

# POLITECNICO DI TORINO

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA CIVILE



TESI DI LAUREA MAGISTRALE

## **Definizione di modelli strutturali ridotti per l'analisi dinamica non lineare di strutture intelaiate in calcestruzzo armato**

**Relatore**

Prof. Fabio Di Trapani

**Candidato**

Cristian Marra

**Correlatore**

Ing. Antonio Pio Sberna

ANNO ACCADEMICO 2023/2024



## Ringraziamenti

*Dedico il presente lavoro di tesi alla mia splendida famiglia, alla mia mamma Carmela, al mio papà Michele e a mia sorella Sandra, che mi hanno costantemente trasmesso forza e coraggio in questi duri anni passati lontano da casa.*

*Un pensiero va a tutti i miei cari nonni, che da lassù sono sicuro che saranno molto orgogliosi di me.*

*Alla mia ragazza Gaia, che mi è sempre stata accanto in ogni singolo momento, nonostante la distanza che ci separava.*

*Ai miei nipotini, i miei tesori, che colorano le mie giornate.*

*Ai miei amici di Aradeo e dintorni e ai miei amici incontrati nel mondo accademico.*

*Ai miei parenti e a tutti coloro che in qualche modo hanno contribuito alla persona che sono oggi.*

*Infine, ma non per ultimo, un ringraziamento va ai miei relatori, il Prof. Ing. Fabio Di Trapani e l'Ing. Antonio Pio Sberna, i quali mi hanno costantemente supportato durante il mio lavoro di tesi, fornendomi preziosi consigli che mi accompagneranno in futuro.*



## Sommario

La valutazione dell'affidabilità sismica di strutture civili e industriali costituisce un tema di rilevante interesse nell'ambito dell'ingegneria sismica, soprattutto se il livello di rischio sismico locale atteso è significativo. La tendenza di abbattere il rischio sismico di una determinata area ad alta pericolosità sismica e densamente popolata, agendo sulla vulnerabilità delle strutture mediante la progettazione di interventi sistematici, si è rivelata particolarmente efficace. L'esecuzione di analisi di affidabilità sismica basate su modelli raffinati agli elementi finiti risulta particolarmente onerosa dal punto di vista computazionale. Negli ultimi anni, il possibile impiego di modelli strutturali ridotti per la descrizione del comportamento fenomenologico, sta ricevendo sempre maggiore interesse dalla comunità scientifica.

Il presente lavoro di tesi focalizza l'attenzione sul suddetto metodo di modellazione, riguardante strutture intelaiate in calcestruzzo armato (c.a.), con l'obiettivo di proporre una efficace metodologia di calibrazione per l'esecuzione di analisi dinamiche non lineari. In generale, il modello ridotto, proposto in questa tesi, nasce dall'idea di simulare, mediante molle non lineari equivalenti, il comportamento non lineare delle colonne della struttura oggetto di analisi, tenendo in conto, nello specifico, delle effettive condizioni di vincolo ai nodi di estremità delle colonne e dell'interazione sforzo normale-momento flettente nelle stesse. Ciò è fatto assegnando ad ogni molla non lineare una specifica legge costitutiva taglio-spostamento di interpiano, la quale richiede un set di parametri isteretici in grado di consentire la riproduzione del comportamento della colonna corrispondente. La calibrazione dei parametri, richiesti dalla legge costitutiva descrivente il comportamento monotonicamente e isteretico della singola molla, è eseguita mediante l'impiego di un algoritmo genetico. Viene infine presentata l'applicazione del metodo sviluppato ad un caso studio riguardante una struttura intelaiata piana in c.a. di quattro piani, di cui è nota la risposta sperimentale. Di tale struttura è definito un modello strutturale di riferimento ed il corrispondente modello ridotto, osservando la corrispondenza delle rispettive risposte dinamiche non lineari. È svolto infine un confronto complessivo della risposta delle strutture sottoposte ad un ampio set di storie temporali di accelerazione al suolo, eseguendo una valutazione quantitativa dei tempi di esecuzione di tali analisi a fronte dell'accuratezza della risposta.

## Abstract

Evaluation of the seismic reliability of civil and industrial structures constitutes a topic of relevant interest in the field of earthquake engineering, especially if the expected local seismic risk is significant. Tendency of breaking down the seismic risk of a high seismic hazard and densely populated specific area, acting on the vulnerability of structures through the design of systematic interventions, provided to be particularly effective. Execution of seismic reliability analyses based on finite element refined models is particularly onerous from the computational point of view. In the last years, the possible use of reduced structural models for the description of the phenomenological behaviour is receiving increasing interest from the scientific community.

This thesis work focuses on such modelling method, concerning reinforced concrete frame structures, with the aim of proposing an effective calibration methodology for performing non-linear dynamic analyses. In general, the reduced model proposed in this thesis arises from the idea of simulating the non-linear behaviour of the columns of the structure being analysed, through equivalent non-linear springs, specifically taking into account the actual constraint conditions at the end nodes of the columns and the axial force-bending moment interaction in them. This is done by assigning a specific shear-inter storey drift constitutive law to each non-linear spring, which requires a set of hysteretic parameters capable of allowing the reproduction of the behaviour of the corresponding column. The calibration of the parameters, required by the constitutive law describing the monotonic and hysteretic behaviour of the single spring, is performed through the use of a genetic algorithm. Finally, the application of the developed method to a case study concerning a four storeys plane reinforced concrete frame structure, of which the experimental response is known, is presented. Of such structure, a benchmark structural model and the corresponding reduced model are defined, observing the correspondence of the respective non-linear dynamic responses. Finally, an overall comparison of the response of the structures subjected to a large set of ground acceleration time histories is carried out, performing a quantitative evaluation of the execution times of such analyses based on the response accuracy.

# Indice

Elenco delle figure.....	3
Elenco delle tabelle.....	9
1 Introduzione.....	11
2 Il modello strutturale ridotto.....	15
2.1 Software di calcolo strutturale.....	15
2.2 Concetto di modello ridotto.....	16
2.3 Le molle non lineari equivalenti.....	17
2.4 Calibrazione delle molle non lineari.....	17
2.4.1 Determinazione del comportamento monotonicamente delle colonne del telaio 2D selezionato.....	21
2.4.1.1 Cenni di analisi statica non lineare (analisi Pushover).....	21
2.4.1.2 Analisi Pushover di piano.....	23
2.4.2 Calibrazione del comportamento monotonicamente delle molle non lineari.....	25
2.4.3 Determinazione della risposta dinamica del telaio 2D selezionato.....	28
2.4.3.1 Cenni di analisi dinamica non lineare (analisi time-history).....	28
2.4.3.2 Analisi dinamiche con accelerogrammi.....	31
2.4.4 Calibrazione del comportamento isteretico delle molle non lineari.....	33
3 Validazione del metodo di modellazione proposto.....	36
3.1 Descrizione della struttura oggetto del caso studio.....	36
3.2 Definizione del modello strutturale raffinato.....	43
3.2.1 Definizione delle unità di misura e della tipologia di modello strutturale.....	43
3.2.2 Dati geometrici e definizione dei nodi strutturali.....	44
3.2.3 Definizione dei vincoli.....	45
3.2.4 Definizione dei materiali.....	45
3.2.4.1 Acciaio.....	45
3.2.4.2 Calcestruzzo.....	47
3.2.4.2.1 Calcestruzzo non confinato.....	47
3.2.4.2.2 Calcestruzzo confinato.....	51
3.2.4.2.2.1 Calcestruzzo confinato delle colonne.....	51
3.2.4.2.2.2 Calcestruzzo confinato delle travi.....	57
3.2.4.3 Materiale costituente i collegamenti rigidi trave-colonna.....	59
3.2.5 Definizione delle sezioni.....	60
3.2.6 Definizione degli elementi strutturali.....	64

3.2.7 Carichi gravitazionali e masse.....	66
3.3 Analisi del modello strutturale raffinato.....	67
3.3.1 Analisi statica .....	68
3.3.2 Analisi modale.....	70
3.3.3 Analisi statica non lineare (analisi Pushover).....	74
3.3.4 Analisi ciclica .....	77
3.3.5 Analisi dinamica non lineare (analisi time-history) .....	80
3.4 Calibrazione del modello strutturale ridotto.....	88
3.4.1 Calibrazione del comportamento monotonic del modello ridotto.....	88
3.4.1.1 Determinazione del comportamento monotonic delle colonne del modello strutturale raffinato .....	89
3.4.1.2 Calibrazione del comportamento monotonic delle molle non lineari del modello strutturale ridotto .....	103
3.4.2 Calibrazione del comportamento isteretico del modello ridotto .....	119
3.4.2.1 Calibrazione del comportamento isteretico delle molle non lineari del modello strutturale ridotto .....	119
3.4.2.2 Analisi ciclica del modello strutturale ridotto .....	130
3.5 Analisi di valutazione dell'accuratezza della risposta dinamica e dell'efficienza computazionale del modello strutturale ridotto .....	132
3.6 Derivazione delle demand hazard curves per le analisi di affidabilità sismica..	137
4 Conclusioni.....	139
APPENDICI .....	142
A. Risultati delle analisi time-history del modello strutturale raffinato, con riferimento agli ultimi due set di accelerogrammi impiegati (HL3: $T_r = 475$ anni, HL4: $T_r = 975$ anni) .....	142
BIBLIOGRAFIA .....	147



## Elenco delle figure

<b>Figura 1.1</b> – (a) Generica struttura a telaio; (b) modello fish-bone [1].	12
<b>Figura 1.2</b> - Approccio di modellazione “stick-like” [4].	12
<b>Figura 1.3</b> - Modello strutturale semplificato a tre gradi di libertà per piano [7].	13
<b>Figura 1.4</b> – (a) Struttura intelaiata in c.a. di riferimento; (b) modello strutturale ridotto.	14
<b>Figura 2.1</b> - Concetto di modello strutturale in OpenSees [15].	15
<b>Figura 2.2</b> - Modellazione del comportamento non lineare delle colonne della struttura intelaiata in c.a. oggetto di modellazione, mediante il modello costitutivo Pinching4 [18].	18
<b>Figura 2.3</b> - Modellazione raffinata dei telai 2D della struttura intelaiata in c.a. oggetto di analisi.	20
<b>Figura 2.4</b> - Determinazione della curva di capacità mediante analisi Pushover [19].	21
<b>Figura 2.5</b> - Determinazione dei profili di forze (a) modale e (b) uniforme [19].	23
<b>Figura 2.6</b> - Curva di capacità sotto differenti profili di carico [21].	23
<b>Figura 2.7</b> - Analisi Pushover di piano – Metodo 1.	24
<b>Figura 2.8</b> - Analisi Pushover di piano – Metodo 2.	24
<b>Figura 2.9</b> - Determinazione del comportamento non lineare monotonic delle colonne del telaio 2D selezionato.	25
<b>Figura 2.10</b> - Modello di smorzamento di Rayleigh [33].	29
<b>Figura 2.11</b> - Esempio di accelerogramma [34].	30
<b>Figura 3.1</b> - Visualizzazione dei due telai piani in c.a. sottoposti alle prove sperimentali del programma ICONS [40].	37
<b>Figura 3.2</b> - Telaio in c.a. privo di tamponature (figura in alto) e in presenza di tamponature (figura in basso) [40].	38
<b>Figura 3.3</b> - Vista in pianta della struttura analizzata (figura in alto) e sezione trasversale del piano tipo (figura in basso) [40].	39
<b>Figura 3.4</b> - Geometria e armature delle travi [40].	40
<b>Figura 3.5</b> - Geometria e armature dei pilastri [40].	40
<b>Figura 3.6</b> - Schema dei carichi gravitazionali [40].	42
<b>Figura 3.7</b> - Rappresentazione grafica dei nodi.	44
<b>Figura 3.8</b> - Modello costitutivo Steel02 (Giuffre - Menegotto – Pinto) [50].	46
<b>Figura 3.9</b> - Diagramma tensione-deformazione dell'acciaio, definito mediante l'impiego del modello costitutivo Steel02 (Giuffre - Menegotto – Pinto) [50].	46
<b>Figura 3.10</b> - Modello costitutivo Concrete02 (Kent – Scott - Park) [51].	48
<b>Figura 3.11</b> - Diagrammi tensione-deformazione del calcestruzzo non confinato, per le (a) colonne e per le (b) solette/travi, definiti mediante l'impiego del modello costitutivo Concrete02 (Kent – Scott – Park) [51].	50
<b>Figura 3.12</b> - Schema di numerazione delle colonne [40].	52
<b>Figura 3.13</b> - Parametri del modello costitutivo di Ratzi & Saatchioglu (1992) [53].	52
<b>Figura 3.14</b> - Modello costitutivo di Ratzi & Saatchioglu (1992) [52].	53

<b>Figura 3.15</b> - Diagrammi tensione-deformazione del calcestruzzo confinato, per le colonne del (a) primo piano e colonne del (b) secondo piano, definiti mediante l'impiego del modello costitutivo Concrete02 (Kent – Scott – Park) [51].	55
<b>Figura 3.16</b> - Diagrammi tensione-deformazione del calcestruzzo confinato, per le colonne del (a) terzo piano e colonne del (d) quarto piano, definiti mediante l'impiego del modello Concrete02 (Kent – Scott – Park) [51].	56
<b>Figura 3.17</b> - Diagrammi tensione-deformazione del calcestruzzo confinato per le travi, definiti mediante l'impiego del modello Concrete02 (Kent – Scott – Park) [51].	58
<b>Figura 3.18</b> - Modello costitutivo elastico-lineare [54].	59
<b>Figura 3.19</b> - Diagramma tensione-deformazione del materiale costituente i collegamenti rigidi trave-colonna, definito mediante l'impiego del modello costitutivo elastico-lineare [54].	59
<b>Figura 3.20</b> - Sezioni in c.a. a fibre [20].	60
<b>Figura 3.21</b> - Sistema di riferimento locale della sezione.	61
<b>Figura 3.22</b> - Definizione dell'orientazione del generico strato di barre d'armatura.	62
<b>Figura 3.23</b> - Modellazione a fibre delle sezioni trasversali delle colonne [40].	63
<b>Figura 3.24</b> - Modellazione a fibre della sezione trasversale del piano tipo [40].	64
<b>Figura 3.25</b> - Rappresentazione grafica del modello raffinato agli elementi finiti del telaio in c.a. oggetto del caso studio.	65
<b>Figura 3.26</b> - Risultati dell'analisi statica a carichi gravitazionale eseguita sul modello strutturale raffinato.	69
<b>Figura 3.27</b> - Modi propri di vibrare del modello strutturale raffinato.	73
<b>Figura 3.28</b> - Curve di capacità del modello strutturale raffinato, ottenute mediante analisi Pushover lungo il verso +X [40].	76
<b>Figura 3.29</b> - Curve di capacità del modello strutturale raffinato, ottenute mediante analisi Pushover lungo il verso -X [40].	76
<b>Figura 3.30</b> - Comportamento ciclico del modello strutturale raffinato, ottenuto mediante l'applicazione del profilo di forze modale [40].	79
<b>Figura 3.31</b> - Comportamento ciclico del modello strutturale raffinato, ottenuto mediante l'applicazione del profilo di forze uniforme [40].	79
<b>Figura 3.32</b> - Rappresentazione grafica del modello di smorzamento di Rayleigh [33].	82
<b>Figura 3.33</b> - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 1 – $T_r = 72$ anni (figura in alto a sinistra).	84
<b>Figura 3.34</b> - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 2 – $T_r = 72$ anni (figura in alto a sinistra).	84
<b>Figura 3.35</b> - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 3 – $T_r = 72$ anni (figura in alto a sinistra).	85
<b>Figura 3.36</b> - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 4 – $T_r = 72$ anni (figura in alto a sinistra).	85

<b>Figura 3.37</b> - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 5 – $T_r = 224$ anni (figura in alto a sinistra).....	86
<b>Figura 3.38</b> - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 6 – $T_r = 224$ anni (figura in alto a sinistra).....	86
<b>Figura 3.39</b> - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 7 – $T_r = 224$ anni (figura in alto a sinistra).....	87
<b>Figura 3.40</b> - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 8 – $T_r = 224$ anni (figura in alto a sinistra).....	87
<b>Figura 3.41</b> - Comportamenti non lineari monotonici delle colonne del primo piano, ottenuti mediante il primo metodo di analisi Pushover di piano [40]. .....	91
<b>Figura 3.42</b> - Comportamenti non lineari monotonici delle colonne del secondo piano, ottenuti mediante il primo metodo di analisi Pushover di piano [40]. .....	92
<b>Figura 3.43</b> - Comportamenti non lineari monotonici delle colonne del terzo piano, ottenuti mediante il primo metodo di analisi Pushover di piano [40]. .....	93
<b>Figura 3.44</b> - Comportamenti non lineari monotonici delle colonne del quarto piano, ottenuti mediante il primo metodo di analisi Pushover di piano [40]. .....	94
<b>Figura 3.45</b> - Comportamenti non lineari monotonici delle colonne del primo piano, ottenuti mediante il secondo metodo di analisi Pushover di piano [40].....	95
<b>Figura 3.46</b> - Comportamenti non lineari monotonici delle colonne del secondo piano, ottenuti mediante il secondo metodo di analisi Pushover di piano [40].....	96
<b>Figura 3.47</b> - Comportamenti non lineari monotonici delle colonne del terzo piano, ottenuti mediante il secondo metodo di analisi Pushover di piano [40].....	97
<b>Figura 3.48</b> - Comportamenti non lineari monotonici delle colonne del quarto piano, ottenuti mediante il secondo metodo di analisi Pushover di piano [40].....	98
<b>Figura 3.49</b> - Metodo 1 vs Metodo 2 – Piano 1 [40]. .....	99
<b>Figura 3.50</b> - Metodo 1 vs Metodo 2 – Piano 2 [40]. .....	100
<b>Figura 3.51</b> - Metodo 1 vs Metodo 2 – Piano 3 [40]. .....	101
<b>Figura 3.52</b> - Metodo 1 vs Metodo 2 – Piano 4 [40]. .....	102
<b>Figura 3.53</b> - Calibrazione delle molle del primo piano, con riferimento alle curve monotoniche taglio-spostamento di interpiano delle colonne corrispondenti e ottenute mediante l'applicazione del primo metodo di analisi Pushover di piano [40]. .....	105
<b>Figura 3.54</b> - Calibrazione delle molle del secondo piano, con riferimento alle curve monotoniche taglio-spostamento di interpiano delle colonne corrispondenti e ottenute mediante l'applicazione del primo metodo di analisi Pushover di piano [40]. .....	106
<b>Figura 3.55</b> - Calibrazione delle molle del terzo piano, con riferimento alle curve monotoniche taglio-spostamento di interpiano delle colonne corrispondenti e ottenute mediante l'applicazione del primo metodo di analisi Pushover di piano [40]. .....	107
<b>Figura 3.56</b> - Calibrazione delle molle del quarto piano, con riferimento alle curve monotoniche taglio-spostamento di interpiano delle colonne corrispondenti e ottenute mediante l'applicazione del primo metodo di analisi Pushover di piano [40]. .....	108

<b>Figura 3.57</b> - Calibrazione delle molle del primo piano, con riferimento alle curve monotoniche taglio-spostamento di interpiano delle colonne corrispondenti e ottenute mediante l'applicazione del secondo metodo di analisi Pushover di piano [40].	109
<b>Figura 3.58</b> - Calibrazione delle molle del secondo piano, con riferimento alle curve monotoniche taglio-spostamento di interpiano delle colonne corrispondenti e ottenute mediante l'applicazione del secondo metodo di analisi Pushover di piano [40].	110
<b>Figura 3.59</b> - Calibrazione delle molle del terzo piano, con riferimento alle curve monotoniche taglio-spostamento di interpiano delle colonne corrispondenti e ottenute mediante l'applicazione del secondo metodo di analisi Pushover di piano [40].	111
<b>Figura 3.60</b> - Calibrazione delle molle del quarto piano, con riferimento alle curve monotoniche taglio-spostamento di interpiano delle colonne corrispondenti e ottenute mediante l'applicazione del secondo metodo di analisi Pushover di piano [40].	112
<b>Figura 3.61</b> - Modello strutturale ridotto, rappresentativo della struttura intelaiata piana in c.a. oggetto del caso studio.	116
<b>Figura 3.62</b> - Confronto delle curve di capacità tra il modello ridotto, definito con riferimento ai risultati derivanti dall'applicazione del (a) primo e (b) secondo metodo di analisi Pushover di piano, e modello raffinato, definite nel verso positivo.	118
<b>Figura 3.63</b> - Confronto delle curve di capacità tra il modello ridotto, definito con riferimento ai risultati derivanti dall'applicazione del (a) primo e (b) secondo metodo di analisi Pushover di piano, e modello raffinato, definite nel verso negativo.	118
<b>Figura 3.64</b> - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 1 – $T_r = 72$ anni (figura in alto a sinistra).	122
<b>Figura 3.65</b> - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 2 – $T_r = 72$ anni (figura in alto a sinistra).	122
<b>Figura 3.66</b> - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 3 – $T_r = 72$ anni (figura in alto a sinistra).	123
<b>Figura 3.67</b> - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 4 – $T_r = 72$ anni (figura in alto a sinistra).	123
<b>Figura 3.68</b> - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 5 – $T_r = 224$ anni (figura in alto a sinistra).	124
<b>Figura 3.69</b> - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 6 – $T_r = 224$ anni (figura in alto a sinistra).	124
<b>Figura 3.70</b> - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e	

profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 7 – $T_r = 224$ anni (figura in alto a sinistra).....	125
<b>Figura 3.71</b> - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 8 – $T_r = 224$ anni (figura in alto a sinistra).....	125
<b>Figura 3.72</b> - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 9 – $T_r = 475$ anni. ....	126
<b>Figura 3.73</b> - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 10 – $T_r = 475$ anni. ....	126
<b>Figura 3.74</b> - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 11 – $T_r = 475$ anni. ....	127
<b>Figura 3.75</b> - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 12 – $T_r = 475$ anni.....	127
<b>Figura 3.76</b> - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 13 – $T_r = 975$ anni.....	128
<b>Figura 3.77</b> - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 14 – $T_r = 975$ anni.....	128
<b>Figura 3.78</b> - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 15 – $T_r = 975$ anni.....	129
<b>Figura 3.79</b> - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 16 – $T_r = 975$ anni.....	129
<b>Figura 3.80</b> - Confronto del comportamento isteretico tra i modelli strutturali raffinato e ridotto, ottenuto attraverso l'analisi ciclica.....	132
<b>Figura 3.81</b> - (a) Confronto tra i massimi assoluti IDR di piano del modello strutturale raffinato (asse y) e massimi IDR di piano del modello strutturale ridotto (asse x), in funzione del livello di hazard degli accelerogrammi (figura di sinistra) e del piano della struttura su cui si manifesta il raggiungimento del massimo assoluto IDR di piano del modello raffinato (figura di destra); (b) valutazione dell'errore tra i risultati dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in funzione del livello di hazard degli accelerogrammi.	134

<b>Figura 3.82</b> - (a) Confronto dei massimi assoluti IDR di piano tra i modelli strutturali raffinato (asse y) e ridotto (asse x), in funzione del livello di hazard degli accelerogrammi; (b) valutazione dell'errore tra i risultati dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in funzione del livello di hazard degli accelerogrammi. ....	135
<b>Figura 3.83</b> - Confronto dei tempi computazionali di analisi tra i modelli strutturali raffinato (asse y) e ridotto (asse x). ....	136
<b>Figura 3.84</b> - Confronto delle demand hazard curves tra i modelli strutturali raffinato e ridotto. ....	138
<b>Figura A.1</b> - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 9 – $T_r = 475$ anni (figura in alto a sinistra).....	142
<b>Figura A.2</b> - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 10 – $T_r = 475$ anni (figura in alto a sinistra).....	143
<b>Figura A.3</b> - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 11 – $T_r = 475$ anni (figura in alto a sinistra).....	143
<b>Figura A.4</b> - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 12 – $T_r = 475$ anni (figura in alto a sinistra).....	144
<b>Figura A.5</b> - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 13 – $T_r = 975$ anni (figura in alto a sinistra).....	144
<b>Figura A.6</b> - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 14 – $T_r = 975$ anni (figura in alto a sinistra).....	145
<b>Figura A.7</b> - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 15 – $T_r = 975$ anni (figura in alto a sinistra).....	145
<b>Figura A.8</b> - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 16 – $T_r = 975$ anni (figura in alto a sinistra).....	146

## Elenco delle tabelle

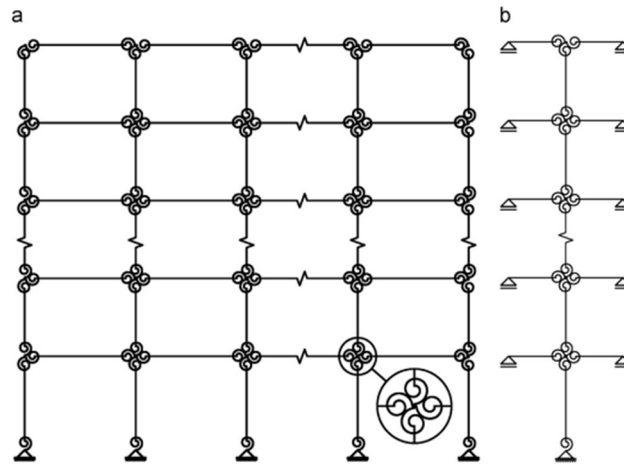
<b>Tabella 3.1</b> - Valori medi di resistenza a compressione del calcestruzzo, definiti da prove sperimentali su campioni cubici [40]. .....	41
<b>Tabella 3.2</b> - Valori medi delle proprietà meccaniche dell'acciaio, definiti da prove sperimentali su campioni di barre d'armatura [40]. .....	41
<b>Tabella 3.3</b> - Risultati dell'analisi modale sperimentale eseguita sul telaio privo di tamponature [40].....	43
<b>Tabella 3.4</b> - Valori dei parametri del modello costitutivo Concrete02 (Kent – Scott – Park) [51] del calcestruzzo non confinato, per tutti i gruppi di elementi strutturali.....	49
<b>Tabella 3.5</b> - Valori dei parametri del modello costitutivo Concrete02 (Kent – Scott – Park) [51] del calcestruzzo confinato, per le colonne del telaio oggetto del caso studio. ....	54
<b>Tabella 3.6</b> - Valori dei parametri del modello costitutivo Concrete02 (Kent – Scott – Park) [51] del calcestruzzo confinato, per le colonne del telaio oggetto del caso studio. ....	58
<b>Tabella 3.7</b> - Risultati dell'analisi modale del modello strutturale raffinato. ....	72
<b>Tabella 3.8</b> - Confronto dei periodi di vibrazione numerici e sperimentali.....	73
<b>Tabella 3.9</b> - Determinazione dei profili di forze modale e uniforme oggetto dell'analisi Pushover. ....	74
<b>Tabella 3.10</b> - Calibrazione del comportamento monotonicò delle molle non lineari, con riferimento ai risultati derivanti dall'applicazione del primo metodo di analisi Pushover di piano. ....	113
<b>Tabella 3.11</b> - Calibrazione del comportamento monotonicò delle molle non lineari, con riferimento ai risultati derivanti dall'applicazione del secondo metodo di analisi Pushover di piano. ....	114
<b>Tabella 3.12</b> - Parametri isteretici regolanti l'effetto "pinching" sul modello costitutivo taglio-spostamento di interpiano delle molle non lineari. ....	130
<b>Tabella 3.13</b> - Parametri isteretici regolanti il degrado di rigidezza in fase di scarico delle molle non lineari. ....	130
<b>Tabella 3.14</b> - Parametri isteretici regolanti il degrado di rigidezza in fase di ricarica delle molle non lineari. ....	130
<b>Tabella 3.15</b> - Parametri isteretici regolanti il degrado di resistenza delle molle non lineari.....	130
<b>Tabella 3.16</b> - Parametro isteretico impiegato per la definizione della massima dissipazione di energia sotto la condizione di carico ciclico.....	130





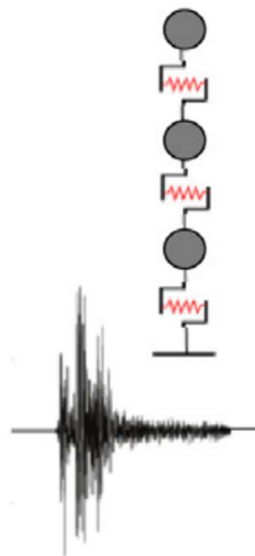
# 1 Introduzione

Al giorno d'oggi, la valutazione delle vulnerabilità, locali e globali, di strutture civili e industriali rappresenta un tema che sta guadagnando sempre maggiore interesse nell'ambito dell'ingegneria sismica, in special modo se tale valutazione riguarda zone caratterizzate da un'alta pericolosità sismica locale e rilevante densità popolativa e produttiva. Nello specifico, si stima che nei prossimi anni a venire ci sarà un aumento significativo della densità della popolazione nelle varie aree urbane del mondo. Il manifestarsi, sempre più frequente, di eventi sismici di magnitudo medio alta, interessanti aree geografiche costituite da un importante livello socio-economico, ha spinto l'ingegnere nel seguire una strada che conduce all'abbattimento dei livelli di rischio sismico locali, agendo sulla vulnerabilità delle strutture mediante la progettazione di interventi sistematici, aventi come principale scopo il miglioramento dei livelli di sicurezza sismica attuali. In particolare, l'esecuzione di analisi di affidabilità sismica basate su modelli strutturali raffinati agli elementi finiti (FEM) risulta computazionalmente onerosa e, pertanto, si ha la necessità di ridurre l'onere computazionale richiesto da tali modelli, mediante l'adozione di metodi di modellazione alternativi. Negli ultimi anni, il possibile impiego di modelli strutturali semplificati, ai fini della descrizione del comportamento fenomenologico, sta ricevendo sempre maggiore interesse da parte della comunità scientifica. A tal proposito, diverse tipologie di modelli semplificati sono state proposte nel mondo scientifico, specificatamente per l'esecuzione di analisi dinamiche non lineari, garantendo un costo computazionale di analisi ragionevole. In generale, nell'ambito della dinamica strutturale, comunemente affrontata sia a livello accademico che professionale, il comportamento dinamico di una struttura può essere analizzato attraverso due possibili modelli: modelli ad un solo grado di libertà (SDOF) e a molti gradi di libertà (MDOF). Entrambi i suddetti modelli presentano vantaggi e svantaggi, in termini sia di domanda computazionale richiesta per le analisi che di attendibilità dei risultati. Per quanto concerne i modelli strutturali semplificati MDOF, proposti da vari gruppi di ricerca, un tipico esempio è rappresentato dall'approccio "fish-bone" ([1], [2]), il quale consiste di un modello in cui si idealizza la struttura oggetto di analisi mediante un'unica pilastrata, con travi a livello dei vari piani che si estendono per metà della loro lunghezza e vincolate esternamente da vincoli carrello scorrevoli orizzontalmente (**Figura 1.1**). Il comportamento non lineare delle travi e delle colonne del modello semplificato fish-bone è modellato attraverso molle rotazionali di estremità. Tale approccio di modellazione è stato ampiamente impiegato per l'analisi sismica di strutture intelaiate in calcestruzzo armato (c.a.) esistenti e di nuova costruzione [3].



**Figura 1.1** – (a) Generica struttura a telaio; (b) modello fish-bone [1].

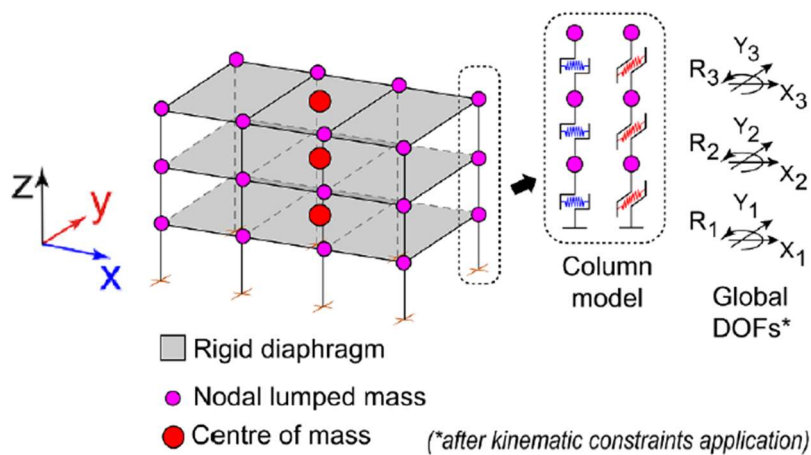
Un altro esempio di modello strutturale semplificato MDOF è dato dall’approccio di modellazione “stick-like” [4], in cui si prevede un sistema di masse concentrate a livello dei vari piani della struttura oggetto di analisi, connesse in serie mediante molle non lineari traslazionali che simulano il comportamento non lineare taglio-spostamento di interpiano dei singoli piani (**Figura 1.2**). Tale approccio è tipicamente applicato nell’ambito di strutture intelaiate in calcestruzzo armato, con la possibilità di tener conto degli effetti delle tamponature in muratura sulla risposta sismica.



**Figura 1.2** - Approccio di modellazione “stick-like” [4].

Tuttavia, se da una parte i suddetti esempi di modellazione semplificata di sistemi MDOF garantiscono una buona efficienza computazionale, dall’altro lato, invece, le ipotesi alla base della loro definizione e impiego possono dare origine a risultati non attendibili per quanto concerne particolari tipologie strutturali (i.e. strutture irregolari [5] e deformabili torsionalmente [6]). Di recente, una soluzione di modellazione strutturale semplificata

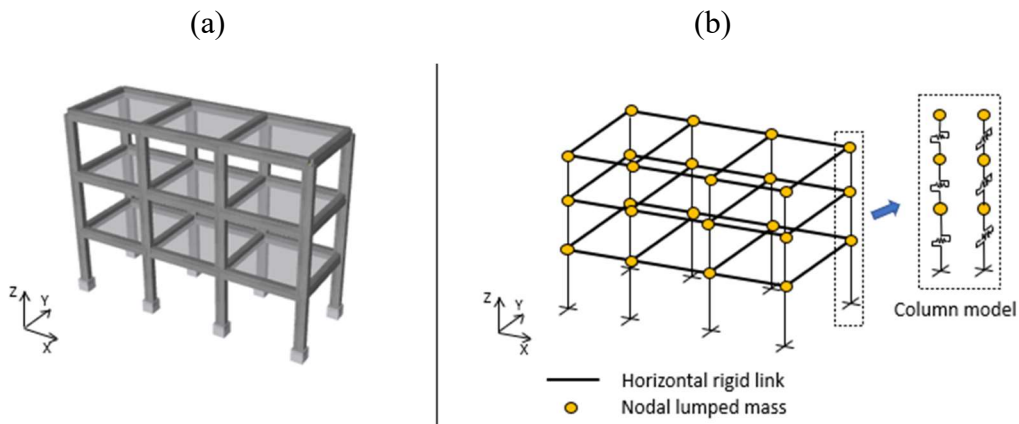
riguardante strutture irregolari a telaio in c.a. è stata proposta in un articolo scientifico (V. Blasone et al. [7]), avente come oggetto la calibrazione di un modello semplificato MDOF, capace di riprodurre accuratamente il comportamento torsionale (**Figura 1.3**). Secondo tale approccio di modellazione, ogni colonna è modellata attraverso due molle non lineari indipendenti, caratterizzate da specifiche leggi costitutive taglio-spostamento di interpiano, in grado di simulare il comportamento della generica colonna lungo le due direzioni orizzontali principali della struttura. Inoltre, mediante l'assunzione di un comportamento diaframmatico di piano, tale modello semplificato assume tre gradi di libertà per piano (due traslazioni orizzontali ortogonali e rotazione attorno ad un asse verticale). Tuttavia, il suddetto approccio di modellazione semplificato presenta, come svantaggio, l'incapacità di tener conto dell'interazione sforzo normale-momento flettente, in quanto la calibrazione delle molle non lineari risulta basata, fondamentalmente, sui risultati di un modello strutturale a plasticità concentrata, quale riferimento.



**Figura 1.3** - Modello strutturale semplificato a tre gradi di libertà per piano [7].

L'oggetto del presente lavoro di tesi riguarda la definizione di modelli strutturali ridotti, rappresentativi di strutture intelaiate in c.a., con l'obiettivo di proporre un'efficace metodologia di calibrazione ai fini dell'esecuzione di analisi dinamiche non lineari. Il modello ridotto, proposto in questa tesi, nasce dall'idea di simulare, mediante molle non lineari equivalenti, il comportamento non lineare taglio-spostamento di interpiano delle colonne della struttura oggetto di analisi (**Figura 1.4**), analogamente secondo quanto previsto dall'approccio semplificato descritto in precedenza [7]. Nello specifico, il presente metodo di modellazione semplificato è in grado di tener conto delle effettive condizioni di vincolo ai nodi di estremità delle colonne e dell'interazione sforzo normale-momento flettente nelle stesse. Ciò risulta garantito assegnando ad ogni singola molla, lungo una specifica direzione di analisi, una legge costitutiva taglio-spostamento di interpiano, la quale richiede la calibrazione di un set di parametri, in grado di consentire la riproduzione del comportamento della colonna corrispondente. La calibrazione dei parametri, richiesti dalle leggi costitutive descrittive il comportamento monotonic e isteretico delle molle, è eseguita mediante l'impiego di un algoritmo genetico, il quale sfrutta i risultati di analisi statiche e dinamiche non lineari di telai 2D modellati a fibre, a comportamento non lineare. Inoltre, a livello di ciascun piano si prevede la presenza di

collegamenti rigidi orizzontali, a comportamento elastico-lineare, disposti secondo la configurazione spaziale delle travi della struttura oggetto di analisi, prevedendo, in aggiunta, la concentrazione delle masse ai nodi localizzati a livello dei vari piani.



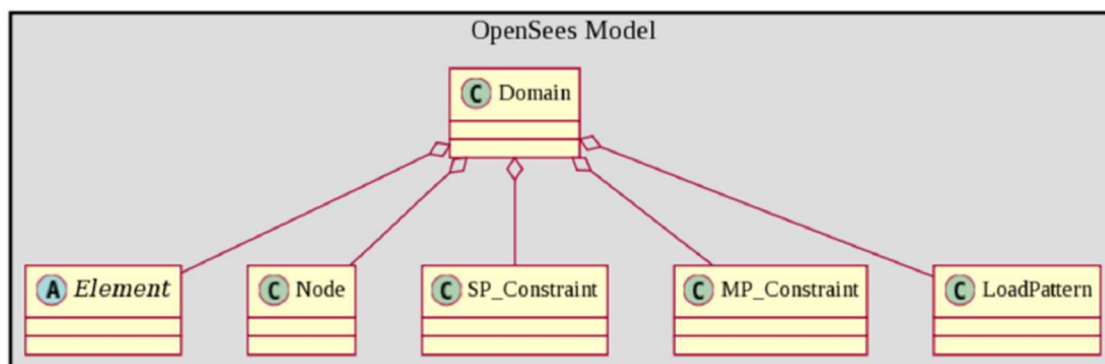
**Figura 1.4** – (a) Struttura intelaiata in c.a. di riferimento; (b) modello strutturale ridotto.

In primo luogo, il presente lavoro di tesi focalizza l'attenzione sull'approccio di modellazione semplificato proposto, esponendo nel dettaglio le fasi che permettono la definizione del modello strutturale ridotto. Successivamente, al fine di testare la validità d'impiego del metodo di modellazione proposto, è presentata la sua applicazione ad un caso studio riguardante una struttura intelaiata piana in c.a. di quattro piani, includendo l'esecuzione di analisi statiche e dinamiche non lineari e confrontando i risultati con quelli di un modello strutturale raffinato di riferimento. Le fasi di modellazione e analisi di entrambi i modelli strutturali, rappresentativi della struttura oggetto del caso studio, sono svolte mediante il software OpenSees ([8], [9]), un software di calcolo strutturale impiegato per le analisi sismiche non lineari di strutture e gestito, in questo lavoro di tesi, all'interno dell'ambiente di programmazione Python [10]. Dopo aver osservato l'efficacia del modello strutturale ridotto nel riprodurre il comportamento non lineare del modello raffinato di riferimento, è svolto un confronto complessivo della risposta dinamica di entrambi i modelli strutturali, sottoposti ad un ampio set di storie temporali di accelerazione al suolo, eseguendo una valutazione quantitativa dei tempi computazionali, richiesti dai suddetti modelli strutturali per l'esecuzione delle analisi dinamiche non lineari, a fronte dell'accuratezza del modello ridotto. Infine, sulla base dei risultati derivanti dalle suddette analisi dinamiche non lineari, si derivano le demand hazard curves di entrambi i modelli strutturali considerati, mettendo in luce la possibilità di impiego dei modelli strutturali ridotti, ai fini delle analisi di affidabilità sismica.

## 2 Il modello strutturale ridotto

### 2.1 Software di calcolo strutturale

Il modello strutturale ridotto, proposto in questo lavoro di tesi, è realizzato e analizzato attraverso il software OpenSees ([8], [9]). OpenSees sta per “Open System for Earthquake Engineering Simulation” ed è un software di calcolo strutturale sviluppato dall’Università della California (Berkeley) e progettato, nello specifico, per l’esecuzione di analisi sismiche non lineari di strutture e analisi di problemi riguardanti l’ambito della geotecnica sismica. In particolare, si sfrutta l’ambiente di programmazione Python [10] ai fini dell’esecuzione delle analisi di interesse, in assenza dell’impiego di una specifica interfaccia grafica tra utente e OpenSees [11]. Dunque, le fasi di modellazione e analisi del modello ridotto sono svolte mediante la definizione di un opportuno script in linguaggio Python, all’interno del quale si prevede la definizione di variabili scalari e vettoriali di input e l’impiego di specifici comandi il cui utilizzo richiede l’importazione di apposite librerie, compresa quella di OpenSees [9]. Il software in esame è costituito da una vasta libreria di comandi, i quali consentono la modellazione strutturale [12], l’esecuzione delle analisi di interesse [13] ed il salvataggio dell’output delle stesse [14]. Generalmente, in OpenSees, ogni modello strutturale è inteso come un’aggregazione di componenti quali elementi, nodi, vincoli e pattern di carichi (**Figura 2.1**).



**Figura 2.1** - Concetto di modello strutturale in OpenSees [15].

Nella sezione inerente alla validazione del modello strutturale ridotto (Cap. 3), si trattano nel dettaglio le suddette componenti, ai fini della definizione dei modelli strutturali raffinato e ridotto, riguardanti il caso studio di una struttura intelaiata piana in calcestruzzo armato.

## 2.2 Concetto di modello ridotto

Il presente lavoro di tesi tratta la definizione di un modello semplificato MDOF, in grado di riprodurre il comportamento non lineare di strutture intelaiate in c.a., sulla base di un processo di calibrazione. Tale modello è basato sul comportamento non lineare delle colonne, modellando la risposta di ciascuna di esse attraverso due molle non lineari taglio-spostamento di interpiano disaccoppiate, definite lungo le due direzioni orizzontali ortogonali costituenti il sistema di riferimento globale della struttura oggetto di modellazione (**Figura 1.4**). A ciascuna molla non lineare è assegnata una specifica legge costitutiva taglio-spostamento di interpiano, la quale richiede la calibrazione di un set di parametri, in grado di riprodurre il comportamento della colonna corrispondente lungo la direzione di analisi considerata. La definizione delle molle non lineari, costituenti il modello strutturale ridotto, è discussa nel paragrafo successivo (par. 2.3 “*Le molle non lineari equivalenti*”).

Inoltre, a livello di ciascun piano, si prevede la presenza di collegamenti rigidi orizzontali (**Figura 1.4**), a comportamento elastico-lineare, disposti secondo la configurazione spaziale delle travi della struttura intelaiata in c.a. di riferimento. Tali collegamenti rigidi sono modellati in OpenSees secondo elementi di tipo *zeroLength* [16], caratterizzati da un materiale rigido a comportamento elastico-lineare. In definitiva, l’assemblaggio del set di molle non lineari e collegamenti rigidi di piano porta alla definizione del modello strutturale ridotto, avente tre gradi di libertà per piano (due traslazioni di piano lungo le direzioni globali X e Y ed una rotazione di piano attorno all’asse globale Z, **Figura 1.4**). La matrice di rigidezza del modello ridotto risulta definita in virtù del sistema di molle e collegamenti rigidi di piano. Per quanto concerne la matrice di massa dello stesso modello, invece, essa è automaticamente definita assegnando le masse ai nodi posizionati a livello di ciascun piano, calcolate con riferimento ai carichi gravitazionali agenti sulla struttura oggetto di modellazione e rientranti nelle aree di competenza delle colonne. Ciò è fatto mediante il comando *mass* di OpenSees [17], attraverso il quale si specifica il nodo su cui applicare la massa e assegnando il medesimo valore di massa nodale in corrispondenza dei gradi di libertà di interesse.

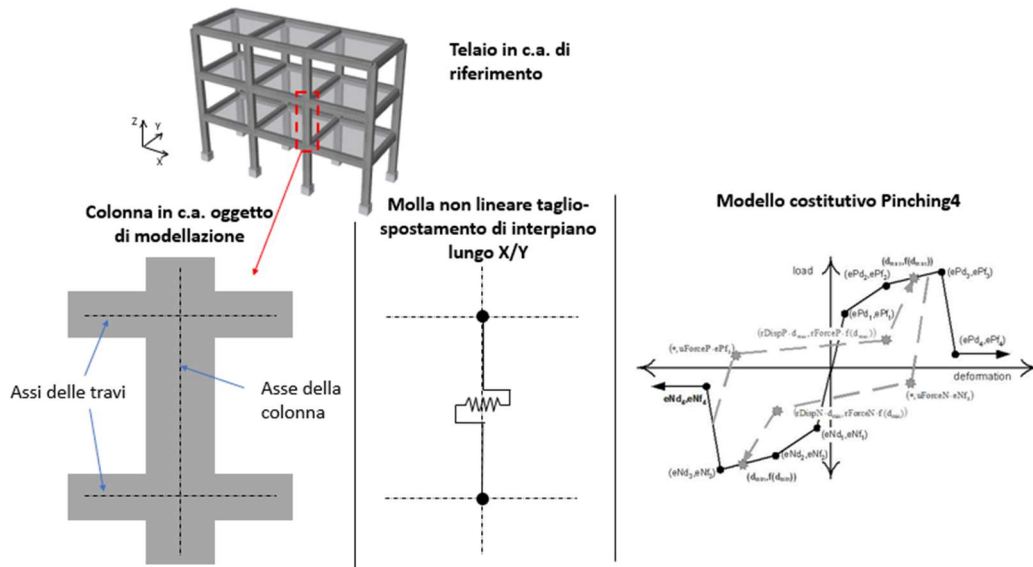
## 2.3 Le molle non lineari equivalenti

Come indicato nel paragrafo precedente (par. 2.2 “*Concetto di modello ridotto*”), il comportamento di ciascuna colonna della struttura intelaiata in c.a. oggetto di modellazione è modellato attraverso due molle non lineari taglio-spostamento di interpiano disaccoppiate, definite lungo le due direzioni orizzontali X e Y costituenti il sistema di riferimento globale della struttura (**Figura 1.4**), analogamente secondo quanto previsto dall’approccio di modellazione semplificato descritto nella parte introduttiva del presente lavoro di tesi, riguardante strutture irregolari a telaio in c.a. [7]. Ogni molla costituente il modello ridotto è trattata in OpenSees secondo un elemento di tipo *zeroLength* [16], a cui si assegna una legge costitutiva riprodotte il comportamento non lineare della colonna corrispondente, lungo la direzione orizzontale considerata. La calibrazione delle leggi costitutive descriventi il comportamento non lineare delle molle è trattata nel paragrafo successivo (par. 2.4 “*Calibrazione delle molle non lineari*”). La ragione per la quale le molle non lineari del modello ridotto sono trattate secondo elementi di tipo *zeroLength* [16] risiede nel solo interesse di simulare, attraverso esse, il comportamento non lineare delle colonne corrispondenti e, per tale motivo, la generica molla non necessita di una lunghezza finita. Inoltre, il modello strutturale ridotto, proposto in questo lavoro di tesi, è in grado di tenere in conto delle effettive condizioni di vincolo ai nodi di estremità delle colonne e dell’interazione sforzo normale-momento flettente in esse, mediante un processo di calibrazione delle risposte taglio-spostamento di interpiano delle molle non lineari, basato sui risultati di analisi statiche e dinamiche non lineari di telai 2D modellati a fibre, con comportamento non lineare.

## 2.4 Calibrazione delle molle non lineari

Secondo quanto citato nel paragrafo precedente (par. 2.3 “*Le molle non lineari equivalenti*”), a ciascuna molla non lineare, costituente il modello strutturale ridotto, si assegna una specifica legge costitutiva taglio-spostamento di interpiano, in grado di riprodurre il comportamento non lineare della colonna corrispondente, lungo la direzione orizzontale considerata (**Figura 1.4**). Nel presente lavoro di tesi, si fa riferimento, per tutte le molle non lineari, al modello costitutivo *Pinching4* [18] (**Figura 2.2**), disponibile nella libreria di comandi di OpenSees [9]. Tale legge costitutiva è tipicamente impiegata nell’ambito di strutture in c.a. e rappresenta una relazione *carico-spostamento*, in grado di simulare il degrado dell’elemento in esame, in presenza di un carico ciclico, attraverso tre possibili modalità:

- degrado di rigidezza in fase di scarico;
- degrado di rigidezza in fase di ricarico;
- degrado di resistenza.



**Figura 2.2** - Modellazione del comportamento non lineare delle colonne della struttura intelaiata in c.a. oggetto di modellazione, mediante il modello costitutivo Pinching4 [18].

Le suddette forme di degrado sono, in genere, tenute in considerazione attraverso un set specifico di parametri, noti come *parametri isteretici*, richiesti dallo stesso modello costitutivo *Pinching4* [18] e descrittivi il comportamento isteretico della generica molla. Inoltre, il modello costitutivo in esame è in grado di rappresentare anche il comportamento monotonic della molla considerata, mediante un ulteriore set di parametri. Nello specifico, il set complessivo di parametri richiesto dal modello costitutivo *Pinching4* [18] è il seguente:

- $ePf1, ePf2, ePf3, ePf4$ : valori di carico, corrispondenti ai quattro punti del modello costitutivo *Pinching4* che definiscono il comportamento monotonic nel primo quadrante (positivo);
- $ePd1, ePd2, ePd3, ePd4$ : valori di spostamento, corrispondenti ai quattro punti del modello costitutivo *Pinching4* che definiscono il comportamento monotonic nel primo quadrante (positivo);
- $eNf1, eNf2, eNf3, eNf4$ : valori di carico, corrispondenti ai quattro punti del modello costitutivo *Pinching4* che definiscono il comportamento monotonic nel terzo quadrante (negativo);
- $eNd1, eNd2, eNd3, eNd4$ : valori di spostamento, corrispondenti ai quattro punti del modello costitutivo *Pinching4* che definiscono il comportamento monotonic nel terzo quadrante (negativo);
- $rDispP$ : rapporto tra lo spostamento in corrispondenza del quale inizia il processo di ricarico e la massima domanda di spostamento raggiunta;
- $rForceP$ : rapporto tra il carico in corrispondenza del quale inizia il processo di ricarico e il carico corrispondente alla massima domanda di spostamento raggiunta;



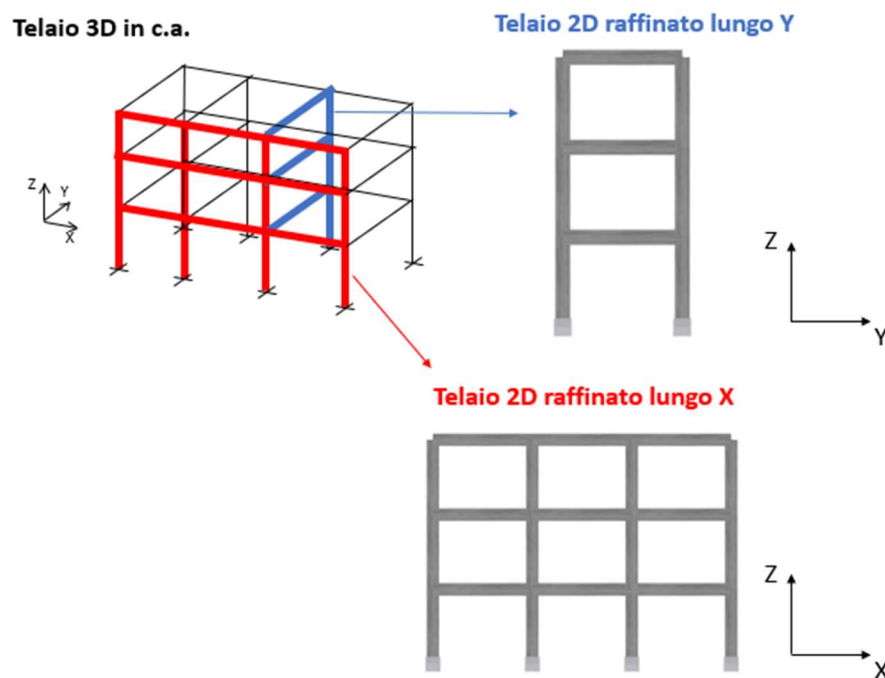
- $uForceP$ : rapporto tra la resistenza sviluppata durante la fase di scarico dal carico negativo e la massima resistenza sviluppata durante il processo di carico monotonic;
- $rDispN$ : rapporto tra lo spostamento in corrispondenza del quale inizia il processo di ricarica e la minima domanda di spostamento raggiunta;
- $rForceN$ : rapporto tra il carico in corrispondenza del quale inizia il processo di ricarica e il carico corrispondente alla minima domanda di spostamento raggiunta;
- $uForceN$ : rapporto tra la resistenza sviluppata durante la fase di scarico dal carico negativo e la minima resistenza sviluppata durante il processo di carico monotonic;
- $gK1, gK2, gK3, gK4, gKLim$ : parametri che regolano il degrado ciclico di rigidità durante la fase di scarico;
- $gD1, gD2, gD3, gD4, gDLim$ : parametri che regolano il degrado ciclico di rigidità durante la fase di ricarica;
- $gF1, gF2, gF3, gF4, gFLim$ : parametri che regolano il degrado ciclico di resistenza;
- $gE$ : parametro impiegato per definire la massima dissipazione di energia sotto la condizione di carico ciclico;
- $dmgType$ : variabile stringa, utilizzata per specificare il tipo di danno (“cycle” o “energy”). Ai fini delle analisi successive, si fa riferimento alla modalità di danneggiamento *energy*.

Dunque, per ciascuna molla non lineare costituente il modello strutturale ridotto, lungo la direzione orizzontale considerata (**Figura 1.4**), si calibra il set di parametri del modello costitutivo *Pinching4* [18], che va dal termine  $ePfl$  al termine  $eNd4$  e descrivente il comportamento non lineare monotonic, e quello dei parametri isteretici, che va dal termine  $rDispP$  al termine  $gE$  e descrivente, invece, il comportamento isteretico. Generalmente, come indicato anche nell’articolo relativo all’approccio di modellazione semplificato, riguardante strutture irregolari a telaio in c.a. [7], la calibrazione delle molle rappresenta un punto cruciale, nei confronti dell’approccio di modellazione proposto in questo lavoro di tesi, e risulta influenzata da una serie di fattori [7], quali:

- il rapporto tra la rigidità della colonna considerata e la rigidità delle travi ad essa connesse;
- il carico assiale agente sulla colonna considerata;
- il piano su cui è localizzata la colonna considerata;
- la posizione della colonna considerata (esterna o interna);
- le caratteristiche (i.e. sezione trasversale, livello di sforzo normale) delle colonne al di sopra e/o al di sotto della colonna considerata.

Ai fini della calibrazione delle molle, come indicato nello stesso articolo [7], si assume che, nella struttura intelaiata 3D in c.a. di riferimento, il comportamento delle colonne in una data direzione orizzontale non sia influenzato dalle caratteristiche della struttura nella direzione orizzontale ortogonale alla precedente. Tale assunzione consente, come indicato anticipatamente nel par. 2.3 “*Le molle non lineari equivalenti*”, di eseguire la

calibrazione delle molle sulla base dei risultati di analisi statiche e dinamiche non lineari di telai 2D modellati a fibre, con comportamento non lineare, mediante l'impiego di un algoritmo genetico. Pertanto, a partire dalla struttura intelaiata 3D in c.a. di riferimento, si estrapola un generico telaio 2D costituente (**Figura 2.3**) e, dopo una modellazione raffinata dello stesso, si eseguono delle analisi statiche e dinamiche non lineari nel piano del telaio 2D esaminato.



**Figura 2.3** - Modellazione raffinata dei telai 2D della struttura intelaiata in c.a. oggetto di analisi.

Di seguito si riporta la procedura di calibrazione delle molle non lineari, per ogni telaio 2D selezionato:

- *step 1*: determinazione del comportamento monotonic delle colonne del telaio 2D selezionato;
- *step 2*: calibrazione del comportamento monotonic delle molle non lineari;
- *step 3*: determinazione della risposta dinamica del telaio 2D selezionato;
- *step 4*: calibrazione del comportamento isteretico delle molle non lineari.

## 2.4.1 Determinazione del comportamento monotónico delle colonne del telaio 2D selezionato

Nel presente paragrafo si affronta la fase di determinazione del comportamento non lineare monotónico taglio-spostamento di interpiano delle colonne del generico telaio 2D, selezionato dalla struttura intelaiata 3D in c.a. di riferimento (**Figura 2.3**), a valle di una modellazione raffinata a fibre dello stesso. Prima di entrare nel merito dell'oggetto del presente paragrafo, nel seguito si trattano alcuni cenni di analisi statica non lineare (par. 2.4.1.1 “Cenni di analisi statica non lineare (analisi Pushover)”), comunemente nota anche come *analisi Pushover*. Successivamente, nel par. 2.4.1.2 “Analisi Pushover di piano” si introducono due metodi di *analisi Pushover di piano*, i quali consentono la definizione delle curve monotóniche taglio-spostamento di interpiano delle colonne del telaio 2D in esame.

### 2.4.1.1 Cenni di analisi statica non lineare (analisi Pushover)

L'analisi statica non lineare, o *analisi Pushover*, consente di indentificare il *comportamento monotónico* non lineare di una struttura. Dal punto di vista teorico, risulta noto che l'analisi Pushover consiste di un'analisi incrementale iterativa, in cui si prevede l'applicazione, sulla struttura, di un profilo laterale di forze (o spostamenti) crescente monotónicamente, attraverso cui la struttura è spinta sino al raggiungimento di una soglia limite di spostamento imposta, monitorando, ad ogni step di analisi, il tagliante sismico alla base (*Base Shear*) della struttura stessa e lo spostamento orizzontale di un nodo di controllo, posto a livello dell'impalcato più alto (**Figura 2.4**).

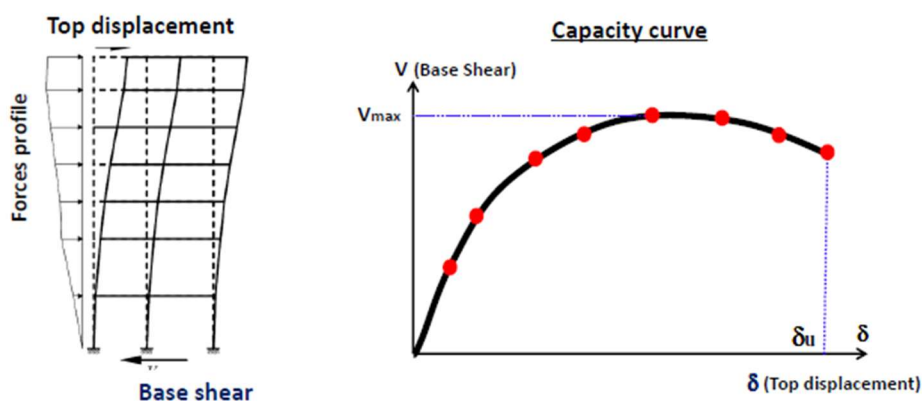


Figura 2.4 - Determinazione della curva di capacità mediante analisi Pushover [19].

Il set dei parametri taglio alla base – spostamento del nodo di controllo, ottenuti per ogni step dell'analisi, fornisce un risultato grafico rappresentante una legge costitutiva che prende il nome di *curva di capacità* della struttura. Tale curva assume, in genere, un carattere non lineare, dovuto all'introduzione della non linearità meccanica dei materiali impiegati e delle sezioni degli elementi strutturali. In particolare, in relazione agli elementi strutturali costituenti il modello raffinato del telaio 2D selezionato, ciascun di essi è trattato in forma di elemento a fibre [20], con comportamento non lineare e assegnando un numero limitato di sezioni di integrazione. Mediante l'approccio di modellazione a fibre, è possibile definire la posizione dell'eventuale plasticizzazione che interesserà il generico elemento attraverso un'interpolazione della risposta tra sezioni di integrazione, o di controllo, adiacenti. Pertanto, in questo modo si tiene in conto dell'eventuale plasticità degli elementi, in forma di plasticità distribuita [20].

L'analisi Pushover rappresenta una semplificazione estrema della realtà fisica ed è fondata sulla base di ipotesi di calcolo relativamente forti [21]. In primo luogo, come già menzionato nel presente paragrafo, tale analisi prevede l'applicazione di un profilo laterale di forze crescente monotonicamente. In realtà, l'azione sismica è di tipo ciclica e, pertanto, l'analisi statica non lineare trascura qualunque effetto dovuto alla ciclicità dell'azione sismica stessa. In secondo luogo, si assume che la distribuzione di forze laterali applicate esternamente, che a rigore dovrebbe essere proporzionale all'andamento delle forze di richiamo interne, sia proporzionale al primo modo proprio di vibrare, sottintendendo in questo modo che la risposta strutturale sia prevalentemente governata da quest'ultimo, con un'importante percentuale di massa partecipante. Tuttavia, poiché gli autovettori definiti mediante l'analisi modale della struttura in esame risultano fortemente dipendenti dalla matrice di rigidezza strutturale, si dovrebbe tenere in conto nell'analisi del danneggiamento strutturale progressivo e del conseguente aggiornamento della matrice di rigidezza stessa, variando adattivamente la forma del profilo di forze laterali. Ai fini dell'esecuzione dell'analisi Pushover, si assume, come ulteriore ipotesi, che il profilo di forze laterali mantenga la propria forma costante, e dunque non variando i rapporti fra le forze di piano applicate, ma aumentando la propria ampiezza, per ogni step di analisi. Quest'ultima ipotesi dà luogo ad un'incertezza di calcolo non trascurabile, la quale è presa in conto, in genere, svolgendo una doppia analisi statica non lineare, una volta impiegando un profilo laterale di forze proporzionale al primo modo di vibrare della struttura (*profilo di forze modale*, **Figura 2.5a**) e, successivamente, impiegando un profilo laterale di forze proporzionale alle masse di piano (*profilo di forze uniforme*, **Figura 2.5b**). In questo modo, è possibile affermare che la probabile risposta reale della struttura sarà collocata tra le risposte strutturali ottenute con i due profili laterali di forze precedentemente menzionati (**Figura 2.6**).



Figura 2.5 - Determinazione dei profili di forze (a) modale e (b) uniforme [19].

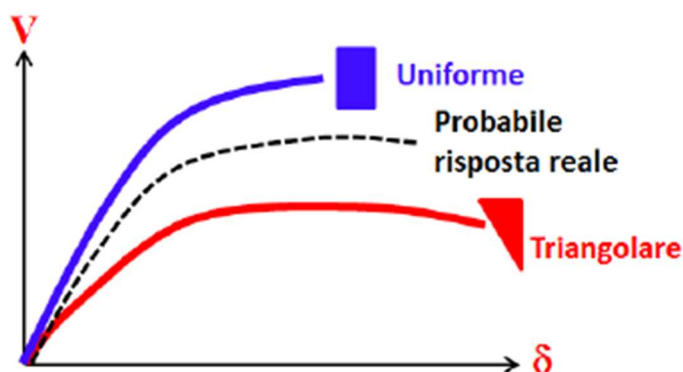
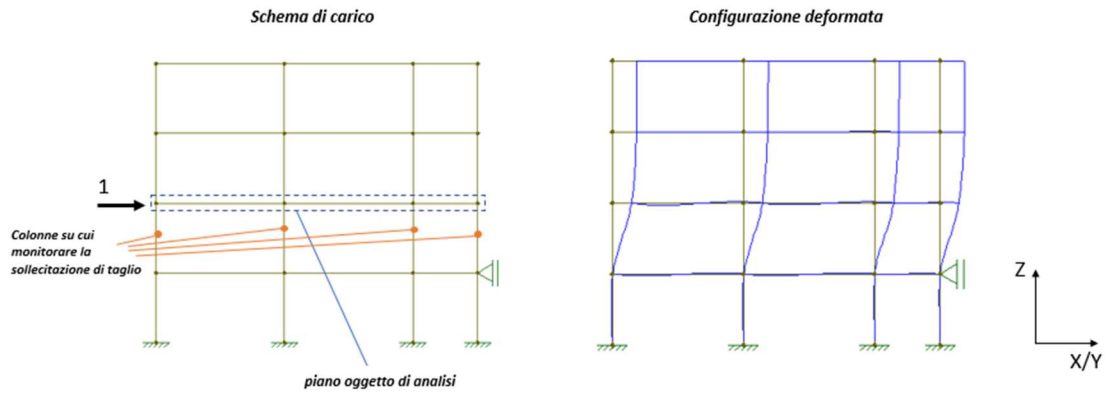


Figura 2.6 - Curva di capacità sotto differenti profili di carico [21].

