

### Politecnico di Torino Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica Anno accademico 2023/2024

## Identificazione, Modellazione e Sperimentazione di un Sistema di Posizionamento ad Azionamento Pneumatico

Relatori:

Ing. Luigi Lentini Prof. Luigi Mazza Ing. Carlo De Benedictis Candidato:

Fabio Maron S286901

### Abstract

In questa tesi viene affrontato lo studio di un sistema di posizionamento ad azionamento pneumatico. Al giorno d'oggi i sistemi pneumatici, e in particolare gli attuatori pneumatici, sono ampiamente utilizzati nell'ambito industriale grazie alla loro economicità, efficienza e semplicità meccanica rispetto ad altri tipi di sistemi. Inoltre, questi sistemi sfruttano aria compressa come fluido di lavoro, il che fornisce una maggiore flessibilità, anche in ambienti infiammabili o esplosivi. Infine l'aria è considerata una risorsa sostenibile e reperibile rispetto ad altri fluidi.

La prima parte di questo lavoro di tesi consiste nell'apprendere i problemi principali dei sistemi pneumatici, che potrebbero portare ad effetti indesiderati: comprimibilità dell'aria, caratteristica di portata non lineare delle valvole e l'attrito.

Nei sistemi pneumatici, la potenza viene trasmessa e controllata attraverso un gas compresso tramite valvole o servo-valvole. Dato che l'aria è un fluido comprimibile, è molto importante valutare la caratteristica di portata delle valvole, in quanto essa sarà non lineare e potrebbe portare a risultati non attendibili. Per studiare la caratteristica di portata si fa riferimento alle normative ISO, in particolare alla ISO 6358, in cui la portata è caratterizzata dalla conduttanza sonica e il rapporto critico delle pressioni.

Un altro principale problema riguarda l'attrito, presente in tutti i sistemi in cui vi sono parti meccaniche in moto relativo. L'attrito è una forza che si oppone al movimento, e potrebbe portare anch'esso ad effetti indesiderati. È molto importante quindi essere a conoscenza dei principali fenomeni dovuti all'attrito, per esempio l'effetto Stribeck o il comportamento stick-slip, e dei principali modelli utilizzati per prevederlo. Inoltre l'attrito può essere suddiviso in tre regimi differenti: *pre-sliding*, sliding e regime di transizione dei due, ognuno caratterizzato da fenomeni diversi a seconda delle condizioni (velocità) in cui si troverà il sistema.

Effettuata la parte di ricerca sui problemi dei sistemi pneumatici, lo studio si concentrerà sulla parte sperimentale in cui si andrà ad assemblare un banco per la caratterizzazione statica della valvola proporzionale, composto dalla valvola e da due serbatoi, e progettare un banco per il sistema pneumatico vero e proprio in cui si potranno osservare i fenomeni dei 3 regimi di attrito. Il sistema sarà composto da un cilindro pneumatico a doppio effetto, un cilindro elettrico (insieme ad un attuatore piezoelettrico), una valvola di flusso proporzionale 5/3 e un carrello che può scorrere per mezzo di una guida a ricircolo di sfere. La parte sperimentale del sistema pneumatico sarà relativa a lavori di tesi precedenti e una volta raccolti tutti i dati sperimentali, questi vengono confrontati con i modelli numerici presenti nella letteratura per convalidare il modello.

I risultati di questa ricerca rappresentano un contributo significativo per una comprensione approfondita dell'identificazione dei fenomeni di attrito e delle caratteristiche non lineari delle valvole nei sistemi ad attuazione pneumatica. L'analisi condotta offre preziose intuizioni che possono essere applicate nel campo della progettazione e del controllo degli attuatori pneumatici, con particolare rilevanza in ambiti come la robotica, l'automazione e la produzione industriale. La chiara comprensione dei fenomeni di attrito fornisce una base solida per affrontare la progettazione di sistemi pneumatici, consentendo di ottimizzare l'efficienza, la precisione e l'affidabilità.

# Indice

CAPITOLO 1	6
1.1 Stato dell'arte	6
1.2 L'attrito e i suoi fenomeni	7
1.3 Valvole pneumatiche	11
CAPITOLO 2	20
2.1 Modelli di attrito statici	20
2.1.1 Modello di Coulomb	20
2.1.2 Modello di Coulomb con attrito statico	21
2.1.3 Modello di Coulomb con attrito statico e attrito viscoso	22
2.1.4 Modello con effetto Stribeck	23
2.1.5 Modello di Karnopp	24
2.1.6 Seven parameter Model	25
2.1.7 Modello Polito	26
2.2 Modelli dinamici	28
2.2.1 Modello di Dahl	28
2.2.2 Bristle Model	29
2.2.3 Modello Reset Integrator	30
2.2.4 Modello di Bliman-Sorine	31
2.2.5 Modello di LuGre	32
2.2.6 Modello di Leuven e modello di Leuven modificato	33
2.2.7 Generalized Maxwell Slip Model	36
2.2.8 Modello di attrito basato sul nuovo modello di LuGre modificato (NMLGM)	37
2.3 Identificazione dei parametri di attrito	38
CAPITOLO 3	
3.1 Banco prova per la caratterizzazione statica della valvola	
3.1.1 Valvola proporzionale in portata	53
3.1.2 Serbatoio	54
3.1.3 Sensori di portata	55
3.1.4 Regolatore di pressione	56
3.1.5 Trasduttori di pressione	57
3.1.6 Dispositivo acquisizione dati	58
3.2 Esecuzione prove per la caratterizzazione statica della valvola	59
3.2.1 Prove a getto libero	59
3.2.2 Riempimento/svuotamento dei serbatoi	62
3.3 Identificazione della legge di apertura della valvola	68

3.4 Calcolo delle conduttanze	
3.5 Banco prova attrito	
3.5.1 Cilindro pneumatico	77
3.5.2 Carrello	78
3.5.3 Cilindro elettrico	78
3.5.4 LVDT	79
3.5.5 Sensore laser	80
3.5.6 Cella di carico	
3.5.7 Amplificatore di misura	82
3.6 Prove svolte sul banco prova	
3.6.1 Prove con segnale a gradino	83
3.6.2 Prove con comando sinusoidale	85
3.6.3 Prove Stick-Slip	
CAPITOLO 4	
4.1 Modellazione sistema di posizionamento pneumatico	
4.2 Modellazione valvola proporzionale	
CAPITOLO 5	
5.1 Risultati caratterizzazione statica della valvola	
5.1.1 Andamenti sperimentali nel tempo della pressione e della portata	
5.1.2 Leggi di apertura	106
5.1.3 Confronto andamenti sperimentali con modello della valvola	110
5.1.4 Confronto conduttanze	118
5.2 Risultati del banco sistema di posizionamento	
5.2.1 Identificazione dei parametri di attrito	123
5.2.2 Risultati prove comando a gradino	128
5.2.3 Risultati prove comando sinusoidale	134
5.2.4 Risultati prove stick-slip	137
CONCLUSIONI	142
BIBLIOGRAFIA	144

# **CAPITOLO 1**

In questo capitolo verrà presentata un'introduzione sulle applicazioni relative ai sistemi pneumatici e alle loro problematiche principali. Successivamente vengono discusse le configurazioni e le tipologie di valvole utilizzate per l'attuazione di cilindri pneumatici a doppio effetto.

# 1.1 Stato dell'arte

Il termine pneumatica deriva dal greco pneuma ( $\pi v \epsilon \tilde{\upsilon} \mu \alpha$ ) che significa respiro e si riferisce allo studio e all'applicazione di gas pressurizzati per generare un movimento meccanico. I sistemi che sfruttano questa tecnologia vengono chiamati sistemi pneumatici. Questi sistemi, grazie al loro potenziale nelle applicazioni industriali, hanno attirato l'attenzione di molti ricercatori in tutto il mondo. Nel corso degli anni l'utilizzo di sistemi pneumatici è salito vertiginosamente, basti pensare che tra il 2011 e il 2015 l'utilizzo dei cilindri pneumatici è salito da 8.21 milioni di unità a 10.38 milioni di unità [1]. Il successo di questa tecnologia è dovuto principalmente ai loro numerosi vantaggi [2]:

- Tecnologia sicura e pulita grazie al solo utilizzo di aria compressa;
- Tecnologia relativamente economica e con bassa manutenzione;
- Possibilità di ottenere un movimento lineare ad alta velocità senza trasmissioni meccaniche aggiuntive;
- Elevato rapporto peso/potenza;
- Funzionamento intenso e prolungato senza rischio di temperature elevate e ampia gamma di temperature operative;
- Elevata efficienza meccanica e lunga durata;
- Costi operativi bassi in quanto richiede solo energia dell'aria compressa;
- Possibilità di utilizzo in ambienti umidi, polverosi e aggressivi chimicamente senza rischi di incendi o esplosioni;
- Possibilità di funzionamento in presenza di radiazioni e campi elettromagnetici, così come vibrazioni meccaniche;
- Facile disponibilità e natura non inquinante.

Per questi motivi i sistemi pneumatici vengono usati in varie applicazioni nell'industria e in altri sistemi automatizzati. Gli attuatori pneumatici sono ampiamente utilizzati nei settori dell'automazione, dei robot e della produzione industriale. Essi sono molto utili per la manipolazione di sistemi fisici e il rapido movimento di oggetti meccanici, nonché per l'assemblaggio, il monitoraggio, l'impilamento, la serratura e la fissazione di vari prodotti manifatturieri.

I sistemi pneumatici hanno il potenziale per rimpiazzare i meno efficienti attuatori elettromeccanici e i più costosi attuatori idraulici in molte applicazioni. In Figura 1.1 è mostrato lo schema generale di un sistema pneumatico.

Tuttavia questi sistemi non sono esenti da svantaggi, infatti presentano delle difficoltà dovute a fenomeni non lineari. Tra questi la comprimibilità dell'aria, che si traduce in una riduzione delle prestazioni dinamiche del sistema e l'attrito all'interno dei cilindri pneumatici. Un altro svantaggio

tipico è la relazione che lega la portata e il rapporto tra le pressioni di monte e valle di un elemento di tipo resistivo che è anch'essa non lineare. Tutti questi fattori vanno a compromettere l'efficienza energetica del sistema pneumatico, intesa come rapporto tra potenza elettrica spesa per comprimere l'aria e la potenza d'attuazione uscente dall'attuatore. In particolare gli attuatori pneumatici raggiungono circa il 20% dell'efficienza energetica contro il 40% e l'80% circa rispettivamente di attuatori idraulici e di attuatori elettrici [1].

È di fondamentale importanza, quindi, riuscire a modellare al meglio i fenomeni non lineari. L'attrito risulta essere il fenomeno più complesso da gestire, poiché dipende da numerose condizioni e possiede un comportamento casuale. In letteratura sono stati effettuati numerosi studi sull'attrito e sono stati creati numerosi modelli. In ogni modello ci sono parametri che dipendono dalle condizioni operative del caso in esame. Nel capitolo 2 verranno analizzati i principali modelli di attrito, suddividendoli tra modelli statici e modelli dinamici e alcuni metodi per l'identificazione dei parametri di attrito.



Figura 1.1: Struttura base di un sistema di posizionamento pneumatico [8].

### 1.2 L'attrito e i suoi fenomeni

L'attrito è un fenomeno che si manifesta a seguito dell'interazione tra le superfici di due corpi a contatto qualora si tenti di instaurare un moto relativo. La forza che si genera da questa interazione viene chiamata forza di attrito e per natura si oppone al movimento. Tale forza non è semplice da prevedere a causa delle sue non linearità e può compromettere quindi il funzionamento di un sistema di posizionamento pneumatico. Per questo motivo ancora oggi ci sono molteplici studi in cui si cerca di modellare i fenomeni scaturiti dall'attrito per cercare di evitare rotture inaspettate dei componenti o di aumentare la precisione.

La forza di attrito si può suddividere all'interno di due regimi il regime di *pre-sliding* e il regime di *gross-sliding*. Per spostamenti molto piccoli (corrispondenti alle deformazioni delle superfici), si è nel regime di *pre-sliding* in cui la forza di attrito è funzione dello spostamento e le forze predominanti sono quelle adesive ed elasto-plastiche. Applicando una forza senza far scattare il movimento, le

asperità sì deformano elasticamente e plasticamente, come una molla non lineare. Sperimentalmente si è osservato che questo regime è governato da un comportamento di isteresi con memoria non locale.

Aumentando sempre di più la forza applicata, si arriverà all'istante in cui le asperità si deformano sempre più finché non si arriva alla rottura dei legami e si avrà lo scorrimento. La transizione tra i due regimi avviene quando la forza applicata supera una forza limite chiamata forza di primo distacco *(breaking force)*.

Nel regime di sliding le asperità dei contatti sono continuamente distrutte e create. In questo regime vi sono due principali effetti [3]: il primo è generalmente noto come effetto Stribeck in cui si osserva che per velocità crescenti, la forza di attrito inizialmente diminuisce (*weakening*) e dopo aumenta (*hardening*). Nei contatti non lubrificati, il *weakening* è conseguenza del fatto che le asperità hanno meno tempo per interagire attraverso forze elasto-plastiche e di adesione quando la velocità incrementa, mentre l'*hardening* deriva dagli effetti dell'inerzia dell'asperità che aumentano al crescere della velocità; il secondo è chiamato *frictional lag*. Il meccanismo scatenante di questo fenomeno è che il coefficiente di adesione locale aumenta con il tempo di contatto tra le due asperità a contatto, cioè è richiesto del tempo prima che la forza di attrito cambi con la velocità di scorrimento. In Figura 1.2 vengono mostrati in forma grafica questi due effetti appena discussi.



Figura 1.2: Fenomeni dovuti all'attrito osservati sperimentalmente in un diagramma *F-v*, per carico costante [20].

Un ultimo fenomeno che si vuole analizzare è il fenomeno dello stick-slip che si può manifestare nella transizione tra i due regimi. Per osservare il fenomeno si fa riferimento allo schema di Figura 1.3, in cui si ha un blocco di massa M a contatto su un piano fisso. La massa M è connessa ad una molla la cui estremità libera è tirata con una velocità  $v_0$ . In Figura 1.4 è mostrato il diagramma di corpo libero del sistema. Il blocco rimarrà fermo finché la forza applicata non eguaglia la forza di primo distacco. Una volta superata, si ha scorrimento, la velocità aumenta e la forza di attrito

diminuisce. Nello stesso momento la forza della molla diminuisce a causa della velocità  $v_0$  che è inferiore alla velocità della massa m. La massa accelera fino a che la forza di attrito eguaglia la forza della molla. Dopo di ciò la massa decelera con un incremento della forza di attrito, che mantiene questo processo finché la massa non si ferma. In Figura 1.5 viene mostrato il fenomeno dello *stick-slip*, che si manifesta, in termini di posizione, come un andamento a gradino.



Figura 1.3: Schema per visualizzare il fenomeno dello stick-slip.



Figura 1.4: Diagramma di corpo libero dello schema di Figura 1.3.



Figura 1.5: Comportamento Stick-slip: (sopra) Andamento della posizione e della velocità nel tempo: linea continua indica la posizione reale della massa, linea tratteggiata indica la velocità reale. Le linee puntinate indicano la posizione e la velocità desiderata; (sotto) Andamento della forza nel tempo: linea continua indica la forza di attrito, mentre la linea tratteggiata indica la forza elastica [19].

### 1.3 Valvole pneumatiche

Le valvole pneumatiche sono elementi essenziali per il comando di attuatori e per la regolazione della portata all'interno di sistemi pneumatici. Utilizzate in molteplici applicazioni di tipo industriale per la loro versatilità, velocità e per il basso costo, le valvole possono essere classificate in svariati modi: in base all'entità delle pressioni in gioco, in base alla funzione svolta, in base al tipo di corpo mobile al loro interno, in base alla condizione di equilibrio e in base al tipo di azionamento (Figura 1.5). Generalmente le pressioni di lavoro per le valvole pneumatiche vanno dai 3 ai 10 bar, ma in alcuni casi particolari possono arrivare fino a valori massimi di 30 bar e minimi di 0.2 bar. Di fondamentale importanza per lo studio delle valvole pneumatiche sono le normative ISO 6358 (di cui se ne parlerà più approfonditamente nel capitolo 3) e ISO 12238. La prima riguarda la determinazione delle caratteristiche di flusso delle valvole, associate a due parametri caratteristici, la conduttanza sonica e il rapporto critico delle pressioni. La seconda invece espone le procedure di test per la misura del tempo di risposta della valvola, intervallo di tempo misurato dalla presenza di un segnale di controllo elettrico o pnematico fino al tempo in cui la pressione all'uscita della valvola raggiunge un valore specifico (solitamente il 90% del valore a regime).



Le valvole hanno lo scopo di controllare il moto dei cilindri pneumatici attraverso la portata di aria fornita o scaricata delle camere del cilindro pneumatico. Principalmente esistono 4 metodi differenti per il controllo della portata nei sistemi pneumatici:

- valvole proporzionali o servo-valvole (Figura 1.6 a) e b)),
- valvole 3/2 con solenoide (Figura 1.6 c)),
- valvole 2/2 del tipo ON-OFF (Figura 1.6 d)).



Figura 1.6: Circuiti pneumatici per il controllo di un servosistema di posizionamento usando a) valvola proporzionale 5/3, b) 2 valvole proporzionali 3/3, c) 2 valvole 3/2 con solenoide, d) 4 valvole 2/2 con solenoide [8].

Da una serie di studi comparativi sui diversi metodi di controllo della portata è emerso che il metodo più adatto per il controllo del flusso di portata verso l'attuatore dipende dal grado di precisione richiesto nel posizionamento dell'applicazione e dal budget disponibile.

In letteratura esistono moltissimi esempi di sistemi controllati da valvole pneumatiche: in [4] gli autori propongono un controllo adattivo basato sulla tecnica di approssimazione di funzione (FAT) per un sistema di posizionamento servo pneumatico per stimare i parametri incerti variabili nel tempo. Il sistema considerato è mostrato in Figura 1.7 ed è formato da una valvola proporzionale 5/3 FESTO MPYE-5-1/8-HF-010B, un cilindro a doppio effetto (DNC-40-1000-PPV-A), 2 sensori di pressione HUBA-691 per la lettura delle pressioni all'interno delle camere del cilindro e un encoder MITUTOYO AT115-1000 per leggere la posizione dello stelo con una precisione di 5µm. La valvola proporzionale ha come input una tensione variabile da 0 a 10 V. Per simulare il carico con massa variabile, è stato utilizzato un serbatoio d'acqua che ha in ingresso una portata di 0.5 kg/s in modo che la massa aumenti da 12 kg a 18 kg durante le prove. La pressione di alimentazione e la temperatura dell'aria sono rispettivamente 6 bar e 293 K.



Figura 1.7: Servo sistema pneumatico di posizionamento utilizzato in [4].

Per scopi di posizionamento, il sistema viene assunto nella posizione a riposo all'origine e la posizione desiderata è 0.5 m. In Figura 1.8 è possibile osservare i risultati del controllo in cui il sistema raggiunge il valore desiderato in circa 1 s. Per testare la robustezza del sistema, viene aggiunto una forza impulsiva al carico circa a 8s. Si osserva che la posizione ritorna molto velocemente al valore desiderato dopo l'applicazione del disturbo. Altri risultati sono visibili in Figura 1.9.



Figura 1.8: Andamento a gradino della posizione.



Figura 1.9: Andamento sinusoidale della posizione.

In [5] viene proposto un metodo per il controllo della posizione in un attuatore pneumatico lineare usando una valvola proporzionale 5/3. Le non linearità associate a comprimibilità dell'aria, al ritardo dovuto alla lenta propagazione delle onde di pressione e alle grandi forze di attrito negli attuatori pneumatici determinano la dinamica del sistema di controllo che risulta essere piuttosto complessa e il controllo preciso della posizione difficile. Il controllo proposto dagli autori è composto da un anello di controllo interno di pressione, che regola la pressione differenziale nel cilindro usando un modello di stato non lineare della portata, e un anello di controllo esterno di posizione, che include la compensazione dell'attrito. In Figura 1.10 viene mostrato lo schema utilizzato nella sperimentazione. La portata che fluisce attraverso gli orifizi della valvola viene espressa dalla seguente espressione:

$$\dot{m} = S\lambda_2 \frac{p_u}{\sqrt{RT}} f\left(\frac{p_d}{p_u}\right)$$

Dove  $p_u$ ,  $p_d$ , sono rispettivamente le pressioni di alimentazione e la pressione di uscita; S è l'area effettiva che varia secondo la posizione del cassetto della valvola; la funzione di flusso f viene definita come:

$$f\left(\frac{p_d}{p_u}\right) = \begin{cases} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \sqrt{\left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{2/\gamma}} - \left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{(\gamma+1)/\gamma} & se \ p_d \ge p_{cr} \ (subsonico) \\ 1 & se \ p_d < p_{cr} \ (sonico) \end{cases}$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$\lambda_2 = \sqrt{\gamma \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{(\gamma+1)/(\gamma-1)}}$$

In Figura 1.11 è possibile osservare la curva di portata. La valvola proporzionale ha una legge di apertura proporzionale alla sua tensione di comando. In Figura 1.12 viene mostrato il grafico per stimare la relazione tra tensione in ingresso e l'area di passaggio effettiva, mentre in Figura 1.13 vengono presentati i risultati del funzionamento del controllo di pressione. Si osserva che nel sistema non compensato (linea tratteggiata) si ha un picco di pressione dovuto principalmente alla compressibilità dell'aria, mentre questo viene eliminato con una compensazione lineare (linea continua).



Figura 1.10: Setup sperimentale in [5].



Figura 1.11: Variazione della portata con il rapporto delle pressioni.



Figura 1.12: Andamento dell'area delle aperture al variare delle tensione in ingresso.



