

POLITECNICO DI TORINO

Laurea Magistrale
in Ingegneria aerospaziale



Tesi di Laurea Magistrale

**RICOSTRUZIONE DELLA
DISTRIBUZIONE DI PROPELLENTE
ALL'INTERNO DI SERBATOI
CRIOGENICI TRAMITE TECNICHE
DI TOMOGRAFIA CAPACITIVA**

Supervisori

Prof. Andrea FERRERO

Dr. Luca BUSSI

Candidato

Marco PEPE

Aprile 2024

Abstract

Questa tesi si occupa di analizzare, con un approccio pratico, l'efficacia dell'uso della tomografia elettrica capacitiva (ECT) per monitorare la distribuzione del carburante criogenico nei serbatoi di stadi di lanciatori che operano in condizioni di microgravità. Nella propulsione spaziale, infatti, i carburanti criogenici, come idrogeno e ossigeno liquido, sono ampiamente utilizzati per via della loro elevata densità energetica e proprietà di combustione. Tuttavia, il loro stoccaggio presenta numerose sfide e richiede tecnologie molto avanzate per mantenere i fluidi a temperature basse e garantire una distribuzione uniforme del carburante all'interno dei serbatoi. In un ambiente con assenza di peso, infatti, le accelerazioni causate dalle numerose accensioni e spegnimenti dei propulsori portano a una fluttuazione casuale del fluido, che è presente in due fasi, e alla formazione di fenomeni di cavitazione che possono essere dannosi per il serbatoio, portare a instabilità e, talvolta, possono avere risvolti catastrofici. A differenza di metodi più tradizionali e meno precisi che misurano direttamente massa o pressione, la tomografia capacitiva rappresenta un'importante opportunità tecnologica per il monitoraggio dei carburanti criogenici, poiché è in grado di restituire informazioni tridimensionali sulla distribuzione del fluido all'interno del serbatoio, senza influenzarne la dinamica grazie alla sua natura non invasiva. La migliore comprensione delle dinamiche di distribuzione del carburante permette di monitorare la presenza di bolle o di zone di vuoto, fornendo una maggiore affidabilità e sicurezza per il funzionamento del sistema di propulsione satellitare. La tesi presenta una prima parte teorica in cui si è effettuata un'analisi della letteratura, andando a introdurre la tecnologia e fornendo una panoramica sui componenti e sul suo funzionamento. Vengono poi descritti i sensori e si va ad analizzare una possibile soluzione al problema della presenza della capacità parassita, ovvero l'implementazione dei sensori differenziali, discutendone vantaggi e svantaggi. Nella seconda parte della tesi si va a studiare il caso in esame con un approccio che integra la simulazione mediante un modello semplificato su Ansys e l'implementazione di uno script su Matlab basato sull'algoritmo di linear back projection per la ricostruzione dell'immagine e l'analisi dei risultati.

Indice

| | |
|---|-----------|
| Elenco delle figure | v |
| 1 Tomografia elettrica capacitiva | 1 |
| 1.1 Introduzione | 1 |
| 1.2 Tomografia elettrica capacitiva | 2 |
| 1.2.1 Panoramica e differenze tra ECT ed ECVT | 2 |
| 1.2.2 Principi della ECT | 5 |
| 2 Sensori per ECT | 7 |
| 2.1 Design di sensori per ECT | 7 |
| 2.1.1 Numero di elettrodi | 8 |
| 2.1.2 Lunghezza degli elettrodi | 8 |
| 2.1.3 Earthed screens | 9 |
| 2.1.4 Driven guards | 10 |
| 2.2 Sensori differenziali | 11 |
| 2.2.1 Tipologie di sensori differenziali | 12 |
| 2.2.2 Vantaggi e svantaggi | 16 |
| 3 Costruzione del sistema ECT | 18 |
| 3.1 Geometria | 19 |
| 3.2 Condizioni al contorno e sorgenti | 21 |
| 3.3 Simulazione e risultati | 22 |
| 3.3.1 Campo elettrico | 23 |
| 3.3.2 Capacità | 25 |
| 3.3.3 Automatizzazione del processo | 27 |
| 4 Algoritmi per la ricostruzione delle immagini | 29 |
| 4.1 Panoramica | 29 |
| 4.2 Matrice di sensibilità | 31 |
| 4.3 Algoritmi di ricostruzione | 33 |
| 4.4 Algoritmi non iterativi | 33 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 4.4.1 | Linear Back Projection | 33 |
| 4.4.2 | Singular value decomposition | 34 |
| 4.4.3 | Tikhonov regularization | 36 |
| 4.5 | Algoritmi iterativi | 37 |
| 4.5.1 | Newton-Raphson e metodi iterativi di Tikhonov | 38 |
| 4.5.2 | Algoritmo iterativo di Landweber | 39 |
| 4.5.3 | Tecnica di ricostruzione algebrica | 41 |
| 5 | Implementazione e risultati di ricostruzione dell'immagine | 43 |
| 5.1 | Implementazione dello script su Matlab | 44 |
| 5.2 | Analisi delle immagini ottenute | 45 |
| 6 | Conclusioni | 49 |
| | Bibliography | 51 |

Elenco delle figure

| | | |
|------|---|----|
| 1.1 | Tomografia capacitiva 2D [5] | 3 |
| 1.2 | Tomografia capacitiva 2.5D [5] | 3 |
| 1.3 | Tomografia capacitiva 3D o ECVT [5] | 4 |
| 1.4 | Diagramma di un sistema ECT che include il sensore, il sistema di acquisizione dati e il computer per la ricostruzione dell'immagine[6] | 5 |
| 2.1 | Vista in sezione di un sensore ECT[13] | 7 |
| 2.2 | Rappresentazione di un sensore ECT dotato di earthed screens. (a) Struttura del sensore. (b) Campi elettrici[13] | 9 |
| 2.3 | Struttura del sensore e andamento nel campo elettrico nell'esperimento del condensatore a piastre piane parallele[13] | 10 |
| 2.4 | (a) Struttura del sensore con driven guards. (b) Campi elettrici. (c) Circuito equivalente[13] | 11 |
| 2.5 | Modello di sensore ECT senza schermi radiali[15] | 12 |
| 2.6 | Modello di sensore ECT con schermi radiali[15] | 12 |
| 2.7 | Vista in sezione di un modello di ECT con sensori differenziali[15] . | 13 |
| 2.8 | Vista di dettaglio del sensore differenziale[15] | 13 |
| 2.9 | Circuito equivalente di misurazione per un sensore ECT con sensori differenziali [15] | 13 |
| 2.10 | (a) struttura <i>bridge type</i> . (b) Circuito differenziale C/V[15] | 14 |
| 2.11 | Struttura di sensore ECT con 12 elettrodi di misurazione e un sensore differenziale. (a) Vista in sezione. (b) Vista parziale[16] | 15 |
| 2.12 | Misurazioni delle capacità nelle due configurazioni di sensore ECT con 8 elettrodi. (A) Configurazione classica. (b) Configurazione con differenziali[15] | 17 |
| 3.1 | Rappresentazione del serbatoio | 19 |
| 3.2 | Sensore ECT costruito su Ansys Electronics | 20 |
| 3.3 | Elettrodo con vista di dettaglio sui due strati di materiale | 20 |
| 3.4 | Linee che costituiscono la griglia | 22 |
| 3.5 | Rappresentazione grafica del campo elettrico all'interno del sensore | 24 |

| | | |
|-----|---|----|
| 3.6 | Rappresentazione grafica del campo elettrico con 3 sfere di dielettrico. (a) Sensore con le sfere. (B) Campo elettrico | 24 |
| 3.7 | Esempio di un grafico del campo elettrico | 25 |
| 3.8 | Grafici delle capacità misurate con l'elettrodo 1 attivo nelle configu- razioni aria-acqua e aria-gas | 26 |
| 4.1 | Rappresentazione della griglia su cui è stata calcolata la matrice di sensibilità | 32 |
| 4.2 | Rappresentazione del funzionamento degli algoritmi iterativi[2] . . . | 37 |
| 4.3 | Algoritmo di Landweber[21] | 40 |
| 5.1 | Ricostruzione dell'immagine nella configurazione con una sfera centrale | 46 |
| 5.2 | Ricostruzione dell'immagine nella configurazione con due sfere centrali | 46 |
| 5.3 | Ricostruzione dell'immagine nella configurazione con una sfera laterale | 47 |
| 5.4 | Ricostruzione dell'immagine nella configurazione con una sfera al vertice tra due elettrodi | 47 |
| 5.5 | Ricostruzione dell'immagine nella configurazione con tre sfere | 48 |

Capitolo 1

Tomografia elettrica capacitiva

1.1 Introduzione

Le tecniche di tomografia si basano sull'acquisizione e l'analisi di segnali rilevati da un sistema di sensori intorno a un oggetto, come un condotto o un serbatoio, per estrarre informazioni sulla distribuzione e sulla natura dei materiali all'interno della regione esaminata[1]. Queste tecniche permettono di osservare i fenomeni fisici e chimici dall'esterno senza la necessità di introdurre dei sensori interni all'oggetto, ma affidandosi solo a dati rilevati sulla sua superficie esterna. La natura non invasiva è il vantaggio principale di questa tecnologia, grazie alla quale si possono effettuare misurazioni senza interferire con i parametri interni[2]. Un'acquisizione molto rapida dei dati consente inoltre di avere informazioni in tempo reale su distribuzione, velocità dei flussi, composizioni chimiche, pressioni e temperature[3]. La sfida primaria, tuttavia, è riuscire a garantire una copertura ottimale dell'interno degli oggetti anche con distribuzioni spaziali più complesse, mantenendo comunque i costi sotto controllo. L'utilizzo della tomografia elettrica per l'acquisizione di immagini è molto importante in diverse applicazioni industriali, come nell'industria di gas e petrolio e nelle raffinerie chimiche, in cui molti processi vedono coinvolti flussi multifase. Avere solo informazioni puntuali su parametri come temperature, pressioni e livelli di riempimento rende impossibile rappresentare in modo adeguato i fenomeni coinvolti nell'intero processo produttivo, per questo motivo, ottenere informazioni qualitative e quantitative, tridimensionali e in tempo reale delle distribuzioni di questi flussi assume una rilevanza cruciale. Negli ultimi decenni sono state sviluppate numerose tecniche, che differiscono per tipologie di sensori utilizzati e segnali ottenuti per le ricostruzioni delle immagini, tra cui Magnetic Resonance Imaging (MRI), Positron Emission Tomography (PET), X-ray

tomography, Gamma-ray Tomography (GRT), Electrical Magnetic Tomography (EMT), Electrical Capacitance Tomography (ECT)[4]. Quest'ultima, rispetto ad altre tecniche di tomografia, sta guadagnando sempre più importanza grazie alla sua natura non invasiva, costi contenuti, sicurezza, velocità e versatilità[5].

1.2 Tomografia elettrica capacitiva

La Tomografia elettrica capacitiva (ECT) è una tecnica per la ricostruzione di immagini nata nei primi anni 80, quando un gruppo di ricercatori del Morgantown Energy Technology Center svilupparono un sistema di tomografia capacitiva in 2D per analizzare il comportamento di un fluido[6]. La ECT sfrutta le differenze di permittività elettrica all'interno di una regione per mappare i flussi multifase e rilevare dati riguardanti velocità, portate e distribuzione spaziali di ciascuna fase. In particolare, vengono misurate le capacità elettriche tra i sensori posizionati su un perimetro intorno alla regione di interesse tramite un sistema di acquisizione dati, per poi elaborarli grazie a un computer fino ad arrivare alla ricostruzione dell'immagine desiderata[7]. La non invasività di questa tecnica la rende la scelta ottimale per svariate applicazioni in cui è indispensabile mantenere i parametri fisici e chimici imperturbati da interazioni fisiche tra sensori e materiale da esaminare. Inoltre, è una tecnologia caratterizzata da bassi costi, bassa complessità di realizzazione, facile da utilizzare, molto versatile e che può adattarsi anche a geometrie molto complesse[8]. Nonostante tutti questi vantaggi, essa non è affatto priva di limitazioni e sfide da affrontare. Un grosso limite è costituito dagli estremamente bassi valori di capacità che ci sono in gioco, dell'ordine dei femtofarad, che rende l'acquisizione delle misurazioni molto difficoltosa[9]. Questo costituisce un vincolo nella scelta del numero di elettrodi e, di conseguenza, della loro area, che deve essere sufficientemente ampia per riuscire a captare delle capacità così esigue. Conoscere la distribuzione spaziale di un certo materiale non conduttore all'interno di un condotto o di un contenitore è essenziale in molte applicazioni industriali, tra cui l'industria alimentare, la tomografia industriale, in ambito biomedico, chimico e farmaceutico[10].

1.2.1 Panoramica e differenze tra ECT ed ECVT

La tomografia elettrica capacitiva, da quando è stata concepita, ha subito continui sviluppi e miglioramenti. In base alle dimensioni degli output, si possono distinguere tre categorie: 2D ECT, 2.5D ECT e 3D ECT, o ECVT[5].

2D ECT

La 2D ECT è la forma base della tomografia capacitiva in cui viene utilizzato un singolo piano di elettrodi, fornendo in output un'immagine 2D. il numero di misurazioni necessarie è molto più basso rispetto alle altre tipologie poiché non ci sono misurazioni tra i diversi piani, ed è dato dalla formula[11]:

$$M = \frac{N(N - 1)}{2} \quad (1.1)$$

Dove N è il numero di elettrodi. Se si considera un sensore a 8 elettrodi si hanno quindi 28 misurazioni indipendenti. Per limitare le variazioni del campo elettrico

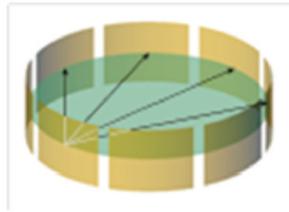


Figure 1.1: Tomografia capacitiva 2D [5]

in direzione assiale, i vari strati vengono generalmente costruiti con una lunghezza costante. La principale fonte di errori in questa tipologia di tomografia è l'effetto *fringe* che viene a crearsi tra uno strato e l'altro di elettrodi, effetto che si manifesta quando le linee di campo elettrico tendono a avere anche una componente assiale, è quindi fondamentale mitigarlo per avere risultati a risoluzione migliore[5].

2.5D ECT

La 2.5D ETC fornisce immagini 3D interpolando una serie di immagini 2D di diversi piani acquisite indipendentemente. A causa della lunghezza degli elettrodi questo

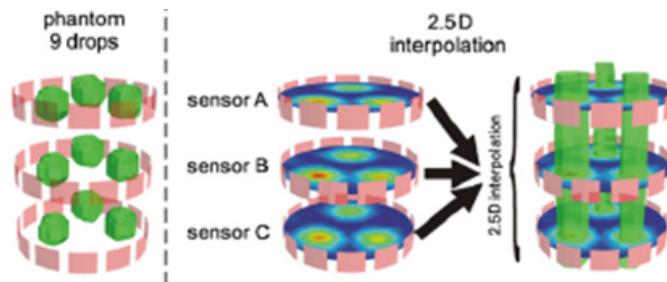


Figure 1.2: Tomografia capacitiva 2.5D [5]

tipo di tomografia fornisce una scarsa risoluzione in direzione assiale e una scarsa coordinazione tra un piano e l'altro. Qui il numero di misurazioni indipendenti è dato da:

$$M = \frac{w(w-1)}{2} \cdot r^2 \quad (1.2)$$

Dove r è il numero di piani e w è il numero di sensori per ogni piano.

3D ECT

La 3D ECT, detta anche ECVT (Electrical Capacitance Volumetric Tomography), risolve il problema della scarsa risoluzione delle altre tipologie andando a misurare anche le variazioni di campo elettrico in direzione assiale. Ogni sensore, infatti, interagisce con i sensori dello stesso piano e dei piani adiacenti, fornendo immagini 3D più accurate. Ovviamente il numero di misurazioni è notevolmente maggiore, richiedendo più potenza dal punto di vista computazionale. La possibilità di ricavare

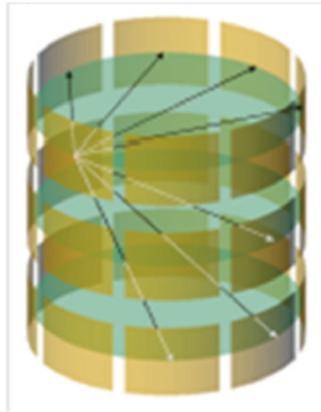


Figure 1.3: Tomografia capacitiva 3D o ECVT [5]

direttamente immagini 3D dalle misurazioni, senza dover utilizzare un'interpolazione tra vari piani, consente di avere elettrodi di varie forme e disposizioni per adattarsi a elettrodi di forme più complesse, non essendo più necessaria la simmetria richiesta nei sensori 2.5D. Nel caso in esame, avendo a che fare con liquidi criogenici in microgravità, è sicuramente preferibile l'utilizzo della ECVT, in modo da avere risoluzione e precisione maggiore, ma anche immagini 3D in tempo reale della disposizione del propellente del serbatoio[5].

