

# POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in  
Ingegneria Meccanica



**Politecnico  
di Torino**

Tesi di Laurea Magistrale

## Approfondimento della normativa AGMA 945 sugli accoppiamenti scanalati e confronto con normativa DIN 5466

**Relatore**

Andrea Mura

**Candidato**

Matteo Petrini

A.A. 2023/2024

# Abstract

Nella tesi si sono analizzate alcune tra le principali documentazioni che trattano i metodi di modellazione degli accoppiamenti scanalati approfondendo le normative AGMA 945 [1], DIN 5466 [2] e il metodo di calcolo di Dudley [5] [6]. Si sono richiamate le informazioni riguardo la geometria, le condizioni di accoppiamento, le lavorazioni, i tipi di controllo e misurazioni degli accoppiamenti scanalati incentrando l'analisi sui profili ad evolvente. Si sono successivamente riportati e analizzati i metodi di valutazione delle sollecitazioni sui denti e su albero e mozzo per le normative AGMA 945 [1] e DIN 5466 [2], per poi andare a confrontare le formulazioni. Dunque, sono stati effettuati quattro esempi di calcolo delle tensioni con accoppiamenti scanalati tratti dalla normativa DIN 5480 e con ipotesi di utilizzo realistiche per applicazioni aeronautiche, ed infine di questi esempi si sono confrontati i risultati tra le due normative prese in esame.

In the following thesis, some of the main papers dealing with involute splines and their modelling methods are analysed, specifically the AGMA 945[1], DIN 5466 [2] regulations and the Dudley calculation method [5] [6]. Information regarding the geometry, spline fits, manufacturing, inspection and measurement of splined couplings are reviewed, focusing the analysis on involute profiles. Then, the methods of evaluating the stresses on the teeth and on the shaft and hub for AGMA 945 [1] and DIN 5466 [2] are reported and examined, so the formulations are compared. Therefore, four example of stresses calculations are carried out with involute splines from the DIN 5480 [4] standard and with realistic hypothesis for aeronautical applications. Finally, the results of these examples are compared between the two standards taken into consideration.

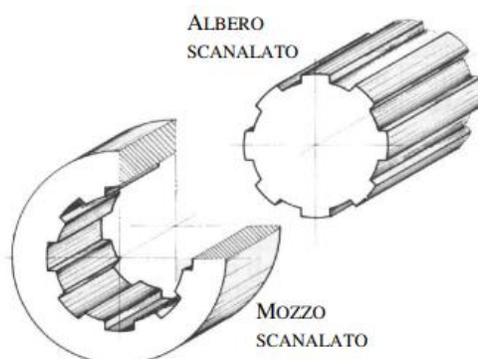
# Indice

1. INTRODUZIONE .....	5
1.1. GEOMETRIA .....	6
1.1.1. Geometria dell'estremità.....	8
1.2. MODIFICHE .....	10
1.4. DISEGNO .....	13
1.5. CONTROLLO E MISURAZIONE.....	14
1.5.1. Misurazione funzionale.....	15
1.5.2. Misurazione analitica.....	18
1.6. MATERIALI E LAVORAZIONI.....	19
1.7. TRATTAMENTI TERMICI.....	21
1.8. LUBRIFICAZIONE.....	21
2. VALUTAZIONE DELLE SOLLECITAZIONI AGMA 945 VS. DIN 5466 .....	22
2.1. LE TENSIONI VALUTATE DA AGMA 945 .....	22
2.1.1. Tensione di compressione sul dente .....	22
2.1.2. Tensione a contatto per scanalati con bombatura .....	25
2.1.3. Tensione di taglio sul dente .....	25
2.1.4. Tensione a flessione.....	26
2.1.5. Tensione circonferenziale a trazione .....	26
2.1.6. Tensione circonferenziale centrifuga.....	27
2.1.7. Tensione a trazione complessiva .....	27
2.2. LE TENSIONI VALUTATE DA DIN 5466 .....	27
2.2.1. Stati di funzionamento .....	28
2.2.2. Pressione massima sul dente.....	30
2.2.3. Tensione fondo dente.....	30
2.2.4. Tensione a torsione .....	33
2.2.5. Tensione di taglio .....	33
2.2.6. Tensione a flessione.....	33
2.2.7. Tensione assiale.....	34
2.2.8. Tensione dovuta a forze centrifughe.....	35
2.2.9. Tensione risultante su albero e mozzo.....	36
3. CONFRONTO.....	37
3.1. FORZE APPLICATE SUL DENTE.....	37
3.2. TENSIONE SUL FIANCO DEL DENTE: $S_C$ vs. $p_{max}$ .....	37

3.3.	TENSIONE A TRAZIONE COMPLESSIVA.....	38
3.4.	TENSIONE CIRCONFERENZIALE CENTRIFUGA: $S_{\omega}$ vs $\sigma_{\omega}$ .....	38
4.	ESEMPI CONSIDERATI E RISULTATI .....	39
4.1.	CASO DI STUDIO 1 .....	40
4.2.	CASO DI STUDIO 2 .....	43
4.3.	CASO DI STUDIO 3 .....	44
4.4.	CASO DI STUDIO 4 .....	45
5.	CONCLUSIONI.....	47
BIBLIOGRAFIA		

# 1. INTRODUZIONE

Gli accoppiamenti scanalati sono ampiamente utilizzati per trasmettere coppia e/o velocità rotazionale da un albero ad un altro. L'accoppiamento è effettuato tra un albero a dentatura esterna e un albero cavo a dentatura interna, detto mozzo (*figura 1*). La trasmissione del moto è assicurata dalle forze tangenziali che si scambiano le superfici laterali dei denti, i quali devono essere tali da sopportare le tensioni associate alla coppia trasmessa. Rispetto ad altri tipi di collegamenti gli accoppiamenti scanalati garantiscono una maggiore potenza trasmessa a parità di dimensioni dell'albero con un disallineamento più contenuto.



*Figura 1. Accoppiamento scanalato*

Le scanalature utilizzate in industria sono a fianchi paralleli o a profilo ad evolvente. In base all'applicazione, si possono poi distinguere due tipologie di accoppiamento scanalato: fisso e flessibile.

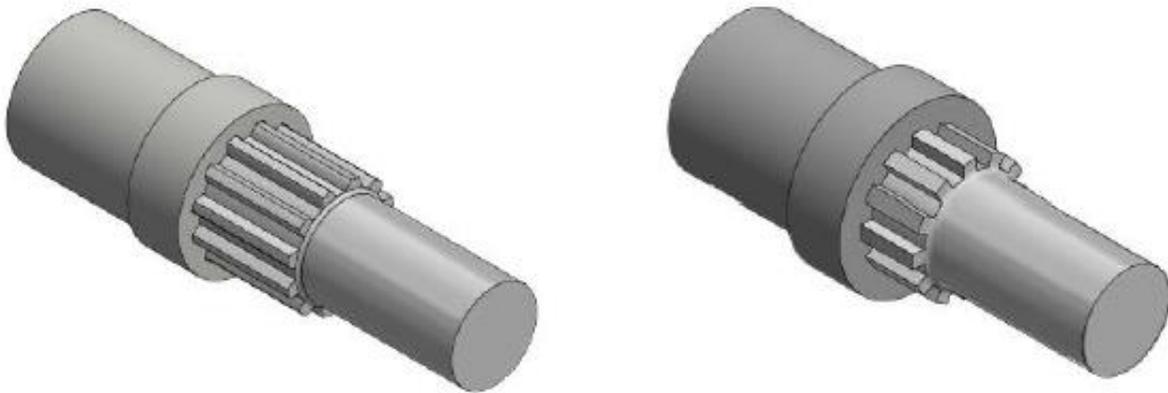
Gli accoppiamenti scanalati fissi non hanno movimento assiale (ad esempio ingranaggi, pulegge, ruote di turbine), quindi non permettono movimento relativo tra i denti interni ed esterni dell'accoppiamento. Possono avere un accoppiamento con interferenza/forzato a caldo ("shrink fit") oppure allentato/con gioco ("loosely fit"). Quando a quest'ultimi è applicata una coppia, si verifica l'autocentraggio: gli assi dei due elementi accoppiati diventano coincidenti e quindi si raggiunge la coassialità. AGMA [1] definisce gli scanalati fissi come accoppiamenti scanalati il cui allineamento radiale è mantenuto da elementi diversi dal fianco dei denti. Il fianco dei denti trasmette solamente la coppia.

Gli accoppiamenti scanalati flessibili permettono uno scivolamento assiale, vengono utilizzati principalmente nell'accoppiamento tra due alberi e non trasmettono elevata coppia rispetto agli scanalati fissi. Di solito gli assi degli elementi accoppiati si intersecano invece di essere coincidenti. La non coincidenza tra gli assi di un certo angolo, seppur basso, genera disallineamento assiale che provoca vibrazioni ad ogni rivoluzione. Sono anche definiti come accoppiamenti scanalati il cui allineamento radiale è mantenuto solo dai suoi denti (AGMA 945 [1]).

## 1.1. GEOMETRIA

Vengono prodotti scanalati con varie forme di dente, ma le più utilizzate sono a fianco parallelo o ad evolvente (*figura 2*).

Uno scanalato con denti ad evolvente trasmette più coppia a parità di dimensioni, senza quasi limitazione di velocità, ma il vero motivo del vasto uso degli scanalati ad evolvente è la possibilità di poter essere lavorati e misurati con le stesse macchine che tagliano e misurano gli ingranaggi dentati. La differenza rispetto agli ingranaggi è che i denti degli scanalati non hanno un'azione di scorrimento, ma tutti i denti sono a contatto simultaneamente, ciò permette una buona ripartizione del carico.



*Figura 2. Alberi scanalati con dentatura ad evolvente e parallela*

Di queste tipologie, le caratteristiche fondamentali sono il numero di denti, diametro primitivo per dentatura ad evolvente oppure medio per dentatura parallela, passo o modulo, diametro di testa, diametro di base, larghezza del dente (“face width”), spessore frontale del dente (“tooth thickness”), spazio tra i denti (“space width”), gioco circonferenziale (“backlash”), raccordo sul fondo. In *figura 3* sono riportate alcune di queste caratteristiche.

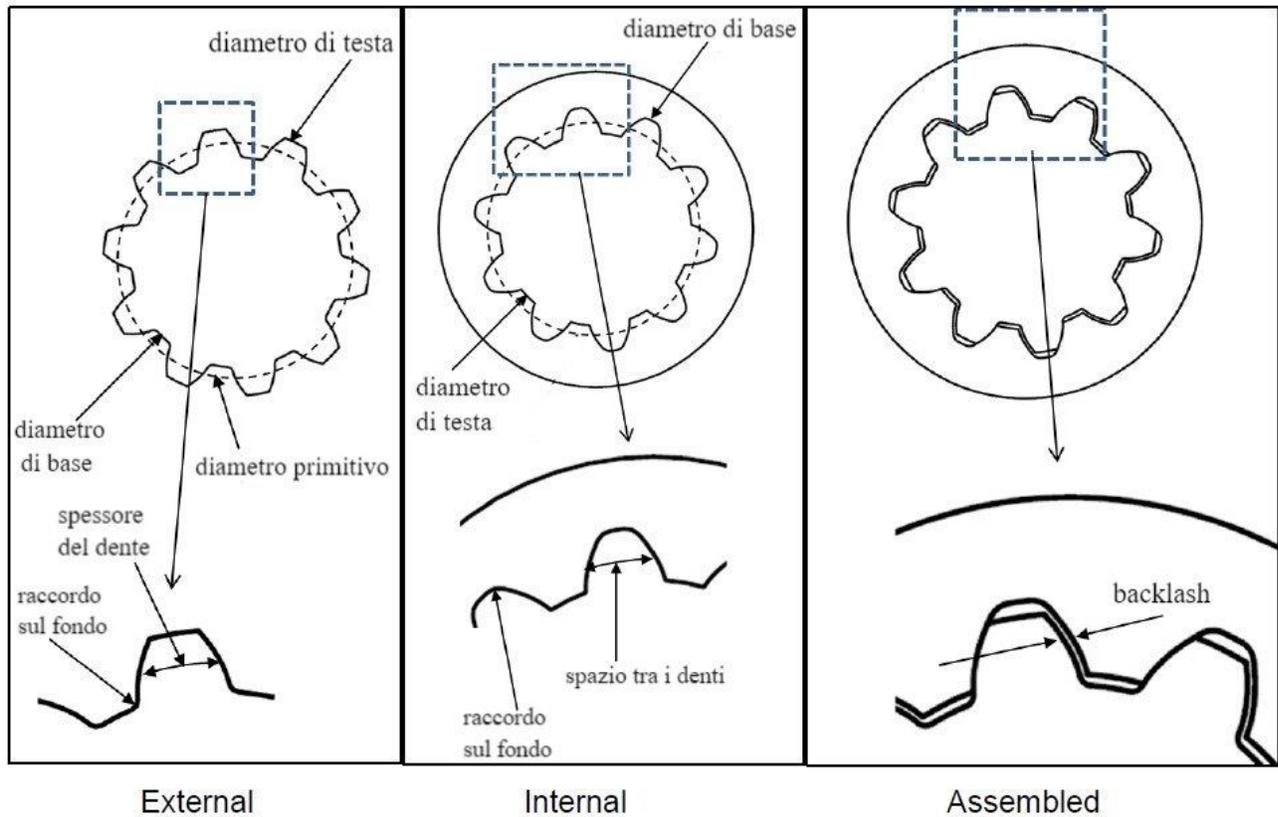


Figura 3. Sezione di albero scanalato, mozzo scanalato e albero-mozzo accoppiati

Il gioco tra le dentature dell'albero e del mozzo ha un ruolo fondamentale nel centraggio, è opportuno distinguere il gioco circonferenziale ("backlash") dal gioco radiale ("clearance", vedi figura 4).

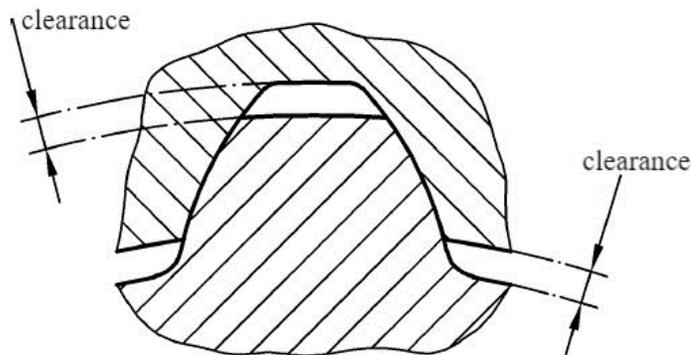


Figura 4. Gioco radiale di un accoppiamento scanalato

Per determinare la dimensione dei denti è necessario conoscere il passo diametrale (calcolato come numero di denti su diametro in pollici) oppure il modulo “m”, che è calcolato come il diametro primitivo in millimetri fratto il numero di denti.