Figura 1.13: Risultati sperimentali.

In [6] gli autori propongono una strategia di controllo basata su reti neurali con riferimento al banco prova in Figura 1.14. Il sistema è composto da 2 servo-valvole 3/3, che modulano il flusso di aria all'interno del cilindro pneumatico, un cilindro pneumatico che può movimentare un carrello il quale può scorrere per mezzo di una guida, un encoder integrato nel sistema di guida e due sensori di

pressione per la misura della forza pneumatica. In Figura 1.15 è mostrato lo schema circuitale di tale banco.



Figura 1.14: Setup sperimentale in [6].



Figura 1.15: Circuito pneumatico in [6].

Infine in [7] gli autori presentano un modello dinamico completo di un cilindro a doppio effetto usando valvole on/off, considerando varie non linearità come attrito, ritardi nelle valvole, volumi morti nel cilindro e gli effetti delle guarnizioni. Il sistema mostrato in Figura 1.16 consiste di un cilindro a doppio effetto FESTO DSNU-25-125-PPV, , 2 valvole pneumatiche 3/2 On/Off FESTO MHE2-MS1H-3/2G-M7 che comandano il cilindro attraverso la tecnica PWM, un trasduttore lineare per la misura dello spostamento Gefran LT-M-175-P. e due sensori di pressione BD 26.600–1002–1–100–300–500. Per una migliore comprensione, in Figura 1.17 è mostrato lo schema del banco. La dinamica del flusso di portata attraverso l'orifizio viene utilizzata per derivare il modello matematico della valvola:

$$\dot{m} = C_d A_v \begin{cases} \frac{p_u}{\sqrt{RT}} & \text{se flusso sonico } (0 < r \le b) \\ \frac{p_u}{\sqrt{RT}} \sqrt{1 - \left(\frac{r-b}{1-b}\right)^2} & \text{se flusso subsonico } (b < r \le 1) \\ 0 & \text{in tutti gli altri casi} \end{cases}$$

Con  $r=p_d/p_u$  rapporto tra le pressioni di valle e monte,  $C_d$  è il coefficiente di scarico,  $A_v$  è l'area di passaggio che può variare da 0 fino ad un valore massimo  $A_{vmax}$  in base al segnale di input.

In Figura 1.18 viene mostrata la variazione di  $A_v$  rispetto al tempo:

$$A_{v} = \begin{cases} \frac{A_{vmax}}{t_{rise}} \cdot t & (Apertura valvola) \\ \frac{A_{vmax}}{t_{fall}} \cdot t & (Chiusura valvola) \end{cases}$$

Dove t, trise, tfall sono rispettivamente il tempo, il tempo di salita e il tempo di discesa.



Figura 1.16: Setup sperimentale in [7].



Figura 1.17: Circuito del sistema pneumatico usato in [7].



Figura 1.18: Variazione dell'area di passaggio della valvola.

# **CAPITOLO 2**

In questo capitolo verranno presentati i principali modelli di attrito statici e dinamici e alcuni metodi di identificazione dei loro parametri caratteristici.

### 2.1 Modelli di attrito statici

In questo paragrafo verranno presentati i modelli di attrito statici che frequentemente vengono utilizzati nelle simulazioni di sistemi meccanici. Molti di questi mostrano una discontinuità della forza di attrito quando la velocità è nulla e ciò causa difficoltà nel descrivere l'attrito in modo realistico.

#### 2.1.1 Modello di Coulomb

Coulomb fu il primo a presentare un modello di attrito, in cui l'ampiezza della forza di attrito è proporzionale alla forza normale di contatto attraverso un coefficiente di attrito dinamico  $\mu_d$ , che dipende dalle proprietà dei materiali dei corpi a contatto. Inoltre la forza di attrito dipende solo dalla direzione della velocità e non dalla sua ampiezza. In Figura 2.1 è rappresentato lo schema del modello di Coulomb.



Figura 2.1: Rappresentazione schematica della forza di attrito su un corpo di massa m.

$$\begin{cases} F_C = \mu_d \cdot F_N \\ F_f = F_C \cdot sgn(v) \end{cases}$$

Dove la funzione sgn(v) è definita nel seguente modo:

$$sgn(v) = \begin{cases} +1 \forall v > 0\\ 0 \forall v = 0\\ -1 \forall v < 0 \end{cases}$$

Come mostrato in Figura 2.2, la forza di attrito di Coulomb si presenta costante in caso di scorrimento (*sliding*) ed è indeterminato per valori di velocità nulli. Tipicamente si pone pari alla forza motrice applicata.



Figura 2.2: Modello di Coulomb.

Questo modello viene utilizzato ancora oggi spesso, poiché è molto semplice da implementare in quanto richiede un solo parametro di input, cioè il coefficiente di attrito dinamico. Tuttavia la presenza della funzione sgn(v) comporta una non linearità nel modello, poiché la funzione non è continua.

#### 2.1.2 Modello di Coulomb con attrito statico

Sperimentalmente è stato osservato che la forza di attrito a riposo è maggiore della forza di attrito dinamica. Per mettere in movimento un corpo all'interno di un sistema è richiesta una forza esterna che sia uguale o maggiore della forza di attrito statico. In Figura 2.3 è rappresentato il modello.

$$F_{f} = \begin{cases} F_{C} \cdot sgn(v) & se \ v \neq 0 \ e \ F_{e} \ge F_{s} \\ F_{e} & se \ v = 0 \ e \ F_{e} < F_{s} \\ F_{s} \cdot sgn(F_{e}) \ se \ v = 0 \ e \ F_{e} \ge F_{s} \end{cases}$$

$$F_{s} = \mu_{s} \cdot F_{N}$$

Dove  $F_s$  è la forza di attrito statico,  $\mu_s$  è il coefficiente di attrito statico (maggiore di quello dinamico  $\mu_d$ ) e  $F_e$  è la forza esterna applicata.



Figura 2.3: Modello di Coulomb con attrito statico.

Questo modello presenta un comportamento simile a quello del modello di Coulomb, e quindi anch'esso avrà la forza di attrito non definita per velocità nulla.

#### 2.1.3 Modello di Coulomb con attrito statico e attrito viscoso

L'attrito viscoso è il risultato del comportamento viscoso di uno strato fluido lubrificante tra due superfici. Questo effetto può essere modellato usando vari approcci, anche se normalmente si considera una relazione lineare tra la forza di attrito viscosa e la velocità relativa :

$$F_{f} = \begin{cases} F_{C} \cdot sgn(v) + f_{V} \cdot v \quad se \ v \neq 0 \ e \ F_{e} \ge F_{s} \\ F_{e} \quad se \ v = 0 \ e \ F_{e} < F_{s} \\ F_{s} \cdot sgn(F_{e}) \quad se \ v = 0 \ e \ F_{e} \ge F_{s} \end{cases}$$

Dove  $f_V$  è il coefficiente di attrito viscoso. In Figura 2.4 viene rappresentato il modello.



Figura 2.4: Modello di Coulomb con attrito statico e attrito viscoso.

#### 2.1.4 Modello con effetto Stribeck

A differenza del modello di Coulomb con attrito statico, l'effetto Stribeck assicura che il decremento dall'attrito statico all'attrito dinamico è un processo continuo. Per questo la forza di attrito durante il moto relativo viene espressa come una funzione continua della velocità:

$$F_f = \begin{cases} F(v) & se \ v \neq 0 \ e \ F_e \ge F_s \\ F_e & se \ v = 0 \ e \ F_e < F_s \\ F_s \cdot sgn(F_e) & se \ v = 0 \ e \ F_e \ge F_s \end{cases}$$

Dove F(v) è una funzione arbitraria che dipende dalla velocità relativa. Una funzione che è ampiamente utilizzata per descrivere l'effetto Stribeck è:

$$F_{v} = \left(F_{C} + (F_{S} - F_{C})e^{-\left(\frac{v}{v_{S}}\right)^{\delta}}\right) \cdot sgn(v) + f_{v}v$$

Dove  $v_s$  è la velocità di Stribeck e  $\delta$  è un fattore di forma che dipende dalla geometria del contatto tra le superfici.

In Figura 2.5 viene mostrato il modello di Stribeck. Come si può notare, anche in questo modello vi è il problema della velocità nulla.



Figura 2.5: Modello di Coulomb con effetto Stribeck.

#### 2.1.5 Modello di Karnopp

Questo modello è stato il primo ad affrontare il problema della velocità nulla. Karnopp scelse di considerare la velocità nulla per uno specifico intervallo  $D_V$ , in cui quando la velocità è all'interno di questo intervallo, lo stato del sistema può cambiare e la risposta del modello sarà la stessa di quando la velocità relativa è nulla. Solitamente questo modello è usato insieme al modello di Coulomb e viene espresso nel seguente modo:

$$F_f = \begin{cases} F(v) & se \ v > D_V \\ \min(F_e, F_s) \cdot sgn(F_e) & se \ v \le D_V \end{cases}$$

Il modello di Karnopp ha come principale svantaggio il richiedere la forza esterna come input, che non è sempre nota. Inoltre l'intervallo in cui la velocità è nulla non soddisfa il comportamento reale dell'attrito. Tuttavia il modello di Karnopp e le sue variazioni vengono ancora utilizzate per le loro simulazioni efficienti.



Figura 2.6: Modello di Karnopp.

#### 2.1.6 Seven parameter Model

Questo modello [9] è stato sviluppato per includere tutti i fenomeni dovuti all'attrito rilevati sperimentalmente, discussi nel capitolo precedente. Consiste di due modelli separati: un modello per la statica e uno per lo *sliding*. Quando prevale l'attrito statico, l'attrito è modellato come una molla elastica per tenere conto degli spostamenti nel *pre-sliding*:

$$F_f(x) = \sigma x$$

Invece durante lo scorrimento, il modello tiene conto degli effetti di viscosità e di Stribeck con memoria di attrito:

$$F_f(v,t) = \left(F_c + F_v|v| + F_s(\gamma,t_2) \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{v \cdot (t - \tau_L)}{v_s}\right)^2}\right) \cdot sgn(v)$$

Dove:

$$F_{s}(\gamma, t_{2}) = F_{s,a} + \left(F_{s,\infty} - F_{s,a}\right) \cdot \frac{t_{2}}{t_{2} + \gamma}$$

La forza di attrito statico  $F_s$  varia con il tempo  $t_2$  a velocità nulla (tempo di riposo). Un lungo tempo di riposo indica una elevata forza di distacco. La forza  $F_{s,a}$  è la forza di attrito di Stribeck alla fine del

precedente periodo di scorrimento;  $\gamma$  è un parametro empirico. La forza di attrito durante lo scorrimento è equivalente ad un modello di attrito statico dove la velocità è stata rimpiazzata con un segnale ritardato e che ha un coefficiente  $F_s$  dipendente dal tempo. Il tempo di ritardo  $\tau_L$  modella la memoria di attrito desiderata.

Il modello risulta utile per mostrare il fenomeno dello stick-slip ma risulta poco appropriato per altri scopi simulativi.

#### 2.1.7 Modello Polito

In [10] Lentini et al., per superare il problema della velocità nulla, propongono una soluzione basata sui modelli di Karnopp e Stribeck, utilizzando le seguenti formulazioni:

$$F_{f} = \begin{cases} F(v), & |v| \ge \varepsilon \\ F_{ext}, & |v| < \varepsilon, |F_{ext}| < F_{s} \\ F_{s}sgn(F_{ext}), & in tutti gli altri casi \end{cases}$$

$$F(v) = \begin{cases} sgn(v)F_{c1} + sgn(v)(F_s - F_{c1})e^{-\left(\frac{|v|}{V_s}\right)^{\delta}} + c_1v & se \ a > 0\\ sgn(v)F_{c2} + c_2v & se \ a \le 0 \end{cases}$$

Dove  $F_s$  è la forza di attrito statico,  $v_s$  è la velocità di Stribeck,  $\delta$  è un parametro che dipende dalla geometria,  $F_{c1}$  e  $F_{c2}$  sono le forze di attrito Coulombiano rispettivamente in salita e in discesa,  $c_1$  e  $c_2$  sono i termini viscosi rispettivamente per velocità crescenti e decrescenti, e infine  $\varepsilon$  è il valore soglia di Karnopp necessario per superare il problema della velocità nulla.



Figura 2.7: Modello di attrito presentato in [10].

La Figura 2.8 mostra vari modelli, statici e dinamici, in base alla facilità di identificazione dei parametri e di implementazione del modello.



Figura 2.8: Modelli di attrito nel corso degli anni in base alla facilità di identificazione dei parametri e implementazione [20].

### 2.2 Modelli dinamici

I modelli di attrito dinamici utilizzano una variabile di stato z aggiuntiva per tenere conto dell'interazione tra le asperità delle superfici a contatto. In particolare si fa riferimento ai modelli che utilizzano il modello di spazzola equivalente che va a rappresentare la deformazione "globale" delle asperità. La struttura di questi modelli dinamici è simile e può essere definita dalla seguente equazione di stato [22]:

$$\frac{dz(t)}{dt} = v(t) \left(1 - sgn(v(t))\frac{z(t)}{z_{ss}}\right)$$

Dove z(t) è lo stato interno del modello di attrito, v(t) è la velocità del corpo in movimento e  $z_{ss}$  è un parametro che indica il massimo valore di z(t) in stato stazionario e vale:

$$z_{ss} = \frac{F_{ss}}{\sigma_0}$$

Dove  $F_{ss}$  è la forza di attrito in stato stazionario e  $\sigma_0$  è la rigidezza della spazzola.

#### 2.2.1 Modello di Dahl

Dahl sviluppò questo modello con lo scopo di descrivere il comportamento dell'attrito nei cuscinetti a sfera [11]. Alla base del modello vi è una analogia con la curva carico-deformazione dei materiali. Dahl osservò che nei materiali fragili, la differenza tra l'attrito statico e l'attrito dinamico fosse difficile da carpire. I materiali duttili invece hanno una maggiore probabilità nel mostrare l'attrito statico, e anche una successiva diminuzione nel carico finché non viene raggiunto l'attrito dinamico. Infatti nel modello di Dahl si afferma che quando le superfici a contatto sono soggette ad un carico, la forza di attrito aumenta fino a quando non arrivi la rottura. In questo contesto la curva carico-deformazione può essere descritta da una equazione differenziale del tipo:

$$\frac{dF_f}{dx} = \sigma \left| 1 - \frac{F_f}{F_c} \cdot sgn(v) \right|^{\alpha} \cdot sgn\left( 1 - \frac{F_f}{F_c} \cdot sgn(v) \right)$$

Dove  $\sigma$  è la rigidezza e  $\alpha$  è un parametro che definisce la forma della curva e dipende dal materiale (tra 0 e 1 per materiali fragili, maggiore di 1 per materiali duttili). Trasformando l'equazione sopra in una derivativa rispetto il tempo:

$$\frac{dF_f}{dt} = \sigma \left( 1 - \frac{F_f}{F_c} \cdot sgn(v) \right) \cdot v$$

Introducendo la variabile di stato z e assumendo che  $F_f = \sigma z$  possiamo riscrivere l'equazione come:

$$\frac{dz}{dt} = \left(1 - \frac{\sigma \cdot z}{F_C} \cdot sgn(v)\right) \cdot v$$

La variabile di stato z viene interpretata come la deformazione elastica delle asperità della superficie dei corpi (Figura 2.9).



Figura 2.9: Rappresentazione grafica della variabile di stato z.

Dall'ultima equazione si può osservare che quando il sistema raggiunge lo stato stazionario, la forza di attrito diventa uguale a quella vista nel modello di Coulomb.

Tuttavia il modello di Dahl non è capace di simulare l'effetto Stribeck e l'attrito statico.

#### 2.2.2 Bristle Model

Questo modello, introdotto da Haessig e Friedland, ha l'obiettivo di prevedere la casualità dell'attrito che si origina da una distribuzione di asperità su una superficie. Hanno assunto che l'attrito tra due superfici a contatto sia causato da un grande numero di spazzole interagenti (Figura 2.10).



Figura 2.10: Rappresentazione delle asperità di due superfici a contatto.

Le spazzole agiscono come delle molle e quando la deformazione  $x_i$ - $b_i$  di una spazzola supera un certo livello si spezza un collegamento e se ne crea uno nuovo con una posizione casuale. La forza di attrito che deriva da questi contatti è la somma totale delle singole forze delle molle:

$$F_f = \sum_{i=1}^N \sigma(x_i - b_i)$$

Dove *N* è il numero di spazzole,  $\sigma$  è la rigidezza delle spazzole,  $x_i$  è la posizione relativa delle spazzole e  $b_i$  è la posizione in cui si origina il legame tra le spazzole.

Questo modello considera la natura casuale dell'attrito che dipende dal numero di spazzole scelte. Più grande è il numero, più complicato è il modello. Ciò rende inefficiente il modello, e per questo motivo normalmente non viene utilizzato. Tuttavia il merito di questo modello è dovuto all'interpretazione dell'attrito come interazione tra le spazzole e il comportamento casuale della vita reale che riproduce.

#### 2.2.3 Modello Reset Integrator

Haessig e Friedland presentano questo altro modello, in cui viene proposta una evoluzione del modello di Dahl (che non considera l'effetto Stribeck e l'attrito statico), in cui si considera che la forza di attrito è originata dalle deformazioni elastiche e plastiche delle asperità della superficie. A differenza del modello precedente, questo modello non permette la rottura dei legami, il che significa che quando la deformazione raggiunge il punto di rottura, la deformazione si mantiene costante. Il modello utilizza la deflessione media delle palette *z* per determinare la deformazione nel legame:

$$\frac{dz}{dt} = \begin{cases} 0 & se \ v > 0 \ e \ z \ge 0 \\ v & in \ tutti \ gli \ altri \ casi \end{cases} e \ z \le 0$$

Similmente agli altri modelli di attrito, questo modello è composto anche da 2 equazioni di stato, una per lo scorrimento e una per l'adesione. La transizione tra queste due fasi si ha quando la deflessione raggiunge il suo valore massimo  $z_0$ .

La forza di attrito può essere definita nel seguente modo:

$$F_{f} = \begin{cases} \sigma_{0} \cdot v \cdot (1+a)z + \sigma_{1} \frac{dz}{dt} & se \ z < z_{0} \\ \sigma_{0} \cdot v \cdot z_{0} \cdot sgn(z) & se \ z \ge z_{0} \end{cases}$$

Dove  $\sigma_1 * dz/dt$  è il termine di smorzamento, *a* è il coefficiente relativo all'attrito statico, e  $\sigma_0$  è la rigidezza.

Il principale svantaggio di questo modello è la presenza di una discontinuità quando si ha passaggio tra adesione e scorrimento.

#### 2.2.4 Modello di Bliman-Sorine

Un altro modello ispirato al modello di Dahl è il modello di Bliman-Sorine, che collega in parallelo un modello di Dahl veloce e un modello di Dahl lento. Il modello veloce ha l'attrito più elevato in stato stazionario e la forza del modello lento viene sottratta dal modello veloce, il che si traduce in un picco dell'attrito statico. Questo modello generalizza il modello di Dahl per ottenere l'effetto Stribeck. Ciò viene fatto sostituendo la variabile temporale t in una variabile spaziale attraverso la trasformazione:

$$ds = |v(t)|dt$$

La variabile spaziale *s* è definita come lo spostamento relativo assoluto dei corpi a contatto a partire dall'ultimo cambio del segno della velocità. Applicando la trasformazione precedente al modello di Dahl si ottiene un equazione del secondo ordine:

$$\frac{d^2 F_f}{ds^2} + 2\xi\omega \frac{dF_f}{ds} + \omega^2 F_f = \omega^2 F_C \cdot sgn(\nu)$$

In questo modo l'equazione riesce a modellizzare l'attrito statico, dato dalla presenza di picchi nella risposta quando la velocità cambia di segno. Tuttavia il modello non riesce a cogliere l'effetto Stribeck in stato stazionario, ma soltanto un effetto transitorio dopo che è avvenuto il cambio di direzione di moto.

#### 2.2.5 Modello di LuGre

Il modello di LuGre, presentato da Canudas de Wit et al. [12], combina il modello di Dahl con caratteristiche arbitrarie in stato stazionario come l'effetto Stribeck. Alla base di questo modello vi è il modello delle spazzole, in cui l'attrito viene visualizzato come una forza prodotta da spazzole flettenti che si comportano come delle molle elastiche, e basato sul comportamento medio delle spazzole. La forza di attrito statica è modellata come la forza media applicata da una serie di molle elastiche sotto uno spostamento tangenziale molto piccolo. Una interpretazione del contatto può essere osservata in Figura 2.11 in cui le molle elastiche possono essere assunte come 2 corpi mobili in contatto che possiedono un gran numero di spazzole, ognuna con una certa rigidezza.



Figura 2.11: Interpretazione del contatto tra due corpi nel modello di LuGre.

Le equazioni che descrivono il modello sono le seguenti:

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = v - \sigma_0 \frac{v}{s(v)} z\\ s(v) = F_C + (F_s - F_C) e^{\left(-\frac{|v|}{v_s}\right)^{\delta}}\\ F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v \end{cases}$$

Dove v è la velocità relativa dei corpi a contatto, z è la deflessione media della spazzola,  $\sigma_0$  è la rigidezza della spazzole,  $\sigma_l$  è il coefficiente di smorzamento micro-viscoso,  $\sigma_2$  è il coefficiente di attrito viscoso, s(v) è la curva di Stribeck,  $F_C$  è la forza di Coulomb,  $F_s$  è la forza di attrito statico,  $v_s$  è la velocità di Stribeck e  $\delta$  è un fattore di forma (spesso posto pari a 2).

