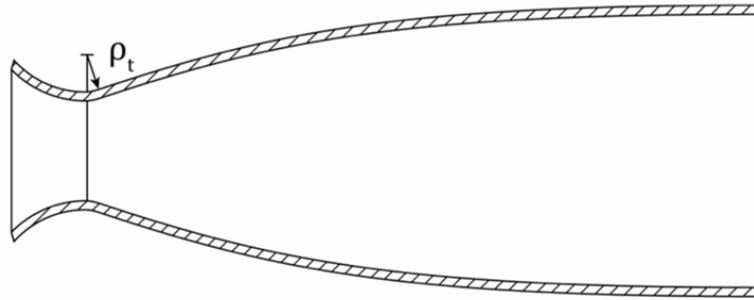


Figura 1.4: Ugello ideale [13]

L'ugello perfetto non è utilizzato nelle applicazioni spaziali odierne a causa dell'eccessiva lunghezza assiale; per questo motivo è stato concepito l'ugello TIC (Truncated Ideal Contour) ottenuto troncando l'ugello ideale a partire da un valore di Mach di design. Rispetto a quest'ultimo, la geometria TIC consente una lunghezza assiale decisamente minore e, di conseguenza, un volume e un peso minori.

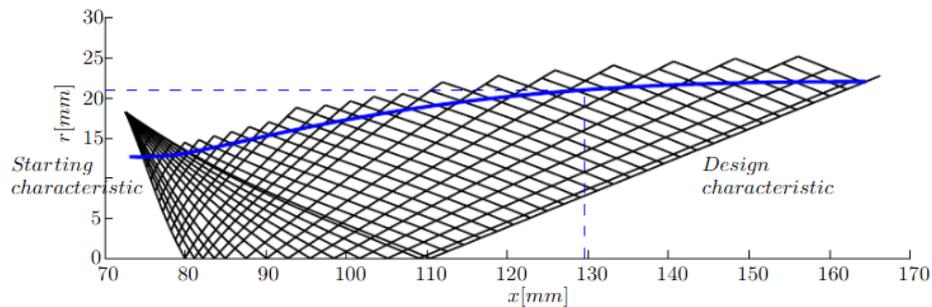


Figura 1.5: Ugello TIC [13]

Un'ulteriore configurazione utilizzata è l'ugello a spinta ottimizzata (TOC Thrust Optimized Contour) dove il profilo viene scelto per massimizzare la spinta a partire da una certa lunghezza o altri vincoli geometrici. Una valida alternativa al TOC è l'ugello TOP (Thrust Optimized Parabolic) il cui profilo segue l'andamento di una parabola disegnata con l'obiettivo di massimizzare la spinta, come il TOC. Il design e la realizzazione dell'ugello TOP sono decisamente meno complessi e garantiscono prestazioni molto simili all'ugello TOC.

Ad oggi, la ricerca per un profilo perfetto che soddisfi tutte le necessità continua e, come presentato nell'articolo [7], i requisiti principali da rispettare, durante la realizzazione di un nuovo contour per un ugello, sono:

- Massimizzare l'impulso specifico;
- Minimizzare i carichi laterali che nascono durante la fase di start-up;
- Evitare la separazione del flusso durante le fasi di funzionamento stazionario.

Sia l'ugello TIC che l'ugello TOP forniscono degli impulsi specifici molto alti e risulta molto difficile realizzare un confronto per cui si può affermare che entrambe le geometrie

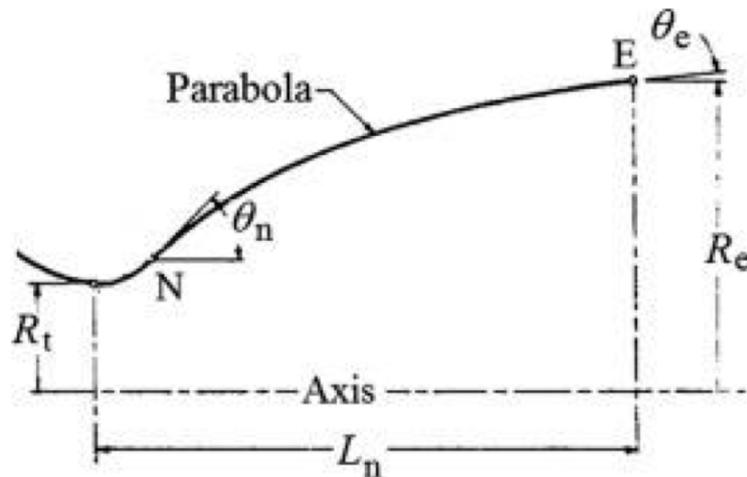


Figura 1.6: Ugello TOP [13]

rispettino il primo requisito. Un profilo TIC rispetta maggiormente il secondo requisito perchè, avendo una geometria shock-free come l'ugello ideale, al suo interno si può creare unicamente una FSS (Free Shock Separation) mentre all'interno del TOP può crearsi una bolla di ricircolo a valle della separazione e un successivo riattaccamento del flusso (creando la cosiddetta RSS-Restricted Shock Separation) la quale porta alla formazione di side-loads molto più significativi. Dall'altra parte, il TOP rispetta in modo più efficiente il terzo requisito perchè garantisce una pressione maggiore nella sezione d'uscita, ritardando la separazione del flusso.

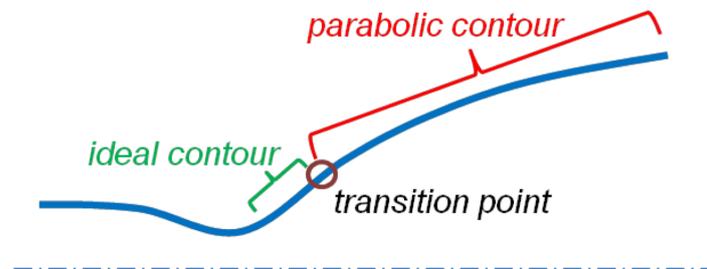


Figura 1.7: Ugello TICTOP [7]

Grazie a quest'analisi è stato concepito un nuovo profilo, detto TICTOP, con l'obiettivo di unire i vantaggi delle due configurazioni.

Come si osserva nella Fig.1.7 la parte iniziale del divergente segue l'andamento dell'ugello ideale, garantendo l'assenza dell'OSW che nasce nel profilo TOP, mentre la parte finale segue il profilo parabolico, andando ad aumentare la pressione nella sezione d'uscita, ritardando la separazione del flusso. La presenza di un punto di transizione tra le due geometrie può essere fonte di discontinuità e generare una nuova onda d'urto obliqua e questo è uno svantaggio significativo.

La scelta della geometria è fondamentale perchè ogni tipologia di ugello genera il proprio

flusso interno e da questo dipendono le perdite; si possono individuare 3 tipi di perdite: geometriche, aerodinamiche e cinetiche chimiche. Combinando questi effetti, solitamente l'efficienza di un ugello è compresa tra $0.90 < \eta_{nozzle} < 0.98$ e questa grandezza va assolutamente massimizzata.

La figura 1.8 mostra il campo interno al variare del profilo; è evidente la presenza di un'OSW all'interno del TOC e del TOP mentre è assente nel TIC così come nell'ugello ideale.

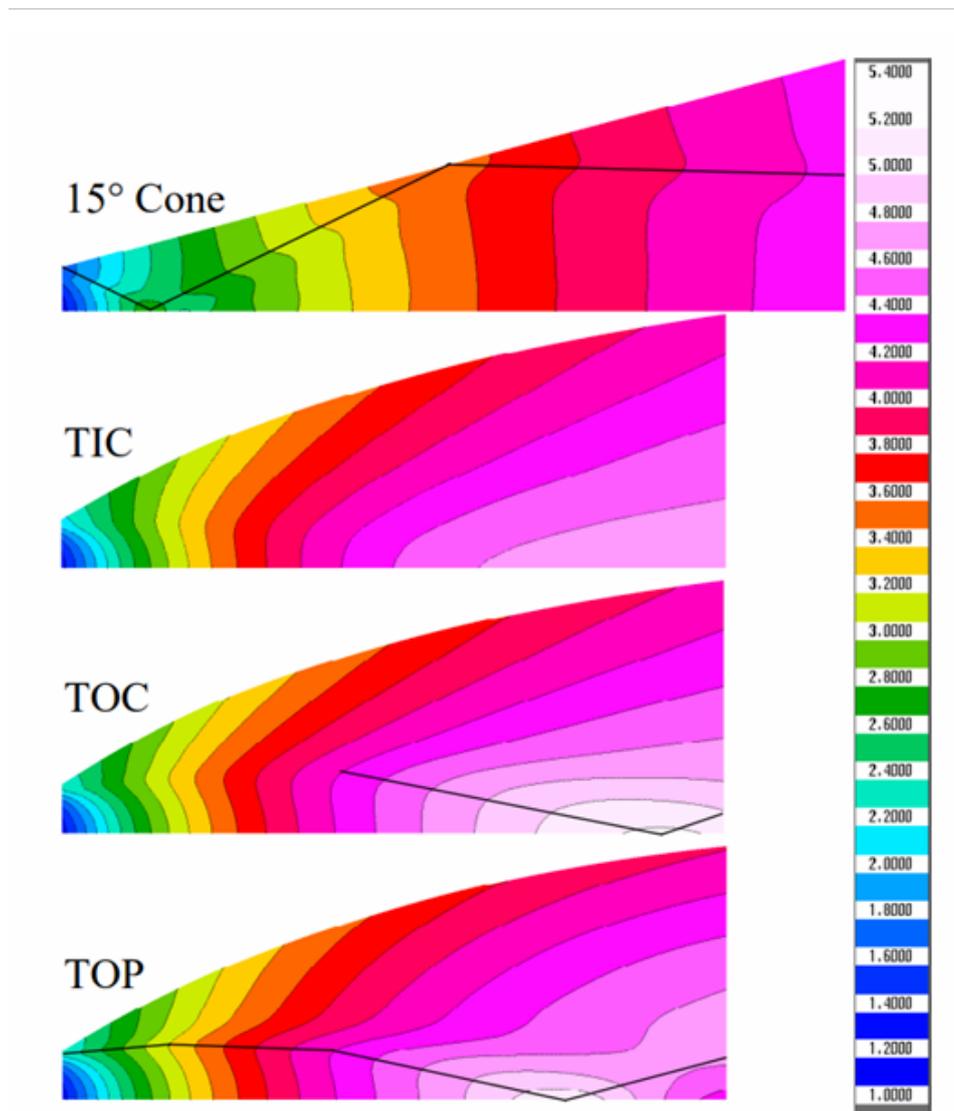


Figura 1.8: Campo interno a diversi ugelli [3]

1.2 Condizioni di funzionamento

A prescindere dalla geometria e dalla tipologia, l'ugello viene realizzato per ottenere le prestazioni migliori in corrispondenza di un certo valore di pressione esterna; è stato dimostrato che le prestazioni ottimali si raggiungono quando $p_e = p_a$ dunque la pressione del flusso in corrispondenza della pressione d'uscita è uguale alla pressione dell'aria esterna (questa viene chiamata **condizione di adattamento**). Poichè durante l'ascesa di un endoreattore nello spazio, la pressione esterna varia in modo significativo (dalla pressione ambiente di 101325 Pa a quota zero fino a una pressione quasi nulla quando si oltrepassa la Linea di Karman), l'ugello si troverà in condizioni ottimali solo in corrispondenza della quota alla quale vale la condizione di adattamento, ma per tutte le altre quote non sarà adattato; in particolare, quando la pressione del flusso in corrispondenza della sezione d'uscita è minore della pressione esterna dell'ambiente il flusso è detto sovra-espanso (ciò che accade durante lo start-up), quando invece la pressione del flusso è maggiore della pressione esterna il flusso è detto sotto-espanso. In entrambi i casi, l'ugello non sta lavorando a regime e le sue performances non sono ottimali.

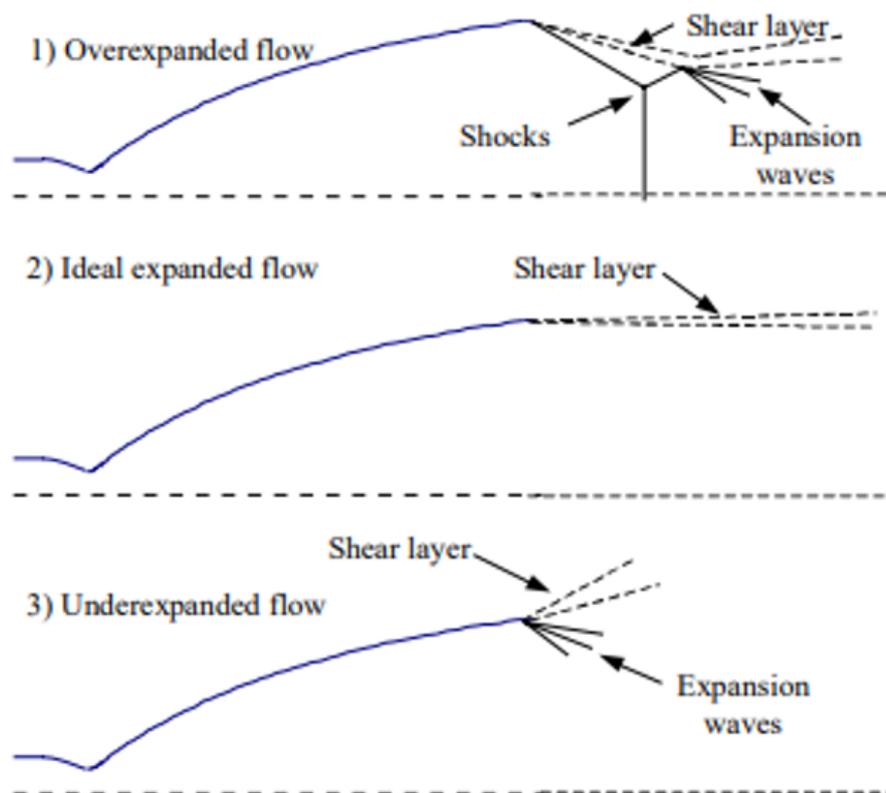


Figura 1.9: Flussi sovra-espansi e sotto-espansi [3]

Durante lo start-up l'ugello, a prescindere dalla geometria e dalle condizioni di adattamento, sicuramente è sovraespanso visto che la pressione interna è senza dubbio minore della pressione esterna (pari all'incirca alla pressione atmosfera - il valore esatto

dipende dall'altitudine del sito di lancio). In questo caso, i gas esausti si adattano alla pressione ambiente esterna tramite una combinazione di urti obliqui e onde d'espansione. Ad oggi sono state individuate 3 principali configurazioni di gas esausti di ugelli sovraespansi: il disco di Mach (Fig.1.10, sinistra), il cap-shock pattern (Fig. 1.10, centrale) e la regolare riflessione di urti (Fig.1.10, destra).

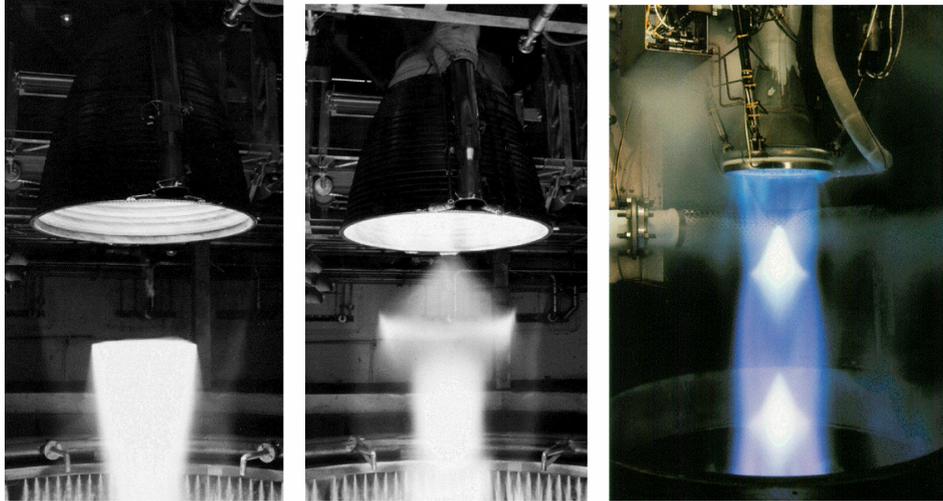


Figura 1.10: Configurazioni di gas esausti in ugelli sovraespansi

Il disco di Mach è una configurazione di urti che nasce dall'interazione tra l'urto incidente (generato dal distacco del flusso dalla parete) e l'urto riflesso dall'asse di simmetria dell'ugello. Il disco vero e proprio appare quasi come una linea perpendicolare all'asse di simmetria, a valle della quale il flusso è subsonico. Si definisce punto triplo l'intersezione tra l'urto incidente, l'urto riflesso e il disco di Mach.

Nel cap-shock pattern gli urti precedentemente descritti interagiscono anche con un urto interno al flusso supersonico (presente in diverse tipologie di ugello, come il TOP o il dual-bell) per cui la configurazione di urti è fisicamente diversa.

1.3 Flussi sovra-espansi

La nostra analisi verte sulle caratteristiche dei flussi sovra-espansi per questo si sceglie di analizzare più approfonditamente questo caso (l'immagine 1 nella Fig.1.9). Il flusso sovraespanso è caratterizzato da una separazione del flusso dalla parete in prossimità della sezione d'uscita a causa dei gradienti di pressione avversi. Per migliorare l'efficienza degli ugelli soggetti a flussi sovra-espansi, bisogna evitare o ritardare il più possibile la separazione del flusso; per questa ragione, è necessario comprendere quali sono le cause di tale fenomeno.

Il campo di moto attorno ad un corpo lambito da un flusso può essere diviso in due regioni: la prima, più lontana dalla parete è detta regione indisturbata perchè non risente della presenza del corpo e può essere descritta più facilmente perchè non è necessario tenere in conto di alcuni aspetti (come la viscosità del fluido); la seconda, in prossimità della parete, è detta regione di strato limite ed è caratterizzata da gradienti molto forti. Infatti, poichè la velocità a parete è nulla per la condizione di no-slip, è presente una zona in cui la velocità deve diminuire dal valore presente nella regione esterna a 0.

Lo strato limite è caratterizzato da un gradiente di pressione che può essere favorevole ($\frac{\partial p}{\partial x} < 0$) per cui il flusso rimane attaccato alla parete o sfavorevole ($\frac{\partial p}{\partial x} > 0$) per cui il flusso si stacca dalla parete e avviene la cosiddetta separazione; questo fenomeno è legato alla presenza di un'energia cinetica troppo debole per contrastare l'energia potenziale di pressione e questo accade quando il flusso è sovraespanso. In Fig.1.11 vengono mostrati i profili di velocità dello strato limite partendo dalla condizione di gradiente di pressione favorevole (a sinistra) fino alla condizione che genera separazione (a destra).

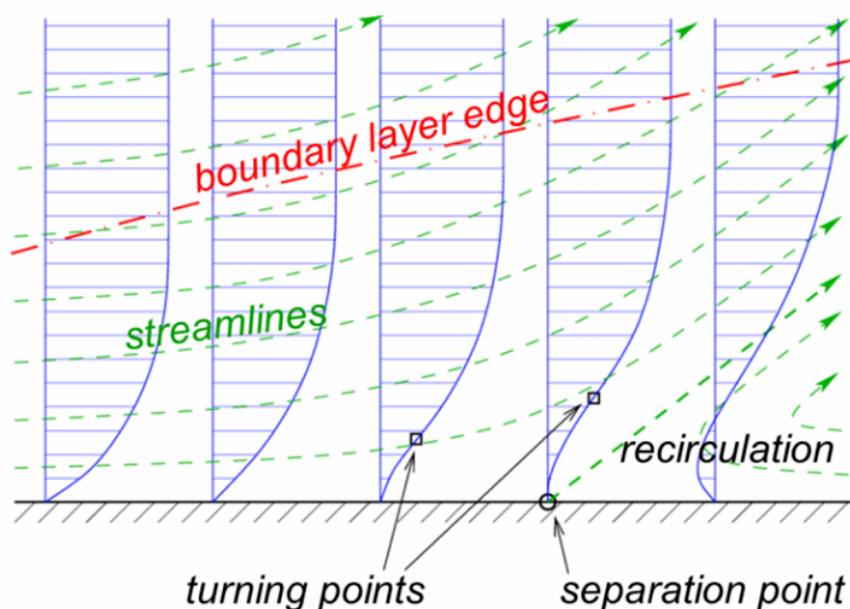


Figura 1.11: Profili di velocità all'interno dello strato limite [6]

La separazione del flusso a parete è dunque causata da un forte gradiente di pressione avverso al flusso principale; a causa di questo gradiente, lo strato limite viene rallentato e il profilo di velocità è localmente invertito per cui il flusso si separa dalla parete dando vita ad un'onda d'urto obliqua che parte dalla parete e si espande all'interno del getto supersonico. Il salto di pressione a cavallo dell'onda d'urto accentua il gradiente di pressione avverso andando a creare una zona di ricircolo, la quale viene riempita dall'aria esterna.

Nel caso di flusso sovra-espanso si possono individuare 2 tipologie di pattern: il Free Shock Separation (FSS), quando c'è una semplice separazione del flusso, e il Restricted Shock Separation (RSS), quando, a valle della separazione, c'è un riattacco del flusso alla parete.

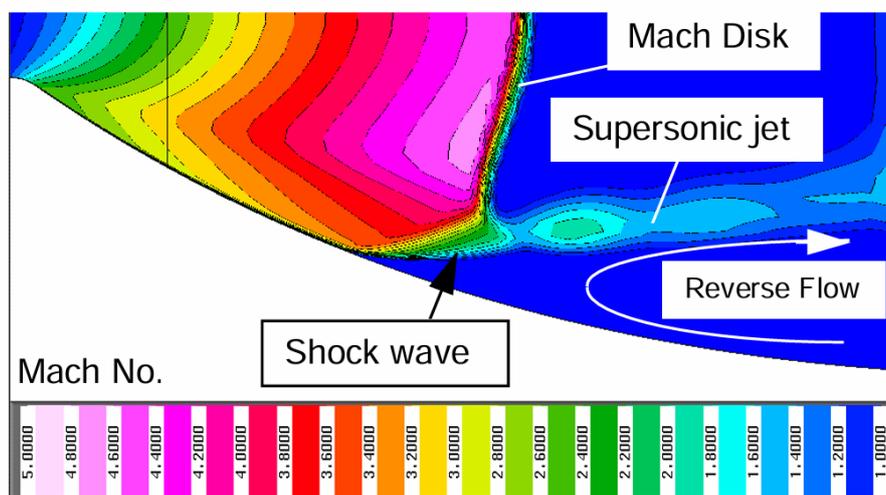


Figura 1.12: Free Separation Shock [3]

In Fig. 1.12 è presente il campo di Mach di un ugello con profilo parabolico (il VOLVO S1) che mostra gli elementi chiave del FSS, ovvero il distacco del flusso dalla parete, la formazione di un'onda d'urto obliqua, il disco di Mach, il getto supersonico a valle del disco e la bolla di ricircolo a valle della separazione. Il gradiente di pressione a cavallo dell'onda d'urto incrementa il gradiente di pressione avverso, andando a rafforzare la separazione locale del flusso.

Con alcune geometrie, come l'ugello ideale o l'ugello TIC, il flusso rimane completamente separato dalla parete mentre, per altre tipologie come il profilo parabolico in determinate condizioni al contorno, il flusso, dopo essersi separato, si riattacca alla parete, generando il cosiddetto RSS.

Diverse sono le motivazioni che sono state fornite per spiegare questo fenomeno; secondo Nasuti e Onofri ([20], [21]) il vortice centrale agisce da ostacolo al getto che, di conseguenza, è spinto verso la parete, dunque la componente radiale del flusso generata dalla presenza dell'ostacolo consente il passaggio da FSS a RSS. Secondo invece Frey e Hagemann ([22], [23]) è il cap-shock pattern la causa del riattacco, il quale, a sua volta, è dovuto dall'interazione tra l'urto di separazione con la riflessione dell'onda d'urto interna.

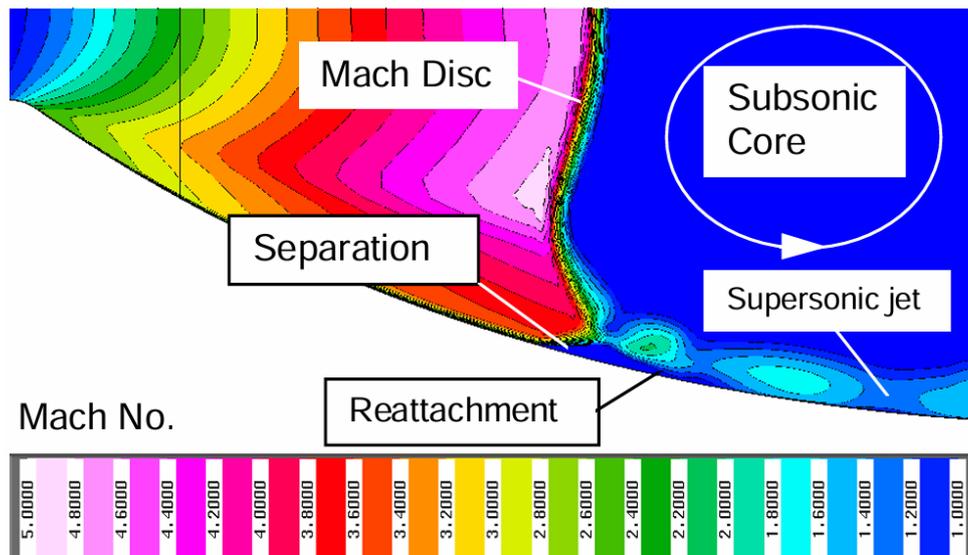


Figura 1.13: Restricted Separation Shock [3]

Infatti il fenomeno dell’RSS si manifesta unicamente nei profili che sono caratterizzati da un’onda d’urto interna (come il TOP). Come si vede in Fig.1.13, continua ad essere presente il getto supersonico a valle della separazione del flusso ma risulta molto più spostato verso la parete a causa della maggiore estensione della zona subsonica interna. In entrambe le configurazioni è presente il disco di Mach.

Nella Fig.1.14 viene riportato l’andamento tipico di pressione a parete per un flusso che separa e, successivamente, si riattacca alla parete.

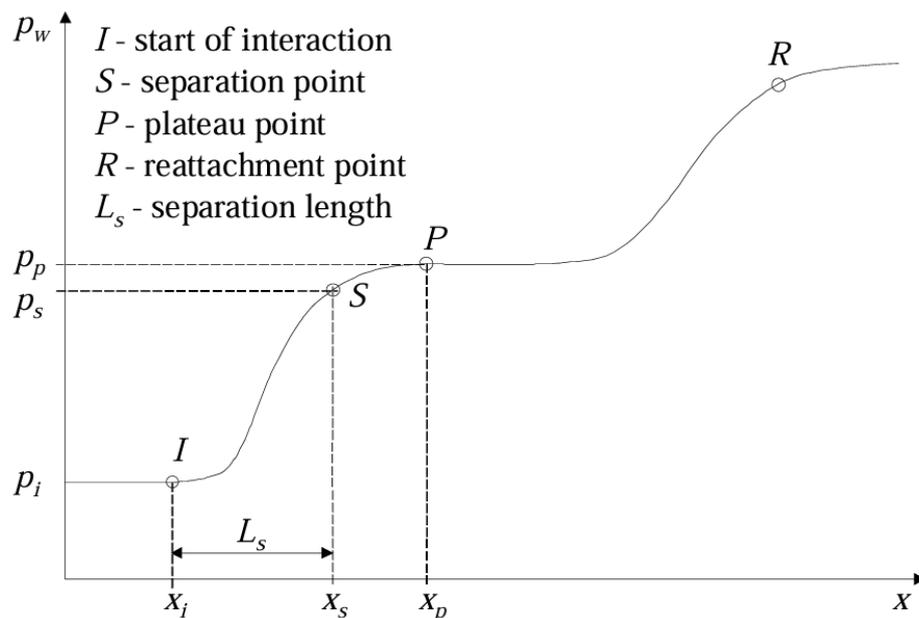


Figura 1.14: Wall pressure distribution [3]

È possibile individuare 4 pressioni significative:

1. p_i detta *pressione incipiente* è la pressione in corrispondenza della quale inizia l'interazione;
2. p_s detta *pressione di separazione* è la pressione in corrispondenza della separazione effettiva del flusso della parete (si è in condizioni di FSS);
3. p_p detta *pressione di plateau* è un valore attorno al quale la pressione si stabilizza dopo un rapido incremento;
4. p_r detta *pressione di riattacco* è la pressione in corrispondenza della quale il flusso si riattacca alla parete (si è in condizioni di RSS).

Se visivamente è abbastanza facile comprendere quanto vale p_i, p_p, p_r , la pressione di separazione non è altrettanto immediata perchè risulta semplicemente un valore intermedio tra p_i e p_p . Nel caso di FSS, non è presente il secondo aumento di pressione per cui non ha neanche senso individuare la p_r .

Poichè l'andamento della pressione non è dunque sufficiente per stimare correttamente la $x_{separation}$, si può sfruttare un'altra informazione in nostro possesso; la separazione del flusso è dovuta ad un'inversione di segno della τ_x , definita come:

$$\tau_x = \mu \frac{\partial u_x}{\partial n} \quad (1.3)$$

dove con n si intende la direzione perpendicolare alla parete mentre con μ si intende la viscosità dinamica. Andando ad individuare l'ascissa in cui avviene il cambio di segno è possibile anche individuare l'ascissa della separazione del flusso.

1.4 Metodi risolutivi

Tutte le operazioni fuori progetto ($p_e \neq p_a$) inducono perdite intrinseche in termini prestazionali (fino al 15% rispetto al caso adattato); la soluzione teoricamente migliore sarebbe un ugello con geometria variabile che permetta di modificare ε al variare della quota e avere sempre un ugello adattato, ma quest'idea dal punto di vista pratico è irrealizzabile. Allora si cerca un compromesso tra l'evitare un flusso eccessivamente sovraespanso durante lo start-up e delle buone prestazioni durante l'ascesa.

Si tenga a mente che la separazione del flusso non solo riduce l'efficienza dell'ugello ma, se c'è un'asimmetria nella separazione del flusso dai lati della parete, nascono dei carichi laterali e delle oscillazioni di pressione estremamente pericolose (ad oggi i carichi laterali costituiscono il vincolo più stringente nel dimensionamento strutturale e a fatica della parete dell'ugello). Bisogna dunque chiedersi come sia possibile evitare che l'aria esterna penetri dentro il flusso supersonico. Per far ciò, si sfruttano i Flow Separation Control Devices (FSCD), degli strumenti che modificano l'ugello (o semplicemente delle variazioni di geometria), introdotti con l'obiettivo di diminuire i side-loads.



Figura 1.15: Ugello aerospike [14]

Una risposta a questa domanda è data dall'ugello a spina (o ugello aerospike), una configurazione particolare di ugello in cui, invece di convogliare i gas combusti all'interno di una geometria convergente-divergente, si sceglie di far uscire i gas combusti da un piccolo foro in cima a una campana, convogliandoli lungo la superficie esterna di un cuneo rastremato (detto 'spike' in inglese), caratterizzato dalla stessa curvatura di un ugello tradizionale. Questa configurazione presenta degli svantaggi che non possono essere ignorati: le performances aerodinamiche ad alta quota sono pessime e ci sono delle sfide tecnologiche a livello termico estremamente complicate da superare (processi di cooling, scelte dei materiali e altro).

Oltre l'ugello a spina, è stato anche proposto l'ugello a doppia campana (Dual Bell Nozzle)

dove il profilo del tratto del divergente è l'unione di due profili diversi (per questo si parla di due campane); ogni parte del profilo è ottimizzata per un certo valore di pressione esterna; dunque, ci saranno due quote per cui l'ugello risulterà adattato. Lo svantaggio principale è la presenza di una discontinuità, in corrispondenza del cambio di profilo, che genera un'onda d'urto obliqua interna. Da alcuni esperimenti (vedi [12]) è stata dimostrata una riduzione del 30% dei carichi laterali durante lo start-up del motore grazie a questa variazione geometrica.

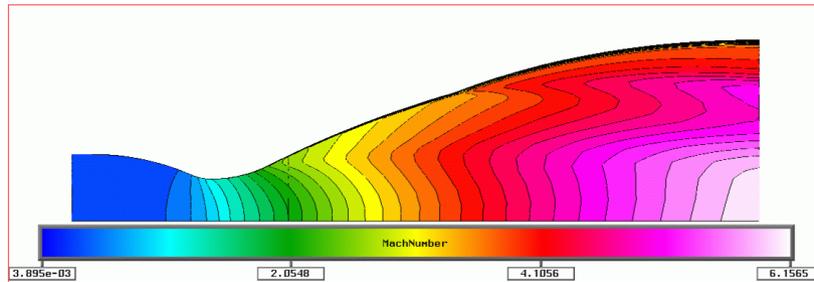


Figura 1.16: Ugello Dual Bell [12]

Un'ulteriore geometria proposta per minimizzare i side-loads è l'ugello poligonale (descritto nell'articolo [12]), realizzato dalla Volvo Aero Corporation; in particolare, l'obiettivo dietro questo nuovo tipo di ugello è quello di ridurre il primo picco dei carichi laterali, corrispondenti al passaggio da FSS a RSS tipico del Vulcain. Sono stati concepiti diversi esempi con un numero di poligoni variabile da 7 a 11; uno degli svantaggi è l'asimmetria della struttura, che comporta delle piccole perdite in termini di prestazioni.

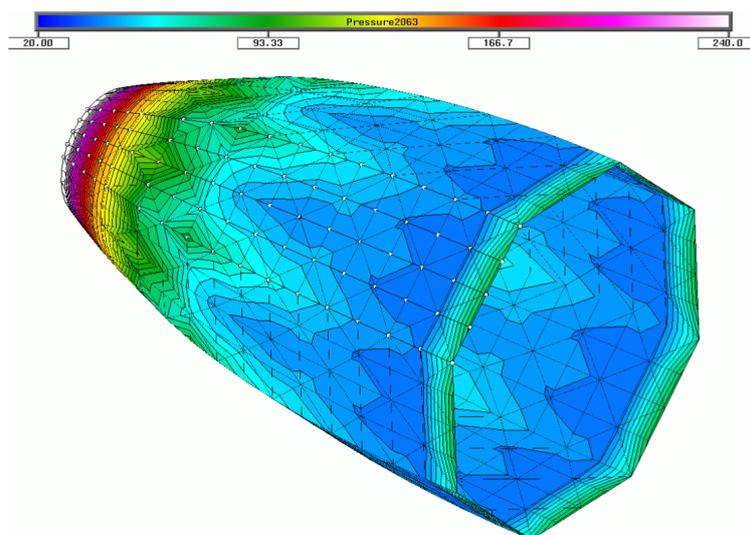


Figura 1.17: Ugello Poligonale [12]

1.5 Criteri di separazione

Ad oggi non esiste un metodo analitico per determinare il punto di separazione del flusso dalla parete, in quanto questo valore dipende da diversi fattori (come il profilo dell'ugello, il campo di pressione, la temperatura a parete, le proprietà del gas e altro); essendo un problema intrinsecamente implicito è necessario scegliere un approccio empirico o semi-empirico o realizzare una simulazione del campo di moto all'interno dell'ugello, sfruttando le tecniche della CFD (Computational Fluid Dynamics). Nessun approccio fornisce il valore esatto del punto di separazione, ma solo una stima con un errore non indifferente, che può essere più o meno elevato a seconda dell'approccio scelto e a seconda delle condizioni al contorno del problema.

Il criterio empirico più semplice è il criterio di Summerfield, basato su analisi condotte su ugelli conici alla fine del 1940; secondo questo criterio la separazione del flusso avviene quando viene rispettata questa condizione:

$$\frac{p_i}{p_a} \approx 0.4 \quad (1.4)$$

dove p_a è la pressione ambiente, p_i è la pressione di separazione incipiente. La relazione in (1.4) non tiene conto dell'influenza del numero di Mach ed è dunque incompleta; per questo negli anni '60 è stata ricavata una nuova formula da Arens e Spiegler per considerare l'influenza di M_i ma questa è risultata troppo complicata per applicazioni ingegneristiche. Sempre nello stesso decennio, viene introdotto il criterio di Schiling, basato su esperimenti su ugelli TIC:

$$\frac{p_i}{p_a} = k_1 \left(\frac{p_c}{p_a} \right)^{k_2} \quad (1.5)$$

con $k_1 = 0.582, k_2 = -0.195$ per ugelli TIC e $k_1 = 0.541, k_2 = -0.136$ per ugelli TOC secondo Schiling; secondo Kalt e Badel (1965) i valori da inserire nell'(1.5) sono $k_1 = 2/3, k_2 = -0.2$. Alla fine degli anni '70 viene proposto da Schmucker un nuovo criterio, anche oggi ampiamente utilizzato sotto consiglio della NASA:

$$\frac{p_i}{p_a} = (1.88 \cdot M_i - 1)^{-0.64} \quad (1.6)$$

Il criterio di Schmucker fa a sua volta riferimento ad un altro criterio, proposto da Crocco e Probstein, basato su un approccio integrale semplificato per lo studio dello strato limite. Bisogna anche citare il criterio di Zukoski, il quale risulta in buon accordo con i risultati sperimentali per predire la separazione ad alti numeri di Reynolds, anche se ha lo svantaggio di poter essere utilizzato solo con l'aria (non prevede la dipendenza dal rapporto dei calori specifici γ).

$$\frac{p_i}{p_p} = (1 + 0.5M_i)^{-1} \quad (1.7)$$

In Fig.1.11 viene mostrato un grafico in cui vengono confrontati tutti i criteri di separazione sopra riportati. Si nota immediatamente una dispersione dei dati, ecco perchè la NASA consiglia un margine del 20% nelle valutazioni realizzate durante la fase di dimensionamento dell'ugello per tutte le caratteristiche legate alla separazione del flusso. L'enorme differenza tra i risultati ottenuti dai diversi criteri è probabilmente dovuta al fatto che i criteri tengono in conto diversi meccanismi fisici: alcuni considerano l'aumento di pressione che si ha a cavallo dell'OSW corrispondente alla separazione, altri invece fanno riferimento all'aumento di pressione che si ha nella zona di ricircolo. Risulta anche chiara la necessità di un metodo più preciso, come possono essere le tecniche di CFD.

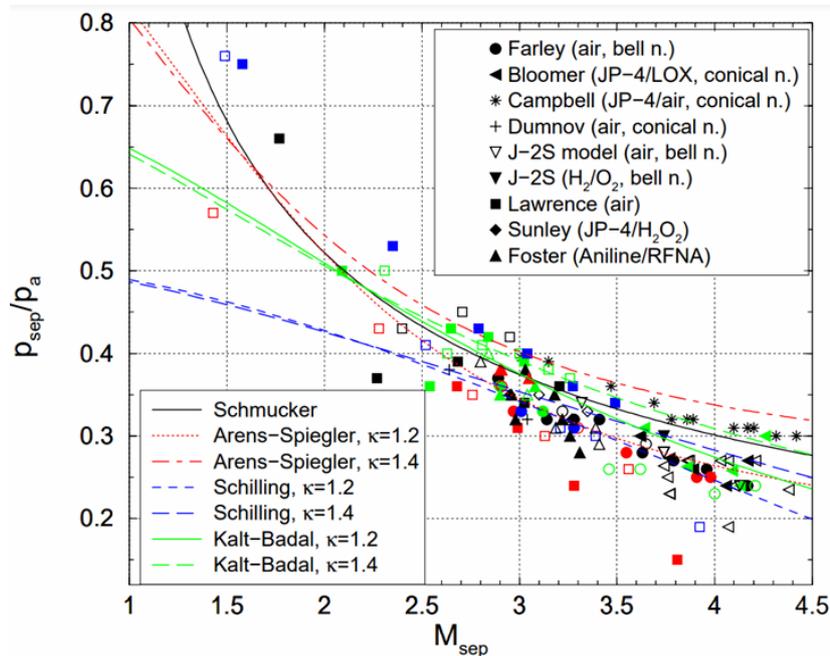


Figura 1.18: Confronto dei criteri di separazione [3]

Capitolo 2

Test Case con geometria TIC

Come anticipato nell'introduzione, dopo aver presentato i diversi modelli di turbolenza ad oggi esistenti, è necessario scegliere il modello più adatto per le successive analisi, assieme alla mesh più idonea. A tal fine, si prende come riferimento l'articolo [1] in cui vengono riportati i risultati ottenuti dal German Aerospace Center e dall'Astrium ST, realizzati a partire da una collaborazione tra il gruppo europeo FSCD (Flow Separation Control Devices) e il gruppo francese ATAC (Aérodynamique des tuyères et Arrière-Group). I test vengono analizzati su un ugello in scala, immettendo un getto di azoto biatomico gassoso *freddo*, ovvero a $T = 283K$.

A partire dalla Fig.2.1 riportata nell'articolo è possibile osservare una sezione del setup realizzato dal centro sperimentale; a partire da questa figura e da altre informazioni fornite, verrà realizzata la geometria per la nostra analisi.

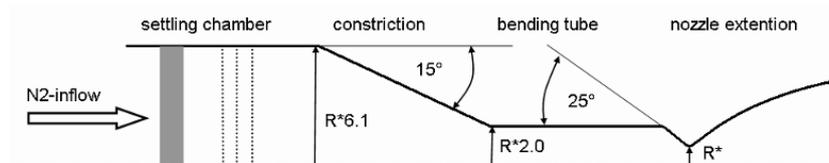


Figura 2.1: Sezione laterale del setup sperimentale

Successivamente, diversi gruppi di ricerca e studiosi hanno realizzato delle analisi numeriche riportando la geometria e le condizioni al contorno all'interno di ambienti simulativi e confrontato i risultati numerici con i dati sperimentali, come si vede in Fig.2.2 per l'andamento della pressione a parete e in Fig.2.3 per l'andamento della pressione assiale.

Inoltre, dall'articolo viene anche fornito il campo di Mach ottenuto; sarà necessario un confronto tra i risultati ottenuti e le figure 2.2, 2.3 e 2.4 per validare il modello di turbolenza e la mesh creata.

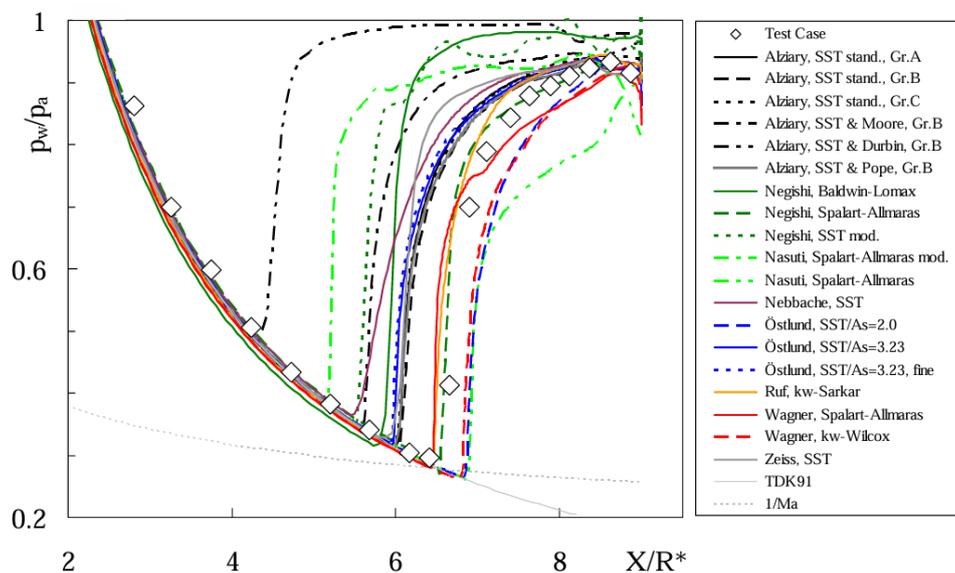


Figura 2.2: Pressione a parete: dati sperimentali e risultati sperimentali [1]

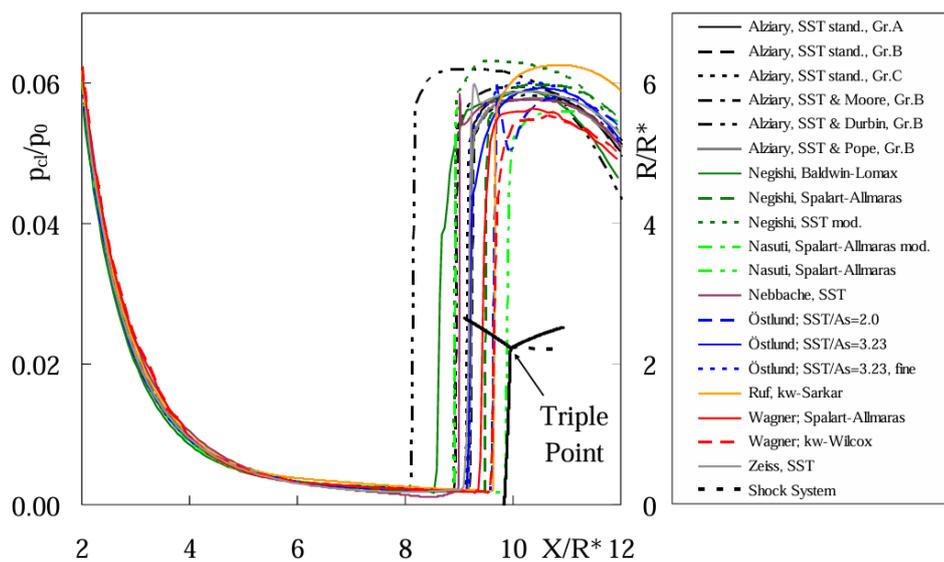


Figura 2.3: Pressione assiale: dati sperimentali e risultati sperimentali [1]

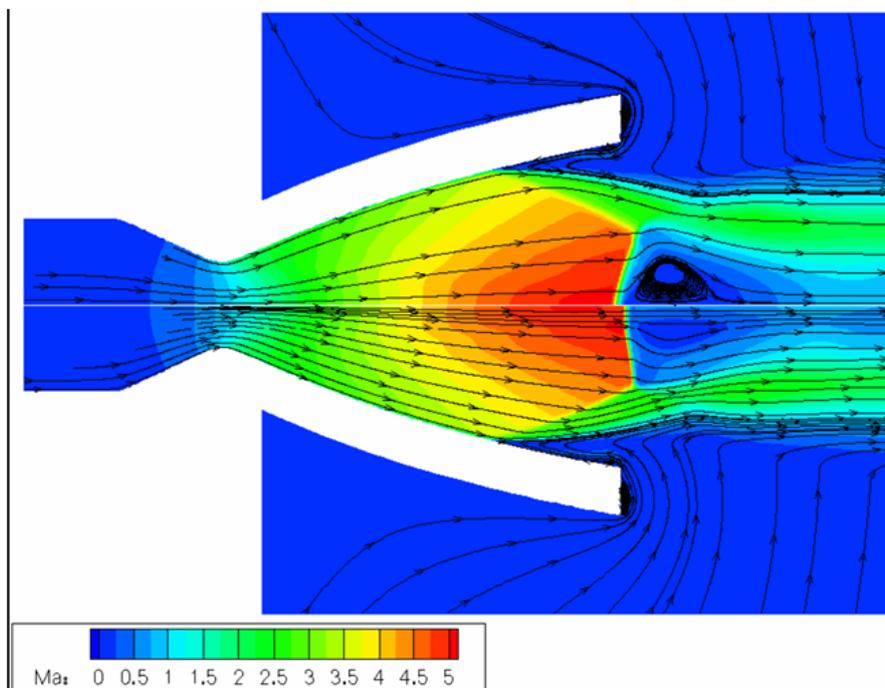


Figura 2.4: Campo di Mach di riferimento [1]

2.1 Andamento di pressione e punti caratteristici

Ad oggi sono diversi gli studi sperimentali condotti su ugelli sovraespansi per cui si può affermare che l'andamento di pressione a parete è sempre analogo a quanto riportato in Fig.2.5.