### 2.4.1.2 Analisi Pushover di piano

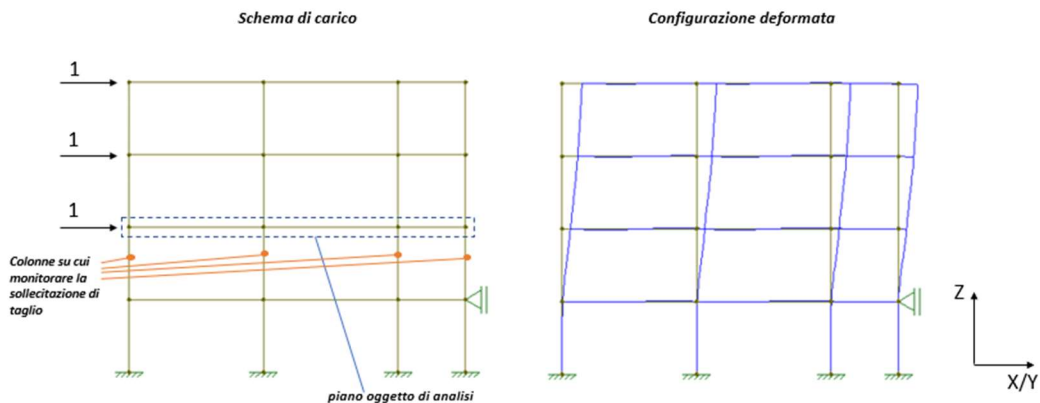
In generale, l'*analisi Pushover di piano* è un'analisi svolta sul modello raffinato del generico telaio 2D selezionato, con l'obiettivo di caratterizzare il comportamento monotono taglio-spostamento di interpiano dei singoli piani. Tuttavia, ai fini della calibrazione del comportamento non lineare monotono del modello strutturale ridotto, si rende necessario identificare il comportamento non lineare monotono delle singole colonne costituenti il telaio 2D esaminato. A partire dal comportamento non lineare monotono di tali colonne, è possibile calibrare, successivamente, il set di parametri del modello costitutivo *Pinching4* [18] descrivente il comportamento monotono delle molle non lineari corrispondenti (par. 2.4.2 "*Calibrazione del comportamento monotono delle molle non lineari*"). Nel presente paragrafo, si introducono due differenti metodi di analisi Pushover di piano, la cui scelta di uno rispetto all'altro, come punto di riferimento ai fini della definizione del modello ridotto, è stabilita dal confronto complessivo tra la risposta monotona globale del modello raffinato del telaio 2D selezionato e quella del modello ridotto corrispondente. D'altra parte, tale scelta influenza la risposta delle singole colonne, e dunque il processo di calibrazione.

Il primo metodo di analisi Pushover di piano consiste nel spingere gradualmente il piano oggetto di analisi attraverso una forza orizzontale unitaria, fino al raggiungimento di una soglia limite di spostamento imposta al piano in esame, bloccando contemporaneamente il piano sottostante mediante un vincolo carrello scorrevole verticalmente (Figura 2.7).



**Figura 2.7** - Analisi Pushover di piano – Metodo 1.

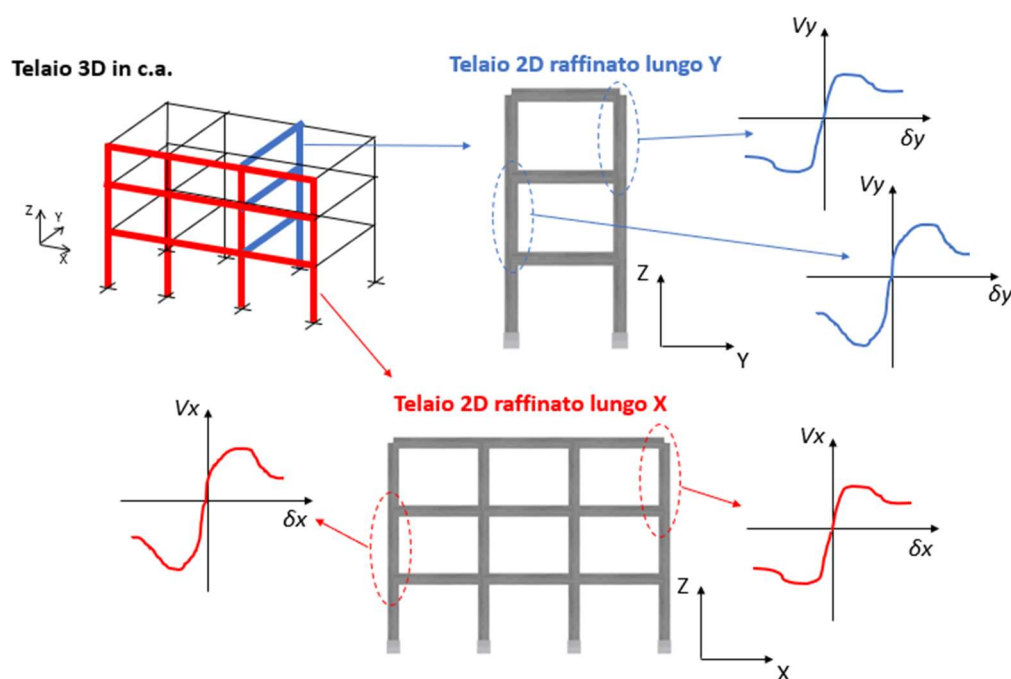
Il secondo metodo di analisi Pushover di piano, invece, consiste nel spingere gradualmente il telaio 2D esaminato a partire dal piano oggetto di analisi, mediante un profilo di forze unitarie, fino al raggiungimento di una soglia limite di spostamento imposta al piano in esame, bloccando tutti i piani sottostanti attraverso dei vincoli carrello scorrevoli verticalmente (**Figura 2.8**).



**Figura 2.8** - Analisi Pushover di piano – Metodo 2.

In entrambi i casi, si prevede l'applicazione delle forze laterali mediante le funzioni *timeSeries('Linear')* [22], *pattern('Plain')* [23] e *load* [24] di OpenSees, le quali consentono, rispettivamente, la definizione di una relazione tra fattore di carico e tempo di tipo lineare, un pater di carichi di tipo statico ed un'azione concentrata, applicata in corrispondenza del nodo di interesse. Successivamente, ad ogni step di analisi, si monitorano lo spostamento orizzontale di un nodo di controllo posizionato a livello del piano oggetto di analisi e le sollecitazioni di taglio agenti sulle colonne appartenenti al medesimo piano. Al fine di ciò, si sfruttano le funzioni *integrator('DisplacementControl')* [25] e *nodeDisp* [26] di OpenSees, per eseguire, rispettivamente, l'analisi in controllo di spostamento, assegnando al nodo di controllo del

piano oggetto di analisi incrementi di spostamento orizzontale costanti, e il salvataggio dei valori di spostamento dello stesso nodo di controllo. Per quanto concerne i valori del taglio agente sulle colonne di interesse, essi si ottengono applicando la funzione *eleForce* [27] di OpenSees, specificando, per ciascuna colonna, il proprio *tag* identificativo e il grado di libertà duale alla sollecitazione in esame. Le suddette procedure di analisi Pushover di piano si applicano, in generale, per tutti i piani, nella direzione di orditura del telaio 2D considerato (X o Y, **Figura 1.4**) e per ogni verso, positivo e negativo. In definitiva, in entrambi i metodi di analisi Pushover di piano, si perviene alla definizione delle curve monotoniche taglio-spostamento di interpiano di riferimento ( $V$  vs.  $\delta$ ) delle colonne del telaio 2D oggetto di analisi (**Figura 2.9**).



**Figura 2.9** - Determinazione del comportamento non lineare monotonic delle colonne del telaio 2D selezionato.

## 2.4.2 Calibrazione del comportamento monotonic delle molle non lineari

Nel presente paragrafo si tratta la calibrazione del comportamento monotonic delle molle non lineari, corrispondenti alle colonne del telaio 2D raffinato selezionato. Come menzionato nel paragrafo precedente, la calibrazione di tale comportamento è eseguita con riferimento ai risultati delle analisi Pushover di piano (par. 2.4.1.2 “*Analisi Pushover di Piano*”), rappresentanti le curve monotoniche taglio-spostamento di interpiano delle colonne del telaio 2D selezionato. A partire dai suddetti risultati, la calibrazione dei parametri del modello costitutivo *Pinching4* [18], descrittivi il comportamento monotonic di ciascuna molla, è svolta mediante l’impiego di un algoritmo genetico. Nel

presente lavoro di tesi, si fa riferimento alla libreria open-source *PyGAD* ([28], [29]) di Python, la quale consente la definizione, nell'ambiente di programmazione Python [10], di un algoritmo genetico di ottimizzazione. Il modulo *PyGAD* [29] permette, in generale, l'ottimizzazione di diversi tipi di problemi, tramite l'impiego di un algoritmo genetico, e offre la possibilità di impiegare differenti operazioni di mutazione, crossover e di selezione dei parenti. Il suddetto modulo contiene, in particolare, una classe nominata *pygad.GA* [30], attraverso la quale è possibile realizzare l'algoritmo genetico di interesse. Tale classe richiede, a sua volta, un set di parametri, che consentono all'utente di personalizzare l'algoritmo genetico a diversi tipi di applicazioni [30]. Ai fini della calibrazione del comportamento non lineare monotonicamente delle molle costituenti il modello ridotto, si considerano i seguenti parametri, richiesti dalla classe *pygad.GA* [30]:

- *num\_generations*: numero di generazioni, fissato a 100;
- *num\_parents\_mating*: numero di soluzioni da selezionare come parenti, fissato a 10;
- *sol\_per\_pop*: numero di soluzioni (i.e. cromosomi) entro la popolazione, fissato a 400;
- *num\_genes*: numero di geni nella soluzione, fissato a 8;
- *fitness\_func*: funzione/metodo che restituisce il/i valore/i fitness (*fitness value(s)* [31]), associato/i alla soluzione;
- *mutation\_num\_genes*: numero di geni da mutare, fissato a 1;
- *keep\_elitism*: parametro positivo indicante il numero di soluzioni migliori che sono conservate nella generazione successiva, fissato a 2;
- *keep\_parents*: numero di parenti da mantenere nella popolazione attuale, fissato a 4;
- *init\_range\_low*: valore più basso del range di valori random da cui i valori genetici, nella popolazione iniziale, sono selezionati, fissato a 0;
- *init\_range\_high*: valore più alto del range di valori random da cui i valori genetici, nella popolazione iniziale, sono selezionati. Esso è definito come il massimo tra i valori di spostamento di interpiano e taglio, entrambi raggiunti all'ultimo step dell'analisi Pushover di piano (par. 2.4.1.2 "Analisi Pushover di piano");
- *gene\_type*: termine indicante il tipo di geni (int, float, ecc.) e accompagnato da un valore numerico rappresentante la precisione del dato. Nel caso in esame, il presente termine è assegnato ad una lista di valori di tipo float, con precisione 1 (*gene\_type* = [float, 1]).

Generalmente, la classe *pygad.GA* [30] comprende altri tipi di parametri, oltre a quelli precedentemente descritti. Tuttavia, come menzionato nel riferimento relativo a tale classe [30], l'utente non è tenuto obbligatoriamente a specificare tutto il set di parametri, al fine di realizzare l'algoritmo genetico di interesse. Inoltre, nel caso in esame, non sono stati specificati i tipi di operazione *crossover*, per i parenti, *mutazione*, per i geni, e di *selezione* dei parenti. Pertanto, si considerano, per tali operazioni, le modalità di default (*crossover\_type* = "single\_point", *mutation\_type* = "random", *parent\_selection\_type* = "random"). Inoltre, il termine *num\_genes* rappresenta il numero di soluzioni da individuare ed è posto pari a 8, corrispondente al numero di parametri del modello



costitutivo *Pinching4* [18] necessari per descrivere il comportamento monotonicamente della molla considerata, lungo uno specifico verso ( $\pm X/\pm Y$ , **Figura 2.9**), descritti nel par. 2.4 “*Calibrazione delle molle non lineari*”. Pertanto, per ogni singola molla non lineare, corrispondente alla generica colonna del telaio 2D selezionato, si applica l’algoritmo genetico per due volte, una volta individuando il set dei termini  $ePfl \div ePd4$ , descrittivi del comportamento monotonicamente lungo il verso positivo ( $+X/+Y$ , **Figura 2.9**), ed un’altra volta individuando il set dei termini  $eNfl \div eNd4$ , descrittivi, invece, il comportamento monotonicamente lungo il verso negativo ( $-X/-Y$ , **Figura 2.9**). In particolare, il set dei parametri  $ePfl \div ePd4/ eNfl \div eNd4$  ottimali è individuato minimizzando, per ciascuna molla non lineare, la funzione errore tra la curva monotonicamente taglio-spostamento di interpiano di riferimento della colonna corrispondente, ottenuta mediante l’analisi Pushover di piano (par. 2.4.1.2 “*Analisi Pushover di piano*”), e quella corrispondente al modello costitutivo *Pinching4* [18]. Tale funzione è indicata con il termine *RMSD* (Root-Mean-Square-Deviation) e assume la seguente espressione (1):

$$RMSD = \sqrt{\sum_j (V_{column,j} - V_{spring,j})^2} \quad (1)$$

in cui  $j$  indica il  $j$ -esimo step di analisi Pushover di piano, mentre le quantità  $V_{column,j}$  e  $V_{spring,j}$  rappresentano, rispettivamente, le sollecitazioni di taglio corrispondenti alla colonna e alla molla non lineare associata, valutati nello step di analisi  $j$ . La minimizzazione della funzione errore avviene mediante l’applicazione di una funzione chiamata *fitness\_function* [31], richiamata dal parametro *fitness\_func* indicato in precedenza, attraverso la quale l’utente può decidere se il problema di ottimizzazione in questione sia di tipo *single-objective* (quando la funzione in esame restituisce un singolo valore numerico) oppure *multi-objective* (quando la funzione in esame restituisce un set di valori numerici). In generale, la funzione *fitness\_function* [31] deve essere una funzione di massimizzazione. Ai fini del problema della calibrazione, l’interesse è quello di rendere più piccolo il termine *RMSD* (1), per ciascuna molla non lineare. Pertanto, la funzione *fitness\_function* [31] restituisce un valore, indicato come *fitness value*, che diventa più grande man mano che la soluzione, determinata dall’algoritmo genetico, si avvicina a quella di riferimento. Nel caso in esame, la suddetta funzione restituisce il valore  $1/RMSD$ , per ciascuna molla non lineare.

Dunque, procedendo secondo quanto esposto, si perviene all’ottimizzazione dei parametri del modello costitutivo *Pinching4* [18], descrittivi il comportamento monotonicamente delle molle non lineari, corrispondenti alle colonne del telaio 2D raffinato selezionato.

### 2.4.3 Determinazione della risposta dinamica del telaio 2D selezionato

Nel presente paragrafo si affronta la fase di determinazione della risposta dinamica del generico telaio 2D selezionato, mediante l'esecuzione di analisi dinamiche non lineari, note anche come *analisi time-history*. Nel paragrafo successivo (par. 2.4.3.1 “*Cenni di analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*”) si trattano alcuni cenni di analisi dinamica non lineare. Successivamente, nel par. 2.4.3.2 “*Analisi dinamiche con accelerogrammi*” si tratta l'esecuzione di analisi dinamiche non lineari sul modello raffinato del telaio 2D selezionato, sottoponendo quest'ultimo ad un set di storie temporali di accelerazione al suolo, selezionate secondo quanto indicato in uno specifico articolo scientifico (A. Deb et al. [32]), con l'obiettivo di identificare, per ciascuna di esse, la risposta dinamica conseguente.

#### 2.4.3.1 Cenni di analisi dinamica non lineare (analisi time-history)

L'analisi dinamica non lineare, o *analisi time-history*, consente di identificare la risposta sismica di una struttura, applicando alla propria base una storia temporale di accelerazione al suolo di input. In linea generale, tale analisi può essere svolta nell'ambito di sistemi lineari e non lineari. Nel presente lavoro di tesi si affronta, nello specifico, il problema di sistemi non lineari MDOF e, pertanto, si fa riferimento alla seguente equazione del moto (2):

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]_{(u,\dot{u})}\{u\} = -[M]\{t\}\ddot{u}_g \quad (2)$$

Le matrici  $[M]$ ,  $[C]$  e  $[K]$ , che compaiono a primo membro dell'equazione (2), sono le matrici di massa, smorzamento e rigidezza del sistema, rispettivamente. La matrice di massa  $[M]$  è automaticamente definita assegnando le masse ai nodi del modello strutturale oggetto di analisi. La matrice di smorzamento del sistema  $[C]$ , invece, può essere definita con riferimento ad uno dei modelli di smorzamento disponibili in letteratura. Nel presente lavoro di tesi, si fa riferimento, nello specifico, al modello di smorzamento di *Rayleigh* [33], un modello secondo il quale si esprime la matrice di smorzamento in forma di una combinazione lineare delle matrici di massa e di rigidezza del sistema, secondo la seguente espressione (3):

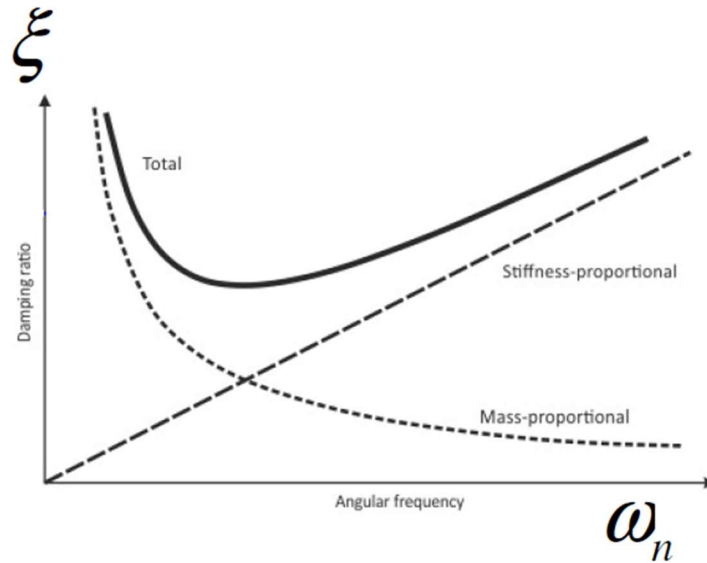
$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (3)$$

I termini  $\alpha$  e  $\beta$  presenti nell'espressione (3) rappresentano i coefficienti reali del modello di smorzamento di *Rayleigh* [33], valutabili secondo le espressioni (4) e (5):

$$\alpha = \xi \frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad (4)$$

$$\beta = \xi \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad (5)$$

Tali coefficienti sono le incognite del modello di smorzamento di *Rayleigh* [33] e possono essere ottenuti assumendo che la risposta del sistema sia governata prevalentemente da due modi propri di vibrare rappresentativi. Le pulsazioni proprie  $\omega_i$  e  $\omega_j$  che compaiono nelle espressioni (4) e (5), corrispondenti a due modi di vibrare distinti del sistema, si determinano mediante l'esecuzione dell'analisi modale. Inoltre, assumendo che i modi di vibrare  $i$  e  $j$  considerati siano caratterizzati dallo stesso rapporto di smorzamento  $\xi$ , si determinano i coefficienti  $\alpha$  e  $\beta$  del modello di *Rayleigh* [33], e attraverso questi ultimi, è possibile ottenere il seguente risultato grafico (**Figura 2.10**).



**Figura 2.10** - Modello di smorzamento di Rayleigh [33].

Come è possibile notare in **Figura 2.10**, nel piano  $\xi - \omega_n$  sono rappresentate, in totale, tre curve. Nello specifico, la curva iperbolica tratteggiata e nominata con il termine *Mass-proportional* indica un trend  $\xi$  vs.  $\omega_n$ , descritto dall'equazione (6), che si otterrebbe se si applicasse il modello di smorzamento proporzionale alla massa:

$$\xi = \frac{\alpha}{2\omega_n} \quad \text{Mass proportional damping model} \quad (6)$$

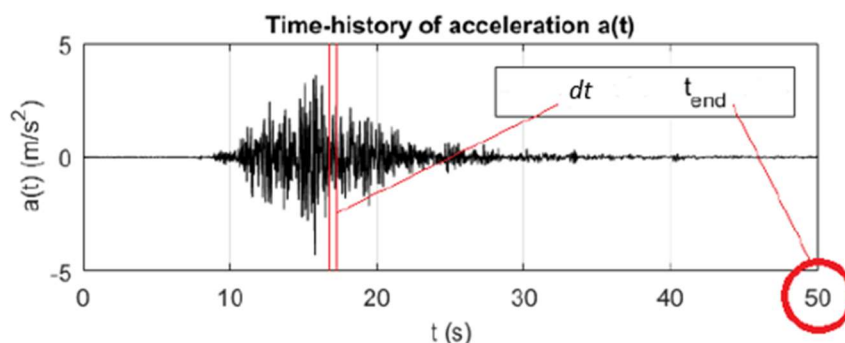
La retta tratteggiata uscente dall'origine del piano  $\xi - \omega_n$  e nominata con il termine *Stiffness-proportional*, invece, indica un trend  $\xi$  vs.  $\omega_n$ , descritto dall'equazione (7), che si otterrebbe se si applicasse il modello di smorzamento proporzionale alla rigidità:

$$\xi = \frac{\beta\omega_n}{2} \quad \text{Stiffness proportional damping model} \quad (7)$$

La somma delle due espressioni precedenti da origine ad un modello di smorzamento in cui sono coinvolte le caratteristiche di massa e rigidità, ovvero il modello di smorzamento di *Rayleigh* [33], rappresentato graficamente dalla curva in linea continua, nominata con il termine *Total* (**Figura 2.10**), e descritta dall'equazione (8). L'espressione (8) risulta equivalente all'equazione matriciale (3), ma scritta in forma di funzione scalare.

$$\xi = \frac{\alpha}{2\omega_n} + \frac{\beta\omega_n}{2} \text{ Rayleigh damping model} \quad (8)$$

Per quanto concerne la matrice di rigidezza del sistema  $[K]$ , essa è definita in virtù della geometria del modello strutturale oggetto di analisi e delle proprietà dei materiali impiegati. Tuttavia, poiché nel presente lavoro di tesi si affronta il problema di sistemi a comportamento non lineare, la matrice  $[K]$  è soggetta a variazione durante l'analisi, a causa del danneggiamento strutturale che si attinge per effetto del moto sismico. Pertanto, ai fini della definizione del set di forze interne di richiamo, rappresentato dal terzo addendo a primo membro dell'equazione del moto (2), è necessario specificare, in generale, la dipendenza della matrice di rigidezza dal livello di spostamento raggiunto e dalla storia degli spostamenti. Le quantità vettoriali  $\{u\}$ ,  $\{\dot{u}\}$  e  $\{\ddot{u}\}$ , che compaiono a primo membro dell'equazione del moto (2), rappresentano, rispettivamente, la risposta del sistema in termini di spostamenti, velocità e accelerazioni relative, nel dominio del tempo. A secondo membro dell'equazione del moto (2) si ha il termine forzante  $-[M]\{t\}\ddot{u}_g$ , agente sul sistema, dato dal prodotto tra la matrice di massa  $[M]$ , il vettore di trascinalimento  $\{t\}$  e la storia temporale dell'accelerazione al suolo  $\ddot{u}_g$ . Quest'ultimo termine rappresenta il segnale sismico di input e si presenta in forma di una funzione scalare irregolare, nel dominio del tempo. In generale, nelle comuni analisi time-history, si opera attraverso accelerogrammi (**Figura 2.11**), naturali o artificiali, sottoforma di funzioni *campionate*, ovvero funzioni caratterizzate da una sequenza di valori numerici di accelerazione al suolo (campioni di misura), equidistanti tra loro di una quantità chiamata *periodo di campionamento*, indicata quest'ultima con il termine  $dt$ . Inoltre, conoscendo il numero complessivo di campioni di misura, è possibile determinare la durata del segnale sismico,  $t_{end}$ , come il prodotto tra il numero di campioni ed il periodo di campionamento.



**Figura 2.11** - Esempio di accelerogramma [34].

L'accelerazione al suolo può essere espressa in g,  $m/s^2$ ,  $cm/s^2$  ecc., ma, in generale, la sua unità di misura deve essere sempre congruente con le unità di misura adottate per la definizione del modello strutturale oggetto di analisi. Tuttavia, a causa della natura degli accelerogrammi che tipicamente si impiegano e in virtù del fatto che si opera mediante sistemi a comportamento non lineare, l'equazione del moto (2) non può essere risolta analiticamente, e, pertanto, si richiede un metodo di integrazione numerica ai fini della risoluzione del problema. A tal riguardo, si farà riferimento al metodo numerico di *Newmark* [33], il quale consiste di un metodo basato sulle seguenti equazioni ((9), (10)):

$$\{\dot{u}\}_{i+1} = \{\dot{u}\}_i + [(1 - \gamma)\Delta t]\{\ddot{u}\}_i + (\gamma\Delta t)\{\ddot{u}\}_{i+1} \quad (9)$$

$$\{u\}_{i+1} = \{u\}_i + \Delta t\{\dot{u}\}_i + [(0.5 - \beta)\Delta t^2]\{\ddot{u}\}_i + [\beta\Delta t^2]\{\ddot{u}\}_{i+1} \quad (10)$$

All'interno di tali espressioni, le quantità vettoriali tra parentesi graffe, con pedici  $i$  e  $i+1$ , rappresentano la risposta del sistema, in termini di spostamenti  $\{u\}$ , velocità  $\{\dot{u}\}$  e accelerazioni relative  $\{\ddot{u}\}$ , identificata all'istante presente ( $i$ ) e futuro ( $i+1$ ), rispettivamente. Inoltre, mediante le suddette espressioni, si esprimono i futuri spostamenti (10) e velocità relative (9) del sistema in funzione di due parametri,  $\gamma$  e  $\beta$ , che definiscono la variazione delle accelerazioni del sistema all'interno di un intervallo di tempo  $\Delta t$  e governano la stabilità e l'accuratezza del metodo. I tipici valori che si assumono per i parametri  $\gamma$  e  $\beta$  sono 0.5 e 0.25, rispettivamente. L'intervallo di tempo  $\Delta t$  è chiamato *step temporale di analisi* e deve essere scelto in maniera tale che sia sufficientemente piccolo, al fine di ottenere una soluzione numerica abbastanza accurata, e sufficientemente grande per ragioni computazionali. A tal riguardo, ai fini dell'esecuzione delle analisi time-history oggetto del presente lavoro di tesi, si considereranno step temporali di analisi costanti e pari a  $dt/2$ , essendo  $dt$  il periodo di campionamento del segnale sismico visto in precedenza, il quale assume, indicativamente, valori dell'ordine di qualche millesimo o centesimo di secondo. Di conseguenza, al fine di determinare la risposta del sistema all'istante  $i+1$  ( $\{u\}_{i+1}$ ,  $\{\dot{u}\}_{i+1}$ ,  $\{\ddot{u}\}_{i+1}$ ), ovvero la risposta corrispondente all'istante finale di un generico step temporale di analisi, le equazioni (9) e (10) sono combinate con l'equazione del moto (2), scritta quest'ultima con riferimento all'istante  $i+1$ . Inoltre, conoscendo la risposta del sistema all'istante  $i$ , ovvero quella corrispondente all'istante iniziale di un generico step temporale di analisi, è possibile risolvere il problema.

### 2.4.3.2 Analisi dinamiche con accelerogrammi

Nel presente paragrafo si tratta l'esecuzione di analisi dinamiche non lineari sul modello raffinato del generico telaio 2D selezionato, identificando la propria risposta sismica secondo quanto trattato nel paragrafo precedente (par. 2.4.3.1 "*Analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*"). Nello specifico, tali analisi sono condotte mediante l'impiego di un set di accelerogrammi, selezionati secondo quanto indicato in uno specifico articolo scientifico (A. Deb et al. [32]).

In primo luogo, si rende necessario conoscere le seguenti informazioni, ai fini dell'esecuzione di ogni analisi time-history di interesse:

- accelerogramma di input;
- durata del segnale sismico;
- periodo di campionamento dell'accelerogramma di input;
- step temporale di analisi;
- fattore di scala dell'accelerogramma di input.

Nello specifico, le informazioni riguardanti la generica storia di accelerazione al suolo sono importate dall'esterno, tramite specifici file contenenti un set di dati, solitamente

rappresentanti almeno i valori numerici di accelerazione al suolo, il numero complessivo di tali valori e il periodo di campionamento dell'accelerogramma. Attraverso i suddetti dati, è possibile, inoltre, valutare la durata del segnale sismico e l'estensione dello step temporale di analisi, secondo quanto indicato nel paragrafo precedente (par. 2.4.3.1 "Analisi dinamica non lineare (analisi time-history)"). Il fattore di scala dell'accelerogramma di input, invece, risulta definito in funzione dell'unità di misura dei valori di accelerazione al suolo, con cui si sceglie di operare.

A partire dalle suddette informazioni, è possibile applicare il generico input sismico alla base del telaio 2D selezionato. Ciò è fatto mediante le funzioni *timeSeries('Path')* [35] e *pattern('UniformExcitation')* [36] di OpenSees, le quali consentono di definire, rispettivamente, una relazione tra fattore di carico e tempo, da associare all'input sismico, e un'eccitazione sismica di tipo uniforme alla base del telaio 2D oggetto di analisi. Inoltre, ai fini della definizione della matrice di massa, si assegnano le masse ai nodi, collocati a livello dei piani costituenti il telaio 2D in esame, valutate con riferimento ai carichi gravitazionali agenti e rientranti nelle aree di competenza delle colonne. Ciò è fatto sfruttando il comando *mass* [17] di OpenSees, attraverso il quale si specifica il generico nodo su cui applicare la massa e assegnando il medesimo valore di massa nodale in corrispondenza dei gradi di libertà traslazionali. Per quanto concerne la matrice di rigidezza dello stesso telaio, come menzionato nel paragrafo precedente (par. 2.4.3.1 "Analisi dinamica non lineare (analisi time-history)"), essa è automaticamente definita in virtù della geometria strutturale e delle proprietà dei materiali impiegati. Un ulteriore punto di fondamentale importanza consiste nella definizione del modello di smorzamento di riferimento. Secondo quanto menzionato nel paragrafo precedente (par. 2.4.3.1 "Analisi dinamica non lineare (analisi time-history)"), al telaio 2D oggetto di analisi si associa il modello di smorzamento di *Rayleigh* [33]; ciò è svolto mediante il comando *rayleigh* [37] di OpenSees, assegnando il parametro *alphaM* alla matrice di massa e il parametro *betaKcomm* alla matrice di rigidezza corrispondente all'ultimo step di analisi in cui la convergenza è raggiunta. I suddetti parametri corrispondono ai termini  $\alpha$  e  $\beta$  del modello di smorzamento di *Rayleigh* [33], deducibili secondo quanto indicato nel paragrafo precedente (par. 2.4.3.1 "Analisi dinamica non lineare (analisi time-history)"). Inoltre, ai fini dello svolgimento delle analisi time-history, è necessario specificare il metodo di integrazione numerica di *Newmark* [33], tramite la funzione *integrator('Newmark')* [38] di OpenSees, e ponendo i fattori  $\gamma$  e  $\beta$  pari a 0.5 e 0.25, rispettivamente. Tuttavia, poiché la risoluzione del problema, rappresentando dall'equazione del moto (2), è effettuata mediante l'impiego di step temporali di analisi costanti, risulta necessario specificare, attraverso il comando *analysis* [39] di OpenSees, il tipo di analisi *Transient*. In definitiva, per ciascun accelerogramma di input considerato, si analizza ogni step di analisi non lineare e si perviene all'individuazione del comportamento dinamico del telaio 2D raffinato selezionato. In particolare, ai fini della calibrazione del comportamento isteretico delle molle non lineari, corrispondenti alle colonne del medesimo telaio, si fa riferimento alle risposte dinamiche globali, in termini di *tagliante sismico alla base-spostamento orizzontale di sommità e profilo dei massimi IDR (Interstorey-Drift-Ratio) di piano*. Il parametro IDR è definito come il rapporto tra lo spostamento orizzontale relativo del piano considerato, ottenuto come differenza tra lo spostamento orizzontale del medesimo piano e quello del piano sottostante, e l'altezza di interpiano. Inoltre, esso costituisce un fattore di fondamentale importanza dal punto di

vista ingegneristico, in quanto consente di quantificare il livello di danneggiamento strutturale.

#### 2.4.4 Calibrazione del comportamento isteretico delle molle non lineari

Nel presente paragrafo si tratta la calibrazione del comportamento isteretico delle molle non lineari, corrispondenti alle colonne del generico telaio 2D raffinato selezionato. A tal proposito, come menzionato nel paragrafo precedente (par. 2.4.3.2 “*Analisi dinamiche con accelerogrammi*”), la calibrazione di tale comportamento è svolta con riferimento alle risposte dinamiche globali del telaio 2D considerato, in termini di *tagliante sismico alla base-spostamento orizzontale di sommità e profilo dei massimi IDR (Interstorey-Drift-Ratio) di piano*, identificate sottoponendo il medesimo telaio ad un set di storie di accelerazione al suolo, selezionate secondo quanto indicato in uno specifico articolo scientifico (A. Deb et al. [32]). A partire dalle suddette risposte, si esegue la calibrazione dei parametri isteretici del modello costitutivo *Pinching4* [18], descrittivi il comportamento isteretico delle molle non lineari, mediante l’impiego di un algoritmo genetico. In particolare, si assume, per ogni specifico telaio 2D costituente la struttura intelaiata 3D in c.a. di riferimento (**Figura 1.4**), che tutte le molle non lineari corrispondenti siano caratterizzate dai medesimi valori dei parametri isteretici del modello costitutivo *Pinching4* [18], eseguendo, pertanto, la calibrazione di essi una sola volta. Pertanto, si definisce, attraverso un opportuno codice Python, il modello strutturale ridotto corrispondente al telaio 2D raffinato selezionato, in cui ciascuna molla, trattata mediante un elemento *zeroLength* [16], è caratterizzata da uno specifico modello costitutivo *Pinching4* [18], con i set di parametri ottimali  $ePfl \div ePd4/eNfl \div eNd4$  corrispondenti, definiti secondo quanto indicato nel par. 2.4.2 “*Calibrazione del comportamento monotonic delle molle non lineari*”, ed il set di parametri isteretici da identificare mediante l’impiego di un algoritmo genetico. Inoltre, il suddetto modello ridotto è costituito dalle medesime masse nodali e modello di smorzamento di *Rayleigh* [33], con gli stessi parametri  $\alpha$  e  $\beta$ , impiegati per l’esecuzione delle analisi time-history sul modello raffinato del telaio 2D considerato (par. 2.4.3.2 “*Analisi dinamiche con accelerogrammi*”). Ai fini della calibrazione del comportamento isteretico delle molle non lineari, si procede in modo analogo a quanto svolto nel par. 2.4.2 “*Calibrazione del comportamento monotonic delle molle non lineari*”. Nell’ambiente di programmazione Python, si sfrutta, ancora una volta, il modulo *PyGAD* [29], il quale consente l’ottimizzazione di diversi tipi di problemi mediante l’impiego di un algoritmo genetico, definito quest’ultimo attraverso la classe *pygad.GA* [30], la quale richiede un set di parametri. I parametri dell’algoritmo genetico, impiegati per la calibrazione dei parametri isteretici del modello costitutivo *Pinching4* [18], sono i seguenti:

- *num\_generations*: numero di generazioni, fissato a 20;
- *num\_parents\_mating*: numero di soluzioni da selezionare come parenti, fissato a 2;

- *sol\_per\_pop*: numero di soluzioni (i.e. cromosomi) entro la popolazione, fissato a 100;
- *num\_genes*: numero di geni nella soluzione, fissato a 19;
- *fitness\_func*: funzione/metodo che restituisce il/i valore/i fitness (*fitness value(s)* [31]), associato/i alla soluzione;
- *mutation\_num\_genes*: numero di geni da mutare, fissato a 1;
- *keep\_elitism*: parametro positivo indicante il numero di soluzioni migliori che sono conservate nella generazione successiva, fissato a 3;
- *keep\_parents*: numero di parenti da mantenere nella popolazione attuale, fissato a 2;
- *init\_range\_low*: valore più basso del range di valori random da cui i valori genetici, nella popolazione iniziale, sono selezionati, fissato a -1;
- *init\_range\_high*: valore più alto del range di valori random da cui i valori genetici, nella popolazione iniziale, sono selezionati, fissato a 1;
- *gene\_type*: termine indicante il tipo di geni (int, float, ecc.) e accompagnato da un valore numerico rappresentante la precisione del dato. Nel caso in esame, il presente termine è assegnato ad una lista di valori di tipo float, con precisione 1 (*gene\_type* = [float, 1]).

Inoltre, analogamente secondo quanto svolto nel par. 2.4.2 “*Calibrazione del comportamento monotonicamente delle molle non lineari*”, non sono stati specificati i tipi di operazione *crossover*, per i parenti, *mutazione*, per i geni, e di *selezione* dei parenti. Pertanto, anche nel presente caso, si considerano, per tali operazioni, le modalità di default (*crossover\_type* = “single\_point”, *mutation\_type* = “random”, *parent\_selection\_type* = “random”). In particolare, a differenza di quanto indicato nel paragrafo riguardante la calibrazione del comportamento monotonicamente delle molle non lineari, il termine *num\_genes* è posto pari a 19, il cui valore non corrisponde al numero totale ed effettivo di parametri isteretici del modello costitutivo *Pinching4* [18], ma, al contrario, esso risulta inferiore. La ragione di ciò risiede nell’ulteriore assunzione sui parametri isteretici (11):

- $rDispP = rDispN$ ;
- $rForceP = rForceN$ ;
- $uForceP = uForceN$ .

Pertanto, mediante tale condizione, si passa da un numero iniziale di parametri isteretici pari a 22 (par. 2.4 “*Calibrazione delle molle non lineari*”) ad un numero di parametri isteretici da calibrare pari a 19. Ai fini della calibrazione del comportamento isteretico delle molle non lineari, si eseguono delle analisi time-history sul modello ridotto corrispondente al telaio 2D raffinato considerato, impiegando lo stesso set di storie di accelerazione al suolo, utilizzato per l’esecuzione di tali analisi sul modello raffinato del telaio 2D associato (par. 2.4.3.2 “*Analisi dinamiche con accelerogrammi*”). Il set dei parametri isteretici ottimali è identificato minimizzando la seguente funzione errore (12):

$$\sum_i \delta_{\max\_ref,i} * \left( \sqrt{\sum_j IDR_{\max\_ref,j} * e_{IDR,j}^2} \right)_i \quad (12)$$



in cui l'indice  $i$  indica l' $i$ -esimo input sismico considerato nel processo di calibrazione, mentre il termine  $\delta_{\max\_ref,i}$  rappresenta il massimo spostamento orizzontale, in valore assoluto, di un nodo di controllo di sommità del telaio 2D raffinato considerato, corrispondente all'input sismico  $i$ . La quantità  $IDR_{\max\_ref,j}$  rappresenta il massimo IDR (*Interstorey-Drift-Ratio*) di piano, valutato secondo quanto indicato nel par. 2.4.3.2 “*Analisi dinamiche con accelerogrammi*”, associato al  $j$ -esimo piano e  $i$ -esimo input sismico. Infine, il termine  $e_{IDR,j}^2$  rappresenta il quadrato dell'errore relativo tra il massimo IDR di piano associato al telaio 2D raffinato considerato e quello associato al modello ridotto corrispondente, in corrispondenza del  $j$ -esimo piano (13):

$$e_{IDR,j} = \frac{IDR_{\max\_ref,j} - IDR_{\max\_red,j}}{IDR_{\max\_ref,j}} \quad (13)$$

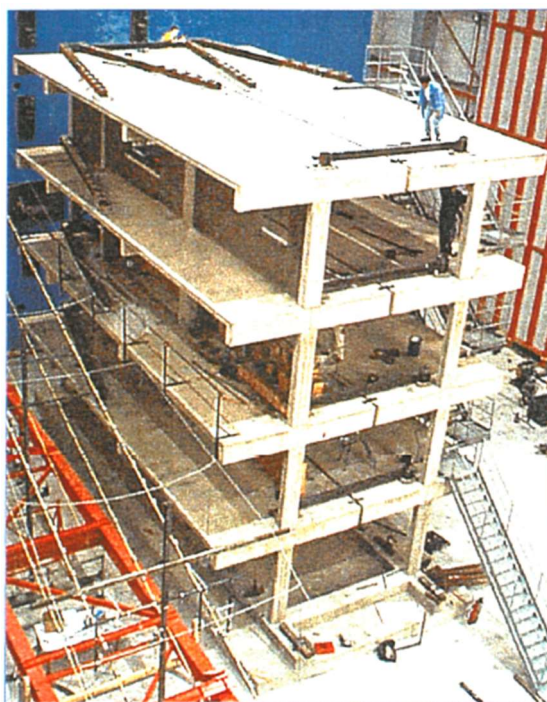
Dunque, per il generico telaio 2D selezionato, si cerca, secondo quanto menzionato in precedenza, un unico set di parametri isteretici del modello costitutivo *Pinching4* [18], tale da minimizzare l'espressione (12). Ciò è fatto, in modo analogo a quanto indicato nel par. 2.4.2 “*Calibrazione del comportamento monotono delle molle non lineari*”, mediante l'applicazione della funzione *fitness\_function* [31], richiamata dal parametro *fitness\_func* indicato in precedenza, la quale restituisce un valore pari al reciproco del termine che si ottiene applicando l'espressione (12).

### 3 Validazione del metodo di modellazione proposto

Nel presente capitolo si presenta l'applicazione del metodo di modellazione proposto ad un caso studio riguardante una struttura intelaiata piana in c.a. di quattro piani, con l'obiettivo di mettere in luce l'efficacia del modello strutturale ridotto corrispondente nel riprodurre il comportamento non lineare di tale struttura e confrontando i risultati con quelli di un modello strutturale raffinato di riferimento.

#### 3.1 Descrizione della struttura oggetto del caso studio

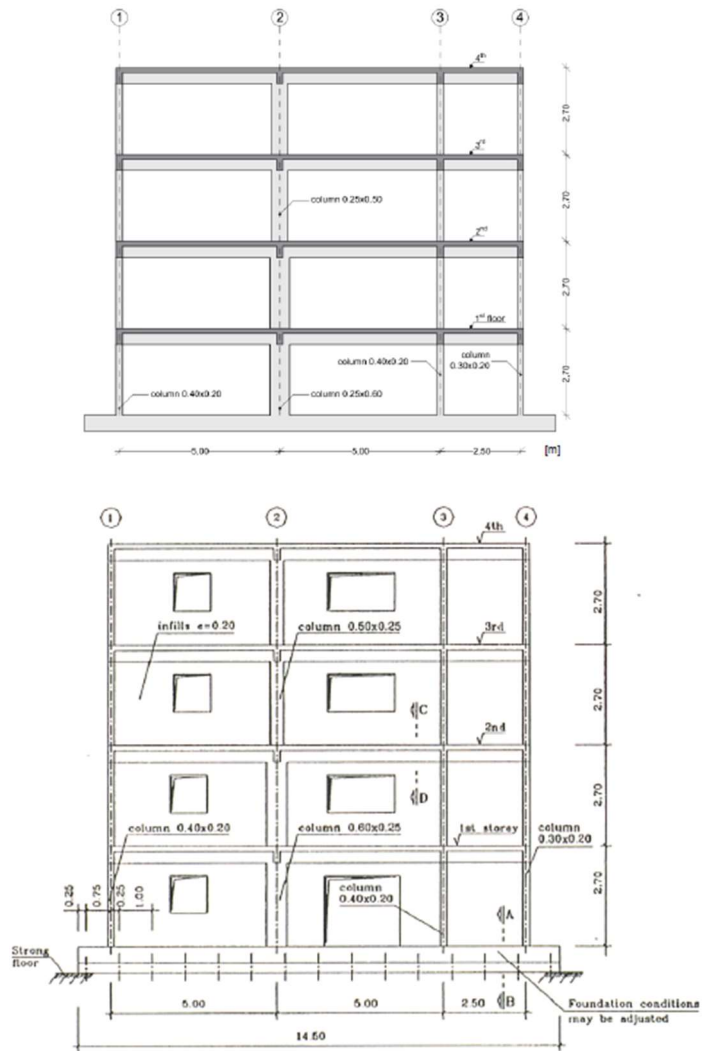
La struttura del caso studio consiste di un telaio bidimensionale in calcestruzzo armato ordinario, realizzato e analizzato, in grande scala, sulla base del programma di ricerca ICONS [40]. Nell'ambito del suddetto programma di ricerca, furono programmate ed eseguite una serie di prove sperimentali, presso il laboratorio sperimentale ELSA, nel paese di Ispra (VA, Italia), con l'obiettivo di comprendere come strutture intelaiate in c.a. rispondono sismicamente. La campagna sperimentale fu finanziata dalla Commissione Europea e riguardò principalmente l'esecuzione di analisi pseudo-dinamiche su due telai piani in c.a. (**Figura 3.1**), rappresentativi di strutture esistenti realizzate a cavallo degli anni 70' e 80', nei Paesi Sud-Europei. Tali strutture, infatti, furono progettate per resistere prevalentemente ai carichi gravitazionali, in assenza di specifici dettagli tecnici e costruttivi che un progetto sismico richiederebbe oggi giorno con le nuove normative in vigore. Pertanto, esse sono da ritenersi particolarmente vulnerabili in presenza di azioni sismiche.



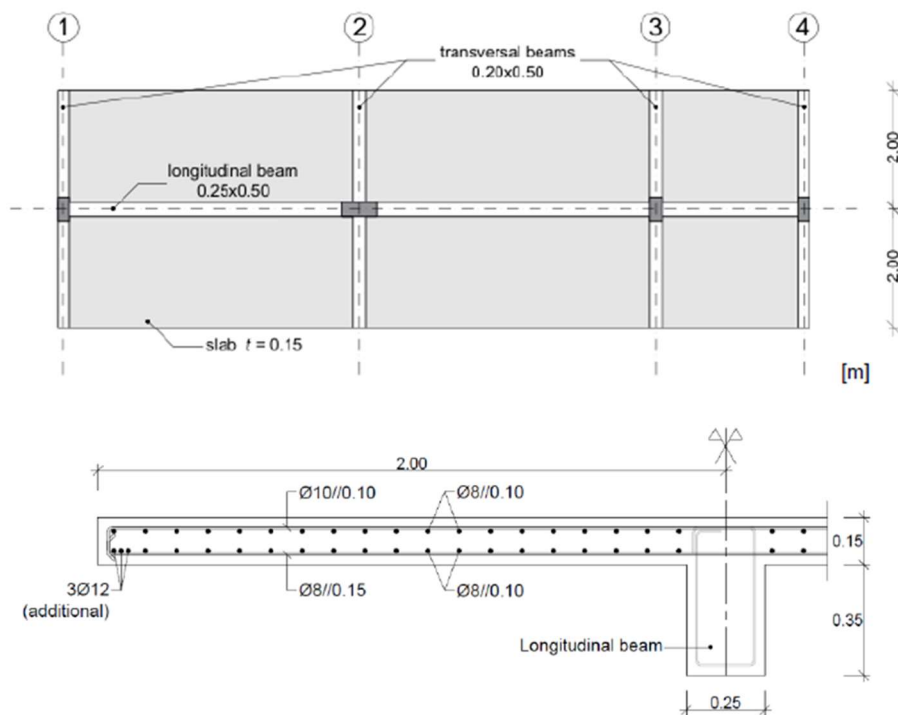
**Figura 3.1** - Visualizzazione dei due telai piani in c.a. sottoposti alle prove sperimentali del programma ICONS [40].

Nel quadro del programma di ricerca in esame, furono testati due telai identici (**Figura 3.2**), disposti parallelamente e affiancati tra di loro, come rappresentato in **Figura 3.1**, di cui uno di essi è privo di tamponature in muratura, mentre l'altro è un telaio tamponato, con la presenza di aperture in alcuni pannelli in muratura. Per mezzo di quest'ultimo telaio, fu inoltre condotto uno studio inerente all'influenza dei tamponamenti in muratura sulla risposta sismica della stessa struttura [41], affermando che la loro presenza implica un'influenza sostanziale sulla resistenza, rigidità e duttilità strutturale e che dovrebbero essere tenuti in conto nella fase di modellazione, al fine di ottenere risultati realistici. Nel presente lavoro di tesi, si focalizza l'attenzione sulla sola struttura intelaiata in c.a. priva di murature di tamponamento.

La struttura oggetto di analisi è un telaio piano in c.a. avente quattro piani e tre campate per piano, di cui due di esse hanno una luce di 5 m ed una di luce 2.5 m. L'altezza d'interpiano è di 2.70 m e ogni piano è costituito da una soletta in calcestruzzo armato, di spessore 0.15 m e larghezza complessiva 4 m, e travi (**Figura 3.3**), con caratteristiche geometriche e di armatura costanti per tutti i piani. Inoltre, la struttura è costituita da quattro pilastrate, di cui tre di esse assumono caratteristiche geometriche costanti per l'intera altezza del telaio (pilastrate 1, 3 e 4), mentre nella pilastrata di larghezza maggiore (pilastrata 2) vi è una rastremazione della sezione a livello del secondo piano.



**Figura 3.2** - Telaio in c.a. privo di tamponature (figura in alto) e in presenza di tamponature (figura in basso) [40].



**Figura 3.3** - Vista in pianta della struttura analizzata (figura in alto) e sezione trasversale del piano tipo (figura in basso) [40].

In **Figura 3.4** si mostrano i dettagli, in termini di geometria e armatura, delle travi. La travata longitudinale ha una sezione di larghezza 0.25 m e altezza 0.5 m, mentre le sezioni delle travi trasversali hanno una larghezza di 0.2 m e altezza 0.5 m. In **Figura 3.5**, invece, si riportano i dettagli geometrici e delle armature dei pilastri. Sia per le travi, longitudinali e trasversali, che per i pilastri, si impiegano barre longitudinali di diametro 12 mm e 16 mm. Per quanto concerne le armature trasversali, si impiegano staffe di diametro 8 mm con passo variabile (0.10 – 0.15 – 0.2 m), per le travi, e staffe di diametro 6 mm con passo 0.15 m per le colonne. Inoltre, secondo quanto riportato nel programma di ricerca ICONS [40], per tutti gli elementi strutturali furono impiegate armature longitudinali e trasversali sottoforma di barre lisce, con riferimento alla pratica costruttiva di diversi anni fa. Un altro aspetto legato alla pratica comune di costruzione di un tempo risiede nelle armature trasversali, in forma di staffe con ganci terminali inclinati con un angolo di 90°, contrariamente a quanto rigorosamente indicato nelle attuali Norme Tecniche per le Costruzioni 2018 [42], per strutture dissipative, in cui si prevedono ganci terminali inclinati con un angolo di 135° e prolungati per almeno 10 volte il loro diametro. Pertanto, come conseguenza, l'effetto di confinamento esercitato sul volume di calcestruzzo delimitato dalle staffe risulta penalizzato, portando il calcestruzzo stesso ad assumere dei livelli di capacità, in termini di resistenza a compressione e deformazione ultima, non nettamente pronunciati.

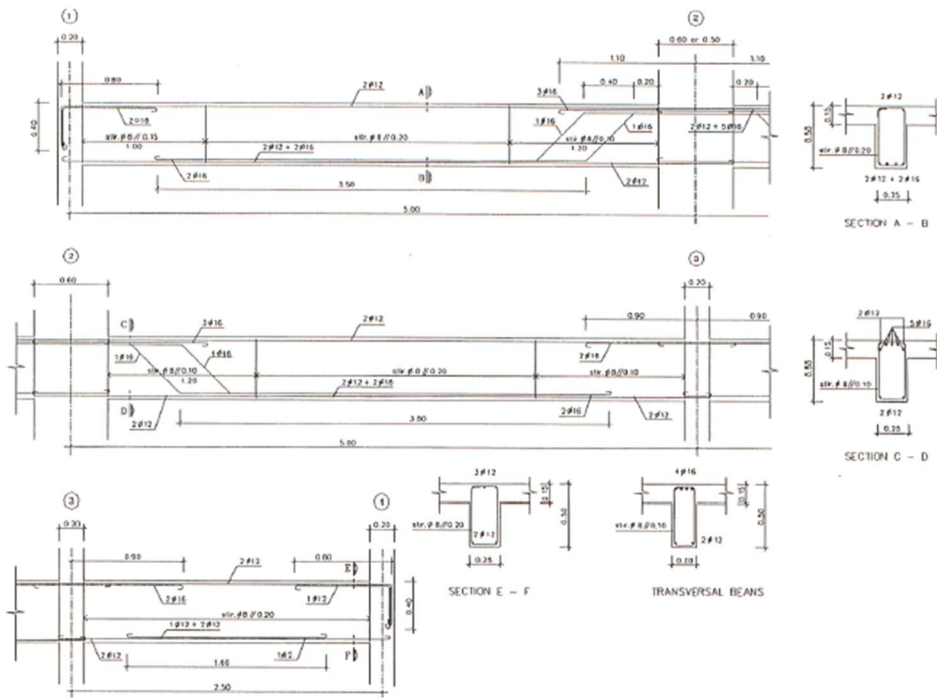


Figura 3.4 - Geometria e armature delle travi [40].

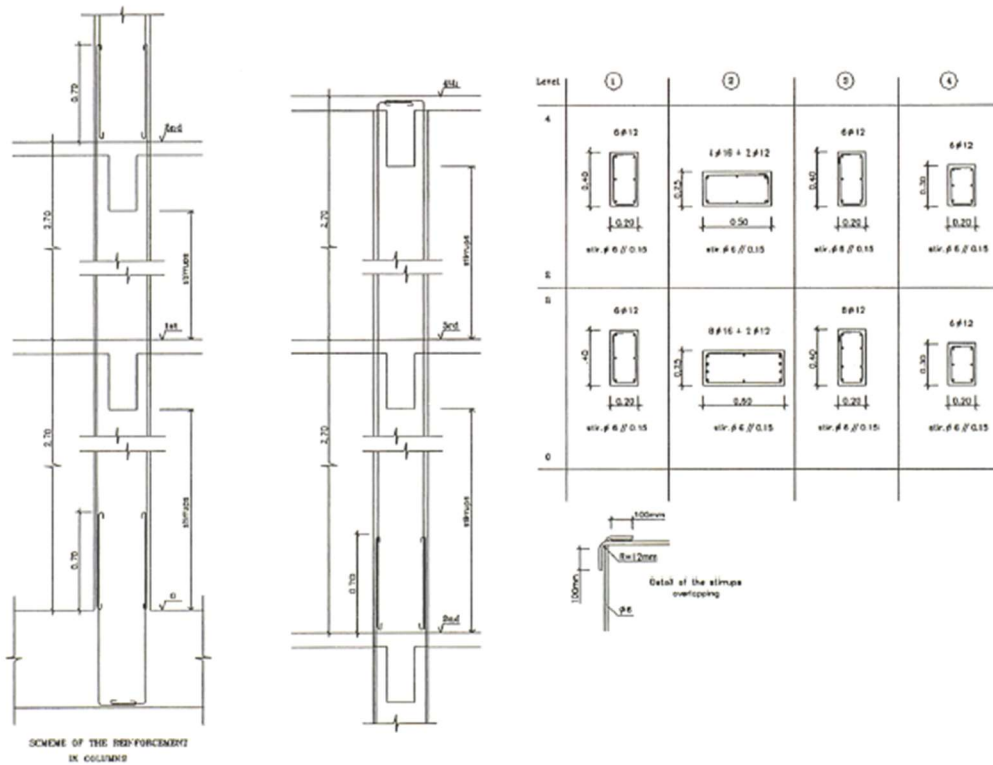


Figura 3.5 - Geometria e armature dei pilastri [40].

Per quanto concerne i materiali impiegati per la realizzazione del telaio, furono considerati, in fase di progetto, un calcestruzzo di classe di resistenza C16/20 [43] e l'acciaio d'armatura di classe FeB22k [44]. Tuttavia, in fase di costruzione, furono svolte delle prove di caratterizzazione meccanica su entrambi i materiali; per il calcestruzzo, furono condotte delle prove di resistenza a compressione monoassiale su campioni cubici di lato 150 mm e i risultati, in termini di resistenza a compressione media, sono riportati in **Tabella 3.1**, mentre per l'acciaio furono svolte delle prove di resistenza a trazione monoassiale su campioni di barre d'armatura, stimando i valori medi delle proprietà meccaniche (**Tabella 3.2**).

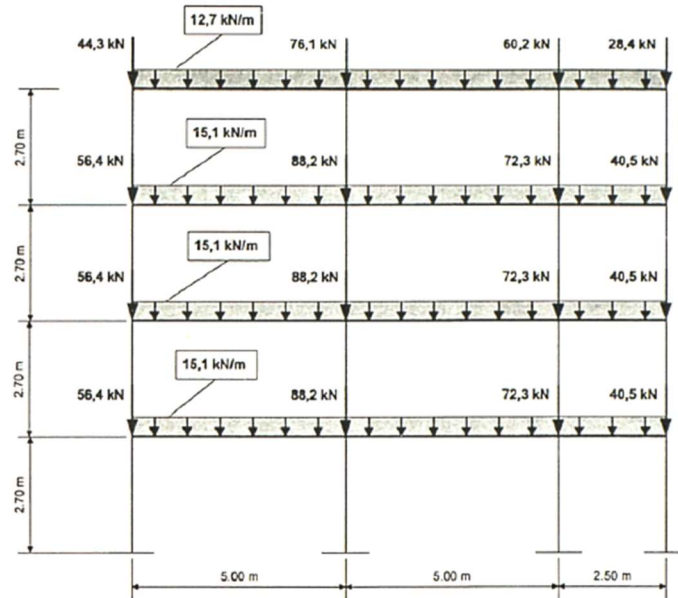
**Tabella 3.1** - Valori medi di resistenza a compressione del calcestruzzo, definiti da prove sperimentali su campioni cubici [40].

Specimen group (casting phase)		Date of casting (1999)	Compressive cubic ultimate strength (MPa) a)	Compressive cylindrical ultimate strength (MPa) b)
BF	Base foundation	11/02	31.75	---
C1	Columns 1 <sup>st</sup> floor	24/02	16.66	13.90
F1	Slab/Beams 1 <sup>st</sup> floor	17/03	13.24	16.45
C2	Columns 2 <sup>nd</sup> floor	22/03	13.78	13.80
F2	Slab/Beams 2 <sup>nd</sup> floor	06/04	18.10	17.40
C3	Columns 3 <sup>rd</sup> floor	08/04	16.50	9.20
F3	Slab/Beams 3 <sup>rd</sup> floor	20/04	21.63	17.30
C4	Columns 4 <sup>th</sup> floor	22/04	13.58	11.00
F4	Slab/Beams 4 <sup>th</sup> floor	06/05	16.98	20.17

**Tabella 3.2** - Valori medi delle proprietà meccaniche dell'acciaio, definiti da prove sperimentali su campioni di barre d'armatura [40].

Mechanical properties	Value
Elastic modulus - $E_m$	204.5 GPa
Yield stress - $f_{sym}$	343.6 MPa
Hardening strain - $\varepsilon_{shm}$	3.03 %
Tangent modulus at beginning of hardening - $E_{sh}$	2.8 GPa
Ultimate strength - $f_{sum}$	451.5 MPa
Ultimate strain - $\varepsilon_{sum}$	22.9 %

Inoltre, furono definiti i carichi gravitazionali da applicare sulla struttura, al fine di simulare la presenza del carico permanente in condizioni di esercizio, oltre al peso proprio del telaio dato dal contributo di tutti gli elementi strutturali. Tali azioni furono trattate in forma di carichi distribuiti uniformemente sulle travi longitudinali e carichi concentrati sui nodi di sommità dei pilastri (**Figura 3.6**).



**Figura 3.6** - Schema dei carichi gravitazionali [40].

Per quanto concerne la determinazione delle proprietà dinamiche della struttura oggetto di analisi, nel programma di ricerca ICONS [40] fu incluso l'esecuzione di un'analisi modale sperimentale, a monte delle analisi pseudo-dinamiche previste, con l'obiettivo di valutare sperimentalmente le forme modali e le frequenze di vibrazione associate. L'analisi modale sperimentale fu svolta, nello specifico, eccitando la struttura per mezzo di un martello impattante strumentato, che consiste in una cella di carico, di massa 5 kg, e contemporaneamente misurando la risposta strutturale mediante l'impiego di accelerometri, disposti in diversi punti. I risultati sperimentali, in termini di frequenze di vibrazione, sono riportati in **Tabella 3.3**.



**Tabella 3.3** - Risultati dell'analisi modale sperimentale eseguita sul telaio privo di tamponature [40].

<b>Modi</b>	<b>Frequenze proprie</b>	<b>Periodi propri</b>
	[Hz]	[s]
1	1.57	0.637
2	4.69	0.213
3	7.83	0.128

### **3.2 Definizione del modello strutturale raffinato**

Nel presente paragrafo si tratta la definizione di un modello strutturale raffinato agli elementi finiti, rappresentativo della struttura oggetto del caso studio, con riferimento alle informazioni riportate nel paragrafo precedente (par. 3.1 “*Descrizione della struttura oggetto del caso studio*”). Il suddetto modello è realizzato e analizzato attraverso il software di calcolo strutturale OpenSees ([8], [9]), prevedendo, in modo analogo a quanto menzionato nel par. 2.1 “*Software di calcolo strutturale*” per il modello strutturale ridotto, la scrittura di uno specifico codice Python [10], all'interno del quale si definiscono variabili scalari e vettoriali di input, accompagnate, inoltre, dall'impiego di specifici comandi il cui utilizzo richiede, inizialmente, l'importazione di apposite librerie, compresa quella di OpenSees [9], che consentono di eseguire operazioni di interesse. La definizione del modello strutturale raffinato della struttura oggetto del caso studio costituisce un punto di partenza di fondamentale importanza, ai fini della calibrazione del modello strutturale ridotto corrispondente.

#### **3.2.1 Definizione delle unità di misura e della tipologia di modello strutturale**

Prima di procedere con la scrittura del codice Python, inerente alla definizione e analisi del modello strutturale raffinato della struttura in esame, è necessario fissare sin da subito le unità di misura, ai fini dell'esecuzione delle successive analisi di interesse. A tal proposito, si decide di trattare la forza, la lunghezza e il tempo in Newton (N), millimetri (mm) e secondi (s), rispettivamente. In secondo luogo, occorre definire la tipologia di modello strutturale, in termini di numero di dimensioni e gradi di libertà; ciò è fatto applicando il comando *model* [45] di OpenSees, assegnando un numero di dimensioni

pari a 2 (modello strutturale piano) e un numero di gradi di libertà per nodo pari a 3 (due traslazioni ortogonali e una rotazione, nel piano del modello strutturale in esame).

### 3.2.2 Dati geometrici e definizione dei nodi strutturali

I dati geometrici da associare al modello raffinato, in termini di dimensioni delle sezioni trasversali degli elementi strutturali, altezza di interpiano, luci delle campate e aree delle sezioni trasversali delle barre d'armatura impiegate, sono riportati nel par. 3.1 "Descrizione della struttura oggetto del caso studio". Pertanto, si fissano i suddetti dati, mediante l'impiego di specifiche variabili. Inoltre, in aggiunta ai dati geometrici reali del problema, si considera una lunghezza fittizia di 1000 mm, la quale è impiegata per la definizione di una sezione forfetteria di dimensioni 1000x1000 mm<sup>2</sup>, da assegnare agli elementi rigidi di connessione trave-colonna, comunemente noti come *rigid links*, questi ultimi modellati secondo elementi di lunghezza finita di tipo *elasticBeamColumn* [46], a comportamento elastico lineare.

Una volta impostati i dati geometrici del problema, si procede con la definizione dei nodi costituenti il modello raffinato. In primo luogo, risulta necessario stabilire il sistema di riferimento globale del modello in esame. A tal riguardo, tale sistema di riferimento è definito con gli assi globali X e Y, contenuti nel piano del modello, e origine collocato in corrispondenza della base della pilastrata 1 della struttura intelaiata in c.a. oggetto del caso studio (**Figura 3.2**). Una volta fissato il sistema di riferimento globale, è possibile definire la posizione, nel piano X-Y, dei nodi di base e nodi trave-colonna dei piani superiori (**Figura 3.7**), con riferimento alla linea d'asse degli elementi strutturali del telaio in esame (**Figura 3.2**). Ciò è fatto applicando, per ciascun nodo, il comando *node* [47] di OpenSees, specificando il *tag* identificativo del nodo considerato, attraverso un codice numerico, e le proprie coordinate.

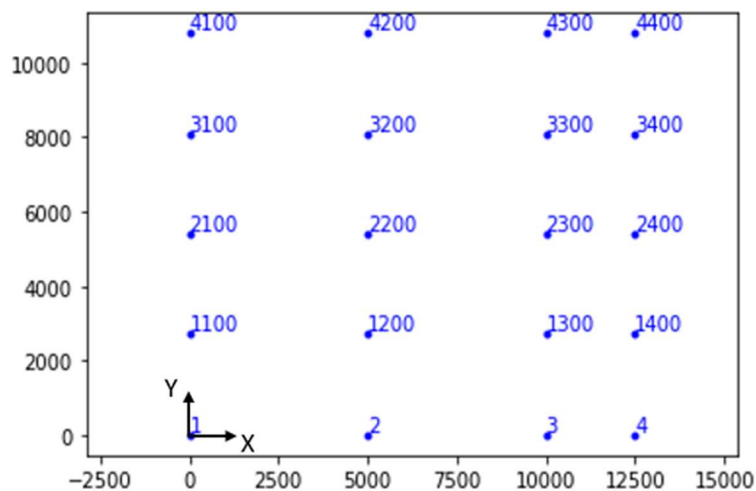


Figura 3.7 - Rappresentazione grafica dei nodi.