Quindi il modello di LuGre è caratterizzato da 6 parametri, 2 dinamici ( $\sigma_0 e \sigma_1$ ) e 4 statici ( $F_C$ ,  $F_s$ ,  $v_s$  e  $\sigma_2$ ). L'effetto viscoso è molto importante solo quando le velocità relative sono molto elevate o quando è presente un fluido lubrificante. Quando il sistema raggiunge lo stato stazionario, cioè velocità costante, l'espressione della forza di attrito si riduce a quella già vista nel modello di Stribeck.

Il modello di LuGre è utilizzato ancora oggi nei controlli nonostante le sue proprietà non lineari.

#### 2.2.6 Modello di Leuven e modello di Leuven modificato

Il modello di LuGre è stato soggetto a critiche da parte di Swevers et al. soprattutto sulla relazione tra forza di attrito nel *pre-sliding* e la variabile di stato *z* del sistema. Swevers et al. [13], attraverso sperimentazioni, scoprirono che la relazione è molto più complicata e caratterizzata da un comportamento isteretico con memoria non locale. Il modello da loro proposto prende il nome di modello di Leuven ed è capace di modellare accuratamente entrambi i regimi, *sliding* e *pre-sliding*, senza utilizzare una funzione di commutazione. Quindi riesce a considerare tutti gli effetti dovuti all'attrito, effetto Stribeck in *sliding*, ritardo di attrito, forza di distacco variabile, comportamento *stick-slip* e comportamento isteretico nel *pre-sliding*. In Figura 2.12 un esempio di isteresi nel regime di *pre-sliding*.



Figura 2.12: Isteresi con memoria non locale nel pre-sliding [21].

Il modello è costituito da 2 due equazioni, una non lineare che utilizza la variabile di stato z (deflessione media delle giunzioni di asperità), e una per la forza di attrito:

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = v \left( 1 - sgn\left( \frac{F_d(z)}{s(v) - F_b} \right) \cdot \left| \frac{F_d(z)}{s(v) - F_b} \right|^n \right) \\ F_f = F_h(z) + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v \end{cases}$$

Dove  $F_d(z)$  è una funzione di z puntuale simmetrica strettamente crescente,  $F_b$  è il valore della forza di attrito quando la velocità si inverte, n è un fattore di forma, e  $F_h(z)$  è la funzione che tiene conto del comportamento isteretico durante il regime di *pre-sliding* e sostituisce il primo termine nell'equazione del modello di LuGre. La forza  $F_h(z)$  è la forza d'isteresi, parte della forza di attrito

che mostra il comportamento isteretico che utilizza come input la variabile di stato z. Questa forza è una non linearità statica con memoria non locale [14]:

- Ogni nuova curva di transizione (ramo della curva d'isteresi) inizia quando si ha un'inversione di velocità;
- La forma della curva è determinata dai valori estremi passati di  $F_h$ , cioè la forma è indipendente dalla variazione di z tra i punti estremi;
- Il valore di  $F_h$  dopo un tempo  $t_0$  dipende non solo dal valore di  $F_h$  al tempo  $t_0$  e dal valore di z dopo il tempo  $t_0$ , ma anche dal valore estremo passato di  $F_b$ .

$$F_h(z) = F_b + F_d(z)$$

 $F_b$  rappresenta il valore di  $F_h(z)$  all'inizio di una curva di transizione, mentre  $F_d(z)$  rappresenta la curva di transizione attiva in un certo momento. L'implementazione di  $F_h(z)$  necessita di due *stack* di memoria, uno per i minimi di  $F_h$  in ordine crescente (*stack min*) e uno per i massimi di  $F_h$  in ordine decrescente (*stack max*). Questi *stack* si ampliano durante le inversioni di velocità e si contraggono quando gli anelli interni d'isteresi si chiudono. Il modello d'isteresi viene governato dai seguenti meccanismi (Figura 2.13):

- Durante un'inversione di velocità si verifica l'inizio di una nuova curva di transizione. La variabile  $z \in F_d(z)$  vengono resettati e il precedente valore di  $F_h(z)$  viene registrato nello *stack* di memoria *max* o *min* in base alla velocità. Il valore di  $F_h(z)$  registrato assume il ruolo di nuovo  $F_b$ .
- Con la chiusura di un anello interno si ottiene la rimozione dei valori più recenti da tutti gli *stack* associati all'anello interno. Il nuovo valore di  $F_b$  è il valore massimo dello *stack min/max* per velocità positive/negative. I valori di  $z \in F_d(z)$  vengono ricalcolati in modo che inizi una curva di transizione al nuovo valore di  $F_b$  e il valore di e il valore di e il valore di  $F_b$  e il va



Figura 2.13: Rappresentazione del comportamento di  $F_b$  ed  $F_d$  durante un'inversione di velocità [13].

Il modello di Leuven può tenere conto in modo accurato delle caratteristiche di attrito come effetto Stribeck in *sliding*, forza di primo distacco variabile, ritardo di attrito, *stick-slip*, e comportamento isteretico nel *pre-sliding*.

Gli stessi autori del modello di Leuven effettuarono una modifica al loro modello in [14] chiamato modello di Leuven modificato, in cui si supera un problema di una discontinuità nella forza di attrito rilevato alla chiusura di un ciclo interno di isteresi. Per superare questa discontinuità nella forza di attrito viene fatto un cambiamento all'equazione non lineare di stato:

$$\frac{dz}{dt} = v \left( 1 - sgn\left(\frac{F_h(z)}{s(v)}\right) \cdot \left|\frac{F_h(z)}{s(v)}\right|^n \right)$$

Le variabili dz/dt e  $F_f$  sono ora funzioni continue. Questa modifica non va a cambiare il comportamento in stato stazionario: a velocità costante (dz/dt=0) la forza di attrito si riduce all'espressione:

$$F_f = s(v) + \sigma_2 v$$

La funzione s(v) determina la caratteristica a velocità costante in regime di *sliding* a basse velocità, mentre  $\sigma_2 v$  diventa significativo solo per alte velocità.

In caso di velocità nulla (dz/dt=0) che corrisponde allo stato stazionario in *pre-sliding* la forza di attrito si riduce ad:

$$F_f = F_h(z)$$

Questa modifica aggiunge più flessibilità per simulare il comportamento dell'attrito nel regime di *pre-sliding*, che si traduce in risultati più accurati.

#### 2.2.7 Generalized Maxwell Slip Model

Gli autori del modello di Leuven hanno introdotto anche il modello di Maxwell-slip generalizzato (GMS) in [14]. Questo modello, che viene integrato insieme al modello di Leuven, si presenta come risposta alle limitazioni del modello di LuGre per descrivere al meglio il comportamento isteretico durante il *pre-sliding*. Il modello è costituito da N elementi elastici scorrevoli privi di massa collegati in parallelo. Ogni elemento condivide lo stesso input di spostamento x e velocità v ma possiedono parametri distinti. Gli elementi sono caratterizzati da una rigidezza  $k_i$ , da una forza massima  $W_i$ , e da una variabile di stato  $z_i$  che descrive la posizione dell'elemento i-esimo (Figura 2.14).



Figura 2.14: Rappresentazione del modello di Maxwell.

La fisica di ogni elemento è descritta dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \frac{dz_i}{dt} = v \quad se \; z_i < s_i(v) \text{ in caso di adesione} \\ \frac{dz_i}{dt} = sgn(v)C\left(1 - \frac{z_i}{s_i(v)}\right) \quad in \; caso \; di \; scorrimento \\ s_i(v) = s_i(0) + \left(s_i(0) - s_i(\infty)\right) \cdot \left(e^{-v/v_s} - 1\right) \end{cases}$$
Dove *v* è la velocità di input per tutti gli elementi,  $z_i$  è lo spostamento i-esimo della molla, *C* è un parametro che determina quanto velocemente  $z_i$  converge a  $s_i(v)$ , che rappresenta la velocità i-esima di Stribeck. Sostituendo  $z_i$  con il rapporto  $W_i/k_i$  è possibile ottenere il modello di Maxwell Slip base.

La forza di attrito totale è data dalla somma degli output dei modelli elementari:

$$F_f(v) = \sum_{i=1}^N (k_i z_i + \sigma_i \dot{z}_i) + f(v)$$

Il primo termine rappresenta la forza di attrito dovuta all'interazione tra le asperità mentre il secondo termine è la forza di attrito viscosa macrospopica.

Questo modello è molto utile in quanto approssima molto bene il comportamento isteretico nel regime di *pre-sliding*. Un difetto di tale modello risiede nella quantità di sperimentazioni richieste per la determinazione dei parametri. Uno di questi prevede di comparare i cicli di isteresi prodotti da N elementi con cicli d'isteresi derivati sperimentalmente. Nel paragrafo successivo verranno spiegati alcuni metodi che sfruttano proprio questo modello per l'identificazione dei parametri di attrito.

#### 2.2.8 Modello di attrito basato sul nuovo modello di LuGre modificato (NMLGM)

In [15] gli autori propongono un nuovo modello d'attrito per simulare al meglio il comportamento durante il *pre-sliding*. Basato su un altro modello fatto dagli stessi autori per simulare l'attrito in un cilindro idraulico, questo nuovo modello utilizza le seguenti espressioni:

$$F_r = F(z) + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 \left( v + T \frac{dv}{dt} \right)$$

$$\frac{dz}{dt} = v - \frac{F(z)}{g(v,h)}v$$

$$g(v,h) = F_c + [(1-h)F_s - F_c]e^{(-v/v_s)^n}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{\tau_h} (h_{ss} - h)$$

$$\tau_{h} = \begin{cases} \tau_{hp} \ (\nu \neq 0, h \le h_{ss} \\ \tau_{hn} \ (\nu \neq 0, h > h_{ss} \\ \tau_{h0} \ (\nu = 0) \end{cases}$$

$$h_{ss} = \begin{cases} K_f |v|^{2/3} & (|v| \le |v_b|) \\ K_f |v_b|^{2/3} & (|v| > |v_b|) \end{cases}$$

$$K_f = \left(1 - \frac{F_c}{F_s}\right) |v_b|^{2/3}$$

Dove  $F_r$  è la forza di attrito; v è la velocità relativa del pistone; z è la deflessione media delle palette;  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  sono rispettivamente la rigidezza, il coefficiente micro viscoso e il coefficiente di viscosità; T è la costante di tempo; g(v,h) è la funzione di Stribeck;  $F_c$  è la forza di attrito di Coulomb;  $F_s$  è la forza di attrito statico;  $v_s$  è la velocità di Stribeck; n è un coefficiente appropriato; h è lo spessore di lubrificante;  $h_{ss}$  è lo spessore di lubrificante in stato stazionario;  $K_f$  è una costante proporzionale;  $v_b$  è la massima velocità per la variazione dello spessore di lubrificante;  $\tau_{hp}$ ,  $\tau_{hn}$ ,  $\tau_{h0}$  sono rispettivamente le costanti di tempo per accelerazione, decelerazione e periodi di fermo.

In particolare F(z) è la funzione che può simulare il comportamento isteretico con memoria non locale durante il *pre-sliding* e consiste in varie funzioni f(z) nel quale ogni funzione modella un ramo degli anelli d'isteresi. Queste funzioni possono essere approssimate a funzioni esponenziali o funzioni lineari di z. Nel paragrafo successivo verranno spiegati i metodi di identificazione di queste funzioni f(z).

### 2.3 Identificazione dei parametri di attrito

I parametri dei modelli di attrito non hanno un significato fisico dato che non esistono veramente, e devono essere trovati sperimentalmente. In letteratura vi sono numerosi esperimenti che cercano di identificare alcuni di questi parametri dei modelli di attrito. Inoltre questi parametri dipendono dal caso in esame e devono essere valutati prima di ogni sperimentazione. Di seguito se ne riportano alcuni esempi.

In [17] gli autori presentano un setup con un cilindro pneumatico messo in movimento da un servo motore e sviluppano un metodo per identificare i parametri del modello di LuGre, osservando come questi varino con l'influenza della velocità e della pressione di alimentazione. Il modello di LuGre è caratterizzato da 6 parametri  $F_c$ ,  $F_s$ ,  $v_s$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$ . I primi quattro parametri possono essere identificati attraverso le curve di Stribeck, mentre l'identificazione dei parametri  $\sigma_0 e \sigma_1$  è più complicata a causa della variabile di stato z che è non è misurabile direttamente. In Figura 2.15 viene riportato lo schema del banco prova utilizzato, in cui il movimento del cilindro pneumatico a singolo stelo (diametro del pistone 32 mm e corsa 500 mm) viene effettuato da un servo motore, separando l'influenza della pressione nelle camere del cilindro. Il range di movimento è di circa 3 m e questo garantisce la possibilità di lavorare con elevate velocità. La forza trainante  $F_d$  (*driving force*) viene trasmessa al cilindro pneumatico tramite una vite di comando.



Figura 2.15: Setup sperimentale presentato in [19].

La forza di attrito viene calcolata utilizzando la legge del moto:

$$F_f = F_d - (p_2 A_2 - p_1 A_1)$$

#### Dove $F_d$ è la *driving force*.

I parametri dello stato stazionario possono essere identificati graficamente tramite la curve di Stribeck:

$$F_{ss}(v) = F_c sgn(v) + (F_s - F_c)e^{-(v/v_s)^2} + \sigma_2 v$$

Noti i valori di attrito e velocità è possibile inserirli in un grafico (Figura 2.16). In questo caso le camere del cilindro pneumatico sono entrambe collegate all'atmosfera,  $p_1=p_2$ .



Figura 2.16: Andamenti della forza di attrito in funzione della velocità.

Essendo questa una funzione non lineare, è difficile ricavare i coefficienti con il metodo dei minimi quadrati. Per questo motivo gli autori sfruttano il software Matlab, e in particolare la funzione fminsearch, che trova il minimo della funzione partendo da uno specifico valore iniziale. I valori iniziali richiesti dalla funzione possono essere derivati dal grafico in Figura 2.16 come segue: la relazione tra la forza di attrito e la velocità è circa una retta quando la velocità è oltre i 30 mm/s. Il punto di intersezione della curva con l'asse delle ordinate è il valore iniziale della forza di attrito Coulombiana  $F_c$ . La pendenza della retta è il valore iniziale per il coefficiente di attrito viscoso  $\sigma_2$ . La forza di attrito statico Fs può essere valutata facendo la media dei valori di forza quando la velocità è inferiore a 0.5 mm/s. Ed infine il valore iniziale per la velocità di Stribeck v<sub>s</sub> può essere ricavata dal valore della velocità in cui la forza di attrito è minima. Eseguendo la funzione, i parametri risultano essere:

- $F_{c0} = 2.856 N$
- $F_{s0} = 3.904 N$
- $v_{s0} = 2.3892 \frac{mm}{s}$   $\sigma_{20} = -0.0185 \frac{Ns}{m}$

Il pedice zero indica che le camere del cilindro sono alla pressione ambiente.

Per trovare i due parametri rimanenti  $\sigma_0 e \sigma_1$ , che hanno una relazione con la deflessione media z della spazzola presente quando la velocità del cilindro si inverte, si fa riferimento a processi dinamici come lo start e stop. Si fa in modo che al cilindro sia imposta una piccola corsa (non viene specificata) a bassa velocità di 0.5 mm/s. Per tenere conto del rapido cambio dei dati si sostituisce il trasduttore di posizione a grata con un sensore laser, molto più preciso (non viene specificato) e incrementando la frequenza di campionamento fino a 2000 Hz. I risultati vengono mostrati in Figura 2.17, in cui l'attrito

ha un comportamento lineare solo per un breve tratto. È possibile identificare questo tratto come periodo pre-movimento (pre-move) in cui è la deformazione dell'anello di tenuta a far muovere il cilindro, e in questo periodo è possibile considerare z come lo spostamento del cilindro x:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dx}{dt}$$

Prendendo in considerazione l'accelerazione della massa:

$$F_d = \sigma_0 x + (\sigma_1 + \sigma_2) \frac{dx}{dt} + m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad \text{solo se } p_1 = p_2$$

Questa equazione indica che lo stato dinamico del cilindro nel periodo di pre-movimento è simile ad un sistema smorzato del secondo ordine. Similmente quindi si ha:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\sigma_0}{m}}$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 = 2\xi\omega_n$$

Inoltre a causa della velocità e accelerazione molto piccole nel periodo di pre-movimento, l'equazione può essere semplificata come:

$$\Delta F_d = \sigma_0 \Delta x$$

Si ottengono quindi:

- $\sigma_0 = 4.48 \cdot 10^5 \frac{N}{m}$   $\sigma_1 = 6.42 \cdot 10^2 \frac{N}{m}$



Figura 2.17: Andamento della forza al variare dello spostamento del cilindro a singolo stelo.

Questi parametri sono stati identificati sotto le condizioni di camere a pressione ambiente. Tuttavia la pressione nelle camere andrà a cambiare la forza di attrito. Variando la pressione di lavoro  $p_1$  e la pressione differenziale  $\Delta p$  gli autori hanno osservato che le variazioni delle curve hanno una maggiore influenza sui parametri dello stato stazionario rispetto ai parametri dinamici. In particolare si ha una relazione quasi lineare per i parametri in stato stazionario. Per questo motivo viene fatta una modifica, introducendo dei fattori correttivi nel modello di LuGre:

$$\begin{cases} F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v \\ F_{ss}(v) = F_c sgn(v) + (F_s - F_c) e^{-(v/v_s)^2} \\ F_c = F_{c0} + k_1 p_1 + k_2 \Delta p \\ F_s = F_{s0} + k_3 p_1 + k_4 \Delta p \\ v_s = v_{s0} + k_5 p_1 + k_6 \Delta p \\ \sigma_2 = \sigma_{20} + k_7 p_1 + k_8 \Delta p \end{cases}$$

I parametri  $k_1, ..., k_8$  possono essere identificati tramite i dati sperimentali con la variante pressione di lavoro  $p_1$  e la pressione differenziale  $\Delta p$ . Questi ultimi risultano essere:

- $k_1 = 0.772$
- $k_2 = -0.5843$
- $k_3 = 7.152$
- $k_4 = -4.0386$

- $k_5 = -0.3782$
- $k_6 = 0.1134$
- $k_7 = 0.1032$
- $k_8 = -0.0627$

Trovati tutti i parametri, gli autori mostrano la bontà dell'identificazione effettuata nel caso in cui  $p_1$  = 300 kPa e  $p_2$  = 400 kPa (Figura 2.18). L'errore massimo tra la curva sperimentale e la curva simulata è inferiore a 2 N.



Figura 2.18: Confronto fra la curva sperimentale e la curva simulata.

In [15] gli autori hanno presentato un nuovo modello di attrito (già descritto nel paragrafo 2.2.8), dove il termine  $\sigma_0 z$  del modello di LuGre viene rimpiazzato con una funzione d'isteresi F(z), che può simulare il comportamento isteretico con memoria non locale tipico del regime di *pre-sliding*. Questa funzione F(z) consiste di numerose funzioni f(z), nel quale ogni funzione modella un ramo della curva d'isteresi. In particolare le f(z) possono essere approssimate da una funzione esponenziale o lineare di z e possono essere identificate dalla curva sperimentale forza di attrito-spostamento. Il segno della velocità e l'intervallo di deflessione sono le condizioni di input di ogni funzione f(z). In Figura 2.19 viene mostrato un anello d'isteresi esterno con un ramo ascendente con velocità positive, e un ramo discendente con velocità negative.



Figura 2.19: Identificazione della funzione f(z) in un anello esterno.

La curva ascendente può essere suddivisa in tre rami, due seguono un andamento esponenziale e uno lineare in base alla deflessione delle spazzole *z*:

$$f(z) = \begin{cases} a_1 + b_1 e^{-k_1(z-z_a)} & se - z_a \le z < 0 \\ a_2 + b_2 e^{-k_2 z} & se \ 0 \le z < z_1 \\ a_3 + k_3 z & se \ z_1 \le z < z_b \end{cases}$$

Dove:

- $z_a, z_b$  sono le deflessioni medie quando il pistone si è spostato rispettivamente di  $x_a$  o  $x_b$ ;
- $a_i$ ,  $b_i$ , e  $k_i$  (i=1 a 3) sono coefficienti; il significato fisico di  $k_i$  rappresenta la rigidezza della asperità.

Si osserva che la curva discendente dell'anello è quasi inversamente simmetrica alla curva ascendente, quindi le funzioni approssimate per la curva discendente si possono identificare in maniera molto simile alla curva ascendente.

In caso di anello interno (Figura 2.20), la curva può essere approssimata tramite due funzioni esponenziali, una per il tratto decrescente e una per il tratto crescente:

$$f(z) = \begin{cases} a_4 + b_4 e^{-k_4(z_d - z)} & \text{se } v < 0\\ a_5 + b_5 e^{-k_5(z - z_c)} & \text{se } v > 0 \end{cases}$$

Dove  $z_c$  e  $z_d$  sono le deflessioni medie quando il pistone si trova rispettivamente in  $x_c$  e  $x_d$ ;

I coefficienti  $a_i$ ,  $b_i$  e  $k_i$  vengono identificati adattando le funzione approssimate con i rami misurati degli anelli ad ogni condizione operativa di pressione. Il numero di parametri del modello dipende da come gli anelli d'isteresi sono approssimati e da quanto complessi siano gli stessi.



Figura 2.20: Identificazione della funzione f(z) in un anello interno.

Per validare il nuovo modello di attrito gli autori hanno costruito un setup sperimentale illustrato in Figura 2.21: un cilindro pneumatico viene fissato orizzontalmente su di un piano e la testa del pistone viene collegata ad un corpo *m* di forma cilindrica. Le camere del cilindro vengono controllate da due valvole proporzionali in pressione, i cui segnali di input in tensione vanno da 0 a 5 V. Per tenere conto delle misurazioni vengono impiegati un sensore di spostamento, con un range di misura di 2 mm e un accuratezza inferiore dello 0.5% rispetto al fondo scala, per la misura della posizione del pistone, e due sensori di pressione per la misura della pressione nelle camere del cilindro. La forza di attrito viene calcolata dai valori misurati delle pressioni e dall'accelerazione:

$$F_f = p_1 A_1 - p_2 A_2 - ma$$

Dove  $A_1$  e  $A_2$  sono le aree del pistone; *m* è la massa totale del pistone, dello stelo e dell'oggetto cilindrico; *a* è l'accelerazione calcolata approssimativamente effettuando la differenziazione del secondo ordine sulla misura dello spostamento.

