

# Politecnico di Torino

Laurea Magistrale in Ingegneria Matematica



**Politecnico  
di Torino**

Tesi di Laurea Magistrale

## Analisi topologica e idraulica della rete di drenaggio di Torino

RELATORI

**Dr. Sofia Fellini**

**Prof. Luca Ridolfi**

CANDIDATA

**Anna Ebellini**

**A.a. 2023/2024**

**Sessione di Laurea Ottobre 2024**



# Sommario

In natura, la morfologia dei bacini fluviali presenta somiglianze legate alla loro geometria frattale. Questo aspetto suggerisce l'esistenza di una dinamica unificante che opera indipendentemente dalla scala. Leggi di scala, che includono parametri geometrici dei canali fluviali, delineano la morfologia dei bacini. Questo studio indaga se tali leggi, tipicamente associate a fenomeni naturali, possano trovare applicazione anche nelle reti idriche artificiali. L'obiettivo è confrontare la topologia e le caratteristiche idrauliche delle reti di drenaggio urbano con quelle delle controparti naturali.

Il caso studio si concentra sulla rete di drenaggio della città di Torino, la quale viene suddivisa in quattro macroaree idraulicamente indipendenti. La visualizzazione e l'analisi dei dati sperimentali, basata su un approccio alle reti complesse, rappresenta i condotti come archi e i pozzetti e i punti di deflusso come nodi. La rete di drenaggio urbano è considerata infatti un sistema complesso, composto da elementi sviluppatasi in epoche storiche diverse, che interagiscono in maniera dinamica e interconnessa, evolvendo nel tempo.

Per ciascuna macroarea sono state calcolate alcune metriche base della teoria delle reti complesse. Vengono poi applicate, su ciascuna rete, la legge di Hack, la legge di scala della portata massima ( $Q_{max}$ ) transitante nella rete con l'area drenata e la probabilità di superamento dell'area totale di contribuzione ( $P[A \geq a]$ ). Per i punti di recapito su cui transitano le portate maggiori viene tracciata la funzione di larghezza. Si indaga, inoltre, l'esistenza di una possibile legge di scala tra la sezione dei condotti lungo la rete e l'area drenata.

Un approfondimento è stato condotto sulla stratificazione storico-urbana della rete, confrontando il centro storico di Torino, con aree più periferiche sviluppatasi in tempi recenti. Queste aree vengono analizzate in termini

di leggi di scala e di caratteristiche topologiche per capire se è possibile individuare eventuali correlazioni con l'età della rete.

Due diversi approcci, basati su differenti criteri di selezione dei punti di controllo, sono stati adottati per le analisi. La verifica dell'effettiva esistenza di un trend lineare, o di differenze significative, è stata validata con opportuni test statistici.

I risultati confermano l'esistenza delle leggi di scaling per la rete urbana considerata, sebbene con coefficienti generalmente diversi da quelli tipici dei bacini fluviali. Le diverse dimensioni delle reti di drenaggio nelle quattro macroaree influenzano i coefficienti calcolati. Inoltre, si dimostra esserci un'influenza dell'evoluzione storica della rete sui coefficienti della relazione tra la portata e l'area drenata e tra la sezione e l'area. Le conclusioni tratte dal corrente studio, oltre a fornire una comprensione più approfondita della dinamica e della topologia dei sistemi di drenaggio, costituiscono una base per eventuali miglioramenti nella loro gestione urbana e ambientale.

# Abstract

In nature, river basins morphology exhibits recurring similarities related to their fractal geometry. This aspect suggests the existence of a unifying dynamics that operate independently of scale. Scaling laws, which include geometric parameters of river channels, delineate the morphology of the basins. This study investigates if these laws, typically related to natural phenomena, find application on artificial water networks. The objective is to compare the topology and hydraulic characteristics of urban drainage networks with those of their natural counterparts. The case study focuses on the drainage network of the city of Turin, which is divided into four hydraulically independent macro-areas.

The visualisation and analysis of the experimental data, based on a complex network approach, represents conduits as links and junctions and outfalls as nodes. The urban drainage network is in fact considered a complex system, because it is made up of many different components, developed in different historical periods, which interact in a dynamic and interconnected way, evolving over time.

Some basic metrics of complex network theory have been calculated for each macro-area. Hack's law, the scaling law of the maximum flow rate ( $Q_{max}$ ) passing through the network with the drained area and the probability of exceeding the total contributing area ( $P[A \geq a]$ ) are then applied to each network. The width function is plotted for the discharge points over which the largest flows pass. The existence of a possible scaling law between the cross-section of the conduits along the network and the drained area is also investigated.

An in-depth study was conducted on the historical-urban stratification of the network, comparing the historical centre of Turin with more peripheral areas developed in recent times. These areas are analysed in terms of scale

laws and topological characteristics to see if any correlations with the age of the network can be identified.

Two different approaches, based on different criteria for selecting control points, were adopted for the analyses. The verification of the actual existence of a linear trend or significant differences was validated with appropriate statistical tests.

The results confirm the existence of scaling laws for the urban network considered, even though with coefficients that are generally different from those typical of river basins. The different sizes of the drainage networks in the four macro-areas influence the calculated coefficients. Furthermore, it is shown that there is an influence of the historical evolution of the network on the coefficients of the relationship between flow and drained area and between cross-section and area. The conclusions derived from the current study not only provide a deeper understanding of the dynamics and topology of drainage systems, but also form a basis for possible improvements in their urban and environmental management.

*Alle mie due famiglie,  
quella a casa e quella a Torino.*



# Indice

<b>Abbreviazioni e acronimi</b>	XI
<b>1 Introduzione</b>	1
<b>2 Reti di drenaggio naturali e artificiali</b>	5
2.1 Bacini fluviali . . . . .	5
2.1.1 Leggi di scala . . . . .	7
2.1.2 Funzione di larghezza . . . . .	10
2.2 Reti di drenaggio artificiali . . . . .	11
2.2.1 Differenze tra bacini naturali e bacini urbani . . . . .	13
<b>3 Alcune metriche base della teoria delle reti complesse</b>	15
3.1 Teoria dei grafi e reti complesse . . . . .	15
3.1.1 Teoria delle reti complesse applicata alle reti di drenaggio	17
3.1.2 Metriche base . . . . .	17
<b>4 Rete di drenaggio di Torino</b>	21

4.1	La rete . . . . .	21
4.1.1	Aree di studio . . . . .	21
4.1.2	Evoluzione storica . . . . .	23
4.2	Modellazione idraulica con <i>SWMM</i> . . . . .	26
4.3	Rappresentazioni della rete . . . . .	27
<b>5</b>	<b>Analisi della rete di Torino</b>	<b>39</b>
5.1	Metriche base della teoria delle reti complesse . . . . .	39
5.2	Leggi di scaling . . . . .	41
5.2.1	Legge di Hack . . . . .	45
5.2.2	Probabilità di superamento dell'area drenata . . . . .	49
5.2.3	Relazione tra portata massima e area drenata . . . . .	52
5.2.4	Relazione tra sezione dei condotti e area drenata . . . . .	57
5.2.5	Funzione di larghezza . . . . .	62
5.3	Evoluzione storica della rete di drenaggio . . . . .	64
5.3.1	Confronto tra il centro storico e le aree di nuova urbanizzazione . . . . .	65
<b>6</b>	<b>Conclusioni e sviluppi futuri</b>	<b>73</b>
6.1	Risultati chiave e interpretazione . . . . .	73
6.2	Direzioni future . . . . .	75
	<b>Bibliografia</b>	<b>79</b>

# Abbreviazioni e acronimi

## **DEM**

Digital Elevation Map

## **OCN**

Optimal Channel Networks

## **GIS**

Geographic Information System

## **DIATI**

Dipartimento di Ingegneria dell'Ambiente, del Territorio e delle Infrastrutture

## **SWMM**

Storm Water Management Model

## **SMAT**

Società Metropolitana Acque Torino

## **CNT**

Complex Network Theory

## **KDE**

Kernel Density Estimation

**CS**

Centro Storico

**LIN**

Lingotto - Mirafiori Sud

**CEN**

Cenisia



# Capitolo 1

## Introduzione

La gestione ottimale delle reti di drenaggio urbano è di fondamentale importanza. Questi sistemi possono rivelarsi localmente inefficienti in caso di apporti d'acqua superiori a quelli previsti. Negli ultimi anni, la crescente urbanizzazione e l'aumento della frequenza di eventi climatici estremi, legati al cambiamento climatico, hanno evidenziato ulteriormente la necessità di rendere tali reti più efficienti per far fronte a queste condizioni (Kourtis e Tsihrintzis 2021).

Un punto di partenza fondamentale per affrontare questa problematica consiste nello studio delle reti di drenaggio, da una prospettiva sia topologica che idraulica.

Per approfondire lo studio delle reti di drenaggio urbano, è utile fare riferimento alle reti di drenaggio naturali, le quali sono caratterizzate da una tendenza all'auto-organizzazione (Ignacio Rodriguez-Iturbe e Rinaldo 1997). Questo fenomeno permette ai sistemi naturali di evolversi verso strutture complesse ma efficienti, senza la necessità di interventi esterni, seguendo schemi che ottimizzano il flusso e minimizzano l'energia dissipata. Questa organizzazione si riflette nella topologia delle reti, dove le relazioni tra le varie componenti possono essere descritte attraverso leggi di scala. L'applicazione di tali leggi, già avvenuta con successo nello studio dei bacini fluviali, rimane un campo di ricerca relativamente inesplorato per quanto riguarda le reti urbane, principalmente a causa della difficoltà di ottenere dati sperimentali

sufficienti e accurati. Alcuni studi in materia sono stati svolti da Yang et al. 2017 e Achour et al. 2023.

Il caso studio, in questo lavoro, si concentra sulla rete di drenaggio della città di Torino, suddivisa in quattro macroaree che risultano dall'unificazione dei vari sottobacini della città in quattro reti idraulicamente indipendenti. Questa rete presenta una complessità a più livelli, dovuta al fatto che la città e la rete di drenaggio si sono evolute e trasformate in parallelo nel corso dei secoli, a partire dall'epoca romana. In relazione a questa complessità, la visualizzazione e l'analisi dei dati sperimentali si basano su un approccio alle reti complesse, in cui i condotti corrispondono ai lati mentre punti apicali, pozzetti e punti di deflusso corrispondono ai nodi. Diversi studi presenti in letteratura, come quello svolto da Simone et al. 2022, analizzano la potenzialità dell'applicazione della teoria delle reti complesse per l'analisi di questo tipo di sistemi urbani.

La maggior parte dei dati sperimentali deriva dalla modellazione idraulica svolta da Boano et al. 2023 con il software *SWMM (Storm Water Management Model)*.

Le leggi di scala considerate sono applicate con due approcci diversi, al fine di rafforzare la validità dei risultati. Il *I metodo* si concentra sui nodi direttamente associati a specifiche aree drenate, mentre il *II metodo* esamina i nodi di intersezione tra più condotti e i punti di deflusso della rete. Inoltre, i diversi coefficienti delle leggi di potenza ottenuti tramite regressione lineare e eventuali confronti tra essi, sono stati validati con opportuni test statistici.

Questo studio ha dunque l'obiettivo di indagare se esistono leggi di scala che descrivono il comportamento e la morfologia delle reti di drenaggio urbano, simili a quelle esistenti per i bacini fluviali naturali. In secondo luogo, si cercherà di capire in che modo la topologia e le caratteristiche idrauliche delle reti sono influenzate dall'evoluzione storica della città.

L'elaborato è strutturato in sei capitoli.

Nel capitolo 2 vengono presentate le nozioni base relative alle reti di drenaggio naturali e artificiali, con un confronto tra le due. Inoltre, vengono illustrate le leggi di scala e le relazioni tipicamente usate per i bacini naturali.

Nel capitolo 3 vengono introdotti i concetti di grafo e rete complessa, seguiti dalle definizioni di alcune delle metriche base associate a queste ultime.

La presentazione dei dati sperimentali della rete di drenaggio di Torino ed

una breve descrizione della sua evoluzione storica, sono presentate successivamente al capitolo 4.

Il capitolo 5 descrive lo sviluppo dell'analisi vera e propria, applicata alle quattro macroaree in cui è stata suddivisa la rete di drenaggio. Vengono illustrati i metodi statistici impiegati e presentati i risultati relativi a ciascuna delle leggi considerate. L'ultima parte del capitolo si concentra sulla variazione delle leggi in relazione alla stratificazione storica della rete. Infine, nel capitolo finale vengono riassunte le principali conclusioni e considerazioni emerse dall'analisi, insieme a qualche spunto per eventuali sviluppi futuri.



## Capitolo 2

# Reti di drenaggio naturali e artificiali

In questo capitolo verranno introdotti alcuni concetti chiave legati alle reti di drenaggio, sia in contesti naturali che artificiali. Inizialmente, verrà fornita una definizione di bacino fluviale e dei suoi principali elementi morfologici. Successivamente, verranno presentate le leggi di scala che governano le reti fluviali ottimali, evidenziando come queste riflettano un'auto-organizzazione intrinseca. Infine, verranno discussi studi recenti sull'applicazione delle leggi di scala ai sistemi di drenaggio urbano, evidenziando analogie e differenze con le reti fluviali naturali.

### 2.1 Bacini fluviali

In accordo con la suddivisione di Schumm di un sistema fluviale (Schumm 1977), riassunta in figura 2.2, questo si può suddividere in tre zone idealizzate ciascuna avente una funzione primaria in relazione ai sedimenti. In particolare si definisce **bacino fluviale**, o **bacino di drenaggio**, la zona associata alla produzione di sedimenti, ovvero l'area di terra in cui tutte le acque superficiali e sotterranee convergono verso un unico corso d'acqua principale. Prima di procedere con lo studio delle leggi di scala, è utile introdurre un

paio di termini fondamentali della morfologia fluviale all'interno di un bacino:

- **spartiacque**, ovvero l'altura che separa due bacini idrografici adiacenti e definisce il confine tra di essi;
- **area drenata** associata ad un punto, ovvero l'area totale che contribuisce al punto, confluendo dalle zone a monte attraverso le varie direzioni di drenaggio.



**Figura 2.1:** Rete fluviale del fiume Brahmaputra in Tibet<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>iStock. (n.d.). "The beautiful Brahmaputra Yarlung Zangbu River in Tibet."  
Disponibile su <https://www.istockphoto.com/it/foto/the-beautiful-brahmaputra-yarlung-zangbu-river-in-tibet-gm2159893501-580453448>.

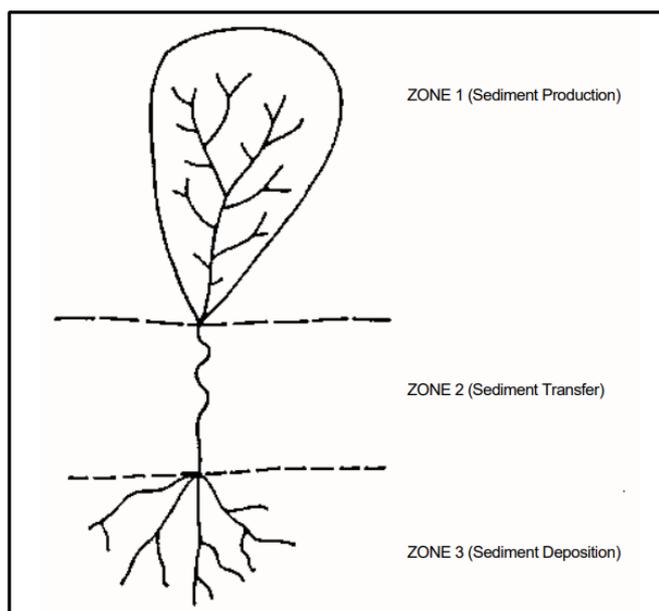


Figura 2.2: Sistema fluviale ideale [dopo Schumm, 1977]

### 2.1.1 Leggi di scala

I bacini fluviali, o più precisamente le reti di canali ottimali, sono un esempio di sistema di flusso auto-organizzato su larga scala. Le reti ottimali, **Optimal Channel Networks (OCN)**, sono modelli matematici sviluppati per analizzare la struttura e l'evoluzione delle reti di drenaggio fluviale. Questi modelli si basano sul principio della minimizzazione della dissipazione totale di energia, suggerendo che le reti fluviali si organizzano per ottimizzare l'efficienza del trasporto di acqua e sedimenti.

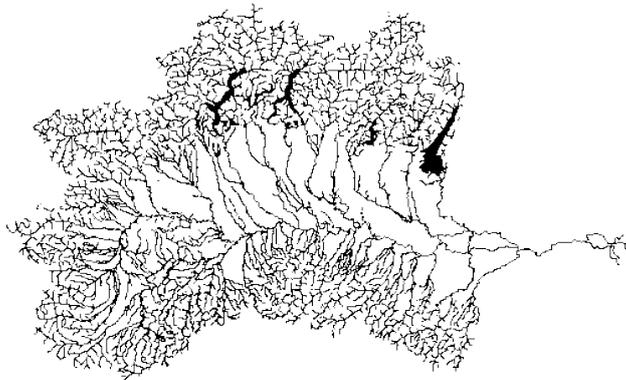
L'idea di auto-organizzazione, da un punto di vista matematico, riguarda la tendenza dei processi non lineari ad organizzare i sistemi matematici in strutture che rispettano un ordine su tutte le scale di lunghezza (Bak et al. 1989). Se questa tendenza è comune nei modelli matematici, è ragionevole aspettarsi che anche il mondo naturale presenti strutture su tutte le scale. In effetti, la natura mostra una propensione all'auto-organizzazione, per esempio nei sistemi di flusso. Fenomeni simili si osservano in diversi contesti naturali e su diverse scale, dalla circolazione sanguigna del corpo umano alle

nervature delle foglie.

In questo contesto, le leggi di scala riflettono e concretizzano una tendenza alla similarità tra sistemi differenti. In accordo con Langhaar 1951, la similarità (*similarity*) tra due sistemi si verifica quando le caratteristiche di uno possono essere correlate alle caratteristiche corrispondenti di un altro sistema attraverso un semplice fattore di conversione, noto come fattore di scala.

Una legge di scala (o *scaling law*) è una relazione matematica, solitamente di tipo esponenziale, che descrive come una certa proprietà o grandezza fisica varia al crescere delle dimensioni del sistema, o di altre caratteristiche dello stesso.

Ignacio Rodriguez-Iturbe e Rinaldo 1997, hanno introdotto e sviluppato il concetto di OCN attraverso studi sulla morfologia dei bacini idrografici, dimostrando come le reti fluviali si sviluppano e si auto-organizzano nel tempo, riflettendo le condizioni ambientali e geologiche. Questo comportamento è legato alla natura frattale e priva di scala che caratterizza in modo unico tutte le reti fluviali. Ignacio Rodriguez-Iturbe e Rinaldo 1997, hanno fornito un ampio elenco di leggi di potenza che coinvolgono i parametri geometrici dei canali e dei bacini fluviali, e che evidenziano la similarità degli stessi. Di seguito, si riportano alcune delle leggi di potenza da loro proposte.



**Figura 2.3:** Rete di drenaggio del fiume Po, rappresentativa della struttura frattale di tali sistemi<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup>Fonte: <https://www.adbpo.it/>.

## Legge di Hack

La prima legge di potenza fu introdotta da Hack 1957 e successivamente applicata a vari corsi d'acqua negli Stati Uniti, oltre che ai principali fiumi del mondo, nei suoi studi successivi. L'analisi e la relazione trovata da Hack fu di seguito perfezionata sino alla forma estesa, che dice che per ogni corso d'acqua vale la seguente proporzionalità:

$$L \propto A^{h_{Hack}} \quad (2.1)$$

ove l'esponente in questione è  $h_{Hack} \in [0.568, 0.6]$  (Gray 1961),  $L$  è la lunghezza del corso più lungo all'interno di una regione di drenaggio misurata da un determinato punto sino allo spartiacque ed  $A$  è l'area di drenaggio. Si osserva che tale legge è puramente deterministica e non tiene conto dell'impatto delle fluttuazioni statistiche.

## Scaling delle aree drenate

Nell'analisi sperimentale dei bacini naturali, l'area drenata viene studiata attraverso le mappe digitali di elevazione (*DEM*). Le varie quote risiedono all'interno di una griglia con elementi chiamati pixel. Il primo passo per la ricostruzione della rete consiste nell'assegnare una direzione di drenaggio da ogni pixel a uno dei suoi otto vicini.

Dato un generico sito  $x$  appartenente alla rete di drenaggio naturale, l'equazione di base che descrive l'area totale contribuente è data da:

$$a_x = \sum_{y \in NN(x)} W_{xy} a_y + 1 \quad (2.2)$$

con

$$W_{xy} = \begin{cases} 1 & \text{se } y \rightarrow x \text{ è una direzione di drenaggio della rete} \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Il primo termine della 2.2 colleziona, tramite la matrice  $W_{xy}$ , il contributo di acqua proveniente dagli otto siti vicini ad  $x$  (*Nearest-Neighbour*), mentre il secondo termine rappresenta l'area relativa al sito  $x$ .

Si definisce una legge di potenza che assume un carattere probabilistico, la quale afferma che la funzione distribuzione relativa all'area drenata soddisfa

$$P[A \geq a] \propto a^{-\beta}, \quad (2.3)$$

con  $a$  valore arbitrario assegnato alla variabile random  $A$ , e  $\beta$  è il coefficiente caratteristico.  $P[A \geq a]$  è anche detta probabilità di superamento dell'area totale di contribuzione  $a$ . In Rodriguez-Iturbe et al. 1992, si mostra come tale coefficiente per bacini fluviali reali assuma il valore  $\beta = 0.43 \pm 0.02$ . La ripetizione di valori simili per l'esponente  $\beta$ , rappresenta un ulteriore indicatore della vicinanza del fenomeno considerato a un processo auto-organizzato.

### Relazione tra area e portata

Un'altra relazione fondamentale, che presenta un andamento regolare se si considerano diversi bacini fluviali, è quella tra la portata e l'area di drenaggio. In accordo con Leopold et al. 2020, si ha quindi la seguente legge di potenza:

$$Q \propto A^c \quad (2.4)$$

dove l'esponente assume i valori:

- $c = 0.75$ , se la portata in oggetto di riferisce alla portata al colmo di piena, ovvero al flusso massimo che il fiume può trasportare senza superare le sponde;
- $c = 1$ , se invece la portata in oggetto è la portata media annua, la quale solitamente riempie un canale fluviale fino a circa un terzo della sua profondità di piena.

### 2.1.2 Funzione di larghezza

Un'altra proprietà delle reti di drenaggio è la funzione di larghezza, o *width function*. Questa caratterizza la disposizione dei percorsi di flusso a partire da qualsiasi punto all'interno del bacino fino al punto di deflusso. Si definisce

come il numero di canali a una distanza di flusso  $x$  dal punto di deflusso del bacino:

$$W(x), \quad 0 < x < L, \quad (2.5)$$

con  $L$  distanza massima ammissibile. In questo modo si è in grado di trovare una funzione unidimensionale che sia rappresentativa della struttura bidimensionale e ramificata della rete (Lashermes e Foufoula-Georgiou 2007).