Inoltre, i nodi mostrati in **Figura 3.7** rappresentano i nodi principali del modello strutturale raffinato, ovvero punti che derivano dall'intersezione tra gli assi degli elementi strutturali del telaio oggetto del caso studio (**Figura 3.2**). Tuttavia, ai fini della modellazione dei collegamenti rigidi trave-colonna, risulta necessario definire, mediante il comando *node* [47] di OpenSees, anche dei nodi secondari, aventi coordinate definite in funzione dell'altezza di interpiano, luci delle travi e delle dimensioni delle sezioni trasversali degli elementi trave-colonna. Come conseguenza, ad eccezione dei nodi di base (**Figura 3.7**), ogni nodo strutturale trave-colonna appartenente ai piani superiori è considerato, dopo l'introduzione dei rigid links, come un oggetto di dimensione finita e non più nulla.

### 3.2.3 Definizione dei vincoli

Una volta definiti i nodi del modello strutturale raffinato, si applicano dei vincoli di incastro perfetto ai soli nodi di base (**Figura 3.7**). Ciò è fatto mediante il comando *fix* [48] di OpenSees, specificando, per ciascun nodo di base, il proprio *tag* identificativo e assegnando valori unitari in corrispondenza di tutti i gradi di libertà nodali.

### 3.2.4 Definizione dei materiali

Il telaio oggetto del caso studio è realizzato in calcestruzzo armato e, pertanto, occorre modellare il comportamento meccanico dei materiali acciaio e calcestruzzo. Per quanto concerne l'acciaio, si assume in fase di modellazione che esso abbia caratteristiche meccaniche costanti per tutti gli elementi della struttura. Per il calcestruzzo, invece, si definiscono due tipi di materiale, per ogni elemento strutturale:

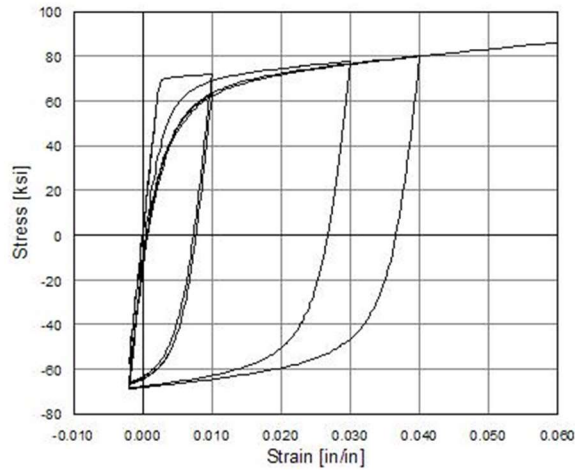
- *calcestruzzo non confinato*, rappresentativo dello strato esterno di copriferro;
- *calcestruzzo confinato*, rappresentativo della zona di calcestruzzo interna all'area delimitata dalle staffe.

Sia l'acciaio che il calcestruzzo sono trattati in forma di materiali *uniaxial* [49], ovvero materiali caratterizzati da uno specifico comportamento mono-assiale tensione-deformazione. Inoltre, oltre ai suddetti materiali, si rende necessario modellare il comportamento del materiale che costituisce i collegamenti rigidi trave-colonna.

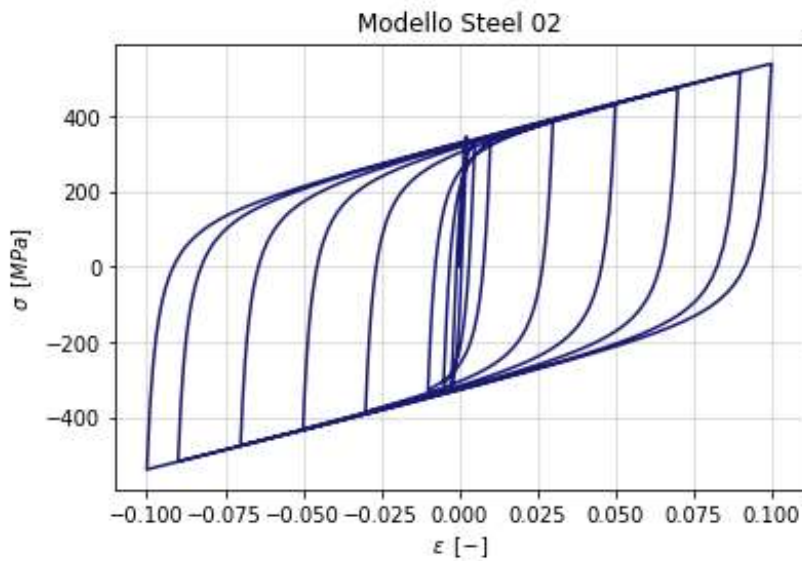
#### 3.2.4.1 Acciaio

Il comportamento meccanico dell'acciaio, costituente le barre d'armatura della struttura intelaiata in c.a. in esame, è modellato attraverso il modello costitutivo *Steel02 (Giuffre-Menegotto-Pinto)* [50] (**Figura 3.8**), il quale richiede una serie di parametri di input da specificare. Nel caso in esame, con riferimento ai dati delle proprietà meccaniche dell'acciaio riportate in **Tabella 3.2**, si specificano, nella funzione che definisce il

suddetto modello costitutivo, il *tag* identificativo dell'acciaio, la tensione di snervamento  $f_y$ , il modulo elastico  $E_0$ , il rapporto di incrudimento  $b$  (definito come il rapporto tra il modulo tangente post-snervamento e il modulo elastico), ed infine il set di parametri  $R_0$ ,  $cR1$ ,  $cR2$ , posti pari a 15, 0.925, 0.15, rispettivamente, che regolano l'isteresi dell'acciaio. In **Figura 3.9** si mostra il comportamento tensione-deformazione dell'acciaio *Steel02* (Giuffre-Menegotto-Pinto) [50], ottenuto mediante l'adozione dei parametri di input precedentemente menzionati.



**Figura 3.8** - Modello costitutivo Steel02 (Giuffre - Menegotto – Pinto) [50].



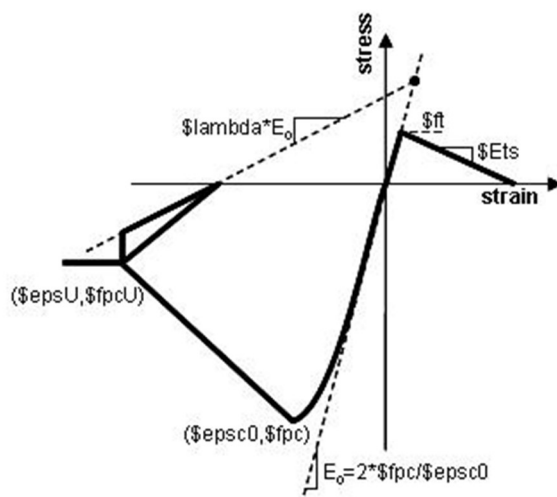
**Figura 3.9** - Diagramma tensione-deformazione dell'acciaio, definito mediante l'impiego del modello costitutivo Steel02 (Giuffre - Menegotto – Pinto) [50].

### 3.2.4.2 Calcestruzzo

Come menzionato nel par. 3.2.4 “Definizione dei materiali”, per ciascun elemento strutturale costituente la struttura oggetto del caso studio si definiscono due tipologie di calcestruzzo, ovvero il calcestruzzo non confinato e confinato. La distinzione tra i due risiede nel fatto che, in fase di modellazione, si desidera tener conto anche dell’azione di confinamento passivo esercitata dalle staffe sul volume di calcestruzzo delimitato dalle stesse. Tale calcestruzzo risulterà, per l’appunto, confinato, poiché la presenza delle staffe negli elementi strutturali è responsabile della generazione di tensioni laterali di confinamento che implicano un incremento della capacità resistente e deformativa del calcestruzzo stesso. Tuttavia, come indicato nel par. 3.1 “Descrizione della struttura oggetto del caso studio”, a causa della configurazione delle staffe all’interno degli elementi strutturali, con ganci terminali inclinati con un angolo di 90°, l’effetto di confinamento è penalizzato. Tale penalizzazione è tenuta in conto nella fase di modellazione del comportamento meccanico del calcestruzzo confinato costituente ciascun elemento strutturale.

#### 3.2.4.2.1 Calcestruzzo non confinato

Lo strato esterno di copriferro di tutti gli elementi strutturali del telaio in esame è costituito da un calcestruzzo non confinato, poiché esso non risente dell’influenza dell’effetto di confinamento. Il comportamento meccanico del calcestruzzo non confinato è modellato attraverso il modello costitutivo *Concrete02 (Kent-Scott-Park)* [51] (**Figura 3.10**), il quale richiede una serie di parametri di input da specificare. Tuttavia, con riferimento ai dati di resistenza media a compressione del calcestruzzo riportati in **Tabella 3.1**, si definisce, mediante il modello costitutivo in esame, uno specifico calcestruzzo non confinato per ogni gruppo di elementi strutturali riportato nella stessa tabella, ad eccezione del gruppo relativo alla fondazione di base. Pertanto, per ogni gruppo di elementi strutturali di interesse, si applica il modello costitutivo *Concrete02 (Kent-Scott-Park)* [51], specificando il *tag* identificativo del materiale corrispondente, la resistenza cilindrica a compressione di picco  $f_{pc}$  (**Tabella 3.1**), la deformazione corrispondente alla resistenza a compressione di picco  $\epsilon_{c0}$ , la resistenza a compressione cilindrica residua  $f_{pcu}$ , la deformazione corrispondente alla resistenza a compressione residua  $\epsilon_{cu}$ , il rapporto tra la pendenza del tratto di scarico, in corrispondenza di  $\epsilon_{cu}$ , e la pendenza del tratto pre-picco (**Figura 3.10**), indicato con il termine *lambda*, la resistenza a trazione  $f_i$  e, infine, il termine  $E_{ts}$ , il quale rappresenta la pendenza del tratto softening lineare, caratterizzante il comportamento a trazione del calcestruzzo (**Figura 3.10**).



**Figura 3.10** - Modello costitutivo Concrete02 (Kent – Scott - Park) [51].

Un aspetto di fondamentale importanza riguarda il segno dei parametri precedentemente menzionati. I parametri che descrivono il comportamento a compressione del calcestruzzo devono essere definiti con il segno negativo, mentre i parametri caratterizzanti il comportamento a trazione devono essere espressi in forma di valori positivi.

Per ogni gruppo di elementi strutturali di interesse (**Tabella 3.1**), la deformazione corrispondente alla resistenza a compressione di picco  $\epsilon_{c0}$  è valutata applicando le seguenti espressioni ((14), (15)):

$$\epsilon_{c0} = \frac{f_{pc}}{E_t/\alpha} \quad [52] \quad (14)$$

$$E_t = 22000 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{\frac{1}{3}} \quad [43] \quad (15)$$

Il coefficiente  $\alpha$  che compare nell'espressione (14) nasce in virtù del fatto che il tratto pre-picco, rappresentato in **Figura 3.10**, assume un andamento parabolico. Per tale motivo, si ha la necessità di valutare il modulo elastico secante al picco di resistenza, il quale risulta diverso dal modulo elastico tangente all'origine, valutato quest'ultimo secondo l'espressione (15). Pertanto, si assume come ipotesi un rapporto tra il modulo elastico tangente all'origine e modulo secante al picco di resistenza, indicato con il parametro  $\alpha$ , pari a 2.

Per quanto concerne la resistenza a compressione residua  $f_{pcu}$ , essa è definita, per ogni gruppo di elementi strutturali, come il 20% del valore di resistenza a compressione di picco del calcestruzzo. Invece, la valutazione della deformazione corrispondente alla resistenza a compressione residua  $\epsilon_{cu}$  è svolta mediante un'operazione di interpolazione lineare lungo il tratto lineare di softening a compressione, mostrato in **Figura 3.10**. A tal riguardo, al fine di identificare la pendenza di tale tratto softening, si fa riferimento ad una deformazione corrispondente al raggiungimento dell'85% della resistenza a compressione di picco, lungo il medesimo tratto. In accordo al modello costitutivo di

Ratzi & Saatchioglou (1992) [53], che idealizza il comportamento tensione-deformazione del calcestruzzo confinato, la deformazione di riferimento appena menzionata è indicata come  $\varepsilon_{c,85}$  e assume il valore 0.0038. Sulla base di tale valore di deformazione, è possibile definire, per ogni gruppo di elementi strutturali, la deformazione ultima  $\varepsilon_{cu}$  del calcestruzzo non confinato come indicato di seguito (16):

$$\varepsilon_{cu} = 5.33(\varepsilon_{c,85} - \varepsilon_{c0}) + \varepsilon_{c0} \quad (16)$$

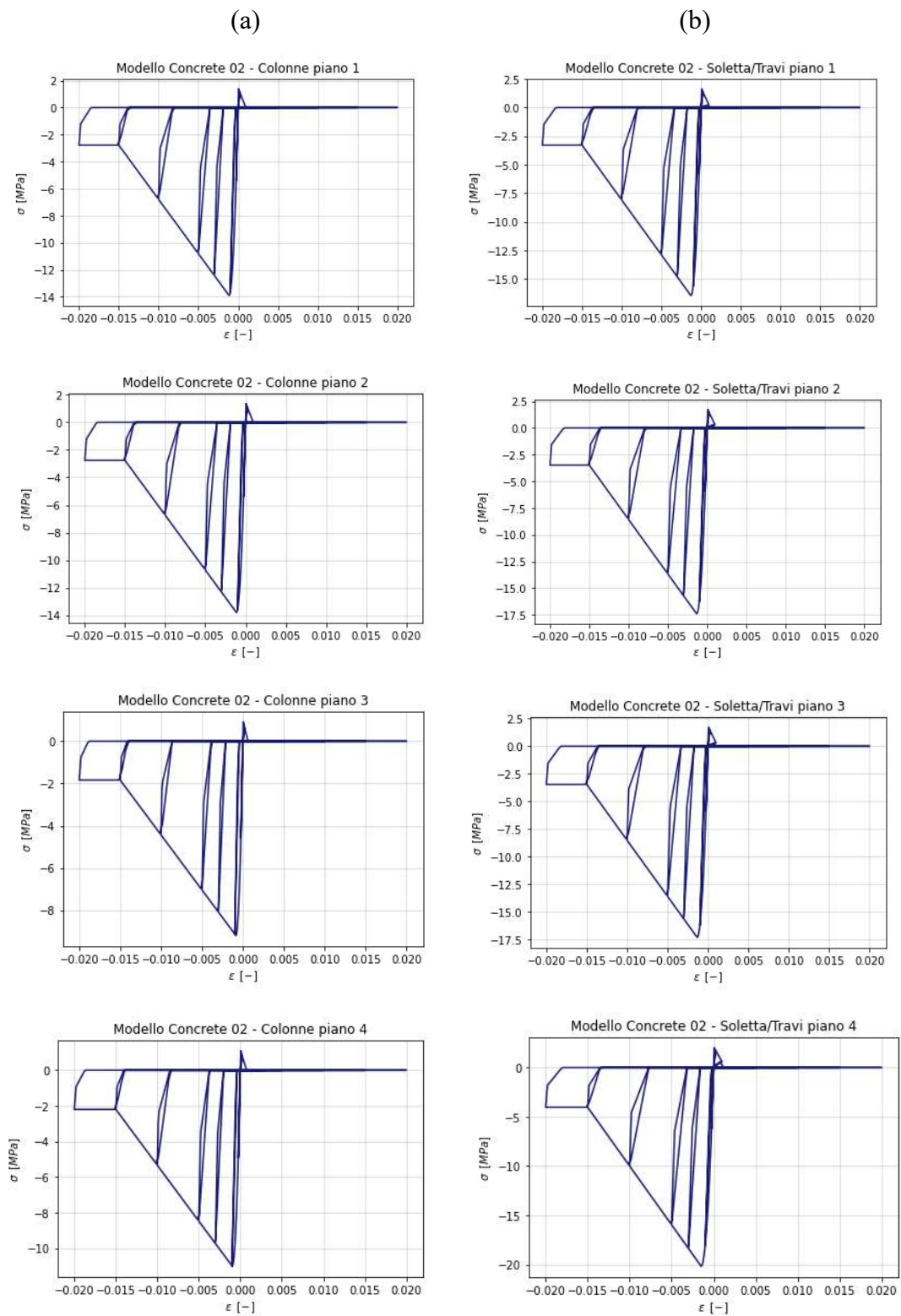
Inoltre, applicando l'espressione (16) per tutti i gruppi degli elementi strutturali in esame, si ottengono dei valori di deformazione ultima che oscillano attorno ad un valor medio di deformazione pari a 0.015. Pertanto, si sceglie di considerare tale valor medio di deformazione ultima per tutti gli elementi della struttura.

In definitiva, i parametri  $\lambda$ ,  $f_t$  e  $E_{ts}$  sono assunti, per ogni gruppo di elementi strutturali, pari a 0.10,  $f_{pc}/10$  e 1500 MPa, rispettivamente. In **Tabella 3.4** sono riportati i valori numerici dei parametri che permettono la definizione del modello costitutivo *Concrete02 (Kent-Scott-Park)* [51] del calcestruzzo non confinato, per tutti i gruppi di elementi strutturali.

**Tabella 3.4** - Valori dei parametri del modello costitutivo Concrete02 (Kent – Scott – Park) [51] del calcestruzzo non confinato, per tutti i gruppi di elementi strutturali

Elementi	$f_{pc}$	$\varepsilon_{c0}$	$f_{pcu}$	$\varepsilon_{cu}$	$\lambda$	$f_t$	$E_{ts}$
	[MPa]	[-]	[MPa]	[-]	[-]	[MPa]	[MPa]
Colonne piano 1	-13.90	0.001145	-2.78	-0.015	0.10	1.39	1500
Soletta/Travi piano 1	-16.45	0.001288	-3.29	-0.015	0.10	1.65	1500
Colonne piano 2	-13.80	0.001139	-2.76	-0.015	0.10	1.38	1500
Soletta/Travi piano 2	-17.40	0.00134	-3.48	-0.015	0.10	1.74	1500
Colonne piano 3	-9.20	0.000858	-1.84	-0.015	0.10	0.92	1500
Soletta/Travi piano 3	-17.30	0.001334	-3.46	-0.015	0.10	1.73	1500
Colonne piano 4	-11.00	0.000972	-2.20	-0.015	0.10	1.10	1500
Soletta/Travi piano 4	-20.17	0.001486	-4.03	-0.015	0.10	2.02	1500

In **Figura 3.11** si mostrano graficamente i legami costitutivi tensione - deformazione del calcestruzzo non confinato, associati ai singoli gruppi di elementi.



**Figura 3.11** - Diagrammi tensione-deformazione del calcestruzzo non confinato, per le (a) colonne e per le (b) solette/travi, definiti mediante l'impiego del modello costitutivo Concrete02 (Kent – Scott – Park) [51].



### 3.2.4.2.2 Calcestruzzo confinato

Ai fini della modellazione del comportamento meccanico del calcestruzzo confinato, il quale costituisce la zona di calcestruzzo interna all'area delimitata dalle staffe, presenti in tutti gli elementi strutturali, si fa riferimento al modello costitutivo *Concrete02* (*Kent – Scott – Park*) [51], trattato nel paragrafo precedente (par. 3.2.4.2.1 “*Calcestruzzo non confinato*”). A differenza di quanto svolto per il calcestruzzo non confinato, in relazione al calcestruzzo confinato si ha la necessità di affrontare il problema della definizione dei parametri del modello costitutivo in esame in modo specifico per ogni singolo elemento strutturale. Infatti, le caratteristiche geometriche, proprietà del calcestruzzo non confinato di base e caratteristiche delle armature, nei riguardi di tutte le colonne e le travi della struttura oggetto del caso studio, non sono costanti (**Figure 3.4 e 3.5**).

Pertanto, si fa una distinzione tra il calcestruzzo confinato che costituisce le colonne e quello costituente le travi. In entrambi i casi, secondo quanto menzionato nel par. 3.4.2 “*Calcestruzzo*”, si deve tener conto della penalizzazione dell'efficacia del confinamento.

#### 3.2.4.2.2.1 Calcestruzzo confinato delle colonne

Secondo quanto menzionato nel par. 3.1 “*Descrizione della struttura oggetto del caso studio*”, il telaio in esame è costituito da quattro pilastrate, di cui tre di esse assumono caratteristiche geometriche costanti per l'intera altezza del telaio (pilastrate 1, 3 e 4), mentre nella pilastrata di larghezza maggiore (pilastrata 2) vi è una rastremazione della sezione a livello del secondo piano (**Figura 3.2**). Inoltre, come mostrato in **Figura 3.5**, ad ogni colonna è associata una specifica disposizione delle armature longitudinali e tutte le colonne presentano la medesima quantità di armatura trasversale, in forma di staffe  $\varnothing 6/150$  mm.

In primo luogo, si assegna, ad ogni singola colonna, il *tag* identificativo corrispondente, attraverso un codice numerico, il quale è sfruttato successivamente in fase di modellazione (**Figura 3.12**).

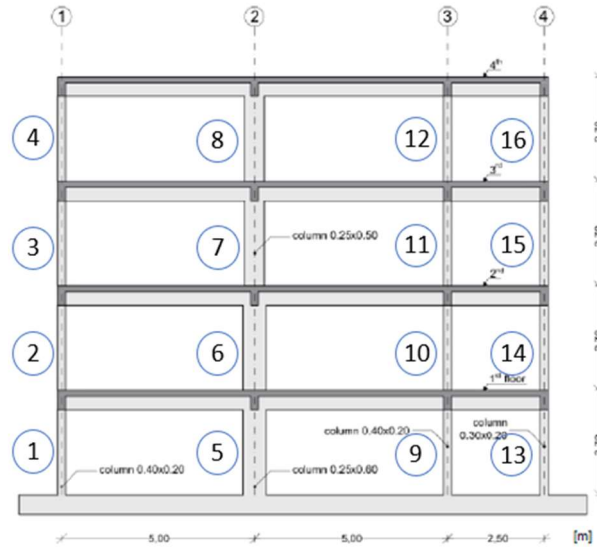


Figura 3.12 - Schema di numerazione delle colonne [40].

In secondo luogo, si analizzano le caratteristiche delle colonne del telaio in esame, con l'obiettivo di individuare, per ciascuna di esse, i parametri del modello costitutivo *Concrete02* (*Kent - Scott - Park*) [51], da impiegare ai fini della modellazione del comportamento meccanico del calcestruzzo confinato. A tal riguardo, si fa riferimento alle espressioni che definiscono i parametri del modello costitutivo di *Ratzi & Saatchioglu* (1992) [53] (Figura 3.13).

$$f_{le} = \frac{f_{lex}h_0 + f_{ley}b_0}{h_0 + b_0}$$

$$f_{lex} = k_{2x}f_{lx}; \quad k_{2x} = 0.26 \sqrt{\left(\frac{h_0}{s}\right)\left(\frac{h_0}{h_i}\right)\left(\frac{1}{f_{lx}}\right)}; \quad f_{lx} = \frac{\sum A_{sx}f_y}{h_0s} = \rho_{sx}f_y$$

$$f_{ley} = k_{2y}f_{ly}; \quad k_{2y} = 0.26 \sqrt{\left(\frac{b_0}{s}\right)\left(\frac{b_0}{b_i}\right)\left(\frac{1}{f_{ly}}\right)}; \quad f_{ly} = \frac{\sum A_{sy}f_x}{b_0s} = \rho_{sy}f_x$$

$$f_{cc} = f_{c0} + k_1 f_{le}$$

**Resistenza di picco**

**Deformazione di picco**

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{c0} \cdot (1 + 5 \cdot K)$$

$$k = 6.7 (f_{le})^{-0.17}$$

$$K = \frac{k_1 f_{le}}{f_{c0}} = \frac{f_{cc} - f_{c0}}{f_{c0}}$$

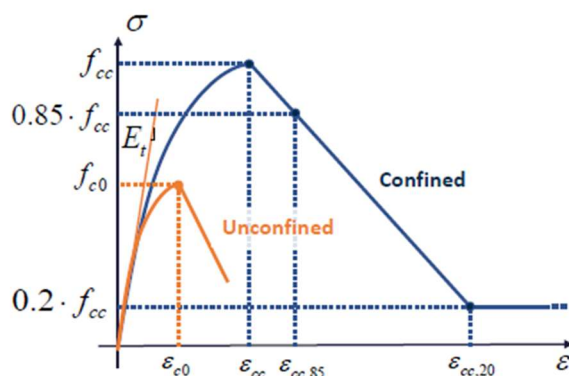
**Deformazione post-picco**

$$\varepsilon_{cc,85} = \varepsilon_{c,85} + 260 \cdot \rho_{st} \cdot \varepsilon_{cc}$$

$$\varepsilon_{c85} = 0.0038 \quad \rho_{st} = \frac{nA_{sx} + nA_{sy}}{s(b_0 + h_0)}$$

Figura 3.13 - Parametri del modello costitutivo di Ratzi & Saatchioglu (1992) [53].

Le espressioni contornate in rosso e riportate in **Figura 3.13** permettono di definire, rispettivamente, la resistenza di picco  $f_{cc}$ , la deformazione di picco  $\varepsilon_{cc}$  e la deformazione post-picco  $\varepsilon_{cc,85}$  del calcestruzzo confinato; quest'ultima corrispondente al raggiungimento dell'85% della resistenza a compressione di picco,  $f_{cc}$ , lungo il tratto di softening. Tali quantità, sulla base delle proprietà meccaniche del calcestruzzo non confinato di base, caratteristiche geometriche della sezione e proprietà geometriche e meccaniche dell'armatura di confinamento, danno luogo alla definizione di un modello costitutivo *parabola-lineare-costante* [52], il quale idealizza il comportamento meccanico del calcestruzzo confinato (**Figura 3.14**).



**Figura 3.14** - Modello costitutivo di Ratzl & Saatchioglou (1992) [52].

Tuttavia, occorre tenere in conto della penalizzazione del livello di confinamento esercitato dalle staffe, presenti all'interno delle colonne. A tal fine, si applica, in modo fittizio, un coefficiente riduttivo  $\alpha$  ( $\leq 1$ ) al secondo addendo dell'espressione di  $f_{cc}$  (**Figura 3.13**). In questo modo, si considera una resistenza di picco del calcestruzzo confinato ridotta (17):

$$f'_{cc} = f_{c0} + \alpha k_1 f_{le} \quad (17)$$

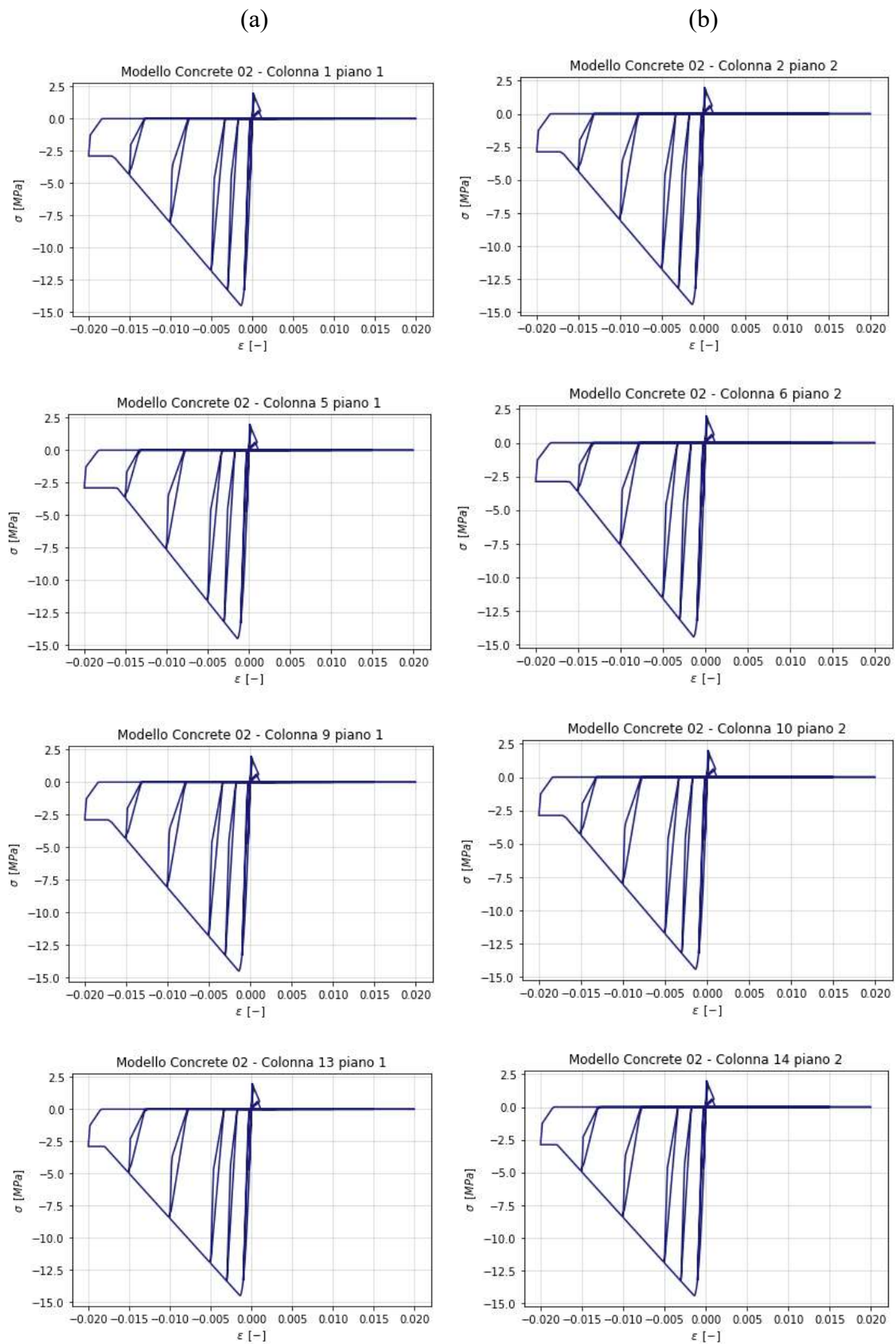
Pertanto, ai fini della definizione dei parametri meccanici richiesti dal modello costitutivo *Concrete02 (Kent – Scott – Park)* [51], si applicano le espressioni riportate in **Figura 3.13**, tenendo in conto della riduzione della resistenza di picco secondo l'espressione (17) e assumendo un coefficiente  $\alpha = 0.3$  per tutte le colonne. Inoltre, in modo analogo a quanto svolto per il calcestruzzo non confinato, anche per il calcestruzzo confinato si valuta la deformazione ultima ( $\varepsilon_{cc,20}$ , **Figura 3.14**) in funzione della deformazione di picco,  $\varepsilon_{cc}$ , e deformazione post-picco,  $\varepsilon_{cc,85}$ , analogamente secondo l'espressione (16). In definitiva, per ciascuna colonna del telaio oggetto del caso studio, i parametri  $\lambda$ ,  $f_t$  e  $E_{ts}$  sono assunti pari a 0.10, 2 MPa e 1500 MPa, rispettivamente.

In **Tabella 3.5** sono riportati i valori dei parametri che permettono la definizione del modello costitutivo *Concrete02 (Kent – Scott – Park)* [51] del calcestruzzo confinato, per tutte le colonne del telaio in esame.

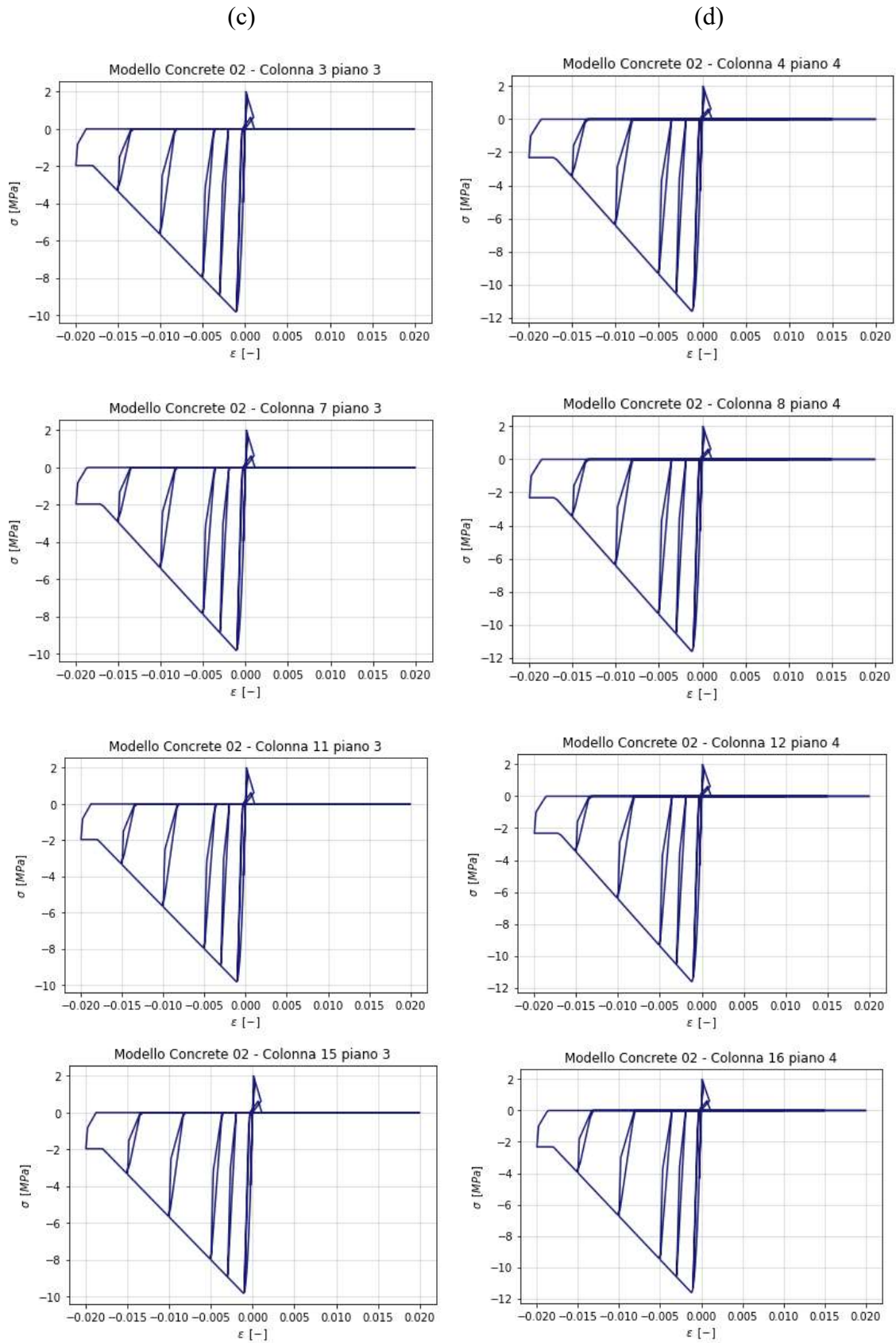
**Tabella 3.5** - Valori dei parametri del modello costitutivo Concrete02 (Kent – Scott – Park) [51] del calcestruzzo confinato, per le colonne del telaio oggetto del caso studio.

Piano	Colonna	$f_{pc}$ [MPa]	$\epsilon_{c0}$ [-]	$f_{pcu}$ [MPa]	$\epsilon_{cu}$ [-]	$lambda$ [-]	$ft$ [MPa]	$E_{ts}$ [MPa]
1	1	-14.52	- 0.0014	-2.90	-0.017	0.10	2.0	1500
	5	-14.50	- 0.0014	-2.90	-0.017	0.10	2.0	1500
	9	-14.52	- 0.0014	-2.90	-0.017	0.10	2.0	1500
	13	-14.52	- 0.0014	-2.90	-0.017	0.10	2.0	1500
2	2	-14.42	- 0.0014	-2.88	-0.017	0.10	2.0	1500
	6	-14.40	- 0.0014	-2.88	-0.016	0.10	2.0	1500
	10	-14.42	- 0.0014	-2.88	-0.017	0.10	2.0	1500
	14	-14.42	- 0.0014	-2.88	-0.018	0.10	2.0	1500
3	3	-9.82	- 0.0011	-1.96	-0.018	0.10	2.0	1500
	7	-9.82	- 0.0011	-1.96	-0.017	0.10	2.0	1500
	11	-9.82	- 0.0011	-1.96	-0.018	0.10	2.0	1500
	15	-9.82	- 0.0011	-1.96	-0.018	0.10	2.0	1500
4	4	-11.62	- 0.0012	-2.32	-0.017	0.10	2.0	1500
	8	-11.62	- 0.0012	-2.32	-0.017	0.10	2.0	1500
	12	-11.62	- 0.0012	-2.32	-0.017	0.10	2.0	1500
	16	-11.62	- 0.0012	-2.32	-0.018	0.10	2.0	1500

Nelle **Figure 3.15** e **3.16** si mostrano graficamente i legami costitutivi tensione - deformazione del calcestruzzo confinato, associati alle singole colonne del telaio in esame.



**Figura 3.15** - Diagrammi tensione-deformazione del calcestruzzo confinato, per le colonne del (a) primo piano e colonne del (b) secondo piano, definiti mediante l'impiego del modello costitutivo Concrete02 (Kent – Scott – Park) [51].



**Figura 3.16** - Diagrammi tensione-deformazione del calcestruzzo confinato, per le colonne del (a) terzo piano e colonne del (d) quarto piano, definiti mediante l'impiego del modello Concrete02 (Kent – Scott – Park) [51].

### 3.2.4.2.2 Calcestruzzo confinato delle travi

Per quanto concerne le travi del telaio in esame, il comportamento meccanico del calcestruzzo confinato è trattato, ancora una volta, secondo il modello costitutivo *Concrete02 (Kent – Scott – Park)* [51]. A tal proposito, ai fini della definizione dei parametri di input richiesti dal suddetto modello costitutivo, si fa riferimento alle espressioni del modello costitutivo di *Ratzi & Saatchioglu (1992)* [53], riportate in **Figura 3.13**. Nello specifico, in modo analogo a quanto svolto per le colonne della struttura intelaiata oggetto del caso studio (par. 3.2.4.2.2.1 “*Calcestruzzo confinato delle colonne*”), anche per le travi si considera una resistenza di picco del calcestruzzo confinato ridotta, valutata secondo l’espressione (17) e assumendo ugualmente un coefficiente di riduzione dell’efficacia del confinamento  $\alpha = 0.3$ . Inoltre, la valutazione della deformazione ultima confinata  $\epsilon_{cc,20}$ , corrispondente alla resistenza residua confinata  $f_{cc,20}$  (**Figura 3.14**), è svolta secondo quanto menzionato nel par. 3.2.4.2.1 “*Calcestruzzo non confinato*”. In definitiva, per le travi della telaio oggetto del caso studio, si considerano i medesimi valori dei parametri  $\lambda$ ,  $f_t$  e  $E_{ts}$ , riportati in **Tabella 3.5**.

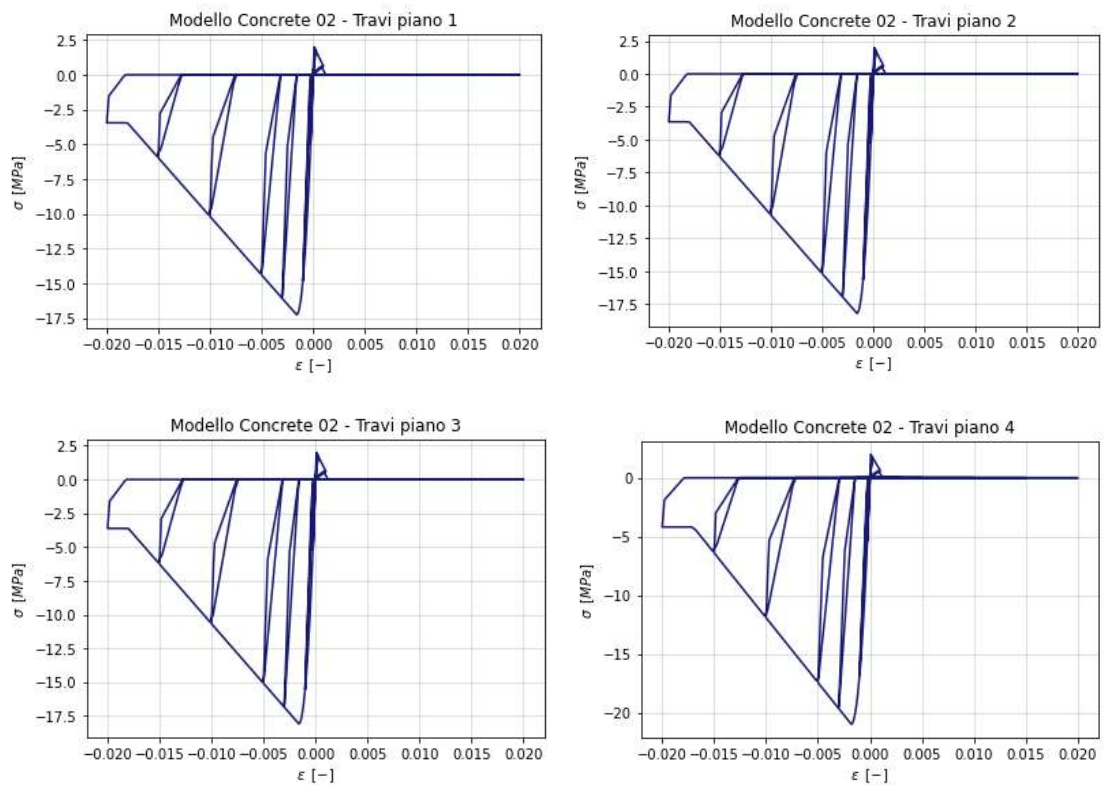
In particolare, per semplicità di modellazione, si sceglie di definire uno specifico modello costitutivo del calcestruzzo confinato, da assegnare a tutte e tre le campate di ciascun piano della struttura in esame (**Figura 3.2**), definito in funzione delle loro caratteristiche geometriche e delle armature presenti. Nello specifico, in fase di modellazione, poiché le travi presentano diverse disposizioni delle armature longitudinali e trasversali (**Figura 3.4**) lungo il loro sviluppo, si assume, per semplicità, che tutte le campate del telaio siano caratterizzate dalla medesima sezione trasversale, di dimensioni  $250 \times 500 \text{ mm}^2$ , con armatura longitudinale superiore, costituita da  $5\text{Ø}16$ , e inferiore, costituita da  $2\text{Ø}16$ . Inoltre, seppur il passo delle staffe, di diametro 8 mm, presenti all’interno delle campate, è variabile (0.10 m – 0.15 m – 0.20 m, **Figura 3.4**), ai fini della modellazione si ammette un quantitativo di armatura trasversale costante per tutte le campate del telaio in esame, in forma di staffe  $\text{Ø}8/150 \text{ mm}$ . Sulla base di quanto appena menzionato, è possibile definire, per tutte le campate di ciascun piano, uno specifico modello costitutivo del calcestruzzo confinato, tenendo in considerazione il fatto che le proprietà del calcestruzzo non confinato di base risultano diverse per tutti i piani della struttura (**Tabella 3.4**).

In **Tabella 3.6** sono riportati i valori dei parametri che permettono la definizione del modello costitutivo *Concrete02 (Kent – Scott – Park)* [51] del calcestruzzo confinato, per tutte le travi del telaio in esame.

**Tabella 3.6** - Valori dei parametri del modello costitutivo Concrete02 (Kent – Scott – Park) [51] del calcestruzzo confinato, per le colonne del telaio oggetto del caso studio.

Elementi	$f_{pc}$	$\epsilon_{c0}$	$f_{pcu}$	$\epsilon_{cu}$	$\lambda$	$f_t$	$E_{ts}$
	[MPa]	[-]	[MPa]	[-]	[-]	[MPa]	[MPa]
Travi piano 1	-17.24	-0.0016	-3.45	-0.018	0.10	2.0	1500
Travi piano 2	-18.19	-0.0016	-3.64	-0.018	0.10	2.0	1500
Travi piano 3	-18.09	-0.0016	-3.62	-0.018	0.10	2.0	1500
Travi piano 4	-20.96	-0.0018	-4.19	-0.017	0.10	2.0	1500

In **Figura 3.17** si mostrano graficamente i legami costitutivi tensione - deformazione del calcestruzzo confinato, associati alle travi del telaio in esame.

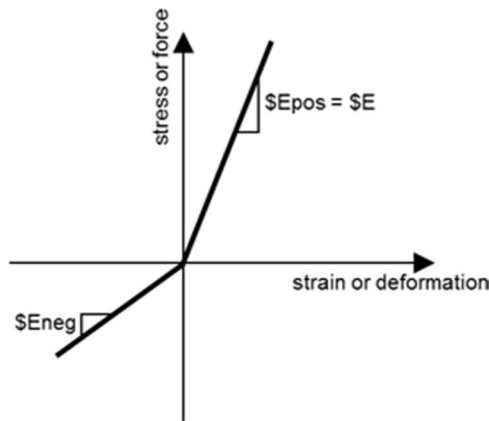


**Figura 3.17** - Diagrammi tensione-deformazione del calcestruzzo confinato per le travi, definiti mediante l'impiego del modello Concrete02 (Kent – Scott – Park) [51].

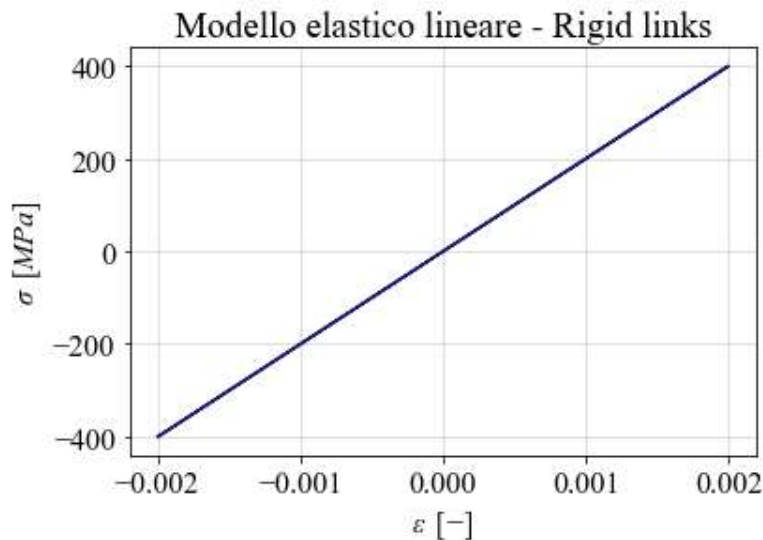


### 3.2.4.3 Materiale costituente i collegamenti rigidi trave-colonna

Secondo quanto menzionato nel par. 3.2.2 “*Dati geometrici e definizione dei nodi strutturali*”, il comportamento meccanico del materiale costituente i collegamenti rigidi trave-colonna è considerato di tipo elastico-lineare. Pertanto, si definisce un materiale di tipo *Elastic* [54] (**Figura 3.18**), assegnando a quest’ultimo un modulo elastico  $E$  dello stesso ordine di grandezza di quello dell’acciaio costituente le barre d’armatura della struttura oggetto del caso studio (**Tabella 3.2**). In **Figura 3.19** si mostra il diagramma tensione-deformazione del materiale costituente tutti i collegamenti rigidi trave-colonna del modello raffinato, considerando un modulo elastico pari a 200000 MPa.



**Figura 3.18** - Modello costitutivo elastico-lineare [54].



**Figura 3.19** - Diagramma tensione-deformazione del materiale costituente i collegamenti rigidi trave-colonna, definito mediante l’impiego del modello costitutivo elastico-lineare [54].

### 3.2.5 Definizione delle sezioni

Una volta definiti i materiali necessari per la modellazione (par 3.2.4 “Definizione dei materiali”), si procede con la definizione delle sezioni trasversali di tutti gli elementi strutturali costituenti il telaio in c.a. oggetto del caso studio. A tal riguardo, secondo quanto indicato nella parte introduttiva del presente lavoro di tesi, il modello strutturale raffinato del telaio bidimensionale in esame è trattato in forma di modello *a fibre* [20], in cui ogni sezione in c.a. risulta discretizzata attraverso degli elementi, o fibre, aventi dimensione finita e assegnando a questi ultimi specifici legami costitutivi non lineari tensione-deformazione (**Figura 3.20**).

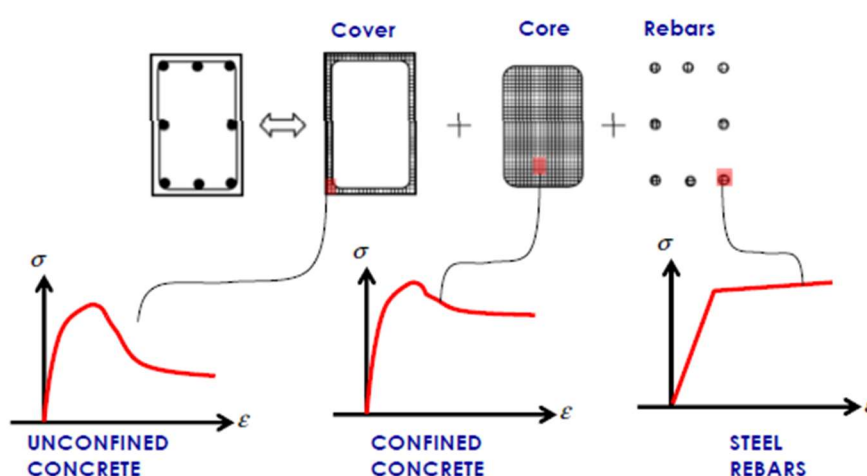


Figura 3.20 - Sezioni in c.a. a fibre [20].

Questo tipo di approccio di modellazione delle sezioni, come menzionato nel par. 2.4.1.1 “Cenni di analisi statica non lineare (analisi Pushover)”, permette di trattare l’eventuale plasticità di un generico elemento strutturale in forma di *plasticità distribuita* [20], la quale può avvenire in qualsiasi punto dell’elemento stesso, senza la necessità di pre-calibrare le cerniere plastiche, attraverso le quali, contrariamente, si idealizza il comportamento non lineare in specifiche sezioni dell’elemento strutturale, assegnate dall’utente; in tal caso, si parla, invece, di *plasticità concentrata* [20]. In particolare, per mezzo di tale approccio di modellazione, la sezione in c.a. può assumere qualsiasi forma e la sua risposta dipende dallo stato tensionale agente e dalla risposta del materiale costituente ciascuna fibra. Dunque, gli elementi strutturali in c.a. del telaio in esame sono modellati mediante elementi a fibre di tipo *nonlinearBeamColumn* [55], caratterizzati da uno specifico numero di *sezioni di controllo*, attraverso cui sarà possibile allocare la posizione della plasticità mediante un’interpolazione della risposta tra due sezioni di controllo adiacenti.

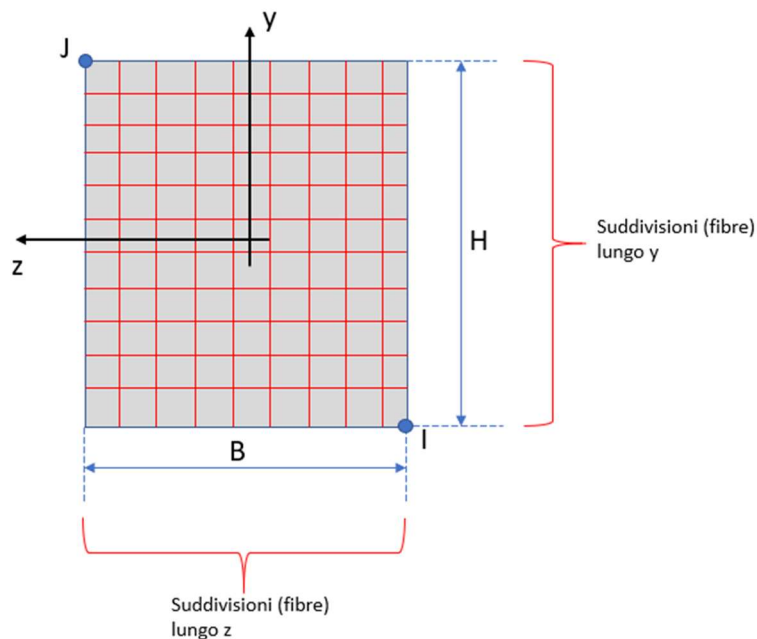
Tuttavia, l’approccio di modellazione a fibre presenta alcuni svantaggi [20]. In primo luogo, gli elementi strutturali modellati a fibre non sono in grado di considerare la

plasticità derivante da sollecitazioni di taglio. La risposta non lineare a taglio dell'elemento può essere modellata utilizzando l'approccio combinato con la plasticità concentrata, mediante ad esempio l'introduzione di cerniere plastiche a taglio. In secondo luogo, tale approccio richiede un maggiore impegno computazionale, rispetto all'approccio relativo alla plasticità concentrata, ma è sufficientemente veloce per essere impiegato nella pratica comune di modellazione.

Attraverso OpenSees, è possibile definire una generica sezione in c.a. a fibre, mediante l'impiego della seguente sequenza di funzioni: *section('Fiber')* [56], *patch('rect')* [57] e *layer('straight')* [58].

La funzione *section('Fiber')* [56] di OpenSees consente, in generale, di definire una sezione a fibre, specificando il *tag* identificativo e la rigidezza torsionale  $GJ$  associata. Nel caso in esame, poiché il modello strutturale raffinato, rappresentativo della struttura intelaiata oggetto del caso studio, è un modello piano, il problema torsionale delle sezioni non è coinvolto. Pertanto, per ogni sezione in c.a. a fibre da realizzare, si assegna il solo *tag* identificativo corrispondente.

La funzione *patch('rect')* [57] di OpenSees, invece, permette di definire una distribuzione di fibre all'interno di un'area rettangolare costituente la sezione, la cui estensione è definita attraverso le coordinate locali di due vertici, I e J, opposti tra loro (**Figura 3.21**).



**Figura 3.21** - Sistema di riferimento locale della sezione.

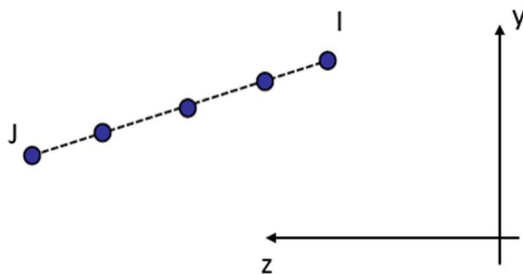
Inoltre, in **Figura 3.21** si mostra il sistema di riferimento locale della generica area rettangolare costituente la sezione a fibre. In generale, è importante tenere in mente come sia orientato il sistema di riferimento locale della sezione ( $x,y,z$ ), ai fini della corretta definizione della stessa. Nello specifico, nell'ambito di un modello strutturale

bidimensionale, con sistema di riferimento globale (X,Y,Z), si adotta la seguente convenzione:

- asse x locale orientato lungo la linea d'asse dell'elemento strutturale;
- asse z locale coincidente, in direzione e verso, con l'asse Z globale del modello;
- asse y locale completa la terna destrorsa.

Ai fini della definizione della generica sezione in c.a. a fibre, si applica la funzione *patch('rect')* per un numero di volte tale da realizzare lo strato esterno di copriferro e il nucleo di calcestruzzo delimitato dall'area delle staffe. Pertanto, si prevede la suddivisione della sezione analizzata in aree rettangolari, in cui a ciascuna di esse si assegna il *tag* identificativo del materiale che costituisce le fibre interne (calcestruzzo non confinato/confinato), il numero di fibre nelle direzioni locali y e z e le coordinate locali dei vertici opposti I e J (**Figura 3.21**).

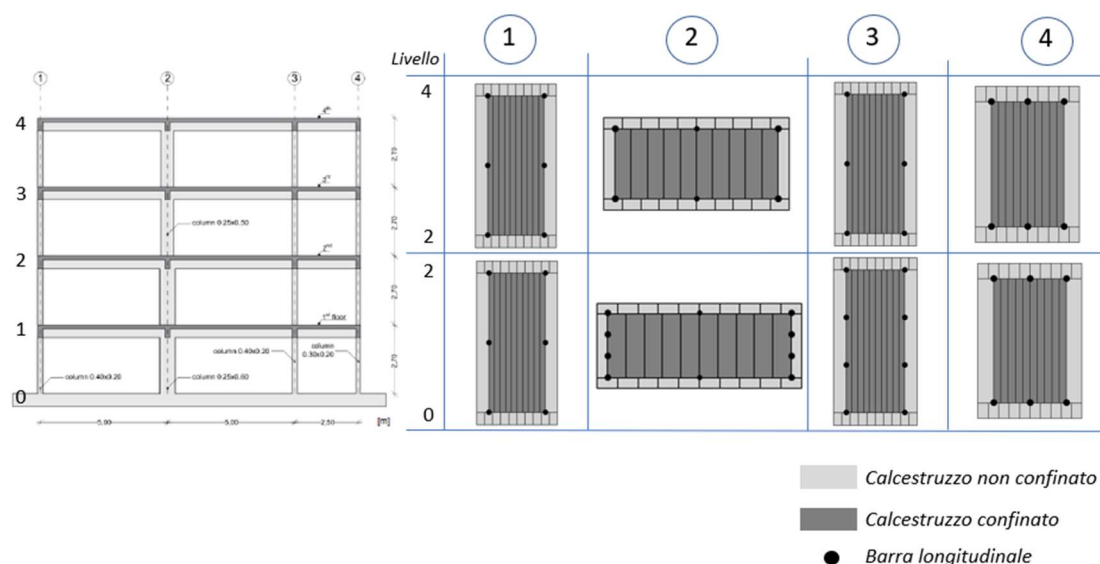
Infine, la funzione *layer('straight')* [58] di OpenSees consente di modellare il generico strato di barre longitudinali costituenti la sezione in c.a. considerata, orientato lungo una specifica direzione (**Figura 3.22**). Nello specifico, la suddetta funzione richiede di specificare il *tag* identificativo del materiale delle fibre rappresentanti le barre d'armatura (acciaio), il numero di fibre (barre) lungo la direzione considerata, l'area della sezione trasversale di ciascuna fibra (barra), e le coordinate locali della prima e ultima fibra (barra) lungo la direzione considerata.



**Figura 3.22** - Definizione dell'orientazione del generico strato di barre d'armatura.

Peranto, applicando le funzioni in sequenza precedentemente descritte, si esegue la modellazione a fibre delle sezioni trasversali in c.a. di tutti gli elementi strutturali costituenti il telaio oggetto del caso studio, sulla base delle informazioni dei dettagli geometrici e delle armature (par. 3.1 “Descrizione della struttura oggetto del caso studio”) e dei materiali da impiegare (par. 3.2.4 “Definizione dei materiali”). Nelle **Figure 3.23** e **3.24** si mostrano, rispettivamente, le sezioni a fibre delle colonne e delle travi longitudinali. Per quanto concerne le travi longitudinali, come menzionato nel par. 3.2.4.2.2.2 “Calcestruzzo confinato delle travi”, si assume, per semplicità di modellazione, che esse abbiano la stessa sezione trasversale, di dimensioni 250x500 mm<sup>2</sup> e armate superiormente con 5Ø16 e inferiormente con 2Ø16. Inoltre, si desidera svolgere

anche la modellazione a fibre della sezione della soletta in getto pieno, che si innesta alle travi longitudinali stesse (**Figura 3.3**). La soletta in esame, come indicato nel par. 3.1 “Descrizione della struttura oggetto del caso studio”, ha una sezione trasversale di larghezza complessiva 4 m, spessore 0.15 m, e armata superiormente ed inferiormente mediante barre  $\varnothing 8/100$  mm, disposte parallelamente all’asse della travata longitudinale. Nel programma di ricerca ICONS [40], si prevedette, inoltre, l’installazione di una serie di trasduttori di spostamento sull’ intradosso ed estradosso della soletta in c.a. del primo piano del telaio oggetto del caso studio, con l’obiettivo di individuare la porzione di soletta che effettivamente contribuisce alla rigidità e resistenza strutturale (*slab participation*, [40]). In generale, in presenza di sollecitazioni flessionali, la sezione della trave longitudinale è sottoposta ad un campo tensionale che si diffonde all’interno della soletta, secondo un certo angolo di diffusione. Tale diffusione di tensioni non interessa l’intera sezione trasversale della soletta, ma solo una parte. Per tale motivo, ai fini della modellazione della sezione della soletta, non si dovrebbe adottare la sua intera larghezza, altrimenti si otterrebbe un modello strutturale dotato di grande rigidità. Mediante una serie di prove sperimentali, fu investigata l’estensione della porzione di soletta contribuyente [40], e fu valutato un valor medio della semi-larghezza di tale porzione pari all’incirca a 1 m, a partire dall’asse della travata longitudinale. Pertanto, si decide di sfruttare tale risultato sperimentale, al fine di tener conto del contributo della soletta. Tuttavia, per evitare di ottenere un modello strutturale con rigidità rilevante, si sceglie cautelativamente di fare riferimento ad una semi-larghezza della porzione di soletta contribuyente ridotta, misurata a partire dalla linea d’asse della travata longitudinale e fissata a 0.725 m per tutti i piani del telaio in esame.



**Figura 3.23** - Modellazione a fibre delle sezioni trasversali delle colonne [40].

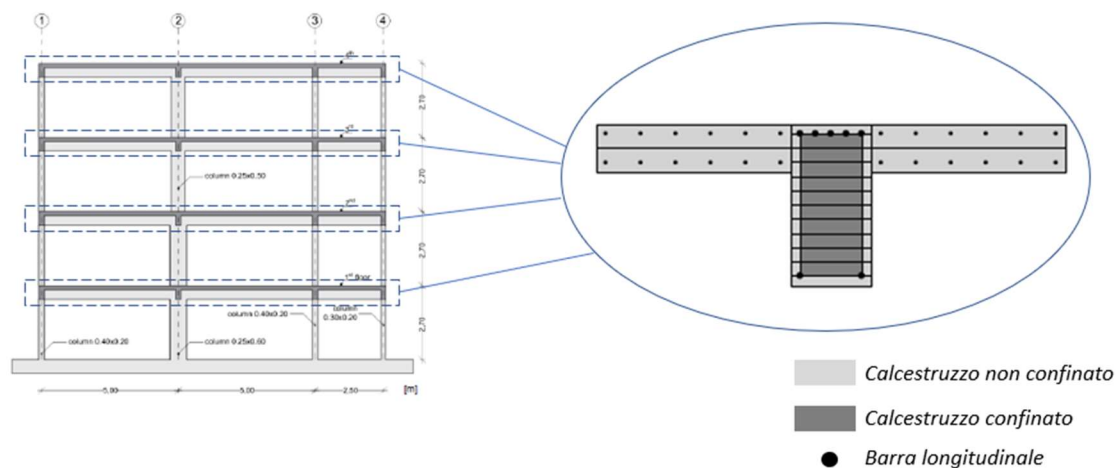


Figura 3.24 - Modellazione a fibre della sezione trasversale del piano tipo [40].

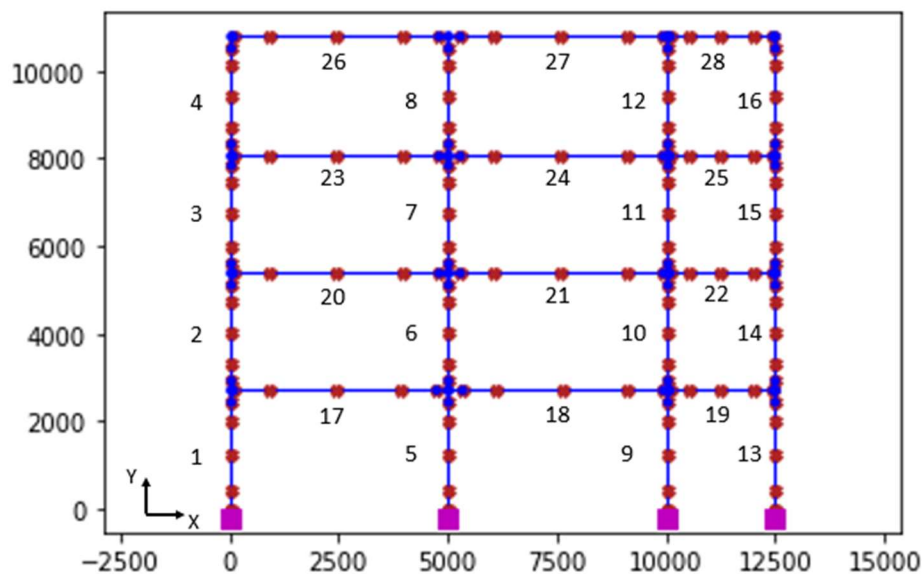
### 3.2.6 Definizione degli elementi strutturali

Nel presente paragrafo si tratta la modellazione degli elementi strutturali costituenti il telaio oggetto del caso studio. A tal proposito, come menzionato nel paragrafo precedente (par. 3.2.5 “Definizione delle sezioni”), ciascun elemento strutturale trave/colonna è trattato secondo un elemento di tipo *nonlinearBeamColumn* [55], il quale consiste di un elemento caratterizzato da uno specifico numero di sezioni di integrazione lungo il proprio sviluppo, in cui queste ultime sono modellate a fibre, e ciascuna fibra è caratterizzata da una legge costitutiva tensione-deformazione non lineare. La non linearità meccanica di comportamento dei materiali costituenti le fibre del generico elemento implica un comportamento di carattere non lineare da parte dell’elemento stesso. La definizione di ciascun elemento strutturale di tipo *nonlinearBeamColumn* [55] richiede l’introduzione di alcuni parametri. Nel caso in esame, per ogni elemento strutturale trave/colonna modellato a fibre, si specificano il *tag* identificativo corrispondente, i *tag* identificativi dei due nodi di estremità associati (par. 3.2.2 “Dati geometrici e definizione dei nodi strutturali”), il numero di sezioni (o punti) di integrazione, fissato a 5 per tutti gli elementi a fibre, il *tag* identificativo della sezione a fibre corrispondente (par. 3.2.5 “Definizione delle sezioni”), e infine il *tag* identificativo associato alla tipologia di trasformazione geometrica adottata [59]. Ai fini della definizione del modello strutturale raffinato, si considerano trascurabili gli effetti di non linearità geometrica e, pertanto, ad ogni elemento strutturale modellato a fibre si considera una trasformazione geometrica di tipo *Linear* [60].

