



Politecnico di Torino

Tesi di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

A.a. 2024/25

Sessione di Laurea Marzo 2025

**Sviluppo di modelli di diagnosi per cuscinetti
volventi mediante Simscape e Machine
Learning**

Autore
Luca Giraudo

Relatori
Cristiana Delprete
Luigi Ganpio Di Maggio

Indice

1	Introduzione	4
2	Cuscinetti volventi	6
2.1	Cuscinetti orientabili	7
2.1.1	Caratteristiche geometriche	9
2.1.2	Condizioni di carico statiche	10
2.1.3	Cinematica	11
2.2	Danneggiamenti come fonti di vibrazioni nei cuscinetti volventi	12
2.3	Modellazione di cuscinetti	13
3	Banco prova	21
3.1	Banco prova per cuscinetti di medie dimensioni	21
3.2	Dataset di riferimento per difetti localizzati in cuscinetti a rulli sferici	23
4	Modellazione Multibody	26
4.1	Meccanica Analitica	26
4.1.1	Runge-Kutta4	32
4.2	Il modello Simscape	33
4.3	Modello di contatto	39
4.4	Stabilità del modello	43
4.4.1	Zero crossing	45
4.5	Parametri di simulazione e codifica	45
5	Analisi segnali	48
5.1	La trasformata di Fourier	48
5.2	Metodi di analisi nel dominio del tempo	50
5.2.1	Inviluppo	50
5.2.2	Indicatori	51
5.3	Metodi nel dominio della frequenza	53
5.3.1	La Power Spectral Density	53
5.3.2	Filtro passa-banda	54
5.3.3	Indicatori	55
5.4	Trasformata Wavelet	56
5.5	Risultati	58
6	Diagnosi di Danneggiamento Intelligente	66
6.1	Macchina a Supporto Vettori	66
6.2	Algoritmi ECOC	68
6.3	Risultati	68

1 Introduzione

L'ampio utilizzo di cuscinetti volventi (CV) nell'ambito industriale è un fatto che non lascia dubbi [1]. Beni di consumo o attrezzature, macchinari specialistici e oggetti ordinari utilizzano i cuscinetti volventi per permettere una rotazione continua attorno ad un asse con basse perdite energetiche per attrito. Proprio dovuto a questo ampio uso, il livello di conoscenza sul corretto funzionamento dei cuscinetti volventi è avanzato, il che permette di progettare in modo accurato le condizioni operative migliori per ottimizzarne la durata.

Il raggiungimento di una condizione in cui il cuscinetto non è più in grado di lavorare è definito fallimento. I motivi possono essere molteplici, sovraccarichi, sporcizia, correnti indotte e molti altri. Nell'ambito industriale il fallimento di un CV comporta un fermo macchina, la mancanza di produttività e tutti i costi che ne derivano. In altri casi il fallimento può portare a eventi catastrofici, come per i veicoli a propulsione terrestre. Il monitoraggio ha lo scopo di fornire informazioni riguardanti lo stato di salute del cuscinetto, utili per organizzare gli eventi di manutenzione predittiva, prima che possa sopraggiungere un fallimento. La pratica comporta la sensorizzazione del cuscinetto e l'analisi dei dati ricavati, in modo da ottenere degli indicatori numerici che quantifichino la qualità del funzionamento del cuscinetto. La diagnosi intelligente dei guasti (IFD) implementa tecniche di Machine Learning (ML) atte alla diagnosi automatica dello stato di salute di macchinari. Ciò richiede una grande quantità di dati per addestrare gli algoritmi, il che può risultare impegnativo quando si affrontano scenari complessi come il danneggiamento dei cuscinetti a rotolamento. Creare grandi dataset da sistemi reali è un processo laborioso e costoso in quanto spesso richiede la costruzione di strumentazione ad hoc. Inoltre, i dati reperiti sono soggetti a grandi quantità di rumore e altri effetti dovuti ai componenti a cui il cuscinetto è collegato, direttamente, o meno, in funzione del macchinario che li contiene.

Un'alternativa al ricavare dati da cuscinetti reali è la computazione numerica di un modello matematico che rappresenta il cuscinetto in funzionamento. Il modello numerico utilizzato viene creato in modo da rappresentare il più fedelmente possibile la realtà fisica, in modo da ricavare da esso dati paragonabili a quelli ottenibili tramite la sperimentazione, senza però dover fisicamente interagire con i macchinari, sensori e hardware di acquisizione. La simulazione permette anche di valutare varie casistiche di funzionamento, diversi componenti e condizioni di lavoro tramite il solo utilizzo del calcolatore.

Questa tesi ha lo scopo di creare un modello digitale di un cuscinetto orien-

tabile a rulli. Dalla simulazione verranno ricavati dei dati di funzionamento in funzione delle condizioni di lavoro imposte. I dati verranno poi elaborati e classificati in modo da ottenere un dataset di allenamento per un algoritmo di Machine Learning che dovrà essere in grado di identificare e catalogare segnali ottenuti su cuscinetti reali.

2 Cuscinetti volventi

I cuscinetti volventi (CV) sono comunemente utilizzati in ambito industriale per permettere la rotazione reciproca di organi meccanici con il minimo attrito, in molti casi permettendo milioni di rotazioni prima di raggiungere il fallimento. Nella loro forma più semplice sono divisibili in quattro elementi principali, osservabili in Figura (1). L'anello esterno (OR) è normalmente montato su uno statore, l'anello interno (IR) su un rotore, nell'intermezzo tra i due sono posti i corpi volventi (RE, pl. REs) atti a trasmettere i carichi tra gli anelli tramite le piste, con cui vengono a contatto. La gabbia (CG) ha lo scopo principale di mantenere separati i corpi volventi, per evitare strisciamenti tra di essi durante il funzionamento.

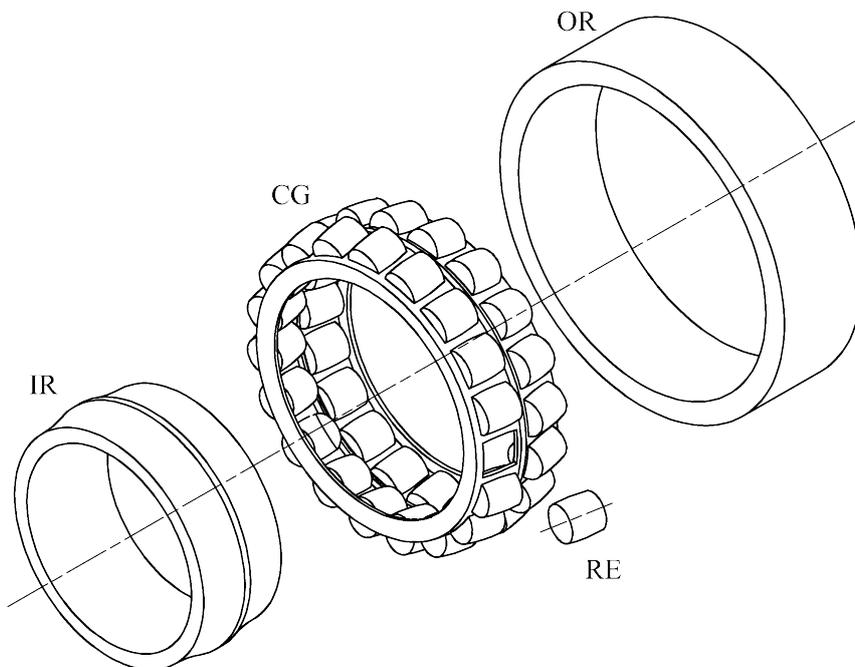


Figura 1: Vista esplosa di un cuscinetto orientabile a rulli

Le tipologie di cuscinetti volventi sono molteplici per coprire un altrettanto ampio campo di utilizzo. Si distinguono principalmente in base alla geometria degli elementi volventi (Fig. (2)). Ogni tipologia di cuscinetto ha dei pregi e difetti rispetto alle altre, per esempio i cuscinetti a sfere (**a**) sono semplici e ampiamente utilizzati, ma i carichi supportabili sono limitati; i

cuscinetti a rulli (b) possono sopportare carichi elevati ma in caso di disallineamento rischiano l'usura prematura; i cuscinetti orientabili (c) sopportano grandi forze e si autoallineano, ma hanno vita limitata ad alte velocità per le stesse ragioni geometriche che permettono l'allineamento.

I carichi principali che un cuscinetto può subire sono trasmessi dagli organi

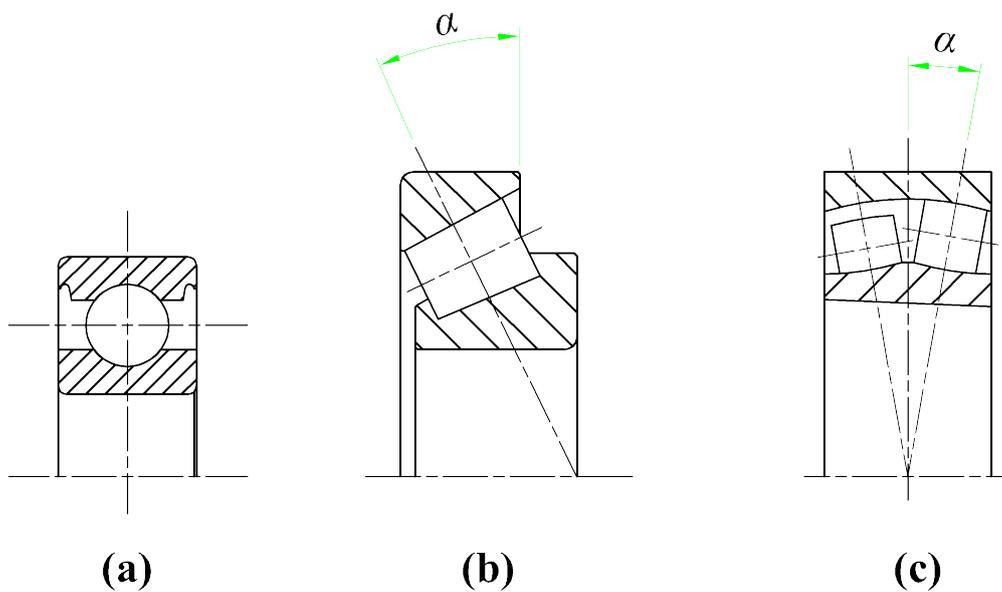


Figura 2: Sezioni di tre tipologie di cuscinetti volventi, (a) a sfere, (b) a rulli conici, (c) orientabile

su cui è calettato. Questi carichi vengono spesso distinti, per la loro direzione rispetto al corpo del cuscinetto, in radiali e assiali. Diverse costruzioni limitano i tipi di carichi che un cuscinetto può sorreggere, in generale l'ampiezza dell'angolo di contatto α tra RE e piste determina quanto carico assiale o radiale possa essere sorretto senza ridurre eccessivamente la vita utile del cuscinetto.

2.1 Cuscinetti orientabili

La tesi pone l'enfasi sullo studio di un cuscinetto orientabile a rulli *SKF 22240 CCK/W33* per applicazioni industriali. Questa tipologia di cuscinetti

è di ampio utilizzo nell'ambito industriale sia per le elevate capacità di carico, che per l'applicazione in condizioni di disallineamento tra gli anelli, grazie alla geometria di costruzione. In Figura (3) sono rappresentate le caratteristiche geometriche fondamentali per il funzionamento del cuscinetto.

I corpi volventi sono costruiti come toroidi tronchi con due raggi di curva-

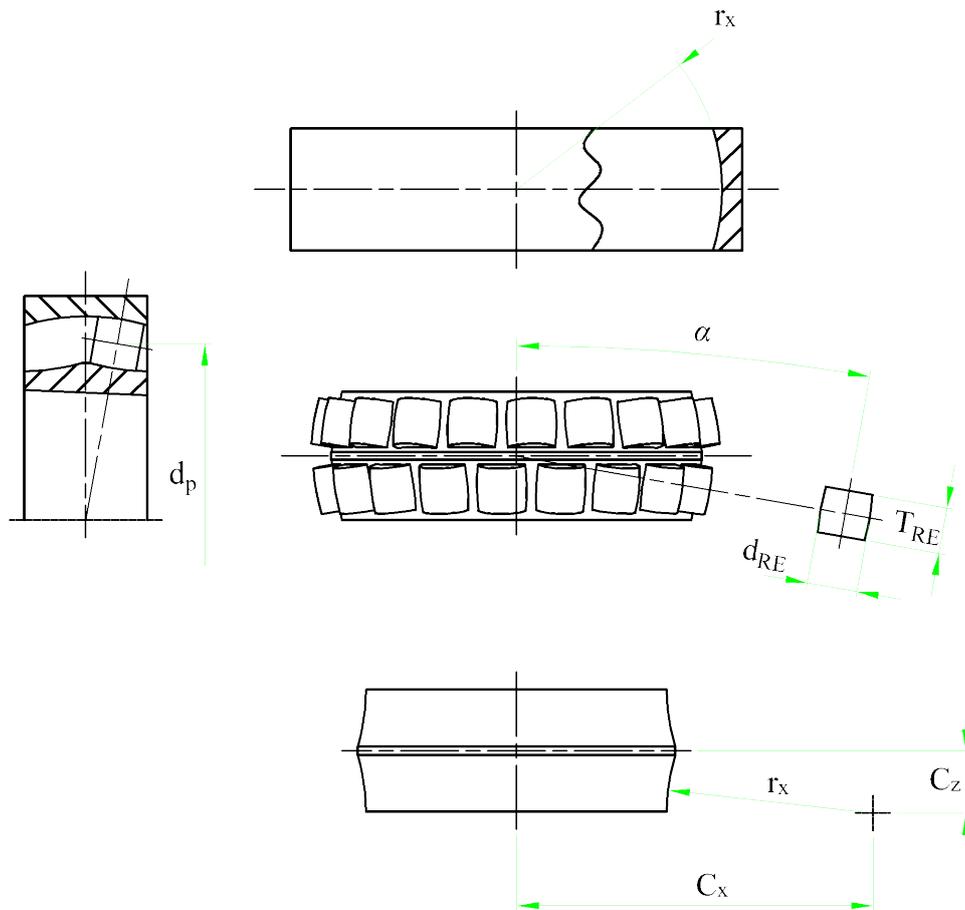


Figura 3: Caratteristiche geometriche principali dei cuscinetti orientabili a rulli

tura principali, sono colloquialmente conosciuti come rulli a botte. Il raggio maggiore è molto simile in dimensione al raggio che descrive le piste degli anelli, permettendo, durante il funzionamento, di scivolare nella direzione tangenziale al moto, creando così allineamento nel caso in cui gli assi di rotazione dell'OR e IR non siano allineati. Nel cuscinetto di studio le piste su

entrambi gli anelli sono concave.

I cuscinetti orientabili sono costruiti normalmente con una o due serie di elementi volventi, dette corone. Per i primi, l'angolo di contatto resta attorno allo zero anche in caso di carico assiale, il che impone l'utilizzo limitato a sorreggere soli carichi radiali. Con una costruzione a doppia fila i corpi volventi vengono inclinati in modo speculare sulle due file. In questa condizione l'angolo di contatto è maggiore di zero, rendendo questi cuscinetti applicabili anche a casi dove il carico assiale è non nullo.

2.1.1 Caratteristiche geometriche

Gli elementi volventi sono caratterizzati da due curvature principali, con raggi, r_x e r_z . Come già detto in precedenza, il raggio maggiore è leggermente inferiore a quello delle due piste. Ciò è voluto per rendere il contatto puntiforme in assenza di carico. Quando viene applicata una sollecitazione, invece, il punto si allarga diventando una superficie di contatto, come si vede in Figura (4).

Il secondo raggio r_z descrive la curvatura nella direzione di rotazione. Esso

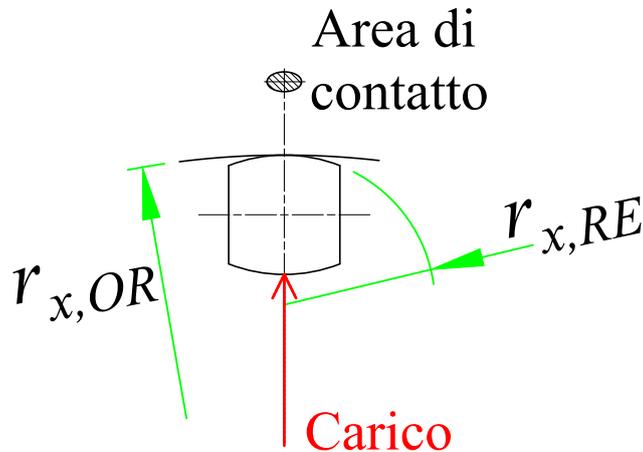


Figura 4: Rappresentazione fortemente esagerata della differenza di curvatura tra RE e piste

ha il valore massimo nel centro del RE

$$r_{z,max} = \frac{d_{RE}}{2} \quad (1)$$

La relazione per il calcolo del diametro massimo dell'elemento volvente, d_{RE} , è

$$d_{RE} = r_{x,OR} + r_{x,IR} - \frac{C_{x,IR}}{\cos(\alpha)} - g_r \quad (2)$$

dove g_r è il gioco radiale tra RE e piste. Questa quantità è inclusa nella progettazione di CV avendo già a conoscenza il fatto che gli anelli verranno montati con interferenza. Questo processo allarga l'anello interno e restringe l'anello esterno radialmente, riducendo il gioco. Altri fattori influenzanti g_r sono la temperatura di esercizio, le condizioni di carico e il disallineamento. Il valore di gioco, o interferenza, durante il funzionamento può essere calcolato tramite formule che prendono in considerazione tutti i fenomeni elencati, con l'obiettivo di mantenerlo in un certo range specificato dal produttore. Come regola generale, per i cuscinetti orientabili, il gioco radiale in funzionamento dovrebbe essere poco sopra lo zero.

Il diametro primitivo, d_p , nei cuscinetti orientabili, è approssimabile come

$$d_p = r_{x,OR} \cos(\alpha) - \frac{d_{RE}}{2} \quad (3)$$

ipotizzando che il gioco radiale sia nullo. Questa dimensione è fondamentale per i calcoli della cinematica del cuscinetto.

2.1.2 Condizioni di carico statiche

Il gioco radiale può variare significativamente durante il funzionamento, diventando persino negativo. Questa variazione genera una differenza di ampiezza della zona di carico, definibile come l'angolo ψ_{max} in cui gli elementi volventi sono compressi tra IR e OR. La formula

$$\psi_{max} = \cos^{-1} \left(\frac{g_r \cos(\alpha)}{\delta_r} \right) \quad (4)$$

approssima il valore, limitando il problema agli spostamenti sul piano. Qui δ_r è lo scostamento radiale totale definibile come

$$\delta_r = \delta_{OR} + \delta_{IR} \quad (5)$$

ovvero la somma degli scostamenti radiali di anello esterno e interno, dalla loro posizione concentrica.

Come viene mostrato in Figura (5), la zona di carico varia in funzione del gioco residuo, andando ad ampliarsi al ridursi del gioco. Quando il gioco residuo risulta nullo, la zona di carico è equivalente a una semicirconferenza, ovvero $\psi_{max} = 90^\circ$.

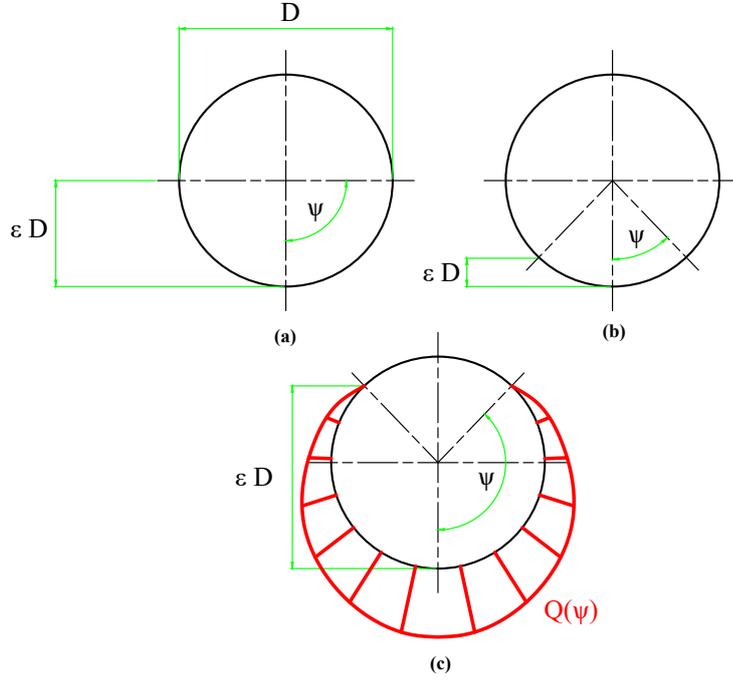


Figura 5: Rappresentazione della formula di Stribeck, **(a)** $\varepsilon = 0.5$, **(b)** $\varepsilon \leq 0.5$, **(c)** $\varepsilon \geq 0.5$

Stribeck [2] formulò una legge per descrivere il carico di un RE, compresso tra le due piste, in funzione della posizione angolare ψ .

$$Q(\psi) = \begin{cases} Q_0 \left(1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos(\psi))\right)^n & -\psi_{max} \leq \psi \leq \psi_{max} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad (6)$$

¹ con ε pari a

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{g_r \cos(\alpha)}{\delta_r}\right) \quad (7)$$

2.1.3 Cinematica

La relazione che lega la velocità angolare ω alla frequenza di rotazione f è ben conosciuta

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (8)$$

Vengono definite le velocità di rotazione di anello interno e esterno come rispettivamente f_{IR} e f_{OR} . Ipotizzando il movimento ideale di in un cuscinetto

¹Il coefficiente n è commentato nella sezione "Modellazione di Cuscinetti"

volvente viene imposta l'assenza di scorrimenti relativi tra RE e piste, ovvero, il cuscinetto si comporta come un ingranaggio planetario, assimilando la gabbia al portatreno del riduttore. Su tale nozione si calcolano le varie velocità e relative frequenze di rotazione ideali dei componenti di un cuscinetto. Queste vengono chiamate frequenze fondamentali

- Frequenza di gabbia fondamentale sull'anello interno (FTFI)

$$FTFI = \frac{1}{2}f_{IR} \left(1 - \cos(\alpha) \frac{d_{RE}}{d_p} \right) \quad (9)$$

- Frequenza di gabbia fondamentale sull'anello esterno (FTFO)

$$FTFO = \frac{1}{2}f_{OR} \left(1 - \cos(\alpha) \frac{d_{RE}}{d_p} \right) \quad (10)$$

- Frequenza di gabbia fondamentale (FTF)

$$FTF = \frac{1}{2}(f_{IR} - f_{OR}) \left(1 - \cos(\alpha) \frac{d_{RE}}{d_p} \right) \quad (11)$$

Si vuole far notare che questa è la frequenza di rivoluzione di un RE attorno all'asse di rotazione.

