

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale



**Politecnico
di Torino**

Tesi di Laurea Magistrale

PROGETTO E CARATTERIZZAZIONE DI UN SISTEMA DI MISURA PER LA RESISTENZA AERODINAMICA BASATO SU LVDT

Relatori

Prof. Gioacchino Cafiero

Prof. Gaetano Iuso

Ing. Enrico Amico

Candidato

Giuseppe Marchesano

Anno Accademico 2023/2024

Indice

1	Strato limite	1
1.1	Equazioni di strato limite	4
1.2	Strato limite su placca piana	5
1.2.1	Grandezze caratteristiche della lamina piana	9
1.2.2	Parametri di strato limite	10
1.3	Transizione a strato limite turbolento	13
1.4	Strato limite turbolento	14
1.4.1	Inner layer	16
1.4.2	Outer layer	18
2	Misure di sforzo di attrito a parete	20
2.1	Tecniche di misura indirette	21
2.1.1	Clauser chart	21
2.1.2	Profilo di Musker	25
2.2	Tecniche di misura dirette	27
2.2.1	Tecnica interferometrica con fil d'olio	27
2.2.2	Linear Variable Differential Transducer (LVDT)	29
2.3	Esempio di setup per la misura della resistenza	32
3	Progetto apparato sperimentale e taratura	35
3.1	Linear Variable Displacement Transducer	35
3.2	Modello elastico teorico	36
3.3	Taratura singolo sensore LVDT	38
3.3.1	Taratura del sensore con spostamenti noti	39
3.3.2	Taratura del sensore con forze note	41
3.4	Sistema di misura della resistenza su una lamina piana	46
3.4.1	Design primo prototipo	47
3.4.2	Design secondo prototipo	48
3.4.3	Taratura sistema di misura	48
3.5	Setup sperimentale in galleria del vento	53
3.5.1	Galleria del vento "Ferrari"	53
3.5.2	Pianetto fisso e lamina flottante	54
3.6	Forza di resistenza aerodinamica	57

4	Acquisizione e elaborazione dati su lamina piana	59
4.1	Acquisizione profili di velocità	59
4.1.1	Anemometria a filo caldo	60
4.1.2	Profili di velocità	61
4.1.3	Diagnostic plot	69
4.1.4	Calcolo del coefficiente di sforzo di attrito C_f con il metodo di Clauser . .	71
4.2	Misura della forza di resistenza	74
4.2.1	Confronto C_D sperimentale e teorico	75
5	Misura di resistenza su corpi tozzi	78
5.1	Resistenza della sfera - Teoria	78
5.2	Misure di resistenza su una sfera liscia	81
5.3	Misure di resistenza su una pallina da golf	85
5.3.1	Misure sperimentali	86
5.4	Misure di resistenza su una pallina da tennis	90
5.4.1	Misure sperimentali	91
6	Conclusioni e sviluppi futuri	95

Elenco delle figure

1.1	Rappresentazione del profilo di velocità nello strato limite	2
1.2	Evoluzione dello strato limite su una placca piana con rappresentazione del profilo di velocità	2
1.3	Sistema di riferimento per la derivazione delle equazioni di strato limite	4
1.4	Strato limite su lamina piana da [1]	6
1.5	Soluzione dell'equazione di Blasius ottenuta mediante integrazione numerica	8
1.6	Andamento della componente normalizzata di velocità v perpendicolare alla parete in funzione della variabile η , immagine tratta da [2]	8
1.7	Distribuzione di velocità nello strato limite laminare ottenuta dai dati sperimentali di Nikuradse	9
1.8	Rappresentazione visiva del concetto di spessore di spostamento	11
1.9	Andamento dello spessore di strato limite δ_{99} , spessore di spostamento δ_1 e dello spessore di quantità di moto θ su una lamina piana	12
1.10	Rappresentazione della transizione a turbolento dello strato limite su placca piana	13
1.11	Andamento dello sforzo di attrito totale τ e dei contributi di sforzo viscoso e turbolento, in funzione della distanza da parete, tratto da [3]	15
1.12	Profilo di velocità medio adimensionalizzato tipico dello strato limite turbolento su placca piana	19
2.1	Classificazione delle tecniche di misura dello sforzo di attrito a parete. Immagine tratta da [6]	21
2.2	Esempio di piano di Clauser	23
2.3	Andamento dell'intensità turbolenta della componente u' . Immagine tratta da [7]	24
2.4	Profilo di Musker per la velocità media nell'inner layer confrontato con il profilo adimensionale turbolento canonico ottenuto dall'Österlund data set. Immagine tratta da [9]	26
2.5	Illustrazione del processo iterativo nella scelta del parametro u_τ . Per questo caso $y_0 = 0$ in quanto i dati sperimentali si riferiscono all'Österlund data set che utilizza già come riferimento la parete. Immagine tratta da [9]	27
2.6	Rappresentazione schema costruttivo e elettrico dei sensori LVDT. Immagine tratta da [14]	30
2.7	Rappresentazione del segnale in uscita dal sensore LVDT per varie posizioni assiali del nucleo ferromagnetico	31

2.8	Relazione lineare tra la risposta del sensore in tensione e lo spostamento applicato	32
2.9	Descrizione sistema di misura [15]	33
3.1	Cilindro cavo metallico che contiene al suo interno i 3 solenoidi ad assi paralleli che costituisce una parte del sensore LVDT	35
3.2	Supporto in PLA per il sensore LVDT con lamelle calibrate	36
3.3	Rappresentazione di una struttura di tipo telaio, dove F è la forza applicata e δ è lo spostamento/deformazione della struttura	37
3.4	Schematizzazione della lamella calibrata	37
3.5	Andamento teorico della rigidezza ottenuto da 3.2 attraverso l'utilizzo del software MATLAB®	38
3.6	Setup per la taratura con movimentatore lineare	39
3.7	Diagramma a blocchi per l'acquisizione di due sensori LVDT in contemporanea attraverso il software LabVIEW®	40
3.8	Curva di taratura del sensore LVDT applicando spostamenti noti. Lungo l'asse delle ascisse è presente lo spostamento del nucleo ferromagnetico mentre sull'asse delle ordinate troviamo la risposta del sensore in termini di differenza di tensione rispetto la posizione di riposo	40
3.9	Setup per la calibrazione del sensore con una forza nota	41
3.10	Curva di taratura ottenuta applicando forze note. Lamella di <i>lunghezza</i> = 6 cm e <i>spessore</i> = 0.20 mm	42
3.11	Curva di taratura ottenuta applicando forze note. Lamella di <i>lunghezza</i> = 8 cm e <i>spessore</i> = 0.20 mm	43
3.12	Curva di taratura ottenuta applicando forze note. Lamella di <i>lunghezza</i> = 6 cm e <i>spessore</i> = 0.18 mm	43
3.13	Curva di taratura ottenuta applicando forze note. Lamella di <i>lunghezza</i> = 8 cm e <i>spessore</i> = 0.18 mm	44
3.14	Valore della costante di rigidezza secondo il modello teorico per lamella di <i>lunghezza</i> $l = 8$ cm e <i>spessore</i> $s = 0.20$ mm	45
3.15	Confronto curve di taratura (con forze note) per diverse configurazioni delle lamelle	46
3.16	CAD del primo prototipo testato del sistema di misura della resistenza su una lamina piana in galleria del vento	47
3.17	(a) CAD del secondo prototipo del sistema di misura; (b) Sistema di misura realizzato in PLA e assemblato	48
3.18	Curva di calibrazione <i>Tensione</i> – <i>Spostamento</i> del sensore LVDT numero 1	49
3.19	Curva di calibrazione <i>Tensione</i> – <i>Spostamento</i> del sensore LVDT numero 2	49
3.20	Curva di calibrazione <i>Tensione</i> – <i>Spostamento</i> del sistema complessivo	50
3.21	Vista frontale del setup per la calibrazione del sistema di misura con pesi noti	51
3.22	Vista dall'alto del setup per la calibrazione del sistema di misura con pesi noti	52
3.23	Curva di calibrazione <i>Tensione</i> – <i>Peso</i> del sistema sotto l'azione di pesi noti	52
3.24	Galleria del vento "Ferrari" del Politecnico di Torino	53
3.25	Pianetto in legno vincolato con lamina flottante e sistema di misura	54
3.26	Vista dall'alto del pianetto in legno con lamina flottante	55

3.27	Schematizzazione lamina con sistema di riferimento	55
3.28	(a) Movimentatore lineare THORLABS®. (b) Lab Jack THORLABS®	56
3.29	Curva di correlazione ΔP del convergente con la velocità V esterna al centro lamina	56
3.30	Curva di correlazione RPM del fan con la velocità esterna sul centro lamina	57
4.1	Trip di transizione per lo strato limite	60
4.2	Esempio di polinomio di quarto grado interpolante i dati sperimentali di taratura della sonda hot-wire	61
4.3	Punti di acquisizione profili di velocità	62
4.4	Dettaglio della sonda a filo caldo in due diversi punti di misura	62
4.5	Profili di velocità dimensionali misurati nei punti A, B, C e D	64
4.6	Profili di velocità adimensionali misurati nei punti A, B, C e D	64
4.7	Dettaglio a parete della Figura 4.5	66
4.8	Profili di intensità turbolenta della fluttuazione u' all'interno dello strato limite	67
4.9	Profili di intensità turbolenta della fluttuazione u' all'interno dello strato limite rispetto la variabile di parete z^+	67
4.10	Convergenza del segnale di tensione in uscita dai sensori LVDT per il punto di misura D , $800 RPM$, $z = 0.8 mm$	68
4.11	Convergenza del segnale di tensione in uscita dai sensori LVDT per il punto di misura D , $800 RPM$, $z = 1.8 mm$	68
4.12	Diagnostic plot di una data set numerico considerato canonico. La linea tratteggiata è ottenuta da (4.3) con $\alpha = 0 : 280$ e $\beta = 0.245$. Immagine tratta da [17]	69
4.13	Diagnostic plot dei dati sperimentali. La linea tratteggiata è ottenuta da (4.3) con $\alpha = 0.280$ e $\beta = 0.245$	70
4.14	Andamento del rapporto β/α in funzione del Re_θ . Immagine tratta da [17]	70
4.15	Andamento del rapporto β/α in funzione del Re_θ dei dati sperimentali	71
4.16	Andamento dell'intensità della fluttuazione turbolenta u' nello strato limite	72
4.17	Esempio di mappa di Clauser, la pendenza delle rette varia in funzione del coefficiente C_f	73
4.18	In figura vengono mostrati i profili adimensionali sperimentali tracciati a diverse iterazioni del metodo di Clauser	73
4.19	Forze di resistenza, in grammi, misurate con l'ausilio di sensori LVDT a diverse velocità	74
4.20	Schema rappresentativo della distanza della piastra flottante dal bordo di attacco semi-ellittico	76
4.21	Confronto tra il C_D sperimentale e teorico	76
4.22	Schema della wind tunnel usata nello studio di Marusic <i>et al.</i> [19]	77
5.1	Andamento del coefficiente di resistenza C_D su una sfera in funzione del Re . Immagine tratta da [20]	78
5.2	Evoluzione del flusso attorno ad una sfera in funzione del numero di Reynolds. Immagine tratta da [20]	79

5.3	Rappresentazione del distacco alternato di vortici. Il flusso si muove da destra verso sinistra. Immagine tratta da [20]	80
5.4	Sfera liscia usata per le misure sperimentali	81
5.5	Andamento sperimentale del C_D in funzione del <i>numero di Reynolds</i> per una sfera liscia	82
5.6	Andamento dell'indicatore $C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$ in funzione del <i>numero di Reynolds</i> per una sfera liscia	83
5.7	Stima della dispersione dei dati di forza e velocità in funzione del <i>numero di Reynolds</i> per una sfera liscia	84
5.8	Andamento del coefficiente C_D in funzione del <i>numero di Reynolds</i> per le diverse palline da golf testate nello studio di Alam <i>et al.</i> . Immagine tratta da [21]	85
5.9	Setup per la misura della resistenza sulla pallina da golf	86
5.10	Pallina da golf usata in galleria del vento	86
5.11	Andamento del coefficiente C_D della pallina da golf in funzione del <i>numero di Reynolds</i>	87
5.12	Andamento dell'indicatore $C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$ in funzione del <i>numero di Reynolds</i> per una pallina da golf	88
5.13	Stima della dispersione dei dati di forza e velocità in funzione del <i>numero di Reynolds</i> per una pallina da golf	89
5.14	Risultati dello studio di Alam <i>et al</i> [25]	90
5.15	Andamento del C_D in funzione del numero di Reynolds. Immagine tratta da [26]	91
5.16	Pallina da tennis usata in galleria del vento	91
5.17	Andamento del C_D della pallina da tennis in funzione del <i>numero di Reynolds</i>	92
5.18	Diagramma dell'andamento del valore di standard deviation del coefficiente C_D in funzione del numero di Reynolds	93
5.19	Confronto valori STD sulle misure di velocità e di forza	94

Elenco delle tabelle

3.1	Problematiche primo prototipo	47
4.1	Tabella riepilogativa punti acquisizione profili di velocità	62
4.2	Tabella riepilogativa valori RPM del fan e corrispettivi valori di velocità del flusso sulla lamina piana	63
4.3	Parametri acquisizione dati	63
4.4	Tabella riepilogativa dei parametri fondamentali dello strato limite per ciascun profilo misurato	65
4.5	Tabella riepilogativa dei risultati ottenuti mediante il metodo di Clauser	72
4.6	Valori di <i>standard deviation</i> e media dei dati sulle forze di resistenza misurate . .	75
4.7	Velocità in camera di prova a cui sono state effettuate le misure di resistenza . .	75
5.1	Valori delle diverse velocità a cui sono state effettuate le diverse misure	81
5.2	Valori medi di C_D misurati per la sfera liscia	82
5.3	Valori di $C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$ per le diverse velocità di misura nel caso di sfera liscia . . .	83
5.4	Valori medi di C_D misurati per la pallina da golf	87
5.5	Valori di $C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$ per le diverse velocità di misura nel caso della pallina da golf	89
5.6	Valori medi del C_D per le diverse velocità di misura nel caso di una pallina da tennis	92
5.7	Valori di $C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$ per le diverse velocità di misura nel caso della pallina da tennis	93

Sommario

Negli ultimi anni l'aviazione civile è divenuta fondamentale per la connettività globale, ma comporta un significativo impatto ambientale a causa delle elevate emissioni di anidride carbonica (CO₂) derivanti dalla combustioni di carburante. I costi dell'impatto ambientale dell'aviazione non sono solo ambientali ma anche economici. Le compagnie aeree devono affrontare crescenti pressioni normative e tasse sulle emissioni di carbonio, che possono influenzare i costi operativi.

Attualmente si sta cercando di ridurre il consumo di combustibile andando a diminuire sia la resistenza aerodinamica del velivolo stesso sia l'inquinamento ambientale. Si pone particolare attenzione al contributo dato dalla resistenza di attrito (skin friction) che rappresenta circa il 50% della resistenza totale per un velivolo di aviazione civile di medio-grandi dimensioni.

In quest'ottica uno degli step fondamentali è riuscire a fornire delle misure accurate e ripetibili della resistenza. In letteratura per la misura della resistenza ci si avvale di tecniche sia dirette che inverse. Per le scale tipiche di un laboratorio, la complessità sta nel poter misurare con accuratezza forze che possono essere dell'ordine di pochi decimi di Newton.

L'obiettivo di questo progetto di tesi è lo sviluppo di un sistema di misura diretta dello sforzo di attrito esercitato su una lamina piana in uno strato limite turbolento svincolato dall'uso di celle di carico. Questo apparato di misura si basa su sensori di spostamento di tipo LVDT (Linear Variable Displacement Transducer) che permettono di valutare i movimenti della lamina per effetto della resistenza inferiori al decimo di millimetro quindi forze dell'ordine del decimo di grammo.

La metodologia implementata in questo lavoro di tesi viene validata anche per la misura della resistenza di corpi tozzi in galleria del vento, dimostrando di essere implementabile per un vasto range di applicazioni tipiche della sperimentazione aerodinamica.

Abstract

In recent years, civil aviation has become essential for global connectivity, but it has a significant environmental impact due to the high carbon dioxide (CO₂) emissions resulting from fuel combustion. The costs of aviation's environmental impact extend beyond ecological concerns to include economic implications. Airlines are subject to growing regulatory pressures and carbon emission taxes, which can influence their operational expenses.

At present, efforts are focused on reducing fuel consumption by minimizing both the aerodynamic resistance of the aircraft itself and environmental emissions. Special attention is directed towards the contribution of skin friction, which constitutes approximately 50% of the total drag for medium to large-sized civil aviation aircraft.

In this context, a pivotal objective is achieving precise and reproducible measurements of resistance. In literature, both direct and inverse techniques are utilized for resistance measurement. At laboratory scales, the challenge lies in accurately measuring forces that can be as small as a few tenths of a Newton.

The aim of this thesis project is to develop a direct measurement system for assessing frictional stress exerted on a flat plate within a turbulent boundary layer, eliminating the dependence on load cells. This measurement apparatus is based on Linear Variable Displacement Transducers (LVDTs), capable of detecting plate displacements induced by fluid dynamic drag as small as fractions of a millimeter. This capability corresponds to forces approximately on the order of one-tenth of a gram.

The methodology employed in this thesis is also validated for measuring the drag of blunt bodies in wind tunnel experiments, thereby demonstrating its applicability across a wide spectrum of typical aerodynamic experimentation scenarios.

Capitolo 1

Strato limite

In fluidodinamica, lo strato limite è la zona di flusso adiacente a una superficie caratterizzata da effetti viscosi notevolmente intensi dovuti alla presenza della parete. Il fluido a contatto con la superficie deve rispettare le condizioni di aderenza dovute all'attrito. La condizione di no-slip, o condizione di aderenza, in fluidodinamica, stabilisce che la velocità del fluido a contatto con una superficie solida è pari a quella della superficie stessa. In altre parole, il fluido immediatamente adiacente a una parete ferma ha velocità nulla rispetto alla parete, mentre, se la superficie è in movimento, il fluido si muove con la stessa velocità della superficie.

Allontanandosi dalla superficie, la velocità del fluido aumenta fino a raggiungere quella del flusso indisturbato a monte. La variazione di velocità in funzione della distanza dalla parete è causata da una combinazione di sforzi di attrito, effetti viscosi e diffusione molecolare. L'interazione tra regioni a diverse velocità genera un'influenza reciproca: la zona più lenta viene accelerata dal flusso più veloce, mentre la corrente più rapida subisce un rallentamento a causa della zona più lenta. Questo processo crea un profilo di velocità caratteristico, che parte da valore nullo sulla parete e si raccorda gradualmente alla velocità esterna (vedi Figura 1.1).

Generalmente, all'inizio lo strato limite si presenta nella sua forma laminare, in cui il flusso è ordinato e parallelo rispetto alla parete su cui scorre. In questa fase, si osserva una bassa diffusione molecolare e una variazione di velocità regolare a partire dalla superficie. Tuttavia, questa configurazione è instabile e presto si verifica una transizione verso una seconda tipologia di strato limite, il quale si presenta in una forma turbolenta. Questa fase è caratterizzata da un forte mescolamento caotico delle particelle e da una predominanza del termine diffusivo. La transizione tra strato limite laminare e turbolento è innescata dall'attrito, che provoca un rallentamento delle molecole più vicine alla superficie. Questo effetto, insieme alla rugosità della parete, genera un disordine iniziale che si propaga nel flusso (vedi Figura 1.2).

Analizzando le caratteristiche dello strato limite, uno dei parametri fondamentali è il numero di Reynolds, definito come:

$$Re = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{VL}{\nu} = \frac{\text{Effetti inerziali}}{\text{Effetti viscosi}} \quad (1.1)$$

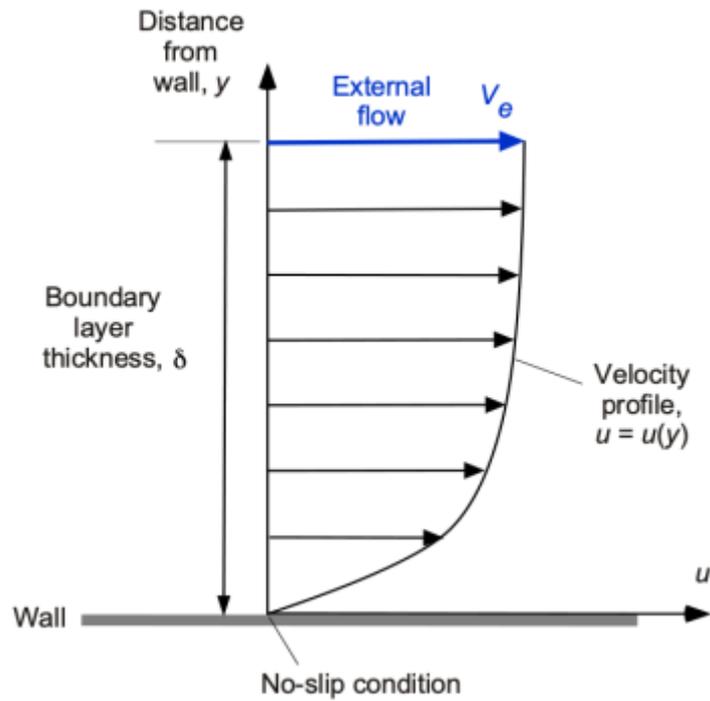


Figura 1.1: Rappresentazione del profilo di velocità nello strato limite

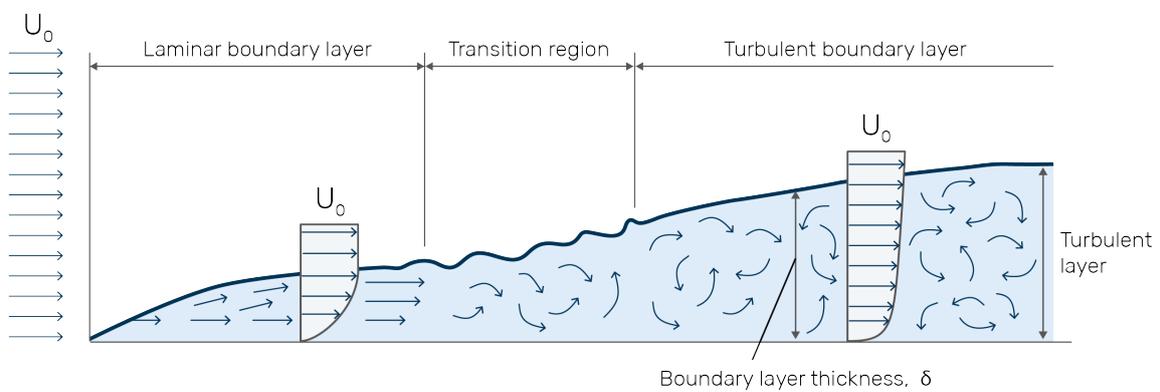


Figura 1.2: Evoluzione dello strato limite su una placca piana con rappresentazione del profilo di velocità

Analizzando nel dettaglio i parametri dell'equazione (1.1) abbiamo:

- ρ è la densità del fluido

- V è la velocità caratteristica del flusso
- L è la lunghezza caratteristica del sistema in esame (ad esempio: il diametro D di una sfera oppure la corda c di un profilo)
- μ è la viscosità dinamica del fluido
- $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ è la viscosità cinematica del fluido

Data la sua definizione, il numero di Reynolds è un parametro adimensionale che quantifica il rapporto tra le forze inerziali e le forze viscosi in un generico sistema, pertanto risulta essere vero che:

- $Re \approx 1$: effetti inerziali e viscosi sono dello stesso ordini di grandezza perciò non possono essere trascurati
- $Re \gg 1$: gli effetti inerziali dominano sulla viscosità che, quindi, può essere trascurata
- $Re \ll 1$: dominano gli effetti viscosi perciò gli effetti inerziali possono essere trascurati

Il concetto di strato limite venne introdotto da Ludwig Prandtl nel 1904 durante il terzo Congresso Internazionale dei Matematici che si svolse in Germania nella città di Heidelberg. Secondo la teoria di Prandtl [1] in condizioni di elevato numero di Reynolds ($Re \gg 1$) la velocità ha approssimativamente ovunque nel dominio lo stesso ordine di grandezza, eccetto che per un sottile strato vicino alle pareti in quanto qui il flusso è ancora fortemente influenzato dagli effetti della viscosità, che non può essere trascurata.

Dovendo rispettare la *no slip condition*, in questo sottile strato di dominio, denominato da Prandtl *strato limite*, si verificano rapide transizioni di velocità, infatti, si passa da un valore nullo a parete una velocità dell'ordine della velocità caratteristica del flusso V (definita velocità esterna).

Queste rapide variazioni di velocità avvengono attraverso una distanza molto piccola che prende il nome di *spessore di strato limite* δ , di conseguenza in questa zona sono presenti degli elevati gradienti di velocità normali alla parete $\frac{\partial u}{\partial y}$ che per la *legge di Newton* si traducono in elevati sforzi di attrito $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$.

Nella zona esterna lo strato limite, dove i gradienti di velocità sono molto meno intensi e gli effetti della viscosità sono trascurabili, il flusso può essere considerato inviscido [2].

Per convenzione, lo spessore di strato limite δ si determina come la distanza da parete dove la velocità del flusso raggiunge un valore pari al 99% della velocità esterna.

1.1 Equazioni di strato limite

Il metodo per la derivazione delle equazioni dello strato limite è dovuto a Prandtl e si basa su stime approssimate degli ordini di grandezza [2]. Consideriamo un flusso lungo una parete nel caso bidimensionale e indichiamo con x la coordinata tangenziale (vedi Figura 1.3).

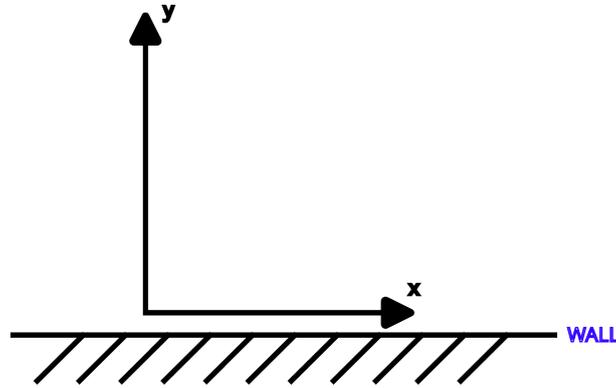


Figura 1.3: Sistema di riferimento per la derivazione delle equazioni di strato limite

Rispetto a tale sistema di riferimento il vettore velocità può essere scomposto, rispettivamente, nelle componenti u , lungo l'asse x , e v , lungo l'asse y .

Le equazioni di Navier-Stokes in coordinate cartesiane e in forma adimensionale, nel rispetto delle ipotesi scritte precedentemente, sono le seguenti:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (1.4)$$

Le scale di riferimento nello strato limite sono principalmente due: la dimensione caratteristica L del corpo interessato e lo spessore dello strato limite δ . Si assume che δ sia molto minore di L . Inoltre, lungo la direzione parallela alla superficie del corpo, le variabili fluidodinamiche variano su una scala comparabile con L , mentre lungo la direzione perpendicolare alla parete, variano su una scala comparabile con δ .

Considerando i diversi ordini di grandezza delle varie variabili possiamo semplificare le equazioni (1.2), (1.3) e (1.4), si ottengono così le *equazioni dello strato limite*:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (1.7)$$

Dalla (1.7) risulta che la pressione lungo la direzione perpendicolare alla parete è costante, quindi la pressione attraverso lo strato limite è uguale al valore della pressione della corrente esterna p_e . Quindi possiamo riscrivere le *equazioni dello strato limite* come:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp_e}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1.9)$$

Inoltre, nel caso di placca piana il gradiente di pressione $\frac{dp_e}{dx}$ è legato alla distribuzione della velocità esterna $U_e(x)$ attraverso la relazione:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dp_e}{dx} = U_e \frac{dU_e}{dx} \quad (1.10)$$

Il calcolo dello strato limite con una distribuzione di pressione p_e imposta è detto *metodo diretto*, tale procedura cade in difetto nel punto in cui ci sono delle separazioni in quanto (1.5) e (1.8) presentano delle singolarità. In questi casi bisogna usare dei metodi di calcolo inverso.

1.2 Strato limite su placca piana

Il più semplice esempio di studio dello strato limite è il flusso lungo una lastra piana ad incidenza nulla. Questo caso rappresenta il primo esempio di applicazione delle equazioni dello strato limite da parte di Blasius nel 1908 nella sua tesi di dottorato a Göttingen [1]. La lastra inizia in $x = 0$, si estende parallelamente all'asse x ed è di lunghezza seminfinita (vedi Figura 1.4). Inoltre, in questo caso, la velocità del flusso potenziale attorno alla piastra è costante, cioè il gradiente di pressione esterna lungo la coordinata di sviluppo della piastra è nullo, $\frac{dp}{dx} = 0$.

All'interno dello strato limite laminare, i profili di velocità sono autosimilari; ossia, normalizzando opportunamente le variabili (velocità u e distanza dalla piastra y), tutti i profili di velocità normalizzati ($\frac{u}{U_e}$) a diverse stazioni x collasano sulla stessa curva che segue la cosiddetta *soluzione di Blasius*, in quanto la variabile ($\frac{y}{U_e}$) risulta essere funzione della sola distanza da parete normalizzata $\eta = \frac{y}{\delta}$ dove δ è lo spessore dello strato limite.

Come descritto in precedenza lo spessore di strato limite δ identifica la regione del fluido in cui gli effetti viscosi assumono rilievo significativo; di conseguenza, lo sviluppo di questo strato deve dipendere in maniera determinante dalla viscosità cinematica ν , fondamentale nella

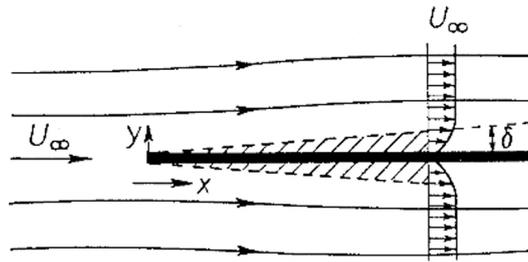


Figura 1.4: Strato limite su lamina piana da [1]

descrizione dei fenomeni viscosi. Mediante l'interazione delle grandezze ν e δ , è possibile definire una velocità di trasporto caratteristica, nota come U_ν , che rappresenta la componente della velocità normale alla parete alla quale le particelle si allontanano da essa a causa del trasporto viscoso, da considerazioni dimensionali si ha:

$$U_\nu \sim \frac{\nu}{\delta} \quad (1.11)$$

Lo spessore δ dipende da quante particelle fluide vicino alla parete vengono spostate lontano dalla parete stessa dal trasporto di quantità di moto e da quante particelle fluide hanno già superato una determinata stazione x tramite il loro moto traslazionale con velocità U_e , indicata anche come U_∞ (velocità indisturbata di monte).

Il tempo necessario per una particella con velocità U_∞ per spostarsi oltre una determinata posizione x è $t = \frac{x}{U_\infty}$. Inoltre, tenendo in considerazione anche la presenza della velocità U_ν , dovuta al trasporto di quantità di moto, si definisce $\frac{\delta}{U_\nu} = \frac{\delta^2}{\nu}$ come il tempo necessario per una particella di attraversare lo spessore di strato limite δ .

Considerando questi due intervalli di tempo dello stesso ordine di grandezza si ha:

$$\frac{\delta^2}{\nu} \sim \frac{x}{U_\infty}$$

Quindi

$$\delta \sim \sqrt{\frac{x\nu}{U_\infty}} \quad (1.12)$$

In genere, si ottiene una formula per determinare lo spessore di strato limite δ considerando un fattore moltiplicativo per la radice quadrata nell'equazione (1.12). Per semplificare i calcoli che verranno fatti successivamente si sceglie in modo arbitrario un fattore di $\sqrt{2}$:

$$\delta(x) = \sqrt{\frac{2x\nu}{U_\infty}} \quad (1.13)$$

Quindi la variabile adimensionale η risulta essere

$$\eta = \frac{y}{\delta} = y\sqrt{\frac{U_\infty}{2x\nu}} \quad (1.14)$$

Introduciamo, adesso, la seguente funzione di corrente adimensionale

$$\Psi(x, y) = \sqrt{2\nu x U_\infty} \cdot f(\eta) \quad (1.15)$$

Dove $f(\eta)$ è la funzione di corrente normalizzata. Attraverso le derivate delle funzione di corrente Ψ è possibile definire le componenti di velocità:

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} = U_\infty f'(\eta) \quad (1.16)$$

$$v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = -\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x}\right) = \sqrt{\frac{\nu U_\infty}{2x}} \cdot (\eta f' - f) \quad (1.17)$$

Le equazioni che governano lo strato limite sono espresse in (1.8) e (1.9). Per una lamina piana, queste equazioni si semplificano ulteriormente in quanto si ha un gradiente di pressione esterno nullo, $\frac{dp}{dx} = 0$. L'equazione di bilancio della quantità di momento lungo la coordinata x diventa:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1.18)$$

Sostituendo (1.16) e (1.17) in (1.18) si ottiene *l'equazione di Blasius*:

$$f''' + f f'' = 0 \quad (1.19)$$

Si tratta di un'equazione differenziale non lineare con le seguenti condizioni al contorno:

$$\begin{cases} y = 0 : & u = 0, v = 0 \\ y \rightarrow \infty : & u = U_\infty \end{cases}$$

Che, in termini di funzione di corrente, si trasformano in:

$$\begin{cases} \eta = 0 : & f = 0, f' = 0 \\ \eta \rightarrow \infty : & f' = 1 \end{cases}$$

Non esiste una soluzione analitica per l'equazione di Blasius ma è possibile risolverla solamente mediante integrazione numerica e si ottengono le seguenti soluzioni

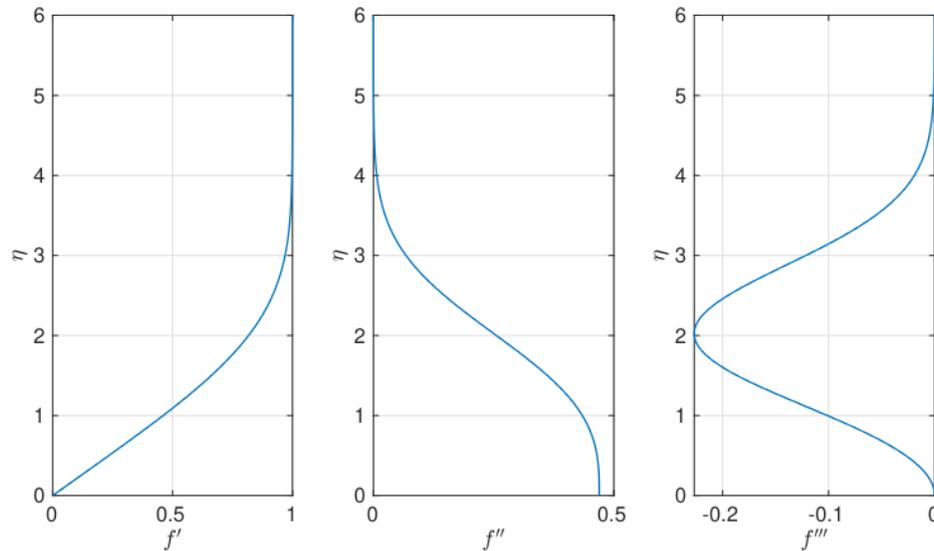


Figura 1.5: Soluzione dell'equazione di Blasius ottenuta mediante integrazione numerica

Inoltre, l'andamento della componente di velocità perpendicolare alla parete risulta essere

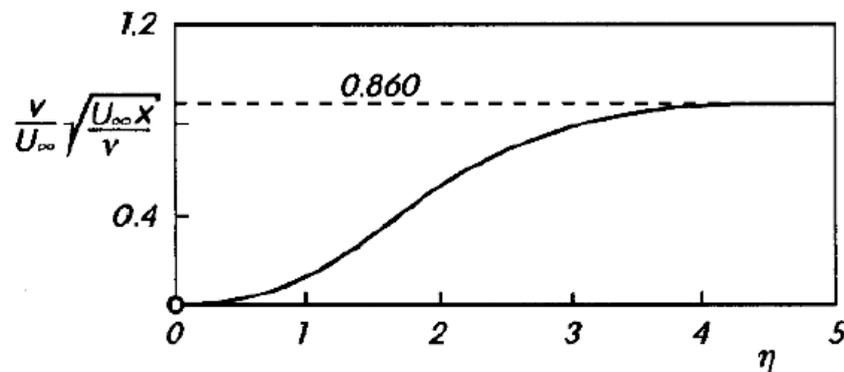


Figura 1.6: Andamento della componente normalizzata di velocità v perpendicolare alla parete in funzione della variabile η , immagine tratta da [2]

La soluzione autosimilare di Blasius si è dimostrata coincidere con i dati sperimentali ottenuti nel 1942 da Nikurasde [1] (vedi figura 1.7).