## 2.2 Reti di drenaggio artificiali

Nel capitolo precedente si è dimostrato che i bacini naturali ottimali presentano una chiara organizzazione. Questa organizzazione, che si manifesta attraverso diverse leggi di potenza, può essere sfruttata per sviluppare metodi di previsione della risposta idrologica. Ora ci chiediamo: è possibile sviluppare una serie di regole analoghe per i bacini idrografici urbani?

Una rete di drenaggio urbano è un sistema progettato per la gestione e lo smaltimento delle acque bianche, o meteoriche, e delle acque reflue di una città. Un drenaggio efficiente della zona urbana ha i seguenti obiettivi principali:

1. raccogliere e trasportare le acque nelle zone urbane;
2. evitare l'allagamento stradale;
3. assicurare che l'acqua sia convogliata in modo efficiente verso i punti di scarico;
4. mitigare l'impatto sull'ecosistema ricevente.

L'infrastruttura fognaria si distingue in base al modo in cui vengono gestite le acque reflue. Si parla di **reti miste** quando le acque bianche e nere vengono convogliate insieme nello stesso sistema di tubature, mentre si parla di **reti separate** quando le acque bianche e nere vengono trasportate attraverso due condotti distinti.

Le applicazioni delle leggi di scala dei bacini fluviali ai sistemi di drenaggio urbano sono ancora in fase esplorativa. Di conseguenza, la letteratura

disponibile sull'argomento è limitata. Vi sono vari studi volti ad applicare lo schema di ordinamento di Horton-Strahler (Strahler 1957) alle reti di drenaggio urbano, al fine di classificare una gerarchia (Cantone e Schmidt 2011a, Cantone e Schmidt 2011b). Tuttavia questi forniscono una prospettiva limitata rispetto alle altre leggi di scala dei bacini fluviali.

Un contributo significativo è stato fornito da Yang et al. 2017, in uno studio che prende in analisi la rete fognaria separata dell'isola di Oahu, nelle Hawaii, e quella di una grande città asiatica anonima. Vengono studiate la probabilità di superamento dell'area di drenaggio accumulata e la legge di Hack; inoltre, è stata esaminata l'evoluzione della rete nel tempo per osservare come le relazioni di scala si sviluppano nel corso dei decenni. I risultati principali sono i seguenti:

- per bacini di piccole dimensioni ( $< 2km^2$ ), la relazione tra lunghezza e area è di tipo lineare, mentre con l'espansione della rete di drenaggio urbano emerge un esponente diverso;
- la legge di Hack e la probabilità di superamento sono verificate per le reti drenaggio separate;
- nelle prime fasi di crescita, le reti fognarie tendono a deviare dalle leggi di scala dei fiumi.

Un altro contributo significativo è quello di Achour et al. 2023, che esamina le proprietà morfometriche del sistema fognario combinato di Parigi, gestito dalla Greater Paris Sanitation Authority. In questo studio, vengono applicati la legge Horton-Strahler e la legge di potenza dell'area drenata (Ignacio Rodriguez-Iturbe e Rinaldo 1997). Le leggi di scala risultano valide per tutti i bacini idrografici analizzati, anche se la pendenza della retta di regressione mostra valori compresi tra 0.4 e 0.5, rispetto al valore di 0.43 tipico delle OCN.

### 2.2.1 Differenze tra bacini naturali e bacini urbani

La differenza di base tra i bacini fluviali naturali e quelli urbani risiede nel fatto che i bacini urbani sono sistemi progettati e pianificati dall'uomo per la specifica città. Questo fattore porta ad alcune distinzioni sostanziali.

Mentre le reti di drenaggio naturali operano su scale temporali che variano dai minuti agli anni, le reti urbane tipicamente agiscono su scale temporali più brevi, dai minuti alle ore. Dal punto di vista spaziale, i bacini urbani coprono aree più ridotte, generalmente dell'ordine di metri o chilometri, rispetto ai bacini fluviali naturali (Blöschl e Sivapalan 1995).

Un'altra differenza fondamentale riguarda la natura del suolo: i bacini urbani sono spesso caratterizzati da suoli prevalentemente impermeabili, mentre quelli naturali tendono ad avere suoli altamente permeabili, costituiti principalmente da prati o foreste (Cantone e Schmidt 2011b). Le differenze appena discusse, insieme ad altre (Yang et al. 2017), sono riassunte nella tabella seguente 2.1.

**Tabella 2.1:** Alcune tra le differenze principali tra reti fluviali naturali e reti di drenaggio urbano.

Aspetto	Reti fluviali ottimali (OCN)	Reti di drenaggio urbano
Origine della rete	Formate da un'insieme di processi geologici e idrologici che durano milioni di anni, tra cui l'erosione, la deposizione e gli agenti atmosferici.	Vengono progettate e costruite dall'uomo, in alcuni casi in tempi relativamente brevi, in altri nel corso di secoli.
Dimensioni della rete	I bacini fluviali ricoprono una superficie di dimensione molto variabile, da $\sim 10^2$ a $\sim 10^6$ $km^2$ .	Le reti urbane hanno dimensioni dell'ordine delle decine di $km^2$ .
Direzione di drenaggio	Si assegna una direzione di drenaggio che collega ogni pixel con uno degli otto vicini, in base alla pendenza maggiore, secondo il cosiddetto <i>steepest descent method</i> (Ignacio Rodriguez-Iturbe e Rinaldo 1997).	Le linee fognarie molto spesso sono disposte lungo le strade (Blumensaat et al. 2012).
Struttura della rete	Hanno una morfologia frattale, con struttura ad alberi ramificati costituita da sole biforcazioni.	Hanno una struttura ad albero imperfetta, in cui non viene rispettato necessariamente il meccanismo di biforcazione.
Presenza di cicli	In genere assenti.	Sono presenti ma in genere non rappresentano una frazione significativa della rete ( $< 1\%$ ).
Punti di deflusso	In genere i bacini fluviali sfociano in un unico corso d'acqua principale.	Presentano diversi punti di deflusso.
Ottimalità ed efficienza	Le OCN sono definite sulla base di un meccanismo di minimizzazione della dissipazione totale di energia.	Sono progettate seguendo principi di efficienza ingegneristica e ottimizzazione locale, sia temporali che spaziali (Yang et al. 2017).

# Capitolo 3

## Alcune metriche base della teoria delle reti complesse

### 3.1 Teoria dei grafi e reti complesse

Lo studio delle reti nasce da una branca della matematica discreta che prende il nome di *teoria dei grafi*.

**Definizione 3.1.1** *Un grafo non orientato (orientato)  $G = (\mathcal{N}, \mathcal{L})$  è costituito da due insiemi  $\mathcal{N}$  e  $\mathcal{L}$ , tali che  $\mathcal{N} = \emptyset$  e  $\mathcal{L}$  è un insieme di coppie non ordinate (ordinate) di  $\mathcal{N}$ . Gli elementi di  $\mathcal{N} = \{n_1, n_2, \dots, n_N\}$  sono i nodi del grafo  $G$ , mentre gli elementi di  $\mathcal{L} = \{l_1, l_2, \dots, l_K\}$  sono i link (o lati). Definiamo  $N$  il numero totale di nodi della rete e  $K$  il numero di lati.*

Un grafo si definisce **orientato** se il lato  $l_{ij}$  ha una specifica direzione: parte dal vertice  $i$  e arriva al vertice  $j$ . Quindi se esiste nel grafo il lato  $l_{ij}$ , esiste il collegamento da  $i$  a  $j$  ma non necessariamente quello da  $j$  a  $i$ . Al contrario si definisce **non orientato** se il lato identifica un collegamento bidirezionale. All'interno di un grafo, una sequenza di nodi e lati definisce un percorso, detto *path*. La lunghezza di un percorso è il numero di lati attraversati lungo di esso. Una rete è rappresentabile in forma matriciale tramite la **matrice di adiacenza**. Essa è una matrice  $N \times N$ , con  $N$  numero

di nodi dell'insieme  $\mathcal{N}$ , definita come  $A = (a_{ij})$  con:

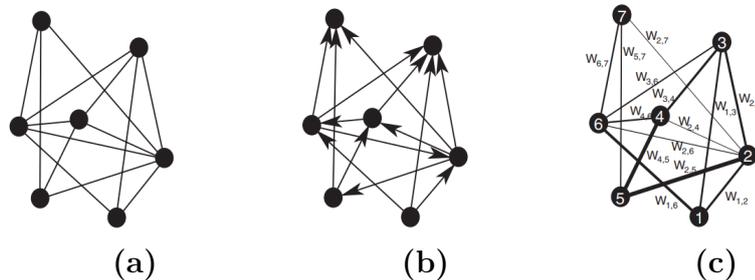
$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } l_{ij} \in \mathcal{L} \text{ (la coppia di nodi } i \text{ e } j \text{ è connessa dal grafo),} \\ 0 & \text{se } l_{ij} \notin \mathcal{L}. \end{cases}$$

Questa rappresentazione è indicativa della connettività del sistema e della bidirezionalità delle connessioni.

Un'altra definizione significativa è quella di grafo **pesato** (Boccaletti et al. 2006).

**Definizione 3.1.2** *Un grafo pesato  $G_W = (\mathcal{N}, \mathcal{L}, \mathcal{W})$  consiste in un insieme  $\mathcal{N} = \{n_1, n_2, \dots, n_N\}$  di nodi, un insieme  $\mathcal{L} = \{l_1, l_2, \dots, l_K\}$  di lati, ed un insieme  $\mathcal{W} = \{w_1, w_2, \dots, w_K\}$  di pesi, ovvero numeri reali associati ai lati.*

I pesi possono rappresentare distanze, costi, capacità, o altre quantità d'interesse associate ai link tra i nodi. In figura 3.1 si riportano degli esempi di grafi orientati, non orientati e pesati.



**Figura 3.1:** Rappresentazione di un grafo non orientato in fig. (a), orientato in fig. (b) e di un grafo pesato non orientato in fig. (c), ciascuno avente 7 nodi. Fonte: Boccaletti et al. 2006

Negli ultimi 30 anni è emerso un crescente interesse e un nuovo movimento di ricerca nello studio delle reti complesse. Queste ultime sono rappresentate, dal punto di vista matematico, da un grafo e sono caratterizzate da una struttura irregolare, complessa, che evolve dinamicamente nel tempo (Boccaletti et al. 2006). Il campo delle reti complesse ha attualmente numerosi ambiti di sviluppo, con applicazioni in informatica, sociologia, economia, biologia, meteorologia, fisica, medicina e studi urbani.

### 3.1.1 Teoria delle reti complesse applicata alle reti di drenaggio

È evidente che, a causa della complessità degli schemi che caratterizzano i bacini idraulici, siano essi naturali o artificiali, gli strumenti offerti dalla *teoria delle reti complesse* (CNT) rappresentano un'opzione efficace per lo studio di questi sistemi. In particolare, un approccio basato sulla CNT può costituire uno strumento complementare alla modellazione idraulica, utile per l'analisi e la gestione di queste reti.

Un esempio applicativo dell'analisi delle reti complesse (CNA) ai bacini fluviali naturali e lo studio svolto da Rodríguez-Alarcón e Lozano 2022. Qui il bacino del fiume Guadalquivir, nella Spagna meridionale, viene rappresentato come una rete orientata e ne vengono studiate alcune metriche fondamentali. Il risultato principale del lavoro è il carattere *scale-free* della rete, ovvero la tendenza della maggior parte delle reti reali a mostrare una distribuzione dei gradi associati ai vari nodi avente forma di legge di potenza (Boccaletti et al. 2006)

$$p(k) \sim Ak^{-\gamma}, 2 < \gamma < 3. \quad (3.1)$$

Per quanto riguarda l'applicazione della CNT allo studio delle reti di drenaggio urbano, la letteratura si presenta abbastanza limitata, tuttavia è d'interesse il lavoro svolto da Simone et al. 2022. L'obiettivo del lavoro è quello di valutare le potenzialità di un approccio alle reti complesse per la valutazione della vulnerabilità delle reti di drenaggio urbano. Vengono di fatto applicate le metriche di centralità standard a delle semplici reti create tramite il software SWMM, con un numero di nodi dell'ordine delle decine.

### 3.1.2 Metriche base

Il termine metrica denota un indicatore numerico che rappresenta una proprietà della rete complessa. Sono strumenti quantitativi che aiutano per esempio ad identificare nodi importanti o a valutare la robustezza e la vulnerabilità di un sistema.

Si presentano di seguito alcune delle principali metriche utilizzate per analizzare le reti complesse, come la densità, la transitività e le proprietà di essere fortemente o debolmente connesse.

- La **densità** di rete è una misura del collegamento effettivo tra i nodi, confronta il numero totale di link esistenti con il numero massimo possibile di link che la rete può ospitare. Questa metrica esprime quindi la percentuale di lati esistenti rispetto a quelli possibili tra i nodi (Bedru et al. 2020). Per una rete orientata è dato da:

$$d = \frac{K}{N(N-1)} \quad (3.2)$$

con K numero di lati ed N numero di nodi ella rete.

- La **transitività**, o *clustering* della rete, indica la presenza di triangoli. Si può quantificare la transitività come la frazione di triple di nodi connessi (triadi) che formano anche triangoli, ovvero il numero relativo di triple transitive (Boccaletti et al. 2006):

$$T = \frac{3 \times \# \text{ di triangoli in G}}{\# \text{ di triadi in G}}. \quad (3.3)$$

- Un grafo orientato è **fortemente connesso** se e solo se ogni suo nodo è raggiungibile da ogni altro nodo, si dice invece **debolmente connesso** se e solo se il grafo risulta connesso ignorando la direzione dei lati tra i nodi.

Un'altra metrica fondamentale per comprendere la topologia della rete è il **grado dei nodi**, o *node degree*. Il *grado*  $k_i$  del nodo  $i$  è il numero di collegamenti che un nodo ha con gli altri nodi nella rete. In particolare, in caso di reti orientate, si distinguono:

- il **grado in entrata**, o *in-degree*, ovvero il numero di link in entrata, che in termini di matrice di adiacenza è dato da

$$k_i^{IN} = \sum_j a_{ji}; \quad (3.4)$$

- il **grado in uscita**, o *out-degree*, ovvero il numero di link uscenti dal nodo  $i$ , che in termini di matrice di adiacenza è dato da

$$k_i^{OUT} = \sum_j a_{ij}. \quad (3.5)$$

Il grado totale è dato di conseguenza dalla somma dei due  $k_i = k_i^{IN} + k_i^{OUT}$ .



## Capitolo 4

# Rete di drenaggio di Torino

Il caso studio preso in analisi riguarda la rete di drenaggio della città di Torino, che è una rete separata. In particolare, verrà esaminata la parte di rete dedicata alla gestione delle acque meteoriche. I dati sperimentali, forniti da *SMAT*, l'azienda che gestisce i servizi idrici della città, sono stati successivamente implementati in un modello matematico tramite il software SWMM. La disponibilità di un database così vasto e dettagliato è tutt'altro che usuale e rappresenta un elemento di grande valore per questo tipo di studi. In questo capitolo verranno descritti i dati sperimentali a disposizione, fornendo qualche rappresentazione, inoltre verrà fornita una panoramica sull'evoluzione storica della rete.

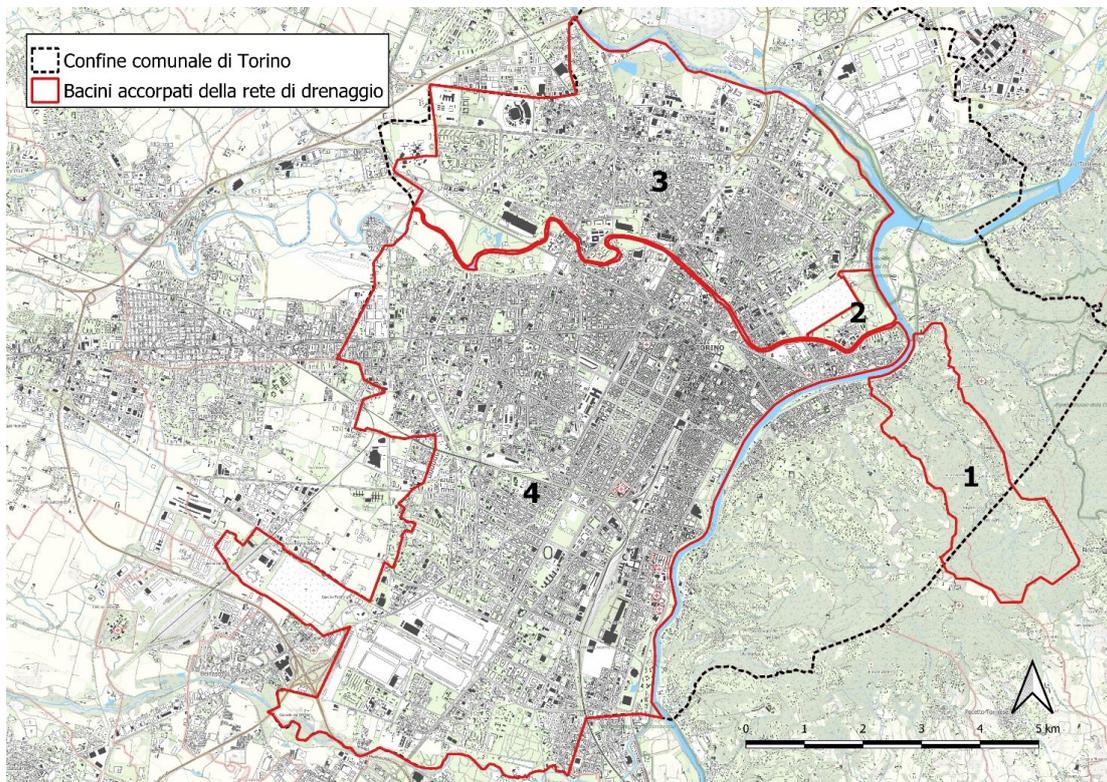
### 4.1 La rete

#### 4.1.1 Aree di studio

Un primo studio della rete di drenaggio urbano della città di Torino è stato svolto da Boano et al. 2023 con lo scopo di analizzare il comportamento che si manifesta in alcune zone critiche, in occasione di eventi meteorici intensi.

Nella modellazione matematica della rete svolta da Boano et al. 2023, la rete di drenaggio urbano è stata suddivisa inizialmente in 33 sottobacini, limitando per quanto possibile il collegamento tra di essi ed individuando la presenza di colmi nella rete che fungano da spartiacque. In seguito i modelli ottenuti per ciascun bacino sono stati accorpati in 4 aree idraulicamente indipendenti. Eventuali ingressi da parte di comuni limitrofi sono stati trascurati nello studio.

In figura 4.1 sono rappresentate le macroaree identificate, che saranno prese in analisi separatamente anche nel corrente studio.



**Figura 4.1:** Suddivisione della rete di drenaggio urbano di Torino in quattro bacini idraulicamente indipendenti (Boano et al. 2023).

- L'Area 1 corrisponde ad un solo bacino nella regione collinare di Torino, a est del fiume Po; il bacino è suddivisibile in due settori, uno collinare drenato dal Rio Reagle presente naturalmente, che coincide con il suo bacino idrografico, e uno precollinare drenato dalla rete urbana.

- L'Area 2 corrisponde ad un solo bacino nella zona del cimitero monumentale, a nord del fiume Dora Riparia, tra Via Varano, Via Nievo e il Parco della Colletta.
- L'Area 3 include i bacini delimitati a nord dal Torrente Stura e dal comune di Venaria Reale, a ovest dal comune di Collegno, a sud dal fiume Dora mentre a est dal fiume Po e da Via Varano.
- L'Area 4, la più vasta, raggruppa tutti i bacini delimitati a nord dal fiume Dora, a ovest dai comuni di Collegno e Grugliasco, a sud dal torrente Sangone mentre a est dal fiume Po.

In tabella 4.1 è riportata la superficie occupata da ciascuna macroarea.

<i>Area 1</i>	<i>Area 2</i>	<i>Area 3</i>	<i>Area 4</i>
6.38 km <sup>2</sup>	0.437 km <sup>2</sup>	19.284 km <sup>2</sup>	44.136 km <sup>2</sup>

**Tabella 4.1:** Superficie occupata da ciascuna macroarea.

### 4.1.2 Evoluzione storica

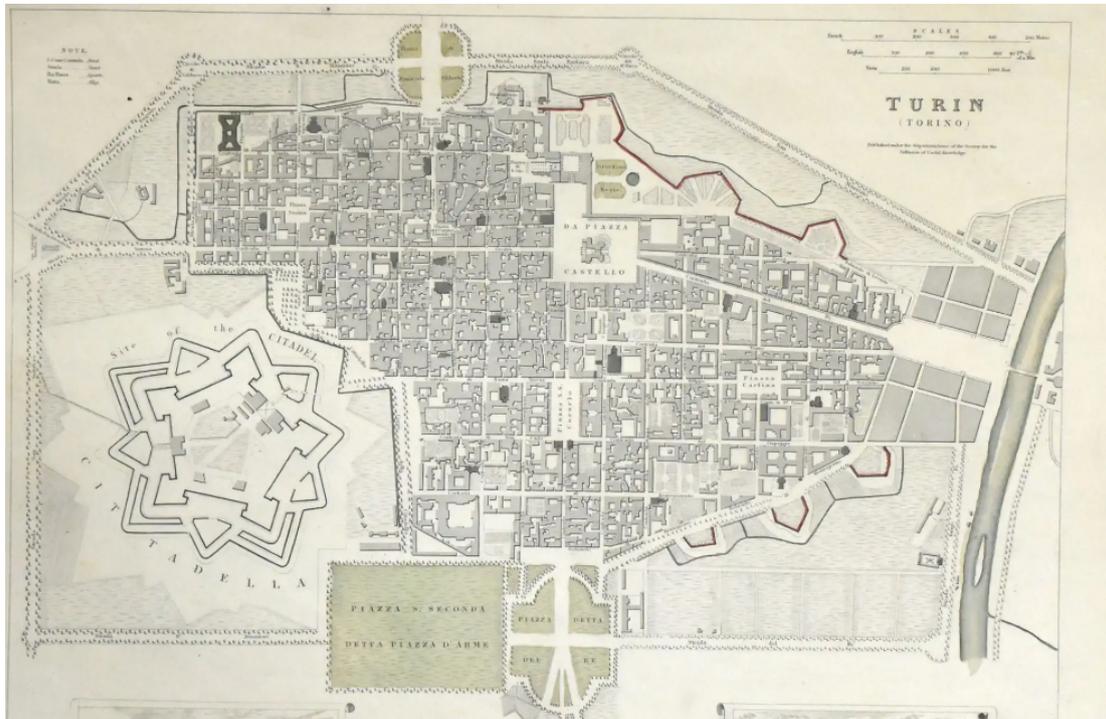
La gestione del drenaggio urbano e la costruzione di reti fognarie hanno origini antiche. Vi sono testimonianze della presenza di infrastrutture idrauliche già nell'antica Roma e in altre civiltà come quella minoica e mesopotamica, che già nel terzo millennio a.C. avevano sviluppato sistemi di drenaggio relativamente sofisticati (Burian e Edwards 2002).