1.2.2 Principi della ECT

Componenti

La tecnologia ECVT si basa sull'utilizzo della distribuzione non lineare delle linee di campo elettrico per la ricostruzione di un'immagine 3D di differenti materiali all'interno di un dominio. Il sistema è composto da tre componenti principali, un sensore di capacità, che comprende un set di elettrodi disposti intorno all'oggetto in cui viene effettuata la misurazione, un sistema di acquisizione dati e un computer per la rielaborazione dei dati e la ricostruzione dell'immagine[12]. Il sistema di

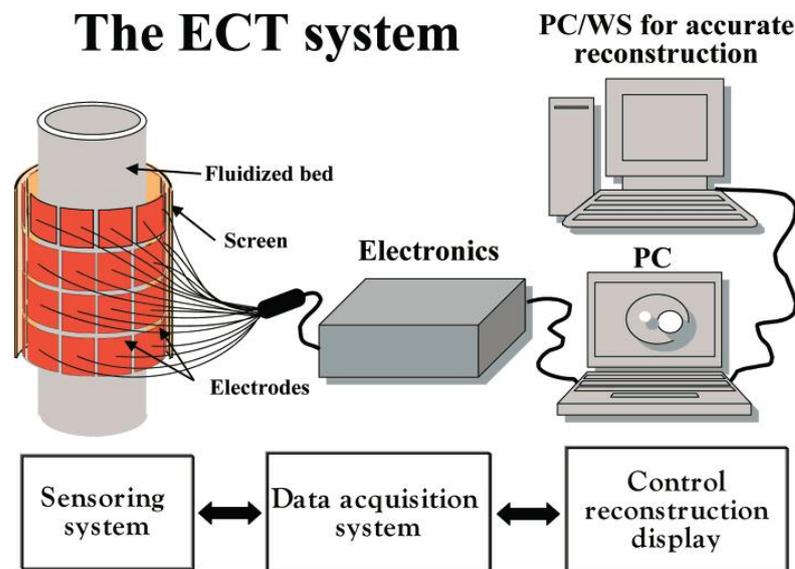


Figure 1.4: Diagramma di un sistema ECT che include il sensore, il sistema di acquisizione dati e il computer per la ricostruzione dell'immagine[6]

acquisizione dati si occupa anche di selezionare le diverse combinazioni di elettrodi, rilevare le capacità di ogni combinazione possibile, andando a coprire ogni angolo dell'area di misurazione, e convertire le capacità misurate in segnali digitali in modo da essere utilizzati dal computer per fornire in output l'immagine. L'ordine di grandezza delle capacità misurate è degli attofarad (aF, 10^{-18} F), che, insieme alla necessità di avere una acquisizione di dati più veloce possibile, è un compito molto impegnativo[12]. Per questo motivo nel sistema vengono integrati componenti che amplificano il segnale e riducono il rumore, in modo da riuscire a rilevare anche le variazioni più piccole. La risoluzione spaziale della tomografia capacitiva dipende principalmente dal numero di sensori utilizzati, e più ne vengono utilizzati, più la dimensione di ogni sensore si riduce[5].

Funzionamento

Un sensore ECT converte la distribuzione di permittività elettrica in segnali elettrici, segnali che sono generati da un elettrodo trasmettitore e osservati dagli elettrodi riceventi. Prendendo come esempio un sensore composto da 12 elettrodi, inizialmente l'elettrodo 1 è usato come trasmettitore e gli viene applicata una certa tensione, mentre gli elettrodi 2-12 sono utilizzati come riceventi, ottenendo così 11 misurazioni indipendenti di capacità. Successivamente l'elettrodo 2 viene utilizzato come sorgente e gli altri come riceventi. Questo processo continua con l'accensione in successione di tutti gli elettrodi e alla fine si avranno un totale di 66 misurazioni indipendenti[13][2]. In generale, come già discusso in precedenza, si avranno un numero di misurazioni indipendenti uguale a $N(N-1) / 2$, dove N è il numero di elettrodi[13]. Data una certa distribuzione di permittività elettrica e assumendo delle condizioni al contorno sugli elettrodi, si ricava una certa distribuzione di campo elettrico nell'area interna al sensore. Questa distribuzione è governata dall'equazione di Laplace[13]:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (1.3)$$

Tuttavia, questa equazione, nonostante sia un'equazione differenziale alle derivate parziali (PDE), è difficilmente risolvibile per un sensore ECT, per questo è necessario utilizzare il metodo degli elementi finiti (FEM) per riuscire a ottenere la distribuzione del campo elettrico[13]. La distribuzione di permittività elettrica è ottenuta dalle misurazioni della capacità tra gli elettrodi e sono messi in relazione dall'equazione di Poisson[10]:

$$\nabla \cdot (\varepsilon(x, y)) \nabla \phi(x, y) = -\rho(x, y) \quad (1.4)$$

Dove $\varepsilon(x, y)$ indica la distribuzione di permittività, $\phi(x, y)$ indica il potenziale e $\rho(x, y)$ è la distribuzione di carica, che dentro il serbatoio sarà uguale a zero. Considerando la carica Q_j dell'elettrodo ricevente e la differenza di potenziale ΔV_{ij} tra gli elettrodi i e j , la capacità C si ottiene dalla relazione:

$$C_{ij} = \frac{Q_j}{\Delta V_{ij}} \quad (1.5)$$

La carica Q_j si ricava applicando la legge di Gauss sulla superficie che racchiude l'elettrodo:

$$Q_j = \oint_{\Gamma} \varepsilon(x, y) \nabla \phi(x, y) \cdot \hat{n} dl \quad (1.6)$$

Utilizzando le ultime due equazioni, la capacità diventa[10][14]:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{1}{\Delta V} \oint_{\Gamma} \varepsilon(x, y) \nabla \phi(x, y) \cdot \hat{n} dl \quad (1.7)$$

Dove ΔV è la differenza di potenziale, Γ è la superficie che racchiude l'elettrodo e Q è la carica, $\varepsilon(x, y)$ e $\phi(x, y)$ sono la permittività e la distribuzione di potenziale.

Capitolo 2

Sensori per ECT

In questo capitolo si discuterà l'analisi dettagliata di come viene progettato un sensore per la tomografia elettrica capacitiva. Si esploreranno i suoi principali componenti, la loro geometria e i criteri di dimensionamento degli elettrodi. Inoltre, verranno analizzate alcune possibili strategie volte ad affrontare alcune problematiche che possono sorgere in fase di progettazione e utilizzo del sensore.

2.1 Design di sensori per ECT

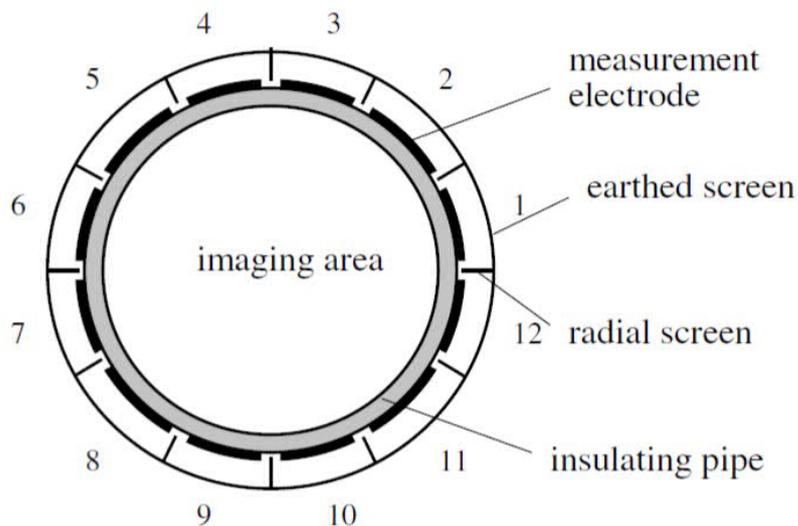


Figure 2.1: Vista in sezione di un sensore ECT[13]

La figura 2.1 mostra la sezione trasversale di una tipica configurazione di

un sensore per tomografia elettrica capacitiva composto da 12 elettrodi. Esso è composto dagli elettrodi di misurazione, uno strato di isolante più interno, concentrico agli elettrodi, uno schermo esterno che racchiude gli elettrodi (*earthed screen*) e delimita il campo elettrico in uno spazio chiuso, fornendo una sorta di isolamento dall'interferenza elettromagnetica esterna. La maggior parte dei sensori ECT hanno una forma circolare con gli elettrodi disposti sullo stesso piano e formati da uno o più piani, tuttavia, a seconda delle applicazioni, sono state usate e testate svariate configurazioni di sensori con forme e geometrie diverse[13]. Di seguito verranno analizzati i principali criteri che vengono presi in considerazione in fase di design di un sensore e degli elettrodi che lo compongono.

2.1.1 Numero di elettrodi

Nella progettazione di un sensore ECT la prima cosa da decidere è il numero di elettrodi, e averne pochi può avere vantaggi e svantaggi. Come prima cosa si ha una notevole semplificazione dell'hardware dovuta al fatto che le misurazioni richieste sono poche e la quantità di dati acquisiti è minore, questo ridotto numero di capacità da rilevare consente anche di avere una maggiore velocità di acquisizione dati. Inoltre, dato un certo diametro del sensore, un ridotto numero di elettrodi permette di aumentare la loro dimensione, avendo così capacità maggiori, vista la proporzionalità tra capacità misurata e area dell'elettrodo[5]. Come già accennato, avere pochi elettrodi permette di avere un ridotto numero di misurazioni indipendenti e di conseguenza anche la qualità delle immagini acquisite sarà più scarsa. Ovviamente da questo punto di vista sarebbe meglio avere più elettrodi, per avere risoluzioni maggiori delle immagini, questo però complicherebbe e aumenterebbe il costo dell'hardware, si avrebbero capacità molto basse e difficili da rilevare, un elevato numero di autovalori nella matrice di sensibilità causerebbe difficoltà nella risoluzione del problema inverso per ricostruire l'immagine, e, infine, il maggior numero di misurazioni da effettuare comporta una velocità di acquisizione dati più bassa[13].

2.1.2 Lunghezza degli elettrodi

La scelta della lunghezza degli elettrodi presenta due limiti principali: il *fringe effect*, ovvero la dispersione delle linee di campo elettrico in direzione assiale, e il più basso valore di capacità che può essere rilevato dal circuito. Se prendiamo in considerazione due cilindri e trascuriamo il *fringe effect*, approssimazione accettabile nel caso in cui i cilindri sono sufficientemente lunghi, la capacità misurata tra di essi è data dalla relazione[13]:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r l}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad (2.1)$$

Dove ε_0 è la permittività del vuoto, ε_r è la permittività relativa del materiale presente nella zona tra i due cilindri, l è la lunghezza dei cilindri, b è il diametro del cilindro esterno più grande e a è il diametro del cilindro interno più piccolo. Dall'equazione si deduce che la capacità e la lunghezza dell'elettrodo sono direttamente proporzionali, inoltre, se quest'ultima è molto maggiore del diametro del sensore, la capacità dipende solo dalla lunghezza ed è indipendente dal diametro. Nel caso di condotti sufficientemente piccoli, per riuscire a evitare questi effetti 3D alle estremità dei sensori si tende a scegliere elettrodi lunghi almeno il doppio del diametro del condotto. Più in generale però questi effetti di estremità non possono essere trascurati, soprattutto nel nostro caso, e la trattazione del problema 3D non può essere semplificata con un caso bidimensionale[13][5].

2.1.3 Earthed screens

Per prevenire le interferenze con campi elettromagnetici esterni è molto importante inserire degli schermi. Questi possono essere suddivisi in tre categorie: *outer screen*, esterni al sensore, *axial end screens*, sono due schermi posti alle estremità degli elettrodi, *radial screen*, tra un elettrodo e l'altro. Gli schermi assiali possono ridurre

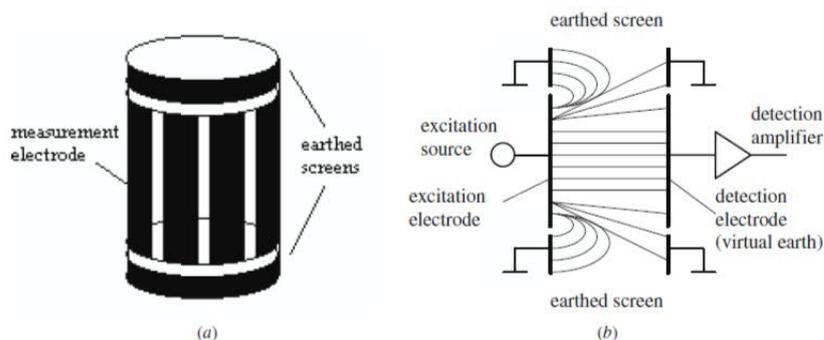


Figure 2.2: Rappresentazione di un sensore ECT dotato di earthed screens. (a) Struttura del sensore. (b) Campi elettrici[13]

in modo apprezzabile i rumori esterni, tuttavia, hanno un effetto negativo sulla capacità misurata poiché il campo elettrico verrebbe influenzato dal potenziale nullo degli schermi e si vedrebbe un peggioramento dell'efficacia delle misurazioni. Per questo motivo essi vengono utilizzati solo in alcune applicazioni se si ritengono estremamente necessari. Gli schermi radiali, invece, non influiscono negativamente sulle misurazioni e sono molto efficaci nella riduzione della capacità parassita, argomento che verrà approfondito nei capitoli successivi[13][5].

2.1.4 Driven guards

Le *driven guards* vengono utilizzate per minimizzare il *fringe effect* impedendo al campo elettrico di diffondersi in direzione assiale, in modo da avere così un segnale più intenso nell'area in cui avvengono le misurazioni[11]. Per spiegarne

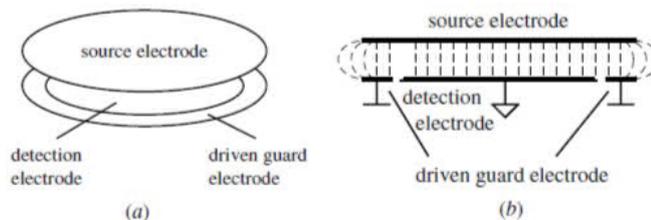


Figure 2.3: Struttura del sensore e andamento nel campo elettrico nell'esperimento del condensatore a piastre piane parallele[13]

il funzionamento facciamo riferimento a un esperimento in cui è stato creato un condensatore a piastre parallele usando due dischi separati da una piccola distanza e lo spazio tra di essi è completamente riempito da dielettrico, la capacità può essere calcolata con la classica formula[13]:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d} \quad (2.2)$$

In cui ε_0 è la costante dielettrica nel vuoto, che vale 8.85 pF/m, ε_r è la costante dielettrica del materiale presente tra le due piastre, A e d sono rispettivamente l'area e la distanza che separa le piastre. Nella figura 2.3 a sinistra è illustrato il condensatore, sopra abbiamo l'elettrodo eccitato e sotto l'elettrodo a potenziale zero, collegato a un amplificatore e circondato dalla *driven guard*, anch'essa messa a terra. Nella figura 2.3 a destra si può notare il campo elettrico che rimane uniforme nell'area di misurazione. Nel sensore ECT che stiamo trattando si ha una configurazione diversa, mostrata nella figura 2.4, le *driven guards* sono poste alle due estremità degli elettrodi utilizzati per le misurazioni, il 2 e il 5. L'elettrodo 2 è l'elettrodo eccitato e la stessa eccitazione è applicata agli elettrodi 1 e 3 che sono le *driven guards*. Dalla parte opposta abbiamo l'elettrodo 5 che è l'elettrodo ricevente, connesso a un amplificatore, con le rispettive *driven guards*, 4 e 6, tutti e tre messi a terra in modo da avere lo stesso potenziale. Se lo spazio tra gli elettrodi è completamente riempito con un singolo materiale, il campo elettrico tra gli elettrodi 5 e 6 è uniforme e non ha componenti assiali, rendendo il *fringe effect* trascurabile. Tuttavia, se tra gli elettrodi avessimo un solo materiale non sarebbe più necessario l'utilizzo della tomografia capacitiva che nel nostro caso serve proprio per rilevare i cambiamenti nella distribuzione di un fluido multifase, di conseguenza non risulta necessario e fattibile l'utilizzo delle *driven guards*[13][5].