Per visualizzare il moto nel *pre-sliding* i segnali di tensione in ingresso alle valvole proporzionali vanno da 0 a 1.5 V. In Figura 2.22 gli autori mostrano il confronto tra la curva sperimentale e la curva simulata con il nuovo modello ottenendo ottimi risultati.



Figura 2.21: Setup sperimentale in [17].



Figura 2.22: Confronto tra curva sperimentale e numerica con p<sub>s</sub>=4 bar.

Gli autori di [18] cercano di trovare i parametri di quattro tipi di modelli di attrito utilizzando come banco prova una macchina utensile che si muove a bassa velocità. Di questi modelli uno è statico (Stribeck) e tre sono dinamici (Dahl, LuGre, Leuven).

Il banco prova (Figura 2.23) è composto da due guide a ricircolo di sfere, sulla quale possono scorrere due carrelli, che guidano e sostengono una tavola. La tavola è accoppiata con una vite a ricircolo di sfere con passo di 50 mm, che è collegata direttamente al rotore di un servo motore a magnete permanente senza spazzole (Parvex LD840EE) tramite un accoppiamento rigido. La posizione della tavola viene rilevata da un interferometro Renishaw, con una risoluzione di 20 nm, che legge la distanza relativa tra due specchi, uno incollato al telaio e uno alla tavola. Il segnale di input al sistema

è un segnale di tensione di  $\pm$  10 V, che viene convertito in un segnale di corrente dall'amplificatore del motore. Questo segnale di corrente sarà proporzionale alla forza applicata dal rotore.



Figura 2.23: Setup sperimentale in [20].

In caso del modello di Stribeck l'equazione per il calcolo dell'attrito è :

$$F_f = sgn(v) \cdot \left(F_c + (F_s - F_c)\right)e^{-\left|v/v_s\right|^{\delta}} + \sigma_2 v$$

Per determinare i parametri del modello statico, sono state applicate al sistema varie velocità costanti usando un controller per il feedback a basso guadagno sulla posizione e sulla velocità. A causa della velocità costante, le forze di inerzia sono nulle, e ciò si traduce nel fatto che la forza di attrito è pari alla forza applicata. In Figura 2.24 vengono mostrati i risultati della misura: la forza di attrito che corrisponde ad ogni punto di misura (con le x) è ottenuta effettuando una media sui dati misurati durante 5 prove. I parametri necessari al modello vengono ottenuti tramite un algoritmo non lineare basato sui minimi quadrati. In Tabella 2.1 vengono mostrati i parametri stimati del modello di Stribeck.



Figura 2.24: Confronto tra curve di Stribeck sperimentale (x) e simulata (linea continua).

$F_{off}$	-43.42	N	Offset force
$F_s$	55.30	N	Static force
$F_c$	46.49	N	Coulomb force
$V_s$	1.646	$\frac{\mu m}{s}$	Stribeck velocity
δ	0.791	_	shape factor
$\sigma_2$	0.1312	$\frac{Ns}{mm}$	viscous friction coefficient

Tabella 2.1: Valori stimati dei parametri del modello di Stribeck.

Per quanto riguarda i parametri dinamici  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$ , *n*, la loro stima accurata dovrebbe essere effettuata conoscendo la deflessione media z delle spazzole, che tuttavia non è disponibile. Quindi gli autori identificano questi parametri sconosciuti tramite la minimizzazione dell'errore di picco.

Infine nel modello di Leuven è presente il termine  $F_h(z)$ , che rappresenta la funzione d'isteresi. Anche in questo caso la funzione d'isteresi dipende dalla variabile di stato z. Per bypassare questo problema, è possibile approssimare z con il micro-spostamento x della massa, approssimazione possibile solo se il sistema è nel regime di *pre-sliding*. Per ottenere la curva d'isteresi, mostrata in Figura 2.25,viene utilizzato un segnale sinusoidale con piccola ampiezza e bassa frequenza. Attraverso il modello di Maxwell Slip, è possibile modellare la curva d'isteresi, utilizzando 10 elementi. I parametri del modello di Maxwell, che sono le forze massime  $W_i$  e le rigidezze delle molle  $k_i$ , vengono identificate tramite metodi di fitting delle curve.



Figura 2.25: Confronto tra curva di isteresi sperimentale (linea continua) e numerica (linea tratteggiata).

Il modello di Maxwell-slip generalizzato (GMS) è alla base di alcuni metodi di identificazione della forza di attrito nel regime di *pre-sliding* [16]:

- Regressione lineare (LR);
- Regressione dinamica lineare (DLR);
- Regressione non lineare (NLR);
- Regressione dinamica non lineare (DNLRX) [19].

Tutti e 4 i metodi si basano sulla minimizzazione della funzione di costo quadratica seguente:

$$\zeta \triangleq \sum_{t=1}^{N} e_t^2$$

Dove N è il numero di campioni di segnale usati nell'identificazione ed e(t) è l'errore tra la forza misurata F(t) e la forza prevista dal modello  $F_M(t)$ .

#### • Metodo di Regressione Lineare

È il metodo più semplice dei quattro, in cui i valori di deformazioni massimi  $\Delta_i$  sono preassegnati. La forza di attrito nel *pre-sliding* è data da:

$$LR(M, \mathbf{k}): \qquad F_f(t) = \sum_{i=1}^N k_i \delta_i(t)$$

Dato che la struttura del modello è lineare nei parametri, la minimizzazione della funzione costo conduce ad una stima del tipo a regressione lineare per il vettore delle rigidezze k. I valori di soglia  $\Delta_i$  sono equamente spaziati all'interno del range della deflessione x(t) (Figura 2.14) e il suo valore minimo è limitato dal rumore dei dati misurati [14].

#### Metodo di Regressione Dinamica Lineare

Anche in questo metodo i valori di soglia vengono assunti noti. Tuttavia in questo metodo la forza di attrito nel *pre-sliding* non dipende solo dai valori presenti, ma anche dai valori passati di deformazione della molla ( $\delta_i(t)$ ). Per tenere conto di ciò le deformazioni della molla  $\delta_i$  vengono fatte passare attraverso un filtro con risposta all'impulso finito (FIR) di ordine *n*, mentre il vettore delle deformazioni della molla  $\delta$  attraverso un filtro FIR M-dimensionale con vettore dei coefficienti  $\theta_i$  (*i*=0,...,*n*). La forza di attrito del modello DLR sarà:

$$DLR(M, n, \boldsymbol{\theta}): F_f(t) = \sum_{i=0}^n \boldsymbol{\theta}_i^T \cdot \boldsymbol{\delta}(t-i)$$

Il vettore dei coefficienti del filtro FIR  $\theta$  deve essere stimato. Si osserva che la strutture del modello DLR conserva la linearità nei parametri, quindi la minimizzazione della funzione costo conduce anche qui ad una regressione lineare per la stima del vettore  $\theta$ .

Il principale vantaggio di questo modello è la ulteriore dinamica e flessibilità introdotte tramite il vettore filtro FIR.

#### Metodo di Regressione non Lineare

Questo metodo si basa sulla stima sia delle rigidezze  $k_i$  sia dei valori soglia  $\Delta_i$ . L'espressione della forza di attrito è uguale al metodo LR, sommatoria di tutte le forze della molla elementare:

$$NLR(M, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{d}):$$
  $F_f(t) = \sum_{i=1}^N k_i \delta_i(t)$ 

La non preassegnazione dei valori di soglia dovrebbe portare ad una maggiore precisione, pur tuttavia rinunciando alla linearità dei parametri. Si osserva, tuttavia, che il modello è non lineare solo verso il vettore dei valori di soglia d, mentre rimane lineare rispetto il vettore delle rigidezze k. La parte di regressione non lineare è basata su uno schema a due fasi: la prima, chiamata pre-ottimizzazione, utilizza l'Algoritmo Genetico (GA) che esplora grandi aree nello spazio dei parametri e localizza regioni dove potrebbe essere presene un minimo globale o locale; la seconda, chiamata buona-ottimizzazione, utilizza l'algoritmo di Nelder-Mead per localizzare i minimi globali o locali all'interno delle precedenti regioni individuate.

#### • Metodo di Regressione Dinamica non Lineare

La forza di attrito in questo metodo (Dynamic NonLinear Regression with direct application of eXcitation) [19] è prodotta applicando uno spostamento x(t) attraverso un filtro FIR di ordine  $n_x$  e coefficienti  $c_r$  ( $r=0,...,n_x$ ) e un vettore delle deformazioni delle molle normalizzate attraverso un filtro M-dimensionale FIR di ordine n e con  $\theta_r$  vettore dei coefficienti (r=0,...,n):

DNLRX(M, n, n<sub>x</sub>; **d**, 
$$\boldsymbol{\theta}_{EM}$$
):  $F_f(t) = \sum_{r=0}^{n_x} c_r \cdot x(t-r) + \sum_{r=0}^{n} \boldsymbol{\theta}_r^T \cdot \overline{\boldsymbol{\delta}}(t-r)$ 

La prima componente introduce la possibilità di influenzare l'attrito dalla storia degli spostamenti, oltre ad incorporare l'attrito viscoso e il ritardo di attrito. Ciò è ottenuto differenziando lo spostamento per ottenere la velocità. La seconda componente considera la dipendenza dell'attrito dai valori presenti e passati delle deformazioni delle molle, che possono essere viste come una rappresentazione temporale discreta dell'effetto micro-viscoso.

## **CAPITOLO 3**

In questo capitolo vengono presentati i due banchi prova utilizzati nella tesi, uno per la caratterizzazione della valvola e l'altro per l'identificazione dei parametri di attrito. Inoltre verranno illustrate le modalità di prova per i due banchi, mostrando i risultato essenziali.

# **3.1 Banco prova per la caratterizzazione statica della valvola**

Il banco prova ha come scopo l'identificazione della caratteristica statica della valvola per individuare la relazione che intercorre tra il segnale di comando in tensione e la portata d'aria che fluisce dalla bocche e in presenza di diverse pressioni di alimentazione. Prima di procedere con la descrizione dei vari componenti che lo compongono è importante descrivere il funzionamento del banco. Il banco (Figura 3.1), costituito da una valvola proporzionale in flusso, due serbatoi, un riduttore di pressione, due flussimetri, tre sensori di pressione e un dispositivo per l'acquisizione dei dati, permette la realizzazione di due tipi di prove: le prove a getto libero (3.2.1) e riempimento/svuotamento dei serbatoi (3.2.2). L'elemento comune delle due prove è la valvola, che riceve in ingresso un segnale in tensione tramite PC che lo traduce in uno spostamento del cassetto interno aprendo una sezione di passaggio dalla quale può fluire la portata di aria. Questa può essere monitorata tramite i due flussimetri posti a valle della valvola.



Figura 3.1: Fotografia del banco per la caratterizzazione statica della valvola – Prove con 2 serbatoi.

#### 3.1.1 Valvola proporzionale in portata

La valvola utilizzata (Figura 3.2) è del tipo proporzionale 5/3 a centri chiusi, a cassetto prodotta dall'azienda FESTO e modello MPYE-5-M5-010-B. Essa riceve come input un segnale in tensione che può essere compreso tra 0 e 10 V: per tensioni minori di 5 V e maggiori di 5 V il cassetto della valvola sì sposterà, permettendo il passaggio di portata attraverso gli orifizi creati; se il segnale è pari a 5 V il cassetto della valvola è in posizione neutra e non vi sarà passaggio di portata, a meno di piccole fughe. La valvola, per garantire una maggiore precisione durante l'esercizio, possiede un controllo della posizione del cassetto. La pressione di esercizio è compresa tra 0 e 10 bar e consente una portata d'aria compresa tra 100 e 200 l/min. In Tabella 3.1 sono riportate alcune caratteristiche.



Figura 3.2: Fotografia della valvola proporzionale utilizzata.

Caratteristica	Valore
Pressione di esercizio	0-10 bar
Portata nominale standard	100 l/min
Frequenza limite	115 Hz
Isteresi massima	0.4%
Tensione di alimentazione	17-30 V
Tensione di comando	0-10 V
Fluido	Aria compressa filtrata a norma ISO8573-
	1:2010
Temperatura fluido	5-40 °C
Collegamenti pneumatici	M5

Tabella 3.1: Dati tecnici valvola 5/3.

#### 3.1.2 Serbatoio

Il serbatoio utilizzato nel banco è mostrato in Figura 3.3. Sono stati utilizzati due di questi serbatoi, con un volume stimato pari a  $6*10^{-3}$  m<sup>3</sup>, collegati ad ognuna della bocche di uscita della valvola pneumatica. Le quattro uscite superiori dei serbatoi sono state tappate in modo tale che non ci siano fuoriuscite di aria. Le dimensioni dei serbatoi sono indicate nella Tabella 3.2.



Figura 3.3: Fotografia di un serbatoio.

Dimensione	Valore
Lunghezza	30 cm
Diametro esterno	5.5 cm
Spessore	0.1 cm
Volume	~0.61

Tabella 3.2: Dati dei serbatoi.

#### 3.1.3 Sensori di portata

Sono dei misuratori di portata bidirezionale del tipo a filo caldo, sono prodotti da FESTO e sono del modello SFAH-200B-Q65-PNLK-PNVBA-M8 (Figura 3.4). La misurazione viene effettuata tramite un elemento sensore micromeccanico collegato a un'unità elettronica di controllo posta a valle che monitora il trasferimento di calore in relazione alla portata che fluisce dal sensore. In Tabella 3.3 sono riportati alcuni dati tecnici.



Figura 3.4: Fotografia del flussimetro.

Caratteristica	Valore
Pressione di esercizio	-0.9-10 bar
Portata massima misurabile	200 1/min
Precisione della portata	$\pm$ (2% del valore misurato +1% FS)
Uscita analogica	0-10 V
Tensione di alimentazione	22-26 V
Massima corrente d'uscita	100 mA
Corrente alimentazione a vuoto	≤25 mA
Fluido	Aria compressa a norma ISO 8573-1:2010
Temperatura fluido	0-50 °C
Temperatura nominale	23 °C
Attacco pneumatico	Per tubo diametro esterno 6 mm
Connessione elettrica	M8

Tabella 3.3: Dati tecnici flussimetro.

#### 3.1.4 Regolatore di pressione

Il regolatore di pressione utilizzato (Figura 3.5) è il dispositivo che permette di avere una pressione di alimentazione costante. Prodotto dall'azienda SMC con codice seriale AW3000-02BG3-X430, permette anche il filtraggio dell'aria attraverso il filtro posizionato nella parte in basso. Alcune specifiche sono riportate in Tabella 3.4.



Figura 3.5: Fotografia del regolatore di pressione.

Caratteristica	Valore			
Campo di regolazione	0.05 - 0.85 MPa			
Pressione di prova	1.5 MPa			
Filtrazione	5 μm			
Temperatura di esercizio	-5 - 60 °C			

Tabella 3.4: Dati tecnici riduttore di pressione.

#### 3.1.5 Trasduttori di pressione

Il banco prova è dotato di tre sensori di pressione, uno per la misura della pressione di alimentazione, e due per la misura della pressione nei serbatoi. Tutti e tre sono della Honeywell modello 40PC-150G (Figura 3.6). In Tabella 3.5 sono riportati alcuni dati caratteristici.



Figura 3.6: Fotografia del sensore di pressione.

Caratteristica	Valore				
Campo di misura	0-1 MPa				
Sovrappressione massima	2 MPa				
Tensione di alimentazione	5 V				
Corrente di alimentazione massima	10 mA				
Corrente di output massima	0.5 mA				
Temperatura di esercizio	-45-125° C				
Isteresi	0.15%				
Tensione di uscita	0.5-4V				
Sensibilità	26.6 mV/psi				

Tabella 3.5: Dati tecnici sensore di pressione.

#### 3.1.6 Dispositivo acquisizione dati

Per acquisire i dati è stato utilizzato il dispositivo I/O multifunzione BNC-2120 della National Instruments (Figura 3.7). In Tabella 3.6 sono riportate le caratteristiche principali.



Figura 3.7: Fotografia del dispositivo acquisizione dati.

	Caratteristica	Valore
	Alimentazione	5 V
	Numero canali	8
	Risoluzione ADC	16 bit
	Frequenza di campionamento	400 kS/s
Input analogico	Risoluzione timing	50 ns
	Larghezza di banda	1.5 MHz
	Numero canali	2
	Risoluzione DAC	16 bit
	Massima frequenza	250 kS/s
Output analogico	Risoluzione timing	50 ns
	Output range	±10 V

Tabella 3.6: Dati tecnici del dispositivo acquisizione dati.

# **3.2 Esecuzione prove per la caratterizzazione statica della valvola**

In questo paragrafo verranno presentate le prove per la caratterizzazione statica della valvola, le prove a getto libero e riempimento e svuotamento dei serbatoi.

#### 3.2.1 Prove a getto libero

In Figura 3.8 è mostrato lo schema circuitale per lo svolgimento della prova. Questa tipologia di prova è necessaria per trovare la relazione che vi è tra il segnale di comando in tensione e la portata d'aria che fluisce. In questa sezione si indicherà con  $P_s$  la pressione di alimentazione assoluta e con  $V_s$  il segnale di comando in tensione che comanderà la valvola proporzionale. La prova si svolgerà nel seguente modo: tramite la manopola del regolatore di pressione si imposta la pressione di alimentazione ad un valore prefissato (per esempio 0.2 MPa) controllando tramite il manometro che sia effettivamente quella desiderata. Considerando dapprima il segnale in salita, si imposta un segnale di tensione di 0 V si registra il valore delle portate  $Q_f e Q_r$  per mezzo dei flussimetri posti a valle, rispettivamente, delle bocche 2 e 4. Successivamente si incrementa il segnale di tensione con un intervallo di 0.25 V fino ad arrivare al valore di 10 V, controllando sempre che la pressione di alimentazione non sia cambiata. Completato questo set di prove si aumenta la pressione di alimentazione e si ripete la stessa sequenza di azioni registrando di volta in volta il valore della portata d'aria fino ad arrivare a 0.8 MPa. Infine la procedura viene ripetuta anche nel caso di segnale in discesa partendo dal valore di tensione pari a 10 V fino ad arrivare al valore di 0 V con intervalli di -0.25 V. Per chiarezza in Tabella 3.7 sono riportate le modalità appena descritte per lo svolgimento della prova a getto libero.



Figura 3.8: Schema circuitale per getto libero realizzato con il software FluidSim.

Pressione di alimentazione P <sub>s</sub>	Segnale di comando V <sub>s</sub>			
	da 0 a 10 V con intervalli di 0.25 V (segnale in			
da 0.2 a 0.8 MPa	salita)			
	da 10 a 0 V con intervalli di -0.25 V (segnale in			
	discesa)			

Tabella 3.7: Modalità di test per getto libero.

Una volta eseguite tutte le prove è possibile inserire tutti i dati sperimentali in un grafico visualizzando l'andamento della portata in funzione del segnale di comando ad una stessa pressione di alimentazione (Figura 3.9 e Figura 3.10). Le curve ottenute mostrano un comportamento corretto: quando il segnale in tensione è pari a 5 V la portata è nulla a meno di eventuali fughe che aumentano con l'aumentare della pressione di alimentazione; da 0 a 5 V si ha l'apertura della bocca 2; da 5 a 10 V si ha, invece, l'apertura della bocca 4.



Figura 3.9: Andamento della portata in funzione di un segnale di tensione crescente da 0 a 10 V.



Figura 3.10: Andamento della portata in funzione di un segnale di tensione in discesa da 10 V a 0 V.

Sovrapponendo i due grafici (Figura 3.11), è possibile scoprire se la valvola è soggetta ad isteresi. Osservando la figura non si notano grandi variazioni dovute ad isteresi, tuttavia è presente in quanto non sono perfettamente sovrapposte.



Figura 3.11: Isteresi valvola (linea-segnale in salita, quadrati-segnale in discesa).

Infine è possibile trovare graficamente la relazione tra la portata e la pressione di alimentazione per uno stesso segnale di tensione, cioè quanta portata smaltisce la valvola mantenendo costante la sezione di uscita. In Figura 3.12 sono riportati gli andamenti della portata al variare della pressione di alimentazione con segnale di tensione in salita. Si osserva che l'andamento è di tipo lineare nei tratti in cui la tensione di comando è nei range di circa 2-4 V e 6-8 V: partendo da un segnale di comando pari a 0 V, la portata smaltita dalla bocca 2 aumenta con l'aumentare della pressione di alimentazione ma diminuisce all'aumentare del segnale di comando, in quanto si va verso la chiusura della bocca 2. Raggiunto il valore di 5 V il cassetto della valvola è in posizione di riposo e non si ha portata uscente da nessuna bocca, a meno di fughe di aria. Oltrepassato questo valore di tensione si ha l'apertura della bocca 4 e il conseguente efflusso di aria che aumenterà fino a che si raggiunga il segnale di comando di 10 V, situazione in cui si ha la porta della bocca 4 completamente aperta. Ovviamente si otterranno gli stessi risultati anche per il segnale di comando in discesa.



Figura 3.12: Andamento della portata al variare della pressione di alimentazione con segnale di tensione in salita (linea-bocca 2, quadrati-bocca 4).