La rete di drenaggio della città di Torino, in particolare, ha una storia che risale a diversi secoli fa. Le prime forme di canalizzazione furono introdotte durante il periodo romano, quando le strade erano già dotate di fognature sotterranee. Tuttavia, fu solo nel XIX secolo, con l'espansione urbana e l'aumento della popolazione, che emerse la necessità di un sistema più efficiente. Nel corso del XX secolo, la rete di drenaggio torinese ha poi continuato a evolversi e ampliarsi per adeguarsi alla crescente urbanizzazione.

Questo indica che la rete in oggetto possiede una complessità su più livelli, derivante dal fatto che sia la città che il suo sistema di drenaggio si sono evoluti e trasformati parallelamente nel corso dei secoli. Per questo motivo, si è deciso di condurre uno studio più approfondito sulla stratificazione storico-urbanistica della rete, confrontando aree specifiche come il centro di Torino, tra le prime zone ad essere costruite (figura 4.2), con aree più periferiche sviluppatesi in tempi più recenti.

Per identificare le zone di sviluppo più recente, in figura 4.3 è riportata una mappa che mostra l'espansione urbana della città di Torino tra il 1861 e il 1971.

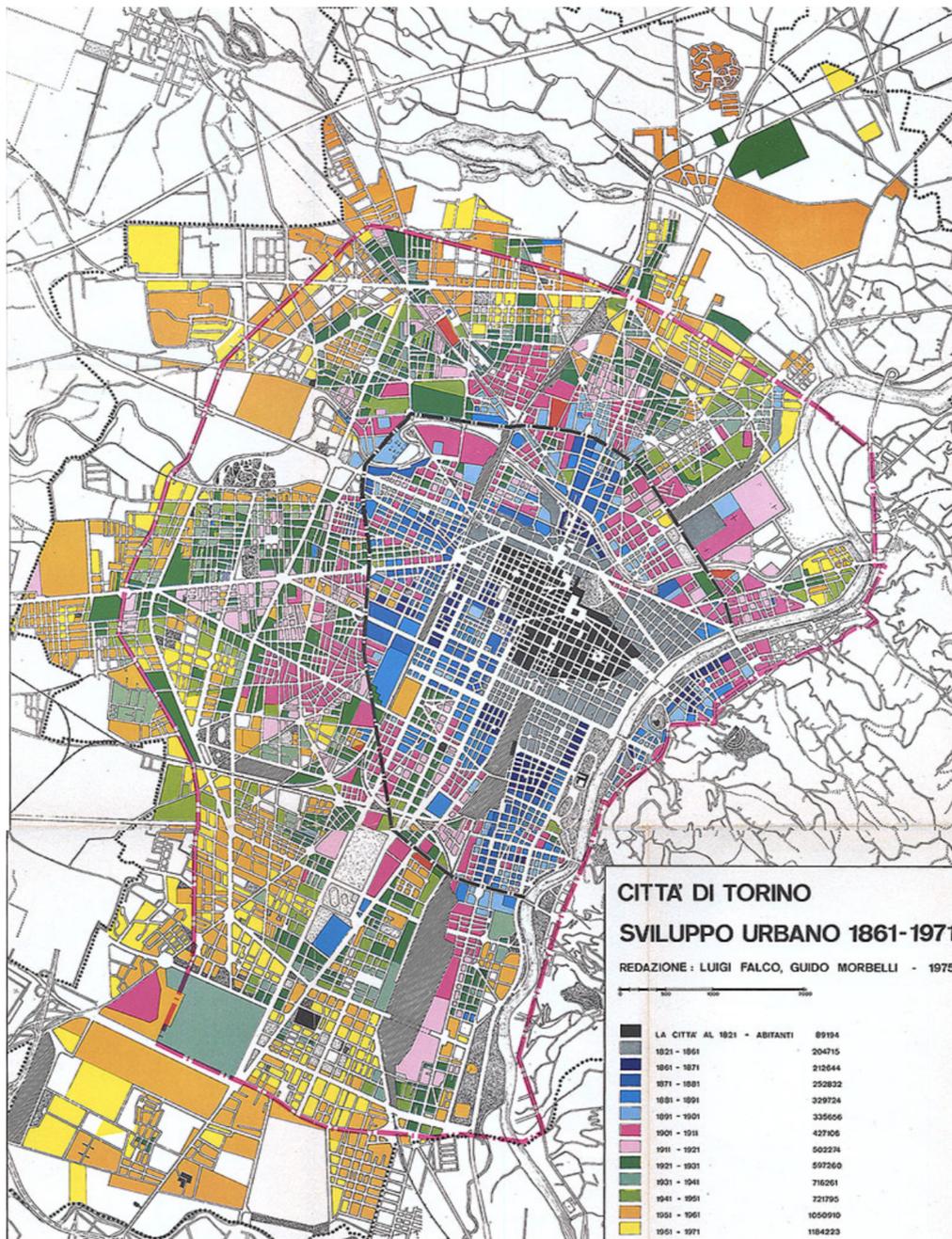
Queste aree saranno analizzate in termini di leggi di scala e caratteristiche topologiche, per verificare se esiste una correlazione con l'età della rete.



**Figura 4.2:** Mappa della città di Torino, 1830<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Fonte: <https://www.atlanteditorino.it/mappe.html>.



**Figura 4.3:** Sviluppo urbano della città di torino nel corso degli anni, tra il 1861 e il 1971<sup>2</sup>.

<sup>2</sup>Fonte: <https://www.atlanteditorino.it/mappe.html>.

## 4.2 Modellazione idraulica con *SWMM*

Le informazioni e i dati sperimentali, forniti dall'azienda SMAT al dipartimento DIATI del Politecnico di Torino, sono state esportate in formato *GIS* per essere poi elaborate e introdotte al software di modellazione EPA *SWMM*.

Una rete di drenaggio urbano è costituita principalmente da un insieme di condotti e pozzetti. Nell'*Area 3* sono presenti alcuni serbatoi utilizzati per immagazzinare temporaneamente grandi quantità di acqua, soprattutto in caso di eventi piovosi intensi. Vi sono poi i punti di deflusso dell'acqua (*outfalls*) nei corsi d'acqua naturali, ovvero i fiumi Po, Dora Riparia e Stura. Ogni pozzetto, ogni tratto di condotto tra due pozzetti ed ogni outlet è contrassegnato da un codice identificativo.

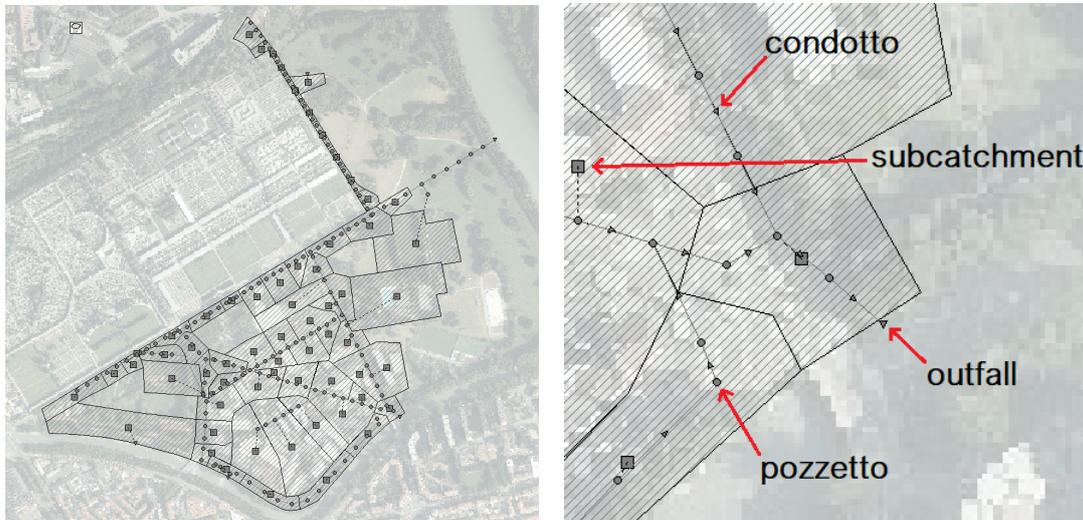
Le simulazioni numeriche del comportamento della rete sono svolte con il software *SWMM*, in grado di modellare il deflusso delle acque meteoriche e il funzionamento dei sistemi di drenaggio urbano. Nel software l'area del bacino viene suddivisa in diversi sottobacini (*subcatchments*) ciascuno associato al pozzetto più vicino, in questo modo nella simulazione l'area di tale sottobacino sarà drenata sulla rete attraverso il pozzetto a cui è associata. In tabella 4.2 sono riportate le informazioni utili allo studio corrente, estrapolate dal database utilizzato per lo sviluppo del progetto Boano et al. 2023, per ciascuna delle macroaree introdotte.

**Tabella 4.2:** Dati in possesso per ciascuna macroarea di studio.

<b>Pozzetti</b>	ID, quota, coordinate spaziali
<b>Condotti</b>	ID, ID nodo di inizio, ID nodo di fine, lunghezza, tipo di sezione con le dimensioni principali
<b>Outfalls</b>	ID, quota, coordinate spaziali
<b>Serbatoi</b>	ID, quota, coordinate spaziali
<b>Subcatchments</b>	ID, pozzetto di deflusso, area

In diversi casi, all'interno di un tratto di rete solamente alcuni pozzetti dispongono di dati sperimentali completi sulle quote altimetriche. In queste situazioni, le quote dei pozzetti intermedi sono state calcolate interpolando linearmente le quote note dei pozzetti vicini, e ipotizzando quindi una

pendenza del tratto costante.



(a) Rete completa Area 2.

(b) Distinzione dei vari elementi.

**Figura 4.4:** Modellazione SWMM della rete di drenaggio relativa all'Area 2.

## Simulazioni

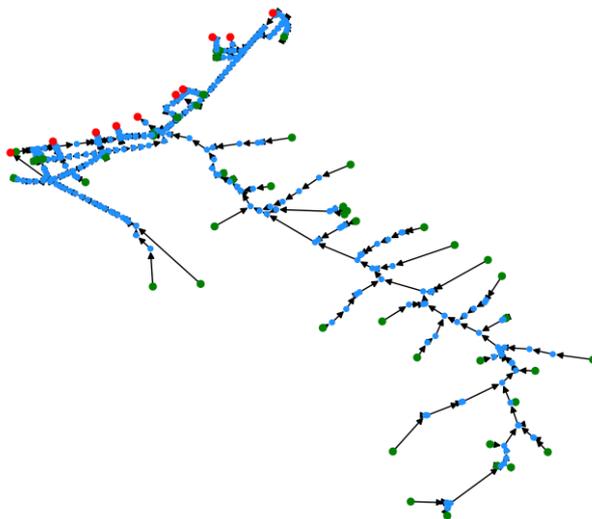
Le simulazioni del lavoro Boano et al. 2023 sono svolte sui 4 modelli idraulicamente indipendenti. Al fine di individuare i punti più critici del sistema di drenaggio, è stata simulata la risposta della rete a due eventi di pioggia ideali associati ad un tempo di ritorno di 5 anni, con intensità costante nel tempo. Il primo evento valutato ha durata di un'ora ed il secondo ha durata pari a 10 minuti, i dati sono stati ricavati dall'atlante delle piogge intense di ARPA Piemonte.

Dalle simulazioni sono stati ricavati i dati relativi alla portata massima  $Q_{max}$  transitante su ciascun condotto durante i due eventi.

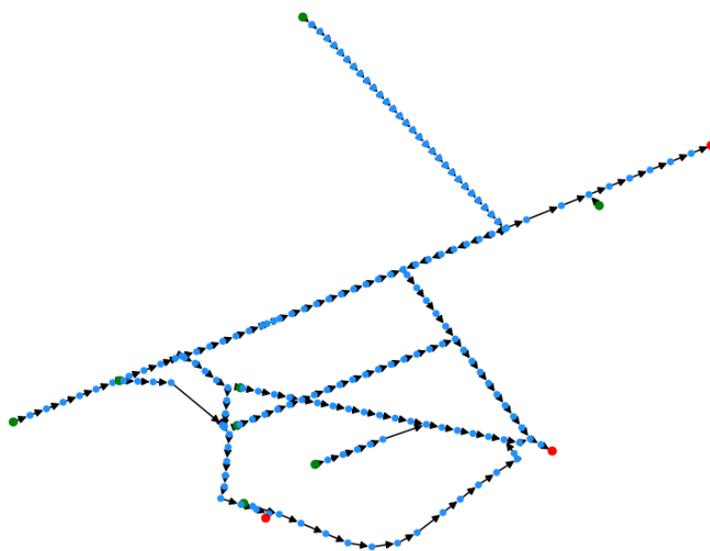
## 4.3 Rappresentazioni della rete

Si riportano qui alcune rappresentazioni delle reti.

In figura 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8 vengono rappresentate le quattro reti evidenziando in rosso i nodi di *outfall*, in verde i nodi *sorgente*, ed in blu i restanti nodi lungo la rete.



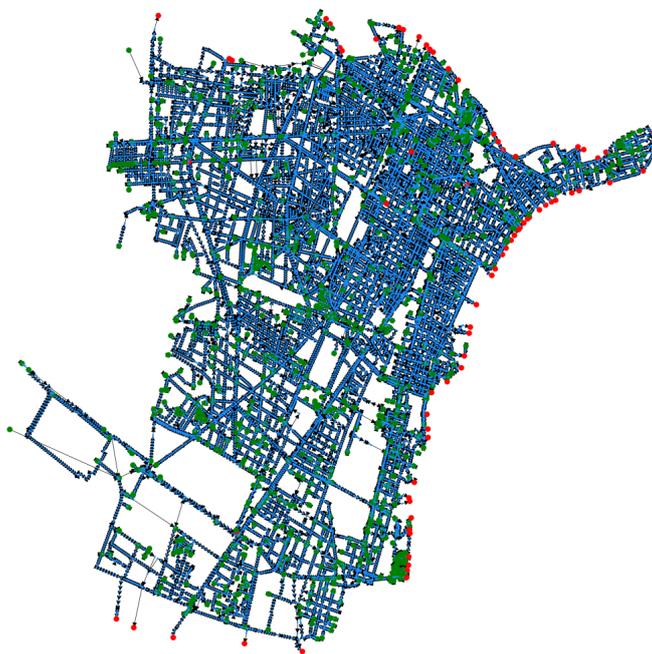
**Figura 4.5:** Rappresentazione della rete relativa all'Area 1 con distinzione dei nodi.



**Figura 4.6:** Rappresentazione della rete relativa all'Area 2 con distinzione dei nodi.



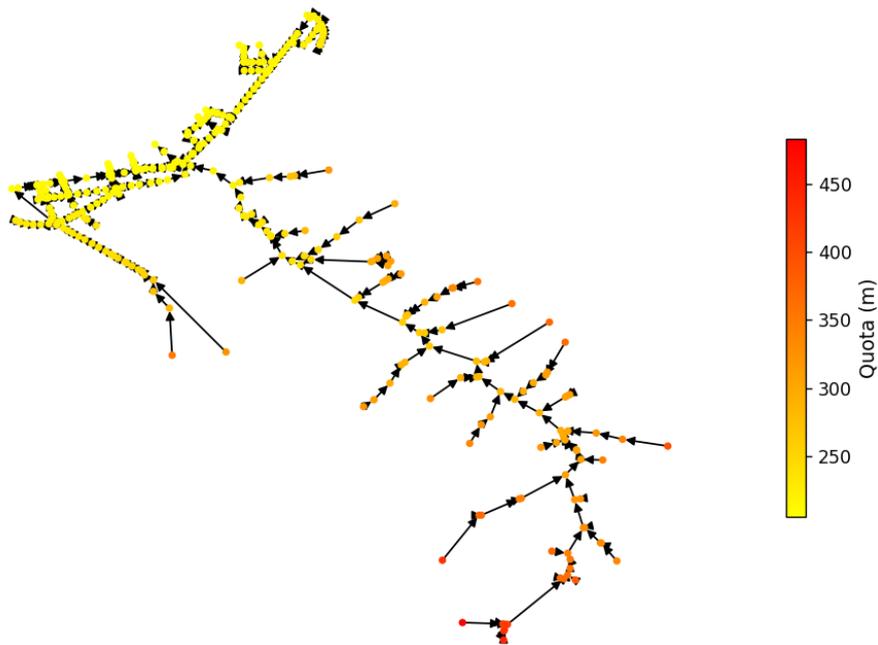
**Figura 4.7:** Rappresentazione della rete relativa all'Area 3 con distinzione dei nodi.



**Figura 4.8:** Rappresentazione della rete relativa all'Area 4 con distinzione dei nodi.

In figura 4.9, 4.10, 4.11 e 4.12 le quattro reti sono rappresentate utilizzando una colormap che riflette la quota altimetrica, in metri, dei vari nodi. Questa visualizzazione mostra informazioni sulla topologia tridimensionale di una rete complessa originariamente planare.

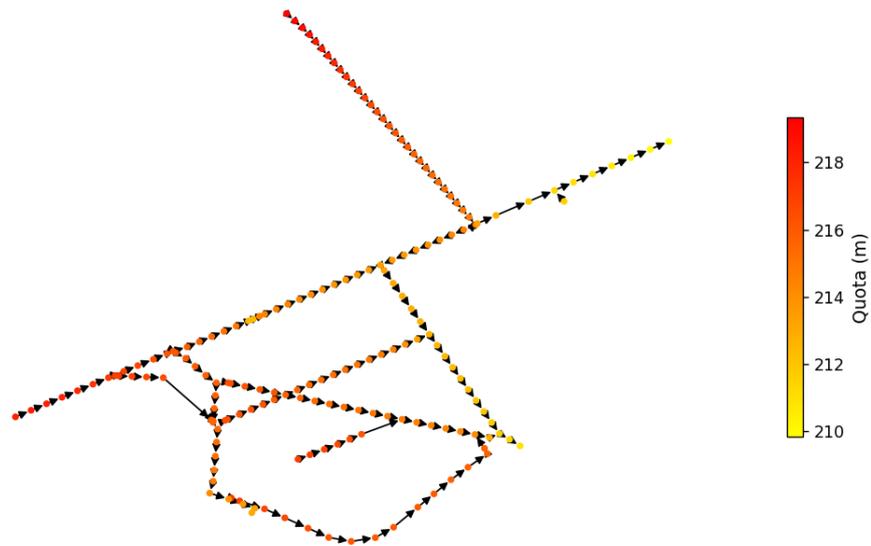
Inoltre, per visualizzare la distribuzione delle quote altimetriche dei nodi, è stato generato un istogramma delle quote dei nodi di ciascuna rete (fig. 4.13), accompagnato da una stima della densità del kernel<sup>3</sup>.



**Figura 4.9:** Rappresentazione della rete relativa all'Area 1 in cui i nodi della rete sono evidenziati utilizzando una colormap che riflette la quota altimetrica (m) a cui risiedono.

---

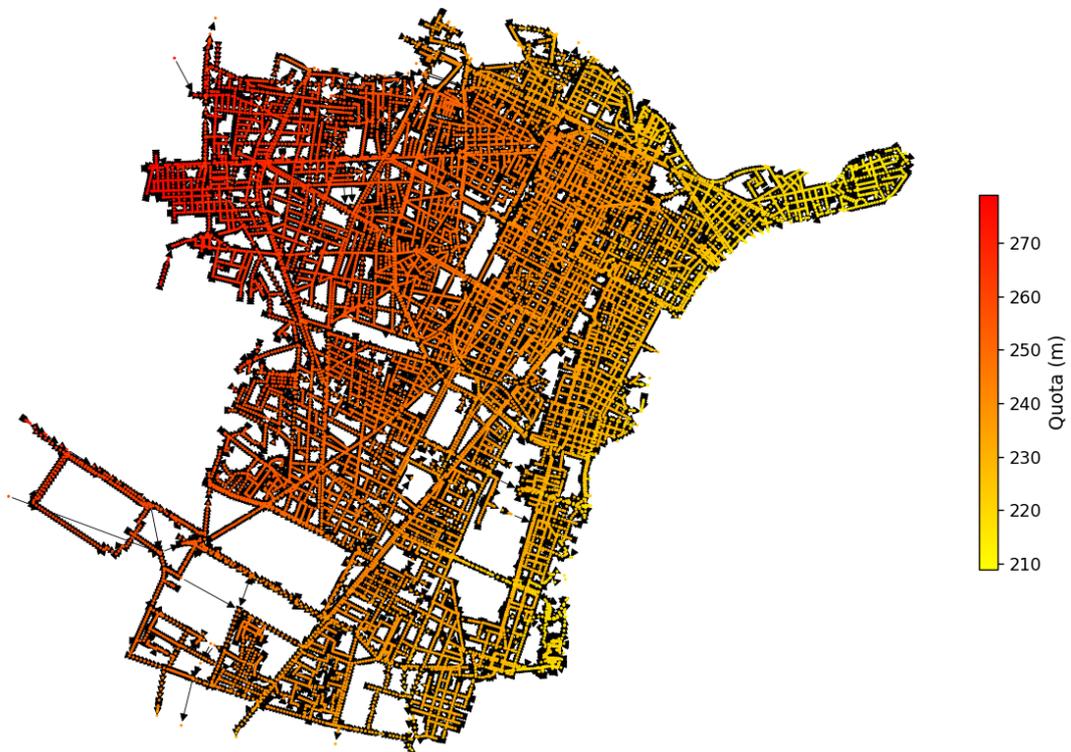
<sup>3</sup>KDE, Kernel Density Estimation: tecnica statistica utilizzata per stimare la funzione densità di probabilità di una variabile casuale.