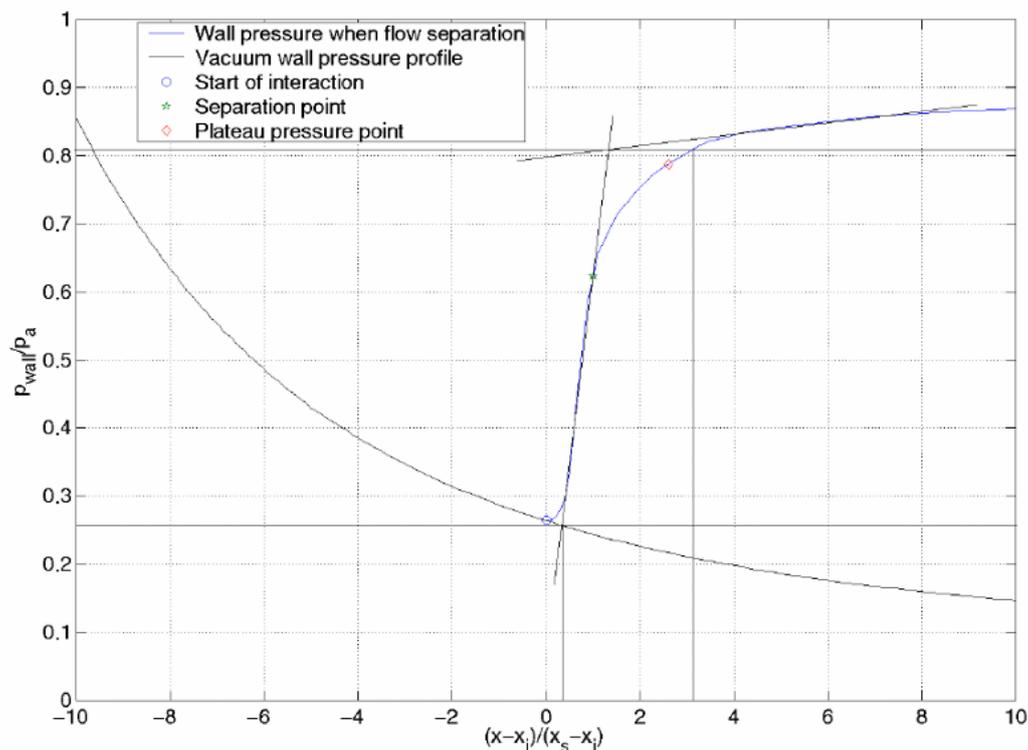


Figura 2.5: Andamento di pressione a parete teorico tipico di un flusso sovraespanso [3]

Si possono osservare diversi elementi caratteristici:

- Il *Vacuum wall pressure profile* è il profilo di pressione presente prima che avvenga la separazione del flusso (la pressione diminuisce poiché il flusso, nel divergente, si sta espandendo).
- La prima deviazione dall'andamento iniziale di pressione è la *pressione incipiente*.
- A valle di p_i è presente un incremento esponenziale, molto rapido di pressione (causato dalla zona di ricircolazione, durante il quale avviene la separazione vera e propria), seguito da un aumento meno intenso e più lineare.
- Il valore attorno al quale si stabilizza, mediamente, la pressione a valle della separazione è detto *plateau pressure*; viene determinato via grafica come la pressione del punto di intersezione tra la tangente all'incremento rapido di pressione e la tangente alla curva lineare di pressione che si ha più a valle.

Come si può vedere in Fig.2.6, anche per i punti sperimentali presentati dall'articolo di riferimento [1] si possono evidenziare gli stessi andamenti di pressione e gli stessi punti caratteristici.

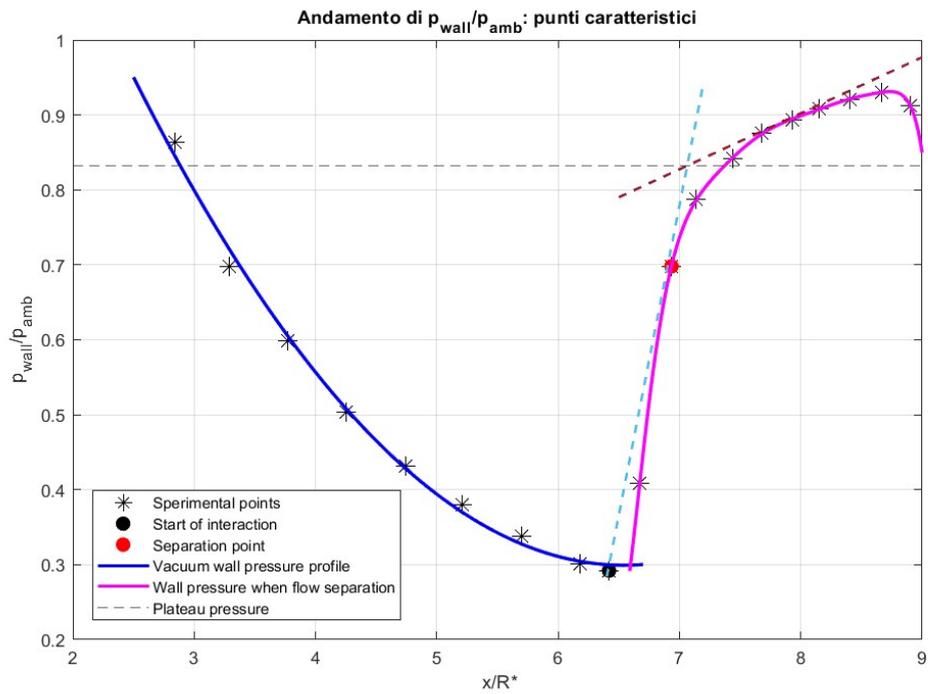


Figura 2.6: Andamento di pressione a parete sperimentale e punti caratteristici

Ciò conferma che il flusso in analisi è un flusso sovraespanso; il criterio di confronto principale per le analisi successive sarà proprio questo andamento di pressione.

2.2 Geometria e condizioni iniziali

Come primo step, si è scelto di importare direttamente la geometria su DesignModeler di Ansys Fluent, seguendo l'appendice del lavoro di tesi di Valentyn Kulchytsky [4].

Il file di input TIC-ESA.dat è stato rielaborato, come si osserva nella Fig.2.7.

1	1	-4,50E-002	2E-002	0
1	2	-2,60E-002	2E-002	0
1	3	-2,59E-002	1,999997787E-002	0
1	4	-2,58E-002	1,999968824E-002	0
1	5	-2,56E-002	1,999610824E-002	0
1	6	-2,55E-002	1,999281679E-002	0
1	7	-2,54E-002	1,998852316E-002	0
1	8	-2,53E-002	1,998322606E-002	0
1	9	-2,52E-002	1,997692387E-002	0
1	10	-2,51E-002	1,996961471E-002	0

Figura 2.7: Tabella con punti per il profilo TIC

La prima colonna indica la curva alla quale si fa riferimento, la seconda colonna indica il numero del punto che si sta descrivendo nella riga considerata, la terza, la quarta e la quinta colonna indicano rispettivamente le coordinate x,y,z del punto (le grandezze sono riportate in $[m]$). Del file iniziale di 2266 punti, diversi punti sono stati eliminati perchè l'ambiente Design Modeler di Fluent gestisce con estrema difficoltà un curva con più di 2000 punti.

1	1981	9,000E-002	3,74440E-002	0
2	1	9,000E-002	3,74440E-002	0
2	2	9,000E-002	3,76000E-002	0
3	1	8,200E-002	3,76000E-002	0
3	2	9,000E-002	3,76000E-002	0
4	1	8,200E-002	3,76000E-002	0
4	2	8,200E-002	35,0000E-002	0
5	1	8,200E-002	35,0000E-002	0
5	2	45,00E-002	35,0000E-002	0
6	1	45,00E-002	0,00000E-002	0
6	2	45,00E-002	35,0000E-002	0
7	1	-4,50E-002	0,00000E-002	0
7	2	45,00E-002	0,00000E-002	0
8	1	-4,50E-002	0,00000E-002	0
8	2	-4,50E-002	2,00000E-002	0

Figura 2.8: Tabella con punti per il dominio computazionale

Il resto del dominio computazionale è stato realizzato in modo analogo a quanto visto nel caso precedente; per costruirlo, è stato necessario inserire una serie di linee di codice, come si può osservare nella Fig.2.8. Tutte le altre linee costruite sono semplici linee orizzontali o verticali, rispettando l'orientamento delle linee (da sinistra verso destra per quelle orizzontali e dal basso verso l'alto per le linee verticali).

La geometria importata su Design Modeler, completata con il dominio computazionale, è stata divisa in diverse sezioni per facilitare la successiva realizzazione della mesh.

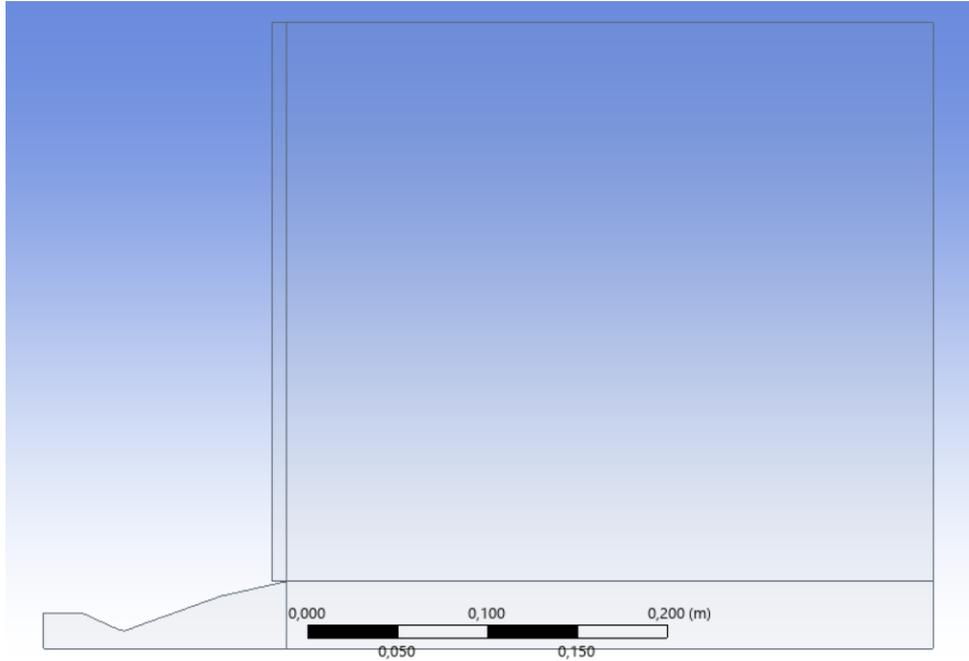


Figura 2.9: Geometria importata su Design Modeler

Dall'articolo *Current status of numerical flow prediction for separated nozzle flows* si legge che all'ingresso dell'ugello è presente una pressione totale pari a $p^0 = 2.5e6Pa$ e una temperatura totale pari a $T^0 = 283K$.

Per l'analisi in questione, è valida la conservazione della portata:

$$\frac{p_{in}^0 A_{in}}{\sqrt{RT_{in}^0} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{in}^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} = \frac{p_t^0 A_t}{\sqrt{RT_t^0} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{in}^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} \quad (2.1)$$

Ricordando che le grandezze totali si conservano in un flusso isentropico, che il valore di γ è pari a 1.4 poichè il gas in questione è un gas biatomico e che, nella sezione di gola, il numero di Mach vale 1, la relazione si semplifica nel seguente modo:

$$\frac{A_{in}}{A_t} = \frac{\Gamma(M_t = 1)}{\Gamma(M_{in})} \quad (2.2)$$

L'equazione è non lineare, per questo viene sfruttato il calcolatore riportato in [5] e si ottiene che il Mach in ingresso è $M_{in} = 0.1465$. Dunque, noto il valore di NPR con cui viene realizzato l'esperimento ($NPR = 25.25$) si può ricavare la pressione totale (la Gauge Total Pressure):

$$NPR = \frac{p^0}{p_a} \rightarrow p^0 = NPR \cdot p_a \approx 2.5e6Pa. \quad (2.3)$$

Dalla relazione isentropica che descrive il rapporto tra pressione totale e pressione statica, si ricava la seconda visto che tutti gli altri dati sono noti:

$$\frac{p^0}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{in}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \rightarrow p = \frac{p^0}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{in}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}} = \frac{p^0}{1.0151} = 2.4628e6 Pa \quad (2.4)$$

Sul profilo dell'ugello impostiamo una condizione di *no slip* ovvero di velocità nulla, mentre per l'asse di simmetria viene impostata una condizione di assialsimmetria.

Le condizioni al contorno imposte vengono riassunte nella Fig.2.10.

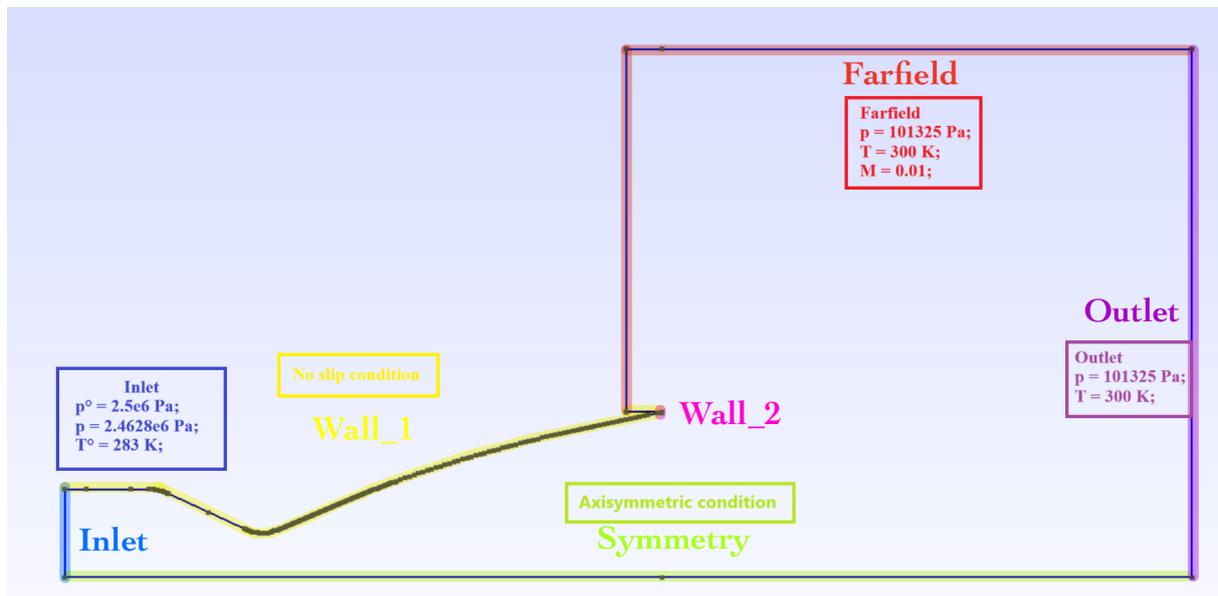


Figura 2.10: Condizioni al contorno del dominio computazionale

Di seguito vengono riportate le dimensioni dell'ugello e del dominio computazionale utilizzate per tutte le simulazioni; le prime (vedi Fig.2.11) sono ricavate dai dati dell'articolo [1], mentre le seconde (vedi Fig.2.12) sono state scelte in modo arbitrario (sia la dimensione assiale che trasversale del dominio sono $\approx 10x_e$).

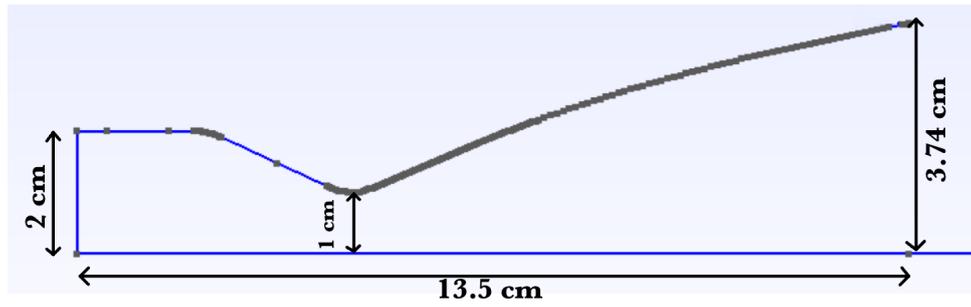


Figura 2.11: Dimensioni ugello TIC

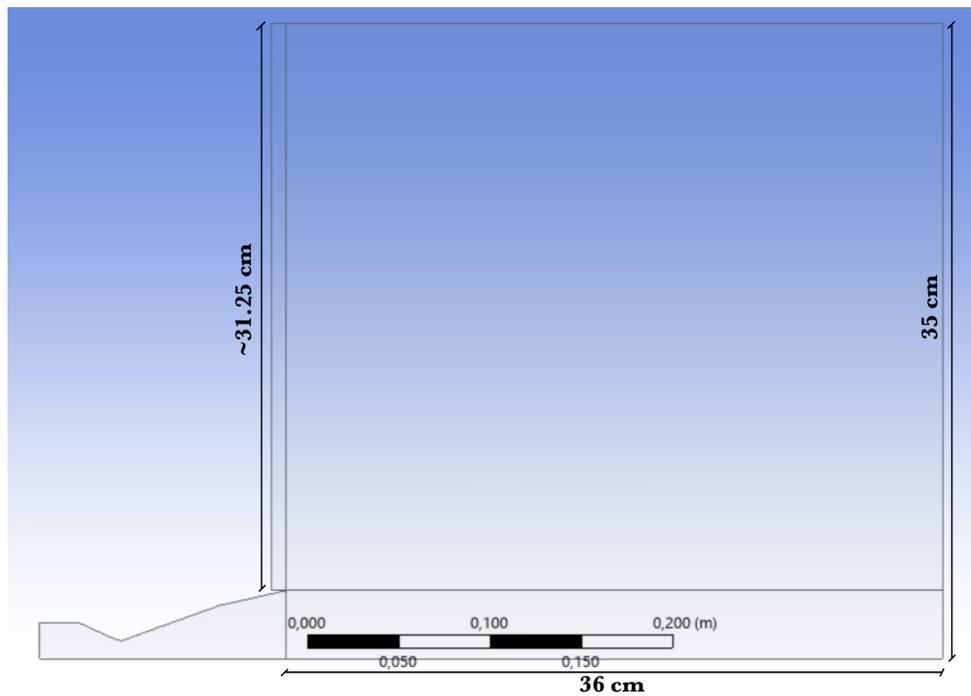


Figura 2.12: Dimensioni dominio computazionale

Non viene riportata la dimensione del segmento $Wall_2$ essendo di due ordini di grandezza inferiore rispetto agli altri lati della figura; nondimeno, il segmento è presente (anche se non si riesce a cogliere da questa figura) e nei capitoli successivi risulterà cruciale in quanto verrà iniettato un getto secondario proprio a partire da questa fessura.

2.3 Impostazioni dell'analisi CFD

L'analisi CFD è stata realizzata tramite il software ANSYS Fluent. Le impostazioni iniziali, comuni a tutte le simulazioni, sono di seguito riportate:

1. L'approccio scelto è stato quello 'Density-based', ovvero la densità viene considerata, come la velocità, una grandezza primaria mentre la pressione viene valutata come una variabile dipendente dalle prime due (questo approccio è in opposizione all'approccio 'Pressure-based' dove, invece, è la pressione la grandezza primaria). La scelta è ricaduta sul density-based essendo il flusso analizzato un flusso comprimibile (l'opzione 'Pressure-based' è più sensata per flussi incomprimibili, come i liquidi).

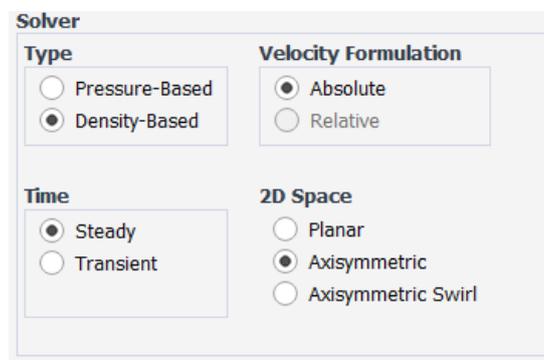


Figura 2.13: Impostazioni solver Fluent

2. Nonostante nel test-case di riferimento [1] venga utilizzato dell'azoto biatomico, in tutte le simulazioni è stata impostata l'aria come fluido, essendo molto simile all'azoto biatomico (cambia leggermente la costante dei gas R ma in modo impercettibile e questo non ha influenza sul campo di moto). Si è scelto di associare all'aria la proprietà di gas ideale, per poter utilizzare l'equazione di stato dei gas perfetti e di valutare la viscosità tramite la Legge di Sutherland.

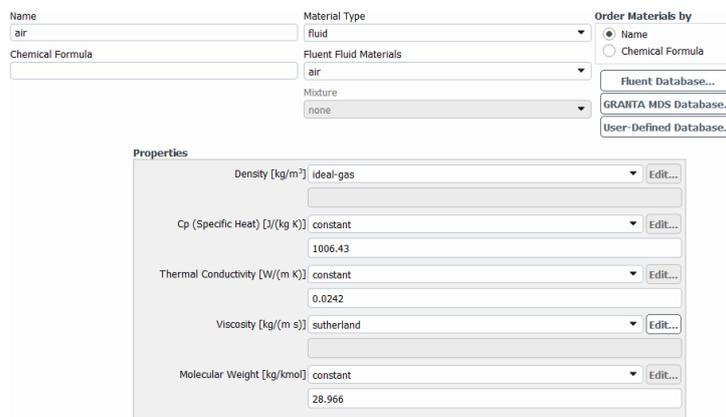


Figura 2.14: Impostazioni Materiali Fluent

3. Poiché i risultati del test-case sono stati ottenuti a partire da degli esperimenti realizzati alla DLR test facility in Germania, si impone una pressione ambiente pari alla pressione standard a sea-level $P_a = 101325 Pa$.
4. La viscosità è stata calcolata a partire dalla Legge di Sutherland:

$$\mu = \alpha \frac{T^{1.5}}{T + \chi} \quad (2.5)$$

dove α e χ sono due costanti che variano al variare del fluido scelto (per l'aria $\chi = 110K, \alpha = 1.458[Pa \cdot s]$); dal modello della viscosità dipende il valore di y^+ . Questa scelta influenza esclusivamente l'analisi viscosa, visto che nell'analisi non viscosa vengono trascurati gli effetti della viscosità.

2.4 Analisi non viscosa

Il primo tipo di analisi che viene realizzato sul flusso all'interno dell'ugello TIC considerato è di tipo non viscoso, ovvero il flusso è considerato inviscido per cui vengono trascurati gli effetti relativi alla viscosità.

Una prima analisi non viscosa solitamente è utile per comprendere, a grandi linee, quanto accade da un punto di vista fluidodinamico all'interno dell'ugello anche se risulta assolutamente incompleta. Gli effetti della viscosità sono in alcuni casi estremamente rilevanti e generano dei fenomeni nuovi che, con l'analisi non viscosa, non possono essere colti. Solitamente l'analisi non viscosa è un punto di partenza poichè richiede la risoluzione di un sistema abbastanza semplice, dal punto di vista numerico, ovvero il sistema di Equazioni di Eulero.

Come già descritto nel capitolo precedente, il sistema di equazioni contiene al suo interno la legge di conservazione della massa, un bilancio di quantità di moto e un bilancio d'energia. Se si sceglie di trascurare gli effetti della viscosità, tutti i contributi dissipativi sono pari a 0 e questo semplifica notevolmente il calcolo e ciò porta a non considerare la presenza dello strato limite, mentre eventuali urti vengono visti come superfici di discontinuità di spessore nullo.

La mesh necessaria per l'analisi viscosa è decisamente più semplice rispetto a quella necessaria per il caso viscoso (presentata nei paragrafi successivi).

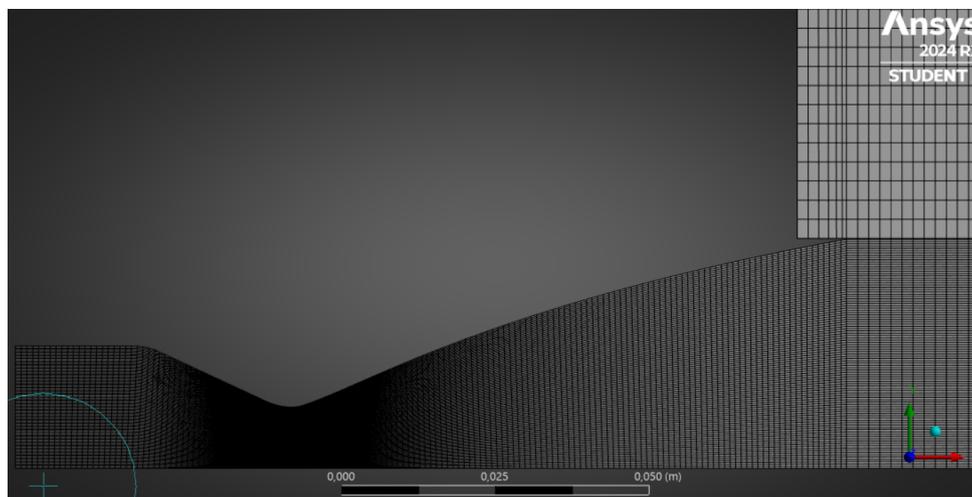


Figura 2.15: Mesh Euleriana

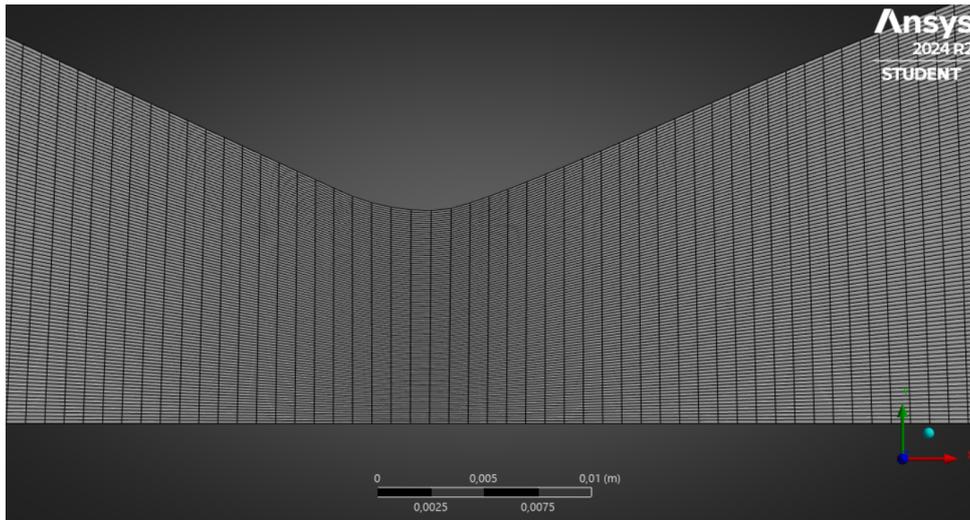


Figura 2.16: Particolare della Mesh Euleriana

Si può osservare che la mesh è regolare, non ci sono infittimenti in prossimità della parete o della sezione d'uscita e le celle hanno dimensioni abbastanza uniformi. Per la parte dell'ugello è stata realizzata una suddivisione in 150x100 celle. Nelle immagini successive vengono proposti sia il campo di mach che il campo di pressione ottenuta dalla simulazione (con circa 11500 iterazioni è stata raggiunta la convergenza).

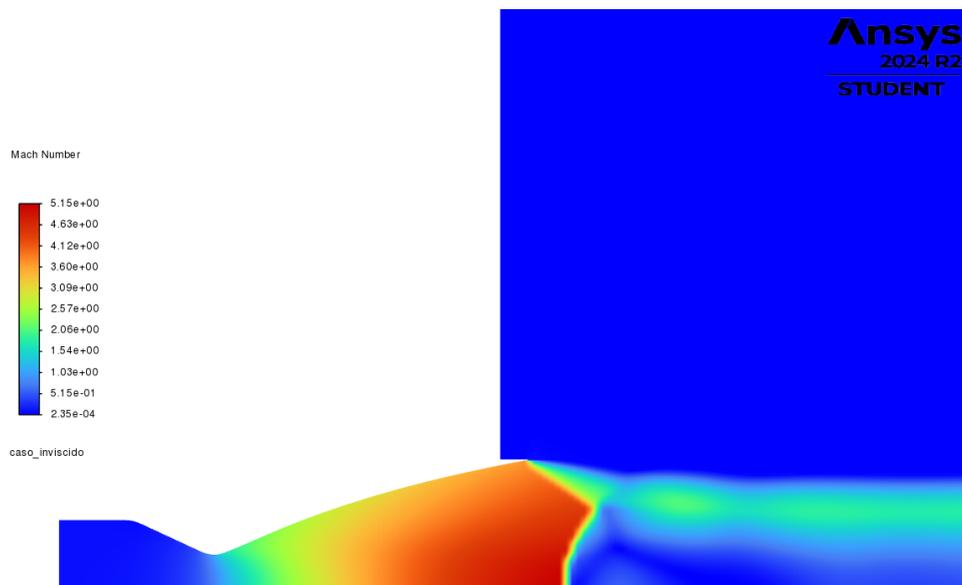


Figura 2.17: Campo di moto (Caso inviscido)

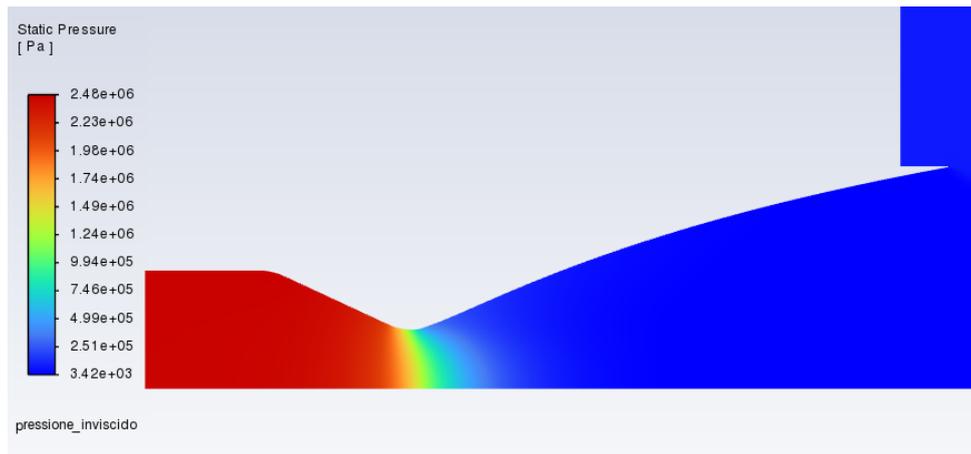


Figura 2.18: Campo di pressione (Caso inviscido)

Dalle figure si evince che il flusso, inizialmente subsonico, accelera fino a diventare sonico in corrispondenza della sezione di gola e poi continua ad accelerare nel divergente diventando supersonico e rispettando il funzionamento dell'ugello convergente-divergente. Lo strato limite è assente perchè, come anticipato, gli effetti viscosi vengono trascurati e lo strato limite è una conseguenza della presenza della viscosità.

2.5 Analisi viscosa

Per quanto riguarda l'analisi viscosa, la scelta della combinazione mesh-modello di turbolenza ha richiesto numerosi tentativi, suddivisi concettualmente in due fasi: durante la prima fase sono state realizzate 7 simulazioni combinando 4 tipologie di mesh e due modelli di turbolenza; le combinazioni vengono di seguito riportate.

	Mesh	Modello di turbolenza
1	Mesh 1: 57.8 k celle	Modello SST $k - \omega$
2	Mesh 1: 57.8 k celle	Modello S-A
3	Mesh 2: 66.7 k celle	Modello S-A
4	Mesh 2: 66.7 k celle	Modello SST $k - \omega$
5	Mesh 3: 68.3 k celle	Modello SST $k - \omega$
6	Mesh 3: 68.3 k celle	Modello S-A
7	Mesh 4: 92.3 k celle	Modello SST $k - \omega$

Tabella 2.1: Recap combinazioni iniziali per validare la mesh ed il modello

Dalla prima alla seconda mesh è stato realizzato un infittimento nella sezione d'uscita dell'ugello; dalla seconda alla terza mesh è stato realizzato un infittimento ed un cambio dei numeri di bias per aumentare l'element quality; infine, la quarta mesh nasce come una modifica della seconda mesh col fine di aumentare l'element quality in prossimità del punto di separazione del flusso.

Nell'appendice vengono riportati tutti i risultati salienti di questi tentativi; in questa sezione viene riportato unicamente l'ultimo tentativo di questa prima fase simulativa.

Durante la seconda fase, di cui parleremo al termine di questo capitolo, ci si è concentrati sul comprendere quale combinazione di opzioni del solver Fluent (combinata con il modello di turbolenza) fosse più utile per la nostra analisi.

2.6 Scelta della mesh e del modello di turbolenza

Il primo step per realizzare la mesh è stato comprendere come rispettare il requisito legato al range di valori di y^+ . Per i modelli di turbolenza precedentemente elencati, è necessario almeno una $y^+ < 5$, mentre nel caso più stringente (modello SST $k - \omega$) è richiesto una $y^+ < 1$. Ricordando la definizione di y^+ :

$$y^+ = \frac{y_p \rho u_\tau}{\mu} = \frac{y_p \sqrt{\tau_w \rho}}{\mu} \quad (2.6)$$

Ci si rende conto della possibilità di ricavare y_p (la distanza dal centro della cella alla parete più vicina) in funzione di y^+ , ipotizzando di conoscere anche l'andamento di τ_w lungo la parete per poi determinare l'andamento di y_p di conseguenza. Ciò risulta problematico visto che bisogna realizzare una prima simulazione per conoscere $\tau_w(x)$; per evitare di realizzare la prima mesh in modo casuale, si è scelto il seguente metodo.

- 1) Sono stati estrapolati i dati dall'articolo di riferimento [1] e sono stati ipotizzati dei valori plausibili per i dati non esplicitati:

Grandezza	Valore	Unità di misura
Densità	$\rho_{aria} = 1.225$	kg/m^3
Viscosità dinamica	$\mu_{aria} = 1.81e - 5$	$Pa \cdot s$
Viscosità cinematica	$\nu_{aria} = 1.5e - 5$	m^2/s
Temperatura totale all'ingresso	$T_{in}^0 = 283$	K
Mach all'ingresso	$M_{in} = 0.1465$	$[-]$
Rapporto dei calori specifici	$\gamma \approx 1.4$	$[-]$

Tabella 2.2: Grandezze necessarie per la prima valutazione dello sforzo di taglio

- 2) A partire da questi dati, sono state valutate alcune grandezze necessarie per gli step successivi:

$$\begin{cases} T_{in} = T_{in}^0 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{in}^2\right) = 284,2147K \\ u_{in} = M_{in} a_{in} = M_{in} \sqrt{\gamma R T_{in}^0} = 49.0569m/s \end{cases}$$

- 3) È stato calcolato il Reynolds, utilizzando come dimensione caratteristica la lunghezza assiale dell'ugello ($L = 0.135m$):

$$\rightarrow Re = \frac{\rho_{aria} U_{in} L}{\mu_{aria}} = 448220,1568 [-] \quad (2.7)$$

Successivamente, è stato ricavato il coefficiente d'attrito:

$$c_f = [2 \log_{10} Re - 6.5]^{-2.3} = 0.027072267 [-] \quad (2.8)$$

- 4) Con queste nuove informazioni, è stato possibile stimare l'andamento di τ_{wall} con una formula alternativa:

$$\tau_{wall} = \left(\frac{1}{2} \rho u_{in}^2\right) \cdot c_f = 79.810664 \frac{kg}{m \cdot s^2} \quad (2.9)$$

Dallo sforzo di taglio si ricava la velocità di attrito u_τ :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_{wall}}{\rho}} = 8.07165 \frac{m}{s} \quad (2.10)$$

- 5) Note queste grandezze, è possibile esplicitare y_p in funzione di y^* dalla (2.6):

$$\begin{cases} y^+ < 5 \rightarrow y_p < 9.153e - 6[-] \\ y^+ < 1 \rightarrow y_p < 2.372e - 6[-] \end{cases}$$

Essendo y_p la distanza del centro cella rispetto alla parete più vicina, l'altezza della cella sarà pari al doppio:

$$\begin{cases} y^+ < 5 \rightarrow h_c < 1.8305e - 5[-] \\ y^+ < 1 \rightarrow h_c < 3.6611e - 6[-] \end{cases}$$

La prima mesh è stata dunque realizzata rispetto al requisito meno stringente; nella Fig. 2.19 è mostrato un dettaglio della prima mesh, in prossimità del punto di incipiente separazione sperimentale ($x_i/R^* = 6.6$).

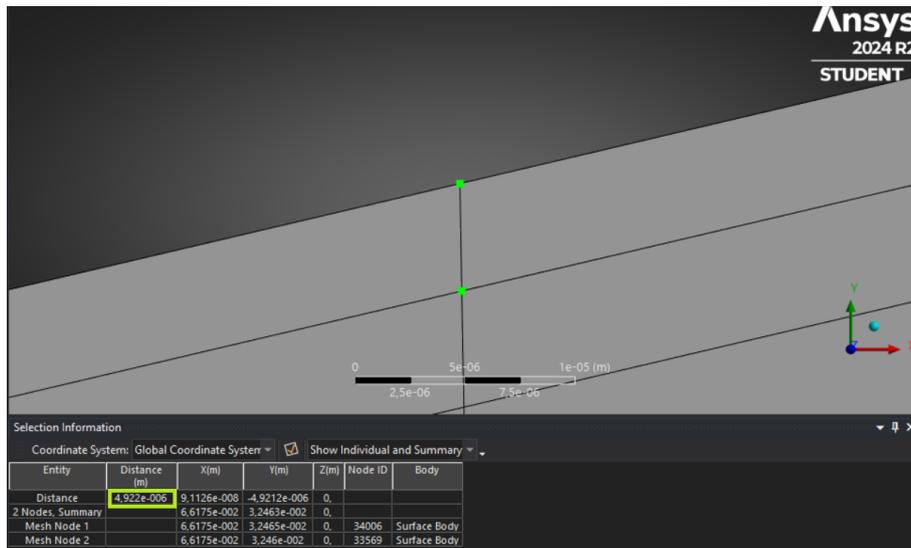


Figura 2.19: Dettaglio della mesh iniziale

Essendo l'altezza cella tale da rispettare il primo requisito ma non il secondo, ci aspettiamo una $1 < y^+ < 5$ nel tratto finale del divergente (dove ci aspettiamo la separazione) ed infatti è quello che vediamo nella seguente figura.

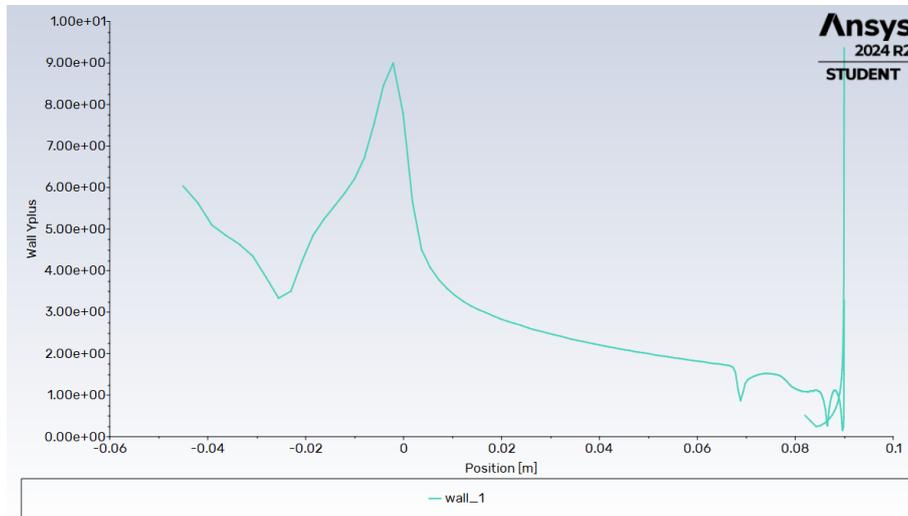


Figura 2.20: Wall y^+ per la mesh iniziale

Una volta completata la prima simulazione, è stato valutato lo sforzo di taglio a parete e ripetuto il calcolo precedente per trovare un valore adatto per l'altezza della cella a parete in prossimità della separazione del flusso. Contemporaneamente, sono state realizzate altre modifiche e simulazioni per affinare la mesh (i dettagli vengono riportati nella parte A dell'appendice).

Le caratteristiche definitive della mesh nascono anche da uno studio dell'Element Quality della mesh e un successivo aumento della stessa in prossimità del punto di separazione. Nella Fig.2.21 viene mostrato un particolare della Element quality iniziale nell'intorno di $x_{sep}/R^* = 6.6$.

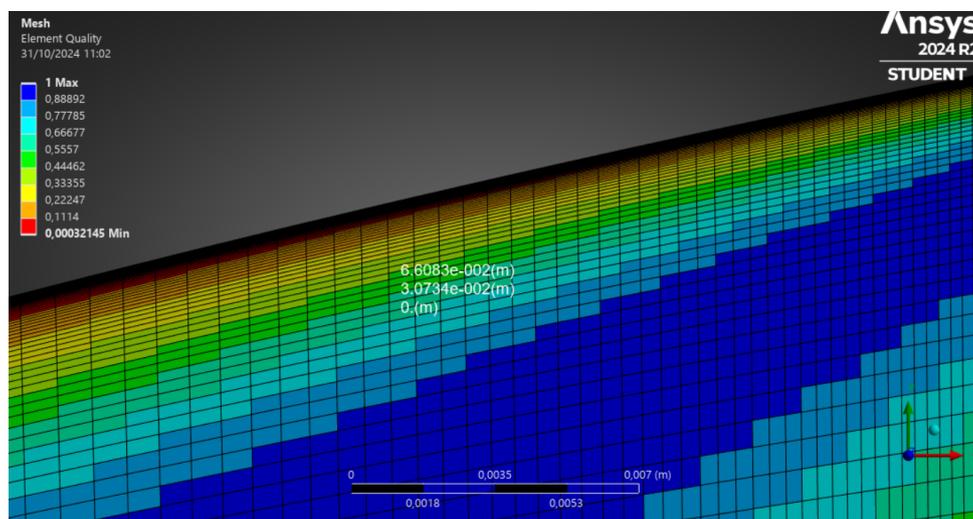


Figura 2.21: Element Quality (Mesh 2)

Si sceglie di cambiare i fattori di bias e il numero di divisioni per migliorare l'Element quality della stessa zona.

