



**Politecnico
di Torino**

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Matematica
20 Marzo 2024

**Ottimizzazione dell'allocazione dello
spazio disponibile in un sistema logistico
portuale**

Relatore:
Prof. Paolo Brandimarte

Candidato:
Francesco Rege Cambrin

ANNO ACCADEMICO 2023-2024

Introduzione

Il settore nel quale opera **F2i Holding Portuale** (FHP) è quello del trasporto marittimo delle merci non containerizzate; nello specifico la sede del porto di Carrara tratta principalmente le merci provenienti dagli ambiti siderurgico e lapideo. Il problema aziendale che si è voluto affrontare riguarda l'organizzazione e la gestione degli spazi del piazzale in concessione, in termini di disposizione dei prodotti, con l'obiettivo di migliorarne l'efficienza e ridurre i costi di movimentazione. Lo scopo della tesi sarà quindi quello di progettare un algoritmo capace di minimizzare il dispendio delle risorse coinvolte nel processo logistico massimizzando al contempo lo sfruttamento dello spazio concesso.

Oltre a questo si cercherà inoltre di dare, in un capitolo introduttivo, un'idea dell'ambito di interesse, con lo scopo di inquadrare le motivazioni che hanno portato ad affrontare il problema argomento dell'elaborato.

Infine, osservando i risultati ottenuti, si trarranno le opportune conclusioni e si presenteranno possibili complicazioni e sviluppi con i quali arricchire il modello.

Indice

1	Logistica portuale delle rinfuse e delle merci varie	5
1.1	Panoramica di settore	5
1.2	La realtà di F2i Holding Portuale	6
1.2.1	FHP Porto di Carrara	7
1.3	Il ruolo della digitalizzazione	8
1.3.1	L'ottimizzazione degli spazi	8
1.3.2	Impatto sui costi	9
1.4	La gestione del piazzale	9
1.4.1	Gli spazi	9
1.4.2	Le merci	11
2	Simulazione dei processi	13
2.1	Assunzioni del problema	13
2.2	Simulazione ingresso e uscita della merce	14
2.2.1	Benchmark	14
2.2.2	Criterio di scelta delle celle	16
2.2.3	Introduzione dell'incertezza	21
2.2.4	Eterogeneità dei prodotti	23
2.3	Primi risultati	29
2.3.1	Stocasticità nel caso reale	31
3	Problema di ottimizzazione	35
3.1	Elementi del problema	35
3.1.1	Variabili decisionali	35
3.1.2	Vincoli	36
3.1.3	Funzione obiettivo	39
3.2	Limiti dell'approccio	39

4	Beam Search	41
4.1	L'algoritmo	41
4.1.1	Punti di forza	42
4.1.2	Punti di debolezza	42
4.2	Applicazione di beam search al caso di studio	44
4.2.1	Beam search con generazione random	45
4.2.2	Variazioni sul tema	47
4.2.3	Versione definitiva	50
5	Considerazioni finali e ulteriori sviluppi	53
5.1	Possibili complicazioni	53
5.2	Applicabilità dei metodi visti	55
	Bibliografia	57

1

Logistica portuale delle rinfuse e delle merci varie

In questo capitolo si vuole cercare di inquadrare il settore delle merci varie alla rinfusa, sia in generale sia più nello specifico dal punto di vista di FHP, evidenziando soprattutto attuali limiti e potenzialità.

1.1 PANORAMICA DI SETTORE

Negli ultimi anni il processo di globalizzazione ha subito un graduale rallentamento a causa di diversi fattori, quali il calo della crescita economica globale, l'aumento dei costi di produzione e dei problemi legati alla catena di approvvigionamento. In questo contesto l'Unione Europea ha intrapreso un processo di *reshoring* e *friendshoring* al fine di rafforzare la cooperazione economica tra i paesi europei e del Mediterraneo, il che potrebbe rappresentare una grande opportunità per la portualità italiana, leader nel traffico marittimo a corto raggio. Certamente l'Italia può far leva sul suo strategico posizionamento geografico, che la rende naturale candidata ad hub logistico per i flussi commerciali tra Nord Africa ed Europa continentale, ma a questo sarà necessario affiancare importanti investimenti volti a potenziare servizi e infrastrutture per l'intermodalità e a migliorare l'efficienza dei servizi portuali (riducendo ad esempio i tempi di stazionamento delle navi).