Inoltre, oltre alla modellazione degli elementi strutturali trave/colonna, è necessario modellare i collegamenti rigidi trave-colonna. A tal fine, come menzionato anticipatamente nel par. 3.2.2 “Dati geometrici e definizione dei nodi strutturali”, questi ultimi sono modellati secondo elementi di lunghezza finita di tipo *elasticBeamColumn* [46], caratterizzati da una sezione forfettaria di dimensioni  $1000 \times 1000 \text{ mm}^2$  e da un materiale elastico-lineare, costituito da un modulo elastico di ordine di grandezza simile

a quello dell'acciaio costituente le barre d'armatura del telaio oggetto del caso studio (par. 3.2.4.3 "Materiale costituente i collegamenti rigidi trave-colonna"). Pertanto, per ciascun elemento rigido di connessione trave-colonna, si definisce un elemento *elasticBeamColumn* [46], specificando, come parametri di input, il *tag* identificativo corrispondente, i *tag* identificativi dei due nodi di estremità associati (par. 3.2.2 "Dati geometrici e definizione dei nodi strutturali"), l'area della sezione trasversale dell'elemento considerato, il modulo elastico del materiale costituente, il momento di inerzia della sezione, e infine il *tag* identificativo associato alla tipologia di trasformazione geometrica adottata [59]. Anche per i collegamenti rigidi trave-colonna, si adotta una trasformazione geometrica di tipo *Linear* [60].

In definitiva, in **Figura 3.25** è rappresentato graficamente il modello strutturale raffinato, rappresentativo della struttura intelaiata in c.a. oggetto del caso studio. Per ogni elemento strutturale trave/colonna, sono messi in evidenza il *tag* identificativo corrispondente, attraverso un codice numerico, e 5 punti rossi, corrispondenti ai punti di integrazione. Inoltre, nella stessa figura sono visualizzati anche i nodi principali e secondari, evidenziati in blu, impiegati ai fini della definizione degli elementi strutturali trave/colonna e gli elementi rigidi di connessione trave-colonna. Come ultimo, a livello dei nodi di base sono rappresentati dei quadrati di color fuxia, rappresentanti i vincoli di incastro perfetto.



**Figura 3.25** - Rappresentazione grafica del modello raffinato agli elementi finiti del telaio in c.a. oggetto del caso studio.

### 3.2.7 Carichi gravitazionali e masse

Nel presente paragrafo si tratta la definizione dei carichi gravitazionali, agenti sugli elementi strutturali del telaio in esame, ed il loro contributo in termini di massa concentrata ai nodi trave-colonna. I carichi da assegnare agli elementi in c.a. sono quelli riportati in **Figura 3.6**. Essi si presentano in forma di carichi verticali uniformemente distribuiti, agenti sulle campate delle travate longitudinali, e carichi verticali concentrati, applicati ai nodi di sommità delle colonne.

Ai fini della definizione dei carichi gravitazionali, si applica la seguente sequenza di funzioni di OpenSees: *timeSeries('Linear')* [22], *pattern('Plain')* [23], *load* [24] e *eleLoad* [61]. Nello specifico, la funzione *pattern('Plain')* [23] consente, come menzionato nel par. 2.4.1.2 “Analisi pushover di piano”, di definire un pattern di carichi di tipo statico, specificando il proprio *tag* identificativo e quello corrispondente alla funzione *timeSeries('Linear')* [22], la quale, come menzionato nel suddetto paragrafo, permette di definire una relazione tra fattore di carico, applicato a tutti i carichi previsti nel pattern di carichi da definire, e tempo di tipo lineare. Il comando *load* [24] di OpenSees consente di applicare sul generico nodo delle azioni concentrate, in corrispondenza dei gradi di libertà nodali di interesse. Pertanto, con riferimento allo schema dei carichi gravitazionali riportato in **Figura 3.6**, si applica la funzione *load* [24] di OpenSees per ogni nodo di interesse, specificando il *tag* identificativo corrispondente e il valore della forza verticale concentrata associata. Infine, il comando *eleLoad* [61] di OpenSees permette di applicare sugli elementi strutturali di interesse tre tipologie di carico:

- carico distribuito uniformemente;
- carico concentrato;
- carico termico.

Nel caso in esame, si ha l'interesse di applicare dei carichi verticali uniformemente distribuiti sulle campate del telaio oggetto del caso studio (**Figura 3.6**). Pertanto, nella funzione *eleLoad* [61] di OpenSees, si specificano i *tag* identificativi delle travi, sulle quali applicare il medesimo carico, e il valore del carico uniformemente distribuito considerato, lungo la direzione verticale.

A partire dai carichi appena definiti e tenendo conto anche del peso proprio di tutti gli elementi strutturali, è possibile assegnare il contributo in massa di tali azioni ai nodi mostrati in **Figura 3.7**, ad eccezione dei nodi di base. A tal riguardo, poiché si opera attraverso le unità di misura di riferimento N, mm e secondi, è di fondamentale importanza esprimere l'accelerazione di gravità  $g$  in  $\text{mm/s}^2$ .

In secondo luogo, per ogni nodo di interesse, si definisce la corrispondente massa come somma dei seguenti contributi:

- *pesi propri*:
  - soletta in c.a.;
  - trave longitudinale in c.a.;
  - trave trasversale in c.a.;



- semi altezza dei pilastri superiore e inferiore (per ogni nodo di interesse compreso tra il primo e il terzo piano, **Figura 3.2**) e semi altezza del pilastro inferiore (per ogni nodo di interesse a livello del quarto piano, **Figura 3.2**).
- *carichi permanenti* (**Figura 3.6**):
  - carico uniformemente distribuito sulla trave longitudinale in c.a.;
  - carico concentrato, applicato al generico nodo di interesse.

I contributi precedentemente citati sono inizialmente espressi in termini di forze, con unità di misura N, e successivamente divisi per l'accelerazione di gravità  $g$ , ottenendo in definitiva la massa complessiva di competenza del generico nodo di interesse, avente unità di misura  $Ns^2/mm$ . L'assegnazione della massa nodale è svolta applicando il comando *mass* [17] di OpenSees, specificando, per ogni nodo di interesse, il proprio *tag* identificativo e il medesimo valore di massa associata in corrispondenza dei gradi di libertà traslazionali.

### 3.3 Analisi del modello strutturale raffinato

Nel presente paragrafo si affronta l'analisi del modello strutturale raffinato, rappresentativo della struttura intelaiata in c.a. oggetto del caso studio, con l'obiettivo di individuare la propria risposta sulla base di varie condizioni di carico applicate. Una volta realizzato il modello raffinato, come menzionato nel par. 3.1 "*Definizione del modello strutturale raffinato*", le analisi del suddetto modello sono svolte mediante il software OpenSees ([8], [9]), impiegando, nello specifico, un set di funzioni, che consentono all'utente di definire le seguenti *componenti di analisi* [13], le quali permettono di gestire le analisi di interesse:

- *ConstraintHandler*: modalità di gestione delle condizioni al contorno/spostamenti imposti [62];
- *DOF Numberer*: modalità di numerazione dei gradi di libertà dei nodi [63];
- *Integrator*: modalità di determinazione del significato dei termini all'interno del sistema di equazioni risolvente [64];
- *SolutionAlgorithm*: modalità di determinazione della sequenza di step necessari per la risoluzione di problemi non lineari [65];
- *SystemOfEqn/Solver*: specificazione del tipo di solutore, al fine di definire e risolvere il sistema di equazioni oggetto dell'analisi [66];
- *Convergence Test*: definizione del criterio di convergenza [67].

In generale, le componenti di analisi appena citate sono definite, in modo specifico, in relazione alla tipologia di analisi da svolgere. Una volta definite le suddette componenti, è necessario specificare il tipo di analisi da effettuare sul modello strutturale oggetto di analisi. Ciò è svolto mediante il comando *analysis* [39] di OpenSees, specificando una delle seguenti tipologie di analisi:

- *Static*: analisi statica;
- *Transient*: analisi in cui è coinvolta la variabile tempo e svolta impiegando step temporali costanti;
- *VariableTransient*: analisi in cui è coinvolta la variabile tempo e svolta impiegando step temporali variabili.

Infine, per quanto concerne l'esecuzione dell'analisi di interesse, si applica il comando *analyze* [68] di OpenSees, specificando il numero di step di analisi da eseguire e, nel solo caso di analisi di tipo *Transient* e *VariableTransient*, lo step temporale di analisi.

### 3.3.1 Analisi statica

Nel presente paragrafo si sottopone il modello strutturale raffinato ad un'analisi statica a carichi gravitazionali, verificando, dal punto di vista qualitativo, la congruenza della risposta statica del modello, rispetto a quanto previsto. A tal proposito, si definiscono le componenti oggetto dell'analisi statica. Nello specifico, in relazione alla modalità di gestione delle condizioni al contorno [62], si applica il metodo *Transformation* [69], secondo il quale i vincoli puntiformi sono assegnati direttamente al modello, senza svolgere particolari manipolazioni nel sistema matriciale risolvente. La modalità di numerazione dei gradi di libertà nodali [63] è eseguita, invece, secondo il metodo *RCM* [70], il quale utilizza lo schema inverso di *Cuthill – McKee* al fine di ordinare le equazioni del sistema matriciale risolvente. Per quanto concerne la definizione dei tipo di *Integrator* [64], si applica la modalità *LoadControl* [71], specificando un incremento del fattore di carico, da assegnare a tutti i carichi corrispondenti al pattern dei carichi gravitazionali (par. 3.2.7 “*Carichi gravitazionali e masse*”), costante e pari a 0.1. In relazione al tipo di algoritmo di risoluzione del problema [65], si fa riferimento all'algoritmo numerico di *Newton-Raphson* [72]. Ai fini della definizione del sistema matriciale risolvente [66], si applica il metodo *BandGeneral* [73], attraverso il quale si definisce un sistema matriciale di equazioni di tipo lineare, avente un profilo a bande. Infine, in relazione alla definizione del criterio di convergenza dei vari step di analisi [67], si applica il criterio *NormDispIncr* [74], specificando una tolleranza di errore pari a  $1 \cdot 10^{-13}$  e un massimo numero di iterazioni fissato a 1000.

In secondo luogo, è necessario specificare, mediante il comando *analysis* [39] di OpenSees, la modalità di analisi *Static*. In definitiva, poiché si svolge un'analisi in controllo di carico [71], mediante l'impiego di un fattore di carico incrementale costante e pari a 0.1, il numero complessivo di step di analisi da eseguire è pari a 10; tale numero è dunque specificato nella funzione *analyze* [68] di OpenSees. In **Figura 3.26** si mostrano i risultati dell'analisi statica a carichi gravitazionali del modello strutturale raffinato, in termini di configurazione deformata e diagrammi delle sollecitazioni di momento flettente, taglio e sforzo normale. Dai risultati ottenuti, si deduce che essi sono in linea rispetto a quanto atteso qualitativamente. Nello specifico, la configurazione deformata del modello raffinato risulta ragionevole, in accordo alla condizione di carico imposta (**Figura 3.6**), e compatibile con le condizioni di vincolo assegnati. Per quanto concerne i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione, come atteso, si osserva che le travi

sono prevalentemente sollecitate a flessione e taglio, con diagramma di momento parabolico e diagramma del taglio lineare. Mentre, per le colonne, la sollecitazione dominante è rappresentata dallo sforzo normale, il quale cresce di intensità proseguendo verso i piani inferiori.

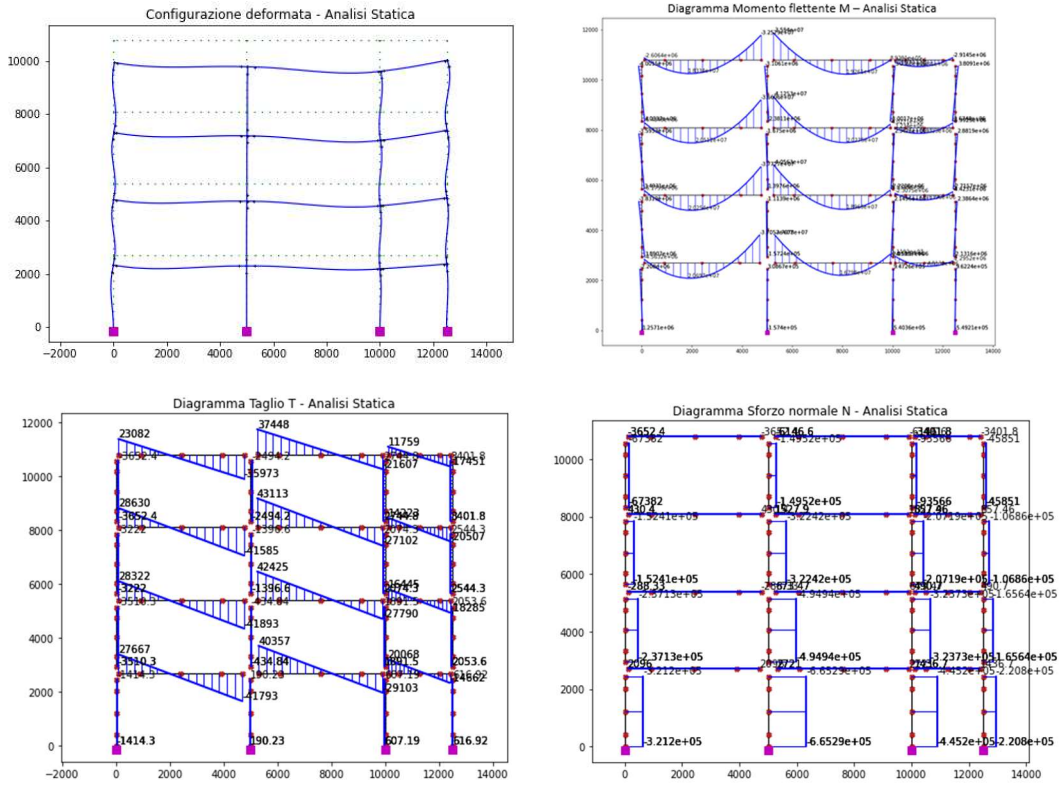


Figura 3.26 - Risultati dell'analisi statica a carichi gravitazionale eseguita sul modello strutturale raffinato.

### 3.3.2 Analisi modale

Nel presente paragrafo si sottopone il modello raffinato ad un'analisi modale, con l'obiettivo di individuare le proprie forme modali, o *modi di vibrare*, e i periodi di vibrazione ad esse associati. Come è noto dalla teoria, si parte dall'equazione del moto del sistema MDOF, sottoposto a oscillazioni libere non smorzate (18):

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \quad (18)$$

in cui  $\{u\}$  e  $\{\ddot{u}\}$  rappresentano la risposta del sistema in termini di spostamenti e accelerazioni relative, mentre i termini  $[M]$  e  $[K]$  sono, rispettivamente, le matrici di massa e rigidità del sistema stesso. La matrice  $[M]$  è il risultato delle masse, assunte concentrate ai nodi del modello strutturale oggetto di analisi (par. 3.2.7 “*Carichi gravitazionali e masse*”), derivanti dai carichi gravitazionali agenti, compresi i pesi propri. La matrice  $[K]$ , invece, è definita in funzione della geometria del modello e proprietà dei materiali impiegati.

La soluzione dell'equazione (18) si presenta nella forma seguente (19):

$$\{u\} = \{\phi_n\}e^{j\omega_n t} \quad (19)$$

Se quest'ultima espressione è sostituita nell'equazione di partenza (18), si perviene alla definizione di un sistema di equazioni, noto come *problema agli autovalori* (20):

$$([K] - \omega_n^2[M])\{\phi_n\} = \{0\} \quad (20)$$

in cui i termini incogniti sono  $\omega_n^2$  e  $\{\phi_n\}$ , rappresentanti rispettivamente l'*autovalore* del problema, in forma di una quantità scalare, e l'*autovettore* corrispondente, di ordine  $n$ . Se il modello strutturale oggetto di analisi assume un numero finito  $N$  di gradi di libertà, l'output del problema agli autovalori sarà caratterizzato da  $N$  autovalori e  $N$  autovettori. Gli autovalori del problema si determinano mediante l'annullamento del determinante della quantità matriciale tra parentesi tonde, nell'espressione (20); questo porterà alla definizione di un'equazione polinomiale, nota come *equazione caratteristica*, di grado  $N$ , avente incognite  $\omega_n^2$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ). Queste ultime rappresentano le *pulsazioni proprie*, o *frequenze angolari*, al quadrato della struttura, attraverso cui è possibile risalire ai *periodi e frequenze proprie di vibrazione* (21):

$$\omega_n^2 \Rightarrow T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} [s], \quad f_n = \frac{1}{T_n} [Hz] \quad (21)$$

Il termine “*proprie*”, usato per definire le grandezze  $\omega_n$ ,  $T_n$  e  $f_n$ , è impiegato per evidenziare il fatto che tali grandezze costituiscono le proprietà naturali del sistema quando è libero di vibrare senza alcuna eccitazione esterna e dipendono soltanto dalla *massa e rigidità* strutturale. Una volta individuati gli autovalori del problema, ciascuno di essi è introdotto nell'equazione (20), pervenendo alla definizione del corrispondente autovettore  $\{\phi_n\}$ , quest'ultimo rappresentante la *forma modale*, o *modo proprio di vibrare*, della struttura. In altri termini, esso rappresenta la forma con cui vibra la struttura.

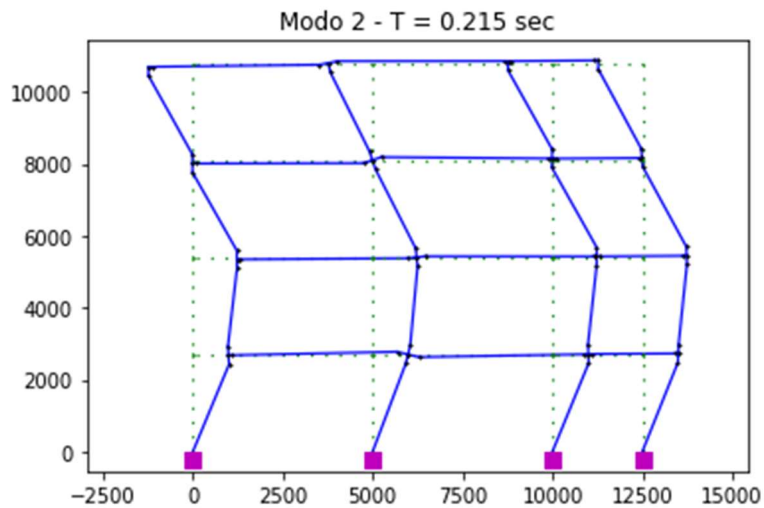
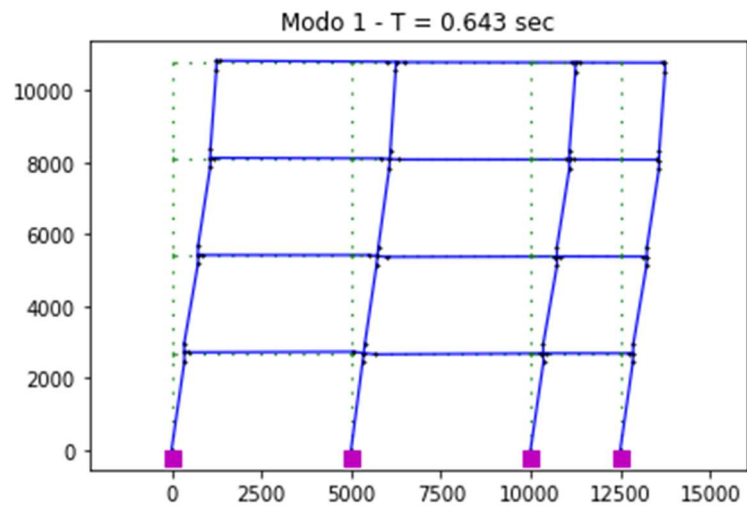
In OpenSees, è possibile risolvere in automatico il problema agli autovalori (20), mediante il comando *eigen* [75], specificando il numero di autovalori richiesti. Nel caso

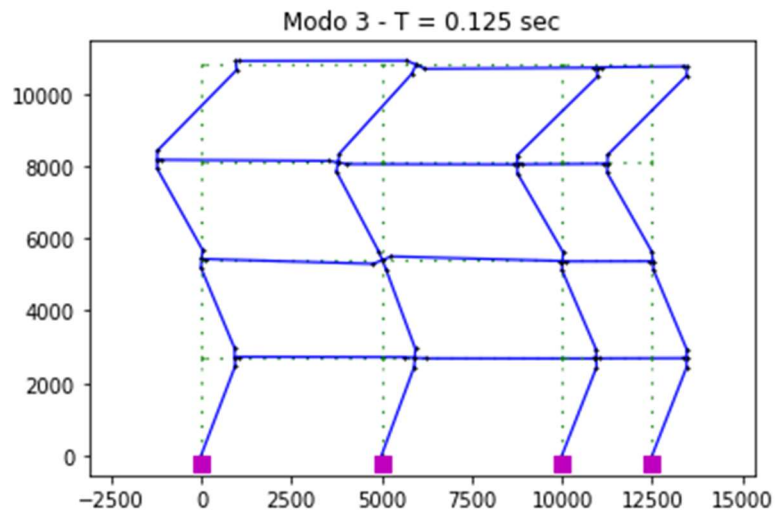
in esame, si sceglie di individuare gli autovalori corrispondenti ai primi tre modi propri di vibrare del modello strutturale raffinato. In secondo luogo, in modo analogo a quanto svolto nel paragrafo precedente (par. 3.3.1 “Analisi statica”), si applicano le funzioni che consentono la definizione delle componenti oggetto dell’analisi modale. A tal riguardo, in relazione alla modalità di gestione delle condizioni al contorno [62], numerazione dei gradi di libertà nodali [63] e al tipo di algoritmo di risoluzione del problema [65], si applicando i medesimi metodi impiegati per l’esecuzione dell’analisi statica a carichi gravitazionali (par. 3.3.1 “Analisi statica”). Per quanto concerne la definizione dei tipo di *Integrator* [64], si applica la modalità *LoadControl* [71], specificando un incremento del fattore di carico nullo, numero di iterazioni unitario, e minimo e massimo incremento del fattore di carico nulli. Ai fini della definizione del sistema matriciale risolvete [66], si applica il metodo *ProfileSPD* [76], tipicamente impiegato nell’ambito della risoluzione di sistemi di equazioni matriciali, con matrici simmetriche e definite positive; infatti, le matrici di massa e rigidità del sistema, che compaiono nell’equazione del moto (18), risultano congruenti con i suddetti requisiti. Infine, in relazione alla definizione del criterio di convergenza [67], si applica il criterio *EnergyIncr* [77], specificando una tolleranza di errore pari a  $1 \cdot 10^{-6}$  e un massimo numero di iterazioni fissato a 100.

Successivamente, si specifica, mediante il comando *analysis* [39] di OpenSees, la modalità di analisi *Static*, e si esegue l’analisi oggetto del presente paragrafo, mediante il comando *analyze* [68], specificando di eseguire un unico step di analisi. In particolare, oltre a determinare gli autovalori del problema corrispondenti alle prime tre forme modali della struttura oggetto del caso studio, si applica il comando *nodeEigenvector* [78] di OpenSees, con lo scopo di individuare le forme modali desiderate. Nello specifico, il suddetto comando richiede di specificare il *tag* identificativo del generico nodo, su cui valutare il valore del grado di libertà di spostamento modale, il modo di vibrare richiesto e il tipo di grado di libertà di spostamento modale in corrispondenza del nodo considerato. Nel caso in esame, come menzionato in precedenza, si determinano le prime tre forme modali, di tipo traslazionali nella direzione orizzontale X (**Figura 3.25**), del modello raffinato, applicando, per ciascun nodo di estremità di sinistra (**Figura 3.7**) e ad eccezione dei nodi di base, il comando *nodeEigenvector* [78] di OpenSees. In **Tabella 3.7** si riportano i risultati dell’analisi modale del modello strutturale raffinato, in termini di periodi propri, frequenze proprie e spostamenti modali. In **Figura 3.27** si mostrano graficamente i primi tre modi propri di vibrare del modello raffinato, con l’indicazione dei periodi di vibrazione ad essi associati. Come atteso, si osserva che il primo modo di vibrare, o *modo fondamentale*, è caratterizzato da un periodo di vibrazione più alto e da una frequenza di vibrazione più bassa, rispetto agli altri modi propri, e da spostamenti modali crescenti pressoché linearmente con l’altezza. Inoltre, i periodi e le frequenze proprie, rispettivamente, si riducono e aumentano man mano che si prosegue verso i modi di vibrare superiori. Un’ulteriore osservazione è fatta sul segno degli spostamenti modali rappresentati in **Tabella 3.7**, in accordo al sistema di riferimento globale del modello raffinato (**Figura 3.25**) e in linea con il risultato grafico mostrato in **Figura 3.27**.

**Tabella 3.7** - Risultati dell'analisi modale del modello strutturale raffinato.

Piano	Modo 1	Modo 2	Modo 3
	$T_1 = 0.643 \text{ s}$ $f_1 = 1.556 \text{ Hz}$	$T_2 = 0.215 \text{ s}$ $f_2 = 4.645 \text{ Hz}$	$T_3 = 0.125 \text{ s}$ $f_3 = 8.012 \text{ Hz}$
Spostamenti modali [mm]			
4	0.0872	-0.0785	0.0670
3	0.0755	-0.0006	-0.0844
2	0.0514	0.0779	0.0012
1	0.0248	0.0630	0.0649





**Figura 3.27** - Modi propri di vibrare del modello strutturale raffinato.

In **Tabella 3.8** si mostra il confronto dei periodi di vibrazione della struttura intelaiata in c.a. oggetto del caso studio, ottenuti numericamente (**Tabella 3.7**), mediante il software OpenSees, e sperimentalmente [40]. Nella stessa tabella si può osservare che, a parità di modo di vibrare, il periodo proprio ottenuto numericamente risulta notevolmente vicino a quello determinato per via sperimentale.

**Tabella 3.8** - Confronto dei periodi di vibrazione numerici e sperimentali.

<b>Modi di vibrare</b>	<b>Periodi di vibrazione (risultato numerico) [s]</b>	<b>Periodi di vibrazione (risultato sperimentale) [s]</b>
1	0.643	0.637
2	0.215	0.213
3	0.125	0.128

### 3.3.3 Analisi statica non lineare (analisi Pushover)

Nel presente paragrafo si sottopone il modello strutturale raffinato ad un'analisi statica non lineare, comunemente nota come *analisi Pushover*, con l'obiettivo di individuare il proprio *comportamento monotónico*. Per quanto concerne i cenni di analisi Pushover, si rimanda al par. 2.4.1.1 "*Cenni di analisi statica non lineare (analisi Pushover)*". Il comportamento monotónico del modello raffinato è determinato mediante l'applicazione di due profili di forze:

- profilo di forze *modale*;
- profilo di forze *uniforme*.

Come menzionato nel par. 2.4.1.1 "*Cenni di analisi statica non lineare (analisi Pushover)*", il profilo di forze modale consiste di un profilo di azioni laterali proporzionale al primo modo di vibrare della struttura oggetto di analisi (**Figura 2.5a**). Ai fini della determinazione di tale profilo di forze, si fa riferimento al primo autovettore, o modo di vibrare, del modello raffinato (**Tabella 3.7**), quest'ultimo normalizzato rispetto allo spostamento modale di un nodo di controllo posto a livello dell'impalcato più alto, e alle masse di piano del modello stesso, ciascuna di esse definita come somma delle masse assegnate ai nodi del piano considerato (par. 3.2.7 "*Carichi gravitazionali e masse*"). Per quanto riguarda il profilo di forze uniforme, invece, esso consiste di un profilo di azioni laterali proporzionale alle masse di piano della struttura in esame (**Figura 2.5b**). In **Tabella 3.9** si mostra la procedura di determinazione dei profili di forze laterali oggetto dell'analisi Pushover.

**Tabella 3.9** - Determinazione dei profili di forze modale e uniforme oggetto dell'analisi Pushover.

Piano	$\Phi_1$ [mm]	Masse di piano M [Ns <sup>2</sup> mm <sup>-1</sup> ]	$\Phi_{1n}$ [-]	$\Phi_{1n} * M$ [Ns <sup>2</sup> mm <sup>-1</sup> ]	$F_{mod}$ [N]	$F_{uni}$ [N]	$F_{mod,n}$ [-]	$F_{uni,n}$ [-]
4	0.0872	53.49	1.00	53.49	534900.61	534900.61	<b>0.94</b>	<b>0.81</b>
3	0.0755	66.25	0.87	57.36	573581.94	662468.14	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>
2	0.0514	66.33	0.59	39.10	390998.52	663328.24	<b>0.68</b>	<b>1.00</b>
1	0.0248	66.42	0.28	18.89	188897.60	664188.33	<b>0.32</b>	<b>1.00</b>
0	0.0000	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>

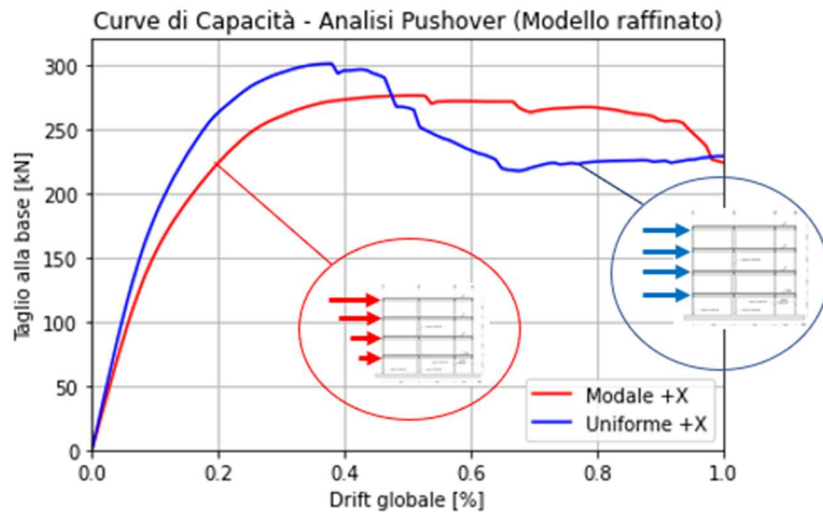
Una volta determinati i profili di forze di interesse, si procede con l'analisi Pushover oggetto del presente paragrafo. Nello specifico, si eseguono, in totale, quattro analisi Pushover nel piano del modello raffinato, ciascuna delle quali svolta mediante l'applicazione di uno dei due profili di forze determinati e mostrati in **Tabella 3.9**, con azioni laterali dirette nella direzione orizzontale globale e lungo uno specifico verso ( $\pm X$ , **Figura 3.25**). Inoltre, ai fini dell'applicazione del generico profilo di forze sul modello raffinato, si procede in modo analogo a quanto svolto nel par. 3.2.7 "*Carichi gravitazionali e masse*", applicando, in aggiunta al pattern dei carichi gravitazionali (**Figura 3.6**), le funzioni di OpenSees `pattern('Plain')` [23], assegnando il tag



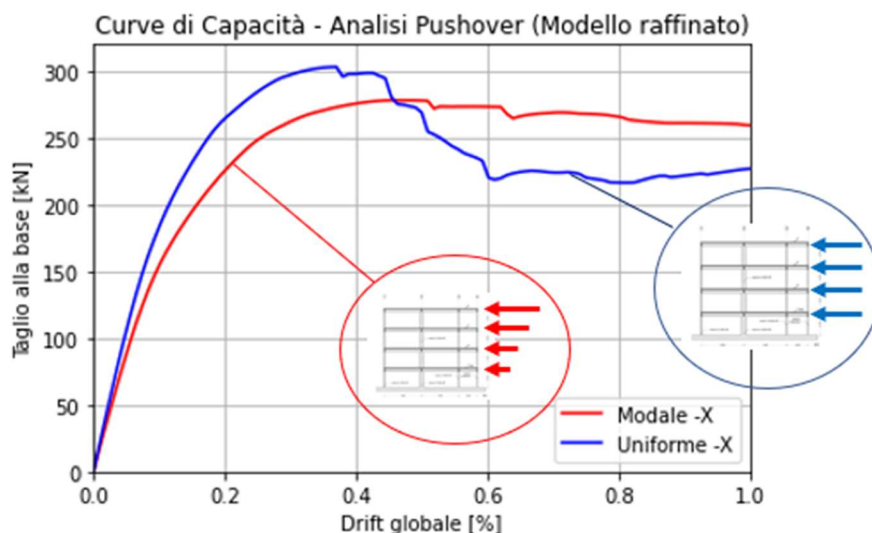
identificativo corrispondente al profilo di forze laterali da applicare e il medesimo *tag* identificativo impiegato per la definizione della relazione lineare tra fattore di carico e tempo (par. 3.2.7 “*Carichi gravitazionali e masse*”), e *load* [24], specificando, per ogni nodo di interesse, il *tag* identificativo corrispondente e il valore dell’azione concentrata associata, in corrispondenza del grado di libertà di spostamento nodale orizzontale. In particolare, le analisi Pushover del modello raffinato lungo il verso  $+X$  (**Figura 3.25**) sono svolte considerando, come punti di applicazione delle forze laterali, i nodi di estremità di sinistra mostrati in **Figura 3.7** e assegnando il valore delle azioni laterali corrispondenti in valore assoluto. Per quanto concerne le analisi Pushover del modello raffinato lungo il verso  $-X$  (**Figura 3.25**), invece, esse sono svolte considerando, come punti di applicazione delle forze laterali, i nodi di estremità di destra mostrati in **Figura 3.7** e assegnando il valore delle azioni laterali corrispondenti con il segno negativo. In entrambi i casi, si monitorano, ad ogni step di analisi, lo spostamento orizzontale del nodo di controllo di sommità, quest’ultimo corrispondente al nodo avente *tag* identificativo 4100 (**Figura 3.7**), e il tagliante sismico alla base del modello raffinato. A tal fine, si rende necessario applicare, in primo luogo, le funzioni che consentono la definizione delle componenti oggetto dell’analisi Pushover. Nello specifico, in relazione al tipo di *Integrator* [64], si applica la modalità *DisplacementControl* [25], specificando il *tag* identificativo del nodo di controllo di sommità considerato, il grado di libertà di spostamento orizzontale e l’incremento di spostamento orizzontale, quest’ultimo assunto costante e pari a 1.0 mm per ogni step di analisi. Per quanto concerne le funzioni che permettono la definizione delle componenti di analisi rimanenti, invece, si considerano i medesimi metodi impiegati per l’esecuzione dell’analisi statica a carichi gravitazionali (par. 3.3.1 “*Analisi statica*”). In secondo luogo, occorre specificare, mediante il comando *analysis* [39] di OpenSees, la modalità di analisi *Static* e, successivamente, eseguire l’analisi di ogni step di analisi Pushover, mediante il comando *analyze* [68]. Quest’ultimo punto è eseguito mediante la realizzazione di una struttura *while* [79], nel codice Python inerente alle analisi del modello strutturale raffinato, attraverso la quale si eseguono dei cicli che terminano al raggiungimento della soglia limite di spostamento imposta al nodo di controllo di sommità. In ogni ciclo *while*, si esegue l’analisi di un singolo step di analisi Pushover, specificando, inoltre, un diverso criterio di convergenza [67] e algoritmo di risoluzione del problema [65] qualora nell’analisi dello step considerato non sia raggiunta la convergenza. In definitiva, ad ogni step di analisi Pushover, si determinano lo spostamento orizzontale del nodo di controllo considerato, mediante il comando *nodeDisp* [26] di OpenSees, e il tagliante sismico alla base del modello raffinato, quest’ultimo calcolato come somma delle reazioni taglienti in corrispondenza dei nodi di base (**Figura 3.7**), definite attraverso il comando *nodeReaction* [80] di OpenSees. Infine, per ogni analisi Pushover di interesse, si perviene alla definizione delle storie dello spostamento orizzontale del nodo di controllo e del tagliante sismico alla base del modello raffinato.

Nelle **Figure 3.28** e **3.29** si mostrano le curve di capacità del modello raffinato, ottenute mediante l’applicazione dei profili di forze modale e uniforme, nella direzione orizzontale globale  $X$  e lungo i versi positivo e negativo ( $\pm X$ , **Figura 3.25**). Come atteso, si osserva che, in entrambi i versi di analisi  $\pm X$ , la curva di capacità ottenuta mediante il profilo di forze uniforme si trova ad una posizione più alta rispetto a quella ottenuta secondo il profilo di forze modale; ciò risulta vero fino al raggiungimento della resistenza di picco,

la quale risulta diversa per i due profili di forze in esame. Superato il picco di resistenza, in entrambi i versi di analisi, la curva di capacità ottenuta applicando il profilo di forze uniforme esibisce un comportamento softening più pronunciato rispetto alla curva ottenuta mediante il profilo di forze modale, la quale, contrariamente, presenta una riduzione più dolce del taglio alla base. Un'ulteriore osservazione che emerge dalle analisi Pushover risiede nella somiglianza delle curve di capacità ottenute lungo i versi di analisi  $+X$  e  $-X$ , a parità di profilo di forze applicato, accompagnata da lievi differenze, dovute particolarmente alla non simmetria strutturale e di carico.



**Figura 3.28** - Curve di capacità del modello strutturale raffinato, ottenute mediante analisi Pushover lungo il verso  $+X$  [40].



**Figura 3.29** - Curve di capacità del modello strutturale raffinato, ottenute mediante analisi Pushover lungo il verso  $-X$  [40].

### 3.3.4 Analisi ciclica

Nel presente paragrafo si sottopone il modello raffinato ad un'analisi ciclica, con l'obiettivo di individuare il proprio *comportamento isteretico*, mediante l'applicazione di un pattern di spostamenti orizzontali ciclici. In presenza di un pattern di spostamenti ciclici, in virtù della non linearità meccanica di comportamento dell'acciaio e calcestruzzo costituenti il modello raffinato (par. 3.2.4 “Definizione dei materiali”), si dovrebbe attendere un comportamento globale di tipo non lineare, caratterizzato da cicli di isteresi. Nello specifico, ogni ciclo di isteresi delimita un'area al proprio interno, la cui estensione è rappresentativa dell'*energia dissipata* dalla struttura durante il ciclo in esame, ed è inoltre costituito da una pendenza media, quest'ultima rappresentativa della *rigidezza strutturale*. Le suddette caratteristiche strutturali, assieme alla *resistenza strutturale*, evolvono durante il manifestarsi dei cicli di isteresi. In particolare, ciò che è atteso è un aumento dell'estensione dell'area racchiusa dai cicli di isteresi, e dunque del livello di dissipazione energetica, accompagnato da una riduzione della pendenza media di tali cicli, e dunque della rigidezza strutturale, e del picco di resistenza, all'aumentare del livello di spostamenti.

In primo luogo, risulta necessario definire la storia di spostamenti ciclici, da assegnare al modello raffinato. Ciò è fatto definendo, nel codice Python inerente alle analisi del suddetto modello, una specifica funzione che richiede due parametri di input:

- *original\_values*: set di picchi di spostamento positivi e negativi da raggiungere, compresi i valori di spostamento all'inizio e alla fine della storia di spostamenti che si vuol generare;
- *num\_steps*: numero di step di spostamento compresi tra due valori adiacenti di spostamento, contenuti in *original\_values*.

L'output della suddetta funzione consiste di una lista di valori di spostamento, rappresentante la storia di spostamenti ciclici oggetto dell'analisi ciclica. Nel caso in esame, si sceglie di generare una storia di spostamenti, con spostamenti iniziale e finale nulli, costituita da picchi di spostamento gradualmente crescenti in valore assoluto (22), e assegnando un numero di step di spostamento costante e pari a 200.

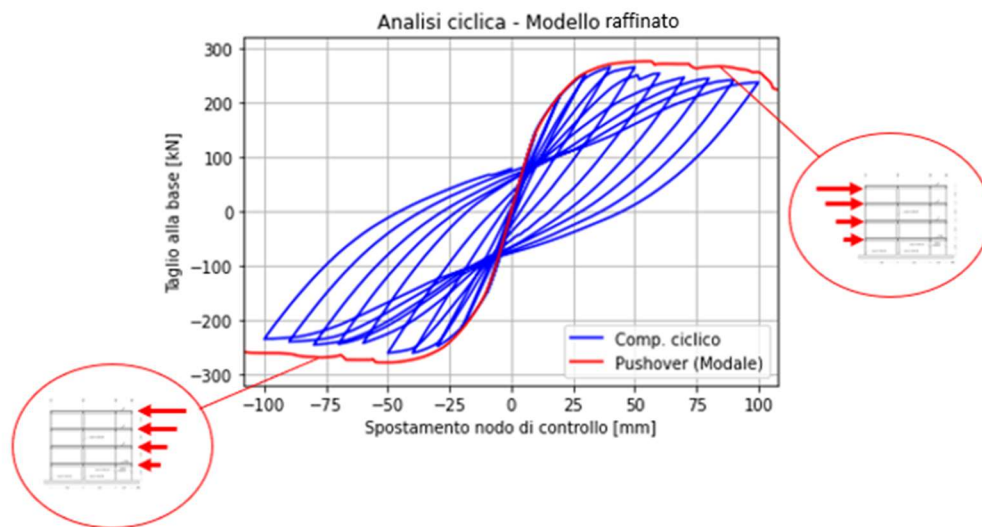
*original\_values* =  
[0, 10, -10, 20, -20, 30, -30, 40, -40, 50, -50, 60, -60, 70, -70, 80, -80, 90, -90, 100, -100, 0]  
[mm] (22)

Una volta definita la storia di spostamenti ciclici di interesse, si procede con l'esecuzione dell'analisi oggetto del presente paragrafo. Nello specifico, si eseguono, in totale, due analisi cicliche, ciascuna delle quali svolta applicando sul modello raffinato il pattern delle azioni laterali costituenti uno dei due profili di forze, modale e uniforme, mostrati in **Tabella 3.9**. Pertanto, in analogia a quanto svolto nel paragrafo precedente (par. 3.3.3 “Analisi statica non lineare (analisi Pushover)”), si applicano, in aggiunta al pattern dei carichi gravitazionali (**Figura 3.6**), le funzioni di OpenSees *pattern('Plain')* [23], assegnando il *tag* identificativo corrispondente al profilo di forze laterali da applicare e il medesimo *tag* identificativo impiegato per la definizione della relazione lineare tra fattore di carico e tempo (par. 3.2.7 “Carichi gravitazionali e masse”), e *load* [24], specificando,

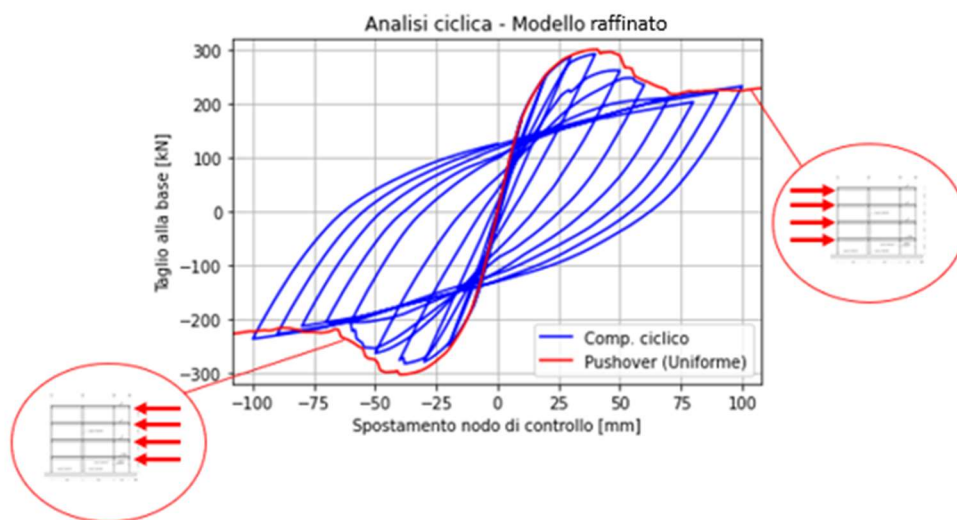
per ogni nodo di estremità di sinistra (**Figura 3.7**), il *tag* identificativo corrispondente e il valore dell'azione concentrata associata, in corrispondenza del grado di libertà di spostamento nodale orizzontale. In entrambe le analisi cicliche da svolgere, in analogia a quanto trattato nel paragrafo precedente (par. 3.3.3 “*Analisi statica non lineare (analisi Pushover)*”), si monitorano, ad ogni step di analisi, lo spostamento orizzontale del nodo di controllo di sommità, quest'ultimo corrispondente al nodo avente *tag* identificativo 4100 (**Figura 3.7**), e il tagliante sismico alla base del modello raffinato. A tal fine, è necessario applicare le funzioni che consentono la definizione delle componenti oggetto dell'analisi ciclica. Nello specifico, in relazione alla modalità di gestione delle condizioni al contorno [62], numerazione dei gradi di libertà nodali [63], tipo di algoritmo di risoluzione del problema [65], definizione del sistema matriciale risolvete [66] e definizione del criterio di convergenza [67], si applicando i medesimi metodi impiegati per l'esecuzione dell'analisi statica a carichi gravitazionali. Per quanto concerne la definizione del tipo di *Integrator* [64], invece, si applica la modalità *DisplacementControl* [25], assegnando al nodo di controllo di sommità considerato un incremento di spostamento orizzontale, assunto pari al valore di spostamento costituente la storia di spostamenti ciclici definita secondo quanto menzionato in precedenza, e corrispondente allo step di analisi da eseguire. Ciò è fatto mediante la definizione di una struttura *for* [81], nel codice Python inerente alle analisi del modello raffinato, attraverso la quale si eseguono dei cicli sull'intera storia degli spostamenti oggetto dell'analisi ciclica. In ogni ciclo *for*, si esegue un'analisi in controllo di spostamento [25], assegnando al nodo di controllo di sommità il valore di spostamento orizzontale corrispondente allo step di analisi da eseguire e si specifica, mediante il comando *analysis* [39] di OpenSees, la modalità di analisi *Static*. In secondo luogo, si esegue l'analisi del singolo step di analisi ciclica, mediante il comando *analyze* [68]. Inoltre, in analogia a quanto svolto nel paragrafo precedente (par. 3.3.3 “*Analisi statica non lineare (analisi Pushover)*”), si specificano un diverso criterio di convergenza [67] e algoritmo di risoluzione del problema [65], qualora nell'analisi dello step considerato non sia raggiunta la convergenza. In definitiva, analogamente a quanto svolto nel suddetto paragrafo, ad ogni step di analisi ciclica si determinano lo spostamento orizzontale del nodo di controllo considerato, mediante il comando *nodeDisp* [26] di OpenSees, e il tagliante sismico alla base del modello raffinato, quest'ultimo calcolato come somma delle reazioni taglienti in corrispondenza dei nodi di base (**Figura 3.7**), definite attraverso il comando *nodeReaction* [80] di OpenSees. Infine, per ogni analisi ciclica di interesse, si perviene alla definizione delle storie dello spostamento orizzontale del nodo di controllo e del tagliante sismico alla base del modello raffinato.

Nelle **Figure 3.30** e **3.31** si mostra il comportamento ciclico del modello raffinato, ottenuto a partire dall'applicazione dei profili di forze modale e uniforme, rispettivamente. Dai risultati ottenuti, si osserva che, per entrambi i profili di forze laterali inizialmente applicati, all'aumentare del livello di spostamento imposto al nodo di controllo si ha un aumento dell'estensione dell'area racchiusa dai cicli di isteresi, e dunque dell'energia dissipata, e una riduzione della loro pendenza media, connessa alla rigidità strutturale, e dei picchi di resistenza, in accordo secondo quanto atteso. Inoltre, in entrambi i casi si effettua il confronto tra il comportamento ciclico e quello monotono, quest'ultimo ottenuto mediante le analisi Pushover oggetto del paragrafo precedente (par. 3.3.3 “*Analisi statica non lineare (analisi Pushover)*”). Attraverso il

suddetto confronto, emerge un aspetto interessante, secondo il quale le curve di capacità rappresentano, indicativamente, l'involuppo del risultato dell'analisi ciclica.



**Figura 3.30** - Comportamento ciclico del modello strutturale raffinato, ottenuto mediante l'applicazione del profilo di forze modale [40].



**Figura 3.31** - Comportamento ciclico del modello strutturale raffinato, ottenuto mediante l'applicazione del profilo di forze uniforme [40].

### 3.3.5 Analisi dinamica non lineare (analisi time-history)

Nel presente paragrafo si sottopone il modello raffinato ad un'analisi dinamica non lineare, comunemente nota come *analisi time-history*, con l'obiettivo di individuare il proprio *comportamento sismico*, attraverso un set di accelerogrammi di input. Per quanto concerne i cenni di analisi dinamica non lineare, si rimanda al par. 2.4.3.1 "*Cenni di analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*". In particolare, secondo quanto menzionato nel par. 2.4.3.2 "*Analisi dinamiche con accelerogrammi*", tale analisi è condotta mediante l'impiego di un set di storie temporali di accelerazione al suolo, selezionate secondo quanto indicato in uno specifico articolo scientifico (A. Deb et al. [32]). Nello specifico, si considerano, in totale, quattro set di accelerogrammi, ciascuno dei quali costituito da quattro differenti storie di accelerazione al suolo, aventi in comune il medesimo livello di hazard, quest'ultimo espresso in termini di periodo di ritorno  $T_r$ . Ai fini delle analisi del presente paragrafo, si prevede l'impiego di quattro set di accelerogrammi, caratterizzati da livelli di hazard crescenti: (HL1:  $T_r = 72$  anni, HL2:  $T_r = 224$  anni, HL3:  $T_r = 475$  anni, HL4:  $T_r = 975$  anni).

Dunque, per ogni analisi time-history si identifica la risposta sismica del modello raffinato, sottoponendo quest'ultimo ad un dato accelerogramma di input. A tal proposito, in accordo a quanto citato nel par. 2.4.3.2 "*Analisi dinamiche con accelerogrammi*", si rende necessario conoscere le seguenti informazioni, ai fini dell'esecuzione di ogni analisi time-history di interesse:

- accelerogramma di input;
- durata del segnale sismico;
- periodo di campionamento dell'accelerogramma di input;
- step temporale di analisi;
- fattore di scala dell'accelerogramma di input.

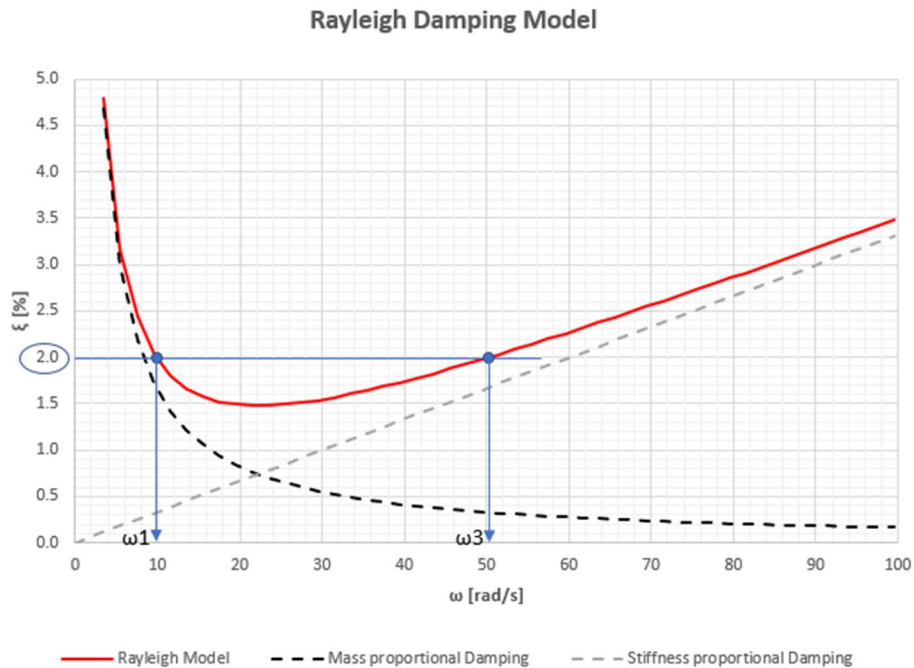
In primo luogo, nel codice Python inerente alle analisi del modello raffinato, si fa in modo di leggere i dati di una generica storia temporale di accelerazione al suolo, contenuti, nello specifico, in un file di testo. Ciò è fatto importando nel codice in esame la libreria *numpy* [82] di Python, contenente il pacchetto fondamentale per il calcolo scientifico. Come citato in precedenza, le informazioni di ogni accelerogramma sono contenute in uno specifico file di testo, e comprendono, come dati noti, il numero complessivo di dati di accelerazione al suolo, il periodo di campionamento dell'accelerogramma considerato  $dt$ , e i dati di accelerazione al suolo espressi in g.

Pertanto, attraverso la libreria *numpy* [82] di Python, è possibile importare le suddette informazioni caratterizzanti la generica storia di accelerazione al suolo, nel codice in esame, mediante la funzione *loadtxt* [83], la quale richiede come input il nome del file di testo di interesse. In secondo luogo, mediante i suddetti dati, si determina la durata del segnale sismico come il prodotto tra il numero di dati di accelerazione al suolo e il periodo di campionamento dell'accelerogramma. Inoltre, come citato nel par. 2.4.3.1 "*Cenni di analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*", lo step temporale di analisi, da impiegare ai fini della risoluzione dell'equazione del moto (2), è considerato costante e pari alla metà del periodo di campionamento dell'accelerogramma in esame. Per quanto

concerne il fattore di scala dell'input sismico considerato, invece, esso è definito in funzione dell'unità di misura dei valori di accelerazione al suolo. A tal riguardo, poiché i dati di accelerazione al suolo sono espressi in g, si applica un fattore di scala pari a 9810, al fine di trattare tali dati in  $\text{mm/s}^2$ , coerentemente con le unità di misura di riferimento del modello strutturale raffinato.

A partire dalla conoscenza delle informazioni precedentemente indicate, come citato nel par. 2.4.3.2 “*Analisi dinamiche con accelerogrammi*”, è possibile applicare il generico input sismico alla base del modello raffinato. Ciò è fatto applicando la seguente sequenza di funzioni di OpenSees: *timeSeries('Path')* [35] e *pattern('UniformExcitation')* [36]. La funzione *timeSeries('Path')* [35] consente di definire una relazione tra fattore di carico e tempo, in forma di una serie di punti discreti (fattore di carico, tempo) nello spazio 2D. Con riferimento alle informazioni dell'input sismico considerato, si specificano, all'interno della suddetta funzione, il proprio *tag* identificativo, il periodo di campionamento dell'accelerogramma in esame, i valori dei fattori di carico corrispondenti ai dati di accelerazione al suolo e il fattore di scala dello stesso accelerogramma. La funzione *pattern('UniformExcitation')* [36], invece, permette di applicare un'eccitazione sismica uniforme alla base del modello raffinato, agente lungo una specifica direzione. Nel caso in esame, si specificano, all'interno di tale funzione, il proprio *tag* identificativo, la direzione lungo la quale l'eccitazione sismica agisce (moto sismico traslazionale nella direzione orizzontale globale X, **Figura 3.25**) e il medesimo *tag* identificativo impiegato per la definizione della relazione tra fattore di carico e tempo, corrispondente all'accelerogramma di input.

Una volta assegnato il generico input sismico, risulta necessario definire le caratteristiche di massa, smorzamento e rigidezza del modello raffinato. In relazione alla matrice di rigidezza, come citato nel par. 2.4.3.1 “*Cenni di analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*”, essa è definita in virtù della geometria del modello strutturale e delle proprietà dei materiali impiegati. Tuttavia, poiché il modello in esame assume un comportamento di tipo non lineare, la matrice di rigidezza associata è soggetta a variazione durante l'analisi, a causa del danneggiamento strutturale che si attinge per effetto del moto sismico. Per quanto concerne la definizione della matrice di massa del modello raffinato, essa risulta automaticamente definita, avendo assegnato le masse nodali traslazionali ai nodi mostrati in **Figura 3.7**, ad eccezione dei nodi di base (par. 3.2.7 “*Carichi gravitazionali e masse*”). Ai fini della definizione dello smorzamento, invece, come menzionato nel par. 2.4.3.1 “*Cenni di analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*”, si fa riferimento al modello di smorzamento di *Rayleigh* [33], assumendo che la prima e terza forma modale del modello raffinato (par. 3.3.2 “*Analisi modale*”) siano caratterizzate da un rapporto di smorzamento  $\xi$  pari al 2%. In questo modo, determinando le pulsazioni proprie associate a tali modi di vibrare, a partire dai risultati dell'analisi modale, si identificano i coefficienti reali  $\alpha$  e  $\beta$  del modello di smorzamento di *Rayleigh* [33], secondo le espressioni (4) e (5), pervenendo al risultato grafico mostrato in **Figura 3.32**.



**Figura 3.32** - Rappresentazione grafica del modello di smorzamento di Rayleigh [33].

Il modello di smorzamento di *Rayleigh* [33] è definito applicando il comando *rayleigh* [37] di OpenSees, assegnando il parametro  $\alpha$  alla matrice di massa e, come indicato nel par. 2.4.3.2 “*Analisi dinamiche con accelerogrammi*”, il parametro  $\beta$  alla matrice di rigidezza corrispondente all’ultimo step di analisi in cui la convergenza è raggiunta.

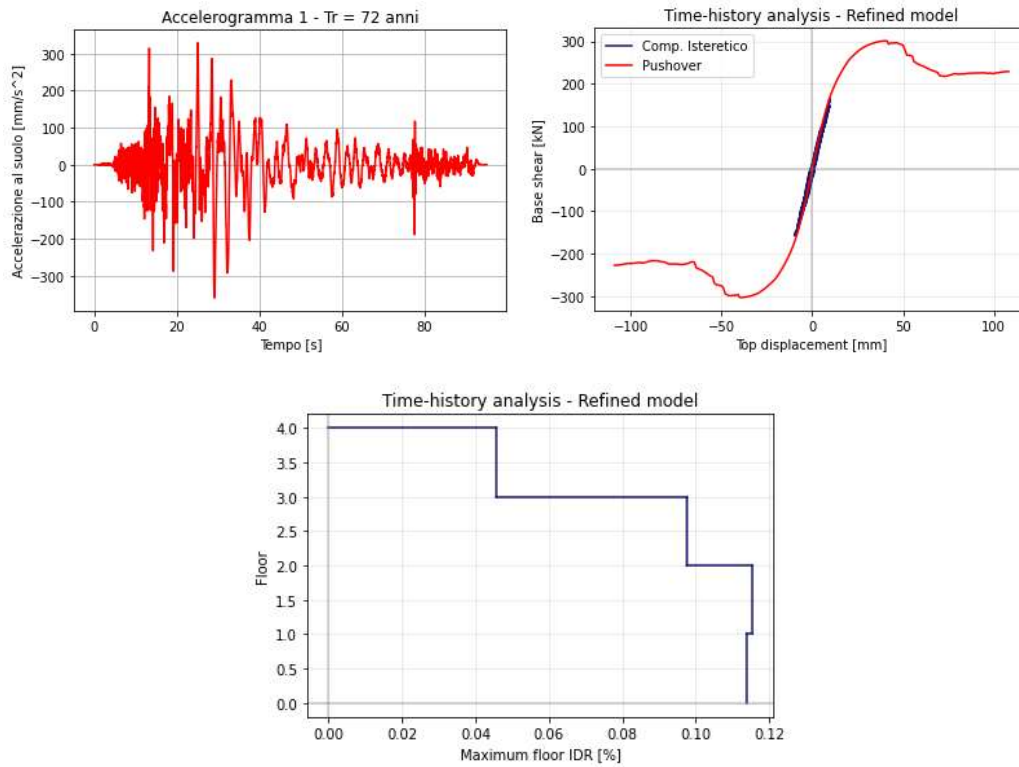
A questo punto, in analogia a quanto svolto ai fini dell’esecuzione delle analisi oggetto dei paragrafi precedenti, si applicano le funzioni di OpenSees che consentono la definizione delle componenti oggetto dell’analisi dinamica non lineare. A tal proposito, in relazione alla modalità di gestione delle condizioni al contorno [62], numerazione dei gradi di libertà nodali [63], tipo di algoritmo di risoluzione del problema [65] e definizione del sistema matriciale risolvete [66], si applicando i medesimi metodi impiegati per l’esecuzione dell’analisi statica a carichi gravitazionali. Per quanto concerne la definizione del criterio di convergenza [67], si fa riferimento al criterio *EnergyIncr* [77], assegnando una tolleranza di errore di  $1 \cdot 10^{-8}$  e un massimo numero di iterazioni pari a 150. In relazione alla definizione del tipo di *Integrator* [64], come menzionato nel par. 2.4.3.2 “*Analisi dinamiche con accelerogrammi*”, si considera il metodo di *Newmark* [38], ponendo i parametri  $\gamma$  e  $\beta$  pari a 0.5 e 0.25, rispettivamente.

In secondo luogo, occorre specificare, mediante il comando *analysis* [39] di OpenSees, la modalità di analisi *Transient*, essendo coinvolta la variabile temporale. Successivamente, si esegue l’analisi di ogni step di analisi time-history, mediante il comando *analyze* [68] di OpenSees, specificando, inoltre, l’estensione dello step temporale di analisi. Quest’ultimo punto è eseguito, in analogia a quanto svolto nel par. 3.3.3 “*Analisi statica non lineare (analisi Pushover)*”, mediante la realizzazione di una struttura *while* [79], attraverso la quale si eseguono dei cicli che terminano nell’istante in cui cessa il segnale sismico considerato. In ogni ciclo *while*, si esegue l’analisi di un

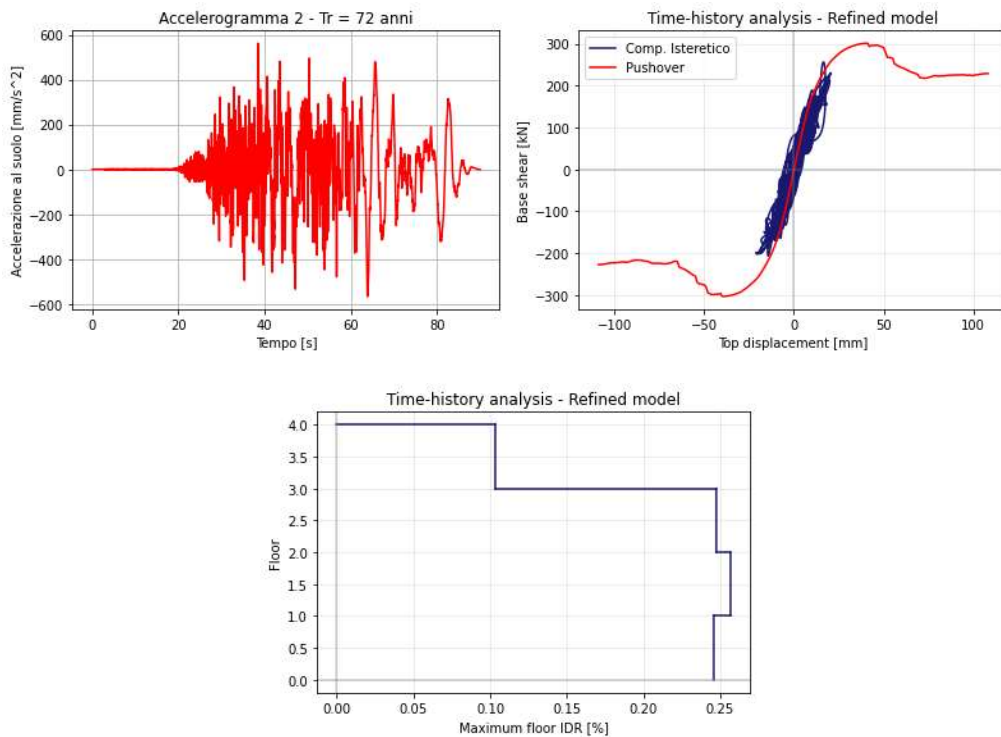


singolo step di analisi time-history, specificando, inoltre, un diverso criterio di convergenza [67] e algoritmo di risoluzione del problema [65] qualora nell'analisi dello step considerato non sia raggiunta la convergenza. Infine, come menzionato nel par. 2.4.3.2 “*Analisi dinamiche con accelerogrammi*”, per ogni analisi time-history di interesse, si perviene alla definizione della risposta sismica del modello raffinato, in termini di tagliante sismico alla base-spostamento orizzontale di sommità e profilo dei massimi IDR (Interstorey-Drift-Ratio) di piano.