2.2 Danneggiamenti come fonti di vibrazioni nei cuscinetti volventi

Il movimento reciproco dei componenti di un cuscinetto volvente è spesso fonte di vibrazioni. In particolare, il rotolamento dei RE sulle piste, specialmente nel caso di componenti danneggiate, è causa di grandi eccitazioni. I tipi di danneggiamento nei cuscinetti volventi sono molteplici [3], in questa tesi saranno distinti in localizzati e distribuiti, trascurando così la causa della loro coalescenza, irrilevante allo scopo della diagnosi preventiva.

Tra i difetti localizzati si trovano danni dovuti a tensioni cicliche elevate come spalling e pitting, generalmente descrivibili come la deformazione e asportazione di materiale dalle superfici di contatto. Sono osservabili sulle piste o sugli RE zone localizzate in cui la geometria non è più congrua e dove, quindi, il funzionamento è irregolare ogni volta che un corpo ne viene a contatto. Vengono formulate delle relazioni tra le caratteristiche cinematiche dei cuscinetti e le frequenze di eccitazione dovute a un contatto con un difetto localizzato. Queste vengono chiamate frequenze di passaggio, e sono calcolabili

come

$$BPFO = \frac{n_{RE}}{2}(f_{OR} - f_{IR}) \left(1 - \cos(\alpha) \frac{d_{RE}}{d_p} \right) \quad (12)$$

$$BPFI = \frac{n_{RE}}{2}(f_{OR} - f_{IR}) \left(1 + \cos(\alpha) \frac{d_{RE}}{d_p} \right) \quad (13)$$

$$BSF = \frac{d_p}{2d_{RE}}(f_{OR} - f_{IR}) \left(1 - \cos(\alpha) \frac{d_{RE}}{d_p} \right) \quad (14)$$

BPF è un acronimo per frequenza di passaggio della sfera, ovvero la frequenza alla quale tutti i corpi volventi passano per uno specifico punto dell'anello esterno (BPFO) o interno (BPFI). BSF sta per frequenza di rotazione di una sfera, ovvero la frequenza alla quale un RE ruota. n_{RE} è il numero di corpo volventi per pista. f_{OR} e f_{IR} si riferiscono alla frequenza di rotazione di anello esterno e interno in Hz.

È importante far notare che queste frequenze non sempre coincidono con quelle trovate dall'analisi dei segnali di cuscinetti reali. Ciò può essere attribuito a varie ragioni, anche sovrapponibili. La prima è lo slip, ovvero quel fenomeno in cui i corpi volventi smettono di rotolare, per invece strisciare, mentre gli anelli proseguono nella loro rotazione. È evidente che se i corpi volventi scivolano ci sarà un ritardo nel contatto con un difetto, che porta a pensare che la frequenza di contatto effettiva sarà minore. Un altro scostamento dal teorico sta nel fenomeno di *ingresso-uscita* da un difetto. In pratica, quando un RE rotola su una sezione danneggiata, subisce un impatto all'ingresso di tale porzione, dovuto al contatto repentino con la zona alterata, che crea un impulso che eccita tutti i componenti coinvolti. Successivamente prosegue, rotolando o scorrendo, finché non raggiunge la fine del difetto, dove impatta di nuovo una variazione geometrica. Questo crea due eccitazioni impulsive ravvicinate, risultanti in una differente lettura di frequenza.

I difetti distribuiti non verranno analizzati in questa tesi vista la mancanza di un campione di dati sperimentali.

2.3 Modellazione di cuscinetti

Negli anni molti modelli matematici sono stati proposti, con lo scopo di simulare le caratteristiche vibrazionali dei cuscinetti volventi. Singh et al. [4] riassume i modelli in categorie in base al tipo di formulazione utilizzata e alle dimensioni dei difetti. Si può inoltre dividere le categorie di modelli tra analitici e numerici in base al metodo di soluzione delle equazioni.

Spesso per essere risolti, i modelli richiedono la soluzione di un'equazione a derivate parziali. Questo comporta il dover risolvere un'integrazione nel

tempo, come

$$\begin{cases} \mathbf{y}(t + \Delta t) = \mathbf{y}(t) + \Delta t F(\mathbf{y}(t)) \\ \mathbf{y}(0) = \mathbf{y}_0 \end{cases} \quad (15)$$

dove \mathbf{y} è il vettore di stato del sistema modellato.

In questi casi, l'utilizzo di un calcolatore è fondamentale per risolvere le equazioni più complesse, o semplicemente più rapido del calcolo a mano per risolvere i sistemi a più gradi di libertà (DOF, pl. DOFs). In Figura (6) sono rappresentate le principali categorie di modelli di REBs.

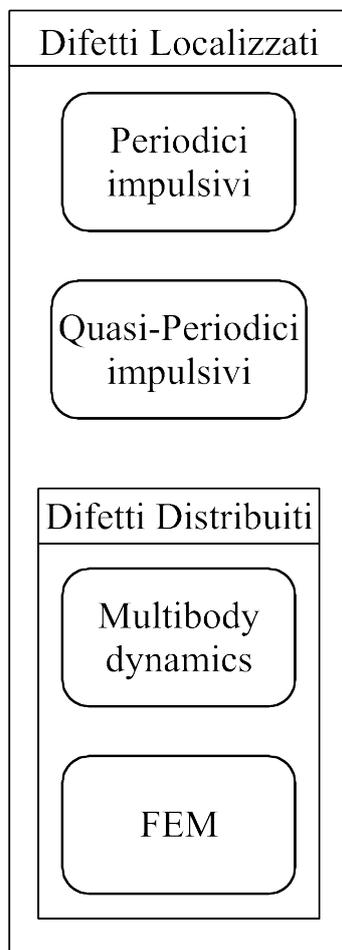


Figura 6: Schema riassuntivo delle tipologie di modelli di cuscinetti volventi e le dimensioni dei difetti rappresentabili

I modelli *Periodici-impulsivi* [5][6] sono stati i primi a essere ideati con l'obiettivo di dare una forma analitica a quello che veniva riscontrato dalla sperimentazione dei CV. Si tratta di modelli che studiano il comportamento nel tempo, assimilando il passaggio dei RE sul danno come una serie periodica

di *Delta di Dirac*

$$d(t) = d_0 \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(t - iT) \quad i \in \mathbb{Z} \quad (16)$$

o altre funzioni impulsive, con un parametro di modulazione dell'ampiezza d_0 , distanziati da un periodo T definibile come

$$T = \begin{cases} \frac{1}{\text{BPFO}} & \text{Danno localizzato su OR} \\ \frac{1}{\text{BPFI}} & \text{Danno localizzato su IR} \\ \frac{1}{2\text{BSF}} & \text{Danno localizzato su RE} \end{cases} \quad (17)$$

Il carico sui corpi volventi viene calcolato con la formula di Stribeck (Eq. (6)), che è periodica, visto che la posizione angolare ideale di un qualunque corpo volvente è

$$\psi(t) = 2\pi F T F t \quad (18)$$

Moltiplicando $d(t) \cdot q(t)$ si ottiene una funzione in tempo che presenta delle caratteristiche simili a un segnale ricavato da un cuscinetto con danno sull'anello interno o RE, in funzione della scelta per il calcolo di T . Se invece si moltiplica $q_0 \cdot d(t)$ si ottiene un segnale simile a quello ottenibile in caso di difetto sulla pista esterna, quando questo danno si trova nella zona di carico. Le funzioni vengono poi trasposte nel dominio della frequenza tramite la *trasformata di Fourier*, e vengono confrontate con gli spettri degli involuppi di segnali sperimentali².

I modelli definiti *Quasi-periodici* [7][8] variano significativamente solo per l'aggiunta di un fattore randomico al periodo di impulso, atto a simulare lo scivolamento dei RE sulle piste.

Questi tipi di modelli sono in grado di rappresentare le frequenze di danneggiamento riscontrate sui dati sperimentali, ma ignorano completamente la dinamica del sistema e le leggi che governano il contatto.

I modelli *Multibody* [9][10] includono un ampio spettro di formulazioni con varie limitazioni ai gradi di libertà. Infatti, i modelli più semplici prendono le formulazioni di forza trovate nei modelli impulsivi e la applicano a un sistema a 1 DOF. In generale viene formulata un'equazione dinamica del tipo

$$[m]\{\ddot{x}\} + [c]\{\dot{x}\} + [k]\{x\} = \{F\} \quad (19)$$

che viene poi risolta integrando numericamente nel tempo. Le matrici $[m]$, $[c]$ e $[k]$ sono rispettivamente massa, smorzamento e rigidità del sistema; F

²La trasformata di Fourier e l'involuppo sono formulazioni matematiche che vengono spiegate nella sezione "Analisi segnali"

indica le forzanti esterne, in questo caso gli impulsi; infine x è la variabile di stato, nella maggior parte dei modelli indica la posizione dei corpi; \dot{x} e \ddot{x} le derivate in tempo.

Come caso esemplificativo si può osservare l'immagine in Figura (7), che rappresenta una parte di un cuscinetto, relativa alla dinamica di un solo RE. In principio si trova l'anello interno, sovente collegato rigidamente all'albero. Successivamente si trova il corpo volvente, collegato alla pista interna e esterna da due gruppi molla-smorzatore (SD), che vanno a simulare il contatto. L'anello esterno è collegato tramite un ulteriore molla-smorzatore al supporto, che spesso viene modellato come corpo fisso.

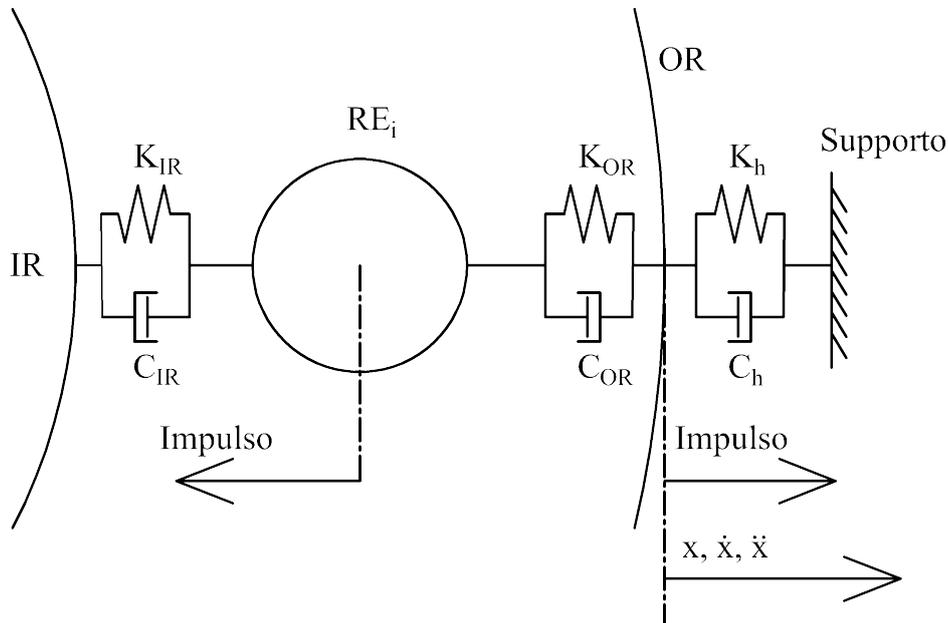


Figura 7: Rappresentazione schematica di un modello Multibody a impulso con danno sulla pista esterna

Ancor più frequentemente, il sistema rappresentato in Figura (7) viene semplificato, ipotizzando che l'effetto della massa degli REs sia trascurabile, creando un sistema equivalente, come in Figura (8). Le leggi che determinano i parametri relativi al contatto, rigidezze e smorzamenti, sono spesso elaborazioni della teoria di Hertz, Palmgreen, o dalla teoria Elasto-Idrodinamica (EHL) [12]. Le varie opzioni possono essere riassunte come

$$F_{c,n} = K_c \delta^{n_k} + C_c \dot{\delta}^{n_c} \quad (20)$$

dove F_c è la forza di contatto normale alle superfici, K_c e C_c sono rispettivamente la rigidezza e lo smorzamento del contatto e n è il coefficiente di

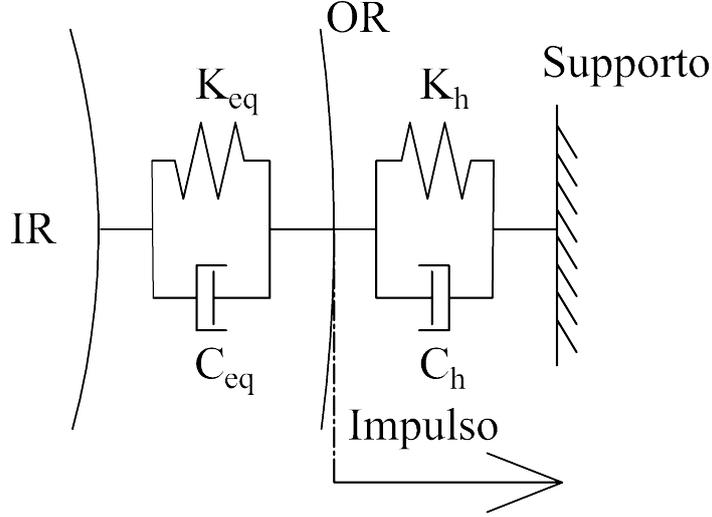


Figura 8: Rappresentazione schematica di un modello con masse degli elementi volventi trascurate [11]

restituzione. Questi parametri sono stati raccolti e catalogati da Corral et al. [13], la Tabella (1) riassume i classici.

Nome	Formula	n
Hooke		1
Hertz [14] e Palmgreen [15]	$F_{c,n} = K_c \delta^n$	3/2 per contatto puntuale 10/9 per contatto lineare
Kelvin-Voigt	$F_{c,n} = K_c \delta^n + C_c \dot{\delta}^n$	1

Tabella 1: Formulazioni fondamentali della forza normale di contatto [13]

δ è la distanza di penetrazione, $\dot{\delta}$ la sua velocità. Vedremo in seguito che questo valore viene ricavato in modo diverso in base al tipo di modello utilizzato. In generale lo si può descrivere come la distanza massima di penetrazione di un corpo in un altro, o di un punto in una superficie chiusa. δ assume valori positivi quando è presente compenetrazione, mentre quando è caratterizzato da valori negativi viene comunemente chiamato distacco.

L'utilizzo di δ permette di ideare un altro metodo di simulazione del danneggiamento, formulabile come

$$\delta_d = \delta + h_d \quad (21)$$

dove h_c è la dimensione radiale del danno e δ_c è la distanza di penetrazione variata da tale danno. h_c viene descritta in funzione della sua ampiezza

angolare $\psi_{d,max} - \psi_{d,min}$

$$h_d = \begin{cases} h_{d,max} & \psi_{d,min} \leq \psi \leq \psi_{d,max} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad (22)$$

L'Equazione (22) rappresenta un difetto rettangolare, come in Figura (9) (a). Altre rappresentazioni più complesse sono state proposte negli anni, come quelle rappresentate in Figura (9) (b) e (c).

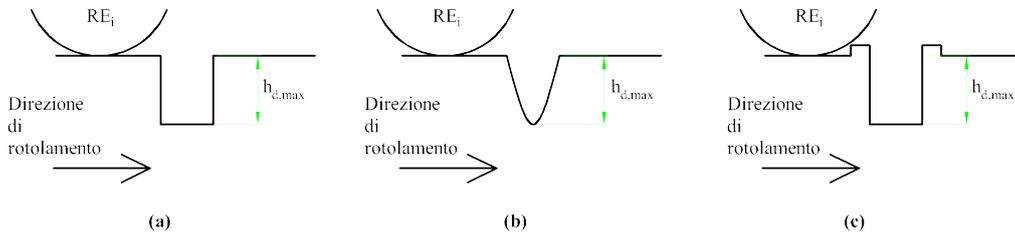


Figura 9: Rappresentazione di varie formulazioni di difetti, (a) rettangolare, (b) curva cubica [16], (c) danno con rialzamento [17]

Da notare come questi modelli siano limitati al caso bidimensionale, e che quindi i difetti rappresentabili siano passanti [18], ovvero della stessa lunghezza della pista, come rappresentato in Figura (10). Questi tipi di danneggiamento, benché possibili, sono comunque casi estremi, dove il loro raggiungimento comporta di essere passati per fasi in cui il danno è localizzato, come uno spall o del pitting. Il che rende questi modelli scorretti per lo scopo del IFD, il cui obiettivo dovrebbe essere il riconoscere la condizione di danneggiamento sul nascere, o comunque il prima possibile.

Inoltre questi modelli, pur essendo nella categoria *Multibody dynamics*, molto spesso ignorano molto di quello che è dinamico, come le masse degli RE o le inerzie rotazionali dei corpi. Esistono altri modelli Multibody con molti più gradi di libertà, che descrivono il danno discretizzando geometrie in uno spazio 3D [19][10] e considerano tutti i 6 gradi di libertà dei corpi. In questi modelli le superfici di contatto vengono discretizzate, spesso utilizzando mesh bidimensionali come quella in Figura (11), dalle quali poi vengono calcolate le penetrazioni δ . Aumentando la raffinatezza della mesh, ovvero riducendo le dimensioni degli elementi che la compongono, si aumenta la precisione della stima delle penetrazioni (Figura (11) (b)). Questo permette di ottenere risultati altamente simili i dati reali, al punto di poterli utilizzare nell'ambito del riconoscimento danni. La pecca di ciò sta nei lunghi tempi di

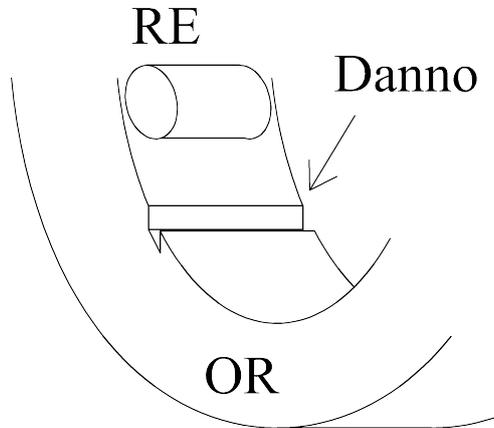


Figura 10: Visualizzazione di un danno passante l'anello esterno

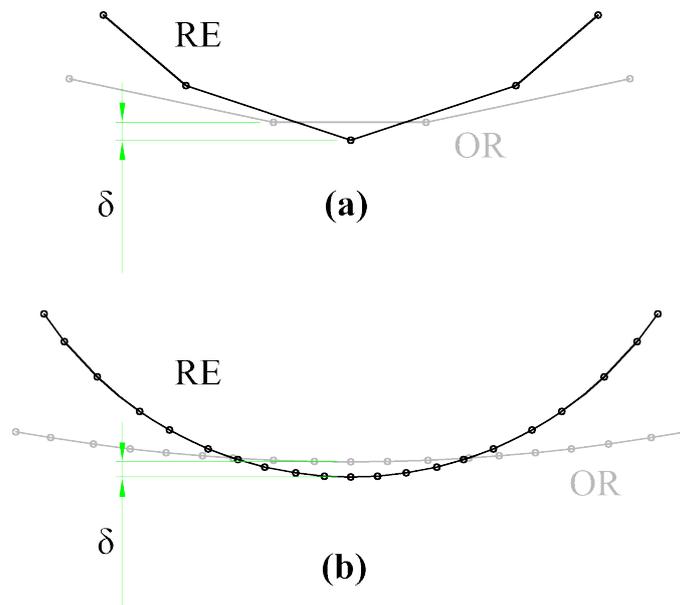


Figura 11: Mesh delle superfici di contatto, (a) grossolana, (b) fine

computazione, dovuti alla discretizzazione del calcolo del contatto. Inoltre la segmentazione delle piste e corpi volventi crea un'eccitazione, assimilabile al concetto di far rotolare una ruota poligonale su una strada liscia. Queste

eccitazioni, puramente dovute al modello numerico, sono riscontrabili durante l'analisi dei segnali come rumorosità a frequenze notevolmente più alte di quelle di danneggiamento. Ciò permette di eliminarle con filtri a banda passante bassa³, senza interferire con le componenti dei dati che distinguono l'effettivo funzionamento di un cuscinetto.

I modelli *FEM* [20][21] utilizzano la formulazione dinamica del metodo a elementi finiti. Questo permette di modellare anche le deformazioni dei corpi, molto influenti per il calcolo della zona di carico, specialmente per quanto riguarda l'anello esterno [22][23]. Questi modelli presentano molte somiglianze con quei Multibody più realistici [24], infatti esistono software commerciali che permettono di utilizzare corpi elastici e rigidi simultaneamente [25]. Presentano anche gli stessi difetti, infatti sono molto lenti al calcolo, spesso più di un modello Multibody equivalente.

³Capitolo: "Analisi segnali"

3 Banco prova

Per validare il modello proposto e valutarne la capacità di simulare le condizioni operative reali, viene sfruttata una campagna sperimentale condotta su un banco prova progettato specificamente per cuscinetti di medie dimensioni. Questa configurazione sperimentale facilita la raccolta sistematica di dati vibrazionali in diversi scenari di carico, fornendo dati standard per valutare le prestazioni dinamiche di cuscinetti danneggiati. Il setup sperimentale consente l'applicazione di forze sia radiali che assiali durante la rotazione a diverse velocità. Il dataset raccolto comprende segnali vibrazionali associati a varie condizioni di salute dei cuscinetti, consentendo una valutazione approfondita dei difetti localizzati. Questa sezione descrive il setup sperimentale utilizzato per la raccolta dei dati e fornisce un riassunto del dataset di riferimento utilizzato in questa ricerca.

3.1 Banco prova per cuscinetti di medie dimensioni

Il banco prova impiegato nella presente indagine è situato presso il Politecnico di Torino ed è stato progettato per valutare cuscinetti industriali di medie e grandi dimensioni in condizioni controllate. L'apparato mostrato in Figura (12) (a) è progettato per l'acquisizione sistematica di dati vibrazionali. Le caratteristiche principali del banco prova sono descritte in questa sezione, con ulteriori dettagli disponibili in [26].

La configurazione accoglie cuscinetti con diametri esterni compresi tra 280 mm e 420 mm, consentendo l'applicazione di carichi radiali e assiali variabili. L'architettura modulare mostrata in Figura (12) (b) di questo setup permette l'intercambiabilità delle dimensioni dei cuscinetti, rendendolo adattabile a una vasta gamma di contesti operativi. Un motore elettrico SIEMENS® da 30 kW, modulato attraverso un inverter, aziona l'albero principale tramite un giunto elastico PERIFLEX®, garantendo così la trasmissione della coppia. Il banco prova è caratterizzato da una struttura autonoma in cui i carichi imposti esternamente sono bilanciati attraverso la deformazione elastica della scatola, eliminando così la necessità di cuscinetti di supporto sovradimensionati. Il percorso del carico è mostrato in Figura (12) (c). Gli attuatori idraulici sono utilizzati per l'applicazione di forze radiali e assiali indipendenti fino a 200 kN, con potenza fornita da pompe di conversione aria-olio integrate nell'infrastruttura pneumatica del laboratorio. I cuscinetti sono fissati all'interno di adattatori progettati su misura che garantiscono la trasmissione diretta della forza e una lubrificazione regolata. Un sistema di lubrificazione a ricircolo eroga olio ISO VG 150 a una velocità di 2,5 l/min sotto una pressione di 6 bar. Il monitoraggio delle vibrazioni viene eseguito

tramite accelerometri piezoelettrici SKF® CMSS 2200T, fissati agli adattatori dei cuscinetti e interfacciati con un sistema di acquisizione dati LMS® Scadas. La supervisione dei test in tempo reale viene condotta tramite il software TestLab. Nel contesto di questo studio, è stato testato il cuscinetto a rulli sferici SKF® 22240 CCK/W33 mostrato in Figura (12) (d).