1.2 LA REALTÀ DI F2I HOLDING PORTUALE

I fondi di investimento stanno entrando sempre più nel panorama dello shipping e della portualità: il progetto F2i Holding Portuale rappresenta un campione di queste dinamiche. Parlare di fondi in senso generico è fuorviante: la logica di F2i è quella di una realtà italiana che raduna le principali istituzioni finanziarie, fondi pensione e fondazioni bancarie, focalizzata nel settore delle infrastrutture sulla creazione di valore sostenibile degli asset gestiti nel lungo periodo.

Con circa sette miliardi di euro investiti, F2i rappresenta la maggiore piattaforma infrastrutturale del Paese, articolata su 6 linee di azione:

- trasporti e logistica (aeroporti, porti, ferrovie merci e autostrade)
- reti di distribuzione (gas, acqua)
- telecomunicazioni
- energia per la transizione (solare, eolico, stoccaggio gas)
- economia circolare (riciclo carta e plastica)
- infrastrutture sociosanitarie

In questo contesto, FHP non rappresenta solamente l'acquisizione di uno o più terminal portuali da parte di un investitore, ma guarda alla possibilità di creare un campione italiano nella portualità in grado di far evolvere e creare un cambio di passo nel settore delle merci varie, fondamentale per la competitività di filiere industriali strategiche per il sistema Paese quali il siderurgico, il forestale, l'agroalimentare, il lapideo e l'impiantistica industriale. Il mercato dei servizi portuali nel general cargo ¹ è, infatti, caratterizzato da elevata frammentazione, ancora legato a logiche tradizionali di movimentazione della merce con forti necessità di modernizzazione sia sotto il profilo della sostenibilità ambientale sia rispetto alla digitalizzazione dei processi e all'integrazione con gli stakeholder (istituzioni e logistica terrestre). Il fattore tempo rappresenta un elemento cruciale per coniugare l'innovativo progetto FHP con le prerogative del fondo: qualsiasi azione strutturale di acquisizione di infrastrutture, in relazione alle azioni di rinnovamento del settore collegate ai relativi investimenti, necessita di certezze circa la durata delle concessioni ed il contesto normativo di riferimento.

FHP si configura oggi come il primo operatore nel mercato delle merci varie con circa 10 milioni di tonnellate di merci lavorate (20% del mercato), attivo su otto terminal e 14 società operative con oltre 500 dipendenti su quattro basi operative posizionate strategicamente nell'Adriatico (Monfalcone, Venezia) e nel Tirreno

¹con il termine *general cargo* si intendono le merci varie alla rinfusa

(Carrara e Livorno). Parallelamente alla crescita realizzata attraverso acquisizioni *orizzontali* di terminal portuali si sta realizzando anche uno sviluppo *verticale*, lato terra, con soluzioni intermodali (trasporti ferroviari, fluviali e su gomma), servizi accessori (doganali, assicurativi, agenziali), stoccaggio e consegna *sino all'ultimo miglio* delle merci.

1.2.1 FHP PORTO DI CARRARA

La base di Carrara, oltre ad essere la sede della holding FHP, rappresenta assieme alla base di Livorno il presidio del Gruppo su un mercato di grande importanza per le merci varie come quello del Tirreno. Importante sottolineare che la competizione con altri sistemi portuali ha accresciuto la propria intensità, anche per effetto delle tensioni sulle catene logistiche causate dagli eventi di crisi globale; nel mondo della logistica e della portualità è sempre la merce che decide dove andare e il successo di un porto dipende fortemente dalla capacità, di tutti coloro che vi operano, di creare un sistema efficiente e collaborativo in grado di soddisfare gli standard di mercato. Il porto di Carrara, pur con i limiti dimensionali che



Figura 1.1: foto aerea del Porto di Carrara

lo caratterizzano, ha un potenziale importante, legato al tessuto imprenditoriale locale (prodotti lapidei, cantieristica navale, project cargo), alle buone connessioni ferroviarie e stradali e alle possibili sinergie di sistema con La Spezia. Ad ogni modo l'efficienza e il rapporto tra costo e livello di servizio richiesti dai clienti impongono a FHP, oltre a investimenti significativi, anche l'introduzione a Carrara di importanti miglioramenti organizzativi e una moderna e più flessibile cultura del lavoro.

