



**Politecnico
di Torino**

Dipartimento di Ingegneria Meccanica ed Aerospaziale

Corso di laurea magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Analisi numerica del controllo della
separazione di flusso in ugelli sovraespansi

Relatore:
Prof. Martelli Emanuele

Candidato:
Lorenzo Iannacone

Anno accademico 2023/2024

Abstract

Nel primo stadio di lanciatori a propellente liquido, uno dei fenomeni più critici è rappresentato dalla separazione del flusso all'interno degli ugelli. Nelle operazioni di accensione del sistema propulsivo può accadere, infatti, che la nascita di gradienti di pressione sfavorevoli causi la separazione del flusso da parete con la conseguente formazione di pericolosi carichi laterali, la cui presenza mina all'integrità strutturale dell'ugello e ne limita le prestazioni.

Nel presente lavoro di tesi, dopo aver discusso ampiamente delle cause che inducono la separazione del flusso e dei carichi laterali che ne conseguono, vengono proposte una serie di analisi numeriche CFD finalizzate a constatare la presenza, lo spostamento e il possibile controllo del punto di separazione al variare delle condizioni operative.

Nella prima parte dell'elaborato viene mostrato come, effettuando una serie di simulazioni al crescere del $NPR = p^o/p_a$, si può registrare la posizione e lo spostamento del punto di separazione. Si riscontra che l'aumento del valore di pressione in camera di combustione durante l'accensione porta a uno spostamento del punto di separazione verso l'uscita con una conseguente diminuzione dei carichi laterali.

A completamento della ricerca, viene implementato un meccanismo di controllo della separazione basato sull'inserimento di un flusso secondario assialsimmetrico adattato. Una volta registrati i risultati ottenuti al variare del valore di $NPR_2 = p_2^o/p_a$, si giunge alla conclusione che il getto secondario ha la possibilità di mantenere il punto di separazione nei pressi dell'uscita già nelle fasi iniziali dell'accensione, in cui la pressione in camera di combustione non ha ancora raggiunto valori considerevoli (NPR bassi). Ulteriori simulazioni dimostrano, inoltre, che non è possibile prevedere uno spegnimento del flusso ausiliario fino al raggiungimento delle condizioni operative per cui vi è naturale assenza di separazione.

Utilizzando un sistema di controllo secondario caratterizzato da una portata in massa dal valore più che accettabile, si può concludere che è possibile eliminare o quantomeno limitare la separazione del flusso e i carichi che ne conseguono all'interno di ugelli sovraespansi, aumentando le prestazioni del sistema propulsivo.

Ringraziamenti

Solo quando ci si ferma a pensare, ci si rende conto di quanto ciò che si ritiene a volte scontato, non lo sia per niente.

Voglio ringraziare in primis il Prof. Martelli per avermi ascoltato e aiutato nella stesura della tesi, non facendomi mai mancare un suggerimento o un'indicazione, incoraggiandomi ad andare a fondo agli argomenti e suscitando curiosità. Niente mi faceva più piacere di ricevere un "ottimo lavoro", quando le task erano completate efficacemente e d'altra parte, laddove ci fossero degli errori, il prof. Martelli sapeva ricondurmi sulla retta via.

Voglio ringraziare la mia famiglia che dal primo giorno ha sempre sostenuto con entusiasmo e amore ogni mia singola decisione, non facendomi mai mancare una parola di conforto nei momenti tristi e accompagnandomi nei momenti felici. Vi ringrazio perchè non c'è stato un solo momento in cui mi sono sentito solo e so che qualunque cosa accada ho sempre voi su cui contare. Siete il mio porto sicuro e lo sarete sempre.

Voglio ringraziare la mia ragazza Martina, con cui ho condiviso ogni secondo di questo percorso, con cui mi sono confidato a cuore aperto milioni di volte, con cui posso esprimere le mie preoccupazioni ed ansie. Ti ringrazio Martina perchè con la tua ironia, la tua simpatia, il tuo amore, la tua sbadataggine e, a volte, la tua testa dura riesci sempre a cancellare ogni mio pensiero negativo, facendomi sorridere.

Sono felice di avere questa squadra alle spalle.

Voglio infine ringraziare i miei amici e le persone che mi hanno affiancato durante questo percorso. Un ringraziamento particolare ad Abo, Teo, Bruni, Ravi, Ale e Greg che, negli anni, mi hanno ospitato ogni volta che ne avessi bisogno nella loro casa a Torino, trasformando delle semplici cene in momenti che ricorderò per tutta la vita.

Indice

Sommario	ii
Ringraziamenti	iv
1 Introduzione	1
1.1 Propulsione spaziale	2
1.1.1 Modello di propulsore ideale	3
1.1.2 Propulsori reali	8
1.2 Nozzle Contour e campo di flusso	9
1.3 Ugello TIC	10
2 Fluidodinamica computazionale	14
2.1 Leggi di conservazione	14
2.1.1 Legge di conservazione della massa	16
2.1.2 Legge di conservazione della quantità di moto	17
2.1.3 Legge di conservazione dell'energia	18
2.1.4 Sistema di equazioni di Navier-Stokes	19
2.1.5 Sistema di equazioni di Eulero	20
2.2 Turbolenza	20
2.2.1 Strato limite	22
2.2.2 RANS	24
2.2.3 Modelli di turbolenza	28
3 Separazione del flusso	35
3.1 Condizione di separazione	35
3.2 Shok-wave boundary layer interactions	37
3.3 Flow separation in Rocket Nozzle	39
3.3.1 Free Shock Separation	39
3.3.2 Restricted Shock Separation	41
4 Carichi laterali	44
4.1 Carichi laterali generati da fluttuazioni casuali di pressione	45
4.2 Carichi laterali generati dalla transizione tra modelli di turbolenza	47

5	Caso sperimentale in esame: ugello TIC	52
5.1	Geometria ugello TIC	52
5.2	Mesh	53
5.3	Condizioni al contorno	55
5.4	Risultati	56
5.4.1	Risultati Euleriani	56
5.4.2	Risultati con modelli di turbolenza	57
6	Inserimento campo esterno	60
6.1	Geometria	60
6.2	Mesh	60
6.2.1	Mesh campo esterno	61
6.2.2	Mesh interna all'ugello	64
6.2.3	Conclusioni e scelta della mesh	71
6.3	Confronto modelli di turbolenza	71
6.3.1	Visualizzazione grafica dei risultati ottenuti	73
6.3.2	SST $k - \omega$	75
6.3.3	SST $k - \omega$, con effetto della compressibilità	77
6.3.4	Standard $k - \epsilon$	79
6.3.5	Standard $k - \epsilon$, con effetto della compressibilità	81
6.3.6	Spalart-Allamaras	83
6.4	Risultati punti di separazione	85
7	Inserimento getto secondario	91
7.1	Geometria e mesh del modello completo	91
7.2	Primo modello di flusso secondario	92
7.2.1	NPR=15	94
7.2.2	NPR=20	96
7.2.3	NPR=25	98
7.2.4	NPR=30	102
7.2.5	NPR=35	104
7.2.6	NPR=40	106
7.2.7	NPR=45	108
7.2.8	Confronto globale	110
7.3	Secondo modello di flusso secondario	112
7.3.1	NPR ₂ =1.5	113
7.3.2	NPR ₂ =2.5	116
7.3.3	NPR ₂ =4	119
7.3.4	Confronto globale e analisi dei risultati	121
7.3.5	Portata getto secondario	124
7.3.6	Spegnimento getto secondario	126

8 Conclusioni	128
Bibliografia	131

Elenco delle figure

1.1	Schematizzazione ugello	2
1.2	Grafico $\epsilon-C_f$, fissato z ($p_c/p_0 = 200$) e $\gamma = 1.2$	6
1.3	Grafico $\epsilon - C_F$, al variare della quota z	6
1.4	Grafico: sinistra) $z - C_F$, per due diversi valori di ϵ ; destra) $\epsilon - C_F$ al variare della quota z	7
1.5	Grafico $p_c/p_0 - C_F$, al variare di γ e ϵ	7
1.6	Prestazioni propulsori reali	8
1.7	Classi di ugelli (dall'alto verso il basso): ugello conico 15° ($\epsilon = 43.4, L = 20.9$), TIC ($M_D = 4.67, \epsilon = 43.4, L = 20.9$), TOC ($\epsilon = 43.4, L = 17.7$), TOP ($\epsilon = 43.4, L = 17.7$)	9
1.8	Metodo delle caratteristiche: regione iniziale di espansione	10
1.9	MOC: contour ugello ideale	11
1.10	Linee caratteristiche ugello ideale	11
1.11	Nozzle contour al variare di parametri caratteristici	11
1.12	Linee caratteristiche destra e sinistra ugello TIC	12
2.1	Approccio Lagrangiano	15
2.2	Approccio Euleriano	15
2.3	VOLUME e superficie di controllo	16
2.4	Istantaneous Turbulent Boundary Layer profiles, ottenuti attraverso da tecnica a bolle di idrogeno. Le misurazioni sono state fatte a $R_x = 10^5$, su una superficie piana di 5 ft	21
2.5	Struttura strato limite	23
2.6	Grafico $y^+ - u^+$ nello strato limite	24
2.7	Modelli di turbolenza	29
3.1	Interazioni elementari urto/strato limite in un flusso supersonico	38
3.2	Andamento pressione statica a parete	38
3.3	Free Shock Separation	40
3.4	Restricted Shock Separation	42
3.5	3.5. FSS (sinistra) e RSS (destra) in ugello parabolico VOLVO S1, sottoscala [34]	42

4.1	Fluttuazioni di pressione: flusso attaccato	45
4.2	Fluttuazioni di pressione: zona separazione	46
4.3	Fluttuazioni di pressione: zona di ricircolo	46
4.4	Carichi laterali creati da pulsazioni randomiche di pressione	47
4.5	FSS e RSS in a model nozzle	48
4.6	Time record dei carichi laterali registrati durante l'accensione e lo spegnimento	49
4.7	Spettro di risposta in frequenza di una single square wave, t_1 =pulse duration time, τ =periodo	49
4.8	Esempi di onde	50
5.1	Geometria TIC	52
5.2	Dimensioni modello TIC, sottoscala	53
5.3	Mesh TIC	53
5.4	$y^+ k - \omega$	54
5.5	y^+ S-A	55
5.6	Flusso inviscido: campo di Mach	56
5.7	Flusso inviscido: campo di pressione	57
5.8	Flusso viscoso: campo di Mach	57
5.9	Andamento della velocità nello strato limite a parete	58
5.10	Risultati viscosi: campo di pressione	58
5.11	Risultati viscosi campo di viscosità turbolenta	58
6.1	Mesh campo esterno	61
6.2	Confronto mesh: velocità assiale	62
6.3	Confronto mesh: Mach assiale	62
6.4	Confronto mesh: pressione assiale	63
6.5	Mesh interna all'ugello	64
6.6	Confronto mesh pressione a parete	65
6.7	Andamento teorico pressione a parete	66
6.8	Separazione del flusso: punti e zone caratteristiche	67
6.9	Interazione urto/strato limite: deflessione del flusso	67
6.10	Confronto mesh: risultati simulazione-dati sperimentali-analisi empirica	69
6.11	Confronto mesh: risultati simulazioni - analisi empirica - dati sperimentali - punti caratteristici	70
6.12	Mesh dominio di calcolo	71
6.13	Confronto modelli di turbolenza: punto di separazione del flusso	72
6.14	Confronto modelli di turbolenza: posizione del disco di Mach	73
6.15	SST $k - \omega$: campo di Mach	75
6.16	SST $k - \omega$: campo di viscosità turbolenta	75
6.17	SST $k - \omega$: campo del gradiente di pressione	75

6.18 SST $k - \omega$: campo del gradiente di pressione, scala di grigi	76
6.19 SST $k - \omega$: campo del gradiente di densità	76
6.20 SST $k - \omega$: campo del gradiente di densità, scala di grigi	76
6.21 SST $k - \omega$, effetto compressibilità: campo di Mach	77
6.22 SST $k - \omega$, effetto compressibilità: campo di viscosità turbolenta	77
6.23 SST $k - \omega$, effetto compressibilità: campo del gradiente di pressione	77
6.24 SST $k - \omega$, effetto compressibilità: campo del gradiente di pressione, scala di grigi	78
6.25 SST $k - \omega$, effetto compressibilità: campo del gradiente di densità	78
6.26 SST $k - \omega$, effetto compressibilità: campo del gradiente di densità, scala di grigi	78
6.27 Standard $k - \epsilon$: campo di Mach	79
6.28 Standard $k - \epsilon$: campo di viscosità turbolenta	79
6.29 Standard $k - \epsilon$: campo del gradiente di pressione	79
6.30 Standard $k - \epsilon$: campo del gradiente di pressione, scala di grigi	80
6.31 Standard $k - \epsilon$: campo del gradiente di densità	80
6.32 Standard $k - \epsilon$: campo del gradiente di densità, scala di grigi	80
6.33 Standard $k - \epsilon$, effetto compressibilità: campo di Mach	81
6.34 Standard $k - \epsilon$, effetto compressibilità: campo di viscosità turbolenta	81
6.35 Standard $k - \epsilon$, effetto compressibilità: campo del gradiente di pressione	81
6.36 Standard $k - \epsilon$, effetto compressibilità: campo del gradiente di pressione, scala di grigi	82
6.37 Standard $k - \epsilon$, effetto compressibilità: campo del gradiente di densità	82
6.38 Standard $k - \epsilon$, effetto compressibilità: campo del gradiente di densità, scala di grigi	82
6.39 Spalart-Allamaras: campo di Mach	83
6.40 Spalart-Allamaras: campo di viscosità turbolenta	83
6.41 Spalart-Allamaras: campo del gradiente di pressione	83
6.42 Spalart-Allamaras: campo del gradiente di pressione, scala di grigi	84
6.43 Spalart-Allamaras: campo del gradiente di densità	84
6.44 Spalart-Allamaras: campo del gradiente di densità, scala di grigi	84
6.45 NPR=15	85
6.46 NPR=20	85
6.47 NPR=25	86
6.48 NPR=30	86
6.49 NPR=35	86
6.50 NPR=40	87
6.51 NPR=45	87
6.52 Posizione del punto di separazione la variare dell'NPR	87
6.53 Posizione del punto di separazione la variare dell'NPR, ugello VOLVO S6	88

6.54	Posizione del disco di Mach al variare dell'NPR: pressione assiale	88
6.55	Posizione del disco di Mach al variare dell'NPR: velocità assiale	89
7.1	Mesh con ugello secondario	91
7.2	Particolare mesh: uscita ugello secondario	92
7.3	NPR=15: Campo di Mach al variare di NPR_2	94
7.4	NPR=15. Posizione del punto di separazione al variare di NPR_2	94
7.5	NPR=15. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (pressione assiale)	95
7.6	NPR=15. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (velocità assiale)	95
7.7	NPR=20: Campo di Mach al variare di NPR_2	96
7.8	NPR=20. Posizione del punto di separazione al variare di NPR_2	96
7.9	NPR=15. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (pressione assiale)	97
7.10	NPR=20. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (velocità assiale)	97
7.11	NPR=25: Campo di Mach al variare di NPR_2	98
7.12	NPR=25. Posizione del punto di separazione al variare di NPR_2	98
7.13	NPR=25. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (pressione assiale)	99
7.14	NPR=25. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (velocità assiale)	99
7.15	Coefficiente di disuniformità del flusso al variare di NPR_2	100
7.16	Perdite per disuniformità del flusso al variare di NPR_2	101
7.17	NPR=30: Campo di Mach al variare di NPR_2	102
7.18	NPR=30. Posizione del punto di separazione al variare di NPR_2	102
7.19	NPR=30. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (pressione assiale)	103
7.20	NPR=30. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (velocità assiale)	103
7.21	NPR=35: Campo di Mach al variare di NPR_2	104
7.22	NPR=35. Posizione del punto di separazione al variare di NPR_2	104
7.23	NPR=15. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (pressione assiale)	105
7.24	NPR=35. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (velocità assiale)	105
7.25	NPR=40: Campo di Mach al variare di NPR_2	106
7.26	NPR=40. Posizione del punto di separazione al variare di NPR_2	106
7.27	NPR=40. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (pressione assiale)	107
7.28	NPR=40. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (velocità assiale)	107
7.29	NPR=45: Campo di Mach al variare di NPR_2	108
7.30	NPR=45. Posizione del punto di separazione al variare di NPR_2	108
7.31	NPR=45. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (pressione assiale)	109
7.32	NPR=45. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (velocità assiale)	109
7.33	Fenomeno separazione: confronto globale	110
7.34	$NPR_2=1.5$: Campo di Mach al variare di NPR	113
7.35	$NPR_2=1.5$: spostamento punto separazione al variare di NPR	114
7.36	$NPR_2=1.5$: spostamento del disco di Mach al variare di NPR (pressione assiale)	114

7.37 NPR ₂ =1.5: spostamento del disco di Mach al variare di NPR (velocità assiale)	115
7.38 NPR ₂ =2.5: Campo di Mach al variare di NPR	116
7.39 NPR ₂ =2.5: spostamento punto separazione al variare di NPR	117
7.40 NPR ₂ =2.5: spostamento del disco di Mach al variare di NPR (pressione assiale)	117
7.41 NPR ₂ =2.5: spostamento del disco di Mach al variare di NPR (velocità assiale)	118
7.42 NPR ₂ =4: Campo di Mach al variare di NPR	119
7.43 NPR ₂ =4: spostamento punto separazione al variare di NPR	119
7.44 NPR ₂ =4: spostamento del disco di Mach al variare di NPR (pressione assiale)	120
7.45 NPR ₂ =4: spostamento del disco di Mach al variare di NPR (velocità assiale)	120
7.46 Fenomeno separazione: confronto globale	121
7.47 Formulazione empirica: interpolazione dati sperimentali	123
7.48 Formulazione empirica: andamento delle curve al variare di NPR ₂	124
7.49 Mass rate al variare di NPR e NPR ₂	125
7.50 Fenomeno separazione: spegnimento getto secondario	126

Capitolo 1

Introduzione

Le prestazioni dei motori a razzo dipendono fortemente dal design aerodinamico dell'ugello di espansione, i cui principali parametri di progettazione sono la forma del contorno e il rapporto d'area. La progettazione ottimale degli ugelli tradizionali per determinate condizioni operative (ad esempio pressione della camera e dell'ambiente) è già stata ampiamente consolidata grazie all'utilizzo di strumenti accurati e validati. Tuttavia, durante il funzionamento a pressioni in camera inferiori alla pressione di progetto, il flusso che transita all'interno dell'ugello, sottoposto a un certo gradiente di pressione avverso, tende a separare. Sperimentalmente è stato osservato che la linea di separazione non rimane fissa nello spazio, ma si muove verso l'uscita dell'ugello man mano che la pressione della camera aumenta (durante l'avviamento) o quando la pressione ambiente diminuisce (durante le operazioni di ascesa).

La separazione del flusso risulta essere la principale causa di nascita di forze aerodinamiche, primi fra tutti i cosiddetti 'carichi laterali' che hanno attirato l'attenzione di molti ricercatori.

La crescente domanda di prestazioni più elevate nei lanciatori ha favorito lo sviluppo di ugelli caratterizzati da un rapporto considerevole, dove non si può trascurare la separazione del flusso e la presenza di carichi laterali.

Una possibile soluzione al problema descritto è adattare la geometria dell'ugello ai cambiamenti della pressione ambiente e della camera. I tentativi in questa direzione, tuttavia, non hanno ancora avuto successo a causa sia del peso, che della complessità meccanica di tali dispositivi di adattamento.

Un altro approccio consiste nell'introdurre i cosiddetti dispositivi di controllo della separazione del flusso (FSCD), grazie ai quali gli ugelli ad alto rapporto d'area possono essere gestiti in condizioni di separazione ad alta pressione ambiente a livello del mare, senza carichi gravosi, ottenendo così un miglioramento delle prestazioni complessive. Questi dispositivi non sono stati ancora implementati su scala reale perché il lavoro di ricerca riguardante la separazione del flusso e i conseguenti carichi laterali è ancora in fase di sviluppo e consolidamento. [1]

Sono state poi proposte diverse possibilità risolutive, controllando la separazione sia in

modo attivo che passivo, fino ad arrivare agli studi più recenti.

Interessante menzionare lo studio condotto dal professor Ferrero e associati del Politecnico di Torino riguardo all'inserimento di attuatori al plasma per il controllo e la gestione della separazione del flusso in ugelli a campana fortemente sovraespansi. [2]

Il presente capitolo vuole andare a introdurre i concetti alla base della propulsione spaziale, richiamandone i parametri fondamentali. Viene, inoltre, proposta una panoramica delle varie classi di ugelli nel campo spaziale, con un approfondimento su quello relativo al lavoro di Tesi.

1.1 Propulsione spaziale

Il motore a razzo rappresenta il sistema principale utilizzato per la propulsione spaziale. Si tratta di un dispositivo capace di stivare la propria massa di propellente all'interno di serbatoi e espellere tale massa ad elevate velocità così da generare una forza. L'accelerazione delle particelle avviene in direzione assiale, opportunamente orientata dall'ugello. L'ugello rappresenta la parte terminale del motore che si estende a valle della camera di combustione, come si può vedere nella figura 1.1.

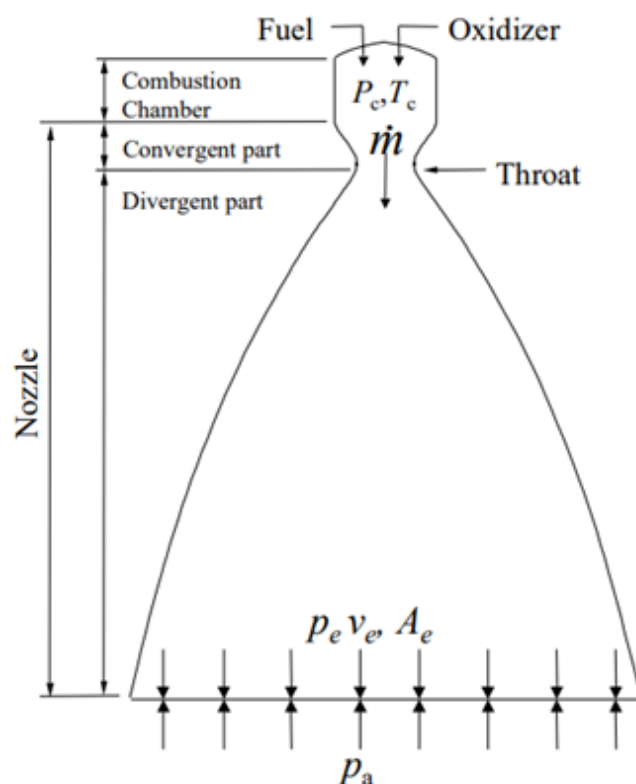


Figura 1.1: Schematizzazione ugello

Tipicamente la camera di combustione, dove il combustibile viene iniettato, bruciato e poi espulso, è a sezione costante ed è sufficientemente lunga da permettere la completa combustione prima che l'ugello possa accelerare i gas prodotti.

Si può pensare di considerare l'inizio dell'ugello laddove il diametro della sezione considerata in direzione longitudinale all'asse comincia a diminuire. L'area attraverso cui passa il flusso è inizialmente ridotta per andare ad accelerare un flusso subsonico (Mach number <1), fino a raggiungere quella che viene definita 'sezione di gola' attraverso cui il flusso si trova in condizione sonica. Da questo punto in poi l'area comincia ad aumentare (si trova un tratto di ugello divergente) così da poter accelerare opportunamente un flusso supersonico (Mach number >1) fino a raggiungere la velocità di uscita. [3]

L'ugello utilizza quindi la pressione generata in camera di combustione p_c per aumentare la spinta attraverso un'accelerazione dei gas combusti fino a velocità supersonica. La velocità di uscita dell'ugello, indicata come v_e o w_e , può essere raggiunta e modificata, andando ad operare sulla geometria dell'ugello stesso, modificandone il rapporto d'area, comunemente chiamato rapporto di espansione $\epsilon = A_e/A_t$ (area della sezione di uscita diviso l'area di gola).

1.1.1 Modello di propulsore ideale

In questa sezione si vuole proporre una classica formulazione di un modello 1D di un ugello ideale [5] [6].

In seguito vengono proposte le 10 ipotesi introdotte per sviluppare tale modello [4]:

- 4 ipotesi relative al fluido:
 - Fluido omogeneo;
 - Equilibrio chimico in camera di combustione. In altre parole, viene supposto che la composizione chimica in camera di combustione non cambi nel tempo, una volta che sono avvenute (in camera di combustione) le varie reazioni; questo perché il fluido in camera si muove così lentamente da dare tutto il tempo alle reazioni di avvenire;
 - Gas perfetto con γ costante;
 - Fluido con composizione costante (frozen equilibrium). Si suppone che il fluido fuori dalla camera di combustione si muova così velocemente che le reazioni non facciano in tempo ad avvenire e quindi non vi è cambiamento di composizione chimica.
- 3 ipotesi relative alla trasformazione
 - Espansione adiabatica;
 - Non ci sono effetti di urti/altre discontinuità;
 - Non ci sono effetti di strato limite.
- 3 ipotesi relative alle condizioni di uscita del flusso

- Flusso unidimensionale in uscita;
- Velocità assiale in uscita;
- Flusso stazionario in uscita.

Le prime tre ipotesi elencate sono relative al fluido fermo in camera di combustione, mentre le altre sono relative al fluido in movimento nell'ugello. L'adiabaticità del flusso, e l'assenza di fenomeni irreversibili (urti e strato limite) porta alla condizione di isentropicità della trasformazione.

In questo modo si può andare a scrivere un'espressione per la velocità di uscita del flusso. Considerando che il fluido possa ritenersi approssimativamente fermo in camera di combustione (valore della velocità $u_c = 0$), la conservazione dell'entalpia totale tra la camera e l'uscita dell'ugello può essere espressa come segue :

$$c_p T_c = c_p T_e + \frac{w_e^2}{2} \quad (1.1)$$

Si trova quindi che

$$w_e = \sqrt{2c_p T_c \left(1 - \frac{T_e}{T_c}\right)} \xrightarrow{\text{isentropica}} \sqrt{2c_p T_c \left(1 - \frac{1}{\beta_e^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right)} \quad (1.2)$$

Dove $\beta_e = \frac{p_c}{p_e}$ è il rapporto di pressioni.

Si vuole ora considerare la conservazione della portata attraverso l'ugello così da poter arrivare a scrivere una relazione per il rapporto di espansione ϵ .

La portata in uscita può essere generalmente espressa come nell'(eq. 1.3).

$$\dot{m} = \frac{pA}{\sqrt{RT}} f(M) \quad (1.3)$$

L'ipotesi di unidimensionalità del flusso permette ,inoltre, la valutazione della portata nella sezione di uscita:

$$\dot{m} = \rho_e w_e A_e \quad (1.4)$$

Considerando l'ipotesi di flusso stazionario ed isentropico, la conservazione della massa permette di eguagliare la portata in gola (in cui si suppone di avere Mach unitario) con quella in uscita (eq. 1.4). Si ottiene la relazione (eq. 1.5):

$$\frac{p_c A_t}{\sqrt{RT_c}} \Gamma = \rho_e w_e A_e \quad (1.5)$$

Dove $\Gamma = \sqrt{\gamma} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$.

Si è supposto di avere un gas perfetto ($\frac{p_c}{RT_c} = \rho_c$). Applicando la relazione dell'isentropica

$\frac{p_e}{p_c} = \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$, si può arrivare a scrivere una relazione per il rapporto di espansione:

$$\epsilon = \frac{A_e}{A_t} = \frac{\Gamma}{\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}} \quad (1.6)$$

L'(eq. 1.6) mostra come, in un ugello ideale, il rapporto di espansione dipenda da parametri come γ e β_e .

Vengono ora definite alcune grandezze fondamentali nel campo della propulsione spaziale.

- Velocità di scarico: $c = F/\dot{m}$
- Modello 1D della spinta: $F = \dot{m}w_e + A_e(p_e - p_0)$
- Coefficiente di spinta: $C_F = \frac{F}{p_c A_t}$ Si tratta di un fattore che tiene essenzialmente conto della bontà dell'ugello e di come la spinta venga amplificata dall'espansione del gas in ugello, rispetto a quella che si avrebbe con la sola azione della pressione in camera sull'area in gola.
- Impulso specifico: $I_{sp} = \frac{c}{g_0}$. Si tratta di una misura di quanto efficacemente una data portata in massa di propellente viene trasformata in spinta.

Può essere interessante, arrivati a questo punto, trovare una relazione che leghi il coefficiente di spinta al rapporto di espansione.

Si può sostituire l'espressione della spinta all'interno del coefficiente di spinta. Sostituendo, inoltre, l'espressione della portata valutata in gola ed esplicitando la velocità di uscita, si ottiene un'espressione del tipo:

$$C_F = \Gamma \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \epsilon \left(\frac{p_e}{p_c} - \frac{p_0}{p_c} \right) \quad (1.7)$$

Si nota come il coefficiente di spinta non dipenda dalla temperatura in camera di combustione, ma dipenda da diversi parametri: $C_F = f\left(\gamma, \epsilon, \frac{p_e}{p_c}, \frac{p_0}{p_c}\right)$.

Bisogna, tuttavia, considerare che $\epsilon = \epsilon\left(\gamma, \frac{p_e}{p_c}\right)$; quindi valutando $\left(\epsilon, \gamma, \frac{p_e}{p_c}\right)$ solo due parametri su tre risultano indipendenti tra loro.

Si vuole ora mostrare l'influenza dei vari parametri sul coefficiente di spinta.

• Effetto di ϵ

Per un dato valore del rapporto dei calori specifici γ , e per un dato rapporto p_c/p_0 , si può diagrammare il coefficiente di spinta.

Il massimo si ha per condizione di adattamento, ossia quando la pressione di uscita

è uguale alla pressione ambiente ($p_e = p_0$). Esiste poi, se si vuole evitare la separazione del flusso, un limite superiore al rapporto di espansione.

La figura 1.2 si riferisce ad un'altezza tale per cui il rapporto tra la pressione in camera di combustione $p_c/p_0 = 200$ e $\gamma = 1.2$.

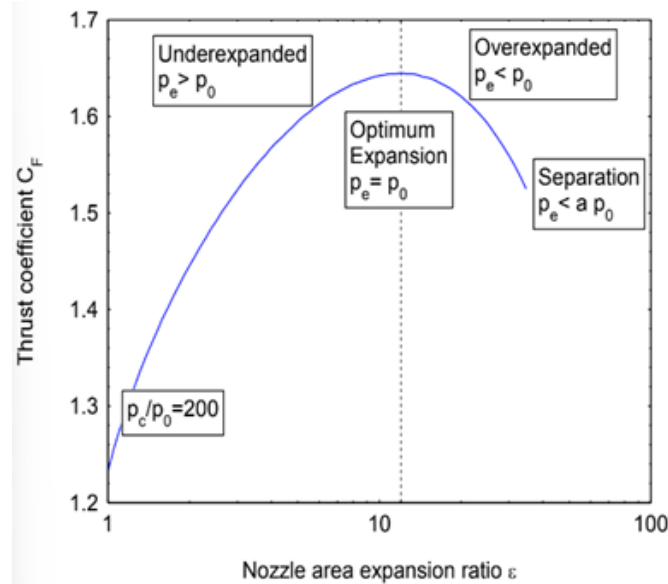


Figura 1.2: Grafico $\epsilon - C_f$, fissato z ($p_c/p_0 = 200$) e $\gamma = 1.2$

• **Effetto di p_c/p_0**

Dal grafico 1.3, dove è stato rappresentato l'andamento del coefficiente di spinta al variare dell'altezza, si può concludere che il coefficiente di spinta è massimo nel vuoto e diminuisce al diminuire della quota (aumento della pressione esterna p_0).

Unendo le due condizioni di ottimo fino a qui citate, si può concludere che il massimo teorico si raggiungerebbe con la condizione di adattamento nel vuoto.

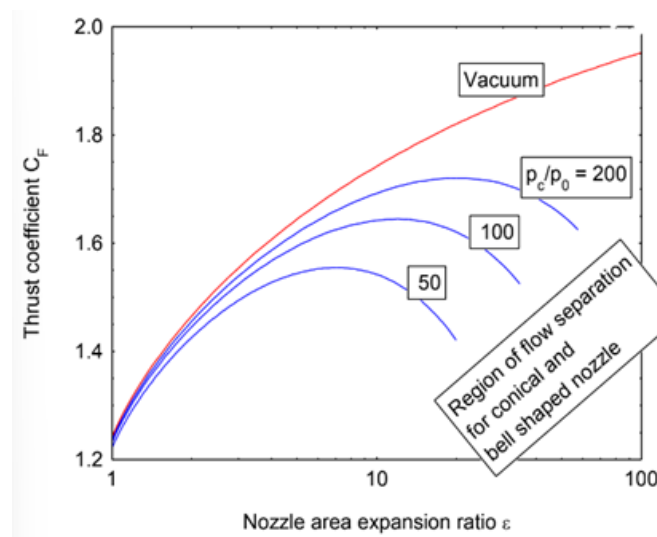


Figura 1.3: Grafico $\epsilon - C_F$, al variare della quota z

• **Effetto della quota z**

I grafici mostrati in figura 1.4 mostrano rispettivamente:

- Andamento del coefficiente di spinta al variare della quota, a fissato p_c e γ ;
- Andamento del coefficiente di spinta al variare di $\epsilon = A_e/A_t$ e p_c/p_0 ($\gamma = 1.2$)

E' conveniente utilizzare ugelli con rapporti di espansioni elevati operando a quote elevate, come si può vedere dal grafico di sinistra.

Un rapporto di pressioni più alto risulta favorevole per quote più elevate, ma sconveniente per quote basse, presentando anche il problema della separazione (grafico di destra).

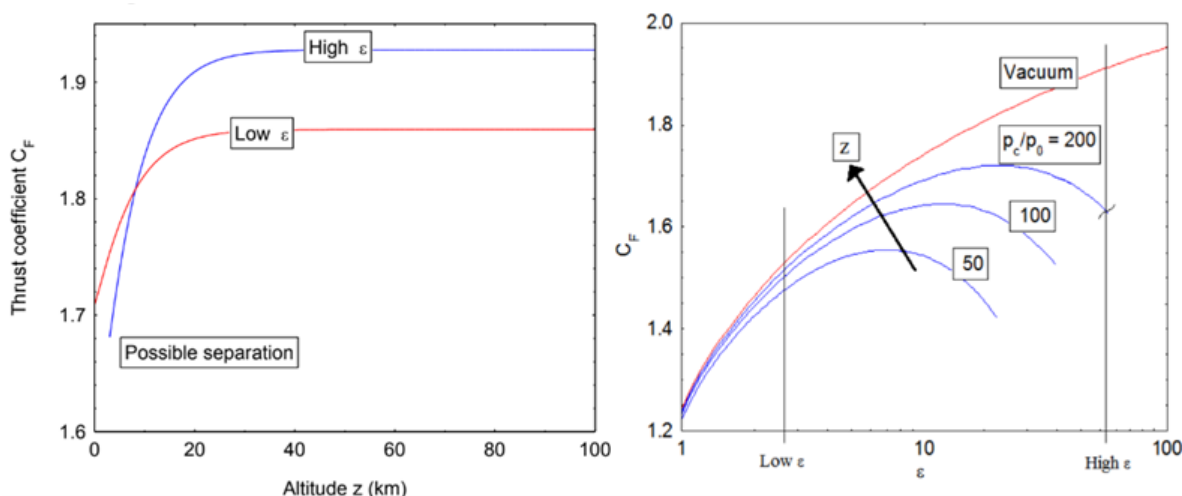


Figura 1.4: Grafico: sinistra) $z - C_F$, per due diversi valori di ϵ ; destra) $\epsilon - C_F$ al variare della quota z.

• **Effetto di γ**

A dato p_c/p_e , C_F cresce al diminuire di γ (chiamato k nella figura 1.5). Cresce anche il corrispondente rapporto A_e/A_t necessario per avere una data espansione in termini di pressione.

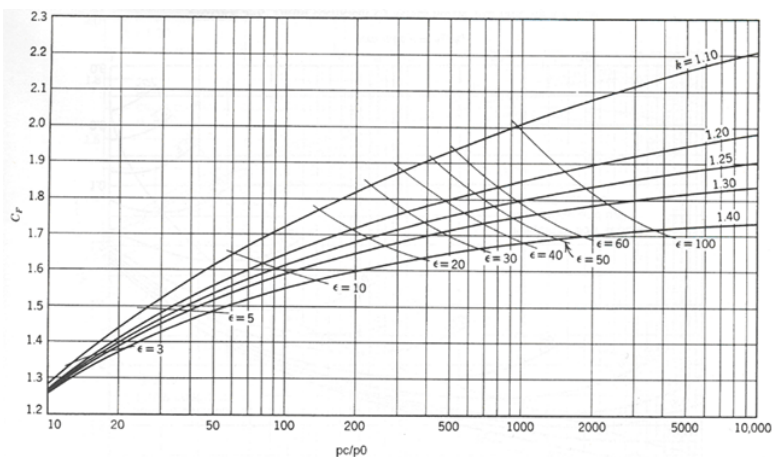


Figura 1.5: Grafico $p_c/p_0 - C_F$, al variare di γ e ϵ

1.1.2 Propulsori reali

Le prestazioni ottimali sono quindi ottenute in condizione di adattamento, comportando una continua variazione del rapporto di espansione ϵ e un ugello che possa cambiare la propria geometria.

La tecnologia che dovrebbe essere implementata per questo tipo di ugelli rende la realizzazione degli stessi estremamente complessa e fino ad oggi sono stati solo dimostrati su motori sperimentali. Nella realtà vengono implementati ugelli con un determinato rapporto di espansione, scelto in funzione delle performance richieste lungo la traiettoria di volo.

Qualsiasi funzionamento fuori progetto, sia con flusso di scarico sovraespanso che sottoespanso, comporta perdite di prestazioni. Queste perdite intrinseche, dovute a condizioni di flusso non adattate per ugelli a geometria fissa, possono arrivare fino al 15% rispetto a un flusso di scarico adattato continuamente.

In linea di principio, l'ugello di primo stadio o stadio principale potrebbe essere progettato con un alto rapporto di area per ottenere elevate prestazioni in vuoto, ma il flusso si separerebbe all'interno dell'ugello durante il funzionamento a bassa quota, con conseguente rischio di generazione di carichi laterali.

Il requisito di stabilità a terra unito a prestazioni elevate in vuoto porta al progetto di un ugello che è fortemente sovraespanso a livello del mare, e significativamente sottoespanso durante il funzionamento ad alta quota ($p_0 = 0$) dove si svolge la maggior parte della traiettoria di volo. Queste condizioni comportano un rendimento complessivo basso [3].

In figura 1.6, sono confrontate le prestazioni (impulso specifico) durante il volo di un ugello ideale adattato con quelle di un ugello reale, entrambi con rapporto di area fissato ($\epsilon = 45$), in funzione dell'altitudine [7].

Si può vedere che esiste un grande potenziale per un incremento delle prestazioni se gli effetti negativi associati alla separazione del flusso possono essere gestiti.

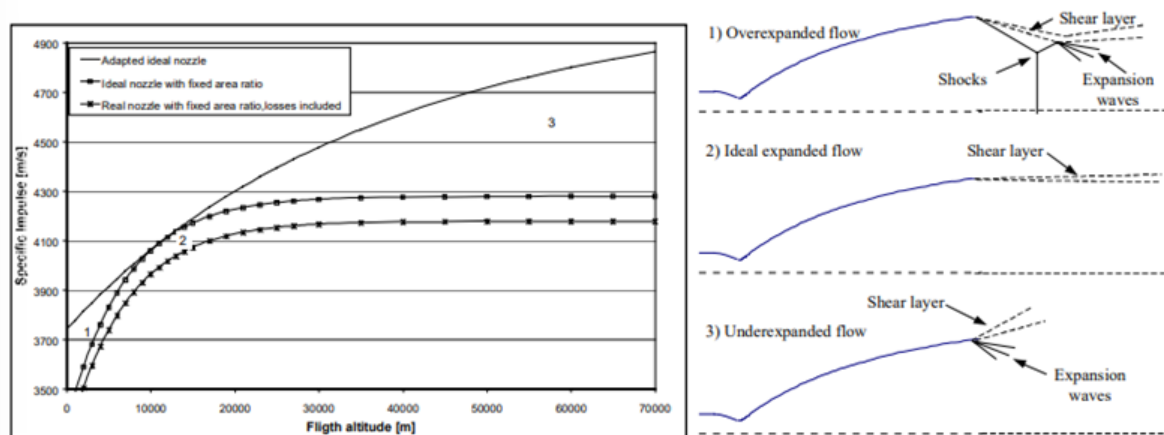


Figura 1.6: Prestazioni propulsori reali

1.2 Nozzle Contour e campo di flusso

Esistono diversi tipi di ugelli convenzionali per razzi convergenti-divergenti, ciascuno dei quali produce il proprio pattern specifico di campo di flusso. Prima di analizzare la separazione e i carichi laterali negli ugelli dei razzi, è essenziale capire le caratteristiche dei diversi tipi di contour. Il campo di flusso interno, infatti, determina le caratteristiche della separazione negli ugelli. Nella figura sottostante vengono mostrati esempi del campo di Mach in alcuni degli ugelli maggiormente utilizzati. In seguito, non verranno discussi i metodi utilizzati per la generazione del contour degli ugelli, ma verrà esclusivamente analizzato l'ugello TIC, oggetto di tesi.

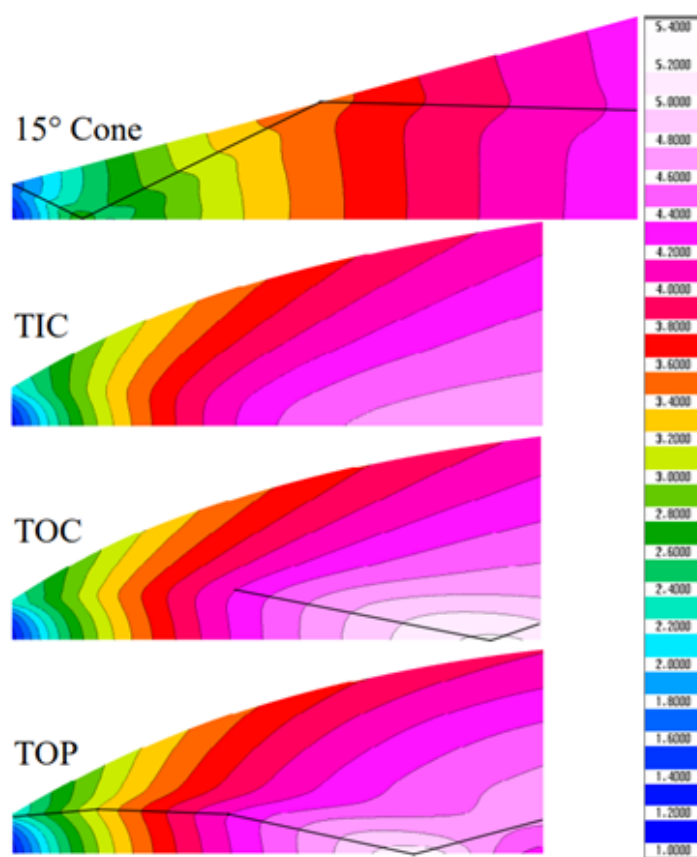


Figura 1.7: Classi di ugelli (dall'alto verso il basso): ugello conico 15° ($\epsilon = 43.4$, $L = 20.9$), TIC ($M_D = 4.67$, $\epsilon = 43.4$, $L = 20.9$), TOC ($\epsilon = 43.4$, $L = 17.7$), TOP ($\epsilon = 43.4$, $L = 17.7$)

Nella figura 1.7, si può notare la presenza di una linea tratteggiata che vuole rappresentare approssimativamente la posizione dell'urto interno.

L'iperbolicità delle equazioni di Eulero nei flussi supersonici, porta a concludere che il flusso è unicamente determinato dalle condizioni al contorno a monte. In questo caso il metodo delle caratteristiche (MOC) può essere utilizzato per calcolare il campo di flusso all'interno dell'ugello. Questo metodo è ampiamente implementato per lo studio di campi di flusso compressibile.

Osservando la figura 1.8 si vede che l'espansione iniziale all'interno dell'ugello si trova lungo il tratto TN, così da determinare le caratteristiche del campo di flusso a valle.

Scegliendo un angolo di espansione, come quello che viene identificato dal tratto TN, si ottiene un'espansione leggermente più breve di quella che si otterrebbe con una curvatura a valle del punto di gola, per ogni rapporto di espansione assegnato.

Tuttavia, in applicazioni aerospaziali, un brusco angolo a valle della gola viene generalmente evitato a causa degli effetti della cinetica chimica e viene di consueto utilizzato un angolo di curvatura uguale alla metà del raggio di gola $r_{id} = 0.5r_t$. Considerando un'analisi di flusso transonico, può essere definita una linea TO a Mach costante in gola. Assegnando le condizioni del flusso lungo TO e la condizione di parete solida lungo TN può essere generato un flusso TNKO attraverso il metodo delle caratteristiche. Il flusso in questa zona può essere interamente determinato attraverso l'uso delle condizioni in gola e costituisce la zona di espansione. Questa zona interna (kernel) TNKO rappresenta la base del metodo delle caratteristiche.

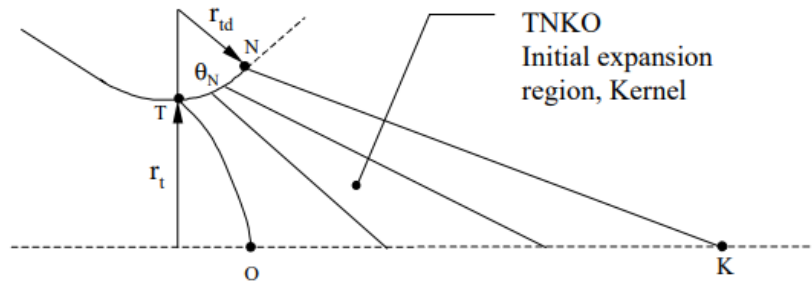


Figura 1.8: Metodo delle caratteristiche: regione iniziale di espansione

1.3 Ugello TIC

Si può andare a studiare brevemente la realizzazione di un ugello ideale per poi specializzarsi nell'ugello TIC [8] [12].

L'ugello ideale è quell'ugello per cui le condizioni di uscita sono uniformi. Il contour che riesce a rispettare tale vincolo può essere progettato utilizzando il metodo delle caratteristiche. In figura 1.9 viene mostrato uno sketch rappresentante il contorno di un ugello ideale. Il tratto TNE è la parte divergente dell'ugello, in cui, dopo una espansione iniziale nel tratto TN, il contour NE ruota il flusso verso la direzione assiale. TN definisce inoltre il numero di Mach nel punto K, il quale risulta essere uguale al Mach di design che si ottiene all'uscita.

Con la linea di Mach NK si può definire se è possibile costruire la linea di flusso tra N ed E attraverso il metodo delle caratteristiche, così da ricondurre il flusso di uscita alla condizione di flusso uniforme e parallelo all'uscita. In figura 1.10 sono mostrate le caratteristiche di destra e di sinistra per un ugello ideale.