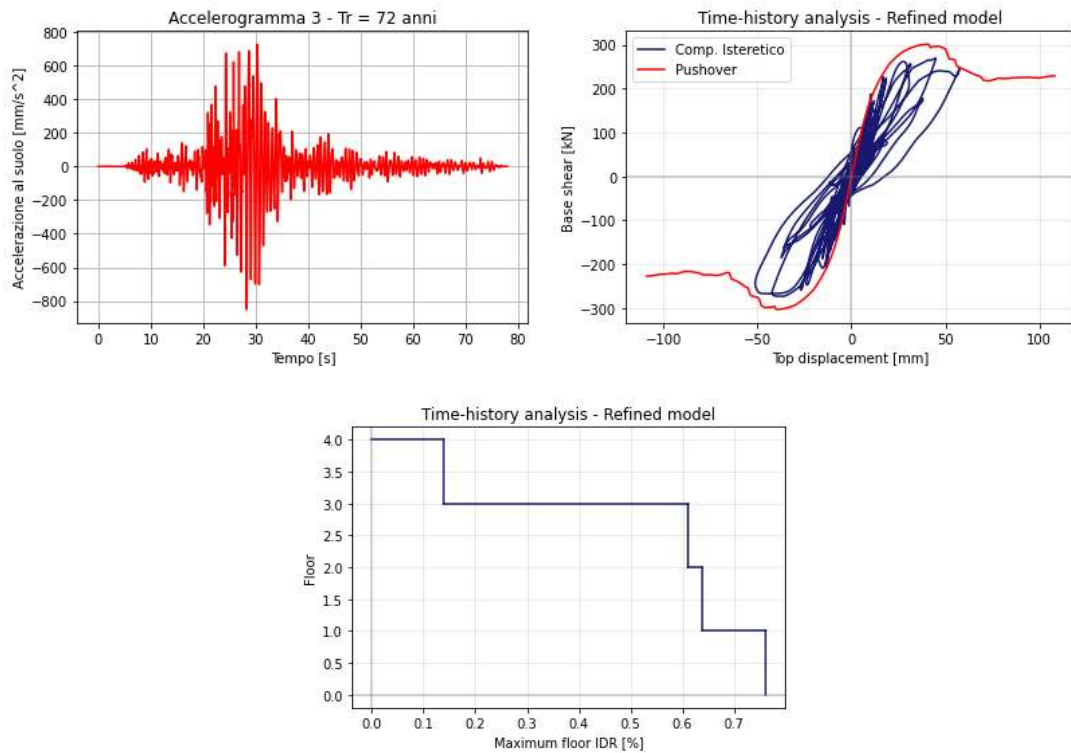
Nelle **Figure 3.33, 3.34, 3.35, 3.36, 3.37, 3.38, 3.39 e 3.40** si riportano le suddette risposte del modello raffinato, corrispondenti ai primi due set di accelerogrammi considerati (HL1:  $T_r = 72$  anni, HL2:  $T_r = 224$  anni). Nell'**Appendice A** sono riportate le medesime risposte, riferite, invece, agli ultimi due set di accelerogrammi (HL3:  $T_r = 475$  anni, HL4:  $T_r = 975$  anni). Osservando i risultati ottenuti, come atteso, si deduce chiaramente che la risposta sismica del modello raffinato in esame è nettamente diversa terremoto per terremoto. Ciò risulta ragionevole in quanto basti pensare che ogni terremoto è caratterizzato da specifici contenuti di frequenza e, pertanto, tenderà ad esaltare specifiche frequenze proprie del modello strutturale analizzato, e dunque specifici modi propri. Inoltre, osservando la risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo, ottenuta per ogni analisi time-history, si nota che la curva Pushover del modello raffinato, ricavata mediante l'analisi statica non lineare di cui al par. 3.3.3 “*Analisi statica non lineare (analisi Pushover)*”, rappresenta indicativamente l'involuppo del risultato dell'analisi dinamica, in linea a quanto già osservato nel par. 3.3.4 “*Analisi ciclica*”. Tuttavia, occorre precisare che l'analisi statica e dinamica non lineare sono caratterizzate da approcci completamente differenti tra loro. Nel primo caso, si opera mediante un profilo di forze laterali crescente monotonicamente, eseguendo, ad ogni step di analisi, un'analisi statica e identificando la risposta del sistema non lineare, la quale risulta essere strettamente dipendente dall'assunzione dell'utente sul profilo di forze (o modo di collasso). Nel secondo caso, invece, la forzante del sistema non lineare rappresenta l'input sismico e, per le ragioni esposte nel par. 2.4.3.1 “*Cenni di analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*”, si ha la necessità di eseguire un'operazione di integrazione numerica dell'equazione del moto (2), ad ogni step di analisi, identificando una risposta che, in generale, può non essere consistente se confrontata con quella ottenuta mediante l'analisi statica non lineare. La ragione di tale aspetto risiede nel fatto che ogni terremoto richiede, in genere, la plasticizzazione di alcuni elementi della struttura e, pertanto, ci si aspetta che durante l'analisi dinamica la distribuzione delle forze interne di richiamo vari; ciò è il motivo per cui è possibile, in alcuni casi, identificare una risposta dinamica che non tenda a seguire esattamente il risultato dell'analisi Pushover. Per quanto concerne la risposta del modello in termini di profilo dei massimi IDR di piano, si deduce che, per ogni input sismico considerato, il massimo spostamento relativo di piano tende a concentrarsi ai piani più bassi, in special modo a livello del primo piano.



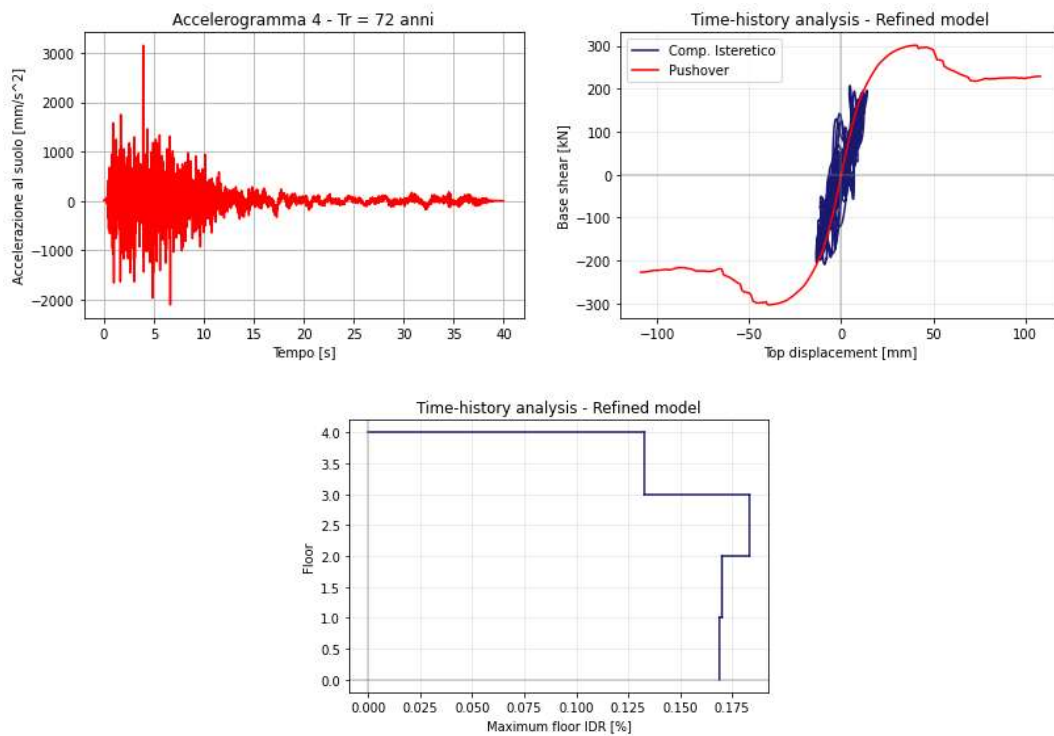
**Figura 3.33** - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 1 – Tr = 72 anni (figura in alto a sinistra).



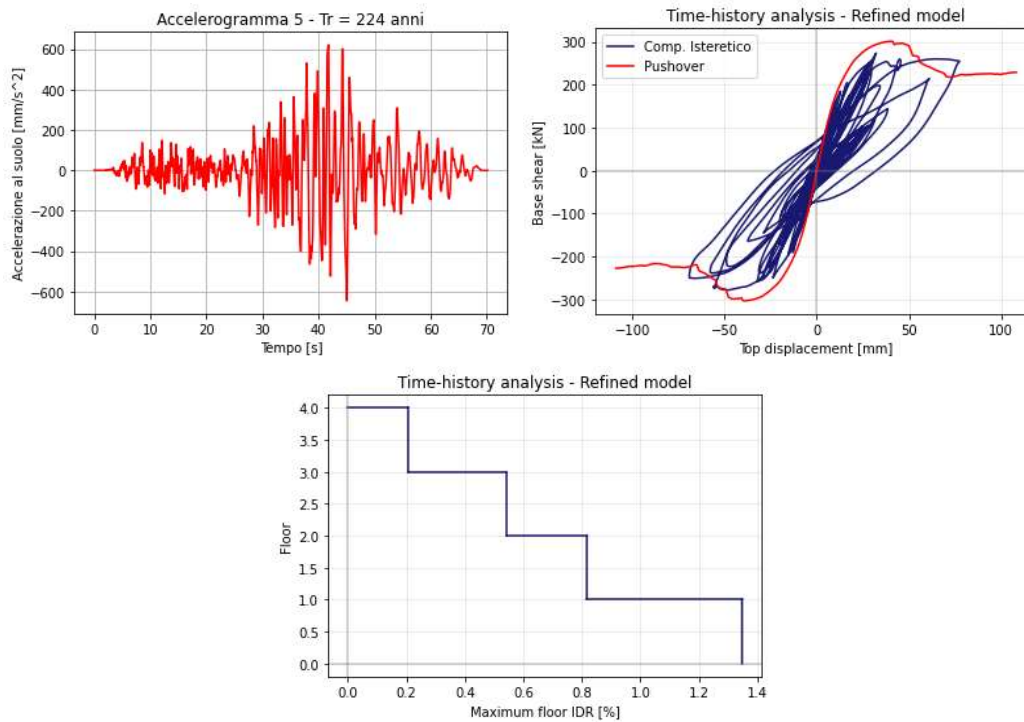
**Figura 3.34** - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 2 – Tr = 72 anni (figura in alto a sinistra).



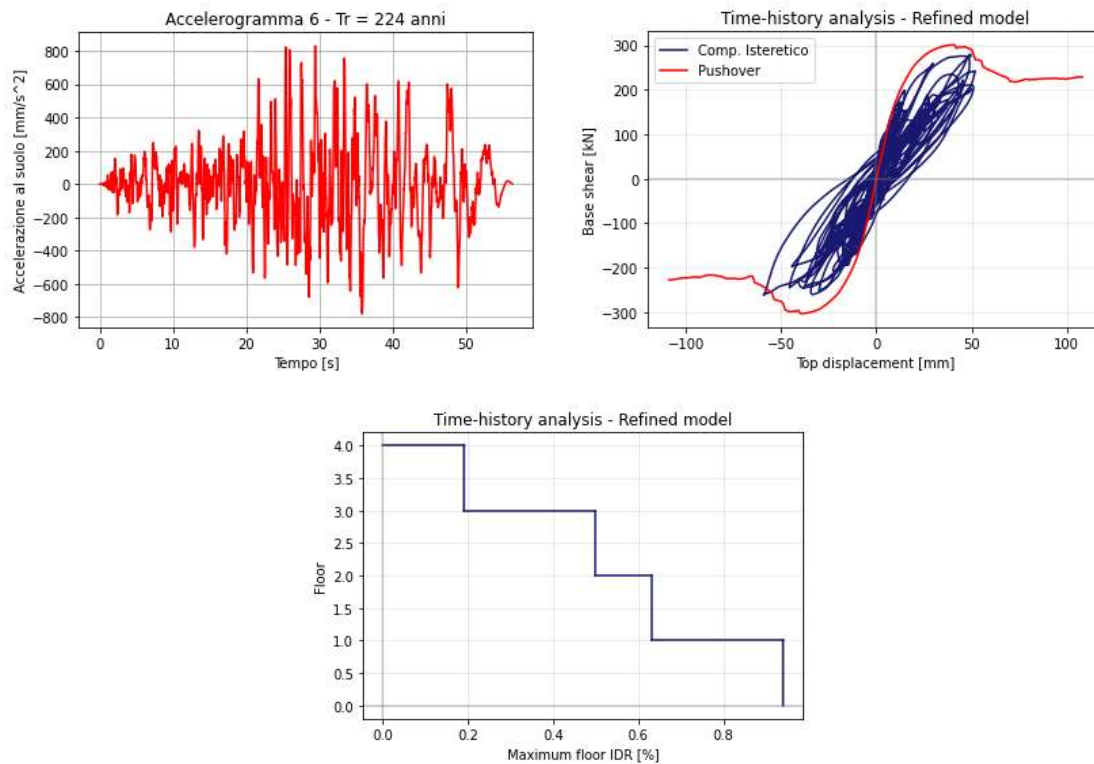
**Figura 3.35** - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 3 – Tr = 72 anni (figura in alto a sinistra).



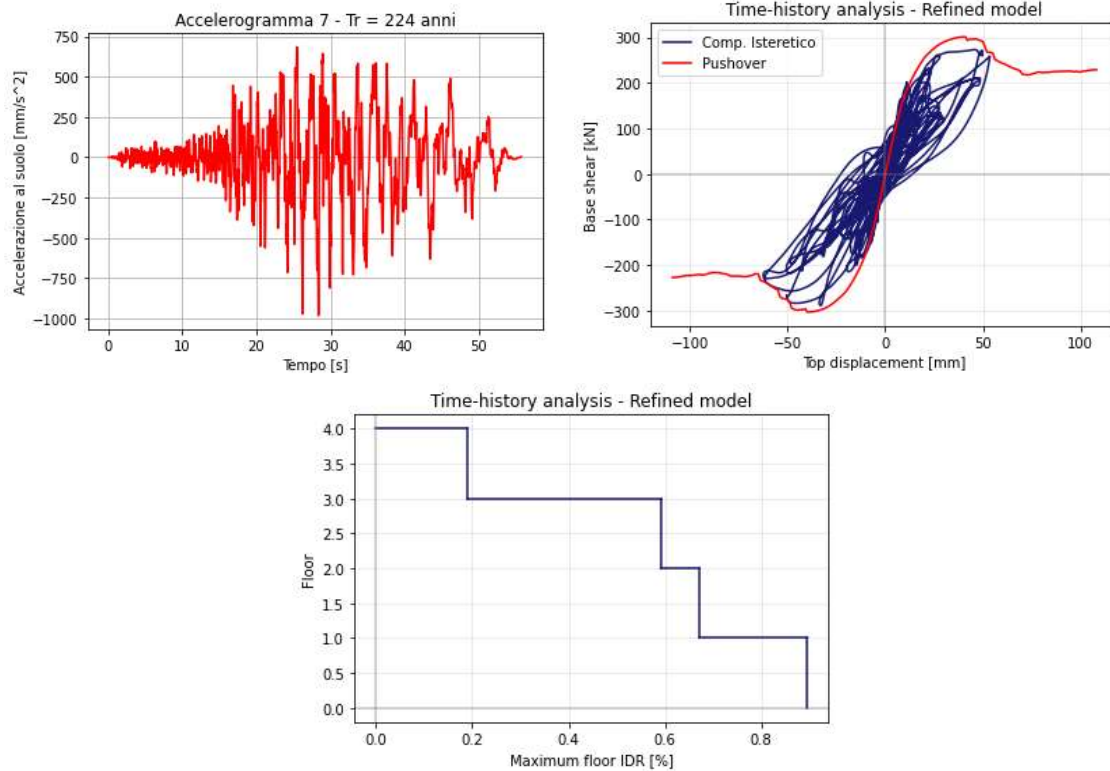
**Figura 3.36** - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 4 – Tr = 72 anni (figura in alto a sinistra).



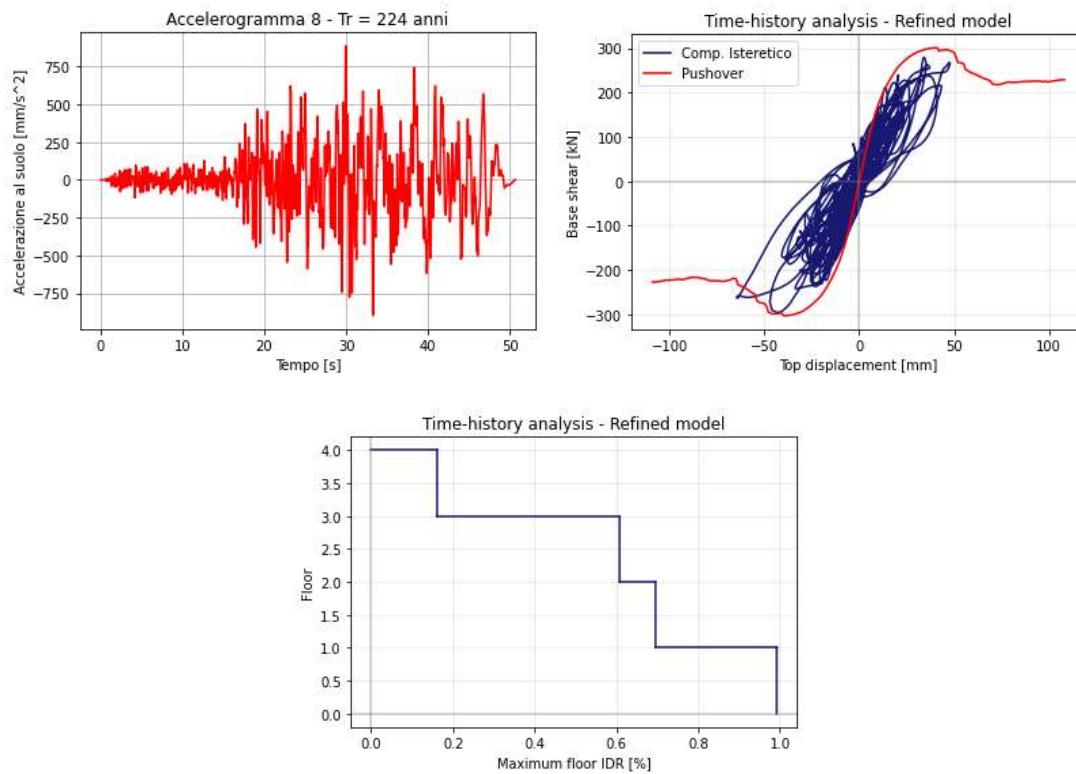
**Figura 3.37** - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 5 – Tr = 224 anni (figura in alto a sinistra).



**Figura 3.38** - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 6 – Tr = 224 anni (figura in alto a sinistra).



**Figura 3.39** - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 7 – Tr = 224 anni (figura in alto a sinistra).



**Figura 3.40** - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 8 – Tr = 224 anni (figura in alto a sinistra)

### 3.4 Calibrazione del modello strutturale ridotto

Nel presente paragrafo si affronta la fase di calibrazione del modello strutturale ridotto, rappresentativo della struttura intelaiata piana in c.a. oggetto del caso studio, mettendo in evidenza la capacità del suddetto modello strutturale nel cogliere il comportamento non lineare della struttura in esame. Ai fini della definizione del modello ridotto, si applica la procedura di calibrazione riportata nel par. 2.4 “*Calibrazione delle molle non lineari*”.

#### 3.4.1 Calibrazione del comportamento monotonic del modello ridotto

In relazione alla calibrazione del comportamento monotonic del modello strutturale ridotto, rappresentativo della struttura intelaiata in c.a. oggetto del caso studio, si applicano i primi due step previsti dalla procedura di calibrazione proposta nel par. 2.4 “*Calibrazione delle molle non lineari*”:

- *step 1*: determinazione del comportamento monotonic delle colonne del telaio 2D selezionato;
- *step 2*: calibrazione del comportamento monotonic delle molle non lineari;

Tuttavia, nel caso in esame, la struttura intelaiata in c.a. di riferimento consiste di una struttura piana. Pertanto, la procedura di calibrazione riportata nel par. 2.4 “*Calibrazione delle molle non lineari*” è applicata ad un solo telaio 2D. Per quanto concerne la determinazione del comportamento monotonic delle colonne del modello raffinato della struttura intelaiata in c.a. di riferimento (*step 1*), si eseguono delle analisi Pushover di piano, secondo quanto indicato nel par. 2.4.1.2 “*Analisi Pushover di piano*”. La calibrazione delle molle non lineari (*step 2*), invece, è svolta mediante l’impiego di un algoritmo genetico, il quale sfrutta i risultati delle analisi Pushover di piano, eseguite sul modello raffinato (par. 2.4.2 “*Calibrazione del comportamento monotonic delle molle non lineari*”). Ultimato il processo di calibrazione del comportamento non lineare monotonic delle molle costituenti il modello strutturale ridotto, si definisce il suddetto modello seguendo una procedura analoga a quella impiegata per la definizione del modello strutturale raffinato (par. 3.2 “*Definizione del modello strutturale raffinato*”), ma con alcune sostanziali differenze. Infine, si sottopone il modello strutturale ridotto ad un’analisi Pushover, seguendo la medesima procedura considerata per l’esecuzione dell’analisi Pushover del modello raffinato (par. 3.3.3 “*Analisi statica non lineare (analisi Pushover)*”), mettendo in luce la similarità dei risultati corrispondenti a entrambi i modelli.

### 3.4.1.1 Determinazione del comportamento monotonicamente delle colonne del modello strutturale raffinato

Nel presente paragrafo si tratta la determinazione del comportamento monotonicamente delle colonne del modello strutturale raffinato, rappresentativo della struttura intelaiata piana in c.a. di riferimento. La definizione del suddetto modello strutturale è trattata nel par. 3.2 “Definizione del modello strutturale raffinato”. Ai fini della determinazione del comportamento non lineare monotonicamente taglio-spostamento di interpiano delle colonne del modello raffinato, si applica la procedura riportata nel par. 2.4.1.2 “Analisi Pushover di piano”, in cui sono proposti due differenti metodi di analisi Pushover di piano, la cui scelta di uno rispetto all’altro, come punto di riferimento ai fini della calibrazione delle molle non lineari, è determinata dal confronto complessivo della risposta monotonicamente globale del modello raffinato della struttura intelaiata in c.a. oggetto del caso studio e del modello ridotto corrispondente.

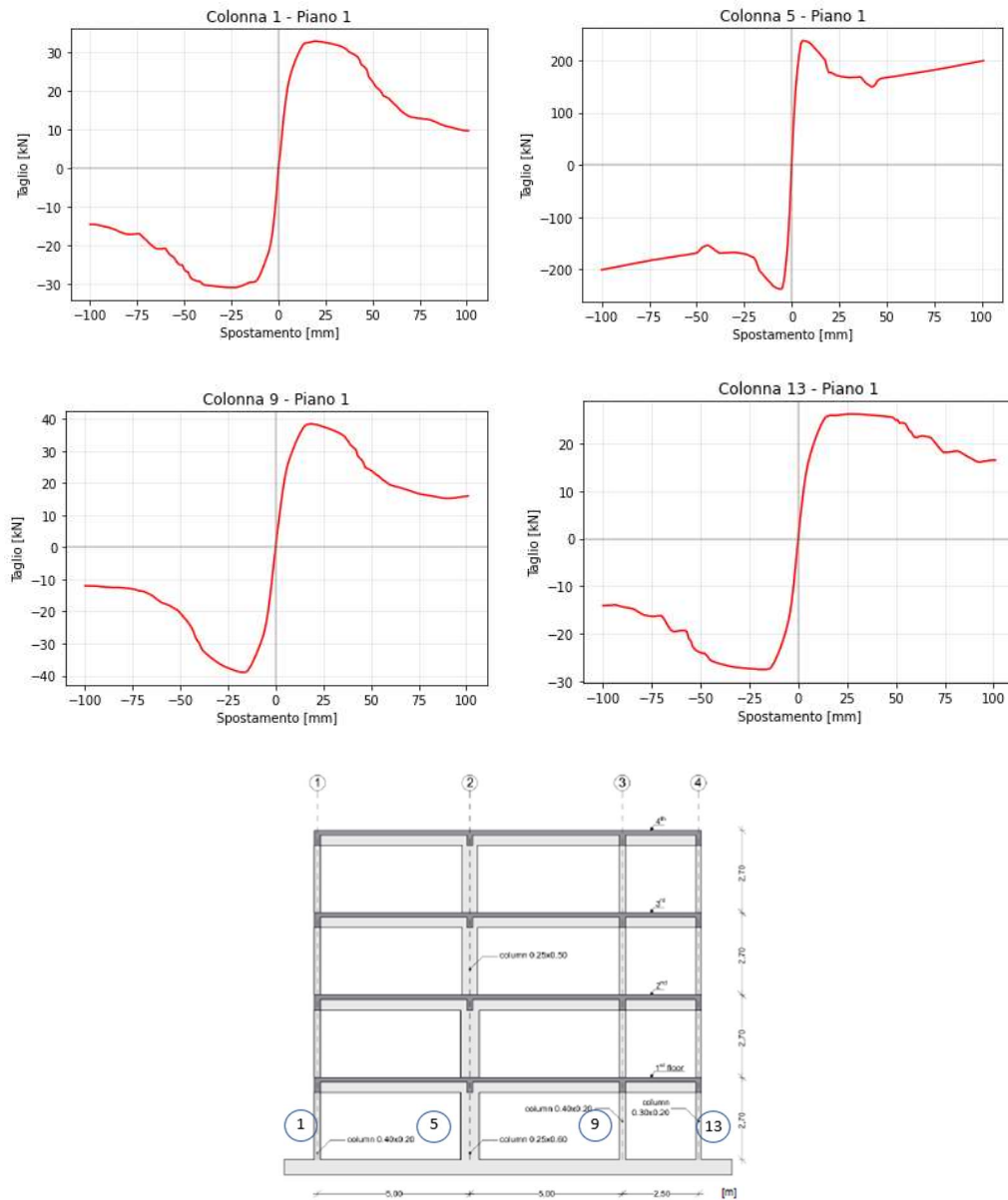
Dunque, nel codice Python inerente alle analisi del modello raffinato, si eseguono le analisi Pushover di piano secondo i due metodi proposti nel par. 2.4.1.2 “Analisi Pushover di piano” (Figura 2.7 e 2.8). Nello specifico, secondo quanto indicato nel suddetto paragrafo, le procedure di analisi Pushover di piano proposte si applicano, in generale, per tutti i piani, nella direzione orizzontale globale del modello raffinato  $X$  (Figura 3.25) e per ogni verso, positivo e negativo. In particolare, per ciascun metodo di analisi considerato e per ogni piano oggetto di analisi, si applicando i vincoli carrello scorrevoli verticalmente a livello dei piani da vincolare, mediante il comando *fix* [48] di OpenSees, specificando, per ciascun piano da vincolare, il *tag* identificativo di un nodo di estremità e assegnando il valore unitario in corrispondenza del grado di libertà di spostamento orizzontale. In secondo luogo, in relazione al metodo di analisi Pushover di piano considerato, si applica una forza orizzontale unitaria a livello del piano oggetto di analisi (Metodo 1, Figura 2.7) o un profilo di forze unitarie a partire dal piano considerato (Metodo 2, Figura 2.8). Ciò è fatto applicando le funzioni di OpenSees *pattern(‘Plain’)* [23] e *load* [24]. Nella funzione *pattern(‘Plain’)* [23] di OpenSees, la quale consente di definire un pater di carichi di tipo statico, si specificano il *tag* identificativo corrispondente e il *tag* identificativo impiegato per la definizione della relazione lineare tra fattore di carico e tempo (par. 3.2.7 “Carichi gravitazionali e masse”). Mediante il comando *load* [24] di OpenSees, invece, si applica, ad ogni nodo di interesse, un’azione orizzontale concentrata unitaria. In particolare, le analisi Pushover di piano del modello raffinato lungo il verso  $+X$  (Figura 3.25) sono svolte applicando i vincoli carrello in corrispondenza dei nodi di estremità di destra (Figura 3.7) dei piani da vincolare e le azioni laterali unitarie, con segno positivo, in corrispondenza dei nodi di estremità di sinistra (Figura 3.7). Invece, per quanto concerne le medesime analisi lungo il verso  $-X$  (Figura 3.25), esse sono eseguite considerando i vincoli carrello applicati in corrispondenza dei nodi di estremità di sinistra (Figura 3.7) dei piani da vincolare e le azioni laterali unitarie, con segno negativo, applicate in corrispondenza dei nodi di estremità di destra (Figura 3.7). In entrambi i metodi di analisi Pushover di piano e per ogni piano oggetto di analisi, si monitorano, ad ogni step di analisi, lo spostamento orizzontale di un nodo di controllo di piano, quest’ultimo corrispondente al nodo di estremità di sinistra (Figura 3.7) appartenente al piano in esame, e le sollecitazioni di

taglio agenti sulle colonne del piano considerato. A tal fine, si rende necessario applicare, in primo luogo, le funzioni che consentono la definizione delle componenti oggetto dell'analisi Pushover di piano. Nello specifico, si applicano le medesime funzioni, con i medesimi metodi, impiegate per l'esecuzione delle analisi Pushover sul modello raffinato (par. 3.3.3 "Analisi statica non lineare (analisi Pushover)"). In particolare, in relazione alla definizione del tipo di *Integrator* [64], si applica la modalità *DisplacementControl* [25], specificando, per ogni piano oggetto di analisi, il *tag* identificativo del nodo di controllo corrispondente, il grado di libertà di spostamento orizzontale e l'incremento di spostamento orizzontale, quest'ultimo assunto costante e pari a 1.0 mm per ogni step di analisi. Inoltre, per quanto concerne le analisi Pushover di piano da eseguire lungo il verso  $-X$  (**Figura 3.25**), l'incremento di spostamento assegnato al nodo di controllo di piano considerato è definito con il segno negativo. In secondo luogo, occorre specificare, mediante il comando *analysis* [39] di OpenSees, la modalità di analisi *Static* e, successivamente, eseguire l'analisi di ogni step di analisi Pushover di piano, mediante il comando *analyze* [68]. Quest'ultimo punto è eseguito, in analogia a quanto svolto nel par. 3.3.3 "Analisi statica non lineare (analisi Pushover)", mediante la realizzazione di una struttura *while* [79], attraverso la quale si eseguono dei cicli che terminano al raggiungimento della soglia limite di spostamento imposta al nodo di controllo di piano considerato. In ogni ciclo *while*, si esegue l'analisi di un singolo step di analisi Pushover di piano, specificando, inoltre, un diverso criterio di convergenza [67] e algoritmo di risoluzione del problema [65], qualora nell'analisi dello step considerato non sia raggiunta la convergenza.

In definitiva, ad ogni step di analisi Pushover di piano, si determinano lo spostamento orizzontale del nodo di controllo di piano considerato, mediante il comando *nodeDisp* [26] di OpenSees, e le sollecitazioni di taglio agenti sulle colonne del piano oggetto di analisi. Le suddette sollecitazioni si determinano mediante il comando *eleForce* [27] di OpenSees, specificando, per ciascuna colonna appartenente al piano oggetto di analisi, il *tag* identificativo corrispondente (**Figura 3.12**) e il grado di libertà duale alla sollecitazione richiesta. Infine, per ogni colonna del modello strutturale raffinato, si perviene alla definizione delle storie dello spostamento orizzontale di interpiano e della sollecitazione di taglio agente, lungo la direzione orizzontale globale e in entrambi i versi  $\pm X$  (**Figura 3.25**), descriventi il comportamento non lineare monotonicamente della colonna considerata. Con riferimento allo schema di numerazione delle colonne della struttura intelaiata piana in c.a. oggetto del caso studio (**Figura 3.12**), nelle **Figure 3.41, 3.42, 3.43** e **3.44** si mostrano i comportamenti non lineari monotonicamente taglio-spostamento di interpiano delle colonne del modello strutturale raffinato, individuati mediante l'applicazione del primo metodo di analisi Pushover di piano proposto (**Figura 2.7**). Nelle **Figure 3.45, 3.46, 3.47** e **3.48** si mostrano, invece, i suddetti comportamenti, individuati mediante l'applicazione del secondo metodo di analisi Pushover di piano proposto (**Figura 2.8**).

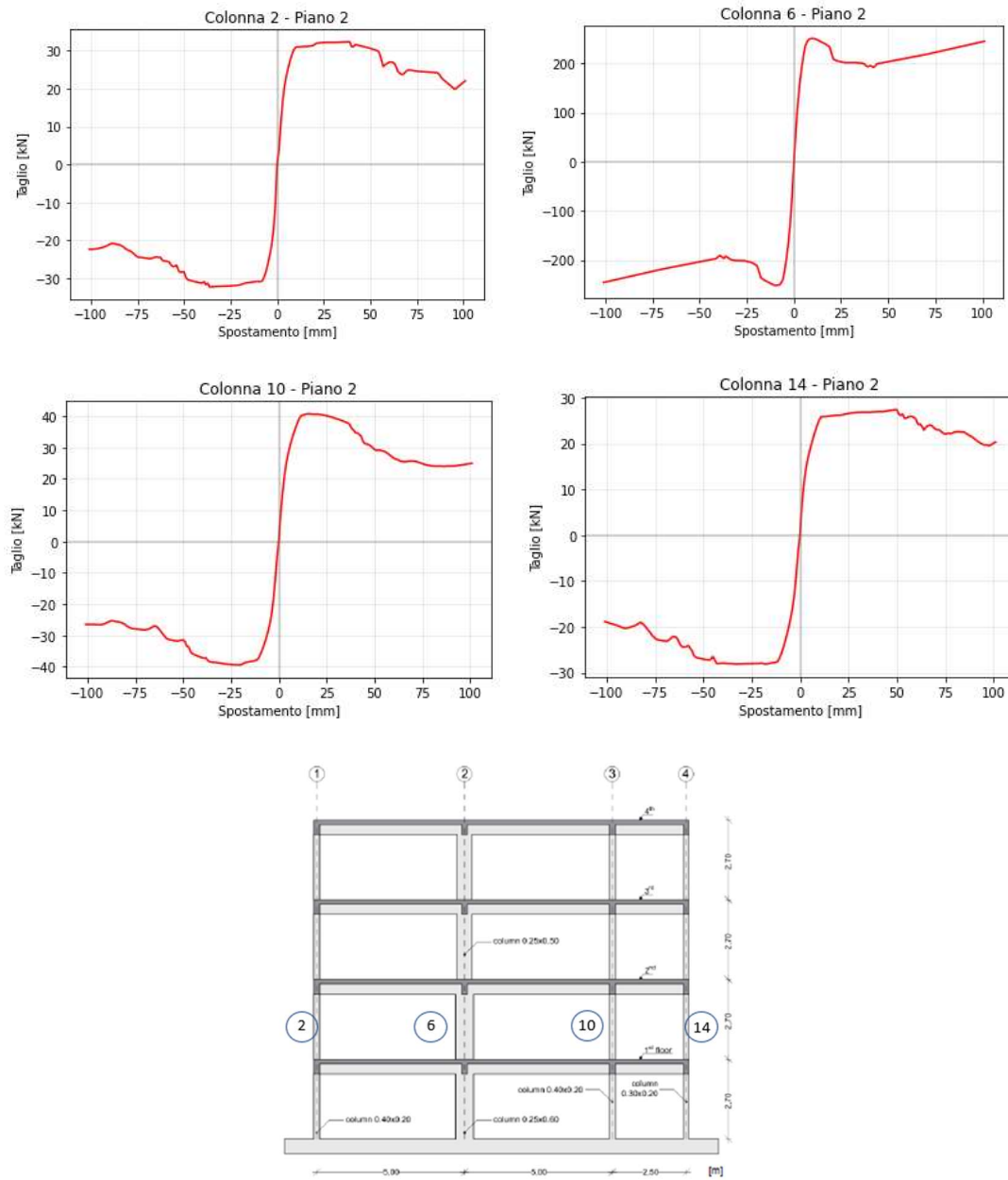


## Primo metodo di analisi Pushover di piano – Piano 1



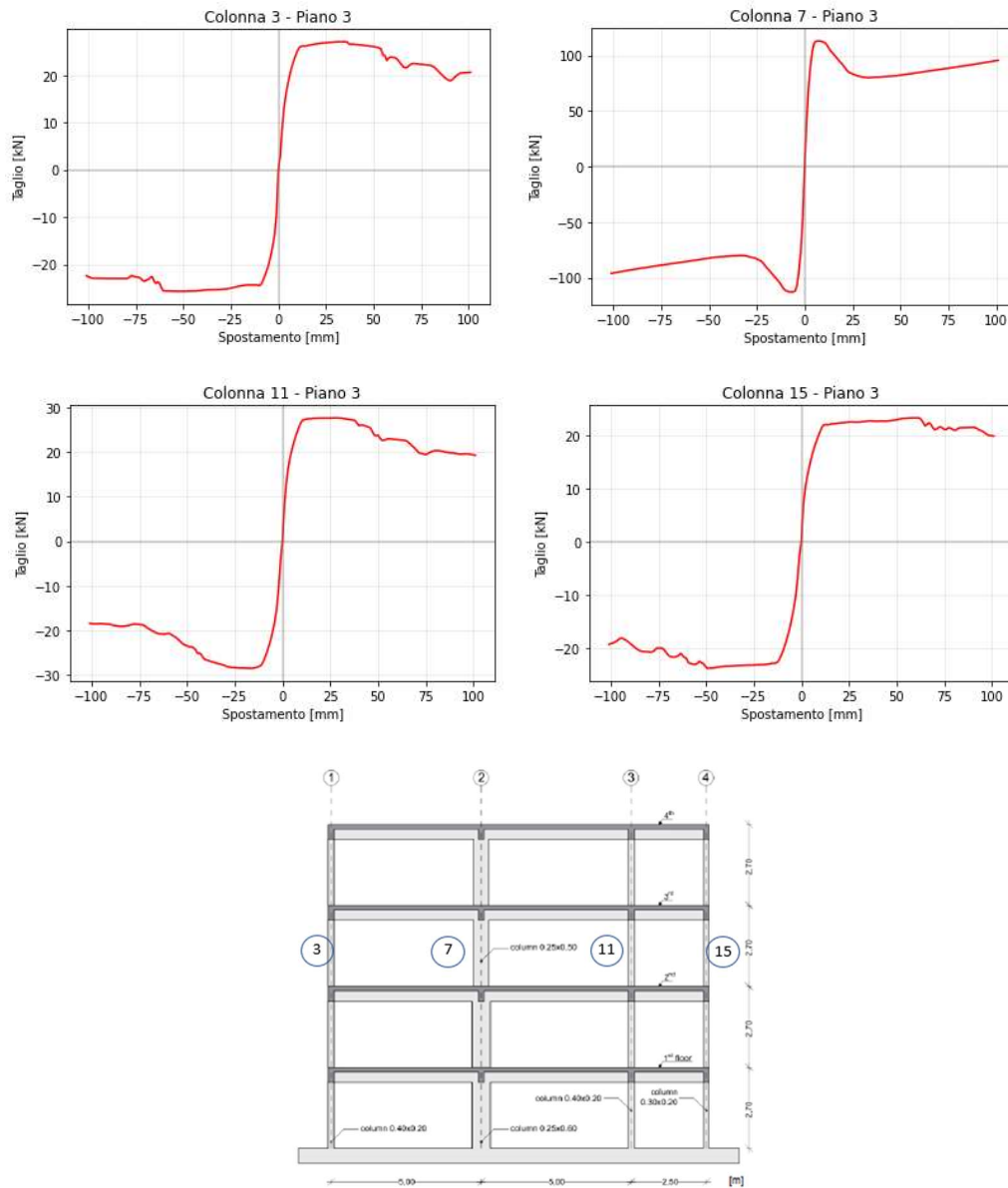
**Figura 3.41** - Comportamenti non lineari monotonici delle colonne del primo piano, ottenuti mediante il primo metodo di analisi Pushover di piano [40].

## Primo metodo di analisi Pushover di piano – Piano 2



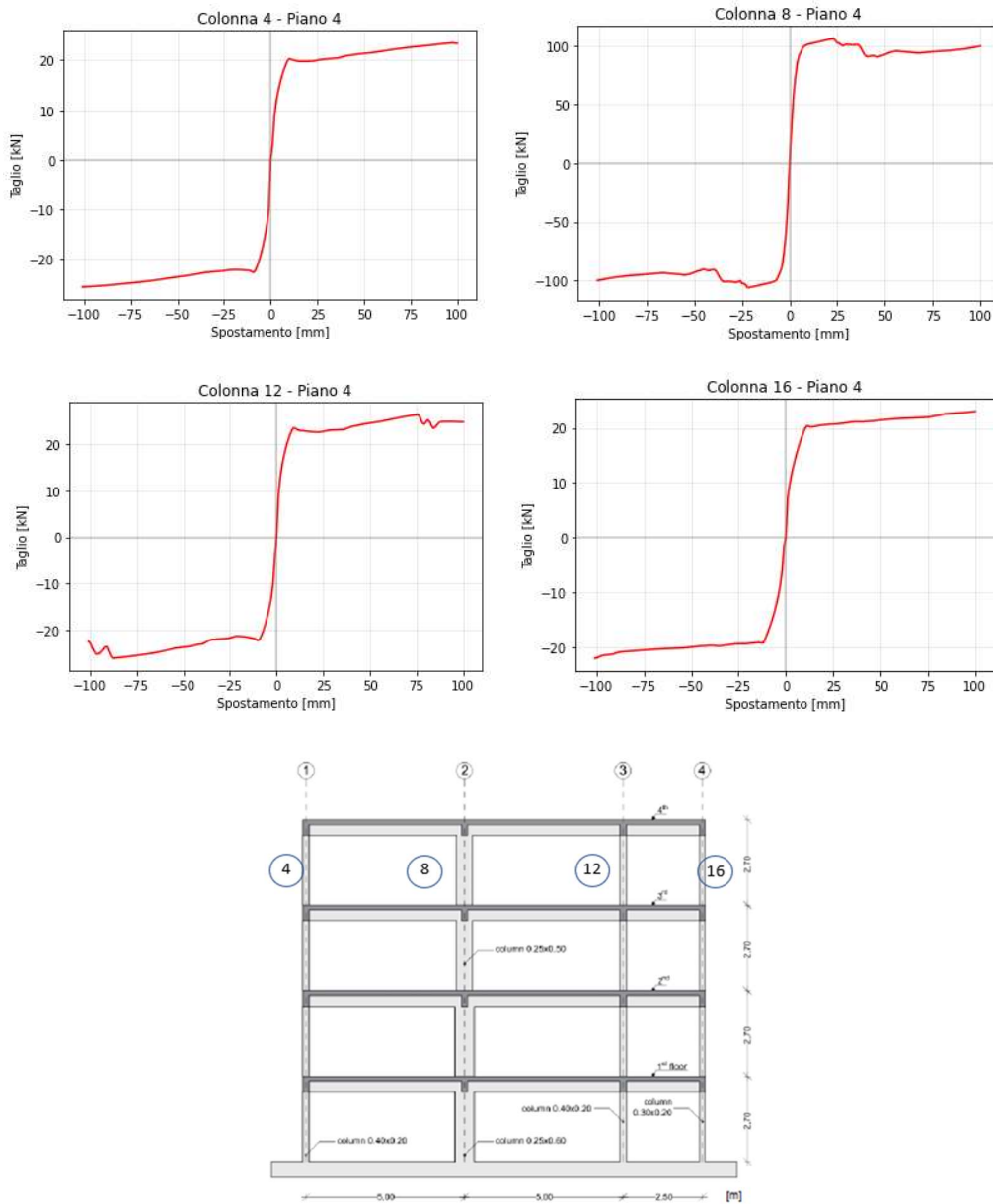
**Figura 3.42** - Comportamenti non lineari monotonici delle colonne del secondo piano, ottenuti mediante il primo metodo di analisi Pushover di piano [40].

### Primo metodo di analisi Pushover di piano – Piano 3



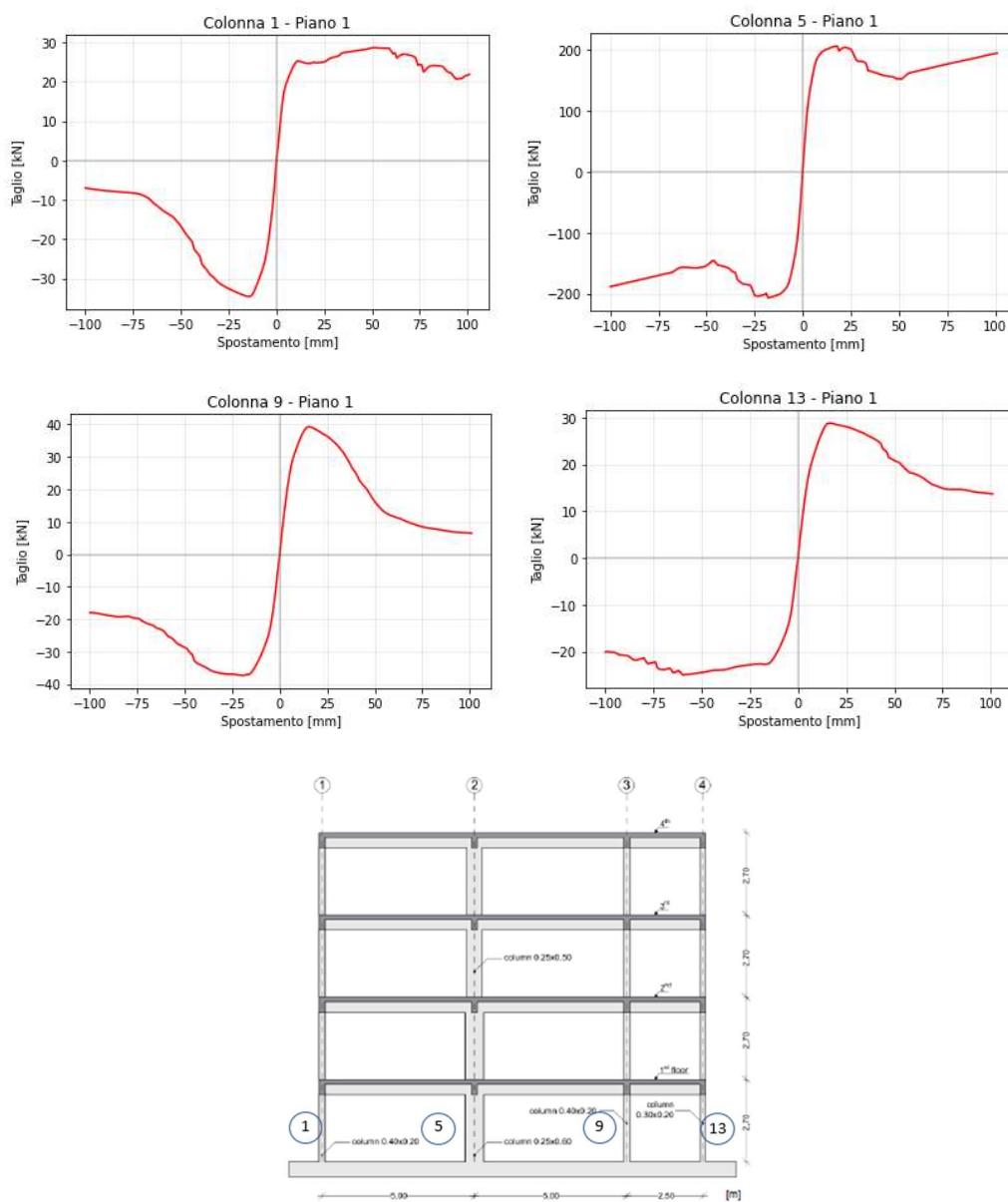
**Figura 3.43** - Comportamenti non lineari monotonici delle colonne del terzo piano, ottenuti mediante il primo metodo di analisi Pushover di piano [40].

## Primo metodo di analisi Pushover di piano – Piano 4



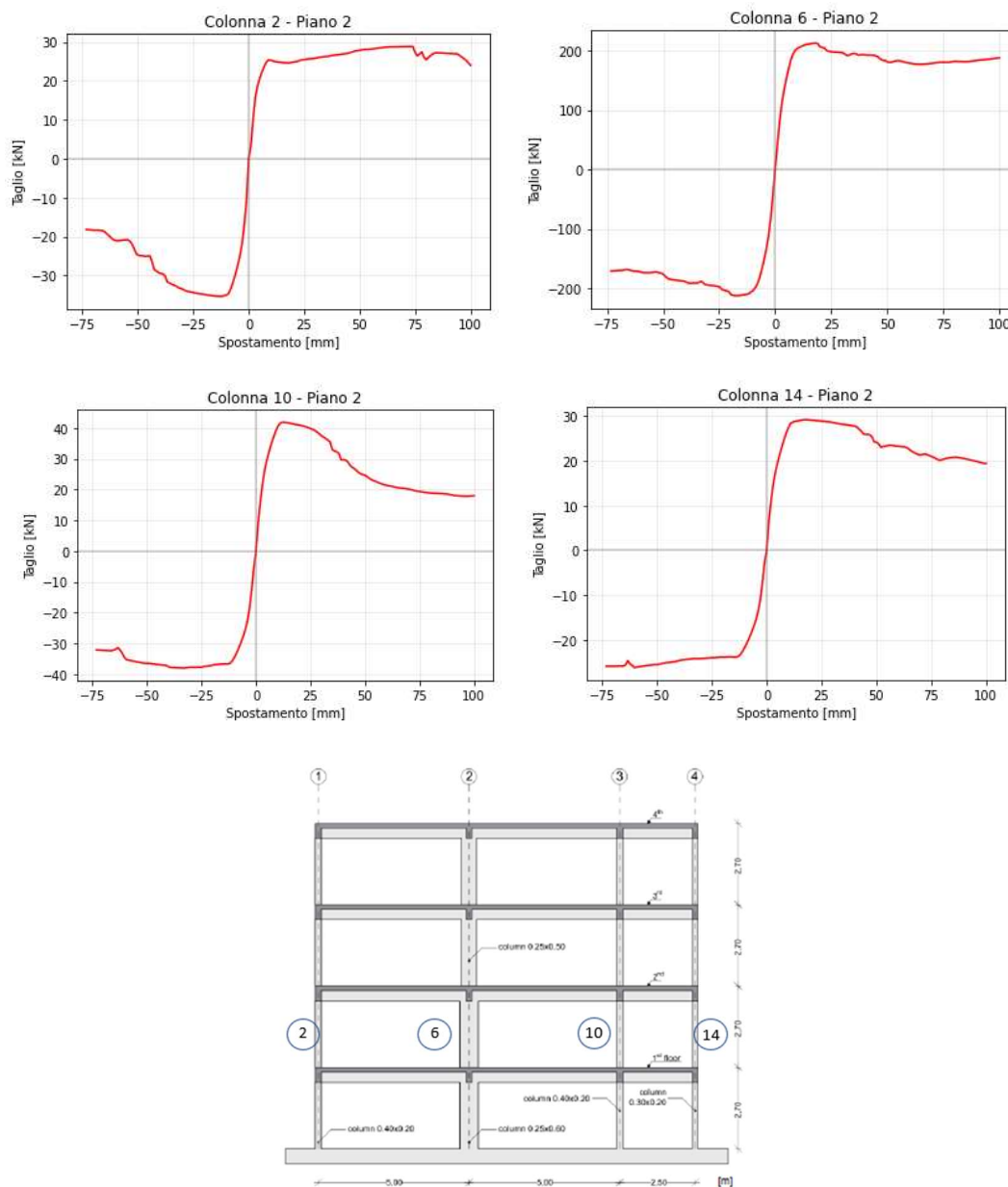
**Figura 3.44** - Comportamenti non lineari monotonici delle colonne del quarto piano, ottenuti mediante il primo metodo di analisi Pushover di piano [40].

## Secondo metodo di analisi Pushover di piano – Piano 1



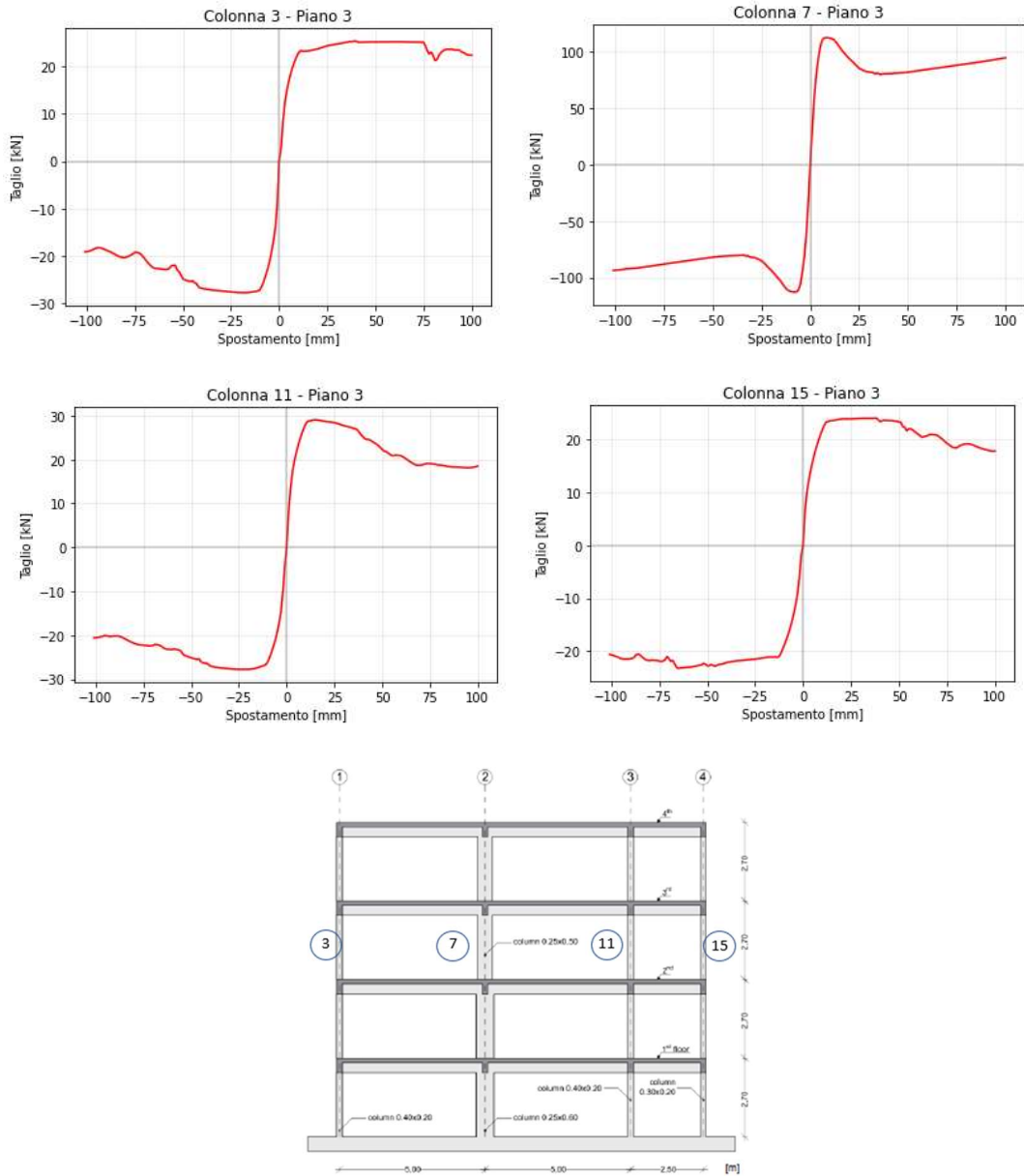
**Figura 3.45** - Comportamenti non lineari monotonici delle colonne del primo piano, ottenuti mediante il secondo metodo di analisi Pushover di piano [40].

## Secondo metodo di analisi Pushover di piano – Piano 2



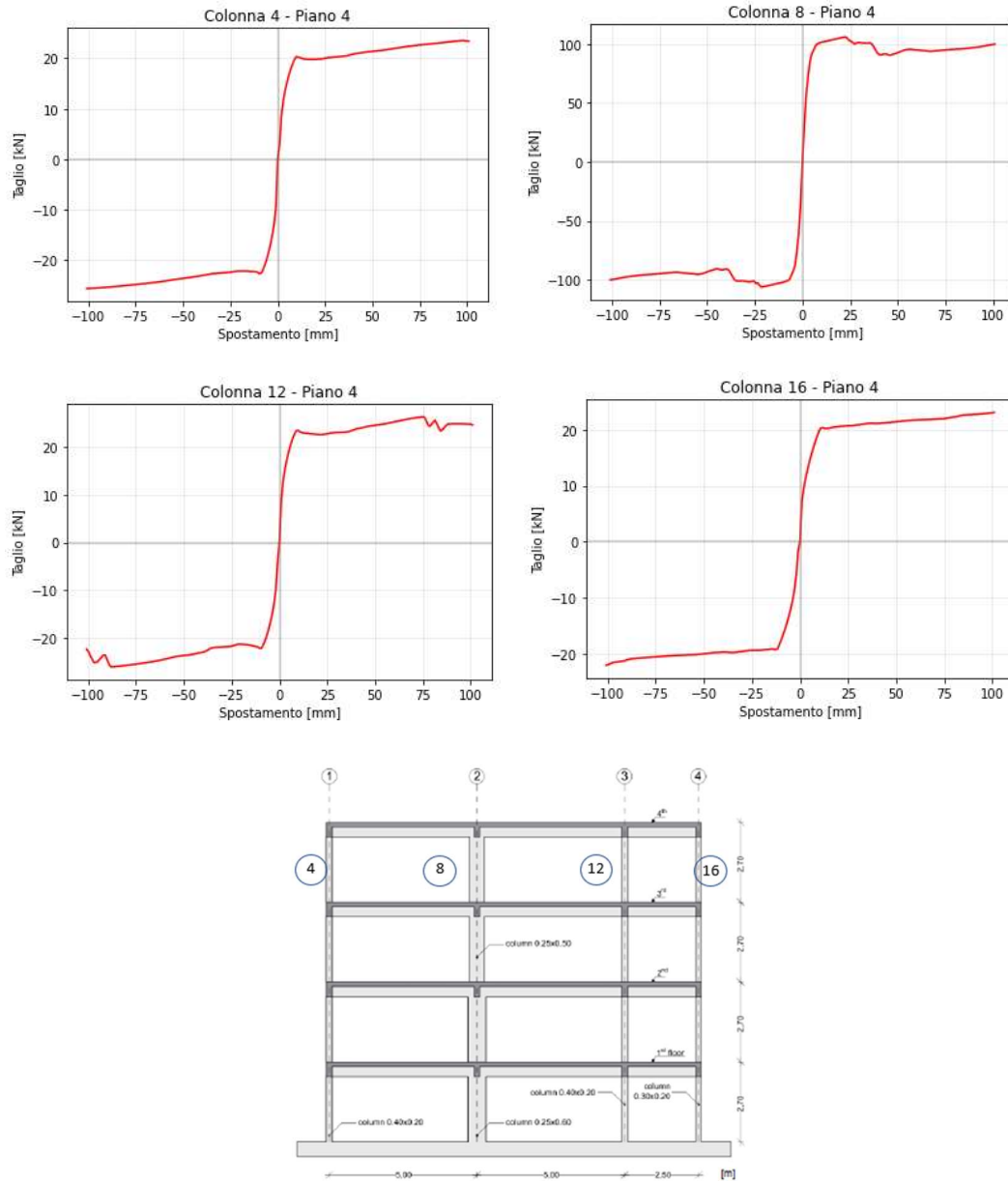
**Figura 3.46** - Comportamenti non lineari monotonici delle colonne del secondo piano, ottenuti mediante il secondo metodo di analisi Pushover di piano [40].

## Secondo metodo di analisi Pushover di piano – Piano 3



**Figura 3.47** - Comportamenti non lineari monotonici delle colonne del terzo piano, ottenuti mediante il secondo metodo di analisi Pushover di piano [40].

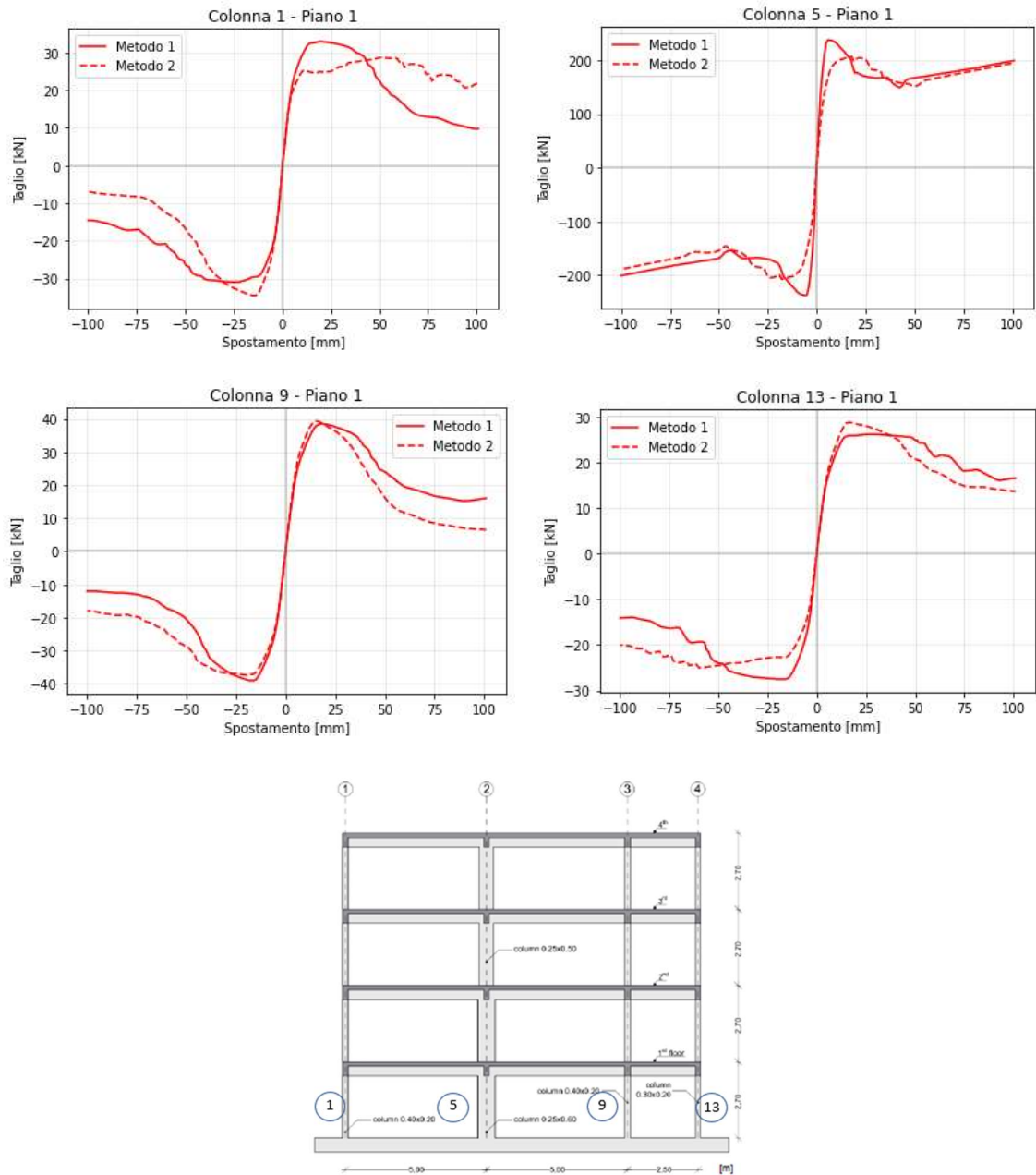
## Secondo metodo di analisi Pushover di piano – Piano 4



**Figura 3.48** - Comportamenti non lineari monotonici delle colonne del quarto piano, ottenuti mediante il secondo metodo di analisi Pushover di piano [40].



Di seguito si mostra il confronto dei risultati ottenuti mediante l'applicazione dei due metodi di analisi Pushover di piano proposti (**Figure 3.49, 3.50, 3.51 e 3.52**).