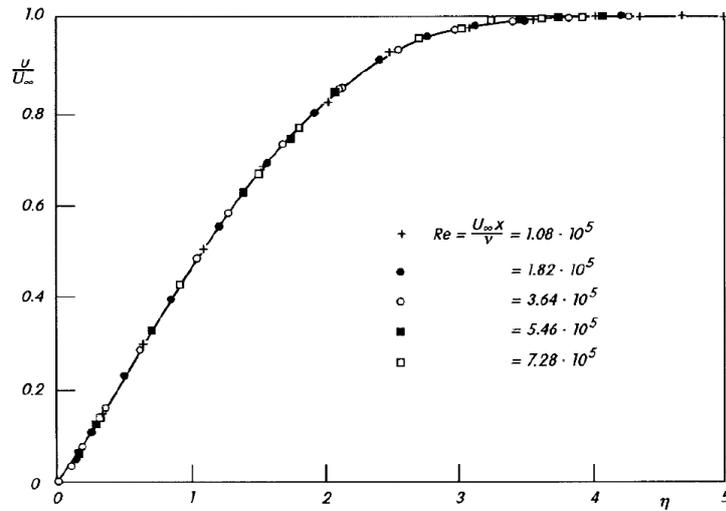


Figura 1.7: Distribuzione di velocità nello strato limite laminare ottenuta dai dati sperimentali di Nikuradse

1.2.1 Grandezze caratteristiche della lamina piana

L'unica forma di resistenza che agisce sulla lamina piana è la resistenza di attrito, che può essere facilmente determinata attraverso le equazioni scritte sopra. La resistenza che agisce su una singola faccia della placca è

$$D = b \int_0^l \tau_w(x) dx \quad (1.20)$$

Dove b è la larghezza della piastra e l è la lunghezza. Per definizione si ha

$$\tau_w(x) = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \quad (1.21)$$

Nel caso particolare della lamina piana possiamo riscrivere (1.21) usando (1.14) e (1.16). Si può scrivere che

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (U_\infty f'(\eta)) = U_\infty \frac{\partial f'}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} = U_\infty \sqrt{\frac{U_\infty}{2x\nu}} \cdot f''(\eta) \quad (1.22)$$

Quindi

$$\tau_w(x) = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w = \mu U_\infty \sqrt{\frac{U_\infty}{2x\nu}} \cdot f''_{wall}(\eta) = 0.332 \mu U_\infty \sqrt{\frac{U_\infty}{x\nu}} \quad (1.23)$$

Il valore del parametro $f''_{wall}(\eta)$ è noto una volta ottenuta la soluzione numerica dell'equazione di

Blasius e vale $f''_{wall}(\eta) = 0.4696$.

Il coefficiente di attrito si può scrivere nel seguente modo

$$c_f(x) = \frac{\tau_w(x)}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}} \quad (1.24)$$

Dove il numero di Reynolds usato non dipende dalla lunghezza globale della piastra ma dalla specifica coordinata x

$$Re_x = \frac{U_\infty x}{\nu} \quad (1.25)$$

Quindi, combinando le equazioni (1.20) e (1.23) si ottiene

$$D = bf''_{wall}(\eta)\mu U_\infty \sqrt{\frac{U_\infty}{2\nu}} \int_0^l \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx = bf''_{wall} U_\infty \sqrt{2l\mu\rho U_\infty} \quad (1.26)$$

Notiamo come il coefficiente di resistenza è proporzionale a $U_{infty}^{\frac{3}{2}}$ e a $l^{\frac{1}{2}}$ e non a l . Questo fenomeno è attribuibile al fatto che le sezioni posteriori della piastra contribuiscono in misura relativamente inferiore alla resistenza totale rispetto a quelle anteriori. Ciò è dovuto alla loro collocazione in una regione caratterizzata da uno strato limite più spesso, il che comporta una minore tensione di taglio sulla parete.

infine, definiamo un coefficiente di resistenza

$$c_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 S} \quad (1.27)$$

Dove S è un'area di riferimento, in questo caso imponiamo $S = bl$, ossia usiamo come riferimento la superficie bagnata dal flusso. Usando (1.26) si ottiene

$$c_D = \frac{1.328}{\sqrt{Re}} \quad (1.28)$$

1.2.2 Parametri di strato limite

Nelle sezioni precedenti è stato utilizzato il termine *spessore di strato limite* nonostante ciò non esiste un confine netto tra lo strato limite e il flusso esterno. Come conseguenza di ciò è possibile dare diverse definizioni di spessore di strato limite.

Spessore di strato limite δ_{99}

Si definisce come la posizione dove la velocità u raggiunge il 99% delle velocità esterna U_∞ , ossia $u = 0.99U_\infty$. Questo accade alla coordinata $\eta_{99} = 3.6$.

Si può quindi definire lo spessore di strato limite come

$$\delta_{99} \approx 5.0 \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \quad (1.29)$$

Spessore di spostamento δ_1

Lo spessore di spostamento δ_1 indica il difetto di portata che si ha in un flusso viscoso rispetto al caso non viscoso, causato dalla presenza dello strato limite. Nel caso di flusso non viscoso non si forma lo strato limite perciò vicino a parete si ha un profilo di velocità uniforme e pari al valore delle velocità asintotica U_∞ . Quindi, tale parametro rappresenta la distanza a cui dovrebbe essere spostata la parete in un flusso non viscoso per avere la stessa portata volumetrica (minore) rispetto al caso viscoso con strato limite.

La perdita di portata nello strato limite è

$$\int_0^\infty (U_\infty - u) dy \quad (1.30)$$

Quindi lo spessore di spostamento si definisce attraverso

$$\delta_1 U_\infty = \int_0^\infty (U_\infty - u) dy \quad (1.31)$$

$$\delta_1 = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) dy \quad (1.32)$$

Applicando la soluzione di Blasius si ottiene

$$\delta_1 = 1.7208 \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \quad (1.33)$$

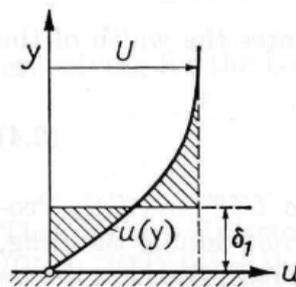


Figura 1.8: Rappresentazione visiva del concetto di spessore di spostamento

Spessore di quantità di moto θ

Lo spessore di quantità di moto rappresenta l'effetto cumulativo della riduzione di quantità di moto all'interno dello strato limite. In altre parole, è una misura di quanto la velocità del fluido è ridotta a causa della viscosità, influenzando la distribuzione della quantità di moto nel flusso. Lo spessore di quantità di moto θ è definita come la distanza a cui dovrebbe essere spostata la parete affinché un eventuale flusso non viscoso possieda la medesima quantità di moto del fluido reale all'interno dello strato limite.

$$\rho U_\infty^2 \theta = \rho \int_0^\infty u (U_\infty - u) dy \quad (1.34)$$

$$\theta = \rho \int_0^\infty \frac{u}{U_\infty} \left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) dy \quad (1.35)$$

Sostituendo i valori trovati dalla soluzione di Blasius

$$\theta = 0.664 \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \quad (1.36)$$

Fattore di forma H

Si definisce come il rapporto tra lo spessore di spostamento e lo spessore di uantità di moto

$$H = \frac{\delta_1}{\theta} \quad (1.37)$$

Nel caso di Blasius $H = 2.59$, in caso turbolento, invece, $H \approx 1.3$.

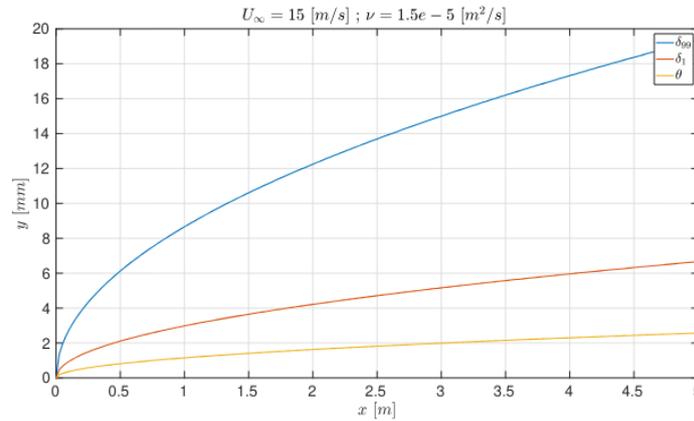


Figura 1.9: Andamento dello spessore di starto limite δ_{99} , spessore di spostamento δ_1 e dello spessore di quantità di moto θ su una lamina piana

1.3 Transizione a strato limite turbolento

In generale, a bassi numeri di Reynolds, le forze viscosse esercitano un'azione sufficientemente elevata da smorzare le perturbazioni. Tuttavia, con l'aumento del numero di Reynolds, l'effetto smorzante della viscosità diventa insufficiente a prevenire l'amplificazione delle perturbazioni, le quali si intensificano, portando alla transizione verso un flusso turbolento. Pertanto, al raggiungimento di un valore critico del numero di Reynolds, si verifica la transizione da flusso laminare a flusso turbolento.

Nei flussi laminari, la viscosità è efficace nello smorzare le piccole perturbazioni. Al contrario, quando il numero di Reynolds è sufficientemente alto, l'influenza smorzante della viscosità diventa trascurabile, e il flusso tende a diventare turbolento.

Il numero di Reynolds critico per una lamina piana posta a incidenza nulla e in assenza di gradiente di pressione è

$$Re_{cr} \approx 5 \cdot 10^5 \quad (1.38)$$

Quindi per $Re_{cr} > Re_x$ si ha la transizione del flusso, in condizioni naturali. In questo caso il numero di Reynolds si calcola come

$$Re_x = \frac{xV}{\nu} \quad (1.39)$$

Dove x è la distanza dal bordo di attacco della piastra, pertanto tale parametro ha valore locale, questo implica che lo strato limite nasce laminare poi subisce la transizione a turbolento quando localmente vengono raggiunte le condizioni di instabilità.

In generale, la posizione del punto di transizione è influenzata da diversi fattori, tra cui la presenza di un gradiente di pressione, la rugosità della superficie, aspirazione dello strato limite (wall suction) oppure un incremento della turbolenza nel flusso esterno.

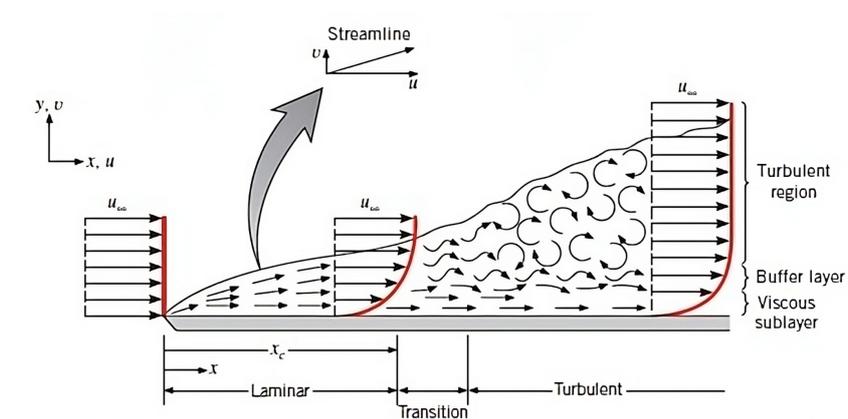


Figura 1.10: Rappresentazione della transizione a turbolento dello strato limite su piastra piana

Dopo la transizione si hanno diversi cambiamenti all'interno dello stato limite: ad esempio, aumenta lo spessore δ e il profilo di velocità media risulta più "appiattito" verso la parete, questo comporta anche un aumento della sforzo di attrito a parete τ_w (vedi Figura 1.10).

1.4 Strato limite turbolento

Nel contesto di un flusso turbolento, si adotta la decomposizione di Reynolds. Questo approccio prevede che il valore istantaneo di una variabile sia espresso come la somma del suo valore medio (rappresentato con una lettera maiuscola) e della fluttuazione attorno al valore medio (indicata con un apice). Pertanto, le componenti di velocità lungo le direzioni x e y in un campo di moto bidimensionale possono essere denotate come

$$u(t) = U + u'(t) \quad (1.40)$$

$$v(t) = V + v'(t) \quad (1.41)$$

Applicando la decomposizione di Reynolds e mediando nel tempo le equazioni di Navier-Stokes, si derivano delle equazioni note come RANS (Reynolds-averaged Navier-Stokes equations), che descrivono il moto medio del flusso [2]. Le equazioni RANS per lo strato limite sono

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (1.42)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp_e}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial U}{\partial y} - \overline{u'v'} \right) \quad (1.43)$$

Queste equazioni differiscono dal caso laminare per la presenza del termine $-\rho \overline{u'v'}$ che rappresenta lo sforzo di Reynolds, tiene conto degli effetti delle fluttuazioni turbolente sul moto medio e rappresenta il trasporto di quantità di moto media dovuto alle fluttuazioni di velocità. Gli sforzi di Reynolds sono molto più intensi degli sforzi viscosi e hanno origine inerziale (e non viscosa).

In un flusso laminare lo sforzo d'attrito presenta la sola componente di sforzo viscoso, è legato alla viscosità e al gradiente di velocità nello strato limite e si esprime secondo la relazione

$$\tau = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) = \tau_{tot,laminare} \quad (1.44)$$

Nel caso turbolento, invece, oltre al contributo dello sforzo viscoso bisogna tenere in considerazione anche gli sforzi di Reynolds; pertanto lo sforzo di attrito totale è dato da

$$\tau_{tot,turbolento} = \mu \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) - \overline{u'v'} \quad (1.45)$$

Si noti l'utilizzo delle velocità medie per il calcolo degli sforzi viscosi. Inoltre, a parete la velocità è nulla, per la condizione di *no slip*, pertanto sia le velocità nulle che le fluttuazioni turbolente sono nulle quindi il trasporto di quantità di moto è dovuto solo agli sforzi viscosi in quanto $\overline{u'v'} = 0$.

In sintesi, lo sforzo di attrito a parete nel caso laminare vale

$$\tau = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \quad (1.46)$$

Mentre nel caso turbolento

$$\tau = \mu \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)_w \quad (1.47)$$

Nel caso turbolento, nella zona vicino alla parete predomina la componente di sforzo viscoso mentre allontanandosi, a causa dell'aumento dell'intensità delle fluttuazioni turbolente e della contemporanea riduzione dell'effetto degli sforzi viscosi, prevalgono gli sforzi di Reynolds (vedi Figura 1.11).

Nel caso di strato limite turbolento lo sforzo di attrito totale τ è maggiore sia a causa della presenza del termine aggiuntivo dovuto agli sforzi di Reynolds sia a causa del maggiore gradiente $\left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)_{y=0}$ presente nel profilo di velocità media. Lo sforzo di attrito nel caso di flussi unidimensionali e bidimensionali ha una sola componente diretta nella direzione del flusso medio.

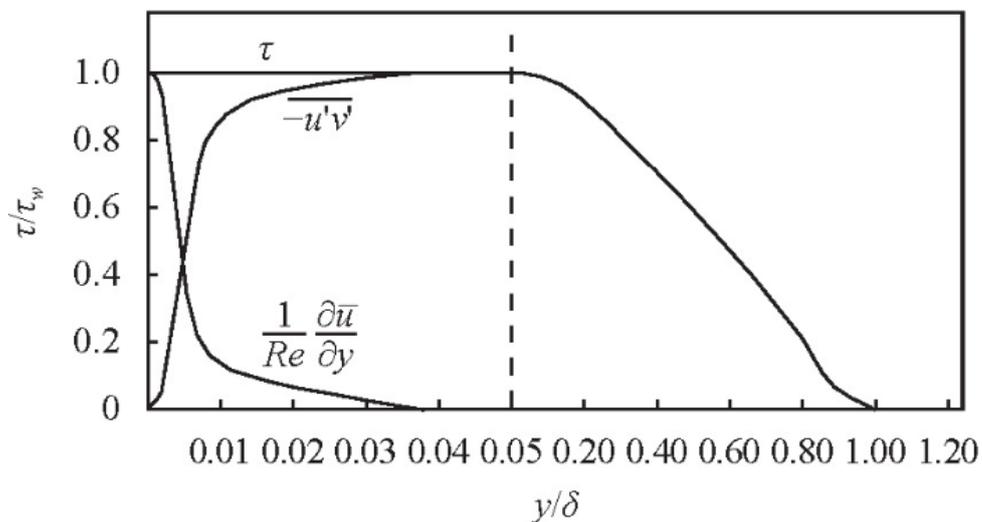


Figura 1.11: Andamento dello sforzo di attrito totale τ e dei contributi di sforzo viscoso e turbolento, in funzione della distanza da parete, tratto da [3]

Attraverso osservazioni sperimentali si è potuto osservare che, nello strato limite turbolento, in una zona molto vicina a parete lo sforzo di attrito tangenziale totale si mantiene costante spostandoci in direzione normale alla parete

$$\tau = \tau_{viscoso} + \tau_{Reynolds} = \mu \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) - \overline{\rho u'v'} = cost \quad (1.48)$$

Questa regione di strato limite turbolento prende il nome di *inner layer* e si estende per circa il 20% dello spessore dello strato limite δ . La restante parte viene chiamata *outer layer*.

Inoltre, la struttura del profilo di velocità nell'*inner layer* risulta indipendente dalle condizioni sotto le quali si sviluppa lo strato limite. Per questo motivo si assume che $\delta(x)$ e $U_e(x)$ non abbiano alcuna influenza sulla struttura dello strato limite vicino a parete. Segue che il profilo è completamente determinato solo dalle caratteristiche del fluido ρ e μ e dallo sforzo di attrito a parete τ_w

$$U = U(y, \rho, \mu, \tau_w)$$

Eseguendo un'analisi dimensionale si ottiene una dipendenza tra le variabili adimensionali u^+ e y^+ , dette variabili di parete

$$\frac{U}{u_\tau} = u^+ = f(y^+) = f\left(\frac{y}{l_\tau}\right) \quad (1.49)$$

Dove

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (1.50)$$

$$l_\tau = \frac{\nu}{u_\tau} \quad (1.51)$$

sono chiamate rispettivamente *velocità di attrito* e *lunghezza viscosa*.

Il profilo di velocità nell'*inner layer* è regolato da una funzione di parete $f(y^+)$ che risulta essere universale, nel senso che è indipendente dallo spessore di strato limite δ , dal numero di Reynolds Re e dal gradiente di pressione esterno dp_e/dx .

1.4.1 Inner layer

Una relazione esplicita della funzione di parete $f(y^+)$ può essere ottenuta tramite l'espressione dello sforzo di attrito τ .

Viscous sublayer

Per $y^+ < 5$ si ha una regione detta *viscous sublayer*, in prossimità della parete essendo molto intenso il gradiente di velocità media $\frac{\partial U}{\partial y}$ e quasi nulle le fluttuazioni turbolente, gli sforzi viscosi dominano su quelli turbolenti, perciò da (1.48)

$$\tau \approx \mu \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) = \text{cost} \quad (1.52)$$

Integrando su y e ricordando che per $y = 0$ si ha $U = 0$

$$\int_0^U dU = \int_0^y \frac{\tau_w}{\mu} dy \quad (1.53)$$

Quindi

$$U = \frac{\tau_w}{\mu} y \quad (1.54)$$

Da (1.51) si ha $\tau_w = \mu_\tau^2 \rho$ quindi

$$U = u_\tau^2 \frac{\rho}{\mu} y \rightarrow \frac{U}{u_\tau} = y \frac{u_\tau}{\nu} \rightarrow u^+ = y^+ \quad (1.55)$$

In questa zona la velocità ha un andamento lineare.

Buffer layer

Per $5 < y^+ \leq 30$ si ha una zona detta *buffer layer*, è una zona di raccordo tra il sottostrato viscoso e la regione logaritmica. Qui, gli sforzi viscosi perdono gradualmente importanza in favore degli sforzi turbolenti che risultano dello stesso ordine di grandezza perciò non si riesce a trovare una formula analitica per la velocità. Da osservazioni empiriche si ha che per $y = 12 \div 15$ le fluttuazioni turbolente raggiungono la loro massima intensità.

Logarithmic layer

Per $30 < y^+ \leq 500 \div 1000$ si estende una zona detta *logarithmic layer* dove gli sforzi turbolenti dominano sugli sforzi viscosi. Quindi, da (1.48) si ha

$$\tau = \text{cost} \approx -\rho \overline{u'v'} \quad (1.56)$$

Utilizzando il modello proposto da Boussinesq nel 1877 si può introdurre una viscosità turbolenta ν_τ che permette di valutare gli sforzi turbolenti in modo analogo a quelli viscosi. La viscosità può essere vista come velocità per una lunghezza caratteristica; sapendo che la viscosità cinematica ν è data dal prodotto tra la velocità di agitazione

termica e il libero cammino medio, per la viscosità turbolenta si utilizza un modello simile introducendo la lunghezza caratteristica l_m (modello mixing length), si ottiene $\nu_\tau = l_m^2 \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)$.

Il valore di l_m si deduce attraverso osservazioni sperimentali ma nel caso di strato limite turbolento, avevo piccoli valori di y , si ipotizza un andamento lineare, $l_m = ky$.

$$\tau = -\rho \overline{u'v'} = \rho \nu_\tau \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) = \rho l_m^2 \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \approx \rho (ky)^2 \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \quad (1.57)$$

Integrando si ottiene un andamento della velocità descritto della seguente legge logaritmica

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + C \quad (1.58)$$

dove $k = 0.41$ è la costante di *Von Karman* e $C = 5.1$ è la costante di *Coles*.

Il limite superiore di questa regione è variabile e dipende dal numero di Reynolds e dal gradiente di pressione; in particolare se il numero di Reynolds aumenta, l'altezza della regione logaritmica espressa in unità di parete (y^+) aumenta.

1.4.2 Outer layer

Questa zona si estende per circa l'80% dello spessore di strato limite δ . L'andamento del profilo di velocità è stato dedotto da Coles [4]. Attraverso osservazioni e analisi dei dati sperimentali si è visto che il profilo di velocità all'interno dell'intero strato limite è rappresentato dalla somma di due funzioni: la prima è la precedente funzione di parete $f(y^+)$ mentre la seconda è una nuova funzione, detta funzione d'onda, $w\left(\frac{y}{\delta}\right)$. Quindi

$$u^+ = f(y^+) + \frac{\Pi}{k} w\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (1.59)$$

Per $y^+ > 50$ la funzione di parete $f(y^+)$ assume sicuramente una legge logaritmica perciò si può riscrivere il profilo di velocità media come

$$\frac{U}{u_\tau} = u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + C + \frac{\Pi}{k} w\left(\frac{y}{\delta}\right) = \frac{1}{k} \ln y^+ + B\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (1.60)$$

Da un best fit sui dati risulta che la più conveniente approssimazione della funzione d'onda è

$$w\left(\frac{y}{\delta}\right) = 2 \sin^2\left(\frac{\pi y}{2\delta}\right) \quad (1.61)$$

Il parametro Π dipende dalle caratteristiche del flusso

$$\Pi = 0.8(\beta + 0.5)^{\frac{3}{4}} \text{ con } \beta = \frac{\delta^*}{\tau_w} \frac{dP_e}{dx} \quad (1.62)$$

Il profilo di velocità media nello strato limite turbolento (vedi Figura 1.12), opportunamente adimensionalizzato, risulta essere universale.

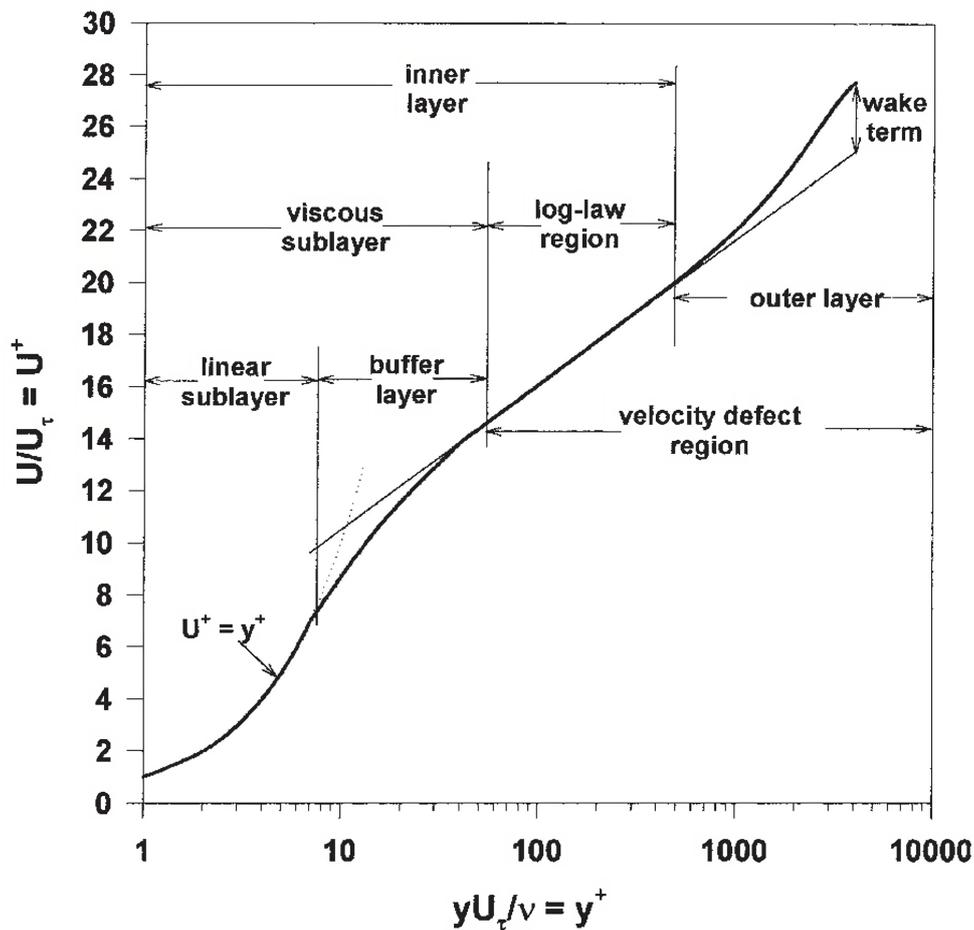


Figura 1.12: Profilo di velocità medio adimensionalizzato tipico dello strato limite turbolento su placca piana

Capitolo 2

Misure di sforzo di attrito a parete

La forza di resistenza D che agisce su una lamina piana è dovuta esclusivamente alla componente di resistenza di attrito, D_f che nasce dall'integrazione sulla superficie degli sforzi di attrito a parete τ_w :

$$D_f = \int_S \tau_w dS \quad (2.1)$$

Con $\tau_w = \mu \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)_w$, dove U indica il valore di velocità medio nel caso di strato limite turbolento.

Inoltre lo sforzo di attrito è responsabile della maggior parte della resistenza totale dei moderni velivoli, gioca un ruolo fondamentale anche nel campo dei trasporti ed è uno dei parametri fondamentali per le applicazioni di flow control. Inoltre, i moderni codici numerici (CFD) non possono essere validati senza una conoscenza dello sforzo di attrito a parete [5] quindi è fondamentale poterne dare una stima.

Esistono diverse metodologie per la misura dello sforzo di attrito a parete che si dividono in tecniche dirette e indirette.

Una tecnica diretta permette di calcolare direttamente la forza di attrito tramite l'utilizzo di un opportuno sensore adeguatamente tarato. La tecnica indiretta, invece, permette di stimare la resistenza di attrito attraverso la similarità nel comportamento del flusso in corrispondenza della parete in caso di strato limite turbolento (wall-similarity) oppure tramite l'uso di liquidi traccianti; una delle tecniche indirette più utilizzate è il metodo di Clauser che permette di stimare la forza di attrito a parete attraverso misure di velocità effettuate nella regione logaritmica dello strato limite.

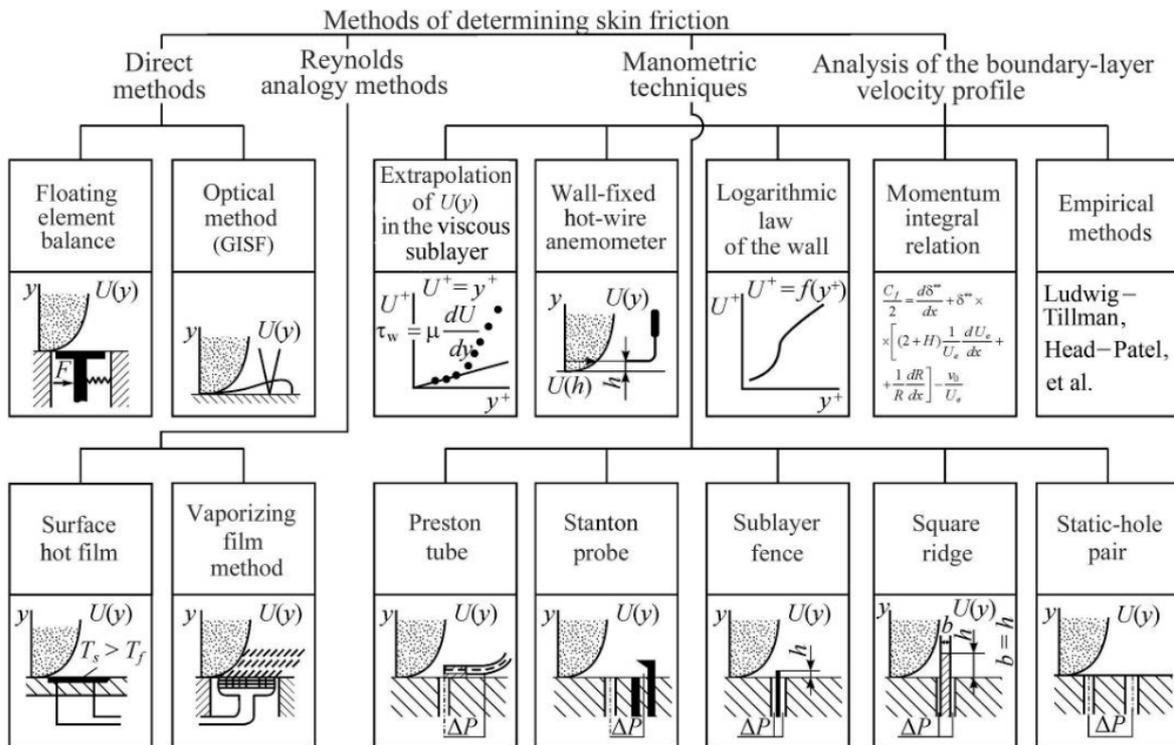


Figura 2.1: Classificazione delle tecniche di misura dello sforzo di attrito a parete. Immagine tratta da [6]

2.1 Tecniche di misura indirette

2.1.1 Clauser chart

Questo metodo permette di stimare lo sforzo di attrito a parete in uno strato limite turbolento tramite un'elaborazione delle misure di velocità nella zona logaritmica dello strato limite. Si stima uno sforzo a parete tramite dei dati ottenuti in una regione lontana da parete. Ogni sonda ha uno spessore specifico, pertanto la distanza minima dalla parete che è possibile raggiungere per effettuare una misura equivale alla metà di tale spessore. Neanche con la tecnica dell'anemometria a filo caldo (vedi 4.1.1), seppur lo spessore della sonda sia di pochi micrometri, è possibile raggiungere la parete.

In particolare, con tale metodo si usano le informazioni dei profili di velocità media (ottenuti tramite sonda a filo caldo) per stimare la *friction velocity* $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$. Come detto in 1.4, la legge di parete universale all'interno della zona logaritmica è

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln(y^+) + C \quad (2.2)$$

Dove $u^+ = \bar{U}/u_\tau$ e $y^+ = (yu_\tau)/\nu$, con \bar{U} velocità media; quindi si ha

$$\frac{\bar{U}}{u_\tau} = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{yu_\tau}{\nu} \right) + C \quad (2.3)$$

Per facilità nella scrittura, nelle espressioni seguenti verrà indicata la velocità media \bar{U} solo con il simbolo U .

Consideriamo (2.3), moltiplichiamo e dividiamo ambo i membri per U_e , velocità esterna lo strato limite

$$\begin{aligned} \frac{U}{u_\tau} \frac{U_e}{U_e} &= \frac{1}{k} \ln \left(\frac{yu_\tau}{\nu} \frac{U_e}{U_e} \right) + C \\ \frac{U}{U_e} \frac{U_e}{u_\tau} &= \frac{1}{k} \ln \left(\frac{yU_e}{\nu} \frac{u_\tau}{U_e} \right) + C \\ \frac{U}{U_e} &= \frac{u_\tau}{U_e} \left[\frac{1}{k} \ln \left(\frac{yU_e}{\nu} \frac{u_\tau}{U_e} \right) + C \right] \end{aligned}$$

Si ha $u_\tau/U_e = \sqrt{C_f/2}$, perciò vale che

$$u_\tau^2 = \frac{\tau_w}{\rho} \rightarrow \frac{u_\tau^2}{U_e^2} = \frac{\tau_w}{\rho U_e^2} = \frac{1}{2} C_f \quad (2.4)$$

Dove C_f è il coefficiente di sforzo di attrito.

In definitiva, si scrive che

$$\frac{U}{U_e} = \sqrt{\frac{C_f}{2}} \left\{ \frac{1}{k} \left[\ln \left(\frac{yU_e}{\nu} \right) + \ln \left(\sqrt{\frac{C_f}{2}} \right) \right] + C \right\} = f \left(\frac{yU_e}{\nu}; C_f \right) \quad (2.5)$$

Essendo C_f un parametro, ossia un numero arbitrario, si ottiene la seguente relazione

$$\frac{U}{U_e} = f \left(\frac{yU_e}{\nu} \right)$$

Tracciando questa funzione su un diagramma semi-logaritmico, per diversi valori del coefficiente C_f si ottiene il *piano di Clauser* (vedi Figura 2.2).

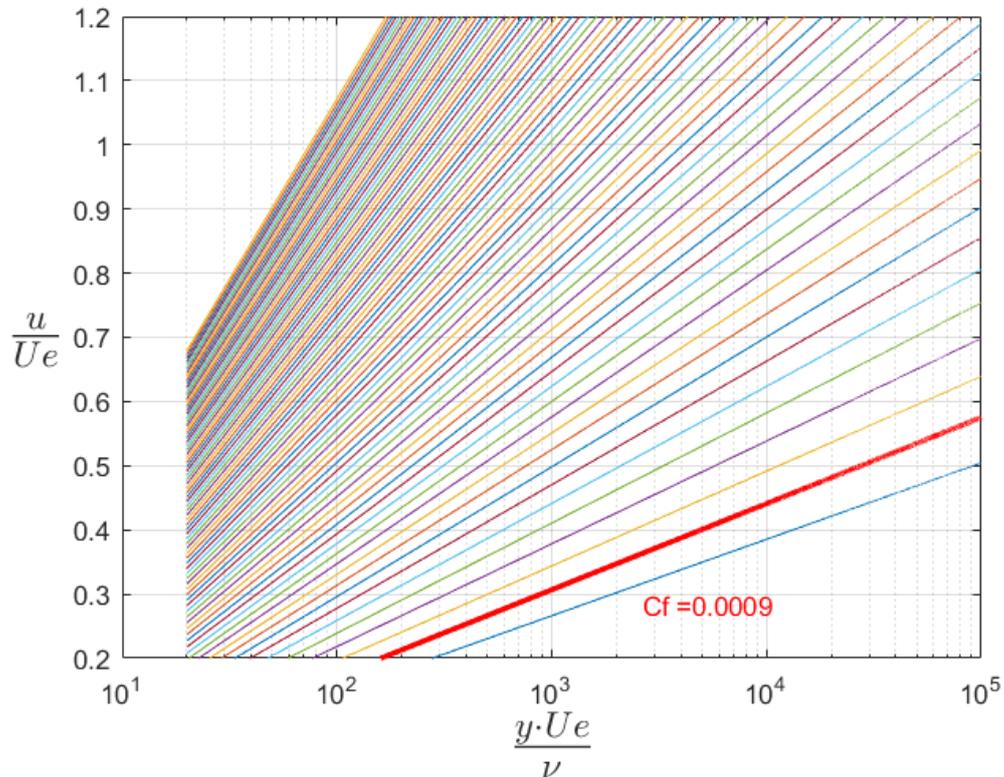


Figura 2.2: Esempio di piano di Clauser

Dopo aver effettuato le misure di velocità si hanno a disposizione due serie di dati: la distanza da parete y (imposta dallo sperimentatore) e la velocità U (misurata con una sonda). Si procede, in seguito, al calcolo delle variabili di Clauser: \bar{U}/U_e e $(yU_e)/\nu$.

Infine, si diagrammano questi punti sul piano di Clauser e, se lo strato limite è turbolento canonico, i punti sperimentali ottenuti dalle misure nella zona logaritmica vanno ad adagiarsi su una delle rette a cui corrisponde un certo valore di C_f (esempio in Figura 4.17). In seguito, trovo lo sforzo di attrito a parete e la friction velocity tramite (2.4):

$$\tau_w = \frac{1}{2}\rho U_e^2 \cdot C_f$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

Il metodo di Clauser è iterativo, poiché il coefficiente di attrito (C_f) calcolato inizialmente è influenzato da un errore dovuto a un'assunzione di base. Quando si misurano i profili di velocità, alla prima misura effettuata viene attribuita la coordinata $y = 0$. In realtà,

tra la sonda e la parete esiste una certa distanza, che al minimo equivale a metà dello spessore della sonda stessa. Pertanto, è possibile affinare iterativamente la misura del C_f calcolando l'offset y_0 tra la sonda e la parete, in modo da ottenere la zona logaritmica alle giuste coordinate. Infatti, una modifica delle variabili y comporta uno spostamento del profilo tracciato sul piano di Clauser e, di conseguenza, una variazione del C_f .

Il primo passo consiste nel calcolo delle variabili adimensionali u^+ e y^+ . Successivamente, è necessario formulare un'ipotesi plausibile per determinare l'offset y_0 . In questo lavoro di tesi, si assume che il valore massimo di intensità turbolenta della componente di velocità longitudinale, u' , si trovi alla coordinata $y^+ = 15$ (nel buffer layer).

L'intensità turbolenta è definita come $(u'_{rms}/u_\tau)^2$. L'ipotesi effettuata è validata dal grafico in Figura 2.3.