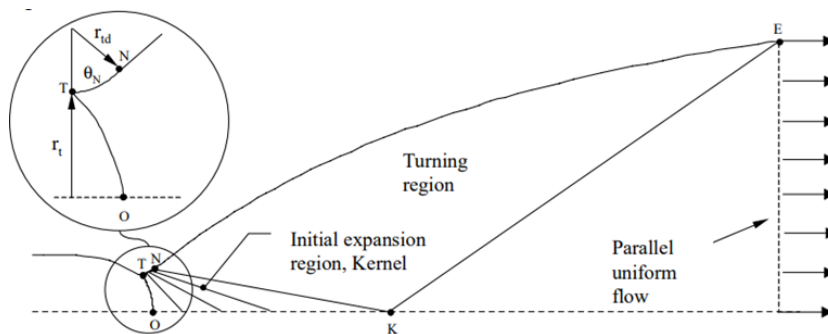


Figura 1.9: MOC: contour ugello ideale

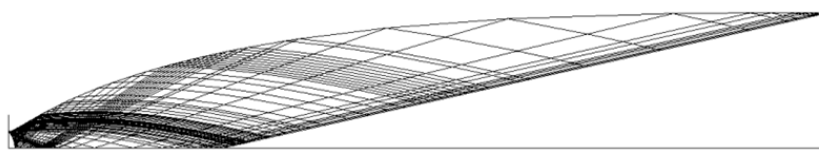


Figura 1.10: Linee caratteristiche ugello ideale

L'ugello ideale risulta essere un ugello estremamente lungo e di conseguenza non praticamente realizzabile per le applicazioni aerospaziali (basti pensare al peso e alla complessità di una geometria del genere). Il contributo alla spinta dell'ultima parte del profilo è, tuttavia, trascurabile a causa delle piccole pendenze delle pareti. Da queste considerazioni, pensando di troncare la parte terminale dell'ugello ideale, si ottiene il citato profilo TIC. Ahlberg et al hanno proposto una tecnica grafica per la selezione di profili ottimi degli ugelli da una famiglia di ugelli TIC. Gli ugelli LR-115, Viking e RD-0120 sono esempi di ugelli TIC [9].

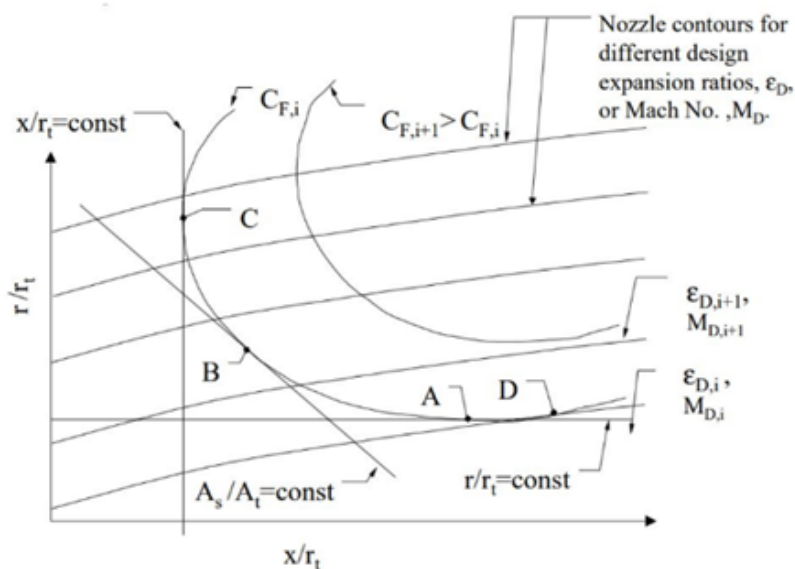


Figura 1.11: Nozzle contour al variare di parametri caratteristici

Il metodo può essere schematizzato come segue (fig 1.11): una serie di contorni ideali dell'ugello viene sintetizzata in un grafico insieme a linee che rappresentano la sezione costante, il diametro di uscita, la lunghezza e il coefficiente di spinta a vuoto costanti. Fissato un parametro, come il rapporto di espansione, è possibile utilizzare un processo di ottimizzazione per determinare dove troncare il profilo completo dell'ugello per ottenere le massime prestazioni.

Il punto A della figura, che è il punto in cui la retta del coefficiente di spinta è tangente a una retta di raggio costante, chiamato r/r_t , è l'ottimizzazione che rappresenta il punto di uscita del profilo dell'ugello, che produce la massima spinta per un dato rapporto di espansione. Analogamente, il punto B, cioè il punto in cui la retta del coefficiente di spinta è tangente alla retta dell'area della sezione costante, indicata con A_s/A_t , rappresenta l'ottimo data l'area della sezione. L'ugello con le massime prestazioni, data una lunghezza, è rappresentato dal punto C, mentre il punto D rappresenta la massima spinta ottenibile dato un determinato profilo dell'ugello. Quando il contorno si estende oltre questo punto, l'attrito delle pareti diventa maggiore delle forze di pressione, dando un contributo negativo alla spinta, con conseguente diminuzione delle prestazioni.

Questi insiemi di ugelli non sono di interesse pratico, dal momento che gli ugelli rappresentati dal punto A hanno la stessa spinta, ma sono più piccoli, cioè più corti e con un rapporto di espansione minore.

A titolo di esempio, le linee caratteristiche di funzionamento di destra e di sinistra di un ugello TIC troncato sono riportate in figura 1.12.

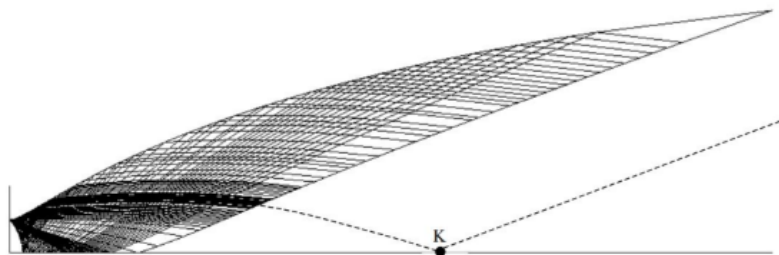


Figura 1.12: Linee caratteristiche destra e sinistra ugello TIC

Quando si progetta un ugello spaziale, la configurazione dipende fortemente dai metodi e dai limiti di fabbricazione sulle dimensioni principali, o ad esempio sui requisiti di raffreddamento. Uno studio dettagliato di tutti questi aspetti richiede la conoscenza di diversi campi dell'ingegneria.

Va sottolineato che una delle esigenze fondamentali nel ciclo di progettazione di un ugello spaziale è quello di mantenere basso il peso dell'ugello. Con l'aumento del peso sorgono diversi problemi: l'ugello sarà più difficile da maneggiare e fabbricare. Inoltre, i carichi e la potenza richiesti per il controllo e per lo spostamento del motore aumentano e, di conseguenza, il peso e la potenza del motore.

Capitolo 2

Fluidodinamica computazionale

La Computational Fluid Dynamics (CFD) è una tecnologia di simulazione sviluppata dai primi anni 50' che consente di analizzare il comportamento di fluidi e gas in una vasta gamma di applicazioni [17].

Uno dei principali vantaggi della CFD rispetto ai metodi tradizionali è che consente di eseguire analisi accurate e dettagliate in modo relativamente rapido ed economico.

Per ottenere risultati affidabili tramite la CFD, è necessario seguire un processo ben definito che comprende tre fasi principali: la creazione della geometria del sistema e del dominio di calcolo, la creazione del mesh e il settaggio del software di simulazione [13].

Nei paragrafi successivi saranno analizzate le leggi conservazione attraverso cui avviene una caratterizzazione delle grandezze fluidodinamiche e la definizione del campo di flusso all'interno del dominio di calcolo.

2.1 Leggi di conservazione

Prima di descrivere i fenomeni di separazione del flusso e poter poi intraprendere proficuamente lo studio del getto sovra espanso oggetto di tesi, si vogliono introdurre le leggi di conservazione (equazione di Navier Stokes) le quali conducono alla soluzione esatta di un dato problema fluidodinamico [11].

La derivazione delle Navier-Stokes si basa sul fatto che il comportamento dinamico di un fluido è determinato da tre fondamentali leggi fisiche:

- Legge di conservazione della massa;
- Legge di conservazione della quantità di moto;
- Legge di conservazione dell'energia.

In bibliografia si può trovare la formulazione delle leggi sopracitate sottoforma di due metodi di definizione del problema in esame, del tutto intercambiabili e derivabili reciprocamente [14]:

- Approccio Lagrangiano: considerato un elemento infinitesimo di fluido di dimensioni sufficienti da poter contenere un numero di particelle fluide tale da soddisfare l'ipotesi di continuo, prevede di suddividere il fluido in particelle di esso, ognuna delle quali viene seguita mentre si muove nello spazio e nel tempo. In particolare, queste particelle vengono definite da un campo vettoriale di posizione x_0 indipendente dal tempo, di solito scelto come centro di massa delle particelle stesse in un certo istante iniziale t_0 . Il flusso viene quindi descritto dalla funzione $x(t, x_0)$. La traiettoria descritta dalla particella di fluido si ottiene in definitiva come insieme di posizioni occupate in istanti differenti.

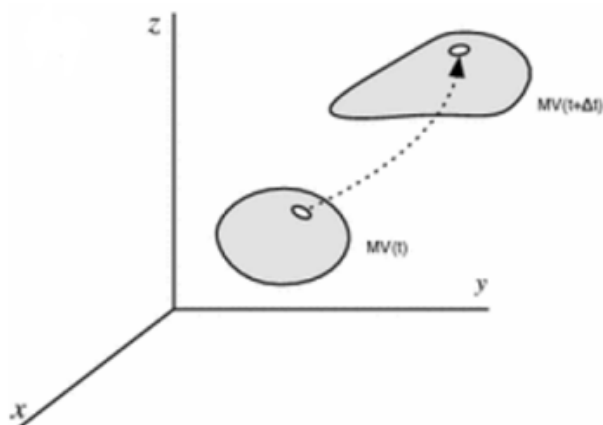


Figura 2.1: Approccio Lagrangiano

- Approccio euleriano: fissa un punto nello spazio X e, assegnando un volume di controllo attraversato dal moto del fluido, consente un'analisi dettagliata delle sue proprietà. Si va ad indagare l'evoluzione temporale di una certa grandezza fluidodinamica $u(X,t)$, facendo riferimento a particelle di fluido differenti.

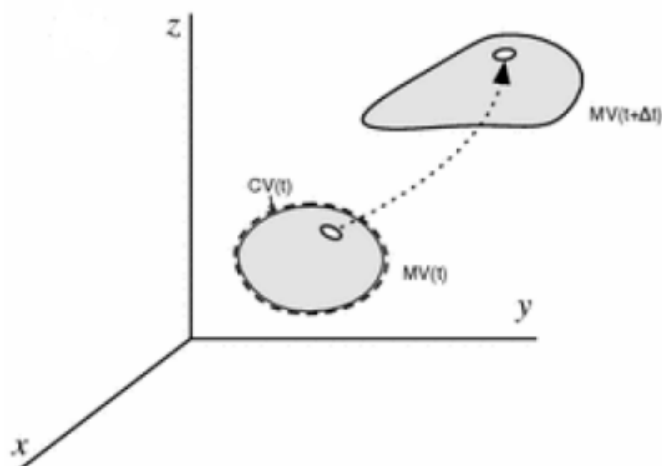


Figura 2.2: Approccio Euleriano

Nell'approccio di tipo Lagrangiano si è quindi interessati alla traiettoria percorsa dalle particelle fluide e come cambiano le loro proprietà lungo essa.

Nell'analisi Euleriana, invece, si valuta la distribuzione delle proprietà spaziotemporali nel dominio occupato dal fluido. Dove l'approccio Lagrangiano rappresenta le proprietà della singola particella fluida in accordo con la sua posizione iniziale, sia in termini spaziali, sia temporali, l'approccio Euleriano rappresenta la distribuzione di queste proprietà in un certo dominio senza far riferimento alla storia delle particelle stesse [15].

2.1.1 Legge di conservazione della massa

Per la valutazione delle leggi di conservazione in forma Euleriana si farà riferimento a un certo volume di controllo Ω , sul quale si va a definire una superficie elementare dS , la cui normale viene definita dal vettore \vec{n} (fig 2.3).

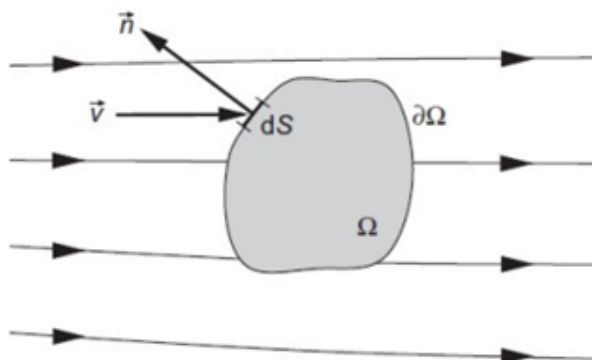


Figura 2.3: VOlume e superficie di controllo

Si può scrivere la formulazione integrale della legge di conservazione della massa come:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega = - \int_S \rho \vec{q} \cdot \vec{n} dS \quad (2.1)$$

In questa espressione si vede come la variazione temporale della massa all'interno del volume sia uguale al volume di fluido per unità di tempo che passa attraverso la superficie considerata.

Ricordando il teorema di Gauss si può riscrivere il termine a sinistra dell'(eq. 2.1) come:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{q} \cdot \vec{n} dS = \int_{\Omega} \nabla \cdot (\rho \vec{q}) d\Omega \quad (2.2)$$

Si può arrivare a scrivere la formulazione in forma Euleriana della legge di conservazione della massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{q}) = 0 \quad (2.3)$$

Utilizzando inoltre la formula di derivazione a catena, si può sviluppare il termine $\nabla \cdot (\rho \vec{q})$, così da ricavare un'espressione del tipo:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{q} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \vec{q} = 0 \quad (2.4)$$

Da cui si ottiene, definendo la derivata sostanziale come $\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{q} \cdot \nabla \rho$, la formulazione della legge di conservazione della massa in forma Lagrangiana:

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot \vec{q} \quad (2.5)$$

2.1.2 Legge di conservazione della quantità di moto

Non vengono riportati i passaggi matematici per ottenere la legge di conservazione partendo dalla formulazione integrale, essendo analoghi al caso precedente. Verrà unicamente mostrata la formulazione integrale e la forma Euleriana di interesse.

La legge di conservazione della quantità di moto in forma integrale è definita come:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \vec{q} d\Omega = - \int_S \rho \vec{q} \vec{q} \cdot \vec{n} dS + \int_S [\sigma] \cdot \vec{n} dS + \int_{\Omega} \rho \vec{f}_c d\Omega \quad (2.6)$$

Gli ultimi due termini rappresentano essenzialmente il contributo del tensore degli sforzi viscosi e il contributo delle forze di massa per unità di volume.

Il tensore degli sforzi viscosi viene definito come una parte isotropa legata alla pressione (principio di Pascal) e una parte legata agli sforzi viscosi. Questa componente anisotropa viene introdotta per considerare il moto caotico delle particelle: il movimento relativo tra due strati di fluido adiacenti a velocità diverse produce una diffusione di particelle tra strati differenti con un conseguente scambio di quantità di moto.

In generale si può scrivere che:

$$\vec{\sigma}_n = -P \cdot \vec{n} + \vec{\tau}_n \quad (2.7)$$

che può essere anche definito come

$$\vec{\sigma}_n = [\bar{\sigma} \cdot \vec{n}] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Se viene preso in considerazione un volume infinitesimo si potrebbe dimostrare che il tensore degli sforzi è una matrice simmetrica. Ne consegue che vengono introdotte nel sistema 6 variabili indipendenti.

La componente anisotropa del tensore degli sforzi viene definita utilizzando l'approssimazione di Boussinesque (eq. 2.9) che viene mostrata utilizzando la formulazione di Eistein

e introducendo il delta di Kronecker (eq.2.10).

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (2.9)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{se } i \neq j \\ 1 & \text{se } i = j \end{cases} \quad (2.10)$$

La legge di conservazione della quantità di moto in forma Euleriana si presenta come:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{q}}{\partial t} + \vec{q} \cdot \nabla \vec{q} \right) = \nabla \cdot \vec{\sigma} + \rho \vec{f}_c \quad (2.11)$$

2.1.3 Legge di conservazione dell'energia

Non vengono riportati i passaggi matematici per ottenere la legge di conservazione partendo dalla formulazione integrale, essendo concettualmente analoghi a quelli utilizzati nella conservazione della massa. Verrà unicamente mostrata la formulazione integrale e la forma Euleriana di interesse.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho E d\Omega = - \int_S \rho E \vec{q} \cdot \vec{n} dS + \int_S \vec{\sigma}_n \cdot \vec{q} dS + \int_{\Omega} \rho \vec{f}_c \cdot \vec{q} d\Omega + \dot{Q}_s + \dot{Q}_{\Omega} \quad (2.12)$$

Gli ultimi due termini che si vedono comparire nell'(eq. 2.12) sono rispettivamente il contributo di una sorgente termica superficiale e di una sorgente termica volumetrica.

In particolare, può essere interessante mostrare il contributo relativo alla sorgente termica di superficie:

$$\dot{Q}_s = - \int_S \vec{q}_t \cdot \vec{n} dS \quad (2.13)$$

Dove viene introdotto il flusso termico \vec{q}_t che per convenzione viene definito:

- $\vec{q}_t > 0$, quando il flusso è entrante e va ad aumentare l'energia interna del sistema;
- $\vec{q}_t < 0$, quando il flusso è uscente e va a diminuire l'energia interna del sistema.

In accordo a tale convenzione e al fatto che il vettore normale è preso sempre uscente dalla superficie, viene introdotto il segno negativo davanti all'integrale.

Infine, la legge di Fourier (eq. 2.14) lega il flusso termico con il gradiente di temperatura attraverso la conducibilità termica:

$$\vec{q}_t = -K \nabla T \quad (2.14)$$

Il segno negativo dell'eq 2.14 è giustificato dal fatto che il calore propaga in direzione opposta a quella del gradiente di temperatura.

La legge di conservazione dell'energia in forma Euleriana si presenta come:

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho E \vec{q}) = \nabla \cdot ([\sigma] \vec{q}) + \rho \vec{f}_c \cdot \vec{q} - \nabla \cdot \vec{q}_t \quad (2.15)$$

2.1.4 Sistema di equazioni di Navier-Stokes

Fino a questo momento sono state sviluppate e scritte le equazioni di conservazione. Si può notare che in generale tutte le equazioni sono contraddistinte da una forma comune:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{U} d\Omega = - \int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS + \int_{\Omega/S} Q d(\Omega/S) \quad (2.16)$$

Dove l'ultimo termine rappresenta i termini di sorgente di volume e/o superficie.

Il termine \mathbf{U} è il vettore delle grandezze conservative[11] [18], così definito (eq. 2.17):

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho \mathbf{q} \\ \rho E \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

In questo modo si può arrivare a scrivere 5 equazioni (1 per la legge di conservazione della massa, 3 per la legge di conservazione della quantità di moto e 1 per la legge di conservazione dell'energia). Il numero di equazioni a disposizione è minore del numero di incognite presenti nel sistema.

Al fine di poter risolvere il sistema, vengono inserite una serie di relazioni (già citate) che legano diverse incognite tra loro, così da poter diminuire il numero delle stesse:

- Approssimazione di Boussinesque, introdotta sotto l'ipotesi di fluido Newtoniano. Implica che ci sia una relazione tra gradienti di velocità e tensore degli sforzi viscosi;
- Legge di Fourier;
- Equazione di stato dei gas perfetti: $P = \rho RT$

Viene riscritto il sistema come segue:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{q}) = 0 \\ \frac{\partial (\rho \mathbf{q})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{q} \mathbf{q}) = \nabla \cdot [\sigma] + \rho \mathbf{f}_c \\ \frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{q} E) = \nabla \cdot (-P \mathbf{I} + [\tau]) \cdot \mathbf{q} + \rho \mathbf{f}_c \cdot \mathbf{q} - \nabla \cdot \mathbf{q}_t \end{cases} \quad (2.18)$$

Oppure in forma compatta come:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho \vec{q} \\ \rho E \end{bmatrix} + \nabla \cdot \begin{bmatrix} \rho \vec{q} \\ \rho \vec{q} \vec{q} - P \mathbf{I} + [\tau] \\ (\rho E + P) \vec{q} - [\tau] \vec{q} - K \nabla T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho \vec{f}_c \\ \rho \vec{f}_c \cdot \vec{q} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

In cui si può riconoscere la forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U} + \nabla \cdot \mathbf{F} = \mathbf{Q} \quad (2.20)$$

Il sistema di equazioni appena definito (eq. 2.19) rappresenta le equazioni di Navier-Stokes [17] [11].

2.1.5 Sistema di equazioni di Eulero

Mentre nelle Navier-Stokes, le equazioni di conservazioni tengono in considerazione la contemporanea presenza di flussi convettivi e flussi diffusivi, le equazioni di Eulero si pongono come obiettivo la risoluzione dei soli flussi convettivi.

Le equazioni di Eulero [16] [11] rappresentano pertanto una semplificazione delle equazioni di Navier-Stokes in quanto sono caratterizzate da:

- Assenza di viscosità: Nelle equazioni di Eulero, non si tiene conto delle forze viscosi, non sono quindi presenti i termini legati alla dissipazione dell'energia per attrito interno.
- Ipotesi fluido ideale: Si assume che il fluido sia perfettamente scorrevole e che le sue molecole non esercitino attrito tra di loro.

Nei capitoli successivi, verrà implementato un primo caso test in cui verranno risolte all'interno del dominio di calcolo le equazioni di Eulero. Una classica formulazione, che può essere trovata in letteratura e che è direttamente derivabile dalle N-S, è la seguente:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{q}) = 0 \\ \frac{\partial(\rho \vec{q})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{q} \vec{q} + P \mathbf{I}) = 0 \\ \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot [\vec{q}(\rho E + P)] = 0 \end{cases} \quad (2.21)$$

Come si può notare, in generale, le equazioni di Eulero possono essere scritte come:

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{U} + \nabla \cdot \vec{F} = 0 \quad (2.22)$$

2.2 Turbolenza

In questo paragrafo si vuole andare ad introdurre il concetto di turbolenza, così da poterne mostrare gli aspetti peculiari e i metodi utilizzati per una corretta risoluzione.

Una prima definizione di turbolenza fu data da Von Karman nel "Twenty.Fifth Wilbur Wright Memorial Lecture", intitolato "Turbolence" [19]:

"La turbolenza è un movimento irregolare che si presenta all'interno di gas, liquidi e fluidi nel momento in cui essi scorrono sopra una superficie solida oppure quando gli strati

vicini dello stesso flusso scorrono gli uni sugli altri”.

Tuttavia, molti flussi irregolari non possono essere considerati turbolenti. Per essere turbolenti, devono godere di certe proprietà statisticamente stazionarie se considerate su scala molecolare. Hinze riconosse la carenza nella definizione di Von Karman e diede la seguente formulazione del concetto di turbolenza:

“Il moto turbolento di un fluido è una condizione di flusso irregolare in cui le varie grandezze mostrano una variazione casuale rispetto alle coordinate spaziali e temporali, cosicché è possibile distinguere valori medi statisticamente distinti”.

Bradshaw sottolineò, inoltre, che la turbolenza ha un’ampia gamma di lunghezze d’onda. L’unione di queste tre definizioni va così a definire adeguatamente l’argomento.

A sostenere l’ipotesi di irregolarità possono essere condotti diversi esperimenti. Uno tra tutti viene condotto posizionando trasversalmente un filo sottile in un flusso d’acqua. Facendo passare per un breve istante di tempo (un impulso) della corrente elettrica, si verifica l’elettrolisi e l’acqua viene caratterizzata da minuscole bolle di idrogeno che vengono rilasciate dalla lunghezza del filo, a condizione che la polarità sia corretta. In questo modo le bolle scorrono insieme al flusso.

In figura 2.4 vengono mostrati una sequenza di profili catturati ad istanti diversi all’interno di uno strato limite per un fissato punto. Quello che si può notare è che la variazione tra due istanti diversi è rilevante (figura a).

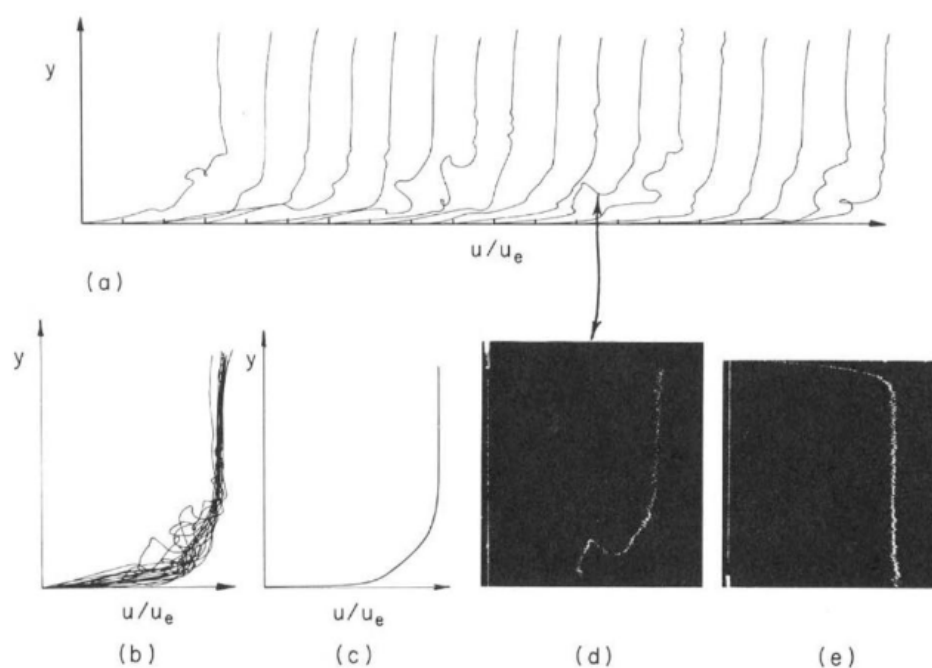


Figura 2.4: Istantaneous Turbulent Boundary Layer profiles, ottenuti attraverso la tecnica a bolle di idrogeno. Le misurazioni sono state fatte a $R_x = 10^5$, su una superficie piana di 5 ft

La figura b, come risultato della sovrapposizione, mostra lo spostamento dalla media

temporale dei profili mostrati nella figura a, mentre nella figura c viene mostrato un andamento teorico di strato limite. La forma della media rimane costante nel tempo ed è questa stabilità dei valori statistici che rende possibile l'analisi e la modellizzazione della turbolenza.

Tuttavia, si vede chiaramente che il fenomeno in questione sia tutt'altro che stazionario: non si va quindi a trattare un flusso caratterizzato da piccole perturbazioni.

Al fine di valutare quale possa essere l'effetto della turbolenza viene introdotto il numero di Reynolds, definito come il rapporto tra le forze inerziali e le forze viscosi [19].

$$R_l = \frac{\rho V^2}{\mu V/l} = \frac{\rho V l}{\mu} \quad (2.23)$$

2.2.1 Strato limite

Nel paragrafo precedente si è mostrato un esperimento finalizzato alla comprensione del concetto di turbolenza, i cui risultati sono stati mostrati all'interno dello strato limite.

Lo strato limite turbolento è una regione sottile di fluido che si forma in prossimità di una superficie solida quando un fluido viscoso scorre su di essa e il flusso diventa turbolento. In questa zona, il moto del fluido è caratterizzato da vortici caotici e instabili su piccola scala, con fluttuazioni irregolari di velocità e pressione.

A caratterizzare uno strato limite turbolento vi è la drastica e rapida variazione di velocità in prossimità della parete. Osservando il profilo ideale mostrato nel paragrafo precedente, si vede chiaramente come la velocità passi dal valore nullo a parete (condizione No Slip) al valore relativo al flusso esterno, in uno spessore relativamente piccolo. Questo è dovuto al fatto che la presenza di vortici su piccola scala comporta un rilevante trasporto di quantità di moto in direzione trasversale alla parete, rendendo così il flusso più energetico in direzione trasversale.

La struttura del flusso in prossimità della parete può essere schematizzata nella figura 2.5.

In particolare, per descrivere quello che accade a parete si introducono due parametri fondamentali:

- Velocità di taglio u_t :

$$u_t = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (2.24)$$

- Distanza di taglio δ_t :

$$\delta_t = \frac{\nu}{u_t} \quad (2.25)$$

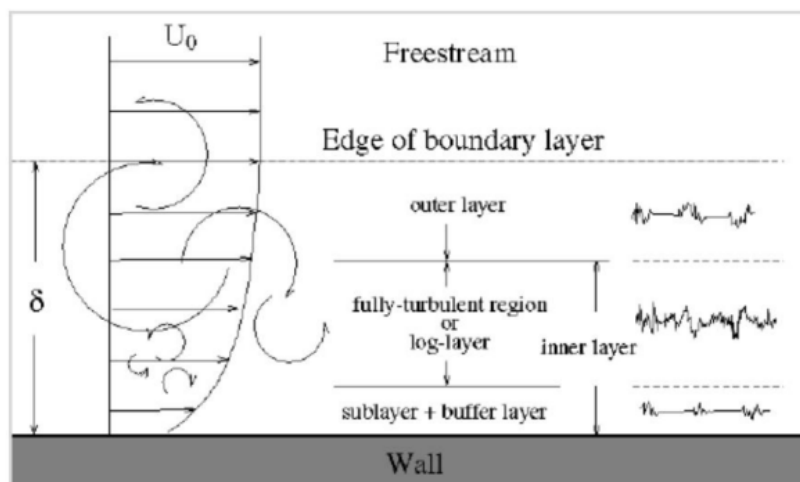


Figura 2.5: Struttura strato limite

Dove τ_w è lo sforzo a parete mentre ν è la viscosità cinematica. Adimensionalizzando la velocità u con quella a parete e la distanza dalla parete con quella di taglio, si ottengono:

$$u^+ = \frac{u}{u_t} \quad (2.26)$$

$$y^+ = \frac{y}{\delta_t} \quad (2.27)$$

In questo modo si può rappresentare, all'interno del grafico 2.6, l'andamento della velocità adimensionalizzata in funzione della distanza a parete adimensionalizzata per una piastra piana, la cui forma rimane invariata analizzando flussi differenti.

Vengono individuate tre differenti regioni:

- Il substrato viscoso, in cui $y^+ < 5$: qui il flusso è dominato dagli effetti viscosi e si può riscontrare una relazione lineare:

$$u^+ = y^+$$

- La zona logaritmica, in cui $y^+ > 30$: il profilo di velocità è governato da una legge di tipo logaritmica:

$$u^+ = \frac{1}{\alpha} \ln(y^+) + \beta$$

dove $\alpha = 0.41$ e $\beta = 5.2$

- Una zona di transizione detta "Buffer Layer", in cui $5 < y^+ < 30$. In questa zona gli effetti degli sforzi viscosi e quelli legati alla turbolenza si equivalgono, creando una zona di raccordo tra le due regioni estreme.

Per risolvere opportunamente uno strato limite turbolento, si vuole generalmente avere almeno un punto all'interno della zona più interna. Questo implica che nella fase di

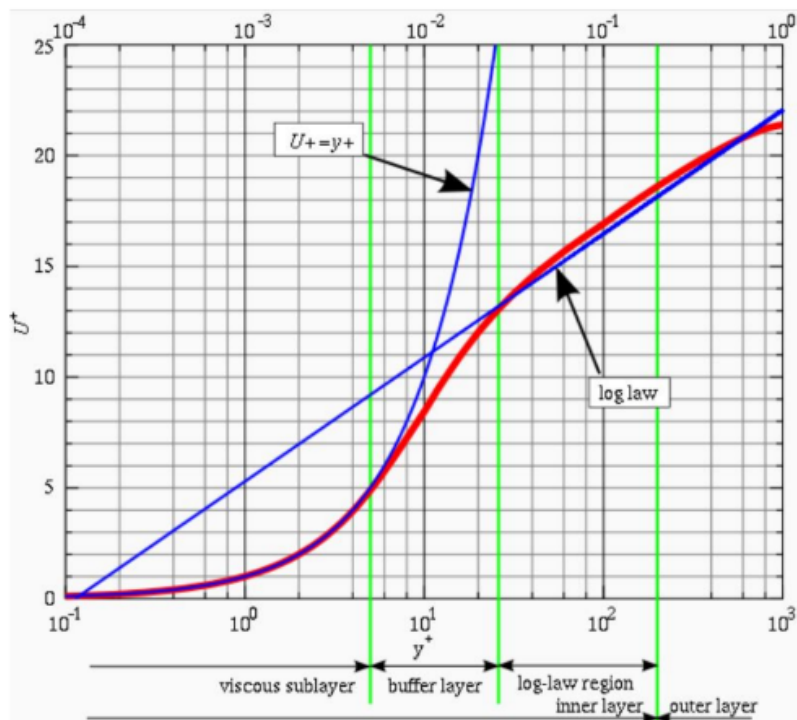


Figura 2.6: Grafico $y^+ - u^+$ nello strato limite

definizione delle mesh computazionali, si devono fare delle valutazioni relativamente all'infittimento della griglia a parete.

La giusta dimensione caratteristica della cella a parete è quella per cui il centro della cella giace all'interno del sottostrato viscoso, introducendo un vincolo in termini di y^+ [11].

2.2.2 RANS

Una volta definito opportunamente il concetto di turbolenza, ci si vuole concentrare sulle tecniche che vengono utilizzate per risolvere computazionalmente un dato flusso. In particolare, si vogliono presentare tre diverse tecniche di modellazione:

- **Direct Numerical Simulations (DNS):** si tratta di un metodo molto costoso a livello computazionale perché si propone di integrare le equazioni di Navier-Stokes (N-S) con una griglia tanto fitta da catturare tutte le fluttuazioni. Ricordando che il rapporto tra la dimensione dei vortici più grandi e quella dei vortici più piccoli aumenta con il numero di Reynolds, questo metodo non può essere utilizzato per flussi a Reynolds elevato. Il costo computazionale viene valutato come:

$$n \propto Re^3$$

dove n rappresenta il numero di punti da valutare.

- **Large Eddy Simulations (LES):** si tratta di un metodo computazionalmente meno oneroso del precedente perché si propone di risolvere esclusivamente i vortici di scala maggiore. La griglia è meno fitta e si vanno a risolvere le equazioni di N-S filtrate attraverso un filtro di ampiezza pari alla risoluzione della griglia. Esistono termini di sottogriglia che introducono l'effetto delle scale non risolte su quelle risolte. Queste equazioni vengono utilizzate comunemente fino all'incirca a $Re \propto 10^5$.
- **Reynolds Average Navier-Stokes (RANS):** si tratta di un metodo comunemente usato per poter risolvere i flussi ad elevato numero di Reynolds. Si rinuncia a descrivere le fluttuazioni e viene applicato un operatore di media alle equazioni così da descrivere il campo medio. L'effetto delle fluttuazioni viene rappresentato all'interno di un termine denominato *Stress di Reynolds*.

Tralasciando un'ulteriore descrizione delle prime due tecniche di modellizzazione, ci si vuole concentrare sulla trattazione delle RANS. Le RANS prevedono di decomporre una generica soluzione in due componenti distinte: il valor medio della grandezza in questione e lo scostamento da tale valor medio, definito *fluttuazione*. Verrà proposta la seguente notazione:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i$$

in cui \bar{u}_i rappresenta il valor medio della grandezza, mentre u'_i rappresenta la fluttuazione. Vengono introdotte diverse tipologie di operazioni di media:

- **Media temporale:** utilizzata per problemi statisticamente stazionari. Analizzando il valore della media per diversi macro-periodi, si può notare che rimane invariato.

$$\bar{u}_i(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_i(x, t) dt \quad (2.28)$$

In questo modo ci si può svincolare dalla variabile temporale. La media dipende solo dalla variabile spaziale.

- **Media spaziale:** utilizzata per problemi di turbolenza omogenea. Analizzando il valore della media su diversi macro-spazi, si può notare che rimane invariato.

$$\bar{u}_i(t) = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \int_{\Omega} u_i(x, t) d\Omega \quad (2.29)$$

In questo modo ci si può svincolare dalla variabile spaziale. La media dipende solo dalla variabile temporale.

- **Media di insieme (anche definita media alla Reynolds):** utilizzata per un problema generico. Si propone di ripetere le misurazioni della grandezza in

questione N volte, ricordando la natura caotica del fenomeno. Viene definita come:

$$\overline{u_i}(x, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i(x, t) \quad (2.30)$$

- **Media alla Favre:** utilizzata per problemi riguardanti i flussi compressibili ($\rho \neq \text{cost}$). Viene calcolato il valor medio della densità utilizzando una media di insieme e successivamente si procede con il calcolo del valor medio della grandezza come segue:

$$\tilde{u}_i(x) = \frac{1}{\bar{\rho}} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_t^{t+T} \rho u_i(x, t) dt \quad (2.31)$$

Nella trattazione alla Favre si userà la seguente notazione per indicare (a destra dell'uguale) rispettivamente il valor medio e la fluttuazione:

$$u_i(x, t) = \tilde{u}_i(x, t) + u_i''(x, t) \quad (2.32)$$

Il passaggio fondamentale per passare dalle equazioni di Navier-Stokes alle RANS risiede nell'applicare l'operatore di media all'interno delle equazioni.

Flussi incompressibili

In questa sezione si vuole presentare una forma delle RANS semplificata, ipotizzando che il flusso in analisi possa essere assimilato a un flusso incompressibile. Si tratta generalmente di flussi a bassa velocità, di relativo interesse nella trattazione di ugelli supersonici.

Le equazioni vengono scritte utilizzando la notazione di Einstein.

Conservazione della massa

Viene applicato l'operatore di media:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{q_i} + \overline{q_i'}) = 0 \quad (2.33)$$

Da cui si trova che:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{q_i}) = 0 \quad (2.34)$$

Conservazione della quantità di moto

Viene applicato l'operatore di media:

$$\rho \frac{\partial \overline{q_i}}{\partial t} + \rho \left(\overline{q_j} \frac{\partial \overline{q_i}}{\partial x_j} + \overline{q_j} \frac{\partial q_i'}{\partial x_j} + q_j' \frac{\partial \overline{q_i}}{\partial x_j} + q_j' \frac{\partial q_i'}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\tau_{ij}}}{\partial x_j} \quad (2.35)$$

Da cui si trova che:

$$\rho \frac{\partial \bar{q}_i}{\partial t} + \rho \bar{q}_j \frac{\partial \bar{q}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} - \overline{\rho q'_j \frac{\partial q'_i}{\partial x_j}} \quad (2.36)$$

L'ultimo termine che si vede comparire nell'(eq. 2.36) è definito Stress di Reynolds e vuole rappresentare l'effetto delle fluttuazioni che non vengono risolte. Di conseguenza, le RANS saranno composte da una parte relativa ai valori medi delle grandezze del campo e dallo Stress di Reynolds (eq. 2.37).

$$\tau_{ij}^R = -\overline{\rho q'_i q'_j} \quad (2.37)$$

Rimaneggiando l'ultimo termine, attraverso una derivazione a catena e tenendo conto della legge di conservazione della massa, si può giungere alla seguente formulazione della legge di conservazione della quantità di moto (eq.2.38):

$$\rho \frac{\partial \bar{q}_i}{\partial t} + \rho \bar{q}_j \frac{\partial \bar{q}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial (\bar{\tau}_{ij} + \tau_{ij}^R)}{\partial x_j} \quad (2.38)$$

Può essere interessante notare come la traccia di τ_{ij}^R sia legata all'energia cinetica delle fluttuazioni turbolente:

$$\text{traccia } \tau_{ij}^R = K = \frac{1}{2} \overline{q'_i q'_i} = -\frac{1}{2} \rho \tau_{ii}^2 \quad (2.39)$$

Flussi compressibili

In questa sezione vengono presentate le equazioni di conservazione non utilizzando l'approssimazione di flusso incomprimibile. Considerando la presenza di regimi supersonici è bene poter considerare la compressibilità del flusso e in particolare le equazioni che vengono proposte presentano:

- Media alla Reynolds per pressione e densità;
- Media alla Favre per tutte le altre variabili.

Viene presentata la forma finale delle equazioni di conservazione della massa e della quantità di moto.

Conservazione della massa

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{q}_i) = 0 \quad (2.40)$$

Conservazione della quantità di moto

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{q}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{q}_i \tilde{q}_j) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial \left(\bar{\tau}_{ij} - \bar{\rho} \tilde{q}_i'' \tilde{q}_j'' \right)}{\partial x_j} \quad (2.41)$$

L'ultimo termine presentato nella legge di conservazione della quantità di moto (eq. 2.41) rappresenta il corrispettivo dello Stress di Reynolds introdotto precedentemente (eq. 2.37) nell'ipotesi, ora, di flusso compressibile con grandezze mediate alla Favre.

Lo si va a definire come:

$$\tau_{ij}^F = -\bar{\rho} \tilde{q}_i \tilde{q}_j \quad (2.42)$$

Per poter calcolare le componenti appartenenti a questa matrice, viene introdotto il modello lineare di Boussinesq:

$$\tau_{ij}^F = 2\mu_t(\tilde{S}_{ij}) - \frac{2}{3}\mu_t \frac{\partial \bar{q}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - \frac{2}{3}\bar{\rho}K \delta_{ij} \quad (2.43)$$

Tale modello presenta:

- Una parte anisotropa:

$$2\mu_t(\tilde{S}_{ij}) \quad (2.44)$$

- Una parte isotropa:

$$-\frac{2}{3}\mu_t \frac{\partial \bar{q}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - \frac{2}{3}\bar{\rho}K \delta_{ij}. \quad (2.45)$$

Se si volesse applicare tale modello alla Reynolds, ricordando la legge di conservazione della massa per flussi incompressibili, si vedrebbe sparire il termine:

$$-\frac{2}{3}\mu_t \frac{\partial \bar{q}_k}{\partial x_k} \delta_{ij}. \quad (2.46)$$

Nel modello, inoltre, si vedono comparire:

- Tensore della velocità di deformazione S :

$$(\tilde{S}_{ij}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{q}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{q}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.47)$$

- Viscosità turbolenta μ_t : questo termine viene valutato attraverso i diversi modelli di turbolenza. Nel paragrafo successivo verranno presentati alcuni dei modelli implementati nei capitoli di simulazione.

2.2.3 Modelli di turbolenza

Questo paragrafo si propone di introdurre brevemente i principali modelli di turbolenza utilizzati per la valutazione della viscosità turbolenta. Tali modelli verranno implementati nello studio del caso test in esame, così da poter constatare quale modello riesca a rappresentare ottimamente i risultati sperimentali.

In particolare, all'interno del software Ansys Fluent, i modelli di turbolenza basati sul modello RANS (comunemente nominati RANS modes) vengono descritti nella tabella 2.7

[18].

Siccome nel presente lavoro di tesi sono state sperimentate simulazioni CFD ad una sola o due equazioni, di seguito verranno trattati i seguenti modelli:

- Spalart-Allmaras;
- Standard $k - \epsilon$
- SST $k - \omega$

RANS based models	1 equazione	Spalart - Allmaras
	2 equazioni	Standard $k - \epsilon$
		RNG $k - \epsilon$
		Realizable $k - \epsilon$
		Standard $k - \omega$
		SST $k - \omega$
	Reynolds Stress Model (RSM)	
	k-kl- ω transition model	
	SST transition model	
	Detached eddy simulation (DES)	
Large eddy simulation (LES)		

Figura 2.7: Modelli di turbolenza

Modello ad un'unica equazione Spalart-Allmaras

Il modello Spalart-Allmaras costituisce il più semplice tra i modelli di turbolenza a disposizione e, grazie al suo ridotto costo computazionale, consente di risolvere con buona approssimazione problemi inerenti a flussi confinati nel campo aerospaziale e in casi di flusso con gradiente di pressione negativo.

Prevede una singola equazione di trasporto per una modified eddy viscosity. Presenta, inoltre, l'ulteriore vantaggio di esser utilizzabile per griglie strutturate e non strutturate e non necessita di un infittimento elevato in corrispondenza delle pareti del sistema. Tuttavia, il modello è stato ideato per flussi con fenomeni di separazione o ricircolo molto lievi, pertanto risulta limitante nel caso di un sistema di urti piuttosto complesso con interazione tra urti e strato limite [22].

Al fine di rappresentare nel modo più preciso possibile il caso reale, il Modello Spalart-Allmaras sfrutta la variabile di trasporto $\tilde{\nu}$ che rappresenta la viscosità cinematica turbolenta. Questa si inserisce all'interno dell'equazione di trasporto di riferimento come [21]:

$$\frac{\partial(\rho\tilde{\nu})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho q_i \tilde{\nu}) = G_\nu + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \rho\tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i} \right] + C_{b2} \rho \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right\} - Y_\nu + S_{\tilde{\nu}} \quad (2.48)$$

In cui:

- G_ν rappresenta la produzione della viscosità turbolenta:

$$G_\nu = C_{b1} \rho \tilde{S} \tilde{\nu} \quad (2.49)$$

dove \tilde{S} rappresenta il tensore della velocità di deformazione modificato e C_{b1} è una costante.

- Y_ν è l'effetto sulla viscosità turbolenta che si manifesta in corrispondenza della regione vicina alla parete a causa dello smorzamento viscoso. Si tratta di un termine di distruzione definito come:

$$Y_\nu = C_{\omega 1} \rho f_\omega \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 \quad (2.50)$$

dove $C_{\omega 1}$ è una costante, f_ω è una funzione e d rappresenta la distanza a parete. Se $d \rightarrow 0$, il termine di distruzione prevale sugli altri termini.

- $\sigma_{\tilde{\nu}}$ e C_{b2} sono costanti, rispettivamente pari a $\frac{2}{3}$ e 0.1355.
- $S_{\tilde{\nu}}$ è un termine sorgente definito dall'utente.
- μ_t è la viscosità turbolenta, modellata come:

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{\nu 1} \quad (2.51)$$

dove $f_{\nu 1}$ rappresenta la funzione di smorzamento viscoso.

Standard $k - \epsilon$

Il modello Standard $k - \epsilon$ è ad oggi diventato uno dei più utilizzati nel calcolo del campo di moto di flussi per problemi ingegneristici. Tale popolarità è giustificata da una ragionevole precisione nello studio di un'ampia gamma di flussi turbolenti e dall'efficienza e dalla robustezza computazionale che presenta. Per contro, alcuni modelli $k - \epsilon$ risultano insensibili ai gradienti di pressione avversi e alla separazione dello strato limite. Prevedono infatti una separazione ritardata e ridotta rispetto al caso reale, pertanto vengono

di norma evitati nell'analisi dell'aerodinamica esterna legata a flussi attorno a superfici in cui si manifestano le precipitate casistiche [23].

Il modello matematico Standard $k - \epsilon$ è un modello semi-empirico basato sull'assunzione che il flusso sia completamente turbolento [11].

Si basa, nello specifico:

- sull'equazione di trasporto dell'energia cinetica turbolenta:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k q_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \epsilon - Y_M + S_k \quad (2.52)$$

- sull'equazione di trasporto del suo rateo di dissipazione:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \epsilon q_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} (G_k + C_{3\epsilon} G_b) - C_{2\epsilon} \frac{\rho \epsilon^2}{k} - R_\epsilon + S_\epsilon \quad (2.53)$$

Di seguito vengono spiegati i termini che compaiono nell'(eq. 2.52) e nell'(eq. 2.53).

- G_k è la generazione di energia cinetica della turbolenza dovuta ai gradienti di velocità media;
- G_b è la generazione di energia cinetica della turbolenza dovuta alla buoyancy;
- Y_M è il contributo della dilatazione fluttuante all'overall dissipation rate;
- $C_{1\epsilon}$ è una costante che, in Ansys Fluent, è pari a 1.44;
- $C_{2\epsilon}$ è una costante che, in Ansys Fluent, assume il valore di default 1.92;
- $C_{3\epsilon}$ è una costante;
- σ_k e σ_ϵ sono i numeri di Prandtl legati alla turbolenza rispettivamente per k ed ϵ e valgono $\sigma_k = 1$ e $\sigma_\epsilon = 1.3$;
- S_k e S_ϵ sono i termini sorgente rispettivamente per k ed ϵ .