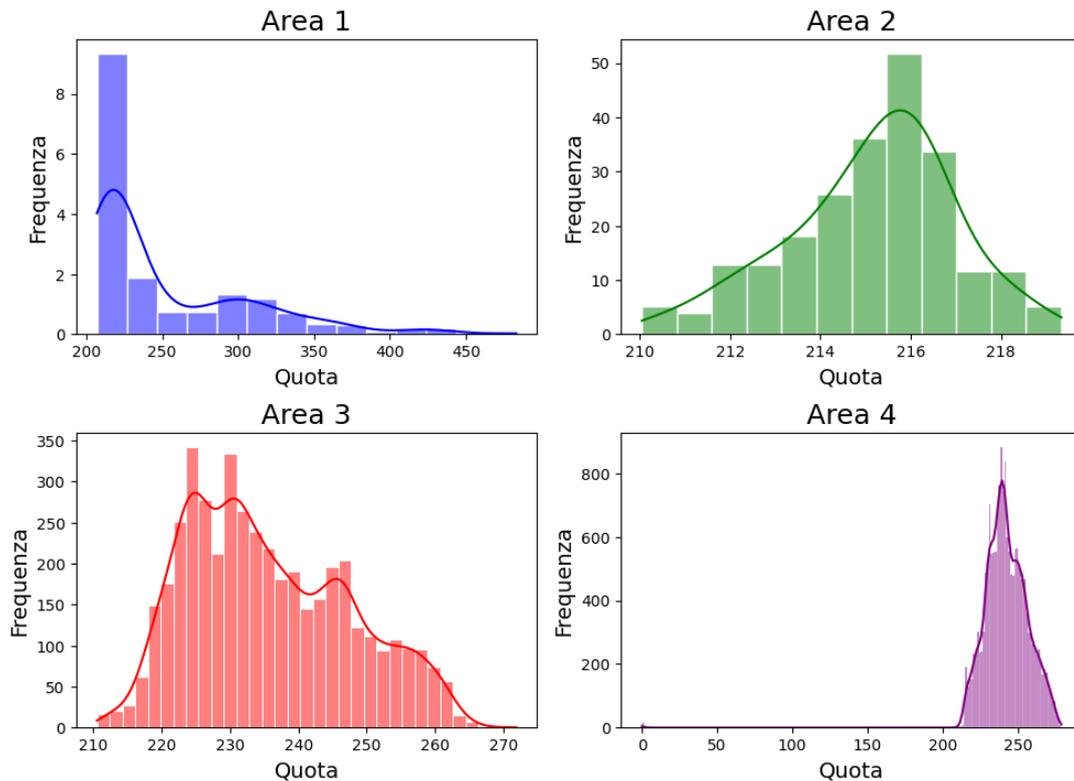
**Figura 4.10:** Rappresentazione della rete relativa all'Area 2 in cui i nodi della rete sono evidenziati utilizzando una colormap che riflette la quota altimetrica (m) a cui risiedono.



**Figura 4.11:** Rappresentazione della rete relativa all'Area 3 in cui i nodi della rete sono evidenziati utilizzando una colormap che riflette la quota altimetrica (m) a cui risiedono.

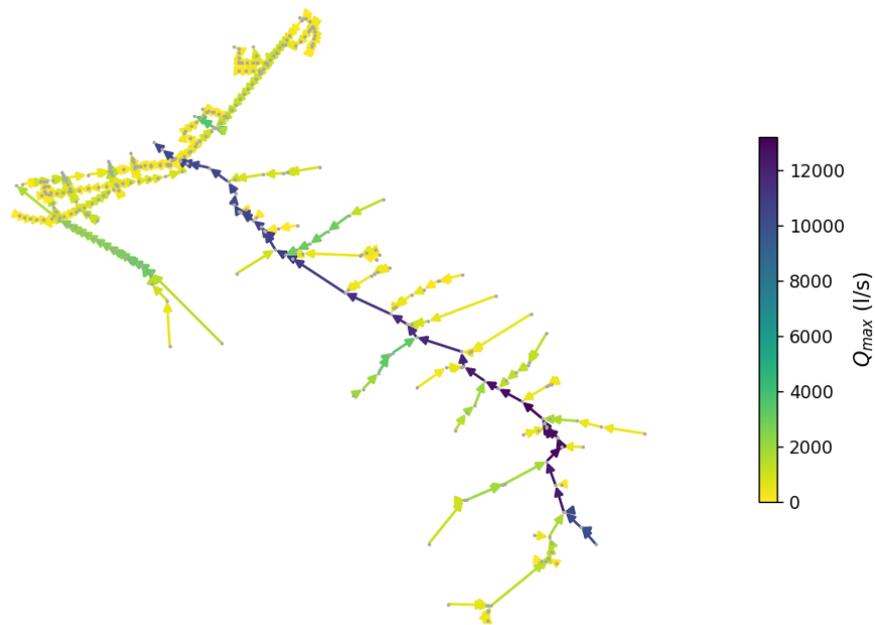


**Figura 4.12:** Rappresentazione della rete relativa all'Area 4 in cui i nodi della rete sono evidenziati utilizzando una colormap che riflette la quota altimetrica (m) a cui risiedono.

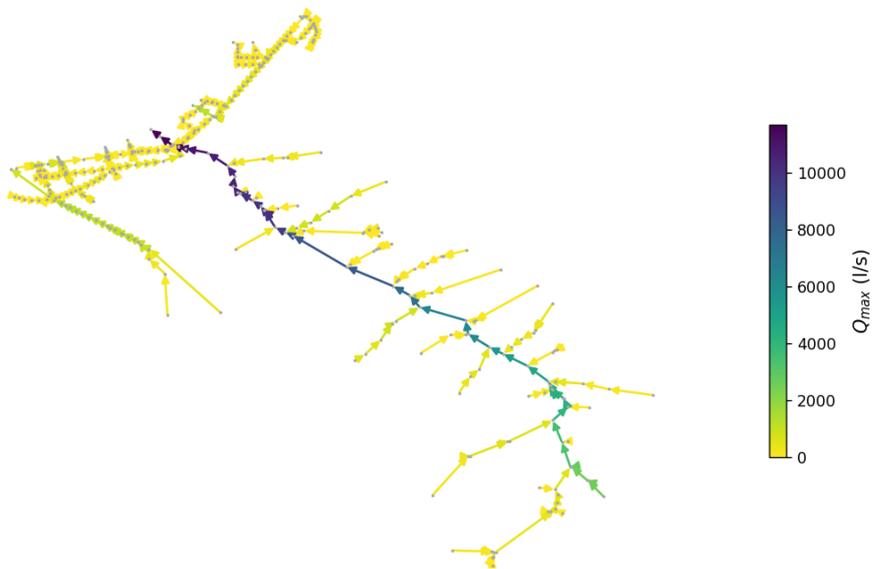


**Figura 4.13:** Distribuzione delle quote dei nodi della rete di drenaggio. L'istogramma rappresenta la frequenza delle diverse altezze, mentre la linea KDE è una stima smussata della distribuzione.

In figura 4.14, 4.15, 4.16 e 4.17 sono state create delle rappresentazioni grafiche delle quattro reti per visualizzare la portata massima transitante sui condotti all'interno della rete di drenaggio urbano. In queste rappresentazioni, ogni condotto è colorato utilizzando una colormap che varia in funzione della portata massima transitante, evidenziando quindi le zone con i flussi idrici più intensi.

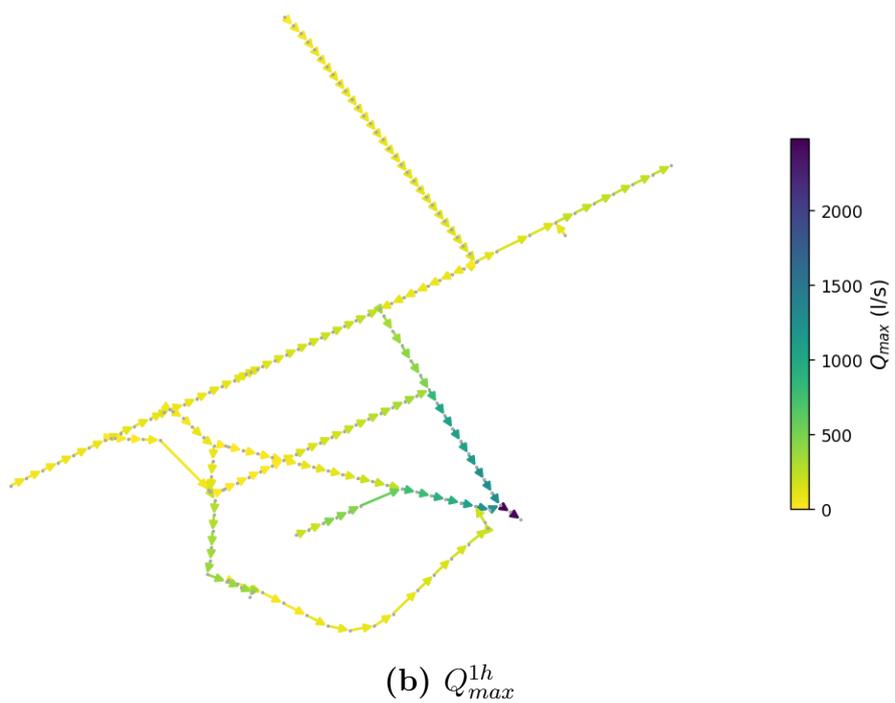
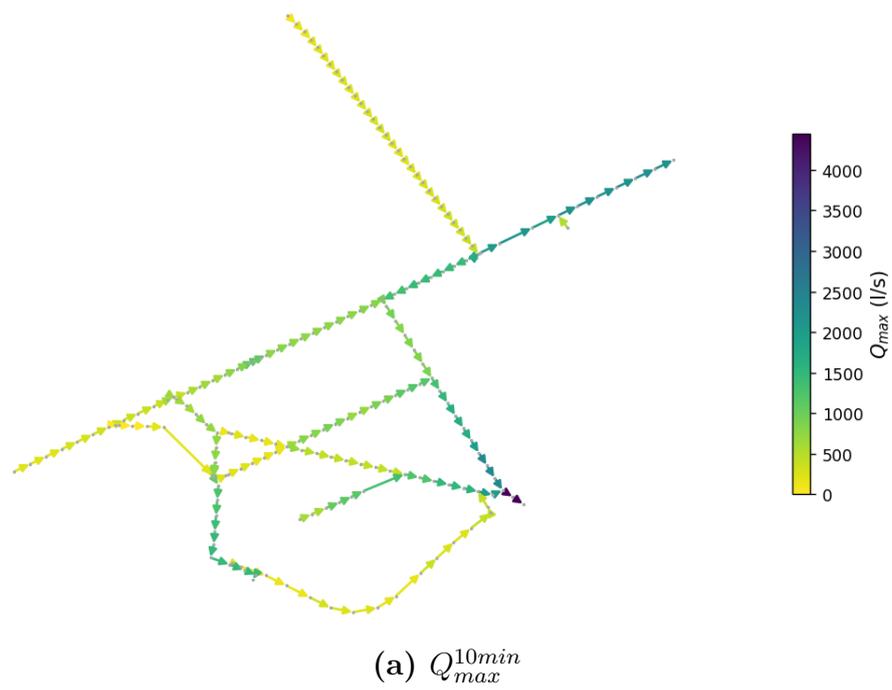


(a)  $Q_{max}^{10min}$



(b)  $Q_{max}^{1h}$

**Figura 4.14:** Rappresentazione della rete relativa all'Area 1 pesata in base alla portata massima transitante nei due eventi di pioggia modellati con SWMM: dieci minuti (a) e un'ora (b).



**Figura 4.15:** Rappresentazione della rete relativa all'Area 2 pesata in base alla portata massima transitante nei due eventi di pioggia modellati con SWMM: dieci minuti (a) e un'ora (b).



(a)  $Q_{max}^{10min}$



(b)  $Q_{max}^{1h}$

**Figura 4.16:** Rappresentazione della rete relativa all'Area 3 pesata in base alla portata massima transitante nei due eventi di pioggia modellati con SWMM: dieci minuti (a) e un'ora (b).



(a)  $Q_{max}^{10min}$



(b)  $Q_{max}^{1h}$

**Figura 4.17:** Rappresentazione della rete relativa all'Area 4 pesata in base alla portata massima transitante nei due eventi di pioggia modellati con SWMM: dieci minuti (a) e un'ora (b).



# Capitolo 5

## Analisi della rete di Torino

In questo capitolo sono presentati i risultati ottenuti nel corso di questo lavoro di ricerca, insieme alle problematiche emerse. Riconoscere e affrontare questi ostacoli è fondamentale per garantire la validità e l'affidabilità delle conclusioni. Verranno esplorate le scelte metodologiche e di implementazione adottate per estendere le leggi di scaling, introdotte nel capitolo 2, dalle reti di drenaggio naturali alle reti di drenaggio urbano. Inoltre, verranno discusse le specificità dei dati associati al caso studio selezionato. Infine, saranno evidenziati i limiti delle scelte compiute, con l'obiettivo di fornire indicazioni utili per futuri studi.

### 5.1 Metriche base della teoria delle reti complesse

Le reti di drenaggio urbano oggetto di questo studio, corrispondenti ai bacini indipendenti descritti nel paragrafo 4.1.1, possono essere considerate come reti complesse orientate. I nodi  $n_N$  rappresentano pozzetti, serbatoi e punti di deflusso, mentre i lati  $l_K$  corrispondono ai condotti, con la direzione di ciascun link indicante il verso di drenaggio dell'acqua.

Queste reti appartengono inoltre alla categoria delle reti **spaziali**, ossia reti reali immerse nello spazio fisico, in cui i nodi occupano posizioni specifiche nello spazio euclideo bidimensionale o tridimensionale. L'appartenenza allo

spazio euclideo costituisce un limite per le possibili connessioni tra i nodi della rete.

Le reti verranno inoltre rappresentate come reti complesse orientate e pesate, con l'obiettivo di applicare le leggi di scaling relative alla portata. In particolare, il peso  $w_i$  di ciascun lato  $l_i$  verrà assegnato in base alla massima portata transitante durante l'evento di pioggia considerato, espressa come  $Q_{max}^{10min}$  e  $Q_{max}^{1h}$ .

Si riportano in tabella 5.1 alcune misure caratteristiche standard introdotte al capitolo 3, applicate alle quattro macroaree.

**Tabella 5.1:** Alcune misure caratteristiche della rete, per ciascuna delle macroaree in cui essa viene suddivisa.

	<i>Area 1</i>	<i>Area 2</i>	<i>Area 3</i>	<i>Area 4</i>
<b>Nodi</b>	346	180	8291	23337
<b>Link</b>	348	180	8688	25181
<b>Densità</b>	0.0029	0.0055	0.0001	$\sim 10^{-5}$
<b>Transitività</b>	0	0	0.005	0.003
<b>Rete fortemen- te connessa</b>	No	No	No	
<b>Rete debolmen- te connessa</b>	No	Si	No	

In tabella 5.2 si riportano le frequenze associate ai gradi in entrata e in uscita di ciascuna delle quattro reti, ovvero il numero di nodi a cui è associato quello specifico grado.

**Tabella 5.2:** Frequenze associate ai gradi in entrata (**IN**) e in uscita (**OUT**) di ciascuna delle reti associate alle quattro macroaree.

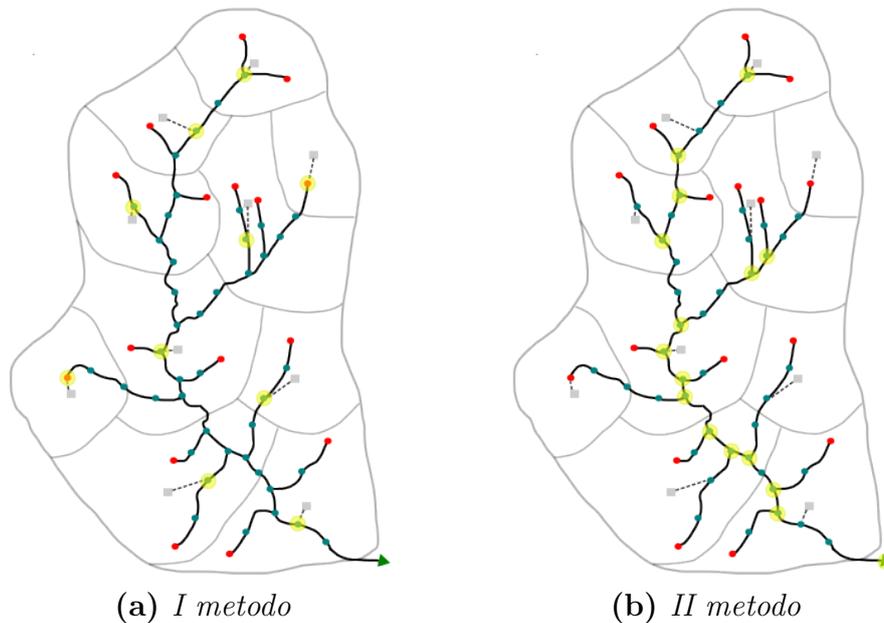
	Grado	0	1	2	3	4	5
<i>Area 1</i>	Frequenza <b>IN</b>	53	244	43	6	-	-
	Frequenza <b>OUT</b>	10	324	12	-	-	-
<i>Area 2</i>	Frequenza <b>IN</b>	8	164	8	-	-	-
	Frequenza <b>OUT</b>	3	174	3	-	-	-
<i>Area 3</i>	Frequenza <b>IN</b>	553	6908	711	118	1	-
	Frequenza <b>OUT</b>	59	7814	380	38	-	-
<i>Area 4</i>	Frequenza <b>IN</b>	1603	18789	2457	474	14	-
	Frequenza <b>OUT</b>	119	21483	1518	207	9	1

## 5.2 Leggi di scaling

Le leggi introdotte nel capitolo 2 sono applicate alla rete di drenaggio di Torino attraverso due diversi approcci. Come descritto nel paragrafo 4.2, ogni macroarea è suddivisa in porzioni di superficie, chiamate *subcatchments*, ognuna delle quali è associata a un punto specifico di raccolta nella rete di drenaggio, che corrisponde a un nodo nella rappresentazione delle reti complesse. L'area totale drenata in un qualsiasi nodo della rete è quindi determinata dalla somma di tutte le porzioni contribuenti risalendo la rete a partire da quel nodo. La differenza principale tra i due metodi risiede nella scelta di questi punti di controllo, influenzando così la selezione preliminare dei dati da riportare nei grafici.

Nel *I metodo*, figura 5.1 (a), i grafici di dispersione mostrano i dati relativi ai nodi a cui è direttamente associata una determinata area drenata. Nei risultati relativi alle leggi di scaling, i dati riguardanti i nodi apicali sono evidenziati in rosso.

Nel *II metodo*, figura 5.1 (b), i grafici di dispersione mostrano i dati relativi ai nodi della rete che sono intersezione di più di due condotti e i dati relativi ai punti di recapito. Questi ultimi sono contrassegnati in verde.



**Figura 5.1:** Esempio di rete in cui sono evidenziati in giallo i nodi considerati usando rispettivamente il *I metodo* e il *II metodo*. In rosso sono segnati i nodi apicali, in verde il punto di deflusso, mentre i restanti pozzetti in azzurro. I vari sottobacini, contrassegnati dai quadratini grigi, sono collegati al rispettivo punto di deflusso.

L'utilizzo di due metodi differenti per rappresentare una stessa legge è utile per la validazione dei risultati ottenuti.

### Test statistici per la validazione dei risultati

A ciascuno dei grafici di dispersione nei paragrafi successivi, ottenuti dall'applicazione delle leggi di scala, è stata applicata una regressione lineare per rappresentarne il trend. Per ogni grafico, è stato calcolato e riportato il coefficiente angolare della retta di regressione.

Per verificare la validità della regressione, si utilizzano dei test di verifica di ipotesi relativi alla pendenza della retta (Montgomery et al. 2021). L'ipotesi nulla si ha quando la pendenza è uguale a zero, l'ipotesi alternativa altrimenti,

denominando  $\beta$  il coefficiente angolare:

$$H_0 : \beta = 0; H_1 : \beta \neq 0. \quad (5.1)$$

Il rifiuto dell'ipotesi nulla implica l'esistenza di una relazione lineare tra le due variabili considerate. Per testare questa ipotesi si utilizza il *test t di Student*, che si basa sulla statistica:

$$t = \frac{\hat{\beta}}{se(\hat{\beta})} \quad (5.2)$$

dove  $\hat{\beta}$  è la stima del coefficiente angolare e  $se(\hat{\beta})$  è l'errore standard della stima. Una volta calcolata la statistica  $t$ , si determina il *p-value* corrispondente, ovvero la probabilità di osservare un valore di  $t$  maggiore o uguale a quello che assumerebbe se l'ipotesi nulla  $H_0$  fosse vera.

Se il *p-value* è inferiore a una soglia prefissata, l'ipotesi nulla viene rifiutata, ed esiste, dunque, una relazione lineare significativa tra le due variabili. In caso contrario, non si può rifiutare l'ipotesi nulla e non vi è quindi evidenza di una relazione lineare. È importante sottolineare che l'applicazione del *test t* si basa sull'ipotesi che i residui, ossia le differenze tra i dati osservati e i valori previsti dalla retta di regressione, seguano una distribuzione normale. La verifica della normalità dei residui è svolta utilizzando il test di *Kolmogorov-Smirnov*.

Tuttavia, in accordo con Gelman 2007, la normalità degli errori non è un'ipotesi cruciale per la stima della retta di regressione, in quanto ha un impatto minore sulla stima dei coefficienti di regressione rispetto alla previsione dei singoli dati. Per questo motivo, pur avendo effettuato i test di normalità sui vari dati per completezza, l'applicazione del *test t* avviene a prescindere dall'esito di tali test.

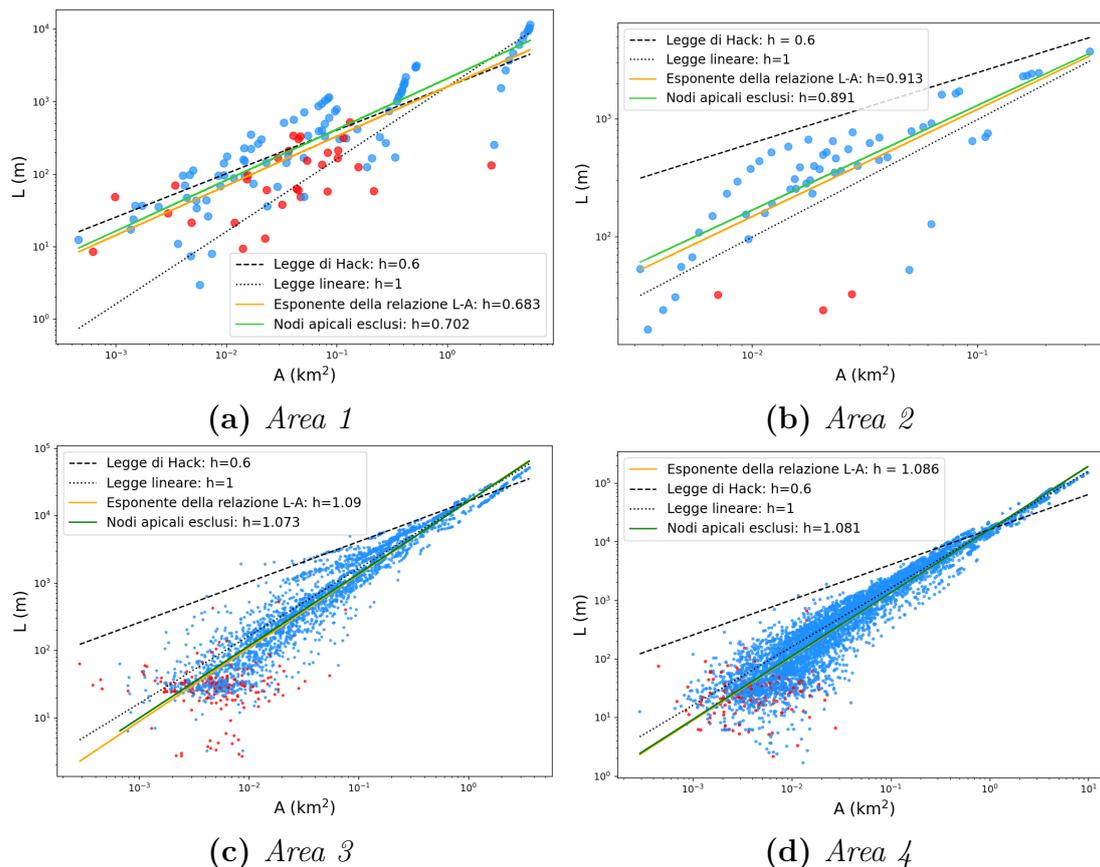
Si riporta nella tabella 5.3 la legenda che descrive come verranno presentati i risultati dei test nei paragrafi successivi.