File\_MatLab\Valvola\Getto\_Libero\Test\_Getto\_Libero\_12\_14.m

#### 3.2.2 Riempimento/svuotamento dei serbatoi

In Figura 3.13 è mostrato lo schema circuitale utilizzato per svolgere le prove di riempimento e svuotamento dei serbatoi. Scopo principale di questo test è la caratterizzazione della sezione di passaggio della valvola. La valvola proporzionale inizialmente, senza ricevere un segnale in tensione, è nella posizione di riposo, cioè tutte le sezioni di passaggio sono chiuse e non vi è alcuna portata d'aria, a meno di eventuali fughe. Quando viene fornito un segnale in tensione compreso tra 0 e 5 V, il cassetto interno della valvola si sposterà e si aprirà il passaggio 1-2 e il passaggio 4-5. Si andrà quindi ad avere il riempimento del serbatoio frontale (in alto in figura) e lo svuotamento del serbatoio posteriore (in basso in figura). Invece, quando il segnale in ingresso è compreso tra 5 e 10 V avremo la configurazione opposta, cioè si avranno le aperture delle sezioni di passaggio 1-4 e 2-3, quindi riempimento del serbatoio posteriore e svuotamento del serbatoio frontale. Il banco fatto in questo modo ci permette, quindi, di ricavare la variazione di pressione contemporaneamente sia durante la fase di carico sia durante la fase di scarico. Per acquisire i valori di pressione è stata scelta una frequenza di campionamento *f*<sup>s</sup> di 100 Hz. Le prove sono state svolte nel seguente modo:

- dopo aver impostato la pressione di alimentazione ad un valore prefissato tramite la manopola del regolatore di pressione (per esempio 0.2 MPa), partendo da una condizione in cui i serbatoi sono "vuoti", si imposta un segnale di comando di 0 V. In questo modo il cassetto della valvola si sarà spostato permettendo il riempimento del serbatoio frontale e lo svuotamento del serbatoio posteriore. Questa sarà la situazione iniziale per ogni set di prova. Dopo il raggiungimento dei valori di pressione stazionari, si fornisce un segnale di comando pari a 10 V, in modo da scaricare il serbatoio frontale e caricare il serbatoio posteriore, in quanto la posizione del cassetto della valvola si sarà invertita. La pressione all'interno dei serbatoi viene registrata per mezzo di sensori posti in prossimità dei serbatoi, mentre la pressione di alimentazione viene monitorata grazie ad un trasduttore posto a monte della valvola. Inoltre per acquisire correttamente i dati, bisogna impostare un tempo della prova in modo che alla fine di essa le pressioni nei serbatoi abbiano raggiunto i valori stazionari. Terminata la prova si riporta il valore del segnale di comando a 0 V. Da questo momento si applica lo stesso metodo appena descritto diminuendo il segnale di comando ad intervalli di -0.5 V fino a raggiungere 5V, segnale per cui il cassetto è nella posizione neutra. Ovviamente il tempo per ogni prova sarà diverso, poiché variando il segnale di tensione varierà anche la sezione di passaggio delle bocche, impiegando più tempo per riempire o scaricare il serbatoio;
- ultimate le prove con il comando in discesa, si effettua lo stesso procedimento utilizzando il segnale di comando in salita, partendo quindi da 10 V si imposta il segnale di comando a 0 V, e aumentando con intervalli di 0.5 V fino ad arrivare a 5V. Per una maggiore di chiarezza in Tabella 3.8 sono riassunte le modalità di svolgimento di queste prove;
- infine si ripetono le prove variando la pressione di alimentazione.



Figura 3.13: Schema del banco prova con due serbatoi realizzato con il software FluidSim.

Pressione di alimentazione P <sub>s</sub>	Segnale di comando Vs			
	Segnale di partenza = $0 V$			
	Da 10 V a 5 V con intervalli di -0.5 V (segnale			
da 0.2 a 0.8 bar	in discesa)			
	Segnale di partenza = $10 \text{ V}$			
	Da 0 V a 5 V con intervalli di 0.5 V (segnale			
	in salita)			

Tabella 3.8: Prove eseguite con due serbatoi.

Nelle prossime figure vengono riportati alcuni esempi dei risultati ottenuti sia in fase di carico che di scarico. In Figura 3.14 e 3.15 sono riportati gli andamenti nel tempo durante la fase di riempimento del serbatoio frontale della portata e della pressione con segnale di comando della valvola pari a 0 V, caso in cui l'apertura della sezione della bocca 2 è massima. In Figura 3.16 e 3.17 sono riportati gli stessi andamenti ma con un segnale di tensione pari ad 3 V. Confrontando i due andamenti si nota che per la portata si ha una riduzione dei massimi della curva e un dispiegamento maggiore nell'asse tempi; mentre per la pressione si nota che il tempo per raggiungere la pressione di alimentazione è aumentato. Si può quindi affermare che aumentando il segnale in tensione verso i 5 V, si ha la riduzione della sezione di passaggio della bocca 2 che fa allungare i tempi di riempimento del serbatoio e farà fluire meno portata. Gli stessi ragionamenti, ma con il riempimento del serbatoio posteriore, si possono fare con i segnali in discesa. Si riportano come esempio i casi con 10 V e 7V (Figura 3.18 e Figura 3.19).



Figura 3.14: Andamento nel tempo della portata durante la fase di carica del serbatoio frontale con segnale di comando di 0 V (P<sub>s</sub>=0.6 MPa).



Figura 3.15: Andamento della pressione nel tempo durante la fase di carica del serbatoio frontale con un segnale di comando 0 V (P<sub>s</sub>=0.6 MPa).



Figura 3.16: Andamento nel tempo della portata durante la fase di carica del serbatoio frontale con segnale di comando di 3 V (P<sub>s</sub>=0.6 MPa).



Figura 3.17: Andamento della pressione nel tempo durante la fase di carica del serbatoio frontale con un segnale di comando 3 V (P<sub>s</sub>=0.6 MPa).



Figura 3.18: Andamento della pressione nel tempo durante la fase di carica del serbatoio posteriore con un segnale di comando 10 V (sopra); Andamento nel tempo della portata durante la fase di carica del serbatoio frontale con segnale di comando di 10 V (sotto). (P<sub>s</sub>=0.6 MPa)



Figura 3.19: Andamento della pressione nel tempo durante la fase di carica del serbatoio posteriore con un segnale di comando 7 V (sopra); Andamento nel tempo della portata durante la fase di carica del serbatoio frontale con segnale di comando di 7 V (sotto). (Ps=0.6 MPa)

Per completezza si riportano anche gli andamenti di pressione e portata in caso di svuotamento del serbatoio frontale (Figura 3.20):



Figura 3.20: Andamento della pressione nel tempo durante la fase di scarico del serbatoio frontale con un segnale di comando 10 V (sopra). (P<sub>s</sub>=5 bar relativi). Andamento della portata nel tempo durante la fase di scarico del serbatoio frontale con segnale di comando 10 V (sotto). (P<sub>s</sub>=0.6 MPa)

Infine si riporta la curva di portata durante la fase di riempimento del serbatoio frontale, che mostrano l'andamento della portata in funzione del rapporto tra pressione di valle  $P_f$  (o  $P_r$ ) e pressione di monte  $P_s$  (Figura 3.21). In questo grafico si osserva che la zona subsonica ha un tratto quasi lineare, probabilmente perché la sezione di uscita della valvola, che può variare in base al segnale in tensione, non corrisponde esattamente alla sezione di uscita di un ugello, in cui il rapporto critico è pari a 0.528. Inoltre tipicità delle curve di portata è il tratto sonico, tratto di curva a portata costante, che qui, tuttavia, non è presente. Questo può essere dovuto principalmente a due motivi: il primo è che i serbatoi utilizzati nella prova non sono quelli dichiarati nella normativa ISO 6358, in cui si afferma che il volume del serbatoio debba essere almeno  $5*10^5*C$ , dove C è la conduttanza sonica stimata del componente sotto test in  $m^3/s*Pa$ ; il secondo motivo è che il tratto sonico corrisponde al transitorio iniziale del test in cui la portata cresce più rapidamente della pressione, e quindi che la prova è troppo rapida. Tuttavia, anche se presenti queste problematiche, si accetta il fatto di approssimare il comportamento della valvola a quello dell'ugello al fine di modellare il flusso di portata d'aria. Nel paragrafo successivo verranno utilizzati tutti questi dati sperimentali per costruire la relazione tra la sezione di passaggio e il segnale di tensione e la pressione di alimentazione.



Figura 3.21: Curva di portata per il serbatoio frontale. (Ps=0.6 MPa).

File\_MatLab\Valvola\Riempimento\_Svuotamento\Andamenti\_Sperimentali.m

### 3.3 Identificazione della legge di apertura della valvola

Una volta eseguite tutte le prove sulla valvola si procede con l'identificazione della legge di apertura della sezione di passaggio. Per fare ciò ci serviamo di un metodo simile a quello eseguito da Al-Bender et al. in [21]: gli andamenti della pressione nel tempo vengono sovrapposti all'andamento con la massima apertura, cioè quello quando il segnale di comando della valvola è di 0 V (o 10 V), moltiplicando l'asse del tempo per un fattore c<sub>i</sub>, con i=0, 1,..., 10. Questo fattore indica il rapporto tra l'area della sezione di passaggio ad un determinato segnale di tensione e l'area della sezione di passaggio massima (0 V o 10 V a seconda dal serbatoio considerato). Questa procedura viene chiamata *scaling* e viene applicata sia in fase di carico sia in fase di scarico dei serbatoi. Come valori di primo tentativo sono stati presi i valori considerando l'equazione della portata sonica della ISO 6358:

$$Q = c_d \sqrt{\frac{293}{T_0}} A_{eff} \frac{0.686}{\sqrt{R_g T_0}} P_1 \quad ; \frac{P_2}{P_1} \le b$$

Dove  $c_d$  è il coefficiente di efflusso della valvola,  $T_0$  è la temperatura del fluido di alimentazione,  $R_g$  è la costante universale per l'aria.

Come primo tentativo le curve venivano sovrapposte solo in parte e quindi si è deciso di procedere con l'assegnazione manuale dei coefficienti  $c_i$  effettuando una procedura *trial and error*, ad eccezione per il primo valore  $c_0$ , che sarà pari ad 1 (sezione di passaggio massima), e l'ultimo  $c_{10}$  pari a 0 (sezione di passaggio nulla). A titolo di esempio si riporta il caso dell'identificazione della sezione A<sub>12</sub> che corrisponde al riempimento del serbatoio frontale. In Figura 3.22 sono riportati gli andamenti sperimentali nel tempo delle pressioni a diversi segnali di tensione in caso di una pressione di

alimentazione di 0.5 MPa. Per effettuare lo *scaling* si procede a moltiplicare l'asse tempi per i seguenti fattori trovati manualmente (Tabella 3.9):

CO	$C_{I}$	<i>C</i> <sub>2</sub>	C3	C4	C5	<i>C</i> 6	<b>C</b> 7	C8	C9	C10
1	0.95	0.89	0.8	0.69	0.56	0.41	0.26	0.14	0.047	0
Taballa 3.9: Coofficienti meltinlicativi nor A.: (P=0.5 MPa)										





Figura 3.22: Andamento nel tempo delle pressioni in caso di riempimento del serbatoio frontale (*Ps*=0.5 MPa).



Figura 3.23: Andamento nel tempo delle pressioni dopo lo scaling (Ps=0.5 MPa).

In Figura 3.23 è mostrato il risultato dello *scaling* in cui le curve sono sovrapposte, ad eccezione della curva a 4.5 V in quanto la pressione non riusciva ad eguagliare la pressione di alimentazione. Tuttavia il primo tratto, come si può notare, è abbastanza sovrapposto, quindi viene accettato. Effettuato lo *scaling* si procede a determinare la relazione tra la sezione di passaggio e il segnale di comando in tensione della valvola (Figura 3.24): l'andamento rispecchia quanto avviene nella realtà, cioè per un segnale di 5 V la porta è chiusa e non vi è passaggio di portata, mentre per un segnale di 0 V si ha la massima apertura.



Figura 3.24: Andamento della sezione di passaggio rapportata alla sezione dei passaggio massima al variare del segnale di comando della valvola (riempimento serbatoio frontale).

Per ottenere la legge completa della sezione di passaggio della porta 2 della valvola si effettua lo stesso procedimento nel caso di svuotamento del serbatoio frontale (Figure 3.25-3.26-3.27). In Tabella 3.10 sono riportati i valori dei coefficienti trovati manualmente per effettuare lo *scaling*:

CO	$c_{l}$	<i>C</i> <sub>2</sub>	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
1	0.92	0.81	0.70	0.585	0.45	0.31	0.182	0.087	0.035	0

Tabella 3.10: Coefficienti moltiplicativi per A<sub>23</sub> (*Ps*=0.5 MPa).



Figura 3.25: Andamenti nel tempo delle pressioni in caso di svuotamento del serbatoio frontale ( $P_s$ =0.5 MPa).



Figura 3.26: Andamenti nel tempo delle pressioni dopo lo scaling (P<sub>s</sub>=0.5 MPa).



Figura 3.27: Andamento della sezione di passaggio rapportata alla sezione dei passaggio massima al variare del segnale di comando della valvola (svuotamento serbatoio frontale).



In Figura 3.28 viene riportata la legge di apertura completa per la porta 2:

Figura 3.28: Legge di apertura della porta 2 al variare del segnale in tensione.

Per completezza si riporta anche la legge di apertura per la porta 4 della valvola in caso di pressione di alimentazione di 0.5 MPa (Figura 3.29):


Figura 3.29: Legge di apertura della porta 4 al variare del segnale in tensione.

Anche in questo caso i risultati sono conformi alla realtà: un segnale di comando di 10 V apre il passaggio della porta 4 verso il serbatoio posteriore riempiendolo; per un segnale di 5 V la sezione di passaggio è nulla; e per un segnale di 0 V si ha lo svuotamento del serbatoio posteriore. Tutto ciò viene eseguito per tutte le pressioni di alimentazione sia per la porta 2 sia per la porta 4 della valvola. Nel capitolo 5 verranno mostrati i confronti tra questi grafici ottenuti sperimentalmente con quelli ottenuti numericamente.

File\_MatLab\Valvola\Riempimento\_Svuotamento\B\_Identificazione\_Sezione\_2Serbatoi\_X bar\_rel.m (X va da 1 a 7)

### **3.4 Calcolo delle conduttanze**

In questo paragrafo si vuole applicare il metodo visto in [21] per le aree anche per le conduttanze. La ISO 6358 fornisce due modi per il calcolo della conduttanza, che chiameremo ISO vecchia (1989) e ISO nuova (2019). La ISO vecchia fa uso del classico circuito per la determinazione delle caratteristiche di portata riportato in Figura 3.30. L'equazione per il calcolo della conduttanza è la seguente:

$$C_e = \frac{Q_m}{p_1 \rho_0} \sqrt{\frac{T_1}{T_0}} \left[\frac{m^3}{s \cdot Pa}\right] (ANR)$$

Dove  $Q_m$  è la portata massica in kg/s,  $p_1$  è la pressione di monte assoluta,  $\rho_0$  è la densità alle condizioni standard di riferimento (1.185 kg/m<sup>3</sup>),  $T_0$  è la temperatura in K alle condizioni standard di riferimento (293.15 K) e  $T_1$  è la temperatura di monte in K.



Figura 3.30: Circuito per la determinazione delle caratteristiche di flusso. (1: Alimentazione e filtro; 2: Regolatore di pressione; 3: Valvola di shut-off; 4: Flussimetro; 5: Strumento per la misura della temperatura; 6: Tubo di misura per la pressione di monte; 7: Connettore di transizione di monte; 8: Componente da testare; 9: Connettore di transizione a valle; 10: Tubo di misura per la pressione di valle; 11-12: Trasduttore di pressione; 13: Valvola di controllo del flusso).

La ISO nuova, invece, distingue due circuiti, uno per il riempimento di un serbatoio e uno per lo svuotamento del serbatoio. In Figura 3.31 è mostrato il circuito per il riempimento:



Figura 3.31: Circuito alternativo per la determinazione delle caratteristiche di flusso.(1: Alimentazione e filtro; 2: Regolatore di pressione; 3: Valvola di shut-off; 4: Serbatoio; 5: Strumento per la misura della temperatura; 6: Tubo di misura per la pressione di monte; 7: Connettore di transizione di monte; 8: Componente da testare; 9: Connettore di transizione a valle; 10: Tubo di misura per la pressione di valle; 11-12-16: Trasduttore di pressione; 13: Valvola di controllo del flusso; 14: Barometro; 15: Registratore digitale; 17: Porta di aspirazione; 18: Pompa a vuoto).

Il calcolo della conduttanza è un po' diverso rispetto la ISO vecchia: una volta eseguita la prova e raccolti i dati di pressione del serbatoio, si esegue un livellamento sui dati della pressione tramite una media mobile di 21 punti:

$$p'_{s(j)} = \frac{1}{21} \sum_{i=j-10}^{i=j+10} p_{s(i)}$$

Da questi è possibile ricavare la conduttanza attraverso l'equazione:

$$C_{e(j)} = \frac{V(p'_{s(j+10)} - p'_{s(j-10)})}{20p_{1(j)}R_g\rho_0\Delta t\sqrt{T_0T_s}}$$

Dove *V* è il volume del serbatoio in m<sup>3</sup>,  $p_{s(j\pm 10)}$  è la pressione nel serbatoio prima/dopo il livellamento e  $\Delta t$  è l'intervallo di campionamento dei dati di pressione. Si riporta uno schema riepilogativo per il calcolo della conduttanza nella ISO nuova (Figura 3.32):



Figura 3.32: Schema per il calcolo della conduttanza [ISO 6358 (2019)].

Ricavate le conduttanze nei due metodi è possibile applicare il metodo visto in [21] e trovare gli andamenti della conduttanza al variare del segnale di comando della valvola. Nel capitolo 5 verrà mostrato anche un confronto tra gli andamenti sperimentali e quelli numerici effettuando un interpolazione lineare e cubica.

# 3.5 Banco prova attrito

Lo schema del setup sperimentale (Figura 3.33) deriva da lavori di tesi precedenti, dove sono state apportate delle migliorie e delle aggiunzioni, in quanto il banco precedente non permetteva più alcune misure accurate, principalmente per via dell'usura delle guarnizioni del cilindro pneumatico. Il nuovo banco sarà costituito da un cilindro pneumatico a doppio effetto a stelo passante, un cilindro elettrico (insieme ad un attuatore piezoelettrico, per permettere microspostamenti al cilindro pneumatico), una valvola pneumatica proporzionale (la stessa usata precedentemente), un sensore laser per la misura della posizione o un LVDT, tre trasduttori di pressione per la misura della pressione nelle camere del cilindro, un cella di carico per la lettura della forza applicata, due flussimetri per la misurazione della portata e infine una guida lineare a ricircolo di sfere e un carrello collegato con l'estremità libera dello stelo del cilindro, che può scorrere grazie ad una guida a ricircolo di sfere. Prima di descrivere in dettaglio i componenti si vuole descrivere il funzionamento del banco. La valvola proporzionale riceve in ingresso un segnale in tensione che lo traduce in uno spostamento del cassetto interno. In questo modo si aprono i passaggi verso le camere del cilindro e ciò permette all'aria di fluire all'interno di esse, provocando lo spostamento del pistone e del carrello. Tutta la sperimentazione si basa su controllare la valvola usando segnali in ingresso differenti e confrontare i livelli di precisione tra i dati sperimentali captati dai sensori e i valori numerici calcolati dal modello implementato. Il cilindro elettrico ha lo scopo di fornire una forza esterna allo stelo del cilindro pneumatico in modo da effettuare misurazione nel regime di pre-sliding. In Figura 3.34 è presenta la fotografia del banco precedente, dove tuttavia è stato sostituito il cilindro pneumatico.



Figura 3.33: Schema del banco realizzato con il software Solidworks.



Figura 3.34: Fotografia del banco prova precedente con cilindro pneumatico nuovo.

#### 3.5.1 Cilindro pneumatico

Si ha la possibilità di scegliere tra due cilindri: entrambi sono forniti dall'azienda Metal Work e hanno come numero di serie ISO6432DAMCTR0160300ZN (Figura 3.35) il primo, ISO6432DAMCTR0160300ZP il secondo. Entrambi sono del tipo a doppio effetto a stelo passante con pistone di alluminio e asta del pistone in acciaio inossidabile. La differenza risiede nelle guarnizioni impiegate: nel primo sono in NBR (gomma nitrilica), mentre nel secondo sono in poliuretano. In Tabella 3.11 sono riassunte le principali dimensioni e caratteristiche.



Figura 3.35: Fotografia del cilindro pneumatico utilizzato.

Caratteristica	Valore
Corsa	300 mm
Alesaggio	16 mm
Diametro stelo	6 mm
Pressione massima d'esercizio	1 MPa
Intervallo di temperatura (NBR)	-10/+80°C

Tabella	3.11:	Dati	tecnici	del	cilindro	pneumatico.
---------	-------	------	---------	-----	----------	-------------

#### 3.5.2 Carrello

Il carrello (Figura 3.36), modello SEBL 20-510, è costituito da una guida prismatica a ricircolo di sfere fornita dall'azienda Misumi. La parte mobile è dotata di una piastra per l'eventuale alloggio di un pendolo inverso, mentre la parte fissa è stata fissata ad una tavola di legno che rappresenta la base per installare tutti gli elementi che fanno parte del banco.



Figura 3.36: Fotografia del sistema slitta-carrello.

#### 3.5.3 Cilindro elettrico

Il cilindri elettrico (Figura 3.37), fornito dall'azienda Metal Work con codice seriale 3720320300L33811, ha lo scopo di fornire una velocità bassa costante al cilindro pneumatico per lavorare nei regimi di *pre-sliding*. Il movimento di avanzamento dello stelo è ottenuto con un sistema a vite trapezoidale (passo della vite 25 mm) e una chiocciola autolubrificante in tecnopolimero. Il motore utilizzato per la movimentazione del sistema è a corrente continua 24 VDC, la cui posizione è controllata per mezzo di un encoder interno. Inoltre il motore possiede un riduttore epicicloidale con rapporto di riduzione pari ad 1/25. In Tabella 3.12 sono evidenziate le principali caratteristiche.