Per quanto riguarda invece la viscosità turbolenta μ_t , viene modellata come:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (2.54)$$

Dove C_μ è una costante che, in Ansys Fluent, assume il valore di 0.09.

Shear-Stress Transport (SST) $k - \omega$ Model

Il modello Standard $k - \omega$ differisce rispetto ai metodi matematici precedentemente esposti nella formulazione della viscosità turbolenta, modificata per tenere conto degli effetti di

trasporto dello sforzo di taglio turbolento. In Ansys Fluent, il modello $k - \omega$ standard si basa su quello studiato da Wilcox, un modello empirico basato su equazioni di trasporto $k - \omega$. Esso prevede la presenza di termini di produzione nelle equazioni di k e ω , per incrementare l'accuratezza del modello nel campo della previsione dei free shear flow. In particolare, il modello presenta delle modifiche che tengono conto degli effetti del basso numero di Reynolds, della compressibilità e della diffusione del shear flow ed è applicabile a flussi delimitati da pareti.

Si vuole tuttavia concentrarsi prevalentemente sul modello SST $k-\omega$ [18]. Il modello SST $k-\omega$, sviluppato da Menter, somma il $k-\epsilon$ al modello $k-\omega$ dopo averli precedentemente moltiplicati per una funzione di fusione che garantisce una maggiore accuratezza del modello in corrispondenza della parete e nel farfield. Tale funzione risulta essere pari a 1 nelle regioni in prossimità della parete (attivando il modello $k-\omega$) e a 0 nelle zone lontane da essa (che attiva il modello $k-\epsilon$). Rispetto al caso dello Standard $k-\omega$ Model, lo SST $k - \omega$ contiene un termine derivativo di diffusione nell'equazione di ω , inoltre la viscosità turbolenta viene modificata per tenere conto del trasporto dello Shear-Stress Transport, da cui prende il nome il modello stesso.

Per i motivi sopra menzionati si può concludere che lo SST $k - \omega$ Model è più affidabile e applicabile ad una più ampia gamma di flussi rispetto al caso dello Standard $k - \omega$.

L'equazione di trasporto per l'energia k si presenta come:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k q_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tilde{G}_k - Y_k + S_k \quad (2.55)$$

Dove:

- \tilde{G}_k rappresenta la generazione di energia cinetica della turbolenza dovuta ai gradienti di velocità;
- Γ_k è l'effettiva diffusività di k ;
- Y_k costituisce la dissipazione di k per via della turbolenza;
- S_k è il termine sorgente.

L'equazione di trasporto per ω si presenta come:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega q_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \quad (2.56)$$

Dove:

- G_ω rappresenta la generazione di ω dovuta ai gradienti di velocità media;
- Γ_ω è l'effettiva diffusività di ω ;
- Y_ω costituisce la dissipazione di ω dovuta alla turbolenza;

- S_ω è il termine sorgente;
- D_ω è il termine di diffusione incrociata.

La turbolenza, in questo caso, viene modellata come:

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega} \cdot \frac{1}{\max \left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{\alpha_1 \omega} \right]} \quad (2.57)$$

In cui:

- S è la strain rate magnitude;
- α^* è un coefficiente correttivo che aiuta a descrivere correttamente flussi a bassi numeri di Reynolds;
- F_2 è una funzione di fusione che garantisce una maggiore accuratezza del modello in corrispondenza della parete e nel farfield;
- α_1 è una costante pari a 0.31.

Capitolo 3

Separazione del flusso

Nel 1904, Prandtl dimostrò che i flussi in prossimità dei corpi possono essere suddivisi in due regioni: una sottile vicino al corpo, il cosiddetto strato limite (originariamente chiamato strato di attrito), e la regione rimanente, in cui gli effetti dell'attrito possono essere trascurati [24].

Nello strato limite stesso, il flusso a parete è sottoposto a una condizione di non scivolamento (No Slip), la quale indica che le particelle di fluido a contatto con la parete risultano ferme nel sistema di riferimento uguale.

La pressione statica, costante nello strato limite, è governata dal flusso principale.

Nei flussi con gradiente di pressione di parete favorevole o nullo, lo strato limite è attaccato alla parete. Questo può essere diverso nel caso di un gradiente di pressione a parete sfavorevole. Infatti, se la pressione a parete aumenta nella direzione del flusso, l'energia cinetica delle particelle di fluido si trasforma in energia potenziale. Tuttavia, cercando di rispettare la condizione No Slip, le particelle in prossimità della parete possono godere di un'energia cinetica limitata. L'aumento di pressione indotto dal gradiente di pressione avverso porta a un arresto del moto particellare e a una possibile inversione della direzione del flusso.

Il caso appena descritto va ad identificare la condizione di separazione dello strato limite, con conseguente sviluppo di una zona di ricircolo a valle del punto di separazione.

La separazione del flusso, tuttavia, è un fenomeno più complesso rispetto a quanto descritto e non è detto che la presenza di un gradiente di pressione sfavorevole porti automaticamente alla separazione da parete. Nei paragrafi successivi saranno verranno approfondite meglio alcune caratteristiche peculiari della separazione [45].

3.1 Condizione di separazione

Valutando in termini quantitativi i parametri che influenzano questo fenomeno, si può notare che, in alcune situazioni, l'energia cinetica delle particelle di fluido vicino alla parete risulta sufficientemente elevata da permettere la condizione di flusso attaccato

anche in presenza di un gradiente di pressione debolmente avverso.

Gli strati limite turbolenti, caratterizzati da ingenti scambi di quantità di moto laterale, si separano molto più tardi rispetto agli strati limite laminari.

Nel punto di separazione di uno strato limite bi-dimensionale, planare, assialsimmetrico, lo sforzo di taglio a parete assume valore nullo:

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w = 0 \quad (3.1)$$

Conoscendo l'equazione sopracitata e il profilo di velocità, può essere stimata la derivata della velocità in direzione normale alla parete.

Per poter ottenere una più profonda conoscenza del processo di separazione, si considera la legge di conservazione della quantità di moto (eq. 2.11), trascurando la presenza di forze di volume e ritenendo valida l'approssimazione di fluido Newtoniano in un sistema di coordinate cartesiane:

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \\ & - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\nabla \cdot \vec{q}}{3} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.2)$$

Se si considera un punto arbitrario a parete, la No-Slip condition fa sì che le componenti della velocità si annullino ($u = v = w = 0$), così come le derivate nelle direzioni parallele alla parete (direzione x e z).

Sostituendo $\nabla \cdot \vec{q} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$ e assumendo che la viscosità sia costante all'interno dello strato limite, si può semplificare l'(eq. 3.2) come segue:

$$0 = - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (3.3)$$

Si può eliminare il secondo termine a destra dell'uguale (ricordando che $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0$). Conseguentemente, si ottiene:

$$\mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)_w = \frac{\partial p_w}{\partial x} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\partial \tau_w}{\partial y} \right) = \frac{\partial p_w}{\partial x} \quad (3.4)$$

In questo contesto, l'equazione appena descritta è stata derivata direttamente dall'equazione della quantità di moto, assumendo che la viscosità sia costante all'interno dello strato limite, ed è pertanto valida per ogni punto a parete, incluse zone di separazione e di ricircolo.

La diretta derivazione di quest'ultima equazione dalla legge di conservazione della quantità di moto mostra come non si tratti solo di un'approssimazione, ma della risoluzione del flusso a parete.

L'equazione

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w = 0 \quad (3.5)$$

può essere utilizzata per mostrare che

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) > 0 \quad (3.6)$$

nel punto di separazione. Visto che la viscosità dinamica è sempre positiva, per avere separazione il gradiente di pressione deve essere avverso:

$$\left(\frac{\partial p_w}{\partial x} \right)_{x, \text{separation}} > 0 \quad (3.7)$$

3.2 Shok-wave boundary layer interactions

Le espressioni trovate nel paragrafo precedente sono valide per un flusso subsonico come per un flusso supersonico. In questo elaborato di tesi viene, tuttavia, fatto riferimento esclusivamente a un flusso supersonico turbolento, contraddistinto da un gradiente di pressione avverso tale da provocare separazione dello strato limite. Quando un flusso supersonico è esposto a un gradiente di pressione avverso, si adatta al livello di pressione maggiore attraverso un sistema di onde d'urto [45].

La separazione avviene quando lo strato limite turbolento non riesce a superare il gradiente di pressione imposto dal flusso esterno inviscido. La separazione del flusso in ogni flusso supersonico è di conseguenza un processo complesso che include l'interazione di un sistema di onde d'urto con lo strato limite turbolento.

Le tre configurazioni base che includono interazioni tra strato limite e sistema di onde d'urto sono schematicamente rappresentate in figura. In tutti i casi il flusso esterno è uniforme e scorre lungo un piano.

La prima e, concettualmente, più semplice configurazione è rappresentato da una rampa (figura 3.1 a). In questo caso la discontinuità introdotta nel verso della parete porta alla nascita di una onda d'urto attraverso cui il flusso supersonico deflette di un angolo esattamente pari alla deflessione introdotta dalla rampa. Il secondo tipo di flusso è associato all'impatto sulla parete di uno shock obliquo incidente, che provoca una deviazione del flusso in entrata (figura 3.1 b). La necessità che il flusso a valle sia di nuovo parallelo alla parete provoca la formazione di uno shock riflettente che esce dal punto di impatto.

Il terzo flusso è indotto da un gradino di altezza h rivolto verso il flusso in entrata (figura 3.1 c) [27]. Tale ostacolo provoca la separazione del flusso nel punto S. Il rapido aumento di pressione che accompagna la separazione dà origine a un'onda d'urto che emana da un luogo molto vicino al punto di separazione S. Si sviluppa inoltre una zona di ricircolo tra il punto di separazione S e il gradino.

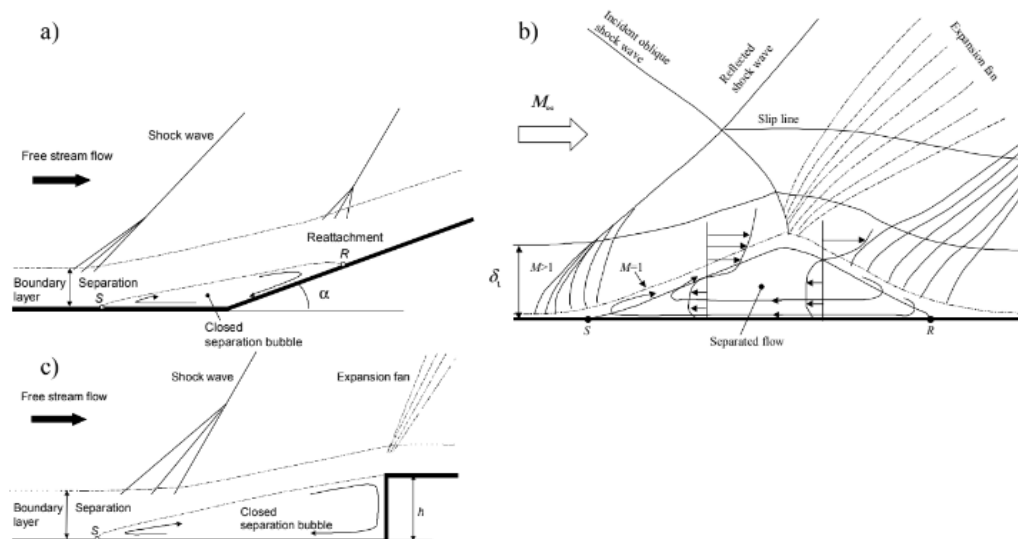


Figura 3.1: Interazioni elementari urto/strato limite in un flusso supersonico

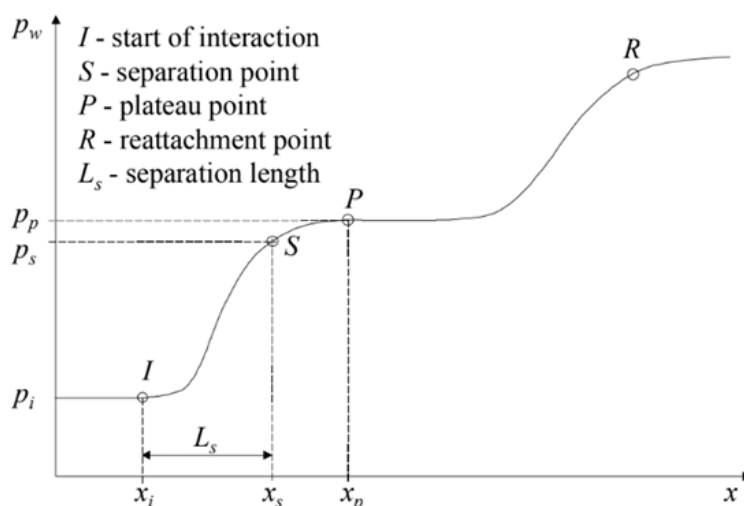


Figura 3.2: Andamento pressione statica a parete

È stato dimostrato in molti esperimenti che la maggior parte delle proprietà di interazione tra shock /strato limite sono quasi indipendenti dalla causa che ha indotto la separazione, che si tratti di un ostacolo solido o di un'onda d'urto incidente.[27] [28] [29]

In effetti, le caratteristiche della pressione statica della parete per le diverse configurazioni sperimentali sopracitate sono le stesse, vedere figura 3.2. La pressione della parete ha un forte aumento poco dopo l'inizio dell'interazione in I . Il flusso si separa dalla parete in S , situato a una distanza L_s da I . La pressione della parete si avvicina quindi gradualmente a un plateau con pressione quasi costante, etichettato come pressione del plateau p_p . L'estensione di questo plateau riflette la dimensione della bolla di ricircolo chiusa e p_p corrisponde quindi alla pressione della parete nella bolla. Si può osservare un secondo aumento della pressione quando ci si avvicina al punto di riattacco in R .

Queste caratteristiche sono indipendenti dalla geometria a valle e tutto accade come se il flusso fosse interamente determinato dalle sue proprietà all'inizio dell'interazione. Queste considerazioni portarono diversi studiosi a sviluppare i concetti di libera interazione e i criteri di separazione.

In questo elaborato di tesi è stata implementata la formulazione empirica condotta da Chapman et Al. E Erodos and Pallone, nella sezione relativa alla definizione della mesh (paragrafo 5.2).

3.3 Flow separation in Rocket Nozzle

In questa sezione si andranno ad indagare i diversi modelli di separazione del flusso.

Un ugello può essere definito sovraespanso quando la pressione a parete calcolata all'uscita dell'ugello $p_{e,vac}$ (la pressione a parete ottenuta quando il flusso viene espulso in condizioni di vuoto nell'ambiente esterno) è più piccola della pressione ambiente p_a .

Generalmente viene introdotto il parametro $n = \frac{p_{e,vac}}{p_a}$ così da poter definire le condizioni del flusso:

- $n > 1$: flusso sottoespanso;
- $n = 1$: flusso adattato;
- $n < 1$: flusso sovra-espanso.

Nel momento in cui il valore di n diminuisce leggermente sotto 1, si va a formare un sistema di onde d'urto oblique generato dal bordo di fuga dell'ugello a causa del gradiente di pressione avverso indotto.

Se il valore di n diminuisce sostanzialmente, attorno a valori tra 0.4 e 0.8, gli strati viscosi non riescono a sostenere il gradiente avverso di pressione imposto dal flusso inviscido e lo strato limite separa dalle pareti. Questa condizione si verifica quando un motore realizzato per operare ottimamente in condizioni di elevata altitudine viene testato a livello del mare. Si può visualizzare la separazione anche durante i transitori di accensione e di spegnimento.

Recenti ricerche hanno dimostrato che esistono sostanzialmente due modelli di separazione del flusso denotati in letteratura con gli acronimi FSS (free shock separation) e RSS (restricted shock separation) [30].

3.3.1 Free Shock Separation

Nel caso di *Free shock separation* [30], il flusso sovra-espanso si separa completamente dalla parete dato un certo rapporto tra la pressione a parete e quella dell'ambiente. L'evoluzione della pressione a parete è governata principalmente dalla fisica delle interazioni tra lo strato limite e l'onda d'urto che si verificano in qualsiasi separazione di flusso supersonico.

La pressione p_i è quel valore che devia l'andamento della pressione dal profilo di un ugello che lavora nel vuoto. La pressione a parete aumenta poi rapidamente da p_i a una pressione p_p , che in genere è leggermente inferiore alla pressione ambiente p_a figura 3.3.

Da analisi di test in scala ridotta in ugelli e in flussi con ostacoli [30], si è dimostrato che il ripido aumento di pressione è causato dalle fluttuazioni del fronte d'urto. Inoltre, da molti test sui gas freddi condotti negli ultimi decenni si è notato che lo strato limite si separa efficacemente dalla parete dell'ugello poco prima di raggiungere la pressione di plateau p_p .

Nella zona di ricircolo a valle del punto di separazione, la pressione a parete aumenta lentamente da p_p a p_e . Questo aumento graduale della pressione è dovuto all'accelerazione a monte del gas dall'ambiente nella regione di ricircolo. Per prevedere la posizione

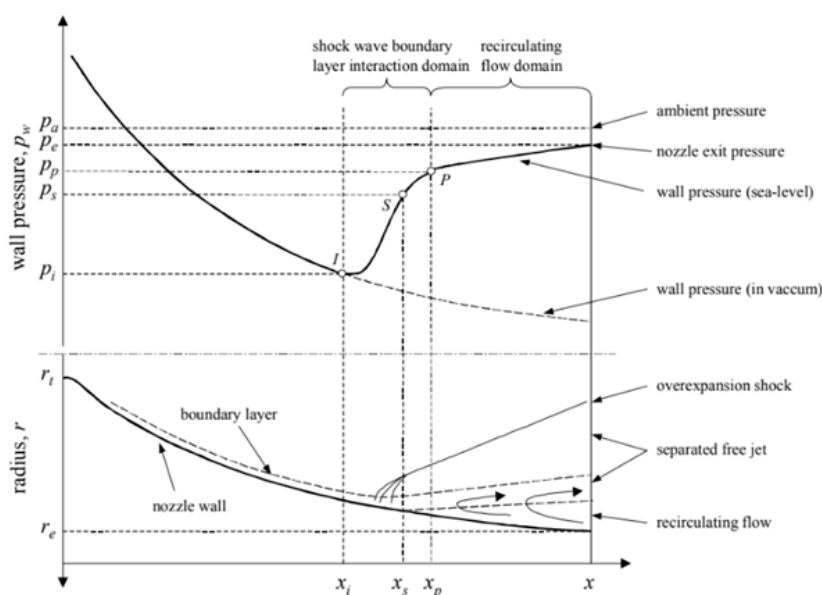


Figura 3.3: Free Shock Separation

assiale del punto di separazione all'interno dell'ugello, è necessario conoscere il valore del rapporto $\frac{p_i}{p_a}$ utilizzando il profilo della pressione a parete calcolato in vuoto. Ovviamente, il rapporto di separazione $\frac{p_i}{p_a}$ include l'influenza sia dell'aumento di pressione nel punto di separazione stesso, sia del graduale aumento nella zona di ricircolo.

Per semplificare l'interpretazione fisica del rapporto $\frac{p_i}{p_a}$, si potrebbe riscriverlo come:

$$\frac{p_i}{p_a} = \left(\frac{p_i}{p_p} \right) \left(\frac{p_p}{p_a} \right) \quad (3.8)$$

Dove ciascun termine rappresenta un singolo fenomeno fisico.

Fu notato già all'inizio degli anni 50' che il pressure separation ratio diminuiva durante l'accensione dell'ugello, con il movimento verso l'uscita del punto di separazione all'aumentare del rapporto di pressione p_c/p_a [31] [32]. Questo fenomeno fu successivamente attribuito all'influenza del numero di Mach: diversi esperimenti in galleria del vento mo-

strarono come il rapporto p_i/p_a diminuisce all'aumentare del numero di Mach.

Nel momento in cui il punto di separazione raggiunge una regione prossima all'uscita, si riscontra una deviazione dal sopracitato andamento. [32] [33]. Quando il rapporto d'area raggiunge all'incirca l'80% del suo valore finale il separation pressure ratio p_i/p_a inverte il suo canonico trend e aumenta all'aumentare del valore di p_c/p_a . Una prima spiegazione [33] può essere che nelle vicinanze dell'uscita la plateau pressure aumenta per raggiungere il valore della pressione ambiente, tuttavia, per un rapporto p_i/p_a costante, questo aumento di pressione causa un effettivo aumento della pressione di separazione p_i nella parte terminale dell'ugello, con un conseguente aumento di p_i/p_a .

Quando la pressione di plateau p_p raggiunge l'uscita dell'ugello, il flusso rimane effettivamente attaccato fino all'uscita, anche se i sensori rilevano un evidente aumento di pressione. Questo fenomeno è solitamente definito come "separazione incipiente" all'uscita dell'ugello.

3.3.2 Restricted Shock Separation

Durante alcuni test in sottoscala svolti utilizzando gas freddi nei primi anni 70', nel motore J-2S si è visto sviluppare un regime di separazione diverso da qualsiasi altro visualizzato precedentemente. In questo regime di flusso, che si originava soltanto da certi rapporti di pressione in poi, la pressione a valle del punto di separazione mostrava un tratto irregolare e raggiungeva parzialmente valori al di sopra della pressione ambiente. Questo tratto caratteristico è attribuibile al riattaccamento alla parete del flusso separato, inducendo un sistema di onde d'urto e di espansione lungo la parete

Le condizioni sopracitate descrivono un regime di flusso che fu denominato *Restricted Shock Separation* (RSS) perché mostrava una zona di separazione ristretta rispetto al caso di FSS [30]. Come si vedrà nel capitolo successivo parlando di carichi laterali, durante l'accensione, nell'ugello, può essere riscontrata una transizione dalla FSS alla RSS ad un ben definito rapporto di pressioni.

Nella figura 3.4 si può visualizzare una zona di ricircolo chiusa con pressioni statiche notevolmente inferiori a quella ambiente. La transizione tra i due modelli di separazione è imputabile ad un improvviso movimento a valle del punto di separazione.

Oltre il punto di riattacco nella RSS, il flusso supersonico si propaga lungo l'ugello, inducendo urti che giustificano i picchi di pressione nominati precedentemente. Aumentando ulteriormente la pressione in camera, la zona di ricircolo chiusa viene spinta verso l'uscita dell'ugello. Una volta che il punto di riattacco raggiunge l'uscita dell'ugello, la zona di ricircolo si apre all'ambiente esterno. Si crea così un aumento di pressione a valle dell'urto di separazione, spingendo nuovamente il punto di separazione verso monte e ricreando la zona di ricircolo. Si va, di conseguenza, a visualizzare un processo pulsante legato alla chiusura e all'apertura della zona di ricircolo. Questa ri-transizione da RSS a FSS è in letteratura definita anche come effetto finale [34] [36].

3.3.2 Restricted Shock Separation

Gli stessi fenomeni possono essere osservati durante il transitorio di spegnimento; tuttavia, il rapporto di pressione a cui avviene la transizione durante l'accensione è differente rispetto al rapporto di pressione caratteristico dello spegnimento [34] [37].

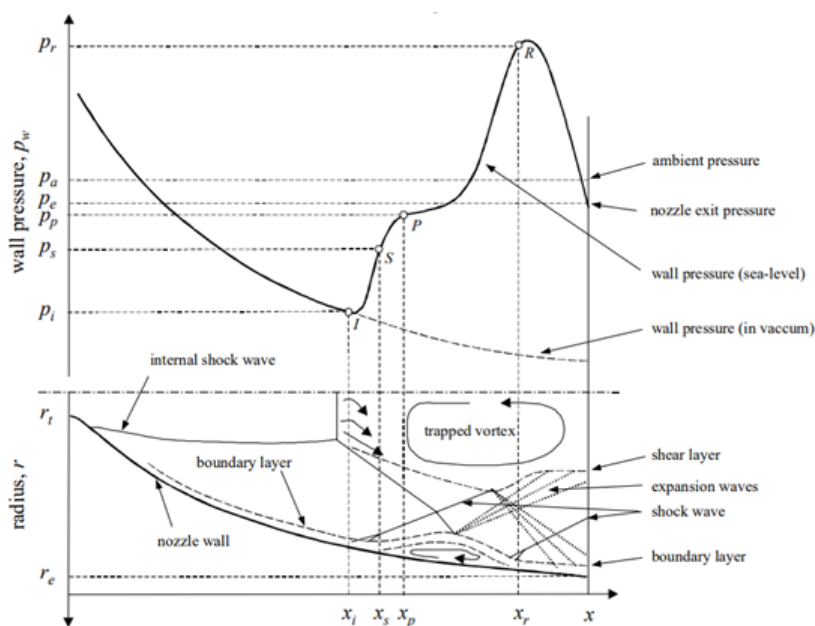


Figura 3.4: Restricted Shock Separation

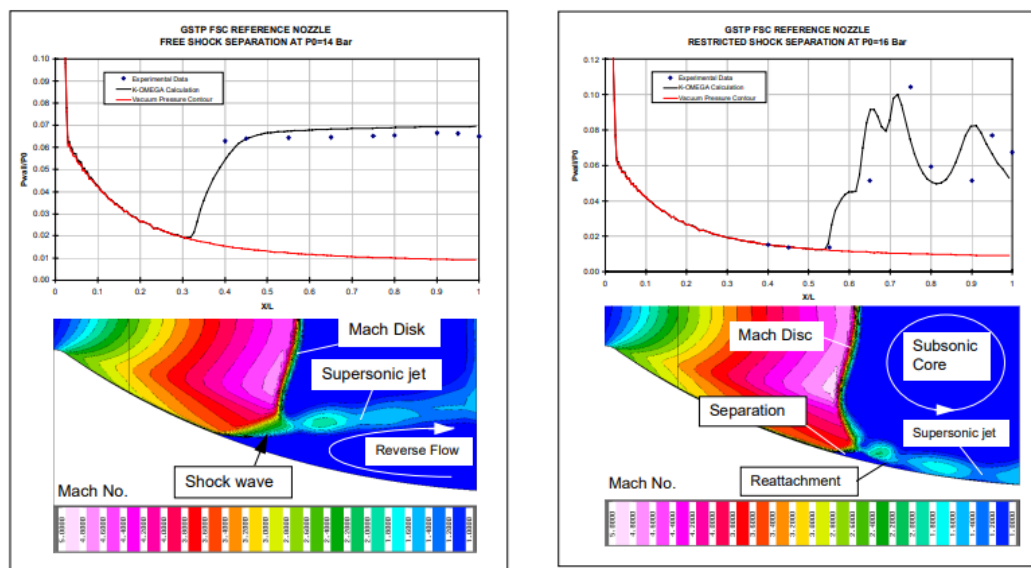


Figura 3.5: 3.5. FSS (sinistra) e RSS (destra) in ugello parabolico VOLVO S1, sottoscala [34]

Capitolo 4

Carichi laterali

La separazione del flusso in un ugello convergente-divergente sovraespanso si verifica quando il rapporto di espansione dell'ugello è troppo grande per un dato pressure-ratio dell'ugello. Quando, per esempio, il motore del razzo dello stadio principale utilizza un ugello con un elevato rapporto di area in condizioni di bassa altitudine, la separazione del flusso diventa inevitabile con un elevato rischio di generazione di forze dinamiche di pressione che vengono definiti carichi laterali.

Durante le condizioni transitorie a livello del mare, tra cui l'avvio impulsivo (considerando il decollo e i test a terra) e l'arresto (considerando i test a terra), la separazione potrebbe non essere assial simmetrica e l'instabilità degli urti potrebbe causare carichi laterali momentaneamente elevati sulle pareti dell'ugello. Tali carichi compromettono la sicurezza strutturale dell'ugello stesso e degli attuatori di controllo del vettore spinta, rappresentando un vincolo in termini di life-timing per i componenti del sistema in questione [38].

In un ugello che non si trova nelle condizioni di full-flowing, la linea di separazione può muoversi fino in prossimità dell'uscita quando si presenta un aumento del nozzle pressure ratio, causato da una diminuzione della pressione ambiente o da un aumento della pressione all'interno del serbatoio (accensione del sistema propulsivo).

Sono state riscontrate in letteratura diverse cause che portano ad una distribuzione asimmetrica di pressione, sia di origine aerodinamica che meccanica/strutturale. In particolare, Ostlund ne cita tre principali [39]:

1. Le fluttuazioni di pressione nella zona di separazione e di ricircolo che portano all'instazionarietà del punto di separazione;
2. La transizione dal modello di separazione FSS (*free shock separation*) al modello RSS (*restricted shock separation*);
3. L'accoppiamento aeroelastico che va ad amplificare i carichi laterali esistenti fino a valori critici in caso di instabilità.

Si andranno ad analizzare in particolare le cause 1 e 2.

4.1 Carichi laterali generati da fluttuazioni casuali di pressione

La separazione all'interno dei flussi supersonici non è limitata dal campo dell'ugello. Quando un flusso supersonico incontra un ostacolo, una rampa o un'onda d'urto incidente, l'aumento di pressione all'interno dello Stato limite può essere abbastanza forte da causare la separazione del flusso. Da esperimenti base utilizzando esattamente queste configurazioni si è scoperto per la separazione dello strato limite in un flusso supersonico turbolento non è un processo stazionario sebbene il flusso principale lo sia.

La linea di separazione e l'urto che risultano dalla deflessione del flusso mostrano delle caratteristiche fortemente instazionarie, le quali sembra che siano innescate dalle scale di turbolenza maggiori e influenzino la regione di ricircolo a valle [39].

Osservando le caratteristiche dinamica della pressione a parete, si può osservare che:

- Nella regione di flusso attaccato, esistono solo delle piccolissime fluttuazioni che rappresentano le pulsazioni dello strato limite turbolento attaccato. Per esempio, la pressione a parete nell'ugello Volvo S6 (TIC) studiato da Östlund [39] è mostrata nella figura 4.1. Lo studio è stato condotto a $x/r_t \approx 8.5$ e $p_0/p_a \approx 75$.

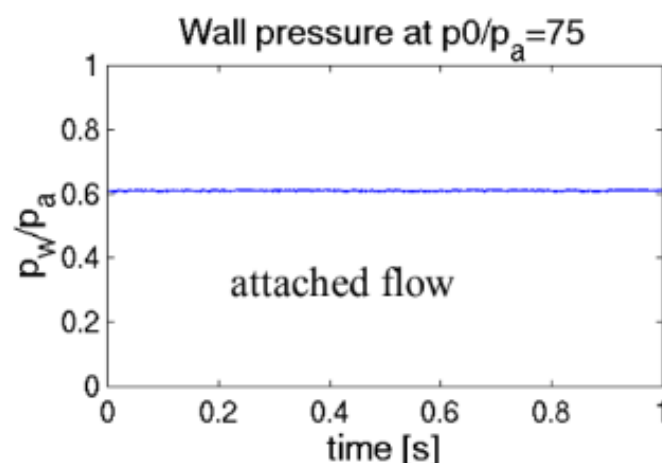


Figura 4.1: Fluttuazioni di pressione: flusso attaccato

- Nella regione di separazione (figura 4.2), le pulsazioni sono molto maggiori, causate dall'oscillazione del punto di separazione. Lo studio è stato condotto allo stesso punto e a $p_0/p_a \approx 30$. La pressione a parete misurata oscilla rapidamente tra due livelli: uno corrisponde alla pressione a monte della separazione p_{sep} , l'altro alla pressione che si trova nella zona di ricircolo e identificabile con la pressione di plateau p_p .
- Nella regione di ricircolo (figura 4.3), le fluttuazioni di pressione diminuiscono considerevolmente, ma rimangono comunque superiori rispetto al caso di flusso attaccato.

Le caratteristiche instazionarie di questa regione sono principalmente generate dal rumore dello *shear layer* del flusso libero separato e dipendono anche dalle oscillazioni del punto di separazione. Lo studio è stato condotto allo stesso punto e con $p_0/p_a \approx 10$.

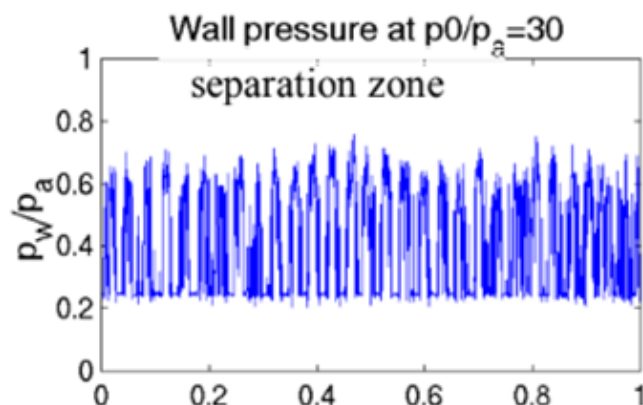


Figura 4.2: Fluttuazioni di pressione: zona separazione

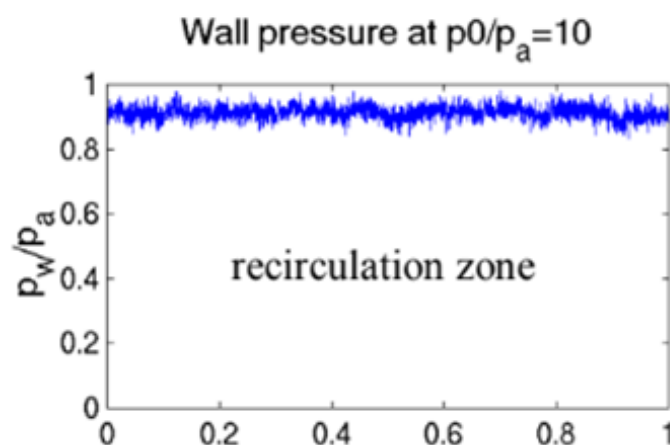


Figura 4.3: Fluttuazioni di pressione: zona di ricircolo

Le fluttuazioni di pressione hanno carattere randomico, tuttavia mostrano una chiara correlazione nel tempo e nello spazio. Causando una deviazione dal pattern assialsimmetrico del flusso, producono forze in direzione radiale. In figura 4.4 vengono mostrate queste forze come funzione di un tempo test e del rapporto di pressione.

È importante notare che il carico laterale sopra descritto che deriva da fluttuazioni di pressione casuali, è una forza aerodinamica che agisce sul sistema dinamico di ugello o motore.

Bisogna ricordare che lo studio di queste forze instazionarie necessita della precisa conoscenza delle caratteristiche del sistema dinamico. Al fine di calcolare sollecitazioni, deformazioni e la risposta del sistema, bisogna risolvere un problema dinamico con presenza di una forzante.

Lo stesso vale se il carico laterale aerodinamico deve essere calcolato dalle misurazioni: poiché solo la risposta del sistema può essere misurata, è necessario un ricalcolo della forza aerodinamica, che richiede la conoscenza precisa del comportamento dinamico del sistema. Una possibilità per farlo è determinare la funzione di trasferimento del sistema stesso [46].

Questa procedura viene utilizzata nella trattazione di fluttuazioni randomiche.

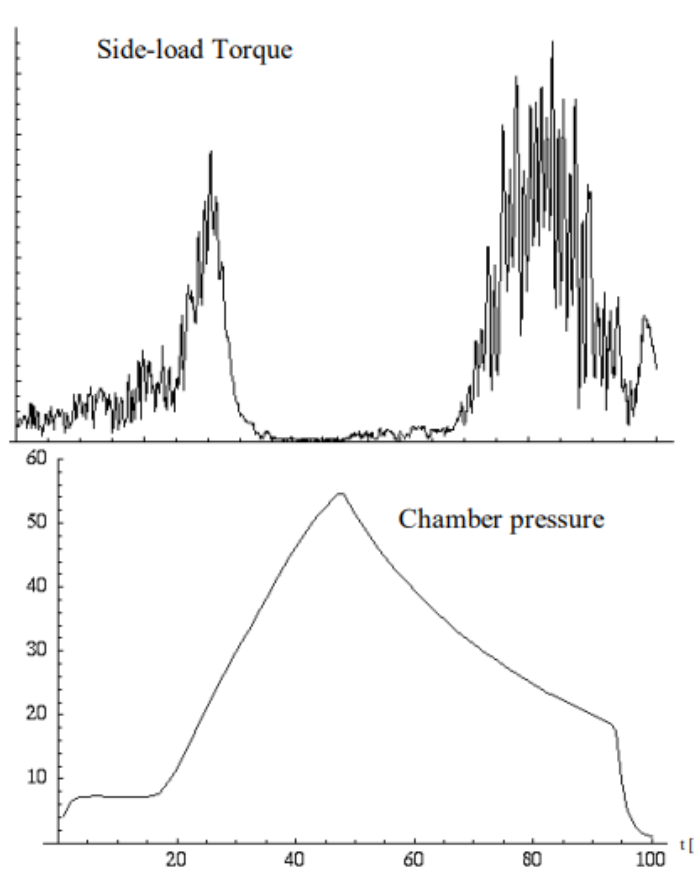


Figura 4.4: Carichi laterali creati da pulsazioni randomiche di pressione

4.2 Carichi laterali generati dalla transizione tra modelli di turbolenza

Negli ugelli che presentano un'onda d'urto obliqua tale per cui si crea un cap shock pattern (ad esempio ugelli TIC, ugelli parabolici e direct optimised nozzles) la transizione tra due modelli di separazione distinti può portare alla nascita di due picchi di carico laterale.

Durante il transitorio di accensione il pattern di separazione è quello relativo alla Free Shock Separation (FSS). A una certa pressione in camera si presenta la transizione e si può visualizzare chiaramente una configurazione del tipo Restricted Shock Separation (RSS). Nella figura 4.5 si possono notare le differenze che occorrono nella transizione tra

i due modelli di turbolenza, ottenuti attraverso simulazioni CFD [34]. Questa rapida

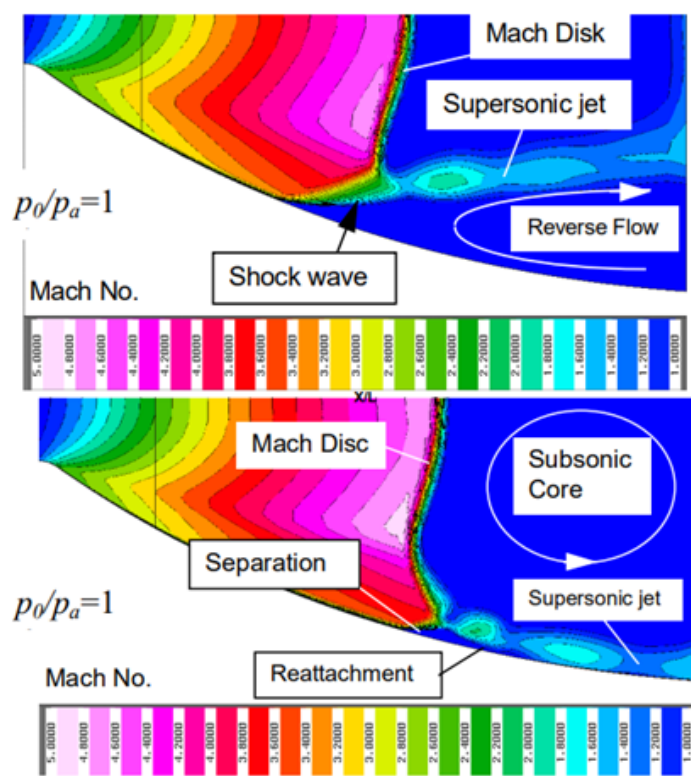


Figura 4.5: FSS e RSS in a model nozzle

transizione asimmetrica crea un carico laterale impulsivo sulla struttura dell'ugello. La durata ridotta di questo carico laterale aerodinamico fa sì che possa essere studiato utilizzando la teoria delle eccitazioni impulsive.

Utilizzando questa teoria, il fattore di riposta dinamica del sistema (l'amplificazione del carico applicato generata dal sistema dinamico) è minore di 2 per ciascun singolo impulso. L'impulso più critico, di cui viene mostrato in figura 4.7 lo spettro di risposta, è l'impulso a singola onda che contiene una quantità di energia maggiore rispetto agli altri impulsi. Gli spettri di risposta dell'impulso (SRS shock response spectrum) sono mostrati in funzione della durata dell'impulso rispetto al periodo di tempo [39].

Ulteriori esempi di onde sono le onde semi-sinusoidali e triangolari mostrate nelle figure 4.8(a) e 4.8(b). Si tratta di buone approssimazioni della forma dell'impulso che crea un picco di carico laterale durante la transizione tra FSS e RSS.

Un secondo picco si crea nella transizione da RSS a FSS. Nel momento in cui il rapporto di pressione aumenta, il punto di riattacco raggiunge l'uscita dell'ugello e il flusso diventa altamente instabile. La bolla di ricircolo si apre e il punto di separazione si muove ciclicamente controcorrente e nel verso della corrente stessa, fino a quando l'aumento della pressione di alimentazione è sufficiente da spostare l'urto completamente al di fuori dell'ugello.

Se la frequenza del sistema è vicina alla frequenza di eccitazione del carico laterale aerodinamico, avviene una forte amplificazione del carico laterale che incide sulle pareti

dell'ugello. La ciclicità di questo fenomeno può portare a un cedimento per fatica della componente strutturale del sistema in esame.

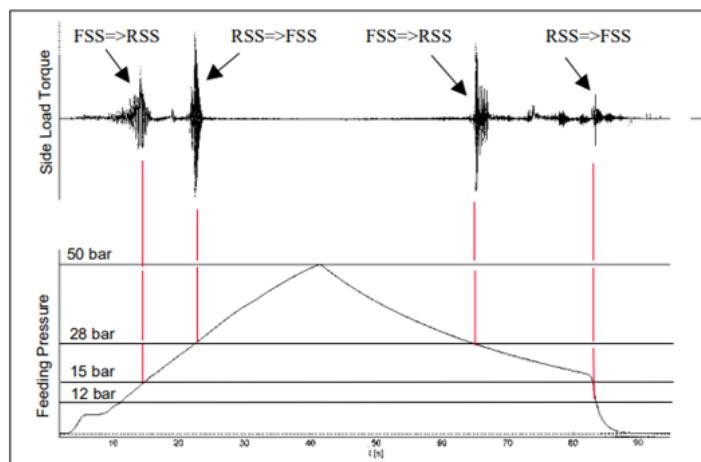


Figura 4.6: Time record dei carichi laterali registrati durante l'accensione e lo spegnimento

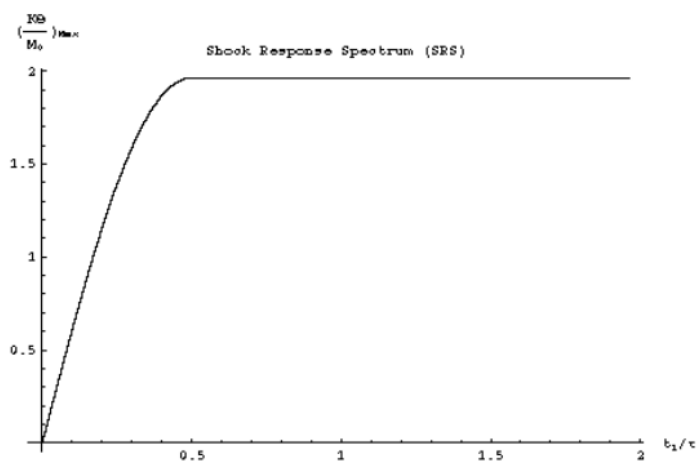


Figura 4.7: Spettro di risposta in frequenza di una single square wave, t_1 =pulse duration time, τ =periodo

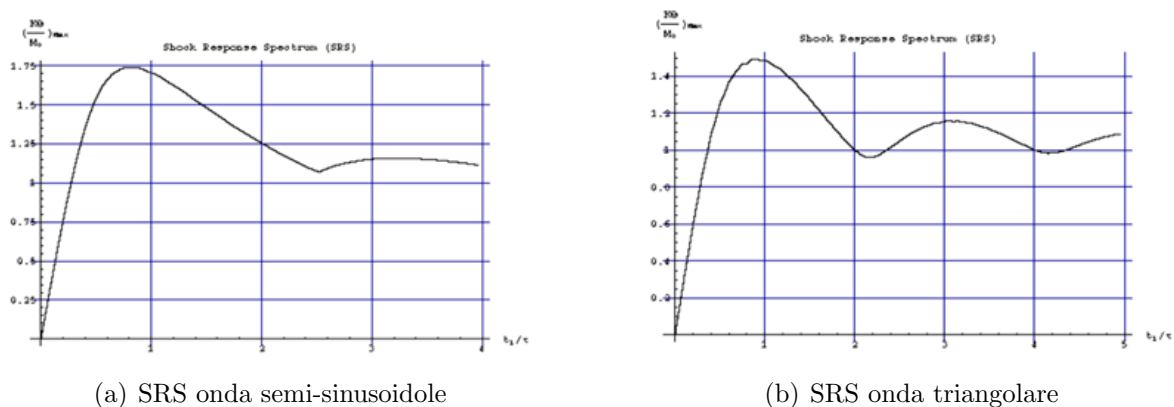


Figura 4.8: Esempi di onde

Il fenomeno di transizione tra due modelli di separazione è stato inoltre studiato durante i transitori di avviamento e spegnimento del motore, potendo così giungere a una serie di considerazioni. Durante la fase di accensione la FSS rimane a una pressione di alimentazione maggiore e la RSS tende presentarsi nel momento in cui la pressione è più bassa. Questo fa sì che possano presentarsi fenomeni di isteresi nella transizione tra modelli di separazione differenti, riscontrando pressioni diverse passando da un modello all'altro.

Capitolo 5

Caso sperimentale in esame: ugello TIC

In questo paragrafo si vuole introdurre l'analisi numerica condotta durante questo elaborato di tesi. L'ugello in questione è un ugello TIC la cui geometria è stata ampiamente utilizzata in subscale-test per l'analisi della posizione del punto di separazione e del disco di Mach.

5.1 Geometria ugello TIC

Per ricreare la geometria del problema sono stati utilizzate le coordinate $x/R^*-R/R^*$, fornite dal paper “Current status of numerical flow prediction for separated nozzle flows” [40]. Si tratta di un ugello TIC utilizzato da diversi ricercatori e università per l'analisi di modelli di turbolenza modificati che possano predire opportunamente il punto di separazione in condizioni di sovraespansione. Per poter rappresentare opportunamente la geometria si è fatto uso del software GMSH. È stato scritto un file di testo contenente le coordinate dei punti e le indicazioni per ricreare opportunamente le curve (funzione BSpline di Gmsh), ottenendo così la geometria in figura 5.1. È stata poi esportata come file “.step” per poterla implementare in ANSYS FLUENT.