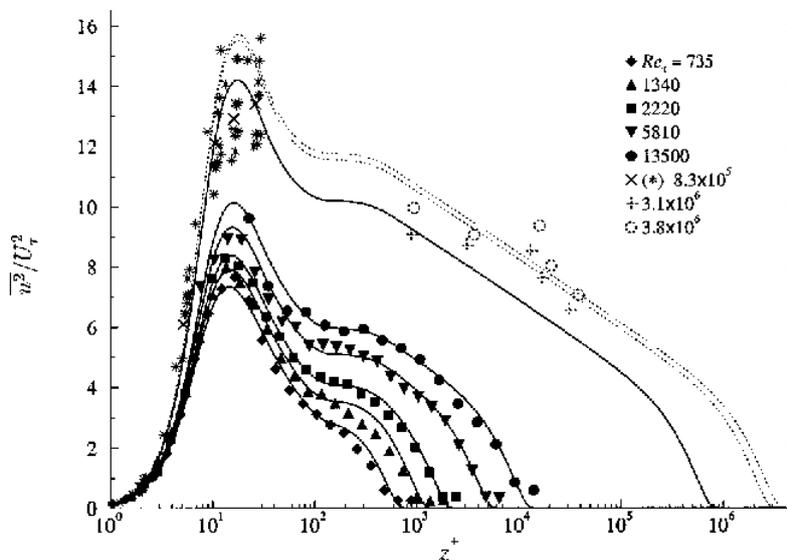


Figura 2.3: Andamento dell'intensità turbolenta della componente u' . Immagine tratta da [7]

Con l' u_τ di prima iterazione si calcola l'intensità turbolenta e la coordinata adimensionale relativa al valore massimo, y_{max}^+ .

Si definisce l'offset in termini adimensionali come $y_{0ad} = 15 - y_{max}^+$. Quindi il valore di offset in termini dimensionali è

$$y_0 = \frac{y_{0ad} \nu}{u_\tau} \quad (2.6)$$

Infine, si inizia una nuova iterazione utilizzando gli stessi dati di velocità acquisiti dalla sonda, ma aggiungendo l'offset y_0 al vettore contenete le posizioni di misura rispetto alla piastra. Si esce dal ciclo iterativo quando l'errore sulla coordinata adimensionale del valore di massima turbolenza è al di sotto di una certa tolleranza.

Un metodo alternativo prevede di tracciare le variabili u^+ (lungo l'asse delle ordinate) e y^+ (lungo l'asse delle ascisse) su un grafico semi-logaritmico utilizzando il valore u_τ ottenuto

dalla prima iterazione. Successivamente, si rappresenta il profilo di strato limite turbolento canonico applicando le leggi di parete (vedi Capitolo 1). L'approccio procede aggiungendo un offset y_0 di tentativo alle posizioni di misura finché non c'è una sovrapposizione tra il profilo adimensionale canonico e quello sperimentale. Una volta determinato il corretto valore di y_0 , si applica nuovamente il metodo di Clauser per calcolare il coefficiente C_f .

L'implementazione di questo metodo presenta diversi aspetti che possono influenzare l'accuratezza nella stima dello sforzo di attrito a parete, τ_w . La scelta dei punti di misura considerati parte della zona logaritmica introduce una componente di soggettività nel risultato. Inoltre, la scelta dei valori delle costanti di Von Karman (k) e di Coles (C) è cruciale poiché influiscono direttamente sulla stima della friction velocity u_τ . Utilizzando il metodo di Clauser, è comune ottenere sovrastime di u_τ , con un errore che può variare tra l'8% e il 20%, soprattutto a bassi valori di Reynolds. Ad alti Re l'ampiezza maggiore della regione logaritmica ben sviluppata migliora l'accuratezza del metodo di Clauser, purché sia utilizzato un valore adeguatamente preciso della costante k [6].

2.1.2 Profilo di Musker

Questa metodologia per la stima dello sforzo di attrito a parete, analoga al metodo di Clauser, utilizza il modello di profilo di velocità media in uno strato limite turbolento sviluppato da Musker nel 1979 [8]. A differenza delle leggi di parete, questo modello è valido per l'intero inner layer, dal sottostrato viscoso alla zona logaritmica, e si basa sulla viscosità turbolenta. Il profilo è descritto dalla soluzione della seguente relazione implicita:

$$\frac{du^+}{dy^+} = \frac{\frac{(y^+)^2}{k} + \frac{1}{s}}{(y^+)^3 + \frac{(y^+)^2}{k} + \frac{1}{s}} \quad (2.7)$$

Dove k rappresenta la costante di Von Karman e s è una costante determinata confrontando la soluzione dell'equazione (2.7) con la legge di parete canonica nella regione logaritmica per valori sufficientemente elevati di y^+ [9].

Adottando una costante di Von Karman $k = 0.41$ e una costante di Coles $C = 5.0$, si ottiene $s = 0.001093$ mediante una procedura iterativa.

Nell'articolo pubblicato da Chauhan *et al.* [10] viene trovata la soluzione di (2.7)

$$U^+ = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{y^+ - a}{-a} \right) + \frac{R^2}{\alpha(4\alpha - a)} \left[(4\alpha + a) \ln \left(-\frac{a}{R} \frac{\sqrt{(y^+ - \alpha)^2 + \beta^2}}{y^+ - a} \right) + \frac{\alpha}{\beta} (4\alpha + 5a) \left(\arctan \left(\frac{y^+ - \alpha}{\beta} \right) + \arctan \left(\frac{\alpha}{\beta} \right) \right) \right] \quad (2.8)$$

Dove

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{-1}{k-a} \right)$$

$$\beta = \sqrt{-2a\alpha - \alpha^2}$$

$$R = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$$

Da un fit dei dati sperimentali ad alto Reynolds ottenuti dalla *National Diagnostics Facility (NDF)* dell'Istituto di Tecnologia dell'Illinois (IIT) si ottiene $a = -10.3061$, usando come costante di Von Karman $k = 0.384$ [11].

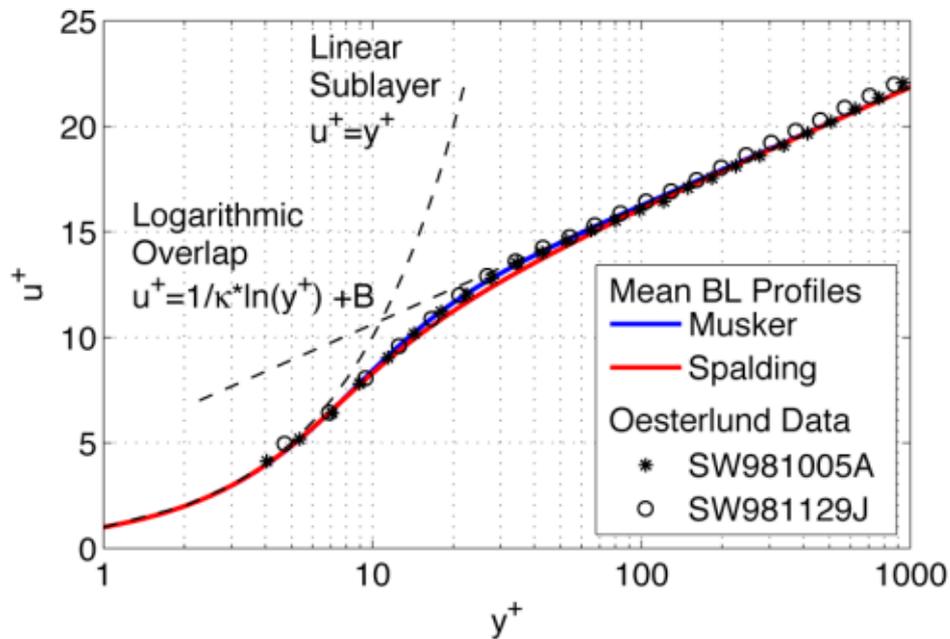


Figura 2.4: Profilo di Musker per la velocità media nell'inner layer confrontato con il profilo adimensionale turbolento canonico ottenuto dall'Österlund data set. Immagine tratta da [9]

Una volta acquisite le diverse misure $U(y)$ nelle unità reali, queste vengono normalizzate in unità di parete come $u^+(y^+)$. Il procedimento prevede di selezionare per tentativi i valori di offset y_0 e di velocità di attrito u_τ , in modo da adattare al meglio i valori $u^+(y^+)$ sperimentali al profilo di Musker (vedi Figura 2.5).

Il processo appena descritto può essere automatizzato minimizzando la differenza tra i dati sperimentali normalizzati e il profilo usato come modello. Si possono usare due diverse funzioni residuali per quantificare questa differenza:

$$\Phi_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N \sqrt{(u_i^+ (data) - u_i^+ (Musker))^2} \quad (2.9)$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N \frac{|u_i^+(data) - u_i^+(Musker)|}{u_i^+(Musker)} \quad (2.10)$$

Dove N è il numero di misure effettuate, $u_i^+(data)$ si riferisce al valore di velocità misurata in unità di parete alla coordinata y_i^+ e $u_i^+(Musker)$ è la velocità del profilo modello alla coordinata y_i^+ . L'indice i parte da 0 in quanto il punto ($y_0^+ = 0, u_0^+ = 0$) viene aggiunto per rispettare la condizione di aderenza a parete [9]. Si può scrivere una routine di ottimizzazione in tramite MATLAB[®] che permette di determinare la coppia di valori u_τ e y_0 che minimizzano la funzione residuale $\Phi_1 + \Phi_2$ per il data set in esame.

In Figura 2.4 in rosso viene riportato un altro modello per il profilo di velocità nello strato limite turbolento, il profilo di Spalding. Il procedimento per determinare il coefficiente C_f è del tutto analogo.

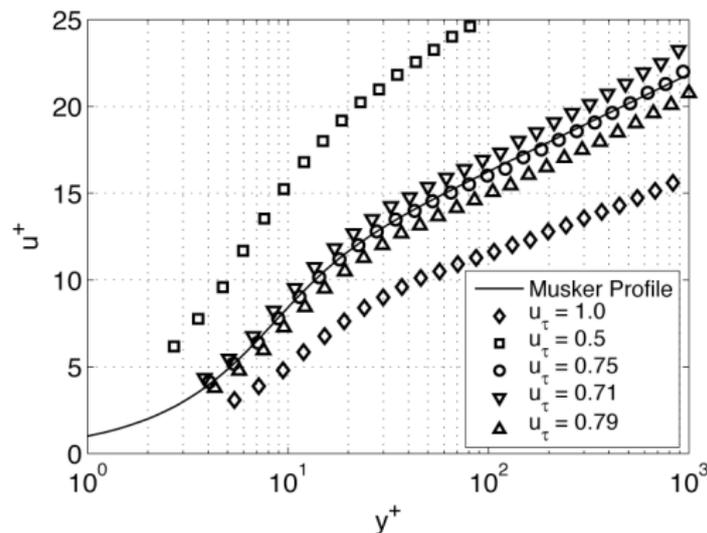


Figura 2.5: Illustrazione del processo iterativo nella scelta del parametro u_τ . Per questo caso $y_0 = 0$ in quanto i dati sperimentali si riferiscono all'Österlund data set che utilizza già come riferimento la parete. Immagine tratta da [9]

2.2 Tecniche di misura dirette

2.2.1 Tecnica interferometrica con fil d'olio

Si tratta di una tecnica assoluta, ossia non richiede nessun tipo di taratura, che sfrutta delle gocce d'olio con viscosità adeguata.

Questa tecnica venne utilizzata la prima volta per la misura dello sforzo di attrito τ_w nel 1976 in un articolo pubblicato da Tanner *et al.* [12].

La metodologia si basa sul principio secondo cui esiste una relazione tra il tasso di deformazione della goccia d'olio e le forze agenti su di essa, quali lo sforzo di attrito a parete (sotto l'effetto del flusso in prossimità di una parete) τ_w , la forza di gravità e i gradienti di pressione. Se il film d'olio è sufficientemente sottile, gli effetti della gravità e della pressione possono essere trascurati e la correlazione tra τ_w e tasso di deformazione risulta essere lineare [6].

Definiamo un sistema di riferimento tale che l'asse x sia parallelo direzione streamwise del flusso, l'asse y perpendicolare alla parete e l'asse z lungo la direzione spanwise. Tale relazione viene espressa come

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\mu_{oil}}{\tau_w t} (1 + \varepsilon) \quad (2.11)$$

Dove dy/dx indica il tasso di deformazione istantaneo della goccia d'olio, μ_{oil} è la viscosità dinamica dell'olio, t è il tempo e ε è un termine che tiene conto degli effetti dei gradienti di pressione (tende a zero per film d'olio molto sottili).

Successivamente, si utilizza una sorgente di luce monocromatica con lunghezza d'onda λ per illuminare la goccia. Quando il raggio luminoso colpisce la goccia, parte dell'energia luminosa viene riflessa sull'interfaccia olio-aria, mentre il resto penetra all'interno e subisce una seconda riflessione sulla parete. Considerando questo meccanismo per tutti i raggi luminosi, che incidono sulla goccia e si riflettono con diversa inclinazione, si generano delle frange di intermittenza (zone di interazione distruttiva e costruttiva tra i vari raggi). Queste frange sono catturate da una telecamera allineata con la sorgente luminosa. Assumendo che lo sforzo di taglio rimanga costante l'equazione (2.11) diventa

$$\Delta y = \frac{\mu_{oil} \Delta x}{\tau_w \Delta t} \longrightarrow \tau_w = \frac{\mu_{oil} \Delta x}{\Delta y \Delta t} \quad (2.12)$$

Dove Δx è la distanza tra due frange consecutive dello stesso tipo (costruttive o distruttive), Δy è la differenza di spessore della goccia tra le due frange consecutive e Δt è l'intervallo di tempo noto per raggiungere condizioni di stazionarietà.

Secondo un articolo pubblicato da Fernholz *et al.* [13] si ha

$$\Delta y = \frac{\lambda}{\sqrt{n_{oil}^2 - n_{air}^2 \sin^2(\theta)}} \quad (2.13)$$

Dove n è l'indice di rifrazione dell'olio e dell'aria e θ è l'angolo di incidenza dei raggi luminosi (scelto dall'operatore).

Sostituendo (2.13) in (2.12) si ottiene

$$\tau_w = \mu_{oil} \frac{\Delta x \sqrt{n_{oil}^2 - n_{air}^2 \sin^2(\theta)}}{\Delta t \lambda} = \frac{\mu_{oil} \sqrt{n_{oil}^2 - n_{air}^2 \sin^2(\theta)}}{\Delta t \lambda} \cdot \Delta x = K \cdot \Delta x \quad (2.14)$$

L'unico valore da misurare per poter calcolare direttamente lo sforzo di attrito a parete τ_w è Δx , tutto il resto è noto ed è racchiuso nella costante K .

2.2.2 Linear Variable Differential Transducer (LVDT)

Tra le tecniche dirette troviamo anche l'uso di elementi flottanti collegati a delle bilance per la misura della forza che agisce su di essi. Una variante rispetto l'utilizzo delle bilance consiste nell'uso di trasduttori LVDT.

Il trasduttore di spostamento induttivo (LVDT) è un sensore passivo utilizzato per misurare lo spostamento lineare. È uno dei sensori maggiormente usati in ambito industriale vista la sua semplicità e affidabilità.

Gli LVDT vengono utilizzati in vari ambiti strutturali, ad esempio per la misura della deflessione di una trave in cemento o dello spostamento dinamico dei ponti ferroviari. Inoltre, grazie alla loro elevata sensibilità e accuratezza possono rilevare le vibrazioni delle strutture. Sono sistemi facili da installare con la capacità di acquisizione dati in tempo reale però l'elevato costo è uno dei maggiori svantaggi [14].

Il trasduttore LVDT è costituito da tre bobine con assi paralleli. L'avvolgimento centrale, denominato primario, è affiancato da due avvolgimenti secondari (uno sulla destra e l'altro sulla sinistra), posizionati simmetricamente a uguale distanza dal centro. I tre avvolgimenti sono racchiusi all'interno di un cilindro cavo che deve essere mantenuto in una posizione fissa. La bobina primaria è collegata a un generatore di tensione alternata (AC), mentre le bobine secondarie sono collegate tra loro in opposizione di serie, ossia sono avvolte in senso discorde. La differenza di tensione misurata tra le estremità degli avvolgimenti secondari rappresenta l'output del sensore (vedi Figura 2.6).

L'altro elemento fondamentale del sensore è il nucleo cilindrico ferromagnetico mobile, detto *core*, che si muove all'interno della parte fissa e ci permette di ricavare l'informazione sullo spostamento.

Alla base del funzionamento del sensore c'è il principio della mutua induzione. Dall'elettromagnetismo sappiamo che un circuito percorso da una corrente genera un campo magnetico.

Consideriamo due circuiti elettrici non collegati tra loro. Se nel primo circuito scorre una corrente variabile nel tempo, come una corrente alternata, il flusso del campo magnetico, $\Phi(\vec{B})$ generato da questo circuito attraverso la superficie del secondo circuito varia nel

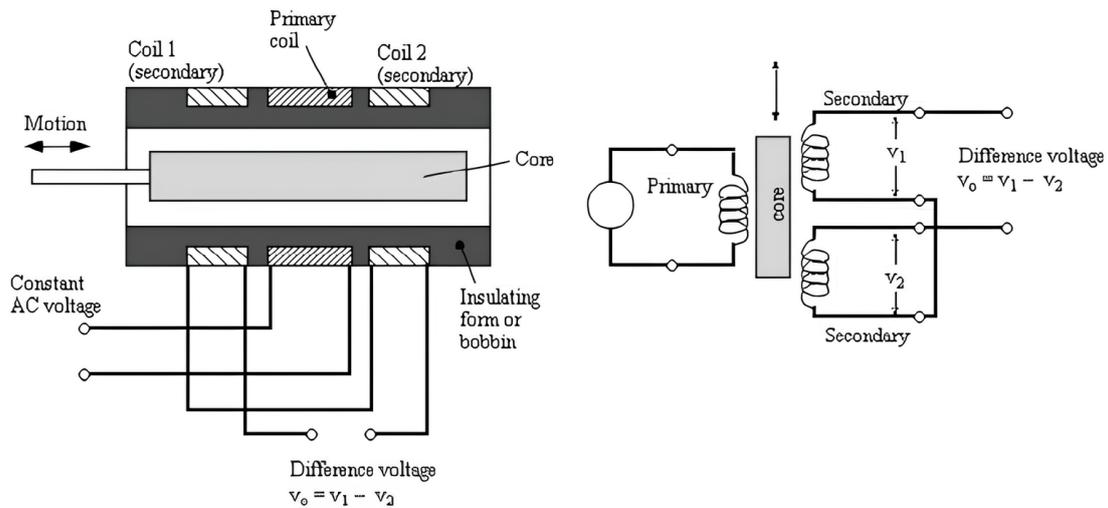


Figura 2.6: Rappresentazione schema costruttivo e elettrico dei sensori LVDT. Immagine tratta da [14]

tempo. Secondo la legge di Faraday-Neumann-Lenz, ciò induce una forza elettromotrice (fem) nel secondo circuito, che a sua volta genera una corrente indotta anche in assenza di un generatore di tensione.

Sia \vec{B} il vettore campo magnetico, per la legge di Faraday-Neumann-Lenz vale che

$$fem_{indotta} = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t} \quad (2.15)$$

Dalla prima legge di Ohm si può calcolare l'intensità della corrente indotta; sia R la resistenza del circuito, allora

$$i_{indotta} = \frac{fem_{indotta}}{R} = -\frac{1}{R} \cdot \frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t} \quad (2.16)$$

Quando il nucleo ferromagnetico si trova al centro (definita posizione nulla), la tensione indotta sugli avvolgimenti secondari è uguale in modulo ma opposta in fase, poiché questi sono in opposizione di serie. Di conseguenza, il segnale di tensione misurato in uscita risulta praticamente nullo (vedi Figura 2.7).

Quando il nucleo si sposta, le mutue induttanze cambiano, e l'accoppiamento induttivo sarà maggiore con l'avvolgimento secondario di sinistra o di destra, a seconda della direzione dello spostamento. Di conseguenza, il segnale in uscita varierà proporzionalmente allo spostamento del nucleo.

Chiamiamo gli avvolgimenti secondari S_1 e S_2 come in Figura 2.7.

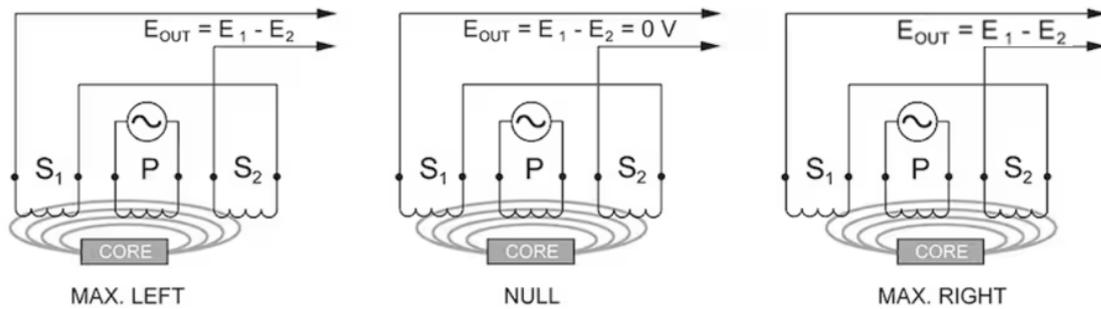


Figura 2.7: Rappresentazione del segnale in uscita dal sensore LVDT per varie posizioni assiali del nucleo ferromagnetico

Quando il core si muove verso l'avvolgimento S_1 c'è un aumento del flusso magnetico attraverso S_1 rispetto all'avvolgimento S_2 . Di conseguenza, la forza elettromotrice (fem) indotta in S_1 è maggiore. Pertanto la tensione E_1 (o v_1 nella Figura 2.6), ovvero la differenza di tensione ai capi dell'avvolgimento S_1 , è maggiore di E_2 , differenza di tensione agli estremi della bobina S_2 . Quindi la differenza netta di tensione $E_0 = E_1 - E_2$ è positiva. Questo valore positivo indica che la tensione in uscita dal sensore è in fase con la tensione alternata di ingresso. Questo comportamento illustra il principio di come un LVDT converte lo spostamento meccanico in un'uscita elettrica proporzionale e in fase con il segnale di ingresso.

Quando il core si muove verso l'avvolgimento S_2 c'è un aumento del flusso magnetico attraverso S_2 rispetto all'avvolgimento S_1 . Di conseguenza, la forza elettromotrice (fem) indotta in S_2 è maggiore. Pertanto la tensione E_2 è maggiore di E_1 . Quindi la differenza netta di tensione $E_0 = E_1 - E_2$ è negativa. Tale valore negativo indica che la tensione in uscita dal sensore sarà sfasata rispetto alla tensione alternata di ingresso. Questa caratteristica illustra come la tensione di uscita del LVDT cambi di fase in base alla direzione di movimento del nucleo rispetto agli avvolgimenti.

La relazione che lega lo spostamento del nucleo ferromagnetico e la risposta in tensione del sensore è lineare (vedi Figura 2.8).

Il segnale di uscita dell'LVDT viene tradotto utilizzando dei demodulatori discriminatori di fase. Questi dispositivi elettronici consentono di estrarre il valore efficace della tensione che riflette lo spostamento misurato e di determinare da quale parte dello zero questo spostamento è avvenuto. Uno dei demodulatori più noti impiega un doppio ponte di Graetz, il quale raddrizza il segnale alternato proveniente dagli avvolgimenti secondari dell'LVDT e ne calcola la somma algebrica. In base al segno della somma, è possibile determinare la direzione del movimento rispetto allo zero di riferimento.

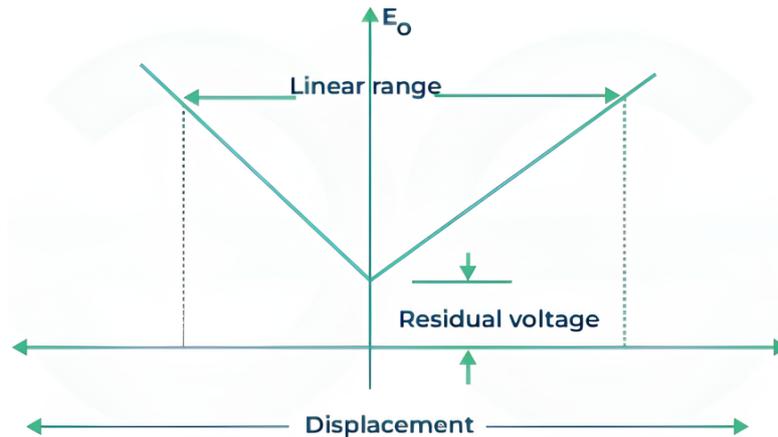


Figura 2.8: Relazione lineare tra la risposta del sensore in tensione e lo spostamento applicato

L'LVDT è un trasduttore altamente sensibile che può misurare spostamenti dell'ordine di frazioni di micrometri. Le sue prestazioni dipendono dalla frequenza di alimentazione del circuito primario e dalla massa del nucleo. Questo determina le frequenze di taglio, che solitamente raggiungono diverse centinaia di hertz, garantendo una risposta dinamica efficiente anche per spostamenti rapidamente variabili nel tempo.

2.3 Esempio di setup per la misura della resistenza

In letteratura sono presenti diverse metodologie per il calcolo dello sforzo di attrito a parete usando degli elementi flottanti. Vediamo nel dettaglio il sistema sviluppato Nesselrooij *et al.* [15].

Il sistema è composto da tre elementi fondamentali:

- La struttura di sostegno della lamina piana, dei sensori e degli attuatori (denominata nucleo)
- Le estensioni volumetriche che aiutano a definire le condizioni di flusso incontrate dalla piastra
- Il sistema di acquisizione dati (DAQ) che interagisce con i sensori e gli attuatori

Questo sistema consente diverse configurazioni di misurazione a seconda dell'obiettivo della ricerca.

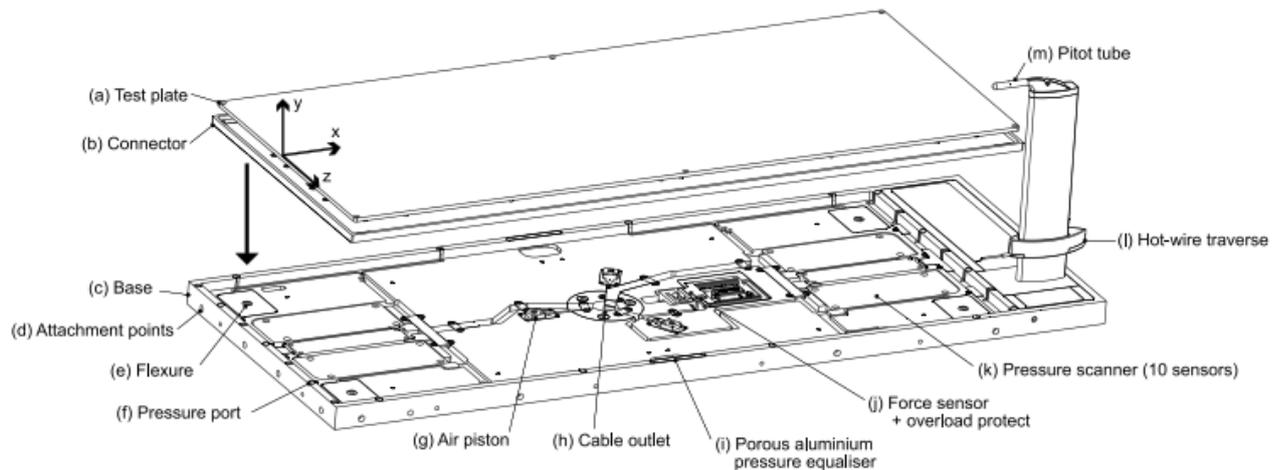


Figura 2.9: Descrizione sistema di misura [15]

Il nucleo del sistema è collocato sul fondo della galleria del vento. Per prevenire che le vibrazioni della galleria influenzino il sistema, il contatto avviene tramite dodici isolatori antivibranti Shore 00-30 Sorbothane[®], i quali sono regolabili in altezza.

Poiché la superficie della piastra esposta al flusso deve essere montata a filo con la superficie superiore del nucleo e deve potersi muovere liberamente, è necessario avere un'intercapedine tra l'elemento flottante e la parte fissa.

Lo spessore della base del connettore è stato ridotto a soli 5 mm per massimizzare lo spazio disponibile per la piastra di prova. Tuttavia, questo rende il connettore vulnerabile alla flessione sotto il peso delle piastre di prova più pesanti. Per ovviare a questo problema, la maggior parte della superficie piatta del connettore è stata realizzata in polimero rinforzato con fibre di carbonio unidirezionali, utilizzando fibre ad alto modulo Dialead XN60.

Per misurare accuratamente la resistenza sulla piastra è stato usato un sensore di forza. Per escludere dalla misura il carico verticale dovuto al peso della lamina di prova, il connettore viene collegato al nucleo attraverso 4 placche in titanio con direzione di flessibilità allineata alla direzione di freestream. Sono stati installati dei sensori con un range di misura pari a $\pm 2N$. Questo range ristretto può essere causa di sovraccarico durante l'installazione della lamina o durante il trasporto perciò il sensore viene automaticamente retracts tramite un attuatore elettrico dopo ogni misura. In posizione di acquisizione dati, il sensore di forza entra a contatto con un pin posto sulla superficie inferiore del connettore lungo la direzione streamwise.

Inoltre, sono stati aggiunti tre pistoni ad aria compressa per rimuovere facilmente la piastra piana dal connettore.

Eventuali variazioni di pressione nell'intercapedine attorno al connettore danno origine ad una forma di resistenza secondaria che viene misurata indistintamente dal sensore di forza. Per il monitoraggio di questa pressione sono installate delle prese di pressione lungo tutto il perimetro del nucleo.

Infine, sono presenti altre prese di pressione disposte lungo la direzione streamwise per calcolare il gradiente di pressione del flusso esterno, un tubo di Pitot e una sonda a filo caldo.

Capitolo 3

Progetto apparato sperimentale e taratura

3.1 Linear Variable Displacement Transducer

L'obiettivo di questa attività di tesi è sviluppare un sistema di misura basato su sensori LVDT (Linear Variable Displacement Transducer), al fine di sostituire l'impiego delle celle di carico e incrementare l'accuratezza delle misure.

Per lo sviluppo di tale sistema sono stati utilizzati 2 sensori LVDT di tipo E prodotti dall'azienda *SchaevitzTM* (vedi Figura 3.1). La Serie E è progettata per essere altamente economica, pur soddisfacendo le esigenze di numerose applicazioni che richiedono le prestazioni e l'affidabilità degli LVDT.

Inoltre la robusta costruzione della Serie E fornisce ai sensori un'elevata resistenza agli urti e alle vibrazioni tipiche delle applicazioni industriali infatti ognuno dei tre avvolgimenti è incapsulato all'interno del suo alloggiamento con una colla epossidica bicomponente.



Figura 3.1: Cilindro cavo metallico che contiene al suo interno i 3 solenoidi ad assi paralleli che costituisce una parte del sensore LVDT

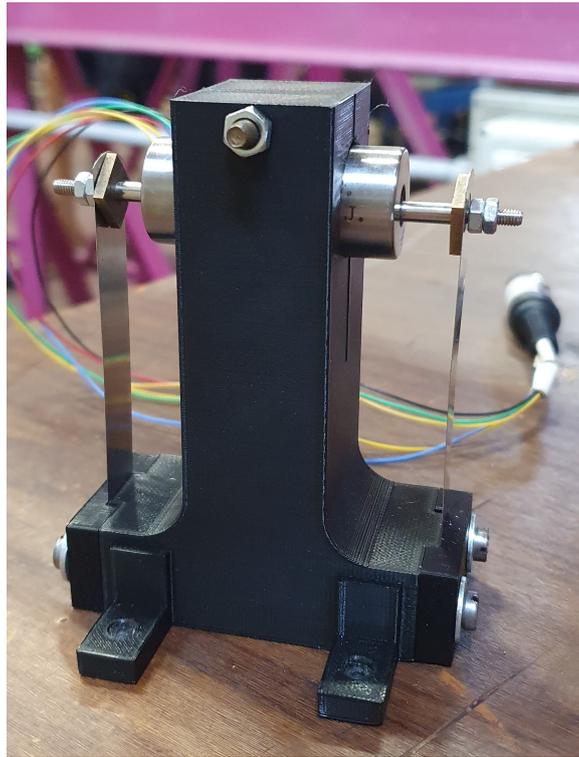


Figura 3.2: Supporto in PLA per il sensore LVDT con lamelle calibrate

Con la tecnica di *additive manufacturing* è stato realizzato un supporto per il sensore LVDT (vedi Figura 3.2) che prevede il mantenimento del nucleo ferromagnetico cilindrico attraverso 2 lamelle calibrate (ossia di spessore noto) di acciaio inossidabile.

Il materiale usato per la stampa 3D è l'acido polilattico (PLA), si tratta di un monomero dell'acido lattico ampiamente usato nella realizzazione di bioplastica per le macchine di prototipazione rapida. È stato scelto il PLA in quanto è dotato di buona resistenza alla trazione e buona qualità superficiale ed è facile da lavorare a velocità di stampa elevate.

La presenza delle 2 lamelle incastrate alla base (vedi Figura 3.2) conferisce al supporto un comportamento complessivo assimilabile a un sistema elastico massa-molla.

3.2 Modello elastico teorico

In questa sezione si vuole cercare di ottenere un modello teorico che ci permetta di valutare la costante di rigidità del supporto in modo che, conoscendo lo spostamento del nucleo ferromagnetico, si possa risalire immediatamente alla forza applicata al sensore.

Dalla figura 3.2 risulta evidente come il modello strutturale che meglio approssima il supporto reale sia il modello elastico del telaio.

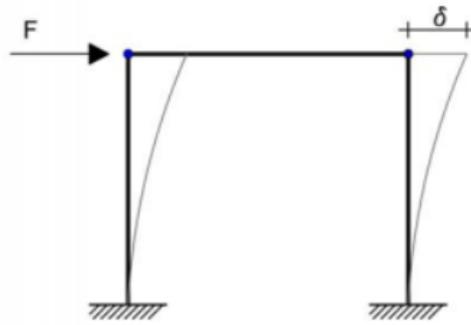


Figura 3.3: Rappresentazione di una struttura di tipo telaio, dove F è la forza applicata e δ è lo spostamento/deformazione della struttura

Dalla teoria la costante di rigidezza k della struttura telaio risulta essere

$$k = \frac{3EI}{L^3} \quad (3.1)$$

Dove

- L è la lunghezza della lamella (valore modificabile)
- $E = 2.1 \cdot 10^{11} \frac{N}{m^2}$ è il modulo elastico dell'acciaio
- $I = \frac{s^3 h}{12}$ è il modulo di inerzia della lamella
- s è lo spessore della lamella (valore modificabile)
- $h = 12.5mm$ è la larghezza della lamella (valore fisso)



Figura 3.4: Schematizzazione della lamella calibrata

Quindi sostituendo in 3.1 si ottiene una rigidezza per il modello teorico pari a

$$k = \frac{Es^3h}{4L^3} \quad (3.2)$$

Questa formula mette in evidenza due aspetti importanti sulla rigidezza k :

- È proporzionale al cubo dello spessore s
- È inversamente proporzionale al cubo della lunghezza L

Considerando un range di spessore compresi tra $0.01 \div 0.9 \text{ mm}$ e un range di lunghezze comprese tra $3 \div 8 \text{ cm}$, si ottiene l'andamento teorico della rigidezza mostrato in Figura 3.5.

Questo modello verrà poi utilizzato come confronto con i dati sperimentali.

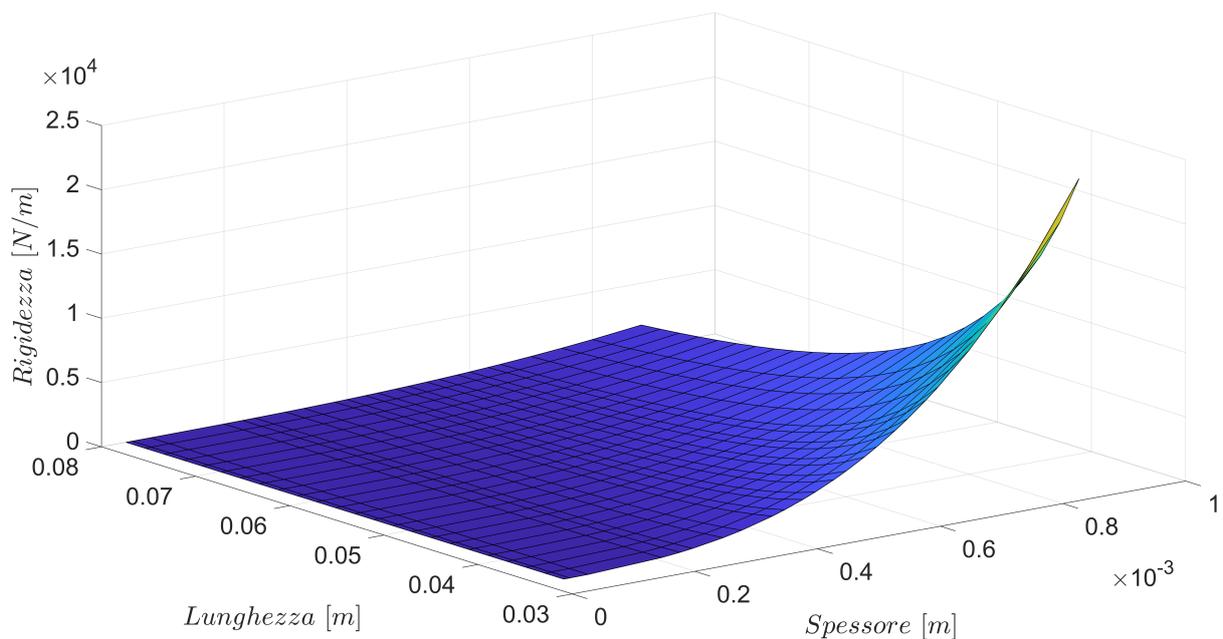


Figura 3.5: Andamento teorico della rigidezza ottenuto da 3.2 attraverso l'utilizzo del software MATLAB®

3.3 Taratura singolo sensore LVDT

Dopo aver sviluppato il modello teorico, è stata effettuata la validazione mediante la calibrazione del sensore LVDT su banco di prova.