L'apparato sperimentale qui descritto introduce diverse innovazioni chiave. La piattaforma è specificamente dedicata a cuscinetti di medie e grandi dimensioni sottoposti a condizioni di carico sistematicamente controllate. Sono forniti meccanismi di controllo del carico indipendenti, emulando così scenari reali riscontrati in industrie pesanti come laminatoi e produzione di carta. Viene sfruttato un design modulare, facilitando esperimenti flessibili su una gamma di dimensioni dei cuscinetti e applicazioni industriali.

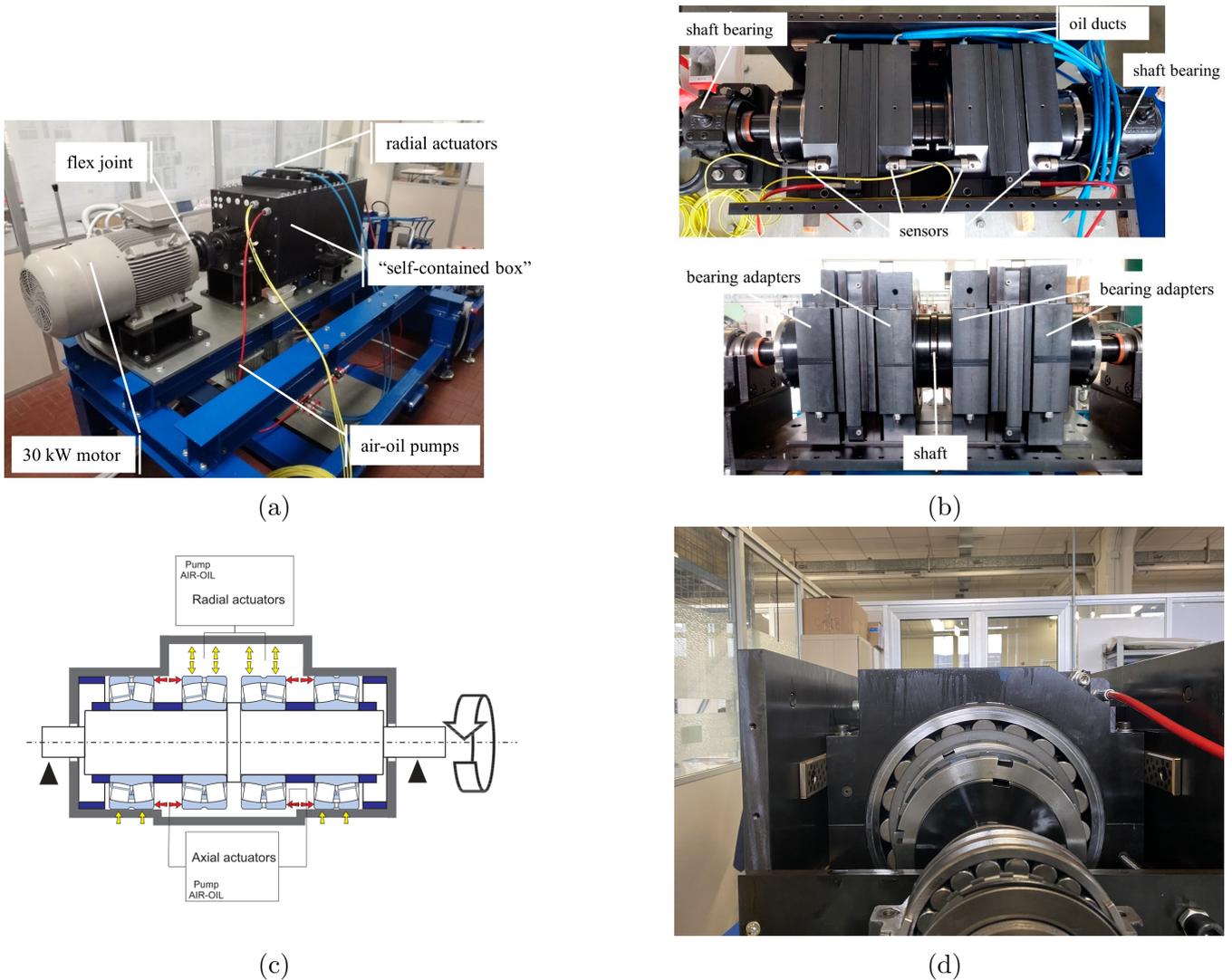


Figura 12: Banco prova per il monitoraggio delle condizioni di cuscinetti di medie dimensioni. (a) Scatola autonoma [26]. (b) Albero, adattatori e sensori [26]. (c) Percorso del carico [26]. (d) Cuscinetto SKF® 22240 CCK/W33.

3.2 Dataset di riferimento per difetti localizzati in cuscinetti a rulli sferici

Questo studio utilizza un sottoinsieme del dataset vibrazionale acquisito attraverso il banco prova [27] come una raccolta sistematica rappresentativa di dati vibrazionali relativi a cuscinetti industriali di medie e grandi dimen-

sioni. A differenza di dataset consolidati che si concentrano principalmente su cuscinetti di piccole dimensioni in circostanze operative vincolate, questo dataset riveste particolare importanza per applicazioni industriali che non sono state considerate nei dati di guasto solitamente riportati in letteratura.

Il dataset impiegato come riferimento valuta tre distinti stati di salute per il cuscinetto a rulli sferici SKF® 22240 CCK/W33, caratterizzato da un diametro interno di 200 mm, una alesatura conica 1:12 e un diametro esterno di 360 mm. Le condizioni sperimentali comprendono:

- NO (Sano) rappresentante la condizione nominale priva di danni;
- IR (Pista interna) rappresentante la presenza di danni sulla pista interna;
- OR (Pista esterna) rappresentante la presenza di danni sulla pista esterna;
- B (Difetto dell'elemento volvente) rappresentante la presenza di danni su uno degli elementi volventi.

I difetti sono stati introdotti tramite lavorazione meccanica. In particolare, è stata utilizzata una punta in carburo solido con un diametro di 2 mm per produrre difetti localizzati di 2 mm di diametro e 0,5 mm di profondità. I danni mostrati in Figura (13) sono stati prodotti sulla pista più caricata in condizioni di carico assiale. Sebbene questi difetti serviranno come rappresentazioni di guasti localizzati nei cuscinetti volventi, è imperativo riconoscere che i dati vibrazionali derivati non coprono l'intera gamma di potenziali difetti dei cuscinetti.

Il dataset include quattro distinti casi di carico, in cui sia i carichi radiali che assiali sono stati regolati indipendentemente tramite attuatori idraulici come mostrato in Tabella (2). Il dataset copre un ampio spettro di velocità di rotazione per riflettere vari scenari operativi industriali. I segnali vibrazionali sono stati acquisiti per una durata di 30 secondi per test, utilizzando una frequenza di campionamento di 20.480 Hz.

Per le analisi condotte in questo studio, viene posta l'attenzione su una specifica condizione di carico per validare la metodologia proposta utilizzando un sottoinsieme ristretto del dataset, escludendo gli effetti dei carichi assiali. In particolare, viene mantenuto un carico radiale fisso di 124,8 kN, facilitando l'esame dei modelli di guasto a diverse velocità mitigando gli effetti confondenti derivanti dall'interazione tra variabilità del carico e della velocità. Per investigare i segnali vibrazionali nel dominio tempo-frequenza, è stata impiegata la Trasformata Wavelet Continua (CWT) [28], [29].



(a)



(b)

Figura 13: Difetti localizzati: (a) Danno IR. (b) Danno OR [30].

Tabella 2: Casi di carico e velocità nominali.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Carico radiale (kN)	0	62,4	124,8	124,8
Carico assiale (kN)	0	0	0	49
Velocità nominali (rpm)	127, 227, 353, 457, 523, 607, 727, 877, 937, 997			

4 Modellazione Multibody

Per modello Multibody, si intende un'equazione dinamica matriciale di ordine N , formulata come in Equazione (19), che descrive la dinamica di un sistema di masse collegate tra di loro in vari modi. Che sia stata presa direttamente da un diagramma di equilibrio o ricavata dalla teoria di Lagrange, questa formulazione serve a descrivere un sistema reale, formato da più corpi che interagiscono tra di loro tramite vincoli, e che subiscono l'effetto di forze esterne.

In questa tesi è stato sviluppato un modello Multibody con la libreria Simscape Multibody di Simulink®. Per quanto l'effettiva base teorica utilizzata per sviluppare i calcoli sia sconosciuta, si può ragionevolmente pensare che sia stata utilizzata la formulazione Lagrangiana.

4.1 Meccanica Analitica

I contenuti di questo capitolo sono ricavati in parte da Haug [31] e Giorgilli [32]. La notazione utilizzata è semplificata per chiarezza e pulizia; spesso vengono omesse le parentesi che definiscono l'ordine delle operazioni.

Partendo da un sistema di N corpi puntiformi, con un totale di n gradi di libertà nello spazio, viene definito il vettore \vec{x} tale che

$$\vec{x} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ z_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{r}_1 \\ \vec{r}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \vec{r}_N \end{Bmatrix} \quad (23)$$

con

$$\vec{r}_i = \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix} \quad (24)$$

dove x , y e z sono le coordinate cartesiane di ogni punto. Viene riformulato il vettore \vec{x} come

$$\vec{x} = \vec{x}(q_1, q_2, \dots, q_n, t) \quad (25)$$

dove q è una coordinata Lagrangiana, o generalizzata, che descrive la posizione dei punti nello spazio in modo indipendente da tutte le altre coordinate Lagrangiane, ovvero

$$\frac{\partial q_i}{\partial q_k} \equiv 0 \quad \forall i, k \in \mathbb{N}, \quad i, k \neq 0 \quad (26)$$

e dal tempo t .

La traiettoria cinematica è definita come

$$\frac{\partial \vec{x}}{\partial q_k} \quad (27)$$

Ovvero la direzione tangente al moto nelle coordinate Lagrangiane. Questa quantità verrà utilizzata spesso nei calcoli a seguire. Ora, se vengono scritte l'equazioni della dinamica di Newton di questo sistema

$$\begin{aligned} m_n a_{1x} &= F_{1x} + \Phi_{1x} \\ m_n a_{1y} &= F_{1y} + \Phi_{1y} \\ m_n a_{1z} &= F_{1z} + \Phi_{1z} \\ &\dots \\ m_n a_{Nz} &= F_{Nz} + \Phi_{Nz} \end{aligned} \quad (28)$$

dove m_n è la massa, a_n è il vettore cartesiano delle accelerazioni, F_n e Φ_n sono rispettivamente le forze esterne e reazioni vincolari.

Sotto forma vettoriale, si ottiene

$$\mathbf{G}\vec{a} = \vec{F} + \vec{\Phi} \quad (29)$$

con \mathbf{G} definita come una matrice diagonale

$$\mathbf{G} = \text{diag}(m_1, m_1, m_1, m_2, \dots, m_N) \quad (30)$$

Vengono moltiplicati scalarmente tutti i membri per la traiettoria cinematica

$$\frac{\partial \vec{x}}{\partial q_k} \cdot \mathbf{G}\vec{a} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial q_k} \cdot \vec{F} + \frac{\partial \vec{x}}{\partial q_k} \cdot \vec{\Phi} \quad k = 1, 2, 3, \dots, n \quad (31)$$

e si studia ogni componente dell'equazione trovata.

Il termine $\frac{\partial \vec{x}}{\partial q_k} \cdot \vec{\Phi}$ è il prodotto scalare tra reazioni vincolari e coordinate. Per specificare, un vincolo è definibile come

$$\phi(\vec{q}, t) = 0 \quad (32)$$

Ora, se viene creato il vettore di coordinate generalizzate \vec{q} in modo che

$$\frac{\partial \vec{x}}{\partial q_k} \cdot \vec{\phi} = 0 \quad k = 1, 2, 3, \dots, n \quad (33)$$

Ovvero un sistema di coordinate che permette di descrivere degli spostamenti infinitesimi perpendicolari ai vincoli. Quindi uno spostamento in q , libero, creerà uno spostamento in x che non romperà i vincoli. È stato ricavato un sistema di riferimento Lagrangiano, ovvero che segue il principio di D’Alambert:

*Le forze di reazione vincolari non lavorano nella
direzione degli spostamenti virtuali*

Dove gli spostamenti virtuali sono una formulazione famosamente utilizzata

$$\delta\vec{x} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial\vec{x}}{\partial\vec{q}_k} d\vec{q}_k \quad (34)$$

I vincoli $\phi(\vec{q}, t)$ in questa tesi, per semplicità, non hanno dipendenze dalle velocità. Ciò è fatto per poter utilizzare la definizione semplificata di vincoli *olomici*, già descritta in Equazione (32). In pratica un vincolo olomico deve dipendere dalle coordinate generalizzate e dal tempo, ma non da derivate di ordine superiore, e deve essere formulabile in un’equazione. Vedremo nei capitoli successivi che le forze di contatto non rientrano in questa categoria. Il termine $\frac{\partial\vec{x}}{\partial q_k} \cdot \vec{F}$ scritto esplicitando tutti i componenti relativi a un singolo punto i è

$$\frac{\partial\vec{r}_i}{\partial q_k} \cdot \vec{F}_i = \frac{\partial x_i}{\partial q_k} \cdot F_{ix} + \frac{\partial y_i}{\partial q_k} \cdot F_{iy} + \frac{\partial z_i}{\partial q_k} \cdot F_{iz} \quad i = 1, \dots, N, \quad k = 1, \dots, n \quad (35)$$

Sommando per tutti i punti ” i ” del sistema

$$\sum_{i=1}^N \frac{\partial\vec{r}_i}{\partial q_k} \cdot \vec{F}_i = Q_k \quad (36)$$

Vengono definite così le forze generalizzate, anche chiamate forze Lagrangiane attive.

Per essere elaborato, il termine $\frac{\partial\vec{x}}{\partial q_k} \cdot \mathbf{G}\vec{a}$ necessita prima lo studio delle relazioni tra coordinate generalizzate e tempo. Viene scritta quindi la definizione di velocità come

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial\vec{x}}{\partial q_k} \frac{dq_k}{dt} + \frac{\partial\vec{x}}{\partial t} \quad (37)$$

e viene data la definizione di velocità Lagrangiana

$$\dot{q}_k \doteq \frac{dq_k}{dt} \quad (38)$$

Si derivano le velocità cartesiane per una generica velocità Lagrangiana in modo da ottenere la prima identità

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial \dot{q}_k} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial q_k} \quad (39)$$

Successivamente vengono derivate nel tempo le traiettorie nel tempo, per ottenere la seconda identità

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \vec{x}}{\partial q_k} \right) = \frac{\partial \vec{v}}{\partial q_k} \quad (40)$$

ora si sviluppa la derivata

$$\frac{d}{dt} \left(\mathbf{G} \vec{v} \cdot \frac{\partial \vec{x}}{\partial q_k} \right) = \mathbf{G} \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \frac{\partial \vec{x}}{\partial q_k} + \mathbf{G} \vec{v} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \vec{x}}{\partial q_k} \right) \quad (41)$$

che ha come prima parte del risultato il primo termine delle equazioni del moto. Riscrivendo in ordine e sostituendo con le identità trovate prima

$$\mathbf{G} \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \frac{\partial \vec{x}}{\partial q_k} = \frac{d}{dt} \left(\mathbf{G} \vec{v} \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial \dot{q}_k} \right) - \mathbf{G} \vec{v} \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial q_k} \quad (42)$$

La terza identità che viene usata è un semplice esercizio di matematica analitica, ovvero

$$\mathbf{G} \vec{v} \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial \dot{q}_k} = \frac{\partial}{\partial \dot{q}_k} \left(\frac{1}{2} \mathbf{G} \vec{v} \cdot \vec{v} \right) \quad (43)$$

Questa contiene l'energia cinetica del sistema, la dimostrazione è

$$T = \frac{1}{2} \mathbf{G} \vec{v} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i (v_{ix}^2 + v_{iy}^2 + v_{iz}^2) \quad (44)$$

che va a sostituire nell'Equazione (31), insieme all'Equazione (42) per ottenere finalmente

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k \quad (45)$$

L'equazione di Lagrange.

Studiando il termine delle forze Lagrangiane, vengono distinte ancora quelle forze derivanti da un potenziale, ovvero

$$Q_k^c \doteq \frac{\partial V}{\partial q_k} \quad (46)$$

dove l'apice c sta a indicare la proprietà conservativa, useremo nc per definire l'opposto. Il potenziale V , essendo appunto conservativo è definibile come

$$V \doteq V(\vec{q}, t) \quad (47)$$

Ovvero non è dipendente dalle velocità; Viene inserito nell'Equazione (45), per ottenere

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = Q_k^{nc} \quad (48)$$

L è definita funzione Lagrangiana, ovvero una formulazione variazionale della dinamica che descrive un sistema tramite coordinate indipendenti e implicitamente vincolate.

$$L \doteq T - V \quad (49)$$

Ora si studia l'energia cinetica, con lo scopo di osservare i componenti da cui è formata. Se viene sostituita dentro l'Equazione (44) la formulazione della velocità dell'Equazione (37) e vengono sviluppati i calcoli si ricava

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \mathbf{G} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial \vec{x}}{\partial q_j} \dot{q}_i \dot{q}_j + \sum_{i,j=1}^n \mathbf{G} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial \vec{x}}{\partial t} \dot{q}_i + \frac{1}{2} \mathbf{G} \frac{\partial \vec{x}}{\partial t} \cdot \frac{\partial \vec{x}}{\partial t} \quad (50)$$

Si definiscono i termini

$$\begin{aligned} M_{ij} = M_{ji} &= \mathbf{G} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial \vec{x}}{\partial q_j} \\ b_i &= \mathbf{G} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial \vec{x}}{\partial t} \\ c &= \mathbf{G} \frac{\partial \vec{x}}{\partial t} \cdot \frac{\partial \vec{x}}{\partial t} \end{aligned}$$

Se le coordinate cartesiane \vec{x} non hanno dipendenze esplicite dal tempo t allora l'energia cinetica rimanente è quella contenuta nel primo termine. In tal caso il sistema è definito *naturale* e l'energia cinetica è definita come

$$T = T_2 = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n M_{i,j} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (51)$$

Ora viene sviluppata l'equazione di Lagrange contenente solo questa energia cinetica, che scritta in forma matriciale, concatenando la k -esima equazione, risulta

$$\mathbf{M} \ddot{\vec{q}} = \vec{Q} \quad (52)$$

È stata descritta una formulazione analitica che permette di ottenere le equazioni della dinamica di un sistema complesso, senza dover esplicitare le reazioni vincolari, che, essendo spesso incognite, possono rendere la soluzione del sistema non univoca. Questo è possibile trovando un sistema di riferimento, q , con le caratteristiche descritte precedentemente. Come trovare questo sistema viene spesso naturale quando si svolgono le operazioni a mano; per la maggior parte dei casi basta ricavare in modo ordinato le equazioni dei vincoli in forma Eq. (32), per capire quali coordinate siano indipendenti per poi scegliere quelle. Esistono dei metodi più rigorosi che verificano l'indipendenza delle coordinate tramite funzioni algebriche, che non saranno spiegati in questo testo. In ambito numerico invece non esiste un modo univoco per definire programmaticamente un sistema di coordinate Lagrangiano per ogni possibile problema, a meno di non definirle precedentemente, limitando le capacità del software. Per risolvere, nell'equazione di Lagrange vengono incluse le reazioni vincolari sotto forma di lavori virtuali, ovvero quello già scritto nell'Equazione (33), moltiplicandolo per dei coefficienti λ_k . Questi sono chiamati coefficienti di Lagrange. Derivando l'Equazione (32) nel tempo, utilizzando la regola della derivata a catena.

$$\begin{aligned}\vec{\phi}(\vec{q}, t) &= 0 \\ \dot{\vec{\phi}} &= \vec{\phi}'(\vec{q}, t)\dot{\vec{q}} = 0 \\ \ddot{\vec{\phi}} &= \vec{\phi}'(\vec{q}, t)\ddot{\vec{q}} - \vec{\gamma} = 0\end{aligned}$$

Dove l'apice ' indica la derivata rispetto alle coordinate generalizzate. L'ultima di queste equazioni è inseribile nel problema dinamico, concatenando matrici e vettori per formare

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \vec{\phi}'^T \\ \vec{\phi}' & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\vec{q}} \\ \vec{\lambda} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{Q} \\ \vec{\gamma} \end{Bmatrix} \quad (53)$$

Questo metodo crea un risultato in cui i vincoli sono perfettamente rispettati, ma allunga il vettore degli stati, appesantendo il problema. Inoltre le equazioni trovate nella seconda riga del problema (Eq. (53)) sono più potenzialmente delle DAE, i cui metodi di soluzione sono spesso complessi e altamente rischiosi in termini di accuratezza [31].

Un'alternativa è l'utilizzo di un metodo a penalità, che inserisce le reazioni vincolari sotto forma di un potenziale conservativo

$$V_c = \frac{1}{2}K_c\vec{\phi} \quad (54)$$

che diventa quindi parte del Lagrangiano. Questo metodo è più semplice e meno computazionalmente pesante, ma i vincoli non sono per forza rispettati, il che ne abbassa la precisione. Il coefficiente K_c può essere calcolato iterativamente e variato ad ogni istante di tempo in modo da mantenere l'equazione dei vincoli sotto a dei parametri di tolleranza impostabili, c_{tol} , tali che

$$c_{tol} \leq \phi(\vec{q}, t) \leq c_{tol} \quad (55)$$

questo metodo elimina la necessità di includere il Laplaciano dei vincoli nelle equazioni, aumentando la possibilità che il problema sia un ODE, di molto più semplice soluzione.

Sono inoltre esistenti metodi di decomposizione delle matrici [31] che sfruttano le proprietà algebriche dei vincoli, permettendo di formulare un'equazione dinamica che risulterà sempre come un ODE. La dimostrazione non viene riportata in questo testo visto che ci siamo già dilungati sull'argomento a sufficienza.