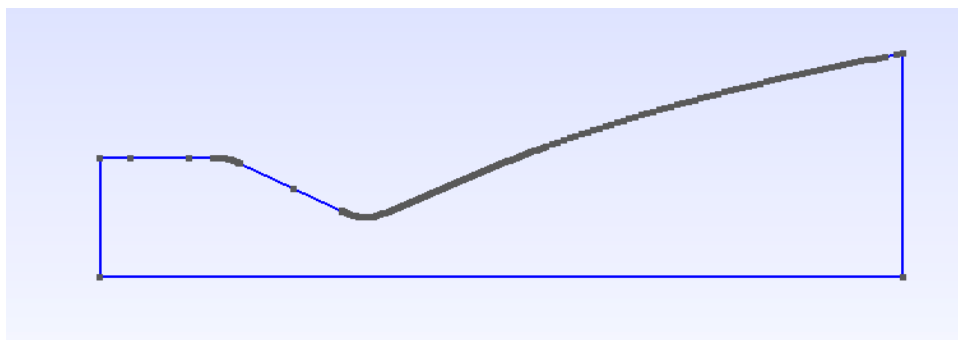


Figura 5.1: Geometria TIC

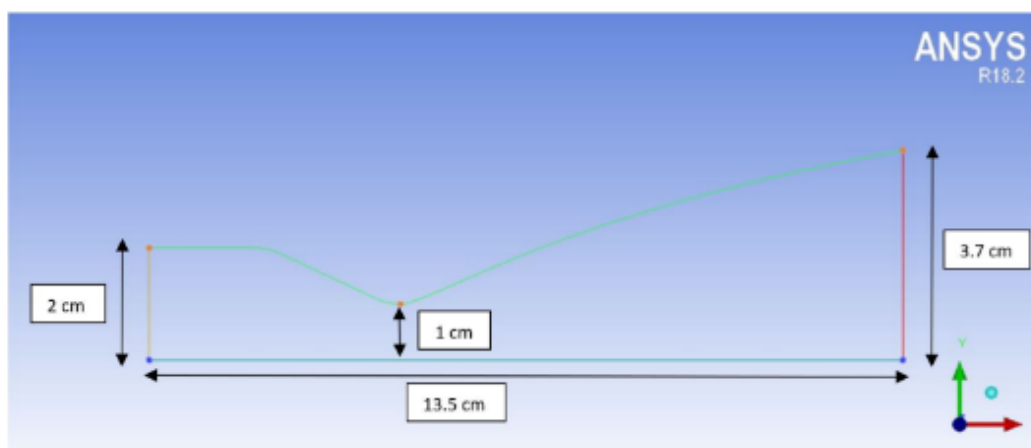


Figura 5.2: Dimensioni modello TIC, sottoscala

5.2 Mesh

In questa prima fase in cui non si è ancora andato a ricreare il campo esterno, si è scelto di utilizzare una suddivisione di griglia 120x80.

È stata infittita la mesh a ridosso della parete solida, dove nel caso di analisi turbolenta si vedrà comparire lo strato limite. La dimensione della cella prossima a parete è sufficientemente piccola da poter apprezzare il sottostrato viscoso (vincolo relativo a y^+ per i modelli turbolenti completamente risolti), ottenuta a seguito di diversi raffinamenti della griglia di calcolo. In figura 5.3 è mostrata la mesh risultante e i valori di y^+ per due modelli di turbolenza (Spalart Allamaras e $k - \omega$).

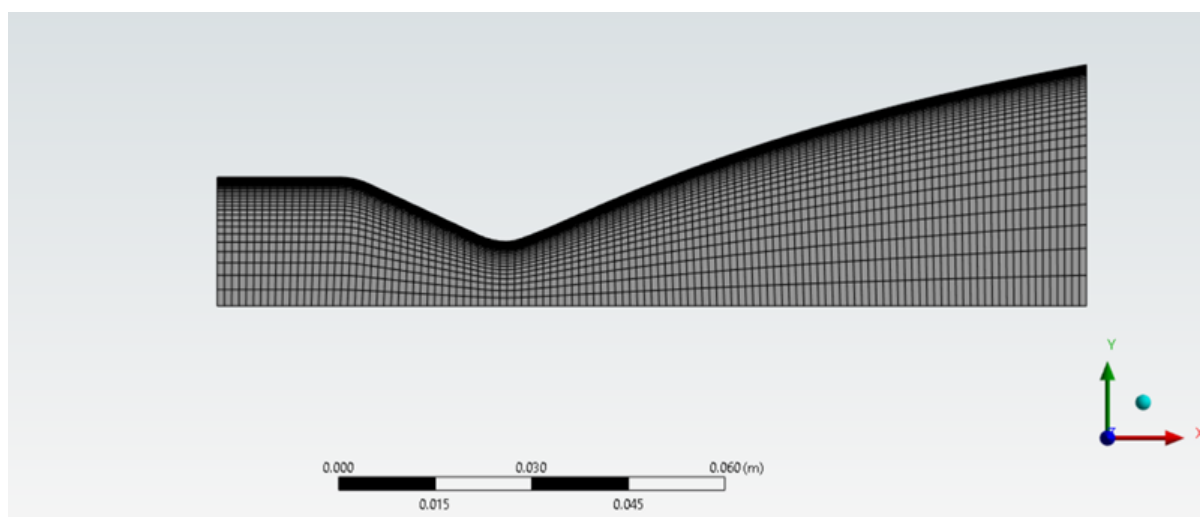


Figura 5.3: Mesh TIC

Modello SST $k - \omega$

Nella figura sottostante viene mostrato il valore di y^+ ottenuto utilizzando, come modello di viscosità, un modello a viscosità variabile, secondo la formula di Sutherland.

$$\mu = \frac{ST^{3/2}}{\chi + T} \quad (5.1)$$

Analizzando il grafico per il tratto divergente dell'ugello (in figura si vuole osservare dalla posizione $x = 0m$ in poi), si può notare che il valore di $y^+ < 3$. Questo porta a concludere che l'infiltramento è tale per cui lo strato limite sia quasi completamente risolto. Sebbene dalla bibliografia si imponga che, per il modello $k - \omega$, il valore di y^+ debba essere inferiore all'unità per risolvere completamente anche il sottostrato viscoso, sperimentalmente si accettano anche valori leggermente superiori.

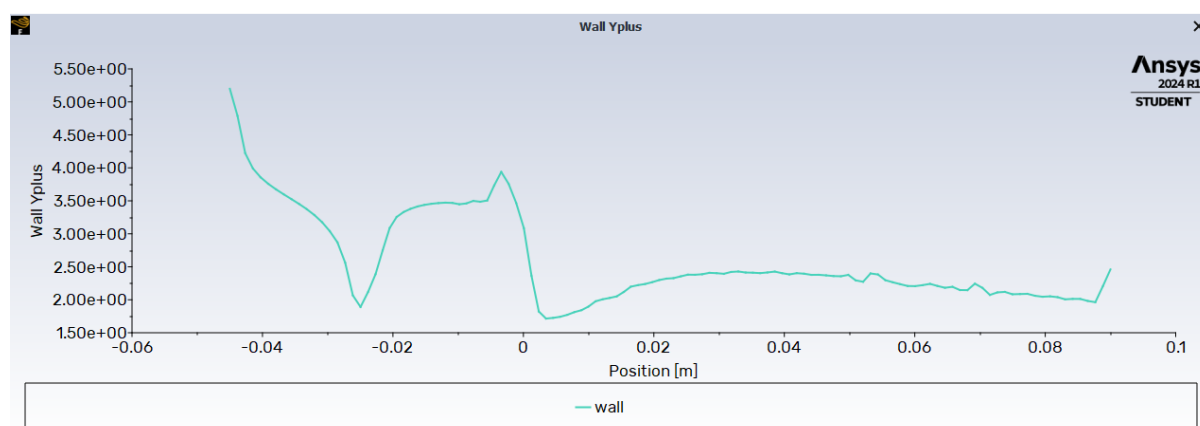
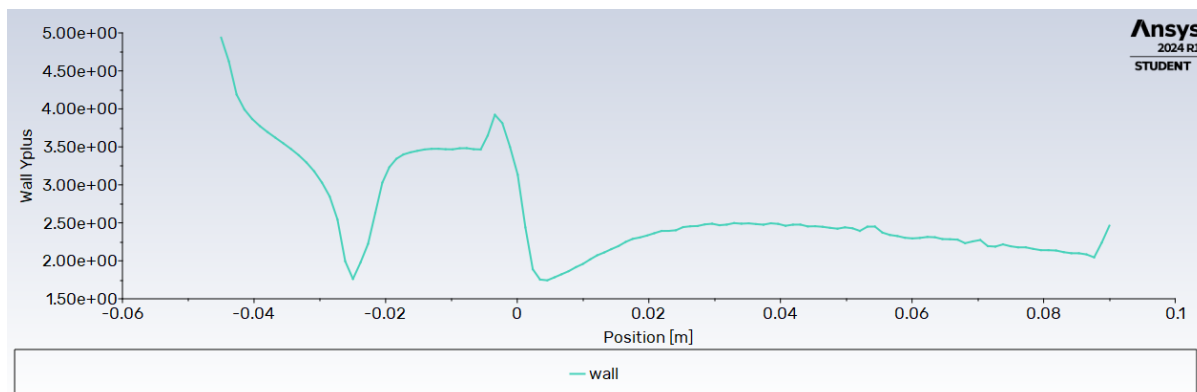


Figura 5.4: y^+ $k - \omega$

Modello Spalart-Allamaras

In analogia al paragrafo precedente, viene riportato l'andamento di y^+ per il modello di turbolenza Spalart-Allamaras. Analizzando il grafico per il tratto divergente dell'ugello (in figura si vuole osservare dalla posizione $x = 0m$ in poi), si può notare che il valore di $y^+ < 5$. Questo porta a concludere che l'infiltramento è tale per cui lo strato limite sia completamente risolto e si abbia, di conseguenza, almeno una cella all'interno del sottostrato viscoso.

Figura 5.5: y^+ S-A

5.3 Condizioni al contorno

L'ugello in esame è stato progettato per avere flusso subsonico nel tratto convergente, gola sonica e regime supersonico nel tratto divergente. Dalla teoria delle linee caratteristiche [11], si potrà definire opportunamente il problema esplicitando le seguenti condizioni al contorno:

- 2 condizioni al contorno in ingresso: p^o , T^o
- 1 condizione al contorno in uscita: p_e

Il valore di $NPR = p^o/p_a$ e di T^o presi come riferimento sono stati estrapolati dal paper "Current status of numerical flow prediction for separated nozzle flows" [40]. Tale valore farà da riferimento per futuri calcoli sullo spostamento del punto di separazione.

Al fine di calcolare il valore del Mach in ingresso e in uscita nella seguente trattazione viene utilizzata la seguente notazione dei pedici:

- i : grandezza in ingresso
- t : grandezza in gola
- e : grandezza in uscita

Il passaggio fondamentale della presente dimostrazione consiste nell' eguagliare la portata in ingresso con quella di gola, caratterizzata da velocità sonica.

$$\frac{p_{in}^o A_{in}}{\sqrt{RT_{in}^o}} \frac{\sqrt{\gamma} M_{in}}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{in}^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} = \frac{p_t^o A_t}{\sqrt{RT_t^o}} \frac{\sqrt{\gamma} M_t}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_t^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} \quad (5.2)$$

Ricordando che vale la conservazione delle grandezze totali e che $M_t = 1$, si arriva a una relazione del tipo:

$$\frac{A_{in}}{A_t} = \frac{f(M_t = 1)}{f(M_{in})} \quad (5.3)$$

Si può quindi trovare il Mach in ingresso conoscendo il rapporto delle aree (dato dalla geometria). Lo stesso procedimento viene usato per trovare M_e .

$$M_{in} = 0.1465 \quad (5.4)$$

$$M_e = 4.3052 \quad (5.5)$$

Si ricorda inoltre che [40]:

$$NPR = \frac{P^\circ}{P_{amb}} = 25.25 \quad (5.6)$$

Con $P^\circ = 2.5 \text{ MPa}$ e $T^\circ = 283 \text{ K}$.

Conoscendo il valore della pressione totale e del Mach in uscita, si può fare uso della relazione dell'isentropica per ottenere il valore di p_e .

5.4 Risultati

In questa sezione verranno proposti i risultati ottenuti dalle prime simulazioni considerando come dominio di calcolo la sola area interna all'ugello. Verranno prima mostrati i risultati ricavati implementando un modello inviscido (e quindi si andranno a risolvere le equazioni di Eulero computazionalmente meno onerose) e successivamente verranno proposti i risultati di una simulazione effettuata con un modello di turbolenza.

Questa fase è stata dedicata a prendere familiarità con Ansys Fluent, motivo per cui sarà relativamente breve rispetto ai paragrafi successivi.

5.4.1 Risultati Euleriani

Come discusso in precedenza, una forte semplificazione delle Navier-Stokes è rappresentata dalle equazioni Eulero. Si suppone che il flusso sia inviscido e, di conseguenza, vengono a mancare la condizione No Slip e la presenza dello strato limite. Vengono mostrati il campo di Mach (figura 5.6) e di pressione ottenuti (figura 5.7).

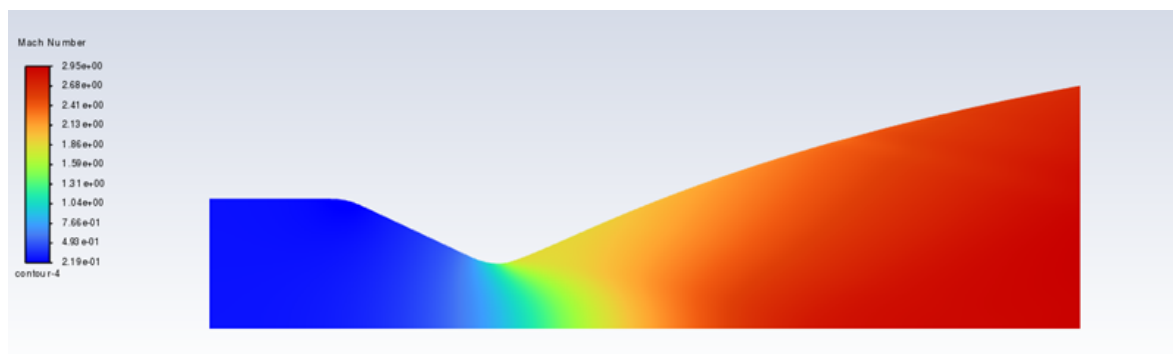


Figura 5.6: Flusso inviscido: campo di Mach

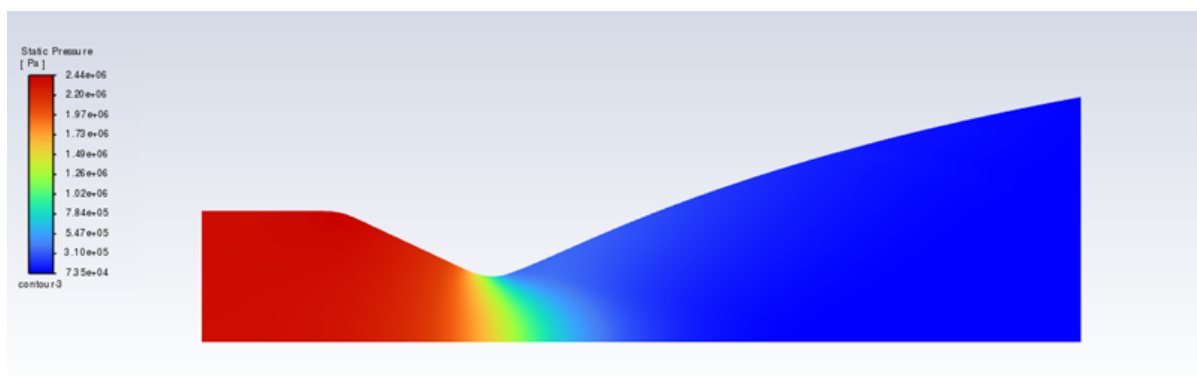


Figura 5.7: Flusso inviscido: campo di pressione

Come si può notare, laddove si hanno regioni in cui la velocità diminuisce di valore, vi è un aumento di pressione e viceversa.

5.4.2 Risultati con modelli di turbolenza

In questa sezione viene implementato il modello di turbolenza SST $k - \omega$. Supponendo di lavorare con un fluido che presenta una viscosità variabile con la temperatura secondo la legge di Sutherland, si possono ottenere:

- il campo di Mach (figura 5.8) e l'andamento della velocità nello strato limite (figura 5.9), per cui deve essere rispettata la condizione No Slip;
- il campo di pressione (figura 5.10);
- il campo di viscosità turbolenta (figura 5.11). Chiaramente si vede la presenza del termine viscoso a ridosso dello strato limite. .

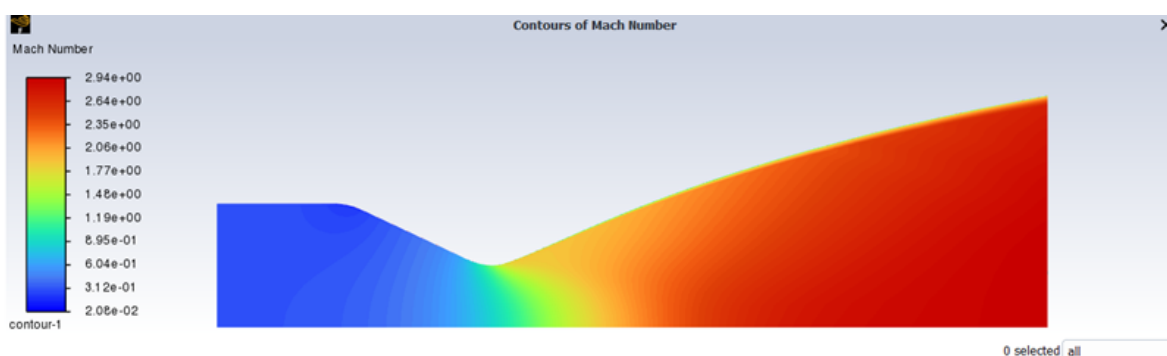


Figura 5.8: Flusso viscoso: campo di Mach

5.4.2 Risultati con modelli di turbolenza

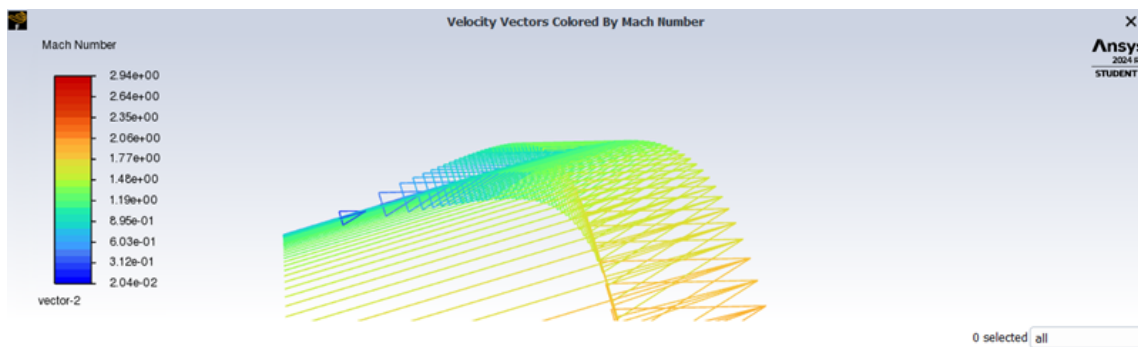


Figura 5.9: Andamento della velocità nello strato limite a parete

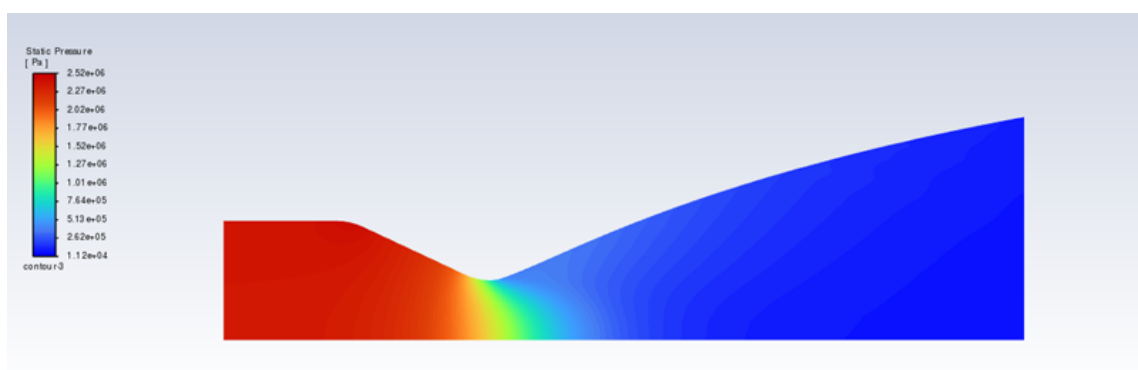


Figura 5.10: Risultati viscosi: campo di pressione

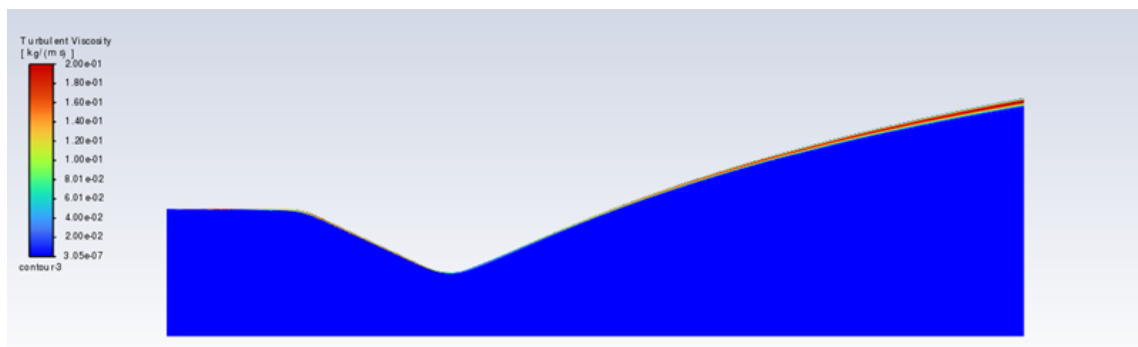


Figura 5.11: Risultati viscosi campo di viscosità turbolenta

Capitolo 6

Inserimento campo esterno

Una volta effettuato un primo studio preliminare sul singolo ugello, si vuole andare ad ampliare il dominio, inserendo il campo esterno dove il flusso in uscita avrà a possibilità di svilupparsi nell'ambiente esterno.

Questo paragrafo è cruciale per lo studio della mesh che verrà utilizzata per calcoli futuri (si vuole avere continuità tra le celle di interfaccia di zone del dominio diverse) e per la scelta del modello di turbolenza che meglio rappresenta i dati sperimentali.

6.1 Geometria

La geometria del campo esterno è caratterizzata da:

- un'estensione assiale del tipo: $x_{\text{campo esterno}} = 15 r_e$
- un'estensione radiale del tipo: $y_{\text{campo esterno}} = 15 r_e$

6.2 Mesh

Sono state svolte diverse simulazioni a $\text{NPR} = 25.25$ per poter scegliere la mesh più appropriata allo studio del campo di moto. L'analisi è stata condotta suddividendo la mesh in:

- Campo esterno;
- Campo interno all'ugello.

In questo modo, si può trovare la giusta combinazione di risoluzione del dominio di calcolo, tale per cui si possano rappresentare precisamente le fluttuazioni del campo di moto, ponendo la base per future simulazioni.

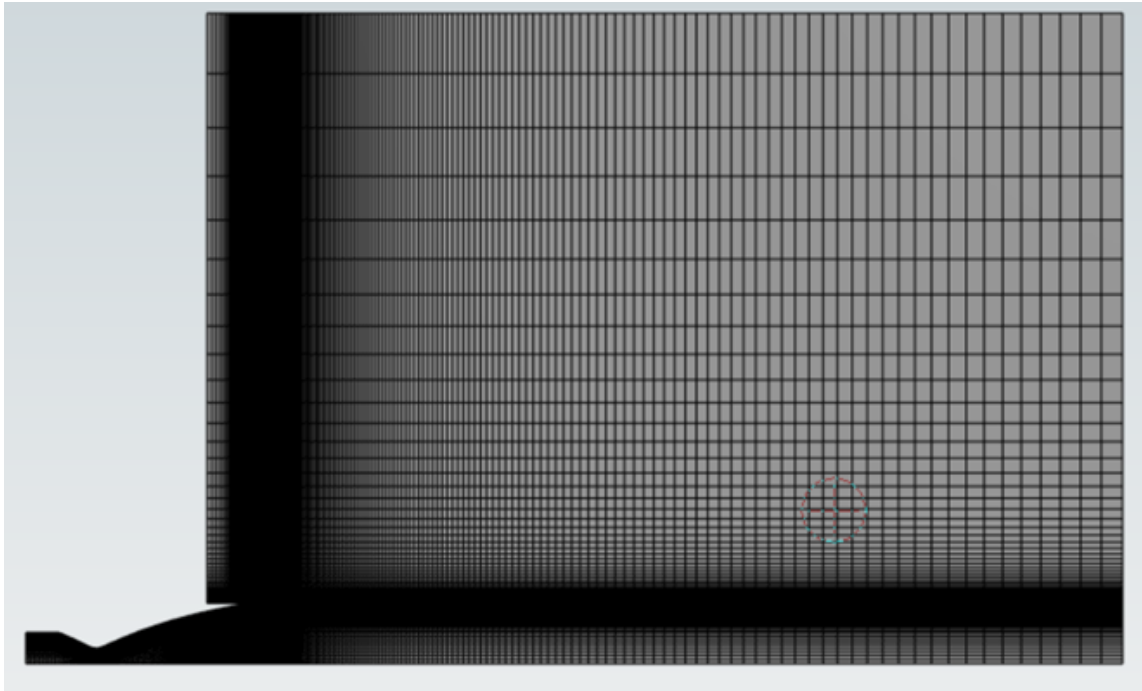


Figura 6.1: Mesh campo esterno

6.2.1 Mesh campo esterno

La griglia del campo esterno è caratterizzata da:

- un forte infittimento nei pressi della sezione di uscita dell'ugello per poter analizzare opportunamente il disco di Mach;
- un forte infittimento nella zona che si estende dal bordo di fuga dell'ugello fino all'estremo del dominio per creare una continuità con la richiesta di infittimento a parete del campo interno (requisito y^+).

Per quanto riguarda il campo esterno verranno svolte simulazioni basate su 3 diverse risoluzioni della mesh:

- Mesh 1: 160 x 80;
- Mesh 2: 220 x 80;
- Mesh 3: 280 x 80

In seguito, vengono riportati i risultati ottenuti dalle simulazioni utilizzando il modello di turbolenza SST $k - \omega$ in termini di:

- numero di Mach lungo l'asse di simmetria (figura 6.3);
- velocità lungo l'asse di simmetria (figura 6.2)
- pressione statica lungo l'asse di simmetria (figura 6.4)

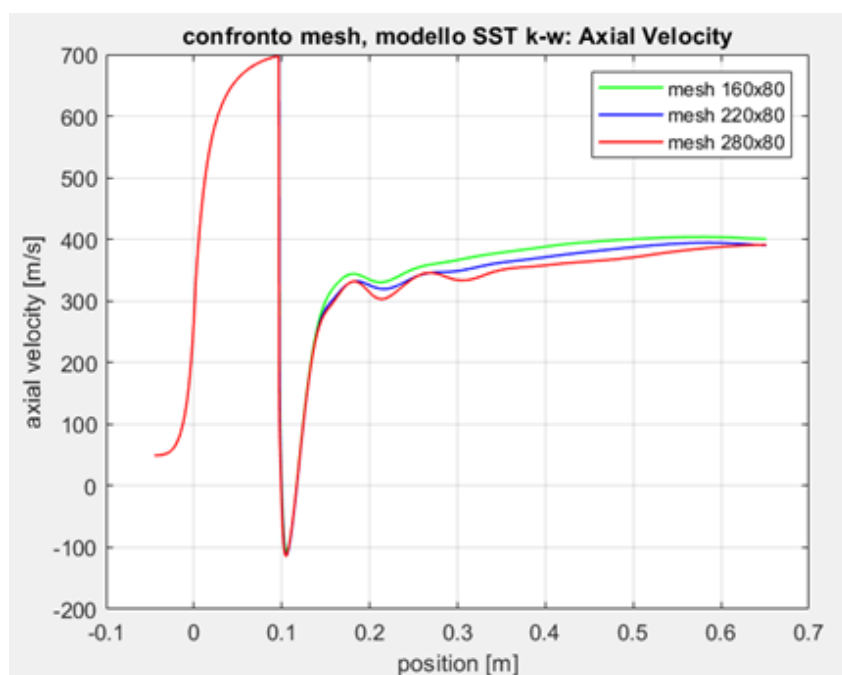


Figura 6.2: Confronto mesh: velocità assiale

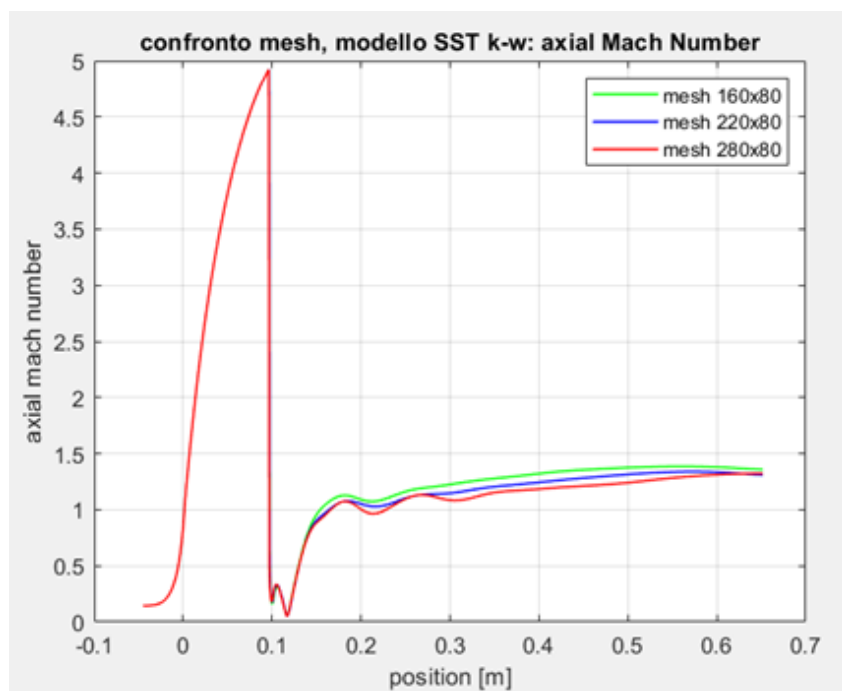


Figura 6.3: Confronto mesh: Mach assiale

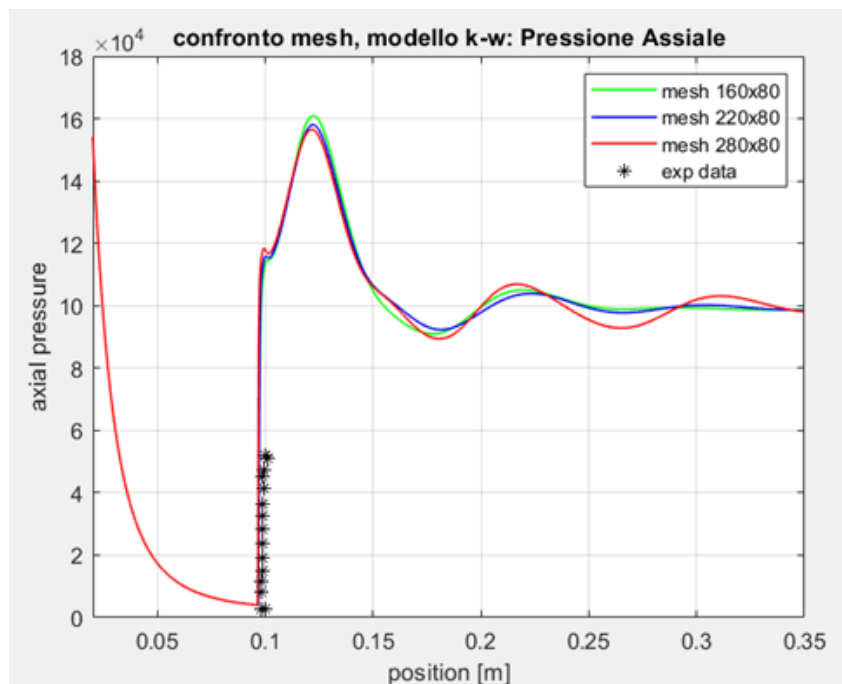


Figura 6.4: Confronto mesh: pressione assiale

Dallo studio si può evidenziare che:

- La mesh 280x80 riesce a catturare più precisamente le oscillazioni delle grandezze nel campo di moto.
- La posizione del disco di Mach è rimasta essenzialmente la stessa durante le simulazioni. Questo è dovuto al fatto che, nel processo di creazione della mesh, è stato scelto di realizzare un forte infittimento nella zona prossima alla sezione di uscita dell'ugello, dove si sarebbe andato a collocare il disco di Mach.
- La posizione del disco di Mach ottenuto durante le simulazioni si trova in accordo con i dati sperimentali.

Risultati finali mesh campo esterno

Alla luce delle analisi condotte si potrebbe concludere che:

- La mesh che rappresenta più fedelmente le oscillazioni del campo di moto risulta essere la mesh 280x80, contraddistinta dalla minima dimensione caratteristica delle celle (tra le simulazioni considerate).
- Se si volesse porre attenzione esclusivamente alla posizione del disco di Mach (quindi trascurando il campo di moto a monte del disco stesso), si potrebbe pensare di utilizzare mesh più grossolane che permettono di ottenere buoni risultati alleggerendo il costo computazionale delle simulazioni.

- Il giusto compromesso tra risoluzione del campo di moto e costo computazionale potrebbe essere rappresentato dalla mesh 220x80.

6.2.2 Mesh interna all'ugello

Dopo aver studiato l'opportuna suddivisione in celle del campo esterno, si procede con la scelta della mesh per il campo interno all'ugello.

In particolare, la raffinatezza della griglia di calcolo influisce sulla precisione dei risultati ottenuti durante le simulazioni e sulla corrispondenza con i dati sperimentali.

La mesh è stata creata con un forte infittimento delle celle in prossimità della sezione di uscita dell'ugello e della parete dell'ugello stesso, così da poter rispettivamente risolvere in modo accurato gli urti e soddisfare il requisito y^+ per diversi modelli di turbolenza.

Si procede con l'analisi della separazione del flusso per 3 diverse risoluzioni della mesh interna all'ugello:

- Mesh 1: 120 x 80;
- Mesh 2: 180 x 80;
- Mesh 3: 240 x 80.

Come si può vedere dalla figura 6.5, si è deciso di applicare un infittimento progressivo nei pressi della sezione di uscita dell'ugello per ritrovare continuità dimensionale con il campo esterno.

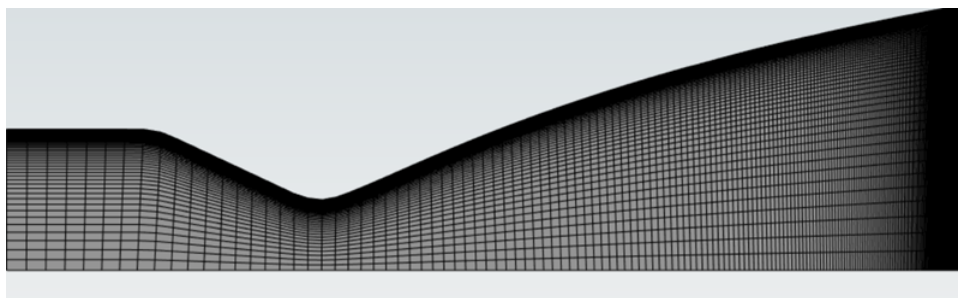


Figura 6.5: Mesh interna all'ugello

Per il caso NPR=25, inoltre, ci si aspetta che la separazione del flusso avvenga approssimativamente nell'intorno di questa zona più fitta. In questo modo, le celle di dimensione ridotta possono cogliere più precisamente le piccole fluttuazioni del campo di moto.

Le simulazioni sono state effettuate utilizzando il modello di turbolenza SST $k - \omega$. In figura 6.6 viene riportato l'andamento della pressione a parete per le tre mesh sopracitate in confronto ai dati sperimentali forniti da Stark e Hagemann [40].

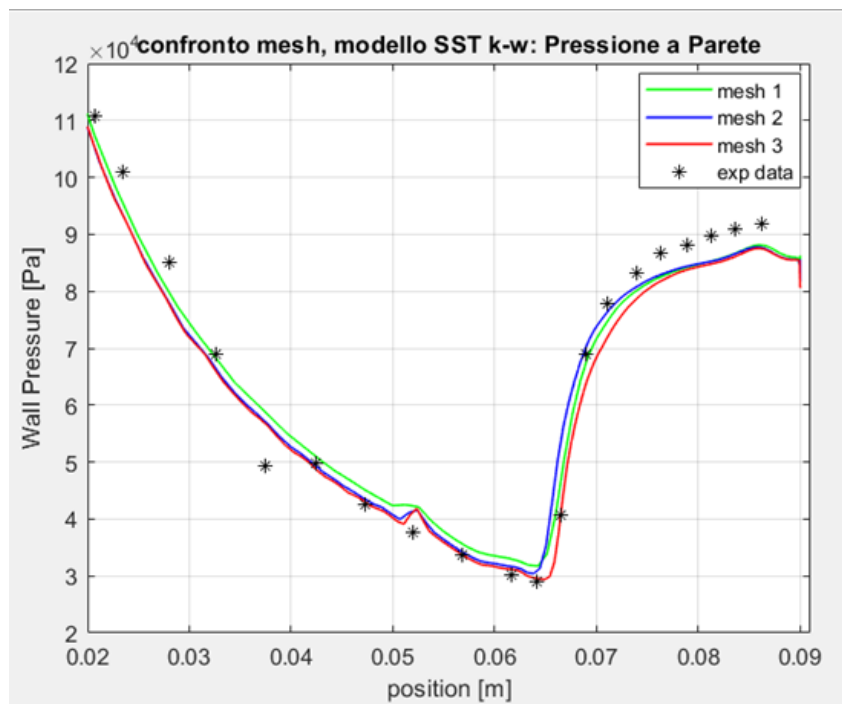


Figura 6.6: Confronto mesh pressione a parete

Prima di poter effettivamente trarre delle conclusioni relativamente al buon fit delle mesh rispetto ai dati sperimentali, si procede con lo studio delle zone e dei punti che caratterizzano la FSS (free shock separation) e con l'implementazione di formule empiriche finalizzate all'individuazione dei punti caratteristici della separazione del flusso (separation criteria).

Free Shock Separation (FSS): punti e zone caratteristiche

In questa sezione si vuole riprendere e approfondire il discorso relativo alla FSS.

Come accennato nei capitoli precedenti, è stato notato in diversi esperimenti che la maggior parte delle proprietà di interazione tra urto e strato limite sono indipendenti dalla causa che ha indotto la separazione.

Questo porta a constatare che la pressione statica a parete risulta la stessa per diverse configurazioni sperimentali di separazione (per esempio prodotta dalla presenza di un ostacolo o da un'onda d'urto incidente) [43].

Analizzando l'andamento della pressione a parete possono essere distinti alcuni punti e zone caratteristiche:

- La pressione a parete è caratterizzata da un ripido incremento nella zona subito a monte del punto di inizio interazione I .
- Il flusso separa dalla parete al punto S , localizzato alla distanza l_s dal punto I .
- La pressione a parete si stabilizza intorno a un valore costante chiamato *Plateau Pressure* (P_p), una volta raggiunto il punto di plateau P . L'estensione della zona di

plateau si riflette sulla dimensione caratteristica delle bolle nella zona di ricircolo, che si trovano alla pressione interna P_p .

- Può poi essere osservato un secondo incremento di pressione che termina con il punto di riattaccamento del flusso R .

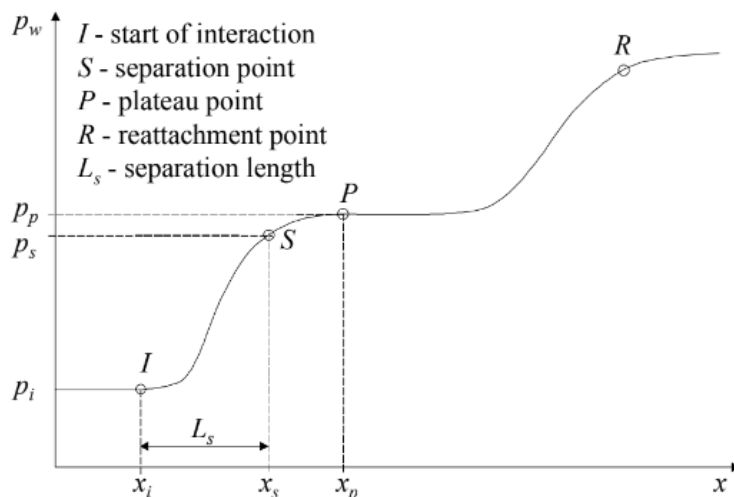


Figura 6.7: Andamento teorico pressione a parete

Utilizzando i dati sperimentali forniti da Stark e Hagemann, si può condurre un'analisi finalizzata alla visualizzazione delle zone e dei punti sopracitati. Vengono distinti tre diversi profili di evoluzione della pressione a parete:

1. *Vacuum wall pressure profile*
2. *Pressure steep rise* nella zona di interazione
3. *Wall pressure rise* dopo la separazione del flusso, nella zona di ricircolo

Generalmente viene scelto come punto di inizio interazione tra onda d'urto e strato limite quel punto appartenente al profilo 1 che risulta seguito da un piccolo incremento di pressione, che precede il profilo 2 (ripido incremento di pressione).

Il punto di separazione è visto come l'ultimo punto in cui i dati sperimentali seguono l'andamento quasi lineare del ripido aumento di pressione nella zona di interazione (profilo 2).

La Plateau Pressure (che identifica il Plateau Point) viene comunemente identificata come l'intersezione tra la linea tangente al rapido incremento di pressione nella zona di interazione (profilo 2) e la linea tangente all'aumento di pressione nella zona di ricircolo (profilo 3). Vedere figura 6.8.

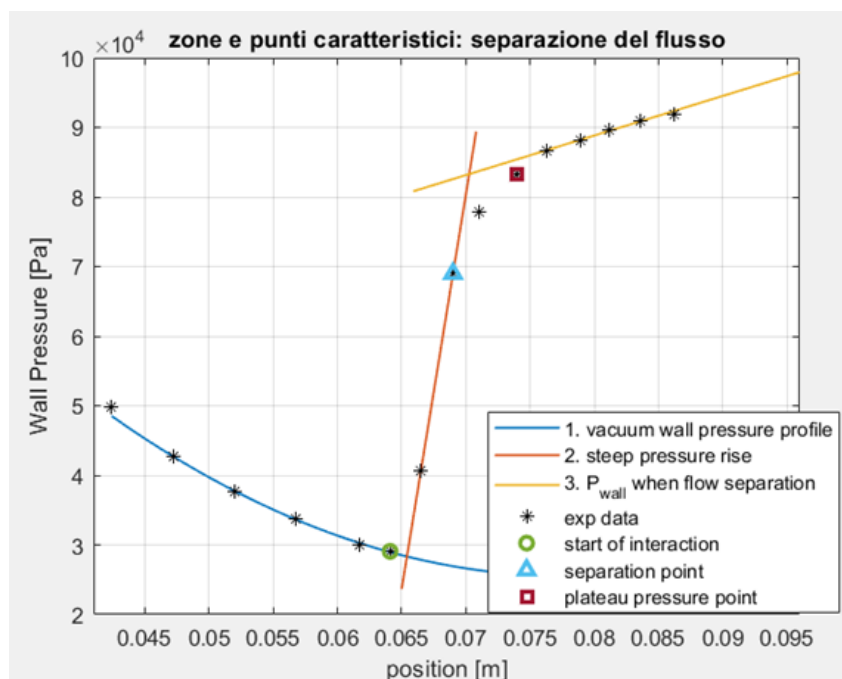


Figura 6.8: Separazione del flusso: punti e zone caratteristiche

Criteri di Separazione

Per l'individuazione empirica del punto di separazione è stato preso in considerazione lo studio portato avanti da Chapman et Al [41] e da Erdos et Al [42].

Chapman considerò la separazione del flusso causata dall'interazione tra lo strato limite formato in un flusso uniforme piano, adiabatico, supersonico e un'onda d'urto [41]. Il numero di Mach M_i e la pressione p_i definiscono il flusso uniforme inviscido. Il coefficiente di attrito C_f , lo spessore di dislocamento δ^* , ecc., definiscono le caratteristiche locali dello strato limite.

L'angolo di deflessione del flusso medio rispetto alla direzione del flusso è dato dall'angolo θ , come mostrato in figura 6.9.

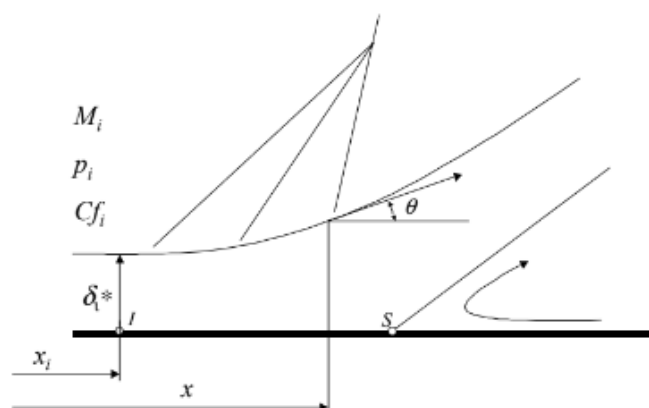


Figura 6.9: Interazione urto/strato limite: deflessione del flusso

Successivamente, Chapman propose due assunzioni relative al flusso nel dominio di interazione:

- La struttura del flusso segue una legge di similarità
- La deviazione del flusso inviscido esterno corrisponde precisamente all'effetto dello spostamento dello strato limite

$$\frac{d\delta^*}{dx} = \theta - \theta_i \quad (6.1)$$

Normalizzando l'ascissa con un'opportuna lunghezza caratteristica l dell'estensione del dominio, e lo spessore δ^* (displacement thickness) con il valore all'origine dell'interazione δ_i^* , si ottiene:

$$\theta - \theta_i = \frac{\delta_i^*}{l} \frac{d}{ds} \left(\frac{\delta^*}{\delta_i^*} \right) = \frac{\delta_i^*}{l} f_1(s) \quad (6.2)$$

Nell'(eq. 6.2) $s = \frac{x-x_i}{l}$ e $f_1(s)$ è una funzione adimensionale che caratterizza la deflessione della direzione del flusso esterno allo strato limite.

Integrando l'equazione del momento dello strato limite semplificato lungo la parete (l'equazione sopraccitata), dal punto $x = x_i$, e adimensionalizzando la stessa introducendo lo sforzo a parete $\tau_w = \frac{1}{2}\rho_i u_i^2 C_{fi}$ a $x = x_i$, si ottiene l'(eq. 6.3):

$$\frac{p - p_i}{q_i} = \frac{l}{\delta_i^*} C_{fi} \int_0^s \frac{\partial \left(\frac{\tau_w}{\tau_i} \right)}{\partial \left(\frac{y}{\delta_i^*} \right)} ds = \frac{l}{\delta_i^*} C_{fi} f_2(s) \quad (6.3)$$

Dove:

$$q_i = \frac{1}{2}\rho_i u_i^2 = \frac{1}{2}P_i \gamma M_i^2$$

e $f_2(s)$ è una funzione adimensionale che caratterizza l'aumento di pressione.

Moltiplicando l'(eq. 6.2) e l'(eq. 6.3), viene eliminato il termine $\frac{l}{\delta_i^*}$. Si giunge alla scrittura dell'(eq. 6.4):

$$F(s) = \sqrt{f_1(s) \cdot f_2(s)} = \sqrt{\frac{(p - p_i)}{q_i} \cdot \frac{\nu(M_i) - \nu(M)}{C_{fi}}} \quad (6.4)$$

Si ricorda che, secondo la legge di Prandtl-Mayer, $\theta - \theta_i = \nu(M_i) - \nu(M)$.

Chapman espresse la variazione $\nu(M_i) - \nu(M)$ come una funzione di $\frac{p-p_i}{q_i}$, linearizzata per piccoli cambi di pressione $p - p_i$, così da ottenere una relazione che possa prevedere opportunamente il punto di separazione (eq. 6.5).

$$F(s) = \frac{p - p_i}{q_i} \sqrt{\frac{M_i^2 - 1}{2C_{fi}}} \quad (6.5)$$

La funzione $F(s)$ è assunta come una formula universale indipendente dal numero di Mach e dal numero di Reynolds.