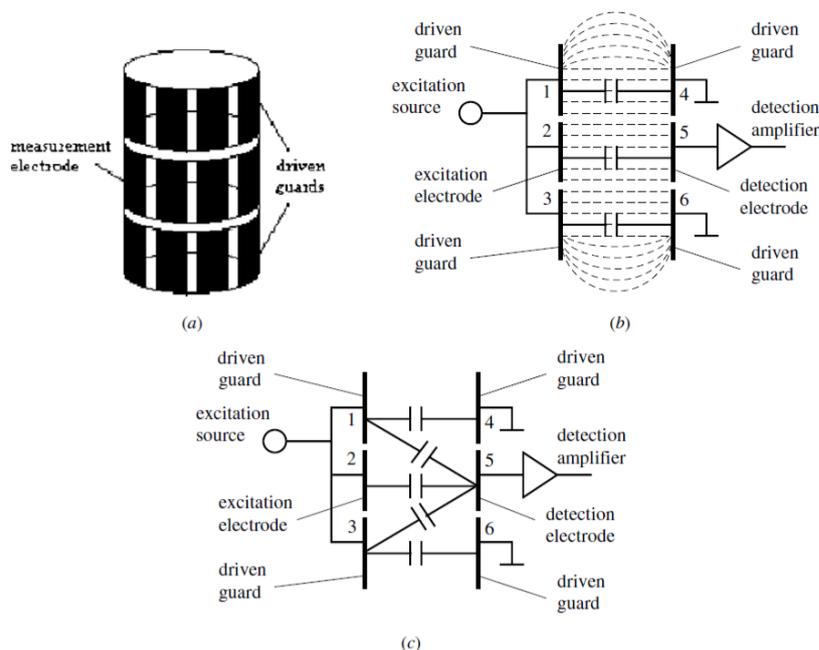


Figure 2.4: (a) Struttura del sensore con driven guards. (b) Campi elettrici. (c) Circuito equivalente[13]

2.2 Sensori differenziali

Nella tomografia elettrica capacitiva le variazioni di capacità che servono per calcolare la distribuzione di permittività elettrica sono molto piccole rispetto alla capacità statica. Solitamente non è necessario avere le capacità assolute per la ricostruzione dell'immagine perché la matrice di sensibilità può essere ottenuta numericamente e con una sufficiente precisione, inoltre, gli algoritmi di ricostruzione utilizzano le capacità normalizzate invece di quelle assolute. Prendendo in considerazione la configurazione a 12 elettrodi, la capacità statica di due elettrodi adiacenti è dell'ordine di 0.5 pF, mentre di due elettrodi opposti di 0.1 pF, allo stesso tempo le variazioni di capacità utili alle misurazioni vanno da 0.1 fF a 0.1 pF, si deduce che la cancellazione della capacità parassita porterebbe notevoli benefici alle misurazioni della ECT limitando il loro l'intervallo dinamico[15]. Un primo miglioramento si può avere con l'inserimento degli schermi radiali tra gli elettrodi per isolarli l'uno dall'altro, questi schermi si possono già individuare nella figura 2.1, ma sono meglio visibili nella figura 2.6, in comparazione con la configurazione senza schermi radiali nella figura 2.5, dove viene evidenziata la presenza della capacità statica[16][17]. Si può notare che la capacità tra i due elettrodi è divisa in C_m e C_e . Quest'ultima contribuisce alla capacità statica, mentre le C'_{s1} e C'_{s2}

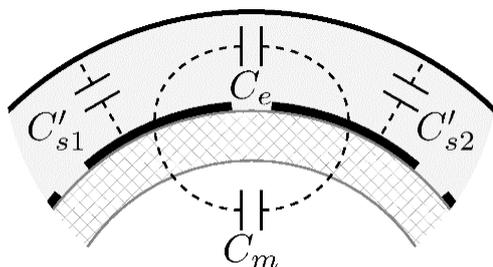


Figure 2.5: Modello di sensore ECT senza schermi radiali[15]

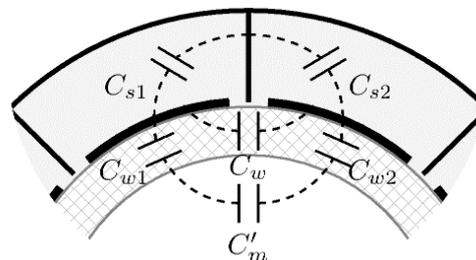


Figure 2.6: Modello di sensore ECT con schermi radiali[15]

non influiscono sull'output. In seguito all'introduzione dello schermo radiale, la C_e è convertita nelle capacità parassite C_{s1} e C_{s2} che hanno effetti trascurabili sulle misurazioni. Facendo riferimento alla figura 2.6 la capacità C_m può essere espressa dalla seguente formula[15]:

$$C_m = C_w + \frac{C'_m}{\frac{C'_m}{C_{w1}} + \frac{C'_m}{C_{w2}} + 1} \quad (2.3)$$

C_w , C_{w1} e C_{w2} sono le capacità create dal tubo isolante davanti agli elettrodi, mentre la C'_m è la capacità misurata nell'area di misurazione e influenzata dalla distribuzione di materiale dielettrico. La C_w , in particolare, viene a crearsi nella porzione di tubo isolante a cavallo dei due elettrodi, e dall'equazione si vede che essa contribuisce in modo significativo alla formazione della capacità statica. Questa componente, in teoria, può essere eliminata estendendo lo schermo radiale il più possibile nella parete del tubo, soluzione però poco pratica per via di limitazioni meccaniche o di pressione.

Questi schermi radiali riducono la capacità statiche tra elettrodi adiacenti, ma le misurazioni dirette delle variazioni di capacità sono ancora influenzate da essa, richiedendo ulteriori soluzioni per renderle applicabili[15]. Una possibile soluzione è l'utilizzo di sensori differenziali.

2.2.1 Tipologie di sensori differenziali

Sensori differenziali multipli

L'utilizzo di questa tecnologia permette di misurare direttamente le variazioni di capacità invece della capacità assoluta, riuscendo a superare il problema della capacità statica. Nella prima tipologia di sensori differenziali ogni elettrodo di misurazione è accoppiato a un elettrodo differenziale. Come mostrato nella figura 2.7

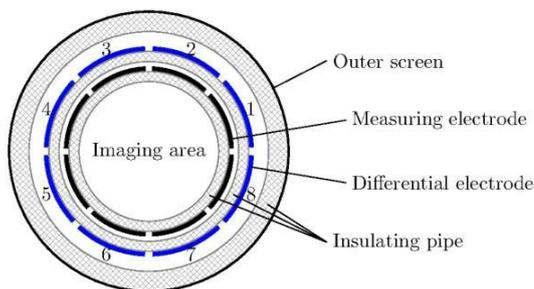


Figure 2.7: Vista in sezione di un modello di ECT con sensori differenziali[15]

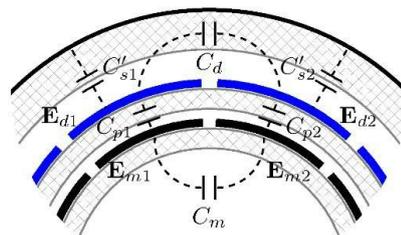


Figure 2.8: Vista di dettaglio del sensore differenziale[15]

si ha la presenza di due array concentrici di sensori. Nella figura 2.8 è mostrato un dettaglio su due coppie di sensori in cui C_m è la capacità tra i sensori di misurazione E_{m1} ed E_{m2} , mentre la C_d è la capacità tra i sensori differenziali di riferimento E_{d1} ed E_{d2} , queste due capacità sono differenti, ma possono essere bilanciate andando a variare la C_d . Nella figura 2.9 è mostrato un circuito equivalente di sensori

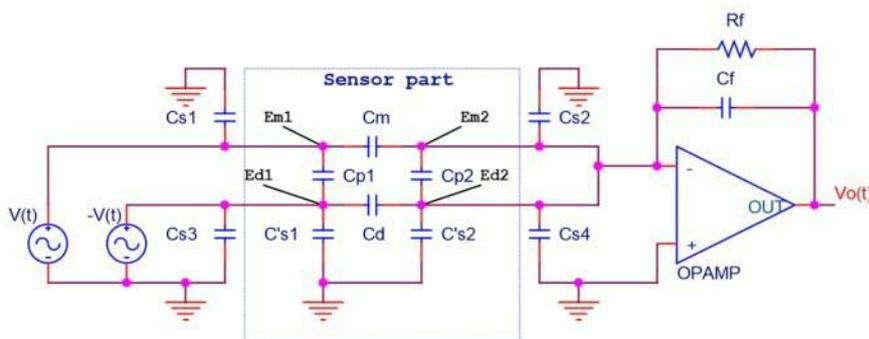


Figure 2.9: Circuito equivalente di misurazione per un sensore ECT con sensori differenziali [15]

differenziali in cui sono evidenziate le due coppie di sensori E_{m1} ed E_{m2} , E_{d1} ed E_{d2} . Applicando due segnali sinusoidali $V(t)$ e $-V(t)$ uguali ed opposti agli elettrodi E_{m1} ed E_{d1} , le correnti che circolano in E_{m2} ed E_{d2} saranno con polarità opposte. Connettendo questi ultimi con un circuito AC, le correnti vengono sommate e ottengo un segnale di tensione proporzionale a $(C_m - C_d)$. Tra E_{m2} ed E_{d2} la differenza di potenziale è nulla, dato che sono entrambi virtualmente a terra, di conseguenza attraverso C_{p2} non passerà nessuna corrente e non avrà effetti sull'output; allo stesso tempo la capacità statica C_{p1} è direttamente collegata alle due tensioni applicate e anch'essa non influenza C_m e C_d [15]. Il circuito di

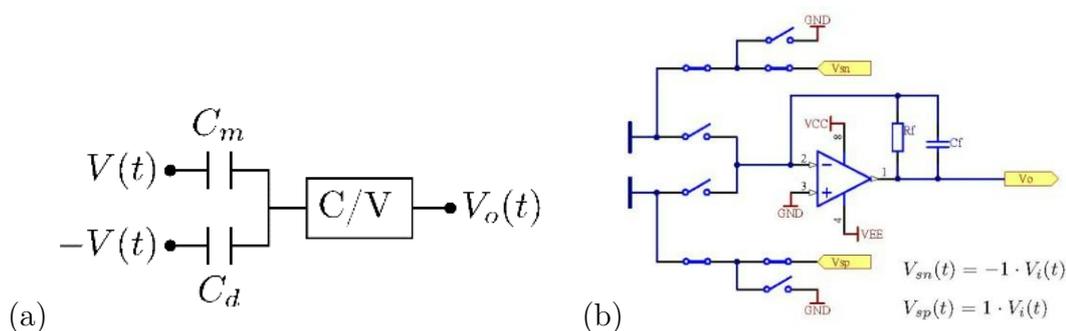


Figure 2.10: (a) struttura *bridge type*. (b) Circuito differenziale C/V[15]

misurazione che consideriamo, detto *bridge type structure*, è mostrato nella figura 2.10 (a). Esso è composto da un circuito AC a cui arriva in input la differenza tra la capacità misurata C_m e la C_d . Il suo principio di funzionamento può essere implementato modificando il circuito AC e trasformandolo in una versione differenziale, come in figura 2.10 (b). Al circuito arrivano due segnali di tensione sinusoidale uguali ed opposti, $V(t)$ e $-V(t)$, che sono applicati a una coppia di elettrodi. Le correnti che passano dai due elettrodi vengono sommate e fornite a un amplificatore che produce una tensione in output V_0 :

$$V_0 = -\frac{j\omega R_f (C_m - C_d)}{j\omega C_f R_f + 1} V_i(t) \quad (2.4)$$

Dove ω è la frequenza angolare del segnale di eccitazione, mentre C_f ed R_f sono i feedback di resistenza e capacità. Quando R_f è dominante diventa:

$$V_0 = -j\omega R_f (C_m - C_d) V_i(t) \quad (2.5)$$

Questa tensione in output viene filtrata, amplificata e il segnale digitale viene inviato a un Field programmable gate array (FPGA), tecnologia che serve per adattare il segnale alla specifica applicazione senza perdita di prestazioni[9][15].

Sensore differenziale singolo

Avere molti sensori differenziali accoppiati ai sensori di misurazione complica di molto l'hardware di un sensore ECT. Per migliorarne le performance è stato studiato un concept evoluto in cui si ha solamente un sensore differenziale, riducendo notevolmente la complessità della struttura. Inoltre, questa configurazione ha effetti più evidenti sulla riduzione di capacità statica anche per elettrodi non adiacenti. Nella figura 2.11 è illustrato il design della struttura, dove si vede che il sensore differenziale è posizionato tra i sensori di misurazione e lo schermo esterno[16]. Mentre viene applicata una sorgente di eccitazione AC all'elettrodo di misurazione

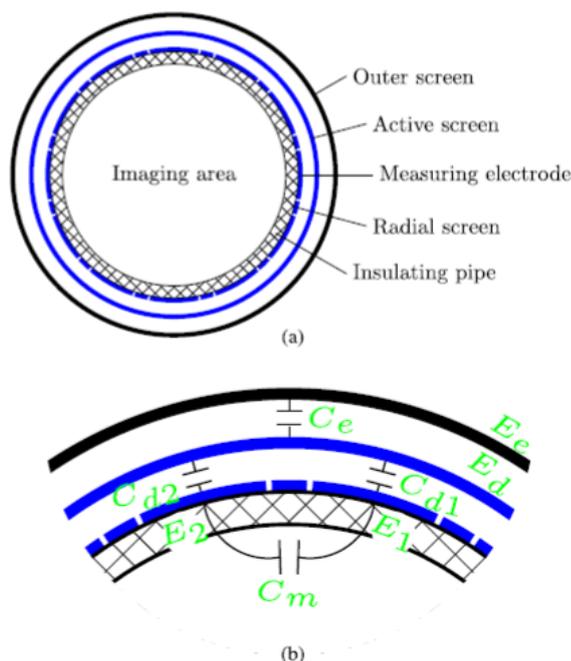


Figure 2.11: Struttura di sensore ECT con 12 elettrodi di misurazione e un sensore differenziale. (a) Vista in sezione. (b) Vista parziale[16]

utilizzato come trasmittente, all'elettrodo differenziale, chiamato anche *active screen*, viene applicato un certo segnale AC la cui ampiezza viene regolata in modo opportuno. Nella figura 2.11 (b) si distinguono le diverse capacità in gioco, la C_e tra lo schermo esterno e l'elettrodo differenziale è costante e viene semplicemente calcolata come se fosse un modello cilindrico di condensatore, la cui capacità è:

$$C_c = \frac{2\pi h \epsilon_0}{\ln(b/a)} \quad (2.6)$$

Dove h è l'altezza del cilindro, a e b sono rispettivamente il raggio del cilindro interno ed esterno. Per quanto riguarda invece le capacità C_{di} tra l' i -esimo elettrodo di misurazione e l'elettrodo differenziale, si assume che la C_c è data dalla sommatoria tra le C_{di} , che vengono considerate tutte uguali. La capacità C_d si calcola quindi con la formula:

$$C_d = k_g \frac{C_c}{n_e} = \frac{2k_g \pi h \epsilon_0}{\ln(b/a) n_e} \quad (2.7)$$

Che è simile alla precedente con l'aggiunta del fattore di correzione k_g e n_e è il numero di elettrodi di misurazione. Applicando una tensione $V_i(t)$ all'elettrodo i -esimo e una tensione $-kV_i(t)$ all'elettrodo differenziale, la tensione in output V_0

è[16]:

$$V_0 = -\frac{j\omega R_f (C_m - kC_d)}{j\omega C_f R_f + 1} V_i(t) \quad (2.8)$$

kC_d è una costante e può essere trascurata nella ricostruzione dell'immagine, poiché è la C_m quella che ne determina il risultato. Il fattore k viene determinato facendo variare il gain per ogni capacità misurata relativa a ogni coppia di elettrodi. Il processo consiste nell'aumentare gradualmente il gain, nel mentre il segnale in output decresce e quando arriva vicino allo 0 si sceglie il fattore k . La situazione varia leggermente a seconda della coppia di elettrodi considerata[16].

2.2.2 Vantaggi e svantaggi

Per valutare gli effetti dei sensori differenziali, andiamo a valutare i risultati ottenuti da alcune simulazioni presenti nella letteratura. I sensori differenziali multipli sono stati implementati su un sensore con 8 elettrodi e un diametro interno di 60 mm. Nella figura 2.12 sono messe a confronto le due configurazioni, con e senza sensori differenziali, C_l indica la “standing capacitance” misurata con sensore riempito di aria e C_h le capacità con il sensore riempito di un gas che ha una costante dielettrica $\epsilon_0 = 4.2$ [15]. Nel sensore con la configurazione tradizionale senza differenziali, figura 2.12 (a) il rapporto tra le capacità misurate in una coppia di elettrodi adiacenti è del 13.7%, con una “standing capacitance” dell'86.3%, circa 40 volte maggiore di quella misurata tra sensori opposti. Con i sensori differenziali, invece, il rapporto tra le capacità sale al 53.6%, allo stesso tempo la “standing capacitance” scende al 46.4%, come si evince da grafico in figura 2.12 (b), il rapporto tra le capacità misurate tra elettrodi adiacenti e opposti scende a 5.3. La riduzione del range di capacità misurate porta ad avere notevoli benefici in termini di precisione nelle misurazioni e del rapporto segnale-rumore (SNR). In conclusione, l'impiego di sensori differenziali riduce le capacità statiche di circa l'80%, e il SNR aumenta di 10.8 dB, con un particolare miglioramento osservabile soprattutto tra elettrodi non adiacenti[15]. Nonostante gli evidenti vantaggi dovuti alla rimozione della capacità statica, è importante sottolineare che questa problematica riguarda soprattutto gli elettrodi adiacenti, pertanto, un approccio pratico per far fronte a questa sfida consiste semplicemente nell'esclusione i sensori contigui dalle misurazioni, evitando così di complicare il sistema e di aumentarne peso e costi.