**Figura 3.49 - Metodo 1 vs Metodo 2 – Piano 1 [40].**

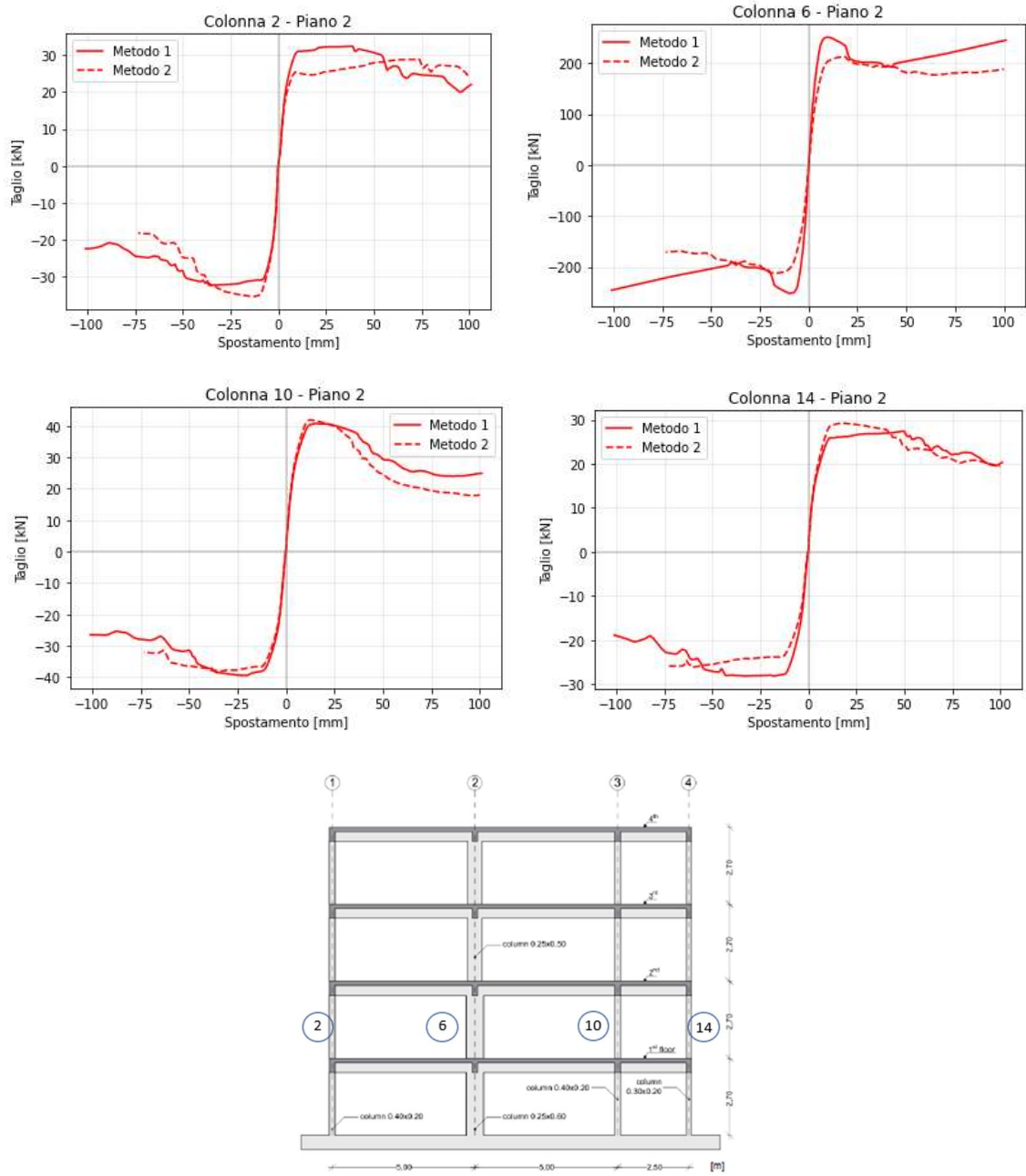


Figura 3.50 - Metodo 1 vs Metodo 2 – Piano 2 [40].

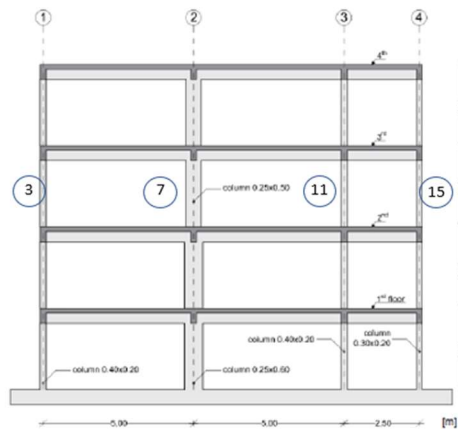
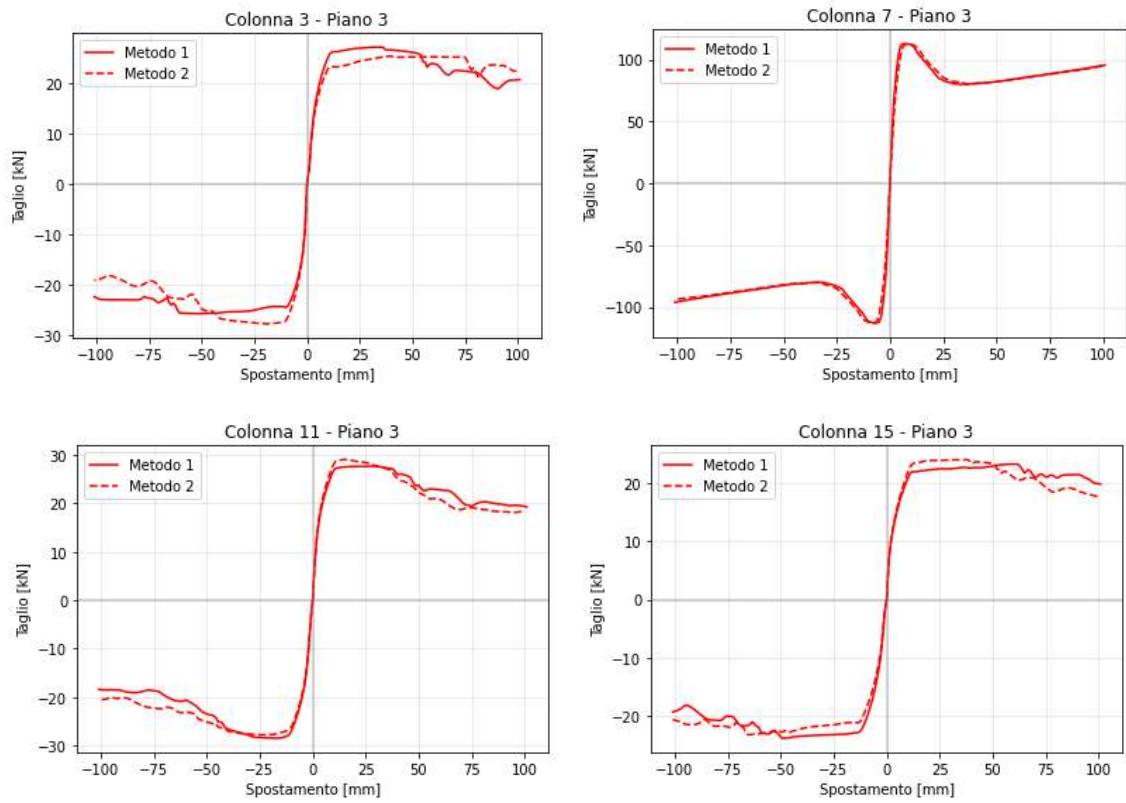


Figura 3.51 - Metodo 1 vs Metodo 2 – Piano 3 [40].

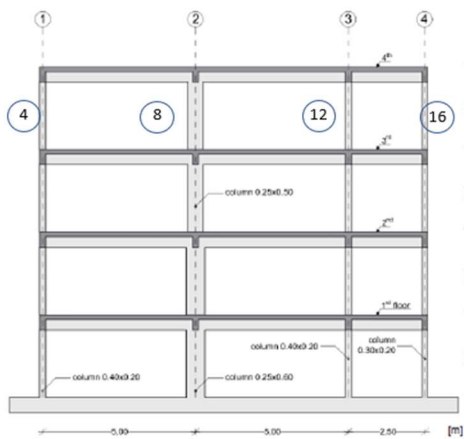
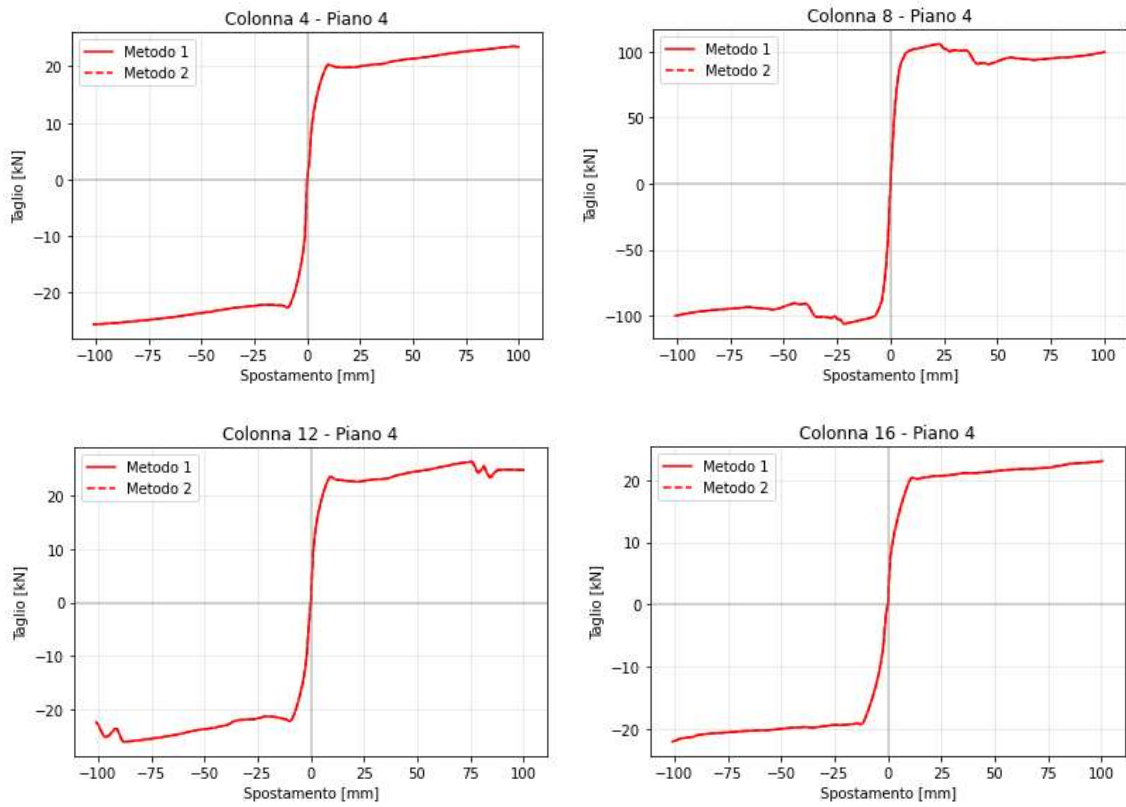


Figura 3.52 - Metodo 1 vs Metodo 2 – Piano 4 [40].

Dal confronto precedente, è possibile notare che, in entrambi i metodi di analisi Pushover di piano, le curve monotoniche taglio-spostamento di interpiano delle colonne costituenti il modello raffinato evidenziano una marcata non linearità di comportamento all'aumentare del livello di spostamento. In particolare, per ogni colonna posta a livello dell'ultimo piano, le curve ottenute mediante l'applicazione dei due metodi di analisi Pushover di piano (Metodo 1: curva continua rossa; Metodo 2: curva tratteggiata rossa) sono sostanzialmente identiche; ciò è ragionevole poiché, indipendentemente dalla tipologia di metodo di analisi e in particolare dalla disposizione dei vincoli carrello, l'ultimo piano è assoggettato ad una forza concentrata crescente monotonicamente. A livello dei piani inferiori e a parità di livello di spostamento raggiunto, si osserva una differenza tra il comportamento non lineare delle singole colonne ottenuto mediante l'applicazione del Metodo 1 e quello ricavato mediante il Metodo 2, la quale tende a crescere man mano che si procede verso i piani più bassi. Tale differenza di comportamento è principalmente legata, oltre alla diversità degli schemi di carico e vincoli previsti da entrambi i metodi di analisi Pushover di piano (**Figure 2.7 e 2.8**), all'entità dello sforzo normale agente sulle colonne, il quale tende ad aumentare procedendo verso i piani inferiori ed è inoltre responsabile delle variazioni di resistenza e duttilità delle colonne stesse. Infatti, le colonne appartenenti alla stessa pilastriata mostrano picchi di resistenza e livelli di duttilità differenti. Nello specifico, in linea a quanto atteso, la resistenza e la duttilità delle colonne, rispettivamente, aumenta e si riduce procedendo verso i piani inferiori.

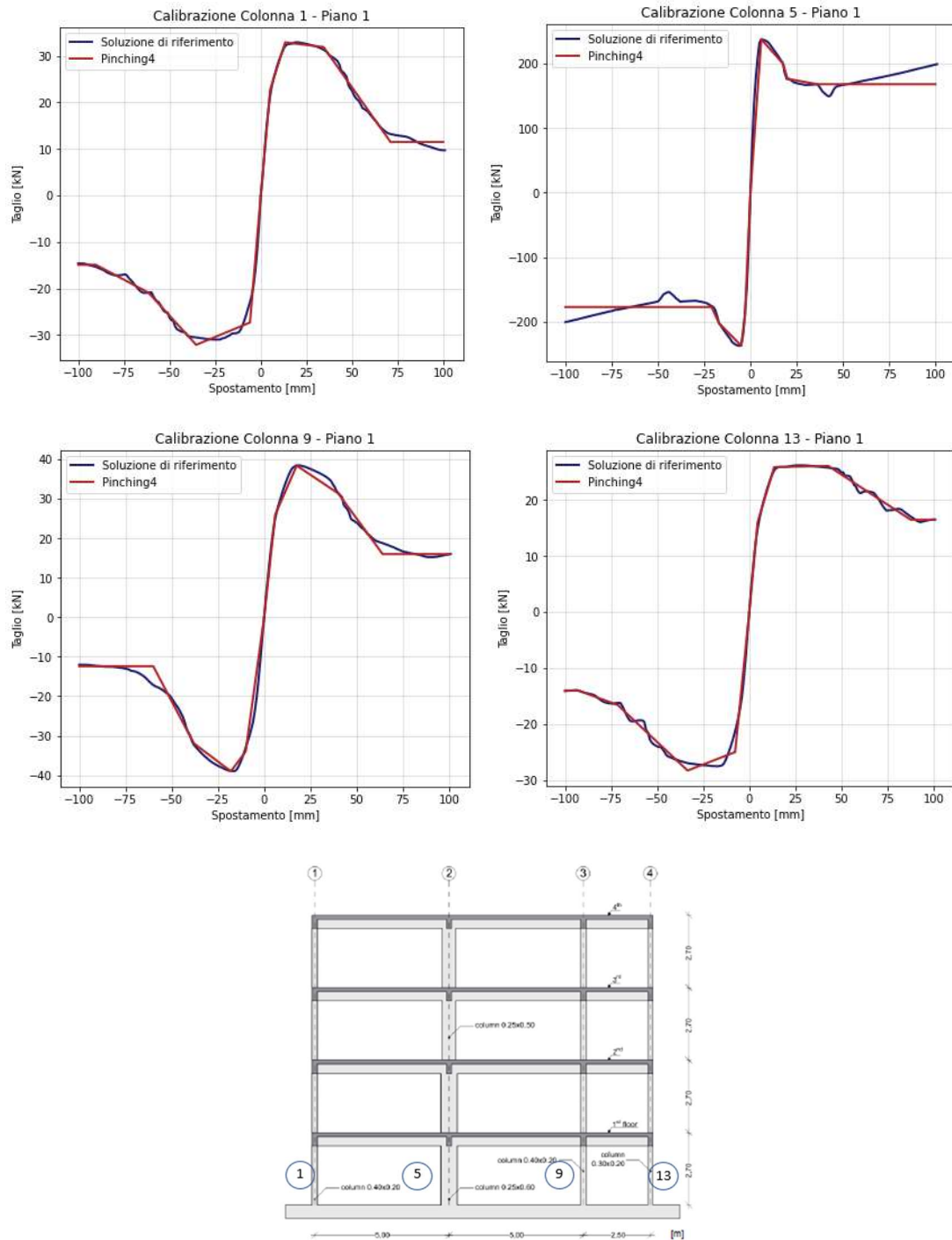
### **3.4.1.2 Calibrazione del comportamento monotonic delle molle non lineari del modello strutturale ridotto**

Ai fini della calibrazione del comportamento monotonic delle molle non lineari, corrispondenti alle colonne del modello strutturale raffinato, si fa riferimento a quanto riportato nel par. 2.4.2 "*Calibrazione del comportamento monotonic delle molle non lineari*". Come indicato nel par. 2.4 "*Calibrazione delle molle non lineari*", a ciascuna molla non lineare si assegna una specifica legge costitutiva taglio-spostamento di interpiano, in grado di riprodurre il comportamento non lineare della colonna corrispondente. A tal riguardo, si considera la legge di comportamento descritta dal modello costitutivo *Pinching4* [18], il quale richiede, in generale, la calibrazione di un set di parametri descriventi il comportamento non lineare monotonic e isteretico della generica molla. In particolare, con riferimento ai risultati delle analisi Pushover di piano oggetto del paragrafo precedente (par. 3.4.1.1 "*Determinazione del comportamento monotonic delle colonne del modello strutturale raffinato*"), si implementa in Python un algoritmo genetico, impiegando i parametri della classe *pygad.GA* [30] riportati nel par. 2.4.2 "*Calibrazione del comportamento monotonic delle molle non lineari*", con l'obiettivo di minimizzare, per ciascuna molla non lineare e per ogni verso di analisi  $\pm X$  (**Figura 3.25**), la funzione errore (1) tra la curva monotonic taglio-spostamento di interpiano di riferimento della colonna corrispondente e quella corrispondente al modello costitutivo *Pinching4* [18]. In definitiva, il risultato dell'algoritmo genetico impiegato è

rappresentato dai set dei parametri ottimali  $ePfl \div ePd4$  e  $eNfl \div eNd4$  (par. 2.4 “Calibrazione delle molle non lineari”), descriventi il comportamento non lineare monotonicamente di ciascuna molla, nei quadranti positivo e negativo (**Figura 2.2**), rispettivamente.

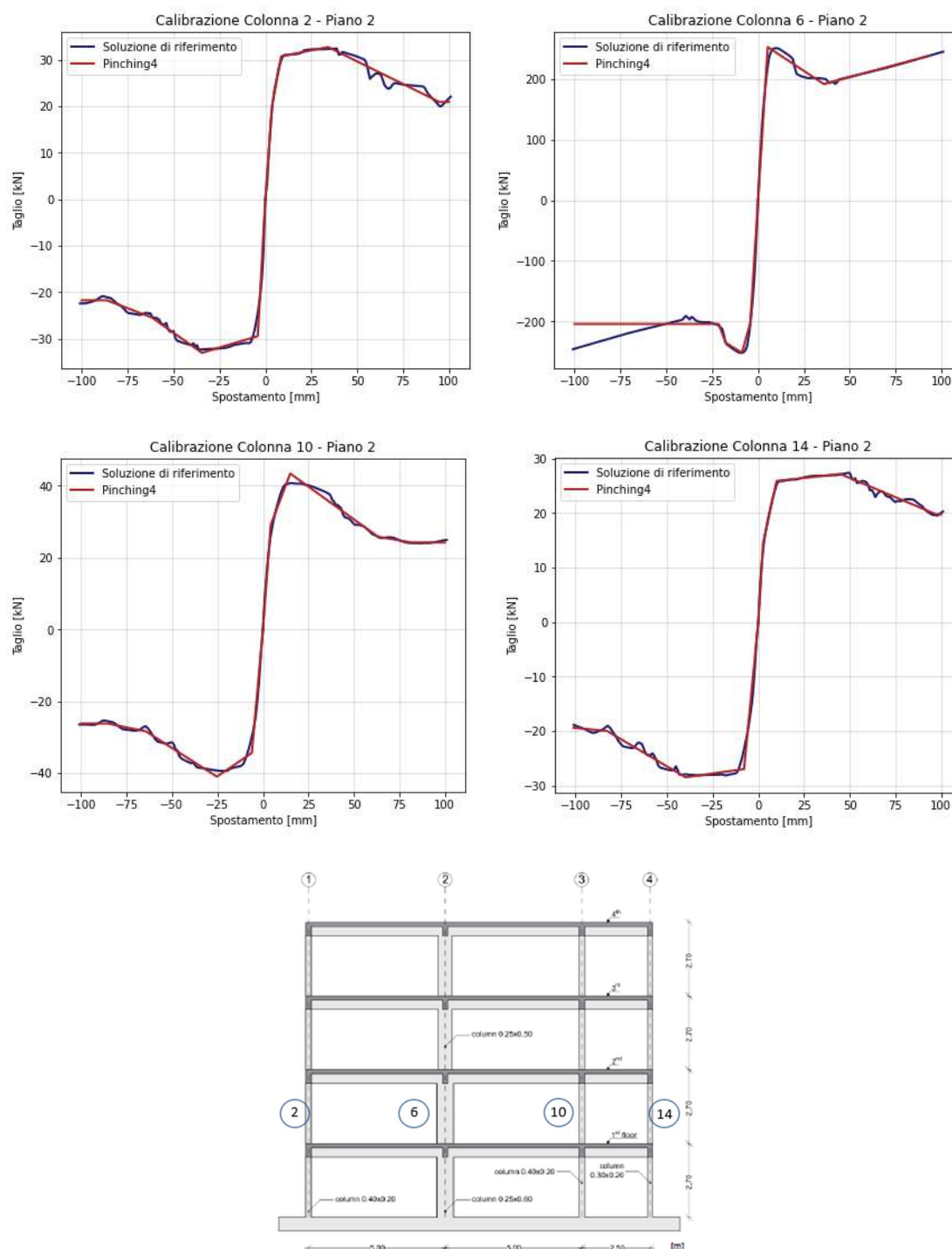
Nel caso in esame, si esegue il processo di calibrazione del comportamento monotonicamente delle molle non lineari per due volte, una volta con riferimento alle curve monotonicamente taglio-spostamento di interpiano delle colonne corrispondenti, ottenute mediante l’applicazione del primo metodo di analisi Pushover di piano, e, successivamente, con riferimento alle suddette curve, ottenute mediante l’applicazione del secondo metodo di analisi Pushover di piano. Con riferimento allo schema di numerazione delle colonne della struttura intelaiata piana in c.a. oggetto del caso studio (**Figura 3.12**), nelle **Figure 3.53, 3.54, 3.55 e 3.56** si mostrano i risultati della calibrazione del comportamento non lineare monotonicamente delle molle, con riferimento alle curve monotonicamente taglio-spostamento di interpiano delle colonne corrispondenti, ottenute applicando il primo metodo di analisi Pushover di piano. Nelle **Figure 3.57, 3.58, 3.59 e 3.60** si mostrano, invece, i risultati della calibrazione del comportamento non lineare monotonicamente delle molle, con riferimento alle curve monotonicamente taglio-spostamento di interpiano delle colonne corrispondenti, ottenute applicando il secondo metodo di analisi Pushover di piano. Inoltre, nelle **Tabelle 3.10 e 3.11** si riportano i valori numerici dei parametri del modello costitutivo *Pinching4* [18], descriventi il comportamento non lineare monotonicamente delle singole molle, determinati dall’algoritmo genetico con riferimento ai risultati delle analisi Pushover di piano (par. 3.4.1.1 “Determinazione del comportamento monotonicamente delle colonne del modello strutturale raffinato”). Dai risultati ottenuti, è possibile dedurre che il processo di calibrazione dei modelli costitutivi *Pinching4* [18], costituenti le singole molle non lineari, è andato a buon fine. Infatti, per ciascuna colonna, il modello costitutivo *Pinching4* [18] è in grado di riprodurre, in maniera accettabile, il comportamento non lineare monotonicamente taglio-spostamento di interpiano, identificato mediante l’esecuzione delle analisi Pushover di piano.

## Calibrazione delle molle del primo piano



**Figura 3.53** - Calibrazione delle molle del primo piano, con riferimento alle curve monotoniche taglio-spostamento di interpiano delle colonne corrispondenti e ottenute mediante l'applicazione del primo metodo di analisi Pushover di piano [40].

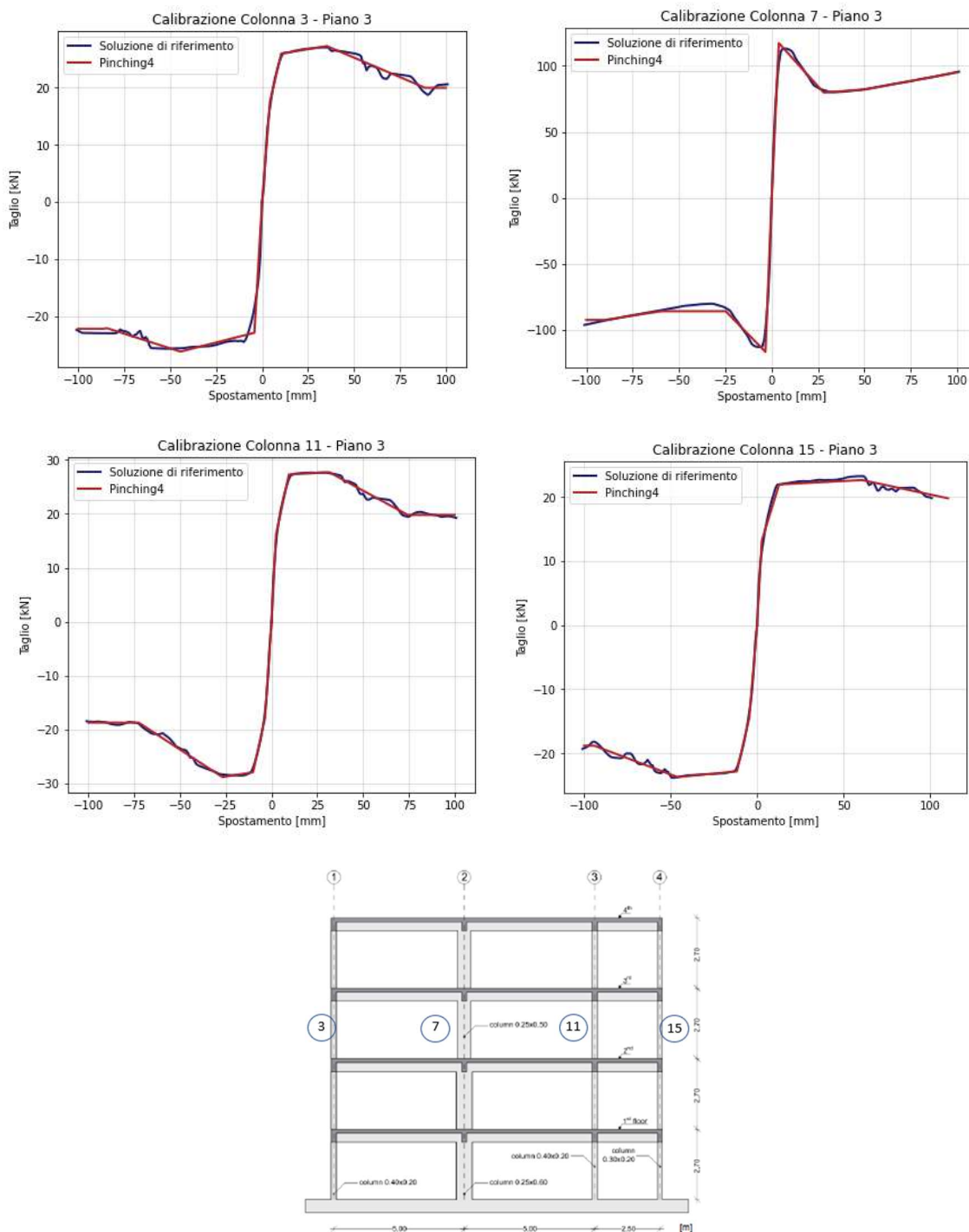
## Calibrazione delle molle del secondo piano



**Figura 3.54** - Calibrazione delle molle del secondo piano, con riferimento alle curve monotoniche taglio-spostamento di interpiano delle colonne corrispondenti e ottenute mediante l'applicazione del primo metodo di analisi Pushover di piano [40].

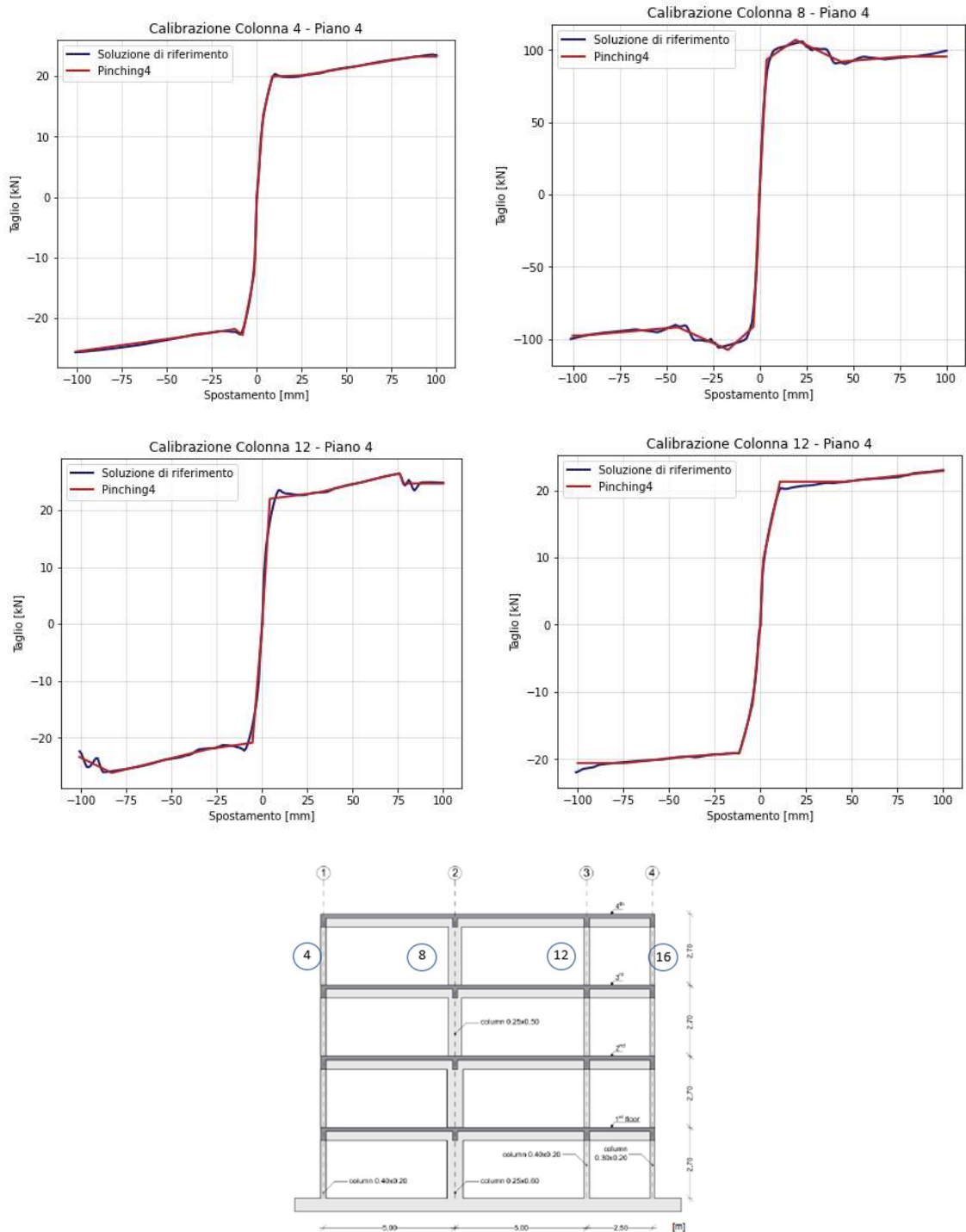


## Calibrazione delle molle del terzo piano



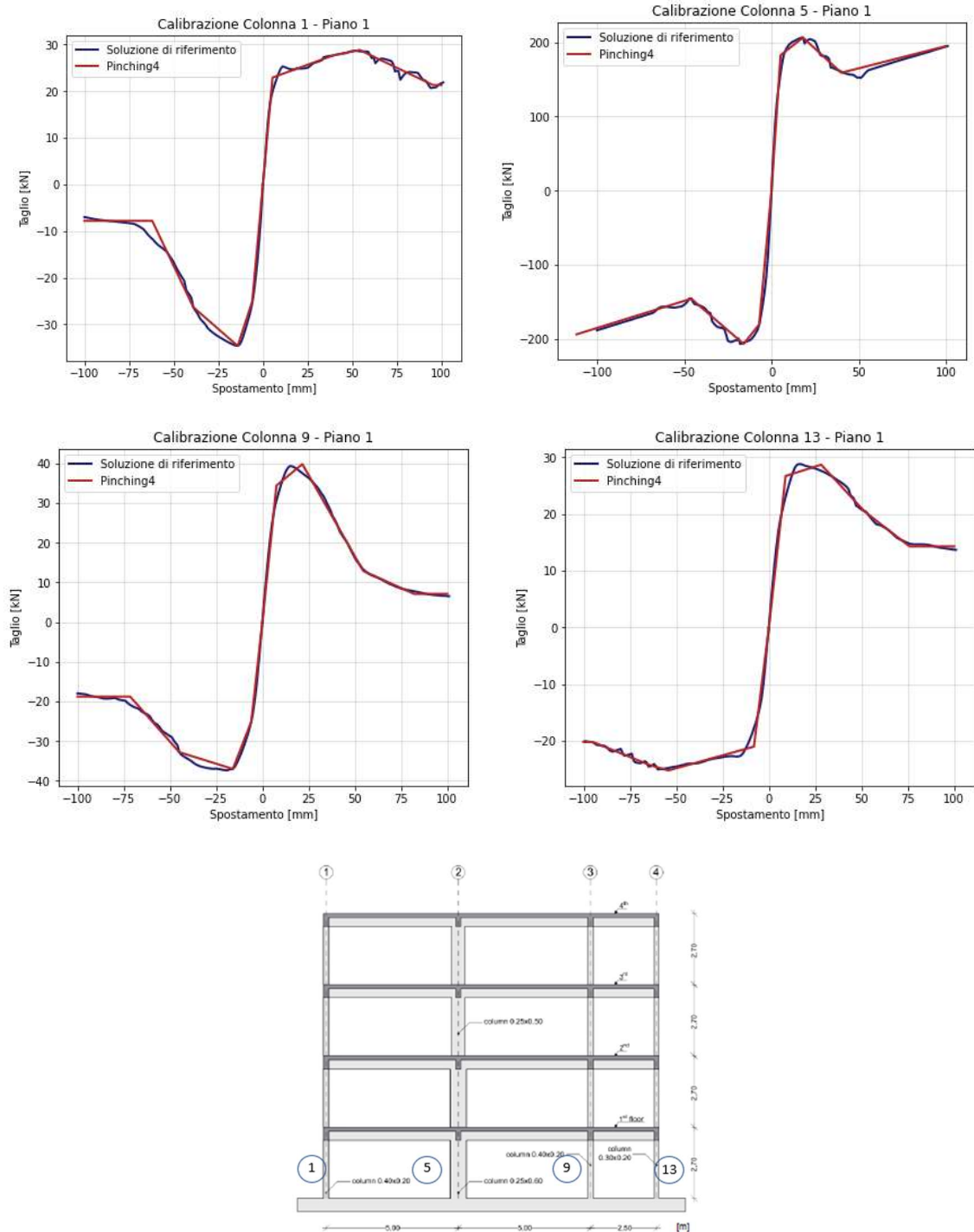
**Figura 3.55** - Calibrazione delle molle del terzo piano, con riferimento alle curve monotoniche taglio-spostamento di interpiano delle colonne corrispondenti e ottenute mediante l'applicazione del primo metodo di analisi Pushover di piano [40].

## Calibrazione delle molle del quarto piano



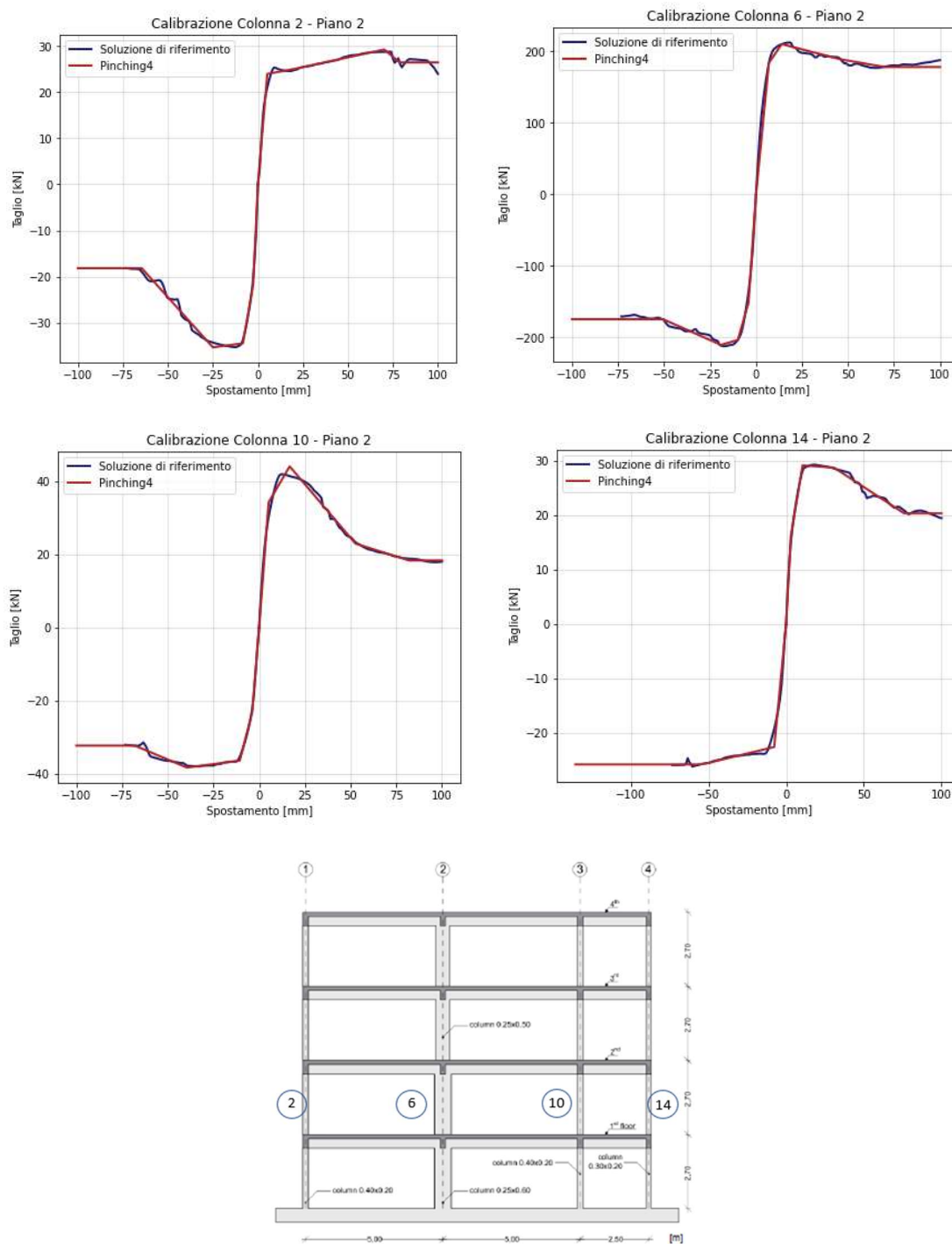
**Figura 3.56** - Calibrazione delle molle del quarto piano, con riferimento alle curve monotoniche taglio-spostamento di interpiano delle colonne corrispondenti e ottenute mediante l'applicazione del primo metodo di analisi Pushover di piano [40].

## Calibrazione delle molle del primo piano



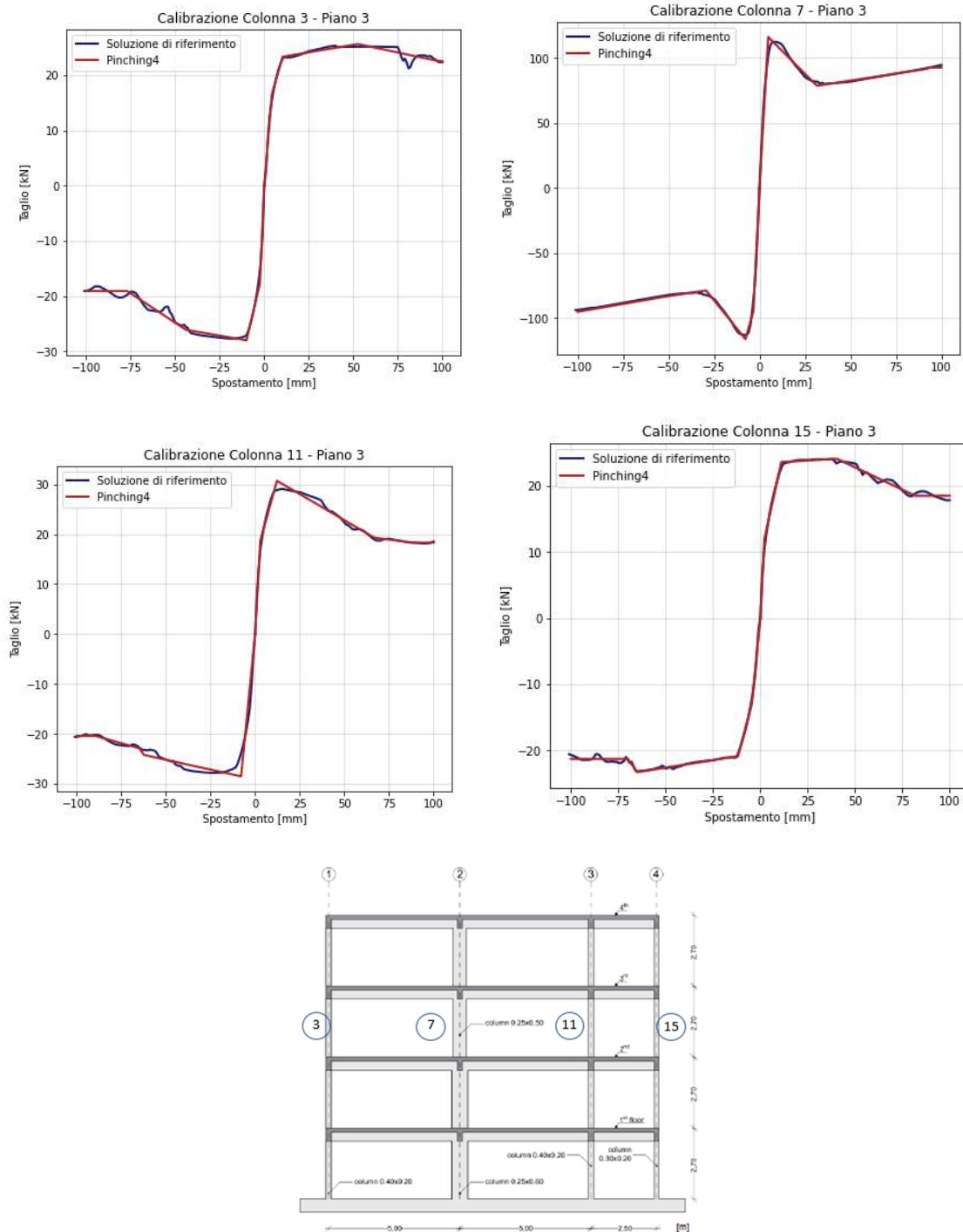
**Figura 3.57** - Calibrazione delle molle del primo piano, con riferimento alle curve monotoniche taglio-spostamento di interpiano delle colonne corrispondenti e ottenute mediante l'applicazione del secondo metodo di analisi Pushover di piano [40].

## Calibrazione delle molle del secondo piano



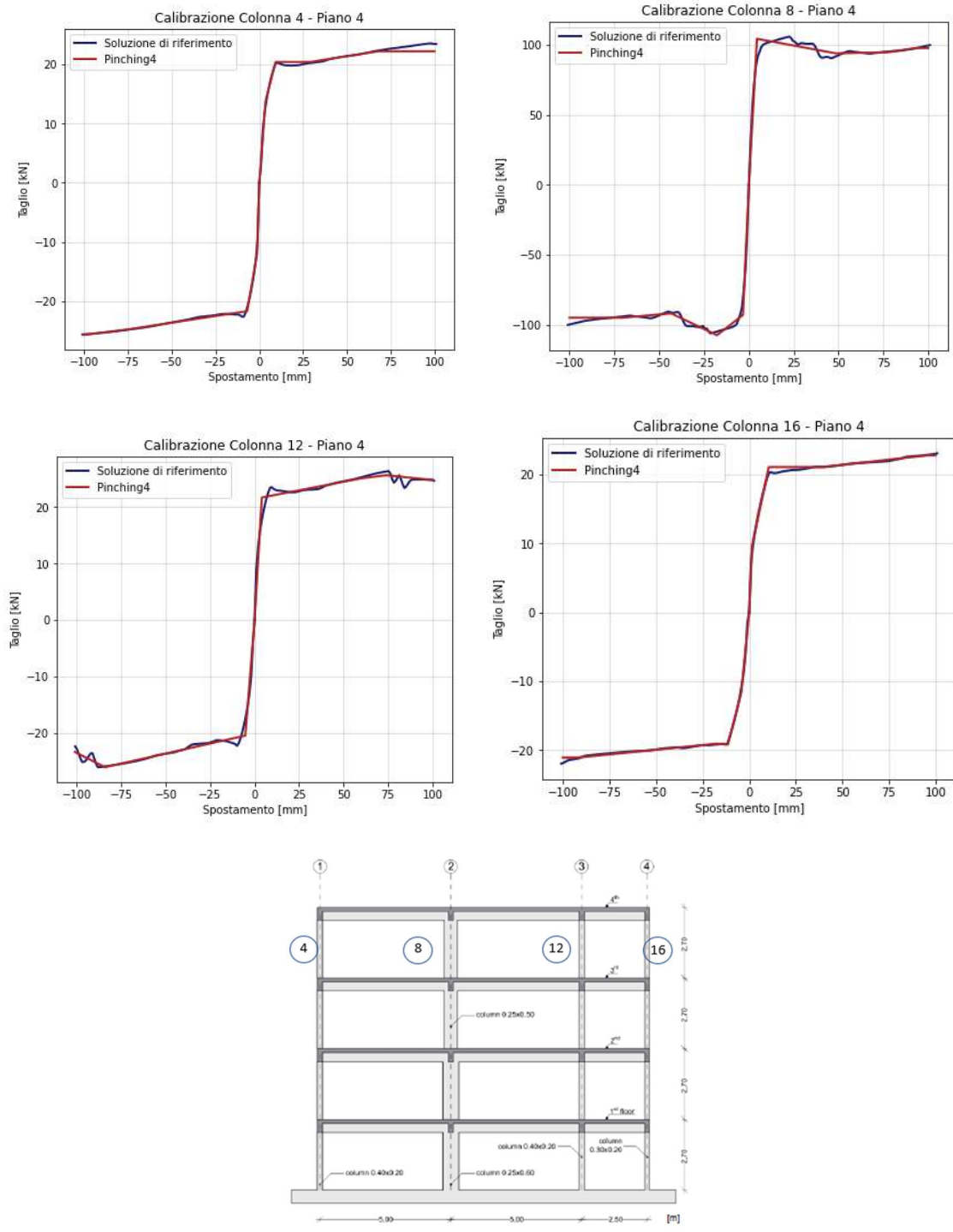
**Figura 3.58** - Calibrazione delle molle del secondo piano, con riferimento alle curve monotoniche taglio-spostamento di interpiano delle colonne corrispondenti e ottenute mediante l'applicazione del secondo metodo di analisi Pushover di piano [40].

## Calibrazione delle molle del terzo piano



**Figura 3.59** - Calibrazione delle molle del terzo piano, con riferimento alle curve monotoniche taglio-spostamento di interpiano delle colonne corrispondenti e ottenute mediante l'applicazione del secondo metodo di analisi Pushover di piano [40].

### Calibrazione delle molle del quarto piano



**Figura 3.60** - Calibrazione delle molle del quarto piano, con riferimento alle curve monotoniche taglio-spostamento di interpiano delle colonne corrispondenti e ottenute mediante l'applicazione del secondo metodo di analisi Pushover di piano [40].

**Tabella 3.10** - Calibrazione del comportamento monotónico delle molle non lineari, con riferimento ai risultati derivanti dall'applicazione del primo metodo di analisi Pushover di piano.

Parametri Pinching4	Piano 1				Piano 2				Piano 3				Piano 4			
	Molla 1	Molla 5	Molla 9	Molla 13	Molla 2	Molla 6	Molla 10	Molla 14	Molla 3	Molla 7	Molla 11	Molla 15	Molla 4	Molla 8	Molla 12	Molla 16
<i>eP1</i> [kN]	22.8	237.83	26	16	20.1	252.3	29.1	14.4	17.6	117.1	16.2	13.2	13.5	93.4	22	9.6
<i>eP2</i> [kN]	32.9	200.2	38.42	25.9	30.7	191.3	43.4	25.9	26	79.7	27.3	21.97	19.9	107.1	23.1	21.3
<i>eP3</i> [kN]	31.9	176.61	31.36	26.1	32.7	237.9	25.8	27.2	27.3	82.1	27.7	22.65	20.1	91.9	26.5	21.3
<i>eP4</i> [kN]	11.5	168.21	16	16.5	20.9	231	24.2	19.8	20	94.9	19.8	19.8	23.2	95.5	24.7	22.9
<i>ePd1</i> [mm]	5.2	5.86	6	4.5	3.7	5.3	4.3	2.6	4.3	3.8	2.5	2.7	3.5	3.8	4.2	1.5
<i>ePd2</i> [mm]	13.4	17.62	17.6	13.5	8.6	35.9	15	10	10.4	28	9.5	12.73	8.6	19.3	30.9	10.7
<i>ePd3</i> [mm]	34.4	20	40.1	42.9	34.2	93.3	63.3	44.8	35.3	50.7	31.6	60.73	25.3	43.7	75.9	46.1
<i>ePd4</i> [mm]	71.1	36.25	64.1	87.6	94.8	227.8	81.6	97.1	88.7	99.6	74.4	110.4	88.1	76.3	78.1	99.3
<i>eN1</i> [kN]	-27.3	-189.76	-34	-25	-29.4	-202.01	-34.4	29.4	-22.9	-116.4	-17.9	-14.4	-12.6	-91.5	-20.9	-11.9
<i>eN2</i> [kN]	-32.1	-237.14	-39.02	-28.3	-33	-251.5	-41	33	-26.2	-85.7	-27.9	-22.8	-22.8	-107.6	-22	-19.1
<i>eN3</i> [kN]	-20.9	-202.03	-31.95	-16.6	-25.4	-235	-28.4	25.4	-22.1	-85.7	-28.8	-23.7	-21.8	-91.9	-26.2	-19.7
<i>eN4</i> [kN]	-14.9	-177.1	-12.4	-14	-21.7	-203.96	-26.2	21.7	-22.2	-92.3	-18.7	-18.8	-22.5	-97.7	-23.4	-20.6
<i>eNd1</i> [mm]	-5.9	-2.95	-10	-7.7	-4.1	-4.2	-6.1	-7.8	-4.2	-3.4	-3.6	-4.5	-1.4	-3.2	-5.4	-4.3
<i>eNd2</i> [mm]	-35.4	-4.98	-18	-33.5	-34.5	-8.79	-25.3	-39.8	-44.4	-24.8	-10.1	-11.7	-7.9	-16.8	-29.4	-11.4
<i>eNd3</i> [mm]	-61.5	-17.02	-38	-71.4	-61.8	-17.61	-64.3	-82.7	-84.4	-59.7	-26.8	-46	-12.2	-43.6	-83.2	-44.1
<i>eNd4</i> [mm]	-90.4	-21	-60	-92.9	-86.4	-21.5	-85.4	-101	-86	-90	-72.6	-94.2	-27.2	-95.2	-101.1	-73.7

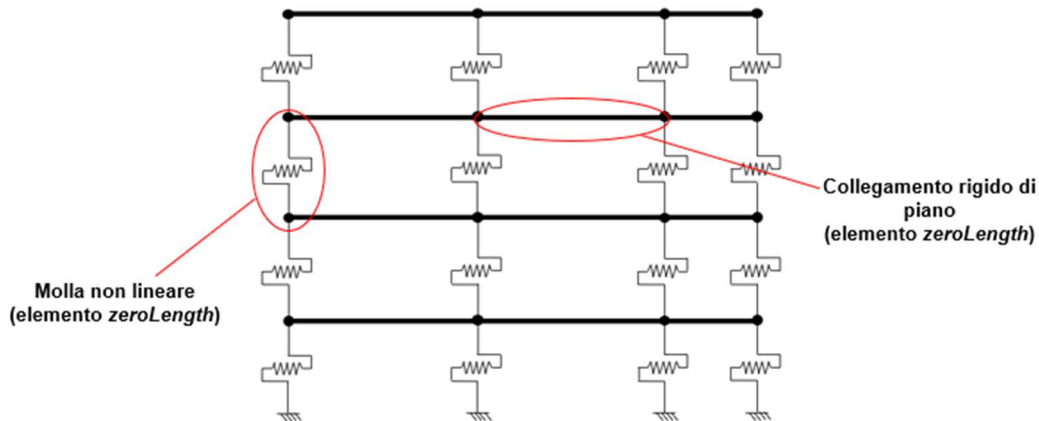
**Tabella 3.11** - Calibrazione del comportamento monotonicò delle molle non lineari, con riferimento ai risultati derivanti dall'applicazione del secondo metodo di analisi Pushover di piano.

Parametri Pinching4	Piano 1								Piano 2								Piano 3								Piano 4							
	Molla 1	Molla 5	Molla 9	Molla 13	Molla 2	Molla 6	Molla 10	Molla 14	Molla 3	Molla 7	Molla 11	Molla 15	Molla 4	Molla 8	Molla 12	Molla 16	Molla 1	Molla 5	Molla 9	Molla 13	Molla 2	Molla 6	Molla 10	Molla 14	Molla 3	Molla 7	Molla 11	Molla 15	Molla 4	Molla 8	Molla 12	Molla 16
	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]
<i>ePf1</i>	22.9	182.7	34.4	26.7	24	183.84	34.2	16.1	116.3	18.7	12	13.8	104.3	21.7	9.6	22.9	182.7	34.4	26.7	24	183.84	34.2	16.1	116.3	18.7	12	13.8	104.3	21.7	9.6		
<i>ePf2</i>	27.7	206.53	39.8	28.7	25.1	210	44	29.1	78.8	30.7	23.6	20.4	93.9	25.1	21.1	27.7	206.53	39.8	28.7	25.1	210	44	29.1	78.8	30.7	23.6	20.4	93.9	25.1	21.1		
<i>ePf3</i>	28.8	159.03	12.9	20.4	29.3	188.76	22.9	28.7	91.6	19.3	24.1	20.4	94.7	25.65	21.1	28.8	159.03	12.9	20.4	29.3	188.76	22.9	28.7	91.6	19.3	24.1	20.4	94.7	25.65	21.1		
<i>ePf4</i>	21.3	195	7.1	14.3	26.5	178.03	18.3	20.3	92.8	18.3	18.5	22.2	97.7	24.82	22.8	21.3	195	7.1	14.3	26.5	178.03	18.3	20.3	92.8	18.3	18.5	22.2	97.7	24.82	22.8		
<i>ePd1</i>	5.4	5.2	7.6	9	5.2	7	5.2	3	4.8	2.9	2.2	3.6	4.5	4.1	1.5	5.4	5.2	7.6	9	5.2	7	5.2	3	4.8	2.9	2.2	3.6	4.5	4.1	1.5		
<i>ePd2</i>	39.8	18	21.6	28.2	20.4	14	16.7	10.6	31.6	12.2	11.1	9.3	48.5	60	10.5	39.8	18	21.6	28.2	20.4	14	16.7	10.6	31.6	12.2	11.1	9.3	48.5	60	10.5		
<i>ePd3</i>	54.2	40.01	54.5	51.8	70.2	46	52.7	30.7	91	66.8	40.4	29.2	77.9	74.15	39.3	54.2	40.01	54.5	51.8	70.2	46	52.7	30.7	91	66.8	40.4	29.2	77.9	74.15	39.3		
<i>ePd4</i>	95.3	100.02	82	75.9	78.7	69.99	82	75.9	94.2	88.5	81.8	67.9	92.9	100	95.6	95.3	100.02	82	75.9	78.7	69.99	82	75.9	94.2	88.5	81.8	67.9	92.9	100	95.6		
<i>eN/1</i>	-25.04	-180.87	-25.07	-21	-21.7	-151.8	-23	-22.6	-94.3	-28.5	-13	-12.1	-93	-20.5	-11.6	-25.04	-180.87	-25.07	-21	-21.7	-151.8	-23	-22.6	-94.3	-28.5	-13	-12.1	-93	-20.5	-11.6		
<i>eN/2</i>	-34.6	-207.05	-37.01	-25.2	-34.5	-203.65	-36.4	-25.6	-116	-24.2	-20.9	-21.7	-107.4	-24.5	-19.2	-34.6	-207.05	-37.01	-25.2	-34.5	-203.65	-36.4	-25.6	-116	-24.2	-20.9	-21.7	-107.4	-24.5	-19.2		
<i>eN/3</i>	-26.3	-146.01	-32.77	-24.3	-35.4	-210.6	-38.3	-25.8	-78.6	-22.9	-23.3	-24.8	-91.8	-26.1	-19.1	-26.3	-146.01	-32.77	-24.3	-35.4	-210.6	-38.3	-25.8	-78.6	-22.9	-23.3	-24.8	-91.8	-26.1	-19.1		
<i>eN/4</i>	-7.8	-194.1	-18.78	-20.2	-18.2	-174.67	-32.3	-25.8	-83.4	-20.4	-21.3	-25.7	-94.9	-23.4	-21.1	-7.8	-194.1	-18.78	-20.2	-18.2	-174.67	-32.3	-25.8	-83.4	-20.4	-21.3	-25.7	-94.9	-23.4	-21.1		
<i>eNd1</i>	-5.97	-7.1	-6	-8.1	-2.6	-4.1	-3.7	-7.7	-3.3	-7.9	-4.5	-1.3	-3.3	-5.2	-4.2	-5.97	-7.1	-6	-8.1	-2.6	-4.1	-3.7	-7.7	-3.3	-7.9	-4.5	-1.3	-3.3	-5.2	-4.2		
<i>eNd2</i>	-14.12	-16	-15.97	-54.3	-8.3	-9.88	-10.6	-51.3	-7.7	-62.4	-11.8	-6.9	-17.8	-61.5	-11.4	-14.12	-16	-15.97	-54.3	-8.3	-9.88	-10.6	-51.3	-7.7	-62.4	-11.8	-6.9	-17.8	-61.5	-11.4		
<i>eNd3</i>	-39	-46	-45	-63.9	-25	-19	-39.5	-55.8	-29.3	-64.8	-65	-75.4	-43.3	-84.1	-17.8	-39	-46	-45	-63.9	-25	-19	-39.5	-55.8	-29.3	-64.8	-65	-75.4	-43.3	-84.1	-17.8		
<i>eNd4</i>	-62	-111.7	-71.5	-94.9	-64.5	-50.5	-68	-135.7	-52.2	-89.4	-70	-100.2	-70.5	-101	-91.8	-62	-111.7	-71.5	-94.9	-64.5	-50.5	-68	-135.7	-52.2	-89.4	-70	-100.2	-70.5	-101	-91.8		



Mediante i risultati della calibrazione delle molle precedentemente ottenuti, è possibile realizzare il modello strutturale ridotto, rappresentativo della struttura intelaiata piana in c.a. oggetto del caso studio. A tal proposito, il suddetto modello è realizzato e analizzato attraverso il software OpenSees ([8], [9]), prevedendo, secondo quanto indicato nel par. 2.1 “*Software di calcolo strutturale*”, la scrittura di uno specifico codice Python [10], seguendo un approccio simile a quello riguardante la definizione e analisi del modello strutturale raffinato, caratterizzato da alcune sostanziali differenze. In primo luogo, poiché il comportamento monotonicamente delle molle non lineari è definito mediante valori di taglio e spostamento di interpiano espressi in kN e mm, rispettivamente, si trattano le forze in kN, spostamenti in mm e il tempo in secondi. In secondo luogo, si applica il comando *model* [45] di OpenSees, al fine di definire la tipologia di modello strutturale, assegnando un numero di dimensioni e un numero di gradi di libertà per nodo pari a 1. La ragione di ciò risiede nel fatto che, poiché il modello strutturale ridotto consiste di un sistema di molle non lineari e collegamenti rigidi di piano e in virtù del fatto che il corrispondente modello strutturale raffinato è un sistema piano, si considera il solo grado di libertà nodale di spostamento orizzontale. Inoltre, a differenza di quanto svolto ai fini della definizione del modello raffinato (par. 3.2 “*Definizione del modello strutturale raffinato*”), non si ha la necessità di fissare specifici dati che descrivono la geometria del modello ridotto, essendo che ogni singolo elemento costituente (molla non lineare e collegamento rigido di piano) è modellato mediante un elemento di tipo *zeroLength* [16]. Per quanto concerne la definizione dei nodi costituenti il modello ridotto, si applica il comando *node* [47] di OpenSees, specificando, per tutti i nodi, i *tag* identificativi corrispondenti e la medesima posizione, descritta quest’ultima da una coordinata nulla, comportando, di conseguenza, la concentrazione del modello strutturale ridotto in un unico punto. Nel caso in esame, poiché la struttura intelaiata in c.a. di riferimento è costituita da quattro piani e quattro pilastri per piano (**Figura 3.2**), il numero totale di nodi del modello ridotto è pari a 20, compresi i nodi rappresentativi di quelli di base considerati nella definizione del modello raffinato (**Figura 3.7**). Per questi ultimi, si applica, inoltre, il comando *fix* [48] di OpenSees, fissando l’unico grado di libertà nodale di interesse. Per quanto concerne la definizione dei materiali, per ogni singola molla non lineare si definisce il corrispondente modello costitutivo *Pinching4* [18], specificando il *tag* identificativo associato, i parametri descrittivi il comportamento monotonicamente, calibrati precedentemente, e considerando, in modo fittizio, i parametri isteretici associati come unitari. Inoltre, per ciascuna molla, si considera la modalità *energy* per descrivere il tipo di danneggiamento. In particolare, ai fini del successivo confronto tra la risposta monotonica globale del modello ridotto e modello raffinato di riferimento, si eseguono, di seguito, due analisi Pushover del modello strutturale ridotto, ciascuna delle quali svolta con riferimento ai risultati della calibrazioni delle molle riportati in una delle due tabelle precedenti (**Tabelle 3.10 e 3.11**). In relazione al materiale costituente i collegamenti rigidi di piano, invece, si definisce un unico materiale a comportamento elastico-lineare [54], caratterizzato da un modulo elastico fittiziamente elevato. Ai fini della modellazione degli elementi costituenti il modello ridotto, come citato in precedenza, sia le molle non lineari corrispondenti alle colonne del modello raffinato che i collegamenti rigidi di piano sono trattati mediante elementi di tipo *zeroLength* [16], specificando, per ciascun elemento, il *tag* identificativo corrispondente, i *tag* identificativi dei due nodi di estremità associati, il *tag* identificativo del materiale assegnato e la direzione locale dell’elemento lungo la

quale è definita la legge costitutiva del materiale considerata. In particolare, per ciascun elemento costituente il modello ridotto non si specifica la configurazione spaziale del proprio sistema di riferimento locale e, pertanto, la direzione locale lungo la quale le leggi costitutive, descriventi il comportamento delle molle e dei collegamenti rigidi di piano, sono definite è fatta coincidere con la direzione globale orizzontale, lungo la quale il modello ridotto risulta definito. In definitiva, si perviene alla definizione del modello strutturale ridotto, rappresentativo della struttura intelaiata in c.a. oggetto del caso studio, rappresentato concettualmente secondo quanto mostrato in **Figura 3.61**.



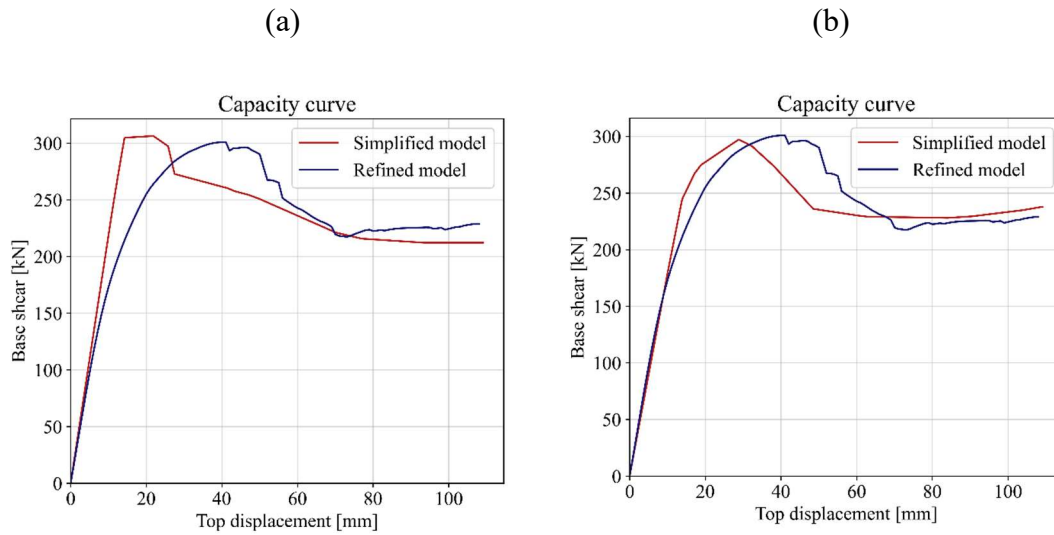
**Figura 3.61** - Modello strutturale ridotto, rappresentativo della struttura intelaiata piana in c.a. oggetto del caso studio.