1.3 IL RUOLO DELLA DIGITALIZZAZIONE

A livello nazionale il PNRR ha allocato 40 miliardi di euro, il 21% dell'intero budget, al tema della digitalizzazione e in base al report dell'IDC (International Data Corporation) gli investimenti in trasformazione digitale stanno crescendo a un tasso annuale composto del 17.5% tra il 2020 e il 2023. Tuttavia l'Italia, con riferimento al Digital Economy and Society Index, si posiziona al 18° posto tra i paesi UE, restando ben al di sotto della media comunitaria. Dal report 2023 "*Corridoi ed efficienza logistica dei territori*", realizzato grazie al partenariato tra Contship Italia Group e SRM & SRM Services, emerge che tra le principali motivazioni che spingono le aziende a investire nella digitalizzazione della logistica figurano la necessità di migliorare l'efficienza, la possibilità di aumentare la qualità dei servizi offerti e la riduzione dei costi. In questo panorama si inseriscono perfettamente tutte quelle aziende che operano nella logistica delle merci varie, tra cui appunto F2i Holding Portuale, nell'ottica di conseguire un efficientamento economico garantendo un servizio di facile fruizione.

1.3.1 L'OTTIMIZZAZIONE DEGLI SPAZI

Come anticipato, per FHP uno degli obiettivi principali da conseguire investendo in digitalizzazione sarebbe proprio il miglioramento dell'organizzazione delle merci nel piazzale. Infatti, se il mondo del contenitore da questo punto di vista presenta già un elevato grado di automazione, nell'ambito delle merci varie e delle rinfuse ci si affida ancora alle conoscenze dei lavoratori più esperti, che per quanto affidabili saranno sempre soggette a limiti umani di precisione e anticipazione. Facile capire come la differenza principale tra i due settori sia la varietà di prodotti trattati: i container hanno delle dimensioni standard che ne rendono più facile la gestione e che rendono possibile sviluppare il magazzino in tre dimensioni (i.e. l'impilabilità dei prodotti gioca un ruolo fondamentale nel modo in cui ne organizzo la disposizione). Da questo punto di vista il mondo delle rinfuse opera con regole diverse da quello del contenitore: anche se in alcuni casi ci sono dei prodotti standard, è chiaro che per quanto riguarda le dimensioni e la forma di ciò che va collocato in piazzale si ha una variabilità notevolmente superiore. Oltre a questo è necessario tenere conto anche di determinate caratteristiche della merce (necessità di stare al coperto, usura dovuta alla salsedine) per determinare in quali zone del piazzale possa essere disposta e in quali no.

Quelli presentati sono solo alcuni dei fattori che entrano in gioco (molti altri verranno presentati durante la trattazione) e sulla base dei quali si cercherà di sviluppare una soluzione, quantomeno approssimata, al problema.

1.3.2 IMPATTO SUI COSTI

La necessità di agire sui costi deriva sostanzialmente da tre aspetti principali:

- redditività eterogenea delle merci
- frammentazione del mercato
- imposizione dei prezzi

Per prima cosa le merci trattate non hanno tutte lo stesso valore e non sono quindi ugualmente paganti: sabbia e marmo bianco di Carrara hanno un impatto ben diverso sul profitto. Un efficientamento organizzativo del piazzale permetterebbe di avere una migliore marginalità su quelle merci che pur impiegando spazio e risorse non garantiscono un ritorno adeguato.

Altra importante questione è la struttura frammentaria del mercato: alla movimentazione di circa 50 milioni di tonnellate di merce partecipano infatti 60 operatori (in Spagna, per fare un paragone, questo rapporto è tre volte superiore). La conseguenza è che FHP, così come le altre imprese del settore, è un *price taker*: questo significa che per restare presenti e competitivi è necessario offrire servizi ad un prezzo stabilito dal mercato e non un prezzo di propria scelta (come può avvenire in un monopolio). Questo è il punto focale della trattazione: ogni inefficienza di gestione e di organizzazione provoca inevitabilmente dei costi, i quali gravano sull'azienda riducendone i margini di profitto. Avere un sistema in grado di gestire in maniera ottima quantomeno le situazioni di routine² vuol dire essere in grado di minimizzare o almeno ridurre i costi, con tutte le conseguenze che questo comporta. Questa è dunque la strada da percorrere investendo in digitalizzazione.