ErDOS e Pallone [42] definirono che la condizione effettiva di incipiente separazione era ottenuta per valori di pressione tali per cui $F = 6$. Questa condizione rappresenta il momento in cui la bolla di separazione ha raggiunto una dimensione tale da produrre un significativo cambiamento nel campo di moto.

La funzione $F(s)$ rappresenta un'equazione empirica attraverso cui, sostituendo opportunamente i dati ricavati durante le simulazioni, si può ricavare l'effettiva pressione per cui avviene la separazione del flusso e confrontare tale risultato con i dati sperimentali.

In figura 6.10 viene rappresentata, sotto forma di linea tratteggiata, la pressione di incipiente separazione trovata utilizzando il criterio empirico di ErDOS.

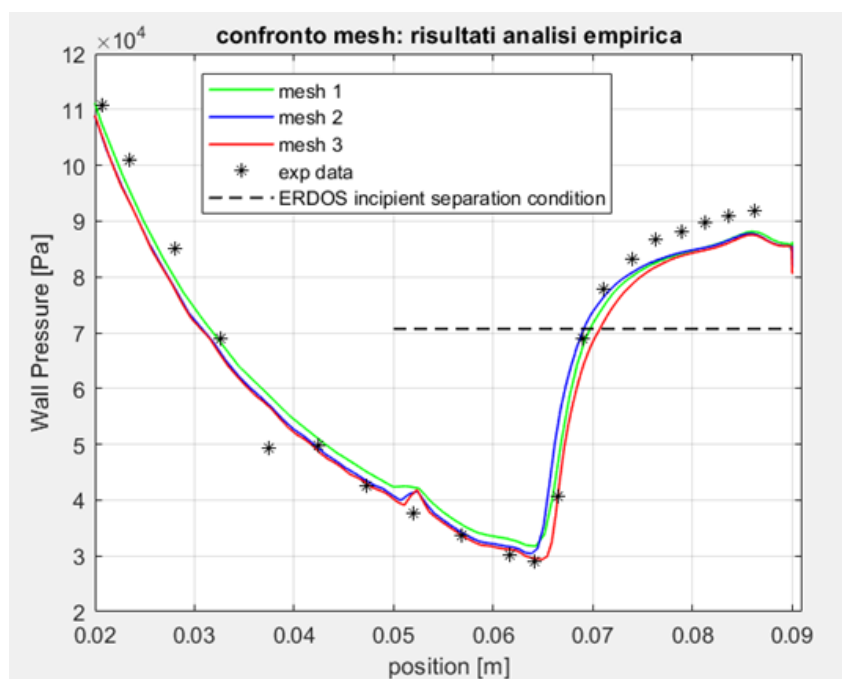


Figura 6.10: Confronto mesh: risultati simulazione-dati sperimentali-analisi empirica

Risultati finali Mesh Interna all'ugello

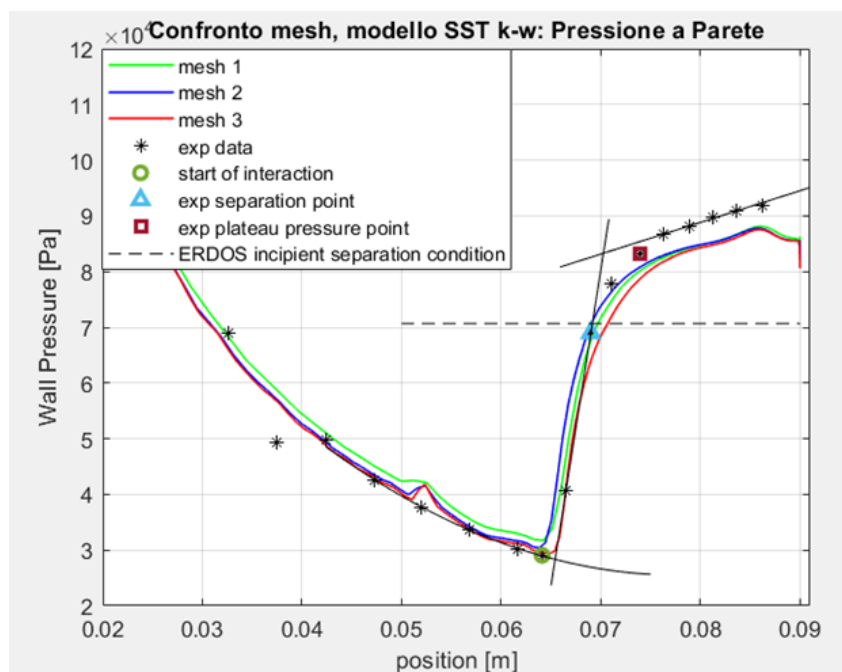


Figura 6.11: Confronto mesh: risultati simulazioni - analisi empirica - dati sperimentali - punti caratteristici

In figura 6.11 vengono riassunti i risultati ottenuti nei paragrafi precedenti. Guardando il grafico si può constatare che:

- La diversa risoluzione della griglia computazionale non produce differenze significative nella regione di uscita dell'ugello. Questo risultato può essere ricondotto al forte infittimento creato nella fase di realizzazione della mesh nei pressi della suddetta regione.
- Il punto di separazione sperimentale è pressoché coincidente con la condizione di incipiente separazione ottenuta attraverso l'analisi empirica di ERDOS.
- Le tre mesh riescono a rappresentare piuttosto fedelmente i risultati sperimentali; tuttavia, si vede chiaramente come la Mesh 2 (180 x 80) si sovrapponga quasi perfettamente al punto di separazione sperimentale (punto di notevole interesse nell'analisi che si sta conducendo) ed è di conseguenza in accordo con i risultati empirici.

Alla luce dei risultati si può concludere che per future simulazioni verrà implementata la Mesh 2, contraddistinta da una risoluzione 180 x 80. In questo modo si potranno ottenere dati sufficientemente precisi e fedeli alla realtà mantenendo un moderato costo computazionale.

6.2.3 Conclusioni e scelta della mesh

Riassumendo le considerazioni finali dei paragrafi 6.2.1. e 6.2.2., si può definire la mesh del dominio di calcolo come segue:

- Mesh interna all'ugello: 180 x 80;
- Mesh campo esterno: 220 x 80.

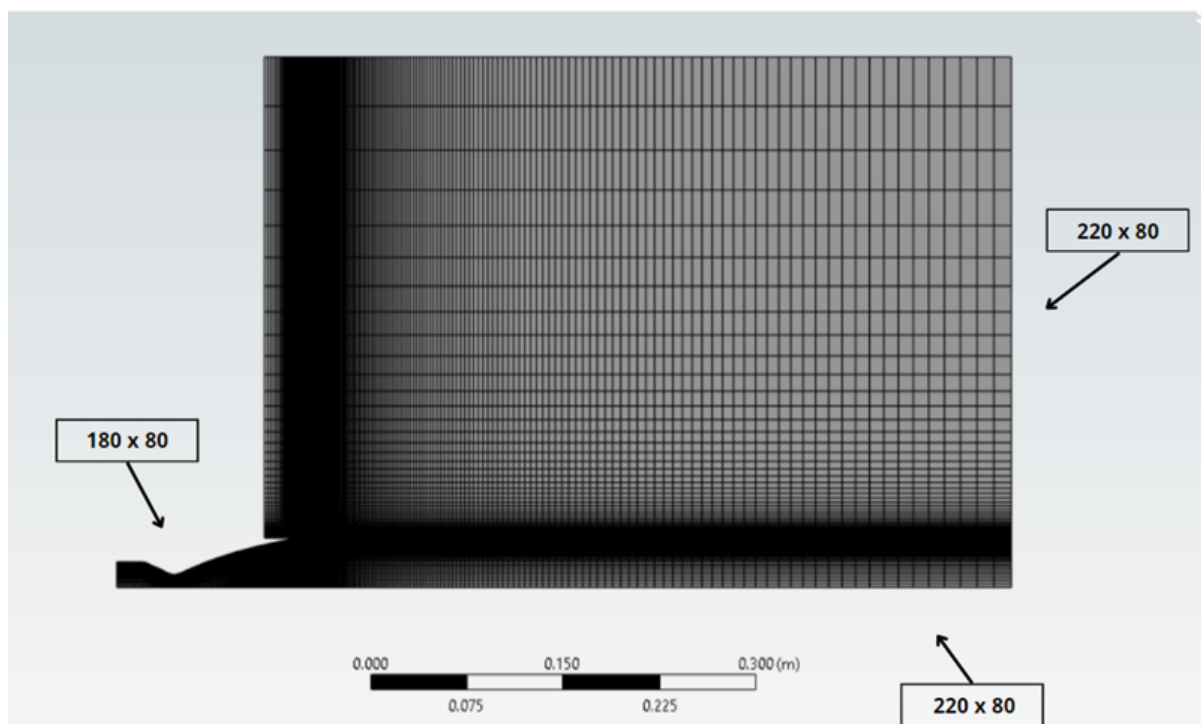


Figura 6.12: Mesh dominio di calcolo

6.3 Confronto modelli di turbolenza

In questa sezione viene proposto il confronto tra vari modelli di turbolenza al fine di andare a scegliere il modello che più fedelmente rappresenta i dati sperimentali di Stark e Hagemann [40].

Lo studio è stato svolto a mesh fissata e a parità di condizioni al contorno.

Sono stati implementati i seguenti modelli:

- SST $k-\omega$;
- SST $k-\omega$, con effetto della compressibilità;
- Standard $k-\epsilon$;
- Standard $k-\epsilon$, con effetto della compressibilità;

- Spalart Allmaras.

Nelle figure 6.13 e 6.14 vengono mostrati rispettivamente i risultati relativi alla separazione del flusso e alla posizione del disco di Mach.

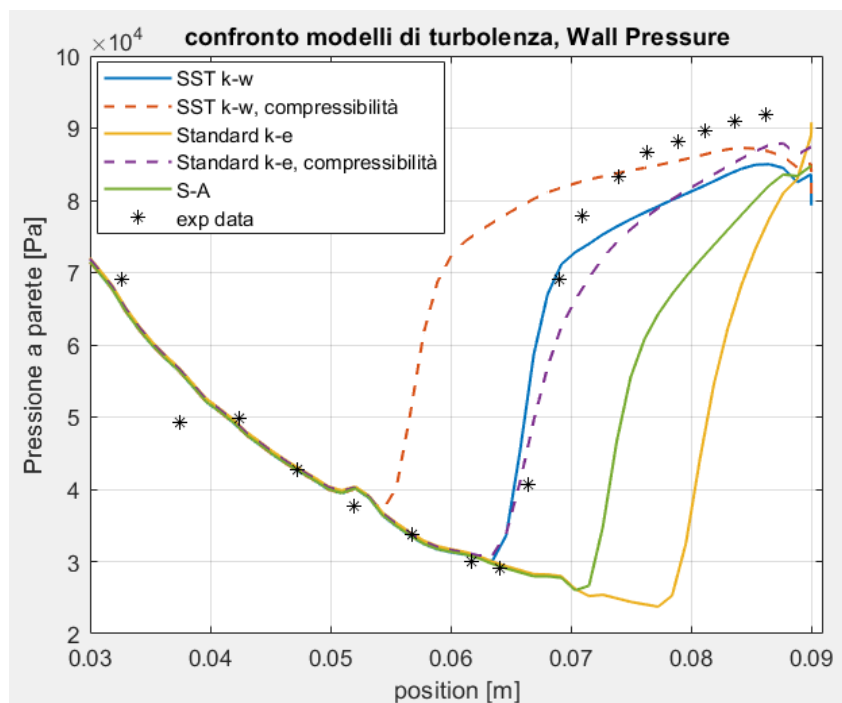


Figura 6.13: Confronto modelli di turbolenza: punto di separazione del flusso

Dal grafico in figura 6.13 si può dedurre che:

- I metodi Spalart Allmaras e Standard $k - \epsilon$ prevedono un punto di separazione a monte della separazione sperimentale.
- Il metodo SST $k - \omega$ con effetto della compressibilità prevede un punto di separazione a monte rispetto a quello sperimentale.
- I metodi Standard $k - \epsilon$ con effetto della compressibilità e SST $k - \omega$ sono fedeli ai dati sperimentali, con un discostamento minore del metodo SST $k - \omega$.

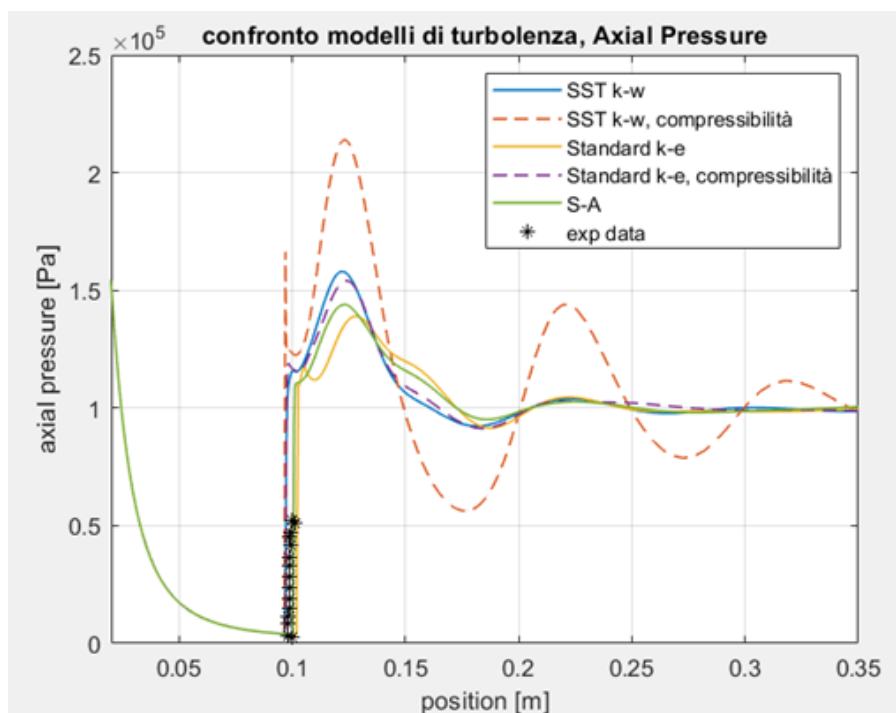


Figura 6.14: Confronto modelli di turbolenza: posizione del disco di Mach

Dal grafico in figura 6.14 si può dedurre che:

- Tutti i modelli di turbolenza implementati identificano precisamente la posizione del disco di Mach.
- I modelli SST $k - \omega$ con effetto della compressibilità e SST $k - \omega$ identificano fluttuazioni di pressione assiale maggiori nella regione a monte del disco di Mach.

Conclusioni

Sommando le considerazioni relative allo studio sul punto di separazione e sulla posizione del disco di Mach si può concludere che:

- Il modello migliore per lo studio del problema fluidodinamico preso in esame risulta essere il modello SST $k - k - \omega$, il quale verrà utilizzato per future simulazioni.

6.3.1 Visualizzazione grafica dei risultati ottenuti

Alcuni dei campi di moto successivamente riportati, saranno visualizzati sia in scala colori, con il blu e rosso che identificano rispettivamente il limite inferiore e superiore del campo, sia utilizzando una scala di grigi.

Nel post-processing di simulazioni fluidodinamiche, viene spesso effettuata la scelta di andare a rappresentare alcuni campi di moto attraverso una scala di grigi così da poter richiamare la tecnica Schlieren ampiamente adoperata in test sperimentali. La tecnica Schlieren è un metodo ottico utilizzato per visualizzare differenze nella densità di un

fluido, come l'aria o l'acqua. Si basa sulla deviazione della luce quando attraversa mezzi con variazioni dell'indice di rifrazione, che si verifica quando ci sono cambiamenti di densità o temperatura nel fluido.

Può essere, inoltre, utilizzata per visualizzare indirettamente i gradienti di pressione in un campo fluido. Sebbene la tecnica non rilevi direttamente la pressione, è sensibile alle variazioni di densità nel fluido, che a loro volta sono spesso correlate a cambiamenti di pressione, specialmente in regimi di flusso comprimibile.

Vengono ora riportate, per ciascun modello di turbolenza analizzato, le immagini relative a:

- **Campo di Mach.** Permette di visualizzare nitidamente il disco di Mach, la separazione dello strato limite e la nascita del punto triplo. Il passaggio da un valore di numero di Mach elevato a un valore minore attraverso una regione ristretta del campo denota la presenza di un'onda d'urto.
- **Campo di viscosità turbolenta.** Permette di visualizzare gli effetti della turbolenza sulla distribuzione della quantità di moto. Nelle zone ad alta viscosità turbolenta il flusso presenta forti fluttuazioni turbolente. Si vede chiaramente questo effetto a monte della separazione del flusso e a monte del disco di Mach, in cui potrebbe essere presente una zona di ricircolo. Inoltre, la scia presenta un valore di viscosità turbolenta elevato dovuto alla decomposizione dei vortici di dimensioni progressivamente minori.
- **Campo del gradiente di pressione.** Permette ancora una volta di visualizzare chiaramente la presenza del disco di Mach, dell'urto obliquo e dell'urto riflesso, così da identificare il punto triplo. Il gradiente di pressione risulta molto elevato passando attraverso discontinuità del campo, quali gli urti. È possibile inoltre osservare le zone di ricircolo a valle del flusso e la decomposizione dei vortici di dimensioni maggiori in vortici più piccoli all'interno della scia. La visualizzazione attraverso una scala di grigi permette di intravedere le piccole perturbazioni del campo di moto.
- **Campo del gradiente di densità.** In analogia con il campo del gradiente di pressione, permette di visualizzare la presenza del disco di Mach, dell'urto obliquo e dell'urto riflesso, così da identificare il punto triplo. Inoltre, si può notare come si vada a creare un forte gradiente di pressione all'interno dello strato limite. La presenza di tale gradiente può essere giustificata dal fatto che, nel tratto divergente dell'ugello, il flusso diventa supersonico e, di conseguenza, non possono essere applicate le ipotesi di incomprimibilità (generalmente si suppone che per $M < 0.3$ il flusso possa essere considerato incomprimibile).

6.3.2 SST $k - \omega$

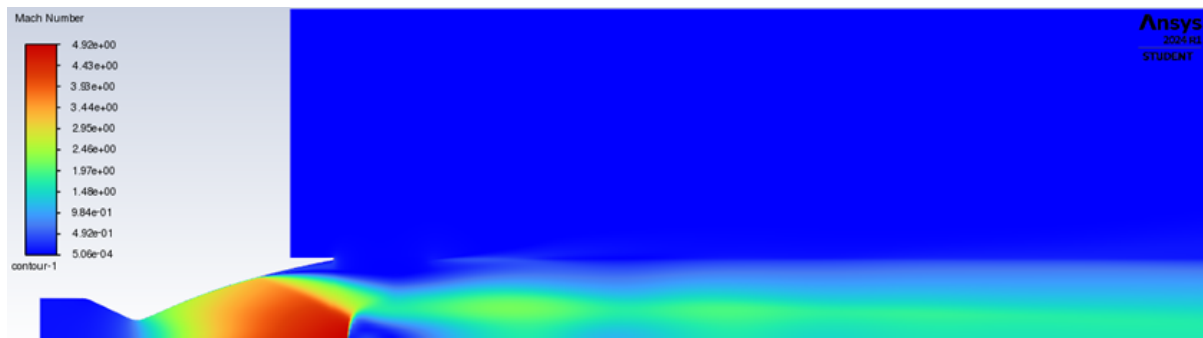


Figura 6.15: SST $k - \omega$: campo di Mach

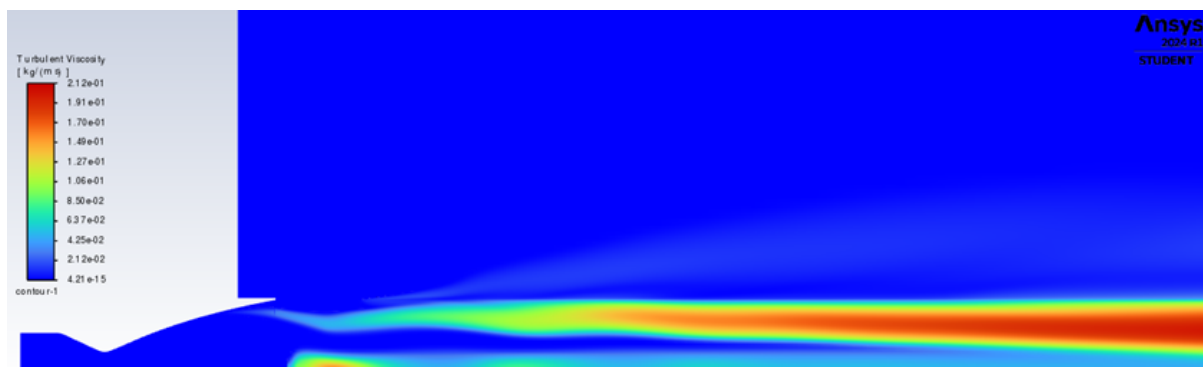


Figura 6.16: SST $k - \omega$: campo di viscosità turbolenta

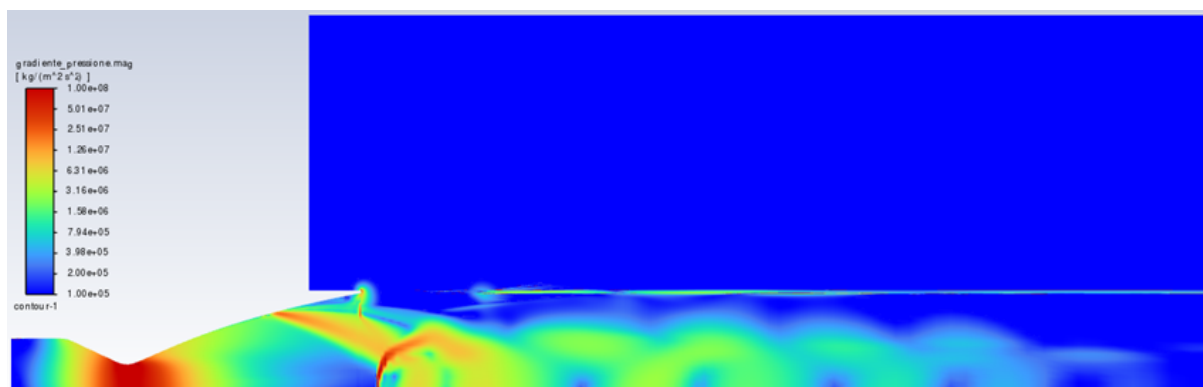


Figura 6.17: SST $k - \omega$: campo del gradiente di pressione



Figura 6.18: SST $k - \omega$: campo del gradiente di pressione, scala di grigi



Figura 6.19: SST $k - \omega$: campo del gradiente di densità



Figura 6.20: SST $k - \omega$: campo del gradiente di densità, scala di grigi

6.3.3 SST $k - \omega$, con effetto della compressibilità

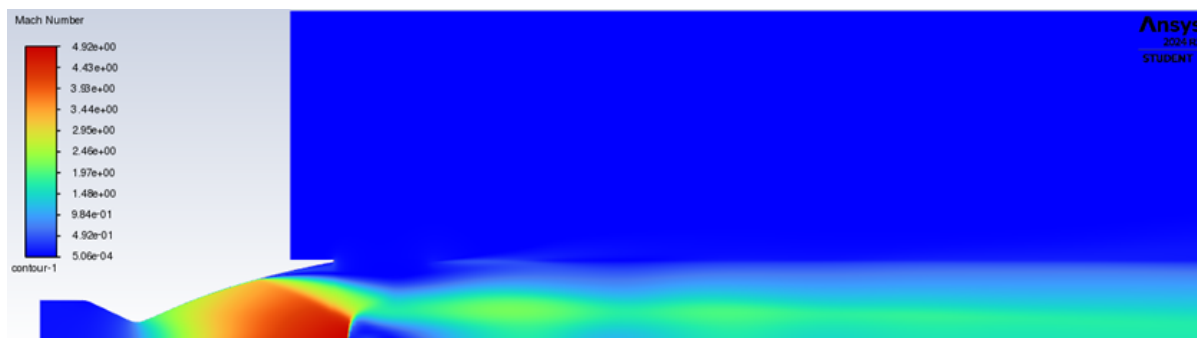


Figura 6.21: SST $k - \omega$, effetto compressibilità: campo di Mach

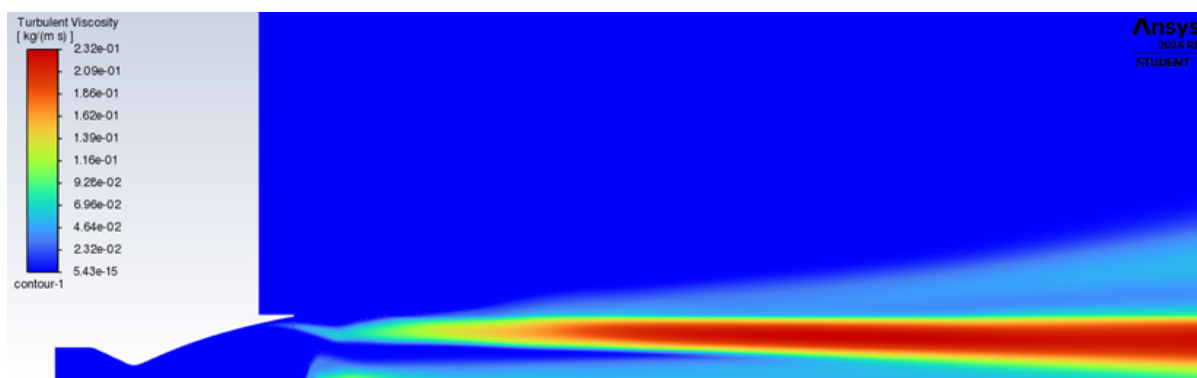


Figura 6.22: SST $k - \omega$, effetto compressibilità: campo di viscosità turbolenta

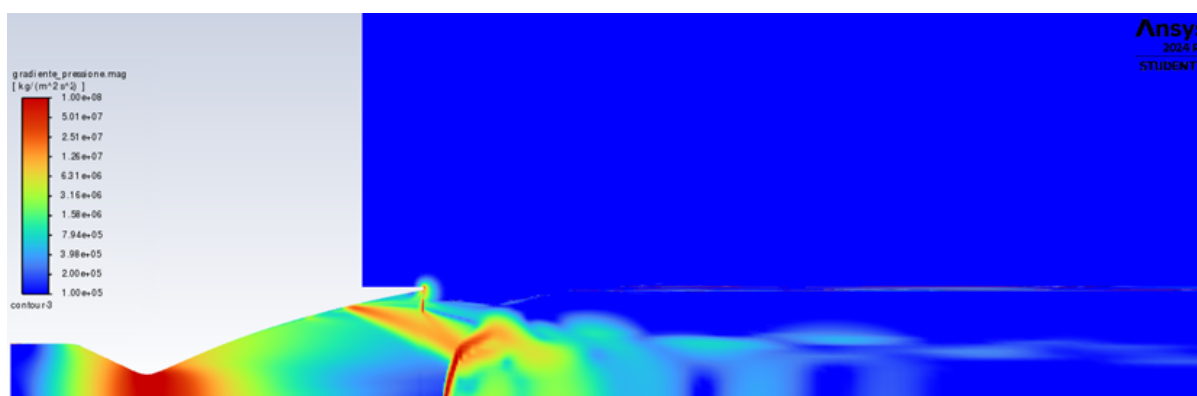


Figura 6.23: SST $k - \omega$, effetto compressibilità: campo del gradiente di pressione

6.3.3 SST $k - \omega$, con effetto della compressibilità



Figura 6.24: SST $k - \omega$, effetto compressibilità: campo del gradiente di pressione, scala di grigi

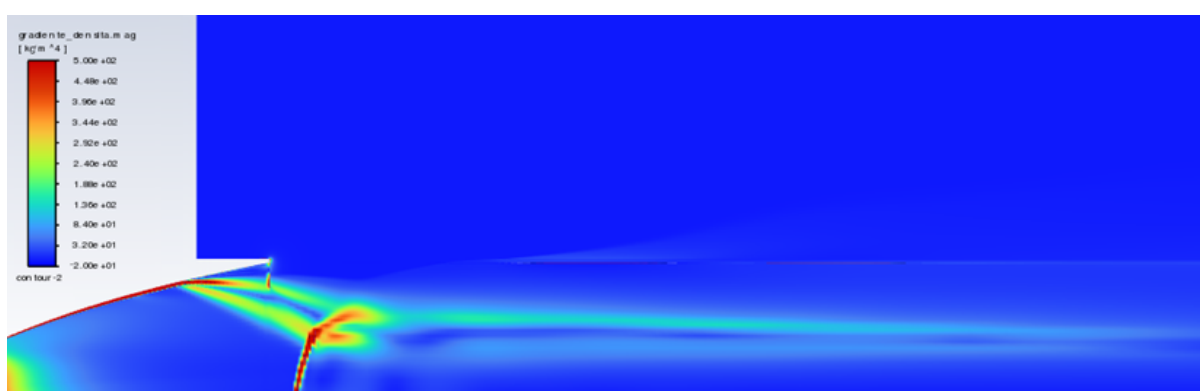


Figura 6.25: SST $k - \omega$, effetto compressibilità: campo del gradiente di densità



Figura 6.26: SST $k - \omega$, effetto compressibilità: campo del gradiente di densità, scala di grigi

6.3.4 Standard $k - \epsilon$

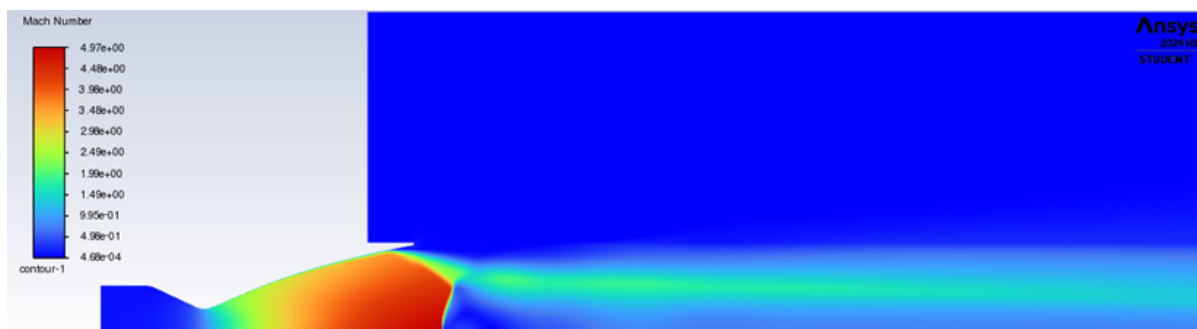


Figura 6.27: Standard $k - \epsilon$: campo di Mach

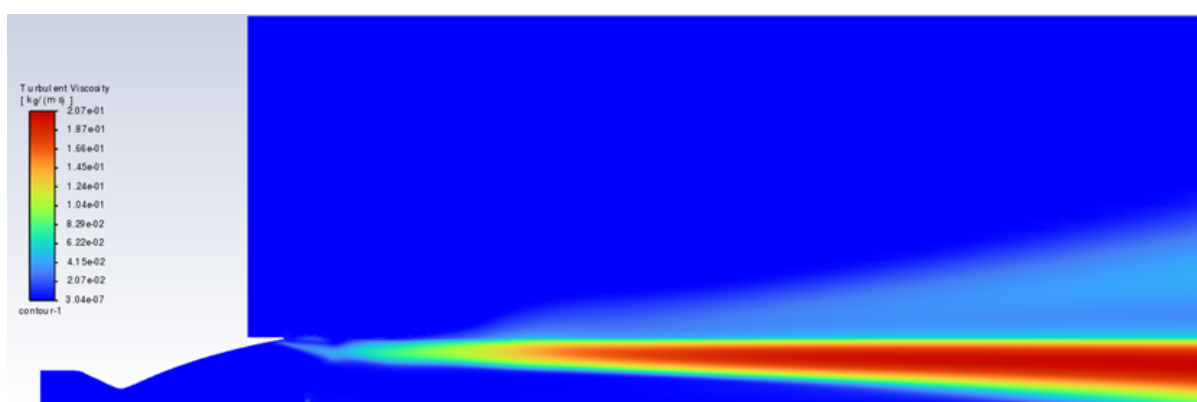


Figura 6.28: Standard $k - \epsilon$: campo di viscosità turbolenta

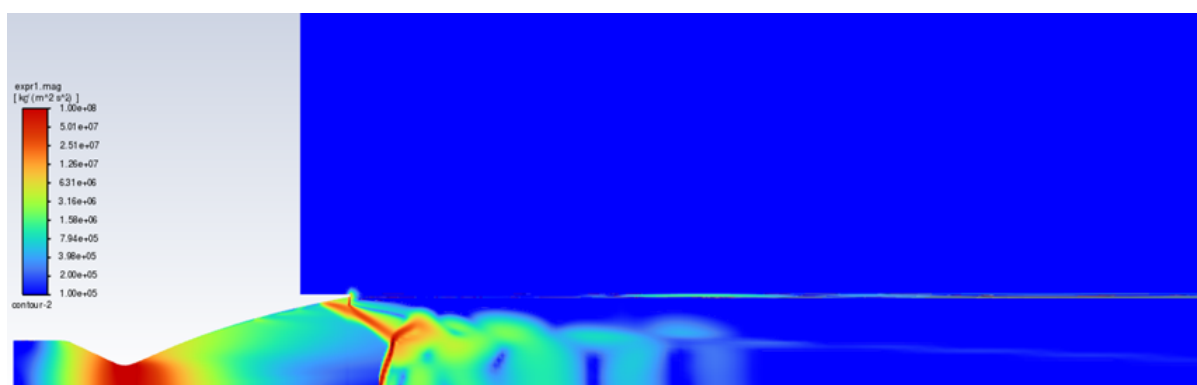


Figura 6.29: Standard $k - \epsilon$: campo del gradiente di pressione



Figura 6.30: Standard $k - \epsilon$: campo del gradiente di pressione, scala di grigi



Figura 6.31: Standard $k - \epsilon$: campo del gradiente di densità



Figura 6.32: Standard $k - \epsilon$: campo del gradiente di densità, scala di grigi

6.3.5 Standard $k - \epsilon$, con effetto della compressibilità

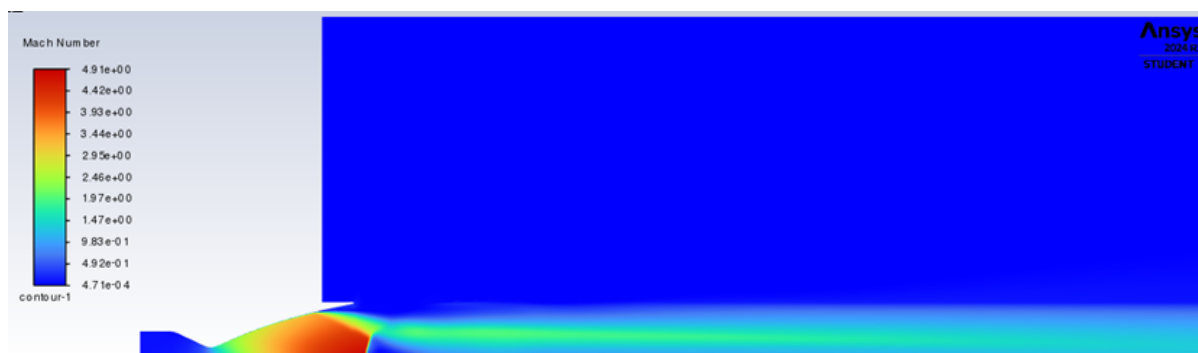


Figura 6.33: Standard $k - \epsilon$, effetto compressibilità: campo di Mach

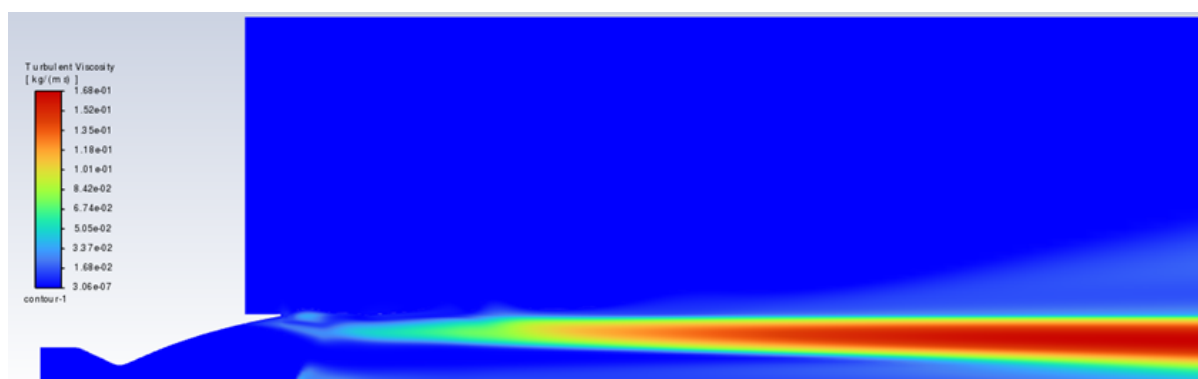


Figura 6.34: Standard $k - \epsilon$, effetto compressibilità: campo di viscosità turbolenta

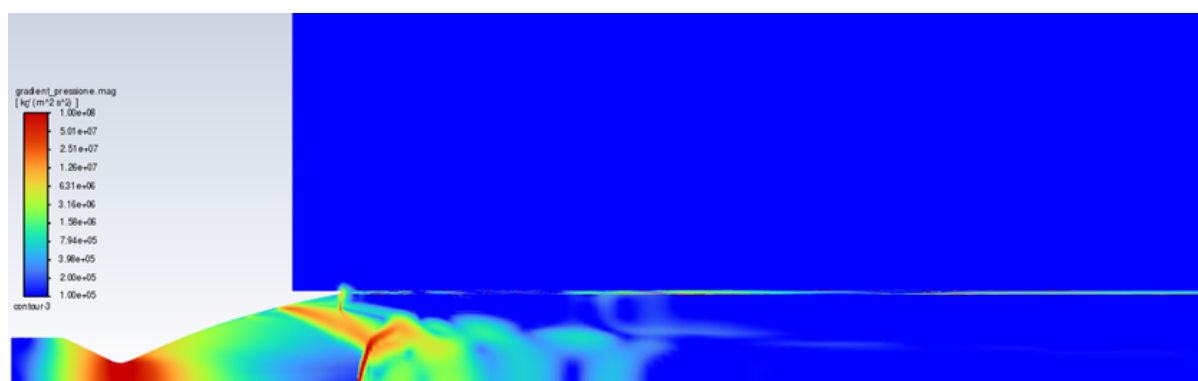


Figura 6.35: Standard $k - \epsilon$, effetto compressibilità: campo del gradiente di pressione



Figura 6.36: Standard $k - \epsilon$, effetto compressibilità: campo del gradiente di pressione, scala di grigi



Figura 6.37: Standard $k - \epsilon$, effetto compressibilità: campo del gradiente di densità

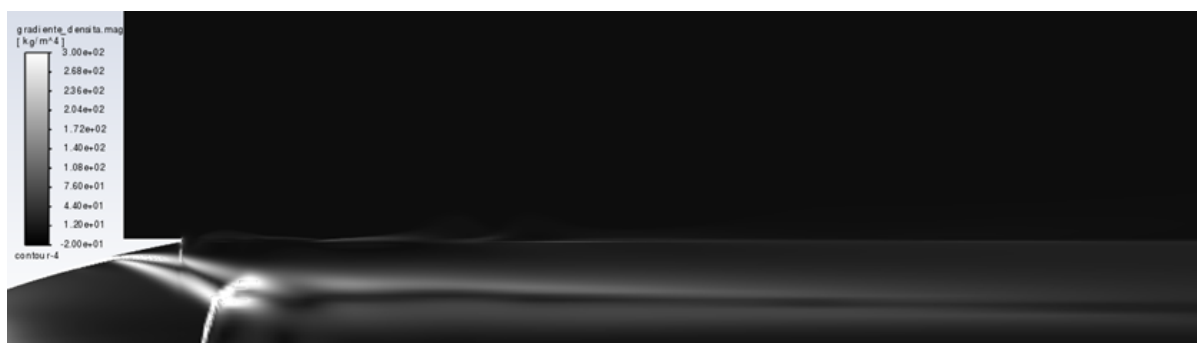


Figura 6.38: Standard $k - \epsilon$, effetto compressibilità: campo del gradiente di densità, scala di grigi

6.3.6 Spalart-Allamaras

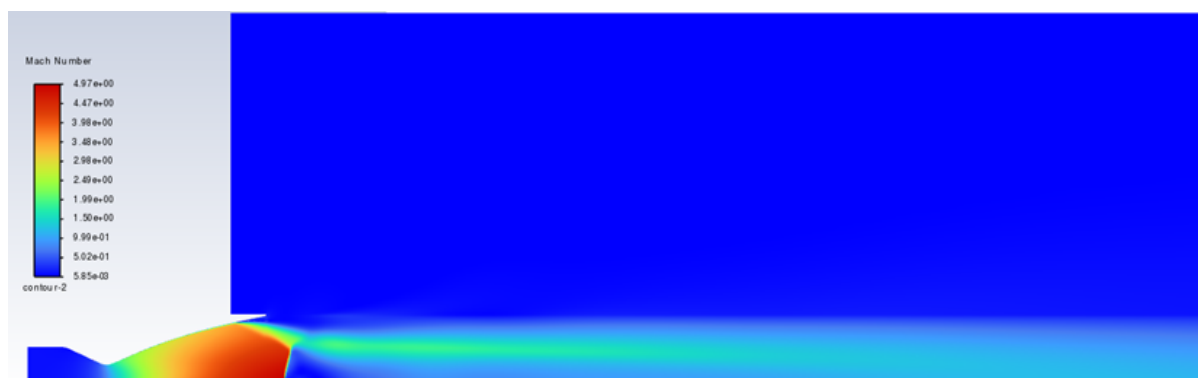


Figura 6.39: Spalart-Allamaras: campo di Mach

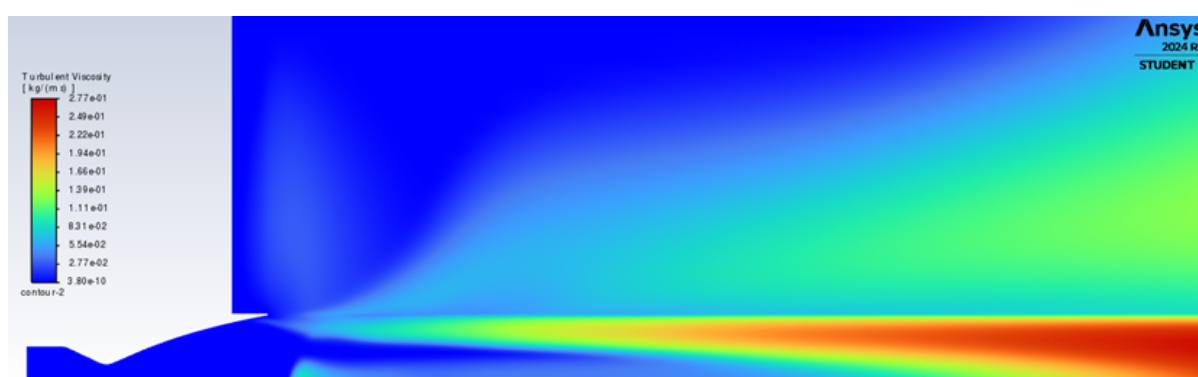


Figura 6.40: Spalart-Allamaras: campo di viscosità turbolenta

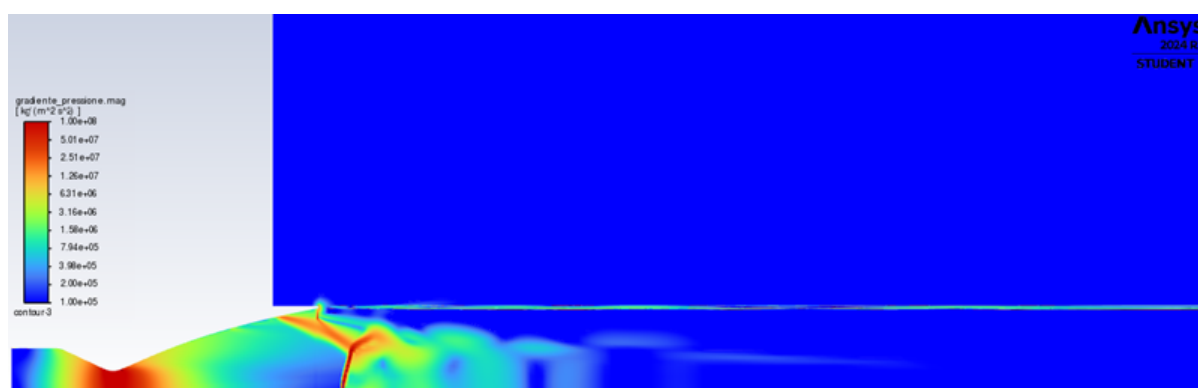


Figura 6.41: Spalart-Allamaras: campo del gradiente di pressione



Figura 6.42: Spalart-Allamaras: campo del gradiente di pressione, scala di grigi



Figura 6.43: Spalart-Allamaras: campo del gradiente di densità



Figura 6.44: Spalart-Allamaras: campo del gradiente di densità, scala di grigi

6.4 Risultati punti di separazione

In questa sezione si mostrano i risultati dei test svolti a differenti valori di NPR (fissato modello di turbolenza SST $k - \omega$).

Si procede allo studio dello spostamento del punto di separazione per i seguenti casi test:

- NPR = 15;
- NPR = 20;
- NPR = 25;
- NPR = 30;
- NPR = 35;
- NPR = 40;
- NPR = 45.

Vengono proposte le visualizzazioni del campo di Mach così da poter apprezzare visivamente lo spostamento del punto di separazione.