Si ricorda, quanto scritto nel capitolo precedente, che, dato uno spostamento del nucleo ferromagnetico, il sensore LVDT risponde generando un segnale di tensione in uscita.

3.3.1 Taratura del sensore con spostamenti noti

Il primo passo ha riguardato la calibrazione del sensore applicando al nucleo mobile spostamenti noti tramite un movimentatore lineare dell'azienda THORLABS® che permette di avere una precisione nel movimento del decimo di millimetro (vedi Figura 3.6).

La risposta del sensore è stata valutata misurando la differenza di tensione rispetto al segnale di uscita in condizioni di riposo, ovvero in assenza di qualsiasi spostamento applicato.

L'acquisizione dei dati è stata effettuata attraverso un modulo di acquisizione (*DAQ*) della NATIONAL INSTRUMENT®, modello *NI – 9215*, con il supporto dell'apposito software, LabVIEW®.

I 3 avvolgimenti che costituiscono la parte fissa del sensore LVDT sono alimentati con una tensione alternata a 20 Volt, fornita da un alimentatore dedicato System 300 Professional della KERT®.

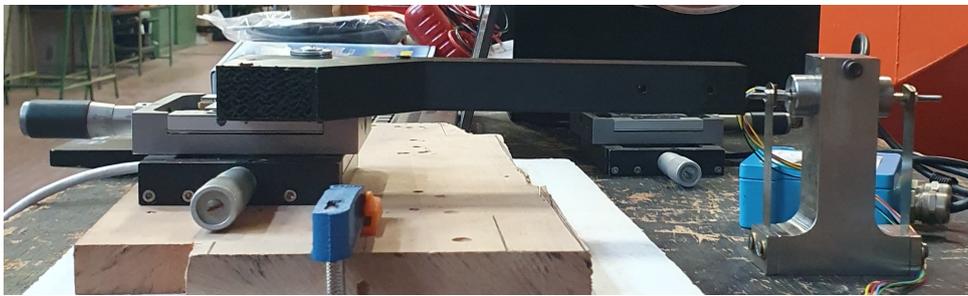


Figura 3.6: Setup per la taratura con movimentatore lineare

Processando i dati tramite MATLAB® si ottiene la curva di taratura in Figura 3.8.

Dalla curva di taratura ottenuta possiamo fare diverse constatazioni:

- La risposta del sensore LVDT è lineare nel campo di spostamenti $\pm 3 \text{ mm}$
- Il fondo scala del sensore LVDT in termini di differenza di tensione è $\sim 5.0 \text{ V}$ in un range misurabile di $\pm 2.5 \text{ V}$

Si precisa che lo *spostamento negativo* è uno spostamento che avviene in direzione opposta, rispetto alla condizione di riposo, di uno *spostamento positivo*.

Il coefficiente angolare della retta interpolante i punti sperimentali risulta essere $k_x = 0.7455 \text{ V/mm}$, questo coefficiente ci permette di passare velocemente dal valore di spostamento δ alla differenza di tensione in uscita dal sensore, infatti:

$$E - E_0 \approx k_x \cdot \delta \quad (3.3)$$

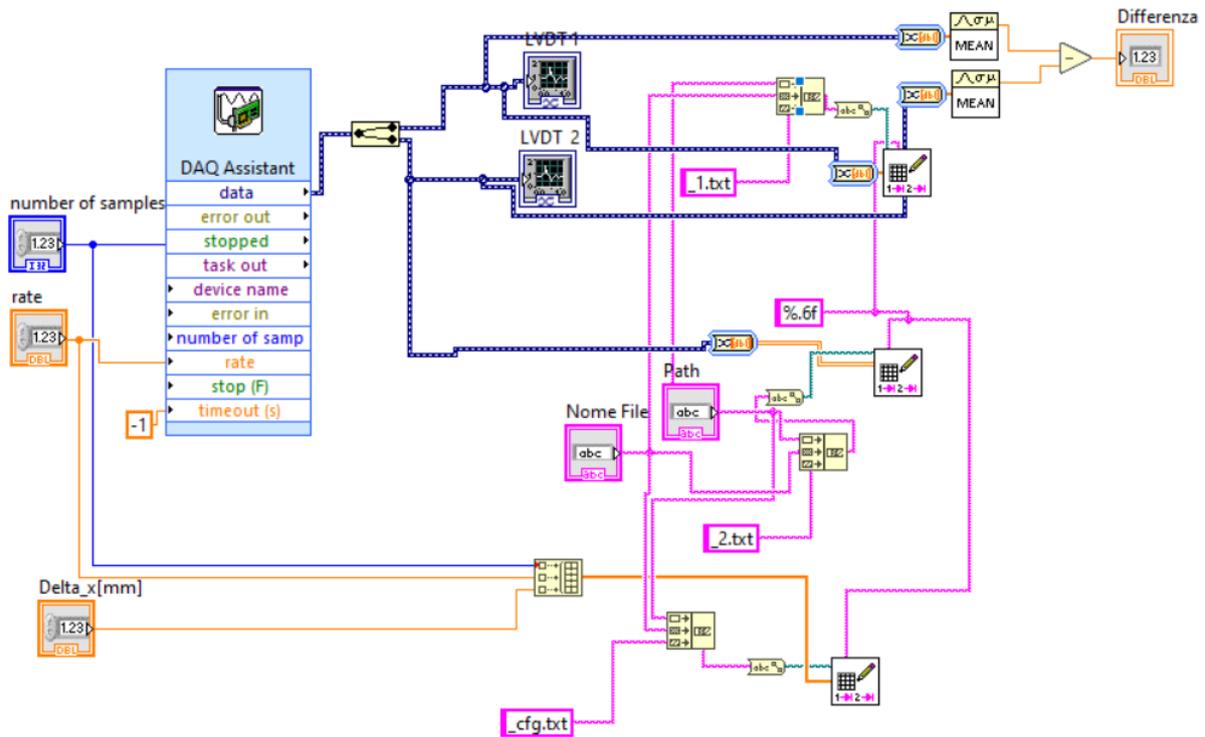


Figura 3.7: Diagramma a blocchi per l’acquisizione di due sensori LVDT in contemporanea attraverso il software LabVIEW®

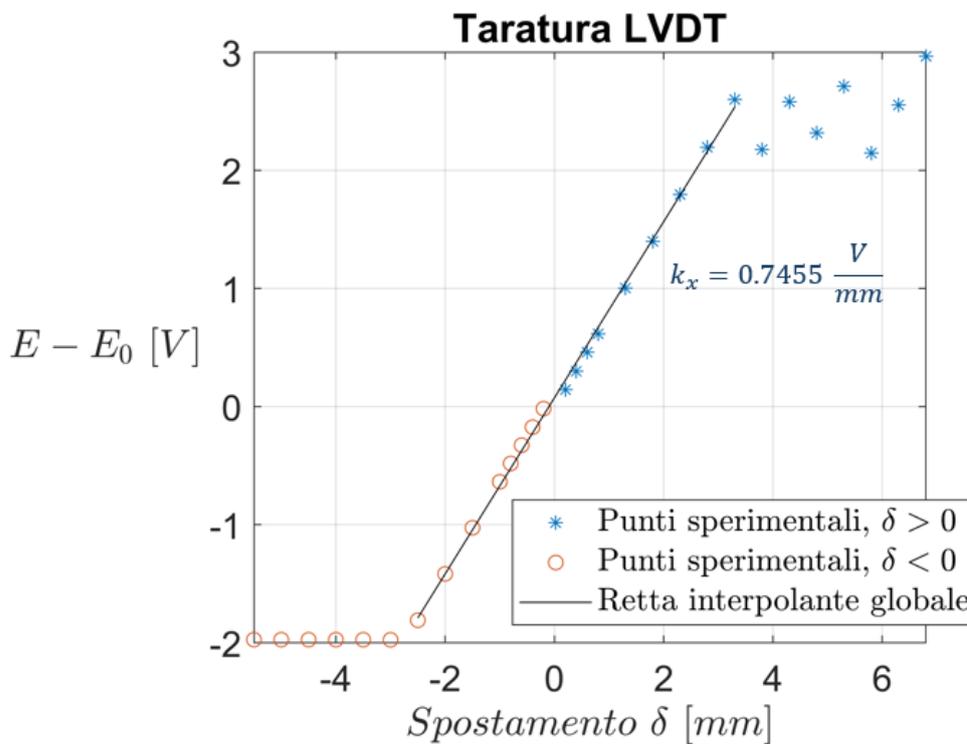


Figura 3.8: Curva di taratura del sensore LVDT applicando spostamenti noti. Lungo l’asse delle ascisse è presente lo spostamento del nucleo ferromagnetico mentre sull’asse delle ordinate troviamo la risposta del sensore in termini di differenza di tensione rispetto la posizione di riposo

3.3.2 Taratura del sensore con forze note

In seguito si è calibrato il sensore LVDT applicando delle forze note in modo da ottenere una seconda curva di taratura.

Questa operazione è stata effettuata applicando uno spostamento al nucleo del sensore tramite dei pesi calibrati (rondelle precedentemente pesate con una bilancia di precisione) con l'ausilio di una carrucola e del filo di nylon (vedi Figura 3.9). La forza applicata sul sensore, trascurando l'attrito della carrucola, corrisponde alla forza peso delle rondelle stesse.

La curva di taratura *Tensione-Forza* risulta essere influenzata da due parametri: la *lunghezza* e lo *spessore* delle lamelle utilizzate. Queste variabili modificano la rigidità elastica del supporto, ciò comporta che, a parità di forza, si ottiene uno spostamento differente del nucleo.

La curva di calibrazione *Tensione – Spostamento* evidenziata nella Figura 3.8 non è soggetta alla variabilità dovuta alla geometria delle lamelle. Questo perché lo spostamento applicato al sensore è determinato esternamente quindi non è influenzato dalla rigidità elastica del sistema. A parità di spostamento, la risposta del sensore LVDT rimane costante, indipendentemente dalla specifica configurazione *lunghezza-spessore* delle lamelle impiegate.

Sono state eseguite varie prove di calibrazione utilizzando lamelle di differente lunghezza e spessore al fine di identificare la configurazione ottimale in termini di sensibilità. In particolare, si ricerca la configurazione per cui una piccola variazione del peso applicato in input provoca un'elevata variazione nella risposta, con l'obiettivo di poter rilevare in modo preciso e accurato variazioni di peso dell'ordine del decimo di grammo.

Di contro, non bisogna avere una sensibilità troppo elevata per evitare di raggiungere il fondo scala del sensore con forze minori di quelle che si vogliono misurare.



Figura 3.9: Setup per la calibrazione del sensore con una forza nota

Per esempio, consideriamo 2 diversi spessori, $s = 0.20 \text{ mm}$ e $s = 0.18 \text{ mm}$ e 2 diverse lunghezze di lamelle, $l = 6 \text{ cm}$ e $l = 8 \text{ cm}$, le curve di calibrazione ottenute sono riportate nelle Figure 3.10, 3.11, 3.12 e 3.13.

Considerando le figure 3.12 e 3.13 si può notare come, a parità di spessore, aumentando la lunghezza della lamella diminuisca la rigidità elastica del supporto infatti l'applicazione dello stesso peso porta ad una risposta maggiore del sensore quindi ad un maggiore spostamento del nucleo ferromagnetico. Questa caratteristica si può notare anche dall'aumento in modulo del coefficiente angolare della retta interpolante i dati sperimentali.

Invece, osservando le figure 3.10 e 3.12 si nota un aumento della rigidità all'aumentare dello spessore della lamella, a pari lunghezza.

La configurazione delle lamelle mostrata in Figura 3.13 porta il sensore LVDT a fondo scala per pesi leggermente superiori ai 10 grammi. Questa configurazione presenta la minore rigidità elastica tra i quattro casi portati come esempio. Infatti, è ottenuta combinando la maggiore lunghezza con il minore spessore.

Dai dati sperimentali emerge che la rigidità elastica dell'intero sistema di misura è proporzionale allo spessore della lamella, mantenendo costante la lunghezza, e inversamente proporzionale alla lunghezza, mantenendo fisso lo spessore.

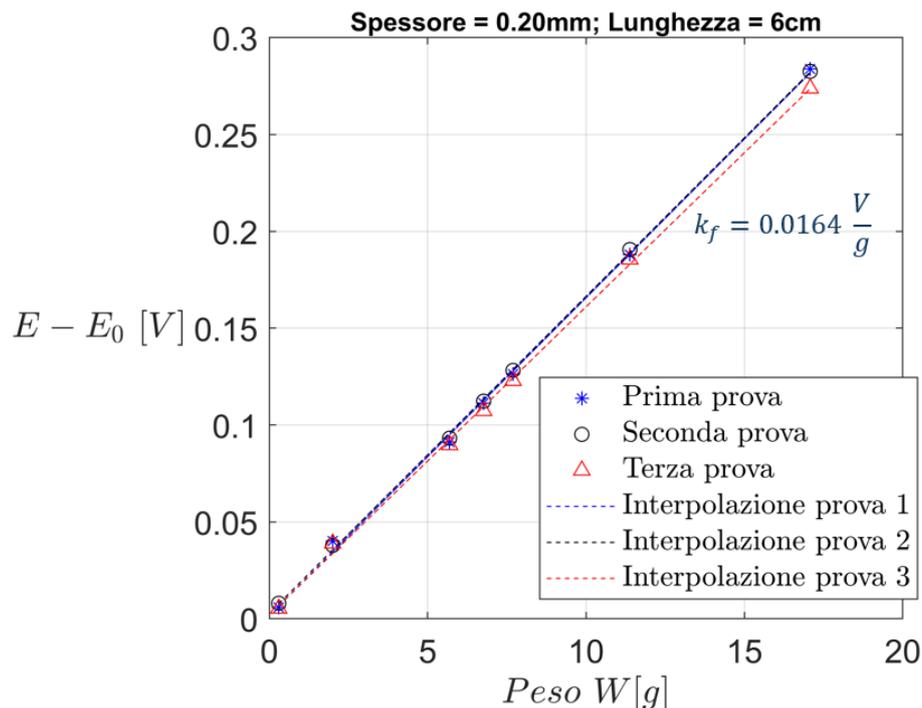


Figura 3.10: Curva di taratura ottenuta applicando forze note. Lamella di $lunghezza = 6 \text{ cm}$ e $spessore = 0.20 \text{ mm}$

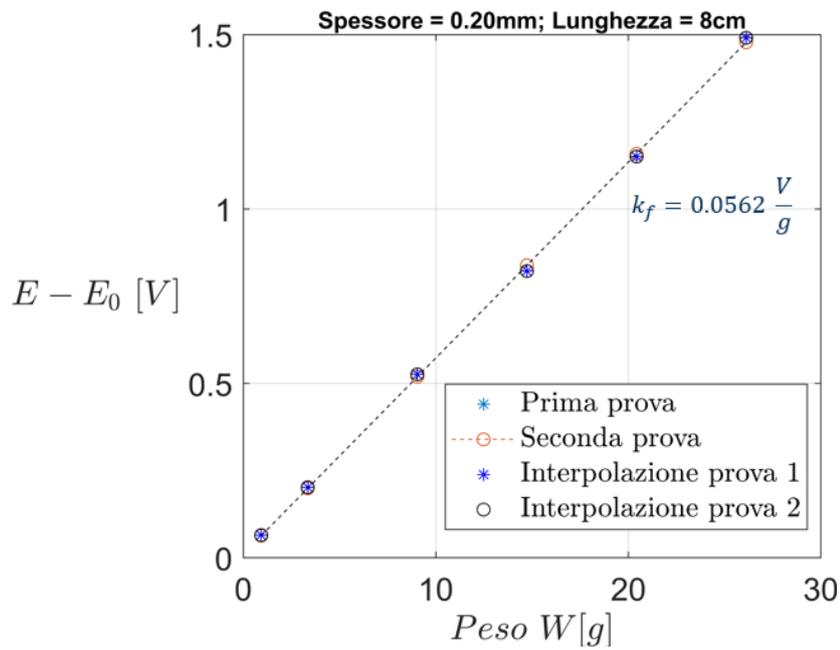


Figura 3.11: Curva di taratura ottenuta applicando forze note. Lamella di *lunghezza* = 8 cm e *spessore* = 0.20 mm

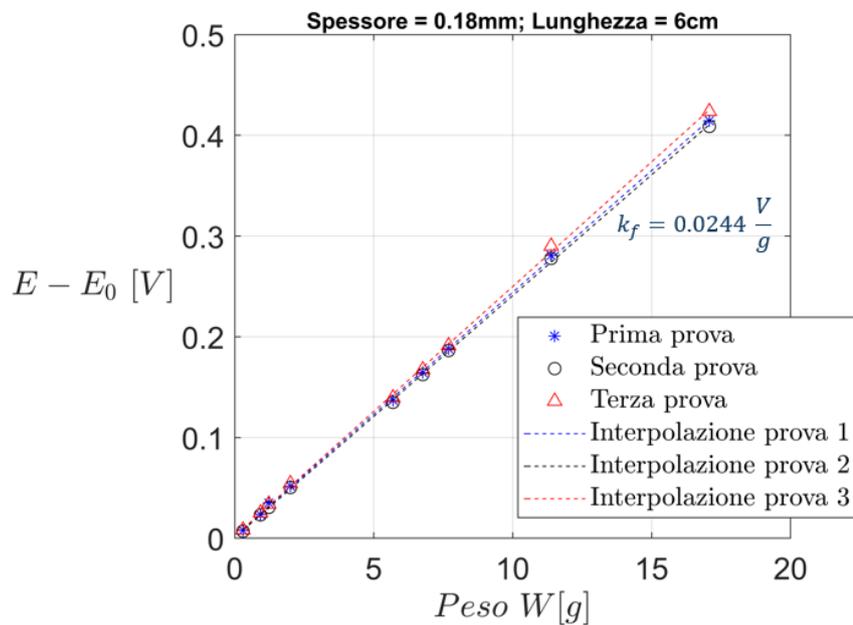


Figura 3.12: Curva di taratura ottenuta applicando forze note. Lamella di *lunghezza* = 6 cm e *spessore* = 0.18 mm

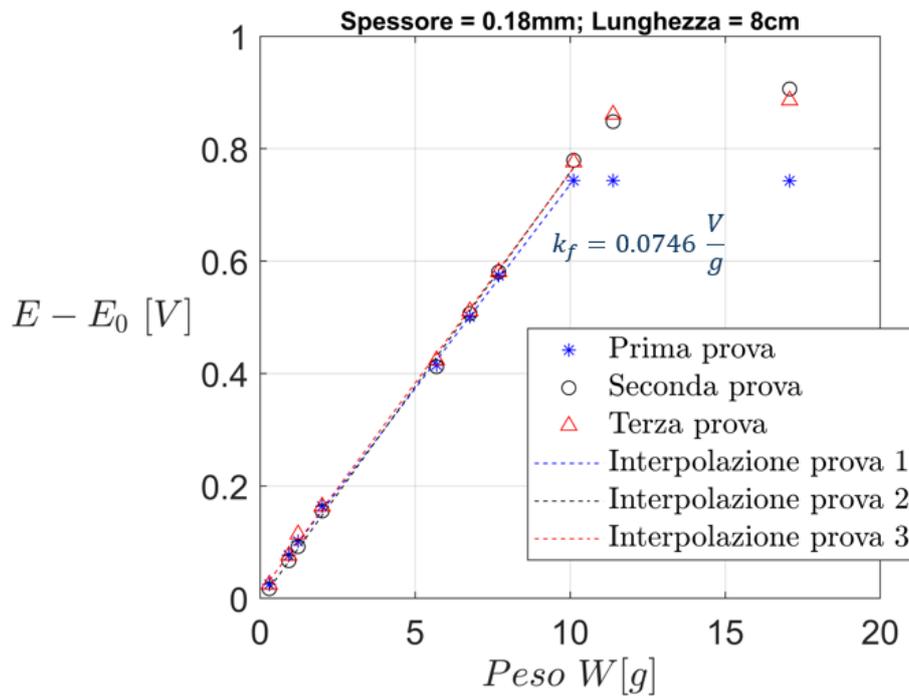


Figura 3.13: Curva di taratura ottenuta applicando forze note. Lamella di *lunghezza* = 8 cm e *spessore* = 0.18 mm

Il valore del peso W della rondella (in grammi) e il valore della corrispettiva *forza-peso* F differiscono solamente per un fattore 9.81 (valore dell'accelerazione di gravità).

Interpolando i dati sperimentali ottenuti dalle due diverse tipologie di calibrazione si ottengono delle rette del tipo

$$(E - E_0) = k_x \cdot \delta \quad (3.4)$$

$$(E - E_0) = k_f \cdot W \text{ oppure } (E - E_0) = k'_f \cdot F \quad (3.5)$$

Quindi, invertendo

$$(E - E_0) \cdot k'_x = \delta \quad (3.6)$$

$$(E - E_0) \cdot k'_f = F \quad (3.7)$$

La costante $k'_x = 1/k_x = 1.3414 \frac{mm}{V}$ è univoca mentre la costante $k'_f = 1/k_f$ dipende dalla configurazione della lamella scelta, se consideriamo una lamella di *lunghezza* = 8 cm e

spessore = 0.20 mm si ottiene $k'_f = 17.7936 \frac{g}{V} = 0.1746 \frac{N}{V}$.

Unendo le equazioni 3.6 e 3.7 si ottiene

$$F = k \cdot \delta \quad (3.8)$$

Dalla teoria dell'elasticità, $k = k'_f/k'_x = k_x/k_f = 0.1302 \frac{N}{mm} = 130.2 \frac{N}{m}$ risulta essere la costante di rigidezza del sistema.

Confrontando tale valore di rigidezza con il corrispettivo valore ottenuto dal modello teorico (vedi Figura 3.14) emerge chiaramente come il modello sottostima la costante di rigidezza di circa un ordine di grandezza. Questo divario è probabilmente attribuibile a un'approssimazione iniziale inaccurata del supporto per il sensore LVDT, modellato come una struttura di tipo telaio.

Vista l'inaffidabilità del modello teorico si è proseguita l'attività di tesi tarando al banco il sensore LVDT con diverse configurazioni di spessore e lunghezza delle lamelle. In particolare, sono state utilizzate due diverse lunghezze, $l = (6, 8) \text{ cm}$ e quattro diversi spessori, $s = (0.10, 0.13, 0.15, 0.18) \text{ mm}$.

Analizzando le diverse curve di taratura in Figura 3.15 si è scelta, per avere un'adeguata sensibilità del sensore, la seguente configurazione della lamella: *lunghezza* $l = 8 \text{ cm}$ e *spessore* $s = 0.15 \text{ mm}$.

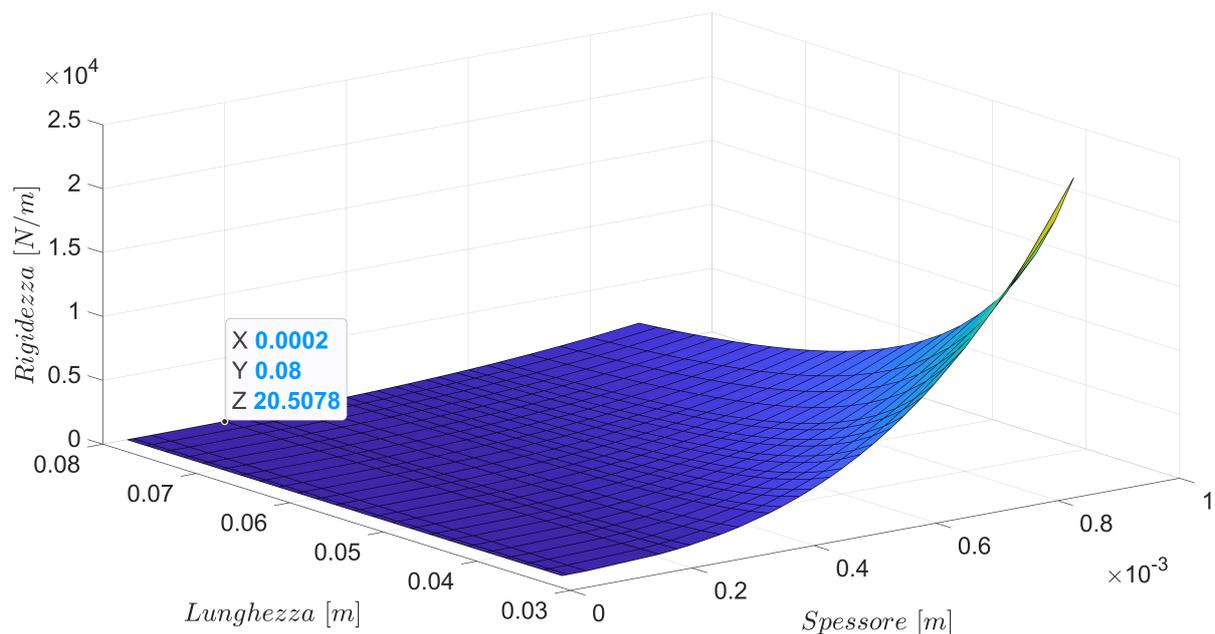


Figura 3.14: Valore della costante di rigidezza secondo il modello teorico per lamella di *lunghezza* $l = 8 \text{ cm}$ e *spessore* $s = 0.20 \text{ mm}$

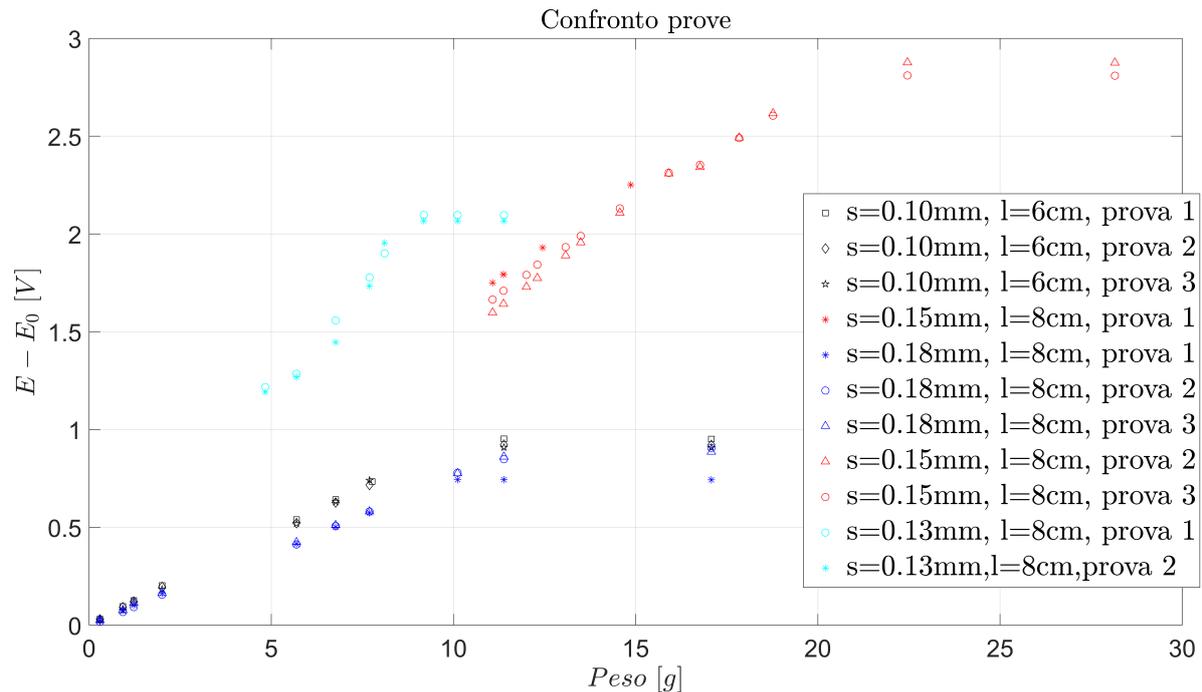


Figura 3.15: Confronto curve di taratura (con forze note) per diverse configurazioni delle lamelle

3.4 Sistema di misura della resistenza su una lamina piana

Il progetto del sistema per la misurazione della resistenza aerodinamica su una lamina piana prevede l'utilizzo di due sensori LVDT, ciascuno dei quali è sottoposto a metà della forza totale. Questa configurazione consente di aumentare la scala massima delle misurazioni di forza, a discapito di una diminuzione dell'accuratezza della misura, poiché l'uso di due sensori comporta un raddoppio dell'errore commesso.

L'idea di base prevede di realizzare un foro di forma rettangolare all'interno di un pianetto fisso situato in camera di prova, con dimensioni leggermente superiori a quelle di una lamina in plexiglas, in modo che questa possa fluttare liberamente sotto l'azione della forza di resistenza aerodinamica.

Visto come è stato realizzato il supporto per il sensore LVDT (vedi Figura 3.2), bisogna rispettare un vincolo strutturale molto importante. Infatti, le due lamelle devono lavorare a trazione per evitare forme di instabilità di buckling.

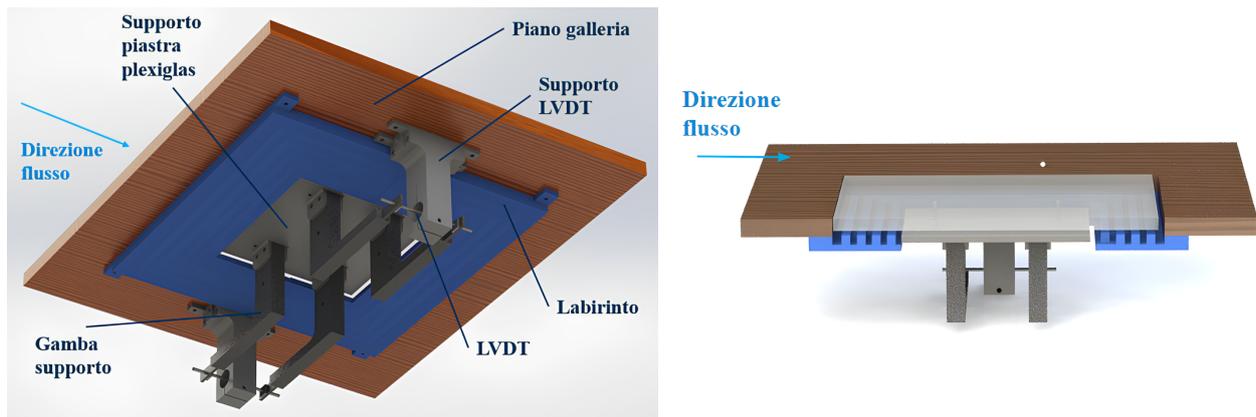
Altro punto cruciale è legato al fatto che la lamina flottante e la parte fissa devono essere perfettamente allineate sia lungo l'asse longitudinale sia lungo la direzione verticale. Non devono verificarsi step negativi, in cui la lamina flottante risulti più bassa rispetto alla parte fissa, né step positivi, in cui la lamina risulti più alta.

In entrambi i casi si verificherebbero degli errori nella misura. Se la lamina flottante

presentasse uno step positivo, quando viene colpita da una parte del flusso proveniente da monte si otterrebbe una sovrastima della misura. Al contrario, la presenza di uno step negativo causerebbe la formazione di piccole zone di ricircolo lungo l'interfaccia tra parte flottante e lamina fissa, dirette in senso opposto al flusso. Questi vortici "scaricano" resistenza, risultando in una sottostima della misura.

3.4.1 Design primo prototipo

Il primo design sviluppato per il sistema di misura è il seguente



(a) Panoramica complessiva del sistema di misura

(b) Sezione frontale

Figura 3.16: CAD del primo prototipo testato del sistema di misura della resistenza su una lamina piana in galleria del vento

Nella Figura 3.16b è evidenziata la presenza di una guarnizione a labirinto, un elemento essenziale quando si opera con componenti flottanti. Questo componente previene il trafileamento d'aria creando un percorso più tortuoso per il flusso, il che comporta un incremento delle perdite di carico.

I vari componenti di questo sistema sono stati poi realizzati in PLA mediante la tecnica di stampa 3D e durante il montaggio si sono riscontrate diverse criticità.

CRITICITÀ

Allineamento concentrico del nucleo ferromagnetico del sensore
 Allineamento orizzontale lamina flottante (la lamina presenta un angolo di beccheggio)

Tabella 3.1: Problematiche primo prototipo

La prima problematica, dovuta a un difficoltoso allineamento dell'asse del cilindretto mobile con l'asse del cilindro fisso del sensore, comporta il bloccaggio del movimento della

parte flottante. La seconda, invece, porta alla nascita di step che introducono errori nella misura. Queste criticità sono causate dalla presenza di un momento flettente, generato dall'azione della forza peso, dovuto alla presenza di un braccio tra l'asse del sensore LVDT e i punti di aggancio tra il "supporto lamina" e le "gambe del supporto" (vedi Figura 3.16a), attraverso cui vengono trasmessi i carichi verticali.

3.4.2 Design secondo prototipo

Per risolvere le criticità del punto precedente sono state modificate le gambe del supporto in modo da eliminare la nascita del momento flettente.

Anche per questo secondo design è stata effettuata una progettazione preliminare su SOLIDWORKS®

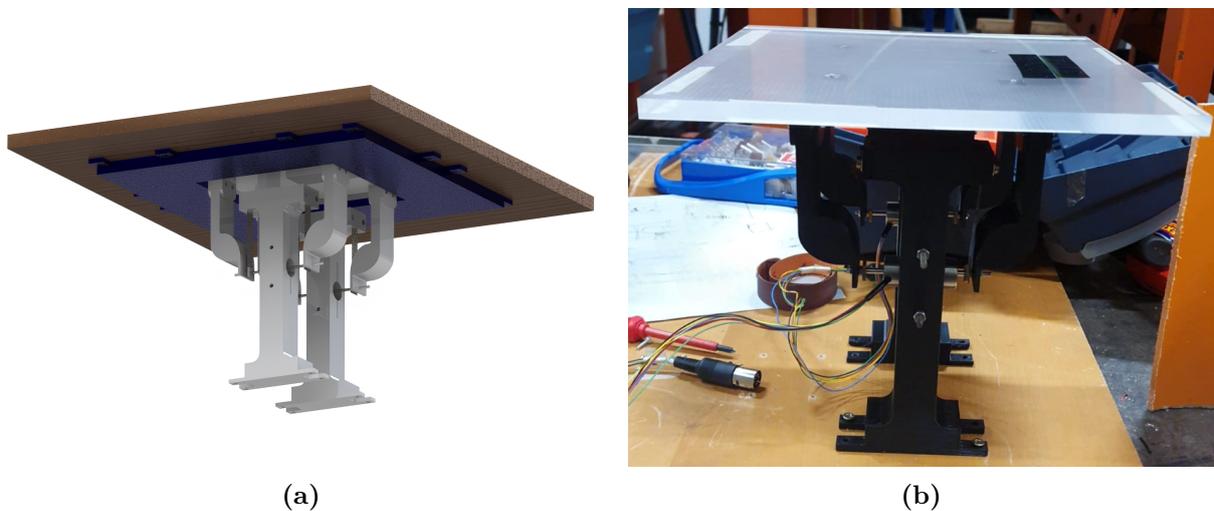


Figura 3.17: (a) CAD del secondo prototipo del sistema di misura; (b) Sistema di misura realizzato in PLA e assemblato

In seguito, i vari componenti sono stati realizzati in PLA mediante la tecnica di stampa 3D e assemblati (vedi Figura 3.17b).

Questa nuova configurazione consente di risolvere entrambe le criticità precedentemente descritte. In particolare, l'annullamento del momento flettente permette una migliore concentricità tra l'asse del nucleo del sensore e l'asse del cilindro fisso.

3.4.3 Taratura sistema di misura

Verificato il corretto funzionamento, il passo successivo riguarda la calibrazione dell'intero sistema, che non risponde esattamente come il singolo sensore LVDT.

La calibrazione è stata effettuata al banco applicando sia spostamenti noti che forze note.

Calibrazione con spostamenti noti

La taratura con spostamenti noti è stata effettuata utilizzando un movimentatore lineare THORLABS® con precisione del decimo di millimetro (vedi Figura 3.28a).