Figura 3.37: Cilindro elettrico.

Caratteristica	Valore
Corsa	300 mm
Diametro stelo	20 mm
Alesaggio	32 mm
Carico assiale massimo	~150 N
Velocità massima	~70 mm/s

Tabella 3.12: Dati tecnici del cilindro elettrico.

#### 3.5.4 LVDT

Il trasduttore di posizione dell'azienda Applied Measurements Limited, numero di serie 01189817339, (Figura 3.38) serve per trasformare una grandezza di spostamento in una grandezza elettrica, nel nostro caso lo spostamento sarà lo posizione del carrello. In Tabella 3.13 sono presentati i dati tecnici del trasduttore.



Figura 3.38: Fotografia dell'LVDT.

Caratteristica	Valore		
Range di misura	±250 mm		
Segnale di uscita	0-10 V		
Tensione di ingresso	14-24 VDC		
Non linearità	<0.50		
Ripetibilità	<0.10		
Larghezza di banda	100 Hz		

Tabella 3.13: Dati tecnici dell'LVD	T.
-------------------------------------	----

#### 3.5.5 Sensore laser

Il sensore laser (Figura 3.39) è un alternativa al trasduttore LVDT per la misura della posizione del carrello. Il sensore è dell'azienda Keyence con codice LK-G150 e ha come sorgente luminosa un laser a semiconduttore rosso. In Tabella 3.14 alcuni dati tecnici.



Figura 3.39: Fotografia del sensore laser.

Caratteristica	Valore
Range di misura	$\pm$ 40 mm
Distanza di riferimento	150 mm
Linearità	±0.05% FS
Temperatura di esercizio	0-50° C
Grado di protezione	IP67

Tabella 3.14: Dati tecnici del sensore laser.

#### 3.5.6 Cella di carico

La cella di carico (Figura 3.40) utilizzata è dell'azienda HBM e ha come codice U9C 200N. Ha il compito di misurare la forza che mette in moto il carrello. L'elemento essenziale della cella di carico è una membrana di acciaio deformabile dove sono installati gli estensimetri, in modo che due di essi sono soggetti a forze di trazione e le altre a forze di compressione. Gli estensimetri sono collegati tra di loro in modo da formare un ponte di Wheatstone. Variando la resistenze del ponte in base alle variazioni di lunghezza, il ponte sarà sbilanciato e produrrà un segnale di uscita proporzionale alle variazioni di resistenza. In Tabella 3.15 sono mostrate le principali caratteristiche.



Figura 3.40: Fotografia della cella di carico.

Caratteristica	Valore
Classe precisione	0.2
Isteresi relativa	<0.2% v <sub>0.5</sub>
Errore di non linearità	<0.2% d <sub>lin</sub>
Sensibilità nominale	1 Mv/v
Tensione di ingresso	0.5/12 V
Forza massima	200 N
Forza di rottura	>400 N
Coppia massima	2.5/3.7 Nm
Frequenza di risonanza	12 kHz

Tabella 3.15: Dati tecnici della cella di carico.

#### 3.5.7 Amplificatore di misura

Questo dispositivo serve per amplificare il segnale di misura della cella di carico. L'amplificatore utilizzato è il HBM Clip AE101 (Figura 3.41). Le specifiche sono indicate in Tabella 3.16.



Figura 3.41: Amplificatore di misura.

Caratteristica	Valore
Tensione di alimentazione del ponte	2.5 V ,5 V, 10 V
	0.1\2 mV/V
Range di misura	0.2\4 mV/V
	0.4\8mV/V
Errore di non linearità	<0.05% FS
Tensione di uscita	±10 V
Temperatura di esercizio	-20 / 60 °C
Tensione di alimentazione	15-30 V
Grado di protezione	IP10

Tabella 3.16: Dati tecnici Amplificatore di misura.

# 3.6 Prove svolte sul banco prova

In questa sezione verranno presentate le prove svolte sul sistema di posizionamento ad azionamento pneumatico. Le prove sono state effettuate da studenti in lavori di tesi precedenti [23-24] e hanno lo scopo di individuare la posizione del carrello e l'attrito generato dal movimento tra stelo e cilindro e tra pistone e cilindro (l'attrito tra carrello e guida non viene considerato in quanto molto basso). Le prove che sono state eseguite possono essere suddivise in tre parti:

- Comando a gradino;
- Comando sinusoidale;
- Visualizzazione del fenomeno dello stick-slip.

#### 3.6.1 Prove con segnale a gradino

In Figura 3.42 è mostrato il banco per le prove di comando a gradino. Dalla figura si osserva che il banco è stato modificato rispetto la configurazione di Figura 3.34, in particolare l'uscita 4 della valvola è stata scollegata dalla camera frontale del cilindro pneumatico.



Figura 3.42: Schema del banco per prove di comando a gradino.

Partendo da un segnale di tensione pari a 5 V, in cui si ha la posizione neutra del cassetto della valvola, si fornisce un comando a gradino da 6 a 4 V, provocando l'apertura del condotto 1-2 della valvola favorendo il riempimento della camera posteriore del cilindro. In Figura 3.43 e 3.44 vengono mostrati gli andamenti della pressione, della posizione e del gradino di tensione. Dall'andamento della posizione si osserva che la camera frontale essendo tappata si comporta come una molla pneumatica e impedisce al carrello di muoversi una volta raggiunto l'equilibrio delle forze in gioco nel sistema.



Figura 3.43: Andamento delle pressioni nelle camere del cilindro, *Ps*=0.2 MPa.



Figura 3.44: Andamento del gradino di tensione e della posizione del carrello nel tempo P<sub>s</sub>=0.2 MPa.

Nella prossima prova la pressione di alimentazione è stata aumentata fino a 0.3 MPa utilizzando un gradino di tensione da 5 a 4 V. In Figura 3.45 e 3.46 vengono riportati gli andamenti della pressione, della posizione e del gradino. Da questi grafici si osserva che all'aumentare della pressione di alimentazione, il carrello raggiunge la posizione di equilibrio più velocemente.



Figura 3.45: Andamento delle pressioni nelle camere del cilindro pneumatico, P<sub>s</sub>=0.3 MPa.



Figura 3.46: Andamento della posizione e del gradino, Ps=0.3 MPa.

File\_MatLab\Comando\_Gradino\Acquisizioni\_Comando\_Gradino.m

#### 3.6.2 Prove con comando sinusoidale

In Figura 3.47 è mostrato lo schema per le prove con comando sinusoidale, che corrisponde al banco in Figura 3.34. Le prove consistono nell'applicazione di un segnale in tensione sinusoidale alla valvola:

$$V_s(t) = V_{s0} + \Delta V_s sen(2\pi f t)$$

Con  $V_{s0}$  tensione di equilibrio della valvola (5V),  $\Delta V_s$  ampiezza del segnale (2V) e f frequenza di oscillazione. Le prove sono state effettuate per condizioni operative differenti, in particolare per ampiezze e per frequenze differenti (da 1Hz a 5Hz).



Figura 3.47: Schema del banco prova per comando sinusoidale.

In questa sezione si riportano due prove differenti, una per frequenza di oscillazione pari a 1 Hz e una pari a 4 Hz, in modo da evidenziare le differenze tra le due.

Nelle figure successive sono mostrati gli andamenti relativi alla prova con una frequenza di oscillazione pari a 1 Hz:



Figura 3.48: Andamento del segnale di tensione, *f*=1 Hz.



Dall'andamento della posizione (Figura 3.49) si osserva che il carrello ha un moto periodico ma non sinusoidale, in quanto è presente un intervallo in cui il carrello rimane fermo, dovuto al fatto che la forza di pressione risultante non riesce a superare la forza di attrito di primo distacco. Il sistema si muove solo se questa viene superata.

Nelle prossime figure (3.50-3.51) verranno mostrati i risultati ottenuti con una frequenza di oscillazione pari a 4 Hz (verranno mostrati solo i primi 0.5 s per una chiara visione):



Figura 3.50: Andamento del segnale in tensione, f=4 Hz.



Figura 3.51: Andamento nel tempo della posizione del carrello, f=4 Hz.

Da questi andamenti si nota che aumentando la frequenza di oscillazione della sinusoide, lo spostamento tende ad un comportamento sinusoidale. Questo è dovuto al fatto che l'attrito statico in questo caso è così piccolo da non essere visibile, perciò il movimento del carrello sarà continuo.

File MatLab\Comando Sinusoidale\Dati Sperimentali.m

#### 3.6.3 Prove Stick-Slip

L'obiettivo principale di queste prove è di osservare il fenomeno dello stick-slip e per ottenerlo è necessario un movimento a bassa velocità in cui è presente un cambio continuo tra attrito statico e attrito dinamico. Le prove sono state effettuate a diverse pressioni di alimentazione, da 0,25 MPa fino a 0,7 MPa con un passo di 0,05MPa. Per riuscire nell'intento è stato necessario trovare il segnale di tensione più basso tale da permettere il movimento del carrello. In questa sezione verranno presentati due test:

1. 
$$P_s = 0.3$$
 MPa,  $V_i = 5.75$  V,  $V_f = 5$ ,  $N_{test} = 2$ ;

2.  $P_s = 0.6$  MPa,  $V_i = 5.45$  V,  $V_f = 4.7$ ,  $N_{test} = 1$ ;

Dove  $P_s$  è la pressione di alimentazione assoluta,  $V_i$  è la tensione per permettere la fuoriuscita dello stelo,  $V_f$  è la tensione per permettere il rientro dello stelo e  $N_{test}$  è il numero del test, in quanto ad ogni pressione venivano effettuati tre test. Nel primo test si nota che la tensione per il rientro è stata imposta a 5V, tensione per cui non vi è portata. Tuttavia, grazie alla forza di richiamo del filo dell'LDVT, il rientro dello stelo è permesso.

All'inizio di ogni test, la valvola è nella sua posizione di riposo. Da qui si inserisce il segnale di tensione minimo che comporta la fuoriuscita dello stelo dopo un certo intervallo di tempo. In questo modo è stato possibile osservare il fenomeno dello stick-slip. Allo stesso modo è possibile avere lo

stesso comportamento al rientro dello stelo, impostando un segnale minimo di tensione per invertire il processo.



Nelle figure successive vengono mostrati i risultati del primo test:

Figura 3.52: Andamento del segnale in tensione del 1) Test.



Figura 3.53: Andamento della posizione del carrello del 1) Test.

In Figura 3.52 e Figura 3.53 si osserva il segnale di tensione utilizzato e la posizione del carrello durante la prova: si nota che nel tratto di fuoriuscita dello stelo non si osserva il fenomeno, mentre nel tratto di rientro il fenomeno, dai 10 s in poi, è verificato e si mostra con un andamento a gradino.

I risultati per il 2) Test sono mostrati nelle seguenti figure:



Figura 3.55: Andamento della posizione del carrello del 2) Test.

Nelle Figure 3.54 e 3.55 sono mostrati gli andamenti del segnale in tensione e delle posizione del carrello. Rispetto alla prima prova si nota subito che il fenomeno dello *stick-slip* avviene anche per la fase di fuoriuscita dello stelo. Inoltre si osserva che, all'aumentare della pressione di alimentazione, i valori minimi di tensione per la fuoriuscita dello stelo diminuiscono, mentre per il rientro dello stelo questi aumentano

Nel capitolo 5 verranno mostrati i confronti tra le simulazioni numeriche dei modelli e i relativi dati sperimentali.

File\_MatLab\Stick\_Slip\Dati\_Sperimentali.m

# **CAPITOLO 4**

In questo capitolo verrà presentato il modello numerico adottato per la valvola proporzionale e per il sistema pneumatico del banco del sistema di posizionamento pneumatico.

## 4.1 Modellazione sistema di posizionamento pneumatico

La modellazione del sistema di posizionamento pneumatico riguarda l'identificazione della legge del moto che muove il pistone del cilindro pneumatico. In Figura 4.1 è riportato lo schema del banco, mentre in Figura 4.2 è riportato uno schema semplificato con le forze in gioco, considerando che il pistone del cilindro pneumatico si stia spostando verso destra.



Figura 4.1: Schema del banco prova.



Figura 4.2: Forze agenti sul pistone.

La legge del moto del sistema è:

$$F_{ext}(t) + A_p p_p(t) - A_f p_f(t) - F_f(t) - m_c \ddot{x}(t) = 0$$

Dove:

- $F_{ext}$  è la forza esterna, ad esempio quella dell'attuatore elettrico;
- $A_p p_p$  è la forza di spinta sul pistone dovuta alla pressione nella camera posteriore;
- $A_{f}p_{f}$  è la forza di spinta sul pistone dovuta alla pressione nella camera frontale;
- $F_f$  è la forza di attrito;
- $m_c x$ " è la forza d'inerzia ( $m_c$ =0.88 kg è la massa totale del carrello più la cella di carico più lo stelo).

Le aree delle facce del pistone vengono identificate grazie ai valori di alesaggio del cilindro e diametro dello stelo, noti dal catalogo della MetalWork:

$$A_f = A_p = \frac{\pi (D^2 - d_{stelo}^2)}{4} = 1,72 \cdot 10^{-4} m^2$$

Le pressioni all'interno delle camere del cilindro possono essere valutare tramite le seguenti espressioni, ottenute combinando la legge di conservazione della massa e la legge dei gas perfetti:

$$\frac{dp_f}{dt} = \left(G_f - \frac{P_f}{R_g T_s} A_f \dot{x}\right) \frac{R_g T_s}{V_f}$$
$$\frac{dp_p}{dt} = \left(G_p + \frac{P_p}{R_g T_s} A_p \dot{x}\right) \frac{R_g T_s}{V_p}$$

I volumi delle camere del cilindro varieranno a seconda dello spostamento del pistone. Considerando lo schema di Figura 4.3, i volumi hanno le seguenti espressioni:

$$V_f = V_{fd} + A_f x$$
$$V_p = V_{pd} + A_p (L_0 - x)$$

Dove  $V_{fd} e V_{pd}$  sono i volumi di spazio morto delle corrispettive camere. Questi sono uguali e pari ad 1,12•10<sup>-6</sup> m<sup>3</sup>. L<sub>0</sub> è la corsa del pistone pari a 320 mm, tenendo conto anche dello spessore dello stesso (20 mm).



Figura 4.3: Schema per il calcolo dei volumi delle camere del cilindro pneumatico.

La forza di attrito dipende da quale modello si vuole usare per il calcolo di essa. Per esempio se usassimo il modello di LuGre, la forza di attrito ha come espressione:

$$F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v$$

L'unica incognita rimasta nella legge del moto da calcolare è l'accelerazione del pistone, quindi esplicitando si ottiene:

$$\ddot{x}_{t} = \frac{1}{m_{c}} (F_{ext,t} + A_{p} p_{p,t} - A_{f} p_{f,t} - F_{f,t})$$

Applicando le tecniche di derivazione è possibile risalire alla velocità e allo spostamento del pistone:

$$\frac{\dot{x}_{t+1} - \dot{x}_t}{\Delta t} = \frac{1}{m_c} (F_{ext,t} + A_p p_{p,t} - A_f p_{f,t} - F_{f,t})$$

$$\frac{x_{t+1} - x_t}{\Delta t} = \dot{x}_t$$

### 4.2 Modellazione valvola proporzionale

La valvola può essere modellata scomponendola in due sotto-modelli, uno riguardante la legge di apertura in funzione del segnale di tensione e uno per la caratteristica di portata. Un modo semplice per modellare il comportamento della valvola al variare del segnale di tensione è utilizzare una legge lineare:

$$A(V_s) = m(P_1, P_2)V_s + q(P_1, P_2)$$

Dove m è il coefficiente angolare della retta e q è l'ordinata all'origine, ed entrambi dipendono dalle pressioni di monte e valle: in caso di riempimento la pressione di monte corrisponde alla pressione di alimentazione e la pressione di valle alla pressione all'interno dei serbatoi; in caso di svuotamento la pressione di monte corrisponde alla pressione all'interno dei serbatoi e la pressione di valle alla pressione all'interno dei serbatoi e la pressione di valle alla pressione all'interno dei serbatoi e la pressione di valle alla pressione all'interno dei serbatoi e la pressione di valle alla pressione all'interno dei serbatoi e la pressione di valle alla pressione ambiente. In base al segnale di tensione fornito alla valvola si avrà una partizione delle sezioni attive nel seguente modo:

$$A(V_{S}) = \begin{cases} A_{S}(V_{S}), \begin{cases} A_{1 \to 2}, & 0 \le V_{S} < 5 V \\ A_{1 \to 4}, & 5 V < V_{S} \le 10 V \\ 0, & V_{S} = 5 V \\ A_{d}(V_{S}), \begin{cases} A_{4 \to 5}, & 0 \le V_{S} < 5 V \\ A_{2 \to 3}, & 5 V < V_{S} \le 10 V \\ 0, & V_{S} = 5 V \end{cases} \end{cases}$$

I coefficienti della retta m e q vengono ricavati effettuando un'interpolazione lineare delle leggi sperimentali tramite il software Matlab. Nelle seguenti tabelle sono mostrati i valori dei coefficienti m e q al variare della pressione di alimentazione:

A12							
-	0.2 MPa	0.3 MPa	0.4 MPa	0.5 MPa	0.6 MPa	0.7 MPa	0.8 MPa
m	-0.2221	-0.2216	-0.2219	-0.2222	-0.2225	-0.2223	-0.2216
q	1.0934	1.0849	1.0833	1.078	1.0782	1.0754	1.0759

A23							
-	0.2 MPa	0.3 MPa	0.4 MPa	0.5 MPa	0.6 MPa	0.7 MPa	0.8 MPa
m	0.2174	0.218	0.2191	0.2185	0.218	0.2181	0.2173
q	-1.168	-1.1733	-1.18	-1.1774	-1.1749	-1.1749	-1.1682

Tabella 4.2: Coefficienti della legge di apertura A<sub>23</sub>.

$A_{14}$							
-	0.2 MPa	0.3 MPa	0.4 MPa	0.5 MPa	0.6 MPa	0.7 MPa	0.8 MPa
m	0.2243	0.2243	0.2263	0.2232	0.2239	0.2243	0.223
q	-1.1576	-1.1576	-1.1792	-1.1699	-1.1685	-1.1749	-1.1635

Tabella 4.3: Coefficienti della	legge di	apertura A <sub>14</sub> .
---------------------------------	----------	----------------------------

A45								
-	0.2 MPa	0.3 MPa	0.4 MPa	0.5 MPa	0.6 MPa	0.7 MPa	0.8 MPa	
m	-0.2175	-0.2174	-0.2178	-0.2181	-0.2175	-0.2193	-0.2183	
q	1.0281	1.0282	1.027	1.0256	1.0227	1.0269	1.0281	

Tabella 4.4: Coefficienti della legge di apertura A<sub>45</sub>.

Osservando i parametri si nota che all'aumentare della pressione di alimentazione, essi cambiano di poco. Quindi è possibile trovare i parametri generali effettuando una media. In questo modo le espressioni delle leggi di apertura sono:

 $A_{12} = -2.95 \cdot 10^{-7} V_s + 1.44 \cdot 10^{-6}$ 

 $A_{23} = 4.38 \cdot 10^{-7} V_{\rm s} - 2.36 \cdot 10^{-6}$ 

 $A_{14} = 3.45 \cdot 10^{-7} V_{\rm s} - 1.80 \cdot 10^{-6}$ 

 $A_{45} = -4.95 \cdot 10^{-7} V_{\rm s} + 2.33 \cdot 10^{-6}$ 

Per identificare la caratteristica di portata della valvola ci si serve della normativa ISO 6358 che fornisce la relazione che lega la portata G con le pressioni di monte e valle della valvola e l'area effettiva della sezione in base alla direzione del flusso:

$$G = \begin{cases} c_d \sqrt{\frac{293}{T_0}} A_{1-2/1-4} \frac{0.686}{\sqrt{R_g T_0}} P_1 \sqrt{1 - \left(\frac{P_2}{P_1} - b\right)^2} &, \quad se \frac{P_2}{P_1} > b \\ c_d \sqrt{\frac{293}{T_0}} A_{1-2/1-4} \frac{0.686}{\sqrt{R_g T_0}} P_1 &, \quad se \frac{P_2}{P_1} \le b \\ -c_d \sqrt{\frac{293}{T_0}} A_{2-3/4-5} \frac{0.686}{\sqrt{R_g T_0}} P_1 \sqrt{1 - \left(\frac{P_a}{1-b}\right)^2} &, \quad se \frac{P_a}{P_1} > 1/b \\ -c_d \sqrt{\frac{293}{T_0}} A_{2-3/4-5} \frac{0.686}{\sqrt{R_g T_0}} P_1 &, \quad se \frac{P_a}{P_1} \le 1/b \end{cases}$$

Dove:

- G è la portata in kg/s;
- $c_d$  è il coefficiente di efflusso, qui posto pari ad 1;
- $T_0$  è la temperatura assoluta del fluido di alimentazione (293 K);
- $R_g$  è la costante dei gas per l'aria (287.05 J/kgK);
- b è il rapporto critico di pressione di valle P<sub>2</sub> su pressione di monte P<sub>1</sub>, qui posto pari ad 0.15 (ovviamente valle e monte dipendono dalla direzione del flusso di portata: in caso di riempimento la pressione di monte sarà quella di alimentazione; in caso di svuotamento la pressione di monte sarà quella all'interno del cilindro);
- $P_a$  è la pressione ambiente.