4.1.1 Runge-Kutta4

Il metodo Runge-Kutta4 è uno dei vari metodi di soluzione numerica di un'equazione differenziale ordinaria. I metodi di tipo ODE risolvono il problema a valori iniziali (Eq. (15)), troncando l'integrale definito dall'ultimo componente dell'equazione. Questa troncatura è eseguita con lo scopo di descrivere una funzione continua, in questo caso l'equazione della dinamica trovata precedentemente, con delle quantità discrete, riducendo al minimo possibile l'errore che ne deriva. Viene fatto calcolando la funzione F in quattro istanti specifici, definiti con dei criteri in base al metodo di integrazione scelto. Non ne verrà dimostrata la genesi, ma vengono elencati per completezza.

$$\vec{q}^{n+1} = \vec{q}^i + \Delta t \left(\frac{1}{6}F_1 + \frac{1}{3}F_2 + \frac{1}{3}F_3 + \frac{1}{6}F_4 \right) \quad (56)$$

$$\begin{cases} F_1 = F(\vec{q}^n, t_n) \\ F_2 = F(\vec{q}^n + \frac{1}{2}\Delta t F_1, t_n + \frac{1}{2}\Delta t) \\ F_3 = F(\vec{q}^n + \frac{1}{2}\Delta t F_2, t_n + \frac{1}{2}\Delta t) \\ F_4 = F(\vec{q}^n + \Delta t F_3, t_n + \Delta t) \end{cases} \quad (57)$$

L'apice n sta a indicare l' n -esimo istante di tempo definito come $t^n = t_0 + n\Delta t$ con tempo iniziale t_0 ; Δt è l'incremento di tempo discreto, al quale è legata la variazione dello stato del sistema.

Questo metodo calcola lo stato di un sistema di primo ordine. Ciò si può

notare riordinando la prima equazione in questo modo

$$\dot{\vec{q}}^{n+1} = \frac{\vec{q}^{n+1} - \vec{q}^n}{\Delta t} = \left(\frac{1}{6}F_1 + \frac{1}{3}F_2 + \frac{1}{3}F_3 + \frac{1}{6}F_4 \right) \quad (58)$$

ovvero un rapporto incrementale in avanti. Per ottenere una formulazione di secondo ordine si deriva nel tempo

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{q}}^{n+1} &= \frac{\dot{\vec{q}}^{n+1} - \dot{\vec{q}}^n}{\Delta t} \\ \ddot{\vec{q}}^n &= \frac{\dot{\vec{q}}^n - \dot{\vec{q}}^{n-1}}{\Delta t} \end{aligned}$$

Se si esegue la stessa operazione dell' Equazione (56) all'istante i e $i - 1$, sostituendo queste nell'equazione della dinamica di interesse, si ricava un'equazione in cui l'unico termine incognito, \vec{q}^{n+1} è a primo membro.

Questa formulazione del metodo RK4 è *esplicita*, ovvero l'incognita non è parte del calcolo. Questa caratteristica comporta la *stabilita condizionata* del metodo, che sopra un certo Δt fa divergere la soluzione. Il problema della stabilità non è solo limitato al metodo di integrazione; si vedrà più avanti che il vincolo del contatto è non lineare, e che quindi ha anche esso una condizione di stabilità.

4.2 Il modello Simscape

Il modello è stato costruito su Simulink® utilizzando la libreria Simscape Multibody. Il software utilizza i sistemi di riferimento (RF) per creare giunti tra i corpi. Ogni corpo possiede un sistema di riferimento intrinseco, definito quando si crea il corpo in base alla sua geometria. I sistemi di riferimento iniziali possiedono tre coordinate transazionali e tre rotazionali, definite come gradi di libertà (DOF), ordinate in forma vettoriale

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \varphi_x \\ \varphi_y \\ \vartheta \end{pmatrix} \quad (59)$$

Da ogni RF è possibile crearne altri, utilizzando delle operazioni di trasformazione che ne alterano la posizione e l'orientamento. Il sistema di riferimento inerziale (WF) è definito alla base del modello, da esso si possono posizionare i corpi collegandoci i RF ad essi associati. Le forze e i momenti possono

solo essere applicati ai RF, il che obbliga a creare un sistema di riferimento specifico nel punto di applicazione o a dividere le forze nei loro componenti assiali e tangenziali per applicarli a un altro RF.

Il modello del cuscinetto contiene 41 corpi dei quali, 38 elementi volventi, l'anello intero, esterno e la gabbia. Ogni componente ha il suo RF di base nel centro di rivoluzione con l'asse z coincidente con l'asse di rivoluzione. Il piano xy è coincidente con il piano di simmetria delle due piste, per quanto riguarda anelli e gabbia, mentre negli RE è il piano di simmetria corrispondente alle facce fresate delle botti.

Ad ogni corpo sono applicati specifici vincoli, selezionati cercando di riprodurre fedelmente la dinamica del cuscinetto reale.

- L'anello interno è collegato al WF tramite un giunto rotativo, che blocca 5 gradi di libertà, lasciando libera la rotazione attorno all'asse z , ϑ . La velocità angolare imposta dal motore elettrico viene definita come $\Omega_{IR} = \frac{d\vartheta}{dt}$, creata da un blocco dati come una costante o una funzione variabile nel tempo. Le condizioni vincolari sono state scelte come tali per l'ipotesi fatta sulla rigidità dell'albero su cui l'IR è calettato, ovvero che esso è estremamente più rigido del sistema in studio. In Figura (14) è rappresentato schematicamente.

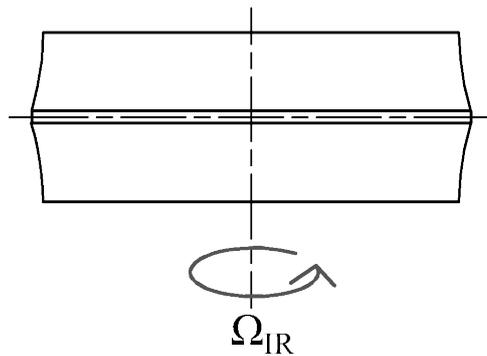


Figura 14: Rappresentazione schematica dei gradi di libertà dell'anello interno.

- Ogni RE è posizionato in uno specifico slot della gabbia tramite la crea-

zione di un sistema di riferimento specificatamente posizionato tramite una serie di trasformazioni di coordinate. In sequenza, una rotazione attorno all'asse z ,una inclinazione attorno al nuovo creato asse y e una traslazione, rispettivamente di $\vartheta_{CG,m} = \frac{2\pi}{M}$, α e $\frac{d_p}{\cos(\alpha)}$. Qui M è il numero di RE. Queste operazioni sono eseguite in ordine con una rotazione attorno ad un asse, una rotazione per quaternioni e una traslazione cilindrica.

La prima rotazione è descrivibile come

$$\vec{x}_{CG,m} = \begin{bmatrix} [A] & [0] \\ [0] & [A] \end{bmatrix} \vec{x} \quad (60)$$

dove \vec{x} è il sistema di riferimento definito nell' Equazione (59), $[0]$ è una matrice 3x3 di zeri, $[A]$ è la matrice di rotazione

$$[A] = \begin{bmatrix} \cos(\vartheta_{CG,m}) & \sin(\vartheta_{CG,m}) & 0 \\ -\sin(\vartheta_{CG,m}) & \cos(\vartheta_{CG,m}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (61)$$

Qui viene indicato con il pedice "CG, m" l' m -esimo slot della gabbia. La rotazione per α è calcolata tramite un operazione di quaternioni. i, j, k sono i versori complessi. Possiedono proprietà assimilabili a quelle di un prodotto vettoriale di una terna ortogonale di versori

$$\begin{aligned} i^2 &= j^2 = k^2 = -1 \\ ij &= k \\ jk &= i \\ ki &= j \end{aligned}$$

La Figura (15) riassume perfettamente tutte le operazioni di moltiplicazione mista eseguibili nello spazio dei quaternioni. Queste proprietà permettono di calcolare la rotazione di un punto attorno ad un asse di un angolo α . Nel caso dei DOFs non si vuole ruotare un punto ma un sistema di riferimento, si risolve separando il vettore in modo da creare due terne, traslazione e rotazione rispettivamente. La rotazione dei DOFs si calcola come

$$X_{CG,m} = \mathbf{q}^* (0 + ix_{CG,m} + jy_{CG,m} + kz_{CG,m}) \mathbf{q} \quad (62)$$

$$\Theta_{CG,m} = \mathbf{q}^* (0 + i\varphi_{x,CG,m} + j\varphi_{y,CG,m} + k\vartheta_{CG,m}) \mathbf{q} \quad (63)$$

con il quaternioni \mathbf{q} e \mathbf{q}^* il suo complesso coniugato, definiti come

$$\mathbf{q} = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + i\hat{x}\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + j\hat{y}\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + k\hat{z}\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (64)$$

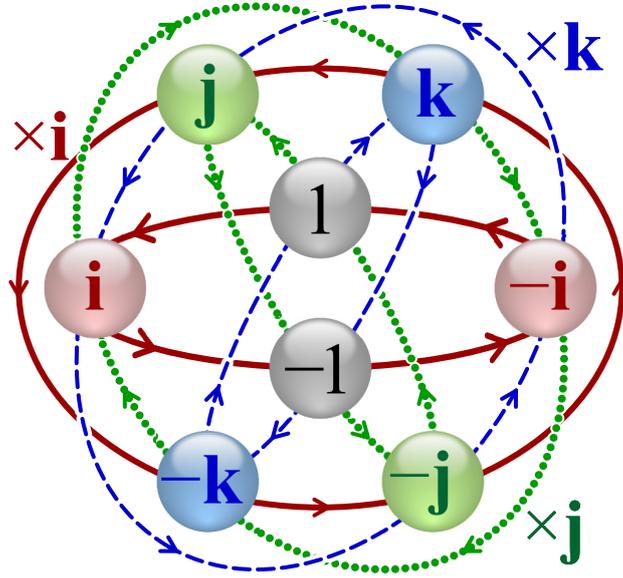


Figura 15: Ciclo di moltiplicazione nello spazio complesso, fonte: Wikimedia Foundation, autore: Cmglee

dove $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ sono i componenti del vettore direzionato come l'asse di inclinazione voluto; per una rotazione attorno all'asse y sono

$$\begin{pmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (65)$$

Si ricostruisce il vettore a sei componenti e si somma

$$\vec{X}'_{CG,m} = \vec{X}_{CG,m} + \vec{t} \quad (66)$$

per traslare i RF radialmente per una distanza pari a

$$\vec{t} = \begin{pmatrix} \frac{d_p}{\cos(\alpha)} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (67)$$

Il che restituisce il sistema di riferimento degli scomparti della gabbia, con DOFs

$$\vec{X}'_{CG,m} = \begin{pmatrix} X'_{CG,m} \\ Y'_{CG,m} \\ Z'_{CG,m} \\ \Phi'_x \\ \Phi'_y \\ \Theta'_{CG,m} \end{pmatrix} \quad (68)$$

Fatto ciò, gli si possono vincolare i DOFs dei RE.

$$\vec{x}_{RE,m} = \begin{pmatrix} x_{RE,m} \\ y_{RE,m} \\ z_{RE,m} \\ \varphi_{x,RE,m} \\ \varphi_{y,RE,m} \\ \vartheta_{RE,m} \end{pmatrix} \quad (69)$$

Viene scelto un giunto Pin Slot, descrivibile con le equazioni

$$\begin{cases} Y'_{CG,m} - (x_{RE,m} \sin(\vartheta_{RE,m} - \Theta_{CG,m}) + y_{RE,m} \cos(\vartheta_{RE,m} - \Theta_{CG,m})) = 0 \\ Z'_{CG,m} - z_{RE,m} = 0 \\ \Phi'_{x,CG,m} - \varphi_{x,RE,m} = 0 \\ \Phi'_{y,CG,m} - \varphi_{y,RE,m} = 0 \end{cases} \quad (70)$$

Ogni RE è libero di ruotare attorno al suo asse z. Questa rotazione è rappresentata dal DOF $\vartheta_{RE,m}$. La traslazione perpendicolare, che al tempo 0 è $x_{RE,m}$, è variabile in funzione di questa rotazione. Questa traslazione viene lasciata libera in modo di rappresentare il movimento che i RE possono avere rispetto alla gabbia. La condizione vincolare iniziale è rappresentata in Figura (16). Queste condizioni vincolari permettono di simulare i possibili movimenti dei RE nella gabbia senza dover modellare il contatto tra le due. Questo è fatto con lo scopo di semplificare i calcoli e ridurre i tempi computazionali. Le ipotesi fatte sono multiple. La principale è che non ci sia gioco tra RE e CG, il che è falso, infatti il gap è utilizzato per la circolazione di lubrificante. Ciò comporterebbe dover modellare l'azione elasto-idrodinamica, il che va oltre gli obiettivi attuali di questa tesi. Infatti, si ipotizza che la contribuzione di questi effetti alla traccia vibrazionale del cuscinetto danneggiato sia minima.

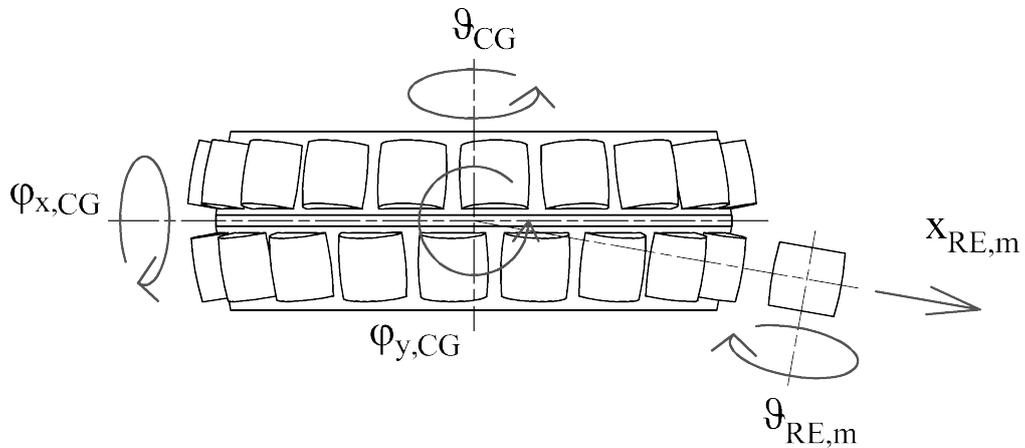


Figura 16: Rappresentazione schematica dei gradi di libertà della gabbia e corpi volventi.

- La gabbia è accoppiata all'anello interno bloccando le tre traslazioni, quindi lasciando le rotazioni libere. Anche in questo caso sono trascurati i contatti tra CG e IR, per le stesse ragioni sopracitate.
- L'anello esterno è giuntato al WF bloccando le tre rotazioni, le condizioni di vincolo sono rappresentate in Figura (17). L'effetto del supporto su cui il cuscinetto è montato viene modellato come una molla-smorzatore di rigidezza K_h e smorzamento C_h . Per rappresentare l'inerzia aggiunta del supporto, una massa puntuale (m_h) è collegata al RF dell'OR. Una forzante esterna (F_{OR}) viene applicata allo stesso RF, in modo di simulare i carichi del Test Rig. Il segnale di accelerazione di questo componente è utilizzato per replicare il segnale dell'accelerometro della macchina di prova.

I valori delle dimensioni geometriche utilizzate sono state ricavate dai CAD del cuscinetto e sono riassunti in Tabella (3).

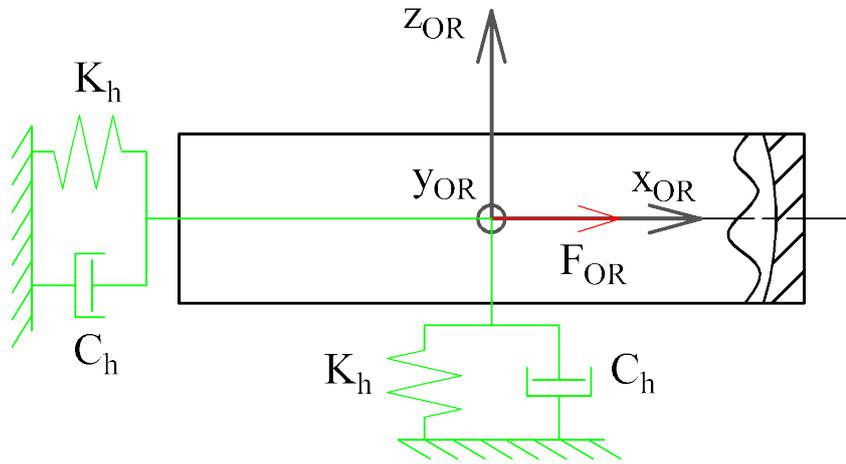


Figura 17: Rappresentazione schematica dei gradi di libertà dell'anello esterno.

Tabella 3: Geometrie fondamentali del cuscinetto in studio

Variabile	Valore	Descrizione
r_x	164 mm	Raggio delle piste nella direzione x
α	10 °	Angolo di contatto
d_p	141.81 mm	Diametro primitivo
T_{RE}	37 mm	larghezza dei corpi volventi
d_{RE}	40.1 mm	Diametro Massimo dei corpi volventi
C_x	283.61 mm	Centro della circonferenza che descrive la pista dell'anello interno
C_z	50.01 mm	Centro della circonferenza che descrive la pista dell'anello interno
M	19	n. di REs per pista

4.3 Modello di contatto

Simscape Multbody offre soluzioni multiple atte a modellare il contatto tra corpi. Queste sono state riassunte nella Tabella (4).

Il blocco Disco crea un disco bidimensionale che può essere utilizzato per modellare dei contatti. Ciò lo rende inadatto allo scopo di simulare tri-

dimensionalmente un cuscinetto, soprattutto per quanto riguarda la pista esterna. La superficie a griglia rappresenta una mappa topografica tramite una serie di coordinate puntuali, xyz . Il software non permette di creare overlap, ovvero non è possibile avere due punti con le stesse coordinate xy . Ciò obbligherebbe a creare più di una mappa per pista. Si potrebbe utilizzare questa metodologia, in concomitanza al guscio convesso per descrivere i RE ma, inizialmente, questa opzione è stata esclusa proprio per mantenere il modello il più semplice possibile, ovvero senza separare le feature geometriche in blocchi diversi. L'utilizzo del guscio convesso (CH), invece, per modellare le piste è infattibile, in quanto quest'ultime sono intrinsecamente concave. L'ultima opzione rimastaci è di rappresentare i RE come gusci convessi, mentre le piste saranno definite da un point cloud (PC). Ogni pista è descritta da

	Guscio convesso (CH) di un solido	Disco	Superficie a griglia	Piano infinito	Point cloud
Guscio convesso (CH) di un solido	✓	✓	x	✓	✓
Disco	✓	x	x	✓	x
Superficie a griglia	x	x	x	x	✓
piano infinito	✓	✓	x	x	✓
Point Cloud	✓	x	✓	✓	x

Tabella 4: Matrice di compatibilità dei modelli di contatto

tre circonferenze formate da n_{pc} punti ciascuna, risultando in una risoluzione angolare di

$$\Delta\vartheta = \frac{2\pi}{n_{pc}} \quad (71)$$

essendo $\Delta\vartheta$ la distanza angolare tra ogni punto. Questo valore è molto importante nella dinamica del sistema, specialmente quando si osserva lo spettro delle accelerazioni. Infatti questa discretizzazione delle piste si comporta in un modo simile a un contatto tra mesh, già descritto in Figura (11) e notato da Singh et al. [20]. Durante il rotolamento i corpi volventi "cadono" tra gli spazi in mezzo ai punti, generando un'eccitazione dipendente dalla velocità di

rotazione. Ci si aspetta, quindi, un certo quantitativo energetico a frequenze crescenti, più la risoluzione del PC aumenta. Ovviamente, aumentando il numero di punti tutti gli effetti negativi della discretizzazione vanno scemando, a discapito del costo computazionale, che rischia di diventare eccessivo. Le coordinate dei punti sono definite in base alle geometrie della Tabella (3).

$$\begin{cases} x_k \\ y_k \\ z_k \end{cases} = \begin{cases} \left\{ \begin{array}{l} (C_x + r_x \cos(p\alpha)) \sin(k\Delta\vartheta) \\ (C_x + r_x \cos(p\alpha)) \cos(k\Delta\vartheta) \\ (C_z - r_x \sin(p\alpha)) \end{array} \right\} & \text{Point cloud su IR} \\ \left\{ \begin{array}{l} (r_x \cos(p\alpha)) \sin(k\Delta\vartheta) \\ (r_x \cos(p\alpha)) \cos(k\Delta\vartheta) \\ (r_x \sin(p\alpha)) \end{array} \right\} & \text{Point cloud su OR} \end{cases} \quad (72)$$

k sta ad indicare il k -esimo punto, p è un vettore definito come

$$p = [0.5, 1, 1.5]$$

per distinguere tra le tre circonferenze di ogni pista. α è uguale a ± 10 in modo da rappresentare entrambe le piste.

I dettagli geometrici dei corpi volventi sono ricavati da un file CAD in formato *.step ap214*, da cui viene estratto il guscio convesso di superfici, utilizzate per definire il contatto. Un maggior controllo sulla discretizzazione dei RE sarebbe possibile, se si utilizzasse un file di tipo *.stl*, che permetterebbe di definire le caratteristiche di ogni superficie di contatto tramite una mesh triangolare. Come è ovvio, variando la raffinatezza si otterrebbe un effetto, nella stessa direzione, sulla precisione e sul tempo di calcolo.

Il modello è in grado di descrivere danneggiamenti localizzati e distribuiti. In questa tesi solo i primi sono stati simulati, visto che non sono disponibili dati sperimentali di confronto per i secondi. I difetti possono essere modellati modificando la posizione radiale di alcuni punti già preesistenti nel PC o creandone di nuovi.

Durante le fasi iniziali di costruzione, si notò che modellare un danno localizzato come sola asportazione di materiale fornisse risultati deludenti. L'evidenza del danno era praticamente invisibile, coperta da rumore numerico. Studiando la bibliografia sperimentale sui danni [3] e osservando quello che viene fatto da alti modellisti [33] è stato deciso di descrivere la zona danneggiata come un offset positivo rispetto alla pista. In Figura (18) viene rappresentata parte di una circonferenza del PC sull'anello esterno, con un singolo punto danneggiato.

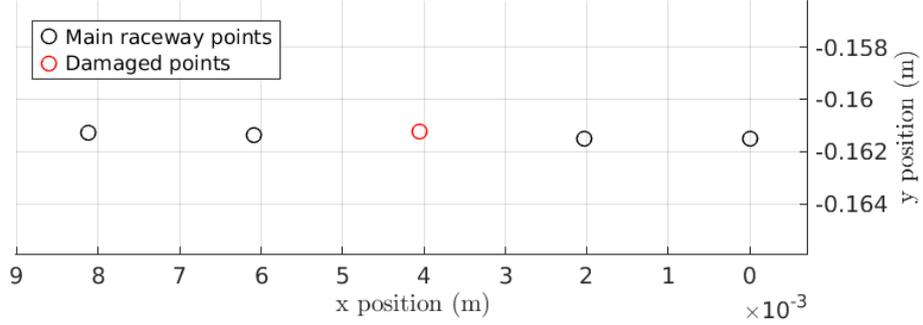


Figura 18: Esempio di un danno formato dall'offset di un singolo punto sulla pista esterna.