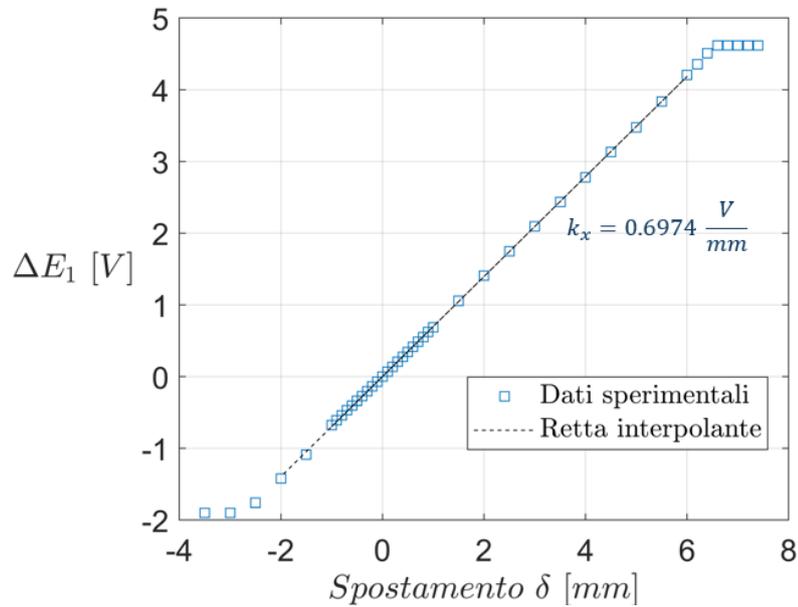


Figura 3.18: Curva di calibrazione *Tensione – Spostamento* del sensore LVDT numero 1

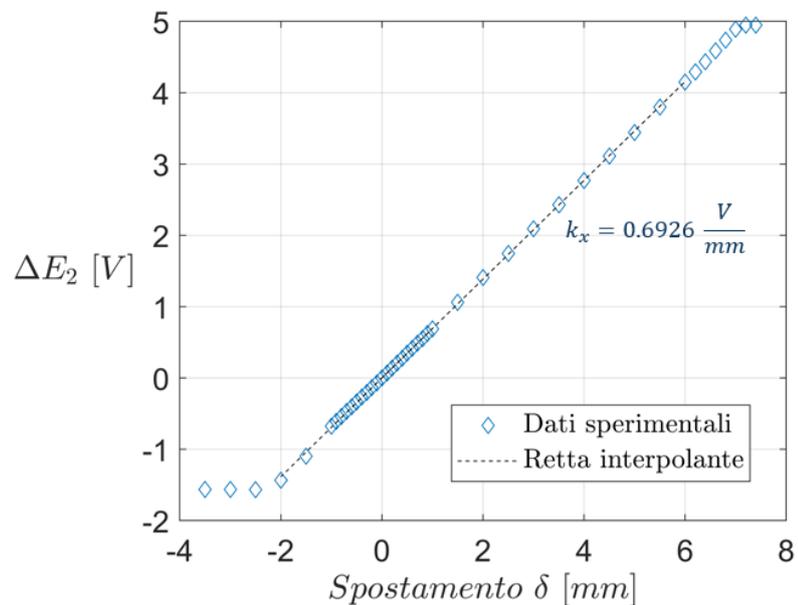


Figura 3.19: Curva di calibrazione *Tensione – Spostamento* del sensore LVDT numero 2

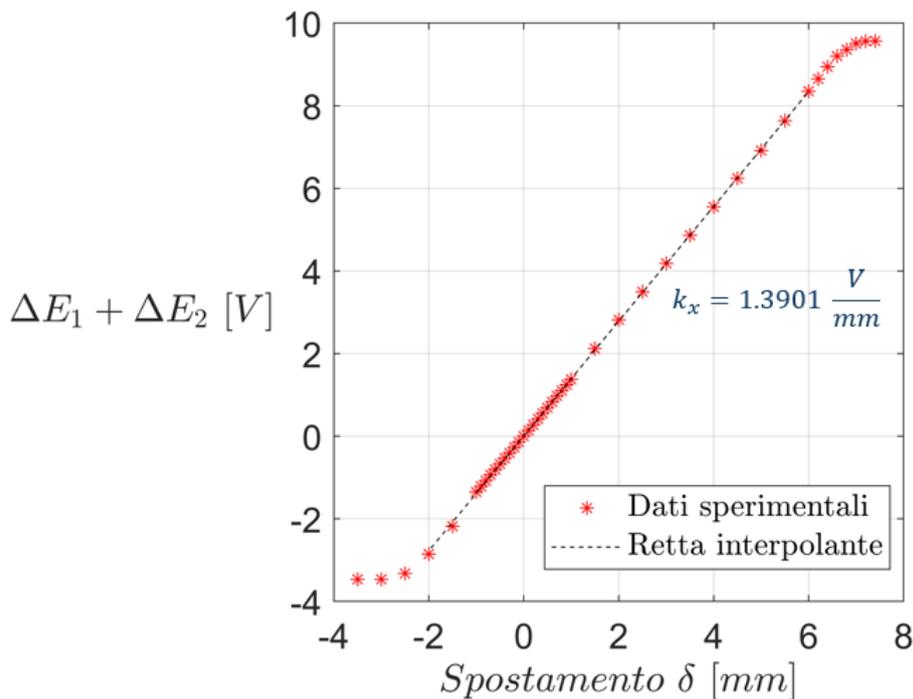


Figura 3.20: Curva di calibrazione *Tensione – Spostamento* del sistema complessivo

La risposta del sistema complessivo è stata misurata come la somma delle singole risposte.

Confrontando le curve in Figura 3.18 e in Figura 3.19 con la curva in Figura 3.8 possiamo fare una serie di considerazioni:

- La risposta dei sensori LVDT è ancora lineare
- Il coefficiente delle rette interpolante è pressoché invariato nei 3 diversi casi
- Per i singoli sensori LVDT si ha un fondoscala in termini di differenza di tensione pari a $\sim 5 V$ misurabili in un range di $[-1; 4] V$. L'asimmetria nei valori è dovuta ad un piccolo decentraggio del nucleo ferromagnetico rispetto al cilindro fisso, in condizioni di riposo. Questo valore è concorde con la taratura fatta in precedenza
- Per i singoli sensori LVDT si ha un fondoscala in termini di spostamento di $\sim 8 mm$ in un range misurabile di $[-2; 6] mm$. L'asimmetria del range è dovuta al decentraggio del nucleo ferromagnetico

L'impiego di due sensori LVDT presenta un significativo vantaggio, in quanto permette di raddoppiare il fondoscala degli spostamenti dei singoli sensori senza alterare il fondoscala delle tensioni. Questo è reso possibile dalla distribuzione equa della forza agente sulla lamina tra i due sensori. Tuttavia, lo svantaggio intrinseco di questa configurazione è una

riduzione inevitabile dell'accuratezza complessiva della misura.

Analizzando, invece, la curva di taratura del sistema complessivo in Figura 3.20 possiamo notare che

- La risposta del sistema complessivo è lineare
- Il coefficiente delle rette interpolante è circa il doppio rispetto ai sensori singoli questo è dovuto alla scelta di considerare la risposta dell'insieme come la somma delle risposte dei singoli LVDT
- Il fondoscala degli spostamenti e delle tensioni del sistema coincide con quello dei singoli sensori.

Anche per il caso di sistema completo, il coefficiente angolare della retta interpolante i dati di taratura con spostamenti noti, $k_x \approx 1.39 \frac{N}{mm}$, è indipendente dalla configurazione di lamelle scelte.

Calibrazione con forze note

In seguito, è stata fatta la calibrazione del sistema applicando dei pesi noti (rondelle e viti dal peso noto) in modo valutare sia la risposta dell'apparato di misura sia costante che ci permetta di passare in modo immediato dallo spostamento alla forza applicata.

Il setup prevede, come in precedenza, delle rondelle calibrate, una carrucola e del filo di nylon.

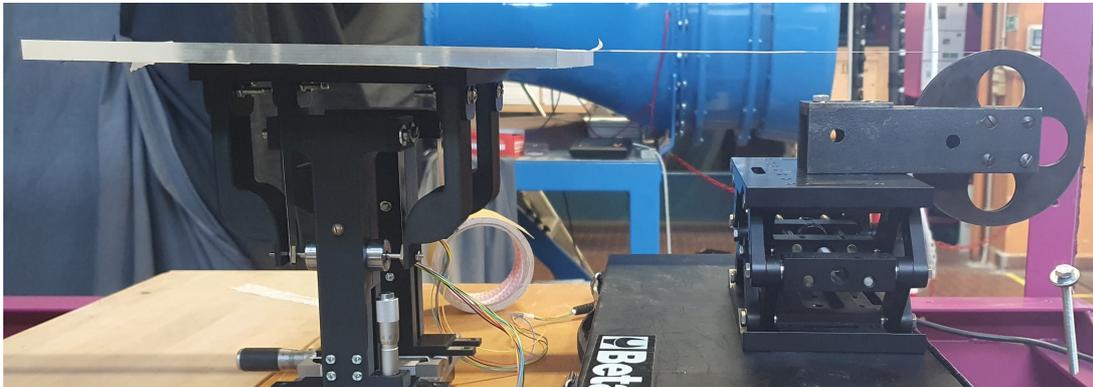


Figura 3.21: Vista frontale del setup per la calibrazione del sistema di misura con pesi noti

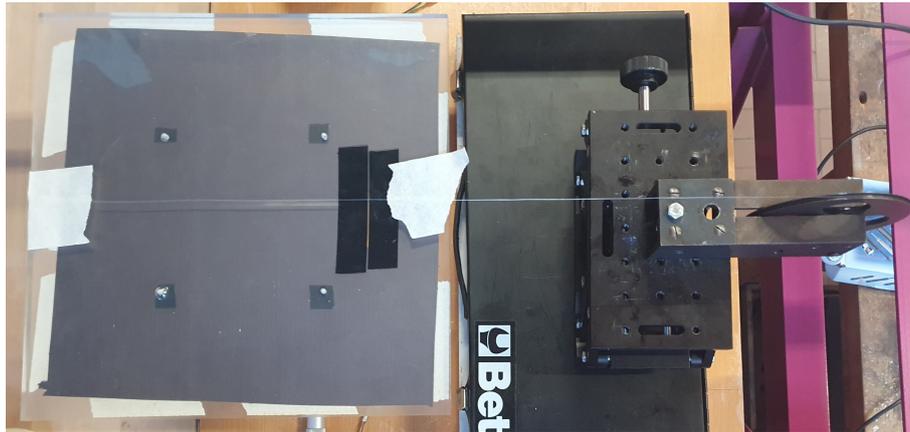


Figura 3.22: Vista dall'alto del setup per la calibrazione del sistema di misura con pesi noti

Processando i dati acquisiti tramite MATLAB[®] si ottiene la seguente curva di taratura

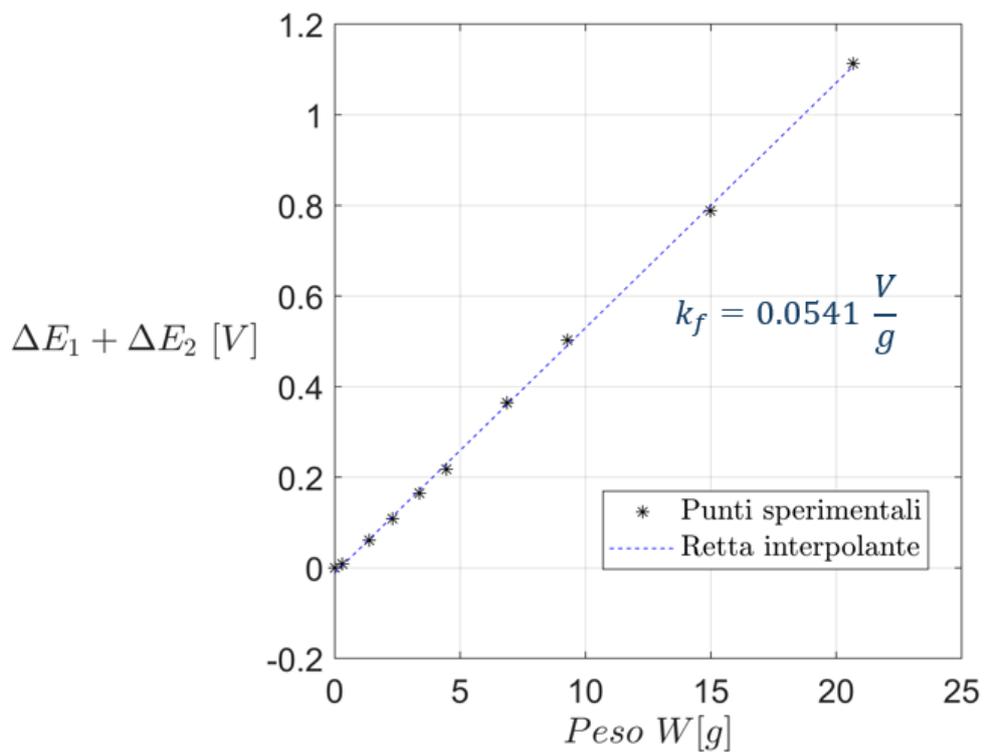


Figura 3.23: Curva di calibrazione *Tensione* – *Peso* del sistema sotto l'azione di pesi noti

Al contrario del caso precedente, curva di calibrazione *Tensione* – *Spostamento*, la costante k_f dipende dalla configurazione *lunghezza* - *spessore* delle lamelle scelte. Avendo

optato per una ben precisa configurazione anche questa costante risulta essere univoca.

Come visto in precedenza, la costante che permette di convertire lo spostamento in forza applicata è data da $k = k_x/k_f$.

Il modulo di acquisizione dati (DAQ) consente di acquisire il segnale in tensione in uscita dal sensore; pertanto, per calcolare la forza che agisce sul sistema (obiettivo finale), non è necessario passare dal calcolo dello spostamento, ma si può utilizzare direttamente la retta di taratura mostrata in 3.23.

In particolar modo, avendo interpolato i dati di calibrazione, possiamo usare la costante $k'_f = 1/k_f = 18.48 \text{ g/V}$. Acquisita la risposta del sensore è sufficiente moltiplicare per k'_f per ottenere la forza, in grammi, che agisce sul sistema.

Nel caso si voglia valutare la forza di resistenza in Newton la costante moltiplicativa diventa:

$$k'_N = 18.48 \cdot \frac{0.001 \text{ Kg}}{\text{V}} = 0.01848 \cdot \frac{9.81 \text{ N}}{\text{V}} = 0.1813 \frac{\text{N}}{\text{V}}.$$

3.5 Setup sperimentale in galleria del vento

3.5.1 Galleria del vento "Ferrari"

La galleria del vento usata per il progetto di tesi è stata la galleria "Ferrari" del laboratorio *Modesto Panetti* del Politecnico di Torino.



Figura 3.24: Galleria del vento "Ferrari" del Politecnico di Torino

È una galleria del vento aspirata a circuito aperto costituita da:

- Un convergente iniziale lungo 1.14 m con un rapporto di contrazione pari a $3,5 : 1$. Diametro di ingresso di 0.75 m e diametro di uscita del flusso pari a 0.45 m . Lo scopo è di accelerare il flusso, inoltre all'ingresso è presente una rete metallica per allineare il flusso lungo l'asse longitudinale della galleria e smorzare l'intensità turbolenta del flusso

- Test section di forma cubica con lunghezza di 0.9 m . La peculiarità di galleria è che il flusso in camera di prova è un getto quindi c'è una zona di cuore potenziale con flusso uniforme
- Divergente con rapporto di diffusione pari a $1 : 2.4$ che ha lo scopo di decelerare il flusso eiettato nell'ambiente circostante
- L'aspirazione avviene attraverso un fan a 7 pale situato a valle del divergente e azionato da un motore con potenza massima di 7.5 kW .

In camera di prova si raggiungono velocità massime di circa $25\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

3.5.2 Pianetto fisso e lamina flottante

È stato realizzato un pianetto in legno con bordo d'attacco semi-ellittico che potesse entrare nella test section della galleria del vento. Il pianetto è stato vincolato ad un'altezza di circa 45 cm in modo da essere in prossimità della mezzeria della sezione di uscita del getto. Inoltre, è stato anche realizzato il foro rettangolare per permettere il movimento della lamina piana collegata al sistema di misura della resistenza con i sensori LVDT.

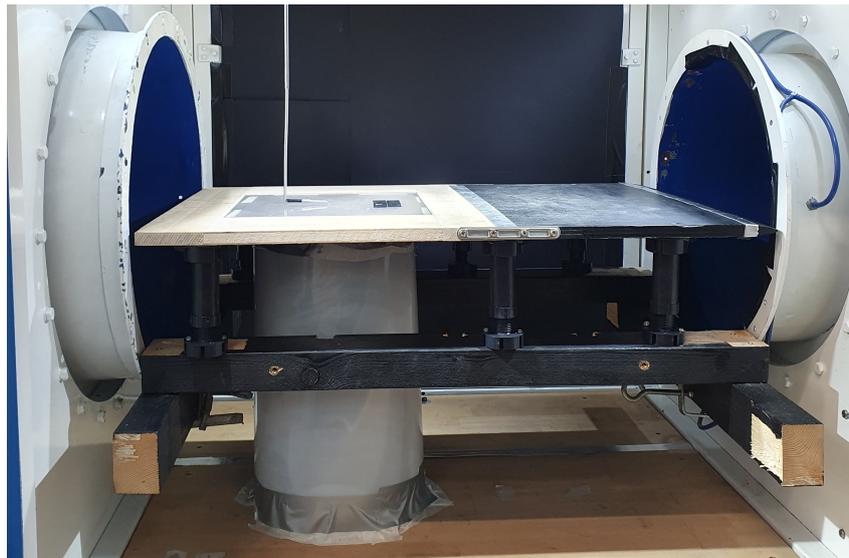


Figura 3.25: Pianetto in legno vincolato con lamina flottante e sistema di misura

Nella Figura 3.25 il sistema di misura è stato carenato con un foglio bianco di polietilene in modo da evitare che il flusso possa falsare le misure muovendo il nucleo ferromagnetico del sensore LVDT.

Considerando il sistema di riferimento in Figura 3.27, la lamina flottante, realizzata in plexiglas, è stata allineata rispetto al foro con dei movimentatori lineari THORLABS® (vedi

Figura 3.28a) lungo gli assi x e y e con un Lab Jack, sempre dell'azienda THORLABS® (vedi Figura 3.28b), lungo la direzione z .

L'allineamento così effettuato permette sia di avere la lamina allineata con la direzione del flusso sia di ridurre al minimo eventuali step con il pianetto fisso.

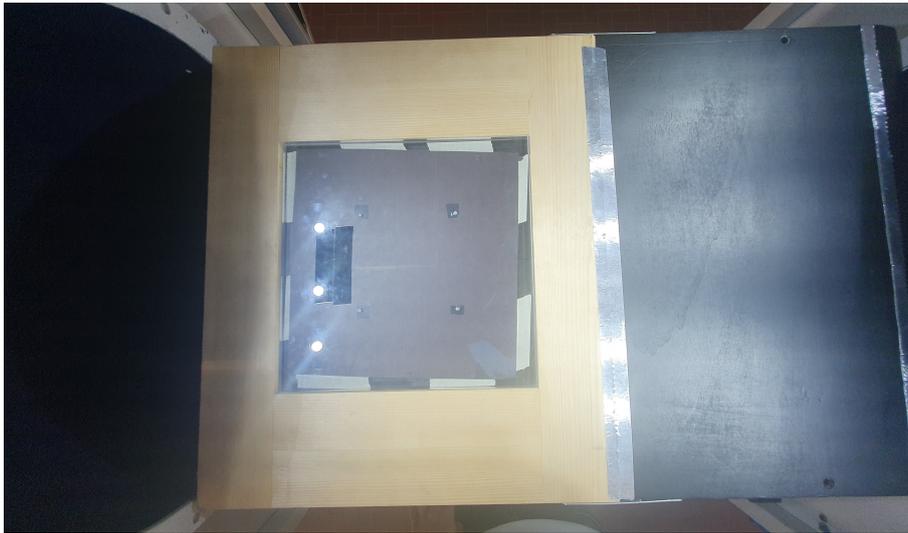


Figura 3.26: Vista dall'alto del pianetto in legno con lamina flottante

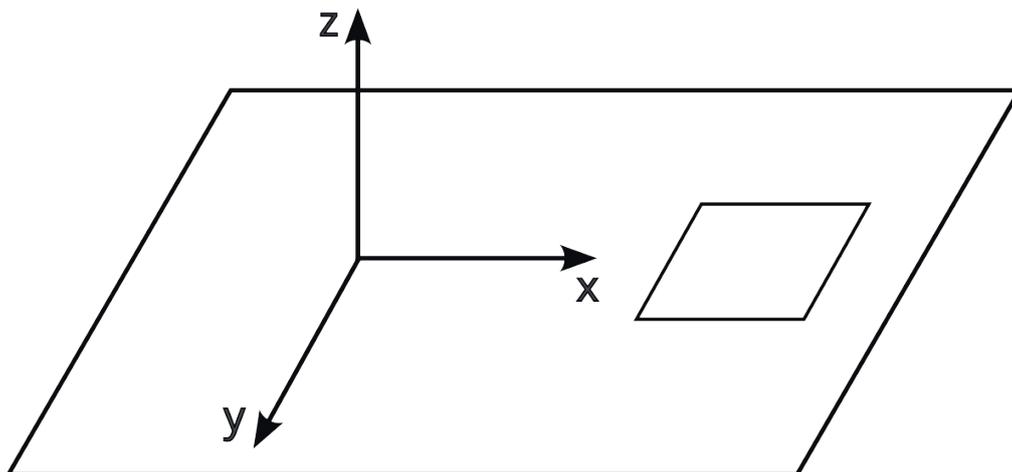


Figura 3.27: Schematizzazione lamina con sistema di riferimento



Figura 3.28: (a) Movimentatore lineare THORLABS®. (b) Lab Jack THORLABS®

Generalmente per calcolare la velocità del flusso in galleria del vento si usa un tubo di Pitot collegato ad un trasduttore di pressione. In questo caso è stata fatta una correlazione tra la caduta di pressione nel convergente, valutata come differenza di pressione tra l'inlet e l'outlet, e la velocità V esterna lo strato limite in corrispondenza del centro della lamina in modo da eliminare il Pitot dalla catena di misura in quanto è una fonte di disturbo per il flusso.

I dati acquisiti sono riportati in Figura 3.29.

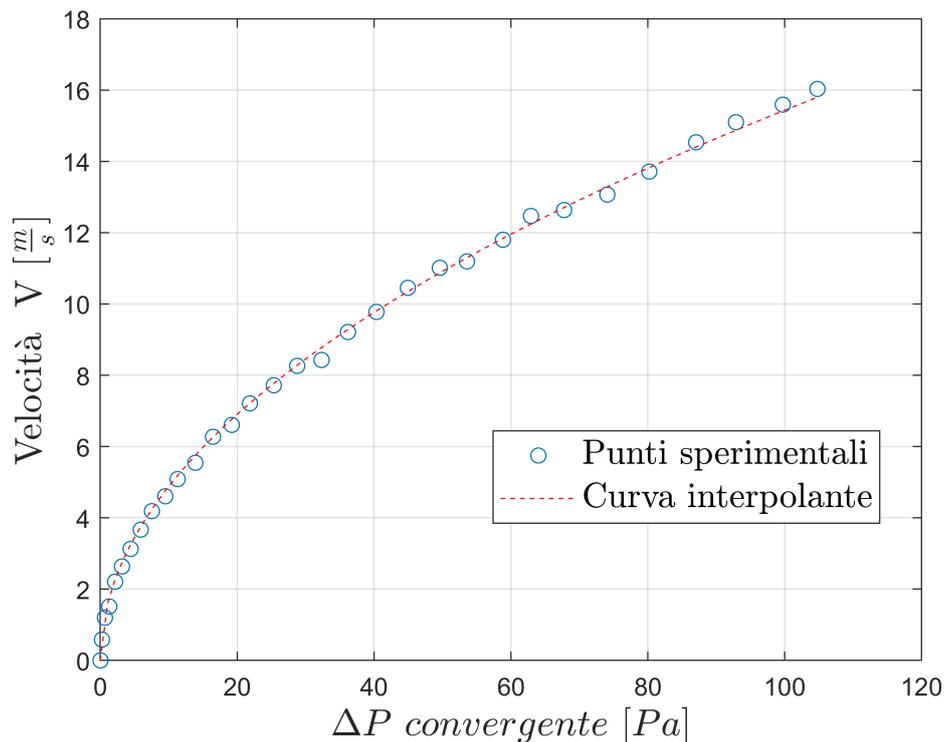


Figura 3.29: Curva di correlazione ΔP del convergente con la velocità V esterna al centro lamina

Interpolando, questa correlazione può essere espressa come

$$V = 1.543 \cdot \sqrt{\Delta P_{conv}} \quad (3.9)$$

Infine, essendo il controllo sulla velocità del flusso in camera di prova effettuato modificando il numero di giri del fan a valle, è stata ottenuta anche una correlazione tra il numero di giri, RPM , e la velocità del flusso esterno sempre in corrispondenza del centro lamina.

I dati acquisiti sono riportati in Figura 3.29

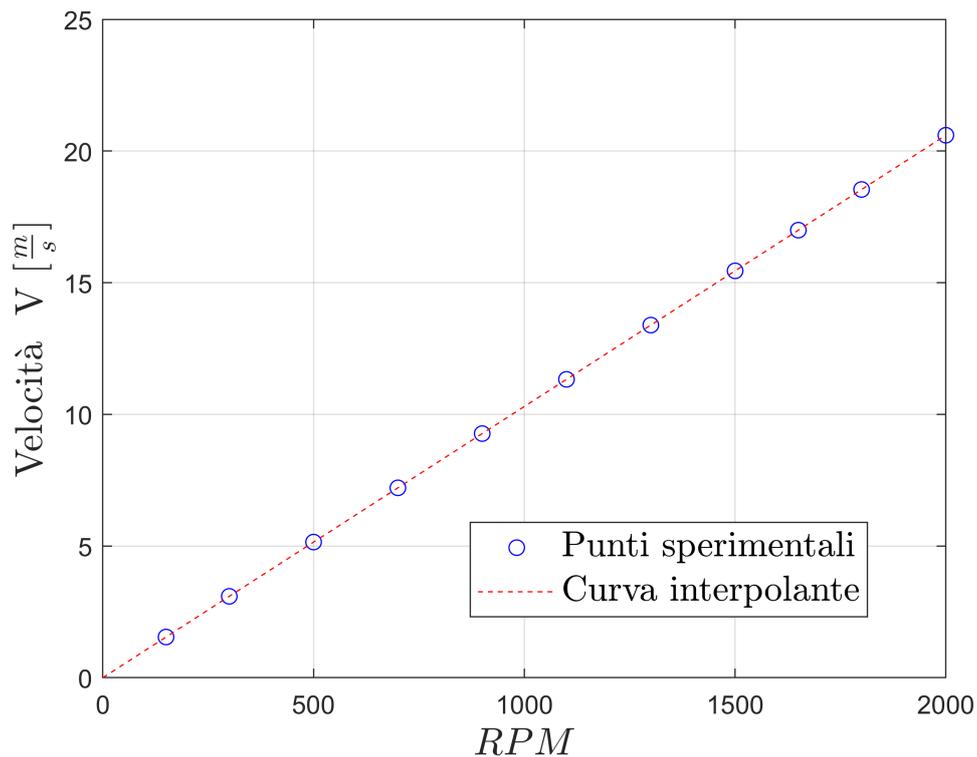


Figura 3.30: Curva di correlazione RPM del fan con la velocità esterna sul centro lamina

Interpolando, questa correlazione può essere espressa attraverso la seguente relazione lineare

$$V \approx 0.0103 \cdot RPM \quad (3.10)$$

3.6 Forza di resistenza aerodinamica

Il sistema basato sugli LVDT è stato progettato per la misura della resistenza aerodinamica totale che agisce su una lamina piana, che è dovuta esclusivamente all'integrazione degli

sforzi di attrito a parete τ_w che agiscono su ogni punto della superficie esposta al flusso. Non c'è componente di resistenza di pressione.

La forza di resistenza aerodinamica può essere espressa come:

$$D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D \quad (3.11)$$

Dove:

- ρ è la densità dell'aria
- V è la velocità del flusso
- S è la superficie esposta al flusso
- C_D è il coefficiente di resistenza

Capitolo 4

Acquisizione e elaborazione dati su lamina piana

In questo capitolo, vengono eseguite misurazioni della velocità all'interno dello strato limite utilizzando la tecnica dell'anemometria a filo caldo (*hot-wire anemometry*), al fine di applicare il metodo di Clauser per il calcolo del coefficiente di attrito C_f . Data la natura locale del C_f , vengono acquisiti molteplici profili di velocità lungo la direzione streamwise della lamina flottante. Questo approccio consente di integrare i dati raccolti per determinare il valore globale della resistenza d'attrito che agisce sulla lamina. I risultati ottenuti vengono successivamente confrontati con le misure di resistenza globale rilevate mediante sensori LVDT, al fine di validare l'apparato di misura.

In prospettiva futura, tale sistema per la misura della resistenza sulla lamina sarà utilizzato in combinazione con le *riblets*, dispositivi di controllo dello strato limite composti da scanalature micrometriche progettate per allontanare le strutture turbolente da parete al fine di ridurre la resistenza complessiva. Pertanto, è necessario che il sistema sia validato per eseguire misure in condizioni di regime turbolento.

A causa delle dimensioni limitate della test section della galleria "Ferrari", non sufficienti a sviluppare completamente lo strato limite, è stato necessario forzare la transizione al regime turbolento. Questo è stato ottenuto mediante l'installazione di un trip device posizionato subito a valle del bordo di attacco semi-ellittico del pianetto fisso (vedi Figura 4.1).

4.1 Acquisizione profili di velocità

Considerando i vari accorgimenti utilizzati per ottenere la transizione si è valutata la canonicità dello strato limite sulla lamina piana attraverso l'acquisizione di profili di velocità mediante la tecnica dell'anemometria a filo caldo (*hot-wire*).



Figura 4.1: Trip di transizione per lo strato limite

4.1.1 Anemometria a filo caldo

È una tecnica molto utilizzata in fluidodinamica in quanto possiede un'elevata frequenza temporale ossia riesce a catturare anche le più rapide fluttuazioni turbolente. Infatti, questa tecnica di misura permette di campionare fino a 50 kHz quindi, per il teorema di Nyquist, si possono risolvere frequenze fino a 25 kHz .

Il principio fisico di funzionamento si basa sullo scambio termico che si verifica tra un filo di diametro estremamente ridotto, nell'ordine di pochi micrometri, attraversato da una corrente elettrica, e quindi riscaldato per effetto Joule, e il flusso d'aria incidente su di esso. Il trasferimento di calore avviene principalmente per convezione forzata, poiché sia la convezione naturale sia l'irraggiamento risultano trascurabili.

Considerando un filo di lunghezza l e diametro d , mantenuto a una temperatura T_w e raffreddato da un flusso d'aria a temperatura T_f , il calore q ceduto dal filo nell'unità di tempo può essere espresso nel seguente modo:

$$q = hA(T_w - T_f) = h(\pi dl)(T_w - T_f) \quad (4.1)$$

Dove

- h è il coefficiente di scambio termico per convezione forzata
- A è l'area del filo a contatto con il flusso d'aria
- T_w è la temperatura del filo
- T_f è la temperatura del flusso d'aria

Quindi lo scambio termico dipende dal salto di temperatura ($T_w - T_f$) tra il filo e il flusso. Per raggiungere le elevate frequenze di campionamento sopracitate si lavora mantenendo il

filo ad una temperatura costante. Quindi, essendo $T_w = cost$ lo scambio termico è funzione dalla temperatura del flusso T_f che dipende dalle condizioni ambientali. Di conseguenza, è necessario effettuare una taratura della sonda a filo caldo in situ ogniqualvolta si effettuano delle nuove misure.

La calibrazione della sonda è necessaria per correlare la risposta in tensione della sonda con la velocità V del flusso che investe la sonda stessa. Quindi, la taratura si effettua tramite il contemporaneo uso di hot-wire e di un tubo di Pitot che ci fornisce il valore di velocità del flusso.

La risposta della sonda è stata considerata come la differenza di tensione rispetto al valore di offset, a galleria spenta in cui lo scambio termico è dovuto alla sola convezione naturale. Inoltre, i dati di calibrazione sono stati interpolati con l'uso di un polinomio di quarto grado (vedi Figura 4.2).

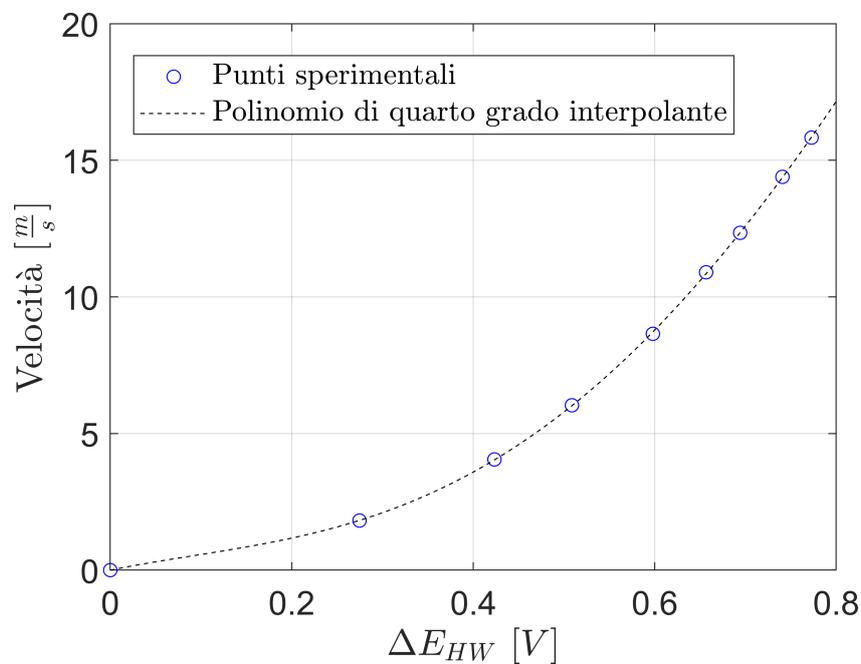


Figura 4.2: Esempio di polinomio di quarto grado interpolante i dati sperimentali di taratura della sonda hot-wire

4.1.2 Profili di velocità

Sono stati acquisiti quattro diversi profili di velocità a varie posizioni x lungo l'asse longitudinale del pianetto fisso posto nella galleria del vento.

Considerando il bordo d'attacco semi-ellittico come posizione a $x = 0$, i punti di misura sono riepilogati nella Tabella 4.1 e illustrati in Figura 4.3.

PUNTO	COORDINATA x [m]	POSIZIONE
A	$x_A = 0.385$	A monte dell'interfaccia tra il pianetto e la piastra flottante
B	$x_B = 0.396$	A valle dell'interfaccia tra il pianetto e la piastra flottante
C	$x_C = 0.457$	Quarto anteriore della piastra flottante
D	$x_D = 0.521$	Centro piastra flottante

Tabella 4.1: Tabella riepilogativa punti acquisizione profili di velocità

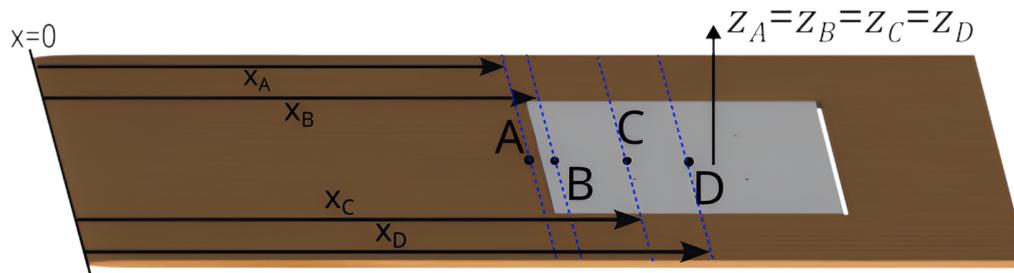
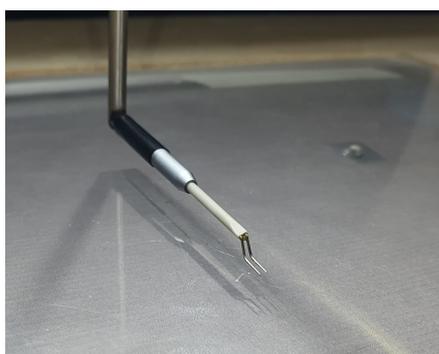


Figura 4.3: Punti di acquisizione profili di velocità

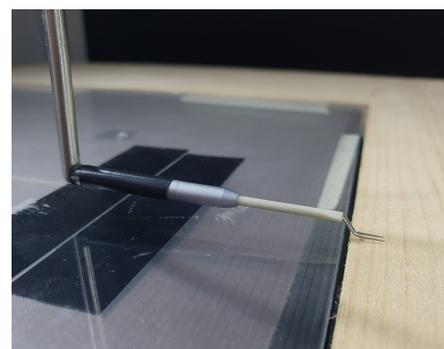
Inoltre, per ciascuna posizione x , le diverse prove sono state eseguite considerando tre differenti velocità del flusso, come riportato nella Tabella 4.2.

La sonda a filo caldo utilizzata per l'acquisizione dei profili di velocità è una sonda da strato limite modello *P15* della DANTEC®.

La particolare forma della sonda *P15* (vedi Figura 4.4) permette di valutare le velocità del flusso in zone molto prossime alla parete. Nonostante ciò, la minima distanza da parete a cui è possibile calcolare la velocità è pari almeno alla metà dello spessore della sonda stessa.



(a) Punto di misura *D*



(b) Punto di misura *A*

Figura 4.4: Dettaglio della sonda a filo caldo in due diversi punti di misura

RPM	VELOCITÀ (da equazione (3.10))
800	8.24 m/s
1000	10.30 m/s
1200	12.36 m/s

Tabella 4.2: Tabella riepilogativa valori RPM del fan e corrispettivi valori di velocità del flusso sulla lamina piana

La sonda hot-wire è collegata ad un sistema di *DAQ*, modello *NI-9215* della NATIONAL INSTRUMENT®. Ogniqualvolta si lavora con dei sistemi di acquisizione dati bisogna definire 3 parametri di campionamento: *frequenza di sampling*, *tempo di acquisizione* e *numero di dati da acquisire*. La frequenza di sampling è il numero di dati acquisiti al secondo quindi il numero di campioni acquisiti è pari a $frequenzadisampling \cdot tempodiacquisizione$ perciò definiti 2 parametri il terzo viene valutato in modo automatico.