1.4 LA GESTIONE DEL PIAZZALE

Come emerso dalle sezioni precedenti il focus della trattazione sarà il piazzale: è dunque cruciale dare una panoramica più possibile esaustiva e funzionale dei vari elementi che lo caratterizzano, così da renderne di più facile comprensione la successiva modellizzazione.

1.4.1 GLI SPAZI

Nel 2019 l'Autorità di Sistema Portuale ha dato in concessione a FHP degli spazi all'interno del porto di Carrara da utilizzare nella gestione delle proprie movimen-

²ci saranno sempre carichi speciali che necessitano di aggiustamenti e quindi di un dispendio maggiore di risorse

tazioni. Questi spazi hanno un costo al m^2 che varia a seconda delle caratteristiche (per esempio se è coperto o scoperto) e al concessionario è richiesto di utilizzarli generando traffici sufficienti ed effettuando investimenti che contribuiscano al miglioramento degli stessi. Come si vede in figura 1.2 gli spazi sono composti da una banchina e da un vero e proprio piazzale. Per prima cosa si può notare che

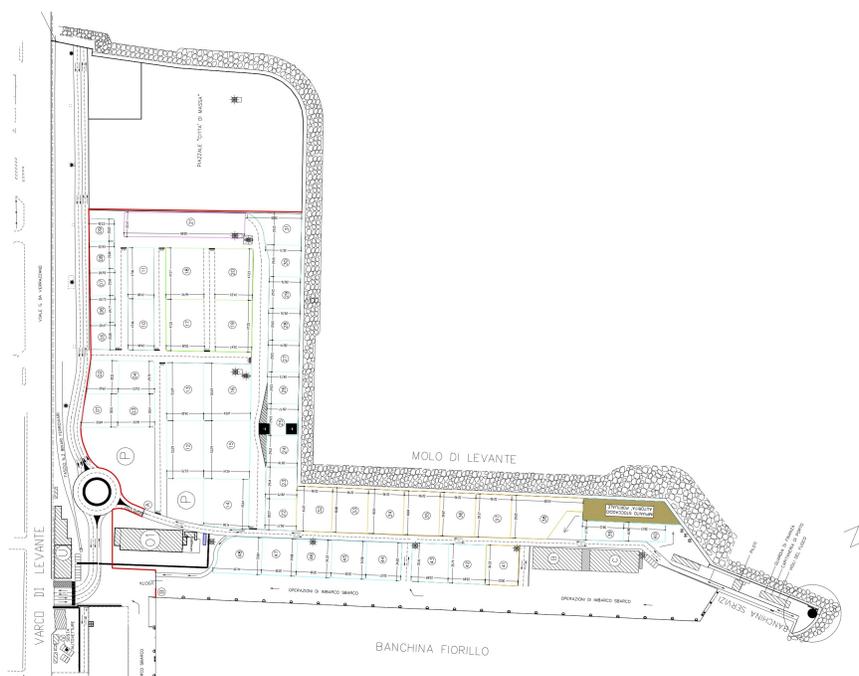


Figura 1.2: *planimetria degli spazi del terminal*

l'area comprende delle zone di stoccaggio e delle zone di transito: questo vuol dire che, a prescindere da quali siano i carichi in arrivo, i corridoi di passaggio devono essere quelli stabiliti. Ovviamente questo non esclude che in casi eccezionali di sbarco/imbarco o in situazioni di rinnovamento del terminal anche i percorsi per la movimentazione interna possano subire delle modifiche, ma si tratta comunque di eventi piuttosto rari. La tendenza a mantenerli invariati è imputabile a questioni di sicurezza e di facilità di movimento, in quanto se di volta in volta fossero modificati si creerebbe un'inutile confusione nel traffico dei mezzi.