**Tabella 5.3:** Legenda relativa ai risultati dei test statistici applicati. Ogni simbolo è posto in corrispondenza del dato di pendenza della retta di regressione.

Simbolo	Significato
●	Il <i>p-value</i> relativo al <i>t test</i> è tale che $p \ll 0.01$ , ovvero si rifiuta l'ipotesi nulla $H_0$ e quindi esiste una relazione lineare significativa.
●	Il <i>p-value</i> relativo al <i>t test</i> è compreso nell'intervallo $p \in [0.01, 0.05]$ , ovvero nelle condizioni limite di rifiuto dell'ipotesi nulla $H_0$ .
●	Il <i>p-value</i> relativo al <i>t test</i> è tale che $p \gg 0.05$ , ovvero si conferma l'ipotesi nulla $H_0$ e quindi non esiste una relazione lineare significativa.
<u>pendenza</u>	La sottolineatura indica che il test <i>Kolmogorov-Smirnov</i> ha portato ad una conferma dell'ipotesi nulla $H_0$ , quindi i residui presentano una distribuzione normale.

### 5.2.1 Legge di Hack

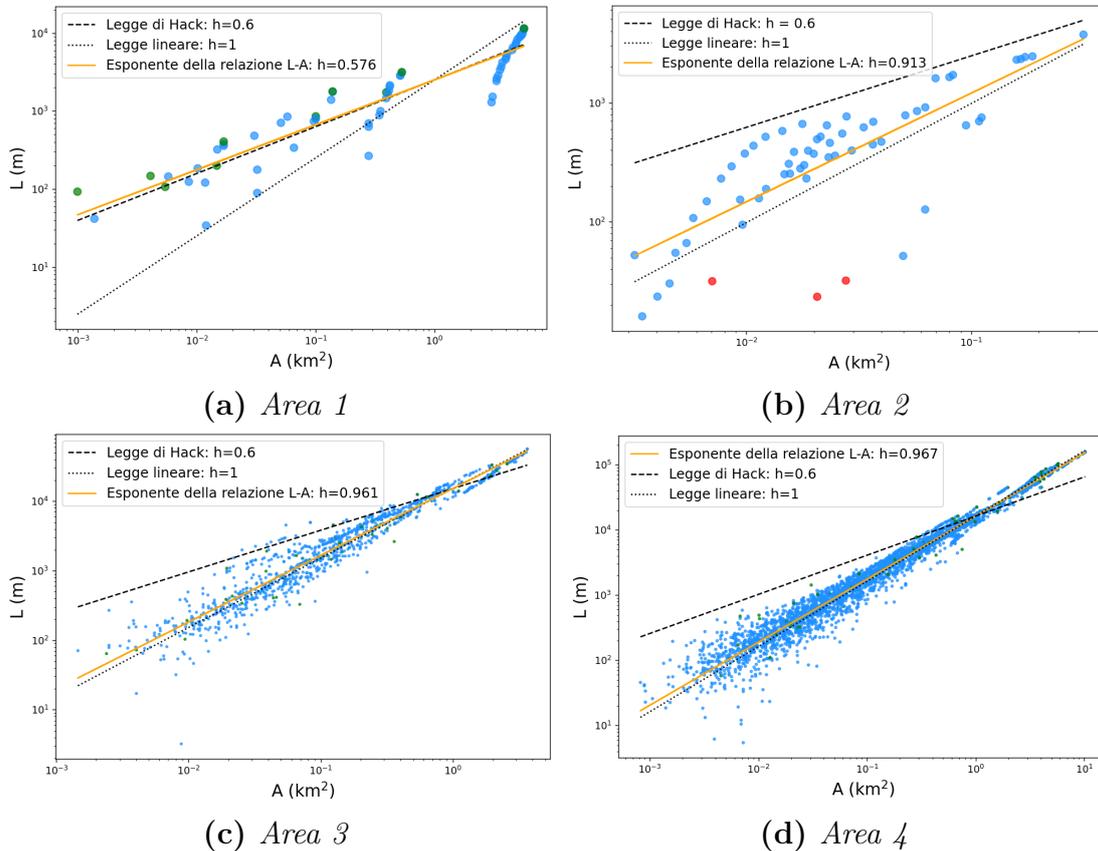
I grafici di dispersione presentati nelle figure 5.2 e 5.3 mostrano le relazioni di scaling della lunghezza con l'area drenata per le diverse macroaree di studio, utilizzando i due differenti metodi di selezione dei dati da riportare.



**Figura 5.2:** Relazioni di scaling della lunghezza con l'area ottenute applicando il *I metodo*. La regressione lineare dei dati è data dalle linee arancione e verde, quest'ultima escludendo i nodi apicali. Per il confronto sono rappresentate le pendenze ideali date dalla legge di Hack e dalla legge lineare.

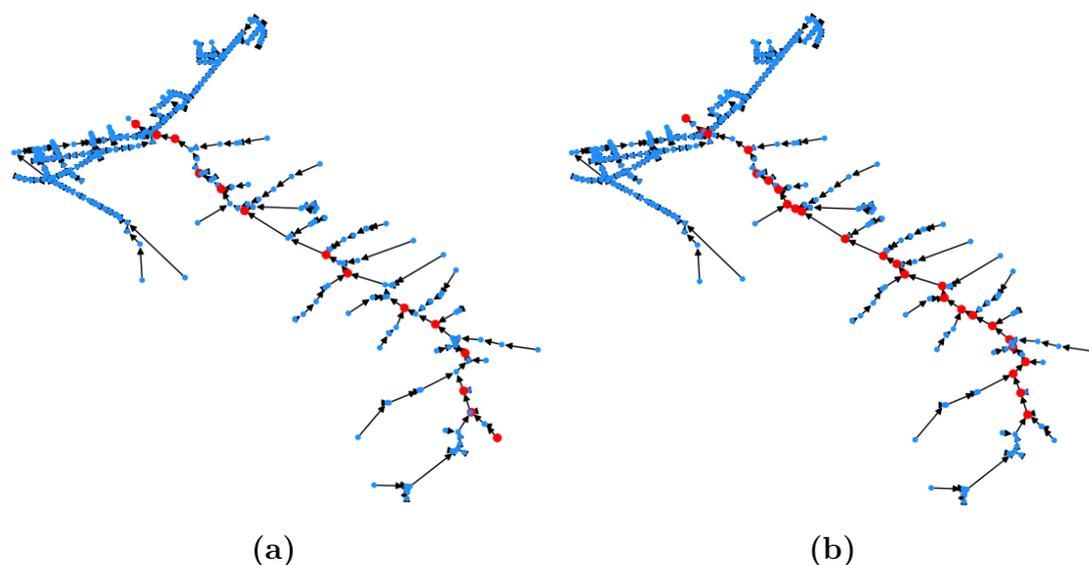
Si osserva che nei grafici realizzati con il *I Metodo* (fig. 5.2), tra i punti dati che si discostano significativamente dalla tendenza generale, ovvero gli *outlier*, compaiono gran parte dei nodi apicali, contrassegnati in rosso. Per

questo motivo, si è deciso di rappresentare la regressione sia includendo che escludendo tali punti, al fine di verificare il loro effettivo impatto. Tuttavia, l'esclusione dei nodi apicali non comporta una variazione sostanziale nel coefficiente angolare.



**Figura 5.3:** Relazioni di scaling della lunghezza con l'area ottenute applicando il *II metodo*. La regressione lineare dei dati è data dalla linea arancione. Per il confronto sono rappresentate le pendenze ideali date dalla legge di Hack e dalla legge lineare.

In riferimento all'*Area 1*, in figura 5.2(a) e 5.3(a), si osserva una distribuzione particolare dei nodi in alto a destra. Tali nodi, evidenziati in figura 5.4, percorrono il ramo principale che scende lungo la zona collinare torinese. È il tratto morfologicamente più simile ad una rete fluviale naturale.



**Figura 5.4:** Si evidenziano in rosso i nodi corrispondenti ai punti in alto a destra dei grafici di dispersione relativi all'Area 1 : (a) *I Metodo*; (b) *II Metodo*.

La tabella 5.5 riassume gli esponenti  $h$  della legge di scala  $L \propto A^h$  per ciascuna area di studio, confrontandoli con il valore teorico della legge di Hack per i bacini fluviali. Tutte le pendenze ricavate tramite regressione risultano significative, con un  $p$ -value  $p \ll 0.01$ , confermando così l'esistenza di una relazione di scala tra le due grandezze.

**Tabella 5.4:** Tabella riassuntiva degli esponenti  $h$  della legge di potenza  $L \propto A^h$ .

		<i>Area 1</i>	<i>Area 2</i>	<i>Area 3</i>	<i>Area 4</i>	<i>Hack</i>
<b><i>I metodo</i></b>	NODI APICALI INCLUSI	0.683 ●	0.913 ●	1.09 ●	1.086 ●	0.6
	NODI APICALI ESCLUSI	0.702	0.891	1.073	1.081	0.6
<b><i>II metodo</i></b>		0.576 ●	<u>0.913</u> ●	0.961 ●	0.967 ●	0.6

I risultati indicano che:

- per l'Area 1, si osserva una buona vicinanza alla legge di Hack con

entrambi i metodi, tale vicinanza è riconducibile al fatto che questa rete coincide in parte con la rete naturale del Rio Reaglio, sul tratto collinare;

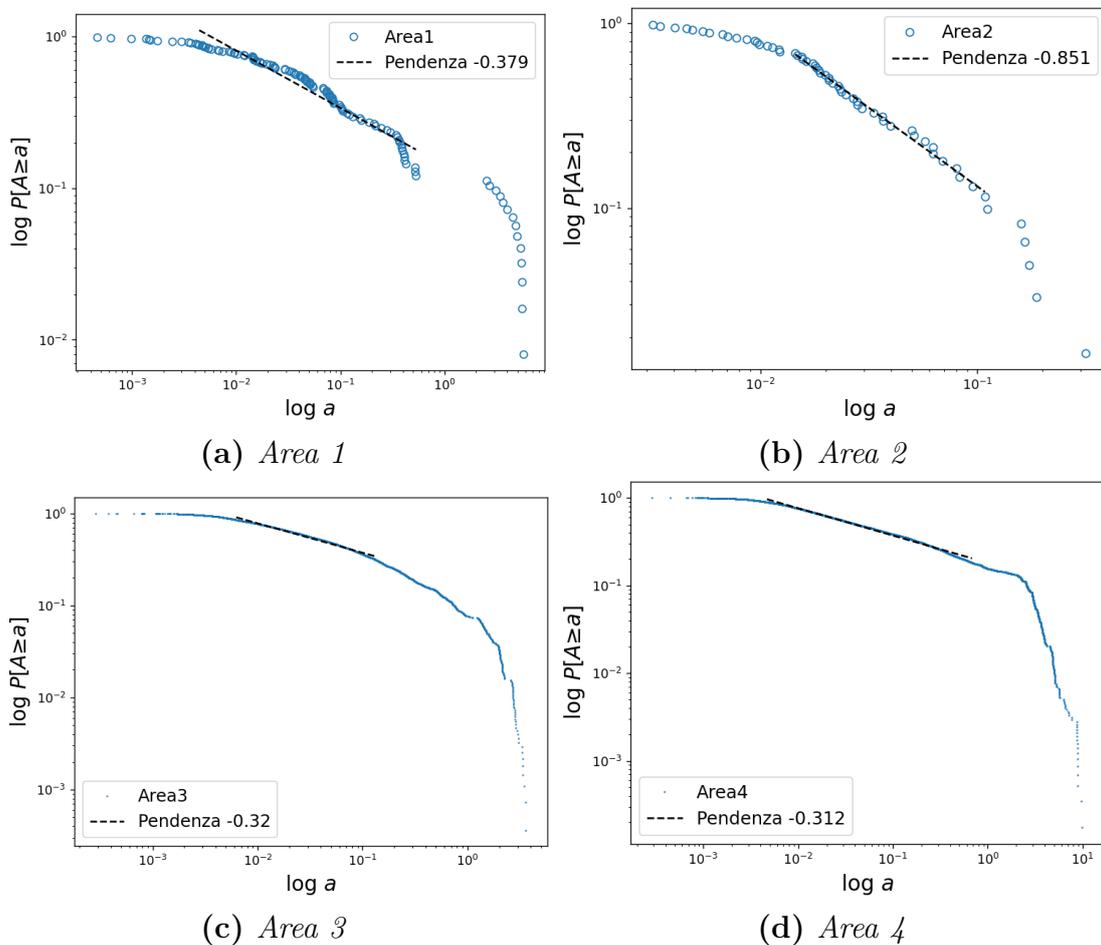
- l'Area 2, l'Area 3 e l'Area 4, al contrario, presentano valori di  $h$  superiori al coefficiente di Hack in entrambi i metodi;
- in particolare i coefficienti relativi all'Area 3 e all'Area 4 tendono alla legge lineare  $h = 1$ , suggerendo una correlazione con la maggiore complessità della rete. Queste reti, infatti, presentano un numero di nodi e link di gran lunga maggiore rispetto alle precedenti.

Yang et al. 2017 hanno applicato la legge di Hack a reti di drenaggio urbano di piccole dimensioni. A differenza di questo studio, i punti scelti risalivano la rete lungo la linea fognaria principale. Nel caso delle macroaree qui esaminate, l'identificazione di una singola linea principale non è possibile. Il loro studio mostra che le relazioni  $L-A$  possono essere suddivise in due segmenti: a monte, con lunghezze e aree minori, il coefficiente  $h$  era circa 1, mentre a valle si riscontrava un valore di  $h = 0.6$ , vicino a quello delle reti fluviali.

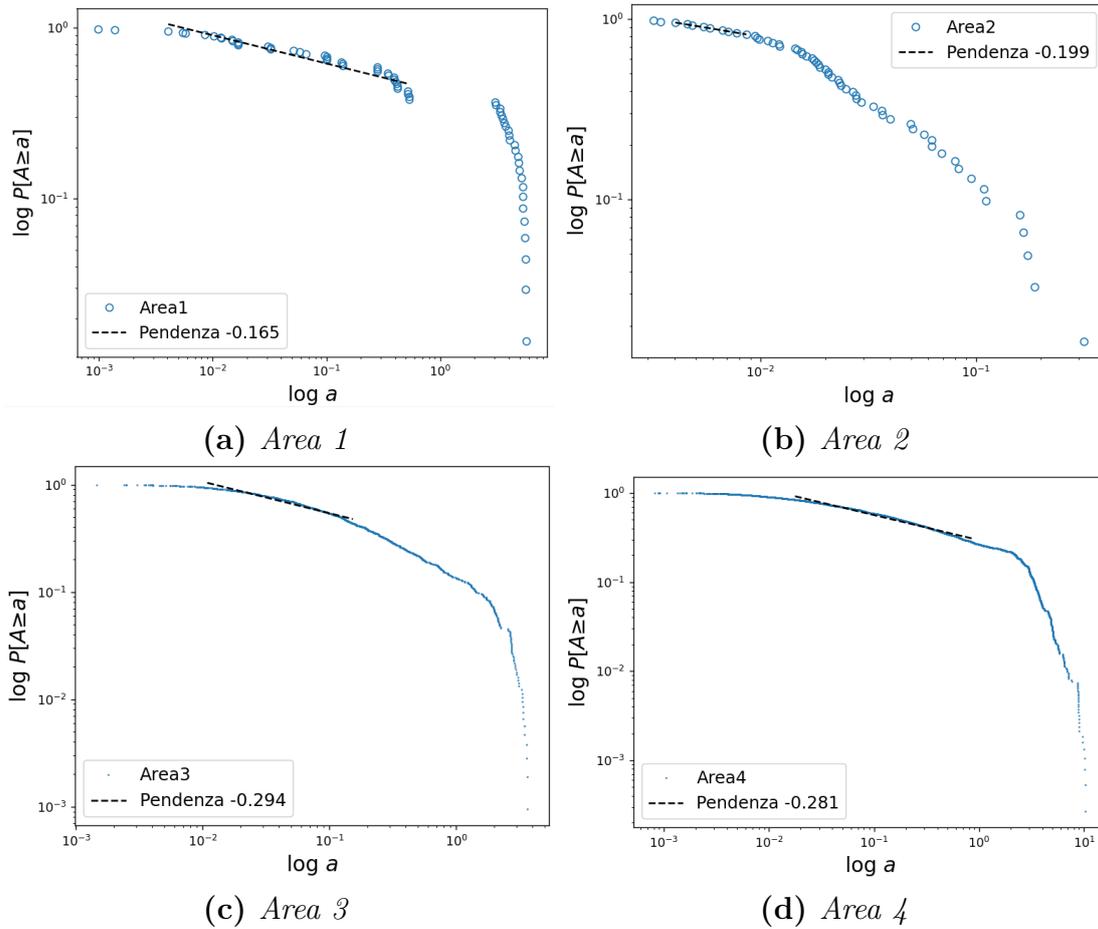
Questa tendenza non si riscontra nelle reti di Torino.

### 5.2.2 Probabilità di superamento dell'area drenata

I grafici di distribuzione, in figura 5.5 e 5.6, mostrano l'andamento delle probabilità di superamento dell'area drenata per le quattro macroaree, utilizzando i due diversi metodi. Si è ricercato, tramite regressione lineare, un trend nella zona del grafico in cui i punti presentano un andamento pressoché lineare.



**Figura 5.5:** Funzioni densità di probabilità di superamento relativa all'area drenata nei vari nodi, identificati con il *I metodo*. La linea tratteggiata rappresenta la regressione lineare dei dati nella zona in cui si presenta un andamento quasi lineare.



**Figura 5.6:** Funzioni densità di probabilità di superamento relativa all'area drenata nei vari nodi, identificati con il *II metodo*. La linea tratteggiata rappresenta la regressione lineare dei dati nella zona in cui si presenta un andamento quasi lineare.

In tabella 5.5 sono riportate le pendenze  $\beta$  della legge di potenza  $P[A \geq a] \propto a^{-\beta}$  per ciascuna area di studio, confrontate con il valore assunto per i bacini fluviali.

Si riportano di seguito alcune osservazioni.

- Per l'Area 1 si riscontra una differenza tra i coefficienti calcolati con i due metodi.
- Per l'Area 2 i coefficienti calcolati con i due metodi risultano essere

notevolmente diversi tra loro e rispetto alle altre macroaree, la piccola dimensione di questo bacino e la conseguente scarsità di dati rispetto agli altri potrebbero essere la causa di tale differenza.

- Per quanto riguarda *Area 3* e *Area 4* i coefficienti ottenuti per queste due aree sono molto simili per entrambi i metodi, questo suggerisce una possibile stabilizzazione del coefficiente legata alla dimensione maggiore e alla complessità della rete.

**Tabella 5.5:** Tabella riassuntiva degli esponenti  $\beta$  della legge di potenza  $P[A \geq a] \propto a^{-\beta}$ .

	<i>Area 1</i>	<i>Area 2</i>	<i>Area 3</i>	<i>Area 4</i>	<i>Fiumi</i>
<b><i>I metodo</i></b>	0.379	0.851	0.32	0.312	0.43
<b><i>II metodo</i></b>	0.165	0.199	0.294	0.281	0.43

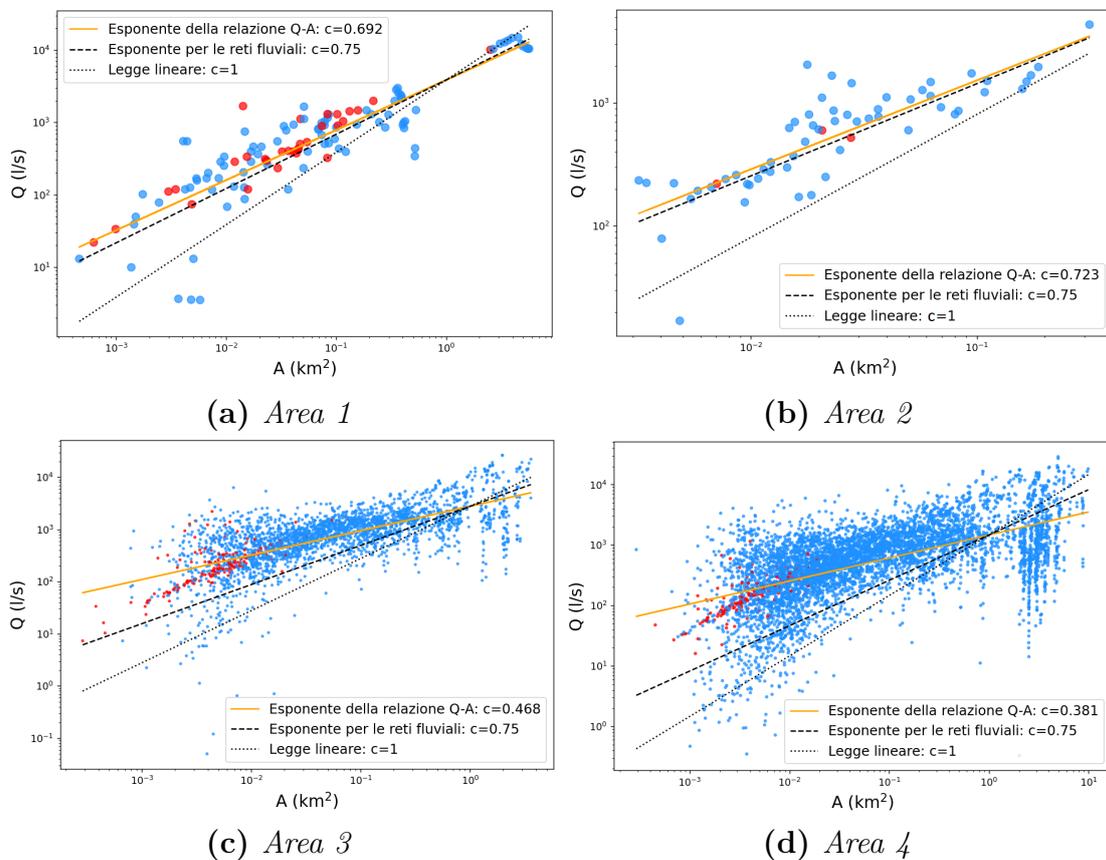
In generale la dimensione della rete e il numero di dati disponibili sembrano influenzare significativamente il valore della pendenza calcolata. Emerge inoltre una difficoltà nel valutare accuratamente le reti più piccole, aventi dati limitati, mentre il valore di  $\beta$  per le reti aventi dimensioni maggiori è quello che più si avvicina al valore tipico delle reti fluviali.