# **CAPITOLO 5**

In questo capitolo verranno mostrati i risultati ottenuti nei due banchi prova. Nel banco prova per la caratterizzazione statica i risultati riguarderanno i confronti tra le leggi di apertura delle sezioni della valvola e quelle ricavate numericamente tramite il software Matlab, e gli andamenti numerici della valvola con gli andamenti sperimentali. Inoltre si effettuerà un confronto tra le curve ottenute con i metodi descritti nel paragrafo 3.4 e le curve ottenute con le normative ISO 6358. Per il sistema di posizionamento verranno eseguiti i confronti tra i dati sperimentali ricavati nelle varie prove e tra gli andamenti numerici del sistema pneumatico.

### 5.1 Risultati caratterizzazione statica della valvola

#### 5.1.1 Andamenti sperimentali nel tempo della pressione e della portata

In questa sezione vengono mostrati gli andamenti della pressione e della portata nel tempo acquisiti con i dispositivi di misura. Nelle figure verrà visualizzato un confronto tra vari andamenti sperimentali al variare del segnale di tensione per visualizzarne le differenze:



Figura 5.1: Confronto andamento delle pressioni al variare del segnale di comando (Riempimento serbatoio frontale), *P*<sub>s</sub>=0.3 MPa.



Figura 5.2: Confronto andamento delle portate al variare del segnale in tensione comando (Riempimento serbatoio frontale), *Ps*=0.3 MPa.

In Figura 5.1 notiamo che all'aumentare del segnale di comando in tensione della valvola, le pressioni tendono a raggiungere il valore della pressione di alimentazione in un tempo maggiore, indicando che il serbatoio verrà riempito più lentamente. Osservando la Figura 5.2, notiamo che all'aumentare del segnale di comando le portate subiscono una riduzione del picco massimo e un dispiegamento maggiore lungo l'asse tempi. Inoltre da quest'ultimo grafico si può vedere che le portate non raggiungono esattamente il valore zero (segnale in tensione 0 e 2 V. Ciò può essere dovuto a delle fughe di aria.



Figura 5.3: Curve di portata del condotto 1-2 al variare del segnale in tensione comando (Riempimento serbatoio frontale), *Ps*=0.3 MPa.

In Figura 5.3 vengono mostrate le curve di portata per il condotto 1-2. Il motivo per cui le curve di portata hanno una forma diversa da quella prevista dalla ISO 6358 è stato già affrontato nel paragrafo 3.2.2.

Questi commenti valgono ovviamente anche nel caso di riempimento del serbatoio posteriore in cui a lavorare sarà la bocca 4 della valvola (Figure 5.4-5.5-5.6):



Figura 5.4: Confronto andamento delle pressioni al variare del segnale di comando (Riempimento serbatoio posteriore), *Ps*=0.3 MPa.



Figura 5.5: Confronto andamento delle portate al variare del segnale in tensione comando (Riempimento serbatoio posteriore),  $P_s$ =0.3 MPa.



Figura 5.6: Confronto andamento delle portate al variare del segnale in tensione comando (Riempimento serbatoio posteriore), *P*<sub>s</sub>=0.3 MPa.

A questo punto per completezza vengono riportati gli andamenti sperimentali durante lo svuotamento dei serbatoi sia frontale che posteriore (Figure 5.7-5.8-5.9-5.10), omettendo le curve di portata:



Figura 5.7: Confronto andamento delle pressioni al variare del segnale di comando (Svuotamento serbatoio frontale), *Ps*=0.3 MPa.



Figura 5.8: Confronto andamento delle portate al variare del segnale in tensione (Svuotamento serbatoio frontale), *Ps*=0.3 MPa.



Figura 5.9: Confronto andamento delle pressioni al variare del segnale di comando (Svuotamento serbatoio posteriore), *P<sub>s</sub>*=0.3 MPa.



Figura 5.10: Confronto andamento delle portate al variare del segnale in tensione (Svuotamento serbatoio posteriore), *P<sub>s</sub>*=0.3 MPa.

Gli stessi ragionamenti del riempimento possono essere applicati anche nel caso di svuotamento dei serbatoi: per il serbatoio frontale, partendo da un segnale di comando di 10 V, si osserva che al diminuire del segnale, il raggiungimento della pressione ambiente avviene più lentamente che si traduce in un dispendio di tempo maggiore per lo svuotamento del serbatoio. Stessa cosa accade per il serbatoio posteriore ma bisogna considerare all'aumentare del segnale partendo da una tensione di 0 V.

A questo punto vengono mostrati gli andamenti sperimentali del solo riempimento del serbatoio frontale nei casi in cui la pressione di alimentazione è pari ad 0.5 MPa e 0.8 MPa. (Figure 5.11-5.12-5.13-5.14-5.1-5.16-5.17-5.18).



Figura 5.11: Confronto andamento delle pressioni al variare del segnale di comando (Riempimento serbatoio frontale), *Ps*=0.5 MPa.



Figura 5.12: Confronto andamento delle portate al variare del segnale in tensione (Riempimento serbatoio frontale), *P*<sub>s</sub>=0.5 MPa.



Figura 5.13: Confronto andamento delle pressioni al variare del segnale di comando (Svuotamento serbatoio posteriore), *Ps*=0.5 MPa.



Figura 5.14: Confronto andamento delle portate al variare del segnale in tensione (Svuotamento serbatoio posteriore), *Ps*=0.5 MPa.



Figura 5.15: Confronto andamento delle pressioni al variare del segnale di comando (Riempimento serbatoio frontale), *Ps*=0.8 MPa.



Figura 5.16: Confronto andamento delle portate al variare del segnale in tensione (Riempimento serbatoio frontale), *Ps*=0.8 MPa.



Figura 5.17: Confronto andamento delle pressioni al variare del segnale di comando (Svuotamento serbatoio posteriore), *Ps*=0.8 MPa.



Figura 5.18: Confronto andamento delle portate al variare del segnale in tensione (Svuotamento serbatoio posteriore), *Ps*=0.8 MPa.

Da questi notiamo che all'aumentare della pressione di alimentazione i picchi di portata aumentano il tempo per riempire (o svuotare) i serbatoi diminuisce.

File\_MatLab\Valvola\Riempimento\_Svuotamento\Andamenti\_Sperimentali.m

#### 5.1.2 Leggi di apertura

La metodologia per il calcolo delle leggi di apertura delle porte della valvola è stata già presentata nel paragrafo 3.3. Come esempi vengono riportate le leggi di apertura sperimentali in cui la pressione di alimentazione è pari a 0.3 (Figura 5.19), 0.5 (Figura 5.20) e 0.8 MPa (Figura 5.21). Si osserva che le leggi sono praticamente uguali tra loro al variare della pressione, questo perché i coefficienti variano di poco.



Figura 5.19: Leggi di apertura sperimentali (*P<sub>s</sub>=0.3MPa*).



Figura 5.20: Leggi di apertura sperimentali (*P<sub>s</sub>=0.5MPa*).



Figura 5.21: Legge di apertura sperimentali (*P<sub>s</sub>=0.8MPa*).

Una volta ricavate le leggi di apertura sperimentali, il prossimo passaggio riguarda il confronto con le leggi numeriche ricavate tramite il software Matlab. Per mezzo delle funzioni *polyfit* e *polyval* è stato possibile trovare le leggi numeriche di apertura: la prima funzione permette di trovare i coefficienti di una funzione polinomiale P(X) di grado N che si adattano meglio ai dati in ingresso utilizzando il metodo dei minimi quadrati; la seconda restituisce i valori della polinomiale P valutati in X. Si è scelto di effettuare tre interpolazioni: lineare (2 coefficienti), quadratica (3 coefficienti) e cubica (4 coefficienti). Nelle figure successive vengono mostrati i confronti tra le leggi di apertura sperimentali e quelle numeriche nel caso di pressione di alimentazione pari ad 0.3 MPa (Figure 5.22 - 5.23 - 5.24).



Figura 5.22: Confronto interpolazione lineare (Ps=0.3 MPa).



Figura 5.23: Confronto interpolazione cubica (P<sub>s</sub>=0.3 MPa).


Figura 5.24: Confronto interpolazione quadratica (Ps=0.3 MPa).

Si osserva che il confronto migliore è relativo ad una interpolazione cubica, essendo che gli andamenti sono quasi sovrapposti. Tuttavia, per i nostri scopi una interpolazione lineare è sufficiente. SI riportano, per completezza, anche i casi di pressione di alimentazione di 0.5 MPa e 0.8 MPa (Figure 5.25 - 5.26), escludendo l'interpolazione quadratica che fornisce i peggiori risultati:



Figura 5.25: Confronto legge di apertura sperimentale con interpolazione lineare e cubica (P<sub>s</sub>=0.5 MPa).



Figura 5.26: Confronto interpolazione cubica (Ps=0.8 MPa).

File\_MatLab\Valvola\Riempimento\_Svuotamento\Interpolazione\_Dati\_Sezioni.m

#### 5.1.3 Confronto andamenti sperimentali con modello della valvola

Anche se, dai grafici precedenti si è osservato che l'interpolazione cubica fornisce i migliori risultati, per maggiore semplicità si è adattato al modello della valvola un modello lineare per quanto riguarda le leggi di apertura delle sezioni. Utilizzando i dati sperimentali è stato possibile definire una legge lineare delle aperture delle sezioni:

$$A_{eff}(V_s) = mV_s + q$$

Dove m è il coefficiente angolare della retta e q è l'ordinata all'origine, ed entrambi dipendono dalle pressioni di monte e valle. Questi due termini vengono ricavati grazie alle due funzioni di Matlab discusse sopra. I termini sono stati già individuati nelle Tabelle da 4.1 a 4.4.

In Figura 5.27 è mostrato il confronto tra tutti gli andamenti sperimentali e gli andamenti numerici:



Figura 5.27: Confronto leggi di apertura lineare sperimentali e numeriche.

Infine per modellare correttamente la valvola bisogna identificare la caratteristica di portata della valvola. Per fare ciò ci si serve della normativa ISO 6358 che fornisce la relazione che lega la portata G con le pressioni di monte e valle della valvola e l'area effettiva della sezione:

$$G = \begin{cases} c_d \sqrt{\frac{293}{T_0}} A_{eff} \frac{0.686}{\sqrt{R_g T_0}} P_1 \sqrt{1 - \left(\frac{P_2}{P_1} - b\right)^2} &, \quad se \ \frac{P_2}{P_1} > b \\ c_d \sqrt{\frac{293}{T_0}} A_{eff} \frac{0.686}{\sqrt{R_g T_0}} P_1 &, \quad se \ \frac{P_2}{P_1} < b \end{cases}$$

Tramite queste espressioni è stato possibile modellare la valvola. Seguono una serie di figure che mostrano la bontà della modellazione numerica (Figure 5.28-5.29-5.30-5.31-5.32 -5.33).



Figura 5.28: Confronto andamento delle pressioni sperimentale – numerico (*Ps*=0.3MPa e *Vs*=10V).



Figura 5.29: Confronto andamento delle portate sperimentale – numerico (Ps=0.3MPa e Vs=10V).



Figura 5.30: Confronto andamento delle pressioni sperimentale – numerico (*Ps*=0.5MPa e *Vs*=10V).



Figura 5.31: Confronto andamento delle portate sperimentale – numerico (Ps=0.5MPa e Vs=10V).



Figura 5.32: Confronto andamento delle pressioni sperimentale – numerico (Ps=0.8MPa e Vs=10V).



Figura 5.33: Confronto andamento delle portate sperimentale – numerico (Ps=0.8MPa e Vs=10V).

Da queste figure si evince come gli andamenti delle pressioni sono molto più precisi rispetto agli andamenti delle portate. Questo è da attribuire al fatto che la formulazione della ISO 6358 della portata è relativa ad un ugello convergente e non ad una valvola proporzionale. Tuttavia gli andamenti risultano accettabili per i nostri scopi.

Per completezza si riportano anche i casi in cui il segnale di tensione è pari a 0 V (Figure 5.34-5.35-5.36-5.37-5.38-5.38-5.39):



Figura 5.34: Confronto andamento delle pressioni sperimentale – numerico (*Ps*=0.3MPa e *Vs*=0V).



Figura 5.35: Confronto andamento delle portate sperimentale – numerico (*Ps*=0.3MPa e *Vs*=0V).



Figura 5.36: Confronto andamento delle pressioni sperimentale – numerico ( $P_s$ =0.5MPa e  $V_s$ =0V).



Figura 5.37: Confronto andamento delle portate sperimentale – numerico (*Ps*=0.5MPa e *Vs*=0V).



Figura 5.38: Confronto andamento delle pressioni sperimentale – numerico (*Ps*=0.8MPa e *Vs*=0V).



Figura 5.39: Confronto andamento delle portate sperimentale – numerico ( $P_s$ =0.8MPa e  $V_s$ =0V).

File\_MatLab\Valvola\Riempimento\_Svuotamento\D\_Validazione\_Statica\_Valvola.m

#### 5.1.4 Confronto conduttanze

In questo paragrafo verranno mostrati i confronti tra gli andamenti sperimentali e numerici. La discussione relativa al calcolo delle conduttanze è stata già affrontata nel capitolo 3.4. Verrà considerato solo il riempimento dei serbatoi e verrà eseguita solo l'interpolazione cubica (Figure 5.40-5.41-5.42-5.43-5.44).



Figura 5.40: Andamento Tensione – Conduttanza calcolata con la ISO vecchia (Ps=0.3 MPa).



Figura 5.41: Andamento Tensione – Conduttanza calcolata con la ISO nuova (Ps=0.3 MPa).



Figura 5.42: Confronto Conduttanze (*Ps*=0.3 MPa).



Figura 5.43: Confronto andamenti sperimentali ISO vecchia – numerici (interpolazione cubica) (*P<sub>s</sub>*=0.3 MPa).



Figura 5.44: Confronto andamenti sperimentali ISO nuova – numerici (interpolazione cubica) (*Ps*=0.3 MPa).

Da questi grafici notiamo che gli andamenti sperimentali delle due ISO sono molto molto simili tra loro. A questo punto è interessante vedere il confronto tra queste curve appena ottenute con la legge di apertura (Figura 5.45):



Figura 5.45: Confronto tra interpolazione cubica delle conduttanze e legge di apertura e andamento sperimentale ( $P_s$ =0.3 MPa).

Da quest'ultimo confronto notiamo che gli andamenti numerici non sono perfettamente uguali tra loro. Questo può essere dovuto a due problemi: il primo potrebbe essere i serbatoi utilizzati che non hanno il volume indicato dalla norma, che suggerisce di utilizzare un serbatoio con un volume maggiore di  $5 \cdot 10^5 C$ , dove *C* è la conduttanza stimata del componente; il secondo potrebbe riguardare il calcolo della conduttanza della ISO nuova in cui si è utilizzato un intervallo di campionamento diverso da quello suggerito dalla norma ( $\approx 1.5 \cdot 10^{-8}$ V/C [s]). Si riportano, per completezza. i casi in cui la pressione di alimentazione è 0.5 MPa (Figura 5.46) e 0.8 MPa (Figura 5.47). I grafici risultano praticamente identici: anche qui ciò è dovuto al fatto che al variare della pressione di alimentazione i coefficienti variano di poco.



Figura 5.46: Confronto tra interpolazione cubica delle conduttanze e legge di apertura e andamento sperimentale ( $P_s$ =0.5 MPa).



Figura 5.47: Confronto tra interpolazione cubica delle conduttanze e legge di apertura e andamento sperimentale ( $P_s=0.8$  MPa).

File\_MatLab\Valvola\Riempimento\_Svuotamento\ConfrontoInterpolazioneConduttanze\_Ar ee.m

### 5.2 Risultati del banco sistema di posizionamento

Prima di mostrare i risultati e i confronti tra gli andamenti sperimentali e gli andamenti numerici, è necessario effettuare delle modifiche al modello, in quanto il banco prova considerato non è lo stesso discusso nel paragrafo 3.5, ma è il banco relativo alle prove del paragrafo 3.6. Considerando quindi lo schema in Figura 5.48, l'equazione del moto del sistema è:



Figura 5.48: Forze in gioco sul pistone.

$$p_P(t)A_p - p_f(t)A_f - F_f(t) - F_{LVDT} - m_c \ddot{x}(t) = 0$$

Ovviamente le espressioni per il calcolo delle pressioni rimangono invariate e il calcolo della forza di attrito dipende dal modello scelto. Gli elementi che variano sono le aree del pistone in base alla camera considerata e la forza di richiamo del filo dell'LVDT:

$$A_p = \frac{\pi D^2}{4}$$
$$A_f = \frac{\pi (D^2 - d_{stelo}^2)}{4}$$
$$F_{LVDT} = 4.53 N$$

#### 5.2.1 Identificazione dei parametri di attrito

Al fine di identificare le curve di Stribeck per individuare i parametri statici dei modelli, il banco è stato leggermente identificato: la camera anteriore del cilindro viene tappata (comportamento simile ad una molla ad aria) o collegata ad un serbatoio di capacità 11, mentre la camera posteriore viene alimentata da un regolatore di pressione con un andamento sinusoidale:

$$V_s = V_{s0} + \Delta V sin(2\pi ft)$$

Con l'offset  $V_{s0} = 1, 1 \div 4, 4$  V, frequenza  $f = 1 \div 3$  Hz e ampiezza  $\Delta V = 0, 4$  V.

La forza di attrito viene ottenuta tramite l'equilibrio delle forze discusso sopra. Nelle figure successive sono mostrati i risultati di queste prove:



Figura 5.49: Curva di Stribeck con camera anteriore collegata al serbatoio, Pf=0.2 MPa.



Figura 5.50: Curva di Stribeck con camera anteriore tappata, Pf=0.2 MPa.

Dalle Figure 5.49 e 5.50 si nota che all'aumentare della frequenza del segnale sinusoidale si ha un aumento dell'energia persa per isteresi poiché aumenta l'area racchiusa dalle curve. Inoltre all'aumentare della frequenza, si osserva che le curve non sono sempre simmetriche rispetto le ordinate probabilmente per asimmetria del cilindro, dovuto alla presenza dello stelo. Infatti invertendo l'allestimento del cilindro pneumatico le curve di Stribeck risultano diverse (Figura 5.51-5.52). È evidente quindi che la presenza del serbatoio modifichi la forma della curva.



Figura 5.51: Curva di Stribeck con camera posteriore collegata al serbatoio, *P<sub>r</sub>*=0.2 MPa.



Figura 5.52: Curva di Stribeck con camera posteriore tappata, *P<sub>r</sub>*=0.2 MPa.

A questo punto si riportano i confronti tra gli andamenti sperimentali e quelli numerici indicando anche i parametri di attrito:



Figura 5.53: Confronto curva di Stribeck con camera anteriore collegata al serbatoio,  $P_f$ =0.2 MPa e f=1 Hz.

δ (-)	$v_s$ (m/s)	$F_{s}(\mathbf{N})$	$F_{cl}(\mathbf{N})$	$c_1$ (Ns/m)	$F_{c2}(\mathbf{N})$	$c_2$ (Ns/m)	
1	0.1	5	0.7	16	1.7	13	
Taballa 5 1. Parametri modella Polita (P=0 3 MPa a f=1 Hz)							



6



Figura 5.54: Confronto curva di Stribeck con camera anteriore collegata al posteriore,  $P_f=0.2$  MPa e f=1.5 Hz.

δ (-)	$v_s$ (m/s)	$F_{s}(\mathbf{N})$	$F_{c1}(\mathbf{N})$	$c_1$ (Ns/m)	$F_{c2}(\mathbf{N})$	$c_2$ (Ns/m)	
1	0.1	4	0.7	16	1.7	13	



Figura 5.55: Confronto curva di Stribeck con camera anteriore tappata, Pr=0.2 MPa e f=1.5 Hz.

δ (-)	$v_s$ (m/s)	$F_{s}(\mathbf{N})$	$F_{c1}(N)$	<i>c</i> <sub>1</sub> (Ns/m)	$F_{c2}(N)$	<i>c</i> <sub>2</sub> (Ns/m)	
2	0.1	3.7	0.85	12	0.8	11	
Tabella 5.3: Parametri modello Polito ( <i>P<sub>f</sub></i> =0.2 MPa e <i>f</i> =1.5 Hz).							

Nel range di frequenze compreso tra 1 e 1,5 Hz (Figure 5.53-5.54-5.55), il modello rispecchia gli andamenti sperimentali. All'aumentare della frequenza il ciclo d'isteresi dell'attrito risulta più evidente e il modello non riesce a seguire l'andamento sperimentale, pur tuttavia mantenendo una buona corrispondenza. Si riporta per completezza anche due casi in cui l'allestimento del banco viene invertito (Figure 5.56-5.57) :



Figura 5.56: Confronto curva di Stribeck con camera posteriore collegata al serbatoio,  $P_r$ =0.2 MPa e f=1.5 Hz.



Figura 5.57: Confronto curva di Stribeck con camera posteriore tappata,  $P_r=0.4$  MPa e f=2 Hz. $\delta$  (-) $v_s$  (m/s) $F_s$  (N) $F_{c1}$  (N) $c_1$  (Ns/m) $F_{c2}$  (N) $c_2$  (Ns/m)0.70.161.511215

Tabella 5.5: Parametri modello Polito (*P<sub>r</sub>*=0.2 MPa e *f*=1.5 Hz).

- File\_MatLab\Curve\_Stribeck\Camera\_Anteriore\Modello\_Attrito.m
- File MatLab\Curve Stribeck\Camera Posteriore\Modello Attrito.m

#### 5.2.2 Risultati prove comando a gradino

Le modalità di svolgimento di tale prova sono state già affrontare nel capitolo 3. In questa sezione si riportano solo gli andamenti sperimentali e successivamente i confronti con gli andamenti numerici indicando i parametri impiegati. Nelle seguenti figure vengono mostrati i risultati per un gradino di tensione da 6 a 4V, pressione di alimentazione 0.2 MPa e camera anteriore tappata.