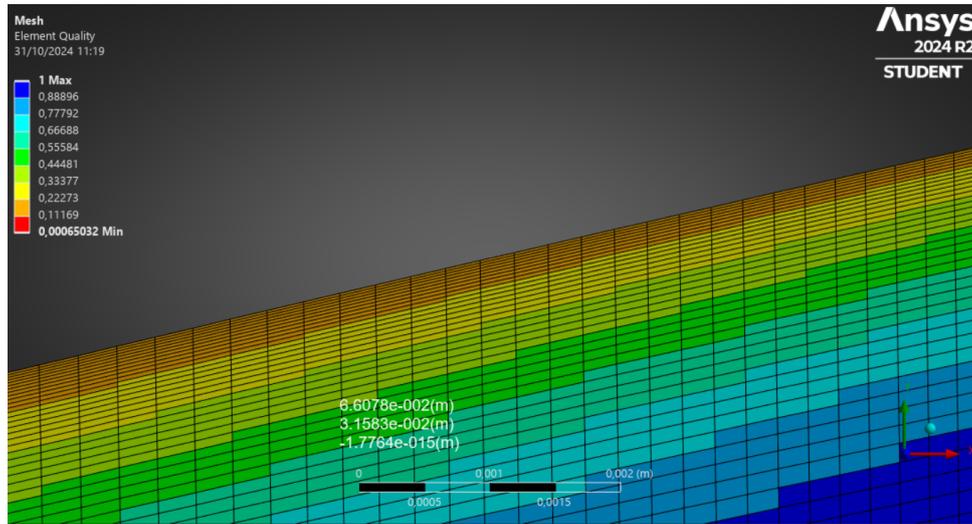


Figura 2.22: Element Quality (Mesh 4)

Vengono di seguito riportate le caratteristiche finali della mesh realizzata a valle dei miglioramenti sopra descritti. Come si osserva nelle Fig.2.23 e Fig.2.24 la mesh presenta un infittimento in prossimità della parete ed in prossimità della sezione d'uscita.

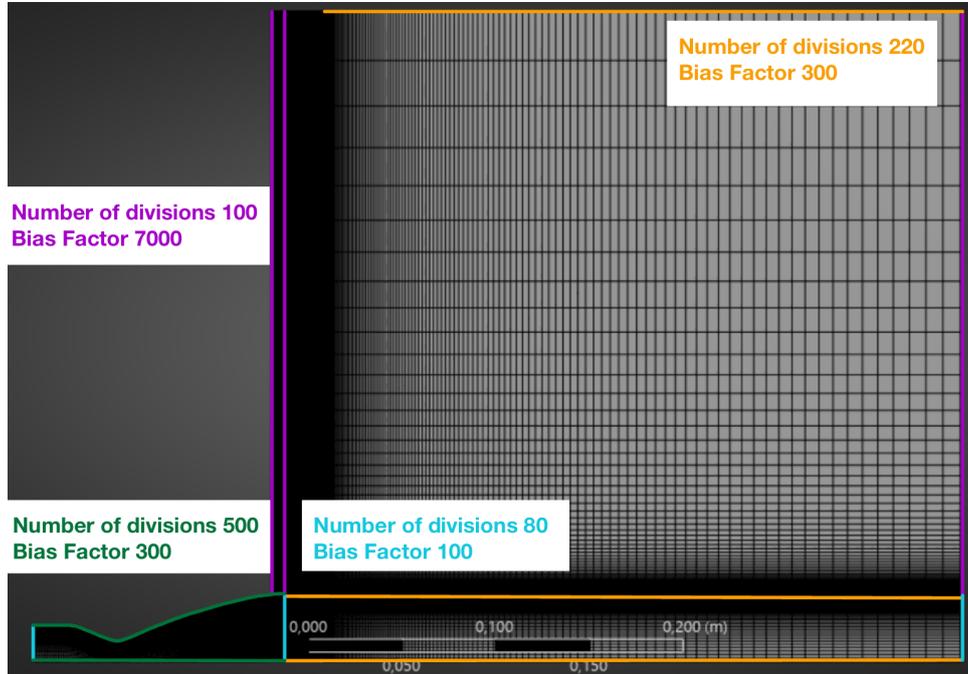


Figura 2.23: Proprietà della mesh scelta (1)

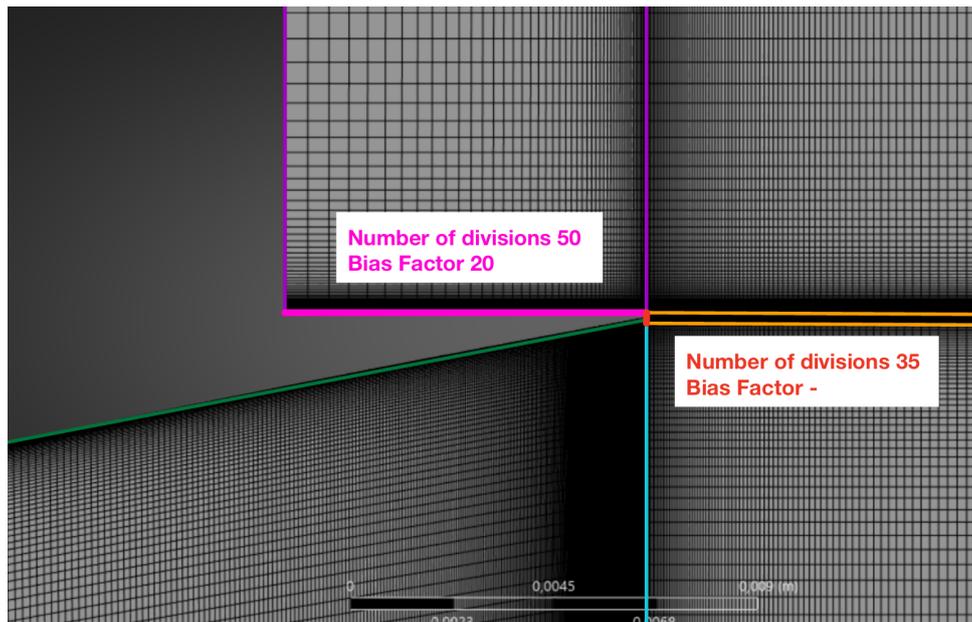


Figura 2.24: Proprietà della mesh scelta (2)

Grazie al confronto tra le simulazioni svolte al variare della mesh e del modello di turbolenza (i cui risultati sono riportati nell'appendice), si evince che il modello migliore per quest'analisi è il modello SST $k-\omega$. Nelle Fig.2.25 e Fig.2.26 vengono riportati gli andamenti di pressione a parete e di pressione assiale, da cui si deduce che la separazione del flusso è stimata a $x_i/R^* = 6.70937$ per cui è stato commesso un errore relativo percentuale pari a 1.657%. Invece il disco di Mach si forma a $x_{disco}/R^* = 9.57205$ per cui l'errore relativo commesso è del 2.822%.

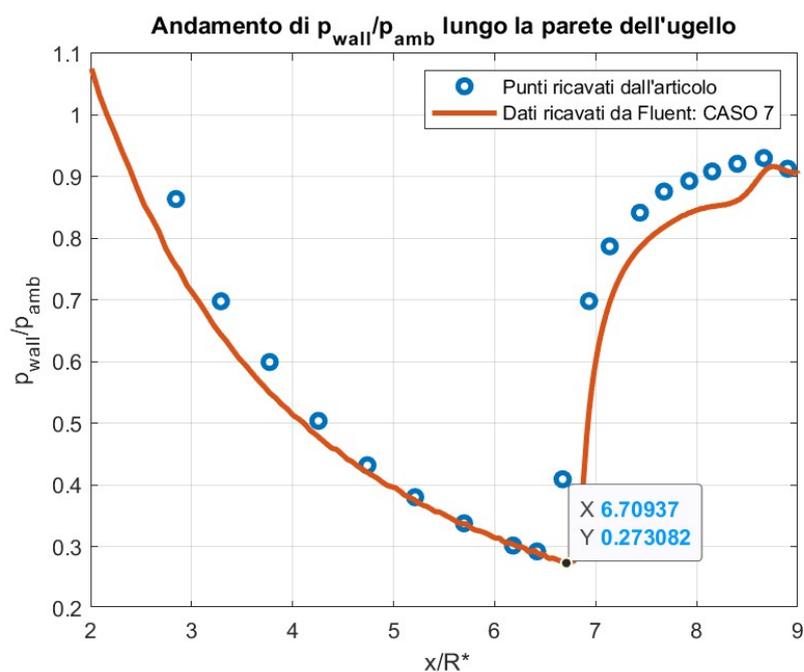


Figura 2.25: Pressione lungo l'asse (Caso 7)

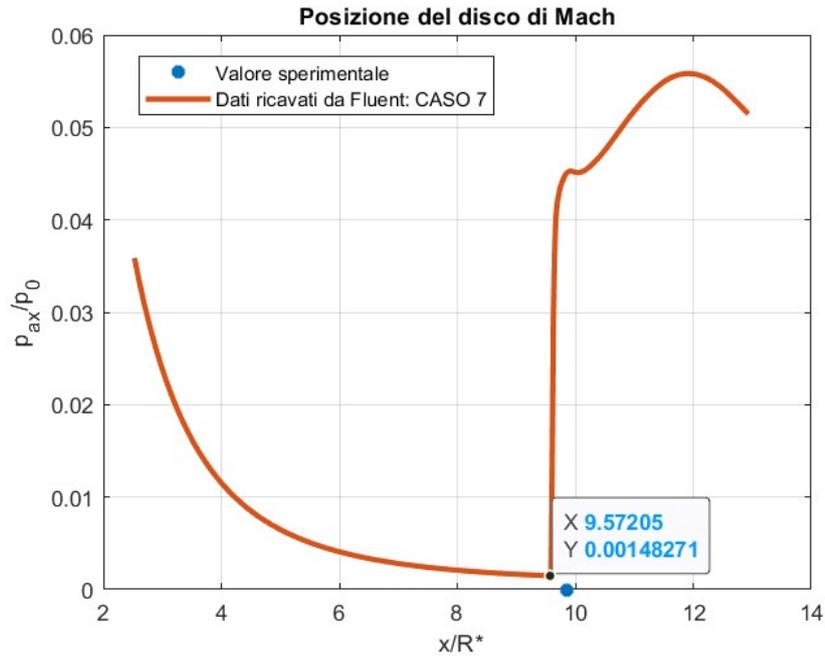


Figura 2.26: Disco di Mach (Caso 7)

Vengono riportati i risultati di 2 sonde di pressione che mostrano il raggiungimento della convergenza per quest'analisi. La prima è in prossimità della parete leggermente prima del punto di separazione ($x_{sonda_1}/R^* = 6.5$, $y_{sonda_1}/R^* = 3.1$) e la seconda si trova leggermente dopo il punto di separazione ($x_{sonda_2}/R^* = 6.7$, $y_{sonda_2}/R^* = 3.2$).

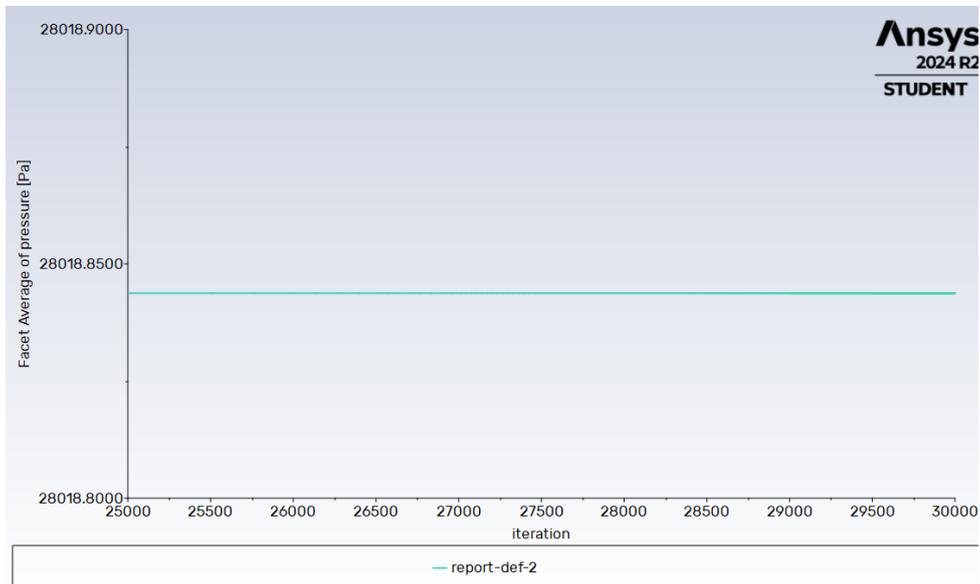


Figura 2.27: Sonda di pressione $x_1/R^* = 6.5$, $y_1/R^* = 3.1$

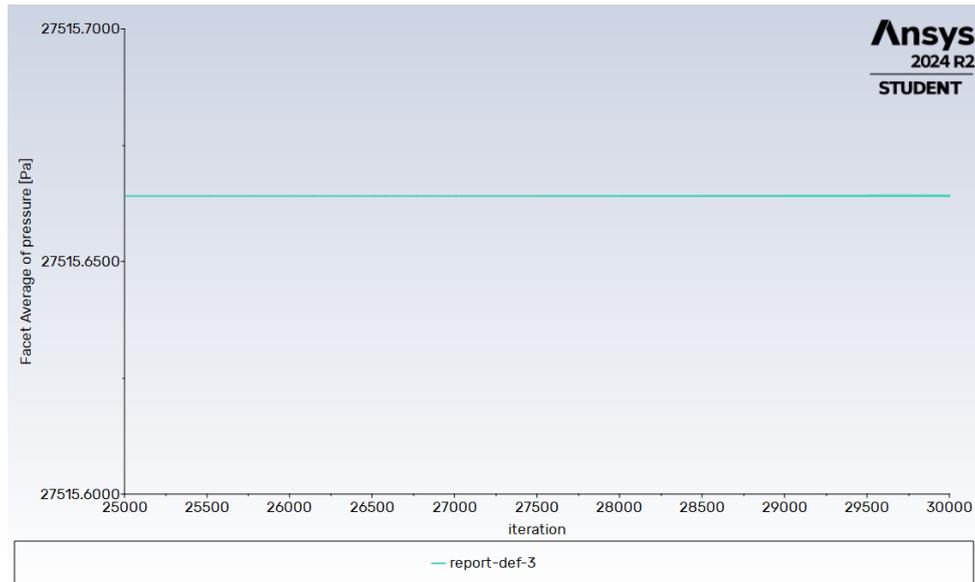


Figura 2.28: Sonda di pressione $x_2/R^* = 6.7$, $y_2/R^* = 3.2$

Di quest'ultima simulazione, vengono riportati rispettivamente il campo di Mach, il campo di pressione totale ed il campo di viscosità turbolenta.

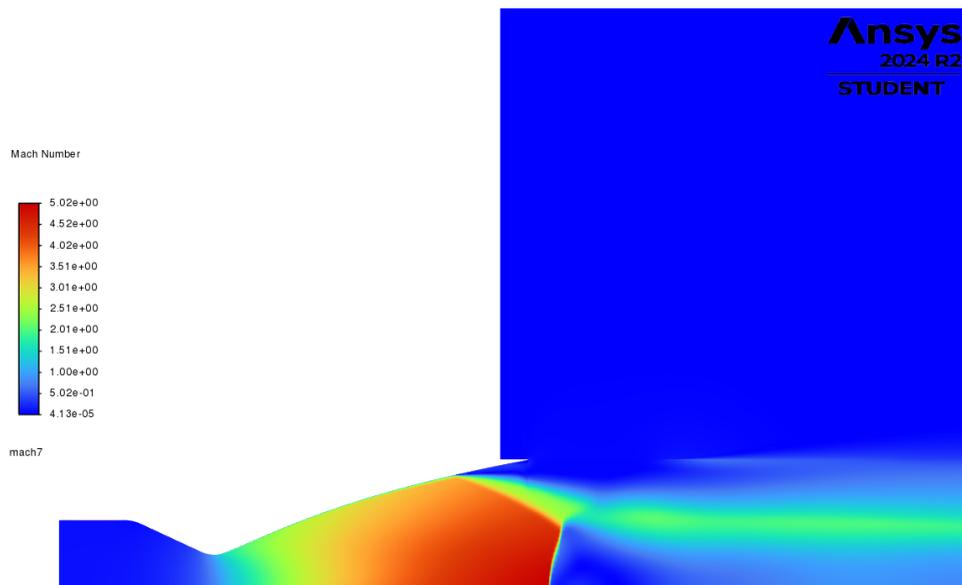


Figura 2.29: Campo di Mach

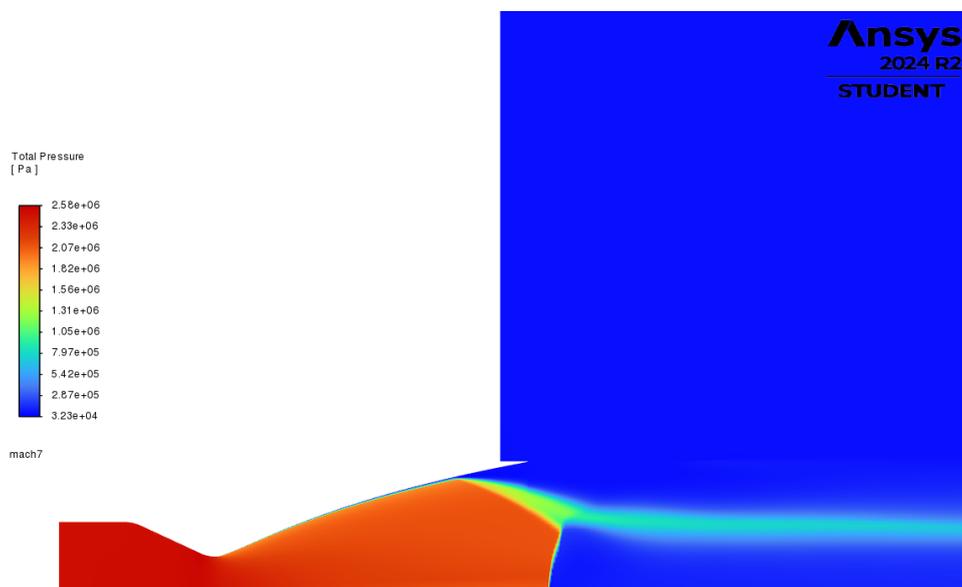


Figura 2.30: Campo di pressione totale

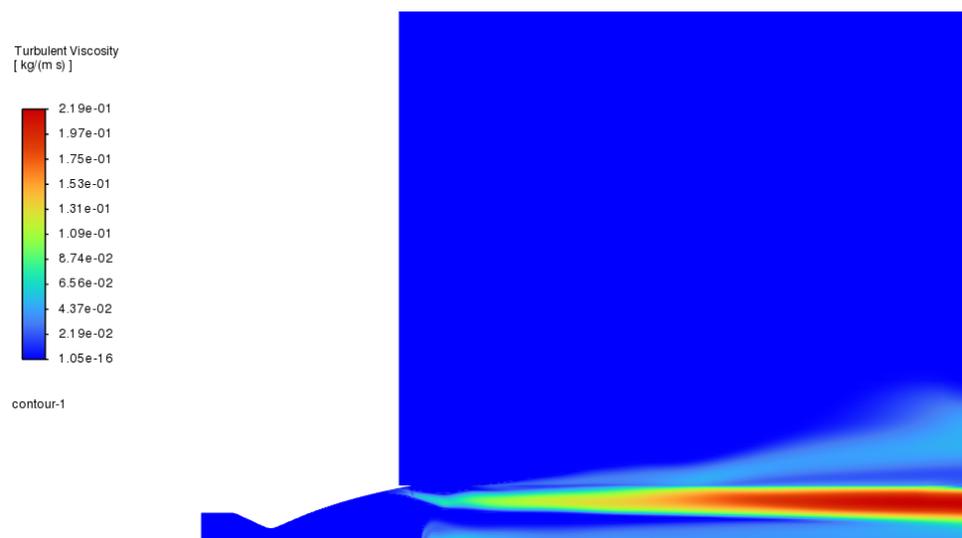


Figura 2.31: Campo di viscosità turbolenta

Da quasi tutte le figure, ma in particolare dal campo di Mach, si possono vedere tutti gli elementi chiave della FSS tipica di un ugello TIC sovraespanso (in accordo con quanto letto nel primo capitolo di questa tesi). La Fig.2.32 riprende quanto visto nella pagina precedente ma sono stati evidenziati gli urti coinvolti e il getto supersonico che nasce a valle del punto triplo (quest'ultimo è dato dall'intersezione dei 3 urti).

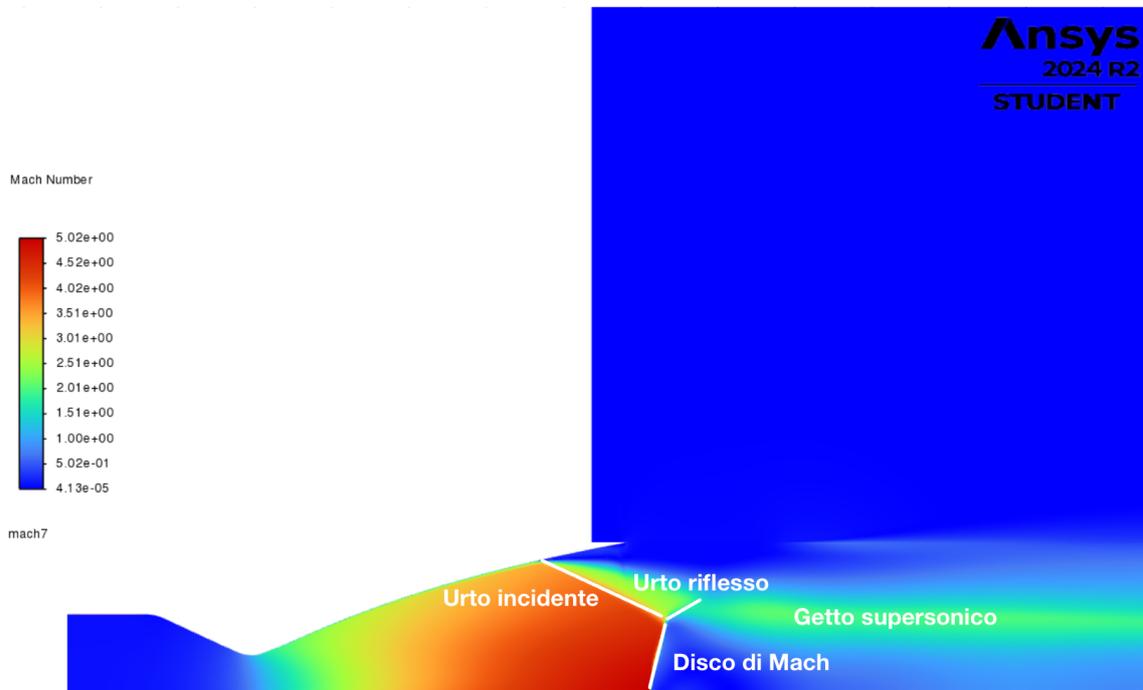


Figura 2.32: Elementi chiave del campo di Mach

2.7 Risultati

Vengono presentati dei grafici riassuntivi che mostrano un confronto tra i diversi tentativi realizzati e giustificano la scelta della mesh e del modello presentati nel test case.

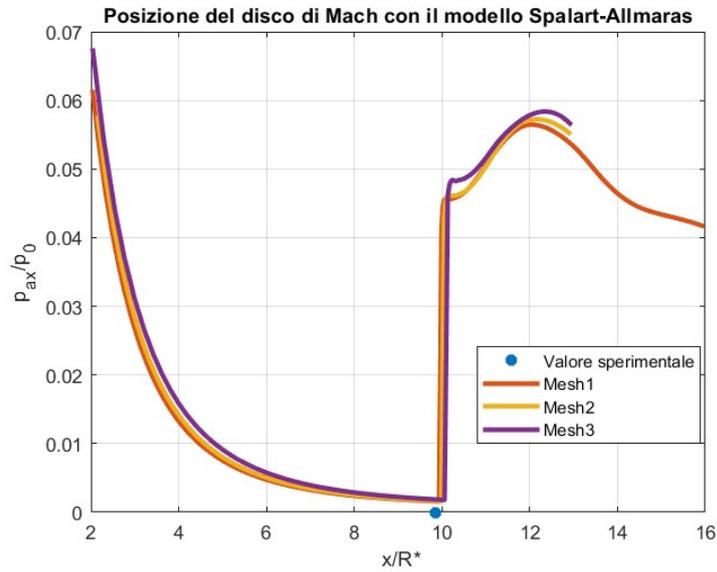


Figura 2.33: Confronto a parità di modello (SST $k-\omega$)

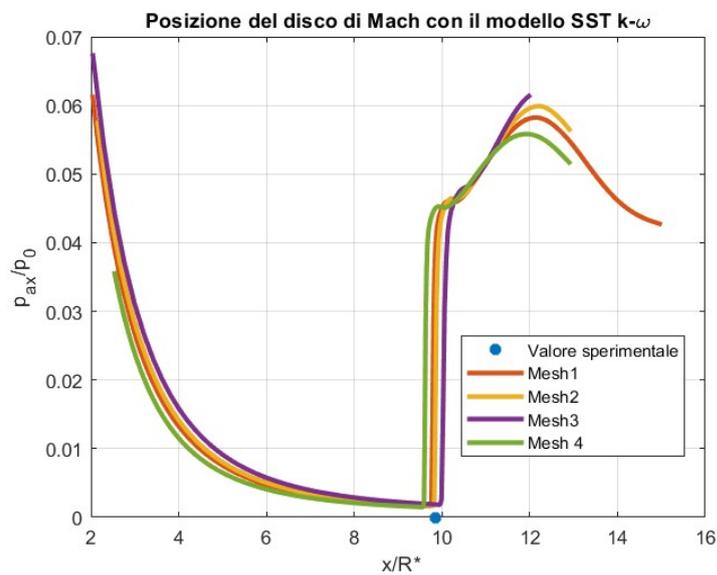


Figura 2.34: Confronto a parità di modello (S-A)

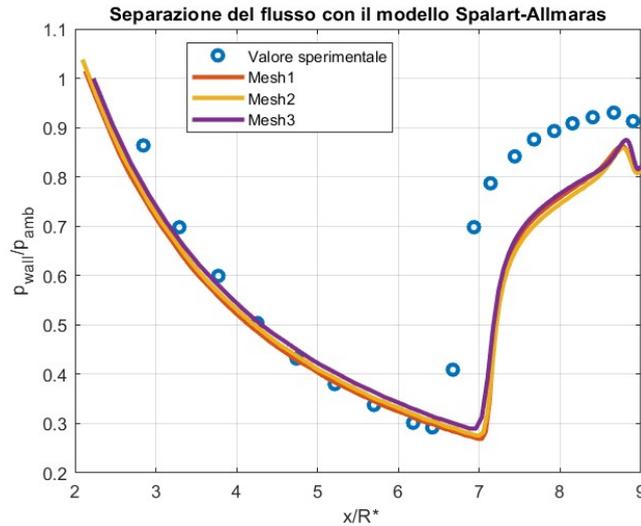
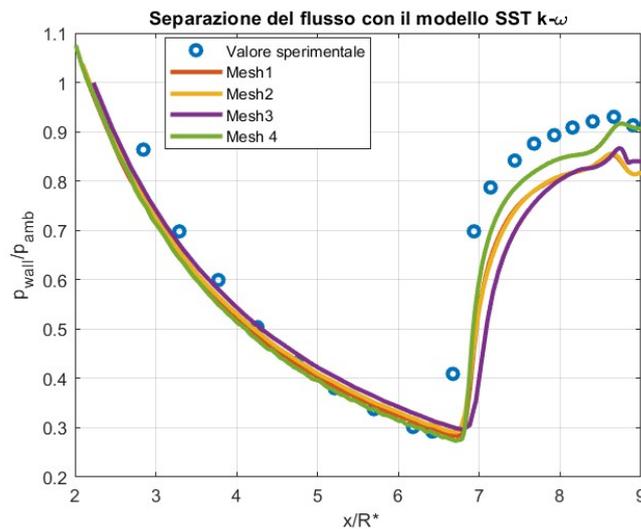


Figura 2.35: Confronto a parità di modello (S-A)

Figura 2.36: Confronto a parità di modello(SST $k-\omega$)

Dai grafici si evince che il cambio di modello non influenza in modo rilevante la stima sulla posizione del disco di Mach, mentre, per quanto riguarda il punto di separazione incipiente, risulta decisamente più preciso il modello SST $k-\omega$ per cui questo sarà il modello utilizzato nelle successive simulazioni. Tra le 4 mesh, l'ultima la più ideale in quanto fornisce un errore relativo percentuale minore per la posizione del punto di separazione. Per definire precisamente il punto di separazione, si può studiare l'andamento dello sforzo di taglio a parete. Nella Fig. 2.37 è riportato l'andamento dello sforzo di taglio a parete, in direzione x . L'intersezione con l'asse $y = 0$ ci fornisce con esattezza il punto di separazione, il quale risulta pari a $x_{sep} = 6.9237m$; il dato corrispondente non viene fornito nell'articolo di riferimento ([1]) per cui non è possibile realizzare un confronto.

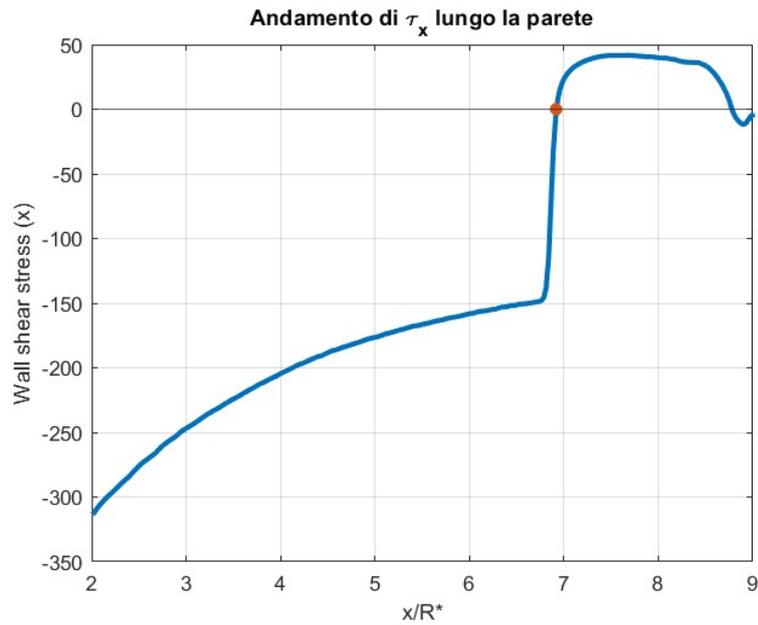


Figura 2.37: Sforzo di taglio a parete - determinazione del punto di separazione

La coordinata appena trovata non coincide fisicamente con la coordinata di separazione ricavata dall'articolo [1]; infatti $x = 6.6m$ corrisponde alla x_i ovvero il punto in corrispondenza della pressione incipiente.

2.8 Confronto modelli di turbolenza

In Fig.2.38 viene riportato un grafico riassuntivo con diversi modelli di turbolenza e opzioni impostate durante il setup della simulazione (tutte a partire dalla quarta mesh realizzata).

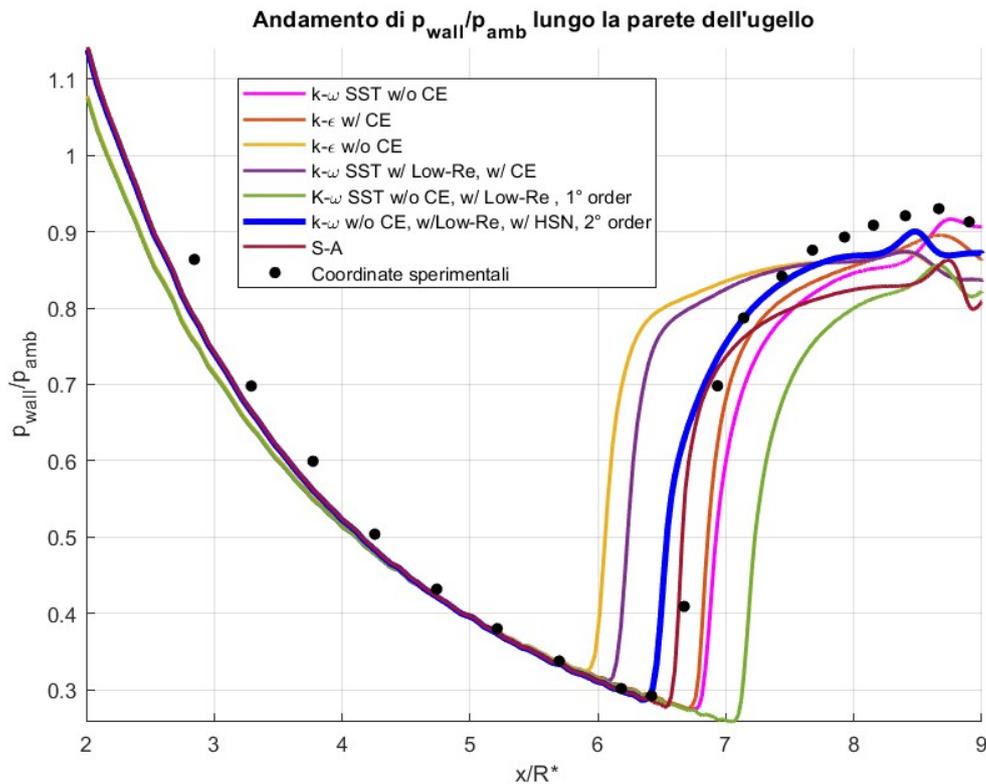


Figura 2.38: Confronto modelli di turbolenza

Diverse sono le considerazioni che si possono realizzare a valle di questa figura:

- o Il modello $k - \varepsilon$, senza l'opzione 'Compressibility effects' (curva gialla) non approssima affatto la curva sperimentale e la separazione prevista è estremamente anticipata rispetto a quella effettiva; se si inserisce l'opzione 'Compressibility effects' (curva arancione) l'approssimazione migliora anche se la pressione incipiente non è predetta correttamente ma viene posticipata.
- o Il modello $k - \omega$ combinato con l'opzione 'Compressibility effects' (curva viola) fornisce un pessimo risultato, con una separazione prevista molto più a monte di quella effettiva (questa opzione risulta particolarmente sconveniente con questo modello);
- o Il modello Spalart-Allmaras (curva bordeaux) non fornisce un'approssimazione sufficientemente buona;
- o Il modello $k - \omega$, senza l'opzione 'Compressibility effects' ma con l'opzione 'High Speed Numerics' attivata (curva blu) fornisce l'approssimazione migliore. Anche se

la curva ottenuta dalla simulazione non attraversa tutti i punti del tratto a valle della pressione di plateau, riesce a cogliere perfettamente la pressione incipiente per cui, presumibilmente, la pressione di separazione. Per questo sarà proprio questa la combinazione modello / opzione di setup scelta per tutte le simulazioni successive.

- o Anche la curva verde rappresenta i risultati di una simulazione con il modello $k - \omega$, l'opzione 'Low-Re correction' attivata, senza l'opzione 'Compressibility effects'; rispetto al caso precedente, però, è stato utilizzato un metodo numerico di discretizzazione spaziale del prim'ordine (e non nel second'ordine upwind come nella curva blu). Questo ha nettamente peggiorato i risultati, infatti la curva verde è quella che maggiormente posticipa la separazione.
- o Per la curva rosa non è stata utilizzata l'opzione 'High Speed Numerics' e questa ha peggiorato i risultati della simulazione.

La tabella successiva riassume i modelli e le opzioni utilizzate nei diversi casi:

	Modello di turbolenza	Compressibility effects	Low-Re correction	High Speed Numerics	Metodo di discretizzazione
1	$k - \omega$ SST	No	Si	No	Secondo upwind
2	$k - \varepsilon$	Si	Si	No	Secondo upwind
3	$k - \varepsilon$	Si	Si	No	Secondo upwind
4	$k - \omega$ SST	No	No	No	Secondo upwind
5	$k - \omega$ SST	Si	Si	No	Secondo upwind
6	$k - \omega$ SST	No	Si	No	Primo upwind
7	$k - \omega$ SST	No	Si	Si	Secondo upwind
8	Spalart-Allmaras	-	-	Si	Secondo upwind

Tabella 2.3: Modelli di turbolenza e opzioni di setup utilizzate

A partire dal caso migliore riportato nella tabella 2.3, è stato elaborato un grafico che mostra le pathlines delle particelle fluide (si ricorda che con 'pathline' si intende la traiettoria che la particella fluida percorre all'interno del dominio di calcolo durante un certo periodo di tempo).

Dalla Fig.2.39 si nota la presenza di una bolla di ricircolo a valle della sezione d'uscita, in prossimità dell'asse di simmetria. Non si riesce a vedere chiaramente quello che accade in prossimità della parete una volta che il flusso si è separato da quest'ultima, per questo è stato elaborato anche il seguente grafico (vedi Fig. 2.40).

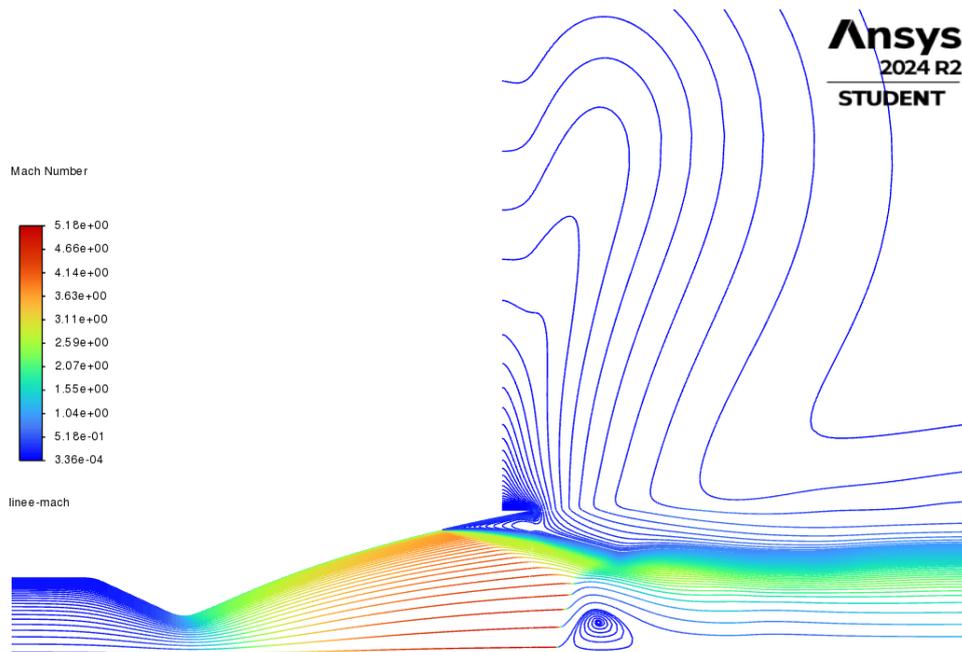


Figura 2.39: Pathlines

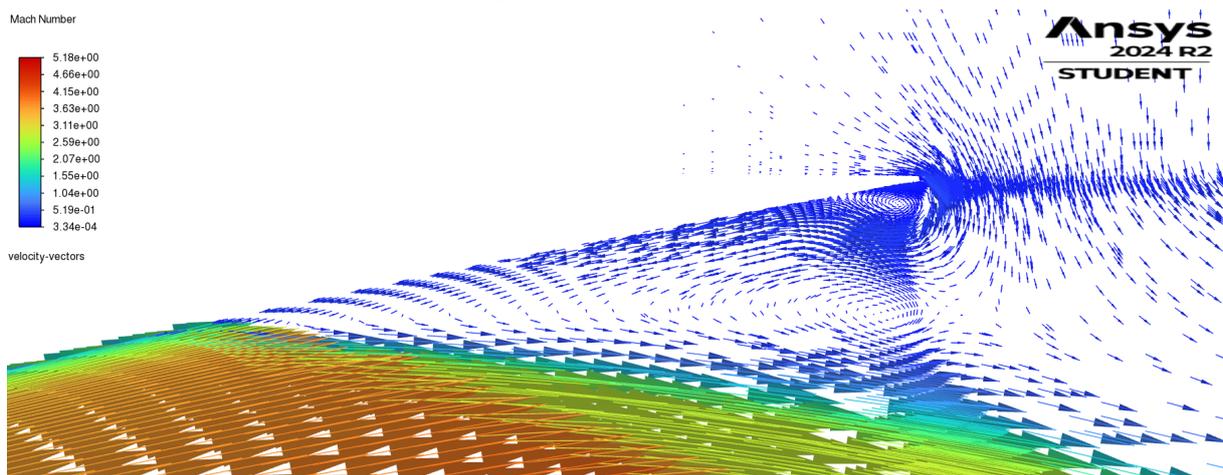


Figura 2.40: Velocity vectors

In questo caso è stato riportato il campo di Mach sotto forma di 'velocity vector' e si nota più chiaramente la presenza di una bolla di ricircolo tra la parete e il flusso ormai separato. La simulazione risulta in accordo con i risultati sperimentali descritti nell'articolo [1] e con la descrizione teorica del fenomeno di separazione del flusso all'interno dell'ugello sovraespanso (vedi [3]).

Capitolo 3

Variazione del NPR

Dopo aver definito la mesh e altre condizioni per realizzare l'analisi CFD all'interno dell'ugello, si sceglie di modificare il valore di NPR e vedere come questo influenza la posizione assiale del punto di separazione.

Si ricorda che l'NPR è il Nozzle Pressure Ratio ed è definito come il rapporto tra la pressione totale all'ingresso dell'ugello e la pressione ambiente $p_a = 101325 Pa$:

$$NPR = \frac{p^0}{p_a} \quad (3.1)$$

L'obiettivo in questo capitolo è di variare questo rapporto di pressione a partire da 15 fino a 45 mediante un processo di up-ramping (il rapporto verrà aumentato di un $\Delta p = 5 Pa$ ad ogni step).

Per ognuna delle successive simulazioni, vengono cambiate le condizioni al contorno riguardanti l'inlet. Dal valore di NPR viene ricavato il valore della pressione totale, che andiamo ad inserire nel campo *Gauge Total Pressure*.

Risulta necessario sfruttare anche la seguente relazione del flusso isoentropico per stimare il valore della pressione statica all'ingresso:

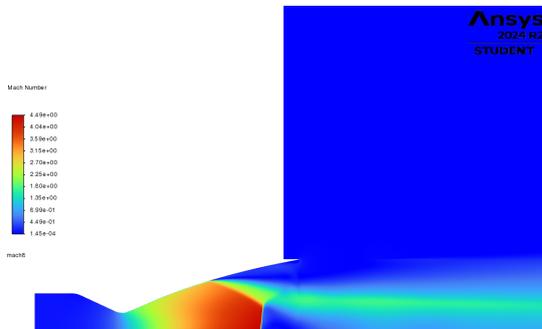
$$\frac{p^0}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_i^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (3.2)$$

3.1 Up-ramping

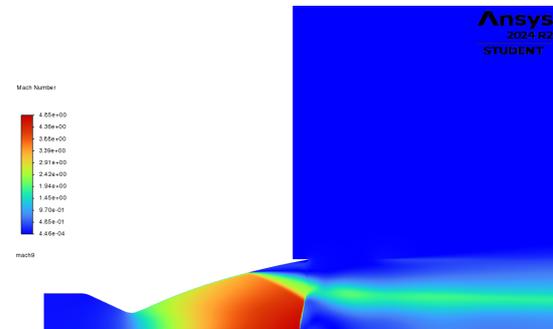
In Tab.3.1 viene riportata la coppia di valori (p^0, p) per ogni valore di NPR considerato durante l'up-ramping e, successivamente, vengono proposti i campi di moto per ogni NPR considerato.