Un altro parametro fondamentale è l’angolo di pressione  $\alpha$  (figura 5). Per gli accoppiamenti ad evolvente è definito dall’intersezione tra la retta di pressione e il diametro primitivo. Per gli accoppiamenti a dente dritto è utilizzato l’angolo di pressione effettivo dipendente dallo spessore frontale del dente e dal diametro medio. La scelta dell’angolo di pressione influenza la coppia di chiusura e la tensione circonferenziale.

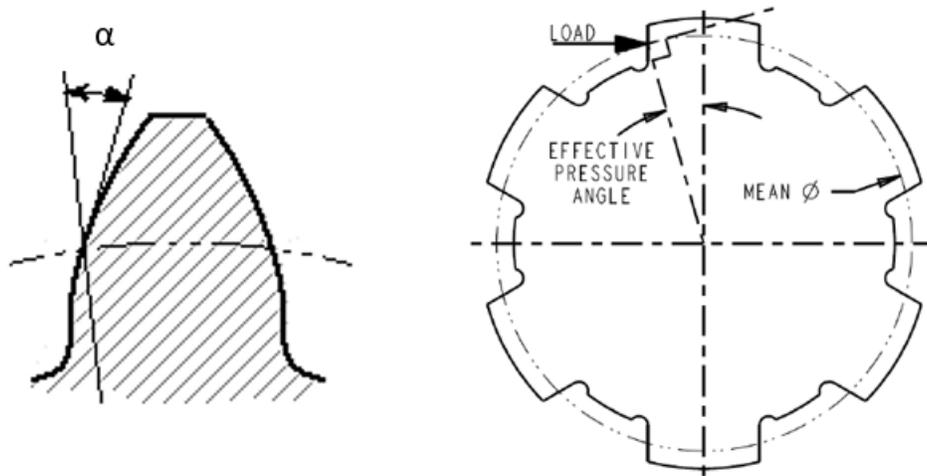


Figura 5. Angolo di pressione per dente ad evolvente e dente dritto

### 1.1.1. Geometria dell’estremità

Il tipo di estremità della scanalatura dipende dal tipo di lavorazione per formare la dentatura, ma si possono effettuare correzioni per migliorare le caratteristiche dell’accoppiamento.

Se la dentatura è stata lavorata attraverso una rullatura a freddo bisogna prevedere una zona di “sfogo” alla fine della scanalatura tale da evitare il contatto tra il pezzo e l’utensile (figura 6).

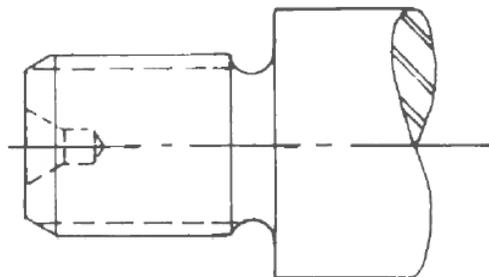


Figura 6. Albero scanalato con sottosquadro

Per profili scanalati con diametro alla base del dente più piccolo del diametro del grezzo, si genera una zona di denti parzialmente formati, tale zona è detta “runout zone” o “washout zone” (figura 7).

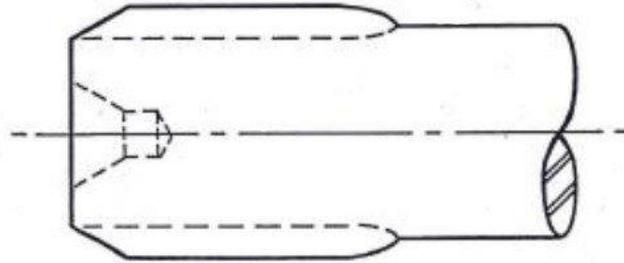


Figura 7. Albero scanalato con zona di runout

Inoltre, il flusso di materiale genera una geometria anomala del dente (“falloff”) che all’estremità avrà un diametro di testa minore e una larghezza maggiore rispetto alla zona centrale che potrebbe non essere dentro gli standard del disegno (vedi figura 8).

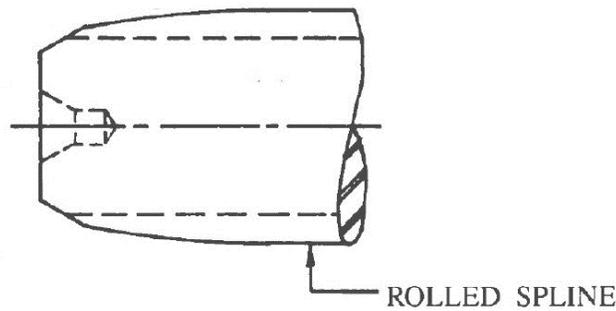


Figura 8. Estremità di albero scanalato con falloff

Una lavorazione di taglio richiede una sezione di “runout”, quindi bisogna considerare una lunghezza di taglio maggiore rispetto alla lunghezza attiva della scanalatura. Per la dentatura interna in particolare bisogna prevedere un gioco che permetta al truciolo generato di fuoriuscire alla fine della scanalatura. In figura 9 si può confrontare un albero scanalato lavorato attraverso un processo di rullatura e uno tagliato.

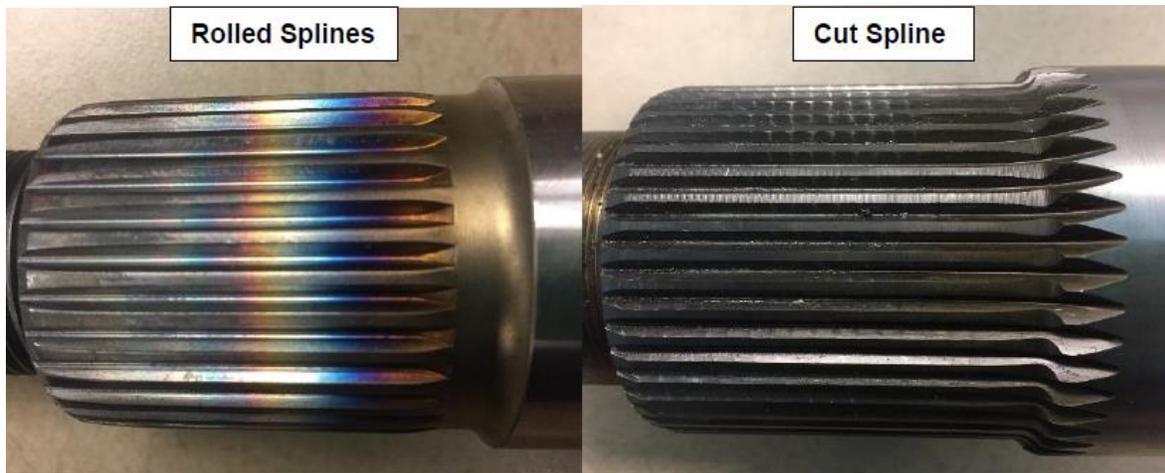


Figura 9a. Albero scanalato rullato. Figura 9b albero scanalato tagliato

Per facilitare l'accoppiamento è necessario prevedere uno smusso dell'estremità della scanalatura. Un'altra possibile correzione alla geometria dell'estremità della scanalatura è lo smusso del fianco della dentatura in prossimità della fine della scanalatura per evitare sovraccarichi di tensione in questa zona.

## 1.2. MODIFICHE

Esistono poi variazioni di geometria per facilitare l'accoppiamento o per migliorare le prestazioni. Tra le più importanti vi sono:

- la bombatura ("crowning") per compensare disallineamento o distorsioni a causa del carico. La bombatura assicura maggiore superficie di contatto evitando concentrazioni di pressioni in un'area ridotta.
- la rastrematura dei denti per consentire una chiusura o quando è applicata un carico torcente
- uno smusso alla testa del dente ("tip chamfer") per evitare una concentrazione di tensione e per evitare il contatto con il raggio alla radice della dentatura interna accoppiata
- un'elica di angolo minore di  $1^\circ$  per uno delle due scanalature accoppiate per evitare gioco radiale ("backlash")
- un dente mancante per garantire il flusso di lubrificante o un percorso di drenaggio per determinate applicazioni.

Altre modifiche possono essere effettuate allo spessore del dente, alla radice di denti ("flat or fillet root").

## 1.3. CONDIZIONI DI ACCOPPIAMENTO ("SPLINE FITS")

I profili scalati si possono distinguere anche dal tipo di centraggio, ad esempio in *figura 10* sono rappresentati due modalità di centraggio per scanalati a dente dritto.

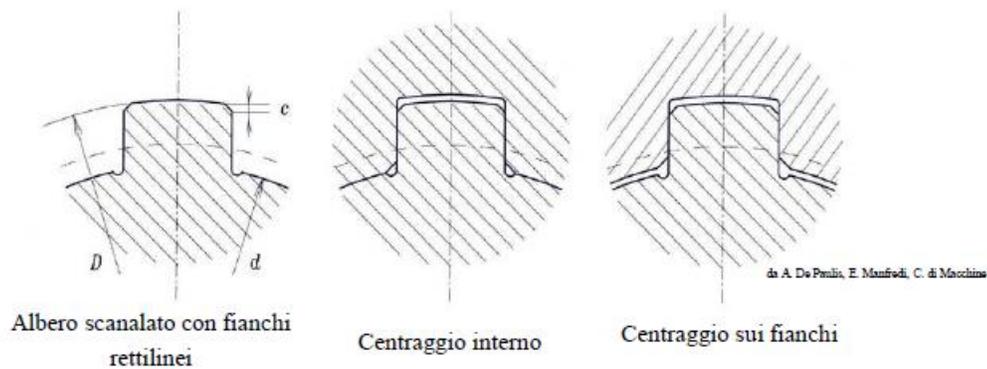


Figura 10. Tipi di centraggio per profili scanalati a dente dritto

Con il termine “fit” ci si riferisce sia alla caratteristica che controlla la posizione sia al tipo di accoppiamento (con gioco o interferenza).

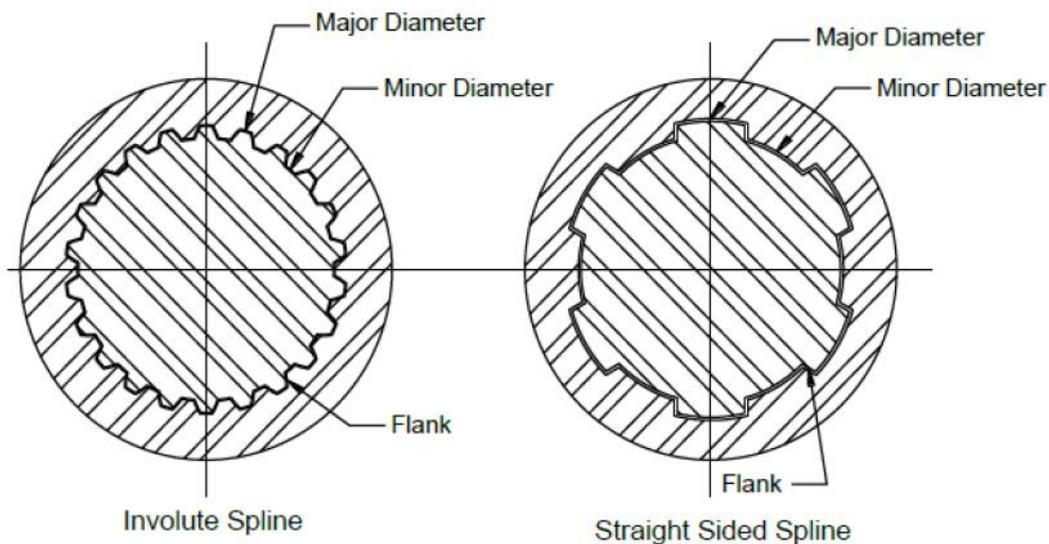
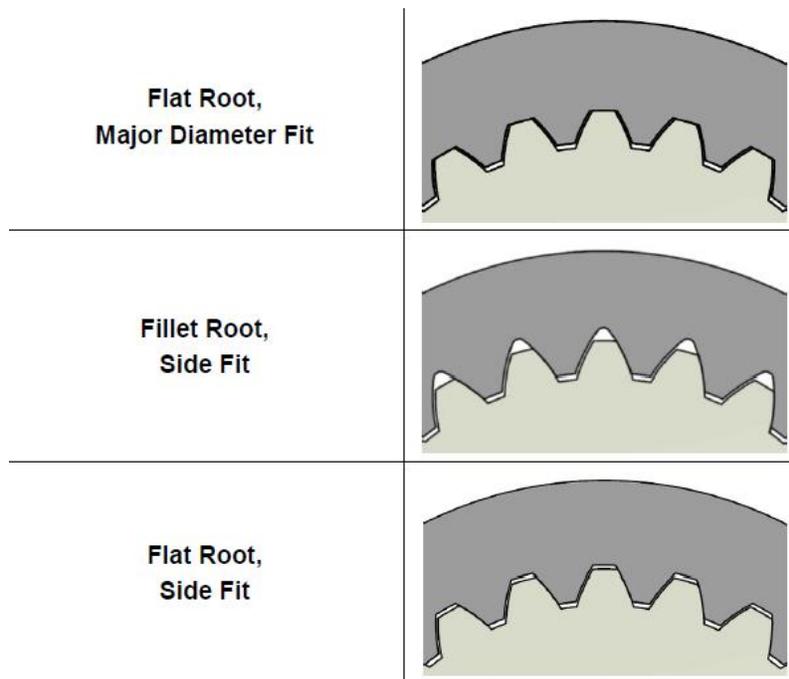


Figura 11. Features che possono andare a contatto nell'accoppiamento scanalato

In base all'elemento (“feature”, evidenziate in *figura 11*) del dente che va a contatto e funge da elemento pilotante del moto, gli accoppiamenti scanalati ad evolvente si definiscono:

- “side fit”, se il fianco del dente è l'unica superficie a contatto. In questa condizione il fianco del dente è usato allo stesso tempo per tramettere la forza e per il centraggio.
- “major/minor diameter fit”, se la testa del dente tocca la radice dell'altro accoppiamento. Qui il fianco del dente agisce da guida.

- “Combined interference fit”, se l’interferenza è al fianco e al diametro maggiore/minore. In questi casi la dentatura dell’albero ha una piccola elica per garantire interferenza ai fianchi. Questa condizione garantisce massima resistenza al movimento in presenza di un carico combinato.



*Figura 12. Tre tipologie di accoppiamento*

Vi sono poi altre tipologie di accoppiamenti come le “sliding fit” (usate quando è richiesto movimento assiale) e gli accoppiamenti pilotati da un diametro assialmente al di fuori dell’accoppiamento stesso.

Si distingue poi il tipo di contatto tra appoggio stretto (“loose fit” o “free fit”), appoggio medio (“transition fit”) o appoggio ampio (“intererance fit”).