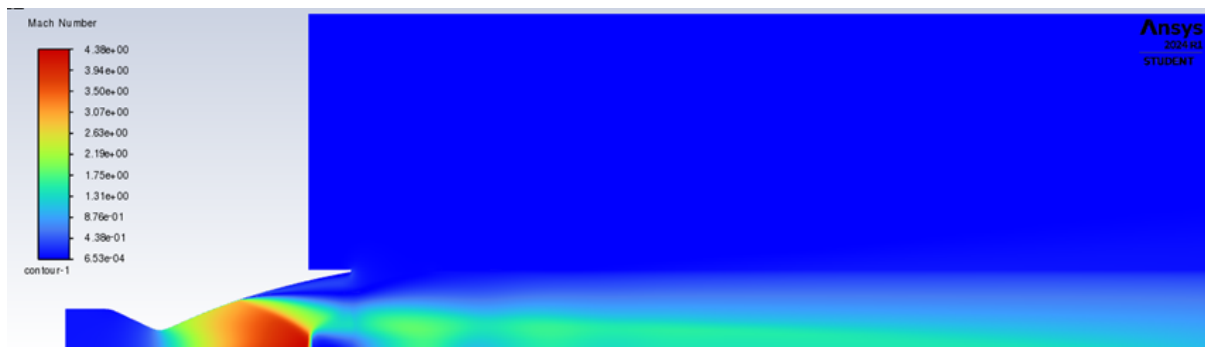


Figura 6.45: NPR=15

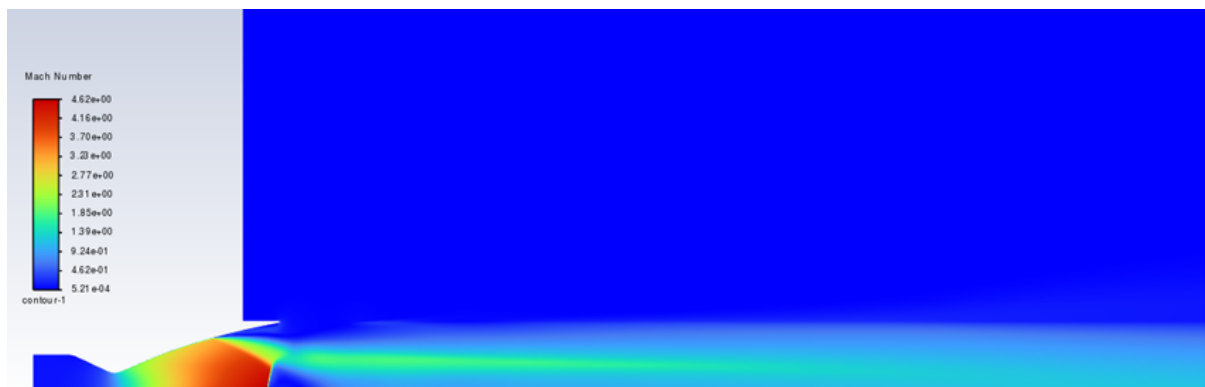


Figura 6.46: NPR=20

6.4 Risultati punti di separazione

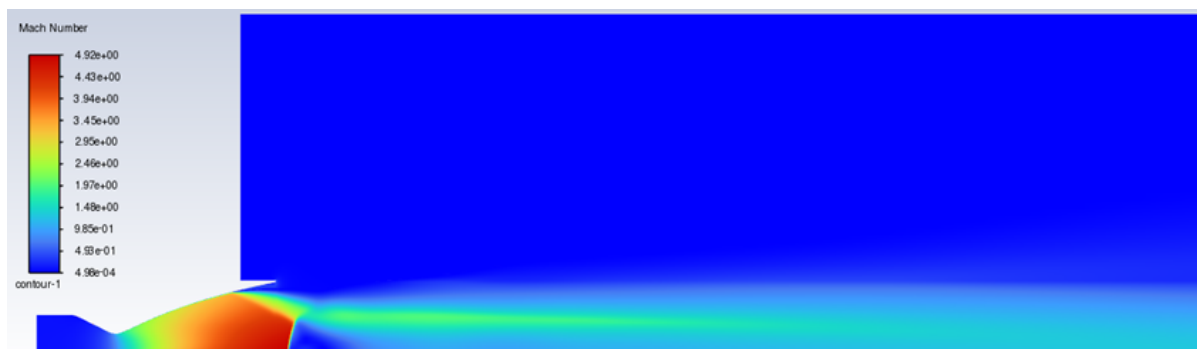


Figura 6.47: NPR=25

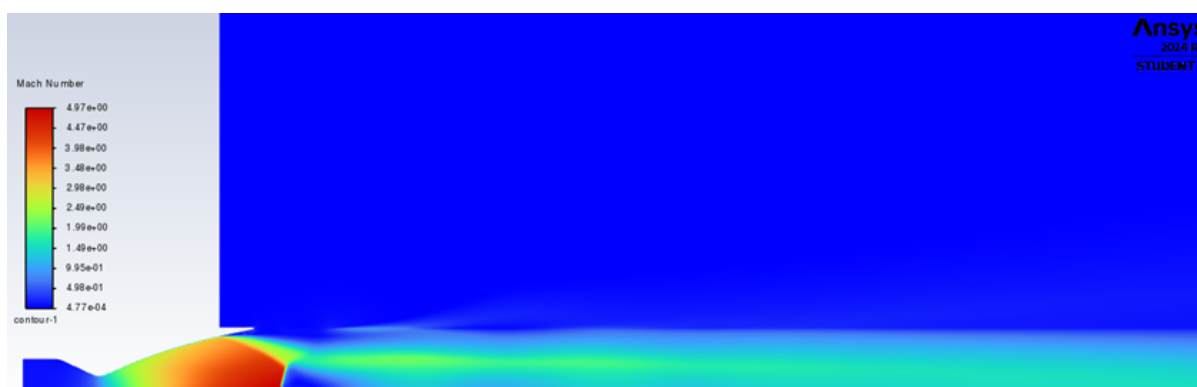


Figura 6.48: NPR=30

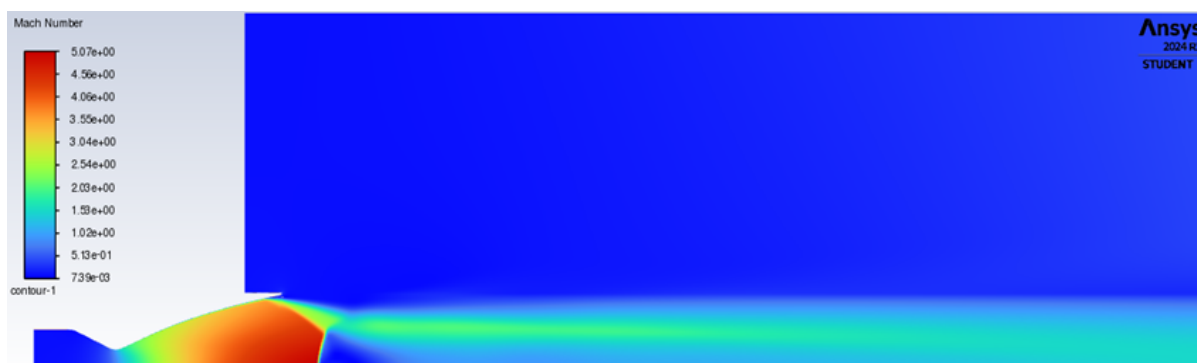


Figura 6.49: NPR=35

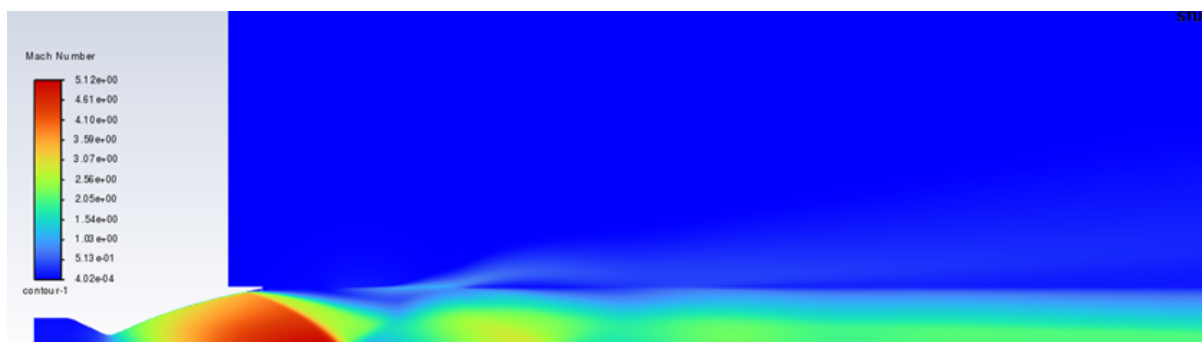


Figura 6.50: NPR=40

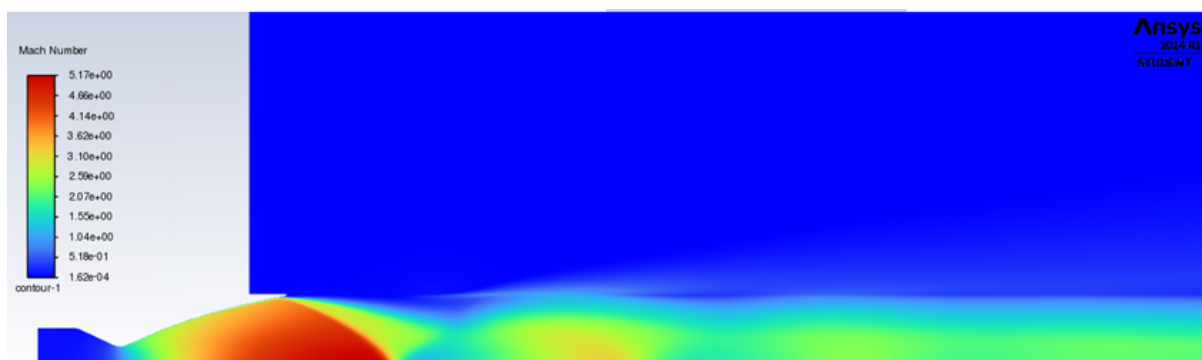


Figura 6.51: NPR=45

In figura 6.52 viene riportato un grafico in cui si mostra lo spostamento del punto di separazione per i diversi casi test affrontati, andando a valutare qualitativamente quanto osservato nelle figure precedenti.

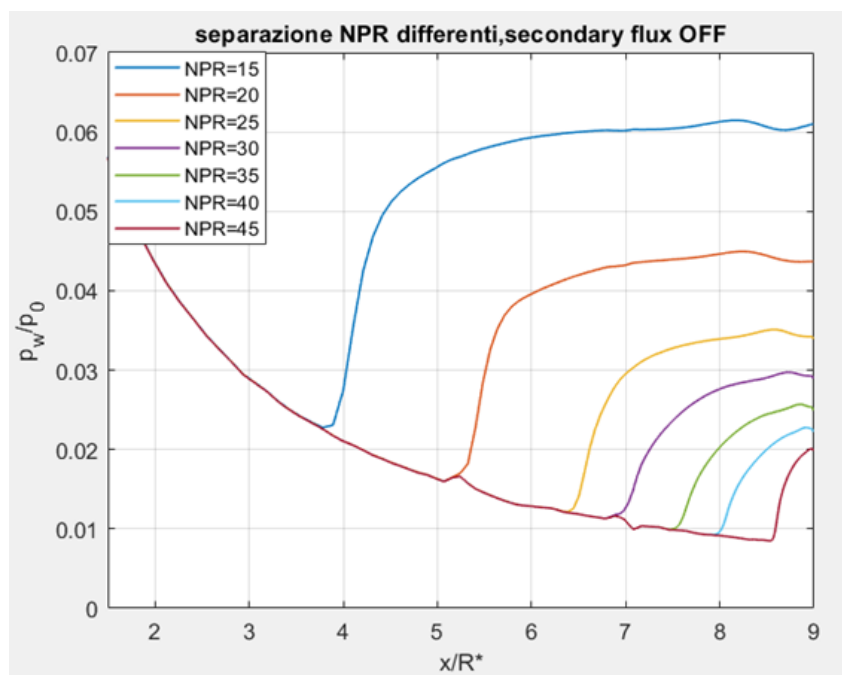


Figura 6.52: Posizione del punto di separazione la variare dell'NPR

Si può vedere come, all'aumentare del NPR, il punto di separazione si sposta verso l'uscita dell'ugello. Il grafico in figura 6.52 si trova in accordo con i risultati sperimentali riscontrati da Ostlund per l'ugello Volvo S6 (figura 6.53)[43].

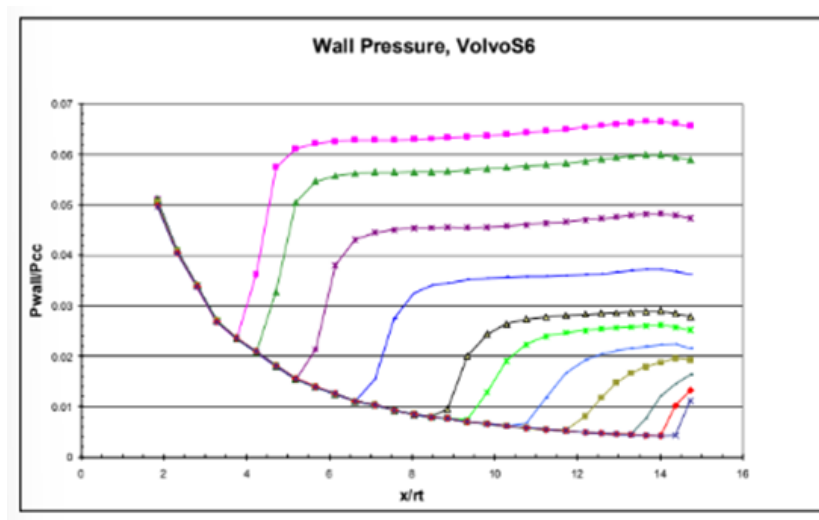


Figura 6.53: Posizione del punto di separazione la variare dell'NPR, ugello VOLVO S6

Viene infine riportato l'andamento della pressione assiale (figura 6.54) e della velocità assiale (figura 6.55) per i vari casi studio. In questo modo si può constatare come il picco di pressione che si verifica nei pressi del disco di mach, si sposti sempre più a valle dell'ugello all'aumentare del NPR.

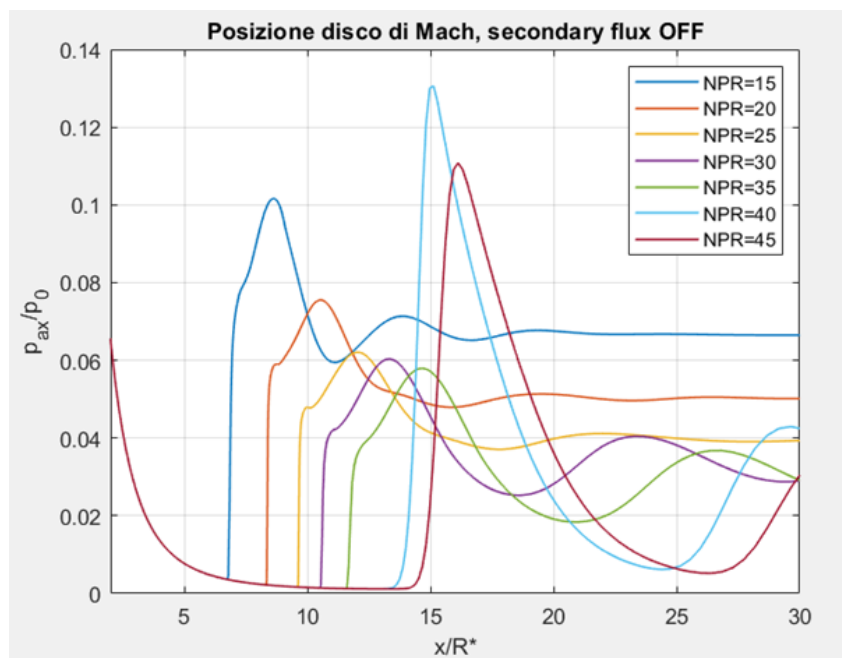


Figura 6.54: Posizione del disco di Mach al variare dell'NPR: pressione assiale

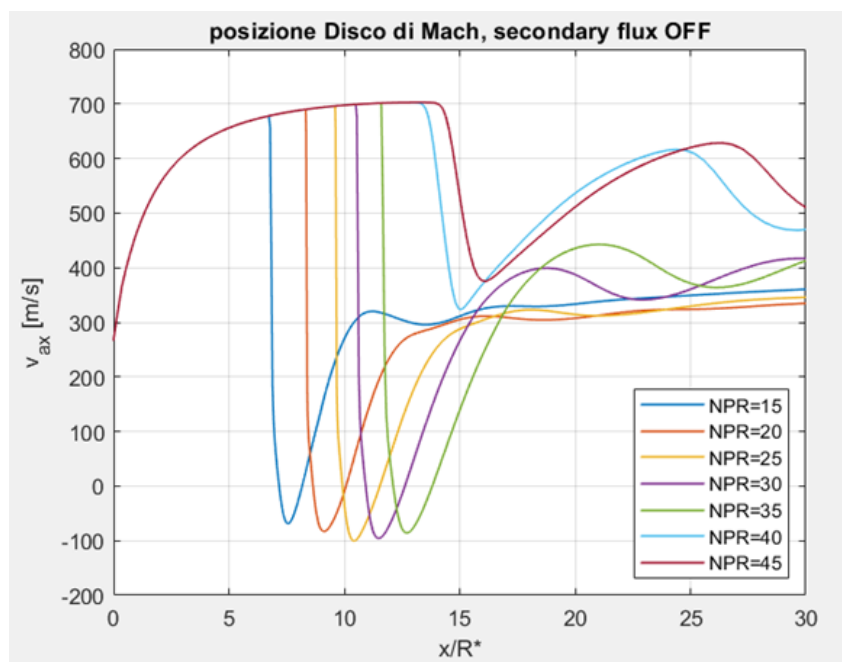


Figura 6.55: Posizione del disco di Mach al variare dell'NPR: velocità assiale

Capitolo 7

Inserimento getto secondario

Nel presente lavoro di tesi si è deciso di modificare la geometria del sistema, inserendo una portata minore da un canale secondario. L'obiettivo è di analizzare il comportamento del flusso principale modificato dall'iniezione secondaria, così da poter valutare quest'ultima come una tecnica di controllo della separazione del flusso.

In particolare, di seguito vengono mostrati i risultati ottenuti dall'implementazione di due diversi modelli di flusso secondario.

7.1 Geometria e mesh del modello completo

La geometria dell'ugello prevede l'aggiunta di un getto secondario con direzione assiale, posizionato in prossimità del bordo d'uscita dell'ugello stesso. Le dimensioni e la posizione radiale dell'iniezione secondaria sono:

- Diametro = 0.1 volte il raggio di gola dell'ugello principale = 1 mm;
- Distanza dell'asse dell'ugello secondario dall'asse dell'ugello principale = 37.94 mm.

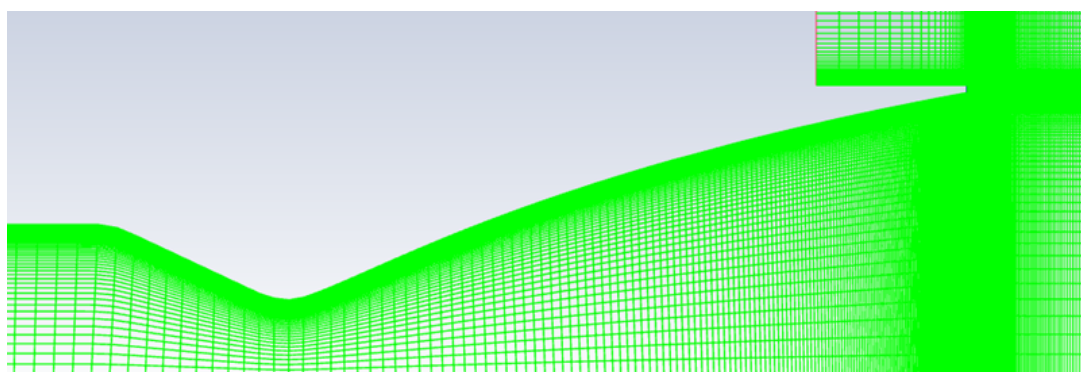


Figura 7.1: Mesh con ugello secondario

Affinché si abbia una migliore distribuzione delle celle in corrispondenza dell'intersezione tra il flusso principale e quello secondario, si è generato un infittimento nella zona prossima

all'uscita dell'ugello secondario (figura 7.2). Le risoluzioni della mesh dell'intero dominio sono quelle scelte al capitolo precedente.

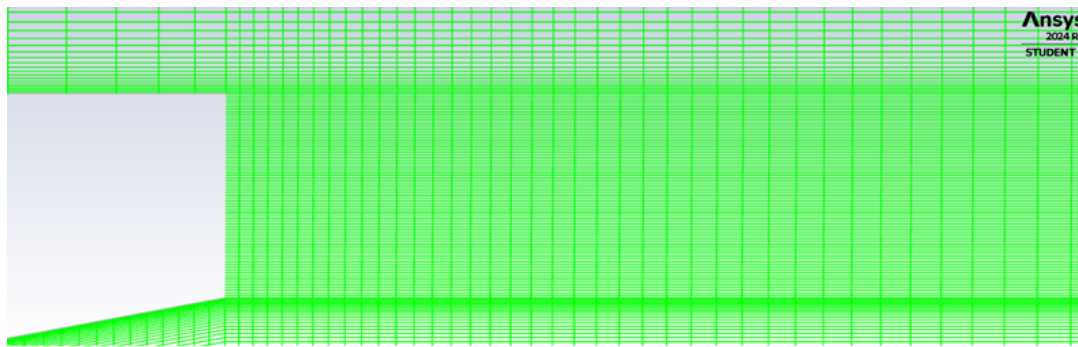


Figura 7.2: Particolare mesh: uscita ugello secondario

7.2 Primo modello di flusso secondario

In questa sezione verranno mostrati i risultati ottenuti con l'inserimento del getto secondario. In particolare, sono state svolte diverse prove con rapporti di pressione tra pressione totale del getto secondario e pressione ambiente differenti. Questi rapporti vengono definiti come:

$$NPR_2 = \frac{p_2^o}{p_a} \quad (7.1)$$

Ipotesi modello di simulazione

Si suppone che l'ugello secondario abbia iniezione sonora, in questo modo possono essere impostate le seguenti condizioni al contorno:

- Pressione ambiente $p_a = 99010$ Pa (si tratta del valore ottenuto dal caso studio di Stark e Hagemann [40], che verrà utilizzato come valore principale per lo studio del getto secondario);
- Pressione totale getto secondario $p_2^o = NPR_2 \cdot p_a$; questo parametro viene fatto variare di simulazione in simulazione per studiare le conseguenze che si hanno sulla separazione;
- Pressione statica getto secondario

$$\frac{p_{i2}}{p_2^o} = \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 0.528$$

- $T_{i2} = 283$ K.

L'ipotesi che l'uscita dell'ugello secondario sia sonica non tiene conto del regime in cui si trova il flusso secondario stesso. In particolare, nel corso delle simulazioni, l'aumento sperimentale del NPR_2 porta a una variazione della condizione di uscita del flusso:

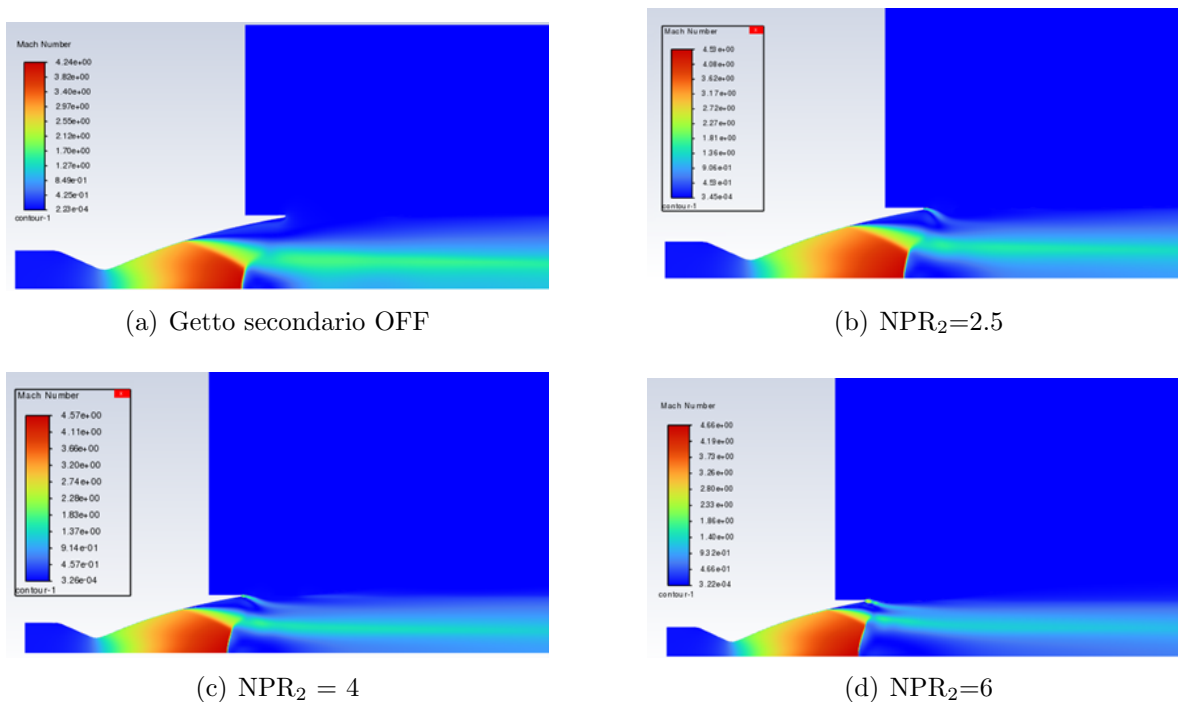
- per NPR_2 bassi (si sta facendo riferimento al caso $\text{NPR}_2 = 1.5$) il flusso risulterà sovraespanso;
- per NPR_2 alti (si sta facendo riferimento al caso $\text{NPR}_2 > 1.5$) il flusso risulterà sottoespanso.

Di seguito verranno mostrati i risultati ottenuti al variare del NPR_2 , una volta fissato il valore del NPR del flusso principale. In particolare, viene riportato:

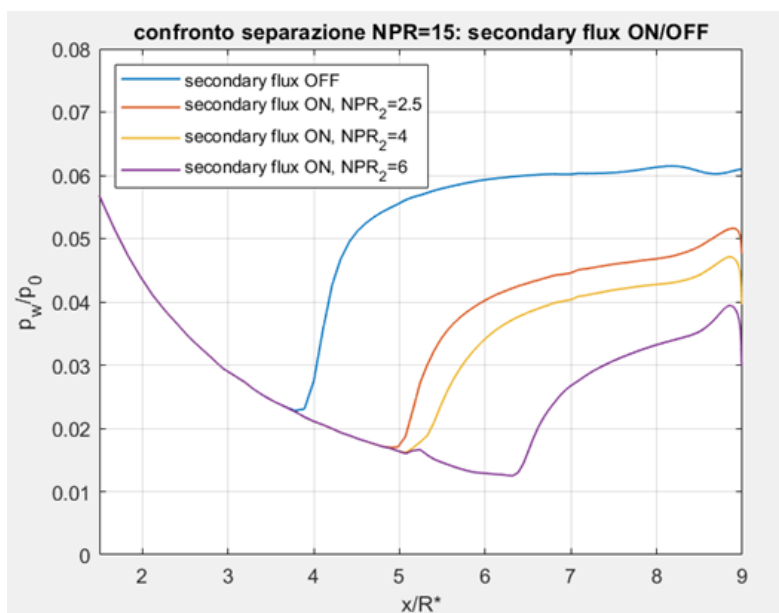
- la rappresentazione grafica del campo di Mach per le diverse simulazioni effettuate, così da poter rilevare visivamente lo spostamento del punto di separazione e del disco di Mach da un punto di vista qualitativo;
- Spostamento del punto di separazione al variare dell'iniezione secondaria (grafico in cui viene riportato l'andamento della pressione a parete);
- Spostamento del disco di Mach al variare dell'iniezione secondaria (grafici in cui viene riportato l'andamento della pressione assiale e della velocità assiale);
- Per il caso test $\text{NPR} = 25$, è stato inoltre riportato uno studio relativo alle perdite per disuniformità del flusso, con le relative perdite di pressione, al variare del NPR_2 .

7.2.1 NPR=15

Campo di Mach

Figura 7.3: NPR=15: Campo di Mach al variare di NPR_2

Spostamento del punto di separazione al variare dell'iniezione secondaria. Nel seguente grafico viene riportato l'andamento della pressione parete in funzione della coordinata assiale adimensionalizzata x/R^* .

Figura 7.4: NPR=15. Posizione del punto di separazione al variare di NPR_2

Spostamento del disco di Mach al variare dell'iniezione secondaria.

Nei seguenti grafici viene riportato l'andamento della pressione assiale (figura 7.5) e l'andamento della velocità assiale (figura 7.6) in funzione della coordinata assiale adimensionalizzata x/R^* .

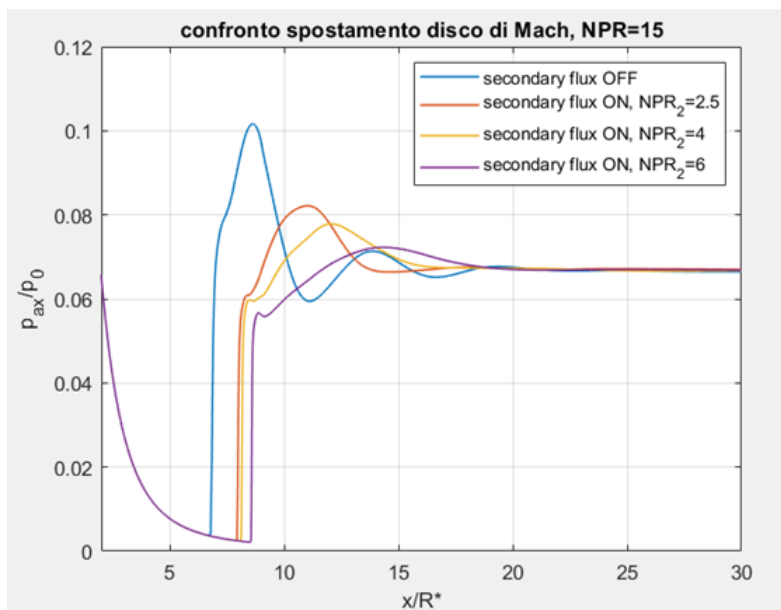


Figura 7.5: NPR=15. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (pressione assiale)

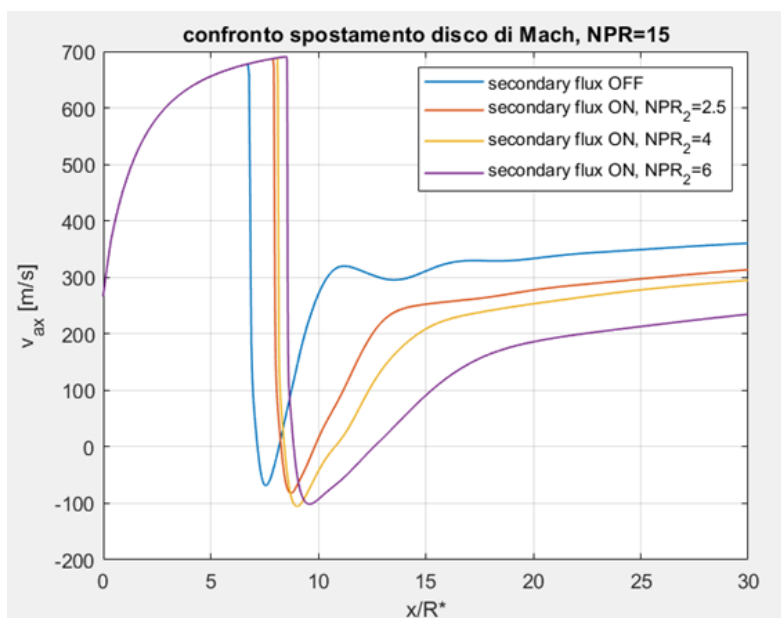
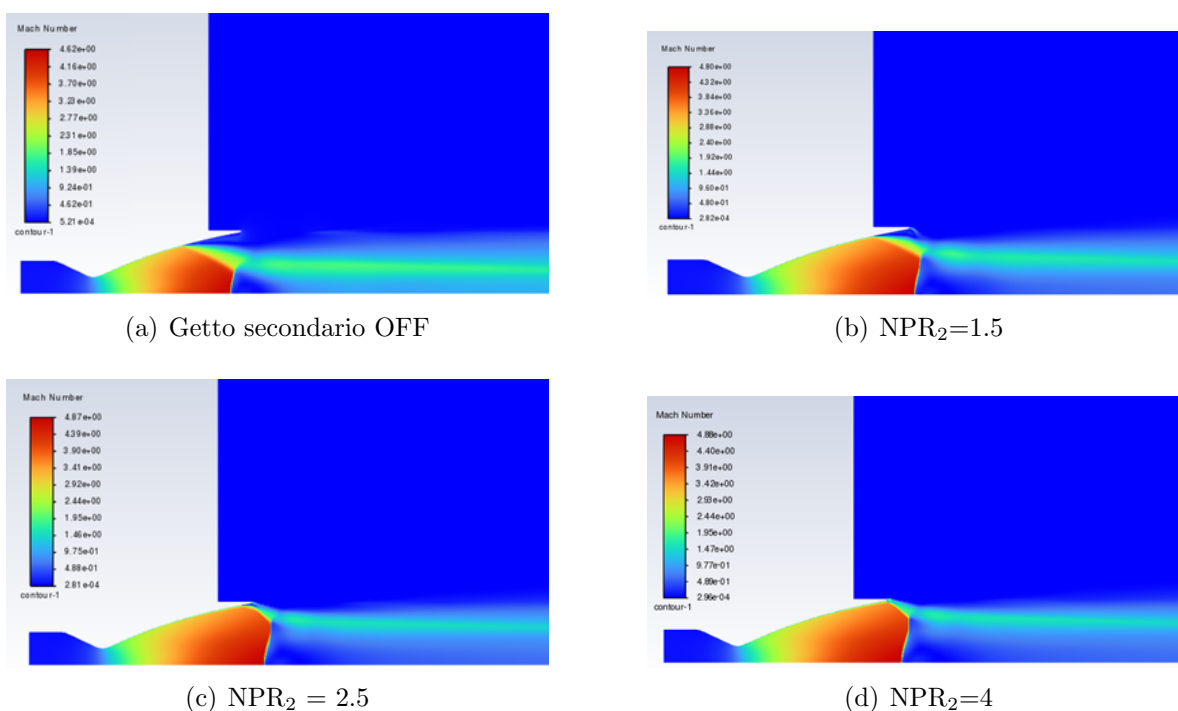


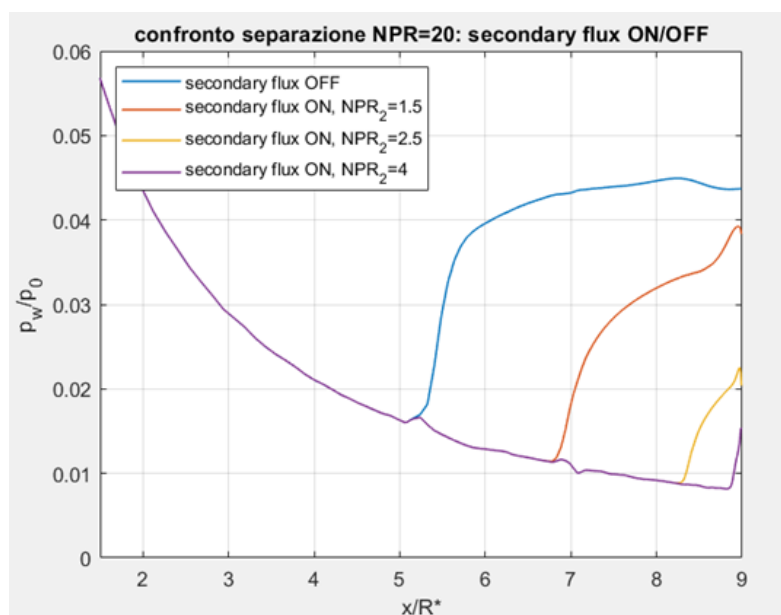
Figura 7.6: NPR=15. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (velocità assiale)

7.2.2 NPR=20

Campo di Mach

Figura 7.7: NPR=20: Campo di Mach al variare di NPR_2

Spostamento del punto di separazione al variare dell'iniezione secondaria. Nel seguente grafico viene riportato l'andamento della pressione parete in funzione della coordinata assiale adimensionalizzata x/R^* .

Figura 7.8: NPR=20. Posizione del punto di separazione al variare di NPR_2

Spostamento del disco di Mach al variare dell'iniezione secondaria.

Nei seguenti grafici viene riportato l'andamento della pressione assiale (figura 7.9) e l'andamento della velocità assiale (figura 7.10) in funzione della coordinata assiale adimensionalizzata x/R^* .

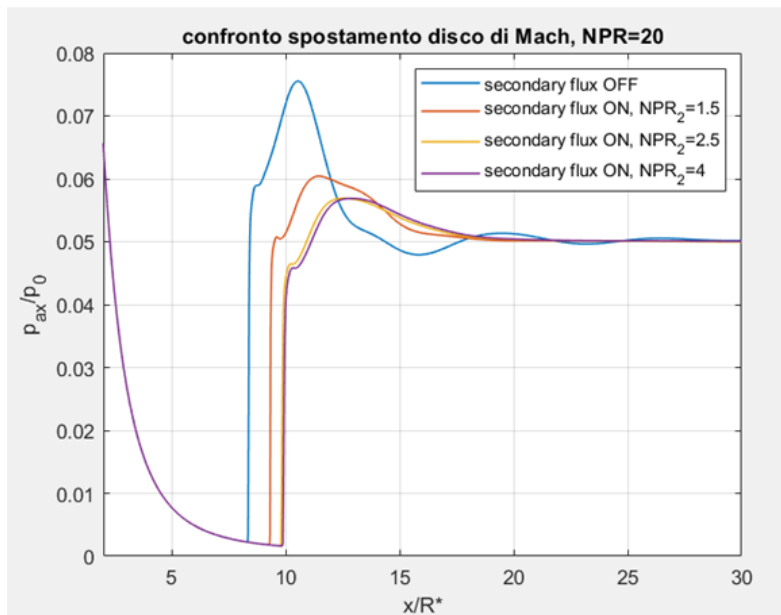


Figura 7.9: NPR=15. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (pressione assiale)

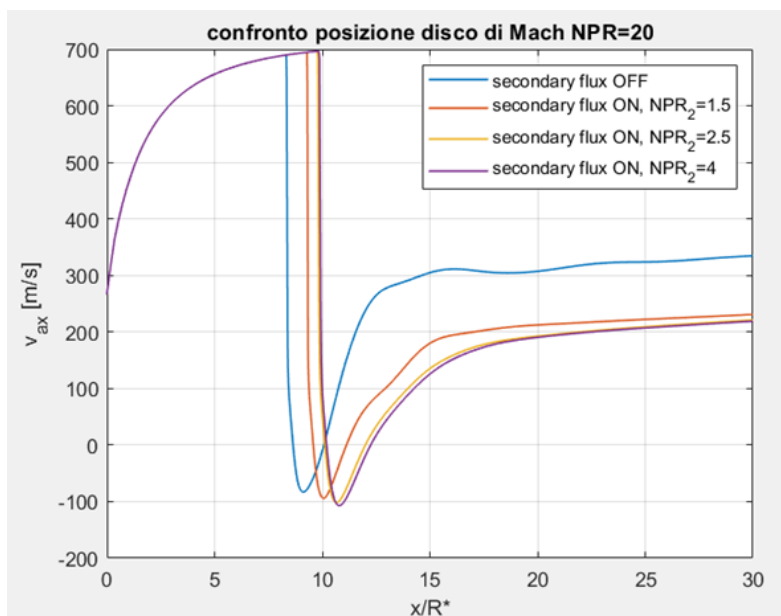
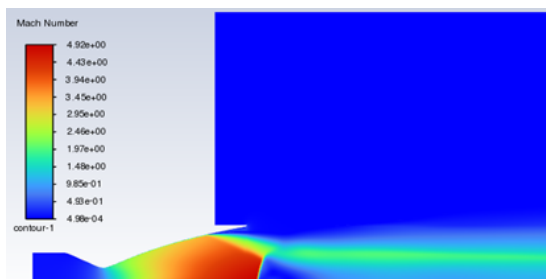


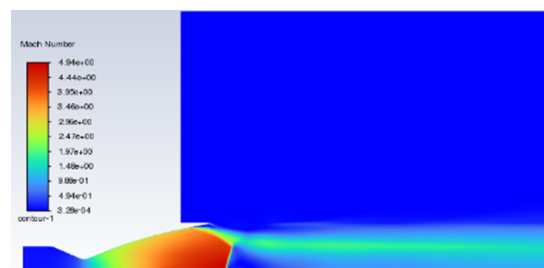
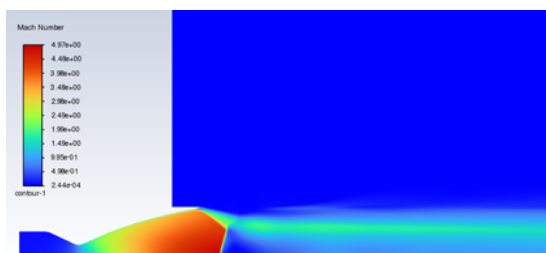
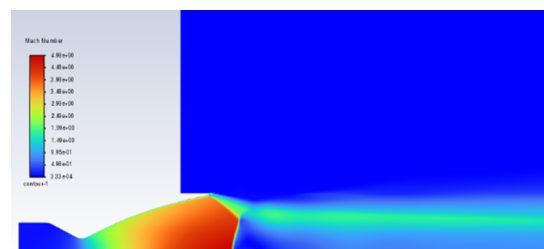
Figura 7.10: NPR=20. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (velocità assiale)

7.2.3 NPR=25

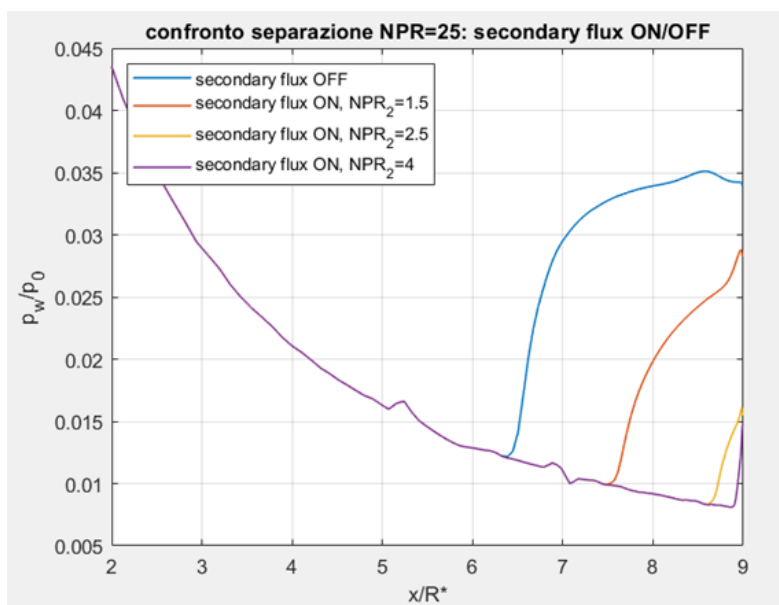
Campo di Mach



(a) Getto secondario OFF

(b) $NPR_2=1.5$ (c) $NPR_2 = 2.5$ (d) $NPR_2=4$ Figura 7.11: NPR=25: Campo di Mach al variare di NPR_2

Spostamento del punto di separazione al variare dell'iniezione secondaria. Nel seguente grafico viene riportato l'andamento della pressione parete in funzione della coordinata assiale adimensionalizzata x/R^* .

Figura 7.12: NPR=25. Posizione del punto di separazione al variare di NPR_2

Spostamento del disco di Mach al variare dell'iniezione secondaria.

Nei seguenti grafici viene riportato l'andamento della pressione assiale (figura 7.13) e l'andamento della velocità assiale (figura 7.14) in funzione della coordinata assiale adimensionalizzata x/R^* .

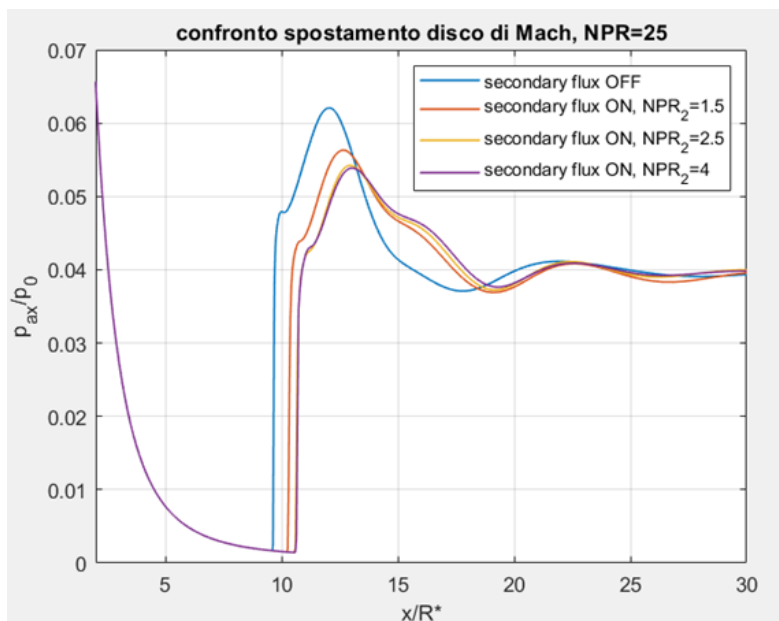


Figura 7.13: NPR=25. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (pressione assiale)

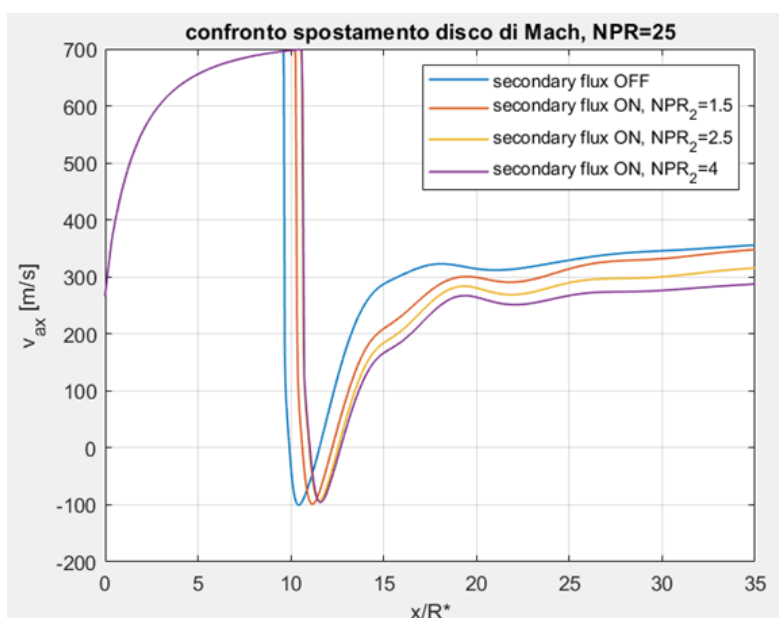


Figura 7.14: NPR=25. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (velocità assiale)

È stato, inoltre, condotto uno studio relativo alle perdite per disuniformità del flusso in cui si incorre nel momento in cui vi è una separazione del flusso [44].

Le perdite per disuniformità del flusso in un ugello si riferiscono alle perdite di efficienza causate dalla distribuzione non uniforme della velocità e della pressione del fluido all'interno dell'ugello. Per poter valutare correttamente tali perdite viene introdotto il coefficiente di disuniformità del flusso (σ), definito come:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\int (v - \bar{v})^2 dA}{A\bar{v}^2}} \quad (7.2)$$

Dove:

- v è la velocità locale del fluido in un punto della sezione trasversale;
- \bar{v} è la velocità media nella sezione trasversale. È possibile calcolarla con una media integrale:

$$\bar{v} = \frac{1}{y} \int v(y) dy \quad (7.3)$$

- A è l'area della sezione trasversale;
- dA è l'elemento infinitesimale di area.

Di seguito è stato riportato un diagramma a barre (figura 7.15) che mostra come all'aumentare del NPR_2 il coefficiente di disuniformità vada a diminuire.

Il calcolo di σ ha confermato le differenze visibili nei campi di Mach: portando il punto di separazione sempre di più verso la sezione di uscita, si ha una maggiore uniformità del flusso con variazioni significative della velocità di uscita u_e solo in prossimità della parete.