NPR	Pressione totale [Pa]	Pressione statica [Pa]
15	1519875	1497259.851
20	2026500	1996346.47
25	2533125	2495433.085
30	3039750	2994519.7
35	3546375	3493606.32
40	4053000	3992692.936
45	4559625	4491779.5

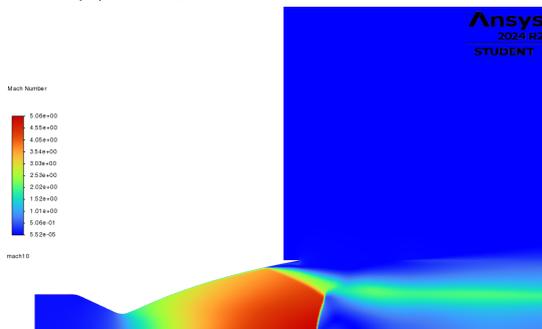
Tabella 3.1: Up-ramping Secondary flux OFF



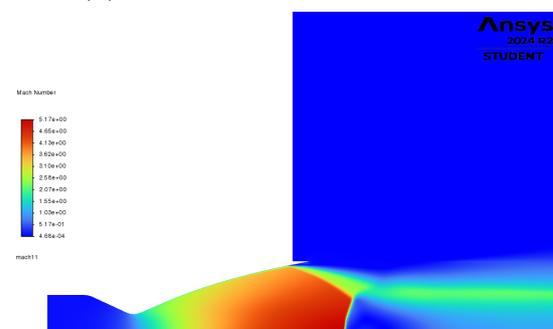
(a) Campo di moto @ NPR=15



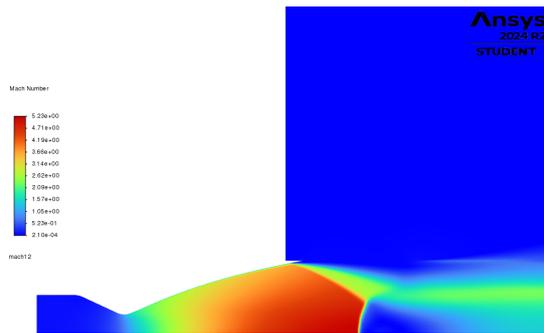
(b) Campo di moto @ NPR=20



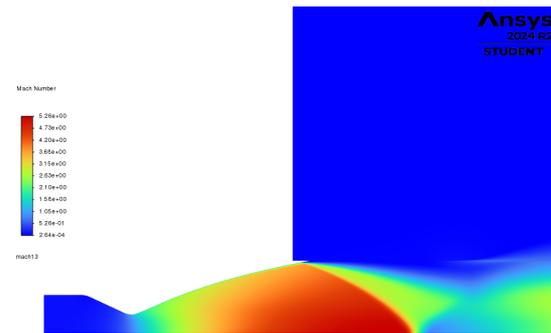
(c) Campo di moto @ NPR=25



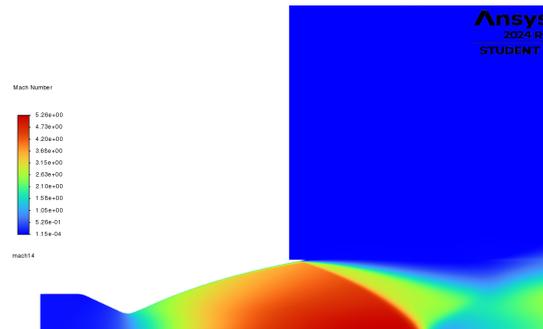
(d) Campo di moto @ NPR=30



(a) Campo di moto @ NPR=35



(b) Campo di moto @ NPR=40



(c) Campo di moto @ NPR=45

3.2 Considerazioni

I risultati dell'up-ramping sono in totale accordo con quanto riportato dalla tesi di Ostlund [3]: il punto di separazione si sposta verso valle all'aumentare del valore di NPR mentre il valore di plateau pressure diminuisce. In tutti i casi è possibile ritrovare l'andamento della pressione a parete tipico del FSS (vedi Fig.3.3).

Dalla Fig.3.4 si osserva come cambia l'andamento della pressione sull'asse di simmetria dell'ugello; anche la posizione assiale del disco di Mach si sposta verso valle e, contemporaneamente, il picco di pressione aumenta all'aumentare del valore dell'NPR.

Viene anche riportato l'andamento della velocità assiale al variare dell'NPR (vedi Fig.3.5); si può notare che il crollo di velocità corrisponde alla formazione del disco di mach e, come visto in Fig.3.4, questo crollo avanza all'avanzare del nozzle pressure ratio.

Infine viene presentato in Fig.3.6 lo spostamento a valle del punto di separazione all'aumentare dell'NPR. Scegliamo la sezione al 95% della lunghezza assiale del tratto divergente (e non di tutto l'ugello) come la sezione oltre la quale la presenza della separazione del flusso non risulta più problematica. Si evince che già con un NPR=40 si può considerare la separazione ormai all'esterno dell'ugello ma questo richiede una pressione totale in camera estremamente elevata; per questo motivo, nei capitoli successivi, verrà introdotto un sistema differente per spostare a valle il punto di separazione, senza però richiedere una p^0 così elevata.

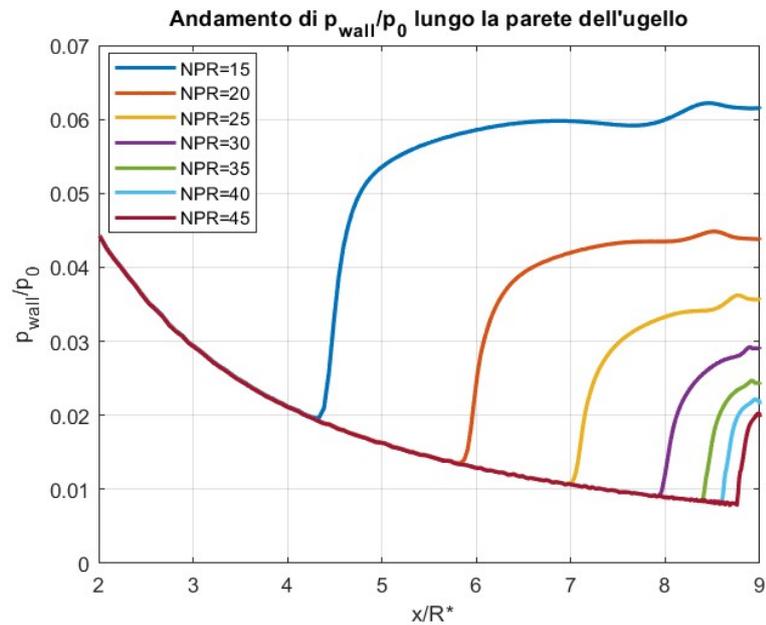


Figura 3.3: Andamento della pressione a parete al variare dell'NPR

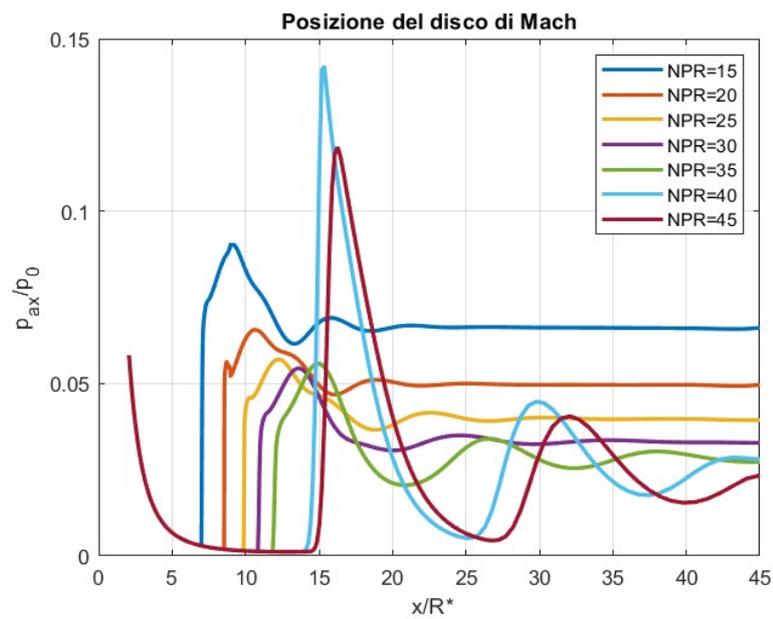


Figura 3.4: Andamento della pressione assiale al variare dell'NPR

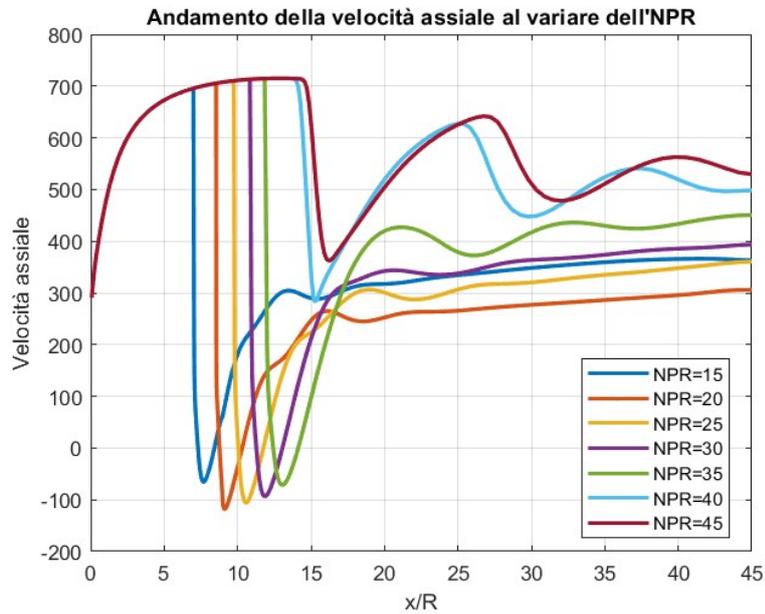


Figura 3.5: Andamento della velocità assiale al variare dell'NPR

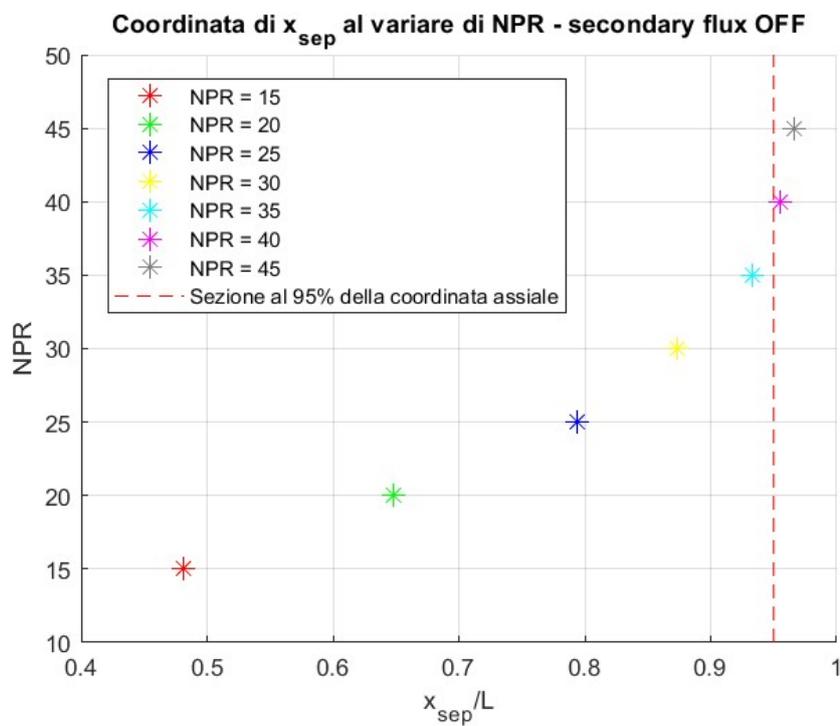


Figura 3.6: Spostamento del punto di separazione durante l'up-ramping

Capitolo 4

Inserimento getto secondario

In questo capitolo, si sceglie di approfondire una tecnica di controllo di separazione del flusso, ovvero l'aggiunta di un flusso secondario; come visto nel capitolo precedente, l'aumento dell'NPR permette di spostare la separazione a valle ma, inevitabilmente, durante l'accensione dell'ugello è presente un transitorio in cui l'NPR sarà minore dell'NPR di regime e tale da generare una separazione interna. Bisogna dunque cercare una soluzione per garantire, anche durante il transitorio d'accensione, che la separazione sia prossima alla sezione d'uscita o direttamente a valle di quest'ultima, pur con un NPR basso. Per soddisfare tale requisito ($x_{sep} > 95\%x_e$), si sceglie di introdurre un getto coassiale al principale, proveniente da un canale secondario, garantendo una p° in camera limitata.

Si sceglie di inserire un getto secondario a partire dal segmento denominato $wall_2$ o *Apertura canale secondario* (segmento in rosso in Fig.4.1).

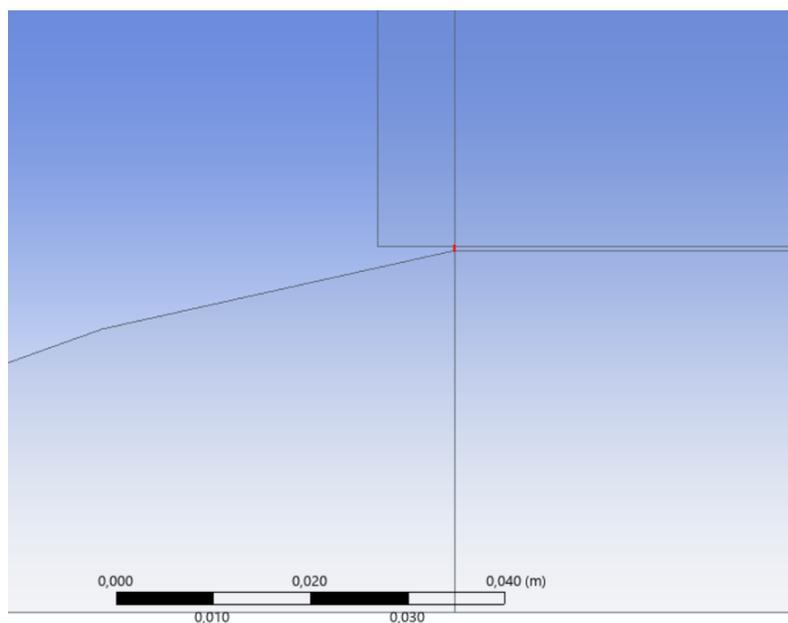


Figura 4.1: Apertura canale secondario

Il segmento in questione ha una lunghezza pari a $1.56 \cdot 10^{-4}[m]$. Si considera il valore iniziale di NPR per il getto principale ($NPR = 25.25$) e lo si mantiene costante.

Nelle pagine successive, verranno riportati i risultati significativi di diverse simulazioni realizzate fissando il valore di M_s e variando l' NPR_s per comprendere come questi due parametri liberi influenzino il punto di separazione a parete e la coordinata assiale del disco di Mach. Per realizzare questo nuovo tipo di analisi, è necessario definire con precisione l' NPR_s riferito al flusso secondario:

$$NPR_s = \frac{p_s^0}{p_a} \quad (4.1)$$

Definito il valore di NPR, si può ricavare il valore di pressione statica sfruttando nuovamente la relazione tra pressione statica e pressione totale di un flusso isoentropico:

$$p_s = \frac{p_s^0}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_s^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \quad (4.2)$$

4.1 Getto secondario adattato

Per comprendere se il getto secondario risulta sovraespanso, sottoespanso o adattato, si sceglie di approssimare l'analisi ad un caso 1D. Un flusso si dice adattato quando la pressione del flusso in corrispondenza della sezione d'uscita coincide con la pressione dell'ambiente esterno; poichè si ipotizza che l'ugello in questione stia operando a sea level, la pressione esterna è la pressione atmosferica standard $p_a = 101325 Pa$. Di conseguenza, la condizione di adattamento è:

$$p_s = p_a \quad (4.3)$$

Ipotizzando che il flusso sia isoentropico, possiamo nuovamente utilizzare l'equazione (4.2) e riscrivere la pressione totale del flusso secondario in funzione dell' NPR_s :

$$\frac{p_s^0}{p_s} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_s^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \rightarrow \frac{NPR_s \cdot p_a}{p_s} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_s^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (4.4)$$

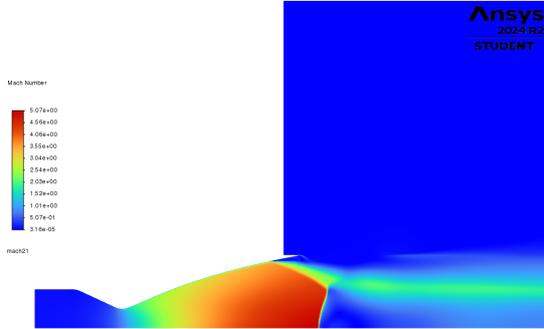
Grazie alla condizione di adattamento, il termine a sinistra si semplifica come segue:

$$NPR_s = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_s^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \longleftrightarrow M_s = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \cdot (NPR_s^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1)} \quad (4.5)$$

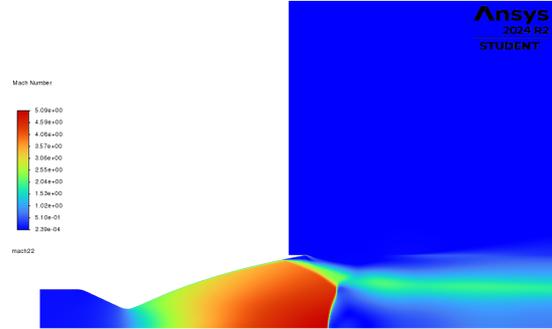
Dalle relazioni (4.5) si evince che, nel caso di flusso adattato, scelto il numero di Mach del flusso secondario, il valore dell' NPR secondario è fissato e viceversa. Dunque, nel caso adattato è presente un solo parametro libero.

4.2 Up-ramping del getto secondario, con $M_s = 1.2$

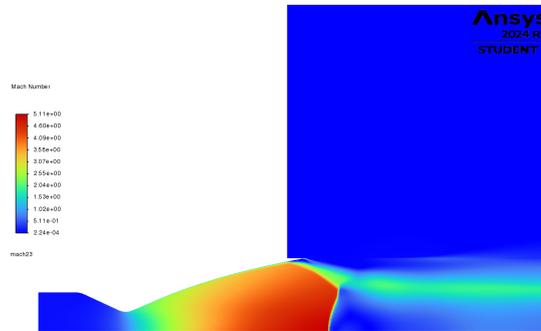
Si sceglie un numero di Mach iniziale del getto secondario pari a $M_s = 1.2$ e si considera un NPR_s variabile all'interno del range $[2.5, 5, 7.5]$. Viene riportato il campo di Mach per ognuna delle simulazioni.



(a) Campo di moto @ $NPR_s = 2.5$



(b) Campo di moto @ $NPR_s = 5$



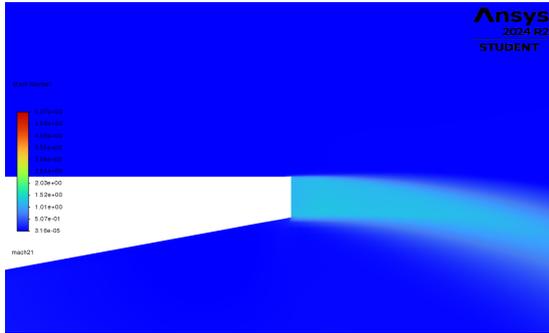
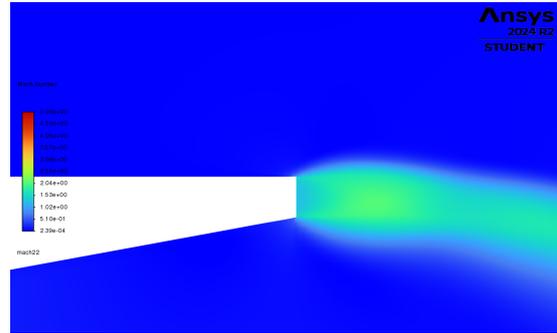
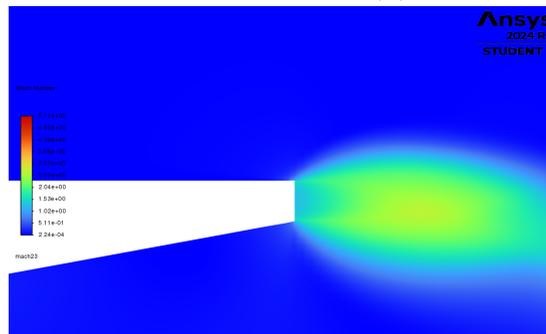
(c) Campo di moto @ $NPR_s = 7.5$

Poichè è stato fissato il numero di Mach del getto secondario, è possibile ricavare per quale range di valori di NPR_s il flusso secondario risulta sovraespanso e per quale range risulta sottoespanso. Ricordando che, se la pressione statica del flusso in uscita è minore della pressione ambiente, allora il flusso risulta sovraespanso, si può scrivere la seguente condizione:

$$\begin{aligned}
 p_s &= \frac{p_s^0}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_s^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} < p_a \rightarrow \frac{NPR_s \cdot p_a}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_s^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} < p_a \\
 &\rightarrow NPR_s < \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_s^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \rightarrow NPR_s < 2.425
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Dai passaggi riportati in (4.6) si può affermare che se $NPR_s < 2.425$ il flusso secondario risulta sovraespanso, quindi ci si aspetta un restringimento della sezione trasversale del flusso una volta all'esterno, mentre se $NPR_s > 2.425$ il flusso secondario risulta sottoespanso, per cui si aspetta un'ulteriore espansione del flusso a valle ovvero un rigonfiamento della sezione trasversale. Considerando i valori di NPR_s scelti, ci si aspetta un flusso secondario quasi adattato per $NPR_s = 2.5$, sottoespanso per gli altri due valori di NPR_s ($NPR_s = 5, 7.5 > 2.425$).

Di seguito viene riportato un ingrandimento sul segmento $wall_2$ per ognuna delle 3 simulazioni.

(a) Flusso secondario @ $NPR_s = 2.5$ (b) Flusso secondario @ $NPR_s = 5$ (c) Flusso secondario @ $NPR_s = 7.5$

Vengono mostrati l'andamento della pressione a parete, della pressione assiale e della velocità assiale per queste 3 nuove simulazioni.

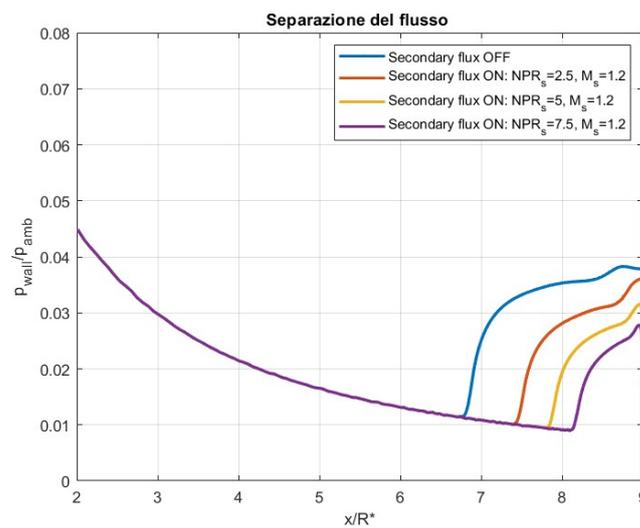


Figura 4.4: Andamento di p_{wall}/p_{amb} - secondary flux ON $M_s = 1.2$

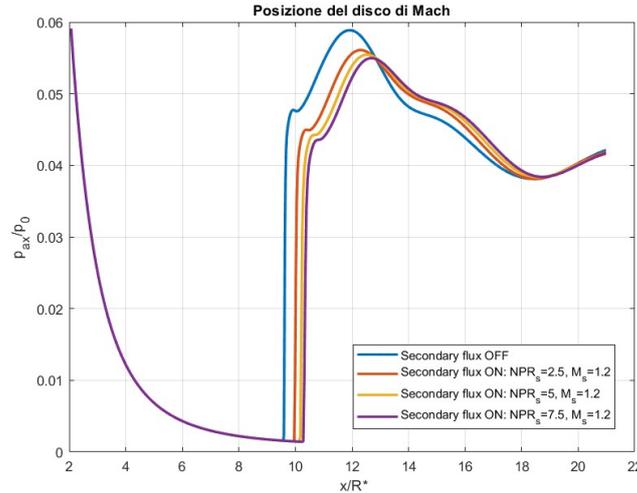


Figura 4.5: Andamento di p_{ax}/p_0 - secondary flux ON $M_s = 1.2$

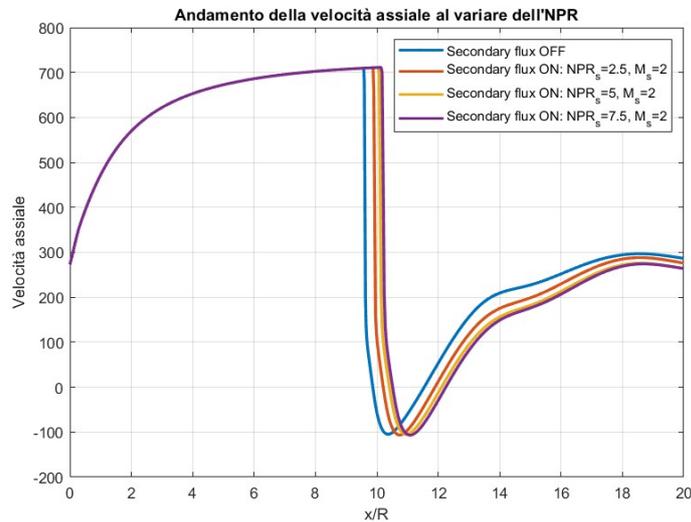


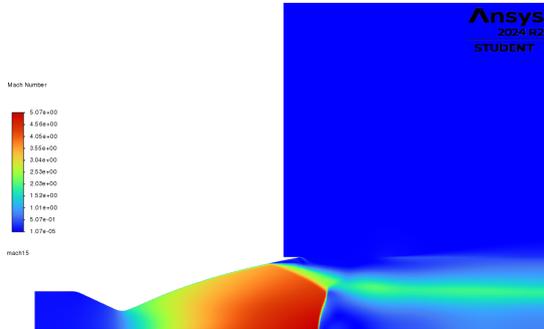
Figura 4.6: Andamento di v_{ax} - secondary flux ON $M_s = 1.2$

Per ogni simulazione viene calcolata quanta portata in massa viene immessa come flusso secondario e viene verificato che questo valore sia minore del 6% della portata in massa principale. Nei tre casi @ $M_s = 1.2$, la portata del flusso secondario costituisce, rispettivamente, il 1.189%, 2.378% e il 3.567% della portata principale, dunque ci troviamo sempre all'interno del range inizialmente fissato.

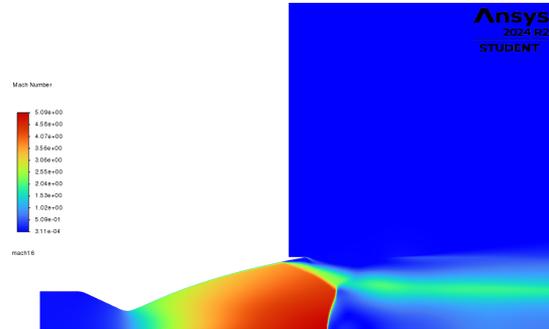
Dal grafico 4.4 si evince che, fissato il numero di Mach del flusso secondario, all'aumentare del NPR del flusso secondario il punto di separazione si sposta a valle e, contemporaneamente, il valore di plateau pressure diminuisce.

4.3 Up-ramping del getto secondario, con $M_s = 1.5$

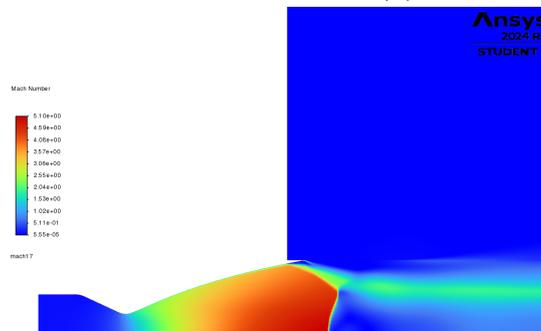
Si sceglie di aumentare il valore di M_s e di variare nuovamente il valore di NPR_s sempre all'interno dello stesso range di valori e mantenendo costanti i parametri riferiti al flusso principale ($NPR = 25.25$).



(a) Campo di moto @ $NPR_s = 2.5$



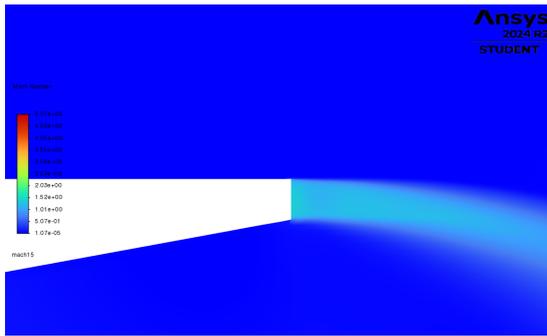
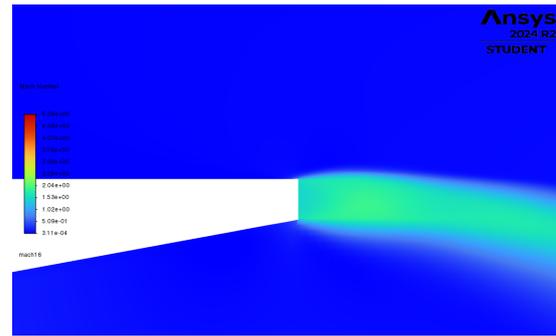
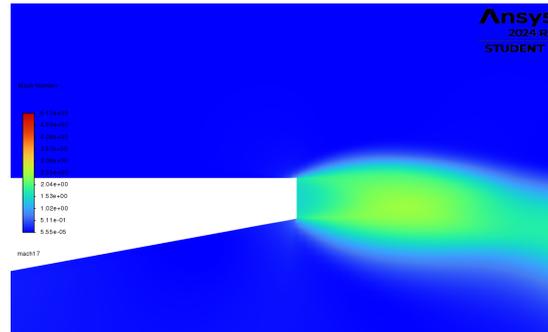
(b) Campo di moto @ $NPR_s = 5$



(c) Campo di moto @ $NPR_s = 7.5$

La portata principale (ricavata dalla sezione 'Results' di Ansys Fluent) è pari a 1.773468 kg/s, per unità di profondità ed è costante al variare dell' NPR secondario; la portata secondaria, che attraversa il contorno $wall_2$ del dominio, è rispettivamente il 1.047%, 2.0833% e il 3.125%, per cui si rimane nel range inizialmente considerato.

Dai passaggi riportati in (4.6) si può affermare che se $NPR_s < 3.671$ il flusso secondario risulta sovraespanso, mentre se $NPR_s > 3.671$ il flusso secondario risulta sottoespanso. Considerando i valori di NPR_s scelti, ci si aspetta un flusso secondario sovraespanso nel primo caso ($NPR_s = 2.5 < 3.671$) e un flusso secondario sottoespanso nei due casi successivi ($NPR_s = 5, 7.5 > 3.671$).

(a) Flusso secondario @ $NPR_s = 2.5$ (b) Flusso secondario @ $NPR_s = 5$ (c) Flusso secondario @ $NPR_s = 7.5$

Le immagini confermano quanto ci aspettavamo dai calcoli realizzati. Nella Fig.4.9 viene riportato l'andamento della pressione a parete adimensionalizzata per i 3 casi precedentemente descritti.

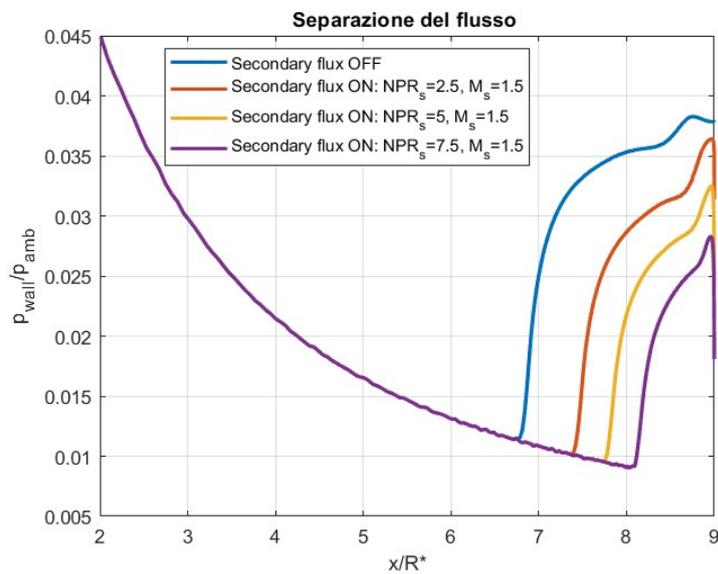
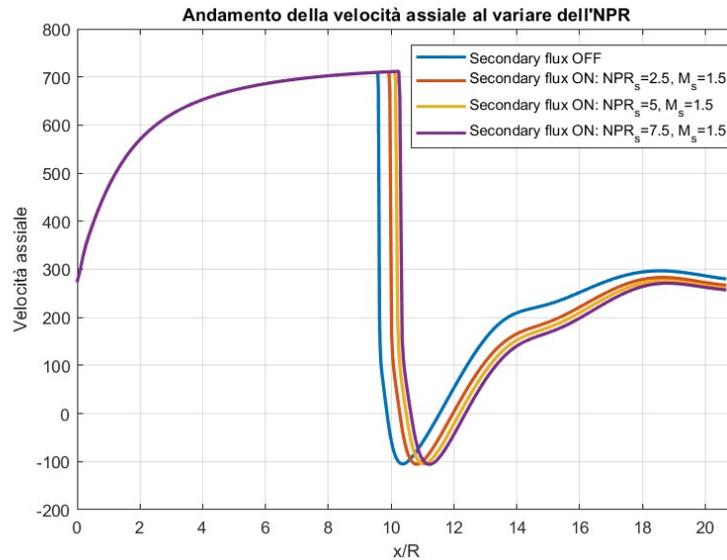
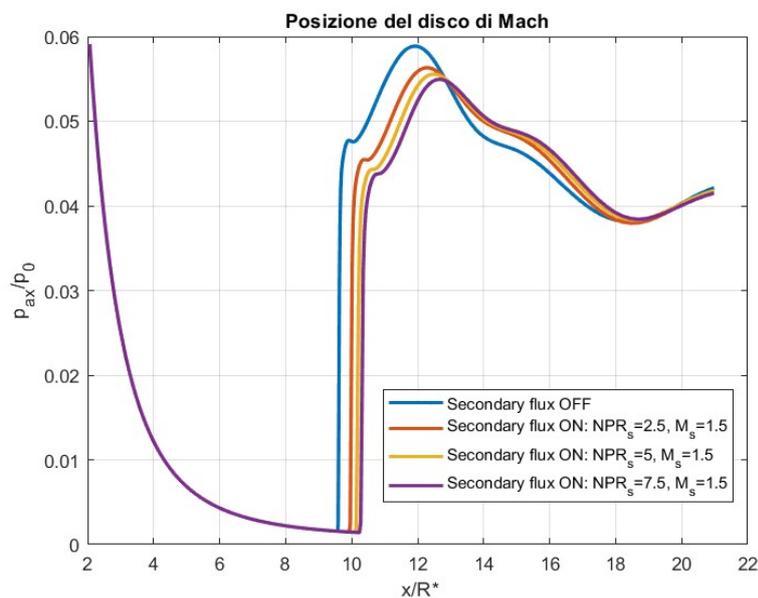


Figura 4.9: Andamento di p_{wall}/p_{amb} - secondary flux ON $M_s = 1.5$

Figura 4.10: Andamento di v_{ax} - secondary flux ON $M_s = 1.5$

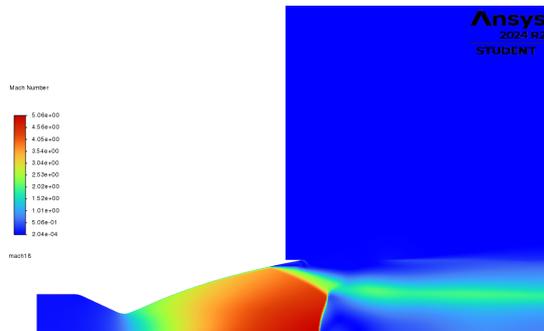
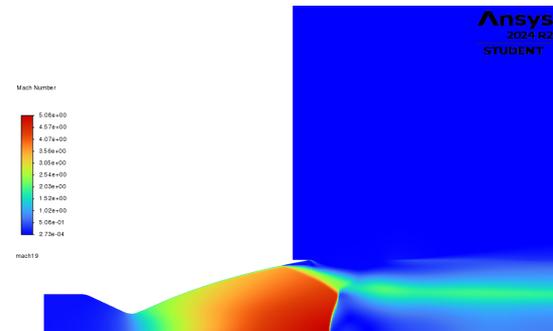
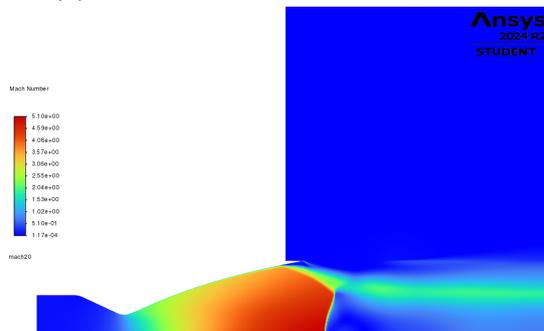
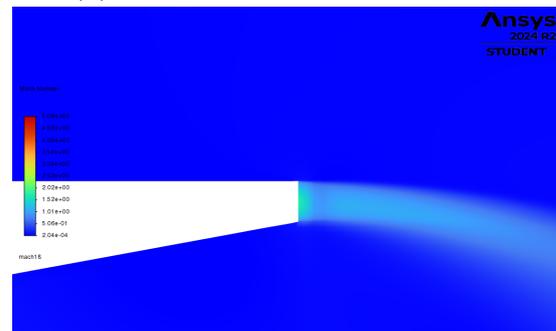
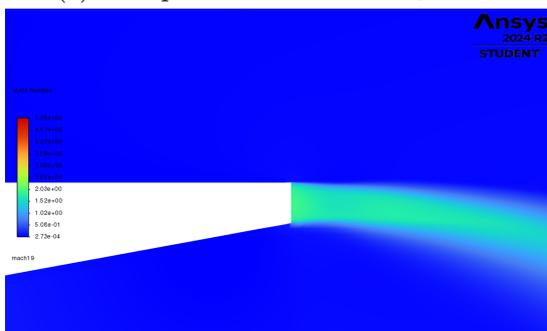
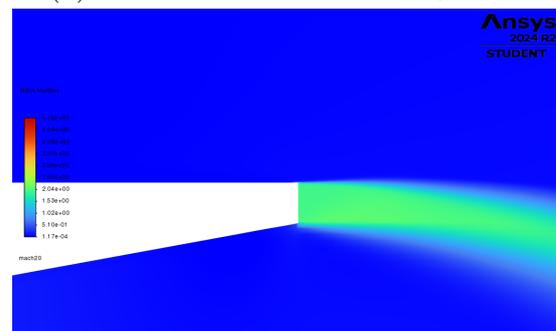
Dalle Fig.4.10 e 4.11 si può notare come all'aumentare dell'NPR secondario aumenti sia la coordinata assiale del disco di Mach sia la formazione dell'OSW (e dunque il crollo della velocità assiale).

Figura 4.11: Andamento di p_{ax}/p_0 - secondary flux ON $M_s = 1.5$

In conclusione si può affermare che, fissato il M_s all'aumentare dell' NPR del flusso secondario, si passa da una condizione di flusso secondario sovraespanso ad un flusso sottoespanso e la seconda condizione è decisamente più efficace. D'altronde, è anche intuitivo che il flusso secondario debba essere sottoespanso per bloccare in misura maggiore l'aria esterna dal ricircolare all'interno dell'ugello.

4.4 Up-ramping del getto secondario, con $M_s = 2$

Si decide nuovamente di aumentare il Mach del getto secondario e considerarlo costante, variando, come è stato fatto anche nei paragrafi precedenti, il valore di NPR_s . Di seguito vengono riportati il campo di moto complessivo e uno zoom del campo in prossimità dello spigolo $wall_2$ per ognuna di queste 3 nuove simulazioni.

(a) Campo di moto @ $NPR_s = 2.5$ (b) Campo di moto @ $NPR_s = 5$ (c) Campo di moto @ $NPR_s = 7.5$ (d) Flusso secondario @ $NPR_s = 2.5$ (e) Flusso secondario @ $NPR_s = 5$ (f) Flusso secondario @ $NPR_s = 7.5$

Sempre facendo riferimento alla condizione (4.6) si può affermare che se $NPR_s < 7.824$ il flusso secondario risulta sovraespanso; dunque, considerando gli stessi valori di NPR_s visti nel caso precedente, ci si aspetta che il flusso secondario sia sempre sovraespanso. Effettivamente, dallo zoom del campo di moto in prossimità dello spigolo $wall_2$, si nota che le previsioni teoriche sono corrette (nell'ultimo caso sembra quasi adattato perché l' NPR_s è molto vicino alla condizione di adattamento).

La portata corrispondente al flusso secondario in questi 3 casi è rispettivamente pari a 0.766%, 1.4516% e 2.177% della portata principale; i valori rientrano nel range inizialmente

scelto $[0, 6\%]$ e si può notare che, a parità di NPR_s , se aumenta il M_s la portata necessaria per generare questo flusso secondario diminuisce. Come prima, vengono riportati gli andamenti della velocità assiale, della pressione assiale e della pressione a parete nelle Fig.4.13, 4.14, 4.15. Anche per le successive simulazioni, l'NPR del flusso principale è fissato a 25.25.

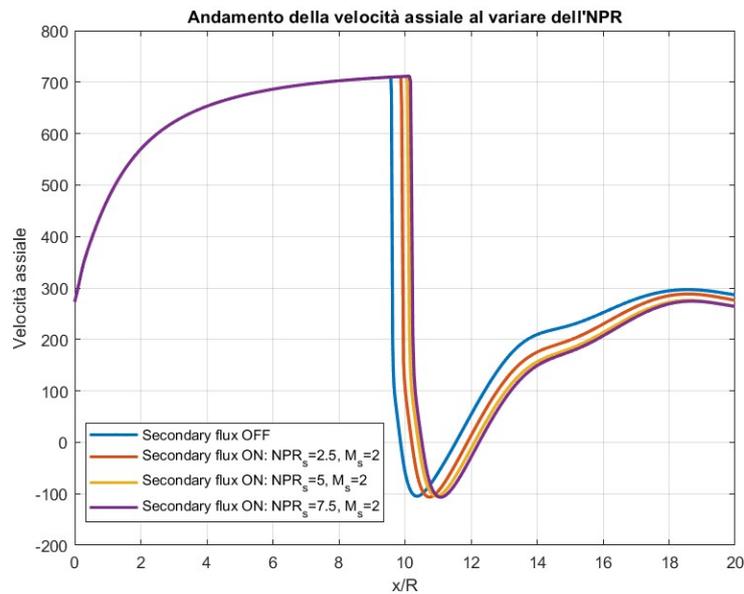


Figura 4.13: Andamento di v_{ax} - secondary flux ON $M_s = 2$

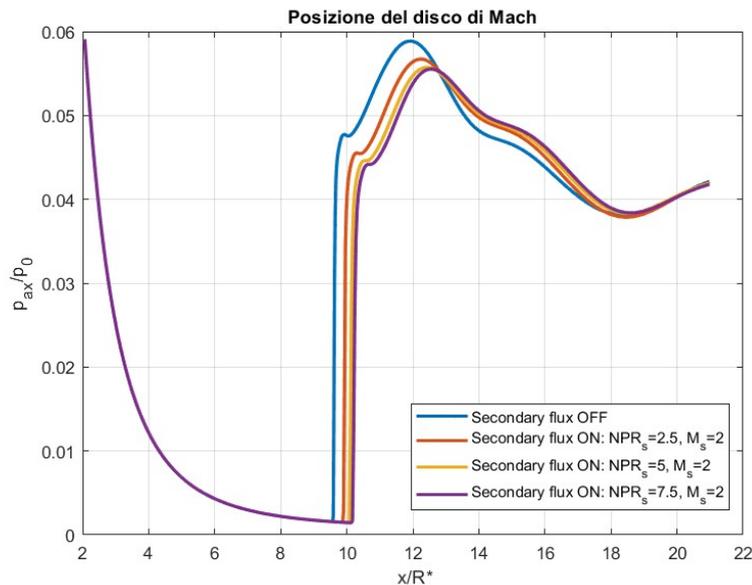


Figura 4.14: Andamento di p_{ax}/p_0 - secondary flux ON $M_s = 2$

Si può affermare che, pur avendo cambiato il M_s , l'andamento al variare dell' NPR_s non cambia: all'aumentare del parametro libero, sia il punto di separazione del flusso dalla parete, sia la coordinata assiale corrispondente alla formazione del disco di Mach si spostano a valle. Se, però, confrontiamo quanto accade a parità di NPR_s osserviamo che l'aumento del M_s non è stato positivo perchè ha generato un arretramento di entrambi i punti notevoli.