Nei risultati riportati da Yang et al. 2017, i grafici di  $P[A \geq a]$  per le varie reti di drenaggio urbano considerate presentano una parte centrale rettilinea, chiamata “tronco”, ed una “coda” più temperata. Questo andamento corrisponde a quello riscontrato nella rete di Torino. Lo studio sottolinea inoltre come la sezione del tronco diventi più evidente per le reti più grandi, tale fatto risulta evidente nello studio corrente per l’*Area 4*.

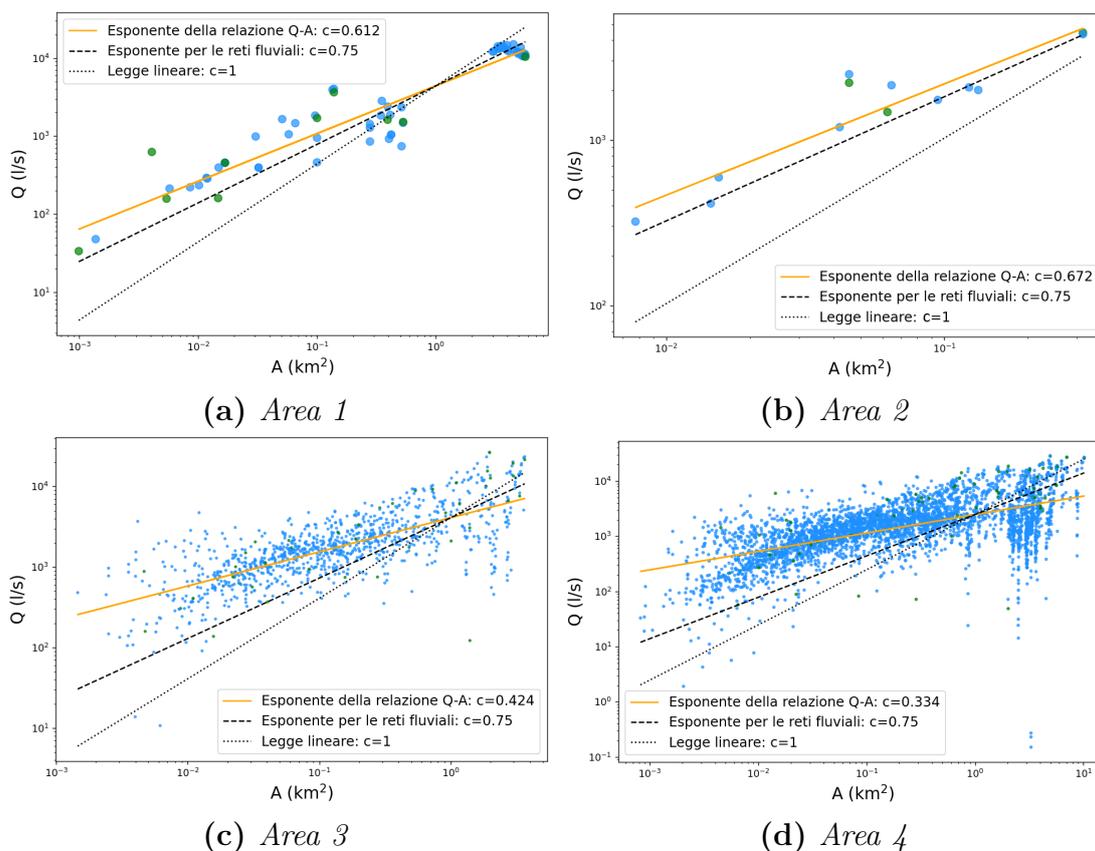
### 5.2.3 Relazione tra portata massima e area drenata

#### Evento di pioggia di dieci minuti

Si riportano, nelle figure 5.7 e 5.8, i grafici di dispersione che mostrano le relazioni di scaling della portata massima transitante con l'area drenata, per le diverse macroaree, utilizzando i due metodi. I dati di portata sono stati dedotti dalle simulazioni per un evento di pioggia di *10 minuti*.



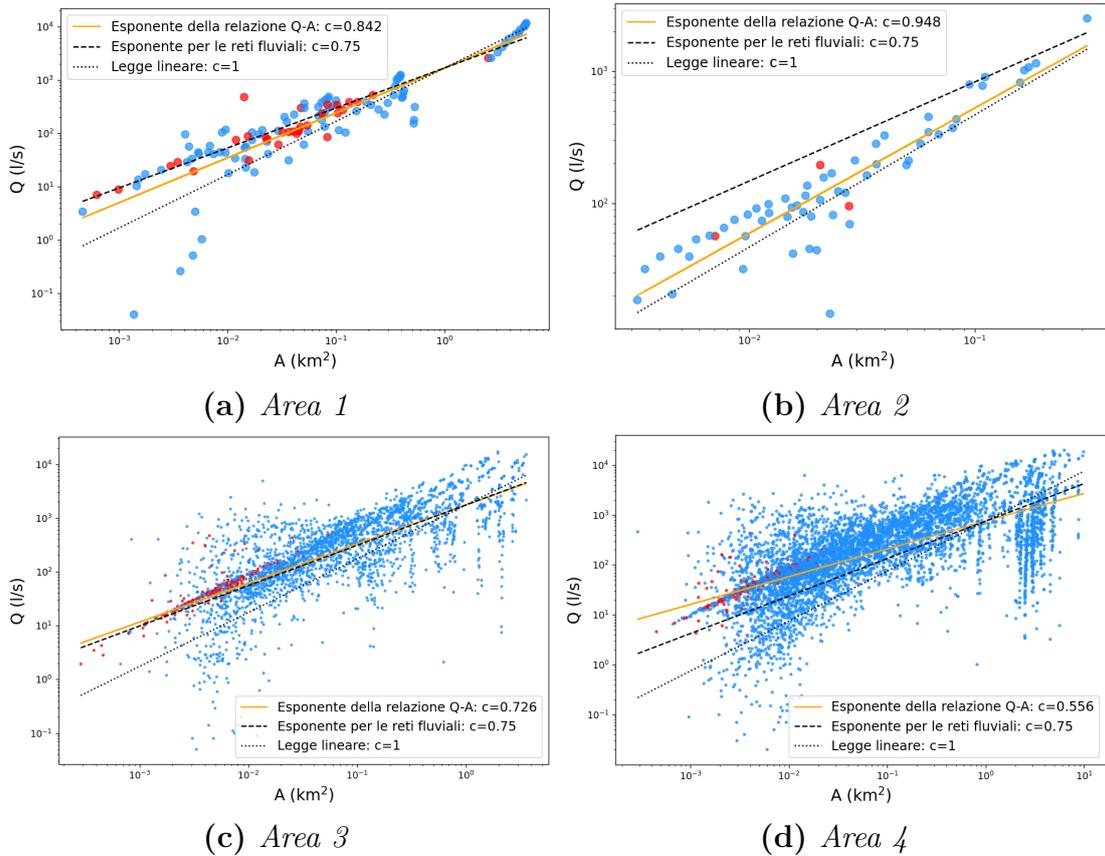
**Figura 5.7:** Relazioni di scaling della portata con l'area ottenute applicando il *I metodo*. La portata considerata è la  $Q_{max}$  transitante nel nodo durante un evento di pioggia di *10 minuti*. La regressione lineare dei dati è data dalla linea arancione. Per il confronto sono rappresentate le pendenze ideali date dalla legge relativa alle reti fluviali e dalla legge lineare.



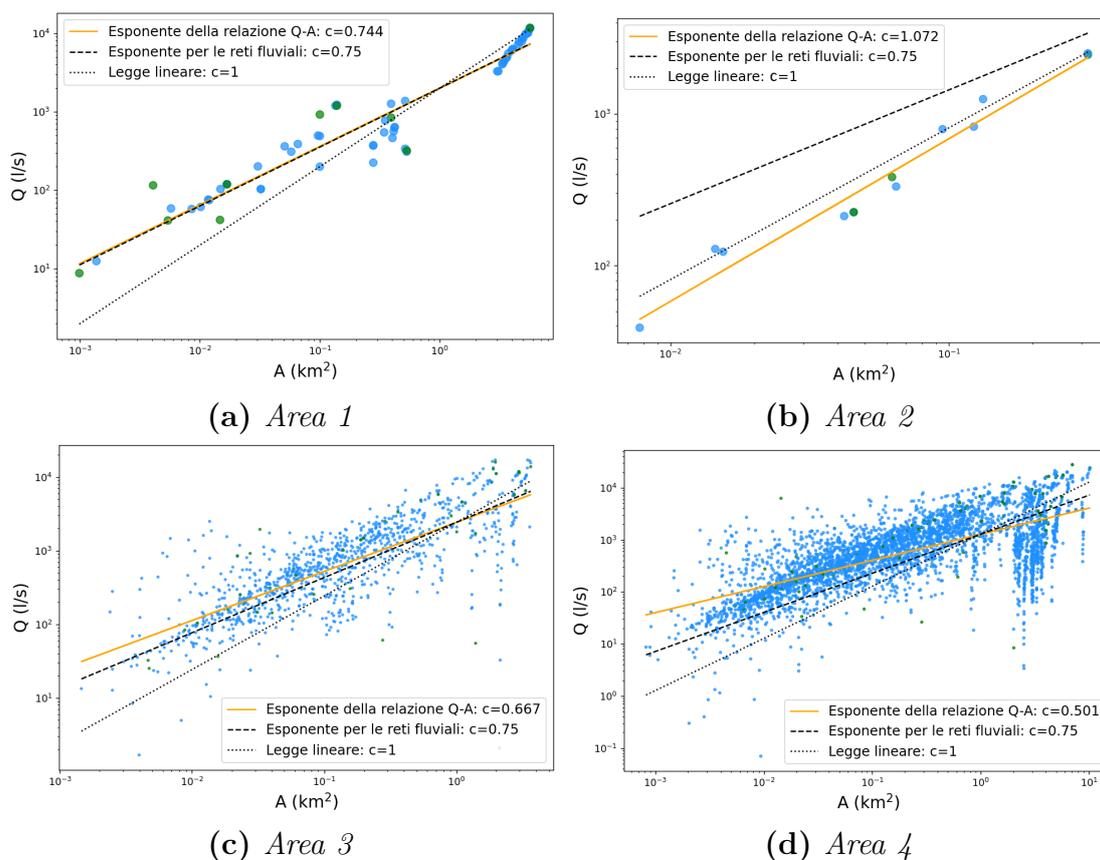
**Figura 5.8:** Relazioni di scaling della portata con l'area ottenute applicando il II metodo. La portata considerata è la  $Q_{max}$  transitante nel nodo durante un evento di pioggia di 10 minuti. La regressione lineare dei dati è data dalla linea arancione. Per il confronto sono rappresentate le pendenze ideali date dalla legge relativa alle reti fluviali e dalla legge lineare.

### Evento di pioggia di un'ora

In figure 5.9 e 5.10, si mostrano i grafici di dispersione per le relazioni di scaling della portata massima transitante con l'area drenata, rispettivamente per i due metodi. I dati di portata sono stati dedotti dalle simulazioni per un evento di pioggia di 1 ora.



**Figura 5.9:** Relazioni di scaling della portata con l'area ottenute applicando il *I metodo*. La portata considerata è la  $Q_{max}$  transitante nel nodo durante un evento di pioggia di 1 ora. La regressione lineare dei dati è data dalla linea arancione. Per il confronto sono rappresentate le pendenze ideali date dalla legge relativa alle reti fluviali e dalla legge lineare.



**Figura 5.10:** Relazioni di scaling della portata con l'area ottenute applicando il *II metodo*. La portata considerata è la  $Q_{max}$  transitante nel nodo durante un evento di pioggia di 1 ora. La regressione lineare dei dati è data dalla linea arancione. Per il confronto sono rappresentate le pendenze ideali date dalla legge relativa alle reti fluviali e dalla legge lineare.

## Considerazioni

In tabella 5.6 sono riportati gli esponenti  $c$  della legge di scaling  $Q_{max} \propto A^c$  per ciascuna area di studio, a confronto con il valore assunto per i bacini fluviali. Tutte le pendenze ricavate tramite regressione risultano significative, con un  $p$ -value  $p \ll 0.01$ , confermando così l'esistenza di una relazione di scaling tra le due grandezze.

**Tabella 5.6:** Tabella riassuntiva degli esponenti  $c$  della legge di potenza  $Q_{max} \propto A^c$ .

		<i>Area 1</i>	<i>Area 2</i>	<i>Area 3</i>	<i>Area 4</i>	<i>Fiumi</i>
<i>10 minuti</i>	<b><i>I metodo</i></b>	0.692 ●	0.723 ●	0.468 ●	0.381 ●	0.75
	<b><i>II metodo</i></b>	0.612 ●	<u>0.672</u> ●	0.424 ●	0.334 ●	0.75
<i>1 ora</i>	<b><i>I metodo</i></b>	0.842 ●	0.948 ●	0.726 ●	0.556 ●	0.75
	<b><i>II metodo</i></b>	0.744 ●	<u>1.072</u> ●	0.667 ●	0.501 ●	0.75

Si può osservare che:

- non vi è una sostanziale differenza nei risultati dati dall'applicazione dei due diversi metodi, per nessuna delle quattro macroaree e per entrambi gli eventi di pioggia; in generale i coefficienti relativi all'evento di *1 ora* sono maggiori di quelli relativi all'evento di *10 minuti*;
- per l'*Area 3* e per l'*Area 4* si identifica una distribuzione particolare degli *outlier* per grandi aree, in cui ad una stessa area corrispondono portate molto variabili; questi punti tuttavia non corrispondono a zone che presentano una morfologia particolare;
- l'*Area 1* e l'*Area 2* presentano i coefficienti che più si avvicinano al valore tipico delle reti fluviali.

### 5.2.4 Relazione tra sezione dei condotti e area drenata

Alcuni studi esistenti per le reti fluviali, prendono in analisi il riscaldamento della sezione trasversale bagnata, ossia la parte della sezione trasversale del condotto a contatto con il fluido, in relazione all'area drenata (Amerson et al. 2008).

Per quanto riguarda la rete di drenaggio della città di Torino, i dati disponibili non includono quelli relativi alla sezione bagnata, ma solo quelli riguardanti la sezione del condotto. Da qui nasce l'idea di indagare la possibile esistenza di una relazione di scala tra la somma delle sezioni dei vari condotti e l'area drenata.

#### Calcolo dell'area della sezione

Per ogni condotto della rete sono disponibili due informazioni geometriche relative alla sezione trasversale, che variano a seconda del tipo di sezione. Ad esempio, per le sezioni rettangolari, i dati indicano la profondità e la larghezza del condotto.

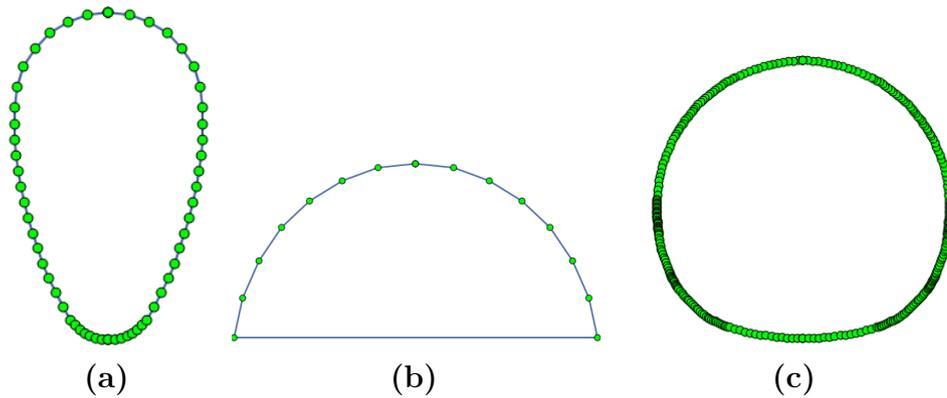
Tuttavia, esistono alcune tipologie di sezioni denominate *CUSTOM*, che non corrispondono a forme standard e per le quali il calcolo dell'area non è immediato. In questi casi, la geometria della sezione è definita tramite una serie di punti che descrivono il contorno della figura, come illustrato in figura 5.11.

Le varie aree delle sezioni sono calcolate implementando una formula di integrazione approssimata<sup>1</sup>, applicata alle coordinate dei punti delle figure *CUSTOM*.

---

<sup>1</sup>**formula di Gauss** o di *Shoelace* per calcolare l'area di un poligono.

$$A = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^n (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) \right| \quad (5.3)$$

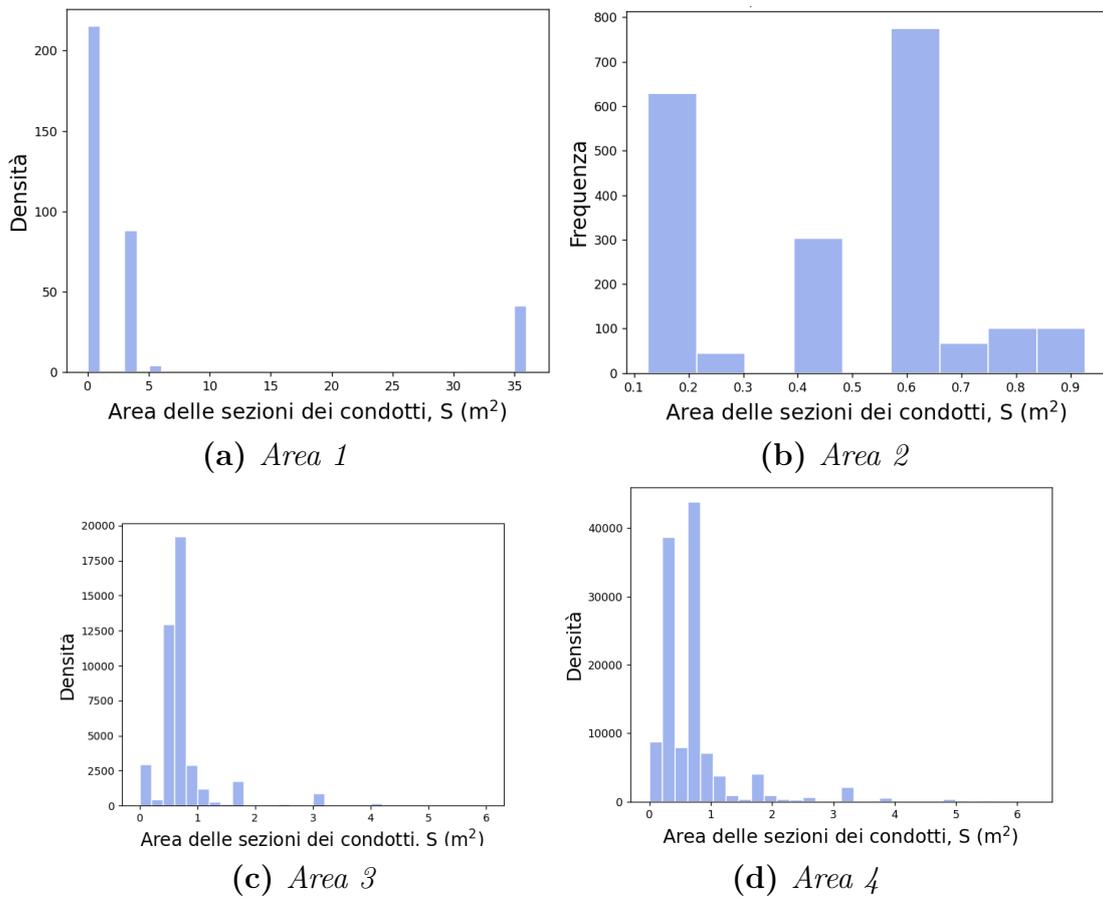


**Figura 5.11:** Forme delle sezioni *CUSTOM*: (a) sezione ovoidale, presente con diverse misure degli assi maggiore e minore; (b) sezione a volta a forma semicircolare; (c) sezione con forma quasi circolare.

In tabella 5.7, sono riportate le diverse tipologie di sezioni, insieme alla formula utilizzata per il calcolo dell'area, e al numero di sezioni di ciascuna tipologia per ogni macroarea.