Tutto il resto dello spazio è invece adibito al posizionamento della merce. In tal caso, seppur alcuni vincoli vadano rispettati, si ha significativamente meno rigidità di gestione: non esiste infatti una zona destinata a un certo tipo di merce ma gli spazi sono interscambiabili a seconda delle esigenze del momento. Per aspetti

sia burocratici sia organizzativi quest'area è suddivisa in diverse sezioni, ognuna con una propria denominazione. È chiaro che avere un riferimento preciso e condiviso all'interno del porto garantisce una certa semplicità nella disposizione e nel recupero delle merci; inoltre per questioni doganali è obbligatorio avere delle zone ben definite da destinare a certe attività (ad esempio la custodia temporanea).

1.4.2 LE MERCI

Per quel che riguarda le merci trattate è possibile raggrupparle in 3 macrocategorie:

- rinfuse
- merci varie
- container

Tra tutte il container è quello a cui si presterà meno attenzione, essendo un prodotto marginale nell'attività di FHP, il cui focus è invece il mondo delle rinfuse e delle merci varie.

Per cominciare cerchiamo di distinguere le due famiglie: con il termine *rinfuse* si indicano tutte quelle merci sfuse (cereali, minerali, ghiaia, ...) trasportate dalle cosiddette navi rinfusiere, mentre con *merci varie* si intendono tendenzialmente quei prodotti manifatturieri (nello specifico coils, lamiere, lastre di marmo, ...) che vengono caricate/scaricate singolarmente. Per queste tipologie di merce è importante tenere in considerazione le caratteristiche di ogni prodotto, che limitano le alternative di disposizione possibile. Ci sono infatti materiali che devono necessariamente stare al coperto, altri che non si possono bagnare e via discorrendo. Nonostante ci siano delle proprietà note per ogni prodotto è però difficile stabilire delle regole rigide di immagazzinamento: spetta infatti allo *shipper* indicare i criteri di stoccaggio da rispettare e ai quali bisogna attenersi.

2

Simulazione dei processi

In questo capitolo si proverà a delineare una dinamica schematizzata della movimentazione delle merci, aggiungendo in sequenza elementi che complichino la trattazione e la rendano più fedele alla realtà.

2.1 ASSUNZIONI DEL PROBLEMA

Per prima cosa è importante capire in che contesto si sta lavorando, ovvero quali siano i principali aspetti da tenere in considerazione. Per il momento si è deciso di utilizzare una configurazione quasi banale, che aiuti però il lettore ad avere una chiara comprensione del problema. Come anticipato i due elementi principali sono lo spazio disponibile e la merce in ingresso/uscita.

Per quanto riguarda lo spazio è sufficiente conoscere la dimensione e la divisione in celle che si sceglie di adottare; trattandosi di spazio bidimensionale si avranno quindi una lunghezza e una larghezza, che nella convenzione adottata si traducono rispettivamente in numero di righe e numero di colonne da cui è composto lo spazio. Questo vuol banalmente dire che uno spazio 4×7 sarà composto da 4 righe e 7 colonne. In questa rappresentazione matriciale ogni cella corrisponde a uno slot nel quale può essere posizionato un prodotto.

Sulla merce è invece necessario spendere qualche parola in più. Vista la varietà e la complessità di prodotti che ci si trova a trattare è inevitabile basare la trattazione su assunzioni che semplifichino il contesto. Per il momento si suppone dunque di avere una serie di prodotti con le seguenti proprietà:

Data di arrivo istante temporale nel quale è previsto l'arrivo dell'oggetto.

Data di ritiro istante temporale nel quale è previsto il ritiro dell'oggetto.

Costo di riposizionamento costo legato alla necessità di muovere il prodotto per effettuare una qualche operazione. Sostanzialmente ogni volta che per il ritiro di un oggetto è necessario spostarne altri, la movimentazione di ognuno di questi ultimi genera un costo del quale si deve tenere conto.

Si nota immediatamente l'assenza di un riferimento alle dimensioni degli oggetti: assumendo per il momento che tutti i prodotti abbiano la stessa dimensione e che ognuno di essi occupi esattamente lo spazio di una cella, non è in alcun modo necessario preoccuparsene.