I parametri scelti per campionare i dati di velocità sono i seguenti

FREQUENZA [kHz]	TEMPO [s]	NUMERO DATI
50	30	1500000

Tabella 4.3: Parametri acquisizione dati

Sia l'acquisizione che l'elaborazione dei dati è stata gestita tramite MATLAB®. I profili di velocità ottenuti sono riportati nelle FIGURE 4.5 e 4.6.

Da una prima analisi preliminare visiva della Figura 4.5 si può dire che la forma dei profili sia canonica. Infatti, c'è una prima zona vicino la parete caratterizzata da elevati gradienti di velocità (strato limite) e una seconda zona in cui la velocità del flusso è costante (fuori lo strato limite). Infatti, nel caso di lamina piana con gradiente di pressione dP_e/dx nullo la velocità esterno allo strato limite si mantiene costante su tutta la lunghezza e pari al valore della velocità della corrente di monte.

Questa affermazione è supportata anche dalle informazioni che possiamo rilevare da Figura 4.6. Infatti, adimensionalizzando i profili questi si compattano gli uni sugli altri, comportamento tipico dei profili canonici. I parametri di riferimento usati per l'adimensionalizzazione sono la velocità del flusso indisturbato, V_{inf} , e lo spessore di strato limite, δ , considerato come la posizione lungo l'asse z , rispetto alla lamina, dove la velocità è maggiore del 99% della velocità esterna lo strato limite.

È necessaria fare una precisazione sulle Figure 4.5 e 4.6, il punto $z = 0 \text{ mm}$ non corrisponde ad una misura effettuata a parete ma in una zona molto prossima, ci sono 2 diversi motivi: la difficoltà nel portare la sonda a contatto con la parete e lo spessore della sonda stessa che non permette a priori una misura a parete.

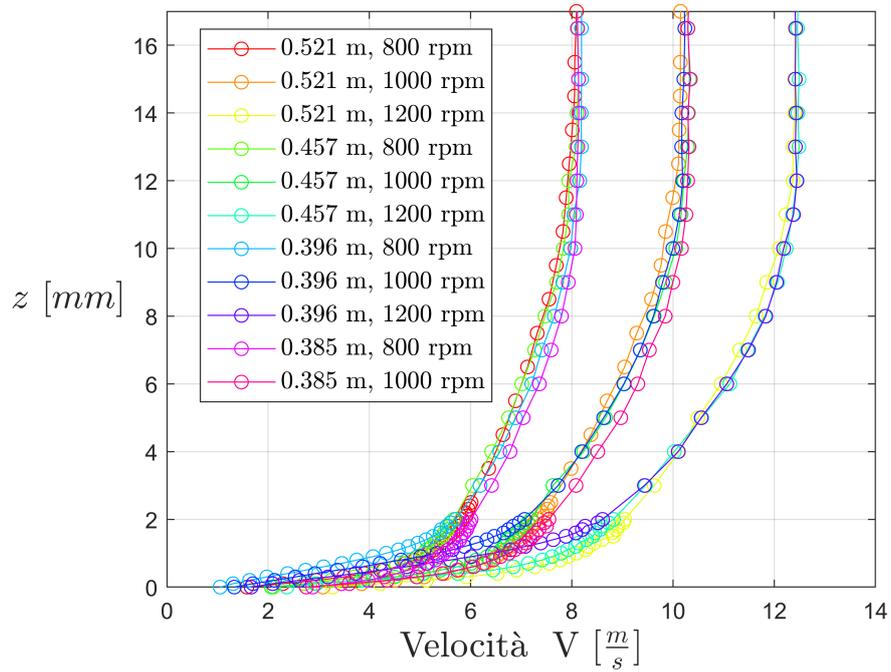


Figura 4.5: Profili di velocità dimensionali misurati nei punti A, B, C e D

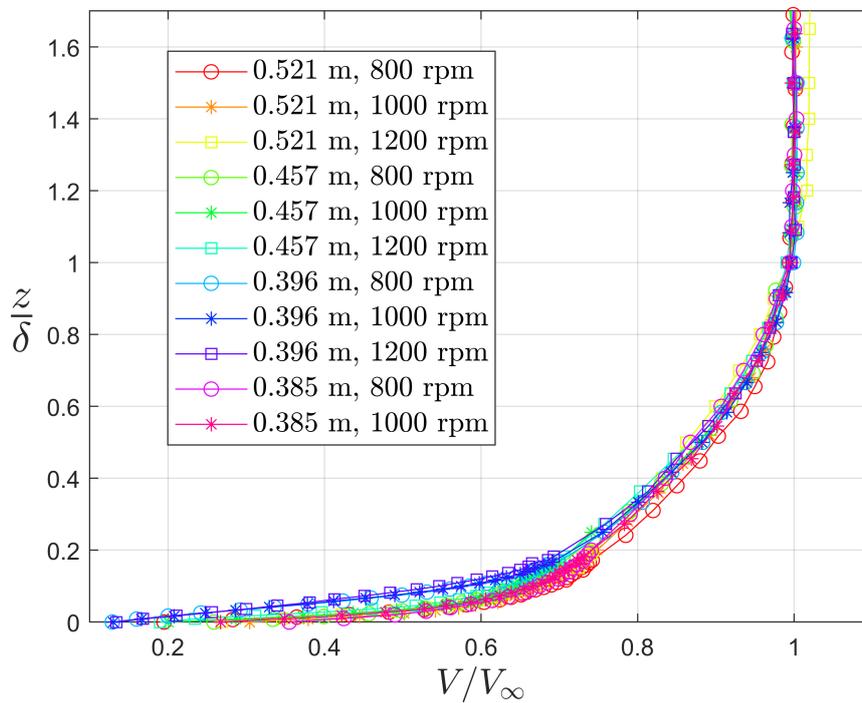


Figura 4.6: Profili di velocità adimensionali misurati nei punti A, B, C e D

Ovviamente, non è sufficiente la sola analisi visiva ma servono dati più concreti a supporto dalla tesi della canonicità dello strato limite. Perciò, sono stati calcolati i seguenti parametri: δ , δ^* , θ e H (vedi Tabella 4.4).

POSIZIONE [m]	RPM	δ [mm]	δ^* [mm]	θ [mm]	H	Re_x
0.521	800	14.5	2.1	1.5	1.3930	$2.7814 \cdot 10^5$
0.521	1000	12.5	1.9	1.4	1.3653	$3.4799 \cdot 10^5$
0.521	1200	10.0	1.6	1.2	1.3848	$4.1792 \cdot 10^5$
0.457	800	13.0	2.1	1.5	1.4045	$2.4484 \cdot 10^5$
0.457	1000	12.0	2.0	1.4	1.4337	$3.0995 \cdot 10^5$
0.457	1200	11.0	1.9	1.3	1.4618	$3.7599 \cdot 10^5$
0.396	800	12.0	2.1	1.3	1.5933	$2.1304 \cdot 10^5$
0.396	1000	12.0	2.1	1.3	1.6029	$2.6702 \cdot 10^5$
0.396	1200	11.0	2.1	1.3	1.6184	$3.2420 \cdot 10^5$
0.385	800	10.0	1.6	1.2	1.3560	$2.0589 \cdot 10^5$
0.385	1000	9.5	1.7	1.2	1.3907	$2.6187 \cdot 10^5$

Tabella 4.4: Tabella riepilogativa dei parametri fondamentali dello strato limite per ciascun profilo misurato

Analizzando i dati, in particolar modo il fattore di forma H si nota come per quasi tutti i profili $H \approx 1.3 \div 1.4$; valore che, dalla teoria, ci conferma la canonicità in campo turbolento di questi profili.

Infine, da [16] si ha per uno strato limite turbolento su lamina piana:

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0.376}{Re_x^{\frac{1}{5}}} \quad (4.2)$$

Perciò a pari coordinata x , all'aumentare del Re_x (quindi della velocità) si ha una diminuzione dello spessore dello strato limite δ . È possibile ritrovare anche questo andamento nei dati sperimentali in Tabella 4.4.

Ad esempio, consideriamo la posizione $x = 0.521$ m all'aumentare della velocità lo spessore δ diminuisce passando da 14.5 mm a 10.0 mm.

L'unica anomalia riguarda i valori del fattore di forma H (valori di circa 1.6) per i profili acquisiti alla coordinata $x = 0.396$. Si tratta del punto di misura B , che si trova in una posizione subito a monte del bordo di attacco della piastra flottante in plexiglas. Consideriamo un ingrandimento della Figura 4.5 nella zona in prossimità delle parete e prendiamo in esame solo i profili ottenuti per $RPM = 800$, il risultato è mostrato nella Figura 4.7.

Dalla Figura 4.7 (curva azzurra) si osserva come in tale punto ci sia una variazione rispetto alla forma canonica del profilo. Questo è dovuto, probabilmente, alla presenza di un piccolo

step negativo della piastra flottante nonostante la fase di allineamento iniziale. Infatti, il profilo di velocità nel punto A , $x = 0.385 \text{ m}$ (curva viola), situato a valle del bordo di attacco della lamina flottante, non mostra questa deviazione dalla forma canonica.

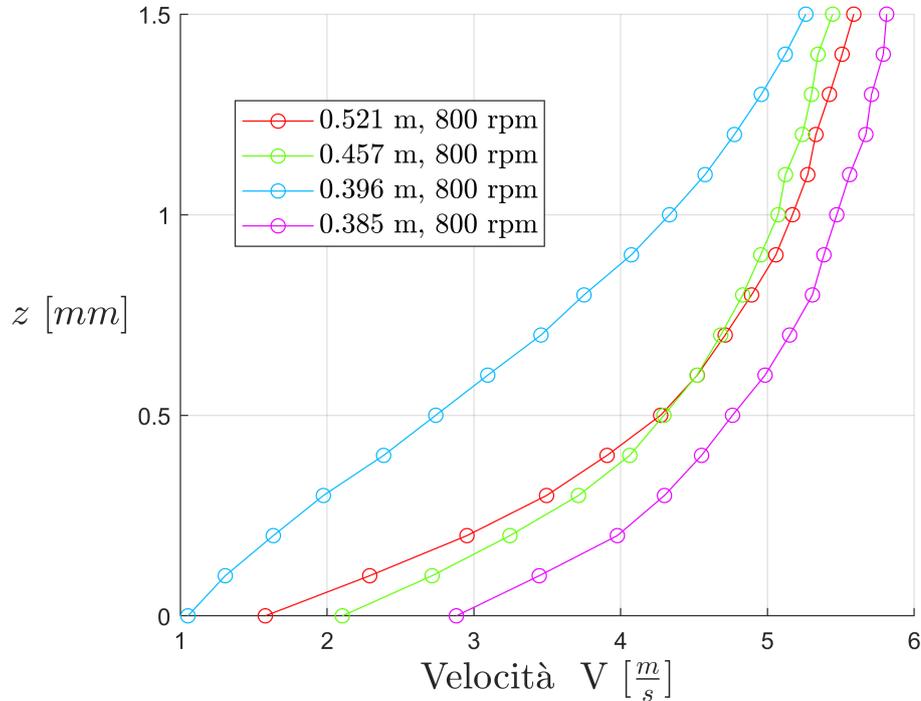


Figura 4.7: Dettaglio a parete della Figura 4.5

In seguito, si è valutato l'andamento dell'intensità turbolenta della componente longitudinale di velocità, u' , all'interno dello strato limite. L'intensità turbolenta si valuta come: u'_{rms}/V_∞ , dove V_∞ è la velocità indisturbata.

In figura 4.8 sono presentati i profili di intensità turbolenta. Un'analisi qualitativa preliminare suggerisce che i profili seguano la forma canonica (vedi Figura 2.3). Per verificare questa osservazione, l'andamento dell'intensità turbolenta è stato diagrammato in funzione della variabile di parete adimensionale $z^+ = zu_\tau/\nu$. Come mostrato in Figura 4.9, il picco di turbolenza si manifesta nel buffer layer, in accordo con i risultati riportati in letteratura (vedi Figura 2.3). I valori di friction velocity u_τ necessari per l'adimensionalizzazione della variabile z sono stati ottenuti mediante il metodo di Clauser (vedi Sezione 4.1.4).

Il tempo di acquisizione dei dati dalla sonda hot-wire (vedi Tabella 4.3) risulta essere sufficiente per garantire la convergenza dei dati, come illustrato nelle Figure 4.10 e 4.11 mediante la media cumulativa di due diverse misure prese come esempio.

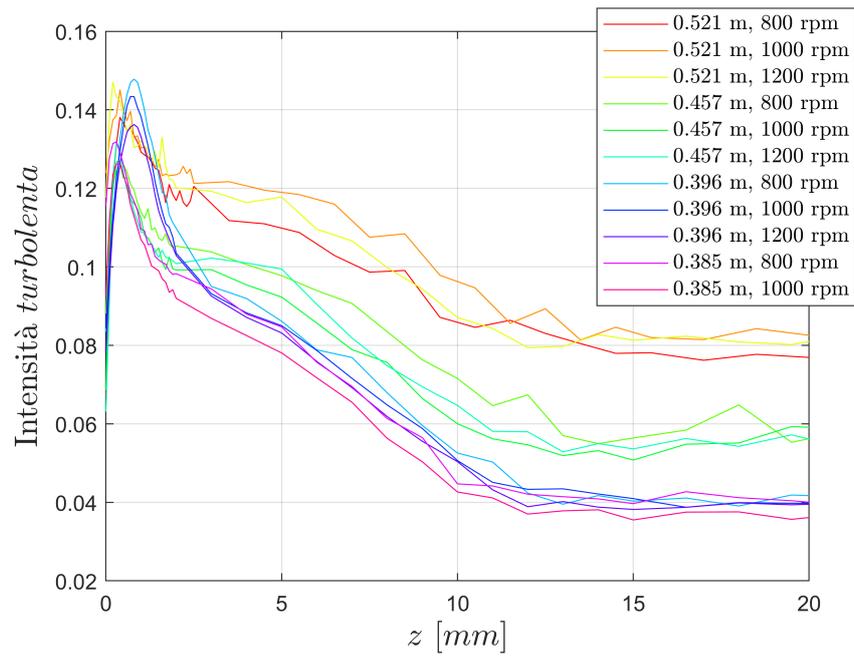


Figura 4.8: Profili di intensità turbolenta della fluttuazione u' all'interno dello strato limite

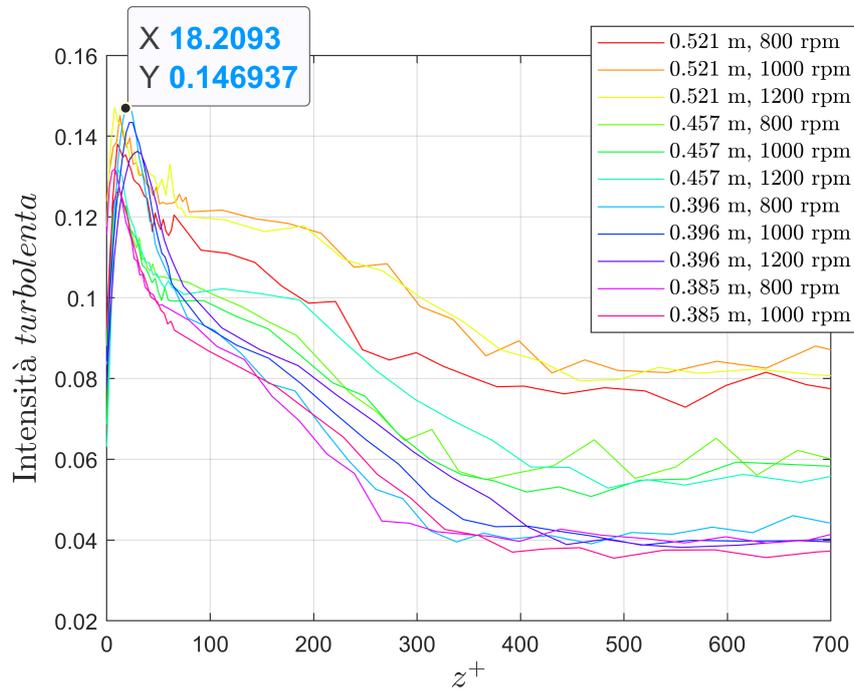


Figura 4.9: Profili di intensità turbolenta della fluttuazione u' all'interno dello strato limite rispetto la variabile di parete z^+

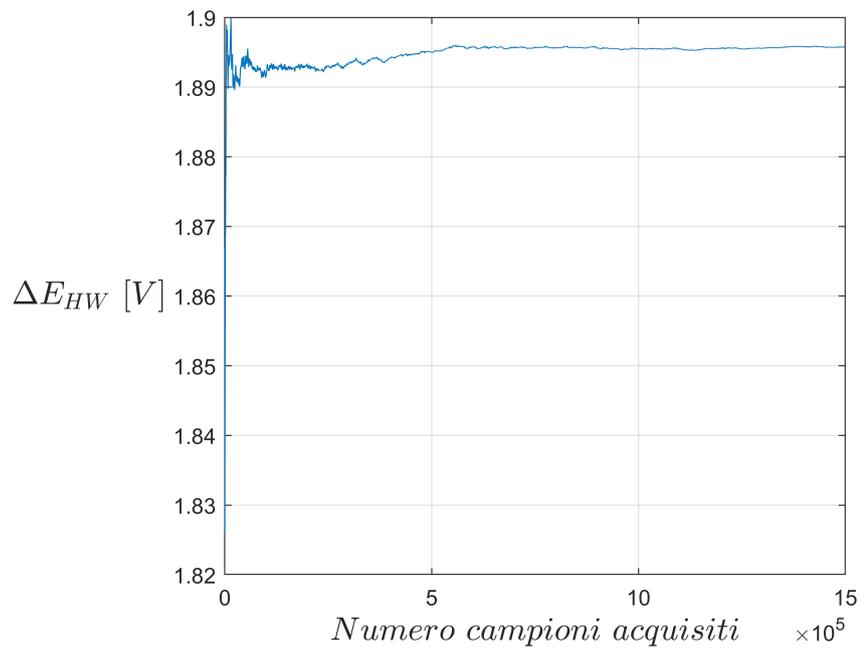


Figura 4.10: Convergenza del segnale di tensione in uscita dai sensori LVDT per il punto di misura D , 800 RPM, $z = 0.8$ mm

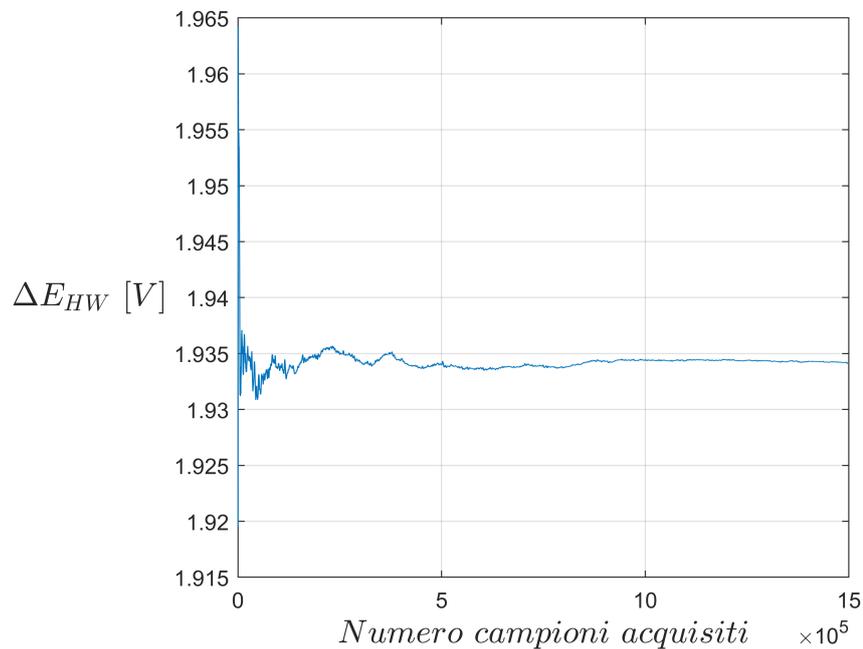


Figura 4.11: Convergenza del segnale di tensione in uscita dai sensori LVDT per il punto di misura D , 800 RPM, $z = 1.8$ mm

4.1.3 Diagnostic plot

Come riportato in [17] il *diagnostic-plot* è un metodo alternativo per valutare la canonicità di un profilo di velocità in uno strato limite turbolento. Questo metodo è stato introdotto da Alfredsson nel 2011 [18].

Questo metodo prevede di diagrammare la *root mean square* delle fluttuazioni turbolente di velocità lungo la direzione x , u'_{rms} , normalizzata con la velocità media \bar{V} , in funzione della velocità media \bar{V} normalizzata con la velocità di free-stream, V_∞ .

Secondo Alfredsson, per uno strato limite turbolento canonico i dati sperimentali, per la regione esterna dello strato limite, specialmente nel range $0.7 \leq V/V_\infty \leq 0.9$, seguono una relazione lineare

$$\frac{u'_{rms}}{\bar{V}} = \alpha - \beta \frac{\bar{V}}{V_\infty} \quad (4.3)$$

Dove α e β sono paramtri di fitting.

Quindi, i profili che, nella regione esterna dello strato limite, presentano questo comportamento sono in uno "stato naturale" [18].

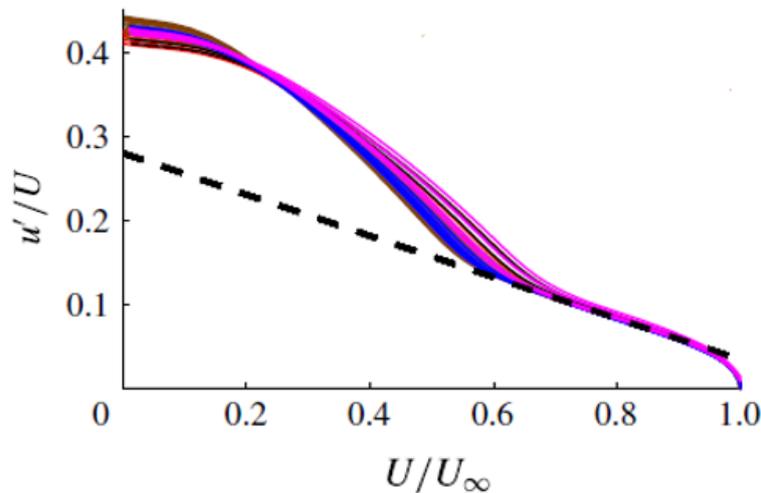


Figura 4.12: Diagnostic plot di una data set numerico considerato canonico. La linea tratteggiata è ottenuta da (4.3) con $\alpha = 0.280$ e $\beta = 0.245$. Immagine tratta da [17]

Applicando ai dati sperimentali questo metodo si ottiene il risultato mostrato in Figura 4.13. La relazione lineare (4.3) è stata tracciata usando le costanti $\alpha = 0.280$ e $\beta = 0.245$ come da [17].

Inoltre, secondo questo metodo il rapporto β/α è un valore circa costante e pari a 0.876 (vedi Figura 4.14).

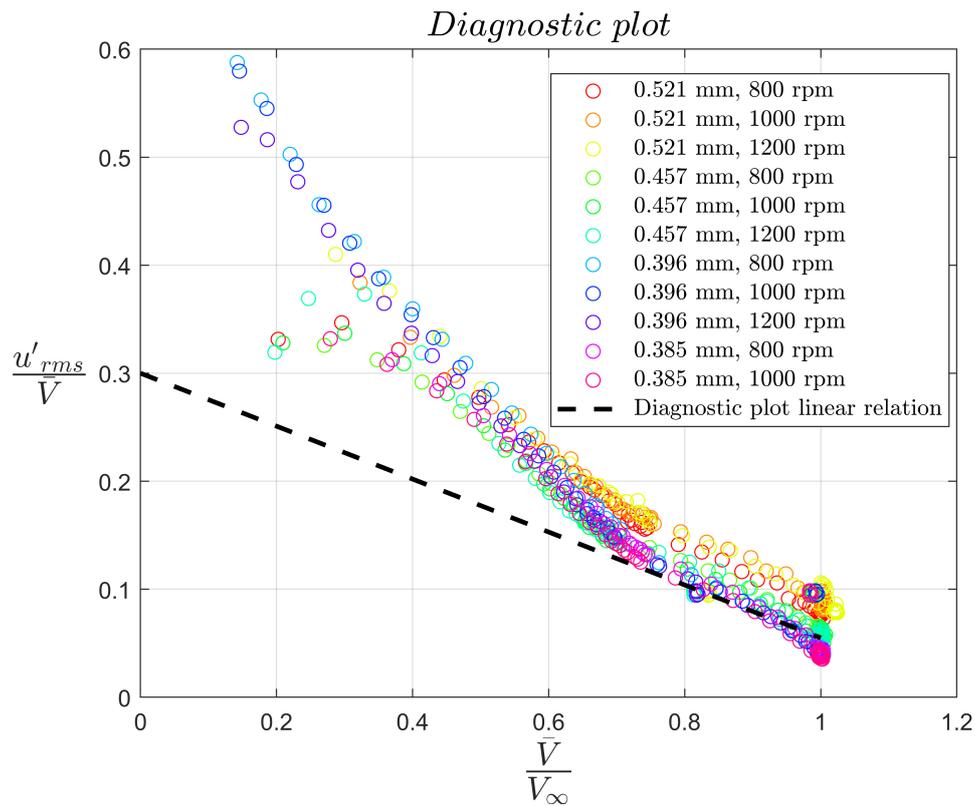


Figura 4.13: Diagnostic plot dei dati sperimentali. La linea tratteggiata è ottenuta da (4.3) con $\alpha = 0.280$ e $\beta = 0.245$.

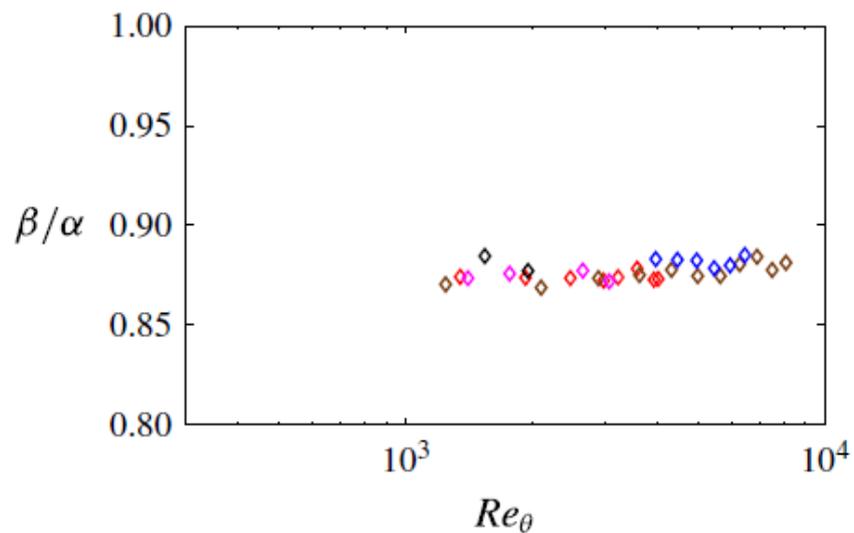


Figura 4.14: Andamento del rapporto β/α in funzione del Re_{θ} . Immagine tratta da [17]

Nel caso dei vari data set acquisiti sperimentalmente l'andamento del rapporto β/α è riportato in Figura 4.15.

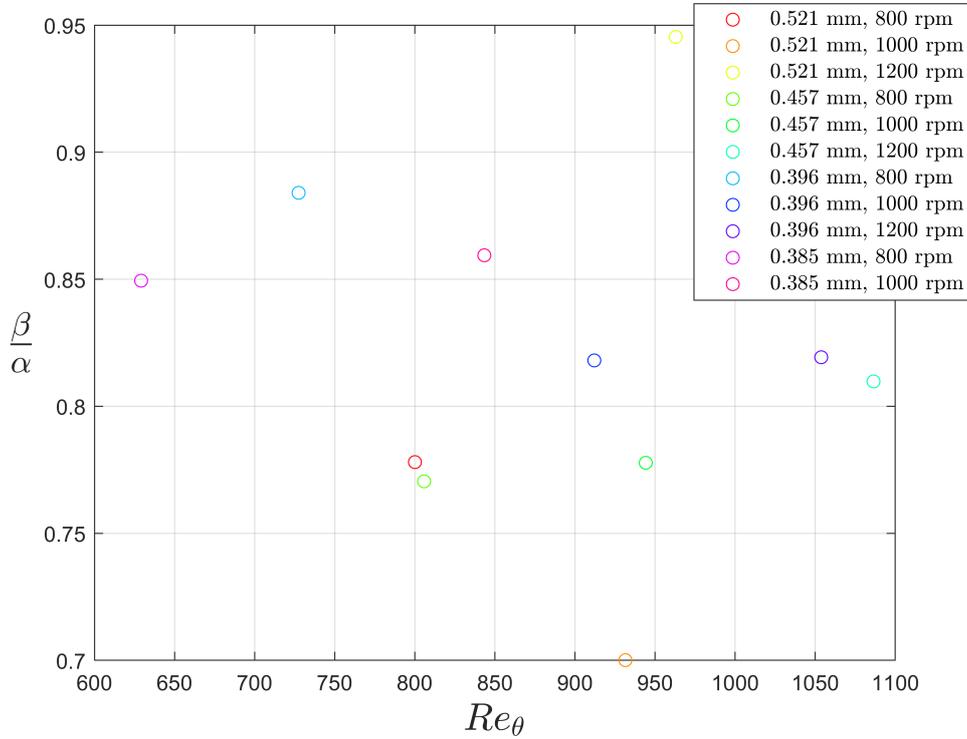


Figura 4.15: Andamento del rapporto β/α in funzione del Re_θ dei dati sperimentali

L'andamento sperimentale del parametro $\frac{\alpha}{\beta}$ è concordo con il valore fornito dal modello teorico [17].

4.1.4 Calcolo del coefficiente di sforzo di attrito C_f con il metodo di Clauser

Dopo aver calcolato i profili lungo la lamina piana è stato utilizzato il metodo di Clauser (vedi Capitolo 2) per calcolare il coefficiente di sforzo di attrito a parete C_f . I risultati ottenuti sono riportati nella Tabella 4.5.

Per il calcolo del C_f teorico sono state utilizzate la seguente legge:

$$C_f = \frac{0.0576}{Re_x^{1/5}} \text{ per } 1.5 \cdot 10^4 \leq Re_x \leq 10^7 \quad (4.4)$$

Infatti, vista la presenza del trip per la transizione e la poca lunghezza del pianetto in galleria è plausibile fare l'ipotesi di campo di bassa turbolenza.

POSIZIONE [m]	RPM	C_f	y_0 [mm]	C_f teorico	Errore sul C_f [%]
0.521	800	0.00464	0.1765	0.0047	1.3
0.521	1000	0.00445	0.2130	0.0045	1.1
0.521	1200	0.00441	0.1936	0.0043	2.5
0.457	800	0.00467	0.13883	0.0048	2.7
0.457	1000	0.00414	0.13040	0.0046	11
0.457	1200	0.00401	0.5270	0.0044	9.7
0.396	800	0.00457	0.22365	0.0050	9.4
0.396	1000	0.00422	0.27134	0.0047	11.3
0.396	1200	0.0040	0.26721	0.0046	15.0
0.385	800	0.00483	0.31428	0.0050	3.5
0.385	1000	0.00451	0.10930	0.0048	6.4

Tabella 4.5: Tabella riepilogativa dei risultati ottenuti mediante il metodo di Clauser

Il parametro y_0 è un offset con cui vanno corretti tutti i punti di misura in quanto indica la reale posizione della sonda rispetto alla piastra durante la prima misura (punto indicato nei grafici precedenti con $z = 0$). Questo valore è stato ottenuto tramite una serie di iterazioni del metodo di Clauser con l'obiettivo di ottenere un'intensità massima delle fluttuazioni turbolente di velocità u' in prossimità di valori di $y^+ \approx 15$ (buffer layer).

L'ultima colonna della Tabella 4.5 indica l'errore, in percentuale, del valore sperimentale rispetto al valore teorico. In modo concorde con quanto ottenuto nella sezione precedente, gli errori maggiori rispetto ai modelli teorici vengono commessi alla coordinata $x = 0.396$, probabilmente a causa della presenza di uno step negativo.

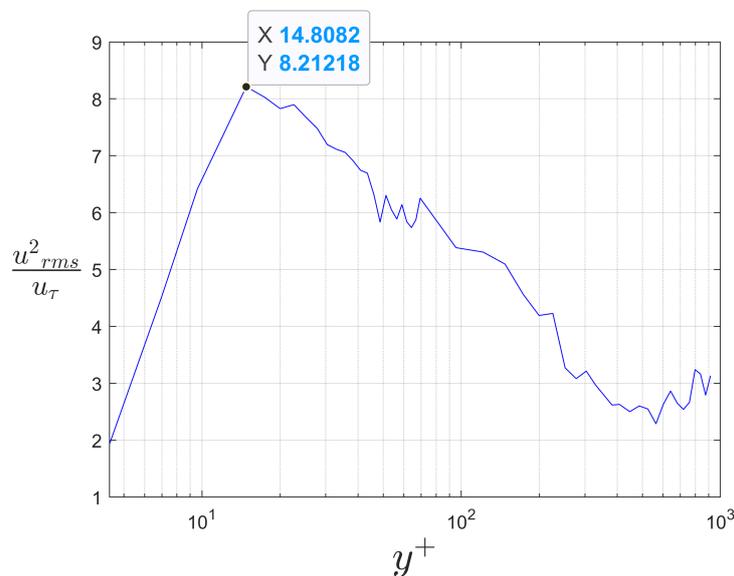


Figura 4.16: Andamento dell'intensità della fluttuazione turbolenta u' nello strato limite

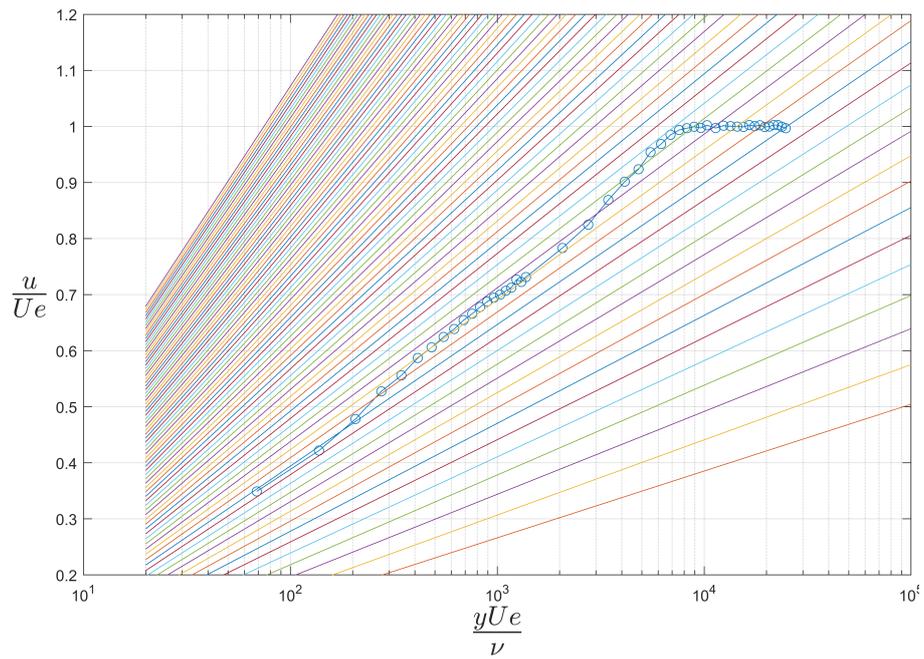


Figura 4.17: Esempio di mappa di Clauser, la pendenza delle rette varia in funzione del coefficiente C_f

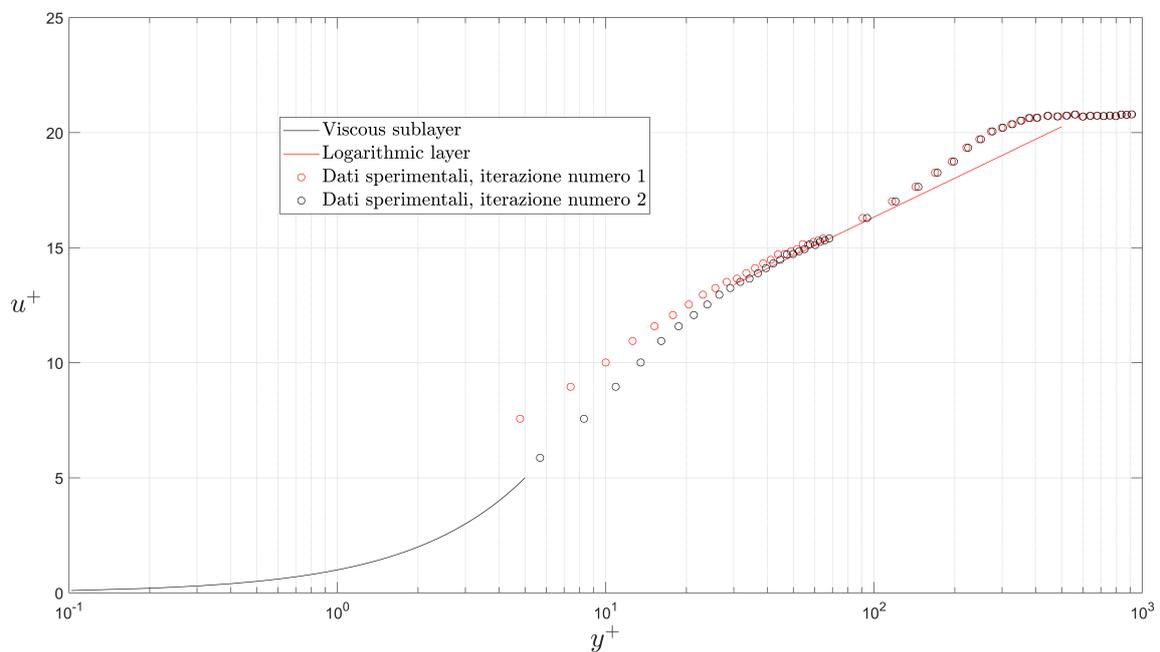


Figura 4.18: In figura vengono mostrati i profili adimensionali sperimentali tracciati a diverse iterazioni del metodo di Clauser

Nella Figura 4.18 all'aumentare delle iterazioni del metodo di Clauser si osserva come i dati sperimentali si sovrappongono al profilo adimensionale teorico (linea continua).