La penetrazione tra PC e CH, δ , viene calcolata per ogni punto. δ è un valore positivo quando il punto associato è all'interno di un CH di un RE. Le forze normali di contatto sono calcolate dalla penetrazione e dalla velocità di penetrazione $\dot{\delta}$ come

$$\mathbf{F}_{c,n} = \begin{cases} K_c \delta + C_c \dot{\delta} & \text{se } \delta \geq w \\ s(\delta, w)(K_c \delta + C_c \dot{\delta}) & \text{se } 0 \leq \delta < w \\ 0 & \text{se } \delta < 0 \end{cases} \quad (73)$$

Qui, $s(\delta, w)$ è una funzione di "ammorbidimento", descritta dalla libreria come monotonamente crescente da 0 a 1 nell'intervallo $[0; w]$, e con la sua derivata è pari a 0 agli estremi. Viene deciso di impostare w pari a 10^{-8} , vista l'impossibilità di imporlo a 0. Questo è fatto per evitare che questa funzione interferisca con il calcolo delle forze di contatto, impostando un valore di soglia che vedremo è tre ordini di grandezza più piccolo della profondità di penetrazione standard.

Le forze d'attrito vengono calcolate dalle normali e direzionate oppostamente alla velocità relativa al punto di contatto, con modulo

$$|\mathbf{F}_{c,t}| = \mu |\mathbf{F}_{c,n}| \quad (74)$$

Il valore di μ è variabile in funzione della velocità relativa, l'esatta formulazione non è data, ma viene descritta dalla Figura (19), con il classico andamento derivabile dalle leggi dell'attrito secco. Questa è un'altra scelta semplificativa che viene presa in quanto l'utilizzo di lubrificanti rendono tutt'altro che asciutto il contatto; questa scelta è attualmente imposta dai lunghi tempi di calcolo. Infatti, per quanto l'opzione di definire un'altra formulazione delle forze di contatto sia possibile, farlo richiederebbe l'estrazione dei vettori di penetrazione, che al momento sono 114000. L'hardware attuale di modellazione non lo permette.

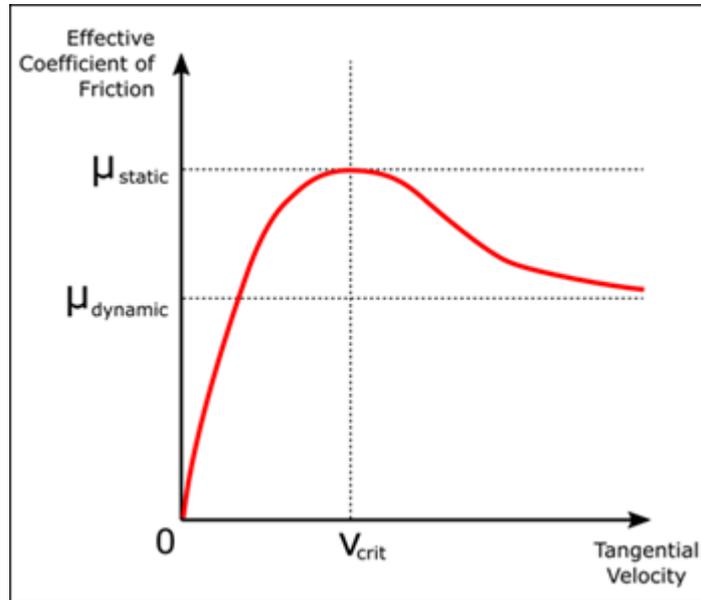


Figura 19: Coefficiente di attrito in funzione della velocità di scorrimento, fonte: Mathworks.com

4.4 Stabilità del modello

Si semplifichi il modello, ipotizzando che la zona di contatto si estenda per $\psi \leq 90^\circ$. Si srotola la porzione di cuscinetto sollecitata per ricavare un sandwich di elementi volventi racchiusi dalle piste. Ora, sapendo che l'anello interno è bloccato per simulare il montaggio sull'albero, e che il complesso OR-supporto ha una massa di due ordini di grandezza più grande di un RE, viene ipotizzato che i periodi della loro oscillazione siano molto più alti di quelli dei RE. Quindi viene semplificato ancora il modello rendendo entrambi fissi, come in Figura (20) (a). Si ipotizza anche che i movimenti orizzontali e rotativi degli RE siano poco influenti per il tipo di analisi in svolgimento. Si immagina di innescare la penetrazione tra i corpi per valutare l'evolversi del sistema (Fig. (20) (b)). In questa condizione si avrà che la velocità $\dot{\delta}$ sia nulla, mentre la forza in direzione normale al contatto spinge il RE via dalla pista. In questo modello semplificato viene usata la Seconda Legge di Newton per calcolare l'accelerazione

$$a_{\vec{RE}} = \frac{\vec{F}_c}{m_{RE}} \quad (75)$$

quindi si può dire che

$$a_{\vec{RE}} \propto \vec{F}_c \quad (76)$$

Al prossimo Δt saremo possibilmente nella situazione di Figura (20) (c), con la velocità del RE \dot{x} calcolata in base allo stato dello step precedente risolvendo l'equazione dinamica. Si può eseguire questa sequenza di operazioni all'infinito. Se, però, al punto (c) la velocità è sufficientemente alta e/o il passo temporale troppo alto, esiste la possibilità di trovarci allo step successivo con una penetrazione tra i corpi molto elevata. Questo comporterebbe in sequenza forze, accelerazioni e velocità maggiori, ad ogni timestep. Non è difficile da capire che questa serie può risultare divergente se il Δt è troppo grande. Si può raggiungere il caso (d) dove la penetrazione dei corpi è talmente alta che risulta opposta, con conseguente fuga del RE dalle piste.

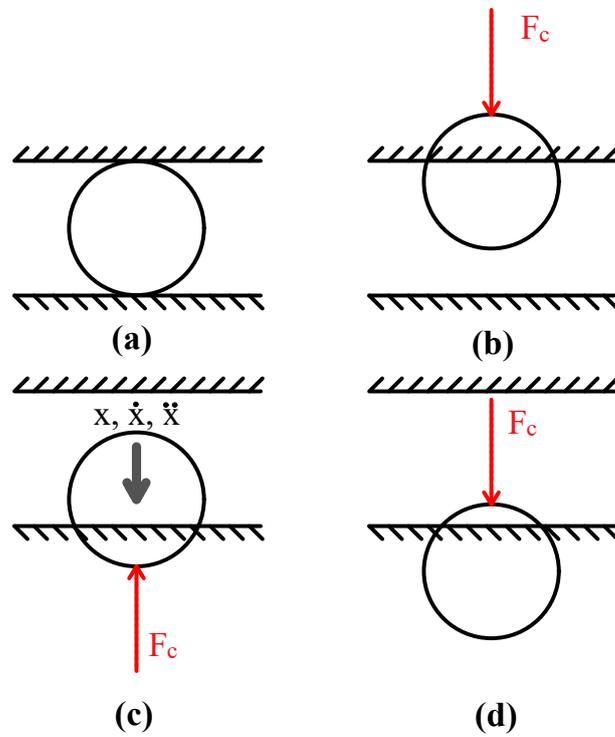


Figura 20: Modello di stabilità semplificato in alcuni istanti possibili, (a) senza penetrazione, (b) penetrazione stabile, (c) ritorno elastico, (d) penetrazione instabile

Se si sviluppa un calcolo in serie, degli stati di questo modello semplificato, si può ricavare una funzione che lega la penetrazione al passo temporale e a un parametro $\frac{K_e}{m_{RE}}$. La serie è molto complessa, infatti già al secondo passo sono presenti dei termini legati a Δt^4 , quindi non verrà elaborata ulteriormente.

Si vuole solo far notare che possibilmente esiste una funzione di convergenza del modello, legata al rapporto tra timestep e frequenza di oscillazione degli RE.

4.4.1 Zero crossing

Una possibile soluzione a questa evenienza è quella di valutare ogni step se il valore della funzione penetrazione δ varia di segno. In tal caso si può ridurre il valore del timestep iterativamente per andare a cercare l'istante esatto di contatto, ovvero quando $\delta = 0$. Questa operazione è computazionalmente onerosa, in quanto richiede di ricalcolare lo stesso stato molte volte per trovare il momento esatto. Numericamente, quando la penetrazione si trova all'interno di un intervallo di limiti $[\pm\delta_t]$, l'iterazione si ferma per proseguire al passo successivo.

Nel modello, con un totale di 114000 variabili di penetrazione, con costantemente almeno una in contatto, questa operazione porta all'avere un timestep nell'ordine di 10^{-30} s, il che rende il modello impossibile da simulare. Viene quindi deciso di disattivare questa funzionalità, a discapito della possibile instabilità.

4.5 Parametri di simulazione e codifica

È già stato discusso il motivo dell'utilizzo del metodo RK4. Il valore del timestep scelto è di $1.628 \cdot 10^{-5}$ s, deciso dopo aver valutato a tentativi la stabilità.

Il codice è stato codificato con l'utilizzo del Simulink®Coder in dei file .c, per poi venir compilato in un eseguibile. Il codice è stato modificato per permettere il lancio in parallelo di varie simulazioni con valori di forzante e velocità di rotazione differenti. La simulazione viene calcolata sul server HPC@Polito del dipartimento DAUIN del Politecnico di Torino, l'hardware di simulazione è riassunto in Tabella (5). I tempi di calcolo rilevati sono del-

Tabella 5: Hardware HPC.

CPU	2x Intel Xeon Scalable Processors Gold 6130 2.10 GHz 16 cores
n. di cores	1824
n. di nodi	57

l'ordine di 1.26 s/gg, e variano in funzione della velocità di rotazione, carico esterno e risoluzione geometrica. I modelli sono stati simulati in modo da

ottenere segnali da circa 10 secondi.

Va fatto notare che il codice che calcola le forze di contatto è poco ottimizzato. Infatti, i file `.c` rivelano che il codice costruisce i dati di contatto in modo sequenziale prima di passarli alla funzione responsabile del calcolo delle forze. Di conseguenza, la forza di contatto per ciascuno dei 38 RE (REs) viene calcolata corpo per corpo in modo seriale. Questo è inefficiente, poiché le forze di contatto sono indipendenti l'una dalle altre nello stesso passo temporale e potrebbero, quindi, essere calcolate in parallelo per migliorare le prestazioni computazionali. I parametri della simulazione si trovano nella Tabella (6). La Figura (21) mostra il cuscinetto nei primi istanti dopo l'applicazione del carico. Si vuole far notare che solo i RE nella zona di carico iniziano a ruotare, il che fa capire che il modello funziona correttamente da un punto di vista macroscopico.

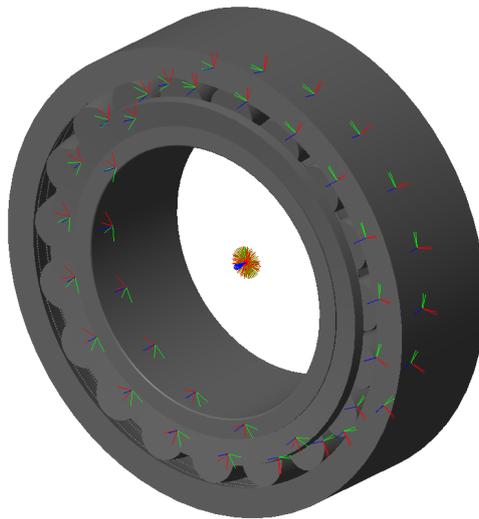


Figura 21: Grafica del modello del cuscinetto nelle fasi iniziali di rotolamento.

Tabella 6: Parametri del modello.

Simbolo	Parametro	Valore
Δt	Passo temporale	$1.628 \cdot 10^{-5}$ s
K_c	Rigidezza di contatto	$5 \cdot 10^7$ N/m
C_c	Smorzamento di contatto	10^3 Ns/m
w	Limite di ammorbidimento	10^{-8} m
μ_s	Coefficiente di attrito statico	0.7
μ_d	Coefficiente di attrito statico	0.5
n_{pc}	Punti per circonferenza	500
ρ	Densità	7850 kg/m ³
m_h	Massa del supporto	75 kg
K_h	Rigidezza del supporto	$5 \cdot 10^9$ N/m
C_h	Smorzamento del supporto	$5 \cdot 10^5$ Ns/m
g_r	Gioco radiale	0 m
n_d	n. di punti danneggiati	2

5 Analisi segnali

Lo scopo della disciplina è quello di estrapolare dati e indicatori utili dai segnali, sperimentali o simulati, ricavati da un sistema sensorizzato, per conoscerne lo stato. In questo lavoro utilizzeremo metodi di analisi nel dominio del tempo e della frequenza, questi metodi sono parzialmente dimostrati in questa tesi, per ulteriore dettaglio si faccia riferimento al Poularikas [34].

Viene ipotizzato che il segnale in studio, sia *ergodico* e *stazionario*, ovvero che per qualunque tempo, t_0 iniziale e t_{fin} finale, lo si tronchi, si otterrebbero le stesse caratteristiche. Viene chiamato $x(t)$ un possibile segmento. Spostandoci in un ottica discreta, il tempo t viene descritto come una serie di istanti separati da un passo temporale Δt . Ciò permette di scrivere

$$t = n\Delta t = t_n \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (77)$$

Dove n è l'indice di tempo, e $N\Delta t = t_{fin} - t_0$. Il segmento di segnale continuo $x(t)$ diventerà quindi

$$x(t) = x(n) = x_n \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (78)$$

se Δt è costante.

Inoltre chiameremo

$$T = t_{fin} - t_0 \quad (79)$$

la durata dello spezzone di segnale di interesse e K il numero di segmenti tale che

$$T_{tot} = K \cdot T \quad (80)$$

con T_{tot} come la durata del segnale completo.

5.1 La trasformata di Fourier

La trasformata di Fourier di un segnale nel tempo $x(t)$ è definita come

$$X(\omega) = \mathcal{F}[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \quad (81)$$

e la sua inversa come

$$x(t) = \mathcal{F}^{-1}[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} X(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (82)$$

Queste due funzioni permettono di spostare il segnale nel dominio della frequenza e viceversa. La funzione $X(\omega)$ è definita come lo spettro del segnale

$x(t)$ e contiene le ampiezze e sfasamenti equivalenti di una serie di funzioni di campionamento, nel caso di Fourier *sin* e *cos*, che descrivono il contenuto armonico del segnale. Ad ogni ω , frequenza angolare, sarà legata un'ampiezza $|X(\omega)|$ e fase $\tan^{-1} \left(\frac{\text{IM}[X(\omega)]}{\text{RE}[X(\omega)]} \right)$. La relazione tra ω e frequenza f è

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

In questa tesi il termine frequenza verrà usato intercambiabilmente per le due variabili, la determinazione dell'una o dell'altra sarà fondamentale solo per i risultati numerici. In tal caso sarà l'unità di misura a segnare la differenza. Utilizzando dei segnali discreti la frequenza ω diventa un multiplo della frequenza fondamentale

$$\omega = m\Delta\omega \quad m = 0, 1, 2, \dots, M \quad (83)$$

$\Delta\omega$, ovvero la risoluzione di frequenza, è dipendente dall'ampiezza del segnale temporale, come

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{t_{fin} - t_0} = \frac{2\pi}{N\Delta t} \quad (84)$$

in quanto la minima frequenza rappresentabile è quella che descrive l'oscillazione più grande possibile. M è il valore massimo di bande spettrali ed è legato al passo temporale come

$$M\Delta\omega = \frac{2\pi}{\Delta t} \quad (85)$$

Anche se in realtà la massima frequenza rappresentabile è data dal teorema di Shannon

$$\omega_{sh} = \frac{M\Delta\omega}{2} \quad (86)$$

che dice che per rappresentare almeno la forma di un'oscillazione alla frequenza massima servono due punti, il che obbliga a usare due istanti di tempo, dimezzando l'effettiva risoluzione. Nella pratica comunemente si cerca di utilizzare almeno 10 punti per descrivere la frequenza massima che si vuole campionare.

L'Equazione (81) diventa

$$X_m = DFT(x_n) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n e^{-i2\pi m \frac{n}{N}} \quad (87)$$

e la sua inversa

$$x_n = iDFT(X_m) = \sum_{m=1}^N X_m e^{i2\pi m \frac{n}{N}} \quad (88)$$

Alcune delle proprietà fondamentali della trasformata di Fourier, continua e discreta, sono

- Linearità
- $X_{-m} = X_m^*$
- $X_{m+M} = X_m$
- $X_{M-m} = X_m^*$

5.2 Metodi di analisi nel dominio del tempo

Questi metodi eseguono dei calcoli sul segnale nel tempo, con l'obiettivo di esaltare le caratteristiche di interesse.

5.2.1 Involuppo

Si parte dalla formula della trasformata di Hilbert

$$\mathcal{H}[x(t)] = \hat{x}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau = x(t) * \frac{1}{\pi t} \quad (89)$$

Ovvero la convoluzione del segnale $x(t)$ con la funzione $\frac{1}{\pi t}$. Per capire meglio il risultato di questa trasformata la si studia nel dominio della frequenza. Con la trasformata di Fourier si ottiene

$$\mathcal{F} \left[\frac{1}{\pi t} \right] = \begin{cases} -i & w > 0 \\ 0 & w = 0 \\ i & w < 0 \end{cases} \quad (90)$$

Viene utilizzata una proprietà fondamentale della trasformata, ovvero

$$\mathcal{F}[f(t) * g(t)] = F(w) \cdot G(w) \quad (91)$$

Quindi la convoluzione nel tempo è equivalente con il prodotto nel dominio delle frequenze. Nel caso della trasformata di Hilbert viene moltiplicato lo spettro delle frequenze del segnale per $-i$, per i valori a ω positivi, praticamente causandone la sfasatura di $-\frac{\pi}{2}$ rad. per i valori a frequenze > 0 invece la sfasatura è di 90° in senso antiorario. La somma tra segnale iniziale e la sua trasformata di Hilbert fornisce una funzione denominata segnale analitico.

$$x_{an}(t) = x(t) + \hat{x}(t) \quad (92)$$

Se ora si calcola il modulo del segnale analitico viene ricavato un possibile involuppo del segnale $x(t)$

$$\mathcal{X}(t) = |x_{an}(t)| \quad (93)$$

Questa funzione si è dimostrata negli anni fondamentale alla diagnosi di macchine rotanti, per la sua capacità di estrarre le caratteristiche di danneggiamento da segnali rumorosi.

In un ottica discreta quasi mai vengono calcolate queste operazioni, questo perché il segnale discreto, essendo limitato in lunghezza, non permette una corretta computazione della convoluzione. Come soluzione Marple et al. [35] ha proposto un metodo che fa utilizzo delle proprietà della DFT. Per prima cosa il segnale viene trasformato tramite la DFT in X_m . Successivamente, viene creato lo spettro del segnale analitico

$$X_{an} = \begin{cases} X_m & m = 0, m = \frac{M}{2} \\ 2X_m & 1 \leq m \leq \frac{M}{2} - 1 \\ 0 & \text{Tutti gli altri} \end{cases} \quad (94)$$

⁴ che poi viene ritrasformato con la iDFT.

5.2.2 Indicatori

Con lo scopo di creare un dataset utilizzabile per allenare degli algoritmi di Machine Learning, viene fatto uso del lavoro di Lei et al. [36], che elenca una serie di funzioni calcolabili su un segnale temporale. Queste forniscono delle feature indicative dello stato fisico del segnale e quindi del sistema.

Media

$$p_1 = \bar{x} = \frac{\sum_{n=1}^N x_n}{N} = E(x_n) \quad (95)$$

D'ora in poi la media verrà indicata come E (Expected Value).

Deviazione standard

$$p_2 = STD(x) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^2} = \sqrt{E((x_n - \bar{x})^2)} \quad (96)$$

Indica quanto il segnale è disperso rispetto alla media. Si nota come il denominatore della media diventi $N - 1$ visto che la si sta calcolando su una differenza.

⁴è facile da dimostrare pensando alle proprietà della DFT elencate precedentemente, ragionando sulla simmetria complessa e le somme calcolabili con la linearità

Mean Square of the Absolute Root (MSAR)

$$p_3 = MSAR(x) = E(\sqrt{|x_n|})^2 \quad (97)$$

Root Mean Square

$$p_4 = RMS(x) = \sqrt{E(x_n^2)} \quad (98)$$

è un indicatore dell'energia del segnale⁵

Picco massimo

$$p_5 = P_{max}(x) = \max(|x|) \quad (99)$$

Skewness

$$p_6 = SKEW(x) = \frac{E((x_n - \bar{x})^3)}{STD(x)^3} \quad (100)$$

Anche definita terzo momento statistico

Kurtosi

$$p_7 = KURT(x) = \frac{E((x_n - \bar{x})^4)}{STD(x)^4} \quad (101)$$

Anche definita quarto momento statistico

Fattore di cresta

$$p_8 = CF(x) = \frac{P_{max}}{RMS(x)} \quad (102)$$

ovvero il rapporto tra picco e RMS, questo parametro è alto per quei segnali che presentano alti impulsi sparsi e una bassa energia media.

Fattore di cresta modificato

$$p_9 = MPF(x) = \frac{P_{max}}{MSAR} \quad (103)$$

Anche questo è indicatore di impulsi su un segnale.

Fattore di picco

$$p_{10} = PF(x) = \frac{P_{max}(x)}{E(|x|)} \quad (104)$$

⁵Vedremo questo concetto meglio quando parleremo della PSD nella sezione successiva

RMS to MAV

$$p_{11} = \frac{RMS(x)}{E(|x|)} \quad (105)$$

5.3 Metodi nel dominio della frequenza

5.3.1 La Power Spectral Density

La funzione di auto-correlazione di un segnale è definita come

$$\mathcal{R}[x(t)] = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t+\tau)dt \quad (106)$$

In modo qualitativo si può dire che questa funzione presenta valori massimi per quei τ che meglio descrivono la periodicità del segnale $x(t)$. Per esempio la correlazione della funzione seno

$$\mathcal{R}[A\sin(\omega t)] = \frac{A^2}{2} \cos(\omega\tau) \quad (107)$$

ha i massimi nei multipli naturali di $\frac{\pi}{\omega}$, che se sommati a t nella funzione seno, creano lo stesso risultato, ovvero sono il periodo temporale per il quale la funzione seno si correla al massimo con se stessa.

$$\sin\left(t + k\frac{\pi}{\omega}\right) = \sin(t) \quad k = 0, 1, 2 \dots \quad (108)$$

Si può dimostrare numericamente che la correlazione di una funzione randomica sia il Delta di Dirac con $t_0 = 0$.

Da un punto di vista analitico la Trasformata di Fourier della funzione di correlazione di un segnale $x(t)$

$$\mathcal{F}[\mathcal{R}[x(t)]] = S_{xx} = S_x = \frac{1}{T} X(\omega)^2 \quad (109)$$

ci fornisce la densità spettrale della potenza del segnale $x(t)$ ⁶.