In generale con “loose fit splines” ci si riferisce ad un accoppiamento con abbastanza gioco da permettere un facile assemblaggio e disassemblaggio, sono anche definiti come “flexible fit” senza interferenza ai fianchi. Permettono piccoli spostamenti, ma non sono progettate per dare disallineamento o movimento assiale (da non confondere con le “flexible spline”). Il centraggio è dato grazie alla forza normale tra ogni coppia di denti (se dentatura ad evolvente). Tuttavia, quando la coppia diminuisce o cambia verso, l’accoppiamento può muoversi a causa del “backlash”; può muoversi assialmente in assenza di altri vincoli e radialmente se altre forze sono superiori alla forza di centraggio.

Ci si riferisce a “transition fits” o “interference fits” quando l’accoppiamento ha gioco ridotto o negativo per uno o più “features” del dente. Può essere utile per ridurre l’effetto negativo del “backlash”,

migliorare il pilotaggio e la velocità di reazione alla coppia di carico, pur mantenendo una buona lubrificazione. Questi accoppiamenti sono assemblati con una pressa o forzati a caldo.

Gli accoppiamenti scanalati a dente dritto possono avere solo accoppiamenti di tipo “side fit” oppure “minor diameter fit”. I “side fit” avranno forza di centraggio inferiore rispetto agli scanalati con dentatura ad evolvente a causa del minore angolo di pressione effettivo.

#### 1.4. DISEGNO

Il disegno deve fornire le caratteristiche dell'accoppiamento scanalato in modo dettagliato per una corretta realizzazione e ispezione, ogni aspetto critico deve essere presente nel disegno.

Per accoppiamenti scanalati ad evolvente standard non critici, AGMA [1] indica le minime informazioni da fornire (*figura 13*). Tali informazioni possono essere confrontate con i dati geometrici necessari secondo la normativa DIN 5480, di cui si riporta un esempio di “data field” in un disegno (*figura 14*).

External Involute Spline Data		Internal Involute Spline Data	
Fit type	{root type} {fit type}	Fit type	{root type} {fit type}
Number of teeth, $z$	Xx	Number of teeth, $z$	Xx
Module, $m$	xx	Module, $m$	xx
Pressure Angle, $\alpha$	xx°	Pressure Angle, $\alpha$	xx°
Base Diameter	x.xxxx REF	Base Diameter	x.xxxx REF
Pitch Diameter, $d$	x.xxxx REF	Pitch Diameter, $d$	x.xxxx REF
Major Diameter, $d_{ee}$	x.xxxx/x.xxxx	Major Diameter, $d_{ei}$	x.xxxx maximum
Form Diameter	x.xxxx	Form Diameter	x.xxxx
Minor Diameter, $d_{ie}$	x.xxxx minimum	Minor Diameter, $d_{ii}$	x.xxxx/x.xxxx
Circular Tooth Thickness, $s$		Circular Space Width, $e$	
Maximum Effective	x.xxxx	Maximum Actual	x.xxxx
Minimum Actual	x.xxxx	Minimum Effective	x.xxxx
Minimum measurement over pins	x.xxxx REF	Maximum measurement between pins	x.xxxx REF
Pin diameter, $d_{Re}$	x.xxxx	Pin diameter, $d_{Ri}$	x.xxxx

*Figura 13. Specifica tecnica poco dettagliata*

Hub DIN 5480 – N120 × 3 × 38 × 9H			Shaft DIN 5480 – W120 × 3 × 38 × 8f		
Number of teeth	$z$	38	Number of teeth	$z$	38
Module	$m$	3	Module	$m$	3
Pressure angle	$\alpha$	30°	Pressure angle	$\alpha$	30°
Root diameter	$d_{f2}$	120 + 0,76	Tip circle diameter	$d_{a1}$	119,40 h11
Root form circle diameter	$d_{FF2}$	119,49 min.	Root form circle diameter	$d_{FF1}$	113,91 max.
Tip circle diameter	$d_{a2}$	114 H11	Root circle diameter, cold-rolled	$d_{f1}$	113,4 – 1,74
Actual maximum space width	$e_{max}$	6,361	Max. effective tooth thickness	$s_{vmax}$	6,243
Actual minimum reference space width	$e_{min}$	6,305	Actual maximum reference tooth thickness	$s_{max}$	6,220
Minimum effective space width	$e_{vmin}$	6,271	Actual minimum tooth thickness	$s_{min}$	6,180
Measuring circle diameter	$D_M$	5,250	Measuring circle diameter	$D_M$	6,000
Max. dist. betw. measuring circles	$M_{2max}$	109,266	Max. ref. dimension over measuring circles	$M_{1max}$ Ref.	(126,017)
Min ref. dist. betw. measuring circles	$M_{2min}$ Ref.	(109,169)	Min. dimension over measuring circles	$M_{1min}$	125,956

Figura 14. Esempio di “data field” in un disegno

Per gli elementi più complessi o critici possono essere necessarie informazioni aggiuntive, quali controlli con elementi passa-non passa o altri controlli specifici. Inoltre, devono essere indicati il processo di produzione e le tolleranze degli elementi a contatto.

Per accoppiamenti scanalati a dente dritto devono essere inclusi nel disegno il numero di denti, il diametro maggiore, il diametro minore, lo spazio tra i denti (per il mozzo) o lo spessore dei denti (per l'albero). Inoltre, è suggerito l'indicazione delle tolleranze geometriche per il centraggio e per controllare la posizione radiale dei denti.

## 1.5. CONTROLLO E MISURAZIONE

Al fine di garantire l'assemblaggio devono essere rispettate le seguenti condizioni:

- la dimensione di ogni dente deve essere minore della dimensione dello spazio a cui è accoppiato
- ogni dente non deve possedere errori di forma che causano un incremento di ogni sua porzione oltre allo spazio disponibile
- ogni dente/spazio deve essere nella corretta posizione angolare

- le “spline” devono essere coassiali

Quindi i valori da confrontare sono lo spazio tra i denti effettivo minimo del mozzo e lo spessore del dente effettivo massimo dell'albero. Errori positivi causano un mancato assemblaggio, mentre errori negativi riducono la superficie a contatto che provoca un aumento delle tensioni superficiali localizzate.

Il controllo degli accoppiamenti scanalati si svolge su tre caratteristiche qualitative: dimensione, posizione e forma. Questi tre fattori influiscono sull'assemblaggio dell'accoppiamento. Si distinguono due metodi di misurazione: funzionale e analitica.

### 1.5.1. Misurazione funzionale

La misurazione funzionale controlla la forma e il tipo di accoppiamento del componente in un modo simile rispetto al suo uso. Si usano strumenti passa e non-passa che determinano se un componente è accettabile, ma non indica quale attributo è fuori limite. La misurazione analitica, quindi, serve a conoscere quale attributo è fuori limite. I tre elementi più importanti da controllare sono il minimo e massimo spazio tra i denti effettivo (“effective space width”), il massimo spazio tra i denti reale (“max actual space width”) per il mozzo; il massimo e minimo spessore del dente effettivo (“effective tooth thickness”), il massimo spessore del dente reale (“max actual tooth thickness”) per l'albero. In *figura 15* sono indicate queste caratteristiche.

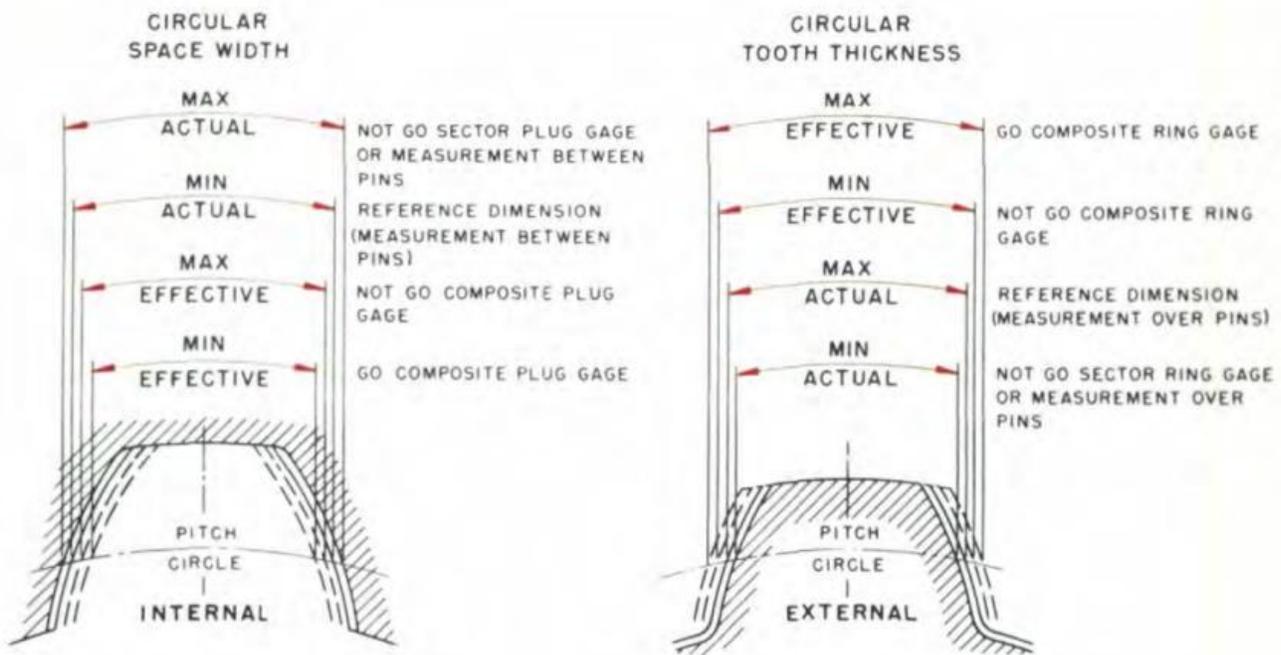


Figura 15a. Dente di mozzo con space width. Figura 15b. Dente di albero con tooth thickness

Lo spessore del dente effettivo è dato dallo spessore del dente reale al diametro primitivo sommato allo scostamento elementare chiamato  $\lambda$ . La tolleranza totale, quindi, è la somma della tolleranza di macchina e la tolleranza dello scostamento. Tale scostamento  $\lambda$  è dovuto a errori di indice, passo e profilo (vedi figura 16).

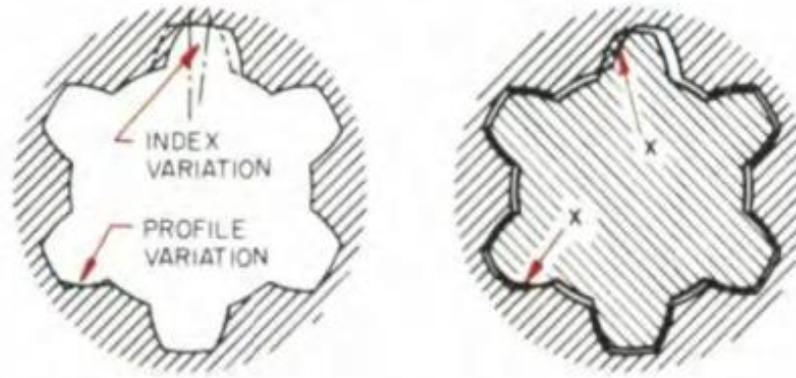


Figura 12. Errori di indice e di profilo

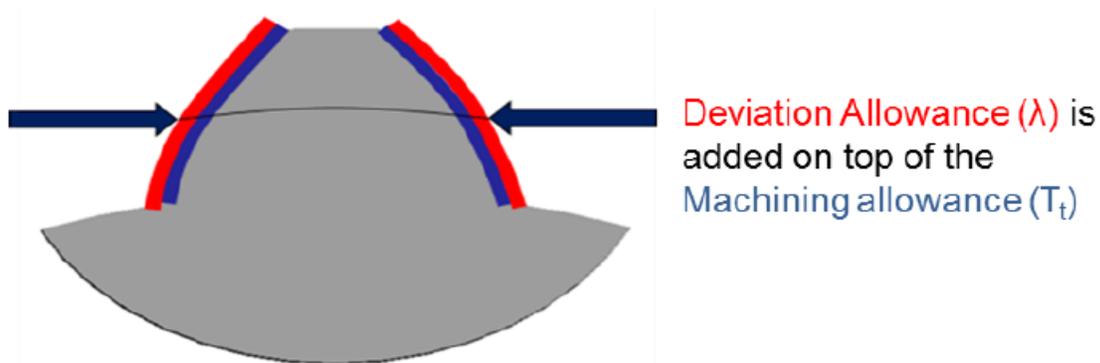


Figure 33 – Effective vs. actual tooth thickness

Source: Slone Gear

Figura 13. Effective vs actual tooth thickness

Uno dei metodi più utilizzati per determinare la dimensione reale del dente è la misurazione attraverso perni o sfere. Questi strumenti hanno un diametro predeterminato tale che vada a contatto con il fianco ad evolvente nella zona intermedia del profilo, in corrispondenza del diametro primitivo. In figura 18 è riportata una rappresentazione della misurazione per dentatura con numero di denti pari.

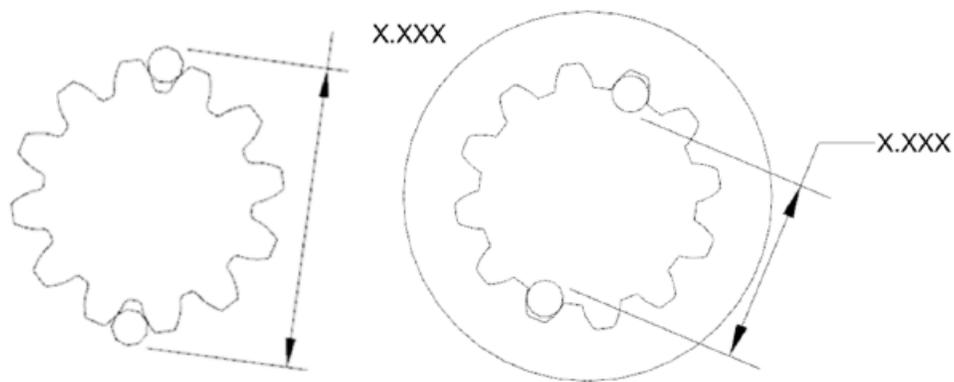


Figura 18: misurazione over/under balls/pins per un numero pari di denti

Il “runout” (ovvero lo scostamento dell’asse dalla sua sede iniziale o errore di rotazione) e la concentricità può essere misurata attraverso una spina o anello di concentricità (“concentricity plug or ring”).