Una volta realizzato il modello strutturale ridotto, si sottopone tale modello ad un'analisi Pushover, con l'obiettivo di individuare il proprio comportamento monotonic. A tal proposito, si procede in modo analogo a quanto svolto ai fini dell'analisi Pushover del modello strutturale raffinato (par. 3.3.3 "*Analisi statica non lineare (analisi Pushover)*"). Nello specifico, come menzionato in precedenza, si eseguono due analisi statiche non lineari, ciascuna delle quali svolta con riferimento ai risultati della calibrazioni delle molle, ottenuti sfruttando i risultati derivanti dall'applicazione di uno dei due metodi di analisi Pushover di piano (par. 3.4.1.1 "*Determinazione del comportamento monotonic delle colonne del modello strutturale raffinato*"). Inoltre, ai fini dell'esecuzione delle analisi Pushover, si sceglie, a titolo di esempio, di operare mediante il profilo di forze uniforme, determinato nel par. 3.3.3 "*Analisi statica non lineare (analisi Pushover)*". Pertanto, nel codice Python inerente alle analisi del modello ridotto, si applicano le funzioni di OpenSees `timeSeries('Linear')` [22], `pattern('Plain')` [23] e `load` [24], in modo da definire il pattern delle azioni laterali costituenti il profilo di forze considerato, applicate in corrispondenza dei nodi del modello ridotto rappresentativi di quelli considerati per l'analisi Pushover del modello raffinato, a cui si assegna una relazione lineare tra fattore di carico e tempo. In particolare, in analogia a quanto svolto nel par. 3.3.3 "*Analisi statica non lineare (analisi Pushover)*", si esegue l'analisi Pushover del modello ridotto lungo entrambi i versi di analisi; il modello ridotto in esame, seppur trattato in forma di un modello concentrato in un unico punto, risulta definito in una dimensione e, pertanto, è possibile identificare il proprio comportamento monotonic

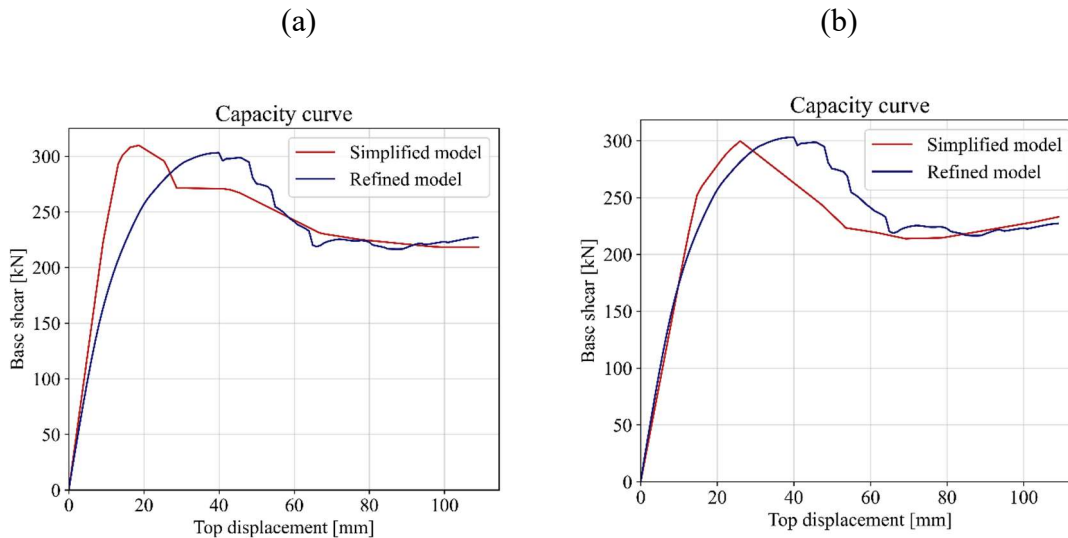
nella dimensione entro la quale lo stesso modello è definito, lungo i versi positivo e negativo. In entrambi i versi di analisi Pushover, si monitorano, ad ogni step di analisi, lo spostamento orizzontale del nodo di controllo di sommità, quest'ultimo corrispondente al nodo del modello ridotto rappresentativo del nodo di controllo impiegato per le analisi Pushover del modello raffinato, e il tagliante sismico alla base del modello ridotto. A tal fine, si applicano le medesime funzioni che consentono la definizione delle componenti oggetto dell'analisi Pushover, impiegate nel par. 3.3.3 “Analisi statica non lineare (analisi Pushover)”. In particolare, in relazione al tipo di *Integrator* [64], si applica la modalità *DisplacementControl* [25], specificando il *tag* identificativo del nodo di controllo di sommità del modello ridotto, il grado di libertà di spostamento orizzontale e l'incremento di spostamento orizzontale, quest'ultimo assunto costante e pari a 0.1 mm per ogni step di analisi. In secondo luogo, occorre specificare, mediante il comando *analysis* [39] di OpenSees, la modalità di analisi *Static* e, successivamente, eseguire l'analisi di ogni step di analisi Pushover, mediante il comando *analyze* [68]. Quest'ultimo punto è eseguito mediante la realizzazione di una struttura *while* [79], analoga a quella definita per l'analisi Pushover del modello raffinato, attraverso la quale si eseguono dei cicli che terminano al raggiungimento della soglia limite di spostamento imposta al nodo di controllo di sommità. In ogni ciclo *while*, si esegue l'analisi di un singolo step di analisi Pushover, specificando, inoltre, un diverso criterio di convergenza [67] e algoritmo di risoluzione del problema [65] qualora nell'analisi dello step considerato non sia raggiunta la convergenza. In definitiva, per ogni analisi Pushover, si perviene alla definizione delle storie dello spostamento orizzontale del nodo di controllo di sommità e del tagliante sismico alla base del modello ridotto.

In **Figura 3.62** si mostra il comportamento monotonicamente globale del modello strutturale ridotto, definito con riferimento ai risultati della calibrazione delle molle non lineari riportati nella **Tabella 3.10 (Figura 3.62a)** e **Tabella 3.11 (Figura 3.62b)**, messo a confronto con il risultato dell'analisi Pushover del modello raffinato, lungo il verso positivo. In **Figura 3.63** si mostra, invece, il medesimo confronto della risposta monotonicamente globale di entrambi i modelli strutturali, ottenuta lungo il verso negativo. Dai risultati ottenuti, si osserva chiaramente che il modello strutturale ridotto definito a partire dall'applicazione del secondo metodo di analisi Pushover di piano (**Figure 3.62b** e **3.63b**), seppur presenta un livello di duttilità globale nettamente inferiore rispetto a quello del modello raffinato, è in grado di riprodurre al meglio il comportamento monotonicamente del modello strutturale raffinato, rispetto alla situazione in cui lo stesso modello ridotto è definito a partire dall'applicazione del primo metodo di analisi Pushover di piano (**Figure 3.62a** e **3.63a**). Nello specifico, le resistenze di picco e residua ottenute si collocano all'incirca allo stesso livello di quelle del modello raffinato. Inoltre, il comportamento del modello ridotto corrispondente all'applicazione del primo metodo di analisi Pushover di piano (**Figure 3.62a** e **3.63a**) è caratterizzato da un tratto pre-picco più pendente, rispetto al risultato corrispondente al modello raffinato, e il trend taglio alla base-spostamento di sommità in fase softening non segue esattamente quello corrispondente al modello raffinato. Pertanto, ai fini delle analisi successive, si fa riferimento al modello strutturale ridotto, definito con riferimento ai risultati della calibrazione delle molle non lineari, ottenuti sfruttando i risultati derivanti dall'applicazione del secondo metodo di analisi Pushover di piano. Infine, si sottolinea che, a parità di spostamento raggiunto, vi è comunque una componente di errore tra il taglio alla base corrispondente al modello

raffinato e quello corrispondente al modello ridotto, la quale nasce in virtù del tipo di modello costitutivo impiegato per definire il comportamento non lineare delle singole molle e, soprattutto, dalla modalità di calibrazione dei suddetti elementi.



**Figura 3.62** - Confronto delle curve di capacità tra il modello ridotto, definito con riferimento ai risultati derivanti dall'applicazione del (a) primo e (b) secondo metodo di analisi Pushover di piano, e modello raffinato, definite nel verso positivo.



**Figura 3.63** - Confronto delle curve di capacità tra il modello ridotto, definito con riferimento ai risultati derivanti dall'applicazione del (a) primo e (b) secondo metodo di analisi Pushover di piano, e modello raffinato, definite nel verso negativo.

### 3.4.2 Calibrazione del comportamento isteretico del modello ridotto

Nel presente paragrafo si tratta la calibrazione del comportamento isteretico del modello strutturale ridotto, rappresentativo della struttura intelaiata piana in c.a. oggetto del caso studio. A tal fine, si applicano gli ultimi due step previsti dalla procedura di calibrazione proposta nel par. 2.4 “*Calibrazione delle molle non lineari*”:

- *step 3*: determinazione della risposta dinamica del telaio 2D selezionato;
- *step 4*: calibrazione del comportamento isteretico delle molle non lineari.

In particolare, poiché la struttura intelaiata in c.a. di riferimento consiste di una struttura piana, la procedura di calibrazione riportata nel par. 2.4 “*Calibrazione delle molle non lineari*” è applicata ad un solo telaio 2D. Per quanto concerne la determinazione della risposta dinamica del modello raffinato del telaio 2D oggetto del caso studio (*step 3*), tale fase è stata già svolta e trattata nel par. 3.3.5 “*Analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*”. In relazione alla calibrazione del comportamento isteretico delle molle non lineari costituenti il modello ridotto (*step 4*), essa è svolta mediante l’impiego di un algoritmo genetico (par. 2.4.4 “*Calibrazione del comportamento isteretico delle molle non lineari*”), il quale sfrutta i risultati delle analisi dinamiche non lineari, eseguite sul modello raffinato (par. 3.3.5 “*Analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*”). Ultimato il processo di calibrazione del comportamento isteretico delle molle non lineari, si esegue un confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, entrambi sottoposti ai medesimi set di storie di accelerazione al suolo considerate nel par. 3.3.5 “*Analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*”, con l’obiettivo di mettere in luce la similarità dei risultati ai modelli strutturali corrispondenti.

#### 3.4.2.1 Calibrazione del comportamento isteretico delle molle non lineari del modello strutturale ridotto

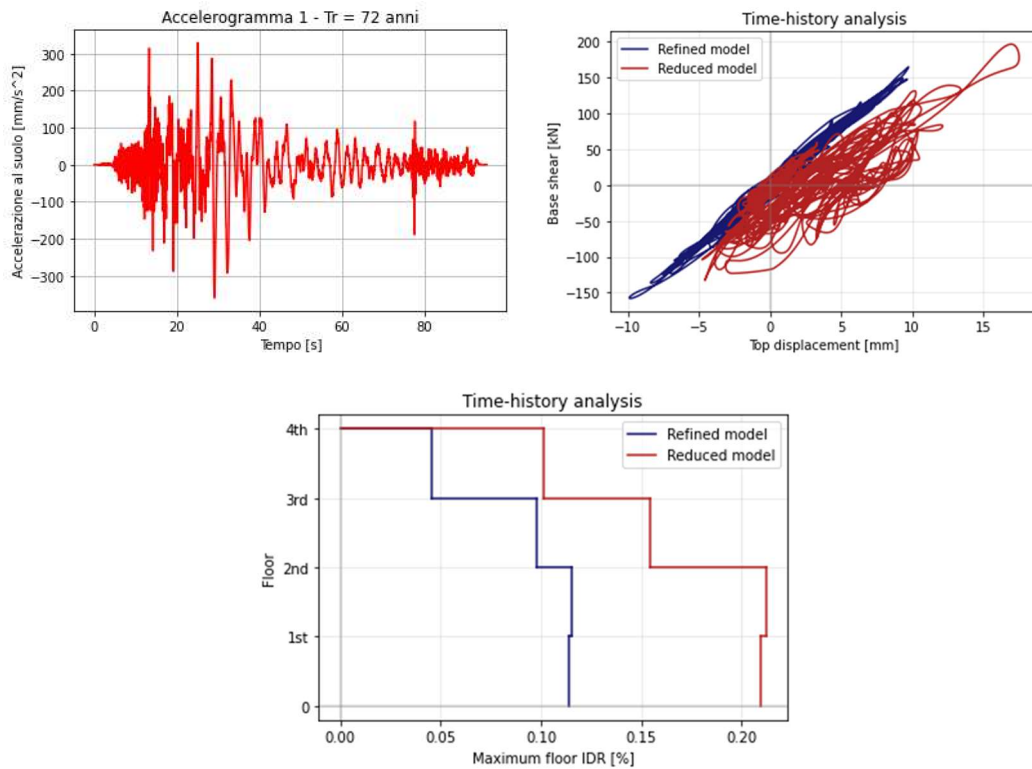
Ai fini della calibrazione del comportamento isteretico delle molle non lineari costituenti il modello strutturale ridotto, si fa riferimento a quanto indicato nel par. 2.4.4 “*Calibrazione del comportamento isteretico delle molle non lineari*”. In primo luogo, a partire dalla definizione del modello ridotto (**Figura 3.61**), derivato dai risultati dell’applicazione del secondo metodo di analisi Pushover di piano (par. 2.4.1.2 “*Analisi Pushover di piano*”), si assume, come citato nel par. 2.4.4 “*Calibrazione del comportamento isteretico delle molle non lineari*”, che tutte le molle non lineari siano caratterizzate dai medesimi valori dei parametri isteretici del modello costitutivo *Pinching4* [18]. Nello specifico, la calibrazione dei suddetti parametri è svolta sottoponendo il modello strutturale ridotto ad un’analisi dinamica non lineare, impiegando i medesimi set di storie di accelerazione al suolo considerate ai fini delle analisi time-history del modello raffinato (par. 3.3.5 “*Analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*”), con l’obiettivo di minimizzare l’errore tra la risposta dinamica del modello raffinato e del modello ridotto corrispondente. Ciò è fatto implementando in Python un algoritmo genetico e impiegando i parametri della classe *pygad.GA* [30]

riportati nel par. 2.4.4 “*Calibrazione del comportamento isteretico delle molle non lineari*”, con l’obiettivo di minimizzare l’espressione (12), rappresentante la funzione errore. In definitiva, il risultato dell’algoritmo genetico impiegato è rappresentato dal set dei parametri isteretici ottimali  $rDispP \div gE$  (par. 2.4 “*Calibrazione delle molle non lineari*”), da assegnare a tutte le molle non lineari costituenti il modello ridotto. Inoltre, a differenza di quanto svolto ai fini della calibrazione del comportamento monotonic delle molle non lineari (par. 3.4.1.2 “*Calibrazione del comportamento monotonic delle molle del modello strutturale ridotto*”), grazie all’assunzione citata in precedenza, il processo di calibrazione dei parametri isteretici delle molle non lineari è eseguito una sola volta.

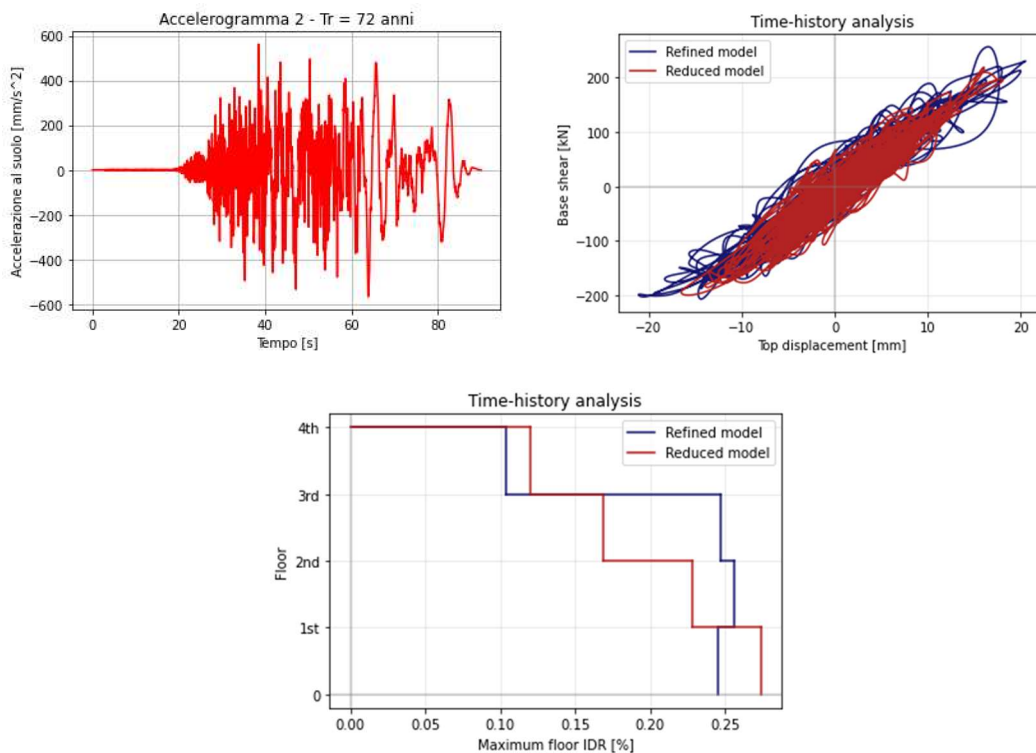
Per l’esecuzione delle analisi time-history del modello strutturale ridotto, richieste ai fini della calibrazione dei parametri isteretici delle molle non lineari, si applica la medesima procedura considerata per le analisi time-history del modello strutturale raffinato associato (par. 3.3.5 “*Analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*”). Nello specifico, mediante il comando *mass* [17] di OpenSees, si assegnano le masse nodali traslazionali, calcolate nel par. 3.2.7 “*Carichi gravitazionali e masse*”, ai nodi del modello ridotto, ad eccezione di quelli rappresentativi dei nodi di base del modello raffinato (**Figura 3.7**). In secondo luogo, in analogia a quanto svolto nel par. 3.3.5 “*Analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*”, per ogni accelerogramma da impiegare ai fini del processo di calibrazione dei parametri isteretici, si importano i dati di accelerazione al suolo, il loro numero totale e il periodo di campionamento dell’accelerogramma considerato. A partire dalle suddette informazioni, si determinano la durata del segnale sismico di input e l’estensione dello step temporale di analisi necessario ai fini della risoluzione dell’equazione del moto (2), quest’ultimo assunto costante e pari alla metà del periodo di campionamento. Inoltre, poiché i dati di accelerazione al suolo considerati ai fini delle analisi time-history del modello raffinato (par. 3.3.5 “*Analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*”) sono espressi in g, si fissa per essi un fattore di scala pari a 9810, in modo da convertire la loro unità di misura in  $mm/s^2$ , coerentemente con le unità di misura di riferimento del modello strutturale ridotto. Successivamente, procedendo secondo quanto indicato nel par. 3.3.5 “*Analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*”, si applica il generico input sismico, in modo uniforme, alla base del modello ridotto, agente lungo la direzione orizzontale, sfruttando le funzioni di OpenSees *timeSeries(‘Path’)* [35] e *pattern(‘UniformExcitation’)* [36]. Inoltre, anche per il modello strutturale ridotto si considera il modello di smorzamento di *Rayleigh* [33], assegnando alla matrice di massa e matrice di rigidezza, quest’ultima corrispondente all’ultimo step di analisi in cui la convergenza è raggiunta, i medesimi valori dei parametri  $\alpha$  e  $\beta$  corrispondenti al modello raffinato (par. 3.3.5 “*Analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*”), mediante il comando *rayleigh* [37] di OpenSees. Una volta fatto ciò, si applicano le medesime funzioni impiegate per la definizione delle componenti oggetto dell’analisi dinamica non lineare del modello strutturale raffinato (par. 3.3.5 “*Analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*”). Nello specifico, come indicato nel par. 2.4.3.1 “*Cenni di analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*”, la risoluzione dell’equazione del moto (2) è svolta mediante il metodo di integrazione numerica di *Newmark* [33]. Pertanto, ai fini della definizione del tipo di *Integrator* [64], si specifica il metodo di *Newmark* [38], ponendo i parametri  $\gamma$  e  $\beta$  pari a 0.5 e 0.25, rispettivamente. In secondo luogo, occorre specificare, mediante il

comando *analysis* [39] di OpenSees, la modalità di analisi *Transient*, essendo coinvolta la variabile temporale. Successivamente, si esegue l'analisi di ogni step di analisi time-history, mediante il comando *analyze* [68] di OpenSees, specificando, inoltre, l'estensione dello step temporale di analisi. Quest'ultimo punto è eseguito, in analogia a quanto svolto nel par. 3.3.5 "*Analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*", mediante la realizzazione di una struttura *while* [79], attraverso la quale si eseguono dei cicli che terminano nell'istante in cui cessa il segnale sismico considerato. In ogni ciclo *while*, si esegue l'analisi di un singolo step di analisi time-history, specificando, inoltre, un diverso criterio di convergenza [67] e algoritmo di risoluzione del problema [65] qualora nell'analisi dello step considerato non sia raggiunta la convergenza. Infine, per ogni input sismico considerato ai fini della calibrazione dei parametri isteretici delle molle non lineari, si perviene alla definizione della risposta sismica del modello ridotto, in termini di tagliante sismico alla base-spostamento orizzontale di sommità e profilo dei massimi IDR (Interstorey-Drift-Ratio) di piano.

Nelle **Figure 3.64, 3.65, 3.66, 3.67, 3.68, 3.69, 3.70, 3.71, 3.72, 3.73, 3.74, 3.75, 3.76, 3.77, 3.78 e 3.79** si riportano le suddette risposte del modello ridotto, con riferimento ai quattro set di accelerogrammi considerati ai fini della calibrazione dei parametri isteretici delle molle non lineari (HL1:  $T_r = 72$  anni, HL2:  $T_r = 224$  anni, HL3:  $T_r = 475$  anni, HL4:  $T_r = 975$  anni), ottenute attraverso l'impiego dei parametri isteretici ottimali (**Tabelle 3.12, 3.13, 3.14, 3.15 e 3.16**), identificati mediante l'algoritmo genetico (2.4.4 "*Calibrazione del comportamento isteretico delle molle non lineari*"). Inoltre, si esegue un confronto tra la risposta dinamica del modello ridotto e quella del modello raffinato associato (par. 3.3.5 "*Analisi dinamica non lineare (analisi time-history)*"), per ogni input sismico considerato. Dai risultati ottenuti, si nota che la risposta taglio alla base-spostamento di sommità mostra un buon compromesso tra il modello ridotto e modello raffinato, a parità di input sismico applicato, anche se considerando la maggior parte degli accelerogrammi, impiegati per la calibrazione dei parametri isteretici delle molle non lineari, lo spostamento di picco del modello strutturale raffinato non risulta accuratamente riprodotto dal corrispondente modello ridotto. Mediante la suddetta osservazione, si deduce che esiste un errore non trascurabile tra i due modelli, il quale risulta facilmente osservabile attraverso le risposte in termini di profilo dei massimi IDR di piano. A tal riguardo, si nota che la forma del suddetto profilo corrispondente al modello ridotto tende ad avvicinarsi a quella corrispondente al modello raffinato di riferimento, a parità di input sismico applicato, sebbene si siano rilevati scostamenti importanti tra il massimo IDR di piano del modello ridotto e quello del modello raffinato, procedendo verso i piani inferiori. Inoltre, entrambi i modelli strutturali prevedono una concentrazione della domanda di spostamento a livello del primo piano.

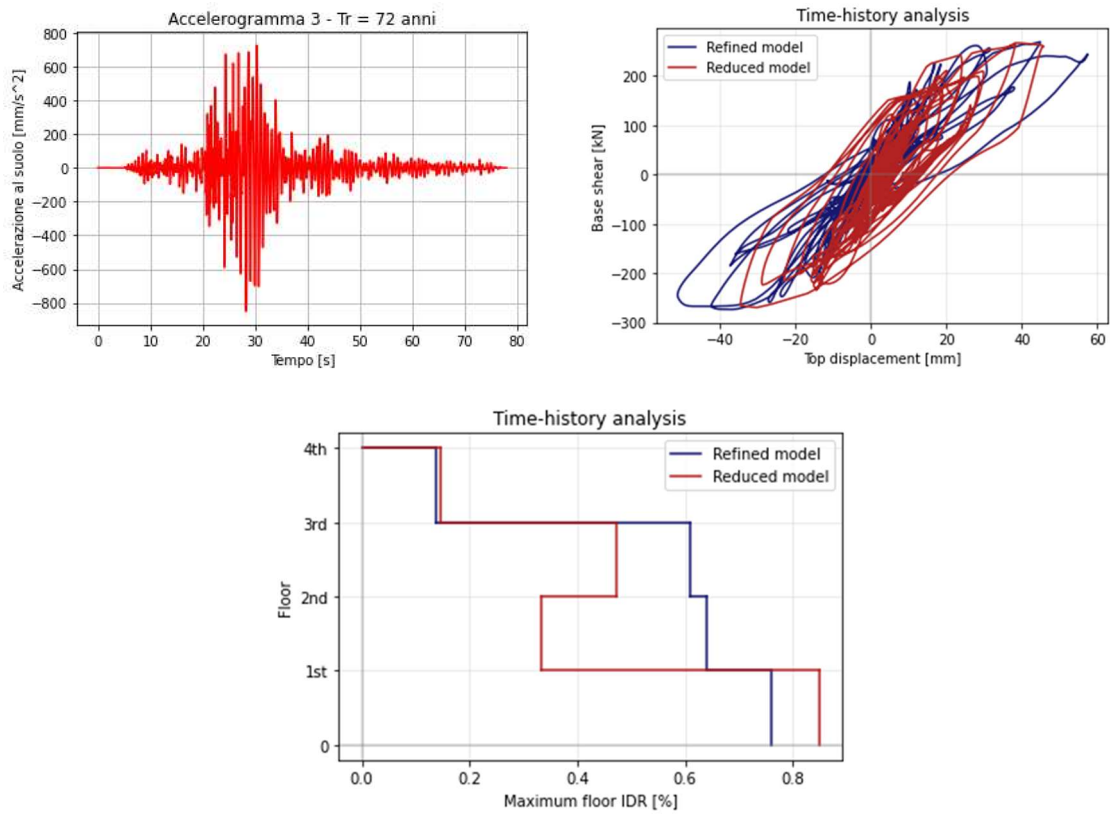


**Figura 3.64** - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 1 – Tr = 72 anni (figura in alto a sinistra).

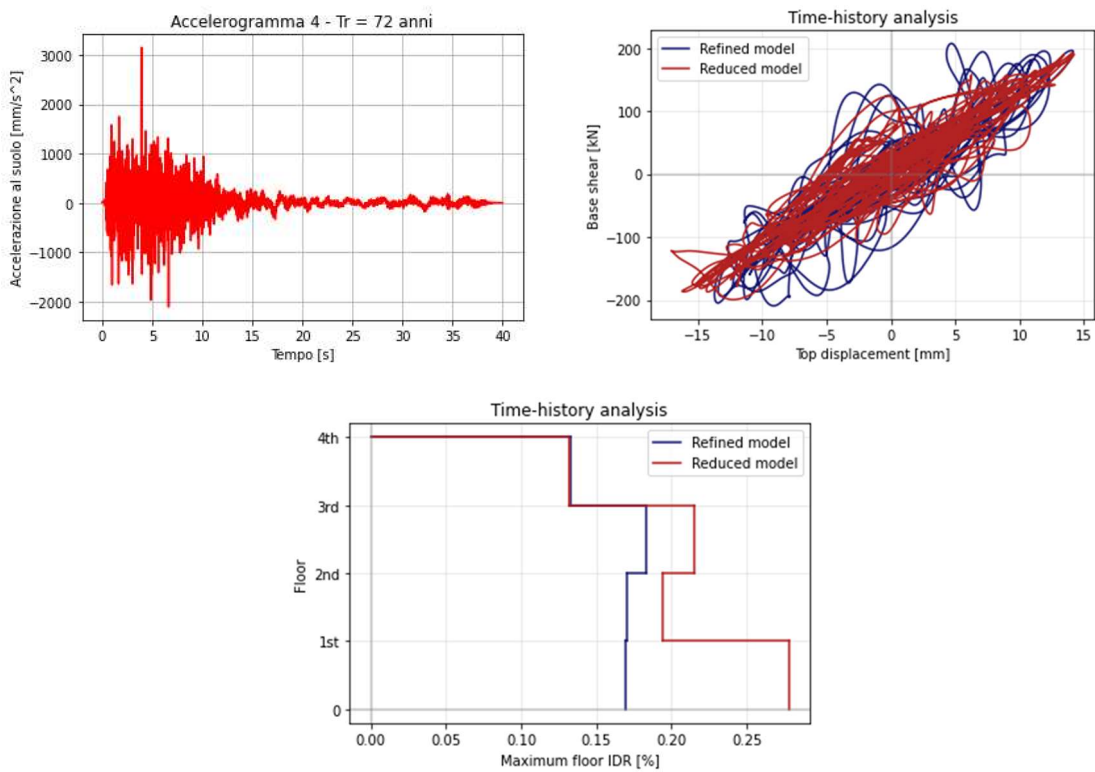


**Figura 3.65** - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 2 – Tr = 72 anni (figura in alto a sinistra).

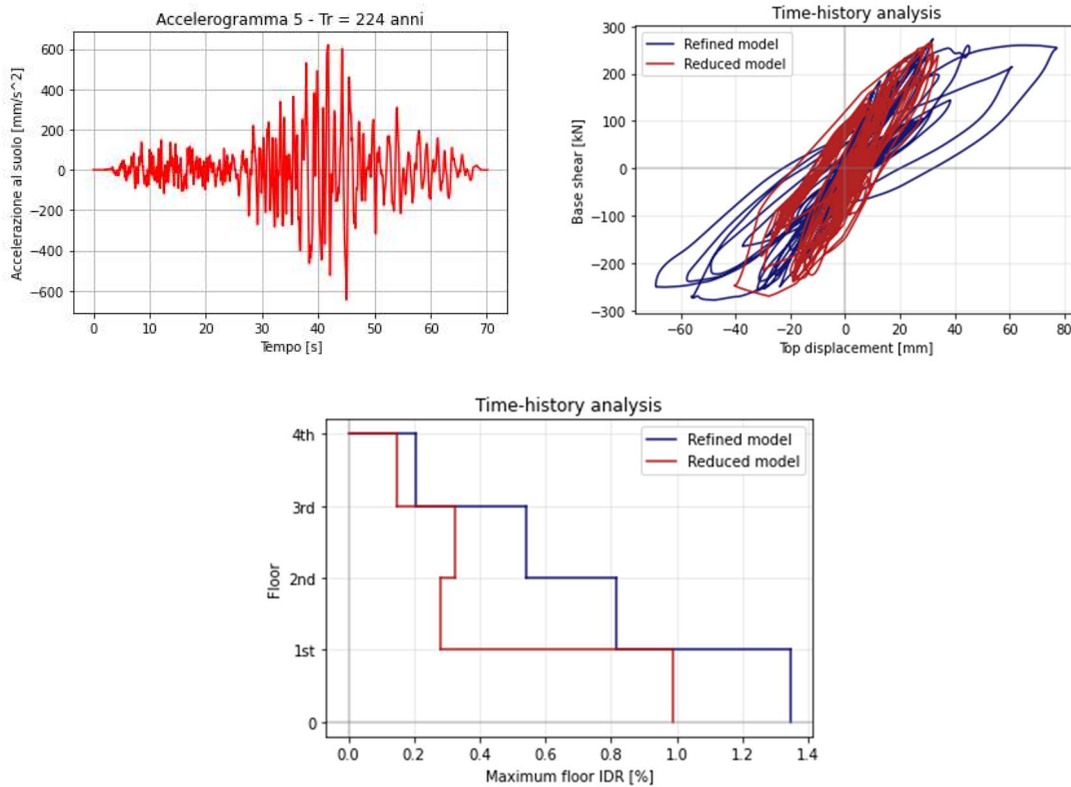




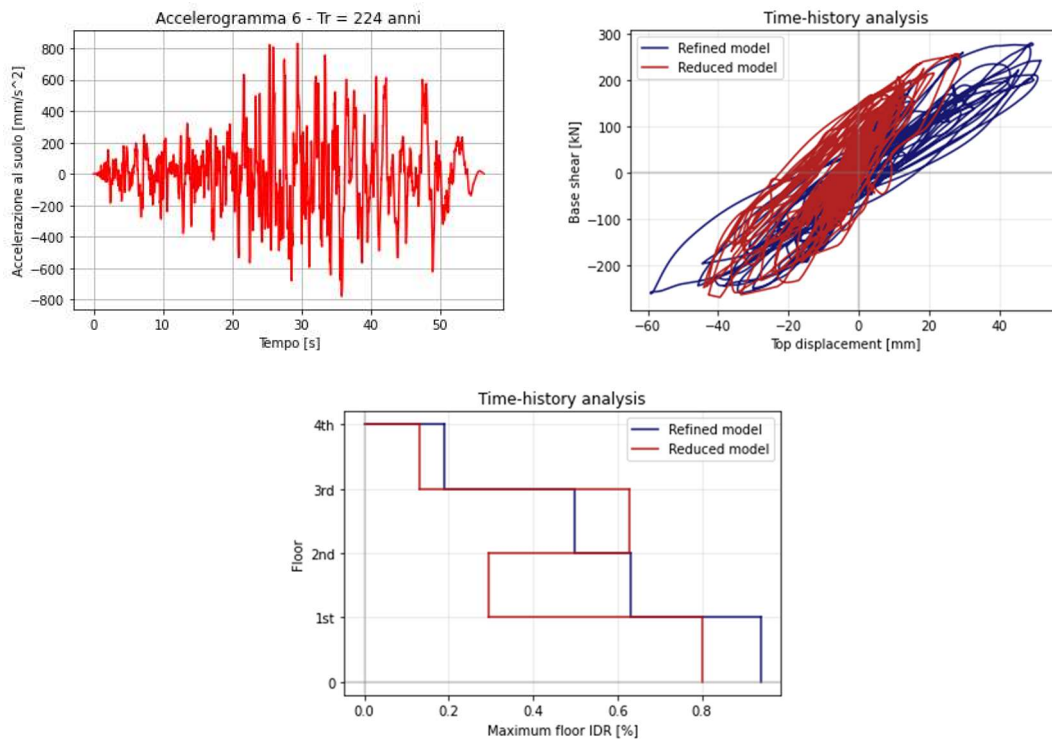
**Figura 3.66** - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 3 – Tr = 72 anni (figura in alto a sinistra).



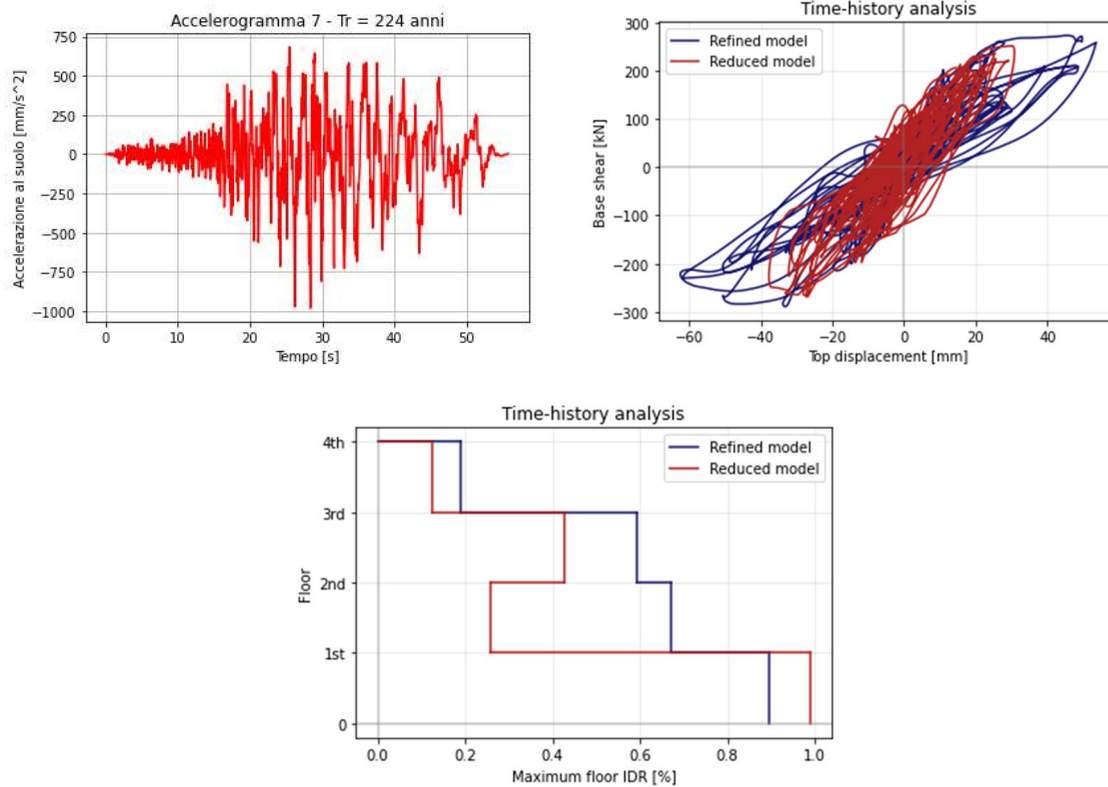
**Figura 3.67** - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 4 – Tr = 72 anni (figura in alto a sinistra).



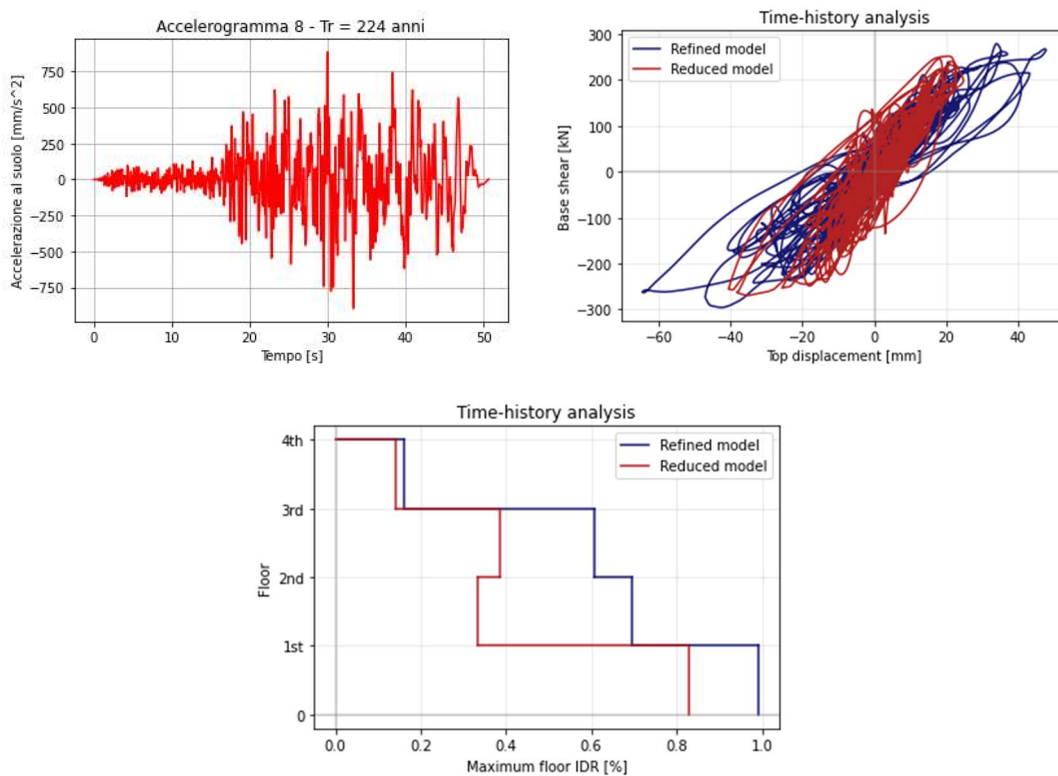
**Figura 3.68** - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 5 – Tr = 224 anni (figura in alto a sinistra).



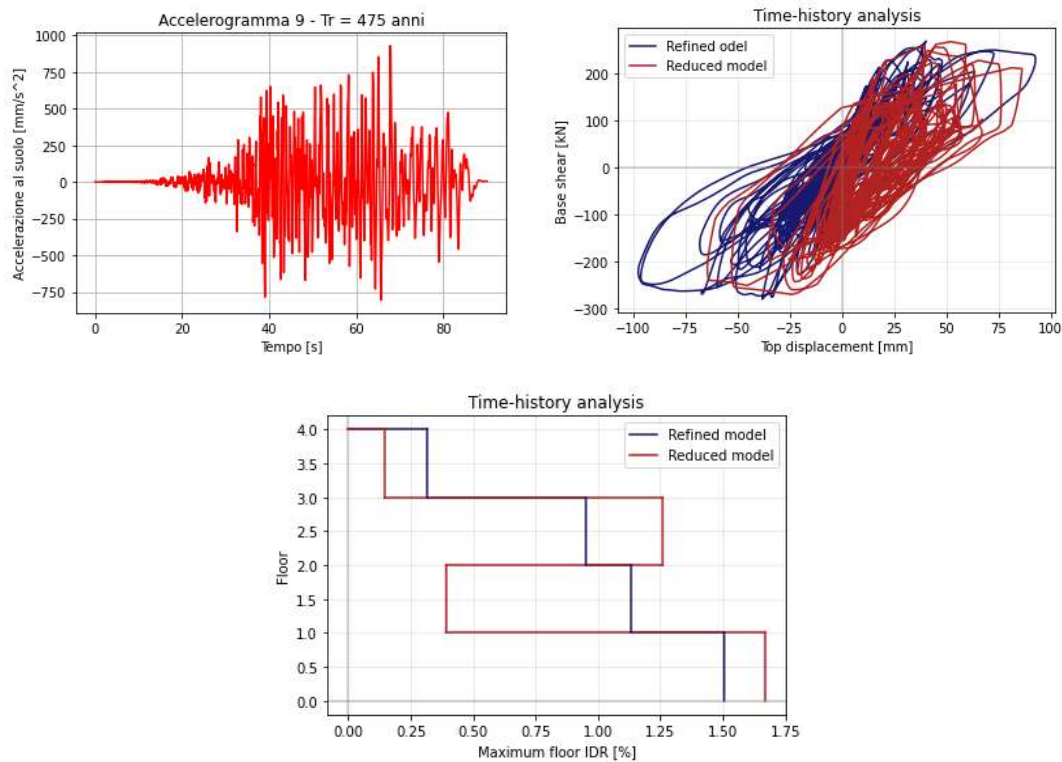
**Figura 3.69** - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 6 – Tr = 224 anni (figura in alto a sinistra).



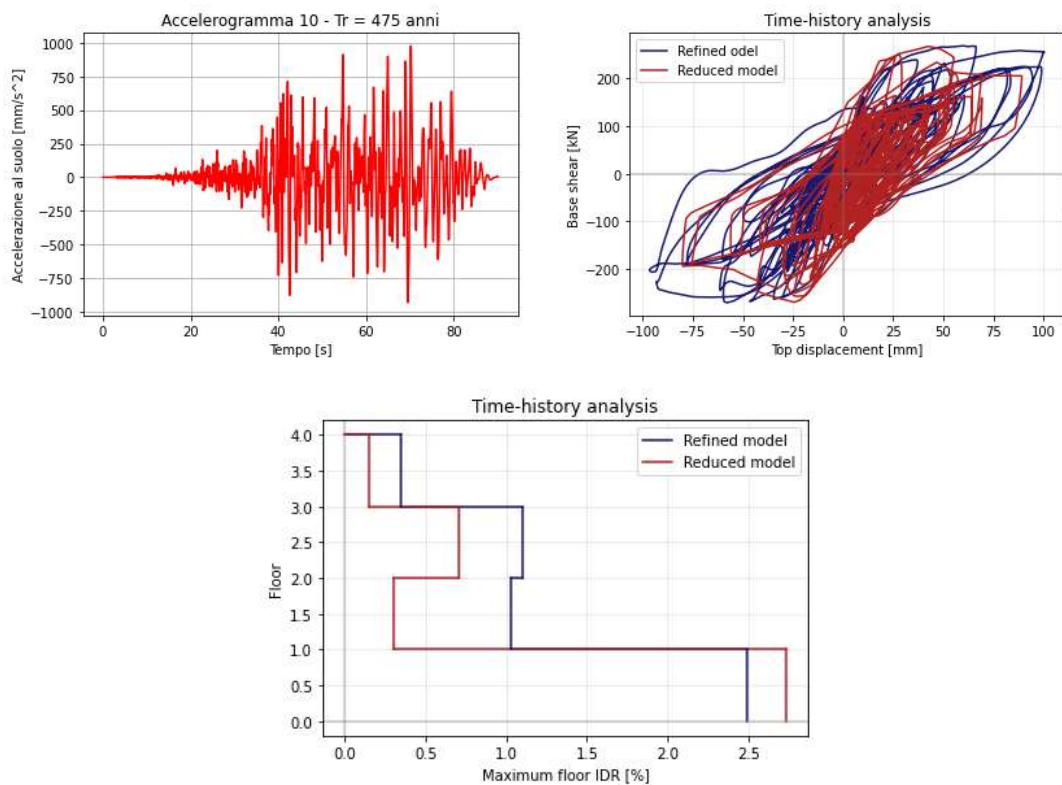
**Figura 3.70** - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 7 – Tr = 224 anni (figura in alto a sinistra).



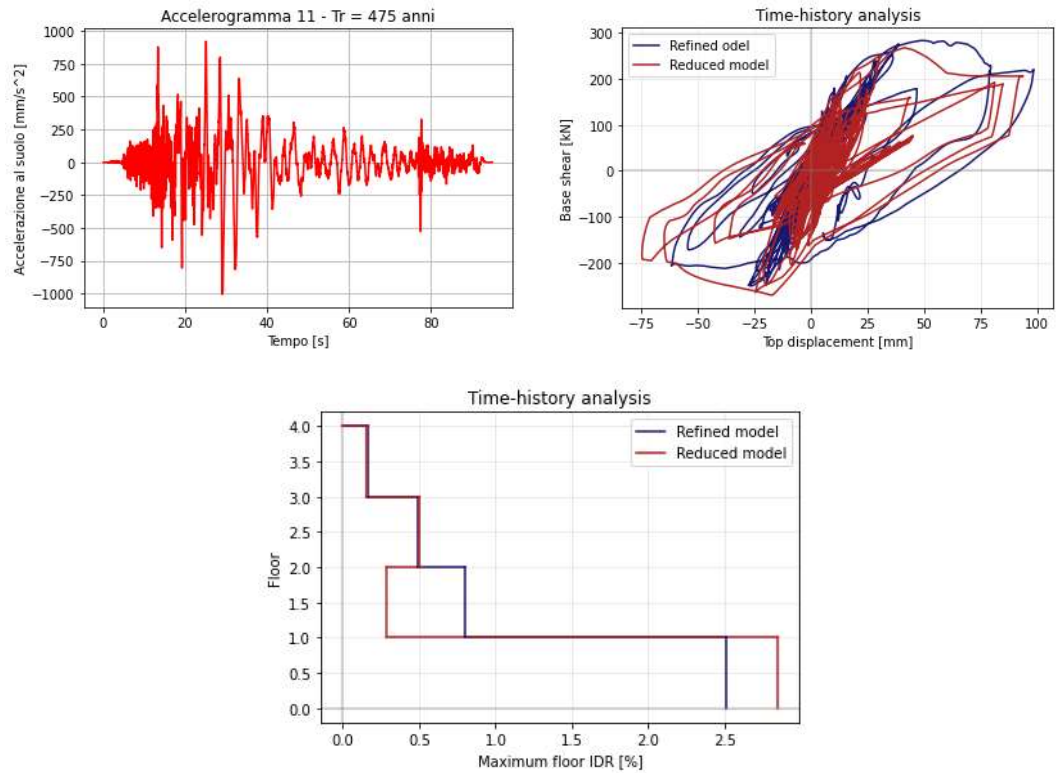
**Figura 3.71** - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 8 – Tr = 224 anni (figura in alto a sinistra).



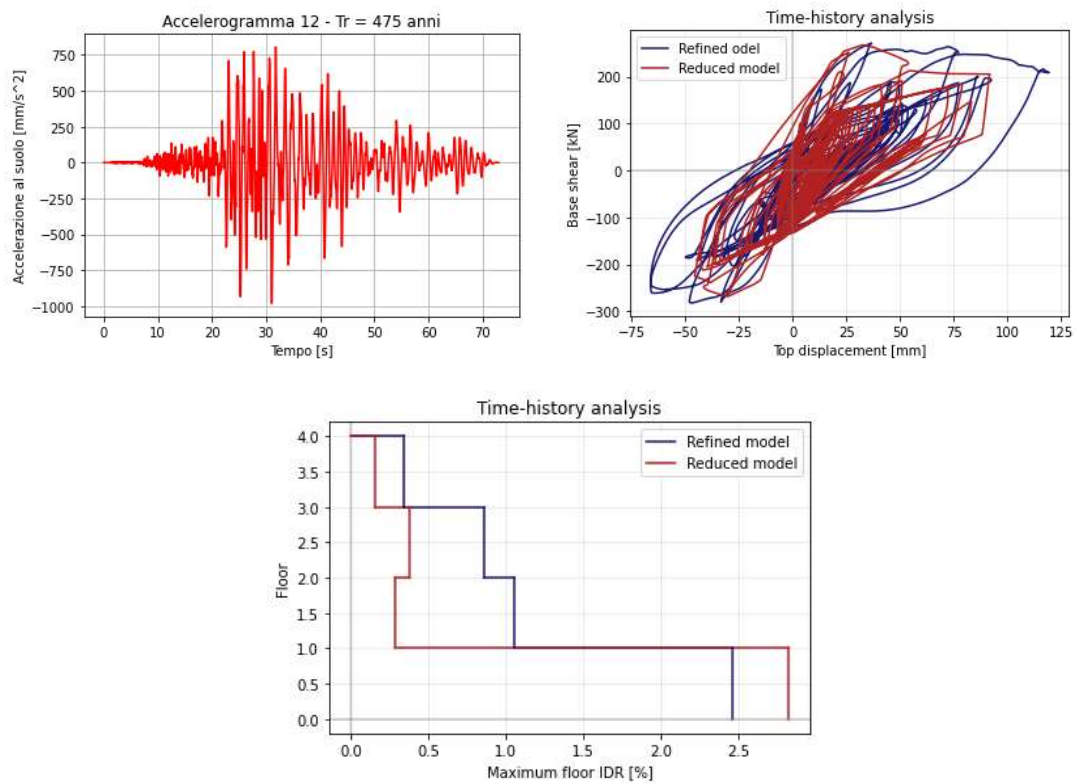
**Figura 3.72** - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 9 –  $T_r = 475$  anni.



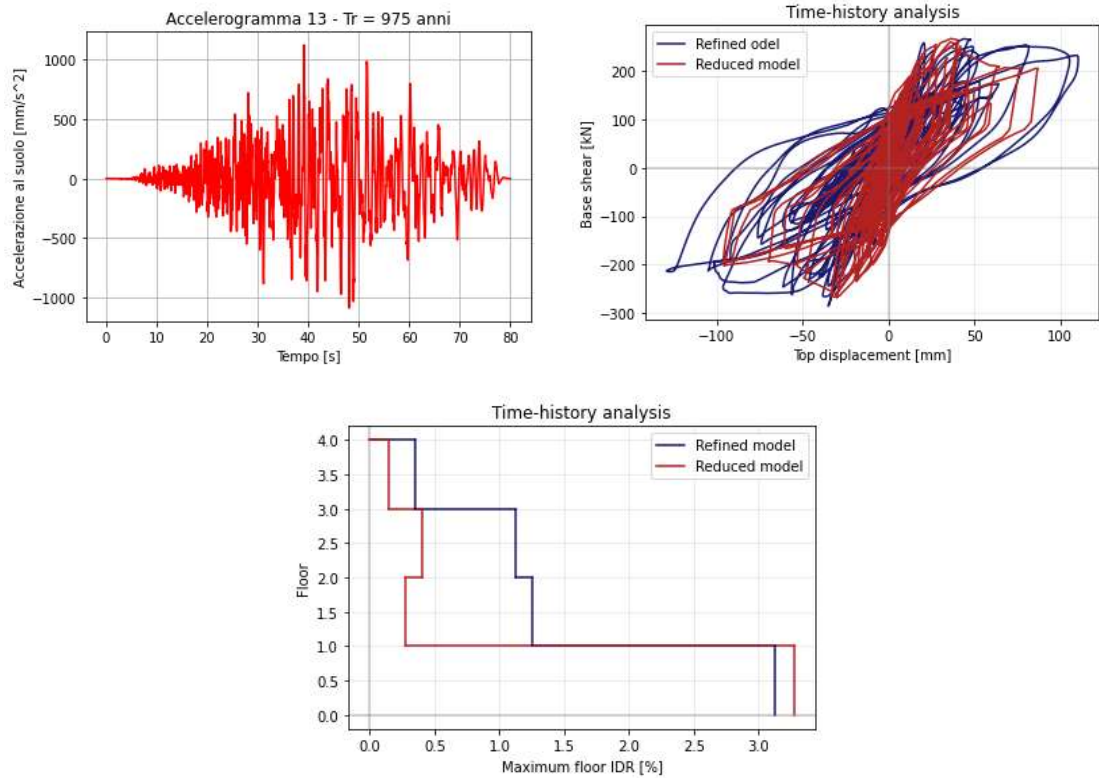
**Figura 3.73** - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 10 –  $T_r = 475$  anni.



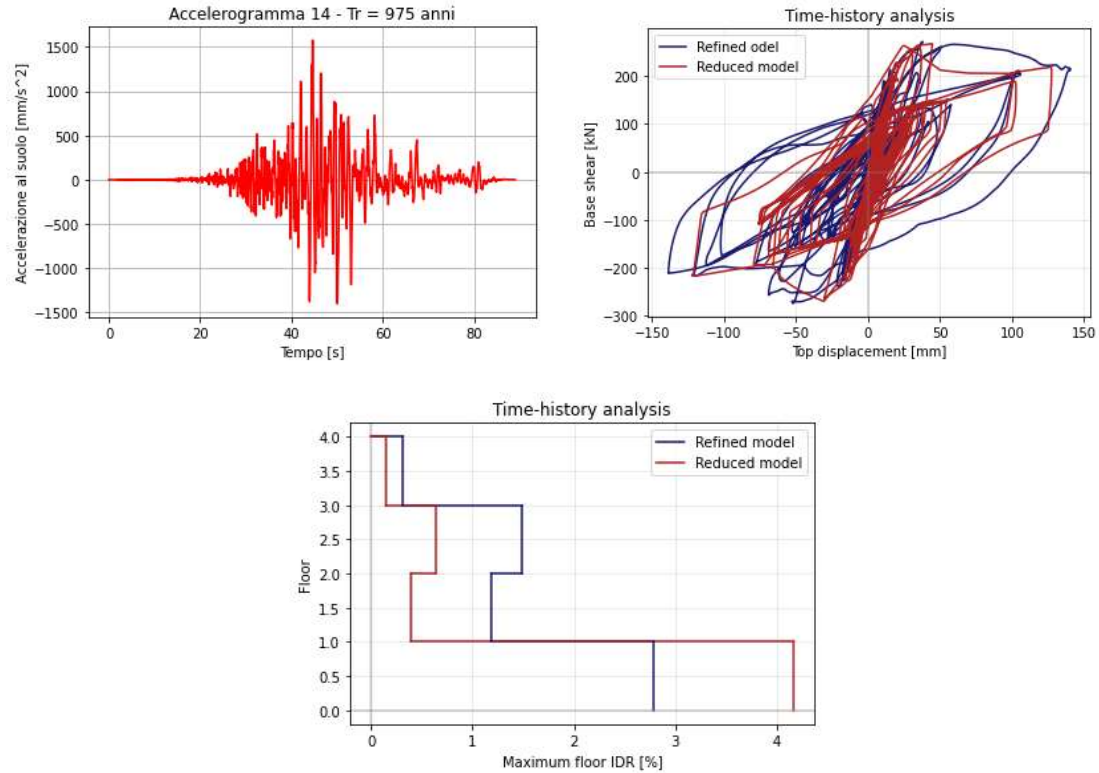
**Figura 3.74** - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 11 –  $T_r = 475$  anni.



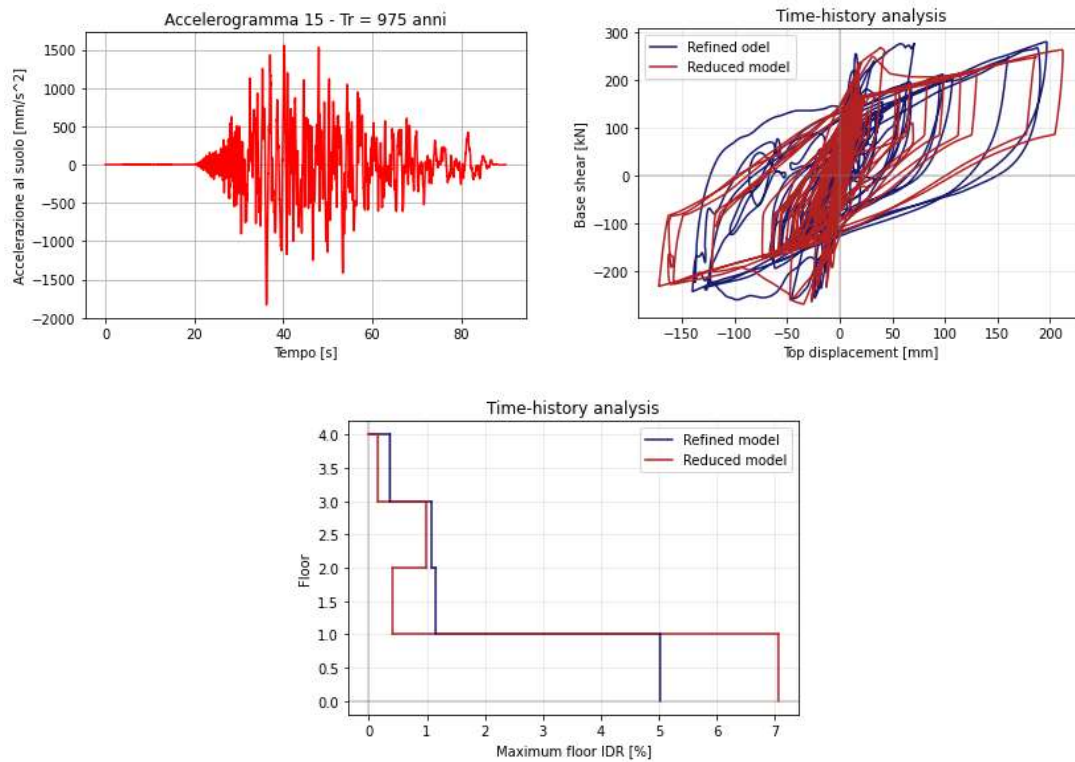
**Figura 3.75** - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 12 –  $T_r = 475$  anni.



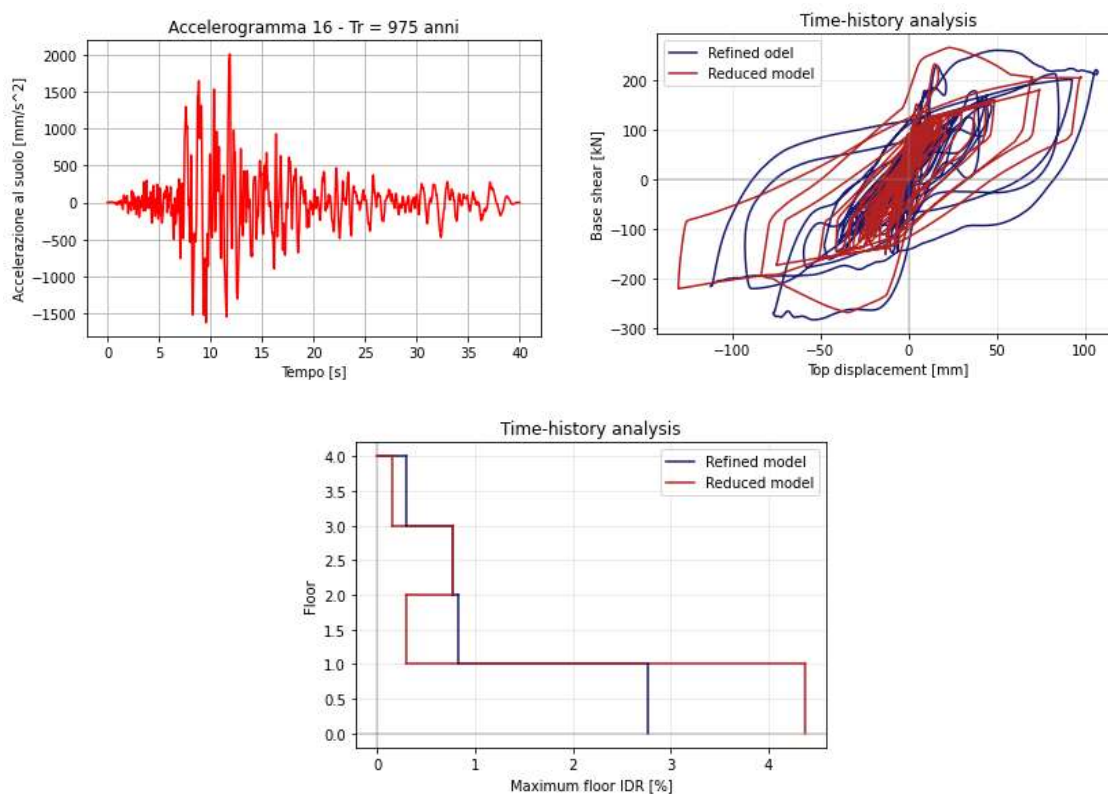
**Figura 3.76** - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 13 –  $T_r = 975$  anni.



**Figura 3.77** - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 14 –  $T_r = 975$  anni.



**Figura 3.78** - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 15 –  $T_r = 975$  anni.



**Figura 3.79** - Confronto della risposta dinamica dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in termini di Taglio alla base-Spostamento di sommità (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 16 –  $T_r = 975$  anni.

**Tabella 3.12** - Parametri isteretici regolanti l'effetto "pinching" sul modello costitutivo taglio-spostamento di interpiano delle molle non lineari.

<i>rDispP</i>	<i>rForceP</i>	<i>uForceP</i>	<i>rDispN</i>	<i>rForceN</i>	<i>uForceN</i>
[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
0.1	0.6	-0.4	0.1	0.6	-0.4

**Tabella 3.13** - Parametri isteretici regolanti il degrado di rigidezza in fase di scarico delle molle non lineari.

<i>gK1</i>	<i>gK2</i>	<i>gK3</i>	<i>gK4</i>	<i>gKLim</i>
[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
-1.6	0.7	0.9	0.1	0.1

**Tabella 3.14** - Parametri isteretici regolanti il degrado di rigidezza in fase di ricarica delle molle non lineari.

<i>gD1</i>	<i>gD2</i>	<i>gD3</i>	<i>gD4</i>	<i>gDLim</i>
[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
1.3	0.2	-1.3	0.2	0.1

**Tabella 3.15** - Parametri isteretici regolanti il degrado di resistenza delle molle non lineari.

<i>gF1</i>	<i>gF2</i>	<i>gF3</i>	<i>gF4</i>	<i>gFLim</i>
[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
0.5	0.2	0.7	0.5	0.1

**Tabella 3.16** - Parametro isteretico impiegato per la definizione della massima dissipazione di energia sotto la condizione di carico ciclico.