In pratica questo calcolo è sempre eseguito con il Periodogramma di Welch

$$S_x(\omega_m) = \lim_{M,T \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{k=1}^K \frac{{}_k X_m^* \cdot {}_k X_m}{T} \quad (111)$$

⁶Lo si dimostra utilizzando la proprietà della FT già esposta precedentemente (Eq. (91)), essendo la funzione di correlazione una convoluzione tra un segnale e se stesso ed, ed avendo ipotizzato che il segnale fosse stazionario ed ergodico, si trasla il tempo di ogni quantità desiderata, τ per esempio, per ottenere

$$\mathcal{R}[x(t)] = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t+\tau)dt = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)x(t)dt = \frac{1}{T} x(t) * x(t) \quad (110)$$

Si faccia riferimento al teorema di Parseval per avere una completa spiegazione

Qui il pedice anteriore k indica il k -esimo spezzone del segnale originale. Il Periodogramma è simile a una media delle PSD di tutte le sezioni di segnale su cui la si vuole calcolare.

5.3.2 Filtro passa-banda

Questa operazione digitale viene applicata ad un segnale che presenta molto rumore su un ampio spettro, con lo scopo di isolare solo le frequenze di interesse. Conoscendo le frequenze caratteristiche di eccitazione, viene ridotto l'effetto di altre eccitazioni presenti nei segnali tramite l'operazione nel dominio della frequenza.

$$Y(\omega) = H(\omega) \cdot X(\omega) \quad (112)$$

dove $H(\omega)$ è il filtro e $Y(\omega)$ è il segnale filtrato. Le frequenze al di fuori della banda selezionata vengono modulate fino a quando il loro effetto è quasi impercettibile. L'effettiva formulazione analitica di $H(\omega)$ dipende dal tipo di filtro selezionato, le varie possibilità non saranno esplorate, ma viene data solo una valutazione qualitativa in Figura (22). Si può osservare nel dominio della frequenza che il filtro di tipo low-pass inizia a modulare significativamente dopo una certa frequenza. L'opposto si verifica con un high-pass dove la magnitudine è ridotta al di sotto di una frequenza impostata. Per i segnali in studio, verrà utilizzato un filtro band-pass, ovvero una combinazione dei due precedenti, con lo scopo di limitare lo spettro delle frequenze analizzate ad una banda selezionata.

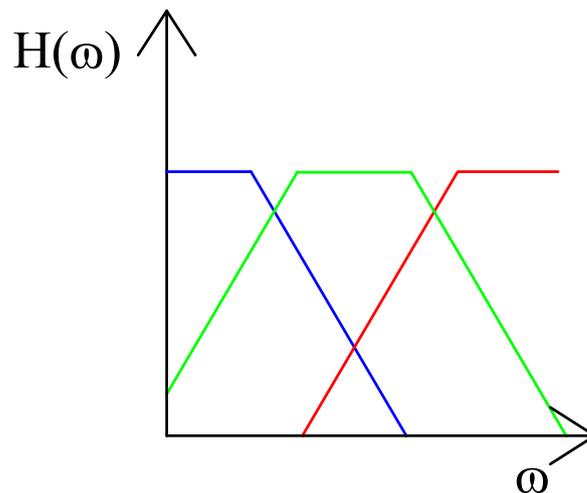


Figura 22: Tre categorie di filtri, blu low-pass, verde band-pass e rosso high-pass.

5.3.3 Indicatori

Gli indicatori nel dominio della frequenza sono in funzione dello spettro e della sua banda di frequenze discrete f_x

Media dello spettro

$$p_{12} = \bar{S}_x = E(S_x) \quad (113)$$

Varianza della PSD

$$p_{13} = \sigma^2(S_x) = E[(S_x - \bar{S}_x)^2] \quad (114)$$

Skewness della PSD

$$p_{14} = SKEW(S_x) = \frac{E[(S_x - \bar{S}_x)^3]}{\sigma(S_x)^3} \quad (115)$$

Kurtosi della PSD

$$p_{15} = KURT(S_x) = \frac{E[(S_x - \bar{S}_x)^4]}{\sigma^4(S_x)} \quad (116)$$

Centroide di frequenza

$$p_{16} = FC(S_x, f_x) = \frac{E[f_x \cdot S_x]}{E[S_x]} \quad (117)$$

è la media pesata dello spettro sulle frequenze, indica un simil-centro di massa dello spettro.

Dispersione spettrale

$$p_{17} = SD(S_x, f_x) = \sqrt{\frac{E[(f_x - FC(S_x))^2 \cdot S_x]}{E[S_x]}} \quad (118)$$

Anche nominabile come Deviazione standard della frequenza, indica se le frequenze ad alta energia sono lontane o meno dal centroide.

RMS di Frequenza

(RMSF)

$$p_{18} = RMSF(S_x, f_x) = \sqrt{\frac{E[f_x^2 \cdot S_x]}{E[S_x]}} \quad (119)$$

Larghezza di banda della frequenza

(RMSF)

$$p_{19} = FB(S_x, f_x) = \sqrt{\frac{E[f_x^4 \cdot S_x]}{E[f_x^2 \cdot S_x]}} \quad (120)$$

Questo parametro è anche chiamato Momento del quarto ordine della frequenza

$$p_{20} = \sqrt{\frac{E[f_x^2 \cdot S_x]}{\sqrt{E[f_x^4 \cdot S_x]} \cdot E(S_x)}} \quad (121)$$

$$p_{21} = SV(S_x, f_x) = \frac{SD(S_x, f_x)}{FC(S_x, f_x)} \quad (122)$$

Skewness spettrale

$$p_{22} = SKEW(S_x, f_x) = \frac{E[(f_x - FC(S_x))^3 \cdot S_x]}{SD(S_x, f_x)^3} \quad (123)$$

Non è perfettamente corretto definire questa quantità come Skewness in quanto a numeratore viene moltiplicato il peso della PSD, però senza non si avrebbe un senso alla formulazione. Si potrebbe moltiplicare a denominatore per $E[S_x]$, ma ciò modulerebbe il risultato di un valore costante, senza aggiungere informazioni.

Kurtosi spettrale

$$p_{23} = KURT(S_x, f_x) = \frac{E[(f_x - FC(S_x))^4 \cdot S_x]}{SD(S_x, f_x)^4} \quad (124)$$

5.4 Trasformata Wavelet

Uno dei più grandi problemi delle trasformate tradizionali è lo studio di segnali che posseggono un contenuto armonico limitato in specifici istanti di tempo.

La trasformata Wavelet utilizza come curva fondamentale per la serie interpolante una funzione, definita famiglia di Wavelet, che permette lo spostamento e la dilatazione in tempo. Una famiglia di Wavelet si basa sulla sua fondamentale, o madre, definita come $\psi(t)$; la famiglia è formulata come

$$\psi_{a,b}(t) = \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (125)$$

Il parametro a è assimilabile alla frequenza della trasformata di Fourier, mentre b è il termine di offset, che dà indicazioni sul tempo al quale viene rilevata una certa ampiezza. Alcune Wavelet fondamentali sono rappresentate in Figura (23).

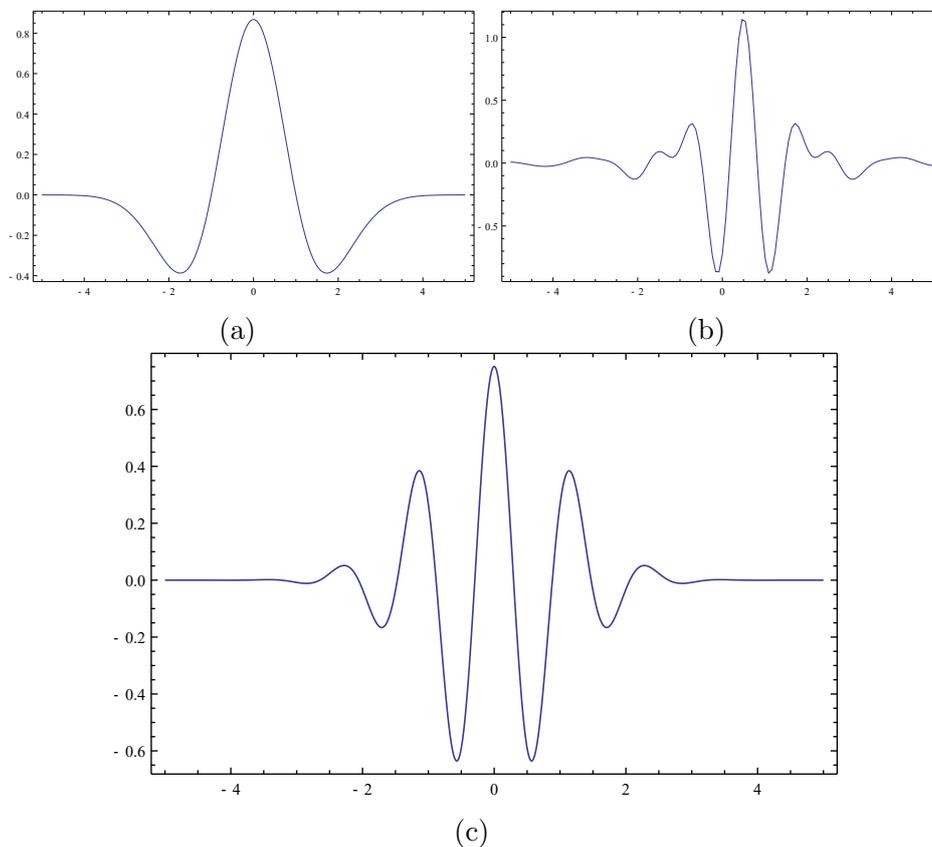


Figura 23: Esempi di Wavelet, (a) Mexican Hat, (b) Meyer, (c) Morlet; fonte: Wikimedia Foundation, autore: JonMcLoone

La trasformata ha formula

$$\mathcal{W}[x(t)] = \mathcal{W}_{\mathbf{x}}(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi_{a,b}(t) dt \quad (126)$$

e fornisce una funzione di ampiezze dipendenti da a e b .

5.5 Risultati

In questa sezione andremo ad applicare le tecniche di analisi sui segnali sperimentali e simulati, con lo scopo di confrontarli.

Come prima cosa si osserva in Figura (24) la profondità di penetrazione normalizzata di un RE, ricavata da una simulazione con un carico esterno pari a 124.8 kN mentre l'IR ruota a 710 RPM. Si nota da subito l'elevato contenuto oscillatorio del segnale, che era stato previsto durante la spiegazione del metodo di calcolo delle forze di contatto. Potendo osservare la comparazione con la curva di Stribeck (Eq. (6)) di un cuscinetto con gioco radiale pari a 0, si nota un buon fitting della curva simulata sotto la curva ideale, con un leggero allargamento in entrata e uscita.

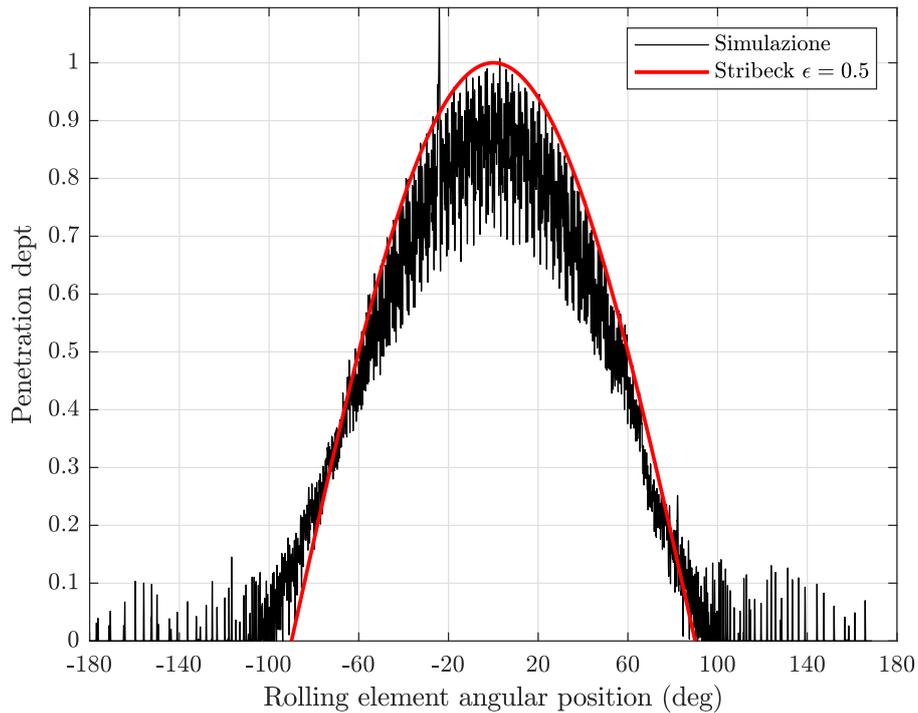


Figura 24: Profondità di penetrazione.

Entrambi i segnali di accelerazione dell'anello esterno passano sotto un processo di normalizzazione nel quale viene sottratta la media e vengono modulate le ampiezze in modo da ottenere una deviazione standard pari a 1.

Questo viene fatto per creare comparabilità tra i due, infatti il segnale simulato è di circa due ordini di grandezza più alto dello sperimentale. Le ragioni sono varie, la prima riguarda la stima dei parametri fisici nella simulazione come masse rigidezze e smorzamenti, l'utilizzo di un solutore esplicito, la discretizzazione spaziale del contatto, la mancanza di una formulazione della lubrificazione, l'utilizzo di corpi rigidi; tutti questi fattori contribuiscono nel creare ampiezze maggiori. I dati sperimentali sono ricavati da una prova a 124.8 kN di carico radiale e 0 kN assiale, la velocità di rotazione del campo magnetico del motore elettrico è impostata a 727 RPM ed è stata rilevata ad encoder la velocità di rotazione dell'albero pari a circa 710 RPM. Quest'ultima è la velocità imposta all'IR, Ω_{IR} , per le simulazioni.

Il segnale di accelerazione del OR viene ruotato di 45° per simulare il posizionamento dell'accelerometro sul test rig. Successivamente viene filtrato con un passa-banda di limiti [500; 1500], mentre lo sperimentale [1400; 2800], per rimuovere il rumore ad alta frequenza. L'involuppo viene eseguito su questo segnale filtrato, il risultato può essere visionato in Figura (25).

I segnali dai cuscinetti privi di difetti (Fig. (25) (a), (b)) non sono apparentemente caratterizzati segni di danneggiamento, presentano semplicemente del rumore di fondo. Questo fatto ci riconferma le considerazioni fatte durante la costruzione del modello sulle eccitazioni implicite dovute ai metodi di discretizzazione.

Proprio per questo rumore, anche nel caso di danno su OR (Fig. (25) (c), (d)) si fatica a vedere delle variazioni apparenti del segnale. Al contrario, dopo l'elaborazione, i segnali involuppati mostrano un'evidente eccitazione periodica ad ampiezza costante, il che è esattamente quello che si aspetta da un difetto localizzato sulla pista esterna. La differenza principale tra i due involuppi è nella pulizia, ovvero, mentre il segnale computazionale presenta dei picchi ben distinti, una certa quantità di rumore sporca anche l'involuppo del segnale sperimentale. Si vuol notare che, pur non essendo stato rappresentato, si sarebbe potuto selezionare una sezione di tempo nel quale il segnale sperimentale risultasse più distinto. Si è deciso di non farlo per semplice correttezza.

Per l'ultimo caso (Fig. (25) (e), (f)), i segnali involuppati mostrano la classica traccia di un danneggiamento su IR, ovvero dei picchi periodici, scaturiti dal passaggio di un RE sul danno, che oscillano in ampiezza a seconda del posizionamento del danno nella zona di carico, o meno.

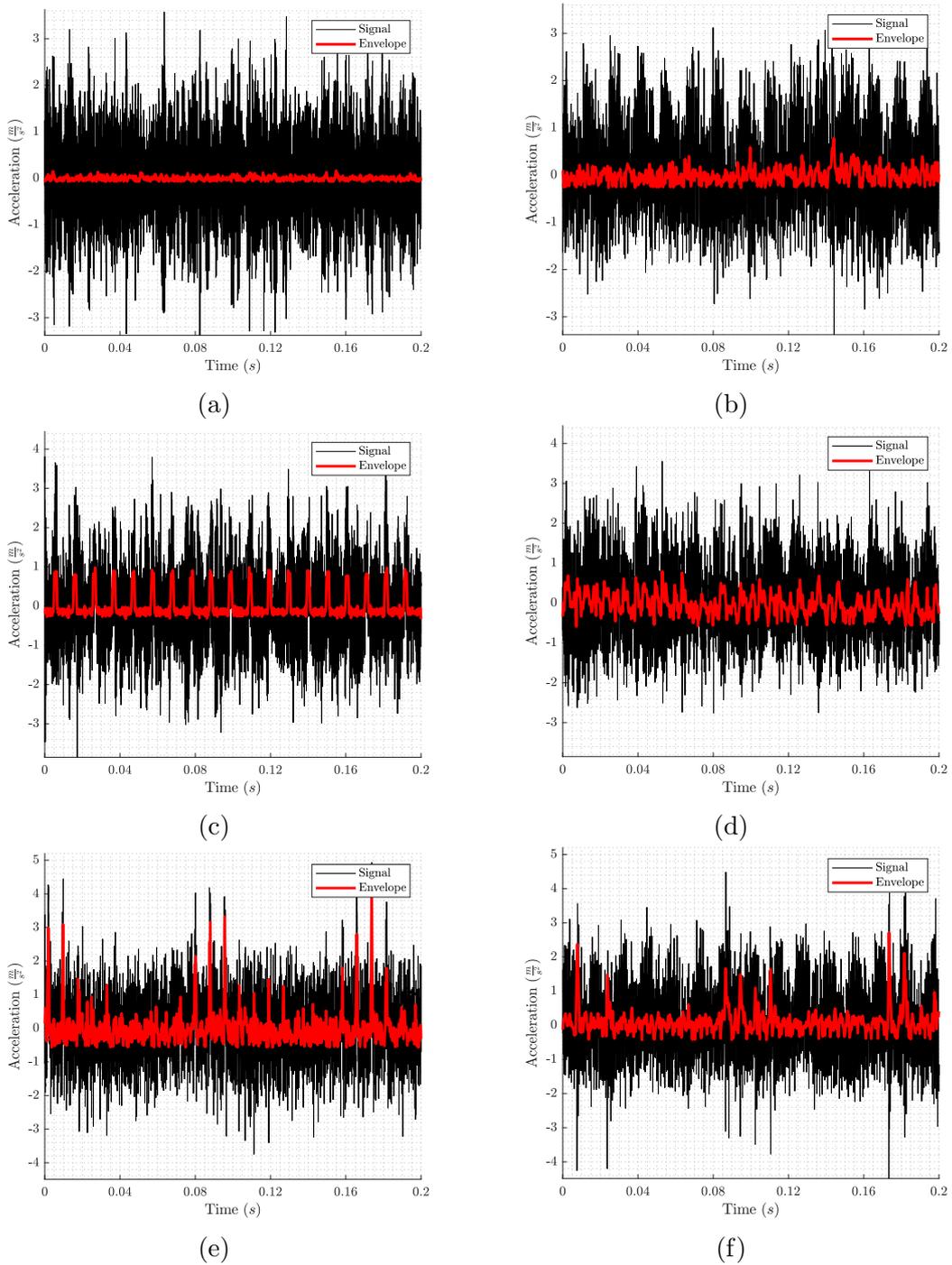


Figura 25: Il segnale di accelerazione e l'inviluppo. (a) Simulazione cuscinetto non danneggiato. (b) Sperimentale cuscinetto non danneggiato. (c) Simulazione danno su OR. (d) Sperimentale danno su OR. (e) Simulazione danno su IR. (f) Sperimentale danno su IR.

Calcolando lo spettro degli involuppi è possibile analizzare meglio le frequenze caratteristiche dei segnali. Lo spettro dei segnali senza danneggiamento non viene rappresentato in quanto è insignificante nelle informazioni che ci fornisce. In Figura (26) si osserva che la frequenza del danno su pista esterna (BPFO, linee tratto-punto) e le sue armoniche presentano ampiezze considerevoli sia nel caso simulato (**a**) che empirico (**b**). Inoltre, in entrambi gli spettri, più si prosegue sull'asse delle frequenze, più si può notare che i picchi iniziano a ritardare rispetto a i multipli della BPFO. Ciò è più evidente sul segnale sperimentale che in quello simulato, e può essere attribuito alle variazioni geometriche tra teoria e pratica o, visto che si tratta di ritardo, non anticipo, allo slip degli RE. La differenza principale tra i due spettri è la presenza di eccitazioni a bassa frequenza nel segnale sperimentale. Un'ultima osservazione va fatta riguardo la quasi mancanza di un'eccitazione all'armonica poco sopra i 500 Hz. Basti pensare alla trasformata di Fourier di una funzione rettangolare, molto simile agli impulsi trovati nell'involuppo. Tale trasformata è definita funzione Sinc ed è assimilabile a

$$F(\omega) \approx \frac{\sin(w)}{w} \quad (127)$$

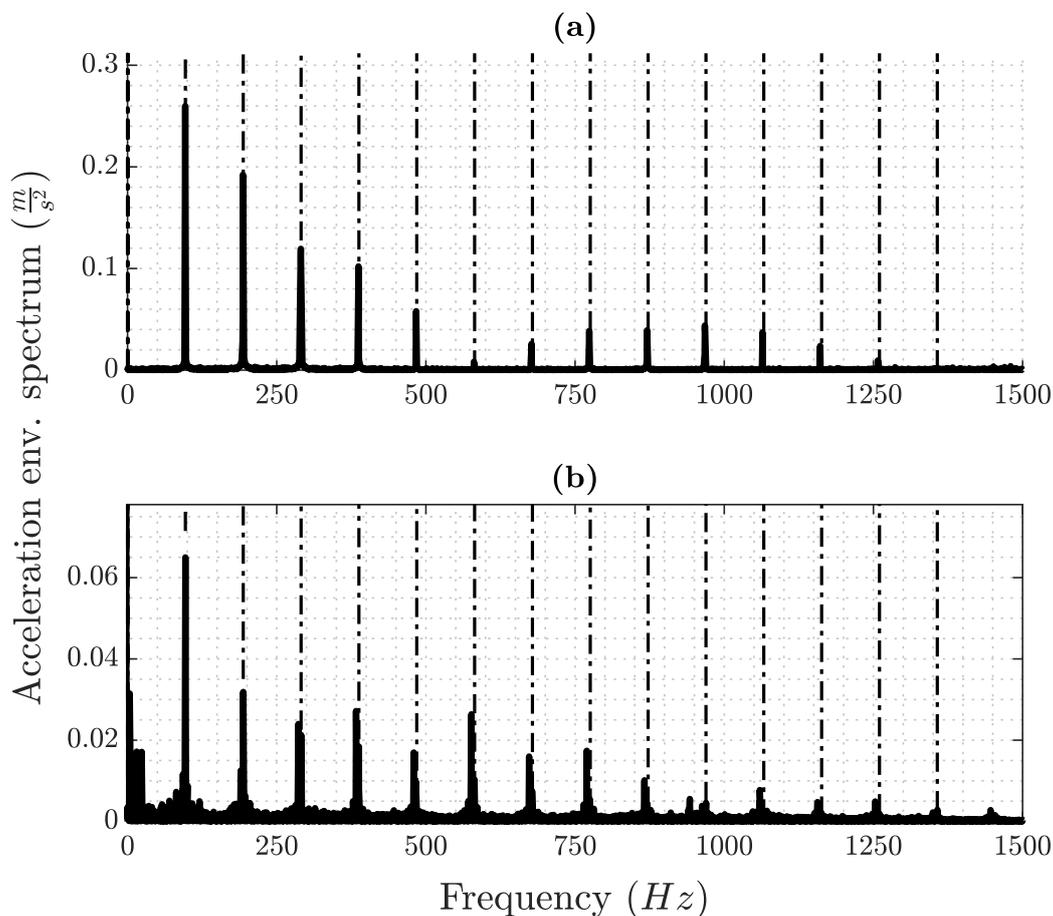


Figura 26: Spettro dell'involuppo dalla simulazione (a) e sperimentale (b). Danno su OR.