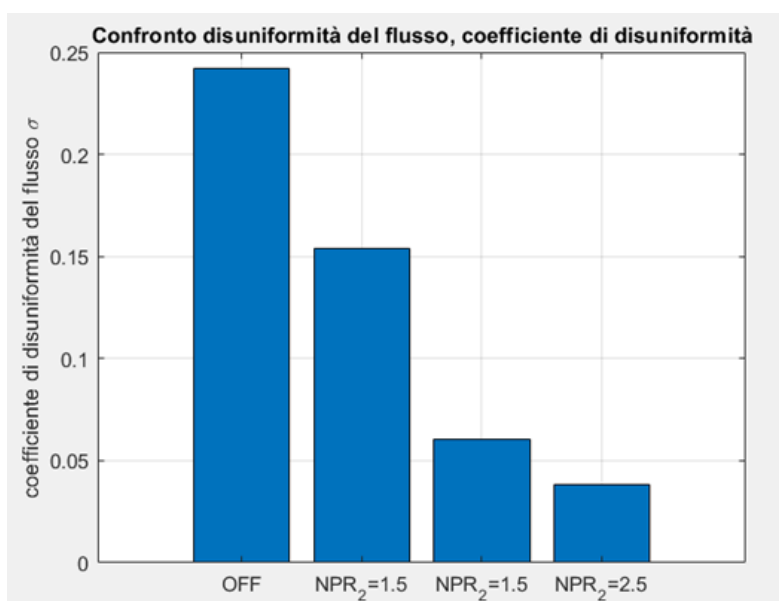


Figura 7.15: Coefficiente di disuniformità del flusso al variare di NPR_2

Si potrebbe inoltre definire l'efficienza del flusso come:

$$\eta = 1 - \sigma^2 \quad (7.4)$$

Vengono inoltre introdotte le perdite di pressione dovute alla disuniformità del flusso:

$$\Delta P_{\text{perdite}} = \frac{1}{2} \rho \bar{v}^2 \sigma^2 \quad (7.5)$$

Dove: - ρ è la densità del fluido; - \bar{v} è la velocità media nella sezione trasversale; - σ è il coefficiente di disuniformità del flusso.

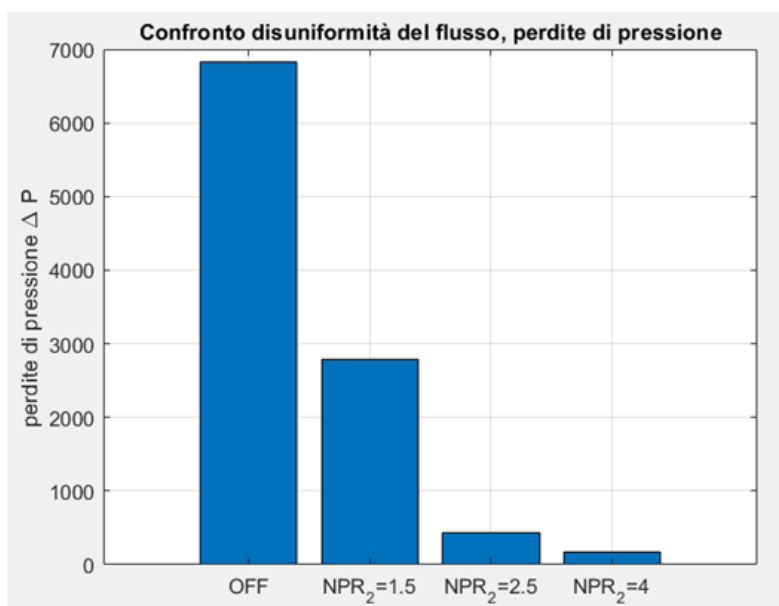
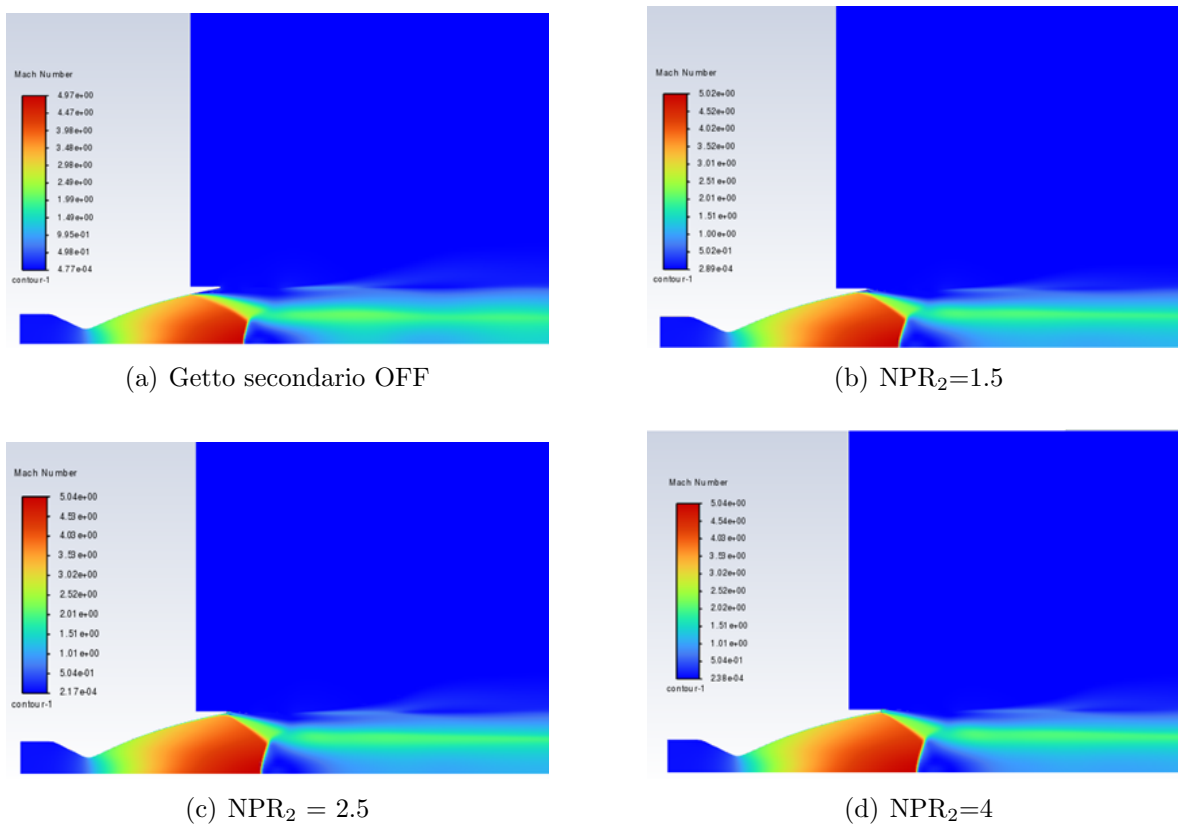


Figura 7.16: Perdite per disuniformità del flusso al variare di NPR₂

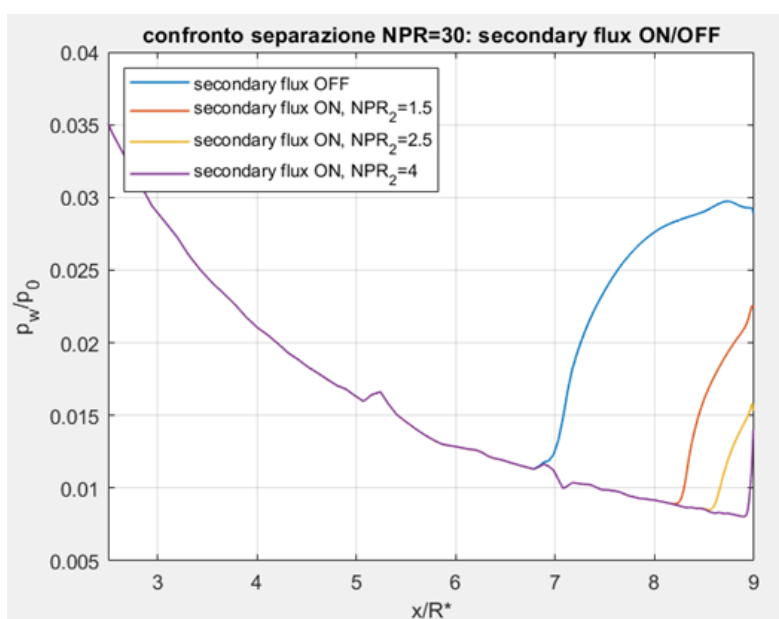
Come preventivabile, la simulazione senza l'iniezione del getto secondario porta a perdite di pressione elevate. Nel caso di iniezione secondaria le perdite tendono ad annullarsi.

7.2.4 NPR=30

Campo di Mach

Figura 7.17: NPR=30: Campo di Mach al variare di NPR_2

Spostamento del punto di separazione al variare dell'iniezione secondaria.

Figura 7.18: NPR=30. Posizione del punto di separazione al variare di NPR_2

Spostamento del disco di Mach al variare dell'iniezione secondaria.

Nei seguenti grafici viene riportato l'andamento della pressione assiale (figura 7.19) e l'andamento della velocità assiale (figura 7.20) in funzione della coordinata assiale adimensionalizzata x/R^* .

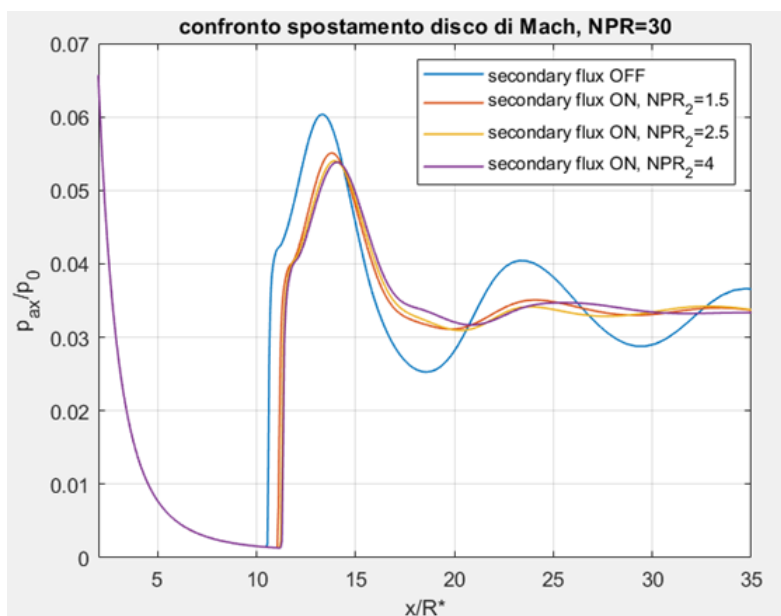


Figura 7.19: NPR=30. Posizione del disco di Mach al variare di NPR₂ (pressione assiale)

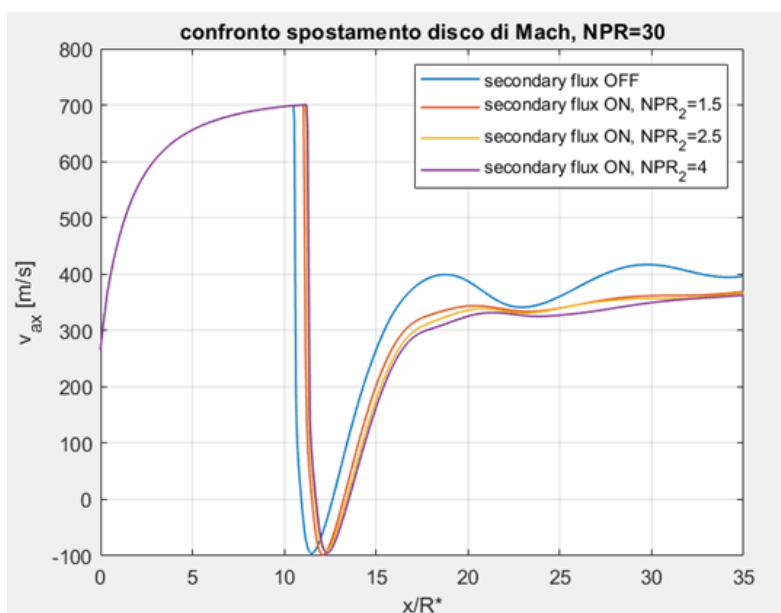
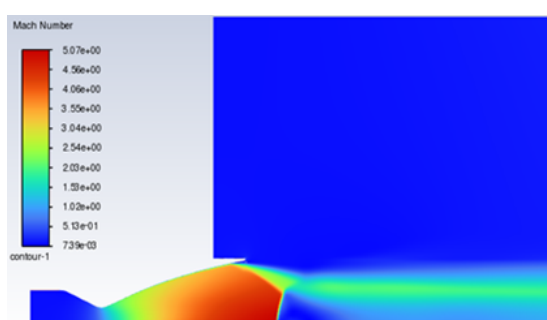


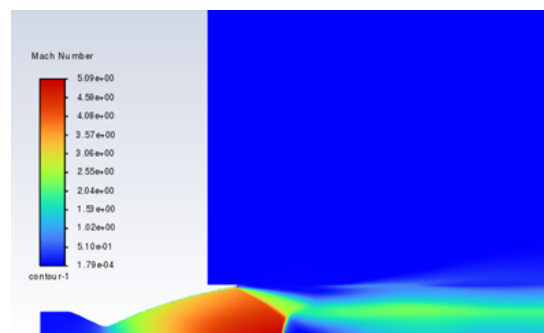
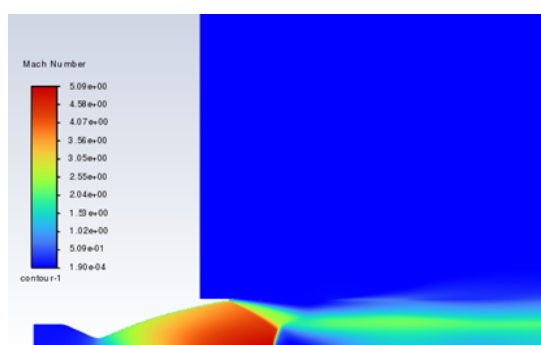
Figura 7.20: NPR=30. Posizione del disco di Mach al variare di NPR₂ (velocità assiale)

7.2.5 NPR=35

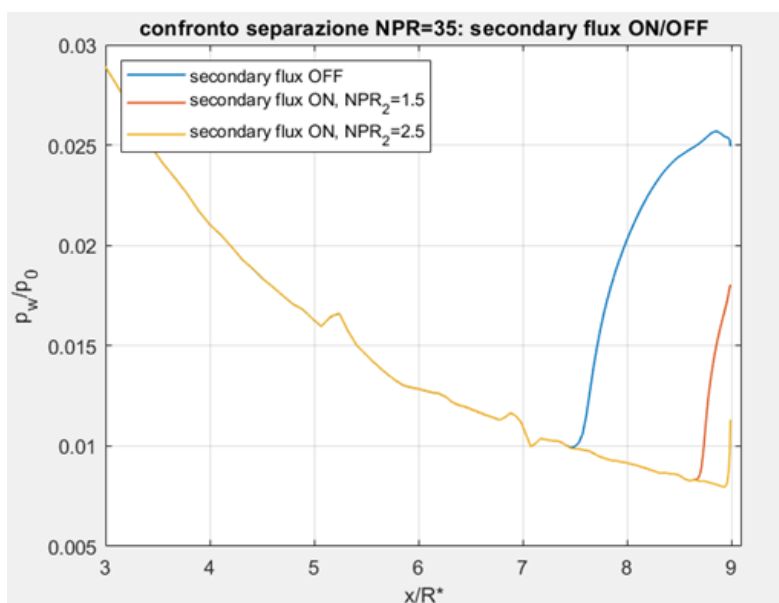
Campo di Mach



(a) Getto secondario OFF

(b) $NPR_2=1.5$ (c) $NPR_2 = 2.5$ Figura 7.21: NPR=35: Campo di Mach al variare di NPR_2

Spostamento del punto di separazione al variare dell'iniezione secondaria.

Figura 7.22: NPR=35. Posizione del punto di separazione al variare di NPR_2

Spostamento del disco di Mach al variare dell'iniezione secondaria.

Nei seguenti grafici viene riportato l'andamento della pressione assiale (figura 7.23) e l'andamento della velocità assiale (figura 7.24) in funzione della coordinata assiale adimensionalizzata x/R^* .

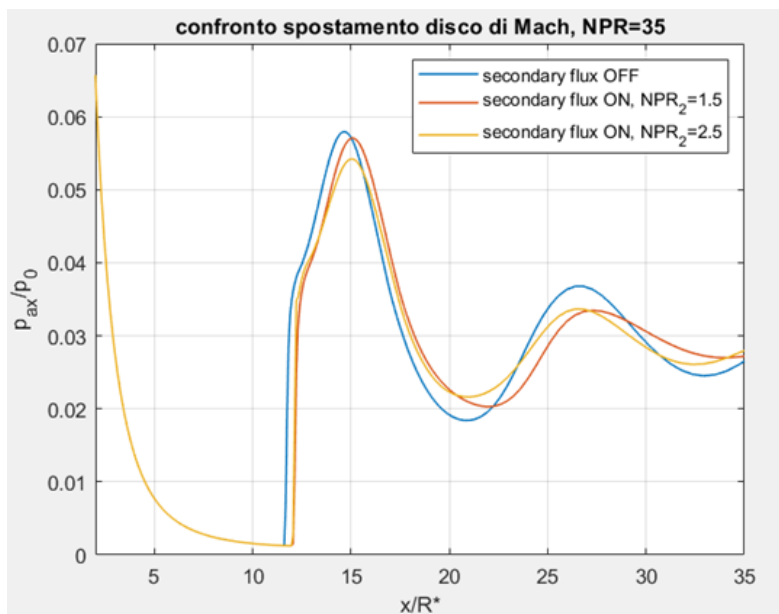


Figura 7.23: NPR=15. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (pressione assiale)

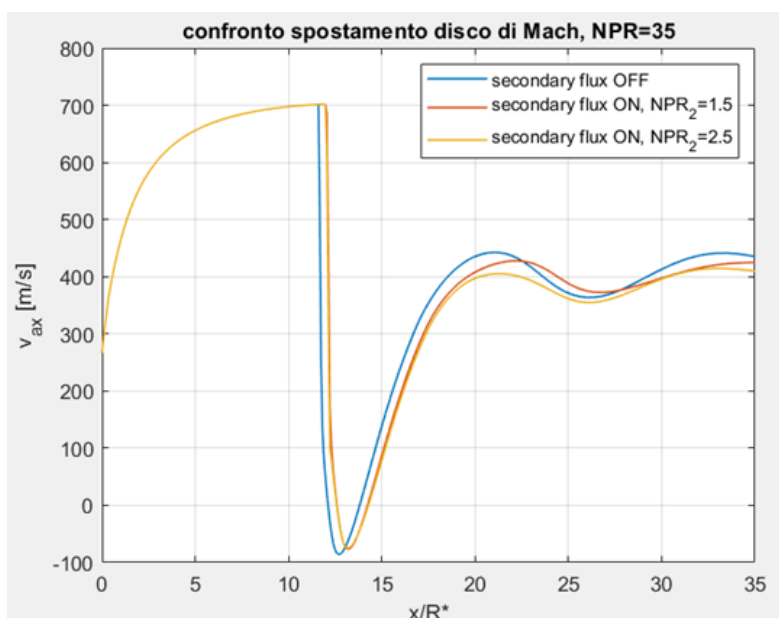
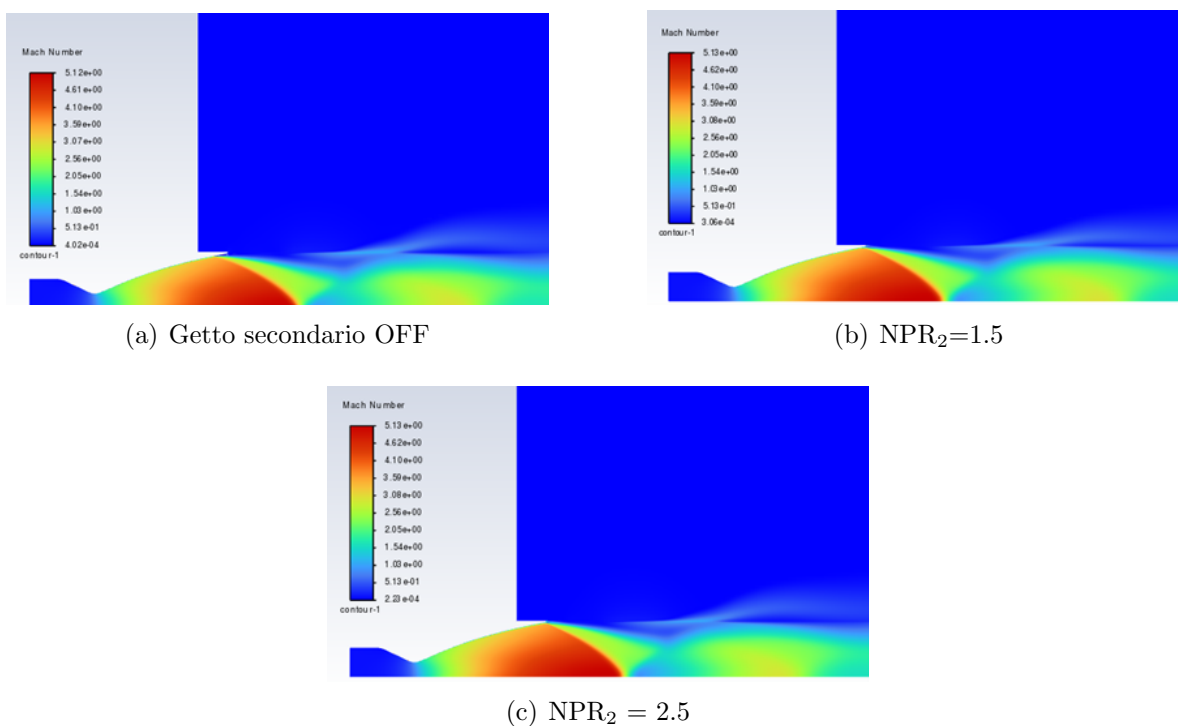


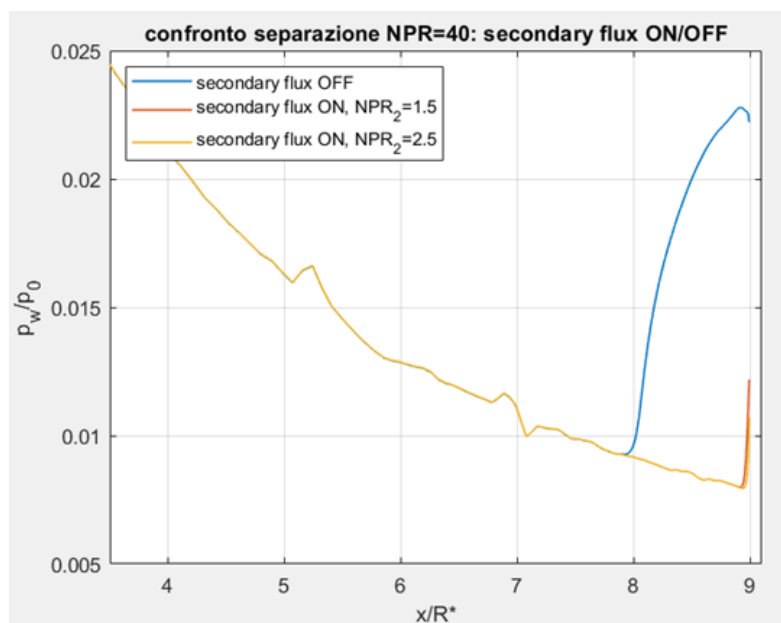
Figura 7.24: NPR=35. Posizione del disco di Mach al variare di NPR_2 (velocità assiale)

7.2.6 NPR=40

Campo di Mach

Figura 7.25: NPR=40: Campo di Mach al variare di NPR_2

Spostamento del punto di separazione al variare dell'iniezione secondaria.

Figura 7.26: NPR=40. Posizione del punto di separazione al variare di NPR_2

Spostamento del disco di Mach al variare dell'iniezione secondaria.

Nei seguenti grafici viene riportato l'andamento della pressione assiale (figura 7.27) e l'andamento della velocità assiale (figura 7.28) in funzione della coordinata assiale adimensionalizzata x/R^* .

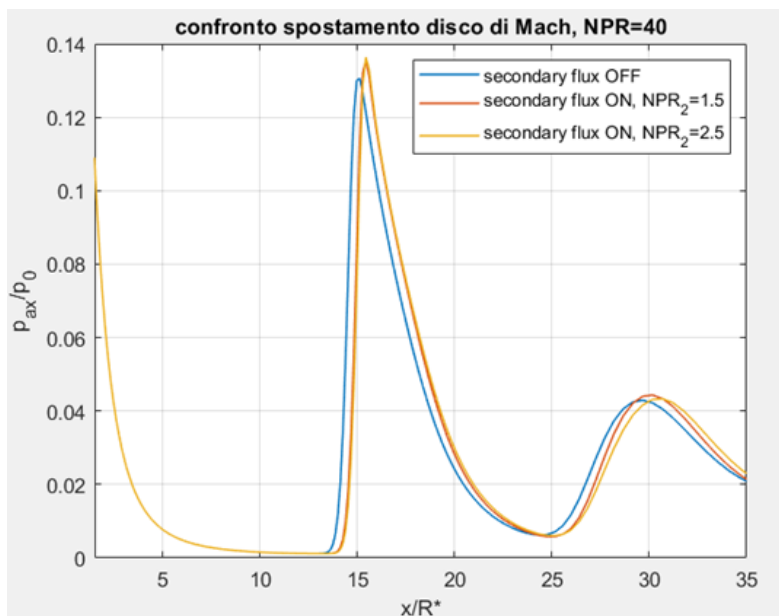


Figura 7.27: NPR=40. Posizione del disco di Mach al variare di NPR₂ (pressione assiale)

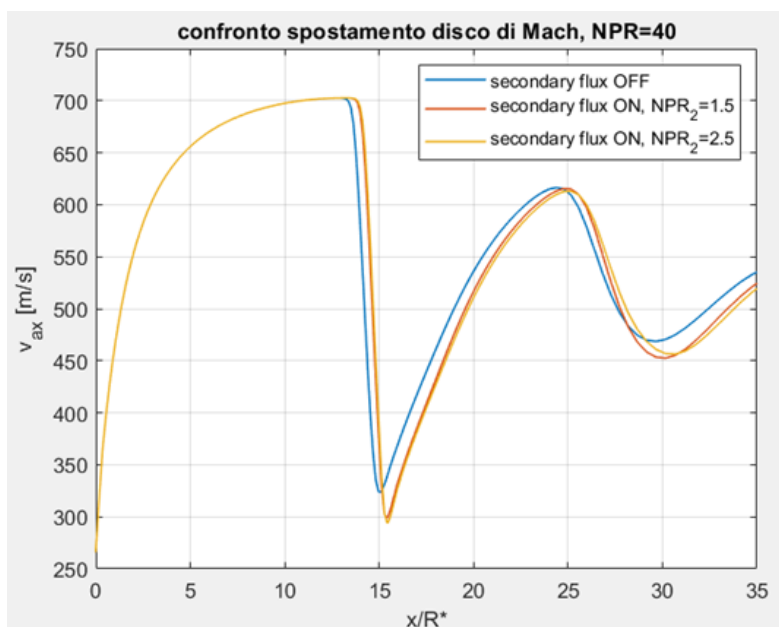
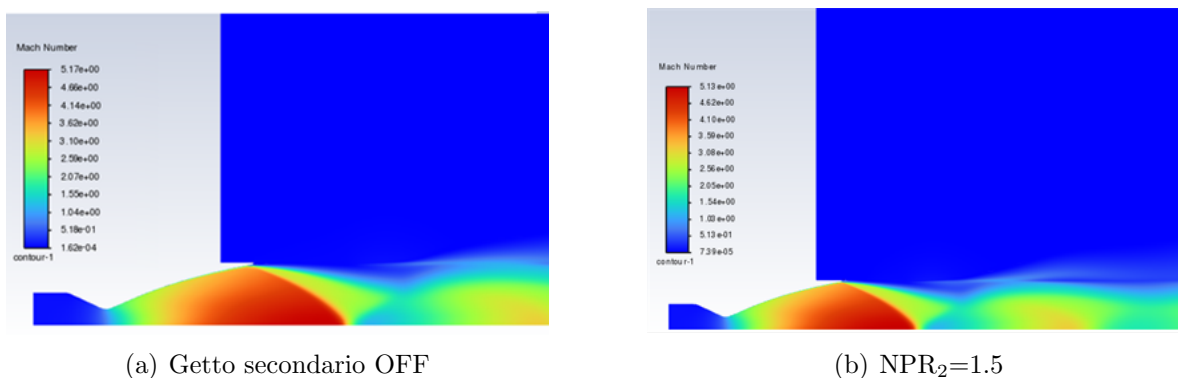


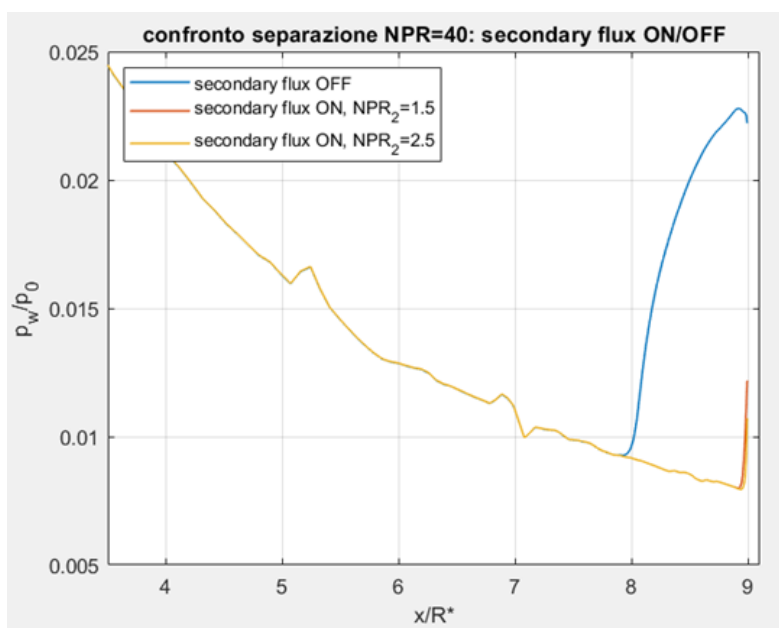
Figura 7.28: NPR=40. Posizione del disco di Mach al variare di NPR₂ (velocità assiale)

7.2.7 NPR=45

Campo di Mach

Figura 7.29: NPR=45: Campo di Mach al variare di NPR_2

Spostamento del punto di separazione al variare dell'iniezione secondaria.

Figura 7.30: NPR=45. Posizione del punto di separazione al variare di NPR_2

Spostamento del disco di Mach al variare dell'iniezione secondaria.

Nei seguenti grafici viene riportato l'andamento della pressione assiale (figura 7.31) e l'andamento della velocità assiale (figura 7.32) in funzione della coordinata assiale adimensionalizzata x/R^* .

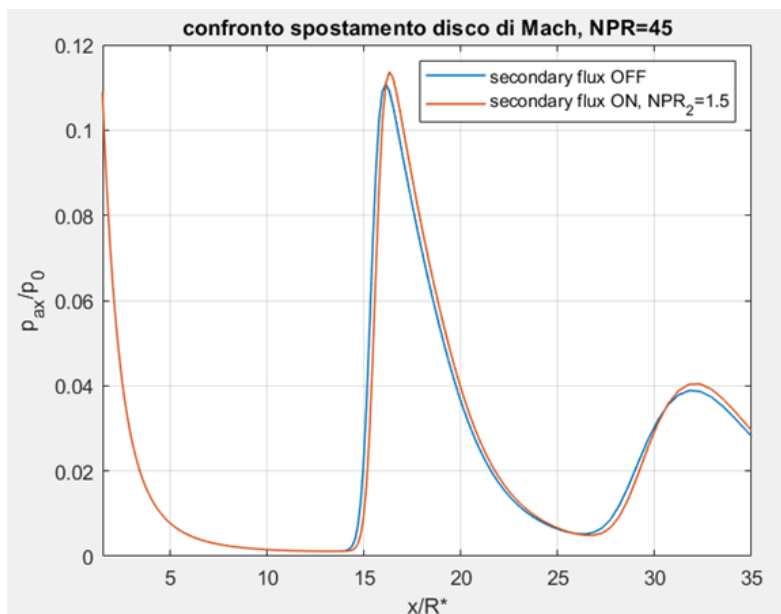


Figura 7.31: NPR=45. Posizione del disco di Mach al variare di NPR₂ (pressione assiale)

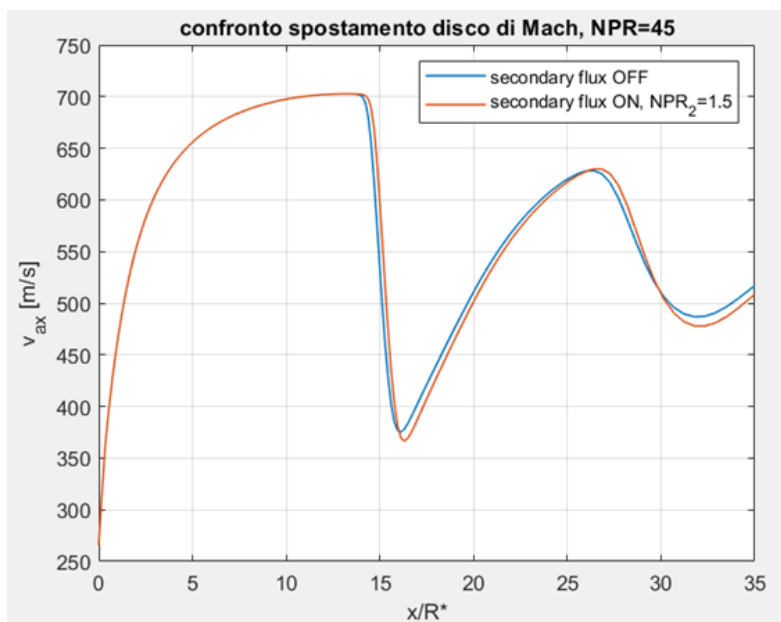


Figura 7.32: NPR=45. Posizione del disco di Mach al variare di NPR₂ (velocità assiale)

7.2.8 Confronto globale

In questa sezione viene riportato il punto di inizio interazione tra onda d'urto e strato limite per ciascuno dei casi test.

È stato scelto di utilizzare questo punto caratteristico perché è più facile individuarlo precisamente e, dalla teoria della FSS, il punto di separazione si troverà a valle di esso. Lo scopo di questo grafico riassuntivo (figura 7.33) è quello di visualizzare per quale pressione di ristagno del getto secondario la separazione del flusso avviene in prossimità dell'uscita.

A tal fine è stata inserita una linea tratteggiata che individua quella coordinata assiale tale per cui $x = 95\% x_e$, dove x_e rappresenta la posizione del punto di uscita.

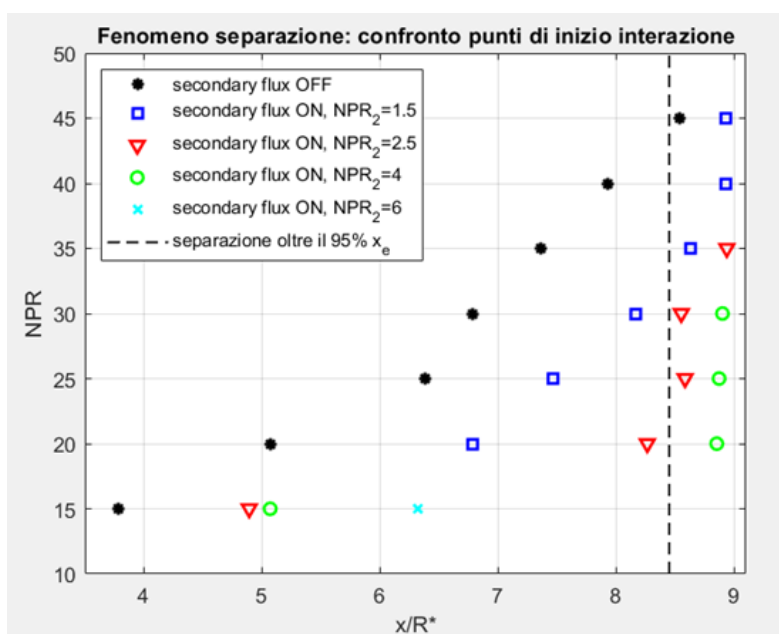


Figura 7.33: Fenomeno separazione: confronto globale

Dalla figura 7.33 si può vedere come l'iniezione secondaria sposti il punto di inizio interazione sempre più a valle al variare del NPR del getto principale.

Vengono inoltre riportate le seguenti considerazioni:

- Il caso test $NPR = 15$ necessita di pressioni di ristagno del getto secondario molto elevate per poter raggiungere una configurazione tale per cui la separazione sia limitata al bordo di uscita. Nel corso delle simulazioni, per questo caso particolare ci si è spinti fino a $NPR_2 = 6$, ottenendo comunque una separazione prematura del flusso.
- Il caso test $NPR = 20$ raggiunge l'obiettivo prefissato solo con pressioni di ristagno del getto secondario tali per cui $NPR_2 > 2.5$. Si può notare infatti come solo per $NPR_2 = 4$ il punto di separazione sia posteriore alla linea obiettivo $x = 95\% x_e$.

- Per $25 \leq \text{NPR} \leq 30$, la pressione di ristagno del getto secondario che permette una separazione tardiva del flusso è individuata da $\text{NPR}_2 = 2.5$.
- Per $\text{NPR} > 35$, il punto di separazione del flusso primario si trova già sufficientemente vicino alla sezione di uscita, per cui l'inserimento di un getto secondario a $\text{NPR}_2 = 1.5$ risulta sufficiente a spostare la separazione oltre $x = 95\%x_e$.

7.3 Secondo modello di flusso secondario

In questa sezione verranno mostrati i risultati ottenuti con l'inserimento del getto secondario. In particolare, sono state svolte diverse prove con rapporti di pressione tra pressione totale del getto secondario e pressione ambiente, $NPR_2 = \frac{p_2^0}{p_a}$.

Ipotesi modello di simulazione

Si suppone che l'ugello secondario sia adattato ($p_a = p_{i2}$), in questo modo si può prendere come riferimento una condizione specifica del flusso secondario.

Fissata la pressione ambiente $p_a = 99010$ Pa (si tratta del valore ottenuto dal caso studio di Stark e Hagemann [40], che verrà utilizzato come valore principale per lo studio del getto secondario), si può facilmente calcolare la pressione di ristagno per i vari NPR_2 e, dalle relazioni della trasformazione isentropica, valutare il valore del numero di Mach all'uscita dell'ugello secondario.

Si può definire:

- Pressione ambiente $p_a = 99010$ Pa;
- Pressione di uscita del getto secondario $p_{i2} = p_a$ (condizione di adattamento dell'ugello secondario);
- Pressione totale del getto secondario $p_2^0 = NPR_2 \cdot p_a$;
- Valore del Mach di uscita del getto secondario:

$$\frac{p_{i2}}{p_2^0} = NPR_2 = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (7.6)$$

$$\Rightarrow M = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left(NPR_2^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1\right)} \quad (7.7)$$

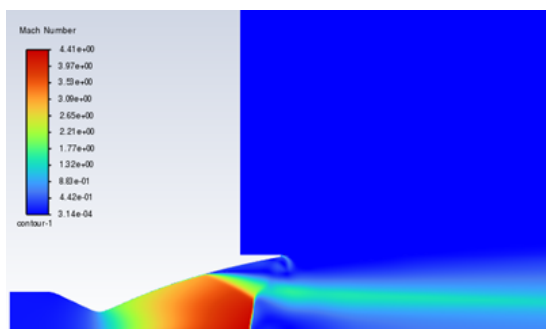
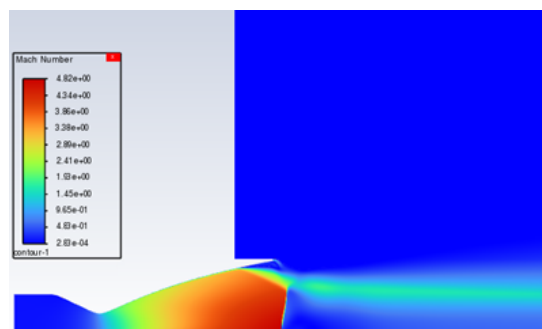
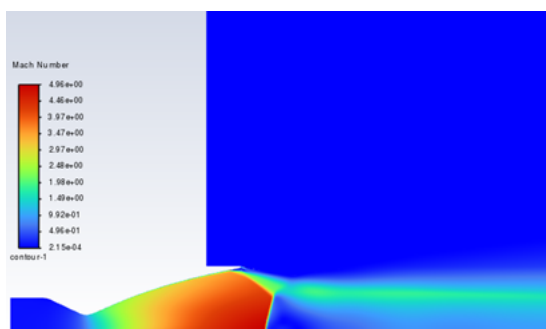
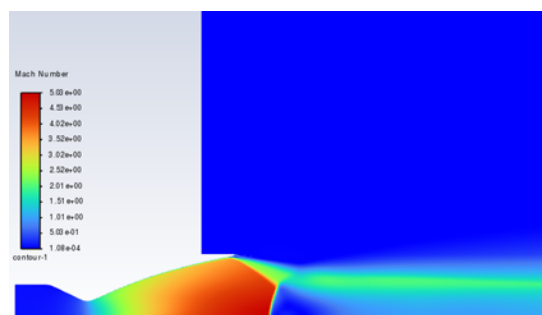
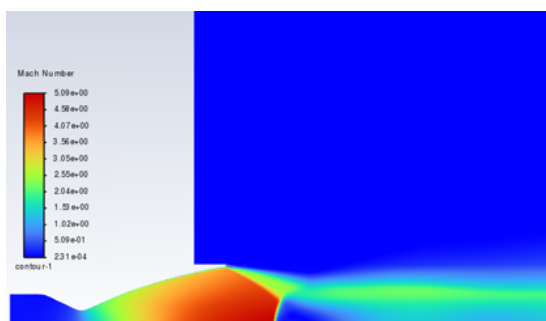
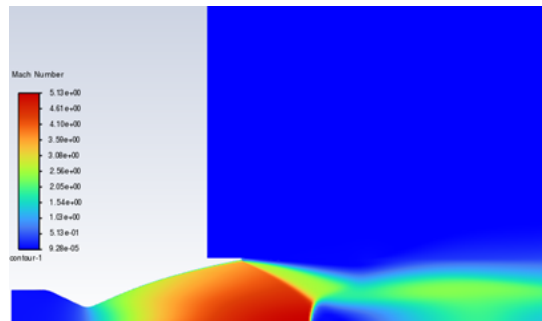
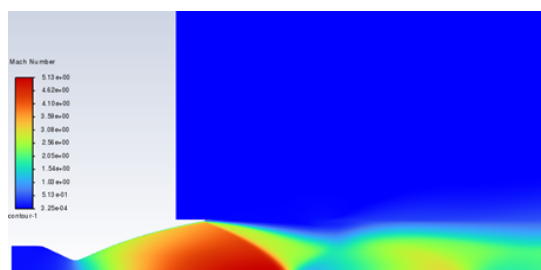
Per rispettare il più possibile un'effettiva operazione di accensione, si è scelto di riportare i risultati ottenuti fissando il valore di NPR_2 , al variare del valore di NPR del getto principale.

Vengono mostrati:

- La rappresentazione grafica del campo di Mach per le diverse simulazioni effettuate, così da poter rilevare visivamente lo spostamento del punto di separazione e del disco di Mach da un punto di vista qualitativo;
- Spostamento del punto di separazione al variare del NPR del getto principale (grafico in cui viene riportato l'andamento della pressione a parete);
- Spostamento del disco di Mach al variare del NPR del getto principale (grafici in cui viene riportato l'andamento della pressione assiale e della velocità assiale).

7.3.1 $NPR_2=1.5$

Campo di Mach

(a) $NPR=15$ (b) $NPR=20$ (c) $NPR=25$ (d) $NPR=30$ (e) $NPR=35$ (f) $NPR=40$ (g) $NPR=45$ Figura 7.34: $NPR_2=1.5$: Campo di Mach al variare di NPR

Spostamento del punto di separazione al variare della pressione di ristagno del getto principale, fissato NPR_2 (figura 7.35, andamento p_w/p^o).

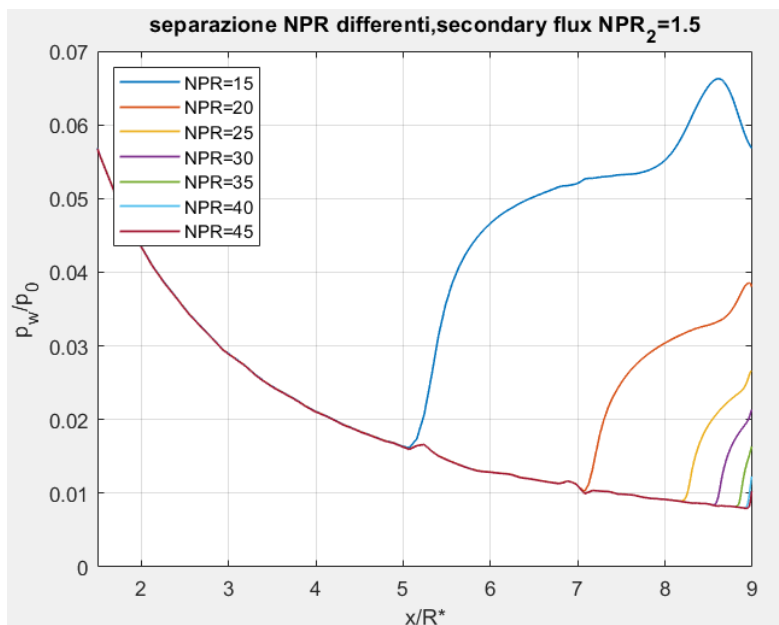


Figura 7.35: $\text{NPR}_2=1.5$: spostamento punto separazione al variare di NPR

Spostamento del disco di Mach al variare della pressione di ristagno del getto principale, fissato NPR_2 . Nei seguenti grafici viene riportato l'andamento della pressione assiale (figura 7.36) e l'andamento della velocità assiale (figura 7.37).