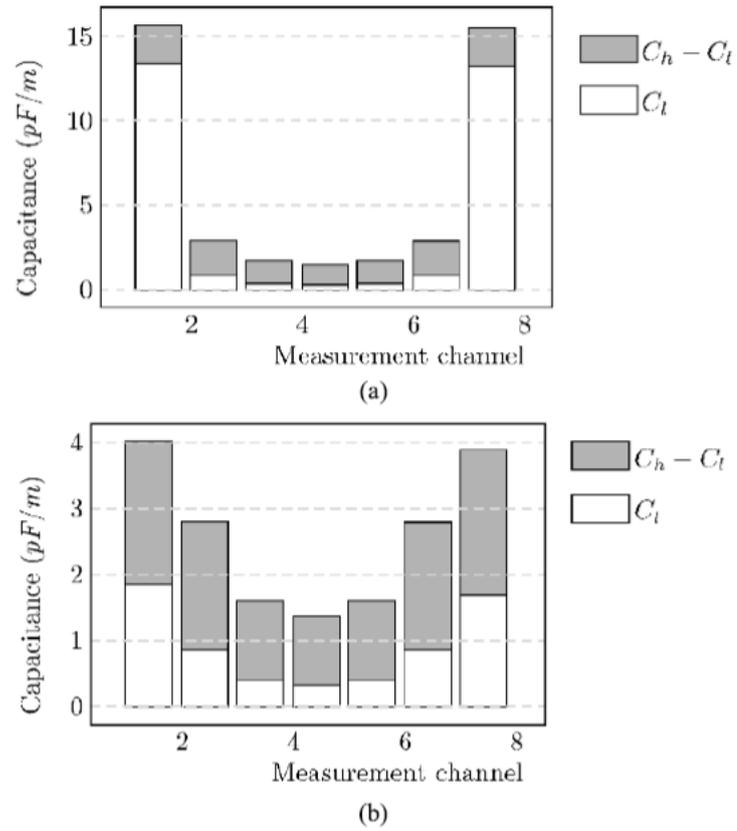


Figure 2.12: Misurazioni delle capacità nelle due configurazioni di sensore ECT con 8 elettrodi. (A) Configurazione classica. (b) Configurazione con differenziali[15]

Capitolo 3

Costruzione del sistema ECT

Dopo aver effettuato un'analisi teorica della tomografia elettrica capacitiva, in questa seconda parte della tesi andremo ad affrontare il tema in un modo più concreto e pratico mediante la costruzione di un modello 3D semplificato, costituito da uno strato di elettrodi, e andando a simulare diverse distribuzioni di vari dielettrici. Questo approccio ci permetterà di esaminare in modo più dettagliato la fattibilità dell'utilizzo di questo sistema per il nostro caso specifico. In particolare, si vuole studiare il comportamento del propellente criogenico, nel caso in esame metano e ossigeno liquido (LOX), stoccati all'interno di due serbatoi, rispettivamente di 2 metri e 1,5 metri, disposti in una configurazione tandem come illustrato in figura 3.1, raggiungendo un'altezza totale di 3.5 metri e un diametro di 2 metri[5]. Questi serbatoi appartengono al quarto stadio di un lanciatore che opera in condizioni di microgravità. Senza la presenza di una forza di gravità dominante, le accelerazioni causate dalle numerose accensioni e spegnimenti dei propulsori portano a una fluttuazione casuale del fluido e alla formazione di fenomeni di cavitazione che possono essere dannosi per il serbatoio, portare a instabilità e, talvolta, possono avere risvolti catastrofici. Sia il metano che l'ossigeno liquido hanno una costante dielettrica molto bassa, ed essendo criogenici, possono presentarsi anche in forma gassosa, la cui costante dielettrica non varia molto dalla fase liquida[5]. Inoltre, i serbatoi sono pressurizzati mediante l'utilizzo di elio come gas pressurizzante, anch'esso caratterizzato da una costante dielettrica vicino a 1. Questa compresenza di dielettrici con permittività relativa molto bassa rende difficile un rilevamento preciso della loro distribuzione, di conseguenza risulta necessario approcciare il problema con un metodo più pratico e rappresentativo della realtà che ci consentirà di valutare se questo sistema risulta la soluzione migliore per la gestione dei propellenti criogenici.

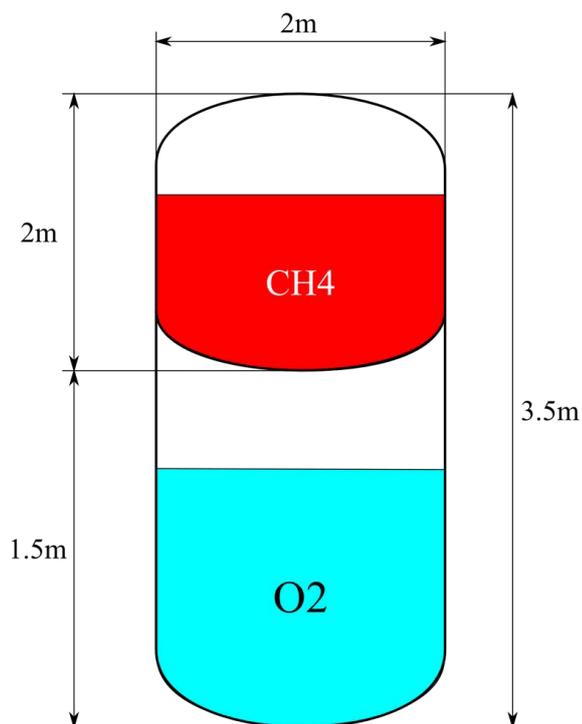


Figure 3.1: Rappresentazione del serbatoio

3.1 Geometria

Per la costruzione del modello semplificato è stato utilizzato il software FEM Ansys Electronic su cui si è creato un modello in scala di 0.8 metri di diametro e costituito da un solo strato di elettrodi, andando quindi a creare un'immagine bidimensionale utilizzando una 2D ECT per evitare di avere un costo computazionale troppo oneroso. Il sistema è formato da un array di otto elettrodi disposti su una circonferenza intorno al serbatoio in esame, su un piano perpendicolare alla sua direzione assiale. Ogni elettrodo consiste in un condensatore di dimensioni 30x30

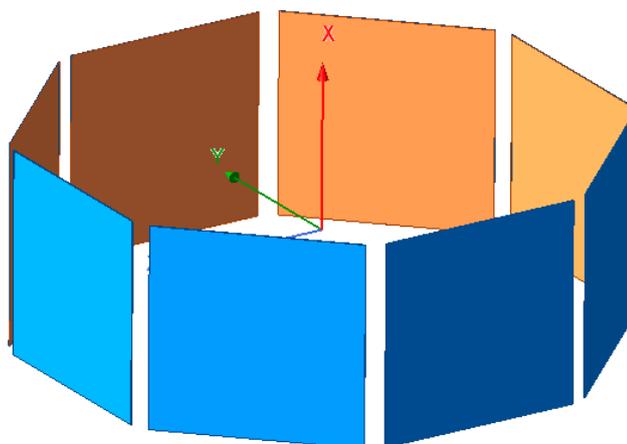


Figure 3.2: Sensore ECT costruito su Ansys Electronics

centimetri ed è composto da uno strato di Roger RO3010, dallo spessore di 1.5 millimetri, e uno strato di materiale conduttore, rame, spesso 0.0175 millimetri. Nella figura 3.3 è mostrato l'elettrodo con uno zoom sulla sua superficie per avere una visione dei due strati di materiale differente. Lo spessore dell'elettrodo è stato

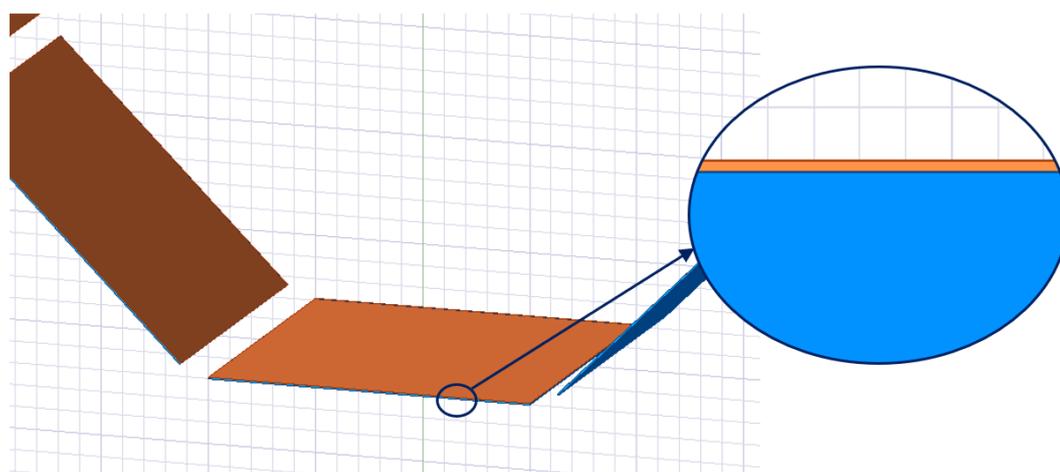


Figure 3.3: Elettrodo con vista di dettaglio sui due strati di materiale

scelto in modo arbitrario poiché non è un parametro che influenza le misurazioni

di capacità, essa è data dalla relazione:

$$C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d} \quad (3.1)$$

Dove ε è la costante dielettrica del mezzo, A è l'area dell'elettrodo e d è la distanza che separa i due elettrodi, si può così vedere che non si ha alcuna dipendenza dal suo spessore. Per quanto riguarda il numero di elettrodi, è stato spiegato dettagliatamente in precedenza che avere pochi elettrodi può avere notevoli benefici, nonostante si ottenga in output una risoluzione peggiore. Il vantaggio principale per il nostro caso specifico è la possibilità di avere degli elettrodi con una superficie maggiore che consente di avere capacità misurate maggiori, essendo la capacità direttamente proporzionale all'area, consentendoci di cogliere variazioni di capacità molto basse[7]. Questo è molto vantaggioso perché abbiamo a che fare con liquidi criogenici che hanno costanti dielettriche poco maggiori di uno, e la permittività relativa molto bassa delle diverse fasi rende difficile rappresentare in modo chiaro la loro distribuzione all'interno del sensore. L'area di misurazione è stata poi suddivisa in una griglia 33x33, anch'essa bidimensionale. Questa griglia dovrebbe suddividere l'intera area di misurazione in 1089 piccoli quadratini, ognuno dei quali vede al suo interno un certo andamento dei diversi parametri elettrici. Nel nostro modello questi andamenti vengono considerati costanti, approssimazione che non influenzerà in modo troppo negativo il risultato finale. Grazie a queste assunzioni la griglia composta da aree può essere approssimata a un insieme di punti e per la sua costruzione sono state create 33 linee parallele su cui viene plottato il campo elettrico in 33 punti equidistanti. Questa griglia sarà utile per la definizione della matrice di sensibilità nell'algoritmo di ricostruzione dell'immagine, argomento che verrà spiegato in modo più dettagliato nei prossimi capitoli. Le dimensioni contenute della griglia servono per semplificare i calcoli e le misurazioni, assicurando comunque l'ottenimento di risultati sufficientemente precisi. Infine, l'intero sensore è inserito all'interno di una regione con un *absolute offset* di 50 mm in ogni direzione, ovvero è dimensionata in modo da avere 50 mm di scarto in ogni direzione rispetto alle dimensioni del sensore.

3.2 Condizioni al contorno e sorgenti

Per le misurazioni dei campi elettrici, a ogni elettrodo va applicata una eccitazione adeguata in modo da poter trasmettere il giusto segnale agli elettrodi riceventi, a seconda della stabilità, precisione e risoluzione dell'immagine richiesta. Nel nostro modello, alle facce interne degli elettrodi in cui è presente lo strato di rame, è stata applicata una sorgente di tensione di 24 V, e per poter creare i risultati e ottenere in output la capacità in ogni combinazione di condensatori, è stata creata una matrice con le otto tensioni associate alle otto piastre.

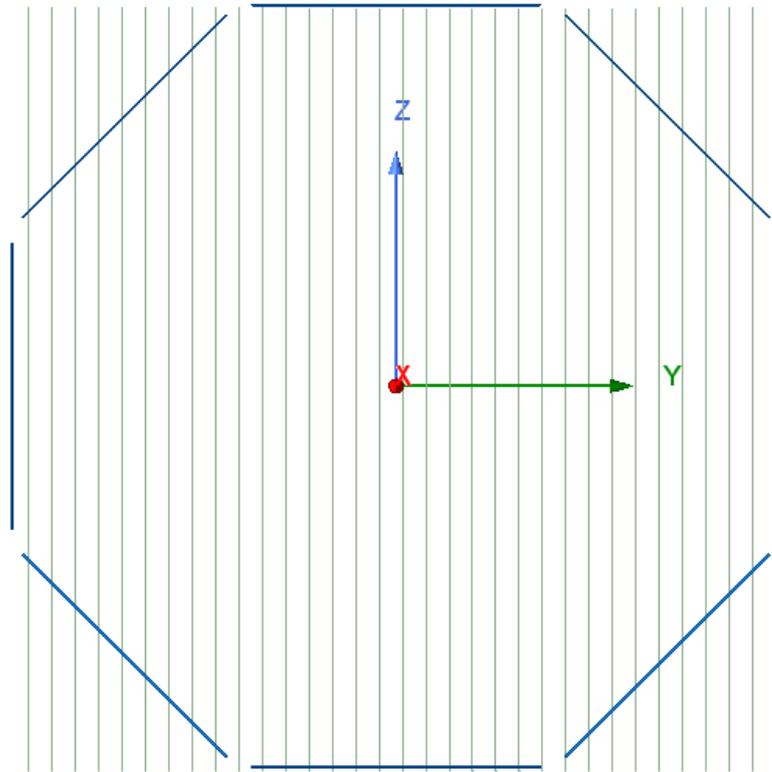


Figure 3.4: Linee che costituiscono la griglia

3.3 Simulazione e risultati

Dopo la costruzione del modello 3D, il software permette di effettuare una simulazione accurata basandosi sul principio di funzionamento della tomografia elettrica capacitiva. Nel nostro caso viene utilizzato il metodo che prevede un solo elettrodo eccitato, a cui vengono applicati i 24 Volt, mentre gli altri sono utilizzati come ricevitori, impostandogli semplicemente una tensione pari a zero Volt. Come già spiegato in precedenza, il funzionamento consiste nell'attivare uno alla volta gli elettrodi in ordine dall'1 all'8 e, di volta in volta, ricavare le capacità relative alle diverse coppie di elettrodi e la distribuzione di campo elettrico nella griglia che è stata costruita nell'area interna al sensore. Nella realtà, il caso in esame prevede la presenza di permittività relative estremamente basse, ma per effettuare le simulazioni e testare il funzionamento dell'algoritmo di ricostruzione, andremo prima a considerare una combinazione di aria e acqua all'interno del sensore, le quali sono facilmente distinguibili grazie alla loro elevata permittività elettrica relativa che è pari a 80, essendo la ϵ dell'aria uguale a 1 e quella dell'acqua uguale

a 80. Successivamente si proverà a effettuare la simulazione utilizzando un gas con permittività relativa bassa per avvicinarci il più possibile al caso reale e analizzare quanto sia efficace l'utilizzo di questo approccio. I parametri più importanti che si andranno a considerare e ricavare sono il campo elettrico e la capacità, i quali saranno utilizzati direttamente nell'algoritmo di ricostruzione dell'immagine.

3.3.1 Campo elettrico

Il campo elettrico all'interno del sensore può essere calcolato numericamente utilizzando l'equazione di Poisson[18][2]:

$$\nabla \cdot (\varepsilon(x, y) \nabla \phi(x, y)) = -\rho(x, y) \quad (3.2)$$

Dove $\varepsilon(x, y)$ è la permittività elettrica, $\phi(x, y)$ la differenza di potenziale e $\rho(x, y)$ è la distribuzione di carica, che è sorgente del campo elettrico, e poiché all'interno del sensore non sono presenti cariche che mi generano un campo elettrico, il secondo termine dell'equazione si annulla e si ottiene:

$$\nabla^2 \phi(x, y) + \frac{1}{\varepsilon(x, y)} \nabla \varepsilon(x, y) \nabla \phi(x, y) = 0 \quad (3.3)$$

Da cui si può ricavare il campo elettrico[2]:

$$E(x, y) = -\nabla \phi(x, y) \quad (3.4)$$

Attraverso la risoluzione di queste equazioni, il software Ansys è in grado di calcolare in modo accurato la distribuzione di campo elettrico all'interno del sensore. Nella sezione *field overlays* di questo software, si ha l'opportunità di visualizzare graficamente diverse grandezze su una determinata superficie. Nel dettaglio, è stato possibile plottare la magnitudine del campo elettrico utilizzando la funzione *Mag_E* su un cerchio dal diametro coincidente con l'area interna del sensore. Nella figura 3.5 è raffigurato il sensore "vuoto", cioè, riempito solo di aria, ed è stata plottata la distribuzione di campo elettrico al suo interno, espresso in Volt/metro. Il suo andamento è stato rappresentato poi in scala logaritmica per garantire una percezione migliore del suo andamento e delle sue variazioni in tutta la zona considerata. La distribuzione del campo elettrico nella figura 3.5 è stata tracciata mantenendo attivo l'elettrodo 1, quello in basso, attorno al quale si ha ovviamente un campo elettrico più intenso evidenziato dal colore rosso. Ovviamente, l'intensità del campo elettrico dipende anche dalla costante dielettrica del mezzo, e nella figura 3.6 lo stesso sensore è stato riempito con tre sfere d'acqua per dare un'idea di queste variazioni. Nella figura a sinistra è semplicemente rappresentata la geometria del sensore contenente al suo interno le tre sfere di acqua, mentre a destra si può visualizzare graficamente il campo elettrico, anche