Lo spettro in Figura (27) è calcolato dagli involuppi dei segnali caratterizzati da danno su IR. La forma è quella che si aspetta, ovvero dei picchi, a volte chiamati Re, ai multipli della BPFI, con delle bande laterali, cavalieri, di minore intensità. Questa bande saranno esattamente a $\pm f_{IR}$ di distanza da ogni picco. Il discorso sulle eccitazioni a basse frequenze fatto per l'OR vale anche in questo caso.

Nella Tabella (7) sono riassunte le frequenze caratteristiche rilevate dagli spettri e il confronto con i valori analitici [29][37]. In tutti i casi, computazionali e empirici, le frequenze caratteristiche sono accuratamente identificate, con la massima deviazione nel caso sperimentale con danno su IR, che varia del -1% rispetto al valore analitico. Questo viene attribuito allo scivolamento (slip), in quanto se gli elementi volventi compiono la rivoluzione attorno all'asse di rotazione scivolando, saranno più lenti dell'ideale teorico, andando

quindi a ritardare il contatto con il danno.

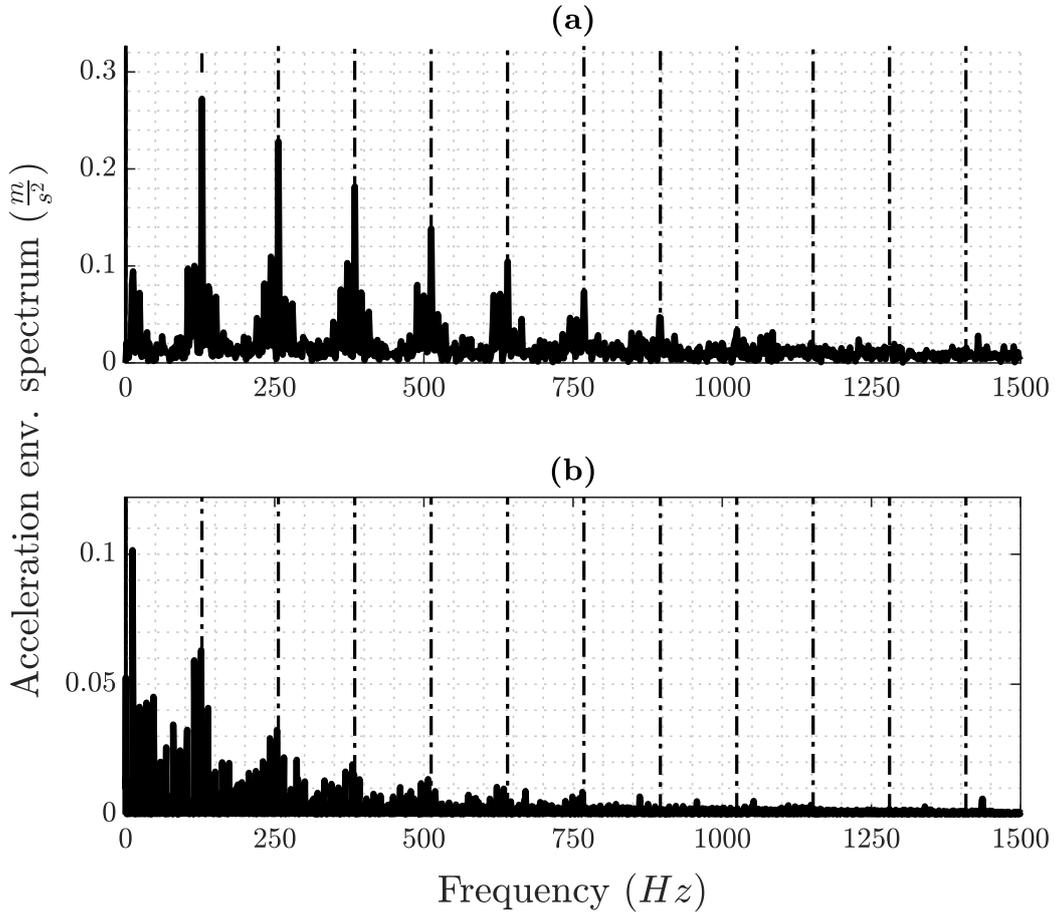


Figura 27: Spettro dell'involuppo dei segnali simulati (a) e sperimentali (b). Danno su IR.

Tabella 7: Frequenze fondamentali di danneggiamento e variazione percentuale dal valore analitico in parentesi

Posizione del danno	Modello Multibody (Hz)	Test rig (Hz)	Frequenze cinematiche (Hz)
OR	96.89 (0.1%)	96.99 (0.2%)	96.79
IR	128.33 (0.22%)	126.76 (-1%)	128.04

Le CWT in Figura (28) sono state ricavate dagli involucri appena discussi. Dalla prima coppia (Fig. (28) **(a)**, **(b)**) non si può discernere nessun apparente ripetitività delle Wavelet dei segnali, il che è un ottimo risultato visto che si tratta di casi senza danneggiamenti.

Invece in Figura (28) **(a)** e **(b)** si nota come la magnitudine spicchi a periodi costanti, per varie bande di frequenza. Nel segnale da modello questa ripetitività è cristallina se non per la frequenza originale, ove la risoluzione data dalle Wavelet non permette di distinguere i colpi separatamente. Nel segnale sperimentale si vedono alcune incertezze in certe zone dello scalogramma, ma anche in quei casi i picchi di ampiezza rimangono visibili, benché di modulo ridotto.

Nelle ultime due figure (Fig. (28) **(e)**, **(f)**), si osserva ancora il comportamento a doppia frequenza caratteristico del danno su IR. A questa velocità di rotazione il danno è nella zona di carico ogni 85 ms e, se si ipotizza che la semiampiezza della zona di carico sia 90° , dovrebbe passare metà di questo tempo urtando gli RE, creando eccitazione. All'apparenza sembra che questa permanenza sia minore del valore teorico. Viene ipotizzato che questo sia dovuto alla discretizzazione dei RE, che ne riduce la dimensione, aumentando quindi il gioco radiale. Tale fatto ha come conseguenza, secondo la legge di Stribeck [1] la riduzione dell'ampiezza della zona di carico.

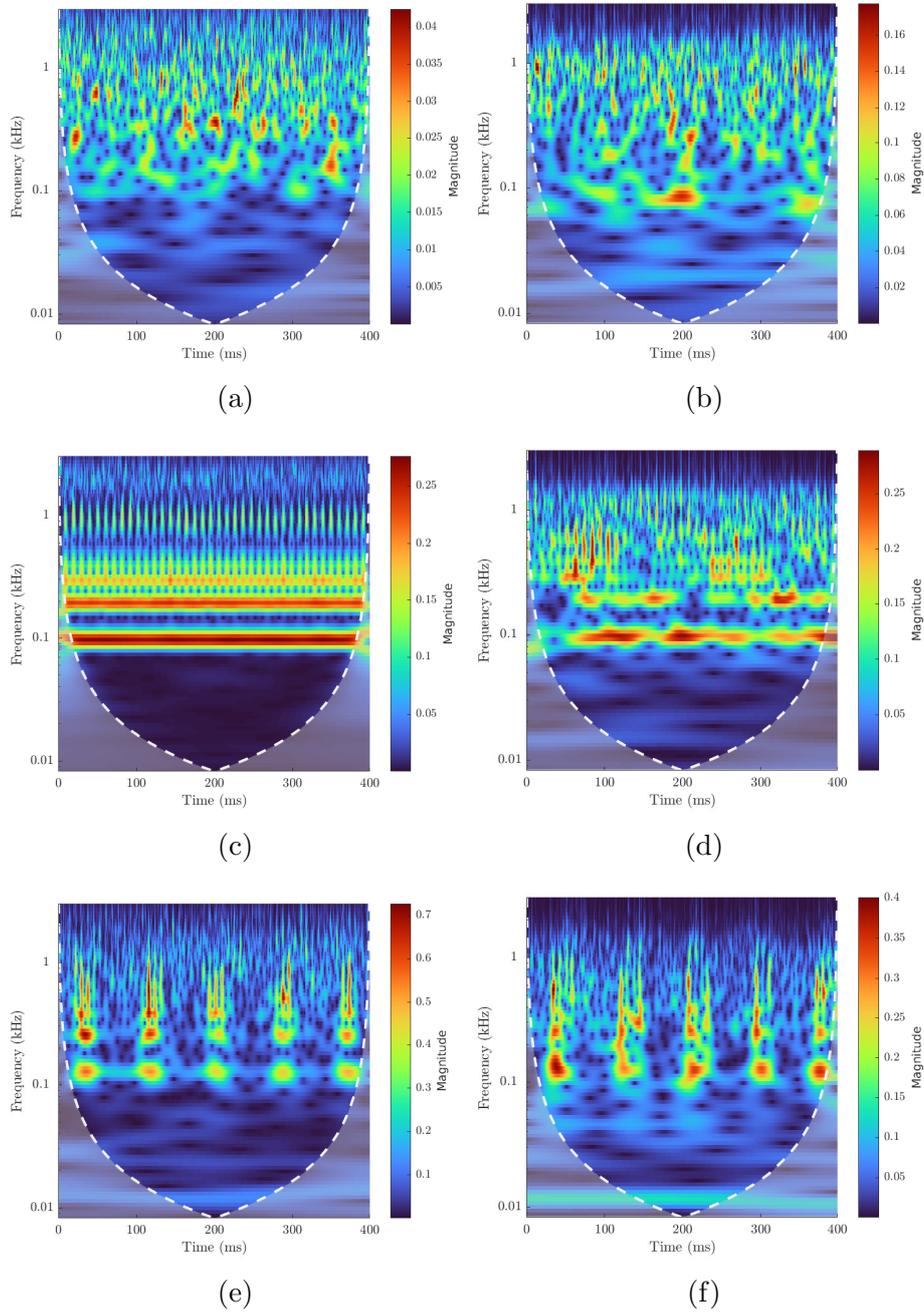


Figura 28: CWT. (a) Simulato, senza danno. (b) Sperimentale, senza danno. (c) Simulated OR. (d) Sperimentale, OR. (e) Simulato, IR. (f) Sperimentale, IR.

6 Diagnosi di Danneggiamento Intelligente

La diagnosi intelligente di guasti (IFD) è l'applicazione di tecniche di Machine Learning alla diagnosi di guasti. L'obiettivo principale è l'automazione del processo di riconoscimento e catalogazione delle condizioni di salute di un macchinario o di un componente.

Gli algoritmi di ML comunemente usano formulazioni stocastiche per la classificazione di dati, ovvero si basano su dei dataset di caratteristiche (Feature o Indicatori) conosciute, classificati per categorie (Classi). Conoscendo delle feature, ma non la classe di appartenenza, un algoritmo di ML può predire, con dei limiti di probabilità, la classe di un caso di studio (Test set) basandosi sui dati di apprendimento (Learning set). Gli algoritmi di ML utilizzati nell'IFD sono del tipo ad apprendimento supervisionato, ovvero utilizzano dataset già categorizzati in base alle classi di salute come Learning set. Storicamente i principali tipi di algoritmi utilizzati sono gli SVM [38], kNN [39] e Network neurali [40]. In questa tesi i dataset di feature saranno utilizzati come addestramento di un algoritmo multiclasse Error-Correcting-Output-Code (ECOC), che genera una serie di modelli SVM binari, ovvero a due classi, e seleziona quale di essi, probabilisticamente, dà la migliore previsione.

6.1 Macchina a Supporto Vettori

Viene definito un dataset di feature, \mathbf{x} , ovvero i dati caratterizzanti, e le due classi di separazione y tali che

$$\{(\mathbf{x}_i, y_i)\}_{i=1}^N, \quad y_i = \pm 1, \quad \mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^d \quad (128)$$

dove i indica l' i -esimo campione, con N tale numero massimo di campioni e d il numero di feature.

L'iperpiano di separazione è definito come

$$\mathbf{w}^T \mathbf{x} + b = 0 \quad (129)$$

dove \mathbf{w} è il vettore perpendicolare al piano e b è un termine di offset chiamato bias.

Affinché un punto sia classificato correttamente, deve valere la seguente condizione

$$y_i(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + b) \geq 1, \quad \forall i \quad (130)$$

Il margine è lo spazio minimo, perpendicolare al piano, tra due punti di classi diverse

$$\frac{2}{\|\mathbf{w}\|} \quad (131)$$

In Figura (29) è schematizzato un iperpiano creato in un problema bi-classe tra due feature x^n . i punti che soddisfano esattamente l'uguaglianza in Equazione (130) si troveranno sul bordo del margine. Questi punti sono chiamati vettori di supporto.

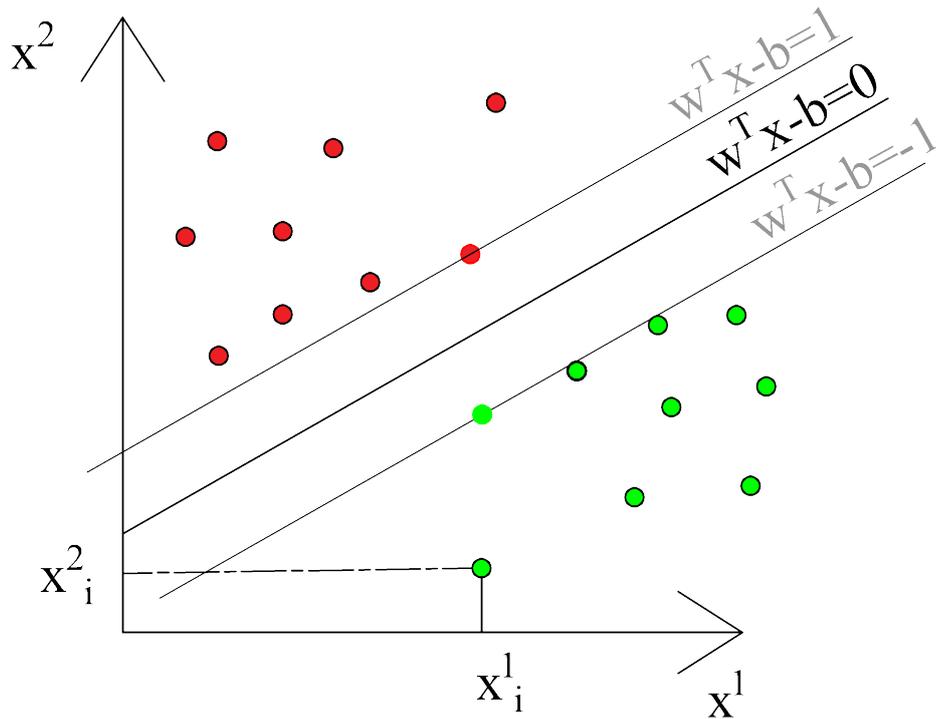


Figura 29: Iperpiano di esempio su un problema bi-classe e bi-feature. I vettori di supporto hanno i bordi colorati

Per massimizzare il margine, si minimizza $\|\mathbf{w}\|$, ovvero

$$\min_{\mathbf{w}, b} \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 \quad (132)$$

mantenendo la condizione dell'iperpiano dell'Equazione (130).

Il problema cercherà valori di \mathbf{w} e b che massimizzino il margine tra due vettori di supporto.

In pratica, non sempre le due classi sono separabili uniformemente da un piano, Vedremo che spesso alcune feature presentano intersezioni. Matematicamente vuol dire che è necessario introdurre un coefficiente che ammorbidisca la formulazione precedente; viene fatto così

$$y_i(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + b) \geq 1 - \xi_i, \quad \forall i \quad (133)$$

Aggiungendo un coefficiente che permette di spostare i limiti oltre quelli normali dell'iperpiano. L'obiettivo dell'ottimizzazione diventa

$$\min_{\mathbf{w}, b, \xi} \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_i \quad (134)$$

dove C è un parametro regolatore.

6.2 Algoritmi ECOC

Un singolo algoritmo SVM non è in grado di distinguere tra più di due classi, ciò è dovuto alla formulazione dell'iperpiano, rispetto al quale un punto può trovarsi solo in due distinte posizioni. Per risolvere il problema si possono utilizzare degli algoritmi di Correzione d'Errore in Output.

Considerando un problema a tre classi, la matrice M

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ \dots & & \end{bmatrix} \quad (135)$$

di dimensioni $[K \times 3]$, rappresenta le possibili combinazioni di classe del problema, ovvero, se si moltiplica, figurativamente, questa matrice per un vettore che definisce le tre classi si ottiene

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ \dots & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_1 \cdot (-C_2) \\ C_1 \cdot (-C_3) \\ C_3 \cdot (-C_2) \\ C_1 \cdot (-C_2 \cup -C_3) \\ \dots \end{Bmatrix} = \mathbf{L} \quad (136)$$

una serie di K condizioni con cui verranno allenati K algoritmi binari. Se la classe è preceduta dal segno positivo gli sarà associata la zona in direzione positiva alla normale dell'iperpiano. Se più classi insieme vengono accorpate allo stesso valore ± 1 , allora i dati che le compongono verranno uniti, come se facenti parte di una unica classe.

Ad algoritmi allenati, durante un test, la soluzione è scelta tra quelle generate dai singoli SVM, con il criterio di probabilità più alto.

6.3 Risultati

I segnali involuppati vengono frammentati in sezioni da 0.4 s con il 67% di overlap. Gli indicatori elencati nella sezione "Analisi Dati" vengono calcolati

su questi segmenti in modo da ingrandire la dimensione del dataset. Gli stessi indicatori vengono poi normalizzati con lo stesso criterio usato per l'analisi dei segnali. Questa ultima normalizzazione avviene senza distinguere la classe. Anche i dati sperimentali subiscono lo stesso processo. Concatenata a queste feature, viene aggiunta anche la velocità di rotazione. La matrice M utilizzata segue un approccio uno contro uno, ovvero

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (137)$$

In Figura (30) viene rappresentata la matrice di confusione del modello addestrato con i dati ricavati dal modello e testato con i dati sperimentali. Il modello ha una precisione totale in media attorno al 70% per una dimensione del vettore di test pari a 2133 punti da 23 feature ciascuno. È importante notare che i cuscinetti senza danneggiamento vengono quasi perfettamente classificati, solo lo 0.7% viene considerato come sotto l'effetto di danno sulla pista interna. Lo stesso dato riguardante difetti sull'OR è del 42.8%. Questo fatto non preoccupa più di tanto visto che solo il 7% di questi sono classificati come non danneggiati. Invece nel caso di danno effettivo sulla pista interna sia la precisione, che il tasso di scarto non sono soddisfacenti. Il 30.2% dei cuscinetti "IR" sono tenuti come buoni, il che è un problema per un algoritmo di IFD.

Osservando, invece, i dati sulla classe predetta si nota che nella categoria di non danneggiamento vengono riposti correttamente il 74.7% di casi. Questo dato è però notevolmente scostato dal lato dei danni su IR. Il che vuol dire che i dati sperimentali del tipo IR non vengono correttamente classificati come danneggiati, ciò è evidente anche per basso 57,7% di predizioni corrette. Per studiare meglio questa condizione si concentra l'attenzione sui grafici di probabilità in Figura (31) e (32). Questi grafici sono stati selezionati per via della migliore distinzione tra le classi. Vengono distinti in rosso, blu e nero rispettivamente danneggiamenti su OR, IR e caso privo di danno; i grafici a sinistra sono di dati simulati, mentre quelli di destra sperimentali. Si può notare in tutti i dati sperimentali una maggiore caoticità. Si nota soprattutto in **(b)**, **(d)** e **(f)** come i valori della classe IR non si posizionino in una zona ben distinta ma anzi varino intersecando entrambe le altre classi.

Se invece viene allenato e testato un algoritmo SVM binario escludendo i dati IR e si estrae la matrice di confusione in Figura (33), si nota un notevole miglioramento, con una percentuale di falsi negativi del 10.8%. Ciò fa pensare che alcuni dei sample IR siano di difficile catalogazione, spesso intersecati con le altre classi.

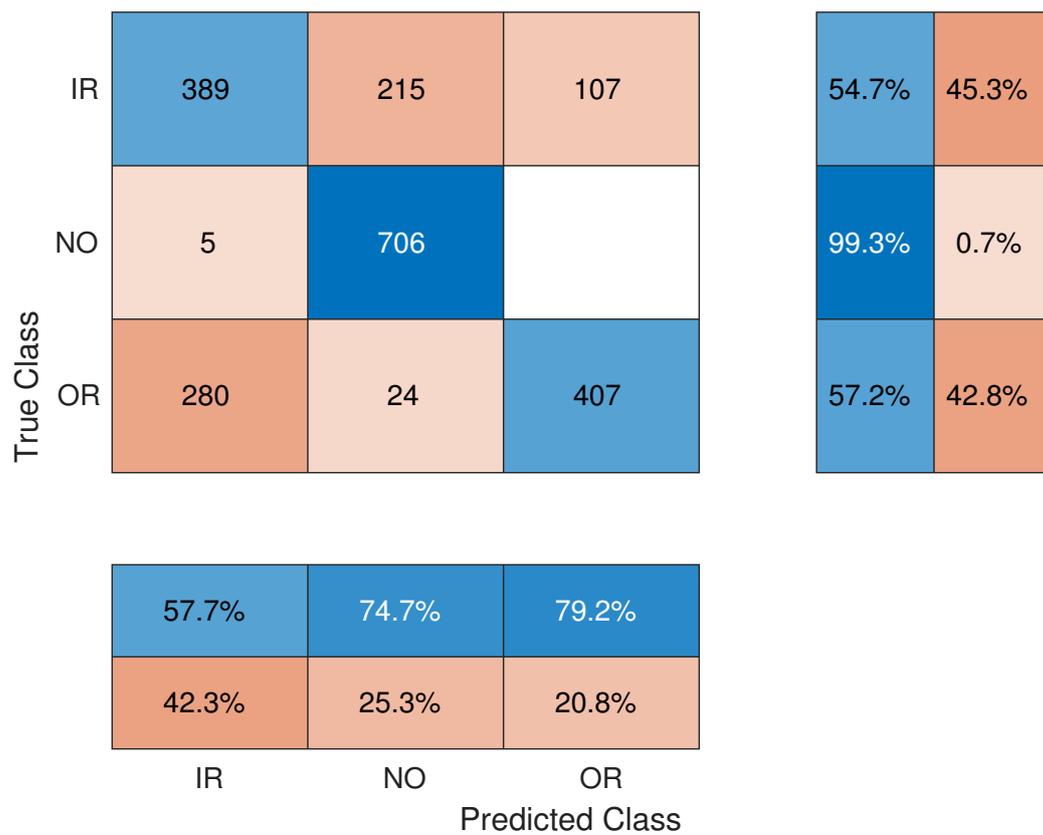
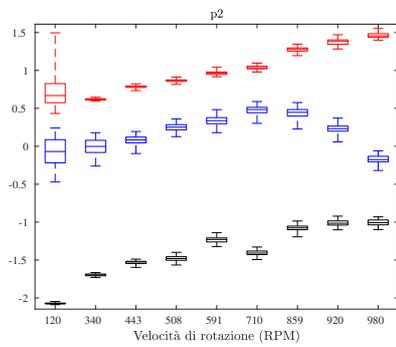
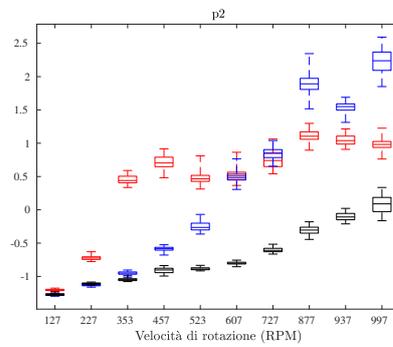


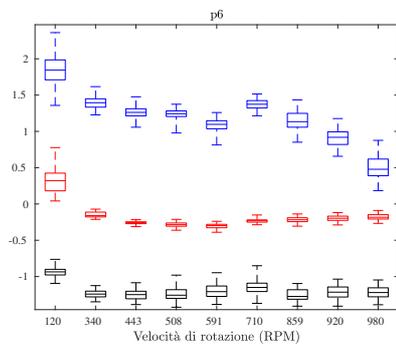
Figura 30: Matrice di confusione dell'algoritmo ECOC, allenato con i dati simulati e testato sui dati sperimentali.