2.2 SIMULAZIONE INGRESSO E USCITA DELLA MERCE

Quanto precisato nella sezione precedente è dunque quello che si conosce in principio: si ha uno spazio di determinate dimensioni con una serie di celle libere e una lista di oggetti, ognuno con le proprie caratteristiche, che dovranno essere organizzati in questo spazio. Supponendo convenzionalmente di partire da $t = 0$, per ogni istante di tempo successivo ($t = 1, 2, \dots$) ci saranno degli oggetti in ingresso (i.e. che devono essere posizionati nello spazio) e degli oggetti in uscita (i.e. che devono essere prelevati dallo spazio). Per il momento assumiamo che tutte le uscite avvengano prima di tutte le entrate; questo non è necessariamente vero in una situazione reale ma con le adeguate precauzioni è una schematizzazione applicabile.

Il punto focale è ovviamente il processo di posizionamento: è necessario capire quali siano i criteri di scelta della cella per un certo oggetto.

2.2.1 BENCHMARK

La prima idea potrebbe semplicemente essere di determinare quali siano le posizioni libere a un certo istante e sceglierne casualmente una tra queste. Se l'efficacia di questo modo di procedere è evidentemente nulla, lo stesso non si può dire per la sua utilità. Pur non ottenendo infatti un risultato in alcun modo accettabile, dall'assegnazione random si ricava un riferimento di confronto. Per quanto scarsa a livello di prestazioni, anche la disposizione che si ottiene procedendo come indicato rientra tra quelle ammissibili dal problema, il che significa che ogni altra configurazione, magari meno scriteriata, potrà esserle paragonata al fine di capire quanto meglio si riesce a fare seguendo certe regole. Per questa ragione si è deciso

di osservare il comportamento della disposizione casuale, che darà risultati interessanti nel momento in cui si introdurrà l'incertezza (come si vedrà in seguito). Per il momento si suppone che tutti i dati che si hanno a disposizione siano deterministici e si verifichino come ci aspettiamo (ci si riferisce in particolare alle date di arrivo e di ritiro). Si immagini dunque di avere un set di dieci oggetti come indicato (per comodità si denota con d_a la data di arrivo, con d_r la data di ritiro e con c_r il costo di riposizionamento):

ogg A $\rightarrow d_a = 1, d_r = 4, c_r = 6$

ogg B $\rightarrow d_a = 4, d_r = 7, c_r = 7$

ogg C $\rightarrow d_a = 1, d_r = 5, c_r = 35$

ogg D $\rightarrow d_a = 5, d_r = 8, c_r = 22$

ogg E $\rightarrow d_a = 1, d_r = 3, c_r = 9$

ogg F $\rightarrow d_a = 3, d_r = 8, c_r = 22$

ogg G $\rightarrow d_a = 2, d_r = 4, c_r = 1$

ogg H $\rightarrow d_a = 4, d_r = 5, c_r = 39$

ogg I $\rightarrow d_a = 4, d_r = 5, c_r = 1$

ogg J $\rightarrow d_a = 3, d_r = 7, c_r = 7$

e di volerli posizionare in maniera casuale nello spazio (di dimensioni 5×2). Per simulare tutto il processo si pone quindi un limite temporale T e allo scorrere di $t = 1, \dots, T$ si ritirano i prodotti in uscita e si posizionano casualmente quelli in entrata. Sulla procedura di ritiro non ci sono specifiche particolari se non l'attenzione a quei casi in cui l'oggetto da ritirare si trovi dietro ad altri oggetti che verranno prelevati successivamente. In tal caso per avere accesso al pezzo di interesse bisognerà rimuovere tutti quelli che stanno davanti per poi riposizionarli; questo tipo di operazione ha ovviamente un costo, che abbiamo indicato come *costo di riposizionamento*. La somma di tutti questi costi accumulati durante l'intera durata del processo sarà il costo totale legato alle movimentazioni effettuate e la sua minimizzazione sarà lo scopo della trattazione.

Nella tabella 2.1 è rappresentato, istante per istante, ciò che accade nel piazzale (gli oggetti indicati in verde e in rosso sono rispettivamente quelli in ingresso e quelli in uscita in quell'istante temporale); tale rappresentazione altro non è che la vista dall'alto dello spazio, dove le celle superiori sono quelle più arretrate (questo

A		A		A	J	A	J
C		C	G	C	G	C	G
E		E		E		B	
						H	
					F	I	F
t=1		t=2		t=3		t=4	
	J		J		J		
C							
B	D	B	D	B	D		D
H							
I	F		F		F		F
t=5		t=6		t=7		t=8	

Tabella 2.1: disposizione degli oggetti con assegnazione casuale delle celle.

serve per capire che se due oggetti si trovano nella stessa colonna quello davanti è quello nella riga più bassa).