Figura 5.58: Andamento temporale del segnale in tensione e della posizione.



Figura 5.59: Andamento temporale dei segnali in pressione delle camere del cilindro.



Figura 5.61: Andamento temporale della forza di attrito.

In Figura 5.58 si osserva che la camera tappata si comporta come una molla d'aria, cioè impedisce alla massa di traslare quando si è raggiunto l'equilibrio delle forze.

Le prossime figure (5.62-5.63) riguardano il caso di gradino da 5 a 4 V e pressione di alimentazione 0.3 MPa:



Figura 5.62: Andamento temporale del segnale in tensione e della posizione.



Figura 5.63: Andamento temporale dei segnali in pressione delle camere del cilindro.

Rispetto il caso precedente si osserva che all'aumentare della pressione di alimentazione la posizione ha una pendenza maggiore.

Un ultima prova che si vuole mostrare è stata effettuata con la camera anteriore collegata ad un serbatoio con pressione pari a 0.34 MPa, pressione di alimentazione di 0.4 MPa, e gradino da 5 a 4 V (Figura 3.64-3.65-3.66):



Figura 5.64: Andamento temporale del segnale in tensione e della posizione.



Figura 5.65: Andamento temporale dei segnali in pressione delle camere del cilindro.



Figura 5.66: Andamento temporale della forza di attrito.

L'andamento della posizione ha una pendenza ancora maggiore rispetto i casi precedenti. Invece la forza di attrito ha un comportamento simile ma parte da un valore negativo.

Analizzate le prove sperimentali, si vuole testare la validità del modello. Considerando la prova svolta con una pressione di alimentazione di 0.3 MPa:



Figura 5.67: Confronto andamento numerico e sperimentale della posizione.



Figura 5.68: Confronto andamento numerico e sperimentale delle pressioni nelle camere.

Dalle Figure 5.67 e 5.68 si osserva che gli andamenti non sono perfettamente sovrapposti ma hanno un andamento concorde. Questo è dovuto principalmente all'identificazione manuale dei parametri che risulta alquanto difficile. In Tabella 5.6 sono indicati i parametri del modello:

δ (-)	$v_s$ (m/s)	$F_{s}(\mathbf{N})$	$F_{cl}(\mathbf{N})$	$c_1$ (Ns/m)	$F_{c2}(\mathbf{N})$	$c_2$ (Ns/m)
1.5	0.06	6.15	2.3	10	2.3	10

Tabella 5.6: Parametri modello Polito (*P<sub>s</sub>*=0. 3MPa).

Un ultimo confronto che si vuole mostrare è relativo al caso in cui la camera anteriore venga collegata al serbatoio, che ha una pressione di 0.34 MPa e pressione di alimentazione 0.4 MPa:



Figura 5.69: Confronto andamento numerico e sperimentale della posizione.



Figura 5.70: Confronto andamento numerico e sperimentale della pressione nella camera posteriore.

δ (-)	$v_s$ (m/s)	$F_{s}(\mathbf{N})$	$F_{cl}(\mathbf{N})$	<i>c</i> <sub>1</sub> (Ns/m)	$F_{c2}(N)$	$c_2$ (Ns/m)	
1.5	0.1	3.2	0.5	27	0.5	11	

```
Tabella 5.7: Parametri modello Polito (Ps=0.4 MPa e Pr=0.34 MPa).
```

File\_MatLab\Comando\_Gradino\Acquisizioni\_Comando\_Gradino.m

File\_MatLab\Comando\_Gradino\Modello\_Gradino.m

#### 5.2.3 Risultati prove comando sinusoidale

Le prove svolte con il comando sinusoidale sono state già effettuate nel capitolo 3. In questa sezione verranno mostrati solamente i confronti con il modello numerico del banco.

La prima prova considerata ha le seguenti caratteristiche:

- f = 1 Hz;
- $P_s = 0.49 MPa;$
- Ampiezza = 1 V;

Nelle figure successive sono mostrati confronti della posizione (Figura 5.71), delle pressioni (Figura 5.72), della velocità (Figura 3.73), della forza di attrito (Figura 3.74) e della curva di Stribeck (Figura 3.75).



Figura 5.71: Confronto andamento numerico e sperimentale della posizione.



Figura 5.72: Confronto andamento numerico e sperimentale delle pressioni nelle due camere.



Figura 5.73: Confronto andamento numerico e sperimentale della velocità.



Figura 5.74: Confronto andamento numerico e sperimentale della forza di attrito.



Figura 5.75: Confronto andamento numerico e sperimentale della curva di Stribeck.

Dai grafici appena presentati si osserva che il modello ha un ottima corrispondenza con i valori sperimentali. In Figura 5.75 si osserva un piccolo discostamento dai dati sperimentali nel tratto in cui la velocità è negativa: questo probabilmente è dovuto alle guarnizioni usurate del cilindro e alla guida del carrello non pulita. In Tabella 5.8 vengono riportati i parametri del modello utilizzati:

δ (-)	$v_s$ (m/s)	$F_{s}(\mathbf{N})$	$F_{cl}(\mathbf{N})$	$c_1$ (Ns/m)	$F_{c2}(N)$	<i>c</i> <sub>2</sub> (Ns/m)	
1.5	0.0588	3.88	2.676	17.19	1.19	18.5	
Tabella 5.8: Parametri modello Polito ( <i>Ps</i> =0.49 MPa e <i>f</i> =1 Hz).							

A questo punto si mostrano i confronti tra la posizione numerica e sperimentale all'aumentare della frequenza di oscillazione del segnale in tensione.



Figura 5.76: Confronto andamento numerico e sperimentale della posizione (f=2 Hz).



Figura 5.77: Confronto andamento numerico e sperimentale della posizione (f=3 Hz).

Dalle Figure 5.76 e 5.77 si nota che all'aumentare della frequenza del segnale in tensione il modello non riesce a sovrapporsi all'andamento sperimentale. Comunque l'accuratezza risulta accettabile poiché l'errore è piccolo.

• File\_MatLab\Comando\_Sinusoidale\Modello.m

#### 5.2.4 Risultati prove stick-slip

In questa sezione si mostrano i dati raccolti durante la prova di visualizzazione del fenomeno dello *stick-slip* e i confronti con gli andamenti ottenuti con vari modelli di attrito, in particolare i modelli di LuGre, Dahl e Polito [23]. La prova di cui si discuterà è la seguente:

•  $P_s = 0.6$  MPa,  $V_i = 5.42$  V,  $V_f = 5$ ,  $N_{test} = 1$ ;

Nelle figure successive sono mostrati i risultati della prova:

Figura 5.78: Andamento della tensione durante la prova.



Figura 5.79: Andamento della posizione del carrello durante la prova.



Figura 5.80: Andamento della velocità del carrello durante la prova.



Figura 5.81: Andamento della pressioni nelle camere del cilindro durante la prova.



Figura 5.82: Andamento della forza di attrito durante la prova.

Nelle Figure 5.78 e 5.79 sono mostrati gli andamenti del segnale in tensione e delle posizione del carrello. Dal segnale di posizione si nota subito l'andamento a gradini tipico dello *stick-slip*. La velocità del carrello (Figura 5.80) mostra, nel tratto in cui si verifica il fenomeno, una corrispondenza

con la posizione, cioè quando il carrello interrompe il suo movimento a causa dell'attrito statico la velocità è nulla, mentre quando avviene il movimento si hanno dei picchi di velocità. In Figura 5.81 sono mostrati gli andamenti delle pressioni all'interno delle camere del cilindro: nei 3.5s iniziali la forza di pressione risultante non è in grado di vincere la forza di primo distacco, e il carrello rimarrà nella sua posizione iniziale. Quando la tensione è maggiore di 5 V, la pressione nella camera posteriore aumenta, mentre la pressione nella camera anteriore diminuisce, fino a che la forza di pressione risultante superi la forza di attrito statico (che avviene dopo circa 3,5 s) e avvenga lo spostamento del carrello. Dopo di ciò, il volume nella camera posteriore espande e la pressione diminuisce leggermente impendendo nuovamente al pistone di muoversi. Il processo si ripete in quanto la tensione è sempre maggiore di 5V e quindi si ha sempre un riempimento continuo della camera posteriore (e scarico anteriore), che si traduce in un aumento della pressione e della forza di pressione risultante. L'andamento della forza di attrito (Figura 3.82) ha un comportamento simile ad un andamento a dente di sega, in cui si hanno dei picchi. L'ampiezza e la frequenza dei picchi variano in base alla posizione del pistone, alla velocità e alla pressione di alimentazione. In particolare si osserva che i picchi sono maggiori nel tratto iniziale e diminuiscono verso la fine della corsa. Questo può essere dovuto ad una maggiore usura in una certa zona della corsa del pistone.

Da queste prove si è osservato sperimentalmente che il fenomeno dello *stick-slip* è più evidente tanto quanto la pressione di alimentazione è grande. Ciò significa che le guarnizioni del cilindro sotto condizioni di pressioni elevate vengono spinte contro la camicia del cilindro influenzando la forza di primo distacco. Inoltre si è visto che, all'aumentare della pressione di alimentazione, i valori minimi di tensione per la fuoriuscita dello stelo diminuiscono, mentre per il rientro dello stelo aumentano.

A questo punto si procede con il confronto con i vari modelli di attrito discussi (Dahl, Polito, LuGre). L'obiettivo è di valutare la precisione del modello nel mostrare il fenomeno dello *stick-slip*. Per il modello verrà considerato la seguente prova (figure da 5.78 a 5.82) con le caratteristiche:

- $P_s = 0.7$  MPa;
- $V_i = 5.42 \text{ V};$
- $V_f = 5 \text{ V};$
- $N_{test} = 1$

La forza di attrito sperimentale è caratterizzata nell'avere vari picchi non costanti. Per scopi simulativi questo non è ottimo in quanto ogni picco corrisponde ad una diversa forza di primo distacco. Per rimediare a questo inconveniente si sceglie di considerare solo un istante temporale ben preciso in modo da avere un unico valore della forza di primo distacco. L'istante considerato è tra 17.85 e 21.05 s. In questo intervallo, i picchi della forza di attrito sono simili.

Inoltre rispetto al banco con comando sinusoidale si è scelto di rimuovere la cella di carico dal sistema, diminuendo la massa complessiva del carico da 0.88 a 0.78 kg.

Nelle seguenti figure sono mostrati i confronti tra l'andamento sperimentale e gli andamenti numerici dei vari modelli e nelle tabelle sono mostrati i valori dei parametri utilizzati nei vari modelli:



Figura 5.83: Confronto tra andamenti numerici e sperimentale del segnale di posizione.



Figura 5.84: Confronto tra andamenti numerici e sperimentale del segnale di velocità.



Figura 5.85: Confronto tra andamenti numerici e sperimentale della forza di attrito.

δ (-)	$v_s (m/s)$	$F_{s}(\mathbf{N})$	$F_{c1}(\mathbf{N})$	$c_1$ (Ns/m)	$F_{c2}(\mathbf{N})$	<i>c</i> <sub>2</sub> (Ns/m)
2	0.01	10.8	7.8	33	7.8	25

$F_{c}(\mathbf{N})$	$\sigma_{\theta}$ (N/m)
10.6	$8.10^{6}$

Tabella 5.10: Modello Dahl-stick-slip.

δ (-)	$v_s (m/s)$	$F_{s}(\mathbf{N})$	$F_{c}(\mathbf{N})$	$\sigma_{\theta}(N/m)$	$\sigma_1(Ns/m)$	$\sigma_2$ (Ns/m)
2	0.01	11	8.3	$10^{4}$	2500	30
Takalla 5 0. Madalla LuCua atiak alin						

Tabella 5.9: Modello LuGre – *stick-slip*.

La Figura 5.83 mostra il confronto tra gli andamenti numerici e l'andamento sperimentale, in cui si osserva che i modelli non riescono a sovrapporsi bene all'andamento sperimentale. Ciò può essere dovuto alla forza di prima distacco che mostra delle piccole variazioni tra un gradino e l'altro. Le velocità (Figura 5.84) numeriche hanno una forma simile alla velocità sperimentale, ma possiedono dei picchi più piccoli. Il modello di Dahl risulta essere il migliore dei tre per quanto riguarda la velocità. Anche per la forza di attrito (Figura 5.85) gli andamenti numerici non sono ottimi: il modello Polito segue l'andamento a dente di sega ma vi sono delle instabilità ad ogni picco dell'andamento; il modello di LuGre mostra anch'esso un andamento a dente di sega, ma presenta dei picchi notevoli quando il pistone comincia a muoversi, probabilmente dovuti ai valori elevati dei parametri dinamici; infine il modello di Dahl segue un andamento a gradino con delle oscillazioni quando la forza di attrito raggiunge i valori minimi.

# CONCLUSIONI

I sistemi di posizionamento servo pneumatici rappresentano una tecnologia che consente di combinare la forza e la velocità della tecnologia pneumatica con la precisione dei sistemi servocomandati, ottenendo così soluzioni efficienti ed affidabili. Tuttavia questa tipologia di sistemi presenta degli svantaggi relativi alle forti non linearità che caratterizzano alcuni dei loro componenti. Tra queste, le principali non linearità riguardano la natura stocastica delle forze di attrito che si generano all'interno dei cilindri pneumatici e gli effetti legati alla comprimibilità dell'aria.

Questo lavoro di tesi tratta lo studio teorico e sperimentale di queste non linearità relativamente ad un sistema di posizionamento costituito da un carrello attuato mediante un cilindro pneumatico ed una servo-valvola 5/3 proporzionale in flusso.

La prima parte della tesi ha riguardato lo studio delle prestazioni della valvola utilizzata nel sistema di posizionamento. Questo è stato fatto allestendo un banco prova, dove le bocche di uscita della valvola sono state collegate mediante tubi pneumatici a due serbatoi chiusi. Questa configurazione di prova ha permesso di identificare la legge di apertura della valvola al variare della tensione di comando. Per far ciò sono state dapprima stimate le sezioni di passaggio massime tramite delle prove a getto libero. Successivamente, note le dimensioni di queste sezioni, le aree di passaggio parzializzate sono state ottenute rapportando gli andamenti temporali delle pressioni all'interno dei serbatoi nel caso di massima apertura con quelli ottenuti in presenza di sezioni di passaggio parzializzate. Questo tipo di identificazione è stato anche confrontato con le metodologie suggerite dalla norma ISO 6358 per valvole pneumatiche. A valle di questa identificazione è stato possibile implementare un modello numerico del banco e validarlo sperimentalmente per mezzo di prove di riempimento/svuotamento. Il confronto tra i dati sperimentali e numerici ha dimostrato la validità della procedura adottata ed ha permesso di confrontare i risultati ottenuti mediante tre diversi tipi di leggi di apertura della valvola: lineare, quadratica, cubica. Le leggi di tipo lineare e cubica sono risultate essere quelle più accurate. In virtù della sua minore complessità si è deciso di adottare la relazione di tipo lineare.

La seconda parte del lavoro ha invece riguardato gli aspetti relativi all'attrito del sistema di posizionamento: l'individuazione della forza di attrito che si sviluppa durante il movimento del cilindro. Tali forze di attrito sono state stimate in diverse condizioni di lavoro (pressione di alimentazione e frequenza di lavoro della valvola pneumatica) per mezzo di un secondo banco prova. Questo consiste in un carrello, che può scorrere lungo una guida lineare a ricircolo di sfere, movimentato da un cilindro pneumatico a doppio effetto le cui camere sono alimentate da un riduttore di pressione digitale. Attraverso a questa configurazione di prova è stato possibile realizzare test di moto alternato del carrello di diverse ampiezze e frequenze e ottenere gli andamenti della forza di attrito in funzione della velocità (curve di Stribeck). Grazie ai dati sperimentali ottenuti su questo secondo banco è stato possibile validare diversi modelli di attrito sia di tipo statico che dinamico: LuGre, Dahl, Polito. I parametri dei modelli sono stati identificati tramite una procedura trial-anderror. Tuttavia il problema principale di questo tipo di identificazione ha riguardato la stima dei parametri non fisicamente misurabili relativi ai modelli dinamici.

L'ultima parte del lavoro ha riguardato lo studio e la sperimentazione dell'intero sistema di posizionamento ottenuto modificando il banco utilizzato per le misure di attrito. In questo caso il regolatore di pressione digitale è stato sostituito dalla servo valvola 5/3 proporzionale in flusso. Sfruttando questa configurazione è stato possibile realizzare tre tipologie di prove: comando a gradino, comando sinusoidale e prove di stick-slip. Le prove sono state condotte sotto differenti condizioni operative con la finalità di validare il modello numerico del sistema complessivo. Il confronto tra i risultati numerici e sperimentali ha evidenziato una buona affidabilità sia nel caso di prove a gradino che nelle prove a comando sinusoidale nel range di frequenza tra 1 e 3 Hz. Al contrario, i risultati ottenuti dal modello nel caso di prove di stick-slip si sono rilevati essere meno accurati dei precedenti a causa di variazioni locali dei parametri lungo la corsa del cilindro.

I lavori futuri saranno focalizzati sull'ottimizzazione dell'attuale banco prova al fine di poter effettuare misure in regime di *pre-sliding* ed eventualmente l'integrazione di un sistema di controllo in anello chiuso.

## **BIBLIOGRAFIA**

- V. I. Ivlev, S. Yu. Misyurin, and A. P. Nelyubin, 'Friction Model Identification for Dynamic Modeling of Pneumatic Cylinder', in *Brain-Inspired Cognitive Architectures for Artificial Intelligence: BICA\*AI 2020*, A. V. Samsonovich, R. R. Gudwin, and A. D. S. Simões, Eds., in Advances in Intelligent Systems and Computing, vol. 1310. Cham: Springer International Publishing, 2021, pp. 127–137. doi: 10.1007/978-3-030-65596-9\_16.
- 2. Beater P. "Pneumatic drives: system design, modelling and control", Berlin Heidelberg: Springer-Verlag; 2007.
- 3. Al-Bender F. and Swevers J, 'Behaviour and Modeling on Micro and Macro Scales', 2008.
- 4. Tsai YC, Huang AC. FAT-based adaptive control for pneumatic servo systems with mismatched uncertainties. Mech Syst Signal Process 2008;22(6):1263–73.
- 5. Lee HK, Choi GS, Choi GH. A study on tracking position control of pneumatic actuators. Mechatronics 2002;12(6):813–31.
- 6. Carneiro JF, Almeida FG. Micro tracking and positioning using off-the-shelf servo pneumatics. Rob Comput Integr Manuf 2014;30(3):244–55.
- 7. Najafi F, Fathi M, Saadat M. Dynamic modelling of servo pneumatic actuators with cushioning. Int J Adv Manuf Technol 2009;42(7–8):757–65.
- 8. Saravanakumar D, Mohan B, Muthuramalingam T, "A review on recent research trends in servo pneumatic positioning systems", Precision Engineering 49 (2017) 481–492.
- 9. Armstrong-Hétlouvry B., P. Dupont, and C. Canudas de Wit, *A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction*, Automatica, 30, 7, pp. 1083-1138, 1994.
- L. Lentini, L. Mazza, G. Mossino, and T. Raparelli, 'Modelling and Identification of a Pneumatic Positioning System: A Preliminary Study', in *Advances in Italian Mechanism Science: Proceedings of the 4th International Conference of IFToMM Italy*, Springer, 2022, pp. 414–421.
- 11. Dahl PR (1968) A solid friction model, Technical Report, The Aerospace Corporation, El Segundo, California.
- 12. Canudas deWit, C. H. Olsson, K. J. Åström, and P. Lischinsky, *A new model for control* systems with friction, IEEE Transactions on Automatic Control, AC-40, pp. 419-425, 1995.
- 13. Swevers J., Al-Bender F., Ganseman C., and Prajogo T., *An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation*, IEEE Transactions on Automatic Control, 45, pp. 675-686, 2000.
- 14. Lampaert V., Swevers J., and Al-Bender F., *Modification of the Leuven Integrated Friction Model Structure*, IEEE Transactions on Automatic Control, 47, 4, pp. 683-687, 2002.
- 15. Tran Xb, HT Dao and KD Tran, "A new mathematical model of friction for pneumatic cylinders", 2015.
- 16. D. D. Rizos and S. D. Fassois, "Presliding friction identification based upon the Maxwell Slip model structure," Chaos 14, 431–445, 2004.
- 17. Liu H, Chen J, Tao G, "Parameters identification and analysis of pneumatic cylinders friction model based on experiments", 2011.
- 18. Lampaert V, Swevers J, Al-bender F, "Experimental comparison of different friction models for accurate low-velocity tracking", 2002.
- 19. Tjahjowidodo T, Al-bender F, Fassois S, Rizos D, "Identification of pre-sliding and sliding friciton", 2005.
- 20. M. W. van der Kooij, "Model based friction compensation for an electromechanical Stewart platform actuactor", 2011.
- 21. B. M. Y. Nouri, F. Al-Bender, J. Swevers, P. Vanherek, e H. van Brussel, «Modelling a pneumatic servo positioning system with friction», in *Proceedings of the 2000 American Control Conference. ACC (IEEE Cat. No.00CH36334)*, Chicago, IL, USA, 2000, pagg. 1067–1071 vol.2. doi: 10.1109/ACC.2000.876664.
- 22. Brian S.R. Armstrong and Qunyi Chen, "The Z-Properties Chart", 2008.
- 23. D. Recchia, Tesi "Friction Modelling of Pneumatic Cylinders for Servo-Positioning Systems", Politecnico di Torino, 2023.
- 24. G. Mossino, Tesi "Identificazione e Modellazione di un Sistema di Posizionamento ad Azionamento Pneumatico", Politecnico di Torino, 2022.