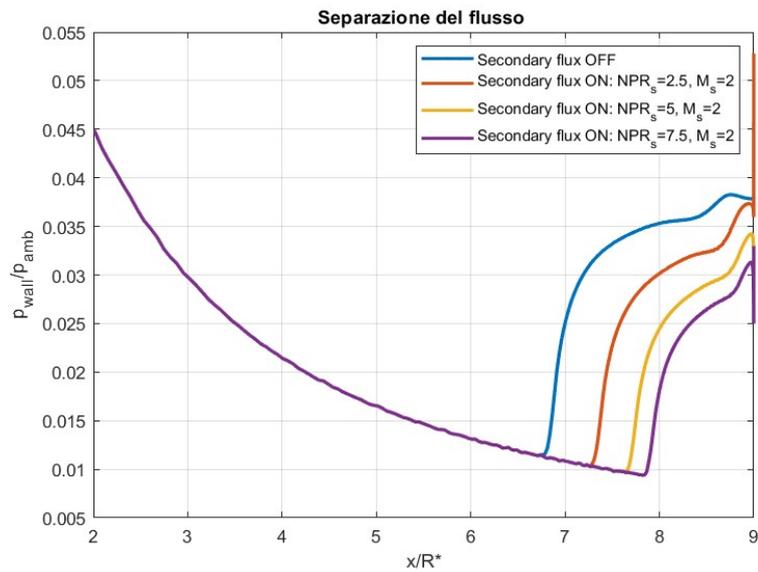


Figura 4.15: Andamento di p_{wall}/p_{amb} - secondary flux ON $M_s = 1.5$

4.5 Considerazioni rilevanti

Dalle simulazioni realizzate con l'inserimento di un getto secondario, è possibile affermare che:

- Il flusso secondario è caratterizzato da due parametri liberi: il numero di Mach e l'NPR secondario; se ci si pone nella condizione di flusso adattato, questi due valori risultano proporzionali per cui è presente solo un parametro libero.
- A parità di numero di Mach secondario, all'aumentare dell' NPR_s il punto di separazione si sposta verso valle ma, allo stesso tempo, aumenta la portata necessaria per il getto.
- A parità di numero di Mach secondario, all'aumentare dell' NPR_s il punto di formazione dell'OSW così come il punto di formazione del disco di Mach si spostano verso valle.
- In queste simulazioni, l'NPR del flusso principale è rimasto costante pari a 25.25 ma, si può affermare che, grazie alla presenza del getto secondario, si può abbassare l'NPR principale pur avendo uno spostamento verso valle del punto di separazione del flusso.
- Fissato il $Mach_s$, il valore di NPR_s per cui il flusso secondario risulta adattato è fissato; per un valore minore il flusso sarà sovraespanso, per un valore maggiore il flusso sarà sottoespanso.
- In conclusione, se l' NPR_s è alto è molto più probabile che il flusso secondario sia sottoespanso, ma allo stesso tempo sarà elevata la percentuale di portata necessaria; conviene dunque, un basso numero di $Mach_s$ e un alto NPR_s .

Capitolo 5

Up-ramping con il getto secondario

In questo capitolo si decide di combinare i risultati ottenuti dall'up-ramping del flusso principale, senza getto secondario, ottenuti nel Capitolo 5, assieme ai risultati dati dall'aggiunta di un getto secondario, visto nel Capitolo 6. Si sceglie di realizzare un up-ramping del flusso principale con lo stesso Δ di pressione, per due differenti valori di $M_s = [1.5, 2]$ e, per ognuno dei casi verrà anche variato l' $NPR_s = [2.5, 5]$. Il tutto viene realizzato con l'obiettivo di comprendere per quale combinazione di questi 3 parametri liberi, si ottiene uno spostamento a valle della separazione più significativa con un costo minore.

Il punto di partenza è dato dai grafici ottenuti in assenza del getto secondario (viene riportata nuovamente la Fig.5.1, già presentata nel Capitolo 5 e viene anche presentato lo stesso andamento per quanto riguarda la posizione del disco di Mach nella Fig.5.2). In entrambi i grafici è presente quasi una proporzionalità lineare tra l' NPR e la posizione assiale del punto di separazione e del disco di Mach.

L'obbiettivo di questa sezione è comprendere i valori dei 3 parametri liberi della nostra analisi (NPR , NPR_s e M_s) combinato con il valore di portata secondaria (espressa come percentuale della portata primaria) al fine di avere la separazione del flusso in prossimità della sezione d'uscita (per essere precisi oltre il 95% della lunghezza assiale del tratto divergente, ovvero $x_{sep} > 8.55 \text{ cm}$). Contemporaneamente, verrà osservato come si sposta il disco di Mach al variare dei vari parametri liberi.

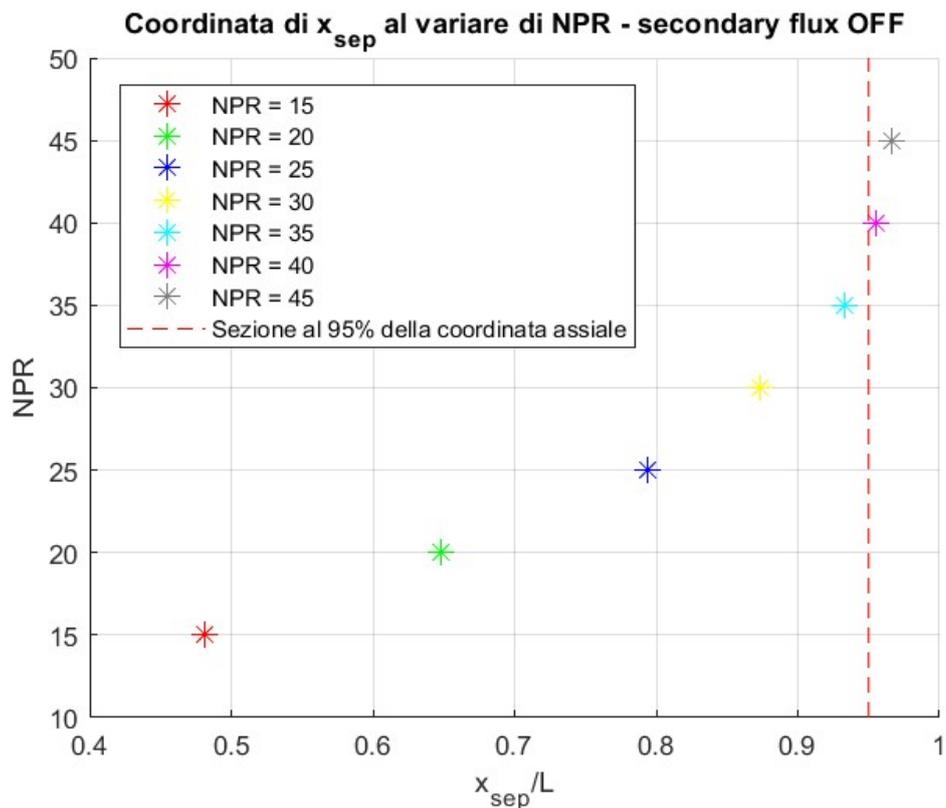


Figura 5.1: Spostamento del punto di separazione durante l'up-ramping

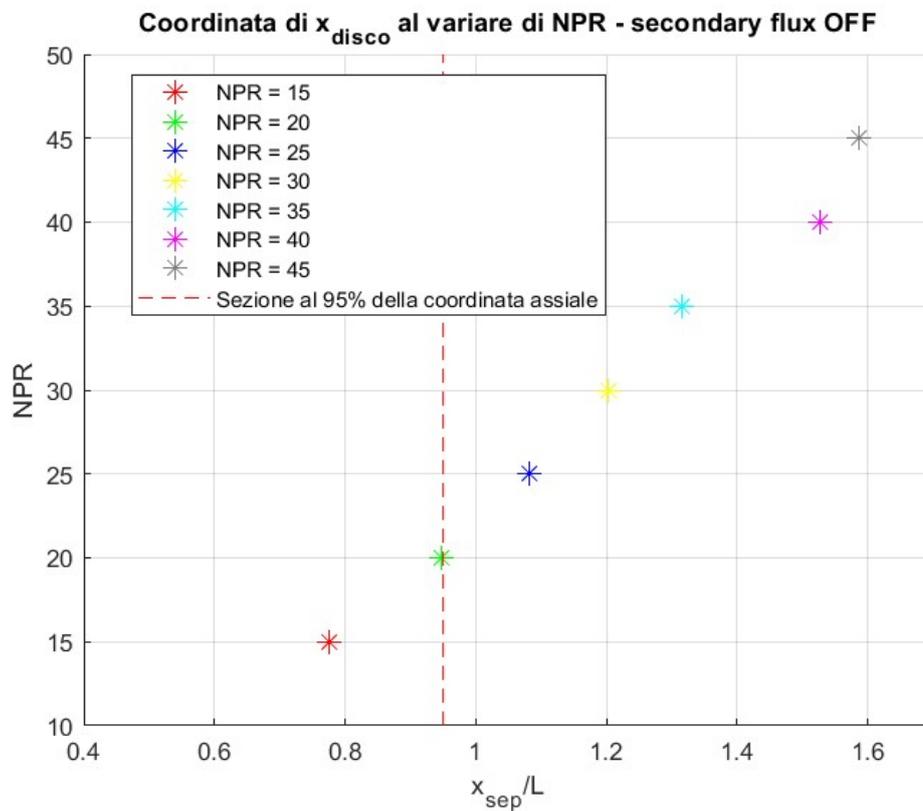


Figura 5.2: Spostamento del disco di Mach durante l'up-ramping

5.1 NPR = 15

In Fig.5.3 viene riportato l'andamento della pressione a parete, adimensionalizzata con il valore della pressione statica, con $M_s = 1.5$. La presenza del getto secondario è positiva perché, a prescindere dal M_s , sposta a valle il punto di separazione; con un NPR principale così basso, però, è necessario che l' NPR_s sia estremamente elevato per avere la separazione del flusso oltre il 95% della lunghezza assiale della parte divergente dell'ugello e questo non è accettabile perché, come visto nel capitolo precedente, all'aumentare dell' NPR_s aumenta anche la portata necessaria per il flusso secondario e, in questo caso, servirebbe una portata eccessiva per il getto secondario, nettamente maggiore del limite inizialmente imposto (6% max). In Fig.5.4 viene riportato lo stesso andamento di pressione ma per il caso con $M_s = 2$.

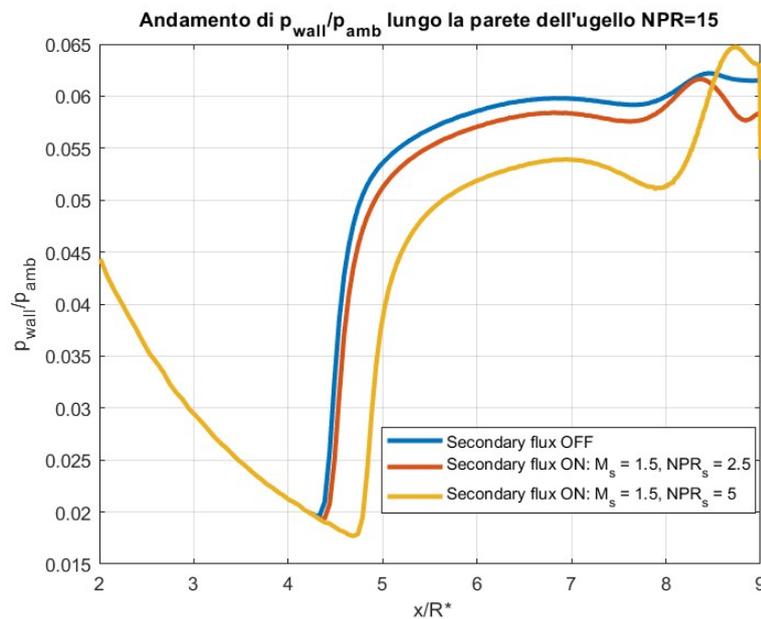


Figura 5.3: Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=15, $M_s = 1.5$

Si può notare che dal secondo al primo caso c'è un aumento della coordinata x_{sep} minore rispetto al salto che c'è tra il terzo e il secondo caso (1.244% contro un 8.236%). Questa differenza può essere spiegata nel seguente modo: con un $M_s = 1.5$ il flusso secondario risulta sovraespanso se $NPR_s < 3.671$, dunque nel secondo caso riportato in figura il getto secondario è sovraespanso, mentre nel terzo caso risulta sottoespanso. Fisicamente, il getto sottoespanso blocca in modo più efficace l'aria esterna che tenta di riempire il vuoto creato a valle della separazione del flusso e creare una bolla di ricircolo, per questo il getto secondario è più efficace nel terzo caso.

Per il caso con $M_s = 2$ non c'è differenza tra getto sovraespanso e getto sottoespanso perché servirebbe un $NPR_s > 7.824$ per avere un getto sottoespanso ma questo porterebbe a una \dot{m}_s probabilmente maggiore del 6%.

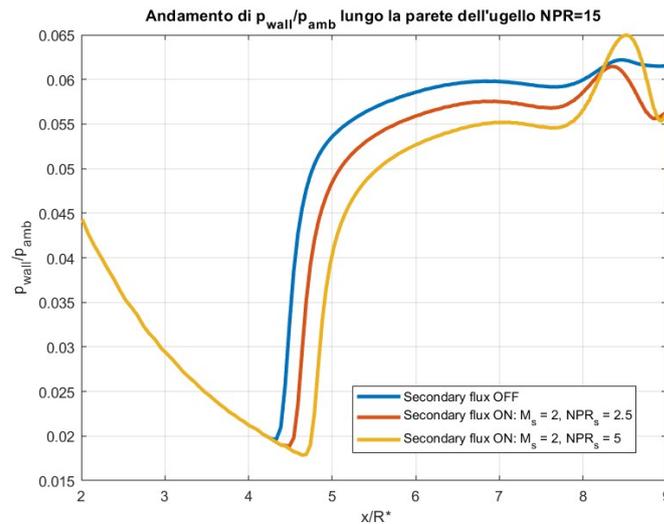
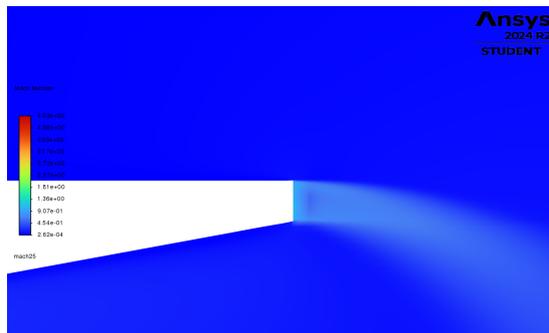
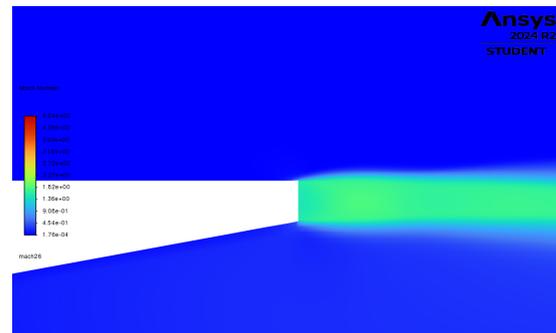


Figura 5.4: Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=15, $M_s = 2$

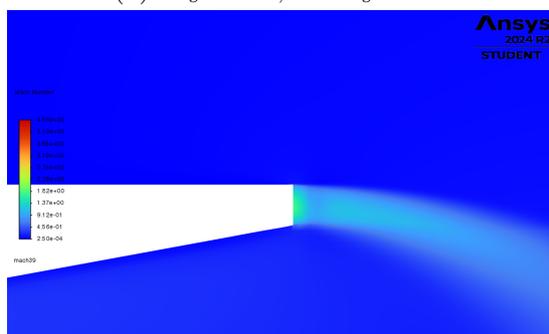
Vengono riportati degli ingrandimenti del campo di Mach in prossimità del segmento 'wall2' da dove viene immesso il getto secondario, per dimostrare la presenza di un getto secondario sottoespanso per $M_s = 1.5$, $NPR_s = 2.5$ e per $M_s = 2$, $NPR_s = 2.5$ e un getto secondario sovraespanso per $M_s = 1.5$, $NPR_s = 5$ e per $M_s = 2$, $NPR_s = 5$.



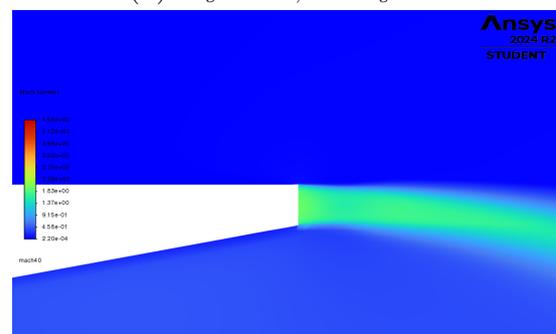
(a) $M_s = 1.5$, $NPR_s = 2.5$



(b) $M_s = 1.5$, $NPR_s = 5$



(c) $M_s = 2$, $NPR_s = 2.5$



(d) $M_s = 2$, $NPR_s = 5$

Allo stesso modo viene riportato l'andamento della pressione lungo l'asse di simmetria adimensionalizzata con la pressione statica. Dalla Fig.5.6 si nota come l'effetto sulla posizione assiale del disco di Mach sia analogo all'effetto sulla separazione: il disco viene spostato a valle, in misura maggiore se il getto è sottoespanso.

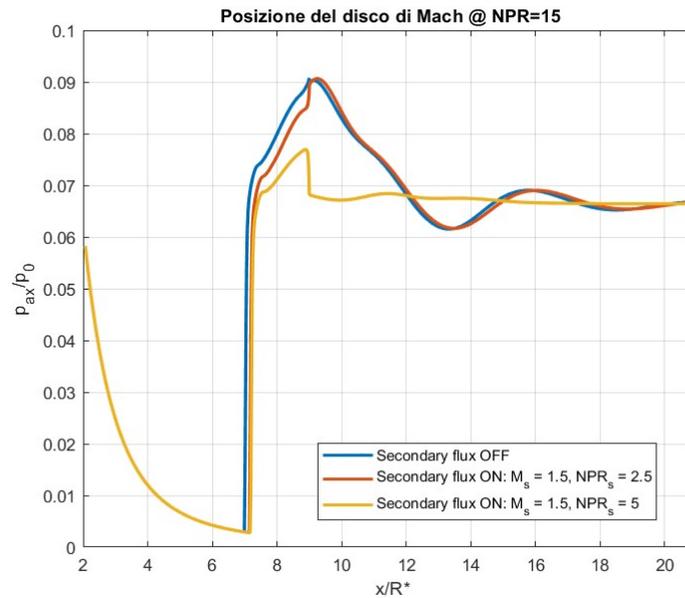


Figura 5.6: Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=15, $M_s = 1.5$

Pur avendo aumentato l' M_s , non è stato possibile soddisfare il requisito. Confrontando le Fig.5.3 e 5.4, non si notano differenze significative, la separazione del flusso si è leggermente spostata più a valle.

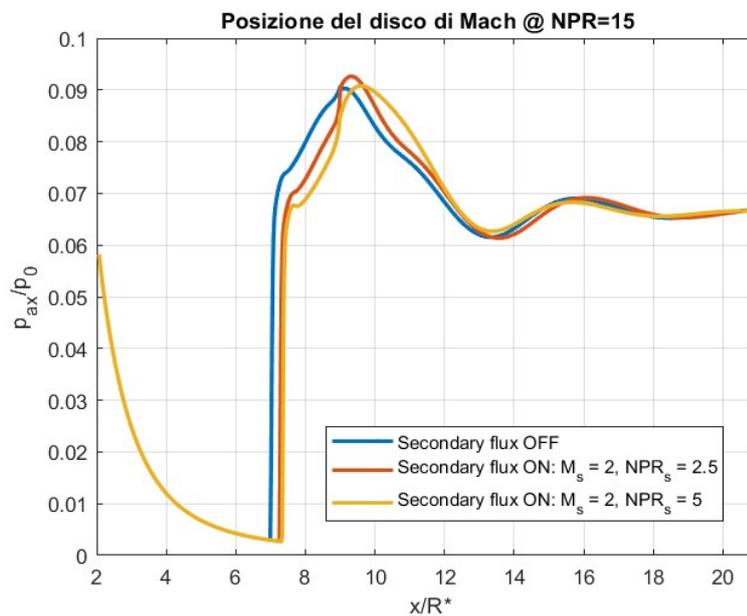


Figura 5.7: Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=15, $M_s = 2$

5.2 NPR = 20

In Fig.5.8 viene riportato l'andamento della pressione a parete, adimensionalizzata con il valore della pressione statica, per il caso con $M_s = 1.5$; in Fig.5.9 viene riportato lo stesso andamento ma per $M_s = 2$. Anche se l' NPR del flusso principale aumenta, le considerazioni precedentemente realizzate rimangono corrette: il punto di separazione si sposta a valle, man mano che l' NPR_s aumenta, a parità di M_s ma, anche in questo caso, servirebbe un NPR_s molto maggiore rispetto ai valori considerati per poter soddisfare il requisito inizialmente imposto ($x_{sep} > 95\%x_e$).

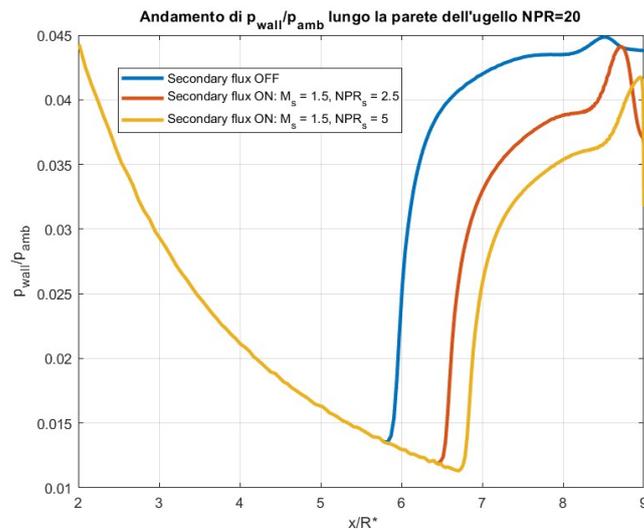


Figura 5.8: Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ $NPR=20$, $M_s = 1.5$

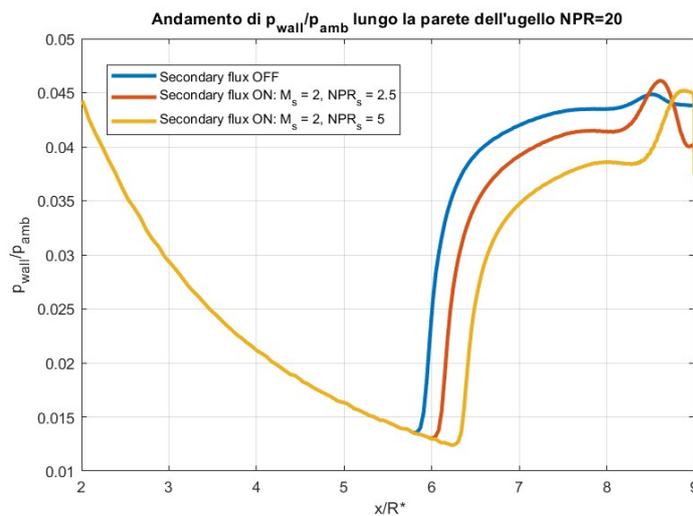


Figura 5.9: Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ $NPR=20$, $M_s = 2$

Si nota un comportamento diverso da quanto visto per l' $NPR=15$; l'aumento in percentuale tra il caso con getto secondario a $NPR_s = 2.5$ e il caso senza getto secondario è di circa 11.366%, mentre l'aumento percentuale tra il caso con $NPR_s = 5$ e il caso con $NPR_s = 2.5$ è di 3.896%, con $M_s = 1.5$ fissato; invece, per il caso con $M_s = 5$ è presente un primo aumento del 3.085% e un secondo aumento del 4.452%.

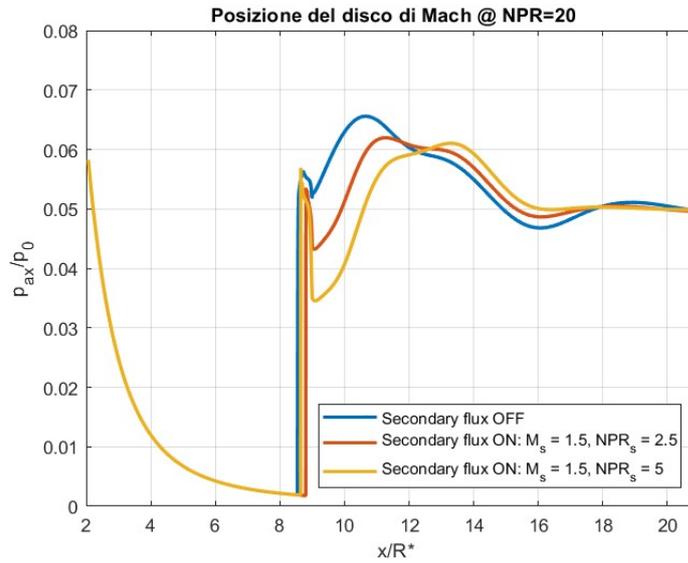


Figura 5.10: Andamento di p_{ax}/p_0 @ $NPR_s = 20, M_s = 1.5$

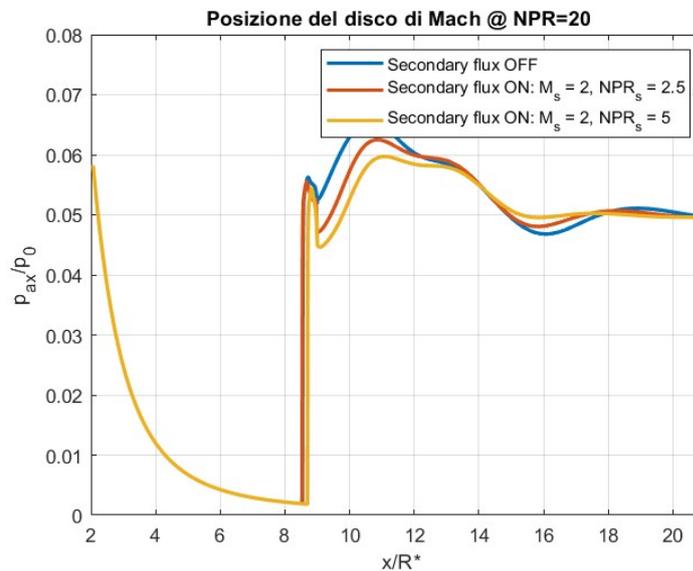


Figura 5.11: Andamento di p_{ax}/p_0 @ $NPR_s = 20, M_s = 2$

Per quanto riguarda la posizione del disco di Mach, questa si sposta sempre più verso valle e, inoltre, le curve tendono ad avvicinarsi tra loro man mano che l' NPR_s e il M_s aumentano.

5.3 NPR = 25

In Fig.5.12 viene riportato l'andamento della pressione a parete, adimensionalizzata con il valore della pressione statica, nel caso senza getto secondario e con il getto secondario a $M_s = 1.5$ fissato e $NPR_s = [2.5, 5]$, mentre in Fig.5.13 è riportato un grafico analogo ma con $M_s = 2$.

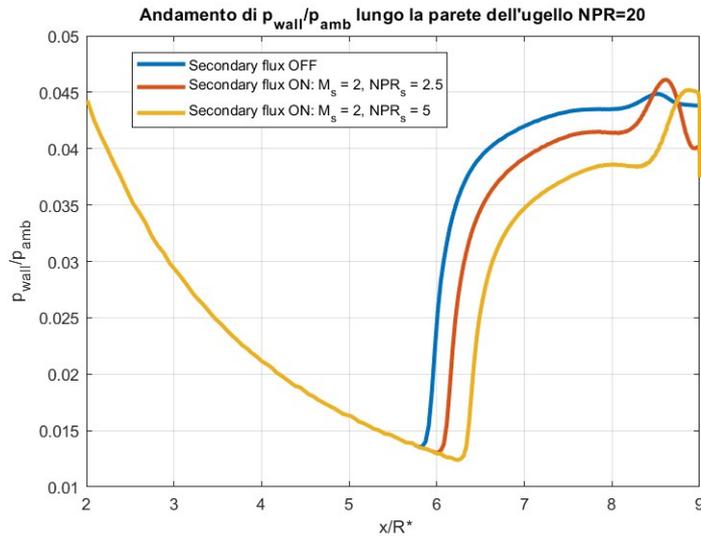


Figura 5.12: Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=25, $M_s = 1.5$

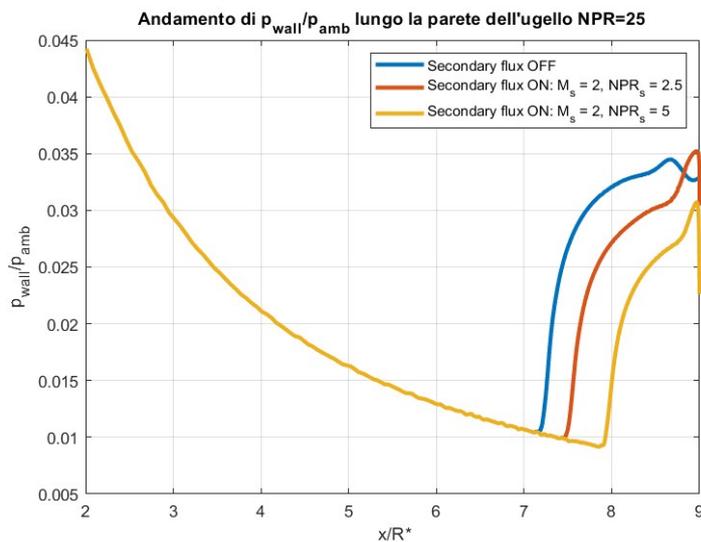


Figura 5.13: Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=25, $M_s = 2$

Come per il caso a $NPR = 15$, il passaggio da getto secondario sovraespanso a sottoespanso è favorevole perchè sposta il punto di separazione a valle, in misura maggiore (infatti l'aumento percentuale tra il caso @ $NPR_s = 2.5$ e il caso senza getto secondario è 4.44%, mentre il secondo aumento percentuale è 5.99%). Sarebbe necessario ripetere la simulazione con un NPR_s maggiore per confermare questa tendenza. Invece, per $M_s = 2$,

il getto secondario risulta sempre sovraespanso.

La presenza del getto secondario non è sufficiente per rispettare il requisito, essendo l' NPR del flusso principale troppo basso; se si volesse mantenere costante quest'ultimo parametro, bisognerebbe aumentare di gran lunga l' NPR_s , con un aumento eccessivo della portata secondaria.

In Fig.5.14 è presente l'andamento della pressione assiale adimensionalizzata che mostra, in perfetta tendenza con i grafici già visti, come il disco di Mach si sposti a valle all'aumentare dell' NPR_s e all'aumentare del M_s seppur non in modo significativo, mentre il picco di pressione che si ha a valle della formazione del disco diminuisce in modo progressivo.

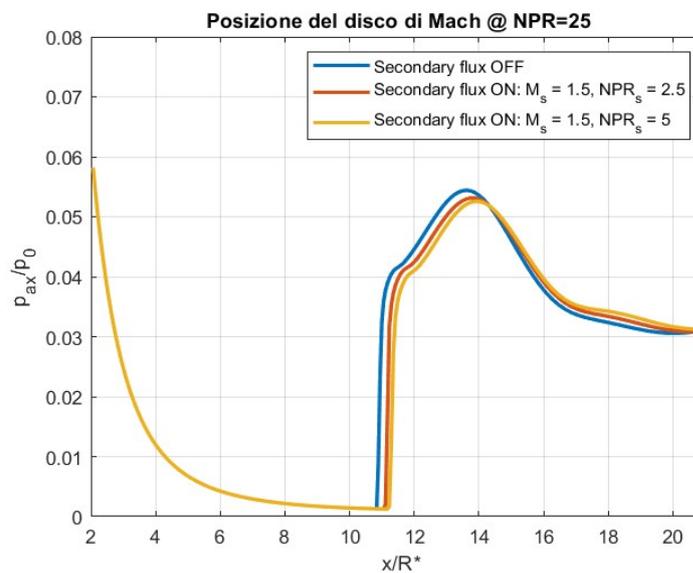


Figura 5.14: Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=25, $M_s = 1.5$

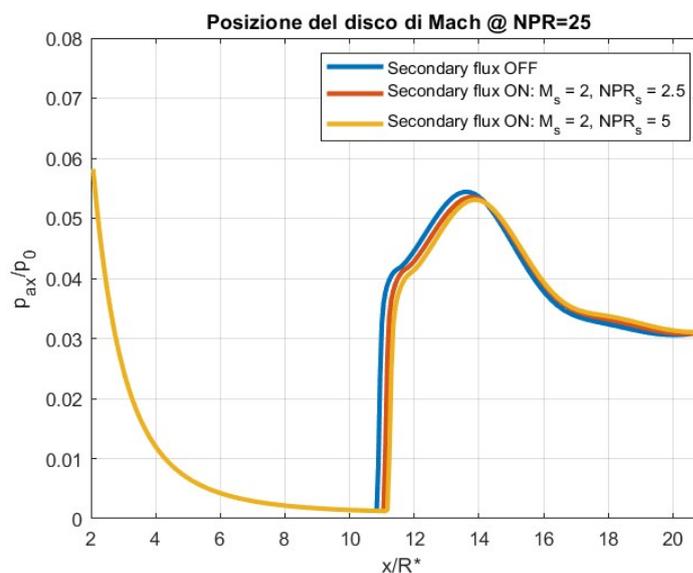


Figura 5.15: Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=25, $M_s = 2$

5.4 NPR = 30

Aumentando l'NPR del flusso principale, la pressione incipiente si sposta sempre più a valle; senza il getto secondario non è ancora possibile rispettare il requisito a monte ma, col getto secondario e $NPR_s = 5$ minimo, a prescindere dall' M_s la separazione avviene in prossimità della sezione d'uscita ad un $x_{sep} > 8.55 \text{ cm}$.

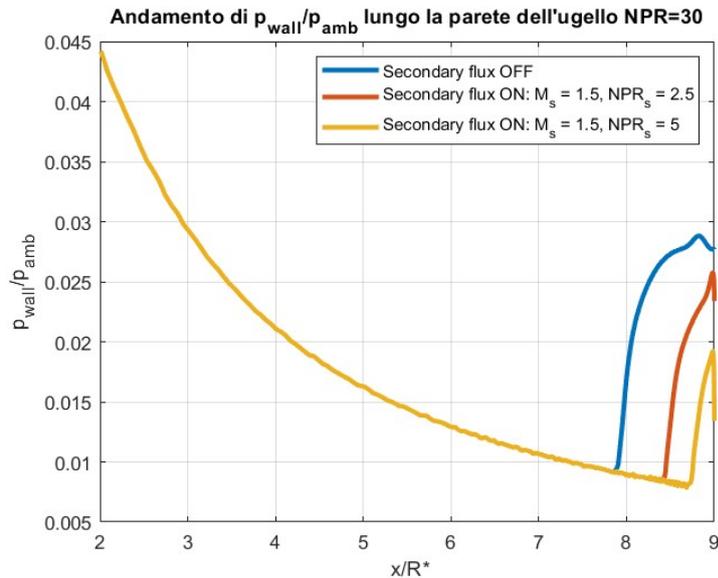


Figura 5.16: Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=30, $M_s = 1.5$

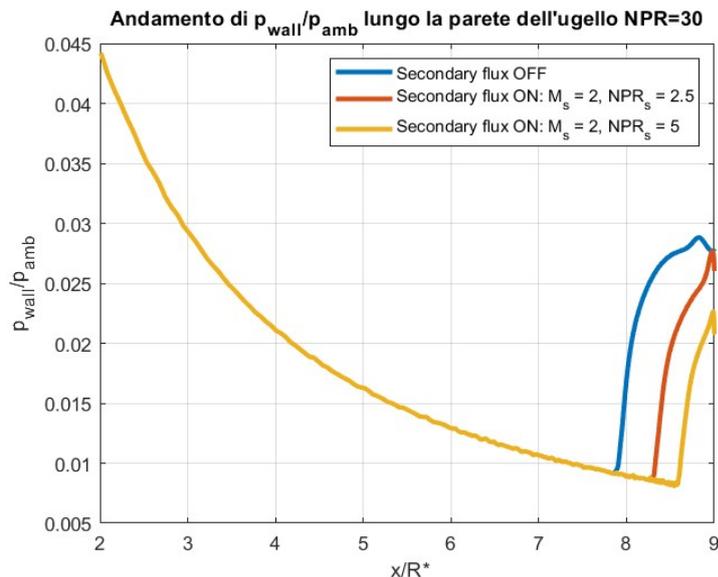


Figura 5.17: Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=30, $M_s = 2$

Per il caso con $NPR = 30$, $M_s = 1.5$, $NPR_s = 2.5$ è stato realizzato un grafico analogo alla Fig.2.40, ovvero al campo di velocità vettoriale del caso senza getto secondario. È stato scelto questo caso, a titolo d'esempio, per mostrare la differenza tra il caso di partenza $NPR = 25.25$ senza getto secondario, e un caso dove, grazie al getto secondario, viene rispettato il requisito di partenza.

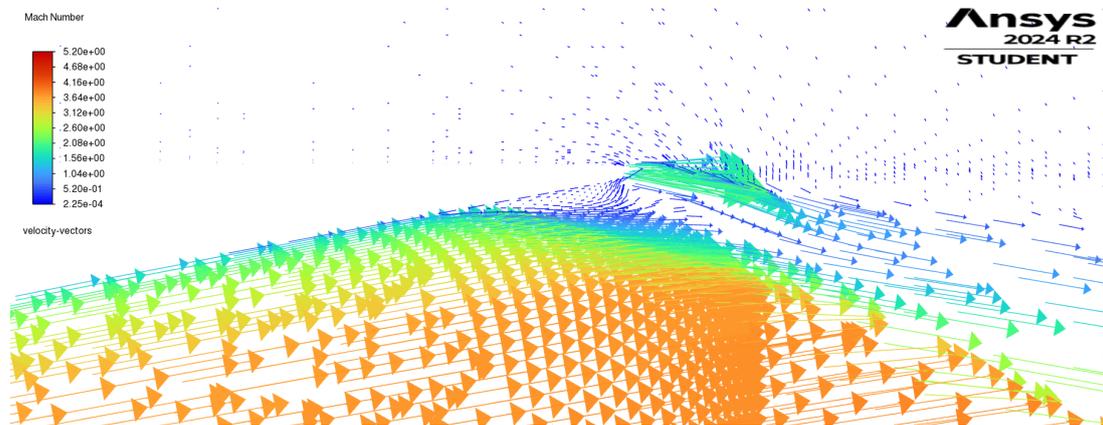


Figura 5.18: Velocity vector @ $M_s = 1.5$, $NPR_s = 5$, $NPR = 30$

Si può notare come la bolla di ricircolo a valle del distacco del flusso sia molto più piccola, quasi trascurabile rispetto alla precedente. Inoltre, il getto secondario funge da ostacolo per l'aria esterna che tenta di entrare all'interno del vuoto generato a valle del distacco. Come era stato ipotizzato, il flusso secondario sottoespanso fisicamente è un ostacolo maggiore per il flusso esterno rispetto ad un flusso sovraespanso, quindi risulta più efficiente in termini di ritardo della separazione.

5.5 NPR = 35

Con un $NPR = 35$ il punto di separazione è prossimo alla sezione d'uscita ma, senza flusso secondario, non è ancora rispettato il requisito. Inoltre, se l' NPR_s è sufficientemente alto (come $NPR_s = 5$) allora il requisito viene soddisfatto a prescindere dal numero di Mach secondario, ma se l' NPR_s non è abbastanza alto, è necessario che il M_s sia maggiore.

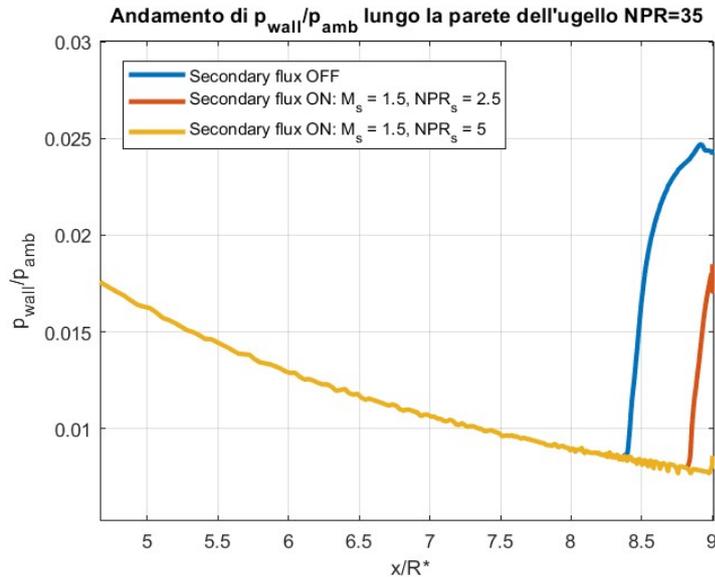


Figura 5.19: Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=35, $M_s = 1.5$

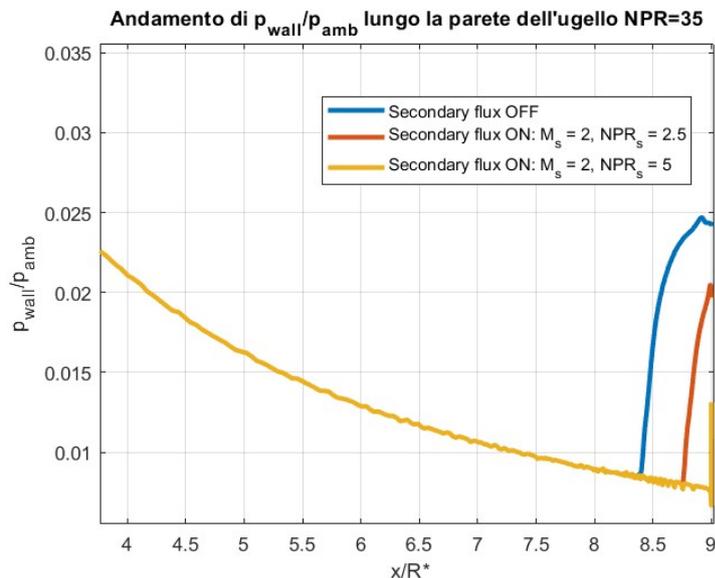


Figura 5.20: Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=35, $M_s = 2$

Le considerazioni già fatte per i casi con un NPR minore possono essere riprese anche per questo caso, senza nessuna differenza significativa.

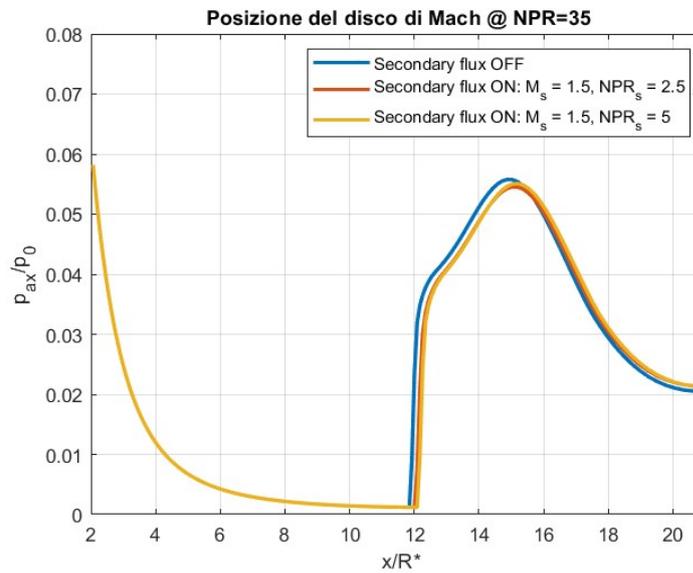


Figura 5.21: Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=35, $M_s = 1.5$

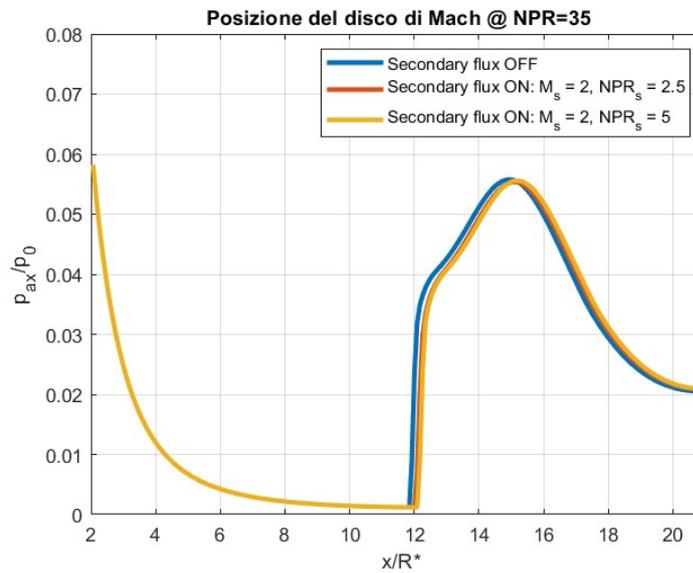


Figura 5.22: Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=35, $M_s = 2$

5.6 NPR = 40

Dai grafici di pressione lungo il contorno dell'ugello non si riesce più ad osservare il plateau di pressione perchè questo è totalmente spostato verso la sezione d'uscita; si può, senza dubbio, affermare che il requisito viene rispettato, a prescindere dal M_s e dall' NPR_s .

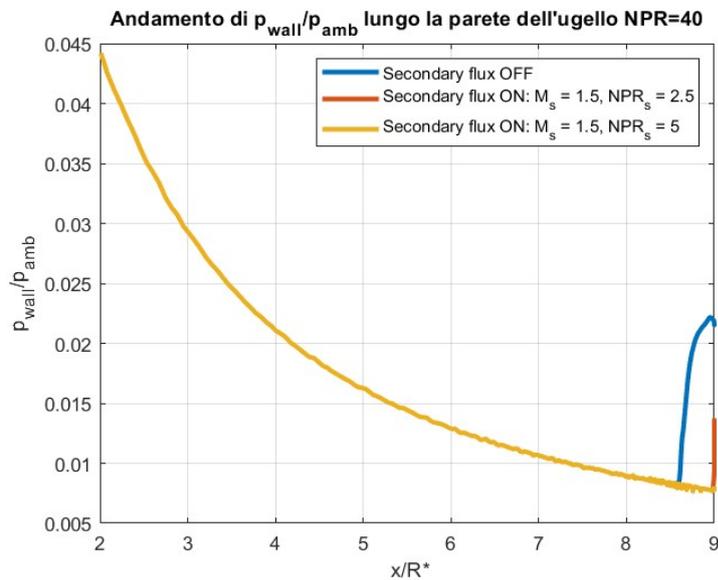


Figura 5.23: Andamento di p_{wall}/p_{amb} @ NPR=40, $M_s = 1.5$

L'andamento di pressione lungo la parete per $M_s = 2$ è completamente analogo e, per questa ragione, non viene riportato.