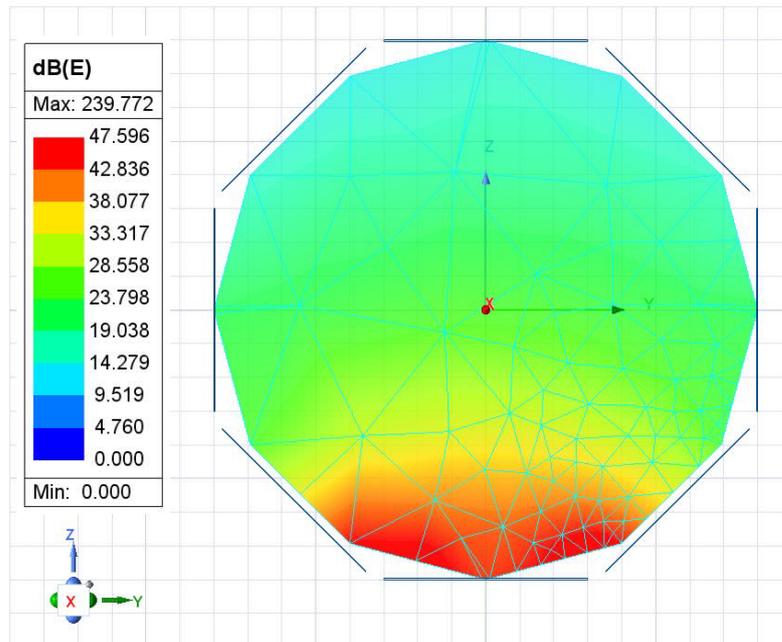


Figure 3.5: Rappresentazione grafica del campo elettrico all'interno del sensore

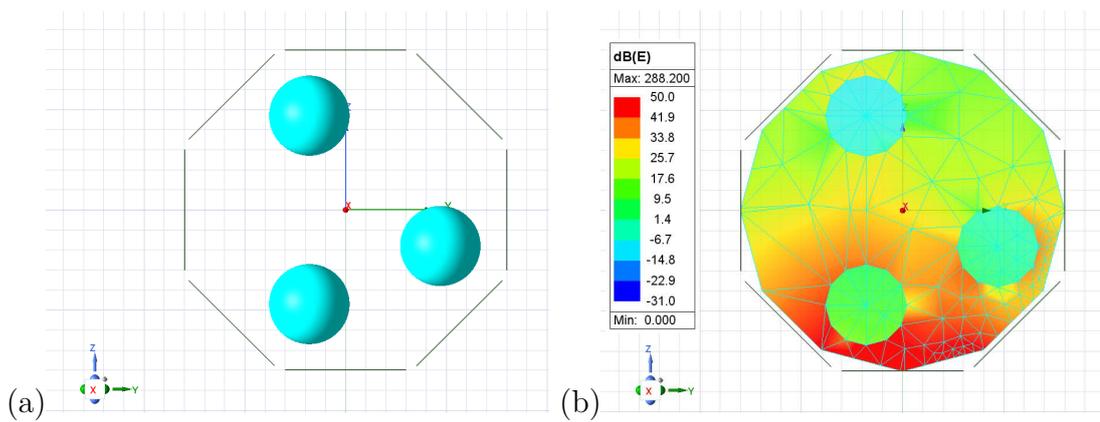


Figure 3.6: Rappresentazione grafica del campo elettrico con 3 sfere di dielettrico. (a) Sensore con le sfere. (B) Campo elettrico

in questo caso espresso in decibel, e come varia con la presenza di materiale con elevata permittività come l'acqua. Da notare che le sfere sono state nascoste per riuscire a visualizzare il campo elettrico al loro interno. L'inserimento delle sfere di dielettrico distorce in modo evidente il campo elettrico nel loro intorno, che risulta anche essere leggermente più intenso. Per l'algoritmo di ricostruzione, è necessario ottenere come output i valori di campo elettrico in ogni sezione della

griglia precedentemente descritta, a tal proposito il Mag_E è stato plottato sulle 15 linee che la costituiscono, ottenendo così un totale di 15 grafici. Di seguito è riportato come esempio il grafico relativo al campo elettrico nella linea centrale, che è anche quella che congiunge l'elettrodo 1 all'elettrodo opposto, il numero 5, con la presenza di una sfera d'acqua posta al centro. Su questo grafico è apprezzabile

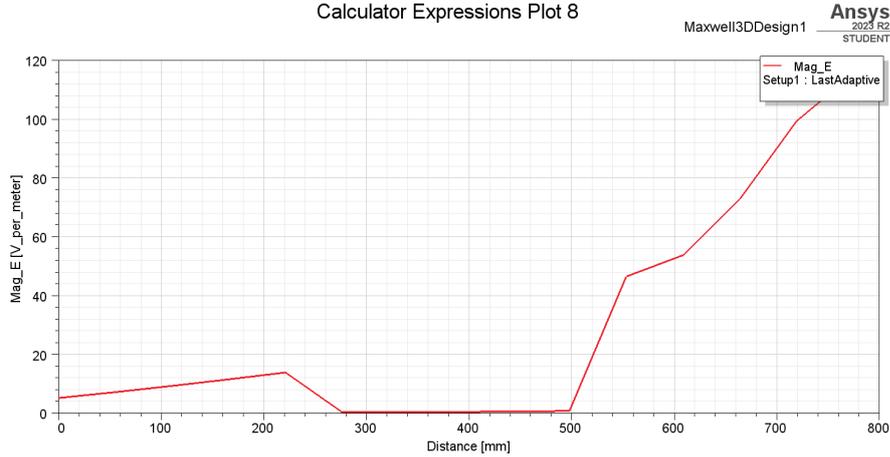


Figure 3.7: Esempio di un grafico del campo elettrico

l'elevata differenza di permittività dei due materiali. Il campo elettrico, infatti, essendo inversamente proporzionale alla costante dielettrica del mezzo, nella zona in cui è presente la sfera con $\varepsilon = 80$ è circa 80 volte minore rispetto alla regione riempita di sola aria con ε unitaria. Avendo 33 linee parallele che coprono tutta l'area del sensore, avremo 33 grafici come questo in figura 3.7, ovviamente con andamenti diversi, ed essendo ogni linea composta da 33 punti, otteniamo un totale di 1089 misurazioni.

3.3.2 Capacità

Il parametro più importante per la tomografia elettrica capacitiva è appunto la capacità. Partendo dall'equazione di Poisson, già introdotta nel calcolo del campo elettrico:

$$\nabla \cdot (\varepsilon(x, y) \nabla \phi(x, y)) = -\rho(x, y) \quad (3.5)$$

La capacità C dell' i -esima coppia di elettrodi si ottiene con la sua integrazione[18]:

$$C_i = \frac{1}{\Delta v_{ij}} \oint_{A_i} \varepsilon(x, y) \nabla \phi(x, y) dA \quad (3.6)$$

Che mette in relazione la capacità C con la distribuzione di dielettrico $\varepsilon(x, y)$, dove Δv_{ij} è la differenza di potenziale tra gli elettrodi considerati e A_i è l'area tra gli

elettrodi. Utilizzando un *Maxwell 3D design* su Ansys e impostando *Electrostatic* come *solution type*, il software ci permette di avere direttamente in output il valore delle capacità. Una volta eseguita la simulazione, nella sezione *results* del software Ansys si va a creare un *Electrostatic Report* che ci consente di scegliere, tra diverse opzioni di output, un *Data table*. Selezionando il parametro desiderato, in questo caso la capacità identificata con “C”, si va ad utilizzare la matrice creata sezione *Parameters* per avere in output i dati relativi a tutte le combinazioni desiderate di elettrodi. La matrice è composta dalle 8 sorgenti di eccitazione applicate agli 8 elettrodi, identificate con V1, V2, V3, V4, V5, V6, V7, V8, avendo così un totale di 56 combinazioni, C(V1, V2), C(V1, V3) e così via fino a C(V8, V7). Nella figura

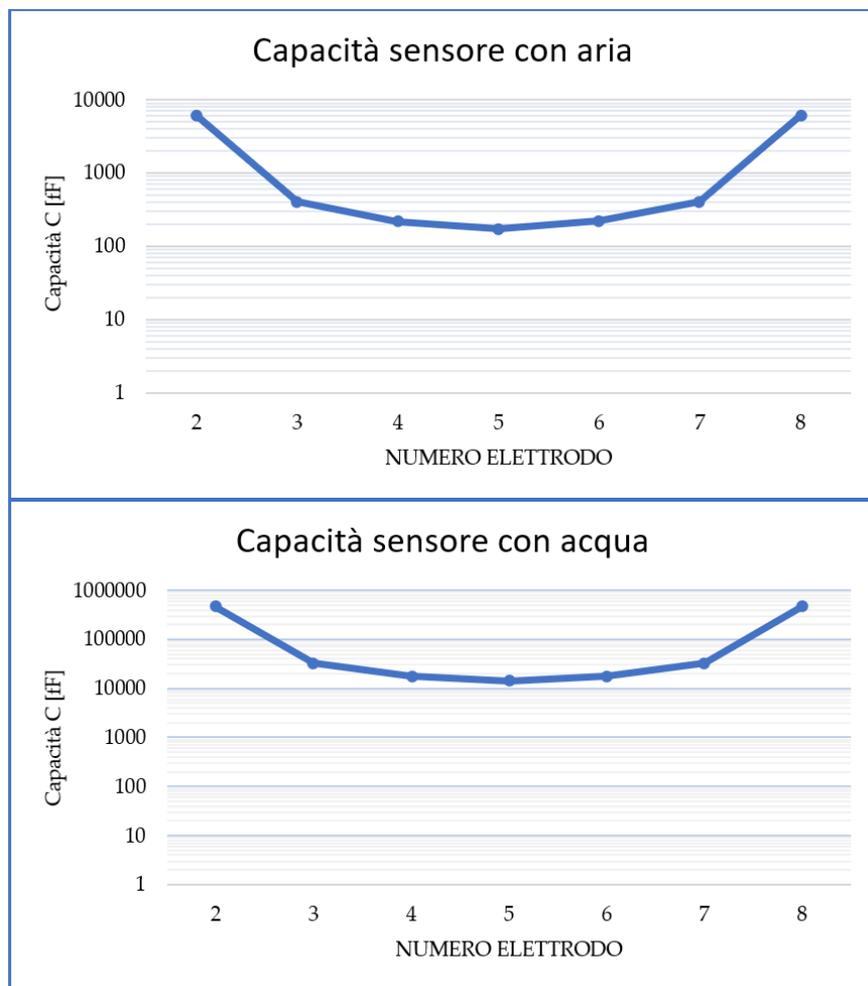


Figure 3.8: Grafici delle capacità misurate con l’elettrodo 1 attivo nelle configurazioni aria-acqua e aria-gas

3.8 sono riportati i grafici con i valori delle capacità calcolate nel caso di sensore riempito con aria e nel caso di sensore riempito con acqua e in entrambi è stato scelto l'elettrodo 1 impostato come trasmittente, mentre gli elettrodi dal 2 all'8 come riceventi. La distanza relativa tra gli elettrodi ha una forte influenza sui valori di capacità, più la distanza aumenta e più il valore della misurazione diminuisce. La capacità minima si ha tra gli elettrodi opposti, circa 200 fF, in questi grafici tra l'1 e il 5, mentre la capacità massima si ha tra elettrodi adiacenti, il 2 e l'8, e raggiunge valori di un ordine di grandezza maggiori. Entrambi i grafici sono in scala logaritmica proprio per riuscire a coprire un range di valori più ampio possibile. Inoltre, si può notare che nel caso di sensore riempito con acqua abbiamo ordini di grandezza diversi rispetto al caso vuoto. I valori di capacità con sensore pieno e vuoto sono rispettivamente i valori massimi e minimi che possono essere rilevati dalle misurazioni e sono quelli utilizzati per calcolare la capacità normalizzata per una data distribuzione di permittività. La capacità normalizzata è data dalla relazione[2]:

$$C^{*} = \frac{C - C_e}{C_f - C_e} \quad (3.7)$$

Dove C è la capacità effettivamente calcolata con una certa distribuzione di dielettrico nel sensore, C_e è la capacità misurata con il sensore vuoto e C_f è la capacità misurata con il sensore pieno. Tuttavia, per certe distribuzioni si possono avere capacità normalizzate maggiori di 1 o minori di 0, questo può essere causato dalla non linearità del campo elettrico. Considerando l'elettrodo 1 come trasmittente, la variazione di capacità tra il modello con aria e quello vuoto negli elettrodi adiacenti, ovvero il 2 e l'8, è molto minore rispetto ai valori misurati nelle altre combinazioni di elettrodi. Questo è dovuto all'elevata intensità del campo elettrico nella zona tra gli elettrodi causando la rilevazione di valori poco conformi alle altre misurazioni. Per questo motivo le capacità relative agli elettrodi adiacenti non vengono considerate nella nostra ricostruzione, avendo così 5 misurazioni per ogni elettrodo:

$$N = \frac{(n - 3)n}{2} \quad (3.8)$$

N è il numero di misurazioni indipendenti che si ottengono in seguito alle considerazioni appena effettuate, e considerando 8 elettrodi e 5 misurazioni ciascuno, si avranno un totale di 40 misurazione di cui 20 indipendenti.

3.3.3 Automatizzazione del processo

Dopo aver creato tutti i grafici relativi ai campi elettrici e alle capacità misurate nel modello descritto, è necessario che questi dati vengano salvati in modo automatico dal software secondo il principio di funzionamento descritto. Per fare ciò viene utilizzata la funzione *record script* presente su Ansys Electronics che

permette di registrare uno script in linguaggio python su cui vengono salvate in ordine cronologico una serie di azioni necessarie alla raccolta di tutti i dati utili alla ricostruzione. Partendo con l'elettrodo uno attivo con 24 V applicati, si procede con il salvataggio dei grafici relativi alle 33 linee che compongono la griglia, successivamente si va a disattivare il primo elettrodo e si attiva il secondo con 24 V, nuovamente si procede con il salvataggio dei grafici dei capi elettrici, ora relativi alla configurazione con il secondo elettrodo come trasmittente, questa stessa sequenza di azioni viene eseguita fino all'ultimo elettrodo, ottenendo un totale di 264 plot salvati. Successivamente vengono salvate le tabelle con le capacità relative alla configurazione con la distribuzione di dielettrico da esaminare, con sensore vuoto e con sensore pieno, utili per calcolarne la normalizzazione.

Capitolo 4

Algoritmi per la ricostruzione delle immagini

Dopo aver ricavato tutti i dati necessari dal modello costruito sul software Ansys, è necessario elaborare queste misurazioni mediante degli algoritmi di ricostruzione per riuscire a ottenere in output le immagini desiderate e utili per avere informazioni sulla distribuzione del fluido all'interno del sensore.

4.1 Panoramica

La tomografia elettrica capacitiva presenta numerose sfide nella ricostruzione delle immagini. Essa, infatti, è considerata una tecnica di tomografia *soft field*, chiamata così perché, a differenza di tecniche *hard field* come la tomografia a raggi X, la distribuzione del campo elettrico nella regione di interesse dipende dalla distribuzione di permittività elettrica in modo non lineare. Per questo motivo vengono utilizzati metodi per linearizzare il problema, e il più comune è l'utilizzo di un modello di sensibilità, basato sulla suddivisione del nostro dominio in tanti pixels mediante una griglia. Il compito della tomografia capacitiva è quello di determinare cosa causa una certa distribuzione di permittività, partendo dagli effetti, che in questo caso sono le diverse capacità misurate tra le varie combinazioni di elettrodi[19]. Questo tipo di problema è detto problema inverso, al contrario del problema diretto in cui si ricava la capacità partendo da una nota distribuzione di permittività. Solitamente questi problemi sono considerati mal posti per via della scarsa quantità di informazioni che si hanno a disposizione rispetto al numero di pixels su cui deve essere effettuata la ricostruzione, risulta quindi cruciale la scelta dell'algoritmo giusto, tenendo anche conto dei requisiti sulla qualità dell'output[5]. Le tecniche di ricostruzione possono essere identificate in due categorie principali: metodi basati su modelli lineari e metodi basati su modelli non lineari. I metodi

basati su modelli lineari sono a loro volta classificabili in algoritmi non iterativi, più veloci e semplici ma che forniscono risultati di qualità più scarsa, e algoritmi iterativi che sono più precisi ma più onerosi dal punto di vista computazionale. I principali algoritmi non iterativi sono il linear back projection, Tikhonov regularization, single value decomposition (SVD), mentre tra quelli iterativi abbiamo il Landweber, metodo di Tikhonov iterativo. In generale c'è una relazione non lineare tra la distribuzione di permittività e le capacità calcolate, secondo l'equazione[19]:

$$C_i = \frac{1}{\Delta v_{ij}} \oint_{A_i} \varepsilon(x, y) \nabla \phi(x, y) dA \quad (4.1)$$

che per il caso ideale di sensore a piastre piane parallele diventa[19]:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d} \quad (4.2)$$

Questa relazione, però, considera una proporzionalità diretta tra capacità e permittività, mentre in un sensore ECT abbiamo una situazione decisamente più complessa, e la capacità possiamo esprimerla semplicemente come funzione della distribuzione di permittività[19]:

$$C = \xi(\varepsilon) \quad (4.3)$$

Mentre la variazione della capacità in seguito a una perturbazione di ε diventa[19]:

$$\Delta C = \frac{d\xi}{d\varepsilon} (\Delta\varepsilon) + O((\Delta\varepsilon)^2) \quad (4.4)$$

Dove $\frac{d\xi}{d\varepsilon}$ indica appunto quanto la capacità è sensibile alle variazioni di permittività, mentre $O((\Delta\varepsilon)^2)$ è un termine di ordine superiore che nel caso di un sensore ECT può essere escluso dato che le variazioni di dielettrico $\Delta\varepsilon$ sono relativamente basse. Di conseguenza l'equazione 4.4 può essere semplificata e, indicando il termine $\frac{d\xi}{d\varepsilon}$ con la s , otteniamo la sua forma lineare[19]:

$$\Delta C = s \Delta\varepsilon \quad (4.5)$$

Per utilizzare questa equazione nella ricostruzione dell'immagine dobbiamo discretizzarla. Considerando il nostro sensore con 8 elettrodi, abbiamo M misurazioni indipendenti di capacità, di conseguenza dovremmo avere M equazioni nella forma dell'equazione 4.5 in modo da riuscire a visualizzare la distribuzione di permittività negli N pixels che compongono la griglia in cui abbiamo suddiviso l'area di rilevamento. La forma discretizzata e linearizzata del problema diretto diventa così:

$$\Delta C = J \Delta\varepsilon \quad (4.6)$$

In cui J è una matrice Jacobiana, che nel nostro caso specifico è una matrice che indica la distribuzione di sensibilità. La forma normalizzata di questa equazione viene comunemente espressa come:

$$\lambda = Sg \quad (4.7)$$

Che è la forma linearizzata del nostro problema, dove λ è il vettore delle capacità di dimensioni $m \times 1$, g è il vettore della distribuzione di permittività di dimensioni $n \times 1$, mentre S è una matrice $m \times n$ ed è la matrice di sensibilità, la quale verrà spiegata nel dettaglio nel prossimo paragrafo. Nella ECT dobbiamo affrontare il problema inverso, quindi trovare la distribuzione di permittività g partendo dal vettore noto di capacità normalizzate λ . L'equazione 4.7 presenta una serie di difficoltà nella sua risoluzione, innanzitutto contiene un numero N di variabili molto più alto rispetto al numero di equazioni M , quindi è un sistema di equazioni sotto-determinate e la soluzione non è unica, inoltre, l'equazione discreta ottenuta dalla forma integrale è mal condizionata e la sua soluzione è sensibile a piccole variazioni nel vettore delle capacità normalizzate[19].