**Tabella 5.7:** Distribuzione del numero di sezioni di condotti per tipologia in ciascuna macroarea.

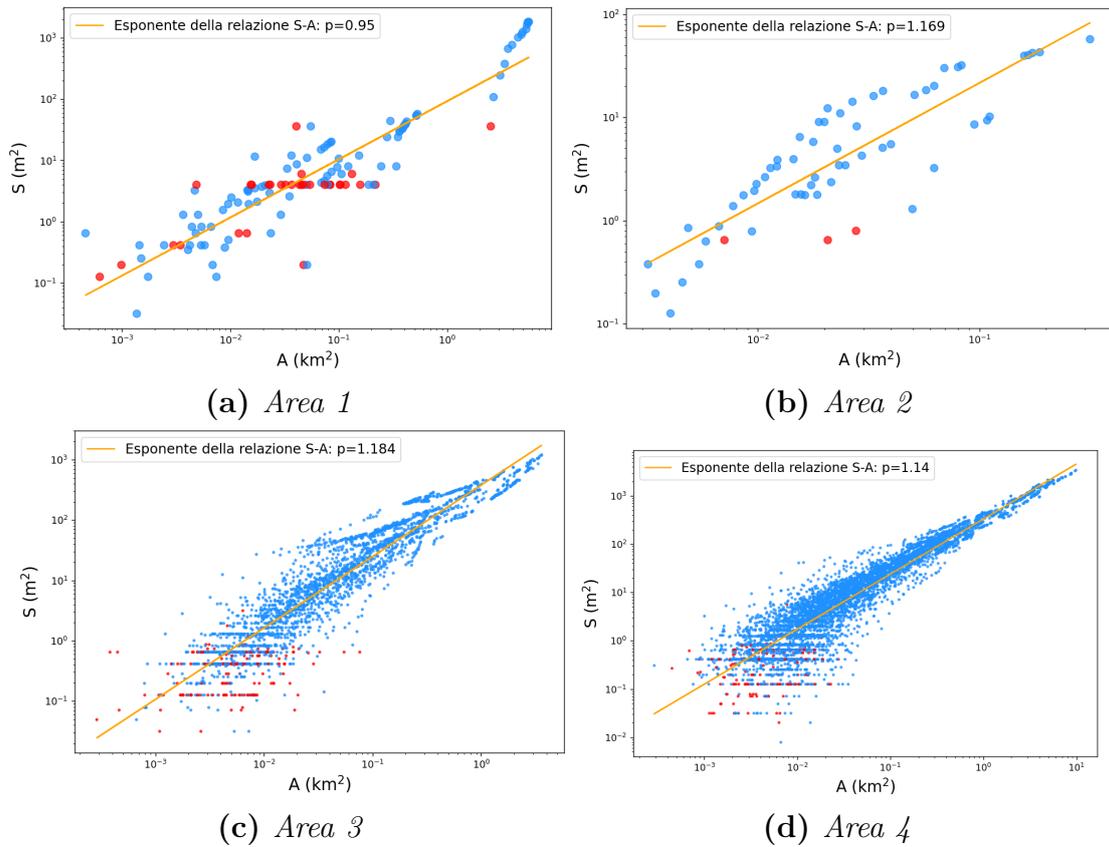
Tipologia	Area 1	Area 2	Area 3	Area 4	Calcolo dell'area
CUSTOM OVOIDALE	183	120	7044	21041	<i>formula di Gauss</i>
CIRCOLARE	32	60	1568	4042	$\pi r^2$
RETTANGOLARE CHIUSA	9	—	66	123	<i>base × altezza</i>
RETTANGOLARE APERTA	119	—	12	4	<i>base × altezza</i>
BASKETHANDLE	—	—	1	—	<i>formula di Gauss</i>
CUSTOM VOLTA	5	—	—	—	<i>formula di Gauss</i>
CUSTOM QUASI CIRCOLARE	—	—	9	—	$\pi r^2$



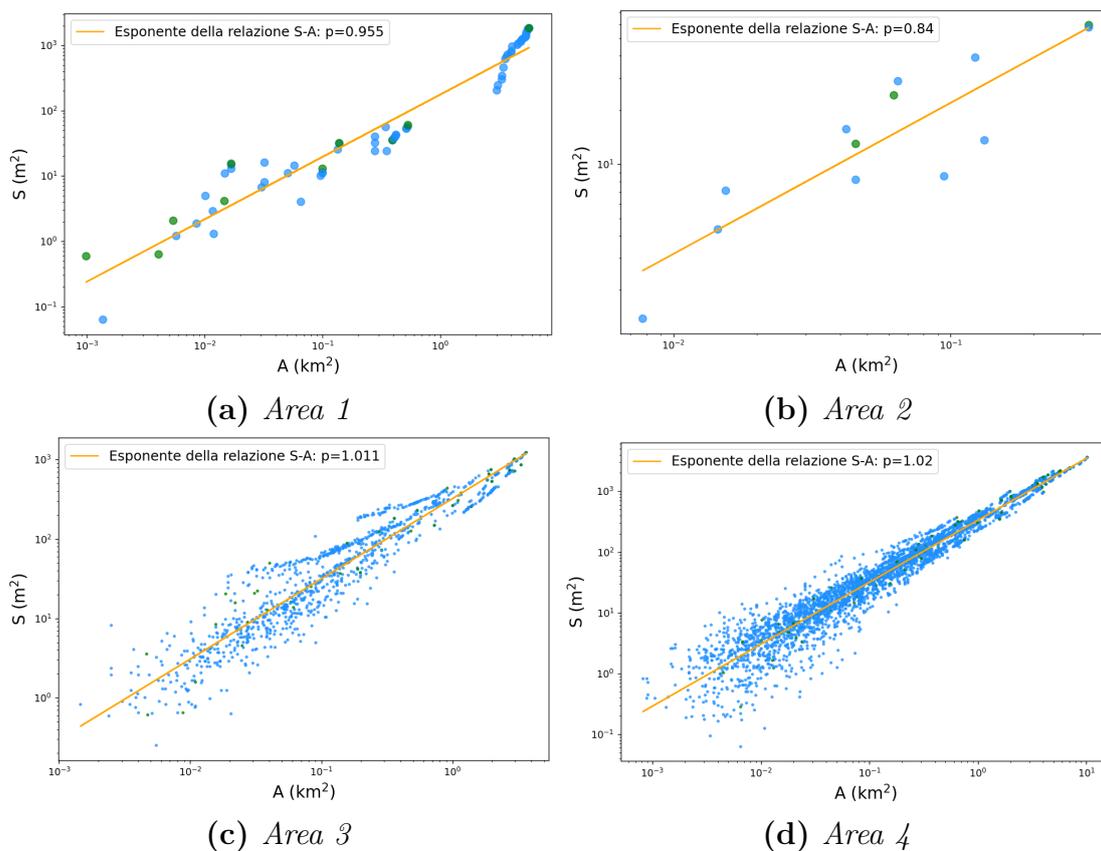
**Figura 5.12:** Distribuzione delle aree delle sezioni dei condotti nei quattro bacini.

### Grafici di dispersione

In figura 5.13 e 5.14 si riporta lo scaling delle sezioni con l'area drenata, applicando i due metodi descritti all'inizio del capitolo. La sezione è calcolata per ciascun punto, risalendo il sistema di drenaggio e sommando le sezioni dei vari condotti incontrati lungo il percorso.



**Figura 5.13:** Relazioni di scaling delle sezioni con l'area ottenute applicando il *I metodo*. La regressione lineare dei dati è data dalle linee arancioni. In rosso sono evidenziati i nodi apicali.



**Figura 5.14:** Relazioni di scaling delle sezioni con l'area ottenute applicando il *II metodo*. La regressione lineare dei dati è data dalle linee arancioni. In verde sono evidenziati i nodi di outfall.

Nelle figure 5.13, con il *I metodo*, i punti in rosso rappresentano i nodi apicali ai quali è associata un'area di drenaggio. Questi punti tendono a disporsi su linee orizzontali perché a tali nodi è assegnato il valore della sezione di un singolo condotto.

In tabella 5.8 sono riportate le pendenze  $p$  della legge di potenza  $S \propto A^p$  per ciascuna area di studio. Tutte le pendenze ricavate tramite regressione risultano significative, con un  $p$ -value  $p \ll 0.01$ , confermando così l'esistenza di una relazione di scala tra le due grandezze.

**Tabella 5.8:** Tabella riassuntiva degli esponenti  $p$  della legge di potenza  $S \propto A^p$ . Si riporta la media aritmetica dei coefficienti per ciascun metodo.

	<i>Area 1</i>	<i>Area 2</i>	<i>Area 3</i>	<i>Area 4</i>	<i>Media</i>
<b><i>I metodo</i></b>	0.95 ●	1.169 ●	1.184 ●	1.14 ●	1.111
<b><i>II metodo</i></b>	0.955 ●	<u>0.84</u> ●	1.011 ●	1.02 ●	0.957

Seguono alcune considerazioni, dedotte dai risultati ottenuti.

- I coefficienti ottenuti applicando i due metodi alla medesima area risultano, in generale, simili per *Area 1*, *Area 3* e *Area 4*.
- Per l'*Area 2*, invece, la differenza tra i coefficienti ottenuti con i due metodi è più significativa. Tuttavia, è importante considerare il basso numero di dati disponibili per questa zona, che potrebbe influenzare la precisione dei risultati.
- In media, tutti i coefficienti tendono a seguire una legge di potenza lineare con  $p \sim 1$ , evidenziando quindi un trend comune tra le varie aree.

### 5.2.5 Funzione di larghezza

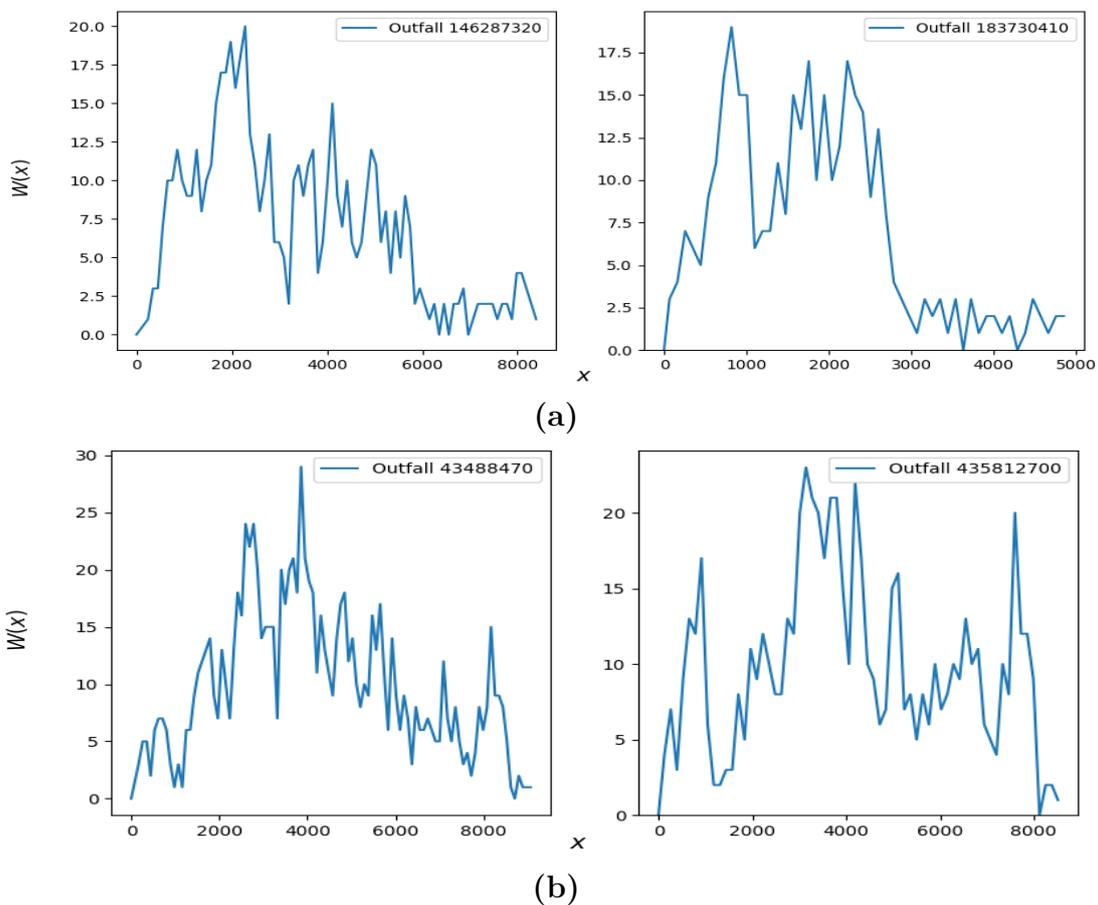
Lo studio della funzione di larghezza, introdotto nel capitolo 2, è di fondamentale importanza da un punto di vista idraulico.

Nello specifico, per le reti di drenaggio, a differenza di quelle naturali, il punto di recapito non è unico. Si è scelto quindi di rappresentare tale funzione in riferimento ai punti di recapito critici, su cui transitano le portate massime maggiori. Sono state prese in considerazione le macroaree più estese della rete di drenaggio di Torino, l'*Area 3* e l'*Area 4*.

In tabella 5.9 vengono riportati i codici identificativi dei recapiti su cui transita la portata maggiore nei due eventi di pioggia, con le relative portate massime. In figura 5.15 sono riportate invece le relative funzioni di larghezza.

**Tabella 5.9:** Recapiti con le relative portate massime per i due eventi i pioggia.

	Recapito	$Q_{max}^{10min}$ [l/s]	$Q_{max}^{1h}$ [l/s]
<i>Area 3</i>	146287320	21475.61	13811.36
	183730410	26289.94	15935,79
<i>Area 4</i>	43488470	26128.67	23838,25
	435812700	26905.67	27766,79



**Figura 5.15:** Funzione di larghezza relativa ai recapiti indicati: (a) *Area 3*; (b) *Area 4*.

## 5.3 Evoluzione storica della rete di drenaggio

A partire dalle considerazioni sull'evoluzione urbanistica della città di Torino descritte nella sezione 4.1.2 e dalle relative figure, è possibile identificare tre zone all'interno del bacino relativo all'*Area 4*. La prima zona corrisponde al centro storico, la prima area sviluppatasi, mentre le altre due sono zone di sviluppo più recente, nate nel ventesimo secolo.

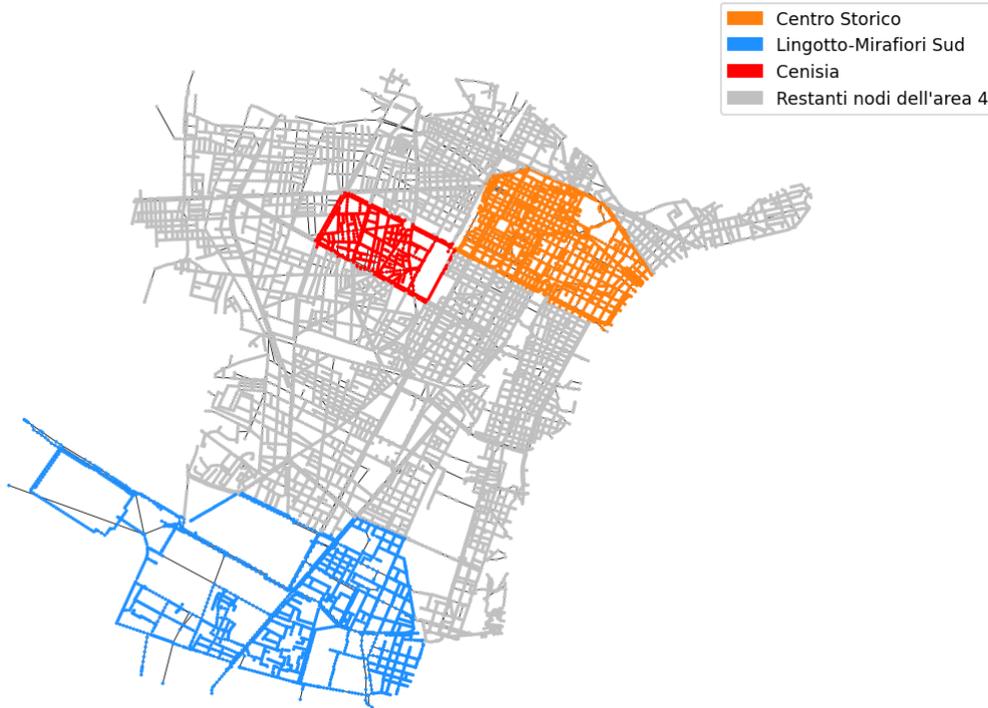
Il **Centro storico (CS)** è delimitato a est dal fiume Po e a ovest da Corso Inghilterra. Questa zona è stata delineata sulla base della mappa in figura 4.2 e rappresenta l'area più antica della città.

La seconda zona, in ordine di sviluppo, corrisponde al quartiere di **Cenisia (CEN)**, sviluppatosi a partire dai primi del novecento. Si tratta di una zona pressoché rettangolare delimitata da Corso Vittorio Emanuele II, Corso Castelfidardo, Corso Peschiera e Corso Trapani.

Infine, i quartieri **Lingotto-Mirafiori Sud (LIN)** sono tra i più recenti, sviluppati nella seconda metà del '900, tra il 1951 e il 1971. La zona è delimitata a est dalla linea ferroviaria e a Nord da corso Giambone e Corso Tazzoli.

L'evoluzione storica di queste aree corrisponde all'evoluzione delle rispettive reti di drenaggio, permettendo così di impostare un confronto tra reti che tenga conto della stratificazione storica di queste.

In figura 5.16 si riporta una rappresentazione della rete in cui sono evidenziate le varie zone.



**Figura 5.16:** Rete relativa all'Area 4 con evidenziate le tre zone da analizzare.

### 5.3.1 Confronto tra il centro storico e le aree di nuova urbanizzazione

Per la validazione statistica del confronto tra le diverse zone, si procede introducendo delle *variabili categoriali*, o *dummy*, per poi testare l'interazione tra le variabili esistenti e quelle aggiunte (Montgomery et al. 2021). L'aspettativa è che le rette di regressione, che mettono in relazione la variabile in ordinata con la variabile in ascissa nei grafici di dispersione, differiscano sia nella pendenza sia nell'intercetta. Definiamo il primo insieme di dati formato dalle coppie  $(x_1, y_1)$ :

$$D_1 = \{(x_1, y_1) \mid x_1 \in X_1, y_1 \in Y_1\}, \quad (5.4)$$

dove  $X_1$  e  $Y_1$  sono i vettori a cui appartengono rispettivamente le variabili  $x_1$  e  $y_1$ . Mentre il secondo, formato dalle coppie  $(x_2, y_2)$ :

$$D_2 = \{(x_2, y_2) \mid x_2 \in X_2, y_2 \in Y_2\}, \quad (5.5)$$

con  $X_2$  e  $Y_2$  vettori. È possibile modellare questa situazione con un'unica equazione di regressione introducendo la variabile categoriale  $C$ :

$$C = \begin{cases} 0 & \text{se il punto appartiene all'insieme } D_1, \\ 1 & \text{se il punto appartiene all'insieme } D_2. \end{cases}$$

Definendo il vettore  $X = X_1 + X_2$  e  $Y = Y_1 + Y_2$ , il modello di regressione è

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 C + \beta_3 Cx + \epsilon, \quad (5.6)$$

con  $y \in Y$ ,  $x \in X$  e  $\epsilon$  errore statistico, ovvero una variabile casuale che spiega perché non vi è una corrispondenza esatta del modello ai dati. In particolare, per  $C = 0$  il modello si riduce a:

$$y_1 = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \epsilon \quad (5.7)$$

, ovvero alla retta di regressione del primo insieme di dati  $D_1$ . Se invece  $C = 1$ :

$$y_2 = (\beta_0 + \beta_2) + (\beta_1 + \beta_3)x_2 + \epsilon, \quad (5.8)$$

si ottiene la retta di regressione relativa a  $D_2$ .

Una volta stimati i coefficienti della regressione lineare multipla  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$ , per mostrare se la differenza tra le pendenze delle due rette di regressione è statisticamente significativa, si applica un *test t* al coefficiente  $\beta_3$  del termine  $Cx$ . Se il *p-value* è inferiore ad una certa soglia, la differenza tra le pendenze delle due regressioni è significativa; se invece è maggiore, non c'è una differenza significativa tra le due.

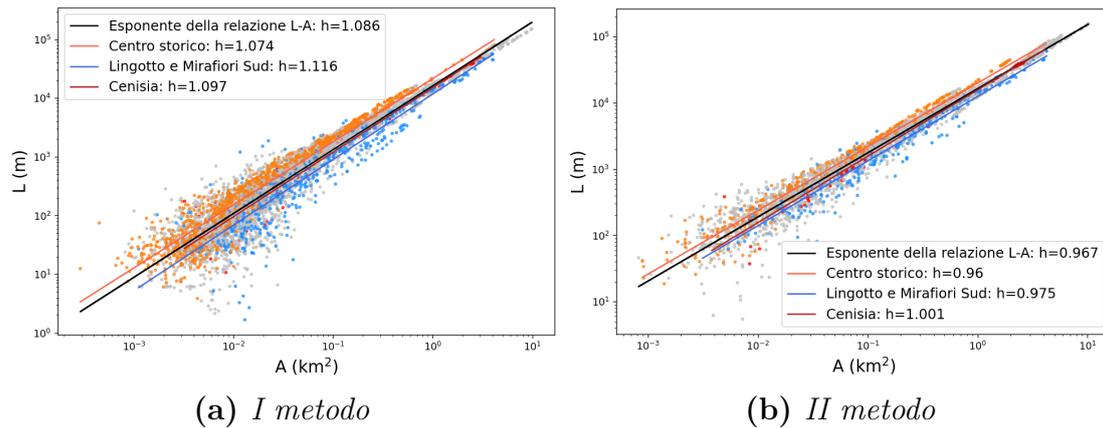
In particolare:

- $p \leq 0.01$ , indica che la differenza tra le due pendenze è significativa;
- $0.01 < p \leq 0.05$ , è la condizione limite per avere una differenza significativa tra le due pendenze;
- $p > 0.05$ , indica che la differenza tra le due pendenze non è significativa.

Sulla base del metodo statistico descritto, si procede con l'analisi delle varie leggi di scala messe a confronto per le diverse zone.

## Legge di Hack

I grafici di dispersione presentati in figura 5.17 mostrano le relazioni di scaling della lunghezza con l'area per le tre zone considerate, evidenziando con colori differenti i punti relativi a ciascuna zona. Vengono applicati entrambi i metodi di selezione dei dati.



**Figura 5.17:** Relazione di scaling della lunghezza con l'area. Per il confronto sono rappresentate le regressioni lineari dei dati del Centro storico, della zona Lingotto-Mirafiori Sud, della zona di Cenisia e dell'Area 4 complessiva.

La tabella 5.10 riporta i risultati del test statistico di confronto tra le pendenze delle diverse zone, analizzate a coppie.

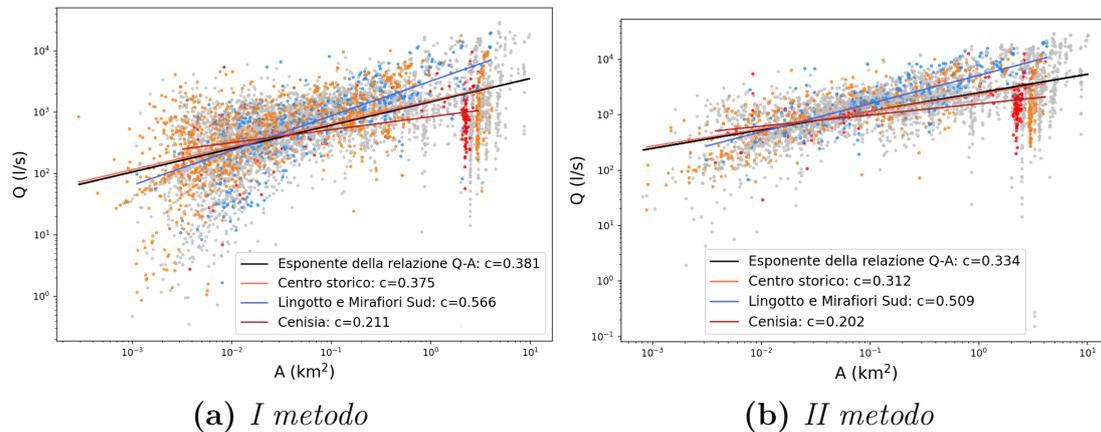
Risultano statisticamente significative le differenze tra **CS** e **LIN** con il *I metodo* e le differenze tra **CS** e **CEN** con il *II metodo*. La mancata corrispondenza tra i risultati ottenuti dai due metodi suggerisce che non vi sia un'effettiva differenza significativa tra le pendenze delle diverse zone. Di conseguenza, si può assumere che lo scaling della lunghezza con l'area drenata sia indipendente dall'evoluzione urbana della rete.