4.2 Misura della forza di resistenza

Durante l'acquisizione dei profili di velocità la piastra flottante è sottoposta all'azione di una resistenza aerodinamica la quale viene calcolata attraverso i sensori LVDT opportunamente tarati (vedere Capitolo 3).

La risposta in tensione dei sensori LVDT viene acquisita dal sistema DAQ simultaneamente al segnale in uscita dalla sonda hot-wire.

Conoscendo la costante di calibrazione del sistema risulta immediato calcolare la forza di resistenza sulla piastra in plexiglas. I risultati sono riportati nella Figura 4.19.

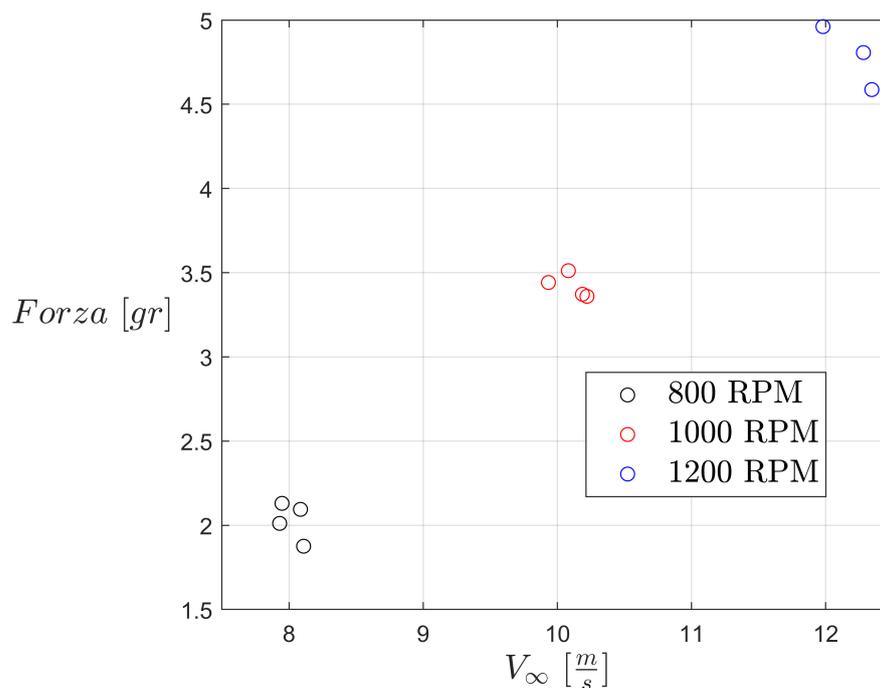


Figura 4.19: Forze di resistenza, in grammi, misurate con l'ausilio di sensori LVDT a diverse velocità

Per valutare la ripetibilità delle misure, è stata calcolata la *deviazione standard*, f_{STD} , dei dati acquisiti, in termini di forza, per ogni velocità (vedi Tabella 4.6).

RPM	f _{STD} [gr]	MEDIA [gr]
800	0.1134	2.0284
1000	0.0704	3.4212
1200	0.1880	4.7850

Tabella 4.6: Valori di *standard deviation* e media dei dati sulle forze di resistenza misurate

4.2.1 Confronto C_D sperimentale e teorico

Per validare il sistema di misura sono state effettuate altre misure di resistenza sulla lamina per avere un data set grande abbastanza da poter effettuare un confronto con i valori teorici.

Sono stati acquisiti 4 set di dati e per ogni data set le misure di resistenza sono state effettuate alle stesse velocità per valutare la ripetibilità nelle misure. I valori di velocità sono i seguenti:

VELOCITÀ [m/s]									
3.70	4.71	5.55	6.69	7.74	8.77	9.81	10.89	11.85	12.73

Tabella 4.7: Velocità in camera di prova a cui sono state effettuate le misure di resistenza

Le formule teoriche utilizzate per il confronto sono le seguenti:

$$C_f = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}} \text{ per } Re_x \leq 1.5 \cdot 10^4 \quad (4.5)$$

$$C_f = \frac{0.0576}{Re_x^{1/5}} \text{ per } 1.5 \cdot 10^4 \leq Re_x \leq 10^7 \quad (4.6)$$

$$C_f = \frac{0.023}{Re_x^{1/7}} \text{ per } Re_x \geq 10^7 \quad (4.7)$$

Ricordiamo che

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2} \quad (4.8)$$

Dove τ_w è lo sforzo di attrito a parete. Da (4.8), invertendo, si ha $\tau_w = C_f \cdot \frac{1}{2}\rho V_\infty^2$.

Sia $L = 0.258 \text{ m}$ la lunghezza della piastra (quadrata) flottante, la resistenza totale di attrito che agisce sulla lamina è

$$D = L \cdot \int_{L_1}^{L_2} \tau_w(x) dx \quad (4.9)$$

Dove L_1 è la distanza del bordo di attacco della piastra flottante rispetto al bordo di attacco semi-ellittico del pianetto fisso montato in galleria, mentre $L_2 = L_1 + L$.

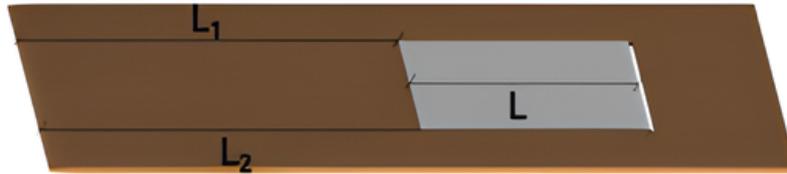


Figura 4.20: Schema rappresentativo della distanza della piastra flottante dal bordo di attacco semi-ellittico

I risultati ottenuti, espressi in termini di $C_d = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S}$, con $S = L^2$, sono riportati in Figura 4.21.

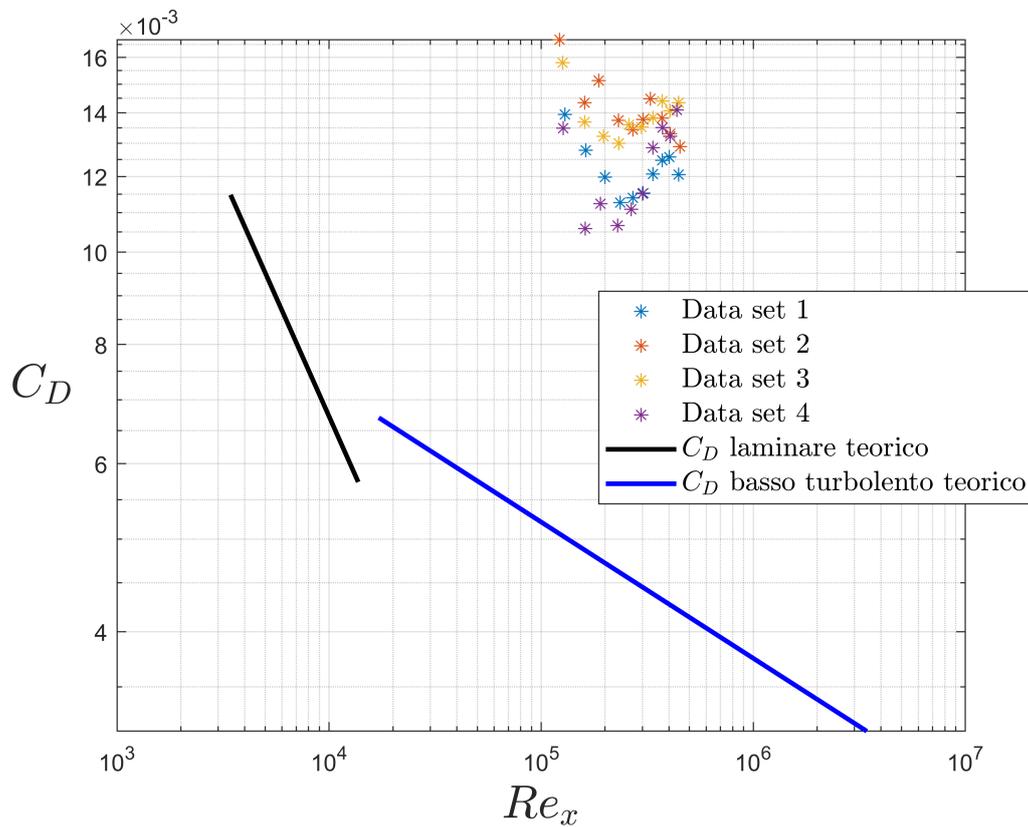


Figura 4.21: Confronto tra il C_D sperimentale e teorico

In Figura 4.21 si evidenzia una discrepanza tra i dati sperimentali e i risultati teorici.

Questa divergenza potrebbe essere attribuita alle dimensioni ridotte della camera di prova, che non consentono una completa evoluzione dello strato limite.

Ad esempio, Marusic *et al.* [19] hanno utilizzato una galleria del vento con una camera di prova lunga 27 m (vedi Figura 4.22) per garantire uno sviluppo canonico del flusso nello studio della predizione di una legge per lo spettro della velocità in direzione streamwise in regime turbolento. La galleria utilizzata è la "*High Reynolds Number Boundary Layer Facility*", situata presso "*The Walter Basset Aerodynamics Laboratory*" dell'Università di Melbourne.

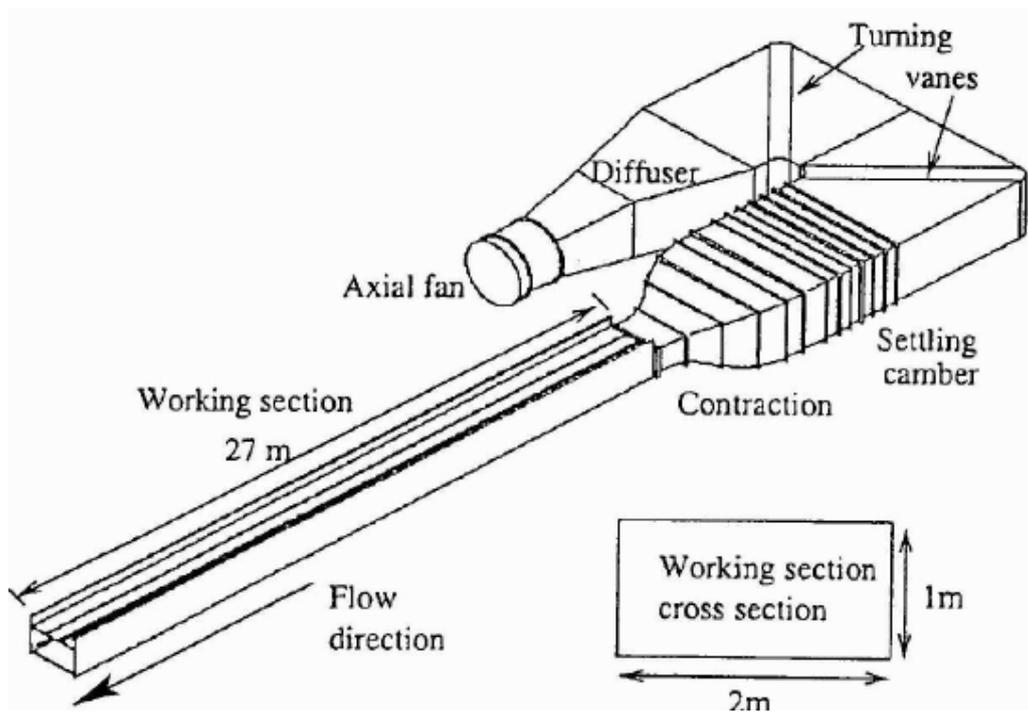


Figura 4.22: Schema della wind tunnel usata nello studio di Marusic *et al.* [19]

Capitolo 5

Misura di resistenza su corpi tozzi

Vista la disomogeneità tra i risultati teorici e sperimentali ottenuti nel Capitolo 4 si è cercato di validare il sistema di misura con i sensori LVDT attraverso il calcolo della resistenza aerodinamica su corpi tozzi. In particolare è stata scelta la sfera come riferimento in quanto corpo molto studiato in letteratura.

5.1 Resistenza della sfera - Teoria

L'andamento del coefficiente di resistenza C_D di una sfera liscia è descritto nella figura seguente.

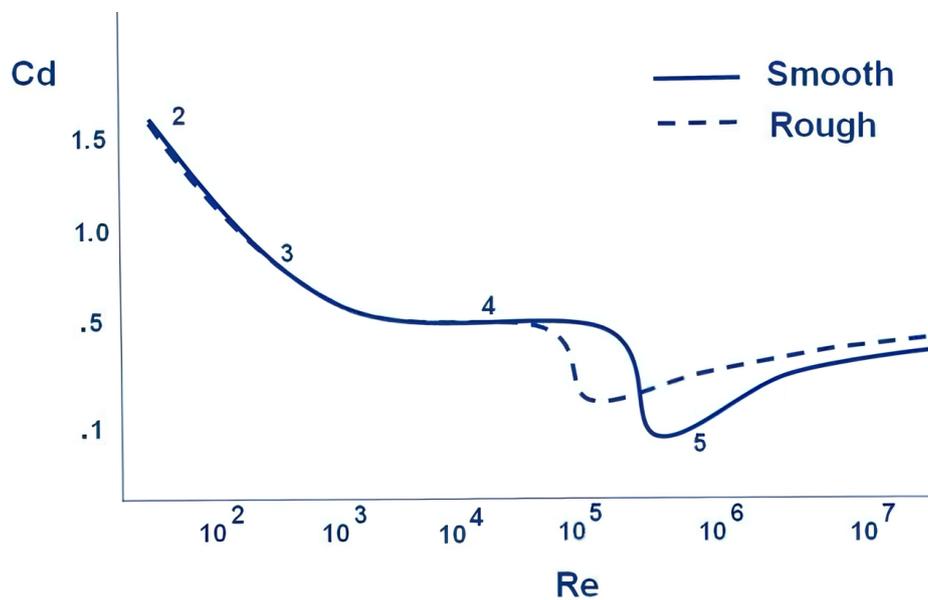


Figura 5.1: Andamento del coefficiente di resistenza C_D su una sfera in funzione del Re . Immagine tratta da [20]

Per la sfera la lunghezza caratteristica usata per il calcolo del numero di Reynolds è il diametro D .

Dalla Figura 5.1 notiamo come il coefficiente di resistenza varia fortemente con il numero di Reynolds.

Per capire meglio il perché di queste variazioni analizziamo il flusso intorno a un cilindro. Il flusso bidimensionale intorno a un cilindro è molto simile al flusso tridimensionale intorno a una sfera, ma è più semplice da comprendere a causa della minore complessità dimensionale. Il flusso intorno a un cilindro e a una sfera attraversa diverse transizioni in funzione della velocità [20].

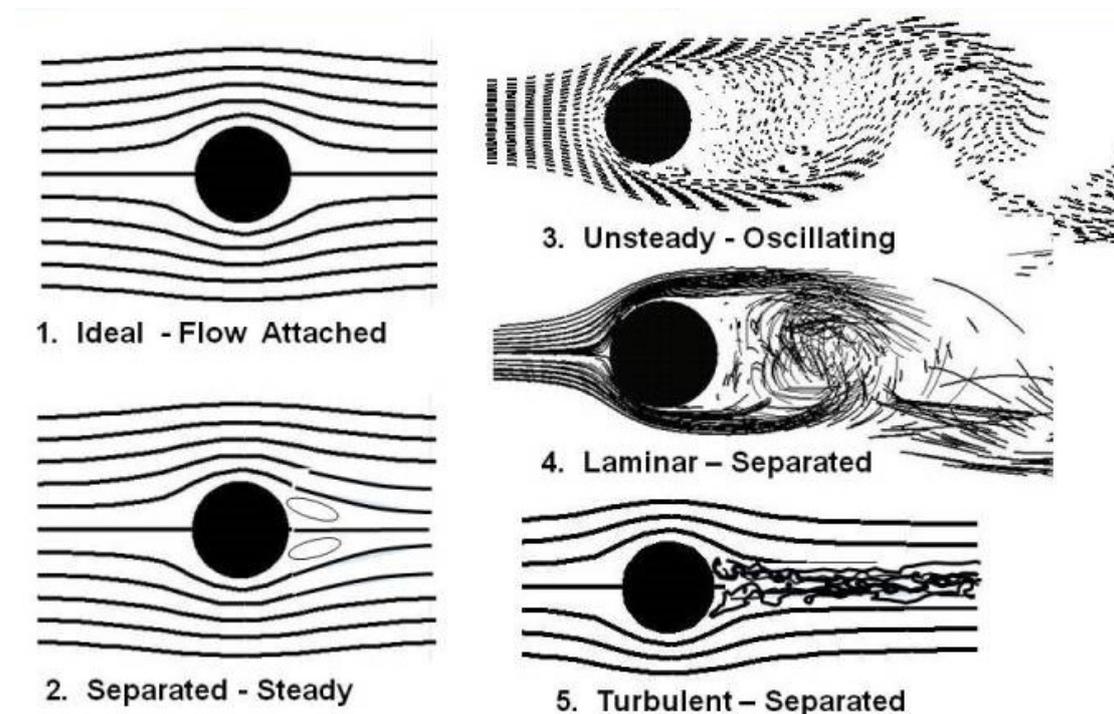


Figura 5.2: Evoluzione del flusso attorno ad una sfera in funzione del numero di Reynolds. Immagine tratta da [20]

I numeri lungo la curva in Figura 5.1 corrispondono ai diversi casi presenti nella Figura 5.2.

In tutti i diversi casi presentati, la densità, la viscosità e il diametro della sfera sono gli stessi, varia solo il Reynolds che viene aumentato progressivamente dal caso 1 al caso 5.

Caso 1

La sfera è sottoposta all'azione di un flusso ideale inviscido a basse velocità, non si forma lo strato limite e non c'è separazione, il flusso resta completamente attaccato e non si forma nessuna scia. Essendo il flusso simmetrico tra monte e valle non c'è resistenza in

quanto gli effetti aerodinamici si annullano. Questo risultato prende il nome di paradosso di D'Alambert. Ovviamente, in natura la viscosità non può essere trascurata in quanto è sempre presente.

Caso 2

Analogo del caso 1 ma non si trascura la viscosità. Quando un flusso reale a basse velocità incontra ad una sfera (o un cilindro) a valle si forma una coppia di vortici a causa della separazione dello strato limite. Questi vortici sono stabili e generano resistenza sulla sfera.

Caso 3

All'aumentare della velocità i vortici a valle diventano instabili e si separano dalla sfera in modo alternato. Si crea, così, una scia ampia che produce una notevole resistenza sulla sfera detta scia di Von Karman.

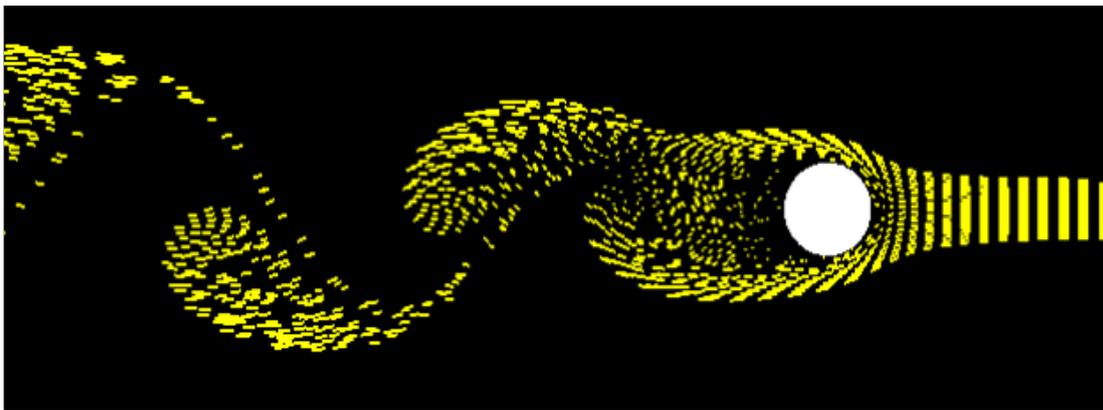


Figura 5.3: Rappresentazione del distacco alternato di vortici. Il flusso si muove da destra verso sinistra. Immagine tratta da [20]

Questa particolare tipologia di flusso è instabile ma si ripete ad intervalli regolari nel tempo.

Caso 4

Si aumenta ulteriormente la velocità ma il Reynolds non è tale da superare il valore critico, $Re_{cr} = 3.85 \cdot 10^5$. Il flusso perde la periodicità e la scia diventa caotica. Lo strato limite separa in regime laminare (non c'è transizione) prima del punto di massimo spessore della sfera (ad una coordinata angolare di circa 80°). In questo caso il coefficiente di resistenza C_D è indipendente dal Re e si mantiene costante ad un valore pari a circa 0.4.

Caso 5

La velocità del flusso è tale da superare il Reynolds critico della sfera. Lo strato limite, prima di separare, passa in un regime turbolento che, essendo maggiormente energetico, riesce a contrastare in modo più efficace gli effetti che portano alla separazione. Il punto di separazione si sposta a valle del punto di massimo spessore (ad una coordinata angolare di circa 120°), questo porta alla nascita di una scia di dimensioni ridotte rispetto al Caso 4 quindi ad una minore resistenza. Un'ulteriore conseguenza della separazione ritardata è un maggior recupero di pressione nella parte posteriore della sfera che si traduce in coefficienti di pressione C_p meno negativi, quindi si ha un'ulteriore riduzione della resistenza. In termini di C_D si ha un crollo in corrispondenza del Re_{cr} ad un valore pari a circa 0.1. Questo fenomeno prende il nome di *Crisi di resistenza*.

Sulla sfera, la componente predominante che contribuisce alla resistenza è quella di forma o di pressione, mentre la resistenza di attrito è presente ma di entità trascurabile.

5.2 Misure di resistenza su una sfera liscia

È stata calcolata la resistenza che agisce sulla sfera con undici velocità diverse di flusso in galleria:

RPM	150	300	500	700	900	1100
Velocità [m/s]	1.173	2.74	4.75	6.85	8.97	11.17
RPM	1300	1500	1650	1800	2000	
Velocità [m/s]	13.21	15.4	16.96	18.68	20.73	

Tabella 5.1: Valori delle diverse velocità a cui sono state effettuate le diverse misure

La sfera utilizzata per le misure, mostrata in Figura 5.4, ha un diametro $D = 4 \text{ cm}$.



Figura 5.4: Sfera liscia usata per le misure sperimentali

Sono state effettuate, per ogni velocità, quattro misure diverse. I risultati ottenuti, in termini di andamento del coefficiente di resistenza C_D in funzione del *numero di Reynolds*, sono riportati in Figura 5.5.

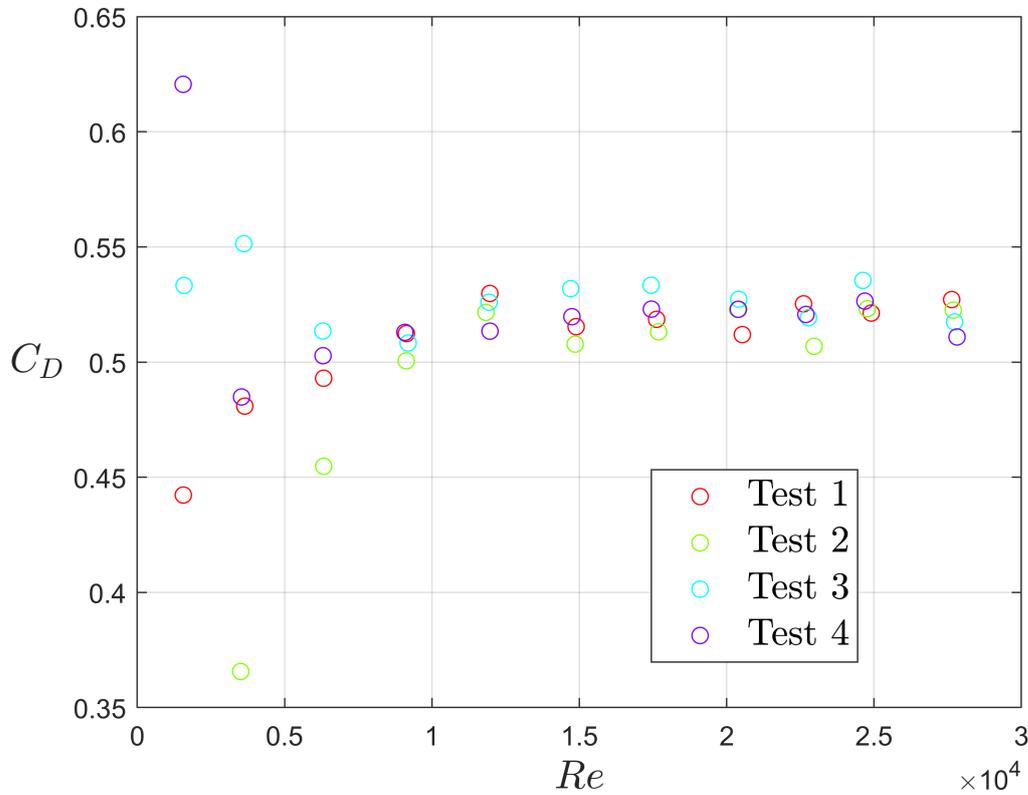


Figura 5.5: Andamento sperimentale del C_D in funzione del *numero di Reynolds* per una sfera liscia

Nella galleria "Ferrari" abbiamo raggiunto al massimo una velocità di 20 m/s che si traduce in un valore di numero di Reynolds massimo di circa $3 \cdot 10^4$, valore molto lontano dal valore critico per la sfera, $Re_{cr} = 3.85 \cdot 10^5$. I valori medi di C_D ottenuti sono riportati in Tabella 5.2:

$\overline{C_D}$	0.5320	0.4707	0.4910	0.5085	0.5227	0.5187
Numero di Reynolds	1560	3577	6312	9133	11925	14802
$\overline{C_D}$	0.5220	0.5212	0.5180	0.5266	0.5195	
Numero di Reynolds	17547	20427	22760	24748	27718	

Tabella 5.2: Valori medi di C_D misurati per la sfera liscia

Visti i bassi valori di numeri di Reynolds a cui sono state svolte le misure non si può

osservare la crisi di resistenza ma i dati ottenuti sperimentalmente, riportati in Tabella 5.2, sono confrontabili con i valori estrapolati dal grafico in Figura 5.1. Il sistema di misura con i sensori LVDT, nel caso della sfera, sembra rispondere bene; infatti, si ottengono valori confrontabili con quelli in letteratura.

Osservando il grafico in Figura 5.5 si rileva una significativa dispersione dei dati a basse velocità, mentre per valori più elevati di velocità si osserva una maggiore ripetibilità delle misure. Per fornire una stima quantitativa della ripetibilità delle misure, è stato utilizzato un indicatore definito come il valore di root mean square riferito alla media dei valori del coefficiente di resistenza ottenuti per ciascuna velocità di prova (vedi Figura 5.6). La dispersione dei dati di forza e velocità è stata analizzata utilizzando un indicatore analogo a quello applicato per il coefficiente di resistenza.

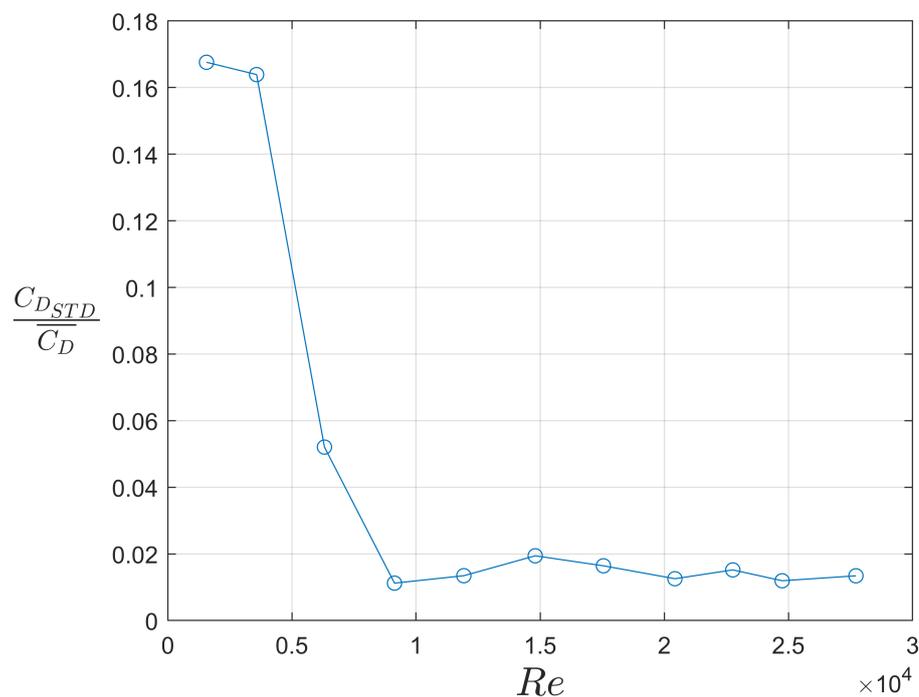


Figura 5.6: Andamento dell'indicatore $C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$ in funzione del numero di Reynolds per una sfera liscia

$C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$	0.1676	0.1639	0.0521	0.0112	0.0135	0.0194
Numero di Reynolds	1560	3577	6312	9133	11925	14802
$C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$	0.0164	0.0126	0.0152	0.0119	0.0134	
Numero di Reynolds	17547	20427	22760	24748	27718	

Tabella 5.3: Valori di $C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$ per le diverse velocità di misura nel caso di sfera liscia

Come evidenziato in Tabella 5.3, per $Re > 10^4$, il parametro $C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$ assume valori minori di 0.02 quindi si può affermare che c'è ripetibilità nelle misure. Per basse velocità, invece, i valori dell'indicatore usati sono alti, questo conferma la dispersione delle misure.

Secondo la definizione di coefficiente di resistenza (vedi Capitolo 3), le due variabili misurate durante le prove che determinano il valore del coefficiente sono la forza D e la velocità V . Per comprendere a quale parametro specifico è attribuito questo comportamento, è stata valutata la dispersione sia delle sole misure di forze, effettuate con i sensori LVDT, sia delle misure di velocità, acquisite tramite un tubo di Pitot (vedi Figura 5.7).

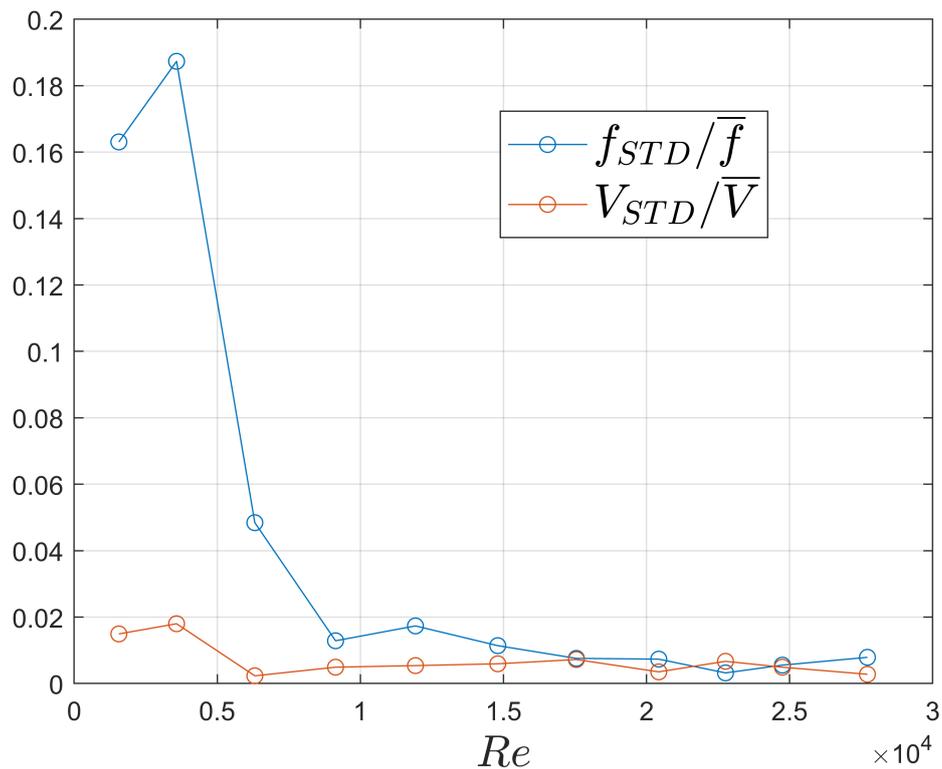


Figura 5.7: Stima della dispersione dei dati di forza e velocità in funzione del numero di Reynolds per una sfera liscia

La causa della dispersione dei dati a basse velocità è dovuta ad una poca accuratezza delle misure di forza, probabilmente il valore misurato dal sistema a LVDT è minore della sensibilità dello strumento.

5.3 Misure di resistenza su una pallina da golf

L'aerodinamica delle palline da golf è diversa rispetto quella delle sfere lisce a causa della rugosità della superficie dovuta alla presenza di *dimples*. Il livello di complessità e tridimensionalità del flusso è molto più complesso [21].

Sono stati effettuati diversi studi su una gamma molto ampia di palline da golf in commercio e si è riscontrato come il coefficiente di resistenza, C_D , varia a seconda della geometria dei *dimples*.

Tra i diversi studi pubblicati ricordiamo quelli di Alam *et al.* [21], Smits *et al.* [22] e Choi *et al.* [23].

Una pallina da golf, in genere, si muove ad una velocità sufficiente da ridurre la resistenza delle metà rispetto ad un'equivalente sfera liscia. Questa riduzione è dovuta ai *dimples* che favoriscono la transizione dello strato limite in regime turbolento (vedi Caso 5).

Nell'esperimento condotto da Alam *et al.* [21] è stato calcolato il C_D su otto palline da golf di diversi brand, ognuna delle quali con *dimples* di diverse caratteristiche geometriche. Il diametro medio delle palline è circa 42.7 mm.

Lo studio è stato condotto al *Royal Melbourne Institute of Technology* in una galleria a circuito chiuso con test section a sezione rettangolare lunga 9 m, larga 3 m e alta 2 m. La resistenza è stata calcolata con una bilancia a sei componenti. I risultati dello studio sono riportati in Figura 5.8.

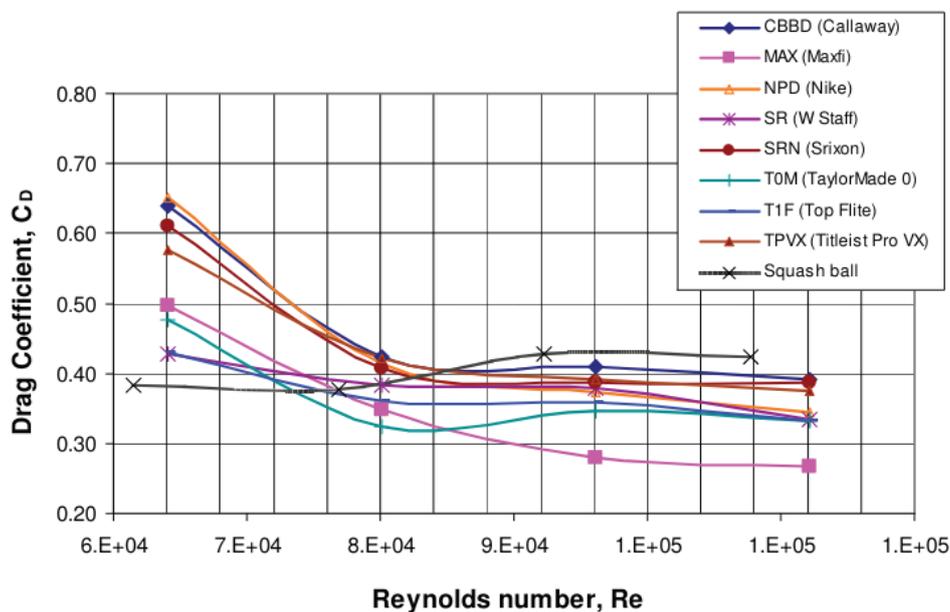


Figura 5.8: Andamento del coefficiente C_D in funzione del *numero di Reynolds* per le diverse palline da golf testate nello studio di Alam *et al.*. Immagine tratta da [21]

Da un'analisi dei risultati emerge che anche per la pallina da golf si verifica una crisi di resistenza, ma a valori di numeri di Reynolds molto più bassi rispetto alla sfera liscia ($Re_{cr} = 6 \cdot 10^4 \div 8 \cdot 10^4$), a causa della presenza di rugosità superficiale (*dimples*) che induce la transizione dello strato limite. In regime turbolento, il coefficiente di resistenza C_D varia tra 0.3 e 0.4 a seconda della configurazione dei *dimples*.

5.3.1 Misure sperimentali

Per questo progetto di tesi, la pallina da golf è stata testata nella galleria "Ferrari". Il setup utilizzato è stato ottenuto mediante una modifica del sistema di misura per lo resistenza utilizzato per la lamina piana (vedi Figura 5.9). Le velocità di flusso in galleria a cui è stata testata la pallina da golf sono uguali al caso precedente (vedi Tabella 5.1).