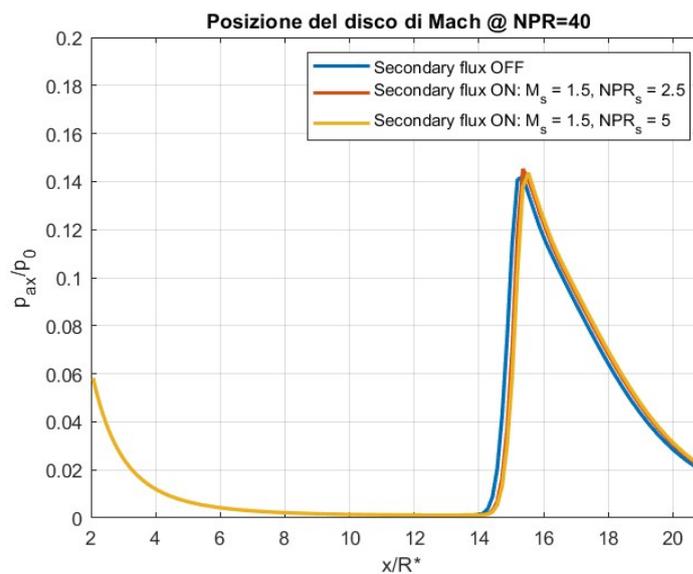


Figura 5.24: Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=40, $M_s = 1.5$

Dall'andamento di pressione assiale per $M_s = 1.5$ riportato in Fig.5.24 e dal successivo andamento di pressione per $M_s = 2$ riportato in Fig.5.25 si nota come, nel caso di flusso secondario, la variazione di NPR_s è praticamente influente (infatti le curve sono quasi completamente sovrapposte).

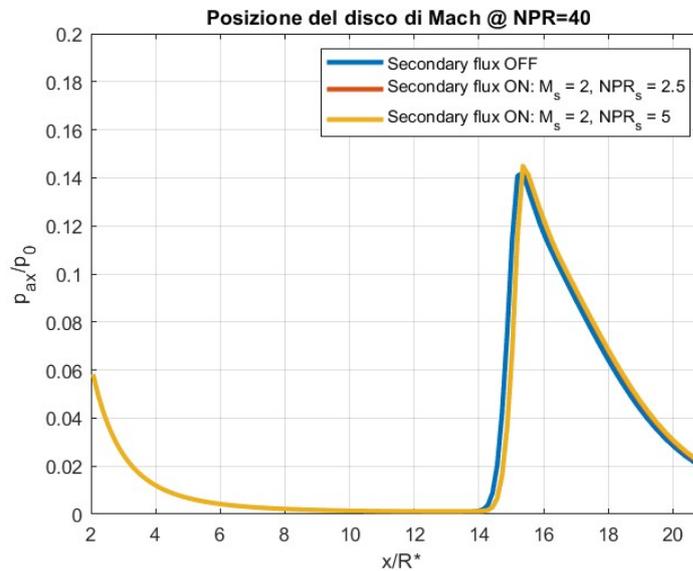


Figura 5.25: Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=40, $M_s = 1.5$

5.7 NPR = 45

Per un valore di NPR così elevato, la presenza del getto secondario è praticamente inutile perchè, anche senza il getto secondario, il requisito $x_{sep} > 8.55 \text{ cm}$ è perfettamente rispettato. Vengono riportati gli andamenti di pressione assiale e lungo la parete solo per il caso con $M_s = 1.5$ poichè non ci sono differenze significative con il caso $M_s = 2$, semplicemente gli andamenti sono leggermente spostati verso valle ma sarà possibile leggere le coordinate del punto di separazione e del disco di Mach nelle tabelle successive, per ogni caso.

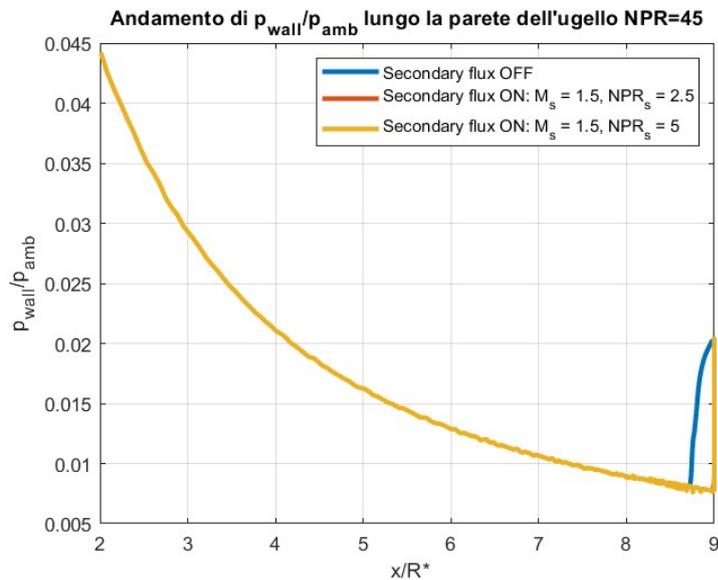


Figura 5.26: Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=45, $M_s = 1.5$

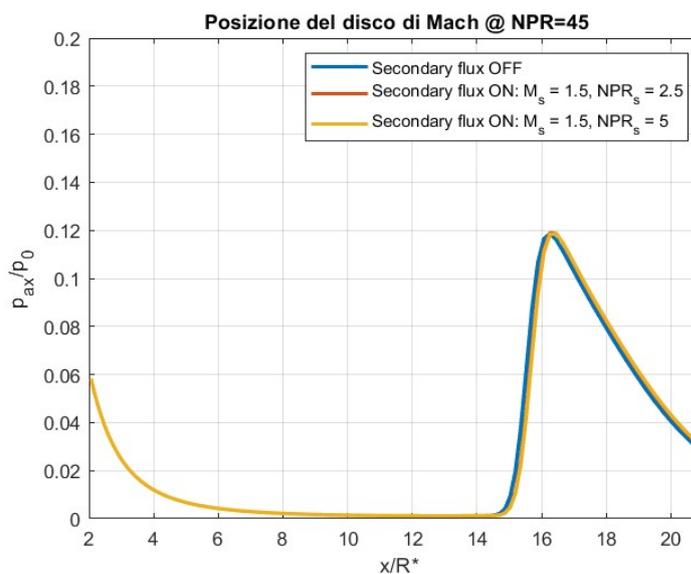


Figura 5.27: Andamento di p_{ax}/p_0 @ NPR=45, $M_s = 1.5$

5.8 Risultati

In tab.5.1 vengono riportate le coordinate del punto di separazione del flusso a $M_s = 1.5$ e nella tab.5.2 le rispettive coordinate per $M_s = 2$. Le caselle in verde rappresentano i casi in cui è stato raggiunto l'obiettivo ($x_{sep} > 8.55 \text{ cm}$); le caselle con all'interno 'out' indicano che la separazione avviene totalmente all'esterno dell'ugello.

NPR	Secondary flux OFF	$NPR_s = 2.5$	$NPR_s = 5$
15	4.27985 m	4.33309 m	4.68996 m
20	5.79869 m	6.45778 m	6.70937 m
25	7.14201 m	7.45915 m	7.90581 m
30	7.86612 m	8.40887 m	8.68606 m
35	8.3791 m	8.82069 m	8.97416 m
40	8.59367 m	8.97578 m	Out
45	8.70604 m	Out	Out

Tabella 5.1: Coordinata del punto di separazione del flusso @ $M_s = 1.5$

NPR	Secondary flux OFF	$NPR_s = 2.5$	$NPR_s = 5$
15	4.27985 m	4.38573 m	4.68996 m
20	5.79869 m	5.97758 m	6.2437 m
25	7.14201 m	7.40397 m	7.64608 m
30	7.86612 m	8.28988 m	8.58323 m
35	8.3791 m	8.75298 m	Out
40	8.59367 m	8.9213 m	Out
45	8.71372 m	Out	Out

Tabella 5.2: Coordinata del punto di separazione del flusso @ $M_s = 2$

Di seguito viene riportato il valore di portata secondaria necessaria, espresso come percentuale della portata principale (anche in questo caso la prima tabella è riferita alle simulazioni realizzate con $M_s = 1.5$ mentre la seconda è riferita alle simulazioni realizzate con $M_s = 2$).

Vengono anche proposte le coordinate del disco di Mach per ognuna delle simulazioni realizzate.

NPR	Secondary flux OFF	$NPR_s = 2.5$	$NPR_s = 5$
15	6.99026 m	7.0367 m	7.14824
20	8.53525 m	8.79387 m	8.63469 m
25	9.82497 m	10.0134 m	10.2046 m
30	10.8365 m	11.051 m	11.167 m
35	11.8465 m	12.005 m	12.0874 m
40	14.0041 m	14.2779 m	14.2779 m
45	14.5664 m	14.7164 m	14.7164 m

Tabella 5.3: Coordinata del disco di Mach @ $M_s = 1.5$

NPR	Secondary flux OFF	$NPR_s = 2.5$	$NPR_s = 5$
15	6.99026 m	7.23299 m	7.31396 m
20	8.53525 m	8.51748 m	8.69129 m
25	9.82497 m	9.98433 m	10.1053 m
30	10.8365 m	10.9953 m	11.1082 m
35	11.8465 m	12.005 m	12.0874 m
40	14.0041 m	14.2779 m	14.2779 m
45	14.5664 m	14.7164 m	14.7164 m

Tabella 5.4: Coordinata del disco di Mach @ $M_s = 2$

5.9 Conclusioni

Di seguito, alcuni commenti riassuntivi per quanto riguarda le diverse simulazioni svolte e il raggiungimento dei nostri obiettivi:

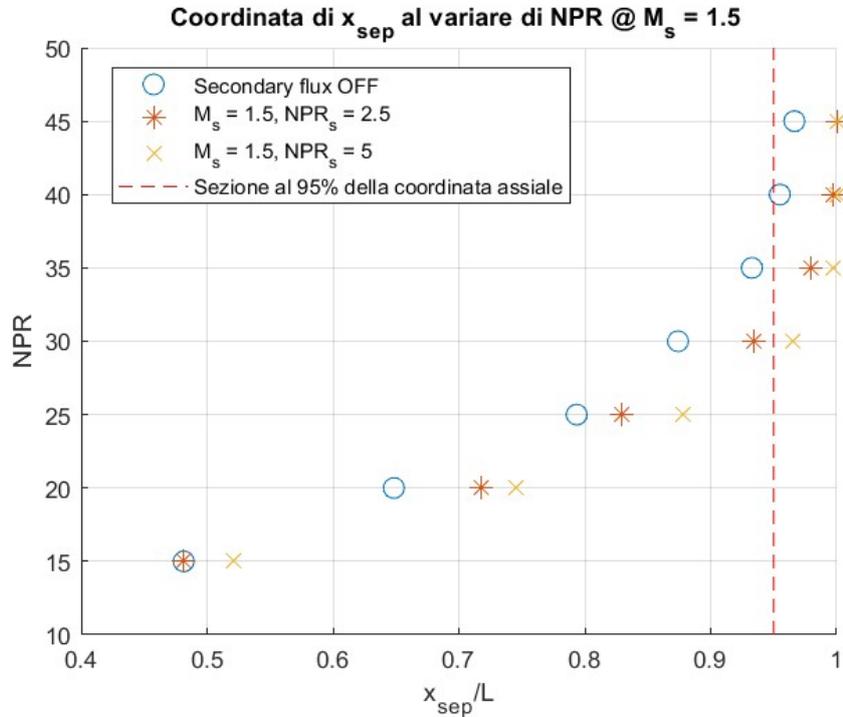


Figura 5.28: Punti di separazione per $M_s = 1.5$

La Fig.5.28 è riassuntiva di quanto visto in questo capitolo; la presenza del getto secondario è positiva in ogni caso perchè, indipendentemente da tutti i parametri liberi, sposta la separazione a valle. L'obiettivo inizialmente imposto ($x_{sep} > 8.55 \text{ cm}$) viene raggiunto senza l'introduzione di un flusso secondario, a partire da un $NPR = 40$ e per valori maggiori. Essendo un NPR troppo elevato un parametro sconsigliato, visto che comporta una pressione in camera troppo alta (dunque una sollecitazione strutturale altrettanto stringente), conviene considerare i casi in cui è presente il flusso secondario. Se l' NPR_s è alto, allora sarà sufficiente un NPR minore per raggiungere l'obiettivo; come si vede dal grafico, con un $NPR_s = 5$, è già sufficiente un $NPR = 30$ affinché la separazione avvenga ad $x_{sep} > 8.55 \text{ cm}$; se si abbassa l' NPR_s e lo si porta, ad esempio, a $NPR_s = 2.5$ allora l' NPR minimo per garantire il requisito si alza e diventa pari a $NPR_{min} = 35$.

Riportiamo di seguito i valori di portata secondaria espressa come percentuale della portata primaria; in giallo, vengono evidenziati i casi in cui il requisito è stato rispettato. La scelta più conveniente sarà data da un compromesso tra bassa portata secondaria e basso NPR principale. Ad esempio, il caso con $NPR = 35, NPR_s = 2.5$, evidenziato in rosa, risulta un ottimo compromesso.

NPR	$NPR_s = 2.5$	$NPR_s = 5$
15	0.867%	3.43%
20	1.29%	2.57%
25	1.033%	2.056%
30	0.861%	1.713%
35	0.738%	1.469%
40	0.646%	1.285%
45	0.574%	1.142%

Tabella 5.5: Portata secondaria in percentuale rispetto alla portata principale @ $M_s = 1.5$

La Fig.5.29 è invece rappresentativa di quanto accade per $M_s = 2$.

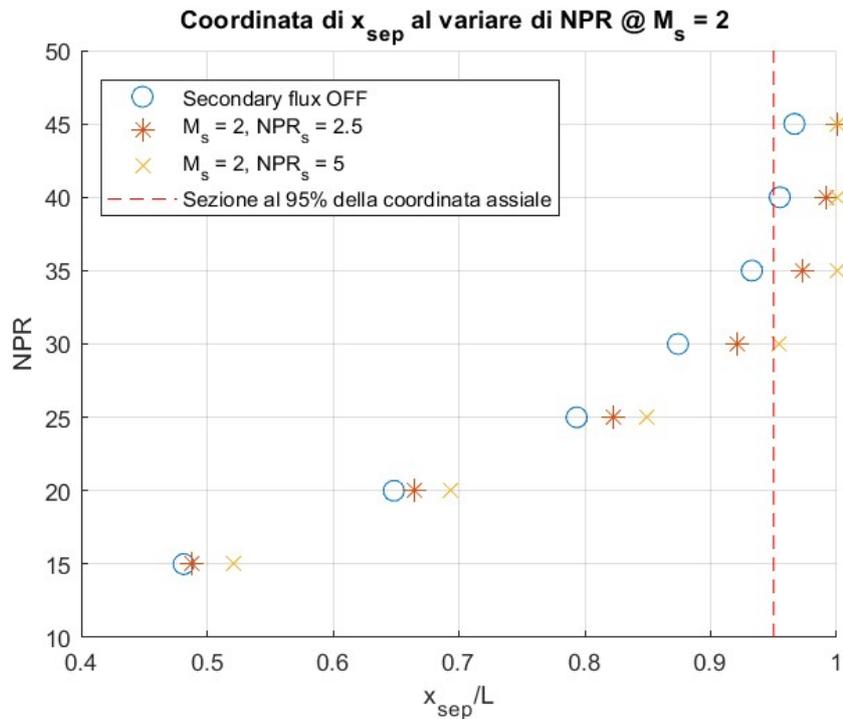


Figura 5.29: Punti di separazione per $M_s = 2$

Osservando il grafico notiamo che, come per il caso precedente, per rispettare il requisito senza il flusso secondario è necessario un NPR minimo di 40. Con la presenza del getto secondario, il requisito è rispettato, a prescindere dal valore di NPR_s solo se l'NPR principale è almeno pari a 35, altrimenti, con un NPR_s pari a 5, si ha la separazione a valle di $x_{sep} > 8.55 \text{ cm}$ già con un $NPR = 30$.

Confrontando quanto ottenuto con i valori di portata secondaria per ognuno dei casi con $M_s = 2$, uno dei casi migliori potrebbe essere il caso con $NPR = 35, NPR_s = 2.5$.

NPR	$NPR_s = 2.5$	$NPR_s = 5$
15	1.261%	2.388%
20	0.946%	1.791%
25	0.756%	1.433%
30	0.630%	1.194%
35	0.541%	1.023%
40	0.473%	0.895%
45	0.412%	0.796%

Tabella 5.6: Portata secondaria in percentuale rispetto alla portata principale @ $M_s = 2$

Dalle tabelle sopra riportate, si evince che:

1. A parità di NPR, se l' NPR_s aumenta, aumenta anche la percentuale di portata secondaria;
2. A parità di NPR_s , se aumenta l'NPR, la percentuale di portata secondaria diminuisce;
3. In conclusione, se si vuole minimizzare la percentuale di portata secondaria, conviene un NPR alto e un NPR_s basso.

Capitolo 6

Effetto della portata del getto secondario

In questo capitolo, si sceglie di studiare l'effetto della portata del getto secondario, fissando i seguenti parametri $M_s = 2$, $NPR_s = 2.5$ e variando l'NPR del flusso principale (realizzando un up-ramping da $NPR = 15$ a un $NPR = 45$, sempre con un $\Delta p = 5Pa$). Si è scelto di aumentare la portata (andando a triplicare i valori ottenuti nel caso precedente) e, conseguentemente, di aumentare l'ampiezza del getto secondario (nel dettaglio, l'altezza del segmento $Wall_2$). I passaggi chiave vengono di seguito riportati:

- 1) Per le simulazioni con $M_s = 2$, $NPR_s = 5$ e NPR variabile, è stato ricavato, tramite Ansys Fluent, l'andamento della densità e della velocità assiale (entrambe variabili con la coordinata locale del segmento $Wall_2$);
- 2) Il valore delle percentuali di portata secondaria rispetto alla portata primaria è stato triplicato ed è stata valutata la nuova portata secondaria di conseguenza, la quale rappresenta la condizione di vincolo di questo nuovo caso;
- 3) Dovendo avere un unico valore di ρ e di v_{ax} , è stata realizzata una media aritmetica;
- 4) Sfruttando un'analisi monodimensionale, è stata esplicitata la portata secondaria, tenendo conto che con A si intende l'area di una corona circolare e, da questa formula, è stata ricavata l'altezza h (ovvero la lunghezza del segmento $Wall_2$):

$$\dot{m} = \int \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dA = \int \rho v_{ax} dA = \rho_{mean} v_{ax,mean} A \quad (6.1)$$

$$A = \pi[(r + h)^2 - r^2] \rightarrow h = \sqrt{\frac{\dot{m}}{\pi \rho_{mean} v_{ax,mean}} + r^2} - r \quad (6.2)$$

dove con r si intende il raggio della sezione d'uscita dell'ugello.

- 5) Per ogni nuovo valore di h ottenuto, è stata realizzata una nuova geometria (seppur con tutte le altre caratteristiche invariate), è stata riportata la stessa mesh vista nei

casi precedenti, con la semplice variazione del numero di divisioni per il segmento $Wall_2$, e sono state ripetute le simulazioni con le stesse condizioni al contorno.

NPR	Portata iniziale	Portata aumentata
15	2.388%	7.164%
20	1.791%	5.373%
25	1.433%	4.299%
30	1.194%	3.582%
35	1.023%	3.069%
40	0.895%	2.685%
45	0.796%	2.388%

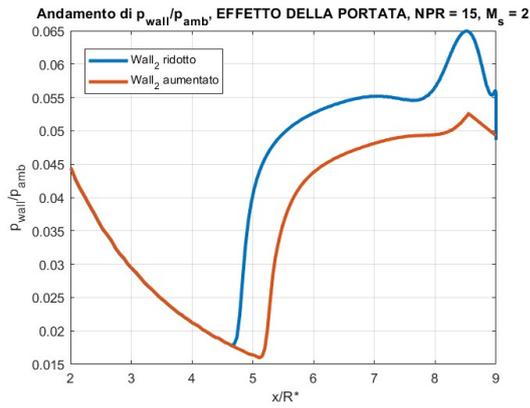
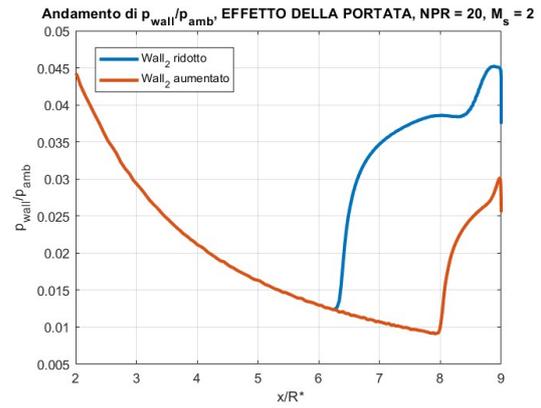
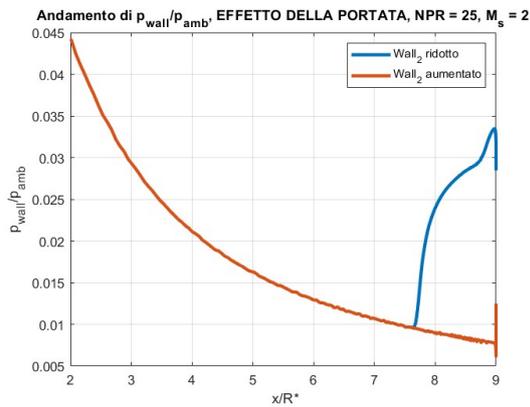
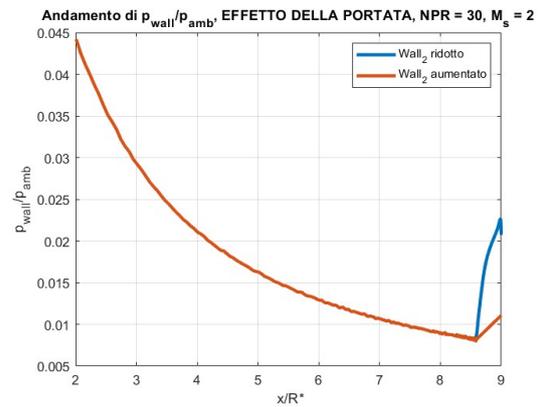
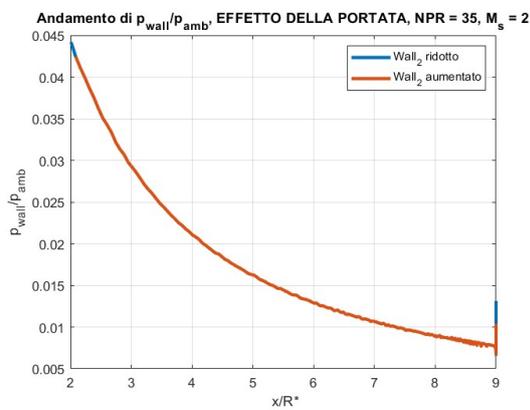
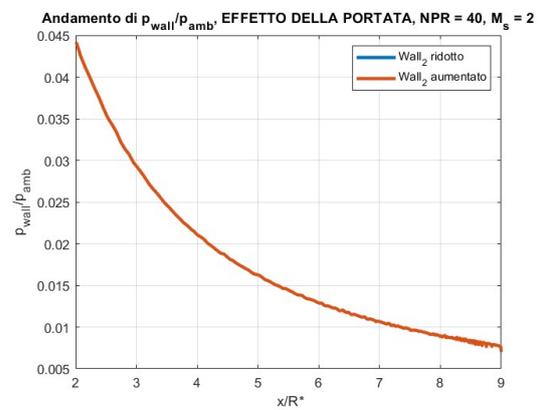
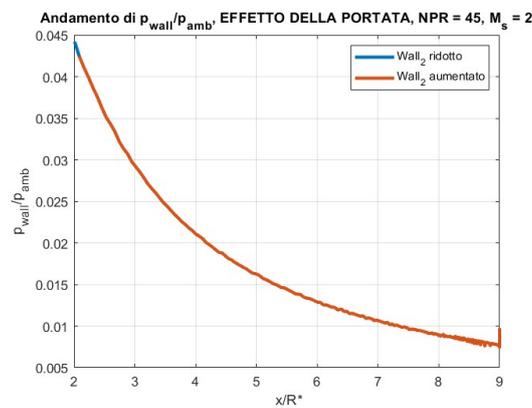
Tabella 6.1: Portata secondaria in percentuale rispetto alla portata principale: effetto della portata @ $NPR_s = 5, M_s = 5$

Il tutto viene realizzato con l'obiettivo di rispettare il requisito inizialmente imposto ($x_{sep} > 95\%x_e$) per una combinazione dei parametri liberi meno stringente (in questo caso per un NPR minore, visto che gli altri due parametri, l' NPR_s e il M_s sono stati fissati in questa parte dell'analisi).

6.1 Risultati

Tramite il software Matlab, sono stati realizzati dei grafici di confronto tra i casi con aumento di portata (dunque con un aumento del segmento $Wall_2$) e i casi precedentemente presentati. Si può evincere che, all'aumentare della portata e a parità di NPR_s e M_s lo spostamento a valle è maggiore.

Negli ultimi 3 grafici ($NPR = 35, 40, 45$) gli andamenti sono sovrapposti perchè, come visto nel capitolo precedente, anche senza l'incremento di portata secondaria, il requisito a monte è pienamente rispettato e la separazione è totalmente all'esterno dell'ugello.

(a) $NPR = 15$ (b) $NPR = 20$ (c) $NPR = 25$ (d) $NPR = 30$ (e) $NPR = 35$ (f) $NPR = 40$ (g) $NPR = 45$

In Fig.6.2 è riportato un confronto con quanto visto in Fig.5.29; si evince che, grazie all'aumento della portata del getto secondario, già con un $NPR = 25$ il requisito viene ampiamente rispettato, mentre nel caso precedente era necessario un $NPR = 30$.

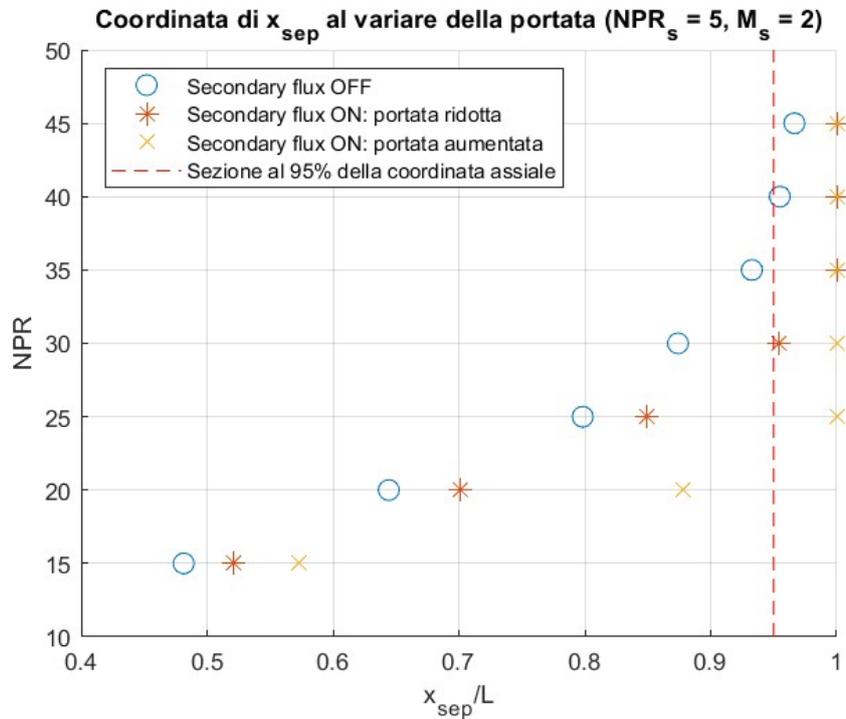


Figura 6.2: Punti di separazione: effetto della portata

Il primo caso (@ $NPR = 15$) non risulta accettabile in quanto, andando a triplicare i valori in percentuale di portata secondaria rispetto alla portata primaria (vedi tabella al fondo del capitolo precedente), si ottiene un valore inaccettabile per il caso con NPR minimo (la percentuale sarebbe maggiore del 7%) e ciò va contro uno dei requisiti inizialmente imposti con l'inserimento del getto secondario ($\dot{m}_s < 6\% \dot{m}_p$).

Capitolo 7

Fitting dei dati sperimentali

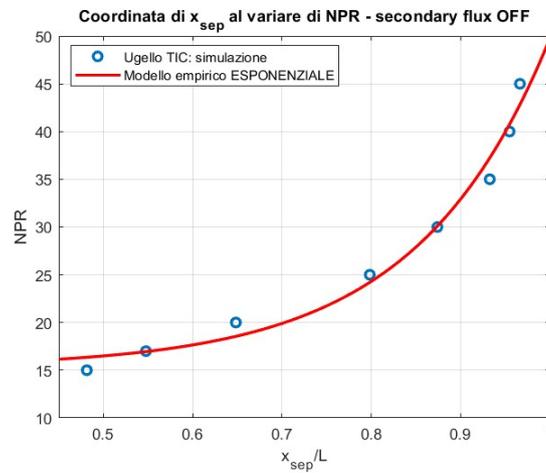
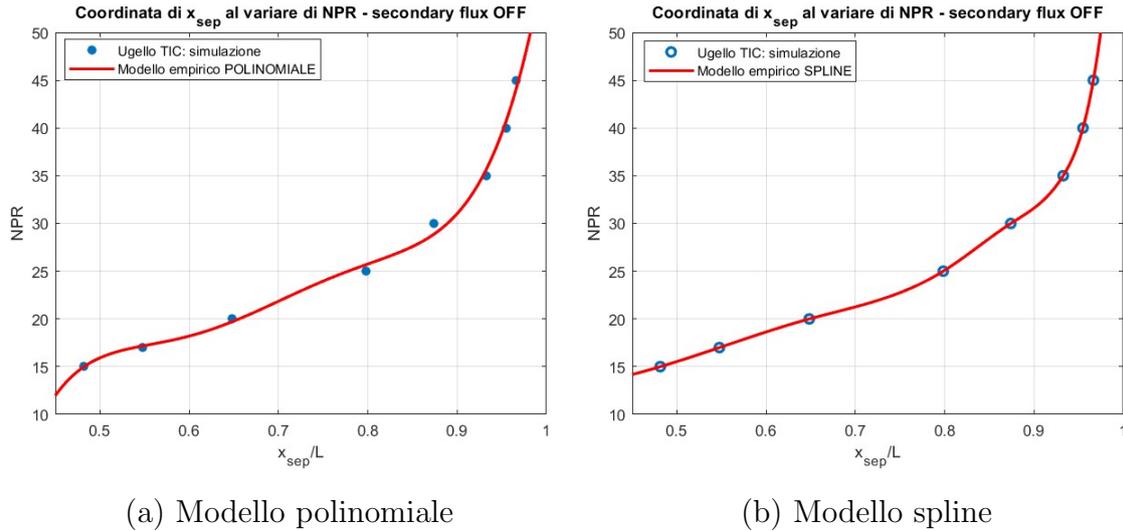
L'obiettivo di quest'ultimo capitolo è quello di determinare delle relazioni empiriche che possano riunire tutti i risultati ottenuti, collegando la coordinata del punto di separazione alle grandezze assunte come parametri liberi, ovvero il numero di Mach del flusso secondario e l'NPR del flusso principale e del flusso secondario.

Si tenga a mente che, nonostante si parli di coordinata del punto di separazione, in realtà i dati sperimentali riportati corrispondono ai punti di pressione incipiente (l'inizio dell'incremento repentino della pressione a parete); la coordinata effettiva della separazione, come già visto, si trova più a valle.

7.1 Analisi con getto secondario spento

Come primo step, si sceglie di trascurare la presenza del getto secondario e di considerare unicamente la relazione tra la coordinata del punto di separazione e l'NPR. Per una maggiore precisione, è stata realizzata un'ulteriore simulazione @ $NPR = 17$ senza getto secondario.

Per la sola relazione $x_{sep} = f(NPR)$ si parte con l'ipotizzare un andamento polinomiale, ricavato con i comandi *polyfit/polyval*. Avendo 8 coppie di dati a disposizione, è possibile ricavare un polinomio di 7° grado massimo ma, osservando l'andamento generale dei dati, conviene un polinomio di grado dispari; viene scelto, dunque, un polinomio di 3° grado per approssimare i dati sperimentali, ottenendo la figura 7.1 in alto a sinistra. È stata poi ricavata un'ulteriore relazione polinomiale cubica tramite il comando *Spline*, come si vede sempre nella stessa figura, in alto a destra.



(c) Modello esponenziale

Figura 7.1: Confronto tra modelli

A partire dai primi due grafici della Fig.7.1, si è compreso come le due grandezze siano direttamente proporzionali (confermando già quello che era stato ricavato nei capitoli precedenti) ma la relazione non è propriamente polinomiale; per questo, si è scelto di ipotizzare una relazione esponenziale del tipo:

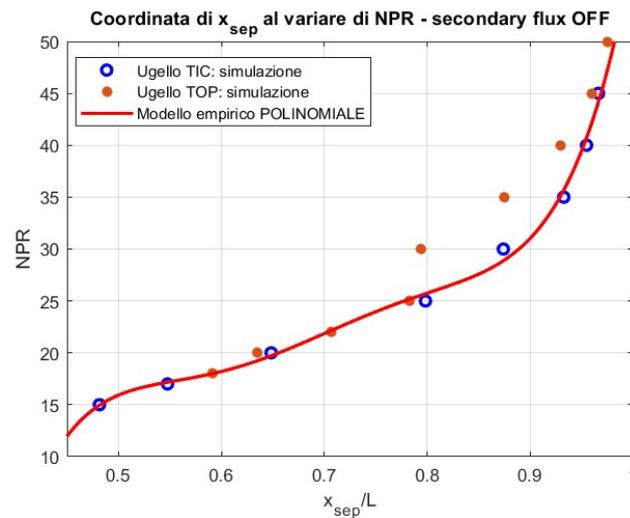
$$NPR = a \cdot x_{sep}^b + c \rightarrow x_{sep} = \frac{1}{b} \ln \frac{NPR - c}{a} \quad (7.1)$$

Dalla terza figura del grafico 7.1 si nota come la relazione esponenziale sia la più plausibile. Grazie al software MATLAB è stato possibile ricavare i valori numerici della relazione (7.1):

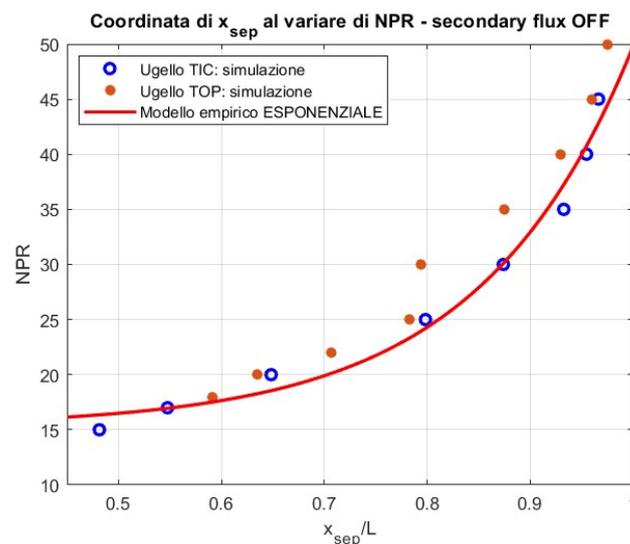
$$a = 0.0421 [-]; b = 6.7081 [1/m]; c = 15.2912 [-] \quad (7.2)$$

7.2 Confronto con dati riferiti ad un ugello TOP

Per un'analisi più accurata, sono stati utilizzati dei dati analoghi a quelli riportati per l'ugello TIC, ma riferiti ad un ugello TOP estratti dal lavoro di tesi di Riccardo Aceti ("Studio numerico di un flusso secondario coassiale per il controllo della separazione in ugello TOP durante il transitorio di start-up"). I dati sono stati inseriti nei grafici precedentemente realizzati con il modello polinomiale ed esponenziale (vedi Fig.7.2). Anche in questo caso, si può affermare che il modello esponenziale riprende in misura più affidabile l'andamento dei dati sperimentali nonostante sia necessario definire dei nuovi coefficienti numerici $a_1 \neq a$, $b_1 \neq b$, $c_1 \neq c$.



(a) Modello polinomiale - ugelli TIC e TOP



(b) Modello esponenziale - ugelli TIC e TOP

Figura 7.2: Confronto tra modelli - dati ugello TOP

Una differenza significativa tra i due profili è che nell'ugello TIC avviene una separazione di tipo FSS, mentre nell'ugello TOP avviene una separazione di tipo FSS fino ad un certo valore di NPR, poi si passa a una separazione di tipo RSS per cui sicuramente, per questo tipo di ugello, sarà necessaria una curva a tratti con due andamenti distinti in corrispondenza di due range di NPR.

7.3 Analisi con getto secondario acceso

Si introduce ora il getto secondario e si cerca la relazione:

$$x_{sep} = f(M_s, NPR_s) \quad (7.3)$$

Si sceglie di esaminare le coordinate dei punti di separazione ricavati dal capitolo 5, dunque fissando le caratteristiche del flusso principale ($NPR = 25$, $M_i = 0.1465$); nel dettaglio, si ricavano le coordinate dai grafici 4.4, 4.9, 4.15.

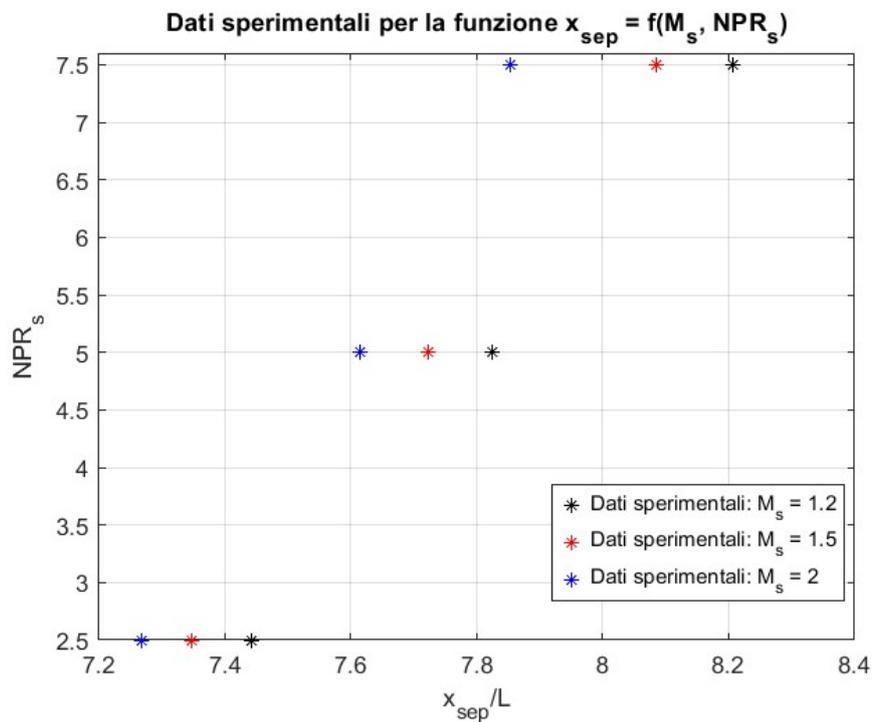


Figura 7.3: Coordinate sperimentali

Grazie alle sole coordinate, si ipotizza che la relazione tra coordinata del punto di separazione e NPR_s sia del tipo:

$$NPR_s = c_1 \cdot (x_{sep})^{c_2} + c_3 \quad (7.4)$$

dove ciascun coefficiente c_1, c_2, c_3 è funzione di M_s . Ipotizzando che quest'ultima relazione sia di tipo lineare, l'equazione (7.3) dovrebbe essere del tipo:

$$NPR_s = (p_1 + p_2 \cdot M_s) \cdot (x_{sep})^{(p_3+p_4 \cdot M_s)} + (p_5 + p_6 \cdot M_s) \quad (7.5)$$

Sempre tramite il software MATLAB, si ricavano le seguenti curve:

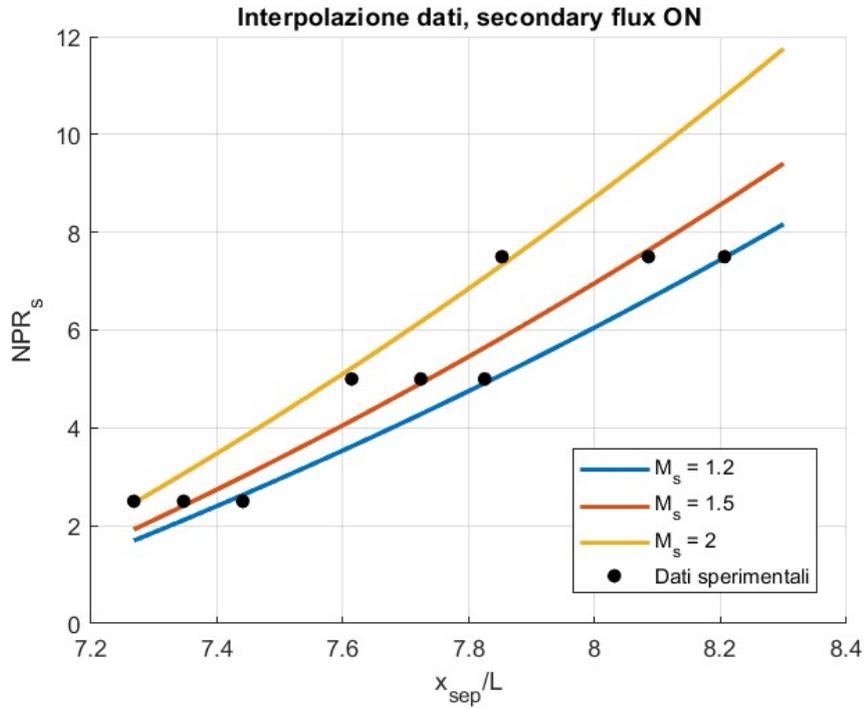


Figura 7.4: Relazione $x_{sep} = f(M_s, NPR_s)$

Nella Fig.7.4 si nota come le curve realizzate riescano ad interpolare sufficientemente bene i dati sperimentali, dunque, si può ipotizzare di poter prevedere la coordinata del punto di separazione anche per altre coppie di valori M_s, NPR_s .

In conclusione, l'equazione ottenuta da questa seconda analisi è la seguente:

$$x_{sep} = \left[\frac{NPR_s - (p_5 + p_6 \cdot M_s)}{p_1 + p_2 \cdot M_s} \right]^{\frac{1}{p_3+p_4 \cdot M_s}} \quad (7.6)$$

ricavata, come relazione inversa, dall'equazione (7.5). I parametri, ricavati tramite un codice MATLAB che sfrutta il comando *lsqcurvefit* sono:

$$\begin{cases} p_1 = 0.044 [m^{-(p_3+p_4 \cdot M_s)}] \\ p_2 = 0.0036 [m^{-(p_3+p_4 \cdot M_s)}] \\ p_3 = 3.5383 [-] \\ p_4 = 0.0408 [-] \\ p_5 = -3.3966 [-] \\ p_6 = -4.5934 [-] \end{cases}$$

L'analisi condotta è chiaramente limitata per diverse ragioni:

- 1) È stato implicitamente applicato il **Principio di sovrapposizione lineare**, ovvero è stato ipotizzato che x_{sep} sia funzione, in modo indipendente, dei 3 parametri liberi; per un'analisi più precisa, bisognerebbe verificare che sia valido tale principio.
- 2) Le condizioni al contorno sono fissate e non è stata considerata nessuna dipendenza da quest'ultime.
- 3) L'influenza della geometria è parzialmente tenuta in conto grazie al confronto con l'ugello parabolico, ma non risulta sufficiente.

Uno step successivo a quest'analisi potrebbe essere quello di variare le altre grandezze che in questo lavoro di tesi sono state mantenute costanti (come il Mach del flusso principale o le condizioni di temperatura e pressione esterne) e vedere come la coordinata del punto di separazione varia al variare di tutti questi parametri per ottenere, infine, uno studio che permetta di prevedere, seppur con un certo margine d'errore, il valore di x_{sep} in fase di progetto.