**Tabella 5.10:** Risultati del test statistico di confronto delle pendenze delle rette di regressione relative allo scaling delle lunghezze con l'area. I valori di  $p$  sono evidenziati in verde se  $p \leq 0.01$  e in giallo se  $0.01 < p \leq 0.05$ . Sono messe a confronto le tre zone: centro storico (CS), Lingotto e Mirafiori-Sud (LIN), e Cenisia (CEN).

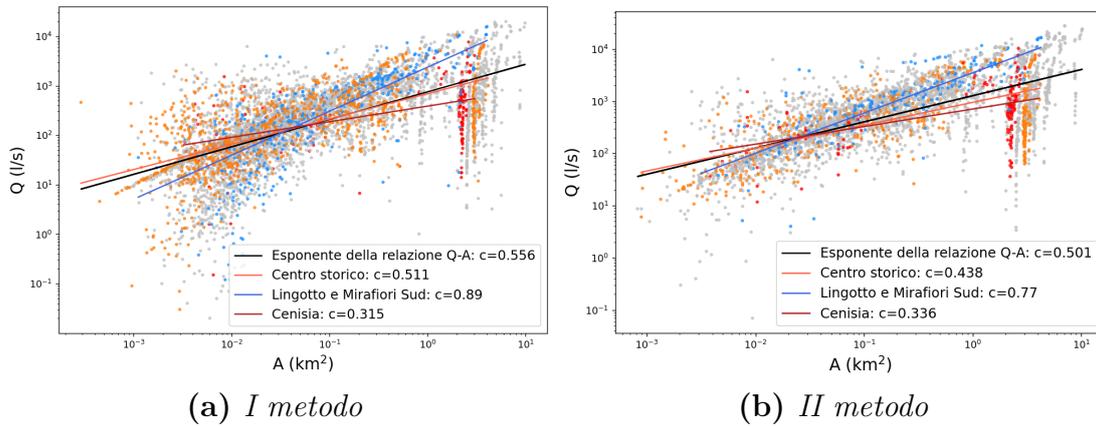
	Dati (1)	Dati (2)	T-st.	P-value
<i>I metodo</i>	CS (1.074)	CEN (1.097)	1.399	0.162
	CS (1.074)	LIN (1.116)	2.468	0.014
	LIN (1.116)	CEN (1.097)	-0.735	0.463
<i>II metodo</i>	CS (0.96)	CEN (1.001)	4.005	0.000
	CS (0.96)	LIN (0.975)	1.246	0.213
	LIN (0.975)	CEN (1.001)	1.665	0.097

### Relazione tra portata massima e area drenata

Si riportano nelle figure 5.18 e 5.19 i grafici di dispersione che mostrano le relazioni di scaling della portata massima transitante con l'area per i due eventi di pioggia, utilizzando i due metodi.



**Figura 5.18:** Relazione di scaling della portata  $Q_{max}$  con l'area durante un evento di pioggia di 10 minuti. Per il confronto sono rappresentate le regressioni lineari dei dati del Centro storico, della zona Lingotto-Mirafiori Sud, della zona di Cenisia e dell'Area 4 complessiva.



**Figura 5.19:** Relazione di scaling della portata  $Q_{max}$  con l’area durante un evento di pioggia di 1 ora. Per il confronto sono rappresentate le regressioni lineari dei dati del Centro storico, della zona Lingotto-Mirafiori Sud, della zona di Cenisia e dell’Area 4 complessiva.

Nelle tabelle 5.11 e 5.12 sono riportati i risultati dei test statistici di confronto, rispettivamente per l’evento di pioggia di 10 minuti e 1 ora.

**Tabella 5.11:** Risultati del test statistico di confronto delle pendenze delle rette di regressione relative allo scaling delle portate con l’area (evento di 10 minuti). I valori di  $p$  sono evidenziati in verde se  $p \leq 0.01$  e in giallo se  $0.01 < p \leq 0.05$ . Sono messe a confronto le tre zone: centro storico (**CS**), Lingotto e Mirafiori-Sud (**LIN**), e Cenisia (**CEN**).

	<i>Dati (1)</i>	<i>Dati (2)</i>	<i>T-st.</i>	<i>P-value</i>
<i>I metodo</i>	<b>CS</b> (0.375)	<b>CEN</b> (0.211)	-4.273	0.000
	<b>CS</b> (0.375)	<b>LIN</b> (0.566)	5.933	0.000
	<b>LIN</b> (0.566)	<b>CEN</b> (0.211)	-9.347	0.000
<i>II metodo</i>	<b>CS</b> (0.312)	<b>CEN</b> (0.202)	-3.162	0.002
	<b>CS</b> (0.312)	<b>LIN</b> (0.509)	6.194	0.000
	<b>LIN</b> (0.509)	<b>CEN</b> (0.202)	-8.946	0.000

**Tabella 5.12:** Risultati del test statistico di confronto delle pendenze delle rette di regressione relative allo scaling delle portate con l'area (evento di 1 ora). Sono messe a confronto le tre zone: centro storico (**CS**), Lingotto e Mirafiori-Sud (**LIN**), e Cenisia (**CEN**).

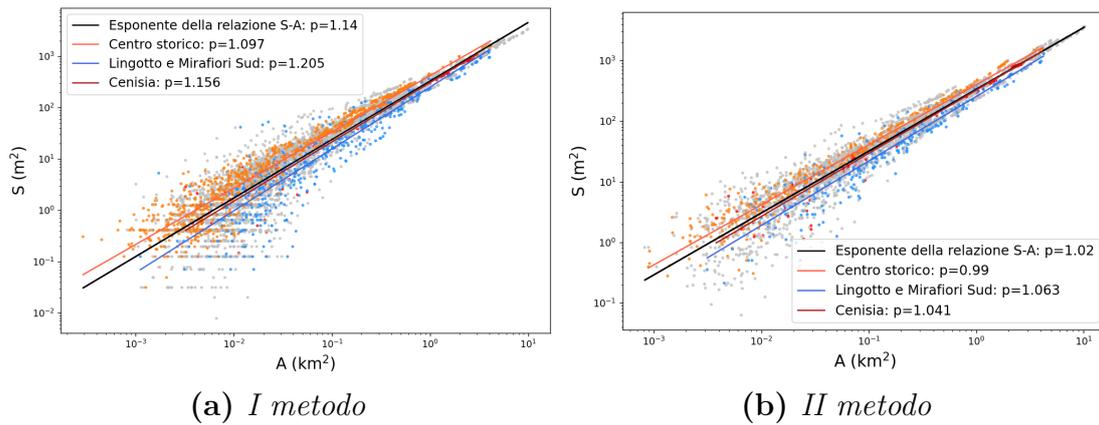
	<i>Dati (1)</i>	<i>Dati (2)</i>	<i>T-st.</i>	<i>P-value</i>
<i>I metodo</i>	<b>CS</b> (0.511)	<b>CEN</b> (0.315)	-4.405	0.000
	<b>CS</b> (0.511)	<b>LIN</b> (0.89)	10.100	0.000
	<b>LIN</b> (0.89)	<b>CEN</b> (0.315)	-11.707	0.000
<i>II metodo</i>	<b>CS</b> (0.438)	<b>CEN</b> (0.336)	-2.222	0.027
	<b>CS</b> (0.438)	<b>LIN</b> (0.77)	8.220	0.000
	<b>LIN</b> (0.77)	<b>CEN</b> (0.336)	-9.663	0.000

In relazione ai *p-value* ricavati, tutte le differenze tra le pendenze risultano statisticamente significative, confermando così la possibilità che lo scaling tra le due grandezze sia influenzato dall'età associata alla rete.

La zona più recente di Lingotto-Mirafiori Sud, nei due casi e con entrambi i metodi, presenta la pendenza maggiore, seguita dal centro storico e infine da Cenisia, che registra le pendenza minori.

### Relazione tra sezione dei condotti e area drenata

Si mostrano in figura 5.20 le relazioni di scaling della sezione con l'area per le tre zone considerate, applicando entrambi i metodi.



**Figura 5.20:** Relazione di scaling della sezione  $S$  con l’area. Per il confronto sono rappresentate le regressioni lineari dei dati del Centro storico, della zona Lingotto-Mirafiori Sud, della zona di Cenisia e dell’*Area 4* complessiva.

La tabella 5.13 riporta i risultati dei test statistici di confronto per i due metodi. Si riscontra una differenza significativa nelle pendenze tra **CS** e **LIN** e tra **CS** e **CEN**, per entrambi i metodi. Non risulta invece significativa la differenza di pendenza tra **LIN** e **CEN**.

**Tabella 5.13:** Risultati del test statistico di confronto delle pendenze delle rette di regressione relative allo scaling delle sezioni con l’area. Sono messe a confronto le tre zone: centro storico (**CS**), Lingotto e Mirafiori-Sud (**LIN**), e Cenisia (**CEN**).

	<i>Dati (1)</i>	<i>Dati (2)</i>	<i>T-st.</i>	<i>P-value</i>
<i>I metodo</i>	<b>CS</b> (1.097)	<b>CEN</b> (1.156)	2.956	0.003
	<b>CS</b> (1.097)	<b>LIN</b> (1.205)	5.395	0.000
	<b>LIN</b> (1.205)	<b>CEN</b> (1.156)	-1.473	0.141
<i>II metodo</i>	<b>CS</b> (0.99)	<b>CEN</b> (1.041)	3.836	0.000
	<b>CS</b> (0.99)	<b>LIN</b> (1.063)	4.735	0.000
	<b>LIN</b> (1.063)	<b>CEN</b> (1.041)	-0.985	0.325

La zona più antica del centro storico presenta una pendenza minore rispetto alle zone sviluppatesi più recentemente. Tra le aree di Cenisia e

Lingotto, entrambe sviluppate in tempi recenti ma a distanza di pochi anni, la differenza tra le pendenze risulta minima. Di conseguenza, si può assumere che l'evoluzione storica urbana abbia un'influenza significativa sui coefficienti dello scaling delle sezioni con l'area drenata.

**Tabella 5.14:** Tabella riassuntiva di confronto tra i vari esponenti delle leggi di potenza ricavati con il *I metodo* e con il *II metodo*, per i dati relativi a Area 4, centro storico, Lingotto-Mirafiori Sud e Cenisia.

	Esponente Relazione	$h$ $L \propto A^h$	$c$ $Q_{max}^{10min} \propto A^c$	$c$ $Q_{max}^{1h} \propto A^c$	$p$ $S \propto A^p$
I metodo	AREA 4	1.086 ●	0.381 ●	0.556 ●	1.14 ●
	CENTRO STORICO	1.074 ●	0.375 ●	0.511 ●	1.097 ●
	CENISIA	1.097 ●	0.211 ●	0.315 ●	1.156 ●
	LINGOTTO, MIRA- FIORI SUD	1.116 ●	0.566 ●	0.89 ●	1.205 ●
II metodo	AREA 4	0.967 ●	0.334 ●	0.501 ●	1.02 ●
	CENTRO STORICO	0.957 ●	0.312 ●	0.438 ●	0.99 ●
	CENISIA	1.001 ●	0.202 ●	0.336 ●	1.041 ●
	LINGOTTO, MIRA- FIORI SUD	0.976 ●	0.509 ●	0.77 ●	1.063 ●

## Capitolo 6

# Conclusioni e sviluppi futuri

L'obiettivo principale di questo studio era quello di indagare l'applicabilità delle leggi di scala e di altre relazioni, tipicamente associate a reti naturali, alla rete di drenaggio urbana di Torino. Attraverso un'analisi topologica e idraulica, si è verificato che le leggi di scaling possono effettivamente essere applicate anche a reti artificiali, seppur presentando, in generale, coefficienti differenti rispetto a quelli riscontrati nei bacini fluviali. Inoltre, è emerso che l'evoluzione storica della città ha una certa influenza sulle caratteristiche della rete.

Si può dunque concludere che l'obiettivo principale è stato raggiunto ed è in linea con i risultati attesi. Questo lavoro rappresenta un contributo significativo ad una migliore comprensione della rete urbana e costituisce una buona base per futuri approfondimenti.

### 6.1 Risultati chiave e interpretazione

I risultati di questo studio hanno confermato l'esistenza delle leggi di scala nella rete di drenaggio urbana di Torino. La complessità e la struttura diversificata della rete sono emerse chiaramente nelle analisi.

In particolare, la legge di Hack ha mostrato esponenti simili a quello tipico delle reti fluviali per l'Area 1 e 2, mentre per le Aree 3 e 4 si sono osservati esponenti significativamente più alti, che si avvicinano al coefficiente unitario. Questo suggerisce una dipendenza del coefficiente dalla complessità della rete urbana, più elevata in queste due aree.

Le pendenze relative alla probabilità di superamento dell'area drenata variano sensibilmente tra le diverse macroaree, con valori simili per le zone più estese e complesse. Nell'Area 3 e 4 i grafici delle probabilità presentano una parte centrale quasi rettilinea, con pendenza vicina a 0.3, seguita da una coda più ripida. Questo andamento è in linea con i risultati riportati da Yang et al. 2017.

La legge di potenza tra la portata massima transitante e l'area drenata evidenzia coefficienti molto diversi rispetto a quelli tipici dei bacini fluviali per le aree più estese, mentre per l'Area 1 e 2 i valori si avvicinano maggiormente a quelli fluviali.

Infine, per quanto riguarda la relazione tra la sezione dei condotti e l'area drenata, in media, i coefficienti ricavati con i due metodi per le quattro macroaree seguono una legge di potenza che tende alla linearità, evidenziando quindi un trend comune indipendente dalla complessità della rete.

La distinzione tra i due metodi si è rivelata fondamentale, insieme ai test statistici, per la validazione dei risultati ottenuti. In generale, non si sono riscontrate differenze significative, ad eccezione dei coefficienti relativi all'Area 2 nelle tre leggi di scala:  $L \propto A^h$ ,  $Q_{max}^{1h} \propto A^c$ ,  $S \propto A^p$ . Tuttavia, quest'area presenta il minor numero di nodi e, di conseguenza, un numero limitato di punti di controllo per entrambi i metodi, il che influenza la validità dei risultati a causa dell'insufficienza di dati.

Infine, all'interno dell'Area 4, l'influenza della stratificazione storica si riflette chiaramente nelle differenze topologiche tra il centro storico e le zone più recenti, evidenziando una variazione delle leggi con l'evoluzione urbana. Mentre la legge di Hack non sembra risentire dell'influenza del fattore storico, le differenze tra i coefficienti risultano significative per la relazione tra la portata massima e l'area drenata e per quella tra la sezione e l'area drenata.

## 6.2 Direzioni future

I risultati di questa ricerca aprono diverse strade per approfondimenti futuri, i quali potrebbero ampliare la comprensione delle reti di drenaggio urbano. Un primo sviluppo interessante riguarderebbe l'estensione degli studi sull'esistenza delle leggi di scala ad altre reti di drenaggio urbano, in contesti geografici e storici differenti, tenendo conto del fatto che ogni città possiede un rete con caratteristiche uniche.

Un altro tema di approfondimento riguarda l'integrazione dei risultati ottenuti nella pianificazione e gestione delle reti di drenaggio urbano. Applicare in modo pratico queste conoscenze nella gestione delle reti, potrebbe migliorare l'efficienza delle infrastrutture.

Si potrebbe, inoltre, approfondire lo studio della funzione di larghezza, sempre in relazione agli andamenti tipici dei bacini fluviali naturali.

Per quanto riguarda la stratificazione storica della rete di drenaggio di Torino, l'aggiunta di altre zone, con i relativi periodi storici di sviluppo, potrebbe essere utile per consolidare i risultati del confronto tra i coefficienti ottenuti nel lavoro corrente.

L'uso delle metriche della teoria delle reti complesse rappresenta un ulteriore filone di ricerca da esplorare. Ad esempio, sarebbe interessante capire come queste metriche possano contribuire all'identificazione dei punti critici e vulnerabili all'interno della rete di drenaggio di Torino.

Infine, un'analisi aggiuntiva potrebbe essere svolta in relazione ai tre fiumi riceventi, ossia il Po, la Dora e la Stura, e alle dinamiche di interazione tra la rete di drenaggio urbano e questi corsi d'acqua.







# Bibliografia

- [1] Ioannis M Kourtis e Vassilios A Tsihrintzis. «Adaptation of urban drainage networks to climate change: A review». In: *Science of the Total Environment* 771 (2021).
- [2] Ignacio Rodriguez-Iturbe e Andrea Rinaldo. *Fractal river basins: chance and self-organization*. Cambridge University Press, 1997.
- [3] Soohyun Yang, Kyungrock Paik, Gavan S McGrath, Christian Ulrich, Elisabeth Krueger, Praveen Kumar e P Suresh C Rao. «Functional topology of evolving urban drainage networks». In: *Water Resources Research* 53.11 (2017), pp. 8966–8979.
- [4] Mohamad Achour, Nanée Chahinian, Katia Chancibault, Hervé Andrieu e Roger Moussa. «Morphometric properties, scaling laws and hydrologic response of the Greater Paris combined sewer system». In: *Hydrological Processes* 37.10 (2023).
- [5] A Simone, A Cesaro, G Del Giudice, C Di Cristo e O Fecarotta. «Potentialities of complex network theory tools for urban drainage networks analysis». In: *Water Resources Research* 58.8 (2022).
- [6] Boano, Loddo, Raviola, Ridolfi e Vesipa. «Modellazione idraulica della rete di drenaggio urbano della città di Torino». Relazione non pubblicata. 2023.
- [7] Stanley Alfred Schumm. *The fluvial system*. The Blackburn Press, 1977.
- [8] Per Bak, Kan Chen e Michael Creutz. «Self-organized criticality in the 'Game of Life'». In: *Nature* 342.6251 (1989), pp. 780–782.
- [9] Henry Louis Langhaar. *Dimensional analysis and theory of models*. 1951.

- 
- [10] John Tilton Hack. *Studies of longitudinal stream profiles in Virginia and Maryland*. Vol. 294. US Government Printing Office, 1957.
- [11] Don M Gray. «Interrelationships of watershed characteristics». In: *Journal of Geophysical Research* 66.4 (1961), pp. 1215–1223.
- [12] I Rodriguez-Iturbe, EJ Ijjasz-Vasquez, RL Bras e David G Tarboton. «Power law distributions of discharge mass and energy in river basins». In: *Water Resources Research* 28.4 (1992), pp. 1089–1093.
- [13] Luna B Leopold, M Gordon Wolman, John P Miller e Ellen E Wohl. *Fluvial processes in geomorphology*. Courier Dover Publications, 2020.
- [14] Bruno Lashermes e Efi Foufoula-Georgiou. «Area and width functions of river networks: New results on multifractal properties». In: *Water Resources Research* 43.9 (2007).
- [15] Arthur N Strahler. «Quantitative analysis of watershed geomorphology». In: *Eos, Transactions American Geophysical Union* 38.6 (1957), pp. 913–920.
- [16] Joshua Cantone e Arthur Schmidt. «Dispersion mechanisms and the effect of parameter uncertainty on hydrologic response in urban catchments». In: *Water Resources Research* 47.5 (2011).
- [17] Joshua Cantone e Arthur Schmidt. «Improved understanding and prediction of the hydrologic response of highly urbanized catchments through development of the Illinois Urban Hydrologic Model». In: *Water Resources Research* 47.8 (2011).
- [18] Günter Blöschl e Murugesu Sivapalan. «Scale issues in hydrological modelling: a review». In: *Hydrological processes* 9.3-4 (1995), pp. 251–290.
- [19] Frank Blumensaat, Martin Wolfram e Peter Krebs. «Sewer model development under minimum data requirements». In: *Environmental Earth Sciences* 65 (2012), pp. 1427–1437.
- [20] Stefano Boccaletti, Vito Latora, Yamir Moreno, Martin Chavez e D-U Hwang. «Complex networks: Structure and dynamics». In: *Physics reports* 424.4-5 (2006), pp. 175–308.
- [21] R Rodríguez-Alarcón e S Lozano. «Complex network modeling of a river basin: an application to the Guadalquivir River in Southern Spain». In: *Journal of Hydroinformatics* 24.3 (2022), pp. 559–573.

- [22] Hayat Dino Bedru, Shuo Yu, Xinru Xiao, Da Zhang, Liangtian Wan, He Guo e Feng Xia. «Big networks: A survey». In: *Computer Science Review* 37 (2020).
- [23] Steven J Burian e Findlay G Edwards. «Historical perspectives of urban drainage». In: *Global solutions for urban drainage*. 2002, pp. 1–16.
- [24] Douglas C Montgomery, Elizabeth A Peck e G Geoffrey Vining. *Introduction to linear regression analysis*. John Wiley & Sons, 2021.
- [25] Andrew Gelman. *Data analysis using regression and multilevel/hierarchical models*. Cambridge university press, 2007.
- [26] Byron E Amerson, David R Montgomery e Grant Meyer. «Relative size of fluvial and glaciated valleys in central Idaho». In: *Geomorphology* 93.3-4 (2008), pp. 537–547.
- [27] A.L. Cardoza e G. Symcox. *A History of Turin*. Biblioteca di cultura storica. Einaudi, 2006. ISBN: 9788806181246. URL: <https://books.google.it/books?id=904BnwEACAAJ>.
- [28] R Rodríguez-Alarcón e S Lozano. «A complex network analysis of Spanish river basins». In: *Journal of Hydrology* 578 (2019).



# Ringraziamenti

Desidero esprimere la mia più sincera gratitudine ai miei relatori, la dottoressa Sofia Fellini e il professor Luca Ridolfi, per il continuo sostegno, la guida preziosa e i suggerimenti che mi hanno accompagnato durante tutto il percorso di ricerca. La loro esperienza e fiducia sono stati elementi chiave nel plasmare questo lavoro.

Un ringraziamento speciale va anche al dottor Francesco Loddo, del Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale del Politecnico di Torino, per aver messo a disposizione i dati sperimentali, senza i quali questa ricerca non sarebbe stata possibile. La sua disponibilità e pazienza nel spiegarmi i dettagli sono state di grande aiuto.

Infine, un sentito grazie va alla mia famiglia e ai miei amici, che mi hanno sempre sostenuta e incoraggiata lungo tutto il mio percorso accademico, in particolare durante questi ultimi anni trascorsi a Torino.

Questa tesi rappresenta il frutto dell'impegno condiviso di tutte le persone menzionate. Sono davvero grata per il contributo che ognuno di loro ha dato al mio percorso.