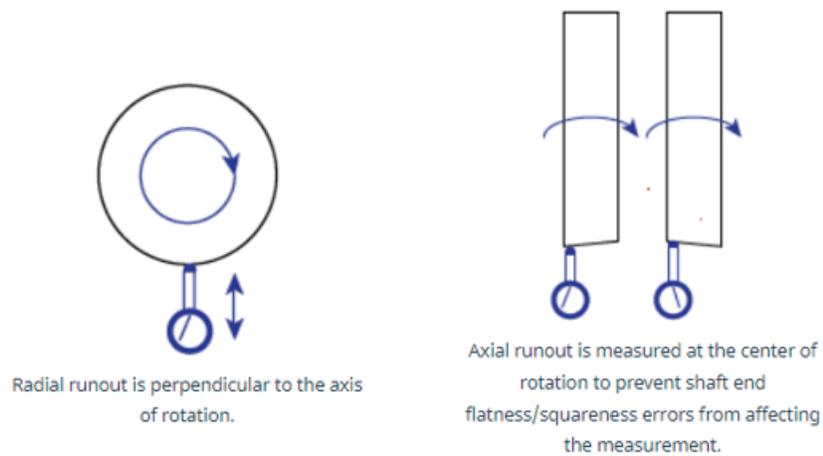


Figura 19a. Radial runout. Figura 19b. Axial runout

Un altro metodo comune ed efficace per la misurazione degli accoppiamenti scanalati sono i misuratori passa non-passa. In particolare, si usano “plug gages” per il mozzo (figura 20) e “ring gages” per l’albero.



*Figura 20. Plug gage passa-non passa*

Per determinare quanto si discosta lo spessore del dente/spazio tra i denti reale ed effettivo dalla misura di obiettivo vengono utilizzati “variable spline gaging”, che offrono quindi un approccio di misurazione alternativo a quella con perni o sfere.

### 1.5.2. Misurazione analitica

La misurazione analitica è la decomposizione elementare degli errori che influiscono sull’assemblaggio. Non sempre è sufficiente che la misurazione dei denti ottenuta attraverso perni o sfere sia entro i limiti affinché ci sia un corretto assemblaggio. Ciò è dovuto agli errori di forma (indice, passo, profilo), è necessario quantificare l’entità dell’errore al fine di intervenire tempestivamente alla causa e correggere il processo di produzione.

Vengono redatti quindi dei report di ispezione degli elementi (esempio in *figura 21*). Un profilo ad evolvente è rappresentato come una linea retta e le variazioni da profilo richiesto sono rappresentate come variazioni rispetto la linea retta.

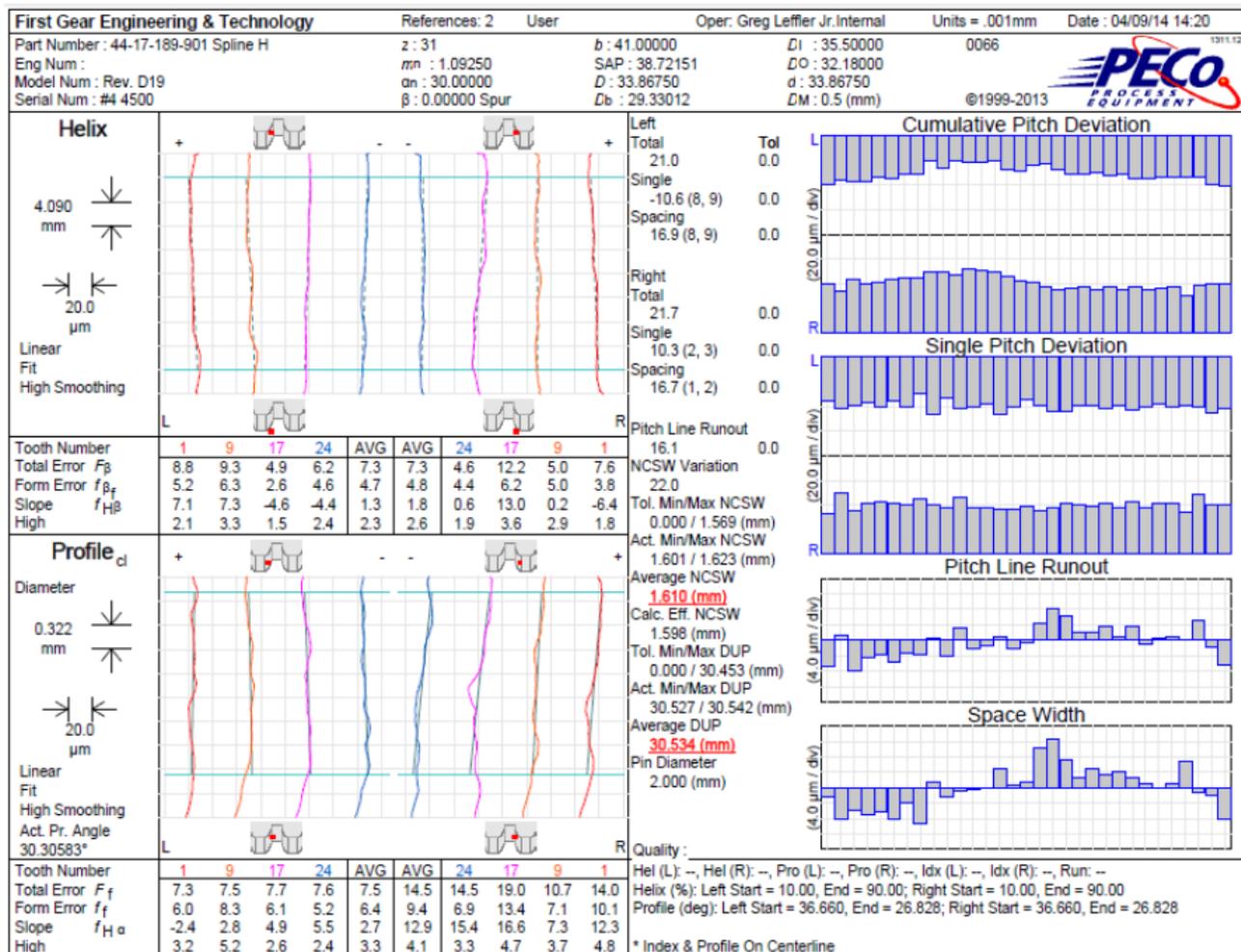


Figura 21. Esempio di report di ispezione analitica degli elementi

Gli attributi considerati sono:

- $F_{\alpha}$  = “total profile deviation”. Deviazione del profilo a partire dal “form diameter” fino al diametro superiore per l'albero, dal “form diameter” al diametro inferiore per il mozzo.
- $F_{\beta}$  = “total cumulative pitch deviation”. Il “pitch deviation” è la deviazione dello spaziamento dei denti dal valore teorico. La deviazione totale è la somma delle due deviazioni più grandi di segno opposto in valore assoluto.
- $F_{\beta}$  = “total helix deviation”. È la somma delle deviazioni positive e negative più grandi in valore assoluto delle superfici del fianco rispetto alla superficie teorica.

## 1.6. MATERIALI E LAVORAZIONI

I materiali trattati da AGMA [1] sono acciaio, ghisa e metalli con polveri di acciaio (“steel powdered metal”). I processi di formazione degli scanalati dipendono dal tipo di materiale e dalla sua durezza. Gli acciai dolci sono tra questi i più flessibili quindi possono essere formati da qualsiasi processo di formazione. Gli acciai ad elevata durezza sono i meno flessibili, quindi hanno bassa abilità ad essere

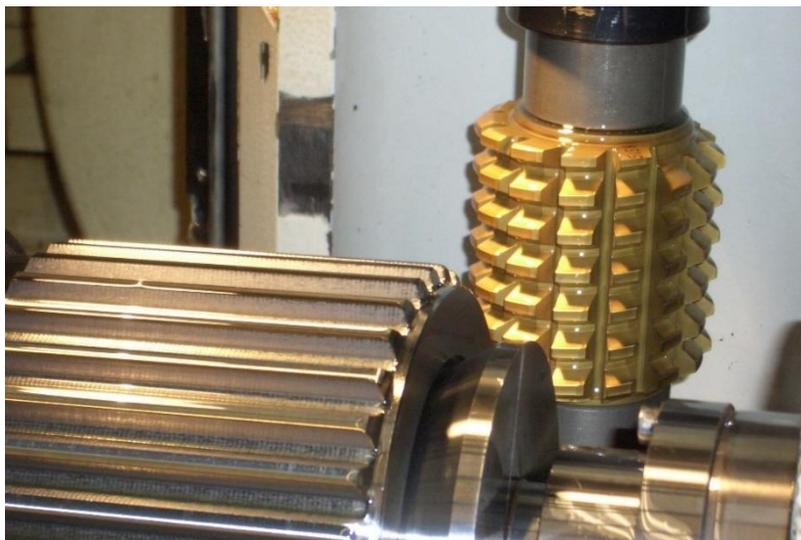
lavorati a freddo e dovranno esser lavorati con processi di taglio. Quest'ultimi causano una vita breve dell'utensile di taglio o di sagomatura.

Altri materiali non trattati ma usati in industria per le spline sono alluminio, magnesio, titanio, plastiche e metalli con poveri diverse da acciaio.

AGMA [1] distingue processi che usano un'azione generatrice e quelli che non la usano. Nei processi che usano un'azione generatrice l'utensile interagisce con il pezzo lavorato formando porzioni di dente in modo incrementale. Invece, nei processi che non usano un'azione generatrice i denti sono formati individualmente dall'utensile, che è il complemento del dente.

I processi di formazione con azione generatrice più usati per i materiali trattati sono:

- “hobbing”: processo di taglio usato per dentature esterne di ogni tipo di materiale. Genera una forma trocoidale alla radice del dente
- “shaping”: processo di taglio per dentature esterne e interne. Per dentatura interne ha bisogno di una zona di “over travel” assiale
- “rolling” (laminazione): laminazione tra due rastrelliere o tra rulli per dentature esterne ad evolvente e per acciai dolci o moderatamente duri. È un processo di formazione a freddo che spinge al di sotto del diametro di formazione il dedendum mentre il materiale fluisce negli spazi dell'utensile a formare l'addendum. Questo processo può generare errori di forma a causa del processo di rollaggio e delle distorsioni dovute trattamenti termici
- “grinding” (rettifica): per ogni tipo di materiale indurito. Viene usato un'utensile filettato che ruota (“threaded wheel grinding”) che effettua più passaggi ad ogni fianco. Questa lavorazione ha bisogno di una zona per permettere l'entrata e uscita dell'utensile. Può essere usato come processo secondario per generare bombatura, conicità o cambiare geometria dopo la tempra
- “hard hobbing” (“skiving”): usato per finire una spline grezza dopo la tempra. Processo in grado di rimuovere molto materiale per scanalati di grosse dimensioni
- “hard shaping”: usato per finire lo scanalato dopo la tempra.



*Figura 22. Processo di taglio, “hobbing”.*

Tra i processi che non usano un'azione generatrice vi sono:

- “milling” (fresatura): processo di taglio che taglia un dente alla volta, quindi lavora su bassi volumi. Per scanalati piccoli l'utensile può avere la forma completa degli spazi tra i denti e agire in un solo passaggio. Ha bisogno di zona di “over travel”
- “grinding” (rettifica): l'utensile può essere a singolo disco per volumi bassi o con forma intera dello spazio tra i denti. Quello a disco singolo è più preciso, ma il pezzo ha bisogno di zona per permettere alla ruota di entrare e uscire. È usato anche come processo secondario per generare bombatura, conicità o cambiare geometria dopo la tempra
- “stick/pot broaching” (brocciatura): è usata per dentatura interna (“stick”) o esterna (“pot”) per tutti i materiali, ma per i più duri come processo secondario per rifinire. È un processo di taglio che forma tutti i denti insieme. La scanalatura deve essere il componente più piccola del pezzo lavorato (per il mozzo) oppure a diametro maggiore (per l'albero)
- “cold forming” (formatura a freddo): per acciaio dolce. Crea la dentatura in una singola operazione
- “compacting and sintering powdered metal splines” (compattazione e sinterizzazione dei metalli in polvere): è il processo usato per formare ogni tipo di scanalato a struttura a rete con metalli in polvere. Successivamente il pezzo può essere forgiato, rullato, o modellato per aumentare la densità dell'area del dente e modificare la geometria.

## 1.7. TRATTAMENTI TERMICI

Gli acciai vengono sottoposti a trattamenti termici per migliorare la microstruttura, la tenacità, la resistenza alle sollecitazioni e all'usura.

I trattamenti possono essere effettuati prima del processo di formatura della dentatura, in tal caso i processi saranno di normalizzazione o di tempra e rinvenimento. La normalizzazione è preferita per successive lavorazioni a freddo, mentre la tempra e il rinvenimento permettono di evitare trattamenti termici successivi alla lavorazione che potrebbero generare distorsioni.

Tra i trattamenti termici tipici post-lavorazione vi sono il processo di carburazione, tempra e rinvenimento, tempra ad induzione e nitrurazione. Essi permettono di aumentare la durezza e la resistenza ad usura, ma potrebbero provocare distorsioni geometriche da tenere in considerazione.

In base alla specifica applicazione dell'accoppiamento scanalato, sono previsti una varietà di rivestimenti per ridurre la frizione, l'usura e per evitare la corrosione. Inoltre, per migliorare la fatica a flessione e la finitura superficiale si può operare con un processo di pallinatura.

## 1.8. LUBRIFICAZIONE

Spesso la lubrificazione degli accoppiamenti è dipendente dai componenti adiacenti che compongono il sistema; quindi, è necessario scegliere una tipologia di lubrificazione che sia ottimale per l'intero sistema. La scelta del tipo di lubrificante e del tipo di sistema di lubrificazione è legata all'applicazione dell'accoppiamento scanalato (fisso o flessibile), dalla velocità, dal carico, dal materiale, dall'ambiente

in cui viene utilizzato. In generale la lubrificazione negli scanalati ha la funzione di ridurre la frizione, raffreddare, ridurre l'usura, rimozione detriti, controllare l'erosione e proteggere dalla corrosione.

## 2. VALUTAZIONE DELLE SOLLECITAZIONI AGMA 945 VS. DIN 5466

AGMA 945 [1] suddivide le tensioni che agiscono sull'accoppiamento scanalato in tensioni di compressione, taglio e flessione. A queste si aggiunge, solo per il mozzo, una valutazione della tensione di rottura che tiene conto della flessione, della torsione e dalla tensione generata dalla forza centrifuga. Ogni calcolo è accompagnato da opportuni fattori che tengano conto di carichi non uniformi, in particolare dovuti al disallineamento, al tipo applicazione, alla distribuzione del carico non omogenei. Inoltre, vi sono fattori per generalizzare il calcolo ad ogni tipo di materiale e ad ogni tipo di applicazione industriale. Per le tensioni ammissibili vengono considerati ulteriori fattori, tra cui il fattore di fatica ad usura  $L_w$  dovuto al moto di scorrimento ("sliding motion") e il fattore di fatica per flessione  $L_f$ .