Conclusione

Grazie alle diverse simulazioni realizzate nell'ambiente Ansys Fluent e grazie alla rielaborazione dei dati in MATLAB, è stato possibile dedurre diverse relazioni tra i parametri presentati in questo lavoro di tesi:

- L'introduzione di un getto secondario laterale, coassiale col getto principale, è altrettanto efficiente in termini di spostamento a valle della separazione e della formazione del disco di Mach; conviene che tale getto abbia un NPR_s elevato perchè ciò implica un flusso secondario sottoespanso, dunque si ha un'espansione di tale flusso che riesce, in modo più efficace, a bloccare il ricircolo dell'aria esterna all'interno dell'ugello.
- L'aumento dell' NPR_s comporta allo stesso tempo un aumento della portata del flusso secondario, la quale, però, non può essere eccessivamente elevata. Poichè difficilmente si vuole trasportare altro propellente per un flusso secondario di questo tipo o per un sistema di refrigerazione, tali portate sono estratte dalla portata di flusso principale; questa chiaramente non può essere ridotta in misura eccessiva, per questo viene imposto un limite massimo: $\dot{m}_s < 6\% \dot{m}_p$.
- Risulta conveniente un basso valore di M_s perchè, a parità di NPR_s , è più probabile che il flusso secondario sia sottoespanso e la separazione si sposti in misura maggiore verso valle.
- L'aumento della portata secondaria, dunque un aumento del canale dal quale viene iniettato tale flusso, è vantaggioso per lo spostamento a valle della separazione, ma limitato nel caso in cui la portata secondaria venga sottratta dalla portata principale. Si potrebbe pensare di trasportare a bordo dell'endoreattore del propellente in aggiunta a quello già predisposto per il flusso principale, ma questo comporterebbe un aumento di peso non indispensabile e andrebbe contro uno dei requisiti cardine della progettazione di un endoreattore, ovvero il diminuire il più possibile il peso della struttura complessiva.

A valle di queste considerazioni, è stata ricercata la combinazione più efficiente di NPR , NPR_s , M_s al fine di rispettare il seguente requisito: $x_{sep} > 95\% x_e$ e sono stati ottenuti i seguenti risultati:

- $NPR = 35$, $NPR_s = 2.5$, $M_s = 1.5$ con una portata secondaria pari a: $\dot{m}_s = 0.738\% \dot{m}_p$;
- $NPR = 35$, $NPR_s = 2.5$, $M_s = 2$ con una portata secondaria pari a: $\dot{m}_s = 0.541\% \dot{m}_p$;

Infine, sono state ricavate due relazioni empiriche, a partire dai dati sperimentali precedentemente presentati, per riassumere i risultati di questo lavoro di tesi, combinandoli anche con un ulteriore lavoro di tesi [24] per un confronto con un ugello di diversa geometria (un profilo TOP nello specifico).

È stata ricavata una relazione tra x_{sep} e NPR in assenza del getto secondario e, successivamente, una relazione tra x_{sep} e NPR_s, M_s in presenza del getto secondario.

$$\begin{cases} x_{sep} = \frac{1}{b} \ln \frac{NPR - c}{a} \\ x_{sep} = \left[\frac{NPR_s - (p_5 + p_6 \cdot M_s)}{p_1 + p_2 \cdot M_s} \right]^{\frac{1}{p_3 + p_4 \cdot M_s}} \end{cases}$$

Tale lavoro potrebbe essere ampliato con ulteriori simulazioni per comprendere gli effetti di altri parametri che, in quest'analisi, sono stati mantenuti costanti, come le condizioni di pressione e temperatura esterne; si potrebbe, inoltre, realizzare un confronto con dati di ulteriori geometrie per validare le relazioni empiriche ricavate e renderle più affidabili.

Appendice A

Simulazioni per il test-case

In quest'ultima sezione vengono riportati i tentativi più significativi che sono stati realizzati per scegliere la mesh e il modello di turbolenza.

A.1 Primo caso

La mesh utilizzata per le prime due simulazioni presenta degli infittimenti in corrispondenza della sezione d'uscita e del profilo dell'ugello con 57800 celle; questa è stata realizzata a valle del metodo riportato in 2.6.



Figura A.1: Mesh (Caso 1)

Viene di seguito presentato un particolare della mesh: si è cercato di ottenere delle celle con dimensioni simili nell'intorno della sezione d'uscita, per questo sono stati scelti dei valori di bias molto elevati ma limitando il numero di suddivisioni dei segmenti.

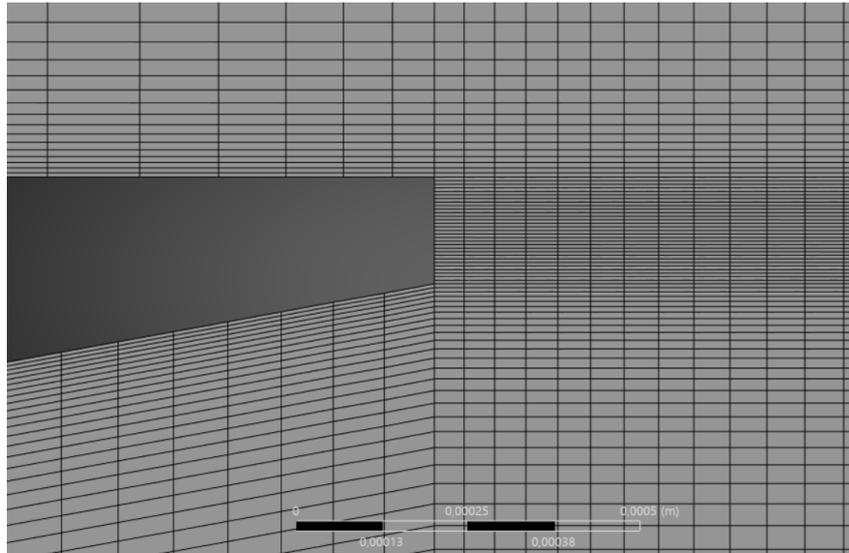


Figura A.2: Particolare mesh (Caso 1)

Scelto il modello di turbolenza (SST $k - \omega$) è stata realizzata la simulazione su Ansys Fluent e i risultati vengono di seguito riportati. Dal campo di Mach in Fig.A.3 si evince la presenza di un flusso subsonico nella sezione d'ingresso che evolve in un flusso supersonico all'interno di un ugello convergente-divergente. Si osserva anche la separazione del flusso a parete, dovuta alla presenza di un gradiente di pressione avverso e, a valle dell'ugello, si nota la presenza di un disco di Mach.

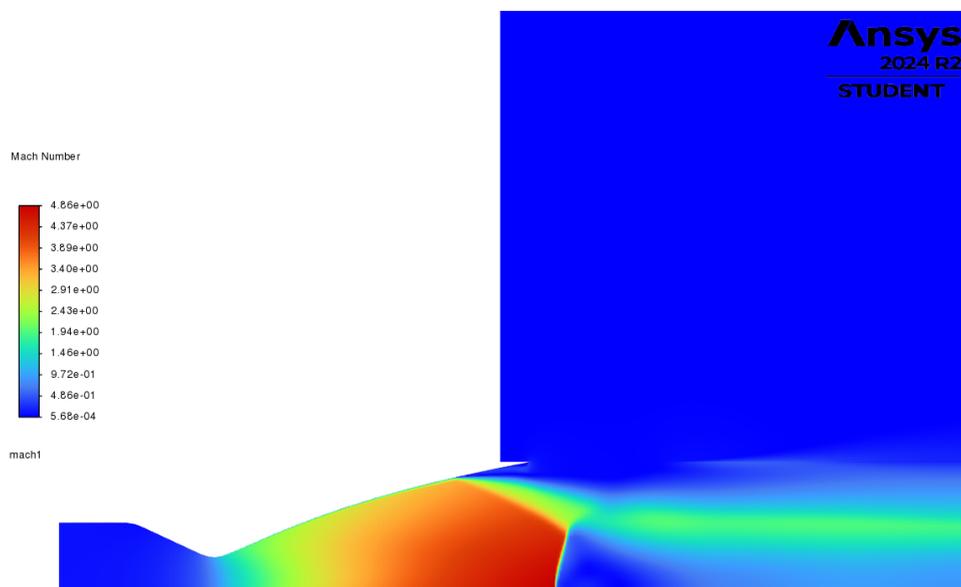


Figura A.3: Campo di moto (Caso 1)

I risultati sono stati ottenuti con un'analisi di 25e3 iterazioni, a partire da un'inizializzazione ibrida di 50 iterazioni. I residui ottenuti sono dell'ordine di 10^{-2} , 10^{-3} per le componenti di velocità, 10^{-5} per k e ω , come si vede nella Fig.A.4.

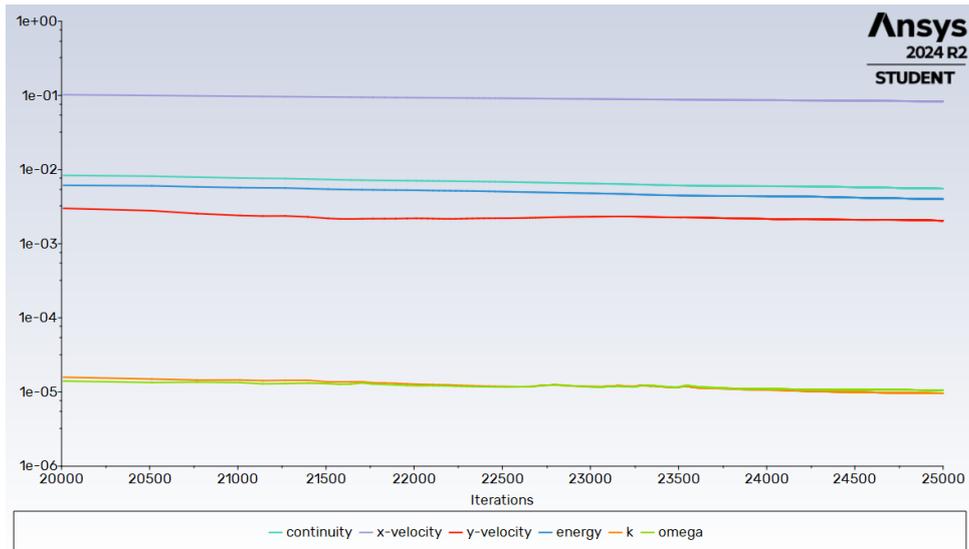


Figura A.4: Residui (caso 1)

Si può affermare con certezza di aver raggiunto la convergenza non solo dall'andamento dei residui ma anche dall'andamento di pressione ricavato da diverse sonde di pressione, posizionate in prossimità della sezione d'uscita dell'ugello e in corrispondenza del punto di separazione sperimentale.

Per decidere quale mesh e modello di turbolenza risultano più adatti, vengono determinate le coordinate del punto di separazione e del disco di Mach e confrontati con i valori sperimentali dell'articolo di riferimento ([1]). Di seguito viene riportato l'andamento della pressione statica lungo il profilo dell'ugello.

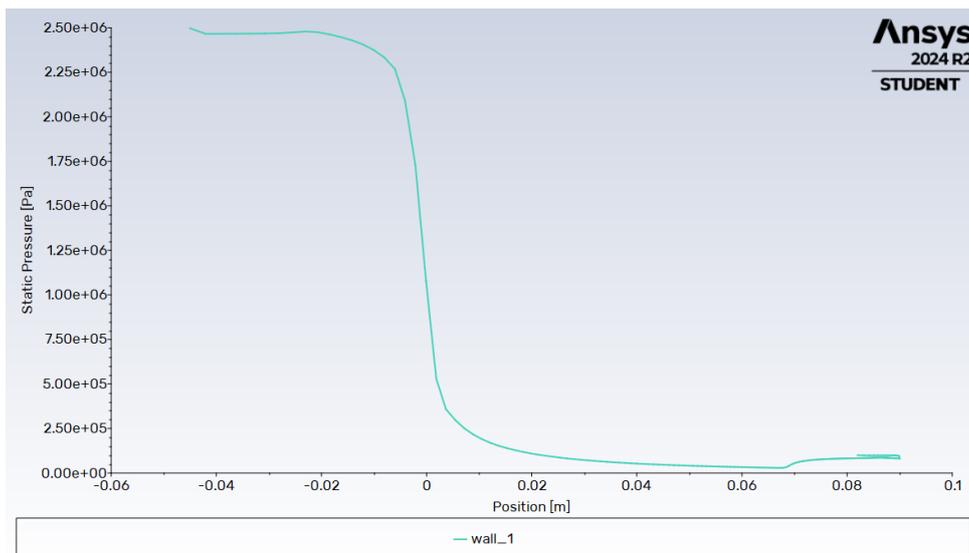


Figura A.5: Andamento della pressione statica lungo il profilo (Caso 1)

Dall'articolo si legge che la posizione sperimentale del punto di separazione è $x/R^* = 6.6$; in questo primo caso è stata ottenuta una posizione pari a $x_i/R^* = 6.78031$ per cui è stato

realizzato un errore relativo percentuale pari a 2.732%.

Come si può vedere nell'immagine successiva, i dati ottenuti nell'ambiente Ansys sono stati rielaborati in Matlab, adimensionalizzati (l'asse x rispetto al raggio dell'ugello test e la pressione rispetto alla pressione ambiente $p = 101325$ Pa).

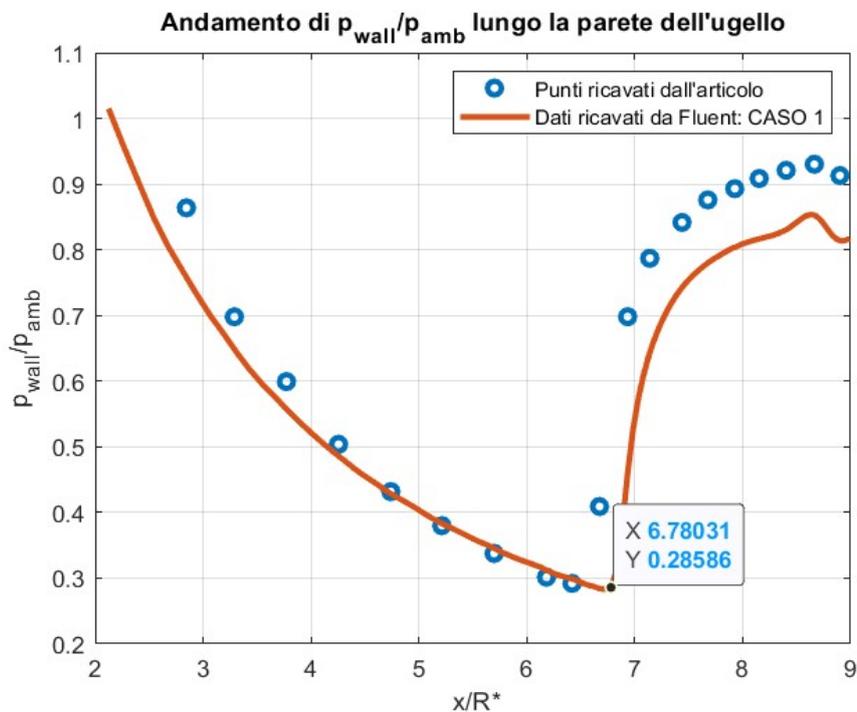


Figura A.6: Punto di separazione (Caso 1)

Per quanto riguarda la posizione del disco di Mach, è stato ricavato nell'ambiente Fluent l'andamento della pressione statica rispetto all'asse di simmetria.

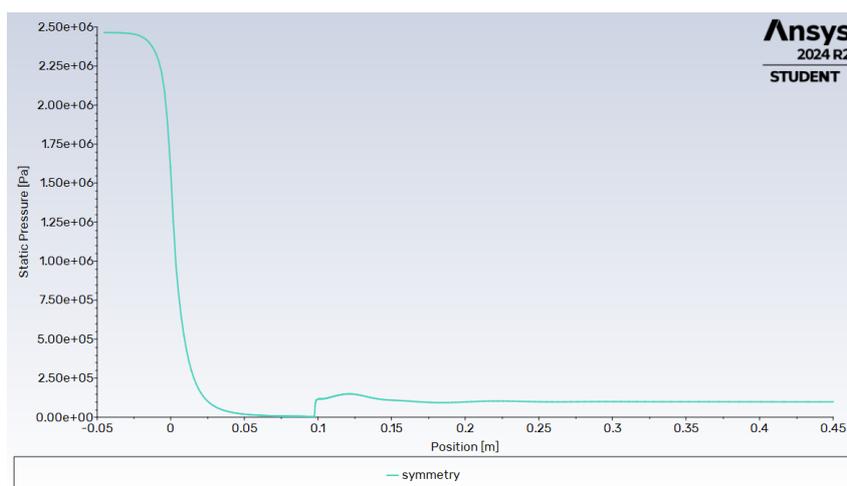


Figura A.7: Pressione lungo l'asse di simmetria (Caso 1)

Anche in questo caso i dati sono stati estrapolati, rielaborati in Matlab per determinare la coordinata assiale corrispondente alla formazione del disco di Mach.

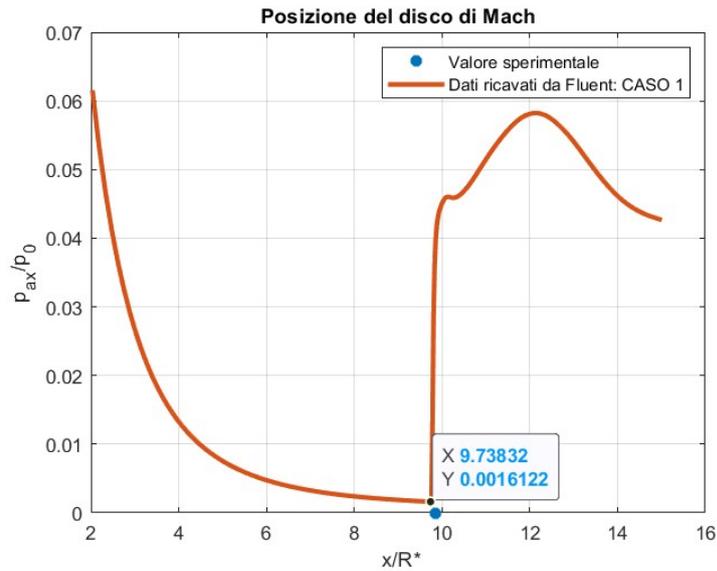


Figura A.8: Disco di Mach (Caso 1)

In questo caso la coordinata sperimentale è pari a $x/R^* = 9.85$, mentre la coordinata ottenuta dalla simulazione è pari a $x_{disco}/R^* = 9.73832$, per cui è stato commesso un errore relativo percentuale pari a 1.134%.

A.2 Secondo caso

A partire dalla stessa mesh del primo caso, si decide di cambiare modello di turbolenza e utilizzare il modello Spalart-Allmaras.

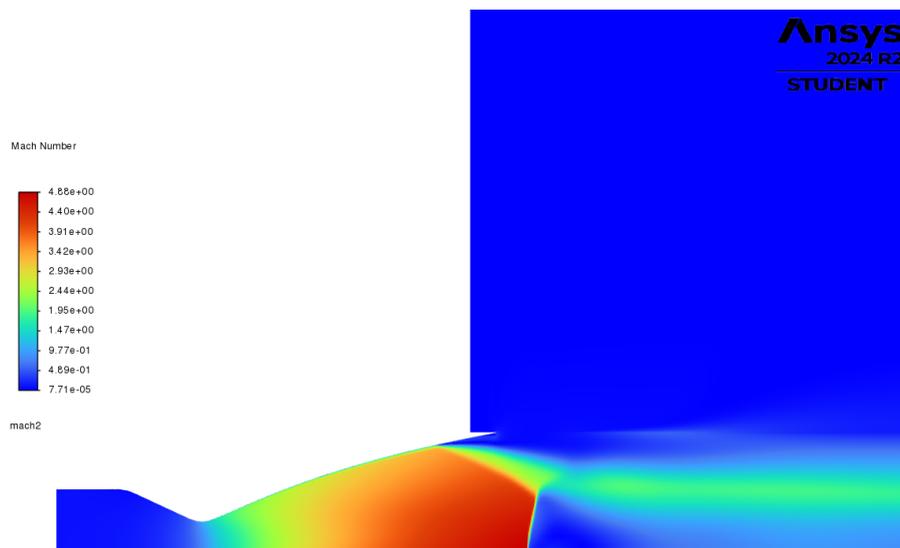


Figura A.9: Campo di moto (Caso 2)

Come nel caso precedente, sono state realizzate 25e3 iterazioni e 50 iterazioni per un'inizializzazione ibrida ed è stato scelto un numero di Courant pari a 1. Le condizioni al contorno sono le medesime.

Anche in questo caso, si può affermare di aver raggiunto la convergenza dall'andamento dei residui e dai valori ricavati dalla sonda di pressione.

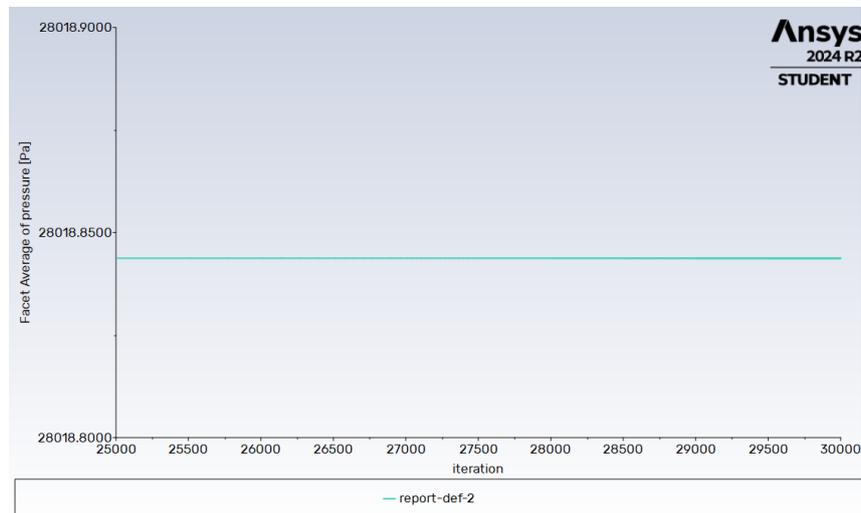


Figura A.10: Residui (Caso 2)

L'andamento della y^+ ci permette di poter utilizzare il modello S-A senza alcun problema.

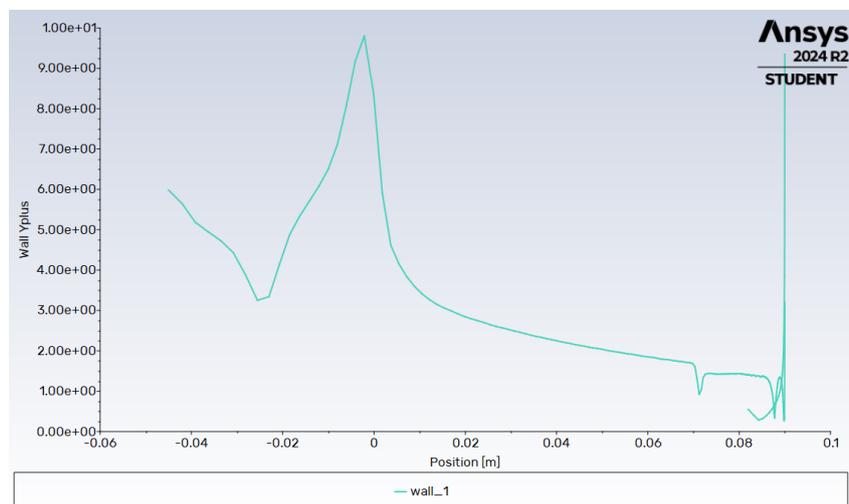


Figura A.11: Wall y^+ (Caso 2)

Come per il primo caso, è stato ricavato l'andamento della pressione statica lungo la parete dell'ugello; i dati sono stati poi rielaborati su Matlab, adimensionalizzati rispetto alla pressione ambiente per individuare il punto di separazione del flusso.

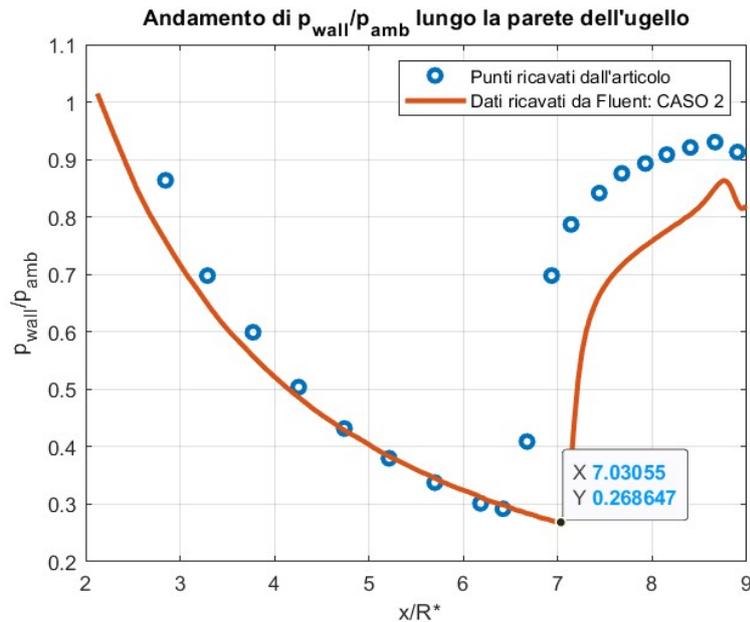


Figura A.12: Punto di separazione (Caso 2)

Le immagini mostrano che la separazione del flusso avviene a $x_i/R^* = 7.03055$, dunque, in questo secondo caso, è stato commesso un errore relativo percentuale pari a 6,523%, maggiore rispetto al caso precedente. Nella Fig.A.13 viene riportato l'andamento della pressione statica rispetto all'asse di simmetria dell'ugello.

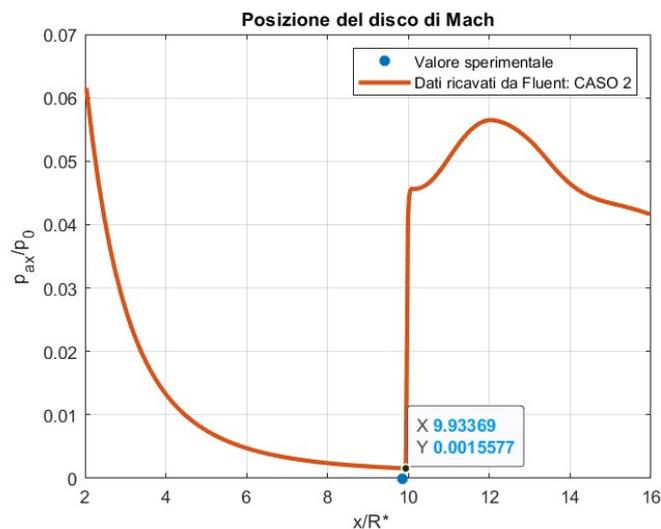


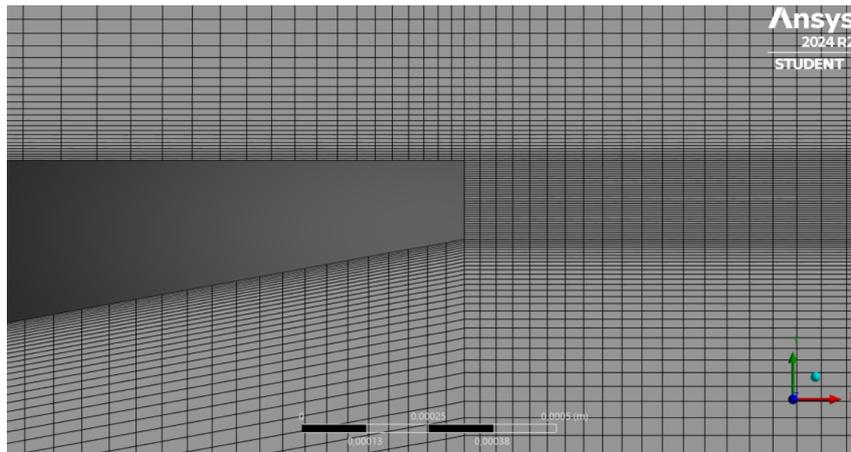
Figura A.13: Disco di Mach (Caso 2)

La coordinata assiale alla quale avviene la formazione del disco di Mach in questo secondo caso è pari a $x_{disco}/R^* = 9.93369$ per cui è stato commesso un errore relativo percentuale pari a 0.849%.

A.3 Terzo caso

In questo terzo caso è stata cambiata la mesh realizzando un maggior infittimento a parete e in corrispondenza della sezione d'uscita, per minimizzare la y^+ e ottenere dei risultati più coerenti con i risultati sperimentali. La nuova mesh è composta da 66700 celle e, come nel secondo caso, è stato utilizzato il modello di Spalart-Allmaras.

A livello globale, non ci sono grandi differenze dalla precedente mesh, ma se si realizza uno zoom in corrispondenza della sezione d'uscita si può notare l'infittimento anche se si cerca sempre di mantenere le dimensioni delle celle costanti nella regione d'interesse.



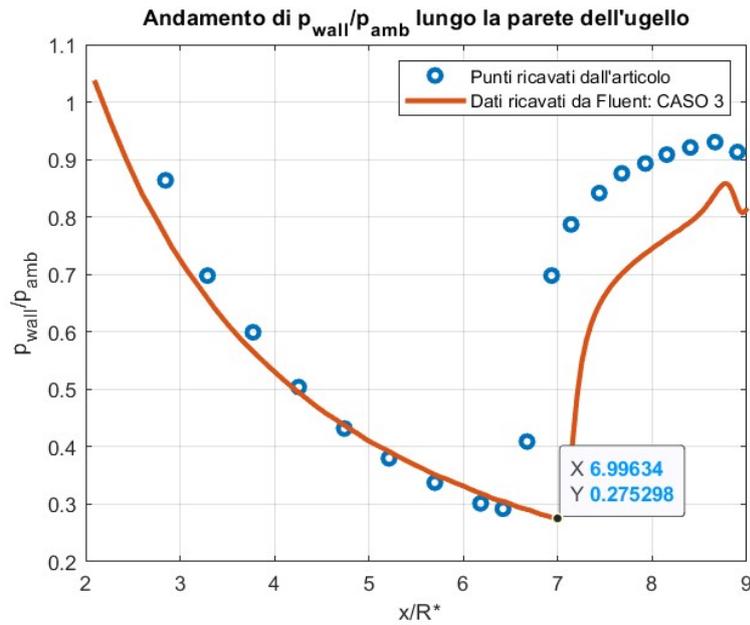


Figura A.16: Punto di separazione (Caso 3)

Questa volta la coordinata alla quale avviene la separazione del flusso dalla parete è $x_i/R^* = 6.99634$ per cui è stato commesso un errore relativo percentuale pari al 6.005%. Allo stesso modo viene riportato l'andamento di pressione statica adimensionalizzata lungo l'asse di simmetria.

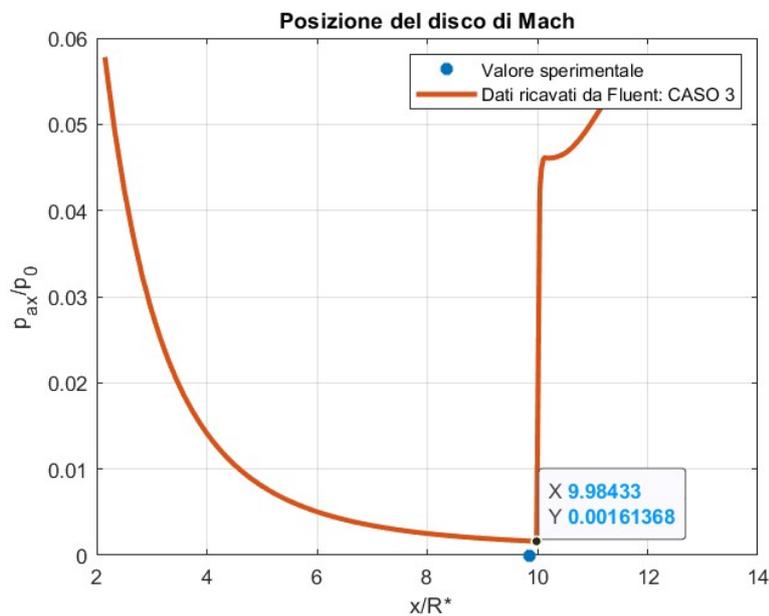


Figura A.17: Disco di Mach (Caso 3)

Questa volta la coordinata corrispondente al disco di Mach è $x_{disco}/R^* = 9.98433$ quindi è stato compiuto un errore relativo percentuale pari a 1.364%.

A.4 Quarto caso

La simulazione è stata ripetuta sfruttando la stessa mesh del terzo caso ma riutilizzando il modello di turbolenza SST $k-\omega$. Vengono unicamente riportati gli andamenti della pressione statica a parete e lungo l'asse di simmetria, per determinare le coordinate sperimentali del punto di separazione del flusso e del disco di Mach.

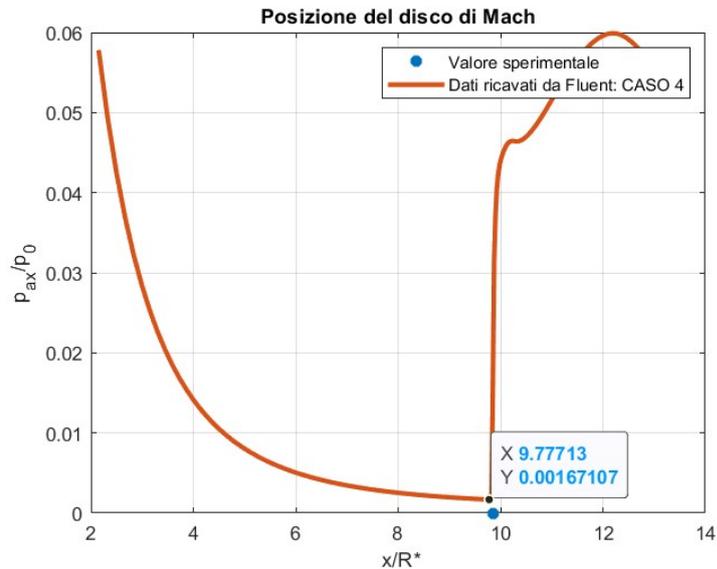


Figura A.18: Disco di Mach (Caso 4)

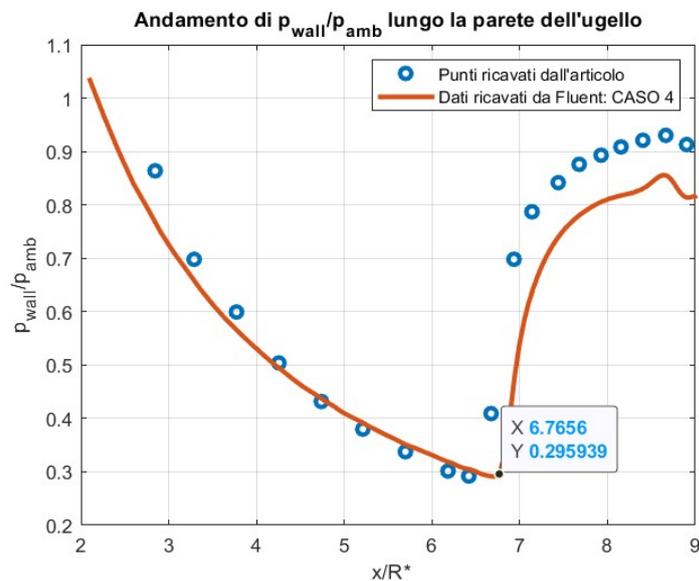


Figura A.19: Punto di separazione (Caso 4)

In questa quarta simulazione, la coordinata assiale del punto di separazione del flusso è pari a $x_i/R^* = 6.7656$ per cui è stato realizzato un errore relativo percentuale pari a 2.509%. Per quanto riguarda la coordinata assiale corrispondente alla formazione del disco di Mach, questa è pari a $x_{disco}/R^* = 9.77713$ per cui è stato realizzato un errore relativo percentuale pari a 0.739%.

A.5 Analisi sulla qualità della mesh

Da queste 4 simulazioni è chiaro che l'infittimento e l'aumento del bias siano stati positivi perchè, a parità di modello di turbolenza, l'errore riguardante la posizione del punto di separazione del flusso è diminuito. Si vuole allora realizzare una terza mesh col fine di diminuire maggiormente questi errori ma, tramite un aumento della qualità della mesh. Viene di seguito riportata l'element quality della seconda mesh, utilizzata per la terza e la quarta simulazione, dove con *element quality* si intende una misura quantitativa di quanto la forma e le proporzioni dell'elemento si avvicinino alle caratteristiche ideali per il tipo di analisi che si sta realizzando. Si tratta di un valore compreso tra 0 e 1; un valore prossimo a 1 indica una buona qualità dell'elemento, mentre un valore prossimo allo 0 indica una scarsa qualità.

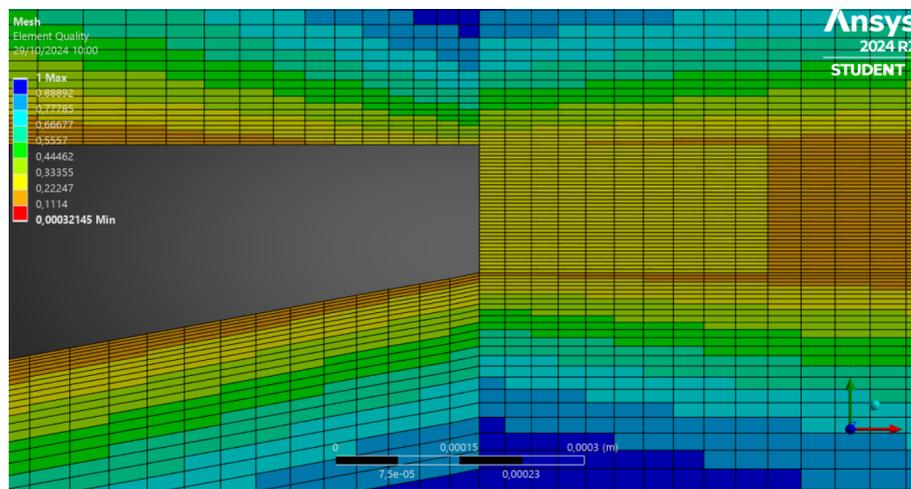


Figura A.20: Element quality (Mesh 2)

Si realizza un ulteriore infittimento e un aumento dei fattori di bias nell'intorno della sezione d'uscita per ottenere un element quality migliore, come si può vedere nella Fig.A.21 con una mesh di 68300 celle.

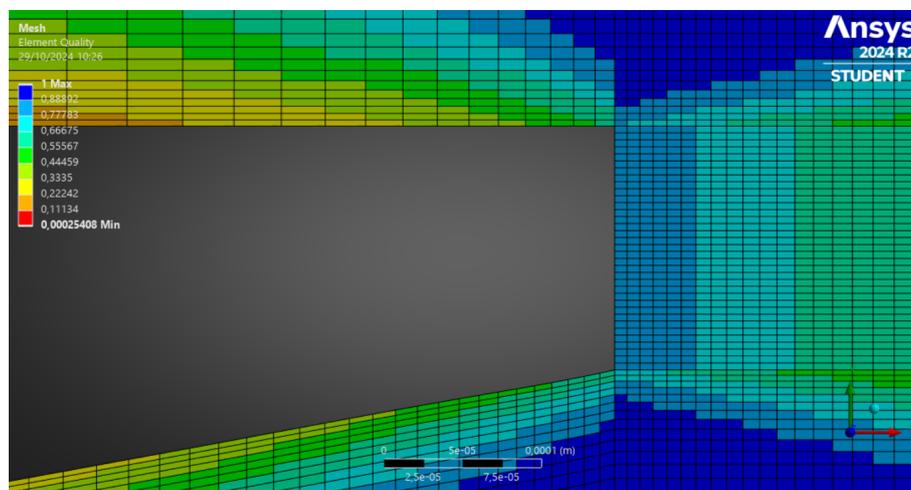


Figura A.21: Element quality, particolare (Mesh 2)

A.6 Quinto caso

La realizzazione di una nuova mesh ha abbassato la wall y^+ che risulta sotto l'unità per tutto il tratto del divergente; è stato utilizzato il modello SST $k-\omega$ con 25000 iterazioni e 50 iterazioni per l'inizializzazione ibrida e, come tutte le altre iterazioni, un numero di Courant pari a 1.

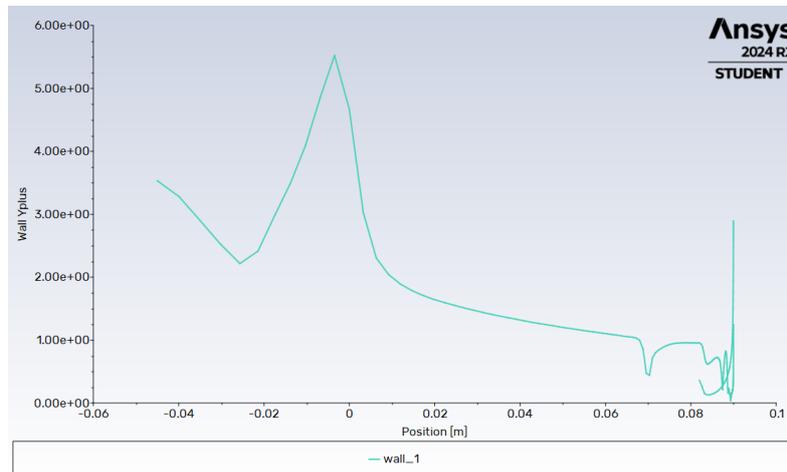


Figura A.22: Wall y^+ (Caso 5)

Grazie ai residui e alle diverse sonde di pressione, si può affermare che la convergenza è stata raggiunta anche per questa simulazione. Di seguito, vengono presentati, come per gli altri casi, gli andamenti di pressione statica rispetto all'asse di simmetria e rispetto al profilo dell'ugello, con evidenziate le coordinate ottenute dalla simulazione per la posizione del disco di Mach e del punto di separazione del flusso.

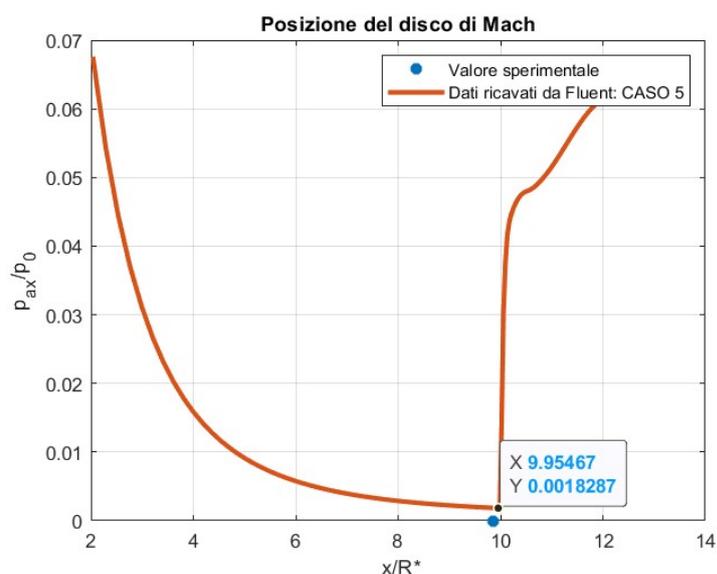


Figura A.23: Disco di Mach (Caso 5)

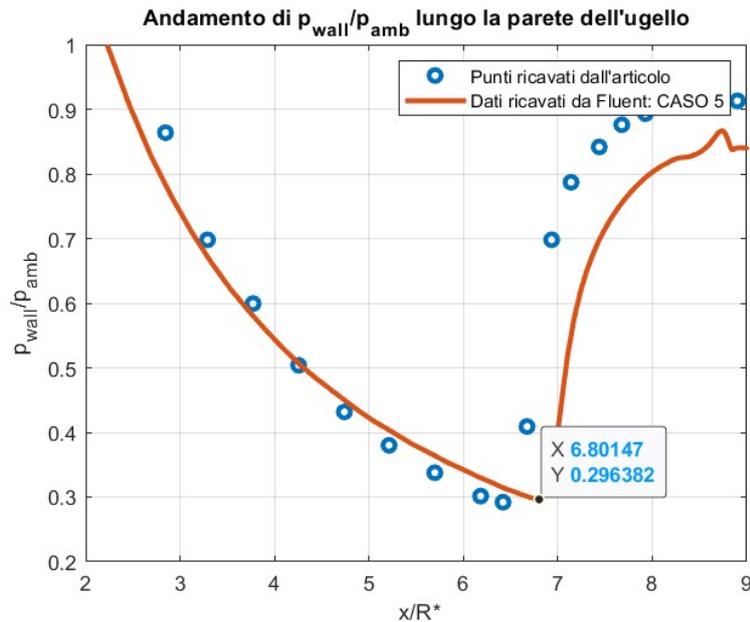


Figura A.24: Punto di separazione (Caso 5)

La coordinata assiale del punto di separazione del flusso è $x_i/R^* = 6.80147$ dunque è stato commesso un errore relativo percentuale pari al 3.052%; per quanto riguarda il disco di Mach, questo viene localizzato a $x_{disco}/R^* = 9.95467$ per cui viene commesso un errore relativo percentuale pari a 1.062%.

A.7 Sesto caso

Riutilizziamo la mesh presentata nel precedente caso ma sfruttando il modello di turbolenza di Spalart-Allmaras. L'andamento della wall y^+ è analogo al caso precedente, così come anche il campo di moto.

Nelle Fig.A.25 e Fig.A.26 vengono riportati gli andamenti della pressione statica a parete e lungo l'asse di simmetria per poi individuare le posizioni del disco di Mach e del punto di separazione stimati da questa simulazione.