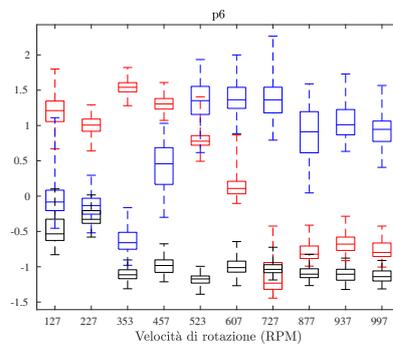
(a)



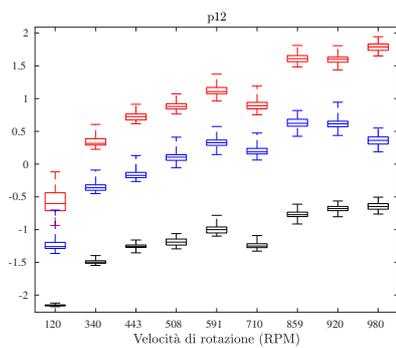
(b)



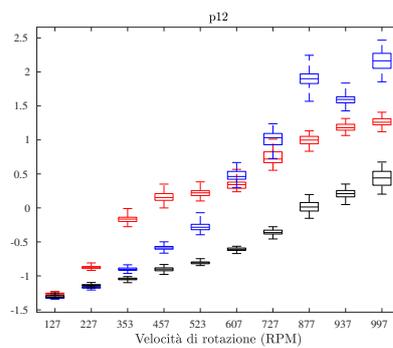
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 31: Diagrammi a scatola di alcune degli indicatori più significativi. Rosso OR, blu IR, Nero senza danno. (a) P2 simulato. (b) P2 sperimentale. (c) P6 simulato. (d) P6 simulato. (e) P12 simulato. (f) P12 sperimentale.

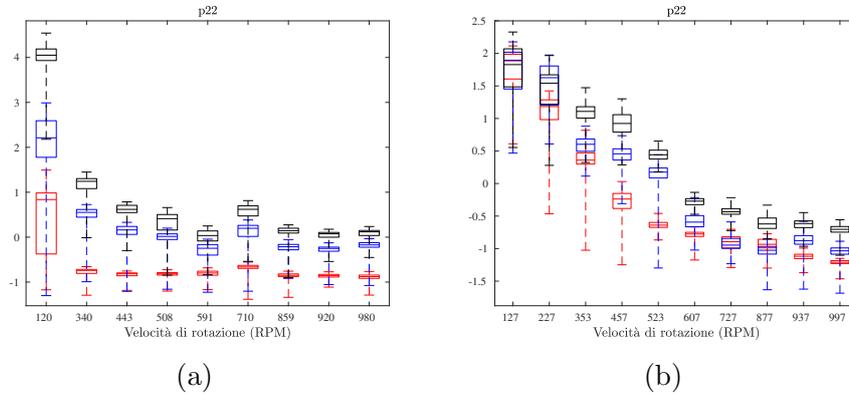


Figura 32: Diagrammi a scatola di alcune degli indicatori più significativi. (g) P22 simulato. (h) P22 simulato.



Figura 33: Matrice di confusione dell'algorithm SVM, allenato con i dati simulati e testato sui dati sperimentali.

7 Conclusioni e Lavori futuri

Il lavoro presentato in questa tesi ha portato alla creazione di un modello di simulazione rappresentante un cuscinetto volvente orientabile. Il modello è in grado di generare un segnale di accelerazione che replica correttamente la forma del segnale sperimentale. L'addestramento e test incrociato tra numerico e empirico di un algoritmo SVM multiclasse ha portato a risultati promettenti nell'ottica dell'IFD.

I prossimi step da eseguire si incentrano principalmente sulla bontà del modello, un lavoro deve essere compiuto in modo da aumentarne l'efficienza e i tempi di calcolo. A tale scopo si potrebbero implementare delle tecniche di programmazione multiprocesso per la parallelizzazione dei calcoli di contatto. In alternativa, o in parallelo, si potrebbe pensare di programmare un metodo di calcolo del contatto [41][42][43][44], smettendo quindi di far riferimento a un software proprietario. L'obiettivo da ricercare è la stabilità numerica, difficile da raggiungere quando il timestep è vincolato per via della lentezza della simulazione. Successivamente è necessario impostare un modello fisico per le forze di contatto che sia basato su formulazioni convalidate.

Raggiunti questi obiettivi, nulla vieta di testare delle condizioni di danneggiamento più complesse geometricamente, andando anche a studiare il comportamento sotto un difetto distribuito. Un altro miglioramento del modello potrebbe essere ricavato includendo tutti quei contatti che sono stati esclusi fin ora, o almeno modellando rigidità e smorzamento dell'interstizio viscoso.

Infine, vista l'ampiezza del campo del Machine Learning, si potrebbe discutere ad oltranza sull'algoritmo migliore per il nostro scopo. In realtà si potrebbero apporre migliorie significative rimanendo nella famiglia degli ECOC, iniziando con una scelta di un kernel più avanzato, e un'analisi che diversifichi le fonti dei parametri indicatori. Un'altra importante miglioria sta nell'implementare una logica di manutenzione sicura. Si intende far deviare l'algoritmo in modo che sia più pronò a segnalare un set di dati come danneggiati, quando in dubbio. Questo potrebbe abbassare l'accuratezza, ma eviterebbe molti casi di falsi negativi, che sono possibilmente i casi più pericolosi.

Riferimenti bibliografici

- [1] T. A. Harris e M. N. Kotzalas, *Essential Concepts of Bearing Technology*, 0^a ed. CRC Press, 9 ott. 2006, ISBN: 978-0-429-12335-1. DOI: 10.1201/9781420006599. visitato il giorno 28 mag. 2024. indirizzo: <https://www.taylorfrancis.com/books/9781420006599>.
- [2] “Stribeck: Ball bearings for various loads - Google Scholar”, visitato il giorno 7 mar. 2025. indirizzo: https://scholar.google.com/scholar_lookup?title=Ball%20bearings%20for%20various%20loads&publication_year=1907&author=R.%20Stribeck.
- [3] F. Xu et al., “A review of bearing failure modes, mechanisms and causes”, *Engineering Failure Analysis*, vol. 152, p. 107518, ott. 2023, ISSN: 13506307. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2023.107518. visitato il giorno 6 giu. 2024. indirizzo: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1350630723004727>.
- [4] S. Singh, C. Q. Howard e C. H. Hansen, “An extensive review of vibration modelling of rolling element bearings with localised and extended defects”, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 357, pp. 300–330, 24 nov. 2015, ISSN: 0022-460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2015.04.037. visitato il giorno 1 mar. 2025. indirizzo: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X15003934>.
- [5] P. D. McFadden e J. D. Smith, “Model for the vibration produced by a single point defect in a rolling element bearing”, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 96, n. 1, pp. 69–82, 8 set. 1984, ISSN: 0022-460X. DOI: 10.1016/0022-460X(84)90595-9. visitato il giorno 7 mar. 2025. indirizzo: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X84905959>.
- [6] N. Tandon e A. Choudhury, “AN ANALYTICAL MODEL FOR THE PREDICTION OF THE VIBRATION RESPONSE OF ROLLING ELEMENT BEARINGS DUE TO A LOCALIZED DEFECT”, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 205, n. 3, pp. 275–292, 21 ago. 1997, ISSN: 0022-460X. DOI: 10.1006/jsvi.1997.1031. visitato il giorno 19 mar. 2025. indirizzo: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X97910312>.
- [7] D. Brie, “MODELLING OF THE SPALLED ROLLING ELEMENT BEARING VIBRATION SIGNAL: AN OVERVIEW AND SOME NEW RESULTS”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 14, n. 3, pp. 353–369, 1 mag. 2000, ISSN: 0888-3270. DOI: 10.1006/mssp.

- 1999.1237. visitato il giorno 19 mar. 2025. indirizzo: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327099912372>.
- [8] M. Behzad, A. R. Bastami e D. Mba, “A New Model for Estimating Vibrations Generated in the Defective Rolling Element Bearings”, *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 133, n. 41011, 11 apr. 2011, ISSN: 1048-9002. DOI: 10.1115/1.4003595. visitato il giorno 7 mar. 2025. indirizzo: <https://doi.org/10.1115/1.4003595>.
- [9] J. Liu e Y. Shao, “Overview of dynamic modelling and analysis of rolling element bearings with localized and distributed faults”, *Nonlinear Dynamics*, vol. 93, n. 4, pp. 1765–1798, set. 2018, ISSN: 0924-090X, 1573-269X. DOI: 10.1007/s11071-018-4314-y. visitato il giorno 28 mag. 2024. indirizzo: <http://link.springer.com/10.1007/s11071-018-4314-y>.
- [10] M. Vehviläinen et al., “3D Multibody Simulation of Realistic Rolling Bearing Defects for Fault Classifier Development”, in *2024 International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, ISSN: 2473-2087, set. 2024, pp. 1–7. DOI: 10.1109/ICEM60801.2024.10700332. visitato il giorno 21 feb. 2025. indirizzo: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10700332>.
- [11] B. Guo, W. Wu, J. Zheng, Y. He e J. Zhang, “Dynamics modeling and analysis of rolling bearings variable stiffness system with local faults”, *Machines*, vol. 11, n. 6, p. 609, 2 giu. 2023, ISSN: 2075-1702. DOI: 10.3390/machines11060609. visitato il giorno 28 feb. 2025. indirizzo: <https://www.mdpi.com/2075-1702/11/6/609>.
- [12] C. Fang, Y. Peng, Y. Guan, W. Zhou, G. Gao e X. Meng, “A new numerical method for the tribo-dynamic analysis of cylindrical roller bearings”, *Nonlinear Dynamics*, vol. 111, n. 12, pp. 11 275–11 295, 1 giu. 2023, ISSN: 1573-269X. DOI: 10.1007/s11071-023-08408-8. visitato il giorno 22 giu. 2024. indirizzo: <https://doi.org/10.1007/s11071-023-08408-8>.
- [13] E. Corral, R. G. Moreno, M. J. G. García e C. Castejón, “Nonlinear phenomena of contact in multibody systems dynamics: A review”, *Nonlinear Dynamics*, vol. 104, n. 2, pp. 1269–1295, 1 apr. 2021, ISSN: 1573-269X. DOI: 10.1007/s11071-021-06344-z. visitato il giorno 3 ago. 2024. indirizzo: <https://doi.org/10.1007/s11071-021-06344-z>.
- [14] S. P. Timošenko e J. N. Goodier, *Theory of elasticity* (Engineering societies monographs), 3. ed, [Nachdr.]...2004. Auckland: McGraw-Hill, 2004, 567 pp., ISBN: 978-0-07-085805-3.

- [15] A. Palmgren, *Ball and roller bearing engineering / by Arvid Palmgren*, 3rd ed. S.l: s.n., 1959.
- [16] U. Leturiondo, O. Salgado e D. Galar, “Multi-body modelling of rolling element bearings and performance evaluation with localised damage”, *Eksploatacja i Niezawodnosc - Maintenance and Reliability*, vol. 18, n. 4, pp. 638–648, 17 set. 2016, ISSN: 15072711. DOI: 10.17531/ein.2016.4.20. visitato il giorno 23 mag. 2024. indirizzo: <https://archive.ein.org.pl/sites/default/files/2016-04-20.pdf>.
- [17] S. Sassi, B. Badri e M. Thomas, “A numerical model to predict damaged bearing vibrations”, *JVC/Journal of Vibration and Control*, vol. 13, n. 11, pp. 1603–1628, 2007, ISSN: 10775463. DOI: 10.1177/1077546307080040.
- [18] J. Tian, X. Ai, F. Zhang, Z. Wang, C. Wang e Y. Chen, “Dynamic modeling and simulation analysis of inter-shaft bearings with local defects considering elasto-hydrodynamic lubrication”, *Coatings*, vol. 12, n. 11, p. 1735, 13 nov. 2022, ISSN: 2079-6412. DOI: 10.3390/coatings12111735. visitato il giorno 28 feb. 2025. indirizzo: <https://www.mdpi.com/2079-6412/12/11/1735>.
- [19] A. Ashtekar, F. Sadeghi e L.-E. Stacke, “A New Approach to Modeling Surface Defects in Bearing Dynamics Simulations”, *Journal of Tribology*, vol. 130, n. 41103, 12 ago. 2008, ISSN: 0742-4787. DOI: 10.1115/1.2959106. visitato il giorno 11 feb. 2025. indirizzo: <https://doi.org/10.1115/1.2959106>.
- [20] S. Singh, U. G. Köpke, C. Q. Howard e D. Petersen, “Analyses of contact forces and vibration response for a defective rolling element bearing using an explicit dynamics finite element model”, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 333, n. 21, pp. 5356–5377, 13 ott. 2014, ISSN: 0022-460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2014.05.011. visitato il giorno 10 mar. 2025. indirizzo: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X14004015>.
- [21] Z. Kiral e H. Karagülle, “Vibration analysis of rolling element bearings with various defects under the action of an unbalanced force”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 20, n. 8, pp. 1967–1991, 1 nov. 2006, ISSN: 0888-3270. DOI: 10.1016/j.ymsp.2005.05.001. visitato il giorno 19 mar. 2025. indirizzo: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327005000841>.

- [22] T. Yao, Y. Chi e Y. Huang, “Research on Flexibility of Bearing Rings for Multibody Contact Dynamics of Rolling Bearings”, *Procedia Engineering*, International Conference on Advances in Computational Modeling and Simulation, vol. 31, pp. 586–594, 1 gen. 2012, ISSN: 1877-7058. DOI: 10.1016/j.proeng.2012.01.1071. visitato il giorno 2 lug. 2024. indirizzo: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705812010958>.
- [23] V. Ivannikov, M. Leontiev e S. Degtyarev, “Radial roller bearings with flexible rings: application to rotor dynamics and extension to multibody simulations”, in *17th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery (ISROMAC2017)*, Maui, United States, dic. 2017. visitato il giorno 22 giu. 2024. indirizzo: <https://hal.science/hal-03004955>.
- [24] S. Singh, “Explicit dynamics finite element modelling of defective rolling element bearings”, *University of Adelaide*, 2014. visitato il giorno 19 mar. 2025. indirizzo: <https://core.ac.uk/download/pdf/79091691.pdf>.
- [25] D. Vlasenko e B. Hahn, “Modeling of elastic cages in the rolling bearing multi-body tool CABA3d”, in *Multibody Dynamics 2019*, A. Kecskeméthy e F. Geu Flores, cur., Cham: Springer International Publishing, 2020, pp. 96–103, ISBN: 978-3-030-23132-3. DOI: 10.1007/978-3-030-23132-3_12.
- [26] E. Brusa, Delprete Cristiana, L. Giorio, L. G. Di Maggio e V. Zanella, “Design of an Innovative Test Rig for Industrial Bearing Monitoring with Self-Balancing Layout”, *Machines*, vol. 10, n. 54, 2022. DOI: 10.3390/machines10010054.
- [27] L. G. Di Maggio, L. Giorio, C. Delprete e E. Brusa, *Dataset of Vibration, Temperature and Speed Measurements for Multiple Types of Localized Defects on Spherical Roller Bearings across Multiple Operating Conditions*, ver. 1.0, 24 ott. 2024. DOI: 10.5281/ZENODO.13913254. visitato il giorno 8 nov. 2024. indirizzo: <https://zenodo.org/doi/10.5281/zenodo.13913254>.
- [28] A. N. Akansu e R. Haddad, *Multiresolution signal decomposition: transforms, subbands, and wavelets*. Academic Press, 2001.
- [29] R. B. Randall, *Vibration-based condition monitoring: industrial, aerospace and automotive applications*. John Wiley & Sons, 2011, Publication Title: Mechanisms and Machine Science ISSN: 22110992, ISBN: 978-0-470-74785-8. DOI: 10.1007/978-94-007-6422-4_11.

- [30] L. G. Di Maggio, “Intelligent fault diagnosis of industrial bearings using transfer learning and CNNs pre-trained for audio classification”, *Sensors*, vol. 23, n. 1, p. 211, 25 dic. 2022, ISSN: 1424-8220. DOI: 10.3390/s23010211. visitato il giorno 27 dic. 2022. indirizzo: <https://www.mdpi.com/1424-8220/23/1/211>.
- [31] E. Haug, *Computer-Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems Volume-I*. 1 gen. 1989, vol. 1.
- [32] “Appunti di meccanica razionale - Luigi Galgani - Antonio Giorgilli - Libro - CUSL (Milano) - Scientifica | IBS”, visitato il giorno 17 mar. 2025. indirizzo: <https://www.ibs.it/appunti-di-meccanica-razionale-libro-luigi-galgani-antonio-giorgilli/e/9788881321261?srsltid=AfmB0orL12K1mpdYSkt21NIhGdy2RAFSCR7aufWdNWOpFy9mktyZNan>.
- [33] D. Li e Y. S. Kang, “Simulation and experimental validation of tapered roller bearing vibration induced by geometrical imperfection on cup raceway”, in *Volume 8: 26th Conference on Mechanical Vibration and Noise*, Buffalo, New York, USA: American Society of Mechanical Engineers, 17 ago. 2014, V008T11A059, ISBN: 978-0-7918-4641-4. DOI: 10.1115/DETC2014-34178. visitato il giorno 15 feb. 2025. indirizzo: <https://asmedigitalcollection.asme.org/IDETC-CIE/proceedings/IDETC-CIE2014/46414/Buffalo,%20New%20York,%20USA/253078>.
- [34] A. D. Poularikas, *The transforms and applications handbook / editor in chief Alexander D. Poularikas* (<<The>> electrical engineering handbook series). Boca Raton [New York: CRC Press IEEE Press, 1996, vii+1103.
- [35] L. Marple, “Computing the discrete-time ”analytic” signal via FFT”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 47, n. 9, pp. 2600–2603, set. 1999, Conference Name: IEEE Transactions on Signal Processing, ISSN: 1941-0476. DOI: 10.1109/78.782222. visitato il giorno 16 mar. 2025. indirizzo: <https://ieeexplore.ieee.org/document/782222/>.
- [36] Y. Lei, B. Yang, X. Jiang, F. Jia, N. Li e A. K. Nandi, “Applications of machine learning to machine fault diagnosis: A review and roadmap”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 138, p. 106587, 1 apr. 2020, ISSN: 0888-3270. DOI: 10.1016/j.ymsp.2019.106587. visitato il giorno 13 gen. 2025. indirizzo: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327019308088>.

- [37] W. A. Smith e R. B. Randall, “Rolling element bearing diagnostics using the Case Western Reserve University data: A benchmark study”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 64-65, pp. 100–131, 2015, Publisher: Elsevier, ISSN: 10961216. DOI: 10.1016/j.ymsp.2015.04.021. indirizzo: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ymsp.2015.04.021>.
- [38] N. Bertozzi, “Diagnosis methods for predictive maintenance of rolling bearings in an Industry 4.0 scenario”, laurea, Politecnico di Torino, 26 ott. 2021, 109 pp. visitato il giorno 10 gen. 2025. indirizzo: <https://webthesis.biblio.polito.it/20570/>.
- [39] E. Brusa, L. Cibrario, C. Delprete e L. G. Di Maggio, “Explainable AI for machine fault diagnosis: Understanding features’ contribution in machine learning models for industrial condition monitoring”, *Applied Sciences*, vol. 13, n. 4, p. 2038, gen. 2023, Number: 4 Publisher: Multidisciplinary Digital Publishing Institute, ISSN: 2076-3417. DOI: 10.3390/app13042038. visitato il giorno 13 gen. 2025. indirizzo: <https://www.mdpi.com/2076-3417/13/4/2038>.
- [40] O. Surucu, S. A. Gadsden e J. Yawney, “Condition monitoring using machine learning: A review of theory, applications, and recent advances”, *Expert Systems with Applications*, vol. 221, p. 119738, lug. 2023, ISSN: 09574174. DOI: 10.1016/j.eswa.2023.119738. visitato il giorno 22 mag. 2024. indirizzo: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0957417423002397>.
- [41] P. Flores, “Contact mechanics for dynamical systems: A comprehensive review”, *Multibody System Dynamics*, vol. 54, n. 2, pp. 127–177, 1 feb. 2022, ISSN: 1573-272X. DOI: 10.1007/s11044-021-09803-y. visitato il giorno 3 ago. 2024. indirizzo: <https://doi.org/10.1007/s11044-021-09803-y>.
- [42] P. Wriggers, *Computational contact mechanics*. Berlin: Springer, 2002.
- [43] P. Flores e H. Lankarani, *Contact Force Models for Multibody Dynamics*. 1 gen. 2016.
- [44] D. M. Flickinger, J. Williams e J. C. Trinkle, “What’s wrong with collision detection in multibody dynamics simulation?”, in *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, ISSN: 1050-4729, mag. 2013, pp. 959–964. DOI: 10.1109/ICRA.2013.6630689. visitato il giorno 14 feb. 2025. indirizzo: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6630689>.