Seguendo le indicazioni della normativa DIN 5466 [2], è possibile valutare la pressione sui fianchi dei denti e le sollecitazioni sull'albero e sul mozzo. In particolare, valuta le componenti di tensione dovute alla forza assiale, di taglio, alla flessione, alla torsione e alla forza centrifuga (solo per il mozzo).

Tra le caratteristiche che influenzano il calcolo delle tensioni, vi è il disallineamento che può essere:

- angolare: gli assi di albero e mozzo sono tra loro incidenti (quindi non paralleli). Esso genera una concentrazione delle tensioni agli estremi dell'accoppiamento, inoltre può provocare uno scivolamento dei denti e quindi maggiore usura.
- errore di parallasse ("offset"). Provoca un moto di scivolamento tra i denti e usura.

Il disallineamento genera forze inaspettate a causa della frizione tra i denti e il moto richiesto per bilanciare il disallineamento quando l'accoppiamento ruota. Queste forze sono proporzionali alla coppia e al coefficiente di frizione. Inoltre, bisogna considerare che si tratta di forze cicliche che possono diventare un'importante fonte di vibrazioni in accoppiamenti con molto disallineamento [ANSI-AGMA 6123-A8 [3]]

### 2.1. LE TENSIONI VALUTATE DA AGMA 945

#### 2.1.1. Tensione di compressione sul dente

La tensione di compressione sul dente per ambedue le normative è una semplice calcolo della forza tangenziale che agisce sull'area di contatto radiale proiettata sul piano normale alla forza, a questo calcolo vanno ovviamente moltiplicati i dovuti fattori. AGMA [1] usa:

$$S_c = \frac{FK_m}{bh}$$

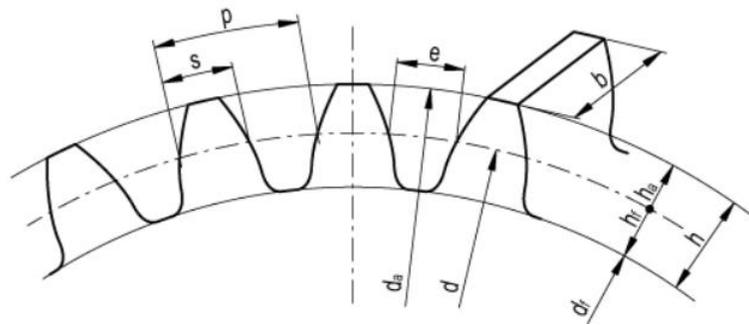


Figura 23. Profilo del dente

con  $S_c$  = tensione di compressione [MPa];

$K_m$  = fattore di distribuzione del carico;

$b$  = larghezza di fascia [mm];

$h$  = area di contatto radiale [mm];

$F$  = forza tangenziale sul fianco del dente [N] (figura 24) calcolata come:

$$F = \frac{2000T}{dz}$$

con  $T$  = coppia [Nm];

$d$  = diametro primitivo [mm];

$z$  = numero di denti.

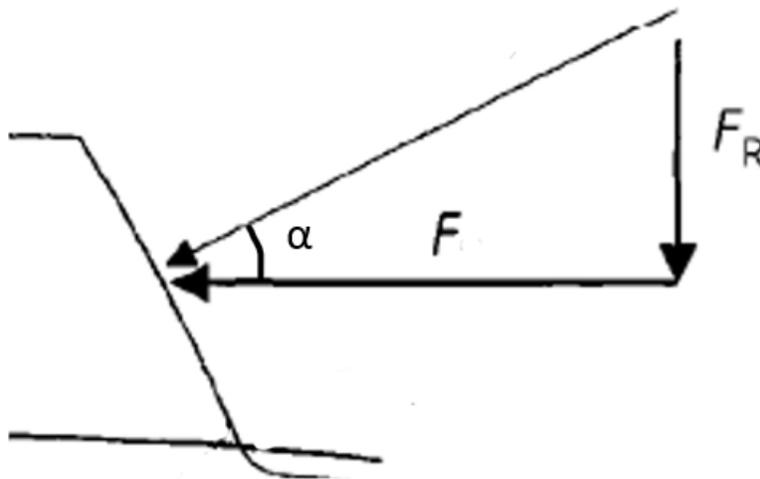


Figura 24. Forze che agiscono sul fianco del dente

La tensione  $S_c$  deve essere confrontata con la tensione ammissibile  $S_{ac}$  con l'aggiunta del fattore di applicazione  $K_a$ , il fattore di vita a fatica  $L_f$  e il fattore di fatica ad usura  $L_w$ . Dudley [5] utilizza le tensioni ammissibili riassunte in *tabella 1* per scanalati in acciaio.

- Per accoppiamenti fissi:

$$S_{ac} \geq \frac{FK_m K_a}{bhL_w}$$

- Per accoppiamenti flessibili:

$$S_{ac} \geq \frac{FK_m K_a}{bhL_f}$$

con  $S_{ac}$  = tensione ammissibile di compressione [MPa];

AGMA [1], tuttavia, specifica che il fattore  $L_f$  si basa sui cicli di carico, mentre il fattore  $L_w$  considera il numero di rivoluzioni che un accoppiamento scanalato flessibile esegue, che genera sfregamento. Risulta chiaro che il fattore a fatica  $L_f$  vada utilizzato per scanalati fissi, mentre  $L_w$  per flessibili; perciò in maniera opposta rispetto le ultime due formule riportate.

Material	Straight flexible		Straight fixed		Crowned	
	Compressive max allowable stress – straight spline (MPa)	Compressive max allowable (% of Su)	Compressive max allowable stress – straight spline (MPa)	Compressive max allowable (% of Su)	Compressive max allowable stress – crowned spline (MPa)	Compressive max allowable (% of Su)
Steel 160-200 BHN	10	2%	93	17%	41	8%
Steel 230-260 BHN	14	2%	124	18%	55	7%
Steel 302-351 BHN	21	2%	186	18%	83	8%
Surface hardened steel HRC 48-53	28	2%	248	18%	110	7%
Case hardened steel HRC 48-53	34	2%	310	15%	138	7%

*Tabella 1. Tensione ammissibile per vari acciai e per diverse applicazioni secondo Dudley.*

Si nota che le tensioni ammissibile sui denti degli accoppiamenti scanalati è molto inferiore a quella sui denti degli ingranaggi a causa della già citata non uniformità del carico e dal disallineamento.

### 2.1.2. Tensione a contatto per scanalati con bombatura

In base agli elementi noti dell'accoppiamento scanalato, vi sono due metodi per valutare lo stress di contatto degli scanalati con bombatura:

- metodo Dudley [5], che con gli aggiustamenti della formula di Hertz risulta:

$$S_{ca} = \left( \frac{K_a}{L_w} \right) \sqrt{\frac{FE}{\pi r_F}}$$

dove  $S_{ca}$  = tensione a contatto [MPa];

$F$  = forza tangenziale sul fianco del dente [N];

$E$  = modulo elastico [MPa];

$r_F$  = raggio di bombatura [mm];

$K_a$  = fattore di applicazione;

$L_w$  = fattore di vita a usura.

- Hertz generalizzato, con le dovute assunzioni è pari a:

$$\sigma_c = \frac{1.5W_n}{\pi h_{co} l_{co}}$$

dove  $\sigma_c$  = tensione a contatto [MPa];

$W_n$  = forza normale sul dente che agisce sul diametro primitivo [N];

$h_{co}$  = altezza del fianco che va a contatto [mm];

$l_{co}$  = lunghezza del contatto assiale del dente [mm].

### 2.1.3. Tensione di taglio sul dente

La tensione di taglio viene valutata come la forza tangenziale diviso all'area di sezione di taglio:

$$S_s = \frac{FK_m K_{ls}}{bs}$$

Con  $S_s$  = tensione di taglio [MPa];

$F$  = forza tangenziale sul fianco del dente [N];

$K_m$  = fattore di distribuzione del carico;

$K_{ls}$  = fattore di "load sharing";

$b$  = larghezza di fascia [mm];

$s$  = spessore circonferenziale del dente [mm];

Dudley [5] fissa il valore del fattore di "load sharing" pari a 2 assumendo che solo metà dei denti sostengono il carico, sia lo scanalato interno sia l'esterno hanno pari contributo.

La tensione  $S_s$  deve essere confrontata con la tensione ammissibile  $S_{as}$  con l'aggiunta del fattore di applicazione  $K_a$  e il fattore di vita a fatica  $L_f$ . Dudley utilizza le tensioni ammissibili riassunte in *tabella 2* per scanalati in acciaio.

$$S_{as} \geq \frac{FK_m K_a K_{Ls}}{bsL_f}$$

$S_{as}$  = tensione ammissibile di taglio [MPa].

Material	Shear max allowable stress (MPa)	Shear max allowable (% of $S_u$ )	Shear max allowable (% of $S_s$ )
Steel 160-200 BHN	138	25%	43%
Steel 230-260 BHN	207	26%	45%
Steel 302-351 BHN	276	26%	46%
Surface hardened steel HRC 48-53	276	18%	31%
Case hardened steel HRC 58-63	345	16%	28%
Thru hardened steel (aircraft quality) HRC 42-46	310	23%	40%

Tabella 2. Tensione di taglio ammissibile per vari acciai secondo Dudley.

#### 2.1.4. Tensione a flessione

AGMA 945 [1] partendo dalla formulazione di Dudley [5], propone una formula “aggiustata” per il calcolo della tensione a flessione sui denti inserendo i fattori già citati  $K_m$ ,  $K_a$ ,  $K_{Ls}$  oltre al fattore di Lewis  $Y$ .

$$S_b = \frac{2000TK_m K_a K_{Ls}}{d^2 b Y}$$

con  $S_b$  = tensione a flessione sui denti [MPa];

$T$  = coppia [Nm];

$d$  = diametro primitivo [mm];

$b$  = larghezza di fascia [mm];

$Y$  = fattore di Lewis (pari a 1.5 per il mozzo e 0.5 per l'albero).

Questa tensione viene sommata alla tensione circonferenziale a trazione dovuta alla coppia (paragrafo 2.1.5.) e quella dovuta alla velocità di rotazione (paragrafo 2.1.6.) per valutare una tensione a trazione complessiva da confrontare con la tensione ammissibile di albero e mozzo.

#### 2.1.5. Tensione circonferenziale a trazione

L'area non dentellata del mozzo è soggetta a tensione circonferenziale dovuta alla componente radiale della coppia. Tale tensione viene valutata come:

$$S_h = \frac{1000T \tan(\alpha)}{\pi d t_w b}$$

con  $S_h$  = tensione circonferenziale a trazione [MPa];

$T$  = coppia [Nm];

$\alpha$  = angolo di pressione;  
 $d$  = diametro primitivo [mm];  
 $t_w$  = altezza cilindro del mozzo  
 $b$  = larghezza di fascia [mm].

### 2.1.6. Tensione circonferenziale centrifuga

Tale tensione è riferito solo al mozzo e si valuta come:

$$S_\omega = 8.8775 \cdot 10^{-9} (n^2) (2d_{oi}^2 + 0.424d_{ei}^2)$$

con  $S_\omega$  = tensione centrifuga [MPa];  
 $n$  = velocità di rotazione [rpm];  
 $d_{oi}$  = diametro esterno del mozzo [mm];  
 $d_{ei}$  = “major diameter” del mozzo [mm].

### 2.1.7. Tensione a trazione complessiva

La tensione complessiva a trazione tiene conto della componente a flessione e centrifuga, con l’aggiunta dei fattori già citati  $K_m$ ,  $K_a$  e  $K_{ls}$ .

$$S_e = K_m K_a K_{ls} (S_b + S_h) + S_\omega$$

$S_e$  = tensione a trazione complessivo [MPa].

## 2.2. LE TENSIONI VALUTATE DA DIN 5466

In questi calcoli DIN 5466 [2] considera forze assiali, di flessioni e di taglio (*figura 25*) esterne applicate sull’accoppiamento che la normativa AGMA [1] non utilizza in modo esplicito. Dato che non vi sono indicati modi per valutare tali forze, si è considerato il documento “ANSI-AGMA 6123-A88” per calcolare il momento flettente generato dal disallineamento e le altre forze applicate sono ipotizzate.

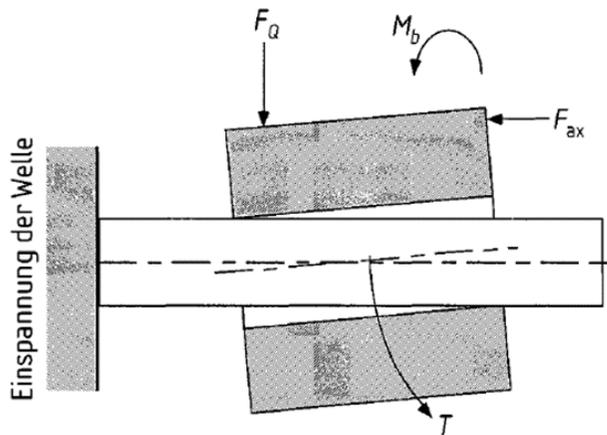


Figura 25. Forze applicate sull'accoppiamento

“ANSI-AGMA 6123-A88” [3] afferma che gli accoppiamenti scanalati sono progettati per trasmettere coppia, non carichi assiali o radiali. Quest’ultimi però si possono generare a causa del disallineamento dell’accoppiamento e, di conseguenza, muovere gli elementi.

Il disallineamento riduce l’area di contatto e quindi aumenta l’intensità dei carichi e velocità di scivolamento tra albero e mozzo. Di conseguenza i carichi consentiti (“allowable”) sono molto ridotti.

Il disallineamento genera forze inaspettate a causa della frizione tra i denti e il moto richiesto per bilanciare il disallineamento quando l’accoppiamento ruota. Queste forze sono proporzionali alla coppia e al coefficiente di frizione. Inoltre, sono cicliche e posso diventare un’importante fonte di vibrazioni in accoppiamenti con molto disallineamento. Per valutare la forza generata dal momento flettente, si è posta pari alla “radial force”  $W_r$ .

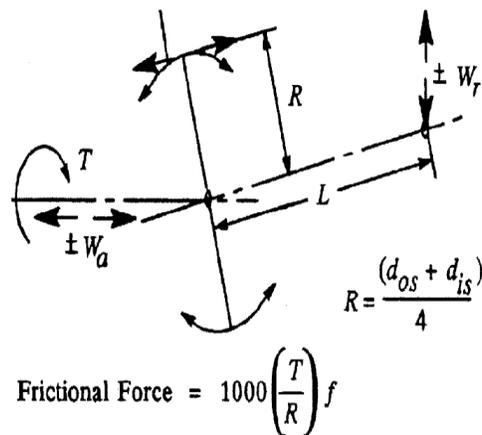


Figura 26. “Frictional force” secondo ANSI-AGMA 612-A88.