4.2 Matrice di sensibilità

La tomografia elettrica capacitiva è una tecnica soft field in cui il campo elettrico dipende dalla distribuzione di permittività secondo l'equazione di Poisson, già vista precedentemente, e in cui il termine relativo alla distribuzione di carica è stato posto uguale a zero:

$$\nabla^2 \phi(x, y) + \frac{1}{\varepsilon(x, y)} \nabla \varepsilon(x, y) \nabla \phi(x, y) = 0 \quad (4.8)$$

In cui $\varepsilon(x, y)$ è la permittività elettrica, $\phi(x, y)$ la differenza di potenziale. L'algoritmo di back projection è quello utilizzato nella tomografia hard field, e per riuscire a utilizzarlo nella tomografia soft field, è necessario effettuare una linearizzazione del problema mediante l'utilizzo di una mappa di sensibilità. La matrice di sensibilità è, quindi, la prima cosa che deve essere calcolata nel processo di definizione dell'algoritmo di ricostruzione quando si ha a che fare con un problema inverso. Essa viene costruita suddividendo l'area di acquisizione dell'immagine in tanti pixels mediante una griglia. Per ogni combinazione di elettrodi si ottiene un vettore di sensibilità, detto anche mappa di sensibilità, che contiene le informazioni relative a quanto la capacità misurata tra la coppia di elettrodi è sensibile ai cambiamenti di permittività all'interno del sensore. In questo modo si ottiene quindi una sommatoria di contributi, ovvero un modello lineare, di ogni pixel in cui si ha una diversa permittività, e in base al modello di sensibilità si hanno[18]:

$$C_i = - \sum_j \varepsilon_j \frac{1}{\Delta v_{ij}} \oint_{A_i} \nabla \phi(x, y) dA \quad (4.9)$$

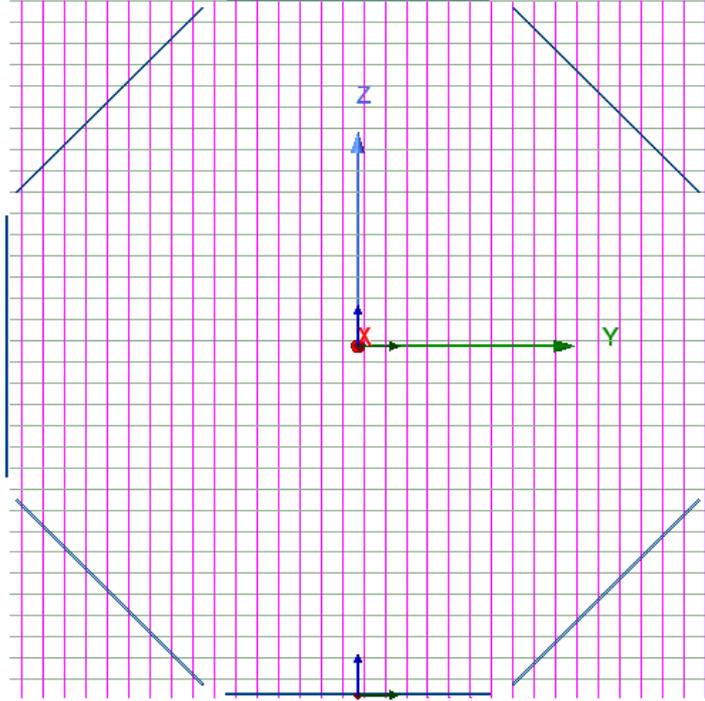


Figure 4.1: Rappresentazione della griglia su cui è stata calcolata la matrice di sensibilità

Dividendo per la differenza di potenziale quello che si ha nell'integrale si ottiene la mappa di sensibilità:

$$S_{ij}(x_k, y_k) = \int_{A_0} \frac{E_i(x, y)}{V_i} \cdot \frac{E_j(x, y)}{V_j} dx dy \quad (4.10)$$

S_{ij} è la mappa di sensibilità riferita alla coppia di elettrodi i-j ed è un vettore composto da un numero di elementi pari al numero di pixels che compongono l'immagine, $S_{ij}(x_k, y_k)$ è proprio l'elemento k-esimo, ed è l'integrale calcolato sull'area A_0 del k-esimo pixel, E_i è il campo elettrico quando l'elettrodo i-esimo è attivo con una tensione V_i mentre gli altri sono impostati come riceventi a potenziale 0, E_j invece è il campo elettrico calcolato con l'elettrodo j-esimo attivo con tensione V_j mentre altri sono riceventi[18]. Successivamente la matrice di sensibilità viene normalizzata anch'essa come il vettore di capacità, ma in modo differente, il vettore S normalizzato per ogni coppia di elettrodi i-j è[2]:

$$S_{ij}^* = \frac{S_{ij}}{\sum_k S_{ij}(k)} \quad (4.11)$$

In cui $\sum_k S_{ij}(k)$ è la sommatoria delle sensibilità di ogni elemento k -esimo che costituisce la griglia. Da notare che per ogni mappa di sensibilità si effettua una normalizzazione differente dalle altre, come indicato dal pedice “ ij ”. Mettendo insieme le mappe di sensibilità per ogni combinazione di elettrodi si ottiene la matrice di sensibilità[5].

4.3 Algoritmi di ricostruzione

Prima di entrare nello specifico del nostro modello, andiamo a fare una panoramica sui più comuni algoritmi di ricostruzione e sul loro funzionamento. In particolare, verranno trattati i metodi basati su modelli lineari, che sono classificati in algoritmi non iterativi, come linear back projection, Tikhonov regularization, singular value decomposition (SVD), e algoritmi iterativi, tra cui il Landweber, metodo di Tikhonov iterativo[19][5].

4.4 Algoritmi non iterativi

Gli algoritmi non iterativi sono i più semplici da implementare e caratterizzati da una velocità di calcolo maggiore, questo perché non hanno iterazioni e criteri di convergenza da gestire. Queste peculiarità li rendono particolarmente vantaggiosi per contesti in cui non è indispensabile avere dei risultati con una precisione elevata e si preferisce avere un’ottimizzazione delle risorse computazionali.

4.4.1 Linear Back Projection

Il linear back projection è l’algoritmo più semplice che possa essere utilizzato nella tomografia elettrica capacitiva, e di conseguenza è il più veloce e richiede poca potenza di calcolo. Questi vantaggi lo rendono una valida alternativa nel caso non siano richieste qualità troppo elevate nelle immagini ricostruite, vista la scarsa precisione dei risultati che si ottengono in output. Nel problema inverso per il calcolo del vettore g , contenente la distribuzione di permittività, si dovrebbe usare l’inversa della matrice S , se esiste[19]:

$$g = S^{-1}\lambda \quad (4.12)$$

Nel caso del LBP, tuttavia, la matrice S trasposta S^T viene utilizzata come approssimazione per correlare il vettore delle capacità normalizzate con quello delle permittività:

$$\hat{g} = S^T\lambda \quad (4.13)$$

La cui forma normalizzata, introducendo il vettore identità u_λ , è[19]:

$$\hat{g} = \frac{S^T \lambda}{S^T u_\lambda} \quad u_\lambda = [1, 1, \dots, 1] \quad (4.14)$$

Se consideriamo il caso più generico in cui il sensore è riempito con materiali che hanno costanti dielettriche diverse, il vettore delle capacità è composto dalle capacità normalizzate, che, come spiegato precedentemente, sono calcolate con la seguente relazione:

$$C^* = \frac{C - C_e}{C_f - C_e} \quad (4.15)$$

Dove per la normalizzazione vengono utilizzate le capacità misurate con il sensore vuoto e pieno, rispettivamente C_e e C_f . Ora il vettore delle permittività può essere espresso nella forma[5]:

$$g(k) = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{c_{ij} - c_{ij}^e}{c_{ij}^f - c_{ij}^e} S_{ij}(k)}{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n S_{ij}(k)} \quad (4.16)$$

In cui i pedici i e j indicano la coppia di elettrodi considerata, n è il numero di elettrodi e con k facciamo riferimento al k-esimo pixel che compone la griglia[5].

4.4.2 Singular value decomposition

L'algoritmo di SVD viene utilizzato nella ECT per ricostruire l'immagine decomponendo la matrice di sensibilità in tre matrici più semplici, U, Σ , e V, in modo da ridurre la quantità di dati selezionando solo i singoli valori più significativi. Questa approssimazione permette di semplificare notevolmente il problema e rappresentare i dati in modo più efficiente, così da avere in output una rappresentazione approssimata, ma più precisa e dettagliata della distribuzione di permittività del fluido esaminato. Nell'applicazione di questo algoritmo, l'equazione che correla la distribuzione di permittività, la matrice di sensibilità e le capacità, tiene conto anche dell'errore nelle misurazioni[19]:

$$Sg = \lambda + e \quad (4.17)$$

Dove e è proprio il vettore contenente questi errori. Per ottenere le soluzioni dell'equazione, il metodo più comune è minimizzare $\frac{1}{2} Sg - \lambda$, così da ottenere la relazione:

$$S^T Sg = S^T \lambda \quad (4.18)$$

E se esistesse l'inversa di $S^T S$, si potrebbe calcolare la soluzione dell'equazione come:

$$\hat{g} = (S^T S)^{-1} S^T \lambda \quad (4.19)$$

Tuttavia, nella maggior parte dei casi l'inversa non esiste, avendo a disposizione un numero di dati misurati molto minore dei pixels su cui si andrà a ricostruire l'immagine. L'SVD fornisce un metodo per ottenere direttamente la soluzione, scomponendo la matrice S [19]:

$$S = U\Sigma V^T \quad (4.20)$$

Dove:

$$\begin{aligned} U &= [u_1, u_2, \dots, u_M] \\ V &= [v_1, v_2, \dots, v_N] \\ \Sigma &= \text{diag}[\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{p-1}, \delta_p] \end{aligned} \quad (4.21)$$

Le matrici U e V sono due matrici ortogonali, rispettivamente di dimensioni $M \times M$ e $N \times N$. La matrice U contiene le informazioni relative alle modalità di variabilità principali dei dati, in particolare le sue colonne indicano come variano le varie grandezze lungo le diverse direzioni spaziali. La matrice V rappresenta invece le modalità di variabilità nelle misurazioni originali, e in modo simile alla matrice U , le sue colonne indicano come variano le misurazioni lungo le stesse direzioni. La matrice Σ è una matrice diagonale di dimensioni $M \times N$ in cui tutti i valori sono uguali a zero tranne quelli nella diagonale, $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{p-1}, \delta_p$ che sono p valori singolari di S , dove p è il rango della matrice S , e $\delta_1 \geq \delta_2 \geq \dots \geq \delta_{p-1} \geq \delta_p > 0$. Utilizzando la matrice S scomposta nel modo appena descritto, la soluzione dell'equazione diventa:

$$\tilde{g} = V\Sigma^{-1}U^T\lambda \quad (4.22)$$

Dove $V\Sigma^{-1}U^T$ è la pseudo-inversa della matrice S , e Σ^{-1} è la matrice diagonale:

$$\Sigma^{-1} = \text{diag} \left[\frac{1}{\delta_1}, \frac{1}{\delta_2}, \dots, \frac{1}{\delta_{p-1}}, \frac{1}{\delta_p} \right] \quad (4.23)$$

La soluzione dell'equazione contenente il vettore degli errori delle misurazioni è una matrice diagonale $N \times M$, ma, poiché il problema inverso è mal posto e sotto-determinato, questa soluzione non è unica. Supponendo che \tilde{g} sia lo spazio nullo di S , e potendo esprimere questo vettore come una combinazione lineare del vettore colonna della matrice V , (v_{p+1}, \dots, v_N) , abbiamo[19]:

$$S\tilde{g} = 0 \quad (4.24)$$

Se \tilde{g} è soluzione dell'equazione, anche $\tilde{g} + \hat{g}$ deve essere una soluzione, però solo matematicamente. Considerando che nelle immagini ricostruite le caratteristiche principali sono date dai valori più grandi, i valori più piccoli possono essere trascurati e assunti molto vicino a zero nella matrice S , in modo da risolvere il problema del mal condizionamento, poiché risulterebbero necessari solo nel caso si volesse

ottenere un'immagine con un livello di dettaglio maggiore. L'attuazione di questa strategia comporta però la difficoltà di dover affrontare dei rumori che devono essere in qualche modo gestiti. Il TSVD (Truncated Singular Value Decomposition) risolve questi problemi grazie a una sorta di filtro che rende l'algoritmo meno sensibile ai rumori ad alte frequenze, e migliora i risultati soprattutto quando abbiamo a che fare con valori singolari che differiscono molto tra loro. L'equazione 4.23 viene modificata e diventa:

$$\Sigma^{-1} = \text{diag} \left[\frac{w_1}{\delta_1}, \frac{w_2}{\delta_2}, \dots, \frac{w_{p-1}}{\delta_{p-1}}, \frac{w_p}{\delta_p} \right] \quad (4.25)$$

$$w_i = \frac{\delta_i^2}{\delta_i^2 + \mu} \quad i = 1, \dots, p \quad (4.26)$$

Dove w_i è considerato una sorta di filtro, mentre μ è un parametro di regolazione che è sempre maggiore di zero. In conclusione si può affermare che il TSVD è un miglioramento dell'SVD grazie alla sua bassa sensibilità ai rumori nelle misurazioni[19][5].

4.4.3 Tikhonov regularization

La regolarizzazione di Tikhonov, come gli altri metodi di regolarizzazione, è utilizzata per risolvere i problemi inversi mal posti. Essa viene utilizzata fissando un vincolo iniziale che consente di determinare una serie di soluzioni, tra cui ne viene scelta una sola. Innanzitutto, si parte dal definire la soluzione dell'equazione 4.7 come[19]:

$$\hat{g} = (S^T S + \mu I)^{-1} S^T \lambda \quad (4.27)$$

Che è una forma modificata dell'equazione 4.19, in cui è stata introdotta la matrice identità I , e μ è il parametro di regolarizzazione che è sempre positivo. Grazie all'introduzione di questi parametri, la matrice $S^T S$ viene modificata in $S^T S + \mu I$ diventando ora una matrice invertibile. Nella forma più generale della regolarizzazione è necessario minimizzare la differenza tra la capacità stimata e quella misurata in modo da mantenere la soluzione più vicino possibile alla realtà e riducendo gli errori. Questo processo viene effettuato minimizzando la seguente funzione[19]:

$$g(a) = \left[\frac{1}{2} \|Sg - \lambda\|^2 + \mu \|L(g - \bar{g})\| \right] \quad (4.28)$$

Dove $\mu \|L(g - \bar{g})\|$ è un vincolo imposto, mentre \bar{g} è la nostra soluzione approssimata. Solitamente, però, se non si hanno abbastanza informazioni da cui partire è difficile calcolare \bar{g} , quindi in generale viene posto uguale a zero e la matrice identità L viene utilizzata per la regolarizzazione di Tikhonov, che equivale a risolvere l'equazione:

$$(S^T S + \mu I)g = S^T \lambda \quad (4.29)$$

Grazie alla sua risoluzione si può ottenere la soluzione dell'equazione di partenza, dato che l'inversa di $S^T S + \mu I$ esiste sempre. Nella regolarizzazione di Tikhonov è molto importante scegliere un adeguato valore del parametro di regolarizzazione μ , poiché da esso dipende la qualità della nostra approssimazione e la discrepanza rispetto alla soluzione reale. La scelta di un μ basso ci dà un'approssimazione abbastanza vicina al problema originale, ma gli errori hanno un'influenza sulla soluzione che la rende fisicamente non accettabile. Prendere dei valori di μ alti, al contrario, ci fa avere errori trascurabili ma l'approssimazione si discosta molto dalla soluzione reale. Il parametro μ viene quindi scelto empiricamente a seconda del caso[19][5].

4.5 Algoritmi iterativi

Gli algoritmi non iterativi, di cui si è parlato precedentemente, basati su un singolo step e su un modello lineare semplificato non riescono a calcolare delle soluzioni molto accurate e precise, vista la relazione non-lineare tra la capacità e la distribuzione di permittività. Per questo motivo risulta necessario l'utilizzo di algoritmi iterativi nella risoluzione del problema inverso in modo da migliorare la qualità delle immagini. Essi risolvono il problema ripetendo una serie di iter-

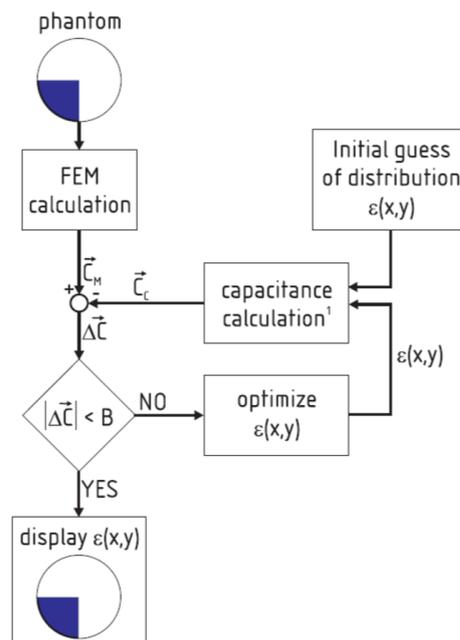


Figure 4.2: Rappresentazione del funzionamento degli algoritmi iterativi[2]

azioni fino a ottenere una soluzione più vicina possibile alla realtà, utilizzando la discrepanza tra la capacità misurata e quella stimata per aggiornare l'immagine fino al risultato finale[19]. Il concetto alla base di questi algoritmi è riportato nello schema in figura 4.2. Partendo da una certa distribuzione di permittività, *phantom*, utilizzando il metodo FEM vengono calcolate numericamente le capacità C_M del sensore e si ha così il vettore delle capacità misurate, ottenute quindi tramite una simulazione effettuata dal computer. Nel mentre viene stimata una distribuzione di permittività iniziale, $\varepsilon(x, y)$, dalla quale si parte per calcolare il vettore delle capacità calcolate C_c . In seguito a un confronto tra questi due vettori si ricava il vettore ΔC contenente le differenze tra le due capacità. Il processo di iterazione consiste nell'aggiornare la $\varepsilon(x, y)$ fino a quando queste differenze non raggiungono lo zero o un valore minore di una quantità B prestabilita.