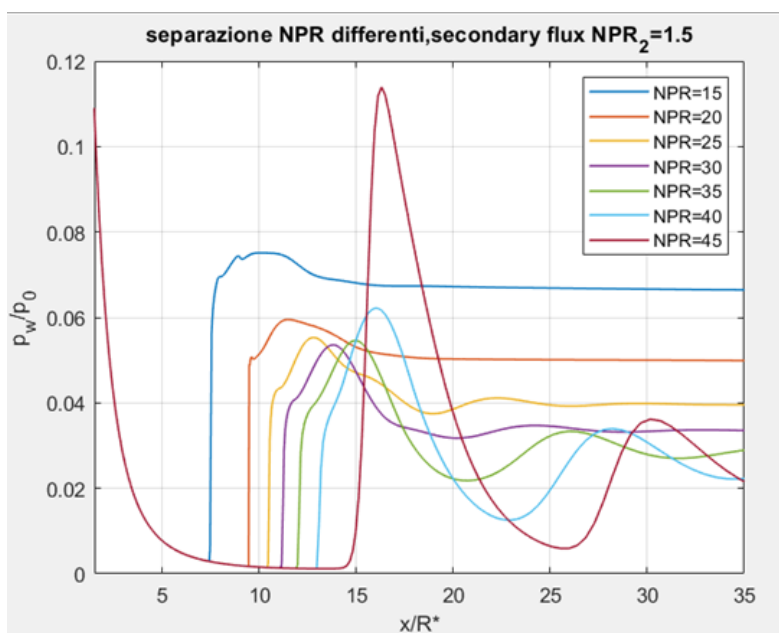


Figura 7.36: $\text{NPR}_2=1.5$: spostamento del disco di Mach al variare di NPR (pressione assiale)

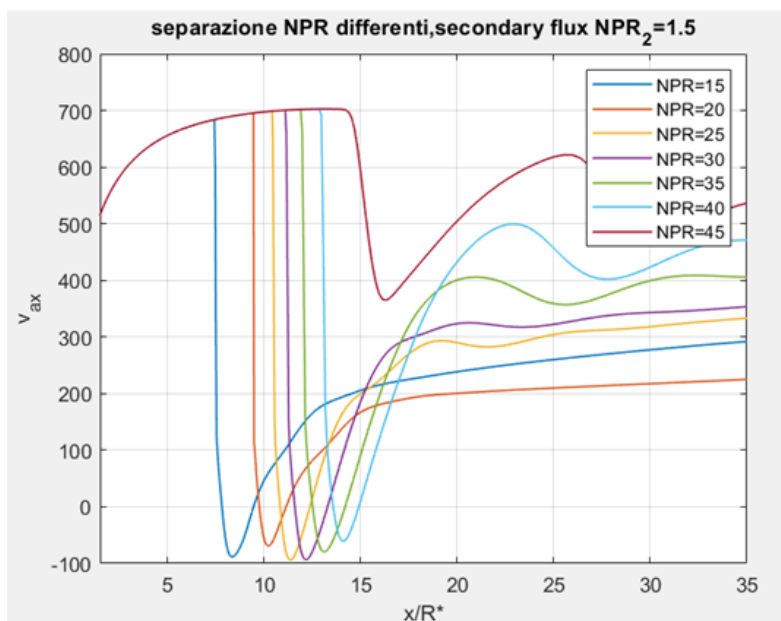
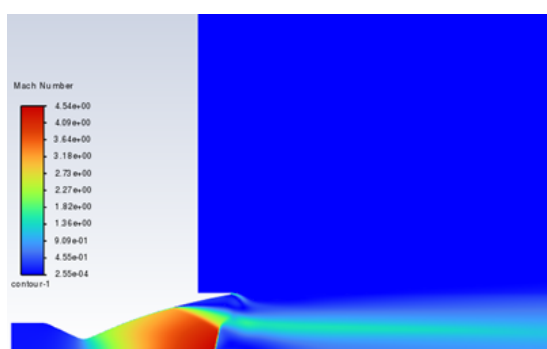
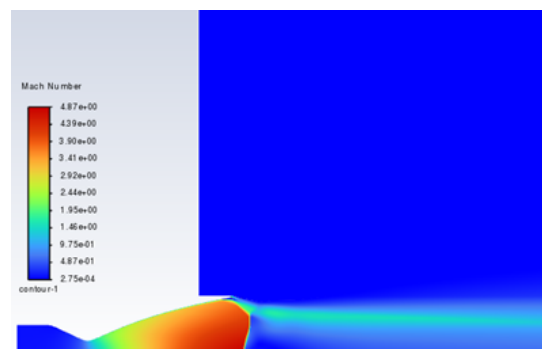
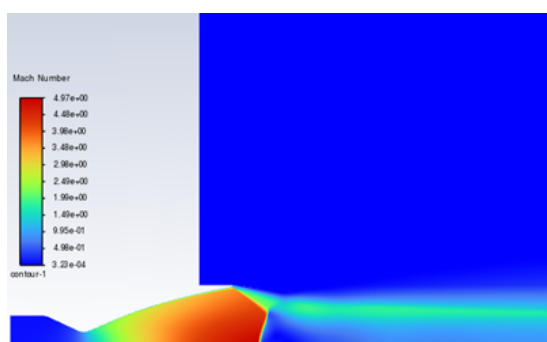
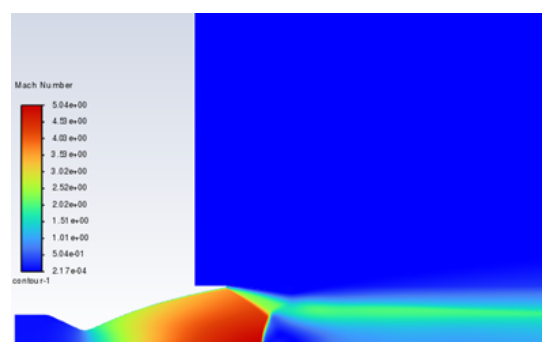
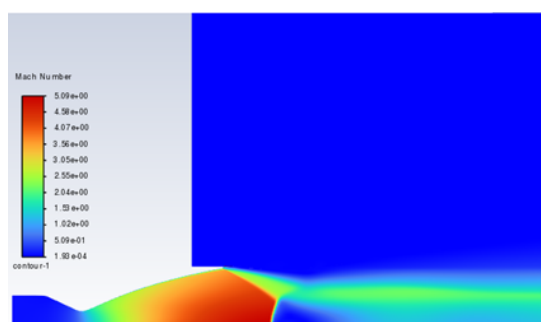


Figura 7.37: $\text{NPR}_2=1.5$: spostamento del disco di Mach al variare di NPR (velocità assiale)

7.3.2 $\text{NPR}_2=2.5$

Campo di Mach

(a) $\text{NPR}=15$ (b) $\text{NPR}=20$ (c) $\text{NPR}=25$ (d) $\text{NPR}=30$ (e) $\text{NPR}=35$ Figura 7.38: $\text{NPR}_2=2.5$: Campo di Mach al variare di NPR

Spostamento del punto di separazione al variare della pressione di ristagno del getto principale, fissato NPR₂ (figura 7.39, andamento p_w/p^o).

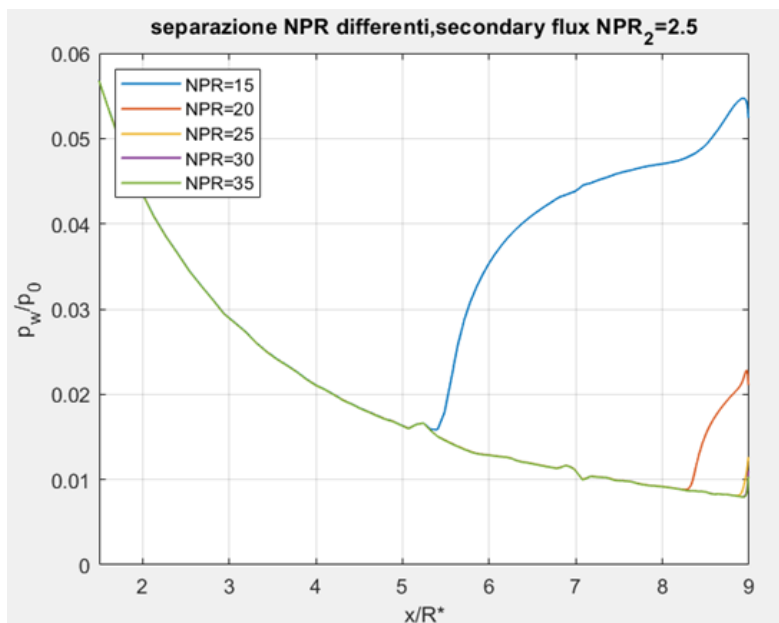


Figura 7.39: NPR₂=2.5: spostamento punto separazione al variare di NPR

Spostamento del disco di Mach al variare della pressione di ristagno del getto principale, fissato NPR₂. Nei seguenti grafici viene riportato l'andamento della pressione assiale (figura 7.40) e l'andamento della velocità assiale (figura 7.41).

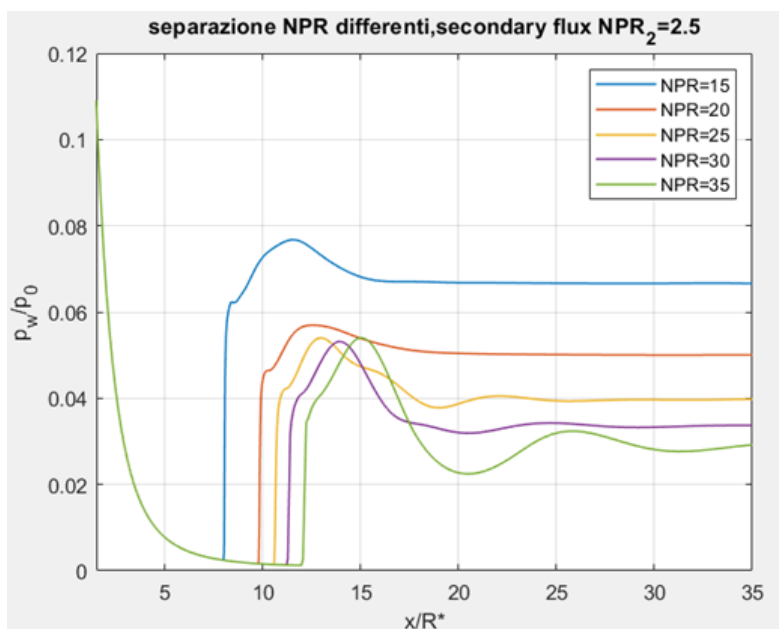


Figura 7.40: NPR₂=2.5: spostamento del disco di Mach al variare di NPR (pressione assiale)

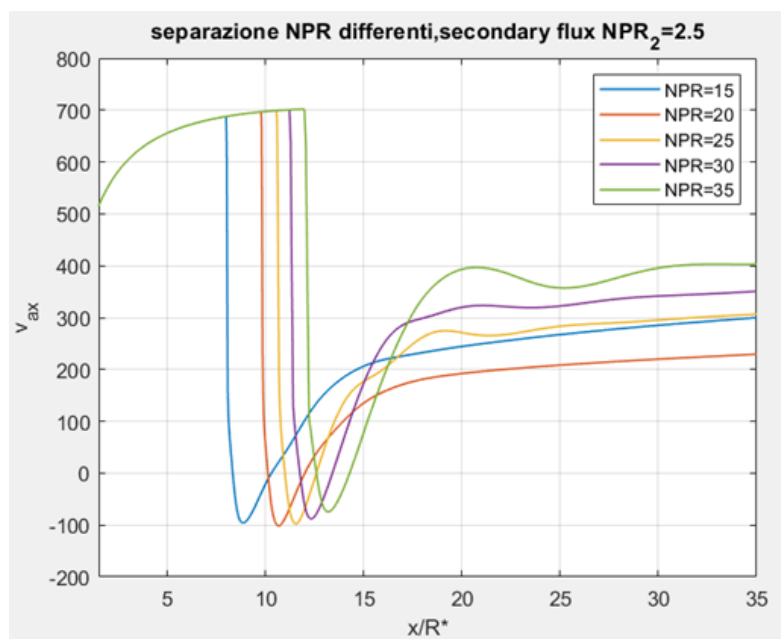
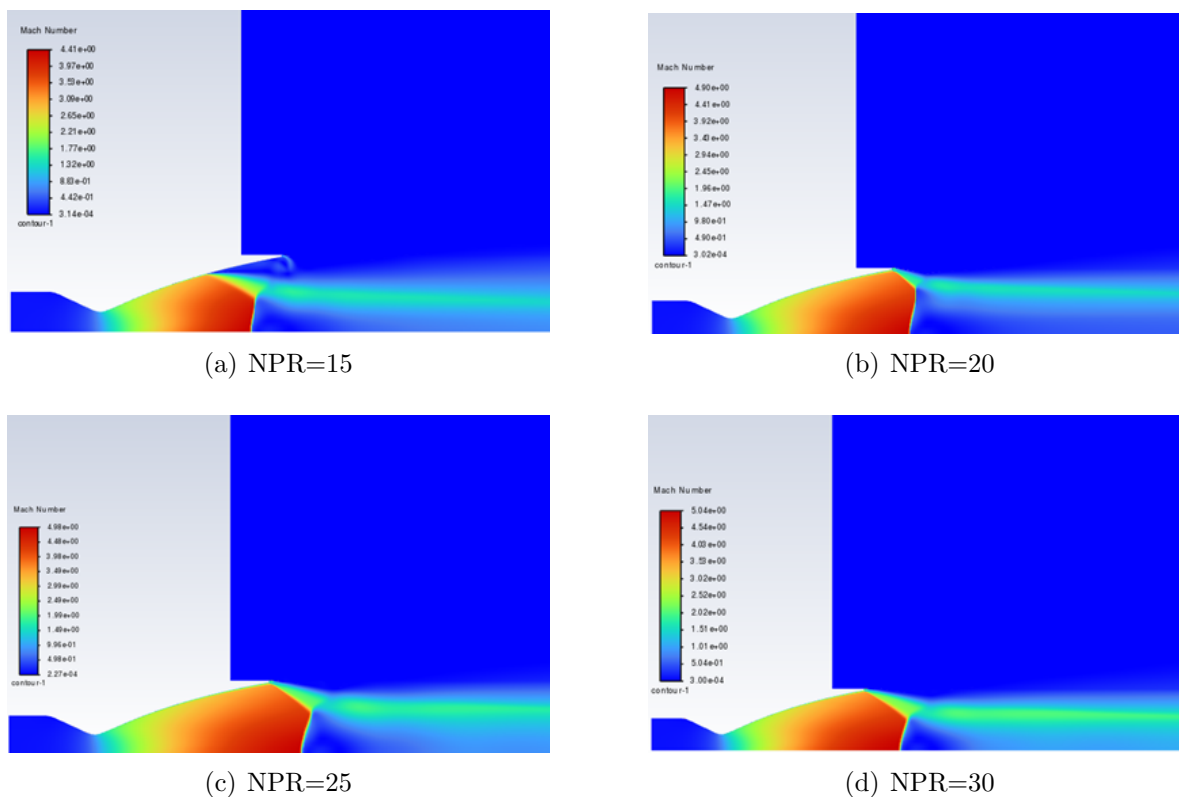


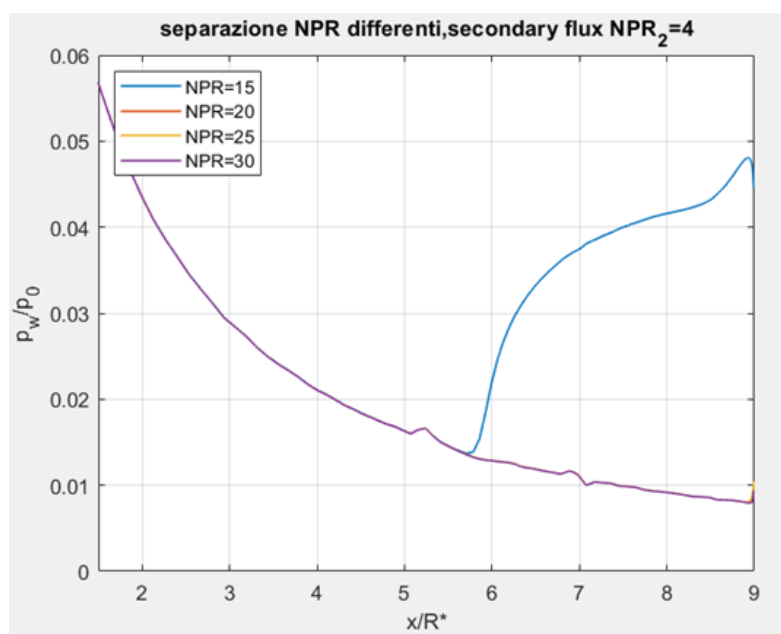
Figura 7.41: $\text{NPR}_2=2.5$: spostamento del disco di Mach al variare di NPR (velocità assiale)

7.3.3 $NPR_2=4$

Campo di Mach

Figura 7.42: $NPR_2=4$: Campo di Mach al variare di NPR

Spostamento del punto di separazione al variare della pressione di ristagno del getto principale, fissato NPR_2 (figura 7.43, andamento p_w/p^o).

Figura 7.43: $NPR_2=4$: spostamento punto separazione al variare di NPR

Spostamento del disco di Mach al variare della pressione di ristagno del getto principale, fissato NPR_2 . Nei seguenti grafici viene riportato l'andamento della pressione assiale (figura 7.44) e l'andamento della velocità assiale (figura 7.45).

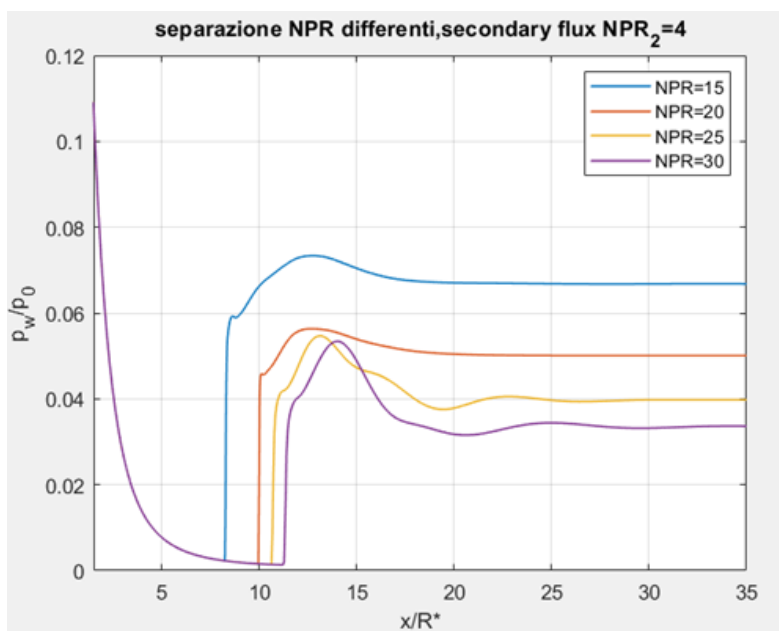


Figura 7.44: $NPR_2=4$: spostamento del disco di Mach al variare di NPR (pressione assiale)

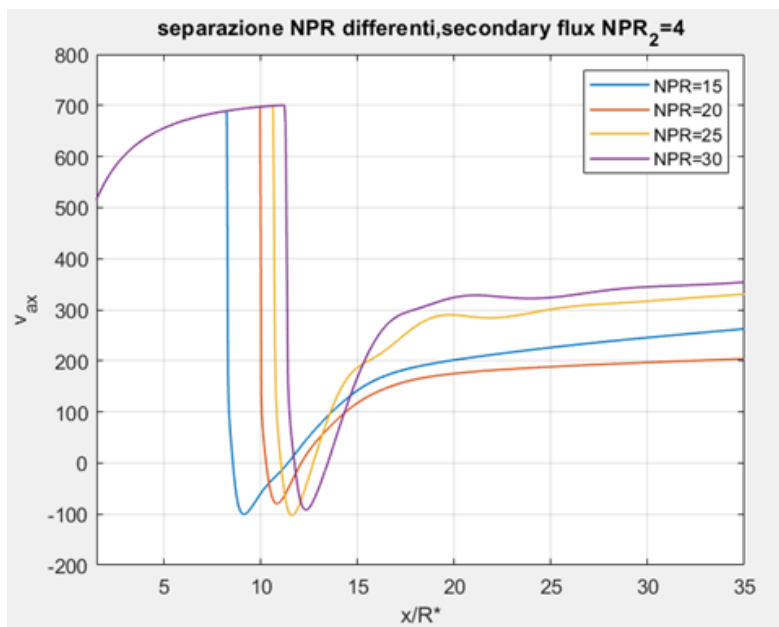


Figura 7.45: $NPR_2=4$: spostamento del disco di Mach al variare di NPR (velocità assiale)

7.3.4 Confronto globale e analisi dei risultati

In questa sezione viene riportato il punto di inizio interazione tra onda d'urto e strato limite per ciascuno dei casi test.

È stato scelto di utilizzare questo punto caratteristico perché è più facile individuarlo precisamente e, dalla teoria della FSS, il punto di separazione si troverà a valle di esso. Lo scopo di questo grafico riassuntivo (figura 7.46) è quello di visualizzare per quale pressione di ristagno del getto secondario la separazione del flusso avviene in prossimità dell'uscita. A tal fine è stata inserita una linea tratteggiata che individua quella coordinata assiale tale per cui $x = 95\%x_e$, dove x_e rappresenta la posizione del punto di uscita.

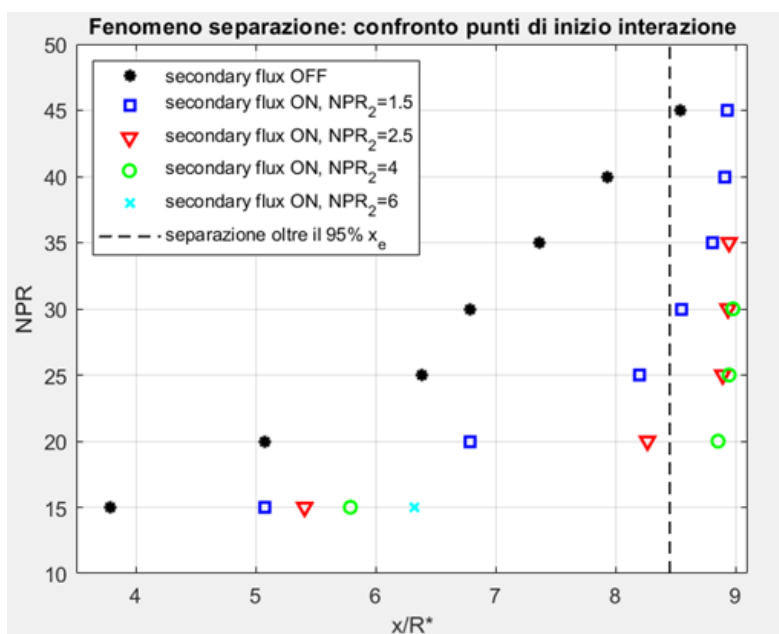


Figura 7.46: Fenomeno separazione: confronto globale

Si può vedere come l'iniezione secondaria sposti il punto di inizio interazione sempre più a valle al variare del NPR del getto principale. Vengono inoltre riportate le seguenti considerazioni:

- Il caso test NPR=15 necessita di pressioni di ristagno molto elevate per poter raggiungere una configurazione tale per cui la separazione sia limitata al bordo di uscita. Nel corso delle simulazioni, per questo caso particolare ci si è spinti fino a $\text{NPR}_2 = 6$, ottenendo comunque una separazione prematura del flusso.
- Il caso test NPR=20 raggiunge l'obiettivo prefissato solo con pressioni di ristagno del getto secondario tali per cui $\text{NPR}_2 > 2.5$). Si può notare infatti come solo per $\text{NPR}_2 = 4$ il punto di separazione sia posteriore alla linea obiettivo $x = 95\%x_e$.
- Per $\text{NPR} > 25$, la pressione di ristagno del getto secondario che permette una separazione tardiva del flusso è individuata da $\text{NPR}_2 > 1.5$. Si vede chiaramente

come per $NPR_2 = 2.5$ e per $NPR_2 = 4$, la separazione avvenga a valle della linea obiettivo.

- Per $NPR \geq 30$, il punto di separazione del flusso primario si trova già sufficientemente vicino alla sezione di uscita, per cui l'inserimento di un getto secondario a $NPR_2 = 1.5$ risulta sufficiente a spostare la separazione oltre $x = 95\%x_e$.
- Utilizzando un getto secondario contraddistinto da un $NPR_2 = 4$, c'è la possibilità di andare a limitare la separazione del flusso per $NPR \geq 20$. Questa soluzione rappresenta la condizione ottimale per controllare la separazione del flusso e la nascita di carichi pericolosi carichi laterali durante l'operazione di accensione del propulsore.

Si può inoltre notare che l'andamento del punto di inizio separazione a fissato NPR_2 , segua un andamento simil-esponenziale con un asintoto per $x_e = \frac{x}{R^*} = 9$.

In questa sezione si è quindi pensato di eseguire una minimizzazione ai minimi quadrati non lineare per trovare una legge che possa prevedere il punto di inizio separazione x_i , al variare di:

- NPR ;
- NPR_2 .

In particolare, si è cercata una relazione del tipo $NPR = f(x_i, NPR_2)$, cosicché, una volta fissato uno dei due parametri, si possa entrare all'interno del grafico risultante per la determinazione del valore mancante.

Dallo studio si è ottenuta una funzione a tratti del tipo:

- Per $NPR_2 \leq 1.5$

$$NPR = \frac{A}{x - x_e} + B \cdot e^{C(x-x_e)} + D \cdot NPR_2 \quad (7.8)$$

- Per $1.5 < NPR_2 \leq 2.5$:

$$NPR = \frac{A}{x - x_e} + B \cdot e^{C(x-x_e)} + 1.5 \cdot D + (NPR_2 - 1.5) \cdot [E \log(x_e - x) - F] \quad (7.9)$$

- Per $2.5 < NPR_2 \leq 4$:

$$NPR = \frac{A + G \cdot (NPR_2 - 2.5)}{x - x_e} + B \cdot e^{C(x-x_e)} + 1.5 \cdot D + [E \log(x_e - x) - F] \quad (7.10)$$

Vengono riportati i valori dei coefficienti:

- $A = -1.0553$;

- $B = 19.2177$;
- $C = 0.3995$;
- $D = 7.3057$;
- $E = 3.5004$;
- $F = 5.5344$;
- $G = 0.3966$.

Per prima cosa si è imposto che i dati ottenuti precedentemente fossero opportunamente interpolati dalle curve risultanti al variare del valore del NPR_2 .

In figura 7.47 viene mostrata la legge generale ottenuta per i casi test $NPR_2 = 1.5$ e $NPR_2 = 2.5$.

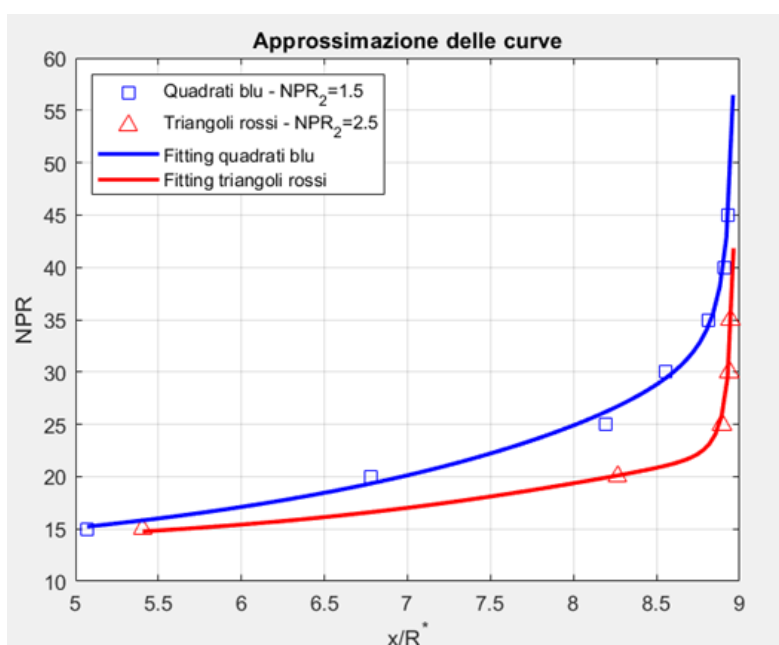


Figura 7.47: Formulazione empirica: interpolazione dati sperimentali

Successivamente è stata svolta un'analisi parametrica al variare del valore del NPR_2 . In questo modo si può chiaramente vedere l'andamento di uno dei parametri al variare degli altri due. In particolare, è stato tracciato con una linea tratteggiata nera l'andamento della legge trovata precedentemente per $NPR_2 = [1, 2, 3, 4]$.

Come si può vedere dalla figura 7.48, fissato un certo valore di NPR, il punto di inizio separazione si sposta verso la sezione di uscita dell'ugello aumentando il valore di NPR_2 .

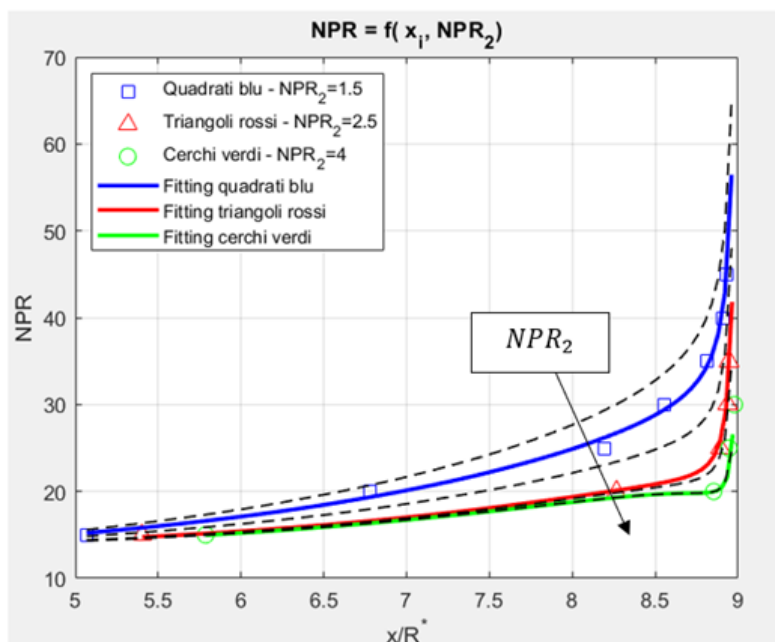


Figura 7.48: Formulazione empirica: andamento delle curve al variare di NPR_2

7.3.5 Portata getto secondario

Nelle sezioni precedenti è stato dimostrato come l'inserimento di un getto secondario possa posticipare la simulazione del flusso in ugelli sovraespansi. L'utilizzo di un $NPR_2=4$ potrebbe rappresentare una soluzione ideale nell'operazione di accensione.

Si vuole, quindi, andare a valutare la portata del getto secondario come frazione della portata in massa del getto principale, per le varie simulazioni effettuate. In questo modo si può considerare l'effettiva possibilità di realizzazione di un ugello secondario, basandosi sui dati ottenuti in letteratura relativi a lanciatori operativi.

La portata attraverso una sezione di un ugello può essere valutata come:

$$\dot{m} = \rho \cdot u \cdot A \quad (7.11)$$

Dove:

- \dot{m} : portata in massa [kg/s];
- ρ : densità [kg/m^3];
- u : velocità del gas [m/s];
- A : sezione attraverso cui viene valutata la portata [m^2].

Utilizzando le relazioni isentropiche e il numero di Mach, possiamo esprimere la densità ρ e la velocità u in funzione delle condizioni totali e del numero di Mach locale:

$$\rho = \frac{p^o}{RT^o} \cdot \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \quad (7.12)$$

$$u = M \cdot \sqrt{\frac{\gamma RT^o}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}} \quad (7.13)$$

Sostituendo nell'(eq. 7.11) si trova che:

$$\dot{m} = f(M) \cdot \frac{p^o A}{\sqrt{RT^o}} \quad (7.14)$$

Dove:

$$f(M) = \sqrt{\gamma} \cdot M \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}} \quad (7.15)$$

A questo punto è possibile valutare opportunamente i valori di portata principale e secondaria.

Per quanto riguarda il getto principale la portata viene valutata all'interno della sezione di gola, contraddistinta da condizione sonica del flusso ($M=1$).

$$\dot{m} = \Gamma \cdot \frac{p^o A}{\sqrt{RT^o}} \quad (7.16)$$

La funzione Γ rappresenta $f(M = 1)$.

La portata del getto secondario viene valutata utilizzando la sezione di uscita del getto secondario. Le condizioni del flusso in tale sezione sono descritte all'inizio del capitolo. In tabella 7.49 viene riportata la portata in massa come frazione della portata principale per i vari casi studio.

\dot{m}_2/\dot{m}_{main}	NPR						
	15	20	25	30	35	40	45
$NPR_2 = 1.5$	0.0096	0.0072	0.0057	0.0048	0.0041	0.0036	0.0032
$NPR_2 = 2.5$	0.0263	0.0197	0.0156	0.0132	0.0113	0.0099	0.0088
$NPR_2 = 4$	0.0561	0.0421	0.0333	0.0281	0.0241	0.0210	0.0187

Figura 7.49: Mass rate al variare di NPR e NPR_2

Basandosi sui dati che si possono trovare in letteratura, nei lanciatori operativi la portata dei flussi secondari tende a non superare il 5% della portata principale. Questo porta a concludere che nella condizione $NPR = 15$, l'introduzione di un flusso secondario contraddistinto dal valore $NPR_2 = 4$, potrebbe non essere una soluzione facilmente implementabile. In tabella è stato evidenziato il valore di portata secondaria per questo caso limite che ammonta al 5.61% del flusso principale ($\frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_{main}} = 0.0561$).

Andando invece a considerare il caso test evidenziato in azzurro ($NPR = 20$, $NPR_2 = 4$), si può vedere come l'inserimento dell'iniezione secondaria porti allo spostamento della separazione in una regione prossima al bordo di uscita con un mass rate pari al 4.21%. Si tratta di un ottimo risultato nell'ottica di un'operazione di accensione del sistema perché permette di non avere separazioni neanche nelle prime fasi del transitorio. Inoltre,

osservando congiuntamente il grafico in cui viene rappresentato il confronto globale (figura 7.33) e la tabella in cui viene presentato il rapporto tra le portate in massa (figura 7.49), si vede come, aumentando la pressione in camera a fissato $NPR_2 = 4$, non si presenta il fenomeno di separazione e il mass rate va a diminuire considerevolmente.

7.3.6 Spegnimento getto secondario

Si potrebbe pensare di programmare uno spegnimento del getto secondario anticipato, una volta ottenuti i risultati desiderati, ovvero raggiunto il caso test [$NPR = 20$, $NPR_2 = 4$]. In figura 7.50 viene mostrato lo spostamento del punto di separazione per quest'ultima ipotesi, mostrando l'effetto dello spegnimento del getto secondario.

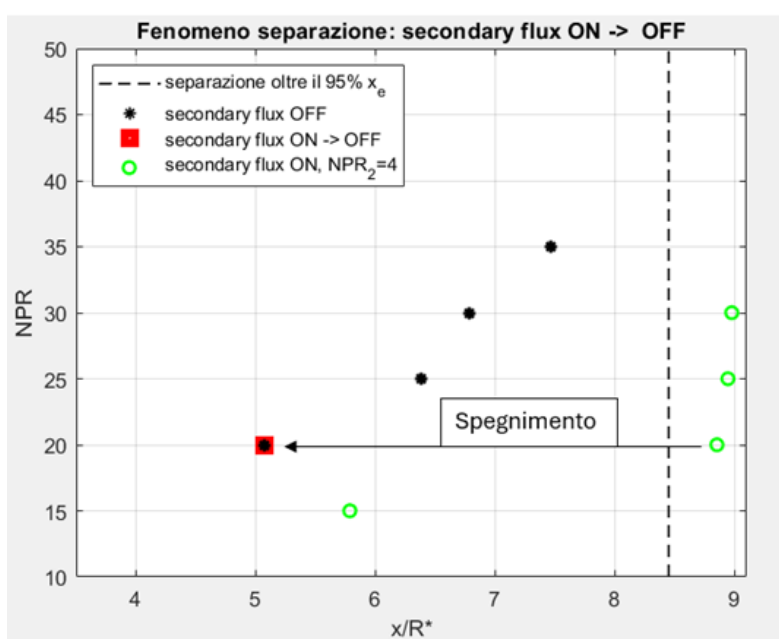


Figura 7.50: Fenomeno separazione: spegnimento getto secondario

Partendo dalla simulazione [$NPR = 20$, $NPR_2 = 4$] e spegnendo il flusso secondario, si è registrato che il punto di separazione non rimane in prossimità dell'uscita, ma torna a coincidere con il punto di separazione del caso test [$NPR = 20$, getto secondario OFF]. Si può concludere, di conseguenza, che durante l'accensione del sistema propulsivo la durata del controllo deve essere tale da permettere il raggiungimento di una pressione in camera di combustione sufficiente alla naturale assenza di separazione.

Capitolo 8

Conclusioni

Nel presente lavoro di tesi, dopo aver ampiamente discusso del fenomeno della separazione del flusso, sono state effettuate una serie di simulazioni per valutare la posizione del punto di separazione e del disco di Mach in un ugello TIC sovraespanso.

In primo luogo è stato unicamente analizzato il flusso principale dell'ugello al variare della pressione in camera (e di conseguenze al variare del valore del NPR) durante l'accensione. Si è ottenuto un chiaro andamento del trend: all'aumentare del NPR, il punto di separazione si sposta verso la sezione di uscita dell'ugello.

Ponendosi nell'ottica di voler evitare ingenti carichi laterali che potrebbero compromettere l'integrità strutturale dell'ugello, la condizione ottimale, per cui la separazione è posta approssimativamente all'uscita, è verificata da alti valori del NPR ottenuti al termine del transitorio di accensione.

Una volta analizzati questi risultati si è voluto migliorare ulteriormente le prestazioni del sistema, inserendo un dispositivo di controllo ausiliario costituito da un ugello secondario. Dopo aver ipotizzato che l'ugello secondario si trovasse in condizioni di uscita sonica, ci si è concentrati sulla nuova condizione di flusso secondario assiale adattato, svolgendo numerose simulazioni al variare del NPR, una volta fissato il valore del NPR_2 .

È stato riscontrato che, utilizzando un valore di NPR_2 sufficiente (nel caso in esame si è posto $\text{NPR}_2=4$), si può raggiungere la condizione di separazione del flusso nei pressi dell'uscita già nella fase iniziale del transitorio di accensione, contraddistinta da bassi valori di NPR.

Valutando la portata di tale flusso secondario in relazione della portata del flusso principale si è concluso che è possibile controllare attivamente la separazione del flusso in ugello sovraespanso già dalle prime fasi dell'accensione, utilizzando un rapporto in massa $\dot{m}_2/\dot{m}_{main} < 5\%$, completamente in linea con i valori riscontrati negli attuali lanciatori in commercio.

Si è infine studiato se, una volta raggiunta una certa posizione del punto di separazione all'inizio del transitorio (in particolare per $\text{NPR} = 20$), lo spegnimento del getto secondario potesse non influire sul movimento del punto di separazione.

La condizione ideale sarebbe stata quella per cui, raggiunta una sezione in prossimità

dell'uscita con l'ausilio della portata ausiliaria, la posizione del punto di separazione non si sarebbe spostata nel momento dello spegnimento del flusso secondario.

È stato verificato tuttavia che, una volta venuto a mancare il controllo rappresentato dal getto ausiliario, il punto di separazione si muove verso monte, tornando alla posizione riscontrata per quel dato valore di NPR in presenza del solo flusso principale.

Si può concludere, di conseguenza, che durante l'accensione del sistema propulsivo non è possibile spegnere il getto ausiliario fino al raggiungimento di una pressione in camera sufficiente alla naturale assenza di separazione.

Guardando al futuro si potrebbe pensare di inserire nuovi flussi secondari in posizioni differenti e con direzioni non coincidenti con quella assiale, valutarne il controllo attivo sul flusso principale ed eseguire simulazioni con diversi tipi di combustibile.

Sarebbe interessante poter svolgere test in scala reale per appurare i risultati ottenuti durante le simulazioni numeriche effettuate nel presente lavoro di tesi e vedere se il contemporaneo utilizzo di diversi meccanismi di controllo possa portare alla completa assenza di separazione, migliorando le prestazioni del sistema propulsivo e valutando quantitativamente l'effettiva diminuzione dei carichi laterali.

Bibliografia

- [1] Jan Ostlund, “Flow processes in rocket engine nozzles with focus on flow separation and side-loads”, pp 1-3, May 2002, Technical reports from Royal Institute of Technology Department of Mechanics, S-100 44 Stockholm, Sweden
- [2] Ferrero, A.,Pastrone, D.,“Plasma Actuator–Assisted Rocket Nozzle for Improved Launcher Performance”,AIAA JOURNAL Vol. 57, No. 4, April 2019. DOI:10.2514/1.J057956
- [3] Jan Ostlund, “Flow processes in rocket engine nozzles with focus on flow separation and side-loads”, pp 5-7, May 2002, Technical reports from Royal Institute of Technology Department of Mechanics, S-100 44 Stockholm, Sweden
- [4] Pastrone D., Masseni F., Ferrero A., corso di ”Motori per Aeromobili”, approfondimento ”Endoreattori”, Politecnico di Torino, a.a. 2022/2023.
- [5] Pastrone D., corso di ”Endoreattori”, Politecnico di Torino, a.a. 2022/2023
- [6] Casalino L., corso di ”Propulsione Spaziale”, Politecnico di Torino, a.a. 2023/2024
- [7] Oates, G. C., “ Aerothermodynamics of Gas Turbine and Rocket Propulsion”, New York, AIAA, 1984
- [8] Jan Ostlund, “Flow processes in rocket engine nozzles with focus on flow separation and side-loads”, pp 8-16, May 2002, Technical reports from Royal Institute of Tecnology Department of Mechanics, S-100 44 Stockholm, Sweden
- [9] Ahlberg J. H., Hamilton S., Migdal D., Nilson E. N.“Truncated Perfect Nozzles in Optimum Nozzle Design”,ARS Journal, Vol. 31, No. 5, pp.614-620, May 1961
- [10] Di Charles R. Doering, J. D. Gibbon, “Applied Analysis of the Navier-Stokes Equations”, Cambridge test in applied mathematics,pp 1-21, 2004
- [11] Ferrero A., dispese del corso di ”Fluidodinamica computazionale dei sistemi propulsivi”, Politecnico di Torino, a.a. 2023/2024
- [12] Ferlauto M., corso di ”Fluidodinamica delle turbomacchine”, Politecnico di Torino, a.a. 2023/2024

-
- [13] Kulchytskyy V., Tesi di Laurea "Studio numerico della separazione del flusso in ugelli supersonici tramite getti coassiali", Università degli studi della Campania "Luigi Vanvitelli". pp 138, a.a.2022/2023
- [14] Foias C., Manley O., Rosa R., Teman R., "Navier Stokes equations and turbulence", 2001
- [15] Hinze, J.O., "Turbulence - An introduction to its mechanism and theory", McGraw Hill, USA, 1959
- [16] Karalliu X., Tesi di Laurea "Numerical Dissipation in the Solution of Euler Equations, its Impact in Aeroelasticity", pp 7, Politecnico di Milano,
- [17] T. J. Chung, "Computational Fluid Dynamics", Univeristy of Alabama, Cambridge Press, pp 3, pp 29-33
- [18] Barbero, G., Tesi di laurea "Analisi fluidodinamica del comportamento di una presa d'aria supersonica", pp 15-39, Politecnico di Torino, a.a. 2022/2023
- [19] Cebeci T., Smith A.M.O." Analysis of Turbulent Boundary Layers", pp 1-6, Academic Press Inc
- [20] Charles R. Doering, J.D.Gibbon, "Applied analysis of the Navier-Stokes equations", Cambridge Univeristy Press
- [21] ANSYS Inc. ANSYS Fluent Guide, Lecture 7: Turbulence Modeling. ANSYS, 2013
- [22] ANSYS Inc. ANSYS Fluent 12.0 Theory Guide. ANSYS, 2009.
- [23] ANSYS Inc. ANSYS Fluent User's Guide. ANSYS, 2013
- [24] Prandtl, L., "Ueber Fluessigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung" (On Fluid Movement at Low Friction, in German), International Mathematical Congress, Heidelberg, 1904
- [25] Beresh, S, Clemens N., Dolling D., "The Relationship Between Upstream Turbulent Boundary layer Velocity Fluctuations and Separation Shock Unsteadiness", AIAA 99-0295, 37th Aerospace Meeting, Reno, NV, 1999.
- [26] Donaldson C., Lange R., "Study of the Pressure Rise Across Shock Waves required to Separate Laminar and Turbulent Boundary Layer". NACA Technical Note 2770, Langley Aeronautical Laboratory, Langley Field, March 1952.
- [27] Delery, J., and Marvin. J.G., "Shock-Wave Boundary Layer Interactions", AGARD No. 280, February 1986, ISBN 92-835-1519-6

-
- [28] Chapman D., Huehn D., Larson H., "Investigation of Separated Flows in Supersonic and Subsonic Streams with Emphasis on the Effect of Transition", NACA Report 1536, Ames Aeronautical Laboratory, Moffet Field, 1958.
- [29] Chapman D., Huehn D., Larson H., "Investigation of Separated Flows in Supersonic and Subsonic Streams with Emphasis on the Effect of Transition", NACA Report 1536, Ames Aeronautical Laboratory, Moffet Field, 1958.
- [30] Jan Ostlund, "Flow processes in rocket engine nozzles with focus on flow separation and side-loads", pp 40-43, May 2002, Technical reports from Royal Institute of Technology Department of Mechanics, S-100 44 Stockholm, Sweden
- [31] Foster, C., and Cowles, F., "Experimental Study of Gas Flow Separation in Overexpanded Exhaust Nozzles for Rocket Motors", JPL Progress Report 4-103, May 1949
- [32] Arens, M., and Spiegler, E, Shock-Induced Boundary Layer Separation in Overexpanded Conical Exhaust Nozzles", AIAA Journal, Vol. 1, No. 3, March 1963
- [33] Sunley, H., and Ferriman, D., "Jet Separation in Conical Nozzles", Journal of the Royal Aeronautical Society, Vol. 68, December 1964
- [34] Mattsson, J. (changed name to Östlund 1999), Högman, U., and Torngren, L., "A Sub-Scale Test Programme on Investigation of Flow Separation and Side-Loads in Rocket Nozzles", Proceedings of the 3rd European Symposium on Aerothermodynamics of Space Vehicles, ESA-ESTEC, Netherlands, November 24-26, 1998
- [35] Nave, L. H., and Coffey, G. A., "Sea-Level Side-Loads in High Area Ratio Rocket Engines", AIAA 73-1284, 1973
- [36] Terhardt, M., Hagemann, G., and Frey, M., "Flow Separation and Side-Load Behaviour of the Vulcain Engine", AIAA 99-2762, 1999
- [37] Frey, M. and Hagemann, G., "Status of Flow Separation Prediction in Rocket Nozzles", AIAA 98-3619, 1998
- [38] S.B. Verma , Abdellah Hadjadj, Oskar Haidn "Origin of side-loads in a subscale truncated ideal contour nozzle", Aerospace Science and Technology, Volume 71, December 2017, Pages 725-732
- [39] J. Östlund, T. Damgaard, M. Frey, "SIDE-LOAD PHENOMENA IN HIGHLY OVEREXPANDED ROCKET NOZZLES", Space Propulsion Volvo Aero Corporation S-461 81 Trollhättan, Sweden

-
- [40] R. Stark and G. Hagemann, “Current status of numerical flow prediction for separated nozzle flows” , DLR, German Aerospace Center, Lampoldshausen, D-74239, Germany, Astrium ST, Munich, D-81663, Germany, 2nd European Conference for Aerospace Sciences (EUCASS)
- [41] Chapman D., Huehn D., Larson H., “Investigation of Separated Flows in Supersonic and Subsonic Streams with Emphasis on the Effect of Transition”, NACA Report 1536, Ames Aeronautical Laboratory, Moffet Field, 1958.
- [42] Erdos J., Pallone A., “Shock-Boundary Layer Interaction and Flow Separation”, Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute Procs., Stanford University Press, 1962
- [43] Jan Ostlund, “Flow processes in rocket engine nozzles with focus on flow separation and side-loads”, pp 27-42, May 2002, Technical reports from Royal Institute of Technology Department of Mechanics, S-100 44 Stockholm, Sweden
- [44] Casalino L., corso di ”Propulsione spaziale”, Politecnico di Torino, a.a. 2023/2024
- [45] Jan Ostlund, “Flow processes in rocket engine nozzles with focus on flow separation and side-loads”, pp 27-30, May 2002, Technical reports from Royal Institute of Tecnology Department of Mechanics, S-100 44 Stockholm, Sweden
- [46] Carrera E., Filippi M., Fusaro R., Petrolo M., corso di ”Progettazione di veicoli aerospaziali”, Politecnico di Torino, a.a. 2023/2024