### 2.2.1. Stati di funzionamento

Per valutare le sollecitazioni e l’usura degli scanalati, DIN 5466 [2] distingue tre stati di funzionamento. In primo luogo, bisogna suddividere il tipo di accoppiamento scanalato tra centrato sul fianco dei denti (“side fit”) e centrato dal diametro (“diameter fit”). Quest’ultima tipologia permette di separare i compiti di trasmissione della coppia e della forza trasversale: il fianco della dentatura è “alleggerita” dal compito di trasmettere la forza di taglio.

Inoltre, bisogna introdurre due parametri:  $H$  braccio di leva reale e  $H_{gr}$  braccio limite. In un accoppiamento senza gioco, vi è uno spostamento dell’asse del mozzo rispetto all’albero solo se la forza trasversale  $Q$  è maggiore della somma delle forze trasversali di attrito sui fianchi dei denti. Si calcola quindi un braccio di leva “discriminante”, se il braccio di leva reale  $H$  è maggiore del braccio di leva limite  $H_{gr}$ , non vi è spostamento trasversale.

Degli scanalati centrati sui fianchi si individuano quindi i tre stati operativi:

- STATO OPERATIVO 1. Taglio predominante ( $0 < H < r_w$ , con  $r_w$ : raggio efficace) e ampi movimenti relativi.
- STATO OPERATIVO 2. Coppia predominante ( $r_w < H < H_{gr}$ ) e piccoli movimenti relativi
- STATO OPERATIVO 3. Coppia predominante ( $H_{gr} < H$ ) e nessun movimento relativo

Gli scanalati “diameter fit” possono essere:

- con gioco e coppia predominante ( $H_{gr} < H$ ) → STATO OPERATIVO 3
- con gioco e taglio proporzionale alle altre forze:
  - $H_{gr} < H$  → STATO OPERATIVO 3
  - $r_w < H < H_{gr}$  → STATO OPERATIVO 2
- senza gioco:
  - $H_{gr} < H$  → STATO OPERATIVO 3
  - $r_w < H < H_{gr}$  → STATO OPERATIVO 2

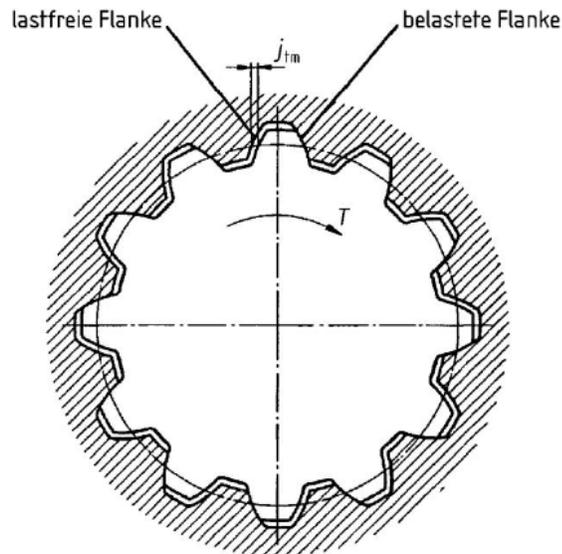


Figura 27. Posizione di albero e mozzo durante una trasmissione con coppia pura per accoppiamento scanalato centrato sui fianchi con gioco

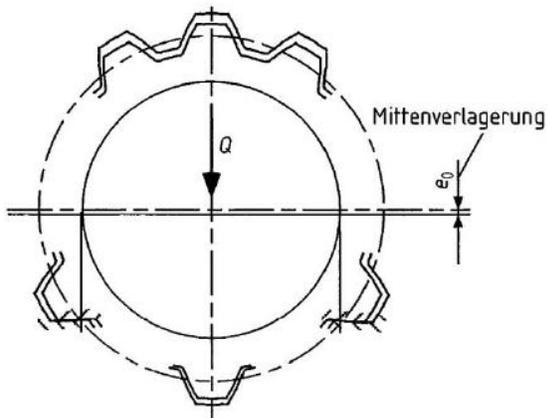


Figura 28. Posizione di albero e mozzo durante una trasmissione con taglio puro per accoppiamento scanalato centrato sui fianchi con gioco

Si è constatato che nelle condizioni prese in considerazione negli esempi e con le ipotesi preliminari fatte, ci siamo sempre trovati nello stato operativo 3, ovvero quello con coppia predominante.

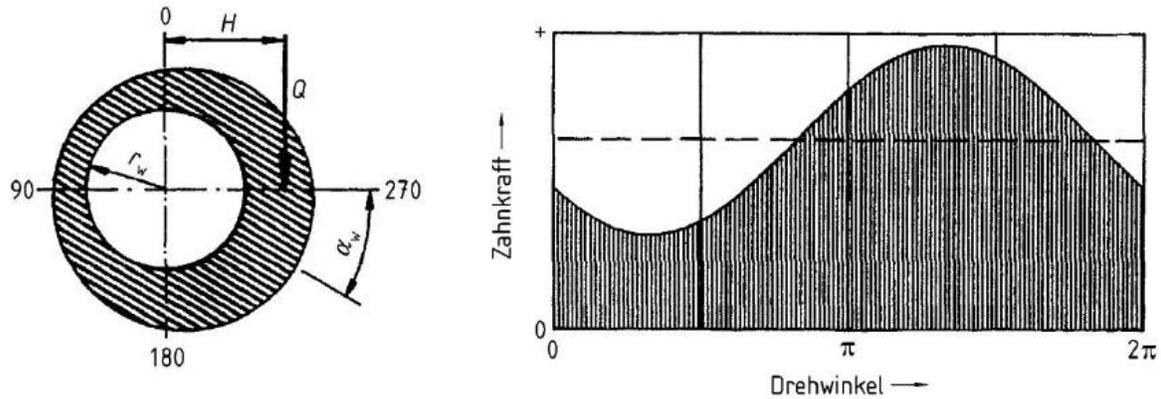


Figura 29. Distribuzione del carico per trasmissione con coppia predominante ( $H > r_w$ ) di accoppiamento centrato sui fianchi

### 2.2.2. Pressione massima sul dente

Al pari della tensione di compressione sul dente valutata da AGMA [1], la normativa DIN [2] valuta la pressione sul dente come un semplice calcolo della forza tangenziale che agisce sull'area di contatto radiale proiettata sul piano normale alla forza.

$$p_{max} = p_s \cdot k_b = \frac{F_U k_b}{bh}$$

con  $p_{max}$  = pressione massima sul dente [MPa];

$p_s$  = pressione sul dente [MPa];

$F_U$  = forza tangenziale sul fianco del dente [N] (figura 24);

$k_b$  = fattore di larghezza;

$b$  = larghezza di fascia [mm];

$h$  = area di contatto radiale [mm].

### 2.2.3. Tensione fondo dente

Le sollecitazioni massime di trazione si misurano sul raggio alla radice del dente sul fianco attivo ovvero quello caricato (lato  $z$ ), mentre le sollecitazioni massime di compressione si misurano al raggio alla radice del fianco passivo (lato  $d$ ) (vedi figura 30). A seconda della geometria del dente e delle caratteristiche del carico, la concentrazione dello stress nel raccordo di base può variare.

Sull'albero la tensione a fondo dente è causata dalla forza  $F$  agente sul dente, che è composta da una componente tangenziale  $F_U$  ed una componente radiale  $F_r$ . La componente tangenziale  $F_U$  genera taglio alla base del dente e, a causa della flessione del dente, trazione e compressione su lato carico ( $z$ ) e scarico ( $d$ ) rispettivamente. L'approccio per il calcolo di questa componente è paragonabile a quello per una

trave flessa incastrata. La componente radiale  $F_r$  crea tensione di compressione e di trazione. In questo caso l'approccio usato è simile a quello di un albero sotto pressione esterna.

La massima tensione può essere valuta sull'albero come:

$$\sigma_{s1,z} = Y_{\alpha1,z} \cdot p_s \cdot \left\| \left[ \alpha_{kk1,z} + \alpha_{k\varphi1,z} \cdot \left( 1 - \frac{1}{k_\varphi} \cdot \frac{d_{D1}^2 + d_{i1}^2}{d_{D1}^2 - d_{i1}^2} \right) \right] \right\|$$

$$\sigma_{s1,d} = Y_{\alpha1,d} \cdot p_s \cdot \left[ \alpha_{kk1,d} + \alpha_{k\varphi1,d} \cdot \left( \frac{d_{D1}^2 + d_{i1}^2}{d_{D1}^2 - d_{i1}^2} - \frac{1}{k_\varphi} \right) \right]$$

dove  $\sigma_{s1}$  = tensione a fondo dente albero [MPa];

$Y_\alpha$  = fattore di correzione della tensione per dente/contro dente;

$p_s$  = pressione sul dente [MPa];

$\alpha_{kk} / \alpha_{k\varphi}$  = fattori di forma [-];

$d_{D1}$  = diametro di pressione dell'albero [mm];

$d_{i1}$  = diametro interno dell'albero [mm];

$k_\varphi$  = fattore di larghezza [-] (vedi figura 30).

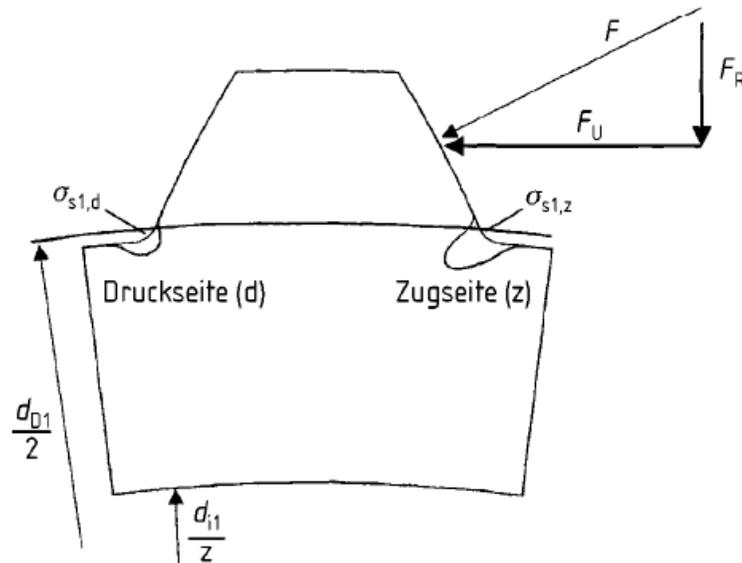


Figura 30. Rappresentazione della tensione a fondo dente lato carico (d) e scarico (z) del dente su un albero.

Anche sul mozzo la tensione a fondo dente deriva dalla forza  $F$  agente sul dente, che è composta da una componente tangenziale  $F_U$  ed una componente radiale  $F_r$ . La componente tangenziale  $F_U$  genera taglio alla base del dente e, a causa della flessione del dente, trazione lato carico del dente (z). L'approccio per il calcolo di questa componente è paragonabile a quello per una trave flessa incastrata. La componente

radiale  $F_r$  crea tensione compressiva e tangenziale. L'approccio usato è simile ad un tubo spesso su cui agisce pressione interna. Nel mozzo è sufficiente effettuare il calcolo sul lato carico:

$$\sigma_{s2} = Y_{\alpha 2} \cdot p_s \cdot \left( \alpha_{kk2} + \alpha_{k\varphi 2} \cdot \frac{1}{\sqrt{k_\varphi}} \cdot \frac{d_{e2}^2 + d_{D2}^2}{d_{e2}^2 - d_{D2}^2} \right)$$

dove  $\sigma_{s2}$  = tensione a fondo dente mozzo [MPa];

$Y_\alpha$  = fattore di correzione della tensione per dente/contro dente;

$p_s$  = pressione sul dente [MPa];

$\alpha_{kk} / \alpha_{k\varphi}$  = fattori di forma [-];

$d_{D2}$  = diametro di pressione del mozzo [mm];

$d_{e2}$  = diametro esterno mozzo [mm];

$k_\varphi$  = fattore di larghezza [-] (vedi figura 31).

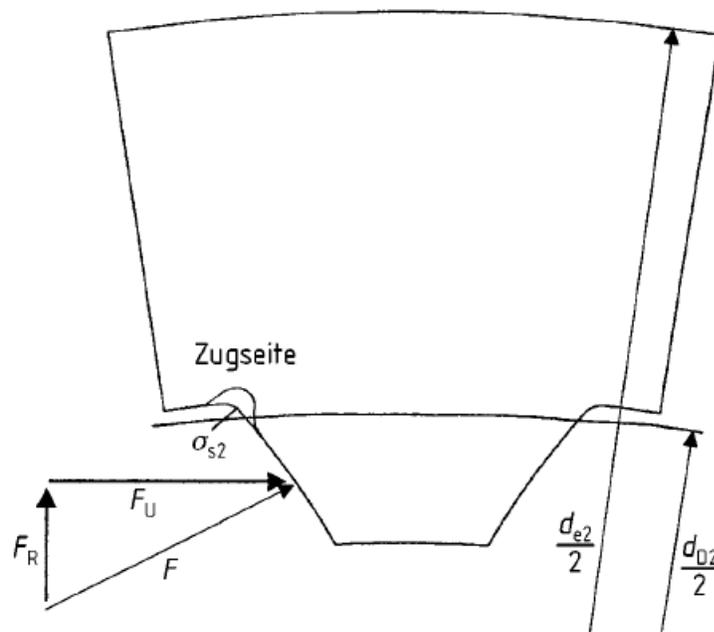


Figura 31. Rappresentazione della tensione a fondo dente del mozzo

Negli esempi considerati, per poter effettuare una comparazione efficace, si è posto il fattore  $Y_\alpha$  pari a 1/0.5 per le tensioni calcolate sui denti dell'albero e 1/1.5 per quelle sui denti del mozzo. Infatti, la normativa americana pone il fattore Y di correzione pari a 0.5 e 1.5 rispettivamente per albero e mozzo ma utilizza il fattore a denominatore

#### 2.2.4. Tensione a torsione

La normativa DIN 5466 [2] valuta le tensioni che seguono non sul dente, ma sull'albero e sul mozzo.

Ad esempio, valuta una tensione a torsione massima come:

$$\tau_{tmax} = \alpha_{kt} \frac{T}{W_t}$$

con  $\tau_{tmax}$  = tensione a torsione massima [MPa];

$\alpha_{kt}$  = fattore di forma [-];

$T$  = coppia [Nmm];

$W_t$  = modulo di resistenza e torsione [mm<sup>3</sup>].