4.5.1 Newton-Raphson e metodi iterativi di Tikhonov

Il metodo di Newton-Raphson è un algoritmo iterativo che può essere applicato alla tomografia elettrica capacitiva per ricostruire l'immagine, e viene utilizzato per trovare un'approssimazione delle soluzioni di equazioni non-lineari, basandosi sul calcolo delle radici di queste funzioni. Identificando una funzione trasformata F , che lega la distribuzione di permittività g con la capacità λ , se non si considerano gli errori nelle misurazioni, la relazione è[19]:

$$\lambda = F(g) \quad (4.30)$$

Minimizzando l'errore quadratico medio tra la capacità misurata e quella stimata si può calcolare la soluzione dell'equazione 4.30, l'errore è dato dalla formula:

$$e = \frac{1}{2}[F(g) - \lambda]^T[F(g) - \lambda] \quad (4.31)$$

Differenziandolo rispetto alla permittività diventa:

$$e' = [F'(g)]^T[F(g) - \lambda] \quad (4.32)$$

Dove $F'(g)$ è la matrice Jacobiana. Per trovare la soluzione dell'equazione di partenza bisogna porre quest'ultima uguale a zero, e espandendola in serie di Taylor si possono trascurare i termini di ordine superiore o quelli non-lineari, ottenendo come soluzione[19]:

$$\hat{g}_{k+1} = \hat{g}_k - [(F'(\hat{g}_k))^T (F'(\hat{g}_k))]^{-1} [(F'(\hat{g}_k))^T (F(\hat{g}_k) - \lambda)] \quad (4.33)$$

Anche qui si può individuare la matrice Jacobiana $F'(\hat{g}_k)$, mentre $F(\hat{g}_k)$ è la funzione della capacità, in questa relazione entrambe vengono considerate in relazione

alla permittività k -esima \hat{g}_k . Il metodo considerato prevede l'aggiornamento di queste due funzioni a ogni iterazione. Si potrebbe anche considerare una forma semplificata dell'equazione 4.33, introducendo la matrice di sensibilità S_k e la capacità λ_k [19]:

$$\hat{g}_{k+1} = \hat{g}_k - \left(S_k^T S_k \right)^{-1} S_k^T (\lambda_k - \lambda) \quad (4.34)$$

Anche in questo caso, però, si ha a che fare con la matrice $S_k^T S_k$ che, non essendo di rango massimo, non è invertibile, per renderla tale si va a implementare un algoritmo modificato di Newton-Raphson aggiungendo il termine γI , dove γ è un valore scalare positivo e I è una matrice identità. Otteniamo così la seguente equazione:

$$\hat{g}_{k+1} = \hat{g}_k - \left(S_k^T S_k + \gamma I \right)^{-1} S_k^T (\lambda_k - \lambda) \quad (4.35)$$

Se si facesse variare anche il valore γ ad ogni iterazione, si avrebbe una variante dell'algoritmo che prende il nome di metodo di Levenburg-Marquard. In molte applicazioni, per ottimizzare i tempi di calcolo, invece di far variare sia la matrice S_k che la capacità λ_k , si utilizza inizialmente sempre la stessa matrice di sensibilità, che moltiplicandola per la permittività restituisce la capacità λ_k [19][5].

4.5.2 Algoritmo iterativo di Landweber

L'algoritmo di Landweber è un metodo di tipo gradiente che fa parte dei metodi di discesa, ampiamente utilizzati nella teoria di ottimizzazione. Esso è uno dei più utilizzati per risolvere problemi inversi mal-posti, ed è molto comune nella ricostruzione delle immagini nell'ambito della tomografia elettrica capacitiva grazie alla sua elevata affidabilità e accuratezza. Questo algoritmo è semplice da implementare, ma è caratterizzato da una bassa velocità iterativa e può arrivare a convergenza in tempi relativamente lunghi rispetto agli altri algoritmi iterativi. Visto che come ipotesi iniziali vengono utilizzati i risultati del linear back projection, l'algoritmo di Landweber è anche noto come linear back projection iterativo. Il nostro obiettivo è quello di trovare la g che minimizza la seguente funzione[19]:

$$f(g) = \left[\frac{1}{2} (Sg - \lambda)^T (Sg - \lambda) \right] = \left[\frac{1}{2} g^T S^T S g - 2g^T S^T \lambda + \lambda^T \lambda \right] \quad (4.36)$$

Per farlo si deve minimizzare l'espressione $\frac{1}{2} \|Sg - \lambda\|^2$. Il gradiente di $f(g)$ è calcolato nel modo seguente:

$$\nabla f(g) = S^T Sg - S^T \lambda = S^T (Sg - \lambda) \quad (4.37)$$

Per stabilire lo step di iterazione successivo, ci si basa sui principi dei metodi di discesa, ovvero si sceglie la direzione in cui $f(g)$ decresce più rapidamente. Il processo iterativo è dato dalla relazione[19]:

$$\hat{g}_{k+1} = \hat{g}_k - \alpha_k \nabla f(\hat{g}_k) = \hat{g}_k - \alpha_k S^T (S\hat{g}_k - \lambda) \quad (4.38)$$

Dove il valore α_k è uno scalare positivo e identifica la dimensione dello step iterativo considerato, la sua scelta risulta quindi cruciale per ottenere dei risultati ottimali. Esso viene scelto in modo da garantire l'ortogonalità tra $\nabla f(\hat{g}_k)$ e $\nabla f(\hat{g}_{k+1})$, ma, per velocizzare il processo iterativo e risparmiare tempo, solitamente si decide di scegliere un valore fisso e iterarlo a ogni passo, in questo caso la relazione diventa[10][20]:

$$\hat{g}_{k+1} = \hat{g}_k - \alpha S^T(S\hat{g}_k - \lambda) \quad (4.39)$$

Come già detto, il linear back projection viene utilizzato per scegliere i dati iniziali, in particolare \hat{g}_0 , ma per migliorare la convergenza è necessaria l'introduzione del termine P [19]:

$$\hat{g}_{k+1} = P[\hat{g}_k - \alpha S^T(S\hat{g}_k - \lambda)] \quad (4.40)$$

Questa variante dell'algoritmo è chiamata projected Landweber iteration. Nella figura 4.3 è rappresentato il concetto dietro l'equazione 4.39. Dopo ogni passo

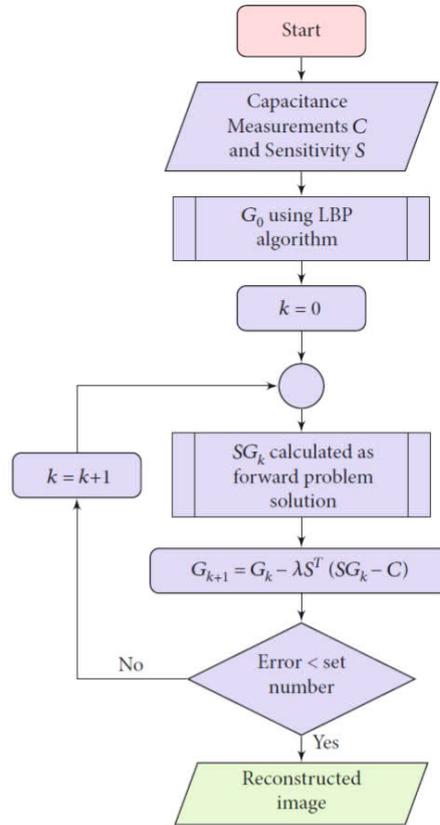


Figure 4.3: Algoritmo di Landweber[21]

iterativo la soluzione viene poi proiettata su un insieme convesso e alla P vengono

imposti dei limiti per fare in modo che la ricostruzione dell'immagine comprenda valori non negativi e al di sotto di un certo limite superiore.

$$P[f(x)] = \begin{cases} 0 & \text{if } f(x) < 0 \\ f(x) & \text{if } 0 \leq f(x) \leq 1 \\ 1 & \text{if } f(x) > 1 \end{cases} \quad (4.41)$$

L'algoritmo di Landweber arriva a convergenza i tempi relativamente lunghi poiché, anche se il processo iterativo è veloce grazie all'utilizzo di sole derivate del primo ordine, il numero di iterazioni per arrivare a un punto di minimo è elevato. Le caratteristiche di semi-convergenza di questo metodo nascondono un lato negativo, ovvero, all'inizio del processo iterativo gli errori nell'immagine diminuiscono rapidamente, ma dopo aver superato il punto di minimo essi tornano ad aumentare passo dopo passo. Per questo è necessario fissare a priori un numero di iterazioni in modo da evitare questo inconveniente, e ciò viene fatto basandosi su dati empirici. L'utilizzo del metodo del gradiente coniugato aumenterebbe la velocità di convergenza ma non migliorerebbe la precisione dei risultati[19][5].

4.5.3 Tecnica di ricostruzione algebrica

Le tecniche di ricostruzione algebrica (ART) sono una forma iterativa del linear back projection che migliora la precisione dei risultati ed è nota per la sua efficacia e semplicità di utilizzo, soprattutto quando bisogna trattare con matrici di grandi dimensioni. Essa è utilizzata principalmente nella tomografia a raggi x, ma vede alcune applicazioni anche nella tomografia capacitiva. Il processo iterativo in questa tecnica considera solo un gruppo di dati alla volta, e la sua equazione è[19]:

$$\hat{g}_k = \hat{g}_{k-1} - \frac{(s_k \hat{g}_{k-1} - \lambda_k)}{s_k s_k^T} \cdot s_k^T \quad (4.42)$$

Il parametro s_k fa riferimento alla riga k -esima della nostra matrice di sensibilità. Si può notare quindi che ogni iterazione k fa riferimento alla sola riga k -esima di S e all'elemento k -esimo del vettore contenente le capacità normalizzate. Quando il processo iterativo arriva all'ultima riga si riparte dalla prima riga per il passo successivo. Il principale svantaggio di questa tecnica è la presenza di rumore nelle misurazioni, e il processo iterativo rischia di non arrivare a convergenza per via dell'inaccuratezza causata dall'utilizzo di una singola riga di dati a ogni passo. Per ovviare a questo problema si utilizza la tecnica di ricostruzione iterativa simultanea (SIRT), simile a quella precedente ma con una lieve modifica. In questo caso, infatti, per aggiornare \hat{g}_k viene utilizzata una media degli M vettori riga che compongono la matrice S . L'equazione su cui si basa l'algoritmo SIRT è[19]:

$$\hat{g}_{k+1} = \hat{g}_k - \beta S^T \frac{(S \hat{g}_k - \lambda)}{\text{diag}(SS^T)} \quad (4.43)$$

Dove è stato inserito il fattore di rilassamento β , e $diag(SS^T)$ è il vettore contenente gli elementi della diagonale di SS^T . Se per ottenere il vettore della media si vuole ponderare in modo differente ogni riga della matrice S , è sufficiente trasformare il valore β in un vettore. Questo potrebbe essere utile per ottenere immagini accurate in un sistema non lineare come quello considerato nella ECT. Osservando bene l'ultima equazione si nota una certa somiglianza con l'equazione 4.39 dell'algoritmo di Landweber, infatti, il principio di funzionamento è lo stesso nei due metodi. Tutti questi algoritmi sono accomunati dal fatto che garantiscono la convergenza a un minimo locale e per garantire una buona qualità dell'immagine è necessario decidere con cura quando stoppare il processo iterativo per ottenere il risultato ottimale[19][5].

Capitolo 5

Implementazione e risultati di ricostruzione dell'immagine

Dopo aver fatto una panoramica sui più utilizzati algoritmi per la ricostruzione di immagini nella tomografia elettrica capacitiva, si entra ora nello specifico del modello soggetto di questa tesi. Si è già parlato nel dettaglio di come è stato costruito il modello utilizzando il software FEM Ansys Electronics e di come sono stati raccolti tutti i risultati e le misurazioni necessarie a ottenere in output l'immagine che rappresenta la distribuzione del dielettrico all'interno del nostro sensore. Ora è necessario scegliere l'algoritmo adatto per elaborare questi dati e ottenere l'output desiderato per fare le nostre considerazioni. Lo scopo di questa tesi è valutare l'efficacia della tomografia elettrica capacitiva per monitorare i propellenti criogenici all'interno di un serbatoio di un lanciatore, le cui dimensioni richiedono dei sensori decisamente più grandi rispetto a quelli utilizzati nelle applicazioni più classiche. Esso, infatti, ha un diametro di 2 metri che porta ad avere degli elettrodi molto distanziati tra di loro e, di conseguenza, le capacità rilevate hanno dei valori nell'ordine di 0.1 pF. Inoltre, le diverse fasi dei fluidi esaminati hanno permittività relative molto basse, rendendo complicato il rilevamento della loro disposizione. Nella nostra simulazione si andrà, quindi, a confrontare un sistema ottimale, che vede all'interno del sensore una miscela di acqua e aria, con una situazione più vicina alla realtà, in cui l'aria sarà affiancata a un gas con costante dielettrica leggermente più alta. Si andrà quindi ad utilizzare l'algoritmo di linear back projection che, anche se non fornisce in output delle immagini di alta qualità e precisione, è in grado di dare delle informazioni qualitative sulla distribuzione del fluido nel sensore che saranno sufficienti per arrivare alle conclusioni.

5.1 Implementazione dello script su Matlab

Per implementare l'algoritmo di linear back projection è stato utilizzato il software Matlab. Innanzitutto, è stato necessario utilizzare la funzione *readmatrix* per importare su Matlab i dati salvati in formato *.csv* dallo script registrato precedentemente su Ansys. Questi file contengono i vettori contenenti le 15 misurazioni dei campi elettrici sulle 15 linee utilizzate per la costruzione della griglia. Tutte queste misurazioni vanno poi a formare un unico vettore E_k di dimensioni 225×1 riferito alla situazione il cui l'elettrodo k-esimo è impostato come trasmittente, mentre gli altri sono riceventi. Il procedimento appena spiegato viene ripetuto per ogni elettrodo fino a ottenere un totale di 8 vettori dei campi elettrici, componendo una matrice E 225×8 . Questa matrice contenente i valori del campo elettrico è utile per la costruzione della matrice di sensibilità S . Per spiegare meglio il modo in cui è stata calcolata, si ricorda la sua equazione[18]:

$$S_{ij}(x_k, y_k) = \int_{A_0} \frac{E_i(x, y)}{V_i} \cdot \frac{E_j(x, y)}{V_j} dx dy \quad (5.1)$$

Partiamo quindi avendo a disposizione la matrice E , successivamente andiamo a inizializzare la matrice S come una matrice di zeri con dimensione 225×40 , e si crea un indice k , inizializzato a 1, per indicizzare le colonne di S . implementando due cicli *for* annidati si va a iterare su tutte le possibili coppie di vettori E_k , quindi sia il ciclo interno che quello esterno iterano su ogni vettore colonna di E tramite gli indici i e j . Per fare in modo che le combinazioni tra gli stessi elettrodi e gli elettrodi adiacenti vengano escluse, si inseriscono delle condizioni per gli indici i e j all'interno dei cicli. Se le condizioni sono soddisfatte si moltiplica elemento il vettore E_i con il vettore E_j ottenendo così il numeratore dentro l'integrale. Poiché ogni elettrodo vede applicati 24 Volt di tensione quando sono impostati in modalità trasmittente, sia V_i che V_j valgono 24, quindi ogni termine viene poi diviso per 242. Trattandosi di un'operazione di integrale, i valori della matrice S in realtà sono calcolati sull'area del k-esimo elemento della griglia, ogni valore viene quindi ulteriormente moltiplicato per l'area di ogni pixel. Dopo aver calcolato la matrice S , è ora necessario ricavare il vettore delle capacità normalizzate. Anche in questo caso si utilizza il comando *readmatrix* per importare i vettori contenenti le 40 misurazioni di capacità, e lo si fa per le capacità misurate C con la distribuzione di dielettrico da esaminare, per le capacità misurate con sensore pieno, C_f , e per le capacità con sensore vuoto, C_e . Con i tre vettori di capacità si può calcolare il vettore delle capacità normalizzate che è dato dalla formula:

$$C^* = \frac{C - C_e}{C_f - C_e} \quad (5.2)$$

Ora che si ha sia la matrice di sensibilità S che il vettore delle capacità C^* , si può implementare il linear back projection per calcolare il vettore con la distribuzione

di permittività. Si indica ora il vettore delle capacità normalizzate con λ :

$$\hat{g} = S^T \lambda \quad (5.3)$$

La S che è stata calcolata sarebbe già la S trasposta S^T , quindi si va semplicemente a moltiplicare la matrice di sensibilità con il vettore capacità e otteniamo il vettore g di dimensioni 1×225 . Per ricostruire l'immagine partendo dal vettore g , si utilizza il comando *reshape* che riorganizza il vettore di 225 valori in una matrice di 15×15 , risoluzione decisa a priori con la costruzione della griglia. Infine, si visualizza l'immagine della matrice con la funzione *image*.