<i>gE</i>
[-]
0.3

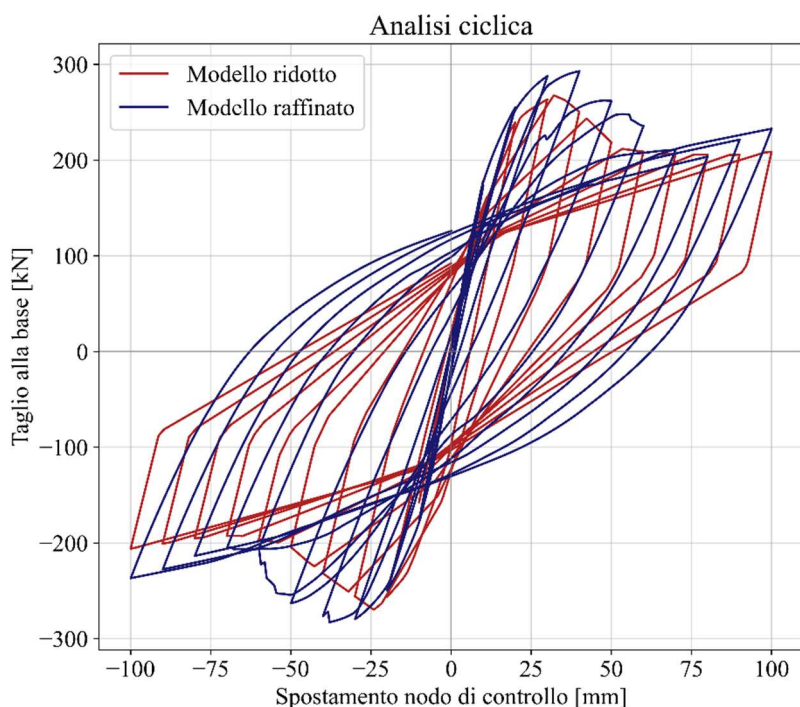
### 3.4.2.2 Analisi ciclica del modello strutturale ridotto

Nel presente paragrafo si sottopone il modello strutturale ridotto, rappresentativo della struttura intelaiata piana in c.a. oggetto del caso studio, ad un'analisi ciclica, con l'obiettivo di individuare il proprio *comportamento isteretico*, mediante l'applicazione di un pattern di spostamenti orizzontali ciclici. A tal proposito, si applica la medesima procedura considerata ai fini dell'analisi ciclica del modello strutturale raffinato (par. 3.3.4 "Analisi ciclica"). Nello specifico, l'analisi oggetto del presente paragrafo è eseguita sul modello ridotto, derivato dai risultati dell'applicazione del secondo metodo di analisi Pushover di piano (par. 3.4.1.2 "Calibrazione del comportamento monotono delle molle non lineari del modello strutturale ridotto"), e caratterizzato dai parametri isteretici ottimali ottenuti nel paragrafo precedente (par. 3.4.2.1 "Calibrazione del



*comportamento isteretico delle molle non lineari del modello strutturale raffinato*”). Ai fini dell’analisi ciclica, si sceglie, a titolo di esempio, di operare mediante il profilo di forze uniforme, determinato nel par. 3.3.3 “*Analisi statica non lineare (analisi Pushover)*”, assegnando al nodo di controllo di sommità del modello ridotto, rappresentativo di quello impiegato per l’analisi ciclica e Pushover del modello raffinato, la storia di spostamenti ciclici considerata nel par. 3.3.4 “*Analisi ciclica*”. Pertanto, in modo analogo a quanto svolto nel suddetto paragrafo, nel codice Python inerente alle analisi del modello ridotto si applicano le funzioni di OpenSees *timeSeries(‘Linear’)* [22], *pattern(‘Plain’)* [23] e *load* [24], in modo da definire il pattern delle azioni laterali costituenti il profilo di forze considerato, queste ultime applicate in corrispondenza dei nodi del modello ridotto rappresentativi di quelli considerati per l’analisi ciclica del modello raffinato, e assegnando a tale pattern di azioni una relazione lineare tra fattore di carico e tempo. In secondo luogo, in analogia a quanto trattato nel par. 3.3.4 “*Analisi ciclica*”, si monitorano, ad ogni step di analisi, lo spostamento orizzontale del nodo di controllo di sommità del modello ridotto e il tagliante sismico alla base. A tal fine, si applicano le medesime funzioni considerate ai fini della definizione delle componenti oggetto dell’analisi ciclica del modello raffinato (par. 3.3.4 “*Analisi ciclica*”). In particolare, per quanto concerne la definizione del tipo di *Integrator* [64], si applica la modalità *DisplacementControl* [25], assegnando al nodo di controllo di sommità del modello ridotto un incremento di spostamento orizzontale, assunto pari al valore di spostamento costituente la storia di spostamenti ciclici considerata (par. 3.3.4 “*Analisi ciclica*”), e corrispondente allo step di analisi da eseguire. Ciò è fatto, in modo analogo a quanto svolto nel par. 3.3.4 “*Analisi ciclica*”, mediante la definizione di una struttura *for* [81], attraverso la quale si eseguono dei cicli sull’intera storia degli spostamenti oggetto dell’analisi ciclica. In ogni ciclo *for*, si esegue un’analisi in controllo di spostamento [25], assegnando al nodo di controllo di sommità il valore di spostamento orizzontale corrispondente allo step di analisi da eseguire e specificando, mediante il comando *analysis* [39] di OpenSees, la modalità di analisi *Static*. In secondo luogo, si esegue l’analisi del singolo step di analisi ciclica, mediante il comando *analyze* [68]. Inoltre, in analogia a quanto svolto nel par. 3.3.4 “*Analisi ciclica*”, si specificano un diverso tipo di criterio di convergenza [67] e algoritmo di risoluzione del problema [65], qualora nell’analisi dello step considerato non sia raggiunta la convergenza. In definitiva, si perviene alla definizione delle storie dello spostamento orizzontale del nodo di controllo di sommità e del tagliante sismico alla base del modello ridotto.

In **Figura 3.80** si mostra il risultato dell’analisi ciclica del modello strutturale ridotto, messo a confronto con quello corrispondente al modello strutturale raffinato. Nonostante la presenza di una componente di errore tra il taglio alla base corrispondente al modello ridotto e quello corrispondente al modello raffinato, a parità di livello di spostamento raggiunto, la risposta ciclica Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo evidenzia un buon compromesso tra i due modelli.



**Figura 3.80** - Confronto del comportamento isteretico tra i modelli strutturali raffinato e ridotto, ottenuto attraverso l'analisi ciclica.

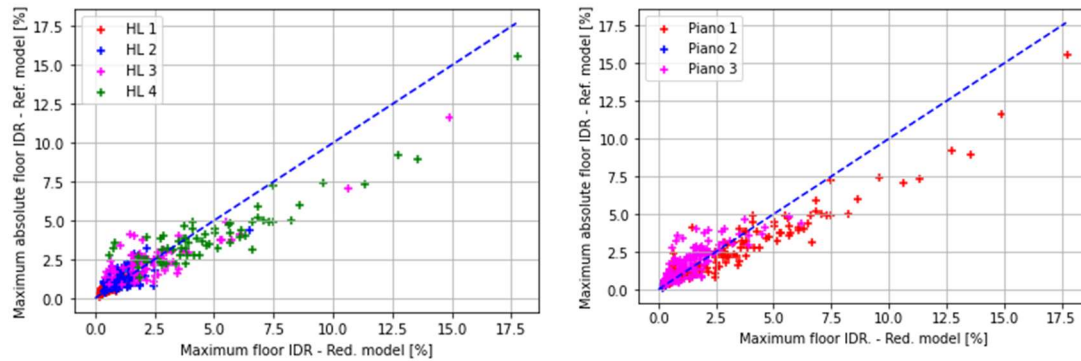
### 3.5 Analisi di valutazione dell'accuratezza della risposta dinamica e dell'efficienza computazionale del modello strutturale ridotto

Nel presente paragrafo si esegue un'analisi di valutazione dell'accuratezza della risposta dinamica non lineare e dell'efficienza computazionale del modello strutturale ridotto, proposto in questo lavoro di tesi. In primo luogo, una volta calibrato il modello strutturale ridotto rappresentativo della struttura intelaiata piana in c.a. oggetto del caso studio, si sottopone lo stesso modello ridotto ad un'analisi dinamica non lineare, svolta mediante l'adozione di un ampio set di storie temporali di accelerazione al suolo, selezionate secondo la procedura proposta nell'articolo scientifico di A. Deb et al. [32]. Nello specifico, si selezionano 100 accelerogrammi differenti, per quattro livelli di hazard crescenti (HL1:  $T_r = 72$  anni, HL2:  $T_r = 224$  anni, HL3:  $T_r = 475$  anni, HL4:  $T_r = 975$  anni), per un totale di 400 storie di accelerazione al suolo. Per ogni analisi time-history, si esegue una valutazione della differenza tra il modello ridotto e il modello raffinato corrispondente, con riferimento ai valori dei massimi IDR (Inter-storey Drift Ratio) di piano, e dei tempi computazionali di analisi richiesti da entrambi i modelli strutturali.

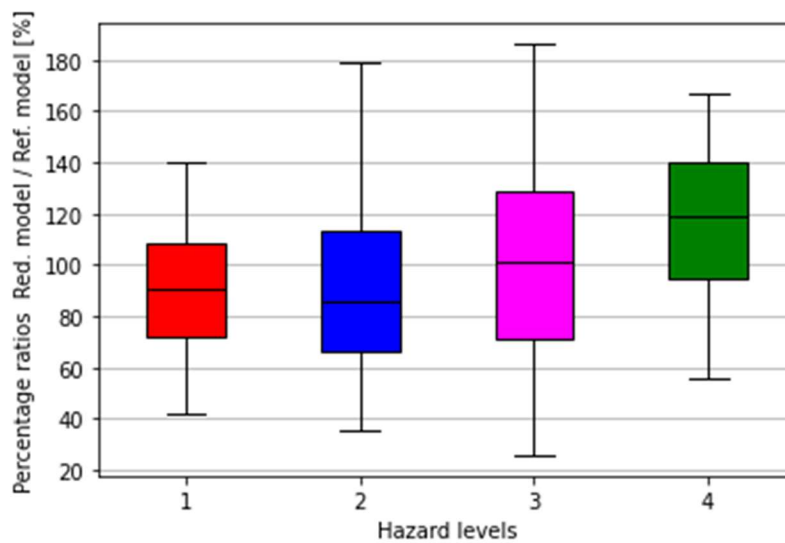
In **Figura 3.81a** si mostra il confronto tra i massimi assoluti IDR di piano del modello strutturale raffinato e i massimi IDR di piano del modello strutturale ridotto, in funzione del livello di hazard degli accelerogrammi impiegati (**Figura 3.81a** a sinistra) e del piano della struttura su cui si manifesta il raggiungimento del massimo assoluto IDR di piano

del modello raffinato (**Figura 3.81a** a destra). Nello specifico, ogni punto mostrato nei due plot di **Figura 3.81a** rappresenta il risultato di un'analisi dinamica non lineare, sottoponendo entrambi i modelli strutturali al medesimo accelerogramma. In particolare, ciascun punto all'interno di tali plot mette in evidenza il massimo assoluto IDR di piano del modello raffinato, valutato come il massimo tra i quattro massimi IDR di piano derivanti dall'analisi considerata e identificato a livello di un generico piano, e il massimo IDR di piano del modello ridotto, corrispondente al medesimo piano. Dal risultato ottenuto, si deduce che all'aumentare del livello di hazard degli accelerogrammi, il livello dei massimi IDR di piano di entrambi i modelli strutturali tende ad aumentare, prevedendo una concentrazione degli spostamenti a livello del primo piano della struttura. Il trend di crescita del livello dei massimi IDR di piano risulta tendenzialmente lineare e parallelo alla retta bisettrice tratteggiata in blu (**Figura 3.81a**). Inoltre, la distanza tra un generico punto, in ciascuno dei due plot, e la suddetta bisettrice rappresenta un indice di errore tra i due modelli strutturali considerati, il quale tende ad aumentare, in forma di sovrastima da parte del modello ridotto, all'aumentare del livello di hazard degli accelerogrammi. In **Figura 3.81b** si mostra il modo in cui il campione di osservazioni, in termini di rapporti percentuali tra i risultati del modello ridotto e raffinato, mostrati in **Figura 3.81a**, si distribuisce, al variare del livello di hazard degli accelerogrammi. Per ogni livello di hazard, la distribuzione del suddetto campione di osservazioni è descritta graficamente attraverso il cosiddetto *boxplot* [84]. Ogni *boxplot* è orientato verticalmente ed è costituito da una scatola, delimitata, inferiormente e superiormente, dal primo quartile e terzo quartile della relativa distribuzione di dati, rispettivamente, la cui differenza tra i due rappresenta lo scarto interquartile, quest'ultimo rappresentativo del carattere di dispersione dei dati considerati. All'interno della suddetta scatola, è presente un segmento orizzontale e rappresentativo del valore mediano (o secondo quartile) della distribuzione di dati considerata. Infine, al di fuori di tale scatola sono presenti due segmenti verticali, le cui estensioni sono delimitate dal minimo e dal massimo dei valori del set di dati in esame. Dal risultato mostrato in **Figura 3.81b**, con riferimento al valore mediano corrispondente a ciascun *boxplot*, si osserva, per bassi livelli di hazard, una sottostima del risultato del modello ridotto, dell'ordine del 10 – 15%, rispetto alla situazione ideale corrispondente ad un rapporto tra modello ridotto e raffinato pari al 100%. Per livelli di hazard alti, invece, il modello ridotto tende a sovrastimare il risultato, raggiungendo un errore di circa il 20% in corrispondenza del livello di hazard 4. Dunque, dai risultati ottenuti, si identifica un errore nei massimi IDR di piano tra i modelli strutturali raffinato e ridotto non trascurabile.

(a)



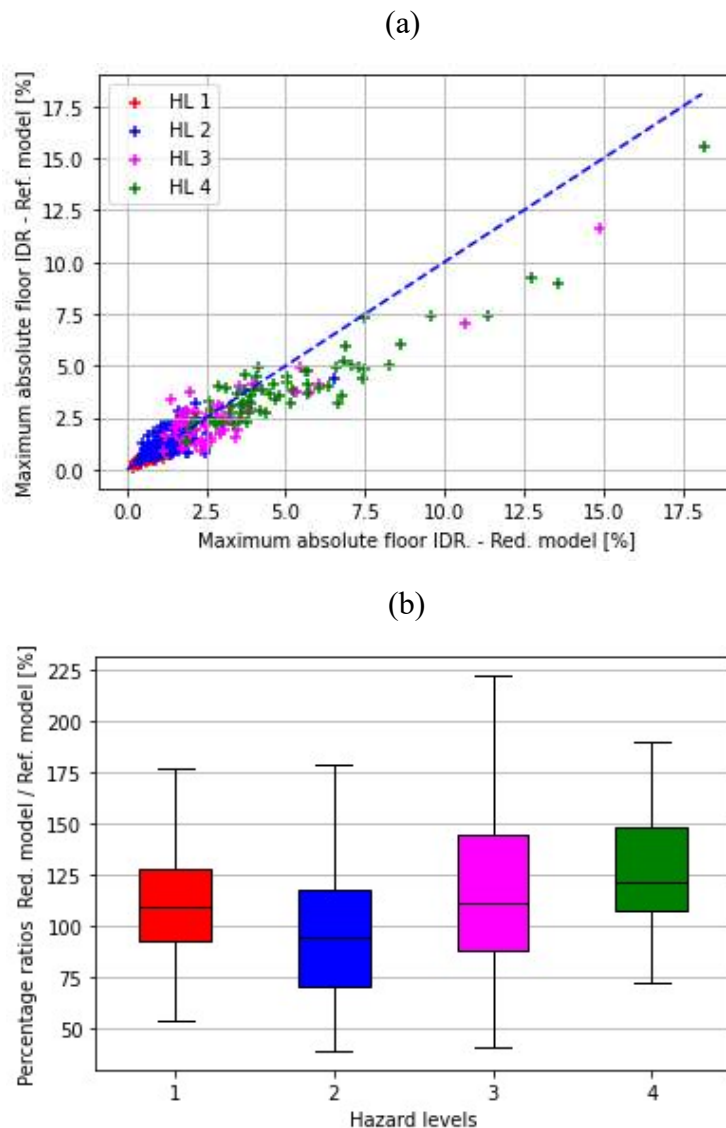
(b)



**Figura 3.81** - (a) Confronto tra i massimi assoluti IDR di piano del modello strutturale raffinato (asse y) e massimi IDR di piano del modello strutturale ridotto (asse x), in funzione del livello di hazard degli accelerogrammi (figura di sinistra) e del piano della struttura su cui si manifesta il raggiungimento del massimo assoluto IDR di piano del modello raffinato (figura di destra); (b) valutazione dell'errore tra i risultati dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in funzione del livello di hazard degli accelerogrammi.

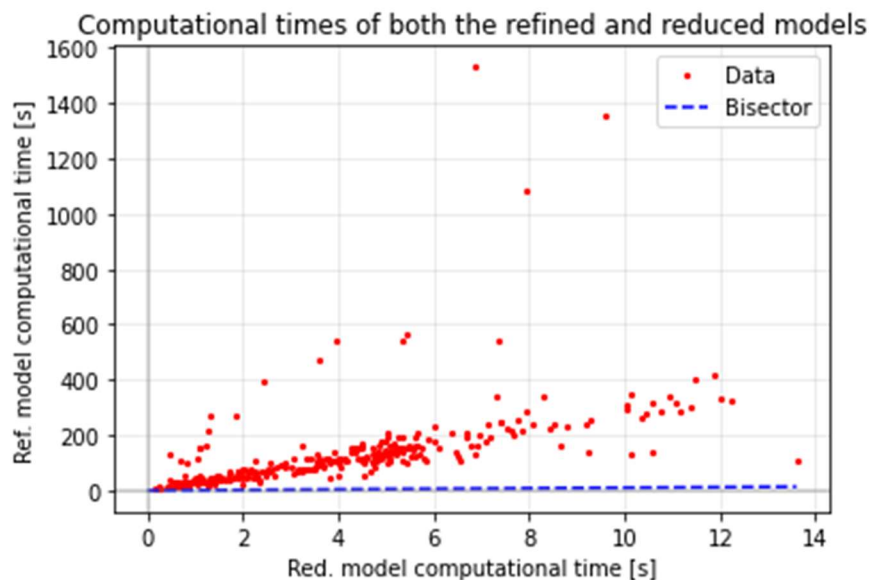
In **Figura 3.82a** si mostra il confronto dei massimi assoluti IDR di piano tra i modelli strutturali raffinato e ridotto, in funzione del livello di hazard degli accelerogrammi impiegati. Analogamente a quanto riportato in **Figura 3.81a**, ogni punto nel plot di **Figura 3.82a** rappresenta il risultato di un'analisi dinamica non lineare, sottoponendo entrambi i modelli strutturali al medesimo accelerogramma. Nello specifico, ciascun punto all'interno del suddetto plot mette in evidenza il massimo assoluto IDR di piano, valutato secondo quanto menzionato in precedenza e indipendentemente dal piano su cui esso si esplica, del modello strutturale raffinato e ridotto. Dal risultato ottenuto, si osserva che, ancora una volta, all'aumentare del livello di hazard degli accelerogrammi, il livello dei massimi assoluti IDR di piano di entrambi i modelli strutturali aumenta, secondo un trend tendenzialmente lineare e parallelo alla retta bisettrice tratteggiata in blu (**Figura 3.82a**). Inoltre, in modo analogo a quanto precedentemente osservato in **Figura 3.81a**,

all'aumentare del livello di hazard degli accelerogrammi, il modello strutturale ridotto tende a sovrastimare il risultato delle analisi, in misura evidente. In **Figura 3.82b** si mostra la distribuzione del campione di osservazioni, ancora una volta in termini di rapporti percentuali tra i risultati dei modelli ridotto e raffinato, mostrati in **Figura 3.82a**, in funzione del livello di hazard degli accelerogrammi impiegati. In modo analogo a quanto osservato in **Figura 3.81b**, con riferimento al valore mediano corrispondente a ciascun boxplot, si nota che all'aumentare del livello di hazard degli accelerogrammi, il modello strutturale ridotto evidenzia una sovrastima del risultato, raggiungendo un errore di circa il 25% in corrispondenza del livello di hazard 4, rispetto alla situazione ideale corrispondente ad un rapporto tra modello ridotto e raffinato pari al 100%.



**Figura 3.82** - (a) Confronto dei massimi assoluti IDR di piano tra i modelli strutturali raffinato (asse y) e ridotto (asse x), in funzione del livello di hazard degli accelerogrammi; (b) valutazione dell'errore tra i risultati dei modelli strutturali raffinato e ridotto, in funzione del livello di hazard degli accelerogrammi.

Per quanto concerne la valutazione dell'efficienza computazionale del modello ridotto, si esegue un confronto dei tempi di esecuzione delle analisi dinamiche non lineari tra i modelli strutturali raffinato e ridotto (**Figura 3.83**). Come atteso, poiché il modello ridotto consiste di un sistema di molle non lineari, il suddetto modello evidenzia un notevole abbattimento dell'onere computazionale che si traduce in una convergenza relativamente veloce, rispetto al modello raffinato, il quale, contrariamente, è definito in forma di un modello a fibre. In analogia a quanto rappresentato nelle figure precedenti (**Figure 3.81a e 3.82a**), ogni punto nel grafico di **Figura 3.83** rappresenta il risultato di una singola analisi time-history, in termini di tempo computazionale (in secondi), richiesto dai modelli strutturali raffinato e ridotto. Dal risultato ottenuto, è possibile dedurre che, considerando la maggior parte degli accelerogrammi impiegati ai fini dell'esecuzione delle analisi oggetto del presente paragrafo, il modello ridotto garantisce, indicativamente, un onere computazionale di due ordini di grandezza inferiore rispetto al modello raffinato di riferimento. Inoltre, tale efficienza computazionale, come indicato anche nell'articolo scientifico di V. Blasone et al. [7], fa sì che il modello strutturale ridotto, proposto in questo lavoro di tesi, sia particolarmente adatto nell'ambito di situazioni in cui si considera un ampio set di storie temporali di accelerazione al suolo (es. analisi di affidabilità sismica). Tuttavia, si dovrebbe tenere in conto del tempo necessario ai fini della calibrazione del modello ridotto mediante l'impiego dell'algoritmo genetico, il quale può risultare più o meno rilevante, rispetto al tempo di esecuzione delle analisi time-history di interesse, a seconda del tipo di problema analizzato e dei parametri di input impiegati per la definizione di tale algoritmo.



**Figura 3.83** - Confronto dei tempi computazionali di analisi tra i modelli strutturali raffinato (asse y) e ridotto (asse x).

### 3.6 Derivazione delle demand hazard curves per le analisi di affidabilità sismica

Nel presente paragrafo si tratta la derivazione delle *demand hazard curves* associate ai modelli strutturali raffinato e ridotto, rappresentativi della struttura intelaiata in c.a. oggetto del caso studio, la quale rappresenta uno dei principali step, previsti dalla metodologia PBEE (*Performace-based earthquake engineering*), introdotta nell'articolo scientifico di A. Deb et al. [32]. Nello specifico, la suddetta metodologia riguarda le analisi di affidabilità sismica di strutture, comprendendo l'esecuzione di specifiche analisi, svolte in un contesto probabilistico [32]:

- analisi di pericolosità sismica locale;
- analisi di domanda sismica strutturale;
- analisi di fragilità strutturale;
- “loss analysis”.

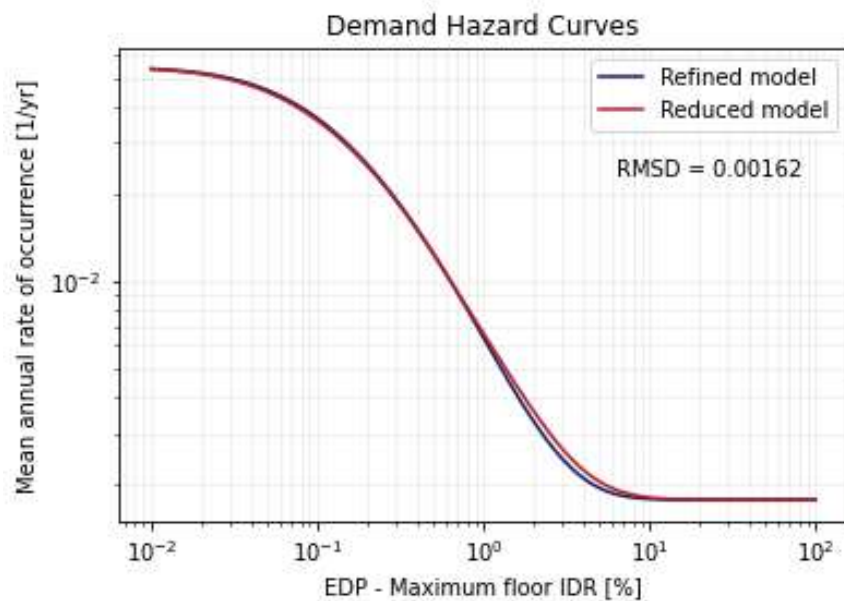
Ai fini del presente lavoro di tesi, si focalizza l'attenzione soltanto sul secondo punto della metodologia PBEE, proposta nell'articolo scientifico indicato in precedenza [32], riguardante l'analisi di domanda sismica strutturale. A tal proposito, l'analisi probabilistica di domanda sismica strutturale, abbreviata nel termine PSDemHA (*Probabilistic seismic demand hazard analysis*), pone come obiettivo la caratterizzazione della domanda sismica imposta sulla struttura oggetto di analisi, in termini di *Tasso medio annuo* (dall'inglese *Mean Annual Rate, MAR*) a cui specifici parametri di risposta sismica strutturale significativi, indicati con il termine *Engineering Demand Parameters (EDPs)*, sono superati, tenendo conto delle caratteristiche del sito su cui sorge la struttura in esame. Nello specifico, il tasso medio annuo di eccedenza ( $v_{EDP}(\delta)$ , [32]) di un determinato valore di EDP ( $EDP = \delta$ ) è definito attraverso un integrale di convoluzione della probabilità di superamento del valore di EDP in questione, per un dato parametro di scuotimento sismico (dall'inglese *Intensity Measure, IM*), con la curva di pericolosità sismica ( $v_{IM}(im)$ , [32]), specifica del sito (23):

$$v_{EDP}(\delta) = \int_{IM} P[EDP > \delta | IM = im] * |dv_{IM}(im)| [32] \quad (23)$$

L'applicazione dell'espressione (23) permette di determinare la cosiddetta *Demand Hazard Curve*, la quale fornisce il valore del tasso medio annuo (o probabilità) di eccedenza di un determinato valore di EDP, da parte della struttura oggetto di analisi, quest'ultima immersa in uno specifico sito. Inoltre, il parametro IM consiste di una misura di intensità dello scuotimento sismico, la quale può essere rappresentata generalmente da un parametro cinematico di picco del suolo oppure da un parametro spettrale.

Ai fini della derivazione delle demand hazard curves associate ai modelli strutturali raffinato e ridotto, rappresentativi della struttura oggetto del caso studio, come parametri EDP si considerano i valori dei massimi IDR di piano individuati dalle analisi dinamiche non lineari di cui al par. 3.5 “*Analisi di valutazione dell'accuratezza della risposta dinamica e dell'efficienza computazionale del modello strutturale ridotto*”. In particolare, si sottolinea che i suddetti risultati risultano determinati a partire dalla selezione di 100 storie di accelerazione al suolo differenti, per quattro livelli di hazard crescenti, aventi la

caratteristica di essere *spettro-compatibili* con la sismicità locale attesa. Sfruttando tali risultati, in forma di parametri di domanda sismica, e seguendo la procedura proposta nell'articolo scientifico di A. Deb et al. [32], si identificano le demand hazard curves dei modelli strutturali raffinato e ridotto (**Figura 3.84**). Dal risultato ottenuto, si deduce che, nonostante si sia rilevato un errore non trascurabile nei massimi IDR di piano tra i modelli raffinato e ridotto (par. 3.5 “*Analisi di valutazione dell’accuratezza della risposta dinamica e dell’efficienza computazionale del modello strutturale ridotto*”), la differenza tra le curve di demand risultanti risulta essere notevolmente piccola, con un errore dell’ordine del 0.1%. In particolare, in linea a quanto osservato nel par. 3.5 “*Analisi di valutazione dell’accuratezza della risposta dinamica e dell’efficienza computazionale del modello strutturale ridotto*”, per livelli di hazard degli accelerogrammi maggiori (maggior livello di domanda di spostamento imposta), la demand hazard curve del modello ridotto risulta essere leggermente più alta, rispetto a quella del corrispondente modello raffinato. Pertanto, il suddetto risultato afferma chiaramente la possibilità di impiego dei modelli strutturali ridotti, ai fini dell’esecuzione di analisi di affidabilità sismica.



**Figura 3.84** - Confronto delle demand hazard curves tra i modelli strutturali raffinato e ridotto.



## 4 Conclusioni

Il presente lavoro di tesi propone un metodo di modellazione semplificato, riguardante strutture intelaiate in calcestruzzo armato, al fine di far fronte all'onerosità computazionale risultante dall'esecuzione di analisi dinamiche non lineari, basate su modelli strutturali raffinati agli elementi finiti. Il modello strutturale ridotto, proposto nel presente lavoro di tesi, è un modello basato sul comportamento non lineare delle colonne, in grado di tener conto delle effettive condizioni di vincolo alle estremità delle stesse, nonché dell'interazione sforzo normale-momento flettente. Secondo il metodo di modellazione proposto, ogni colonna di una struttura a telaio 3D in c.a. di riferimento è modellata mediante due molle non lineari disaccoppiate, definite lungo le due direzioni orizzontali ortogonali costituenti il sistema di riferimento globale della struttura. A ciascuna molla lineare è associata una legge costitutiva taglio-spostamento di interpiano, riprodotte il comportamento della colonna corrispondente lungo la direzione orizzontale considerata. Le leggi costitutive delle molle non lineari sono definite con riferimento al modello costitutivo *Pinching4* [18], disponibile nella libreria di comandi di OpenSees [9], il quale è caratterizzato da un set di parametri, identificati sulla base di un processo di calibrazione. In virtù dell'assunzione secondo la quale il comportamento delle colonne lungo una data direzione orizzontale non sia influenzato dalle caratteristiche strutturali nella direzione orizzontale ortogonale alla precedente, la calibrazione delle molle non lineari associate è svolta mediante l'impiego di un algoritmo genetico, il quale sfrutta i risultati di analisi statiche e dinamiche non lineari di telai 2D, costituenti la struttura intelaiata 3D in c.a. di riferimento, modellati secondo l'approccio di modellazione a fibre. Per mezzo di tale algoritmo di calibrazione, si pone l'obiettivo di minimizzare l'errore tra i risultati del modello raffinato del generico telaio 2D, selezionato dalla struttura intelaiata in c.a. di riferimento, derivanti dall'esecuzione di analisi Pushover di piano e analisi dinamiche non lineari, e quelli del modello ridotto corrispondente.

Il metodo di modellazione proposto è applicato ad un caso studio, riguardante una struttura intelaiata piana in c.a. di quattro piani, prevedendo l'esecuzione di analisi statiche e dinamiche non lineari, e confrontando i risultati con quelli di un modello raffinato a fibre. I risultati ottenuti mediante le analisi Pushover mostrano, nel complesso, un buon compromesso tra i modelli strutturali raffinato e ridotto. Per quanto concerne i risultati derivanti dalle analisi dinamiche non lineari, la risposta del modello ridotto, anche se apparentemente possa sembrare buona se confrontata con quella del corrispondente modello raffinato, risulta caratterizzata da un livello di accuratezza relativamente basso, come osservato inoltre dalle analisi di valutazione dell'accuratezza della risposta dinamica di tale modello. Nonostante ciò, il modello strutturale ridotto garantisce un abbattimento notevole dei tempi di esecuzione delle analisi dinamiche non lineari, rispetto a quanto osservato da parte del modello raffinato a fibre corrispondente. Inoltre, oltre al suddetto vantaggio, si è dimostrato che l'impiego dei risultati delle analisi dinamiche non lineari del modello strutturale ridotto, ai fini dell'esecuzione delle analisi probabilistiche di affidabilità sismica, porta ad un buon compromesso tra le demand hazard curves dei corrispettivi modelli strutturali considerati. Pertanto, in virtù delle analisi svolte, è possibile affermare che il modello ridotto rappresenta un'efficacie

alternativa all'impiego di modelli strutturali raffinati, soprattutto nell'ambito di situazioni in cui si adotta un ampio set di storie temporali di accelerazione al suolo (es. analisi di affidabilità sismica).

In relazione al metodo di modellazione semplificato, proposto nel presente lavoro di tesi, nel seguito si propongono alcuni suggerimenti per studi futuri. Poiché risulta la prima volta in cui si affronta la calibrazione di un modello strutturale semplificato sulla base di risultati associati ad un modello raffinato a fibre di riferimento, l'accuratezza del modello ridotto è un fattore da migliorare ed è fortemente condizionata da una serie di aspetti, quali:

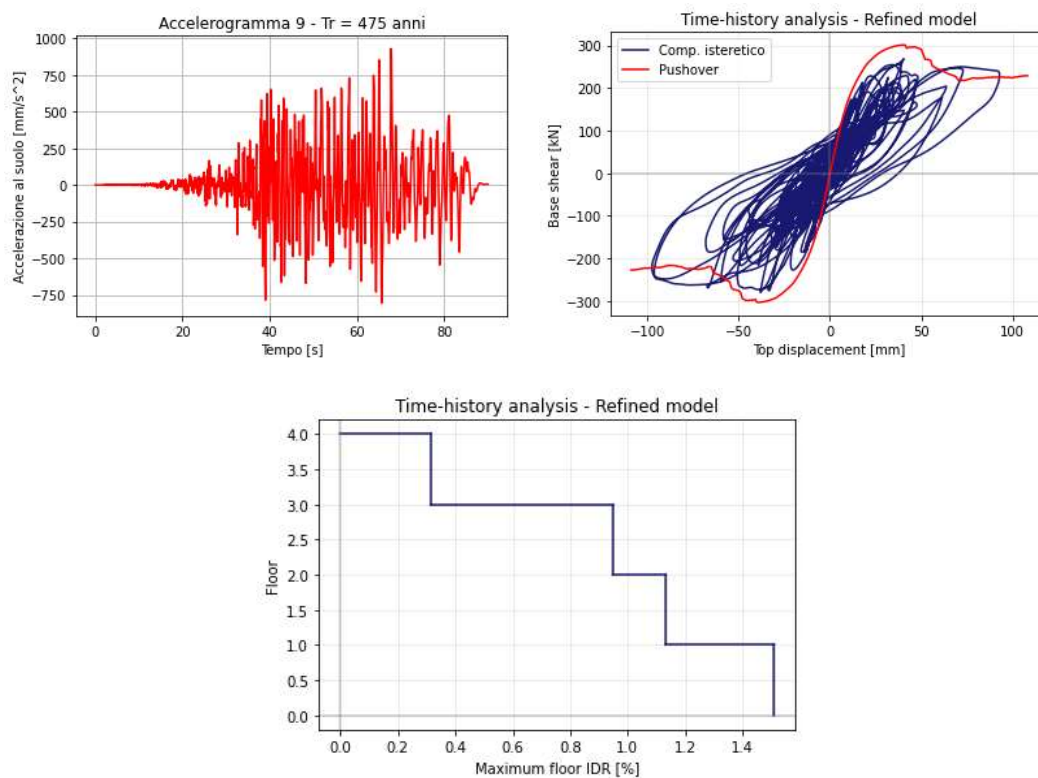
- scelta del modello costitutivo delle molle non lineari ai fini della descrizione del comportamento fenomenologico;
- tipo di approccio di calibrazione dei parametri del modello costitutivo scelto;
- caratteristiche peculiari dell'approccio di calibrazione considerato;
- tipo di funzione dell'errore tra i modelli raffinato e ridotto da minimizzare, ai fini del processo di calibrazione;
- modalità di derivazione del comportamento non lineare monotico delle colonne del telaio 2D oggetto di calibrazione;

In aggiunta, nonostante i rilevanti vantaggi offerti dall'approccio di modellazione a fibre rispetto ad una modellazione a plasticità concentrata, il modello raffinato a fibre non è in grado, di per sé, di tener conto dell'eventuale plasticizzazione derivante da sollecitazioni di taglio. A tal proposito, il modello ridotto corrispondente potrebbe essere definito in modo da tenere in conto dell'eventuale crisi per taglio degli elementi strutturali in c.a., introducendo nel modello raffinato a fibre di riferimento delle cerniere plastiche a taglio, caratterizzate da un'appropriata legge costitutiva taglio-spostamento orizzontale. Inoltre, il metodo di modellazione proposto potrebbe tener conto anche dell'influenza dei tamponamenti in muratura sulla risposta sismica del telaio in c.a. considerato, mediante l'introduzione nel modello raffinato di elementi che simulino il comportamento dei puntoni diagonali equivalenti, costituenti le tamponature. Come ulteriore suggerimento, analogamente a quanto indicato nell'articolo scientifico di V. Blasone et al. [7], il metodo di modellazione proposto nel presente lavoro di tesi è principalmente concepito per l'esecuzione di analisi dinamiche non lineari, con la possibilità di tener conto eventualmente degli effetti di interazione suolo-struttura. Infine, in virtù del buon livello di efficienza computazionale caratterizzante il modello ridotto, si potrebbe impiegare il suddetto modello per l'esecuzione di analisi *Multifidelity*, attraverso le quali possono essere utilizzati i risultati delle analisi dello stesso modello e del modello raffinato di riferimento, e dunque sfruttando la velocità computazionale dei modelli ridotti e la maggiore accuratezza dei modelli a fibre, in modo da poter applicare i modelli ridotti per le analisi di affidabilità, con la dovuta accuratezza e riducendo l'onere computazionale.

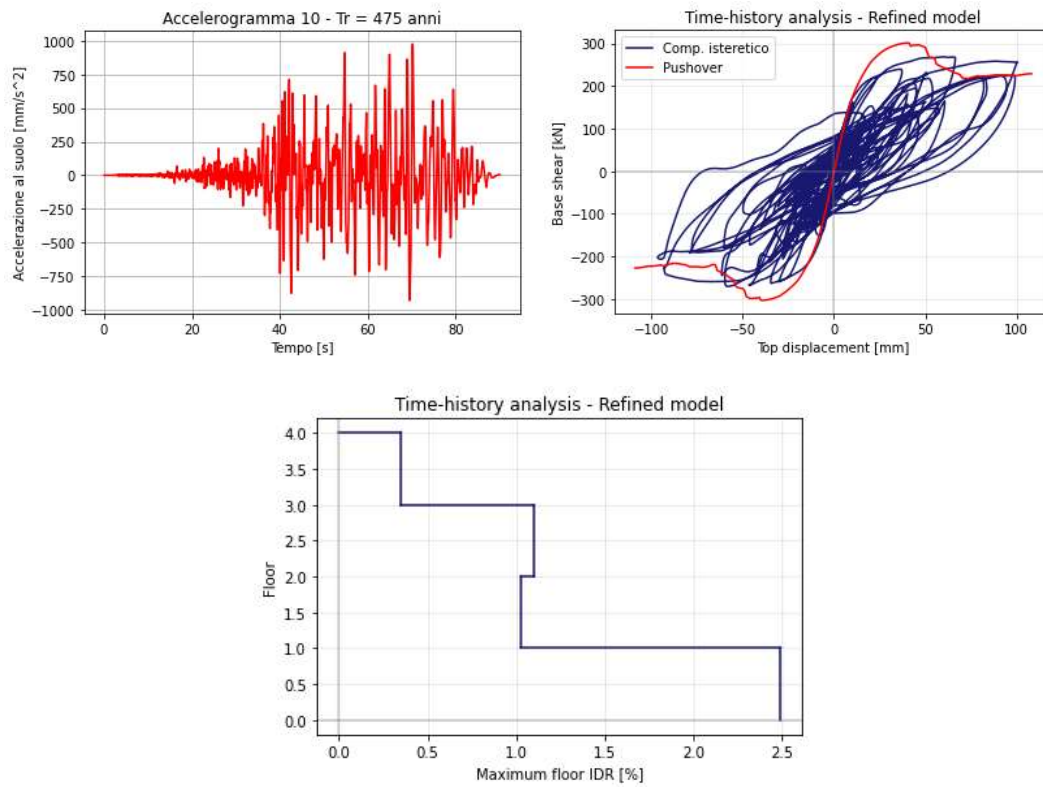


## APPENDICI

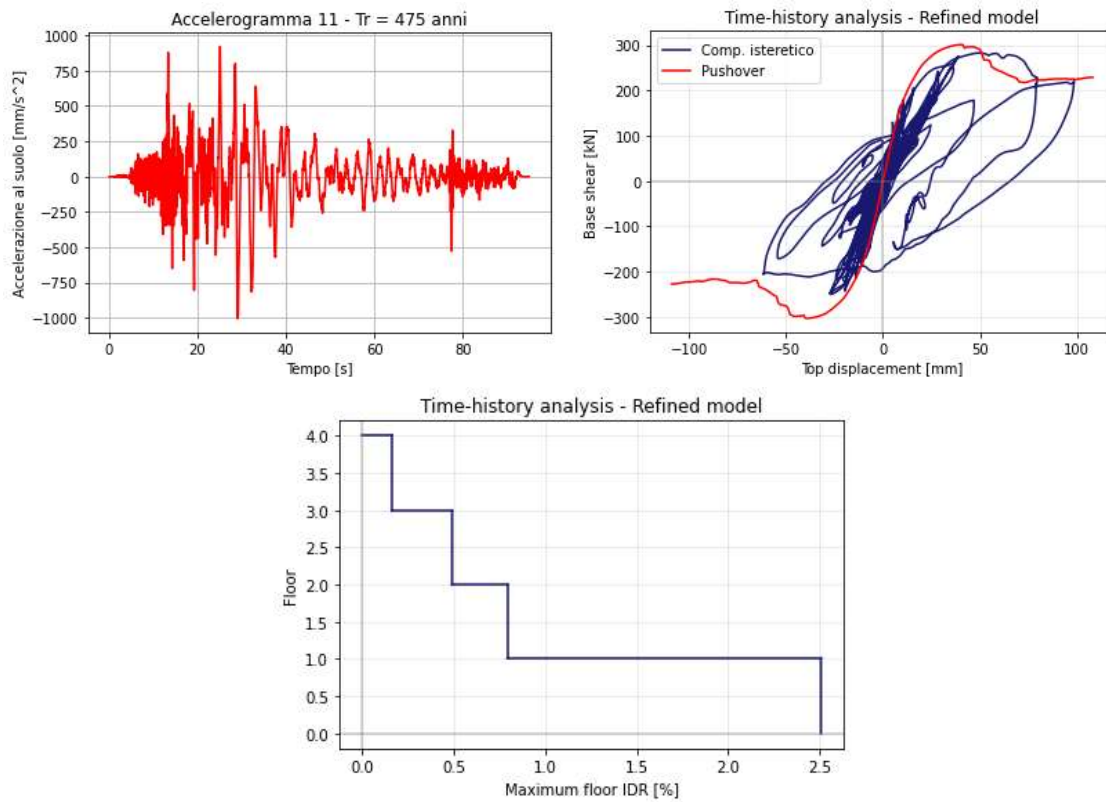
### A. Risultati delle analisi time-history del modello strutturale raffinato, con riferimento agli ultimi due set di accelerogrammi impiegati (HL3: $T_r = 475$ anni, HL4: $T_r = 975$ anni)



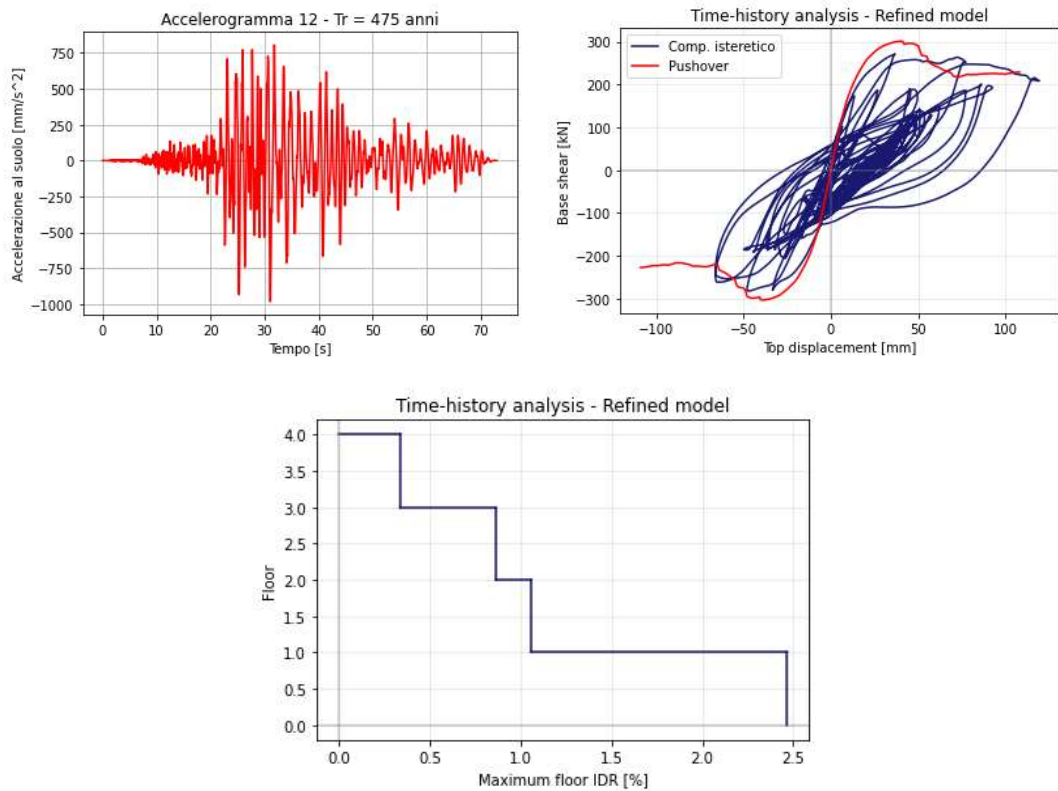
**Figura A.1** - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 9 –  $T_r = 475$  anni (figura in alto a sinistra).



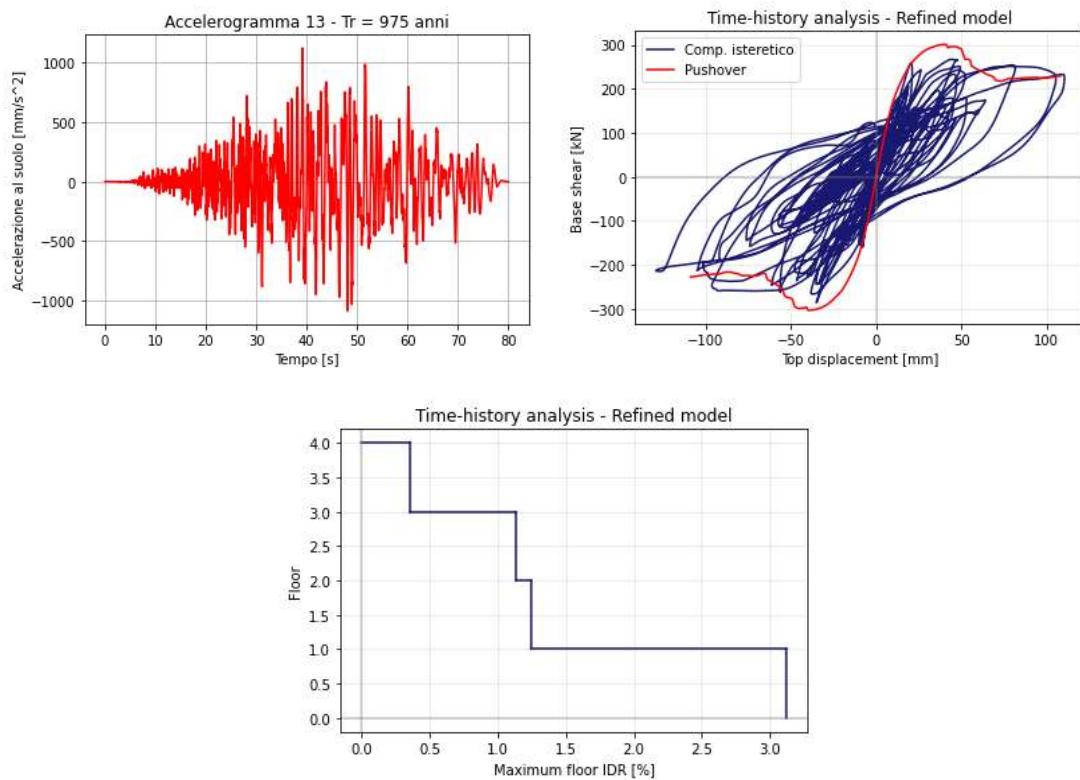
**Figura A.2** - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 10 – Tr = 475 anni (figura in alto a sinistra).



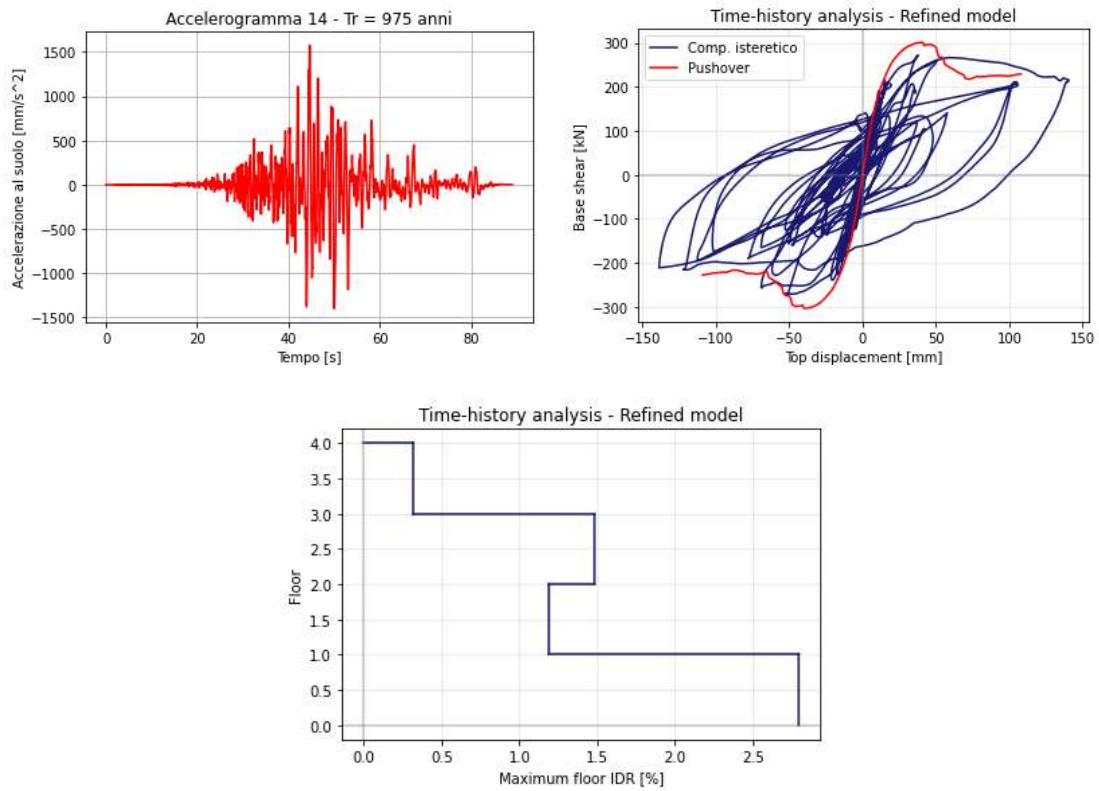
**Figura A.3** - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 11 – Tr = 475 anni (figura in alto a sinistra).



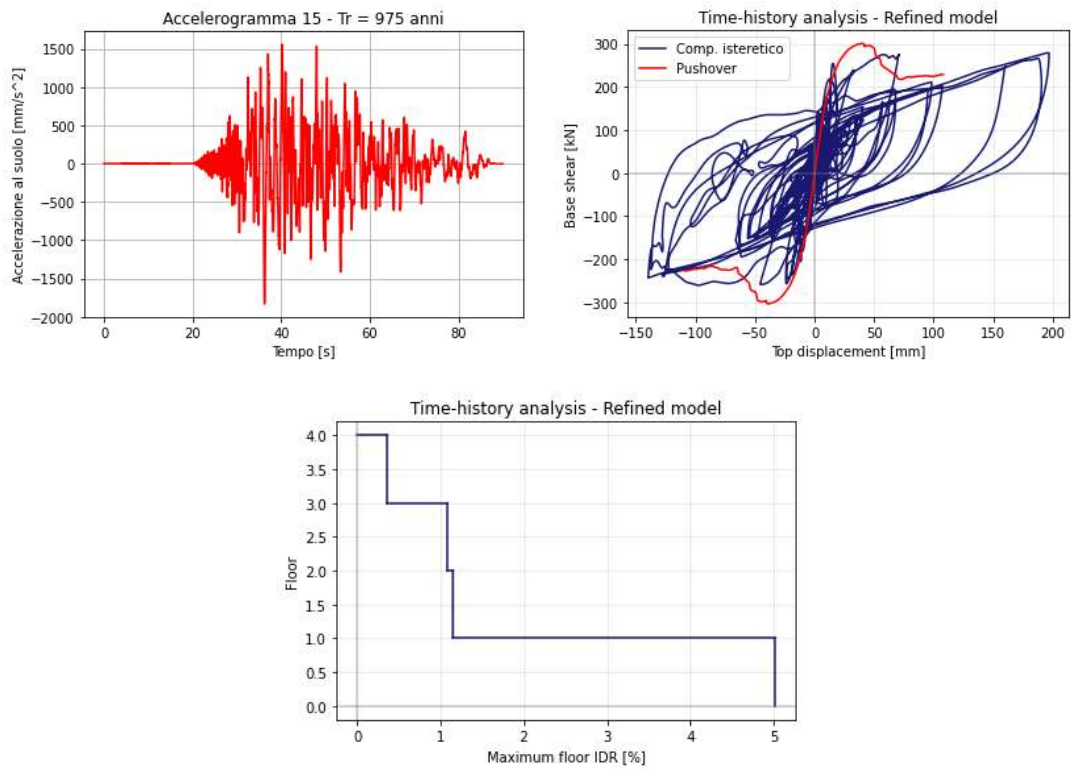
**Figura A.4** - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 12 – Tr = 475 anni (figura in alto a sinistra).



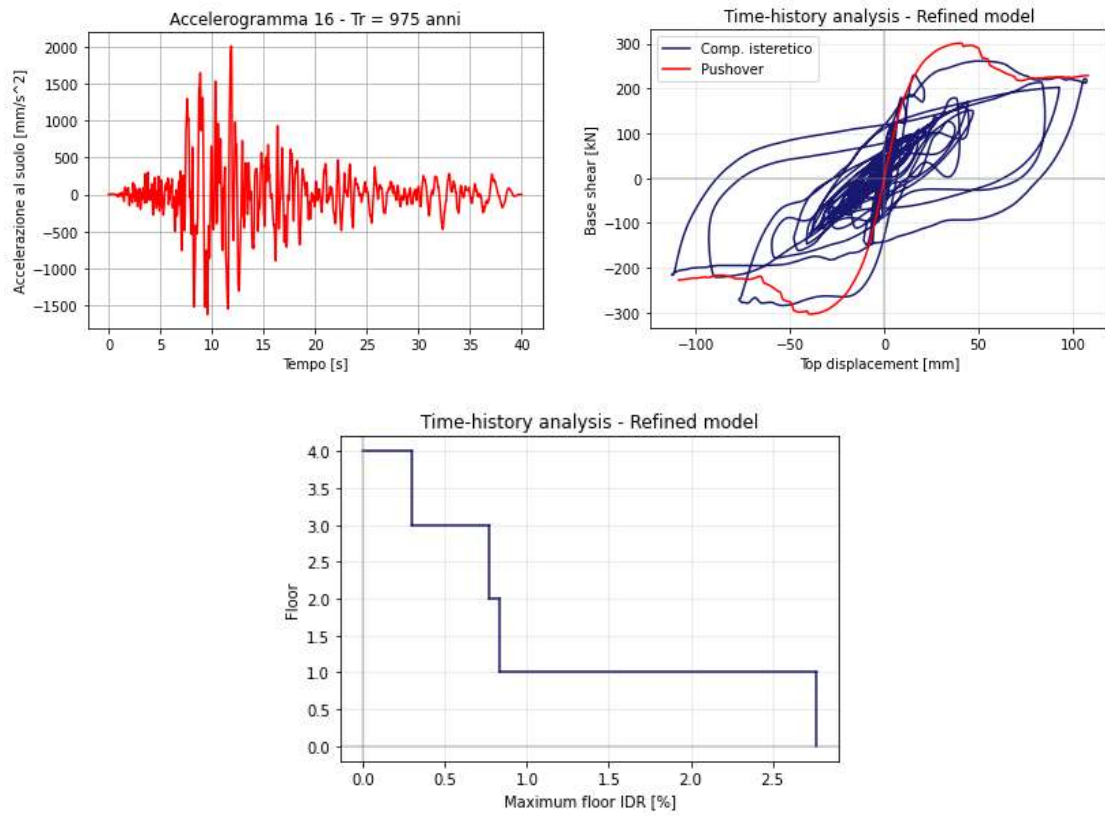
**Figura A.5** - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 13 – Tr = 975 anni (figura in alto a sinistra).



**Figura A.6** - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 14 – Tr = 975 anni (figura in alto a sinistra).



**Figura A.7** - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 15 – Tr = 975 anni (figura in alto a sinistra).



**Figura A.8** - Risposta Taglio alla base-Spostamento nodo di controllo (figura in alto a destra) e profilo dei massimi IDR di piano (figura in basso), con riferimento all'accelerogramma 16 – Tr = 975 anni (figura in alto a sinistra).



## BIBLIOGRAFIA

- [1] K. H. Khaloo AR, “Modified fish-bone model: A simplified MDOF model for simulation of seismic responses of moment resisting frames.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2013.09.013>
- [2] N. Luco, Y. Mori, Y. Funahashi, C. Allin Cornell, and M. N. Nakashima, “Evaluation of predictors of non-linear seismic demands using ‘fishbone’ models of SMRF buildings.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1002/eqe.331>
- [3] A. Jamšek and M. Dolšek, “Seismic analysis of older and contemporary reinforced concrete frames with the improved fish-bone model.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110514>
- [4] M. Gaetani d’Aragona, M. Polese, and A. Prota, “Stick-IT: a simplified model for rapid estimation of IDR and PFA for existing low-rise symmetric infilled RC building typologies”, Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111182>
- [5] P. Rajeev and S. Tesfamariam, “Seismic fragilities for reinforced concrete buildings with consideration of irregularities.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2012.06.001>
- [6] D. DeBock, A. Liel, C. Haselton, J. Hooper, and R. Henige, “Importance of seismic design accidental torsion requirements for building collapse capacity.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1002/eqe.v43.610.1002/eqe.2375>
- [7] V. Blasone, A. Basaglia, R. De Risi, F. De Luca, and E. Spacone, “A simplified model for seismic safety assessment of reinforced concrete buildings: framework and application to a 3-storey plan-irregular moment resisting frame,” *Eng Struct*, vol. 250, Jan. 2022, doi: 10.1016/j.engstruct.2021.113348.
- [8] “Open System for Earthquake Engineering Simulation - Home Page.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://opensees.berkeley.edu/>
- [9] “The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/>
- [10] “Python.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://www.python.org/>
- [11] M. Petracca, F. Candeloro, and G. Camata, “STKO user manual ASDEA Software.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://asdea.eu/software/>
- [12] “Model Commands - OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/modelcmds.html>

- [13] “Analysis commands - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/analysiscmds.html>
- [14] “Output Commands - OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/outputcmds.html>
- [15] F. Di Trapani, “PLASTICITY OF FRAME MEMBERS AND INTRODUCTION TO OPENSEES.”
- [16] “ZeroLength Element - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/ZeroLength.html>
- [17] “Mass command - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/mass.html>
- [18] “Pinching4 Material - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/Pinching4.html>
- [19] F. Di Trapani, “Seismic analysis and assessment method for existing structures.”
- [20] G. Marano and F. Di Trapani, “Consolidamento strutturale - Modellazione non lineare di strutture a telaio in c.a.”
- [21] F. Di Trapani and L. Cavaleri, “NONLINEAR STATIC ANALYSIS (PUSHOVER).”
- [22] “Linear TimeSeries - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/linearTs.html>
- [23] “Plain Pattern - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/plainPattern.html>
- [24] “Load command - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/load.html>
- [25] “DisplacementControl integrator - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/displacementControl.html>
- [26] “NodeDisp command - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/nodeDisp.html>
- [27] “EleForce command - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/eleForce.html>
- [28] “PyGAD - Python Genetic Algorithm!” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://pygad.readthedocs.io/en/latest/>

- [29] “Pygad Module.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://pygad.readthedocs.io/en/latest/pygad.html>
- [30] “Pygad.GA Class.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://pygad.readthedocs.io/en/latest/pygad.html#pygad-ga-class>
- [31] “Preparing the fitness\_func Parameter - pygad.GA Class.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://pygad.readthedocs.io/en/latest/pygad.html#preparing-the-fitness-func-parameter>
- [32] A. Deb, A. L. Zha, Z. A. Caamaño-Withall, J. P. Conte, and J. I. Restrepo, “Updated probabilistic seismic performance assessment framework for ordinary standard bridges in California,” *Earthq Eng Struct Dyn*, vol. 50, no. 9, pp. 2551–2570, Jul. 2021, doi: 10.1002/eqe.3459.
- [33] F. Di Trapani, “Dynamic analysis of frame structures using OpenSees.”
- [34] “EARTHQUAKE ENGINEERING: LAB-WS-PR, Politecnico di Torino.”
- [35] “Path TimeSeries - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/pathTs.html>
- [36] “UniformExcitation Pattern - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/uniformExcitation.html>
- [37] “Rayleigh command - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/reyleigh.html>
- [38] “Newmark Method - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/newmark.html>
- [39] “Analysis command - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 04, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/analysis.html>
- [40] A. Pinto, G. Verzeletti, J. Molina, H. Varum, R. Pinho, and E. Coelho, “EUROPEAN COMMISSION Pseudo-dynamic tests on non-seismic resisting RC frames (bare and selective retrofit frames).”
- [41] M. Dolšek and P. Fajfar, “The effect of masonry infills on the seismic response of a four-storey reinforced concrete frame - a deterministic assessment,” *Eng Struct*, vol. 30, no. 7, pp. 1991–2001, Jul. 2008, doi: 10.1016/j.engstruct.2008.01.001.
- [42] “NTC18. Norme Tecniche Per Le Costruzioni, NTC. s.l.:Roma, Italia: Dipartimento della Protezione Civile; 2018.”

- [43] “Eurocode 2: Design of concrete structures-Part 1-1: General rules and rules for buildings from IHS,” 1992.
- [44] “Gazzetta ufficiale n.176 del 28 giugno 1980, Roma, Italia”.
- [45] “Model command - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/model.html>
- [46] “Elastic Beam Column Element - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/elasticBeamColumn.html>
- [47] “Node command - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/node.html>
- [48] “Fix command - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/fix.html>
- [49] “UniaxialMaterial commands - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 07, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/uniaxialMaterial.html>
- [50] “Steel 02 Material - Giuffre-Menegotto-Pinto steel material object with isotropic strain hardening - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/steel02.html>
- [51] “Concrete02 Material - Kent-Scott-Park concrete material object with degraded linear unloading/reloading stiffness according to the work of Karsan-Jirsa and no tensile strength - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/Concrete02.html>
- [52] A. Pio Sberna, “ICONS frame - Seismic assessment strengthening and repair of structures.”
- [53] G. Marano and F. Di Trapani, “Consolidamento Strutturale -Confinamento del calcestruzzo.”
- [54] “Elastic Uniaxial Material - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/ElasticUni.html>
- [55] “NonlinearBeamColumn element - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 07, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/nonlinearBeamColumn.html>
- [56] “Fiber Section command - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 07, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/fibersection.html>
- [57] “Patch Command - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 07, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/patch.html>

- [58] “Layer command - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/layer.html>
- [59] “GeomTransf commands - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 07, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/geomTransf.html>
- [60] “Linear Transformation - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 07, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/LinearTransf.html>
- [61] “EleLoad command - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/eleload.html>
- [62] “Constraints commands - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 08, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/constraints.html>
- [63] “Numberer commands - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 08, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/numberer.html>
- [64] “Integrator commands - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 08, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/integrator.html>
- [65] “Algorithm commands - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 08, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/algorithm.html>
- [66] “System commands - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 08, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/system.html>
- [67] “Test commands - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Mar. 08, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/test.html>
- [68] “Analyze command - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/analyze.html>
- [69] “Transformation constraint handler - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/TransformationMethod.html>
- [70] “RCM Numberer- The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/RCM.html>
- [71] “LoadControl integrator - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/loadControl.html>

- [72] “Newton-Rapson Algorithm - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/newton.html>
- [73] “BandGeneralSOE linear system of equation - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/BandGen.html>
- [74] “NormDispIncr test - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/normDispIncr.html>
- [75] “Eigen command - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/eigen.html>
- [76] “ProfileSPD SOE linear system of equation - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/ProfileSPD.html>
- [77] “EnergyIncr test - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/energyIncr.html>
- [78] “NodeEigenvector command - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/nodeEigenvector.html>
- [79] “Python While Loops.” Accessed: Mar. 09, 2024. [Online]. Available: [https://www.w3schools.com/python/python\\_while\\_loops.asp](https://www.w3schools.com/python/python_while_loops.asp)
- [80] “NodeReaction command - The OpenSeesPy Library.” Accessed: Feb. 21, 2024. [Online]. Available: <https://openseespydoc.readthedocs.io/en/latest/src/nodeReaction.html>
- [81] “Python For Loops.” Accessed: Mar. 10, 2024. [Online]. Available: [https://www.w3schools.com/python/python\\_for\\_loops.asp](https://www.w3schools.com/python/python_for_loops.asp)
- [82] “Python NumPy Library.” Accessed: Mar. 11, 2024. [Online]. Available: <https://numpy.org/>
- [83] “Loadtxt command - Python NumPy Library.” Accessed: Mar. 11, 2024. [Online]. Available: <https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.loadtxt.html>
- [84] “Diagramma a scatola e baffi.” Accessed: Mar. 29, 2024. [Online]. Available: [https://it.wikipedia.org/wiki/Diagramma\\_a\\_scatola\\_e\\_baffi](https://it.wikipedia.org/wiki/Diagramma_a_scatola_e_baffi)