#### 2.2.5. Tensione di taglio

La tensione di taglio è valutata pari alla forza di taglio che agisce sull'area del componente complessivo. Essa, tuttavia, può essere trascurata rispetto alle altre sollecitazioni valutate, tranne nel caso di alberi a parete sottili ( $0,9 \cdot d_{ilmax} \leq d_{il} \leq d_{ilmax}$ ). In prima approssimazione la tensione di taglio su alberi a pareti sottili può essere utilizzata per calcolare la sollecitazione a fondo dente [AGMA 945].

$$\tau_{sn1} = \frac{F_Q}{A_{h1}}$$

con  $\tau_{sn1}$  = sollecitazione di taglio nominale su albero sottile [MPa];

$F_Q$  = forza trasversale [N];

$A_{h1}$  = area della sezione trasversale effettiva dell'albero [mm<sup>2</sup>].

#### 2.2.6. Tensione a flessione

Le forze laterali e il momento flettente (ad esempio dovuto alla risultante del disallineamento) creano uno sforzo a flessione.

Tale tensione deve essere calcolata in due punti nell'albero:

- all'inizio dell'accoppiamento, "a";
- nella zona indisturbata dalla variazione di rigidità dal passaggio dall'albero all'accoppiamento "u".

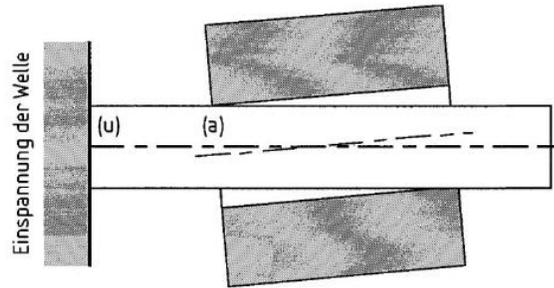


Figura 32. Rappresentazione schematica dell'albero. Inizio dell'accoppiamento (a) e area indisturbata (u)

La tensione a flessione sul mozzo può essere trascurata tranne nella condizione in cui il mozzo sporga da un lato) e nel punto "e" (figura 33).

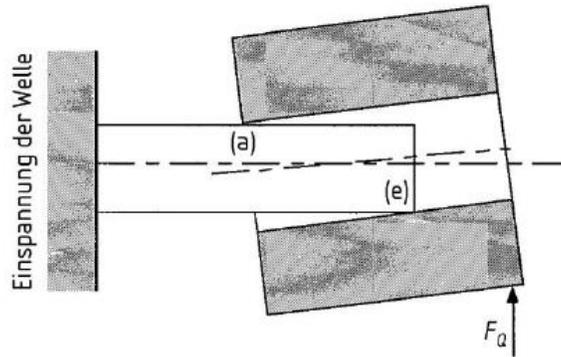


Figura 33. Rappresentazione schematica del mozzo con sporgenza unilaterale

La sollecitazione flettente è calcolata come:

$$\sigma_{b \max} = \alpha_{kb} \cdot \frac{M_b}{W_b}$$

con  $\sigma_{b \max}$  = tensione a flessione massima [MPa];

$\alpha_{kb}$  = fattore di forma [-];

$M_b$  = momento flettente [Nmm];

$W_b$  = modulo di resistenza e flessione [mm<sup>3</sup>].

### 2.2.7. Tensione assiale

La tensione assiale dipende dalla forza che agisce assialmente sul componente. Se la forza assiale è maggiore della forza di attrito statico  $F_{\mu \max}$ , vi è movimento relativo tra albero e mozzo e bisogna considerare come forza assiale trasmessa la forza di attrito. Nei casi presi in considerazione, la forza

assiale è minore della forza di attrito statico e per semplicità si riportano la formulazione solo in questi casi, nei punti “a” e “u” nell’albero (vedi figura 33):

$$\sigma_{ax1,a} = \alpha_{kax1} \frac{\mu F_U}{A_{z1}} \frac{F_{ax}}{F_{\mu ax}}$$

$$\sigma_{ax1,u} = \frac{F_{ax}}{A_{h1}}$$

con  $\sigma_{ax1, a/u}$  = tensione assiale sull’albero nei punti “a” e “u” [MPa];

$\mu$  = coefficiente di attrito statico;

$F_U$  = forza tangenziale sul fianco del dente [N];

$A_{z1}$  = sezione trasversale del dente più caricato [mm<sup>2</sup>];

$F_{ax}$  = forza assiale [N];

$F_{\mu ax}$  = forza di attrito statico [N];

$A_{h1}$  = sezione trasversale dell’albero [mm<sup>2</sup>].

Per il mozzo si usa:

$$\sigma_{ax2} = \alpha_{kax2} \frac{\mu F_U}{A_{z2}} \frac{F_{ax}}{F_{\mu ax}}$$

con  $\sigma_{ax2}$  = tensione assiale sul mozzo [MPa];

$\mu$  = coefficiente di attrito statico;

$F_U$  = forza tangenziale sul fianco del dente [N];

$A_{z2}$  = sezione trasversale del dente più caricato [mm<sup>2</sup>];

$F_{ax}$  = forza assiale [N];

$F_{\mu ax}$  = forza di attrito statico [N].

Nei casi presi in considerazione i valori della tensione assiale sono trascurabili rispetto al resto delle sollecitazioni.

### 2.2.8. Tensione dovuta a forze centrifughe

Tale tensione è riferito solo al mozzo e si valuta come:

$$\sigma_{\omega max2} = \alpha_{k\omega2} \cdot 0.20625 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot d_{e2}^2 \cdot \left[ 1 + 0.212 \cdot \left( \frac{d_{\omega2}}{d_{e2}} \right)^2 \right]$$

con  $\sigma_{\omega n2}$  = tensione centrifuga massima [MPa];

$\alpha_{k\omega2}$  = fattore di forma [-];

$\rho$  = densità [Ns<sup>2</sup>/mm<sup>4</sup>];

$\omega$  = velocità angolare [1/s];

$d_{e2}$  = diametro esterno del mozzo [mm];

$d_{\omega2}$  = “major diameter” del mozzo [mm].

### 2.2.9. Tensione risultante su albero e mozzo

DIN [2] valuta la tensione risultante sul lato del dente carico (“zugseite”, z) e sul lato scarico (“druckseite”, d) tramite una formulazione simile alla tensione equivalente di Von Mises.

Per la valutazione della zona più sollecitato dell’albero (pedice “1”) si prendono in considerazione il già citato punto “a” (bordo dell’accoppiamento) e punto “u” (incastro).

$$\sigma_{v1,z,a} = \sqrt{(\sigma_{bmax1,a} + k_{ax1,z} \cdot \sigma_{ax1,a})^2 + (k_{s1,z} \cdot \sigma_{s1,z})^2 + 3 \left[ (k_{t1,z} \cdot \tau_{tmax1})^2 + \tau_{sn1}^2 \right]}$$

$$\sigma_{v1,d,a} = \sqrt{(\sigma_{bmax1,a} + k_{ax1,d} \cdot \sigma_{ax1,a})^2 + (k_{s1,d} \cdot \sigma_{s1,d})^2 + 3 \left[ (k_{t1,d} \cdot \tau_{tmax1})^2 + \tau_{sn1}^2 \right]}$$

$$\sigma_{v1,u} = \sqrt{(\sigma_{bmax1,u} + \sigma_{ax1,u})^2 + 3 \cdot (\tau_{tmax1}^2 + \tau_{sn1}^2)}$$

con  $\sigma_v$  = tensione risultante [MPa];

$\sigma_{bmax}$  = tensione a flessione massima [MPa];

$k_{ax}$  = fattore di forza assiale [-];

$\sigma_{ax}$  = tensione assiale [MPa];

$k_s$  = fattore di piegatura del dente [-];

$\sigma_s$  = tensione a fondo dente [MPa];

$k_t$  = fattore di torsione [-];

$\tau_{tmax}$  = tensione a torsione massima [MPa];

$\tau_{sn}$  = sollecitazione di taglio nominale [MPa].

Per il mozzo (pedice “2”) invece si considera i punti “a” ed “e” (vedi figura 34)

$$\sigma_{v2,a} = \sqrt{(k_{ax2,a} \cdot \sigma_{ax2})^2 + (k_{s2,a} \cdot \sigma_{s2} + k_{\omega2} \cdot \sigma_{\omega max2})^2 + 3 \cdot (k_{t2,a} \cdot \tau_{tmax2})^2}$$

$$\sigma_{v2,e} = \sqrt{(\sigma_{bmax2} + k_{ax2,e} \cdot \sigma_{ax2})^2 + (k_{s2,e} \cdot \sigma_{s2} + k_{\omega2} \cdot \sigma_{\omega max2})^2 + 3 \cdot (k_{t2,e} \cdot \tau_{tmax2})^2}$$

con  $\sigma_v$  = tensione risultante [MPa];

$\sigma_{bmax}$  = tensione a flessione massima [MPa];

$k_{ax}$  = fattore di forza assiale [-];

$\sigma_{ax}$  = tensione assiale [MPa];

$k_s$  = fattore di piegatura del dente [-];

$\sigma_s$  = tensione a fondo dente [MPa];

$k_{\omega}$  = fattore di torsione [-];

$\sigma_{\omega max2}$  = tensione centrifuga massima [MPa];

$k_t$  = fattore di torsione [-];

$\tau_{tmax}$  = tensione a torsione massima [MPa].

### 3. CONFRONTO

Le due normative utilizzano un approccio differente al calcolo delle sollecitazioni, non è dunque immediato confrontarne le formulazioni.

#### 3.1. FORZE APPLICATE SUL DENTE

Già a partire dalle forze applicate sul singolo dente, DIN 5466 [2] propone tre diverse formule per il calcolo della forza normale sul fianco del dente in base ai tre stati riportati nel capitolo precedente. Tuttavia, considerando lo stato III (coppia predominante rispetto alla forza di taglio), il calcolo corrisponde a meno del fattore  $k_\varphi$ .

AGMA:

$$F = \frac{2T}{dz}$$

DIN:

$$F = \frac{T}{r_w z} k_\varphi$$

Con  $r_w$  che indica il raggio effettivo, ovvero il raggio su cui agisce la forza  $F$  (vedi figura 34), mentre  $d$  il diametro primitivo.

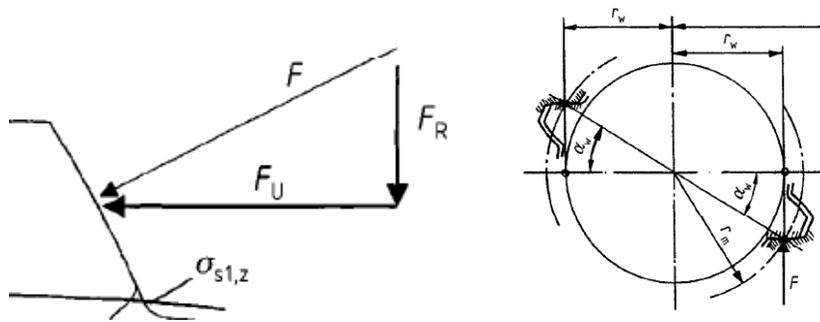


Figura 34a. Forze che agiscono sul dente dell'albero. Figura 34b. sezione albero con focus su raggio effettivo  $r_w$ .

#### 3.2. TENSIONE SUL FIANCO DEL DENTE: $S_c$ vs. $p_{max}$

Il calcolo per la tensione sul fianco del dente è analogo nelle due normative, eccetto per i fattori di moltiplicativi che valutano la larghezza della faccia del dente effettivamente che sopporta il carico.

AGMA:

$$S_c = \frac{FK_m}{bh}$$

DIN:

$$p_{max} = p_s \cdot k_b = \frac{F_U k_b}{bh}$$

### 3.3. TENSIONE A TRAZIONE COMPLESSIVA

In questo caso le normative differenziano in maniera netta.

Secondo AGMA la tensione a trazione generata dalla flessione “deve essere combinata con la tensione circonferenziale dovuta alla coppia e la tensione circonferenziale dovuta alla velocità rotazionale per avere un tensione complessiva che può essere confrontata con la tensione ammissibile limite di albero e mozzo.” [1]

Per quanto riguarda l'albero quindi la tensione a trazione è solamente dovuta alla tensione dovuta alla flessione delle dente in quanto la componente radiale della forza genera compressione (al pari di una pressione esterna applicata ad un tubo spesso). Nel mozzo invece la tensione  $S_b$  deve essere combinata con la tensione con  $S_h$  e  $S_\omega$

Albero:

$$S_e = S_b$$

Mozzo:

$$S_e = K_m K_a K_{ls} (S_b + S_h) + S_\omega$$

DIN 5466 [2] invece esegue una formulazione differente, distinguendo la formulazione tra albero (in cui valuta sia il lato carico sia il lato scarico) e mozzo.

Per poter effettuare un confronto si è considerata la tensione equivalente  $\sigma_v$  esposta nel capitolo 2.2.9.

### 3.4. TENSIONE CIRCONFERENZIALE CENTRIFUGA: $S_\omega$ vs $\sigma_\omega$

Le formulazioni sono compatibili, possiamo notare che entrambe le normative utilizzano un fattore moltiplicativo ma di ordine di grandezza differente poiché nella formulazione secondo AGMA 945 [1] esso include la densità e il coefficiente di Poisson dell'acciaio.

AGMA:

$$S_\omega = 8.8775 \cdot 10^{-9} (n^2) (2d_{oi}^2 + 0.424d_{ei}^2)$$

DIN:

$$\sigma_{\omega n2} = 0.20625 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot d_{e2}^2 \cdot \left[ 1 + 0.212 \cdot \left( \frac{d_{\omega2}}{d_{e2}} \right)^2 \right]$$

Anche i diametri interni ed esterni del mozzo, seppur indicati con pedici differenti, sono utilizzati in modo del tutto equivalente. Effettuando una semplice conversione della velocità di rotazione da [1/s] a [rpm] e indicando i diametri con lo stesso pedice di AGMA [1], si può riscrivere la tensione secondo DIN [2] come:

$$\sigma_{\omega n2} = 0.20625 \cdot \rho \cdot 0.011 \cdot n^2 \cdot (2d_{oi}^2 + 0.424d_{ei}^2)$$

Ed ancora esplicitando la densità  $\rho = 7.8 \times 10^{-9} \text{ [Ns}^2/\text{mm}^4\text{]}$  si ottiene:

$$\sigma_{\omega n2} = 0,0177 \cdot 10^{-9} \cdot n^2 \cdot (2d_{oi}^2 + 0.424d_{ei}^2)$$

Si può immediatamente notare che le formulazioni, pur essendo simili, danno risultati molto differenti a causa del fattore moltiplicativo di quasi tre ordini di grandezza differente.

## 4. ESEMPI CONSIDERATI E RISULTATI

Per poter effettuare un confronto dal punto di vista numerico delle tensioni valutate nelle normative, si sono dovuti ipotizzare alcuni dati. Sono state fatte tali ipotesi sulla base di applicazioni aeronautiche. Le dimensioni dei quattro accoppiamenti scanalati sono tratte dal documento DIN 5480 [4].