Figura 5.9: Setup per la misura della resistenza sulla pallina da golf



Figura 5.10: Pallina da golf usata in galleria del vento

La pallina da golf utilizzata per lo studio sperimentale in galleria è riportata in Figura 5.10, il diametro è $D = 4.25 \text{ cm}$.

Sono state effettuate cinque diverse prove in giorni diversi, i risultati in termini di coefficiente di resistenza C_D sono riportati in Figura 5.11.

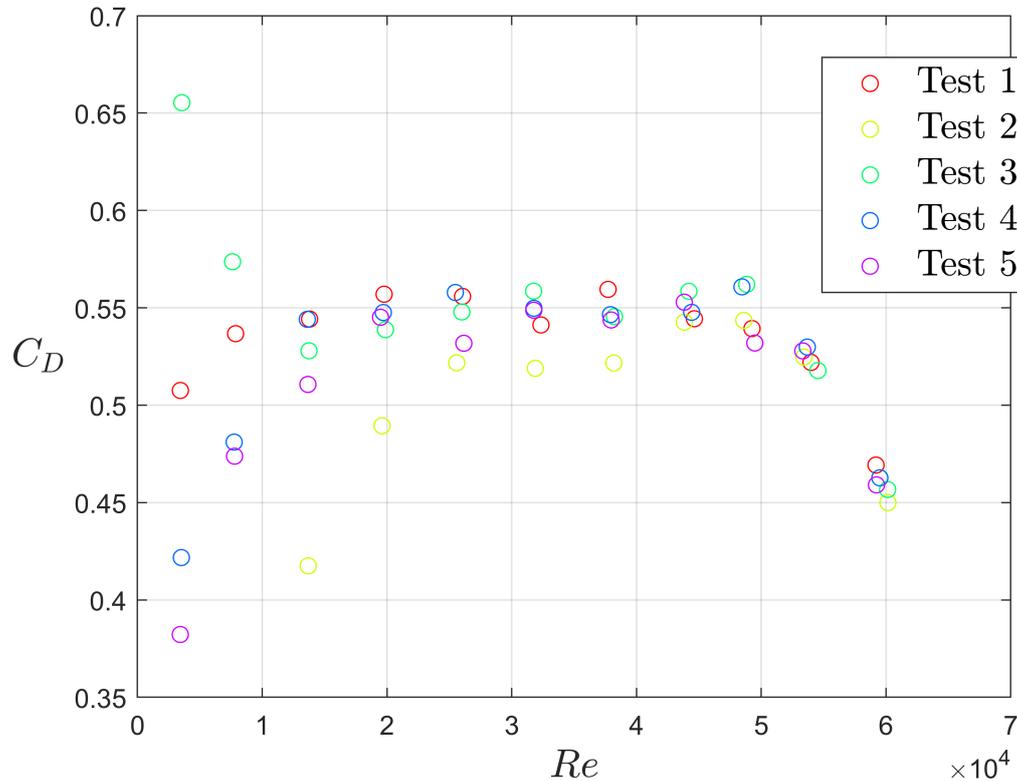


Figura 5.11: Andamento del coefficiente C_D della pallina da golf in funzione del numero di Reynolds

I valori medi del coefficiente di resistenza C_D ottenuti sono riportati in Tabella 5.4.

$\overline{C_D}$	0.4917	0.4362	0.5089	0.5356	0.5430	0.5434
Numero di Reynolds	3486	7770	13701	19689	25857	31905
$\overline{C_D}$	0.5434	0.5492	0.5475	0.5244	0.4595	
Numero di Reynolds	38003	44183	48924	53792	59642	

Tabella 5.4: Valori medi di C_D misurati per la pallina da golf

Con la galleria "Ferrari" abbiamo raggiunto velocità massime di circa 20 m/s , queste si traducono in un numero di Reynolds massimo di circa $6 \cdot 10^4$. Nonostante i bassi valori di

Reynolds raggiunti possiamo notare un'analogia tra i risultati ottenuti e i risultati dello studio usato come riferimento [21].

Infatti, per valori di $Re \approx 5 \cdot 10^5 \div 6 \cdot 10^5$ si osserva una caduta del valore del coefficiente C_D che passa da 0.54 a 0.46 in seguito alla transizione dello strato limite. Purtroppo, non possiamo valutare il valore del C_D in regime turbolento pienamente sviluppato.

Per valutare la ripetibilità delle misure del coefficiente C_D , come fatto nella Sezione 5.2, viene utilizzato come indicatore il parametro $C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$ (vedi Figura 5.12).

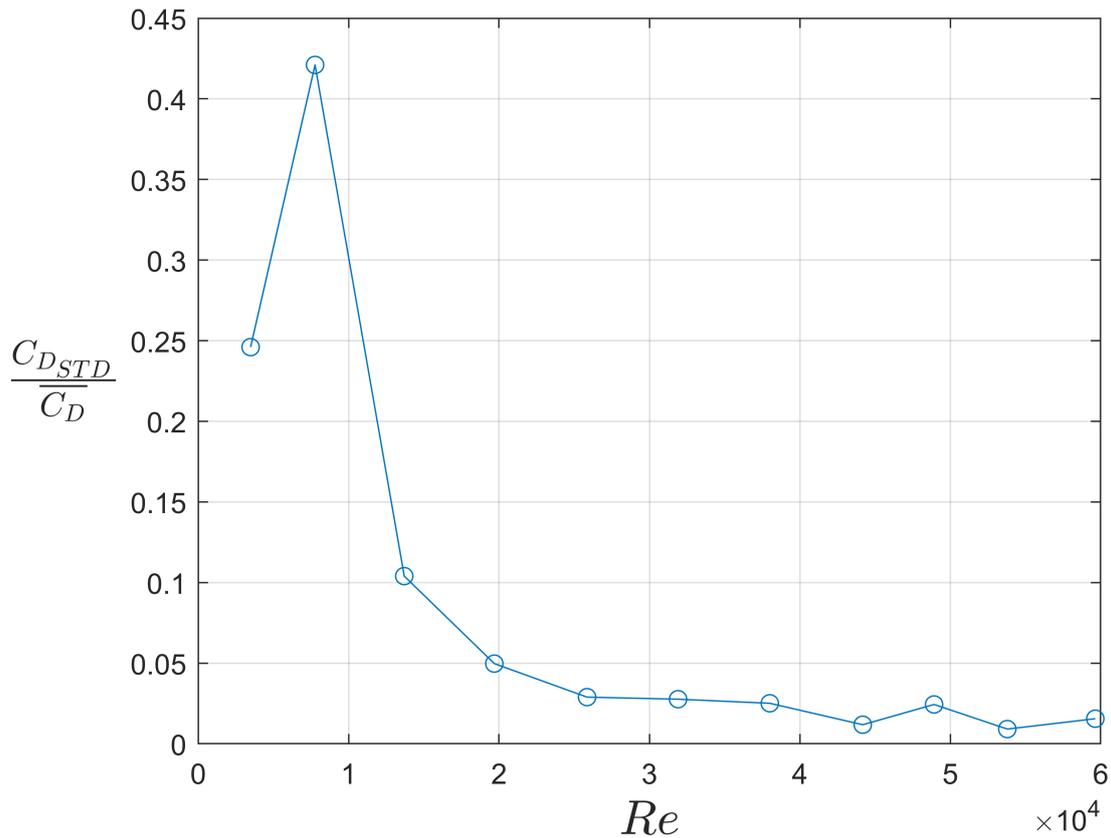


Figura 5.12: Andamento dell'indicatore $C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$ in funzione del numero di Reynolds per una pallina da golf

Si osserva che a basse velocità vi è una maggiore dispersione delle misure, mentre a velocità più elevate si registra una maggiore ripetibilità. In particolare, i valori di $C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$ risultano inferiori a 0.05 per $Re > 2 \cdot 10^4$ (vedi Tabella 5.5).

Per una comprensione più approfondita della causa della dispersione dei valori del coefficiente di resistenza aerodinamica C_D rilevati a basse velocità, è stata effettuata una valutazione della variabilità delle misure acquisite sia per quanto riguarda la velocità che per le forze (espresse in grammi). Questi due parametri rappresentano le variabili principali

nella determinazione del coefficiente C_D (vedi Figura 5.13). La stima della dispersione è stata effettuata analogamente a quanto fatto per il coefficiente C_D .

$C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$	0.2460	0.4210	0.1040	0.0497	0.0289	0.0276
Numero di Reynolds	3486	7770	13701	19689	25857	31905
$C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$	0.0251	0.0118	0.0244	0.0091	0.0155	
Numero di Reynolds	38003	44183	48924	53792	59642	

Tabella 5.5: Valori di $C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$ per le diverse velocità di misura nel caso della pallina da golf

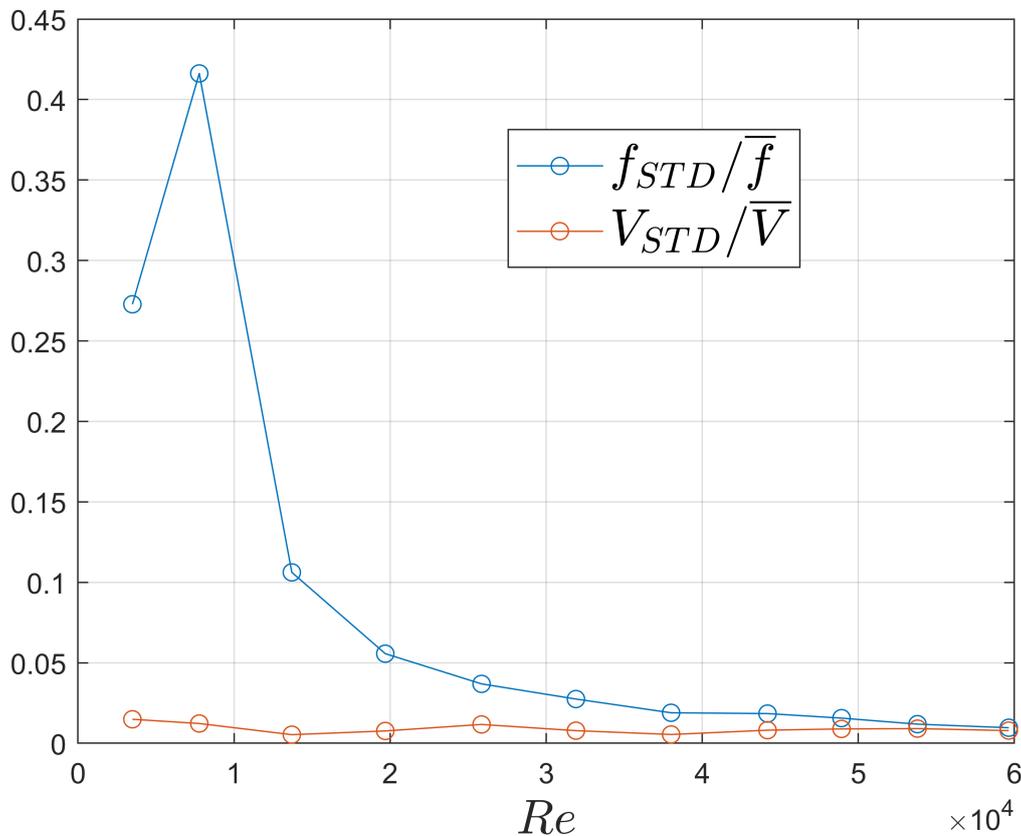


Figura 5.13: Stima della dispersione dei dati di forza e velocità in funzione del numero di Reynolds per una pallina da golf

Come già discusso per la sfera liscia, anche in questo caso la non ripetibilità dei dati a basse velocità è attribuibile alla limitata accuratezza delle misurazioni di forza tramite i sensori LVDT a tali velocità. Probabilmente, il valore di forza misurato a bassi numeri di Reynolds è minore della sensibilità dello strumento.

Nonostante ciò, per $Re > 3 \cdot 10^4$ il sistema di misura risponde in modo corretto.

5.4 Misure di resistenza su una pallina da tennis

Il primo studio sull'aerodinamica delle palline da tennis in rotazione (con spin) fu scritto da Štěpánek nel 1988 [24], il quale ricavò un C_D compreso tra 0.55 e 0.75 a seconda del valore del parametro di spin. Fu estrapolato un $C_D = 0.51$ per il caso di pallina senza rotazione.

È stato condotto un altro studio sull'aerodinamica delle palline da tennis non rotanti (senza spin) da Alam *et al* [25] secondo il quale il punto di separazione dello strato limite è localizzato leggermente prima del punto di massimo spessore della pallina, come nel caso di separazione laminare. Sono state prese in esame sei diverse palline nuove.

La presenza del pelo sulla pallina anticipa la transizione dello strato limite in regime turbolento, infatti è stato osservato un valore di $Re_{cr} \approx 85000$ (per una lunghezza del pelo di circa 1 mm). Per $Re > Re_{cr}$ si ha un crollo del coefficiente C_D , i risultati ottenuti vedono dei valori relativamente alti, $C_D \approx 0.55 \div 0.65$ (vedi Figura 5.14).

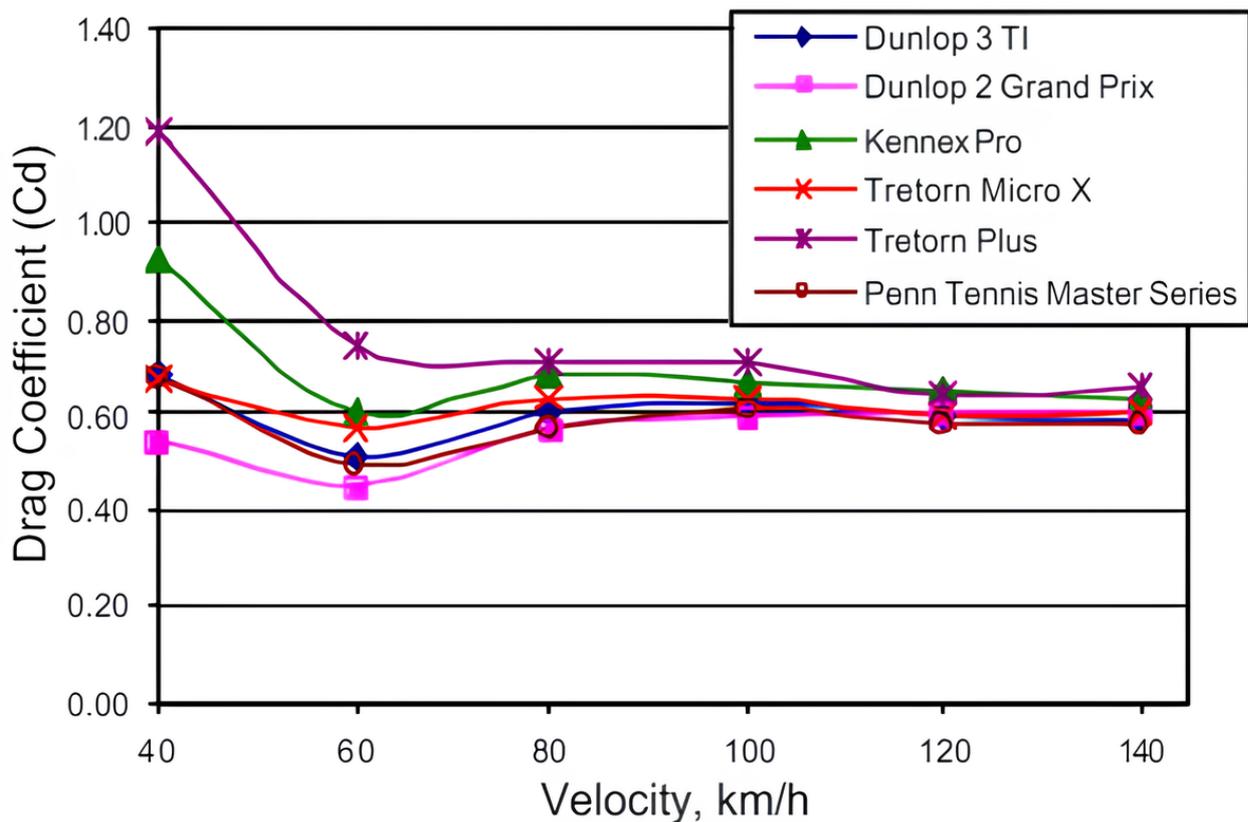


Figura 5.14: Risultati dello studio di Alam *et al* [25]

Nell'articolo pubblicato da Mehta *et al* [26] è possibile trovare un grafico dell'andamento del C_D in funzione del Re per una serie di palline da tennis diverse tra loro.

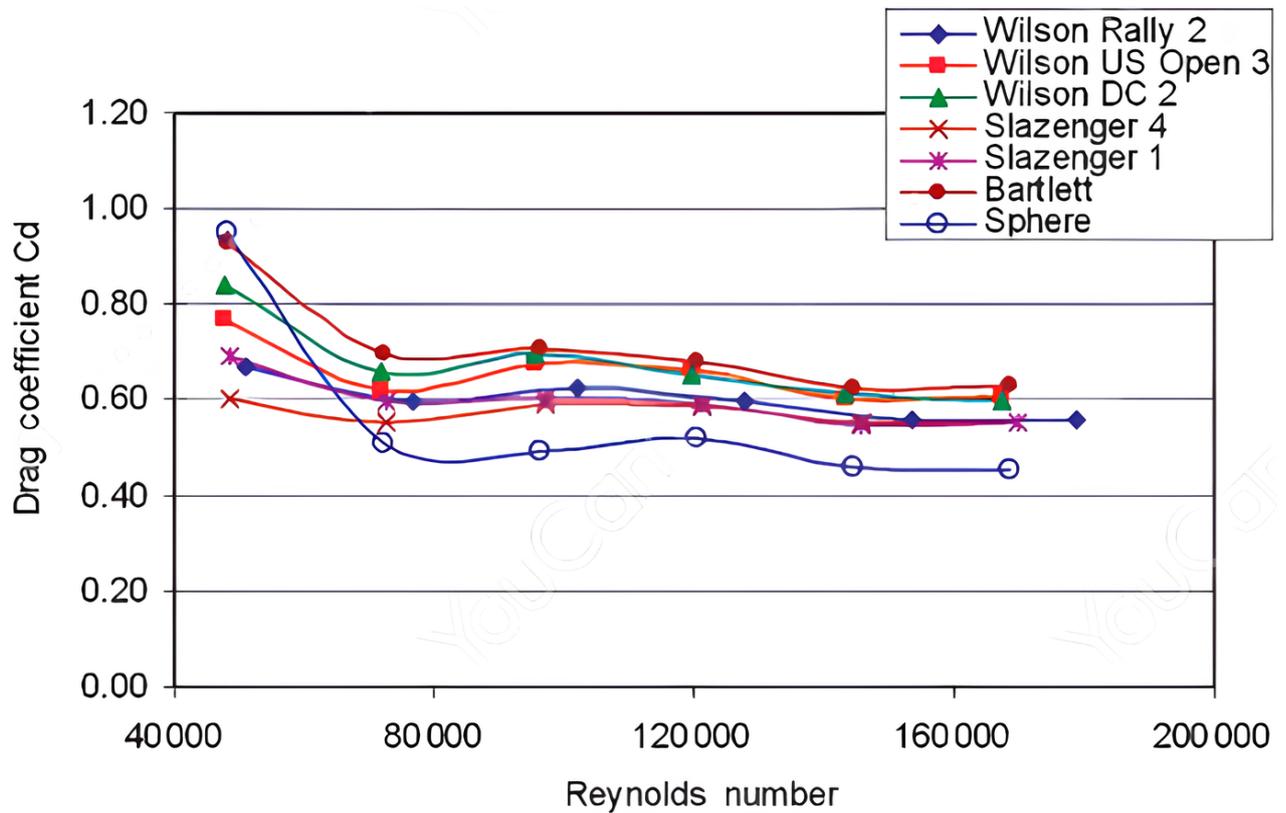


Figura 5.15: Andamento del C_D in funzione del numero di Reynolds. Immagine tratta da [26]

5.4.1 Misure sperimentali

Per le misure sperimentali è stata utilizzata una pallina da tennis del diametro $D = 6.25 \text{ cm}$.



Figura 5.16: Pallina da tennis usata in galleria del vento

Sono state effettuate sette diverse prove in momenti diversi, le velocità del flusso in galleria sono le stesse delle prove effettuate con sfera liscia. I risultati ottenuti sono riportati in Figura 5.17.

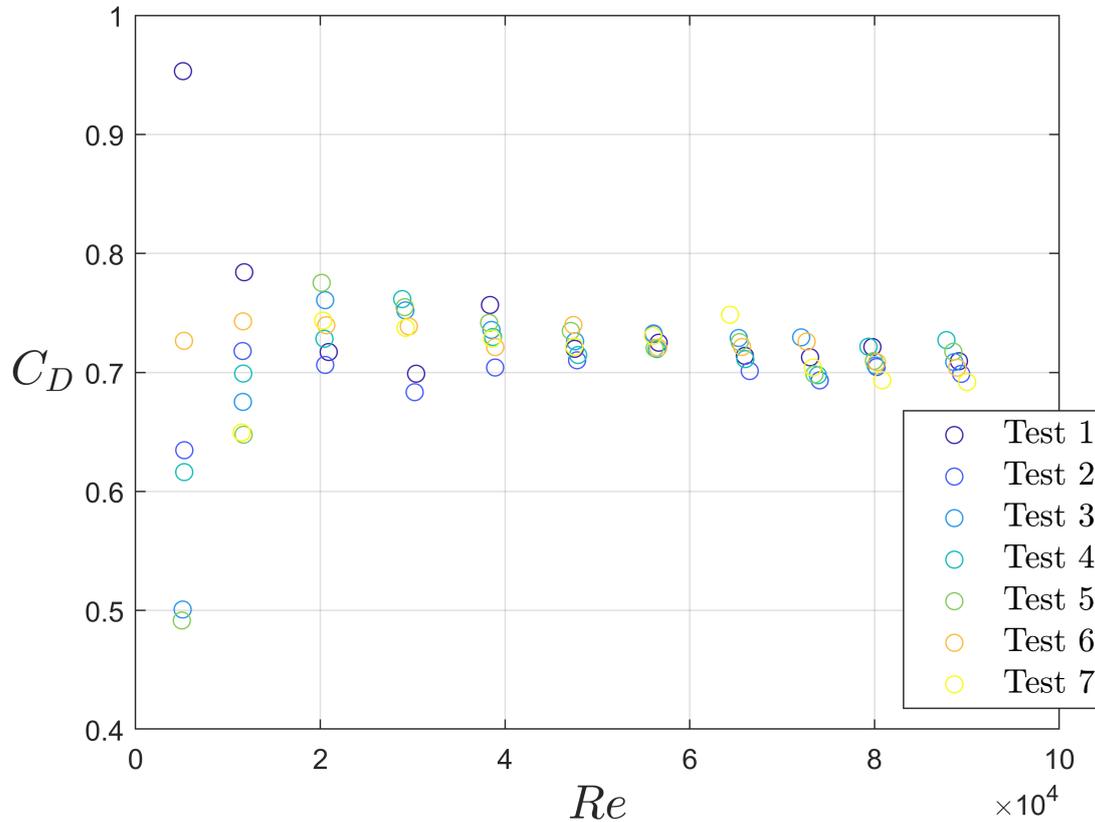


Figura 5.17: Andamento del C_D della pallina da tennis in funzione del *numero di Reynolds*

$\overline{C_D}$	0.6032	0.7023	0.7387	0.7324	0.7311	0.7239
Numero di Reynolds	5163	11634	20498	29518	38616	47548
$\overline{C_D}$	0.7259	0.7215	0.7088	0.7093	0.7082	
Numero di Reynolds	56287	65594	73212	80070	88919	

Tabella 5.6: Valori medi del C_D per le diverse velocità di misura nel caso di una pallina da tennis

Nonostante i numeri di Reynolds raggiunti durante queste prove non siano molto elevati, è possibile notare delle analogie tra i dati sperimentali e lo studio di Alam *et al.* citato come riferimento [25]. In particolare, per valori di $Re \approx 7 \cdot 10^4 \div 8 \cdot 10^4$, si osserva una diminuzione del coefficiente di resistenza C_D , che passa da circa 0.73 a un valore inferiore a

0.71. Non avendo raggiunto numeri di Reynolds più alti, non è stato possibile determinare il valore del coefficiente di resistenza in regime completamente turbolento. Tuttavia, è stato evidenziato l'inizio della crisi di resistenza con valori di C_D comparabili allo studio di Alam *et al.*.

In seguito, è stata valutata la ripetibilità delle misure del coefficiente di resistenza C_D valutando, a pari velocità, il parametro $C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$ (vedi Figura 5.18).

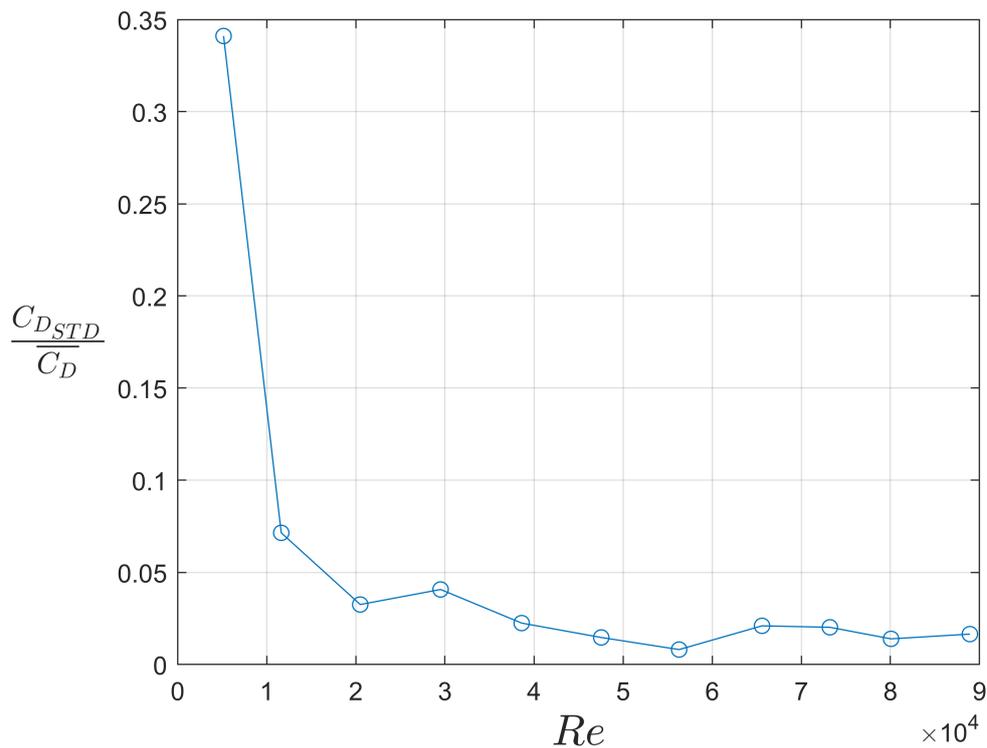


Figura 5.18: Diagramma dell'andamento del valore di standard deviation del coefficiente C_D in funzione del numero di Reynolds

$C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$	0.3411	0.0715	0.0326	0.0407	0.0225	0.0147
Numero di Reynolds	5163	11634	20498	29518	38616	47548
$C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$	0.0081	0.0210	0.0202	0.0139	0.0165	
Numero di Reynolds	56287	65594	73212	80070	88919	

Tabella 5.7: Valori di $C_{D_{STD}}/\overline{C_D}$ per le diverse velocità di misura nel caso della pallina da tennis

Anche per queste misure risulta esserci una maggiore dispersione dei dati a basse velocità, mentre all'aumentare della velocità si evince una buona ripetibilità delle misure effettuate con i sensori LVDT. Come detto in precedenza questa dispersione è sempre dovuta ad una non accurata misura delle forze alle basse velocità (vedi Figura 5.19).

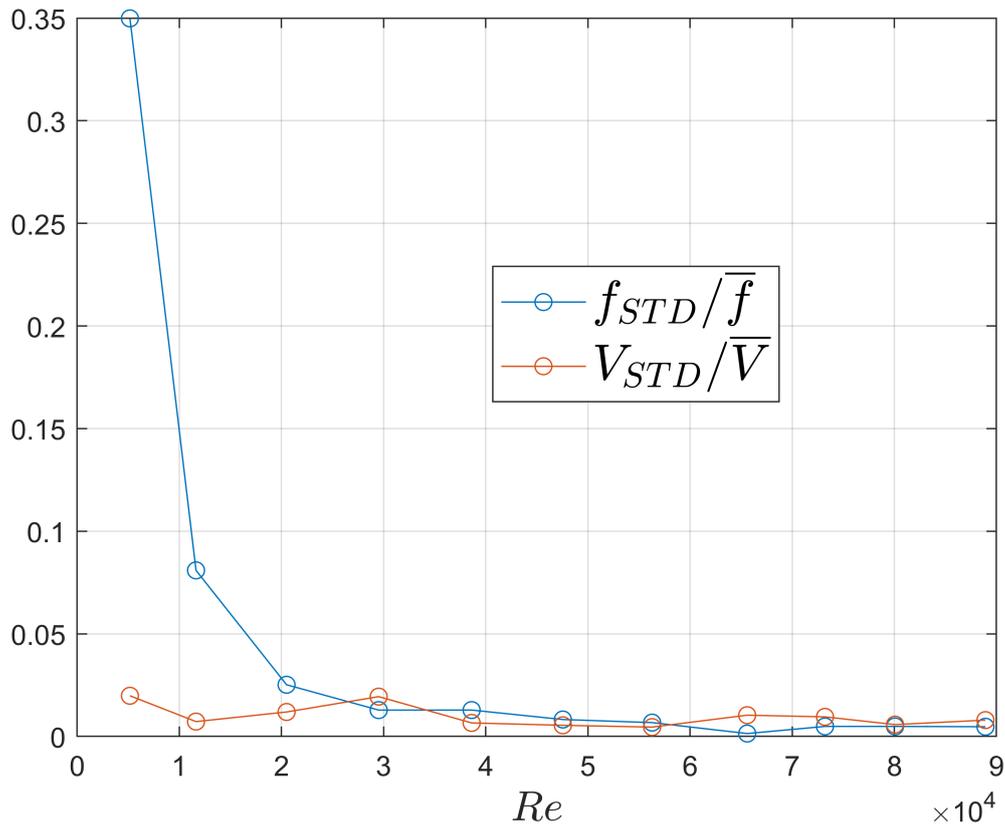


Figura 5.19: Confronto valori STD sulle misure di velocità e di forza

Dalla Tabella 5.7, si evidenzia che per $Re > 3 \cdot 10^4$ i valori del rapporto $C_{D_{STD}}/\bar{C}_D$ sono inferiori a 0.025, confermando che il sistema presenta una buona ripetibilità dei risultati che risultano essere in linea con quanto riportato in letteratura.

Capitolo 6

Conclusioni e sviluppi futuri

Il sistema di misura della resistenza aerodinamica sviluppato nell'ambito di questo progetto di tesi è stato validato per le misurazioni su corpi tozzi. La validazione è stata confermata dalla buona corrispondenza tra i dati sperimentali raccolti e i dati presenti in letteratura.

La validazione del sistema per la misura della resistenza di attrito sulla lamina piana è stata limitata dalla dimensione inadeguata della struttura sperimentale, che non permette un'evoluzione adeguata dello strato limite aerodinamico. Purtroppo, non è stato possibile testare questo sistema di misura nella *facility* predisposta alla misura di sforzo di attrito in uno strato limite turbolento, poiché attualmente è in fase di ammodernamento.

Prima di escludere il sistema come non idoneo per queste tipologie di misurazioni, è necessario condurre una validazione nella *wind tunnel* dedicata, una volta che sarà pronta per l'utilizzo.

Tra le prospettive di miglioramento futuro, è opportuno valutare la realizzazione del sistema di misura mediante l'utilizzo di materiali diversi dal PLA, come leghe di alluminio o acciaio, al fine di incrementarne la rigidità. Questo permetterebbe di migliorare l'allineamento della piastra flottante, rendendola perfettamente "a filo" rispetto al piano fisso presente nella galleria. Tale ottimizzazione mira a garantire una maggiore precisione nelle misurazioni effettuate.

Un'ulteriore evoluzione potenziale consiste nella sostituzione delle lamelle calibrate con cuscinetti ad aria compressa. Questo approccio mira a risolvere le problematiche legate all'instabilità da buckling e alla torsione delle lamelle, soprattutto in caso di imperfezioni nell'allineamento della piastra.

Bibliografia

- [1] Hermann Schlichting e Joseph Kestin. *Boundary-Layer Theory*. 9th. Springer, 2017.
- [2] Renzo Arina. *Fondamenti di aerodinamica*. Levrotto & Bella, 2015.
- [3] David J Tritton. *Physical fluid dynamics*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [4] Donald Coles. «The law of the wake in the turbulent boundary layer». In: *Journal of Fluid Mechanics* 1.2 (1956), pp. 191–226.
- [5] Paweł Niegodajew, Artur Drózdź e Witold Elsner. «A new approach for estimation of the skin friction in turbulent boundary layer under the adverse pressure gradient conditions». In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 79 (2019), p. 108456. ISSN: 0142-727X.
- [6] Egbers C. Buut U. «Skin friction measurements on structured surfaces using Clauser-chart method and Oil film interferometry». In: *Thermophysics and Aeromechanics* 25 (mag. 20018), pp. 367–377.
- [7] Ivan Marusic e Gary J. Kunkel. «Streamwise turbulence intensity formulation for flat-plate boundary layers». In: *Physics of Fluids* 15 (2003), pp. 2461–2464.
- [8] A.J. Musker. «Explicit expression for the smooth wall velocity distribution in a turbulent boundary layer». In: *AIAA Journal* 17 (giu. 1979), pp. 655–657.
- [9] Anthony Kendall e Manoochehr Koochesfahani. «A Method for Estimating Wall Friction in Turbulent Boundary Layers». In: *25th AIAA Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conference*. 2008, pp. 773–780.
- [10] Kapil A Chauhan, Peter A Monkewitz e Hassan M Nagib. «Criteria for assessing experiments in zero pressure gradient boundary layers». In: *Fluid Dynamics Research* 41.2 (mar. 2009), p. 021404.
- [11] Hassan Nagib, Kapil Chauhan e Peter Monkewitz. «Scaling of High Reynolds Number Turbulent Boundary Layers Revisited». In: giu. 2005.
- [12] Lawrence H. Tanner e L G Blows. «A study of the motion of oil films on surfaces in air flow, with application to the measurement of skin friction». In: *Journal of Physics E: Scientific Instruments* 9 (1976), pp. 194–202.
- [13] H. H. Fernholz, G. Janke, M. Schober, P. M. Wagner e D. Warnack. «New developments and applications of skin-friction measuring techniques». In: *Measurement Science and Technology* 7.10 (ott. 1996), pp. 1396–1409.

- [14] Sarthak Joshi e Shrikant Madhav Harle. «Linear Variable Differential Transducer (LVDT) & Its Applications in Civil Engineering». In: *International Journal of Transportation Engineering and Technology* 3.4 (2017), pp. 62–66.
- [15] Michiel Nesselrooij, O Campenhout, Bas Oudheusden, Ferry Schrijer e L Veldhuis. «Development of an experimental apparatus for flat plate drag measurements and considerations for such measurements». In: *Measurement Science and Technology* 33 (feb. 2022).
- [16] A.T. Sayers e M.G. Law. «Boundary layer growth on a flat circular plate». In: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 62.2 (1996), pp. 163–173. ISSN: 0167-6105.
- [17] Carlos Sanmiguel Vila, Ricardo Vinuesa, Stefano Discetti, Andrea Ianiro, Philipp Schlatter e Ramis Örlü. «On the identification of well-behaved turbulent boundary layers». In: *Journal of Fluid Mechanics* 822 (apr. 2017), pp. 109–138.
- [18] P. Henrik Alfredsson, Ramis Örlü e Antonio Segalini. «A new formulation for the streamwise turbulence intensity distribution in wall-bounded turbulent flows». In: *European Journal of Mechanics - B/Fluids* 36 (2011), pp. 167–175. ISSN: 0997-7546.
- [19] T. B. Nickels, I. Marusic, S. Hafez e M. S. Chong. «Evidence of the k_1^{-1} Law in a High-Reynolds-Number Turbulent Boundary Layer». In: *Phys. Rev. Lett.* 95 (7 ago. 2005), p. 074501. DOI: 10.1103/PhysRevLett.95.074501.
- [20] *Drag of a Sphere*. URL: <https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/drag-of-a-sphere/#drag-coefficient>.
- [21] Firoz Alam, Tom Steiner, Harun Chowdhury, Hazim Moria, Iftekhar Khan, Fayez Aldawi e Aleksandar Subic. «A study of golf ball aerodynamic drag». In: *Procedia Engineering* 13 (2011), pp. 226–231.
- [22] Alexander Smits e D.R. Smith. «A new aerodynamic model of a golf ball in flight». In: *Science and Golf II* (gen. 1994), pp. 340–347.
- [23] Jin Choi, Woo-Pyung Jeon e Haecheon Choi. «Mechanism of drag reduction by dimples on a sphere». In: *Physics of Fluids - PHYS FLUIDS* 18 (apr. 2006), pp. 1–10.
- [24] Antonín Štěpánek. «The aerodynamics of tennis balls—The topspin lob». In: *American Journal of Physics* 56.2 (feb. 1988), pp. 138–142.
- [25] Subic A. Alam F. Watkins S. «The Aerodynamic Forces on a Series of Tennis Balls». In: *15th Australasian Fluid Mechanics Conference* (dic. 2004).
- [26] Rabindra Mehta, Firoz Alam e Aleksandar Subic. «Review of tennis ball aerodynamics». In: *Sports Technology* 1 (giu. 2008), pp. 7–16.