Per quanto riguarda il punto di separazione, questo è stimato a $x_i/R^* = 6.95714$ per cui è stato commesso un errore relativo percentuale pari a 5.4%; invece per quanto riguarda il disco di Mach, questo viene stimato a $x_{disco}/R^* = 10.0577$ per cui è stato commesso un errore relativo percentuale pari a 2.018%.

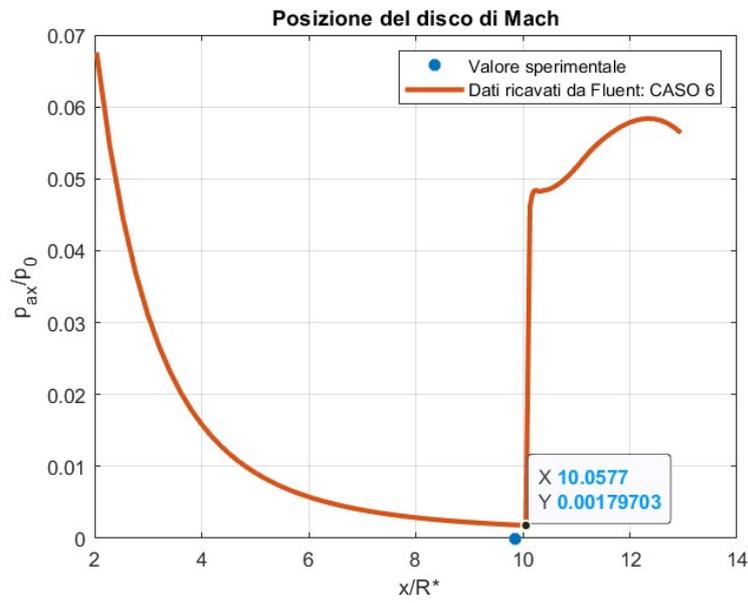


Figura A.25: Disco di Mach (Caso 6)

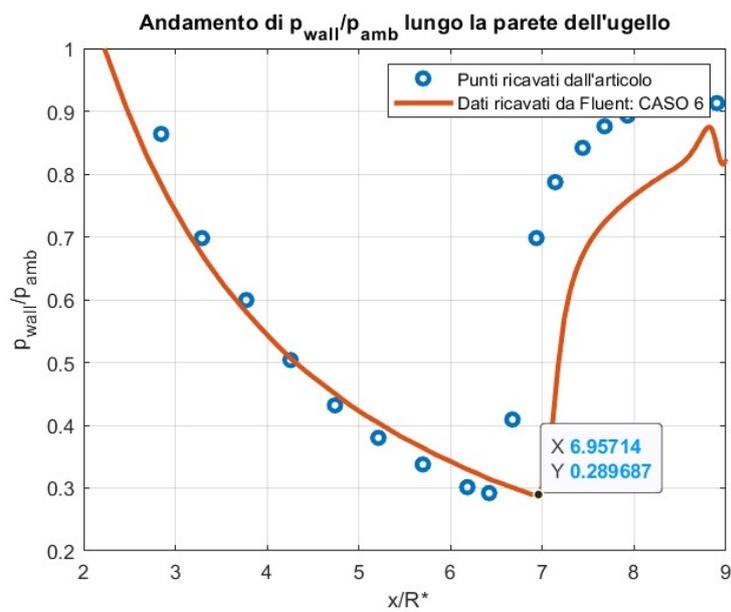


Figura A.26: Punto di separazione (Caso 6)

A.8 Compressibility effect

È stata realizzata una simulazione sfruttando l'opzione *Compressibility effects* del modulo di viscosità del solver di Ansys Fluent.

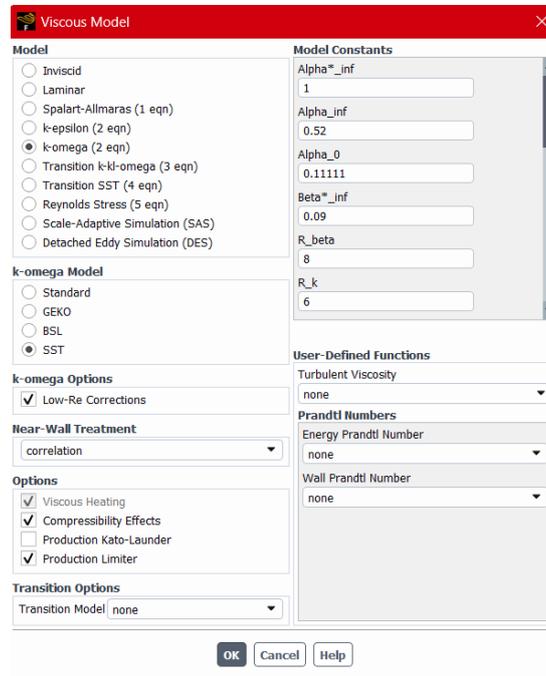


Figura A.27: Viscous model box

I residui ottenuti per una simulazione di 50e3 iterazioni vengono riportati in Fig.A.28 e sono evidenti dei picchi di residui in ω .

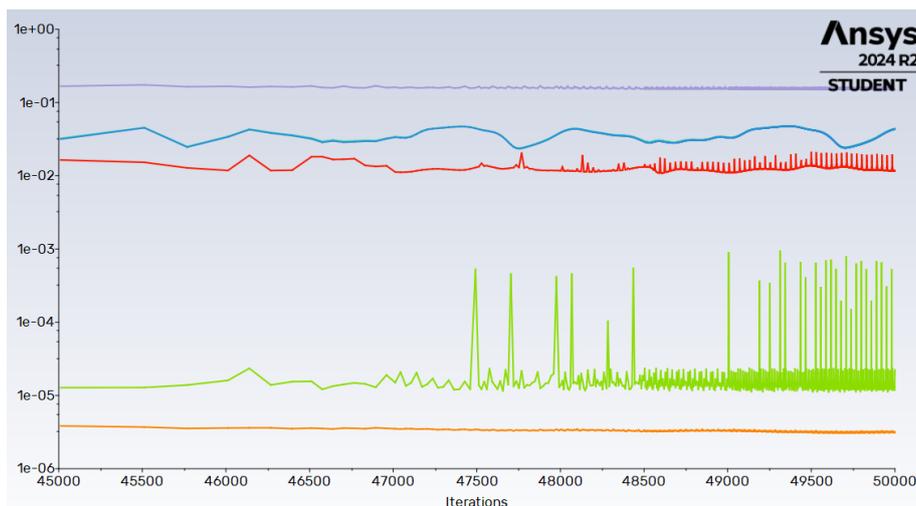


Figura A.28: Residui - simulazione con Compressibility effects

Per stabilizzare i residui, è stata attivata l'opzione *High Speed Numerics* che, come riportato nella guida di Fluent [18], è un'opzione attivabile solo per flussi compressibili, utile per stabilizzare e accelerare la convergenza di un flusso ad alta velocità. Infatti, in

Fig.A.29 vengono riportati i residui per la successiva simulazione, in cui vengono attivate sia l'opzione *Compressibility effects*, sia l'opzione *High Speed Numerics*; i residui sono decisamente meno oscillanti.

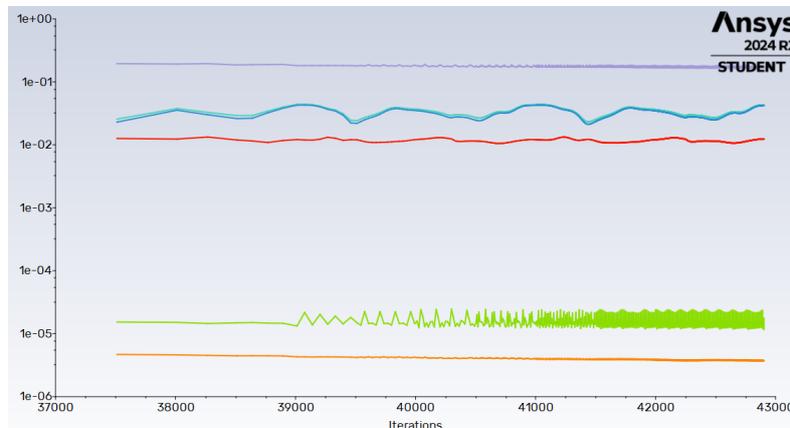


Figura A.29: Residui - simulazione con Compressibility effects e HSN

In entrambi i casi, le sonde di pressione (posizionate in prossimità della sezione d'uscita e in prossimità del punto di separazione effettivo) sono sufficientemente stabili (le oscillazioni sono dell'ordine delle centinaia di Pascal rispetto al valore di pressione che è dell'ordine di $1e5$ Pa).

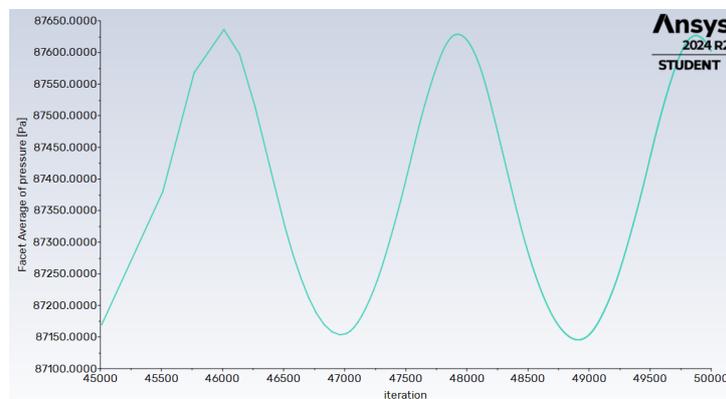


Figura A.30: Oscillazioni della sonda di pressione

Infine, viene riportato l'andamento di pressione delle due simulazioni sopra descritte e della simulazione descritta in 2.6. L'opzione di correzione della compressibilità è decisamente sconsigliata in quanto anticipa notevolmente la separazione del flusso (a prescindere che sia attivata o meno l'opzione HSN).

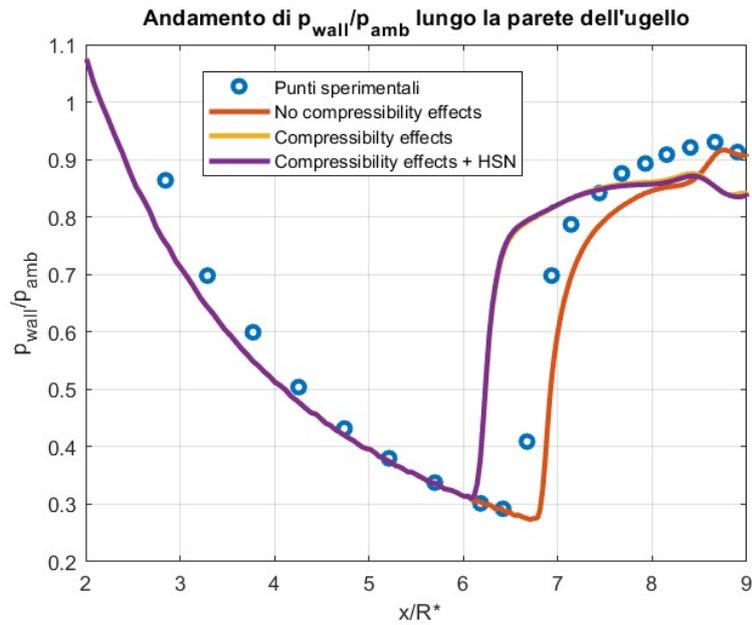


Figura A.31: Andamento di p_{wall}/p_{amb}

Anche per quanto riguarda la posizione assiale del disco di Mach, l'opzione *Compressibility effects* tende a porre il disco di Mach più a monte rispetto ai risultati sperimentali.

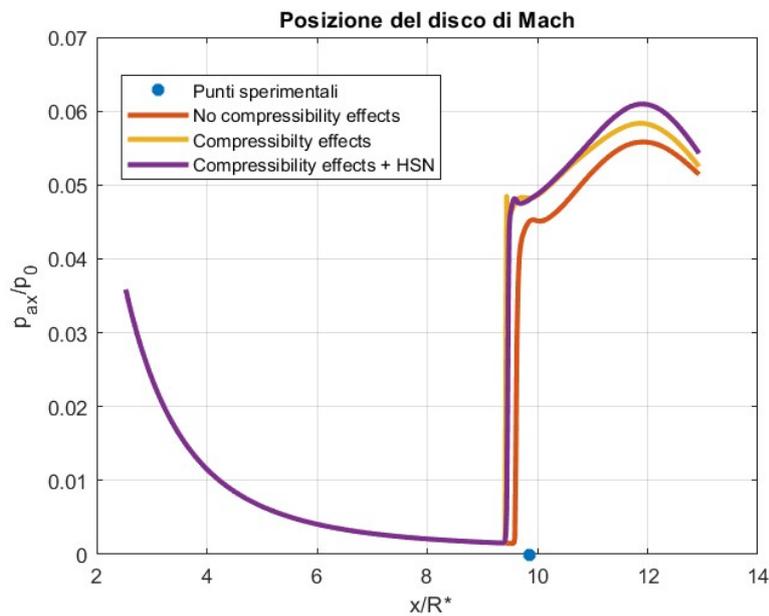


Figura A.32: Andamento di p_{ax}/p_0

Non avendo accesso al codice sorgente di Fluent, non è possibile conoscere esattamente le modifiche alle equazioni realizzate a partire da quest'opzione.

A.9 Low-Re correction

Un'ulteriore simulazione è stata realizzata per comprendere se risulta necessario inserire l'opzione Low-Re correction o meno (associata al modello $k - \omega$ SST).

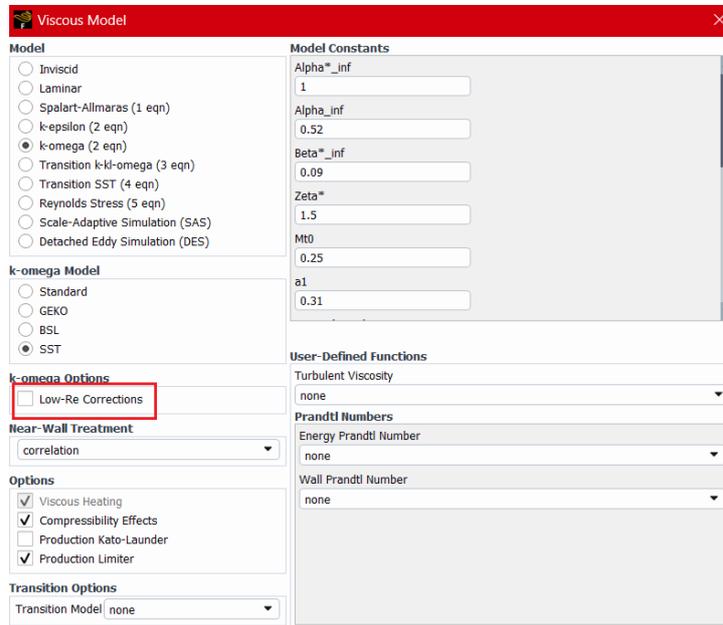


Figura A.33: Opzione Low-Re correction

L'opzione *Low-Re correction* va a modificare un coefficiente di smorzamento α che, se non è attivato è pari a 1 e non ha alcun effetto; esso è funzione del numero di Reynolds turbolento, un valore analogo al tradizionale numero di Reynolds ma funzione delle forze turbolente:

$$Re_t = \frac{\rho U L}{\mu_t} \quad (\text{A.1})$$

Il coefficiente α va a modificare la viscosità turbolenta μ_t che, si ricorda essere una viscosità fittizia (e non una quantità fisica vera e propria come μ), e viene introdotta a valle dell'ipotesi di Boussinesq.

$$\mu_t = \alpha * \frac{\rho k}{\omega}, \alpha * = \alpha_{\infty}^* \left(\frac{\alpha_0^* + Re_t/6}{1 + Re_t/6} \right) \quad (\text{A.2})$$

Questo valore risulta molto basso in prossimità della parete perchè le forze viscosive sono estremamente elevate; da un punto di vista teorico, questa opzione dovrebbe essere attivata per un risultato più preciso soprattutto in prossimità della parete.

Nella Fig.A.34 viene riportato l'andamento della pressione con e senza l'opzione "Low-Re correction" attivata e, in accordo con la teoria, con l'opzione attivata si ottengono dei risultati migliori, con un errore minore rispetto ai dati sperimentali.

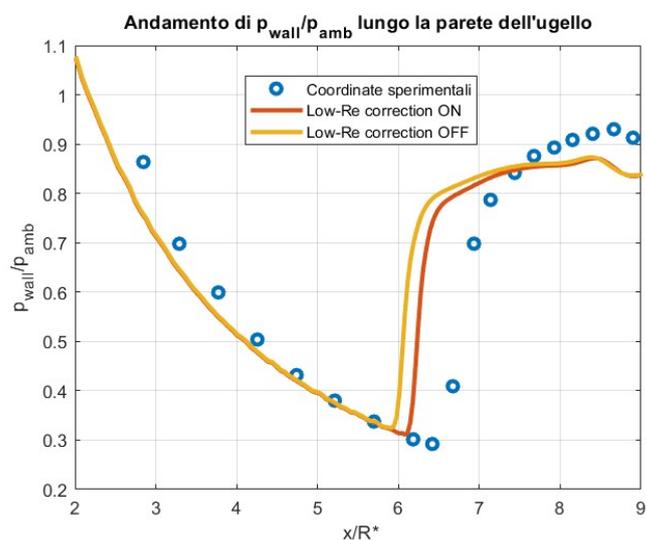


Figura A.34: p_{wall}/p_{amb} con e senza l'opzione "Low-Re correction"

Appendice B

Modelli di Turbolenza

B.1 Equazioni di Navier-Stokes

Per descrivere il campo di moto, di pressione, di temperatura e di tutte le altre grandezze termodinamiche di un fluido, è necessario risolvere il sistema di equazioni di Navier-Stokes, il quale si basa su 3 equazioni principali:

1. La conservazione della massa, principio secondo il quale la massa non può essere nè creata e nè distrutta;
2. La conservazione della quantità di moto, per cui la variazione della quantità di moto è determinata dalle forze applicate;
3. La conservazione dell'energia, come la massa anche l'energia non può essere generata o distrutta dal nulla.

Di seguito viene riportato il sistema di equazioni in forma integrale (tramite il teorema della divergenza di Gauss è possibile ricavare la corrispettiva forma differenziale).

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \mathbf{v} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho \mathbf{v}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = \int_{\Omega} \rho \mathbf{f}_e d\Omega - \oint_{\partial\Omega} p \mathbf{n} dS + \oint_{\partial\Omega} (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n}) dS \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho E d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho E(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = \int_{\Omega} (\rho \mathbf{f}_e \cdot \mathbf{v} + \dot{q}_h) d\Omega + \oint_{\partial\Omega} k(\nabla T \cdot \mathbf{n}) dS + \oint_{\partial\Omega} (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dS \quad (\text{B.3})$$

Il sistema di equazioni può essere utilizzato solo se è valida l'ipotesi del continuo:

$$K_n = \frac{l}{L} < 0.01 \quad (\text{B.4})$$

con l pari al libero cammino medio, mentre L è la grandezza caratteristica del sistema in esame. Ciascuna delle equazioni precedentemente scritta è una PDE, ovvero un'equazione alle derivate parziali per cui il sistema è fortemente non lineare; questo rende, ad oggi,

impossibile la risoluzione analitica delle equazioni di Navier-Stokes, a meno di porsi in situazioni molto particolari che semplificano diversi termini.

La semplificazione più estrema dell'equazioni di Navier-Stokes è dato dal sistema di equazioni di Eulero, in cui si ipotizza che il fluido sia inviscido, ovvero siano trascurabili gli effetti di viscosità; di conseguenza, nelle equazioni sono assenti i termini legati alla dissipazione dell'energia per attrito interno.

Una formulazione tradizionale delle Equazioni di Eulero è di seguito riportata:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) &= 0 \\ \frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v} + pI) &= 0 \\ \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot [\vec{v}(\rho E + p)] &= 0\end{aligned}$$

Nel caso più generale, è necessario un approccio numerico per risolvere il sistema, in particolar modo in presenza di un flusso turbolento essendo la turbolenza un fenomeno intrinsecamente non lineare.

B.2 Modelli di turbolenza

In un flusso turbolento, il moto delle particelle è completamente irregolare, nel senso che tutte le grandezze termodinamiche oscillano e sono soggette a fluttuazioni imprevedibili; per risolvere il flusso in questi casi è possibile utilizzare una delle 3 seguenti tecniche di modellizzazione:

- DNS (Direct Numerical Simulation) si propone di risolvere direttamente le equazioni di Navier-Stokes; questo metodo è decisamente il più oneroso dal punto di vista computazionale (ad oggi, per alcune simulazioni, è richiesto un costo maggiore di quello fornito dai calcolatori più potenti al mondo quindi risulta impossibile da utilizzare);
- LES (Large Eddy Simulation), si tratta di un approccio in cui si risolvono solo le scale di vortici più grandi sfruttando le equazioni di N-S filtrate con un filtro d'ampiezza pari alla risoluzione della griglia (utilizzabile fino a $Re_{max} \approx 10^5$); dal punto di vista computazionale, i modelli LES sono meno onerosi in quanto si propongono di risolvere solo i vortici di scala maggiore;
- RANS (Reynolds-Average Navier-Stokes equations) si tratta di un sistema di equazioni ricavato dalle classiche equazioni di N-S a partire da un'operazione di media, andando a perdere la descrizione delle fluttuazioni. Questa categoria racchiude al suo interno i modelli di prim'ordine e i modelli di second'ordine.

RANS based models	1 equazione	Spalart - Allmaras
	2 equazioni	Standard k - ϵ
		RNG k - ϵ
		Realizable k - ϵ
		Standard k - ω
		SST k - ω
	Reynolds Stress Model (RSM)	
	k-kl- ω transition model	
	SST transition model	
	Detached eddy simulation (DES)	
Large eddy simulation (LES)		

Figura B.1: Schema su modelli di turbolenza

Si sceglie di approfondire l'approccio RANS in quanto questo verrà poi utilizzato nello studio descritto nei capitoli successivi; con le RANS si sceglie di decomporre la soluzione nella somma di un valor medio e un valor fluttuante (infatti si parla anche di Decomposizione alla Reynolds).

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (\text{B.5})$$

Il valor medio viene ricavato in base al tipo di problema:

1. Se il problema è statisticamente stazionario, il valor medio è dato da una **media temporale**.

$$\overline{u_i(x)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_i(x, t) dt \quad (\text{B.6})$$

Si ottiene un valor medio indipendente dal tempo ma funzione delle sole coordinate spaziali; con l'espressione $T \rightarrow \infty$ si intende che l'intervallo di tempo considerato è molto maggiore delle scale temporali delle fluttuazioni turbolente.

2. Se il problema è caratterizzato da una turbolenza omogenea, allora il valor medio è dato da una **media spaziale**.

$$\overline{u_i(t)} = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} u_i(x, t) d\Omega \quad (\text{B.7})$$

dove Ω è il volume di controllo; in questo caso il valor medio è uniforme nello spazio ma variabile nel tempo.

3. Se il problema è generico, conviene utilizzare la **media d'insieme** o **media alla Reynolds**. A causa della natura caotica del fenomeno, si sceglie di ripetere la misurazione N volte e di realizzare poi la media degli N risultati.

$$\overline{u_i(x, t)} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i(x, t) \quad (\text{B.8})$$

In questo caso il valor medio rimane una variabile sia dello spazio sia del tempo. Se il problema è contemporaneamente omogeneo e stazionario, le 3 tipologie di medie appena elencate coincidono; in questo caso particolare è valida l'ipotesi ergodica.

4. Se il problema riguarda flussi compressibili (ovvero anche il campo di densità è caratterizzato da fluttuazioni), conviene applicare la **media alla Favre**. Applicare la decomposizione alla Reynolds per problemi con densità variabile genera delle equazioni di governo estremamente complesse; per questo motivo, si opta ad una combinazione dei due strumenti, ovvero si sceglie di applicare la decomposizione alla Reynolds alla pressione e alla densità, mentre per tutte le altre variabili si applica

la media alla Favre.

$$\overline{u_i(x)} = \frac{1}{\rho} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \rho u_i(x, t) dt \quad (\text{B.9})$$

Dunque si ottiene la velocità come la somma di un termine medio v_i e di un termine fluttuante v_i'' , come si può leggere in (B.10)

$$v_i = \tilde{v}_i + v_i'' \quad (\text{B.10})$$

Applicando la media temporale alle equazioni di governo, si ottengono le seguenti relazioni per la conservazione della massa e del momento:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i} = 0 \\ \rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \rho \bar{v}_j \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{v}_i \bar{v}_j - \overline{\rho v_i' v_j'}) \end{cases}$$

Queste due equazioni vengono definite **RANS** ovvero Reynolds-Averaged Navier Stokes Equations; risultano formalmente uguali alle normali equazioni di Navier-Stokes tranne per l'ultimo termine presente nella seconda equazione ($\tau_{ij}^R = -\overline{\rho v_i' v_j'}$), detto termine degli stress di Reynolds, il quale rappresenta il trasferimento di momento dovuto alle fluttuazioni turbolente. Si definisce **turbulence closure problem** la necessità di esplicitare il tensore degli stress alla Reynolds in funzione unicamente delle grandezze medie del flusso (eliminando qualsiasi dipendenza dalle componenti fluttuanti del flusso) al fine di avere il numero corretto di equazioni e poter risolvere le RANS.

Applicando invece la media di Reynolds alla densità e alla pressione, e la media alla Favre alle altre grandezze per le equazioni di Navier-Stokes comprimibili, si ottengono le Favre-Reynolds Averaged Navier Stokes Equations.

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{v}_i) = 0 \quad (\text{B.11})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{v}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{v}_j \tilde{v}_i) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{\tau}_{ij} - \overline{\rho v_i'' v_j''}) \quad (\text{B.12})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{E}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{v}_j \tilde{H}) = \frac{\partial}{\partial x_j} (k \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} - \bar{\rho} v_j'' h'' + \tau_{ij} v_i'' - \tilde{\rho} v_j'' K) + \frac{\partial}{\partial x_j} [\tilde{v}_i (\tilde{\tau}_{ij} - \overline{\rho v_i'' v_j''})] \quad (\text{B.13})$$

Come le RANS, anche in questo caso è presente un termine aggiuntivo nella seconda equazione ($\tau_{ij} = -\overline{\rho v_i'' v_j''}$) definito come il tensore degli stress di Favre e Reynolds; di conseguenza, anche per questo sistema servono 6 equazioni aggiuntive.

B.3 Modelli di viscosità turbolenta

I modelli di chiusura del prim'ordine rappresentano il modo più semplice per approssimare gli stress nelle equazioni di N-S alla Reynolds-Favre; questi si basano sull'ipotesi di Boussinesq o sul modello non lineare della viscosità dei vortici. L'ipotesi in questione, introdotta nel 1877 da Joseph Valentin Boussinesq, introduce il concetto di viscosità vorticiosa e dà origine a una serie di modelli detti **eddy viscosity models**.

L'analisi di Boussinesq parte dalle seguenti considerazioni:

1. Si ipotizza che le fluttuazioni turbolente si comportino come le particelle di fluido, ovvero secondo il moto browniano (o moto caotico). Nella realtà ciò non è vero perchè alla base del moto turbolento c'è un moto di swirling che dà origine a vortici di diversa scala che poi tra loro interagiscono; dunque le iterazioni non sono randomiche.
2. A partire dal punto (1), si può affermare che in un flusso di taglio le particelle più veloci accelerano le particelle più lente per cui c'è un trasporto netto di quantità di moto nella direzione del gradiente di velocità.
3. Si ipotizza che lo sforzo di taglio turbolento sia direttamente proporzionale in modo lineare alla velocità media di deformazione attraverso una costante:

$$-\overline{\rho u'v'} \propto \frac{\partial U}{\partial y} \rightarrow -\overline{\rho u'v'} = \mu_t \frac{\partial U}{\partial y} \quad (\text{B.14})$$

dove μ_t è detta **viscosità turbolenta**; si tratta di una grandezza analoga alla viscosità μ ma risulta assolutamente fittizia (non rappresenta nessuna grandezza fisica del fluido) e serve per determinare l'intensità della diffusione.

In (B.14) è riportata l'approssimazione di Boussinesq in 2D; si vuole estenderla in 3D e per farlo bisogna distinguere i contributi legati agli sforzi normali e i contributi legati agli sforzi di taglio:

- Sforzi di taglio: $-\overline{\rho u'v'} = \mu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)$, oppure $-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$ in notazione tensoriale;
- Sforzi normali: $-\overline{\rho u'u'} = 2\mu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{1}{3} \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) \right) - \frac{2}{3} \rho k$ dove il termine sottrattivo è necessario per correggere una sovrastima iniziale; in notazione tensoriale si ha che: $-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{1}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3} \rho k$.

Per avere un'unica formulazione che includa entrambi i contributi, si sfrutta il Delta di Kronecker:

$$\begin{cases} \delta_{ij} = 1, i = j \\ \delta_{ij} = 0, i \neq j \end{cases}$$

In conclusione, l'ipotesi di Boussinesq permette di esplicitare il tensore degli stress di Reynolds nel seguente modo (forma tensoriale):

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = 2\mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{1}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (\text{B.15})$$

Lo stesso tensore può essere scritto in forma compatta, sfruttando $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$, ovvero la velocità media del tensore delle deformazioni (in modo ancora più compatto si sfrutta la sua parte deviatorica $S_{ij}^* = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{1}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right)$; in questo modo si ottiene:

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = 2\mu_t S_{ij}^* - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (\text{B.16})$$

L'equazione (B.16) costituisce il risultato principale del modello di Boussinesq ed è la base per tutti gli altri modelli di turbolenza, i quali intervengono nel modellizzare μ_t .

B.4 Modello $k - \varepsilon$

Il modello in questione si basa sulla risoluzione di un sistema di equazioni di trasporto per l'energia specifica turbolenta k e per la dissipazione d'energia specifica ε . Con ε si intende la velocità con la quale l'energia cinetica turbolenta viene convertita in energia termica dalla viscosità:

$$\varepsilon = \nu \frac{\overline{\partial U'_i}}{\partial x_j} \frac{\overline{\partial U'_i}}{\partial x_j} \left[\frac{m^2}{s^3} \right] \quad (\text{B.17})$$

Poichè non si conosce a priori l'entità dei vortici, non possiamo sfruttare la definizione ma bisogna fare ricorso all'equazione di trasporto.

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} k) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k + P_b - \rho \varepsilon + S_k \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \varepsilon) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + C_1 \frac{\varepsilon}{k} (P_k + C_3 P_b) - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \end{cases}$$

Per entrambe le equazioni, notiamo la presenza di una derivata temporale, un termine convettivo, un termine diffusivo e dei termini sorgenti/pozzi; nel dettaglio:

- P_k è pari alla produzione d'energia dovuta alla velocità media di taglio;
- P_b è pari alla produzione d'energia dovuta al galleggiamento;
- S_k, S_ε sono dei termini sorgenti;
- C_1, C_2, C_μ sono delle costanti empiriche da definire; in base a questa terna di valori esistono differenti versioni del modello $k - \varepsilon$ (RNG, realizzabile, standard); in totale ci sono 5 costanti da definire prima di risolvere il sistema ($C_1, C_2, C_\mu, \sigma_k, \sigma_\varepsilon$).

Risolvendo il sistema e determinando queste due quantità si può calcolare la viscosità turbolenta a partire dall'equazione seguente:

$$\mu_t = C_\mu \frac{\rho k^2}{\varepsilon} \quad (\text{B.18})$$

Una variante del modello $k - \varepsilon$ è il modello $k - \varepsilon$ a basso numero di Reynolds, dove vengono aggiunte delle funzioni di smorzamento f_1, f_2, f_μ alle 3 costanti empiriche C_1, C_2, C_μ che assumono un valore diverso da 1 nel sottostrato viscoso dello strato limite (dove $y^+ < 5$):

$$\begin{cases} f_1 = 1 \\ f_2 = 1 - 0.3 \exp(-Re_\tau^2) \\ f_3 = \exp\left(\frac{-3.4}{(1 + (Re_\tau/50)^2)}\right) \end{cases}$$

dove $Re_\tau = \frac{\rho \sqrt{k} l_m}{\mu}$ è il numero di Reynolds turbolento (definito come il rapporto tra le forze turbolente e le forze viscosi) mentre l_m è la lunghezza di mescolamento, una

grandezza media dei vortici.

La prima funzione è associata a P_k , il termine di produzione di energia cinetica turbolenta ed è pari a 1 secondo Launcher e Jones; la seconda è associata al termine dissipativo $-C_2\rho\frac{\varepsilon^2}{k}$ e sta ad indicare che a parete c'è maggior dissipazione.

Il modello $k - \varepsilon$ è particolarmente utilizzato per applicazioni ad alto numero di Reynolds dove non ci sono fenomeni di separazione/riattacco.

B.5 Modello $k - \omega$

Il modello in questione venne introdotto poichè ci si accorse che il precedente modello non era accurato nel descrivere cosa succede quando il flusso è soggetto ad un gradiente di pressione avverso. Le grandezze di riferimento in questo caso sono k e ω , la velocità di dissipazione turbolenta specifica; quest'ultima è una quantità direttamente proporzionale a ε :

$$\omega = \frac{\varepsilon}{C_\mu k} [s^{-1}], C_\mu = 0.09 \quad (\text{B.19})$$

Il sistema di equazioni di trasporto per questo modello è il seguente:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} k) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k + -\rho \varepsilon \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \omega) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla \omega \right] + \frac{\gamma}{\mu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 \end{cases}$$

Il modello $k - \omega$ non sfrutta le funzioni di smorzamento le quali risultano particolarmente svantaggiose quando sono presenti gradienti avversi di pressione e i coefficienti empirici da calcolare sono diversi ($\alpha, \beta, \beta^*, \sigma_k, \sigma_\omega$); ha però lo svantaggio di dipendere dalle condizioni di monte di turbolenza.

In un primo momento, risulta indifferente risolvere l'equazione di trasporto per w o l'equazione di trasporto per ε visto che le due grandezze sono direttamente proporzionali; dopo un'analisi più attenta, ci si accorge che i modelli $k - \varepsilon, k - \omega$ sono diversi dal punto di visto matematico (oltre a essere adatti a situazioni diverse), per cui non è indifferente la scelta dell'equazione di trasporto da risolvere. Infatti, se si prova a sostituire la (B.19) nella prima equazione di trasporto del modello $k - \varepsilon$ si ha un'equazione simile alla seconda equazione di trasporto del modello $k - \omega$ tranne per la presenza di un termine aggiuntivo:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \omega) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla \omega \right] + \frac{\gamma}{\mu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 + 2 \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \nabla k : \nabla \omega \quad (\text{B.20})$$

Questo termine aggiuntivo è presente nel modello $k - \varepsilon$ ed è assente nel modello $k - \omega$. Se inseriamo una funzione di blending F_1 possiamo unire i 2 modelli andando a scrivere:

$$2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \nabla k : \nabla \omega.$$

a) Se $F_1 = 0$ si ritrova il modello $k - \varepsilon$;

- b) Se $F_1 = 1$ si ritrova il modello $k - \omega$;
- c) Se $0 < F_1 < 1$ si ritrova il modello $k - \omega$ *BST* dove con BST si intende **Baseline Stress Transport**.

Per soddisfare queste condizioni al contorno, è stata scelta la tangente iperbolica come funzione di blending: $F_1 = \tanh(\arg_1^4)$ per via della transizione molto smooth a prescindere dall'argomento.

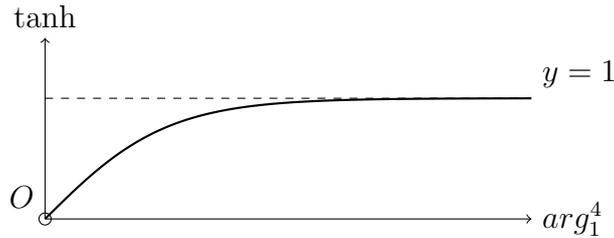


Figura B.2: Funzione di blending del modello BST

L'argomento della funzione di blending è sicuramente inversamente proporzionale alla distanza dalla parete più vicina, anche le costanti empiriche sono proporzionali alla funzione di blending, tramite un'interpolazione lineare ($\phi = F_1\phi_\omega + (1 - F_1)\phi_\varepsilon$). Il modello BST si basa sull'utilizzo della viscosità dinamica turbolenza μ_t definita in precedenza; se si aggiunge un viscosity limiter a μ_t , ovvero un fattore che riduce questa quantità, si ottiene il modello SST $k - \omega$ caratterizzato dalla seguente viscosità turbolenta:

$$\mu_t = \frac{a_1 \rho k}{\max(a_1 \omega, SF_2)} \quad (\text{B.21})$$

dove F_2 è una nuova funzione introdotta come limite per la viscosità; poichè si vuole che questa funzione sia maggiore in prossimità della parete, F_2 avrà un andamento analogo a quanto visto per F_1 . In conclusione, il modello SST $k - \omega$ (Shear Stress Transport) è un modello che combina i modelli $k - \omega$ e $k - \varepsilon$ attraverso una prima funzione di blending e, attraverso una seconda funzione di blending, limita gli effetti della viscosità turbolenta dinamica in prossimità della parete.

B.6 Modello di Spalart-Allmaras

Si tratta di un altro modello, nato alla fine del secolo scorso come sostituto del modello $k - \varepsilon$ visto che quest'ultimo risulta pessimo nella previsione dei flussi soggetti a dei gradienti di pressione avversi. Poichè il limite principale nel modello $k - \varepsilon$ consiste nell'approssimazione necessaria per calcolare μ_t e, di conseguenza, anche ν_t , nel modello S-A si sceglie di sostituire ν_t con una grandezza analoga $\tilde{\nu}$.

La viscosità cinematica ν_t tende ad avere il seguente comportamento:

$$\begin{cases} \nu_t \propto (y^+)^4, & y^+ < 5 \\ \nu_t \propto y^+, & y^+ > 30 \end{cases}$$

L'andamento quartico risulta particolarmente difficile da simulare poichè richiede un numero di celle (dunque un costo computazionale) estremamente elevato (si ricorda che la singola cella della mesh approssima la variazione di qualunque grandezza in modo lineare a partire dal valore calcolato al centro della mesh); l'approssimazione semplifica notevolmente la valutazione di ν_t perchè l'andamento è lineare. L'approssimazione, inoltre, avviene solo nel sottostrato viscoso perchè nella zona logaritmica ν_t è effettivamente lineare, dunque in questa regione non si sta realizzando nessuna approssimazione.

Poichè l'unica incognita è ν_t , il modello di S-A si propone di risolvere un'unica equazione di trasporto:

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \nabla \cdot (U\tilde{\nu}) = c_{b1}\mathbf{S}\tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma}[\nabla \cdot (\nu + \tilde{\nu})\nabla\tilde{\nu} + c_{b2}(\nabla\tilde{\nu})^2] - c_{\omega_1}f_{\omega}\left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2 \quad (\text{B.22})$$

dove:

- 1) $\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \nabla \cdot (U\tilde{\nu})$ sono i tradizionali termini temporale e convettivo;
- 2) $c_{b1}\mathbf{S}\tilde{\nu}$ è il termine di produzione turbolenta; secondo il modello di Spalart-Allmaras, l'energia turbolenta prodotta è direttamente proporzionale allo *Shear rate tensor* $\mathbf{S} = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{U} + (\nabla\mathbf{U})^t)$ ovvero l'energia in questione è generata dai gradienti presenti all'interno del profilo di velocità;
- 3) $\frac{1}{\sigma}[\nabla \cdot (\nu + \tilde{\nu})\nabla\tilde{\nu} + c_{b2}(\nabla\tilde{\nu})^2]$ è il tradizionale termine diffusivo, legato alla diffusione della quantità in analisi all'interno del fluido; il termine è composto da un contributo lineare e un contributo non lineare, meno tradizionale, aggiunto dall'autore del modello per descrivere come avviene la diffusione ai bordi del dominio;
- 4) $-c_{\omega_1}f_{\omega}\left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2$ è il termine distruttivo di turbolenza, rilevante sono in prossimità della parete dove $d \rightarrow 0$ perchè, vicino alla parete è la viscosità che, naturalmente abbassa la turbolenza.

B.7 Strato limite: caratteristiche e valori di y^+

Lo strato limite, pur essendo una porzione trascurabile del flusso in termini di volume, risulta cruciale da studiare in modo dettagliato per comprendere le caratteristiche generali del flusso. Utilizzare una mesh estremamente fine per cogliere tutto ciò che avviene all'interno di questa regione sembra l'opzione più plausibile ma risulta troppo onerosa in termini di costi e tempi computazionali, per cui si cerca un altro approccio per capire come costruire la mesh in modo più efficace.

A tal proposito, vengono definite le seguenti grandezze:

$$\text{Velocità d'attrito } u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_{wall}}{\rho}}$$

$$\text{Velocità adimensionale } u^+ = \frac{u}{u_\tau}$$

$$\text{Distanza adimensionale } y^+ = \frac{yu_\tau}{\nu} = \frac{yu_\tau\rho}{\nu}$$

dove ρ, ν, μ sono, rispettivamente, la densità del flusso e le viscosità, u è la velocità locale, mentre τ_{wall} è lo sforzo d'attrito a parete.

La grandezza più significativa è indubbiamente la y^+ , la quale rappresenta la distanza dal centro della cella della mesh alla parete del corpo più vicina. Si tratta di una quantità che va controllata solamente se il flusso è turbolento, risulta invece trascurabile se il flusso è laminare. Sperimentalmente, si evince che la u^+ dipende dalla y^+ secondo l'andamento riportato in Fig.B.3 (curva nera) per cui risulta possibile individuare 3 regioni distinte:

- Il **sottostrato viscoso**, dove la velocità d'attrito varia con la quarta potenza di y^+ (andamento ben approssimato da un polinomio di quarto grado - curva blu); si tratta dello strato più prossimo alla parete dove il flusso è fortemente influenzato dalla viscosità molecolare; lo spessore di questo strato è trascurabile se comparato con lo spessore dell'intero strato limite.
- La **zona di buffer**, ovvero una regione di transizione con un andamento poco stabile, dove il flusso inizia ad essere influenzato sia dalla viscosità molecolare, sia dalla turbolenza.
- La **regione logaritmica**, dove il flusso è influenzato in egual modo dalla turbolenza e dalla viscosità. La relazione tra u^+ e y^+ è ben approssimata da una funzione logaritmica (da ciò prende il nome la regione):

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln(y^+) + B \quad (\text{B.23})$$

dove k, B sono dei valori costanti.

Dall'immagine B.3 è possibile osservare che $y^+ < 5$ nel sottostrato viscoso, $5 < y^+ < 30$ per il buffer layer, mentre per la regione logaritmica $30 < y^+ < 200$.

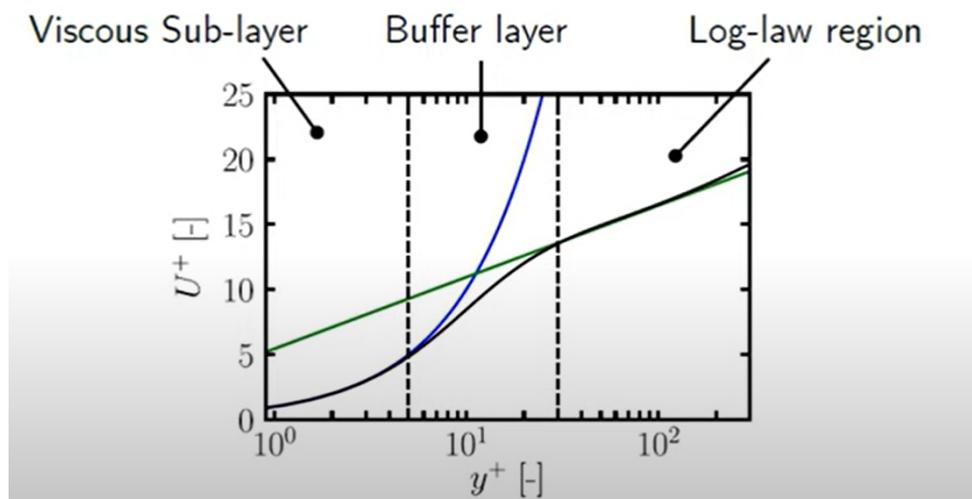


Figura B.3: Regioni all'interno dello strato limite

Prima di realizzare la mesh computazionale, è necessario comprendere quale modello di turbolenza si vuole utilizzare perchè ogni modello sceglie un approccio differente per approssimare l'andamento $u^+ = f(y^+)$.

Ricordando che il valore di y^+ è collegato all'altezza della prima cella della mesh costruita a parete, minore è il valore di y^+ più fine sarà la mesh, maggiore sarà il costo e il tempo computazionale per risolvere il flusso; le altre celle della mesh vengono costruite con un'altezza sempre maggiore, man mano che ci si allontana dalla parete, in modo da avere un infittimento solo nella regione dello strato limite per limitare il numero di celle complessive.

Per questa ragione, i modelli di turbolenza sopraccitati necessitano di una $y^+ < 5$ perchè, in questo modo, la prima cella a parete sarà completamente interna al sottostrato viscoso; per essere ancora più accurati, conviene una $y^+ < 1$, nonostante l'aumento di celle complessive.