DATI FUNZIONAMENTO:

Coppia: 200 Nm

Velocità di rotazione, n: 2000 rpm

Forza di taglio: 100 N

Coefficiente di attrito statico,  $\mu$ : 0.1 (lubrificato)

Forza assiale: 100 N

DATI GEOMETRICI:

Larghezza di fascia,  $b_e$ : 1.5 x diametro primitivo

Spessore radiale del mozzo: 1.20 x diametro primitivo

Albero pieno

Angolo di pressione,  $\alpha$ : 30°

DATI DEL MATERIALE (acciaio):

Modulo elastico, E:  $2.10 \times 10^5$  MPa

Modulo di Poisson,  $\nu$ : 0.3

Densità,  $\rho$ :  $7.8 \times 10^{-6}$  kg/mm<sup>3</sup>

I fattori sono stati posti pari a 1 se non indicato esplicitamente da normativa.

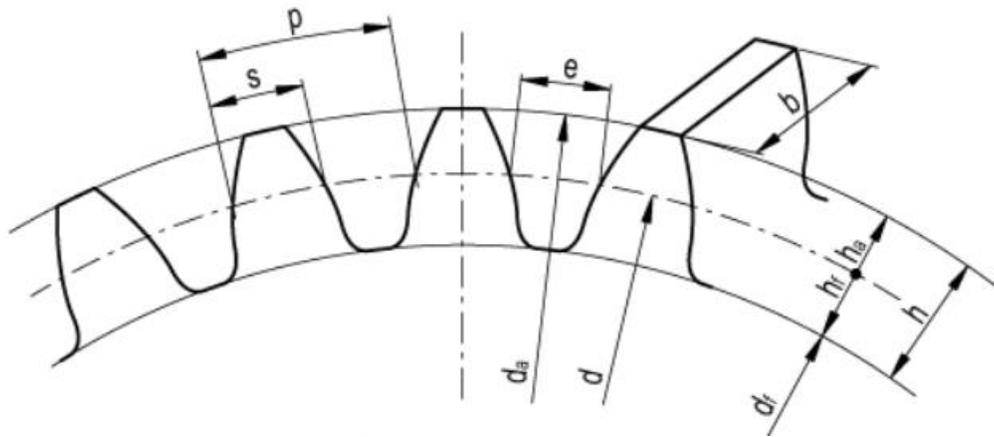


Figura 35. Profilo di un dente

## INPUT

Casi studio	1	2	3	4
Numero di denti, $z$	55	10	30	10
Modulo, $m$	0.8	0.5	3	1.5
Diametro primitivo, $d$ [mm]	44	5	90	15
angolo di pressione, $\alpha$ [°]	30	30	30	30
Larghezza del dente, $s$ [mm]	1.326	1.045	5.694	3.136

### 4.1. CASO DI STUDIO 1

#### Ulteriori dati geometrici:

Diametro esterno albero,  $da1$ : 44.84 mm.

Diametro esterno mozzo,  $da2$ : 43.4 mm.

Diametro radice albero,  $df1$ : 43.24 mm.

Diametro radice mozzo,  $df2$ : 45 mm.

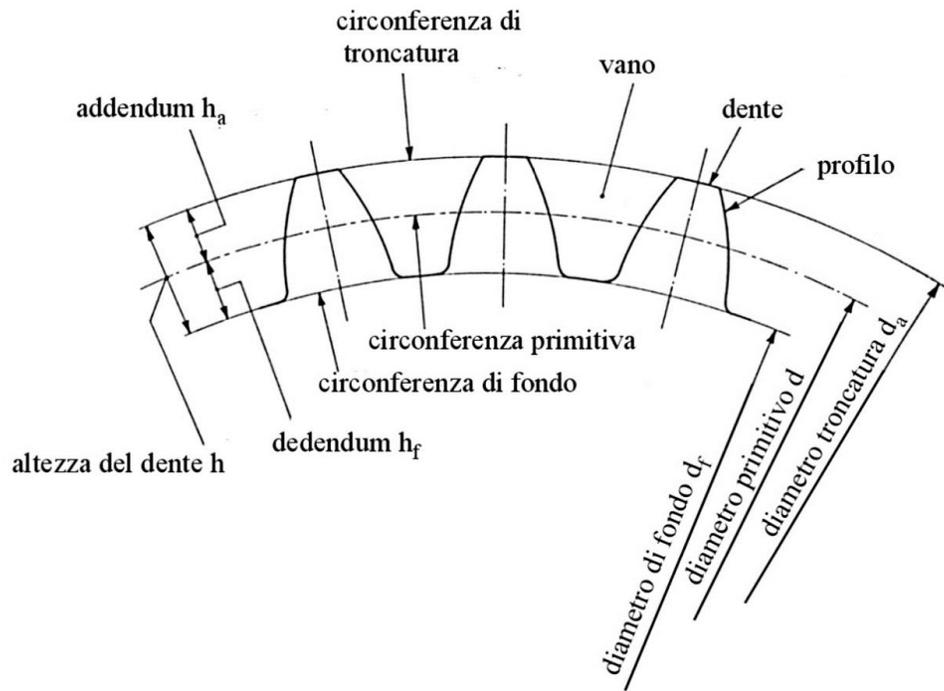


Figura 36. Profilo dentatura albero

## Risultati

AGMA		
$S_c$ [MPa]	3.48	
$\sigma_c$ [MPa]	1.05	
$S_s$ [MPa]	3.78	
	albero	mozzo
$S_b$ [MPa]	25.0	8.35
$S_\omega$ [MPa]	-	309
$S_h$ [MPa]	-	1.44
$S_e$ [MPa]	25.0	320

DIN		
$p_{max}$ [MPa]	3.48	
	albero	mozzo
$\tau_{tn}$ [MPa]	11.6	3.81
$\sigma_s$ [MPa]	3.48	16.5

$\sigma_{bmax}$ [MPa]	3.62	0.183
$\tau_{sn}$ [MPa]	0.064	trascuro
$\sigma_{ax}$ [MPa]	0.064	0.036
$\sigma_{\omega}$ [MPa]		0.031
$\sigma_v$ [MPa]	20.7	18.0

### Legenda tensioni

AGMA:

$S_c$ , tensione di compressione.

$\sigma_c$ , tensione di contatto.

$S_s$ , tensione di taglio.

$S_{ba}$ , tensione flessione sul dente aggiustata.

$S_{\omega}$ , tensione circonferenziale dovuta a forza centrifuga.

$S_h$ , tensione a trazione circonferenziale dovuta a componente radiale della coppia.

$S_e$ , tensione a trazione complessiva.

DIN:

$p_{max}$ , pressione massima sul fianco del dente.

$\tau_{tn}$ , tensione a torsione.

$\sigma_s$ , tensione sui denti.

$\sigma_{bmax}$ , tensione a flessione massima.

$\tau_{sn}$ , tensione di taglio dovuta a  $F_Q$ .

$\sigma_{ax}$ , tensione assiale.

$\sigma_v$ , tensione risultante.

## Confronto

Nel calcolo della tensione equivalente  $S_e$  per il mozzo si è omessa la tensione circonferenziale dovuta a forza centrifuga data la sua incongruenza rispetto agli altri valori.

AGMA vs DIN		
	AGMA	DIN
<b>Forza tangenziale</b> sul dente [N]	165.3	165.1
<b>Tensione fianco dente</b> [MPa]	3.478	3.475
<b>Tensione complessiva</b> [MPa]		
albero	25.0	24.29
mozzo	11.2	9.598
<b>Tensione centrifuga</b> [MPa]	308.8	0.3068

## 4.2. CASO DI STUDIO 2

### Dati geometrici (input):

Diametro esterno albero,  $d_{a1}$ : 5.9 mm.

Diametro esterno mozzo,  $d_{a2}$ : 5 mm.

Diametro radice albero,  $d_{f1}$ : 4.9 mm.

Diametro radice mozzo,  $d_{f2}$ : 6 mm.

### Risultati

AGMA		
$S_c$ [MPa]	2370	
$\sigma_c$ [MPa]	15.9	
$S_s$ [MPa]	2041	
	albero	mozzo
$S_b$ [MPa]	17067	5089
$S_\omega$ [MPa]	-	5.09
$S_h$ [MPa]	-	980
$S_e$ [MPa]	17067	7654.3

<b>DIN</b>		
$p_{\max}$ [MPa]	2195	
	albero	mozzo
$\tau_{tn}$ [MPa]	5912	1653
$\sigma_s$ [MPa]	21948	11349
$\sigma_{b\max}$ [MPa]	5203	79.33
$\tau_{sn}$ [MPa]	4.11	trascuro
$\sigma_{ax}$ [MPa]	4.11	2.13
$\sigma_{\omega}$ [MPa]		0.00505
$\sigma_v$ [MPa]	20.7	18.0

<b>AGMA vs DIN</b>		
	AGMA	DIN
<b>Forza tangenziale sul dente [N]</b>	8000	7407
<b>Tensione fianco dente [MPa]</b>	2370	2195
<b>Tensione complessiva [MPa]</b>		
albero	17067	14195
mozzo	7649	5346
<b>Tensione centrifuga [MPa]</b>	5.09	0.00505

### 4.3. CASO DI STUDIO 3

#### Dati geometrici (input):

Diametro esterno albero,  $d_{a1}$ : 94.4 mm.

Diametro esterno mozzo,  $d_{a2}$ : 89 mm.

Diametro radice albero,  $d_{f1}$ : 88.4 mm.

Diametro radice mozzo,  $d_{f2}$ : 95 mm.

## Risultati

AGMA		
$S_c$ [MPa]	0.41	
$\sigma_c$ [MPa]	0.65	
$S_s$ [MPa]	0.39	
	albero	mozzo
$S_b$ [MPa]	2.9	0.98
$S_\omega$ [MPa]	-	1355
$S_h$ [MPa]	-	0.17
$S_e$ [MPa]	2.9	1356

DIN		
$p_{max}$ [MPa]	0.40	
	albero	mozzo
$\tau_{tn}$ [MPa]	1.3	0.41
$\sigma_s$ [MPa]	0.40	1.9
$\sigma_{bmax}$ [MPa]	0.35	0.019
$\tau_{sn}$ [MPa]	0.0148	trascuro
$\sigma_{ax}$ [MPa]	0.0148	0.0072
$\sigma_\omega$ [MPa]		1.346
$\sigma_v$ [MPa]	2.27	3.34

AGMA vs DIN		
	AGMA	DIN
<b>Forza tangenziale sul dente [N]</b>	148.1	145.9
<b>Tensione fianco dente [MPa]</b>	0.41	0.40
<b>Tensione complessiva [MPa]</b>		
albero	2.93	2.70
mozzo	1.31	2.24
<b>Tensione centrifuga [MPa]</b>	1355	1.346

### 4.4. CASO DI STUDIO 4

#### Dati geometrici (input):

Diametro esterno albero,  $d_{a1}$ : 17.7 mm.

Diametro esterno mozzo,  $d_{a2}$ : 15 mm.

Diametro radice albero,  $d_{f1}$ : 14.7 mm.

Diametro radice mozzo,  $d_{f2}$ : 18 mm.

## Risultati

AGMA		
$S_c$ [MPa]	87.8	
$\sigma_c$ [MPa]	5.33	
$S_s$ [MPa]	75.6	
	albero	mozzo
$S_b$ [MPa]	632.1	210.7
$S_\omega$ [MPa]	-	45.8
$S_h$ [MPa]	-	36.3
$S_e$ [MPa]	632.1	329.1

DIN		
$p_{max}$ [MPa]	81.3	
	albero-1	mozzo-2
$\tau_{tn}$ [MPa]	219	61.2
$\sigma_s$ [MPa]	81.3	415.0
$\sigma_{bmax}$ [MPa]	99.3	2.94
$\tau_{sn}$ [MPa]	0.457	trascuro
$\sigma_{ax}$ [MPa]	0.457	0.236
$\sigma_\omega$ [MPa]		0.0455
$\sigma_v$ [MPa]	400.4	428.4

AGMA vs DIN		
	AGMA	DIN
<b>Forza tangenziale sul dente [N]</b>	2667	2469
<b>Tensione fianco dente [MPa]</b>	87.8	81.3
<b>Tensione complessiva [MPa]</b>		
albero	632.1	499.2
mozzo	283.3	196.5
<b>Tensione centrifuga [MPa]</b>	45.8	0.0455

## 5. CONCLUSIONI

Una prima considerazione si può fare sui risultati dei quattro esempi proposti. I risultati ottenuti sono per lo più compatibili e confrontabili tra di loro seppur con le dovute ipotesi e osservazioni. Eccetto per il confronto sulla tensione circonferenziale generata dalla forza centrifuga che risulta fuori scala per la normativa AGMA 945 [1], possiamo effettuare un confronto delle tensioni che agiscono sul fianco e a fondo dente. Notiamo che la tensione a fianco dente dia risultati molto simili e che i risultati della tensione a fondo dente, nonostante le due formulazioni molto differenti, siano paragonabili. In generale, l'analisi mostra che la normativa americana sia più conservativa dato che, in condizioni equivalenti, i risultati delle tensioni siano più elevati della normativa DIN 5466 [2].

È stato interessante analizzare più nel profondo ciò che le principali normative descrivono ed espongono riguardo agli accoppiamenti scanalati. Tuttavia, si può constatare che il livello di approfondimento e chiarezza può essere ancora sviluppato. Se da un lato la normativa AGMA [1] descrive in modo preciso ed esaustivo tutto ciò che riguarda la geometria, la produzione e le modalità di ispezione esistenti per gli accoppiamenti scanalati; d'altra parte, la descrizione delle valutazioni delle tensioni consta di numerose ipotesi preliminari e approssimazioni dovute a numerosi fattori che rendono l'analisi talvolta poco accurata. La normativa DIN 5466 [2] d'altra parte offre un approccio alternativo, ma non fornisce informazioni approfondite riguardo alle ipotesi e approssimazioni che utilizza. Tale condizione rende non immediata lo studio, ad esempio, a livello progettuale. Al fine di rendere più verosimile possibile uno studio e un confronto delle tensioni calcolate con i due diversi approcci, si sono dovute porre numerose ipotesi che pongono inevitabilmente delle imprecisioni.

## **BIBLIOGRAFIA**

- [1] AGMA 945-A18, “Splines – Design and Application”.
- [2] DIN 5466, “Splined joints, calculation of load capacity – Part 1: General basis”.
- [3] ANSI-AGMA 6123-A8, “Design Manual for Enclosed Epicyclic Metric Module Gear Drives”.
- [4] DIN 5480, “Splined connections with involute splines based on reference diameters — Part 1: Principles”.
- [5] Dudley, D.W., “When Splines Need Stress Control”.
- [6] Dudley, D.W., “How to design involute splines”.
- [7] ISO-4156, “Straight cylindrical involute splines-metric module, side fit”.