5.2 Analisi delle immagini ottenute

L'obiettivo primario di questa tesi è studiare l'efficacia della tomografia elettrica capacitiva per monitorare il carburante in un serbatoio di un lanciatore. Questo ambito applicativo si presenta ricco di sfide, tra cui la più significativa è rappresentata dalla bassa permittività relativa tra i fluidi e le fasi che sono coinvolte nell'analisi. L'algoritmo di ricostruzione è stato testato su diverse distribuzioni di dielettrico all'interno del sensore e su due combinazioni di materiale, prima aria e acqua, situazione ottimale ma lontana dalla realtà, in cui si ha una permittività relativa elevata, e successivamente su una combinazione di aria e gas con permittività relativa di 2.6, quindi molto bassa e più vicina al caso reale. Nelle immagini sottostanti sono mostrati i risultati delle ricostruzioni per cinque diverse distribuzioni di dielettrico, modellando il materiale dielettrico sotto forma di sfere immerse in un volume di aria:

- Una sfera al centro
- Due sfere al centro
- Una sfera laterale molto vicina a un elettrodo
- Una sfera in un vertice tra due elettrodi
- Tre sfere

Tutte queste diverse distribuzioni sono state create per testare il funzionamento dell'algoritmo anche quando il materiale con alta permittività è molto vicino agli elettrodi, posizione che potrebbe creare maggiori problemi ai rilevamenti. L'utilizzo di forme semplici come le sfere permette una ricostruzione più semplice e chiara della distribuzione in esame. Chiaramente la configurazione con una o due sfere al centro è quella rilevata con maggiore precisione e le immagini risultano più definite. Nei casi con il dielettrico spostato lateralmente, invece, l'interferenza con le pareti

dei sensori rende più imprecisa la ricostruzione, questo perché si ha una sensibilità maggiore nelle zone vicine agli elettrodi. Di particolare interesse è il confronto e l'analisi delle differenze tra i due modelli, basati su costanti dielettriche diverse.

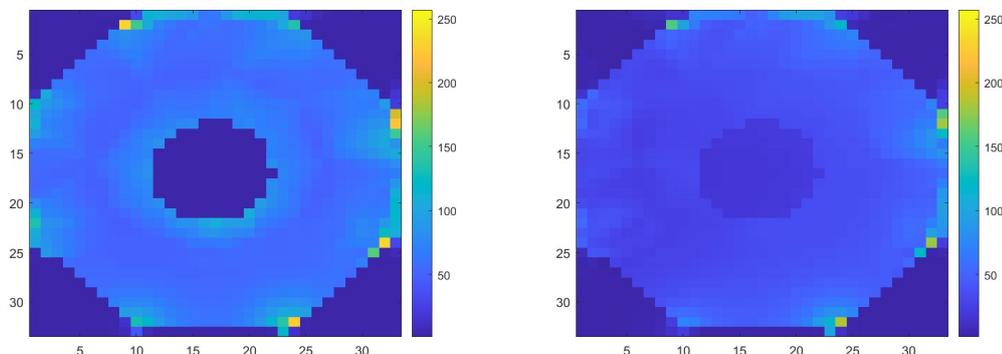


Figure 5.1: Ricostruzione dell'immagine nella configurazione con una sfera centrale

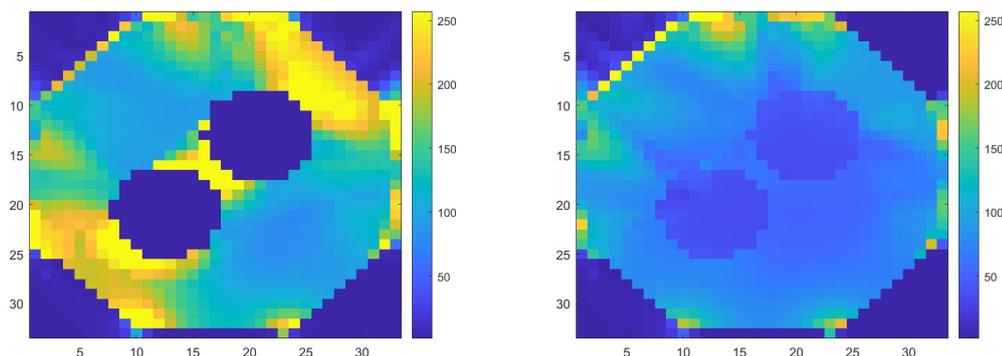


Figure 5.2: Ricostruzione dell'immagine nella configurazione con due sfere centrali

Nelle figure sono messi a confronto i due modelli considerati nel nostro studio. La prima colonna presenta le ricostruzioni basate sul modello aria e acqua, nella seconda colonna invece sono rappresentati i modelli che vedono all'interno del sensore l'aria e un gas a bassa costante dielettrica. La prima configurazione è considerata una situazione ottimale che rappresenta un importante punto di partenza per testare il funzionamento e le potenzialità del nostro modello ECT e dell'implementazione dell'algoritmo. Tuttavia, anche se è molto vantaggioso, ha una permittività relativa che si discosta troppo dal caso reale. All'interno del serbatoio di un lanciatore, infatti, abbiamo a che fare con propellenti criogenici, in questo caso specifico LOX e metano liquido, presenti in fase liquida e gassosa, con permittività

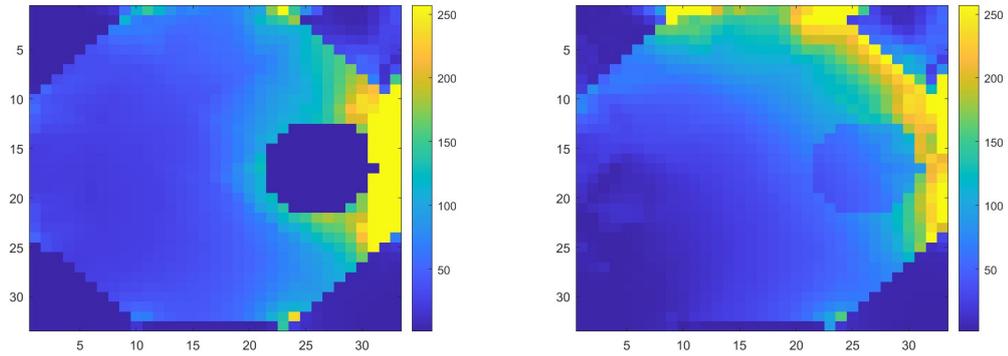


Figure 5.3: Ricostruzione dell'immagine nella configurazione con una sfera laterale

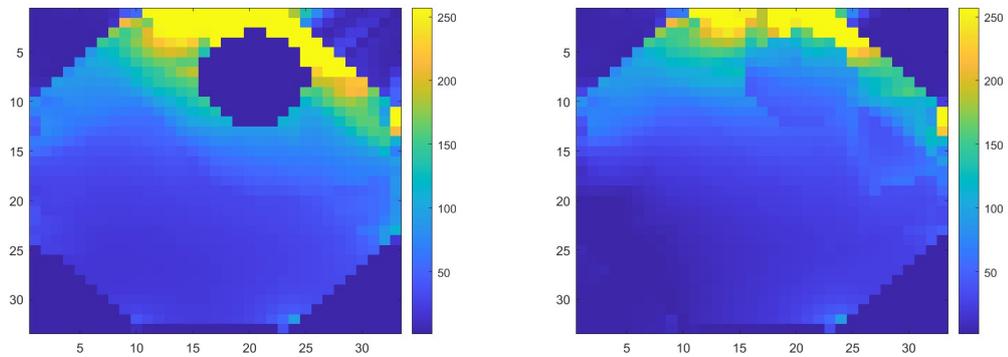


Figure 5.4: Ricostruzione dell'immagine nella configurazione con una sfera al vertice tra due elettrodi

relative di circa 1.6 – 1.7. Questa bassa permittività relativa rappresenta una sfida significativa per la ECT poiché l'entità del campo elettrico che si crea nell'area delle misurazioni non risente di significative variazioni, di conseguenza risulta difficile distinguere le due fasi. Questa difficoltà nel distinguere i dielettrici è ben visibile nelle ricostruzioni della seconda colonna, le quali fanno riferimento a una miscela aria-gas con permittività relativa uguale a 1.6. Nei casi con il materiale dielettrico al centro la distribuzione risulta leggermente visibile, ma quando le sfere di gas sono situate vicino ai bordi del sensore la situazione peggiora drasticamente e le misurazioni sono troppo inaffidabili. Anche le interferenze con l'elettrodo vicino contribuiscono a rendere l'immagine imprecisa a causa dell'anomalo campo elettrico nella zona.

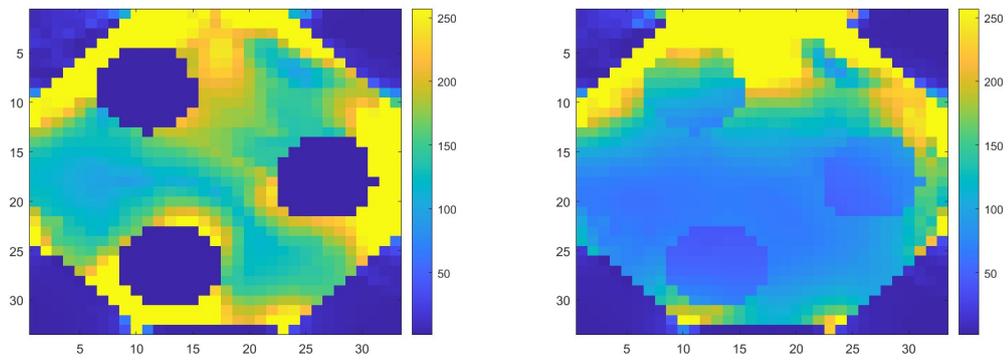


Figure 5.5: Ricostruzione dell'immagine nella configurazione con tre sfere

Capitolo 6

Conclusioni

L'obiettivo primario di questa tesi è stato quello di studiare la fattibilità dell'utilizzo della tomografia elettrica capacitiva per il monitoraggio del propellente criogenico all'interno del serbatoio di un lanciatore, applicazione che vede condizioni decisamente differenti rispetto alle applicazioni classiche di questa tecnologia. Per contestualizzare il problema che si è andato ad affrontare, è stata effettuata inizialmente un'introduzione basata su una ricerca in letteratura delle varie tecniche di tomografia utilizzate, in particolare della tomografia capacitiva che è quella esaminata più nel dettaglio, e successivamente è stato costruito il modello soggetto della simulazione. Sono stati descritti i vari tipi di ECT e i componenti che compongono un sistema di misurazione, focalizzandoci sul design dei sensori per poi affrontare il problema della capacità statica mediante i sensori differenziali, tecnologia che è stata descritta nel dettaglio e di cui sono stati analizzati i vantaggi, ma che è risultata ridondante nella trattazione poiché il problema è stato risolto semplicemente trascurando le misurazioni relative ai sensori adiacenti. Anche il principio di funzionamento di un sensore ECT è stato spiegato nel dettaglio, essendo indispensabile la sua implementazione nel modello che è stato costruito. La seconda parte della tesi si concentra sulla descrizione del caso in esame e sulla costruzione del modello semplificato sul software Ansys electronic, la cui geometria e funzionamento sono stati spiegati nel dettaglio. Dopo una panoramica sui molteplici algoritmi utilizzati per la ricostruzione di immagini nella tomografia elettrica, il linear back projection è stato scelto per via della sua semplicità e del suo basso costo computazionale, rendendolo la scelta ottimale per un'analisi qualitativa dei risultati ottenuti. Le prime simulazioni effettuate vedono una combinazione di aria e acqua per testare il corretto funzionamento dell'algoritmo, successivamente, il materiale all'interno del sensore è stato rimpiazzato con una miscela di aria e gas con bassa costante dielettrica, che va a simulare meglio il caso reale, così da capire se con permittività così basse è possibile tenere sotto controllo il contenuto

di un serbatoio in condizioni di microgravità con un sensore ECT. Dalle immagini ottenute, che sono state dettagliatamente descritte nel capitolo precedente, è evidente che l'utilizzo di questa tecnologia con costanti dielettriche così basse risulta complicato. Rilevare delle variazioni di capacità così esigue non è affatto semplice e le immagini ottenute in output sono notevolmente imprecise e di bassa qualità, non in grado, quindi, di percepire dettagli importanti sulla distribuzione del propellente. Questo rende la tomografia elettrica capacitiva una tecnologia non molto affidabile per un'applicazione del genere in cui è estremamente importante avere una mappa accurata della distribuzione dei fluidi, ed eventuali imprecisioni possono influire negativamente sull'esito della missione. Risulta quindi necessario studiare e analizzare tecnologie diverse o evoluzioni più accurate della tomografia capacitiva per raggiungere l'obiettivo.

Bibliography

- [1] Maurice S Beck et al. *Process tomography: principles, techniques and applications*. Butterworth-Heinemann, 2012 (cit. on p. 1).
- [2] Thomas Loser, Radoslaw Wajman, and Dieter Mewes. «Electrical capacitance tomography: image reconstruction along electrical field lines». In: *Measurement Science and Technology* 12.8 (2001), p. 1083 (cit. on pp. 1, 6, 23, 27, 32, 37).
- [3] Tomasz Rymarczyk and Jan Sikora. «Applying industrial tomography to control and optimization flow systems». In: *Open Physics* 16.1 (2018), pp. 332–345 (cit. on p. 1).
- [4] Fei Wang, Qussai Marashdeh, Liang-Shih Fan, and Warsito Warsito. «Electrical capacitance volume tomography: Design and applications». In: *Sensors* 10.3 (2010), pp. 1890–1917 (cit. on p. 2).
- [5] Thathathreyan Ravikumar. *Study Of fuel Distribution Inside Cryogenic Tanks Using Capacitive Tomography Techniques*. Politecnoco di Milano, 2024 (cit. on pp. 2–5, 8–10, 18, 29, 33, 34, 36, 37, 39, 41, 42).
- [6] Q Marashdeh, L-S Fan, B Du, and W Warsito. «Electrical capacitance tomography- a perspective». In: *Industrial & Engineering Chemistry Research* 47.10 (2008), pp. 3708–3719 (cit. on pp. 2, 5).
- [7] WQ Yang and TA York. «New AC-based capacitance tomography system». In: *IEE Proceedings-Science, Measurement and Technology* 146.1 (1999), pp. 47–53 (cit. on pp. 2, 21).
- [8] Damian Wanta, Oliwia Makowiecka, Waldemar T Smolik, Jacek Kryszyn, Grzegorz Domański, Mateusz Midura, and Przemysław Wróblewski. «Numerical evaluation of complex capacitance measurement using pulse excitation in electrical capacitance tomography». In: *Electronics* 11.12 (2022), p. 1864 (cit. on p. 2).

- [9] Damian Wanta, Waldemar T. Smolik, Jacek Kryszyn, Przemysław Wróblewski, and Mateusz Midura. «A Run-Time Reconfiguration Method for an FPGA-Based Electrical Capacitance Tomography System». In: *Electronics* 11.4 (2022). ISSN: 2079-9292. URL: <https://www.mdpi.com/2079-9292/11/4/545> (cit. on pp. 2, 14).
- [10] Wael Deabes, Alaa E Abdel-Hakim, Kheir Eddine Bouazza, and Hassan Althobaiti. «Adversarial resolution enhancement for electrical capacitance tomography image reconstruction». In: *Sensors* 22.9 (2022), p. 3142 (cit. on pp. 2, 6, 40).
- [11] NAA Rahman et al. «A review on electrical capacitance tomography sensor development». In: *Jurnal Teknologi* 73.3 (2015), pp. 35–41 (cit. on pp. 3, 10).
- [12] I Saied and M Meribout. «Electronic hardware design of electrical capacitance tomography systems». In: *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 374.2070 (2016), p. 20150331 (cit. on p. 5).
- [13] Wuqiang Yang. «Design of electrical capacitance tomography sensors». In: *Measurement science and technology* 21.4 (2010), p. 042001 (cit. on pp. 6–11).
- [14] Jin Zheng and Lihui Peng. «A deep learning compensated back projection for image reconstruction of electrical capacitance tomography». In: *IEEE Sensors Journal* 20.9 (2020), pp. 4879–4890 (cit. on p. 6).
- [15] Ziqiang Cui, Huaxiang Wang, and Wuliang Yin. «Electrical capacitance tomography with differential sensor». In: *IEEE Sensors Journal* 15.9 (2015), pp. 5087–5094 (cit. on pp. 11–14, 16, 17).
- [16] Ziqiang Cui, Weiyang Zhang, Yafeng Hu, and Huaxiang Wang. «Further development in differential electrical capacitance tomography». In: *IEEE Sensors Journal* 18.23 (2018), pp. 9781–9791 (cit. on pp. 11, 14–16).
- [17] WQ Yang. «Modelling of capacitance tomography sensors». In: *IEE Proceedings Science, Measurement and Technology* 144.5 (1997), pp. 203–208 (cit. on p. 11).
- [18] Qussai Marashdeh. *Advances in electrical capacitance tomography*. The Ohio State University, 2006 (cit. on pp. 23, 25, 31, 32, 44).
- [19] WQ Yang and Lihui Peng. «Image reconstruction algorithms for electrical capacitance tomography». In: *Measurement science and technology* 14.1 (2002), R1 (cit. on pp. 29–31, 33–42).
- [20] WQ Yang, DM Spink, TA York, and HJMS McCann. «An image-reconstruction algorithm based on Landweber’s iteration method for electrical-capacitance tomography». In: *Measurement Science and Technology* 10.11 (1999), p. 1065 (cit. on p. 40).

- [21] Atef Allam and Wael Deabes. «Model-based hardware-software codesign of ECT digital processing unit». In: *Modelling and Simulation in Engineering 2021* (2021), pp. 1–14 (cit. on p. 40).