In questo esempio è facile comprendere qual è il costo totale che si dovrà sostenere: è infatti sufficiente cercare le situazioni in cui un oggetto che deve essere prelevato ne ha davanti uno che non è in uscita. Nello specifico questo si verifica:

- al tempo $t=4$ per prelevare l'oggetto A bisogna spostare l'oggetto C (\implies costo pari a 35) e per prelevare l'oggetto G bisogna spostare l'oggetto F (\implies costo pari a 22)
- al tempo $t=5$ per prelevare l'oggetto C bisogna spostare l'oggetto B (\implies costo pari a 7)
- al tempo 7 per prelevare l'oggetto J bisogna spostare l'oggetto D (\implies costo pari a 22) e l'oggetto F (\implies costo pari a 22)

Segue immediatamente che il costo totale di una configurazione di questo tipo sarà la somma di tutti i costi appena specificati, dunque $c_{tot} = 35 + 22 + 7 + 22 + 22 = 108$.

2.2.2 CRITERIO DI SCELTA DELLE CELLE

Un primo passo per discostarsi dall'assegnazione random potrebbe essere creare una distinzione tra le celle libere, introducendo un partizionamento coerente con

l'obiettivo prefissato. Si supponga di avere una certa configurazione di oggetti disposti nello spazio e di avere in ingresso un nuovo oggetto da dover posizionare: l'idea potrebbe essere confrontare la data di ritiro del prodotto in entrata ($data_n$) con la data di ritiro di quelli già presenti ($data_i$ con i indice di prodotto). Se:

- $data_n < data_i \implies$ si eviterà di posizionare il nuovo oggetto dietro all' i -esimo oggetto già presente, in quanto quest'ultimo sarà ritirato successivamente
- $data_n > data_i \implies$ si eviterà di posizionare il nuovo oggetto davanti all' i -esimo oggetto già presente, in quanto quest'ultimo sarà ritirato prima

Per il momento, siccome si assume che le uscite di prodotti allo stesso istante temporale avvengano in contemporanea, si può trascurare il caso in cui $data_n = data_i$. Applicando questo criterio è possibile definire, per ogni ingresso, un sottoinsieme di celle che non solo siano libere ma siano anche scelte con accortezza; vista la maggiore selettività ci saranno casi in cui ci sono celle libere ma nessuna di esse soddisfa le proprietà appena viste e in tal caso si procederà semplicemente con la scelta casuale. Un ancora più sfortunato caso sarà quello in cui non sono presenti neanche celle libere: questo ovviamente non dipende dal criterio scelto ma dalla scarsità di spazio disponibile e in tal caso l'oggetto sarà semplicemente escluso. Tenendo a mente quanto di nuovo è stato introdotto si prova a vedere cosa cambia a livello di movimentazione nell'esempio precedente (tabella 2.2), ricordando che gli oggetti da gestire sono sempre gli stessi.

<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="color: green;">C</td></tr> <tr><td style="color: green;">A</td><td style="color: green;">E</td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>				C	A	E					<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>C</td></tr> <tr><td>A</td><td>E</td></tr> <tr><td style="color: green;">G</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>				C	A	E	G				<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td></td><td style="color: green;">F</td></tr> <tr><td style="color: green;">J</td><td>C</td></tr> <tr><td>A</td><td style="color: red;">E</td></tr> <tr><td>G</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>		F	J	C	A	E	G				<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td></td><td>F</td></tr> <tr><td>J</td><td>C</td></tr> <tr><td style="color: green;">A</td><td style="color: green;">B</td></tr> <tr><td style="color: red;">G</td><td style="color: green;">I</td></tr> <tr><td></td><td style="color: green;">H</td></tr> </table>		F	J	C	A	B	G	I		H
	C																																										
A	E																																										
	C																																										
A	E																																										
G																																											
	F																																										
J	C																																										
A	E																																										
G																																											
	F																																										
J	C																																										
A	B																																										
G	I																																										
	H																																										
t=1	t=2	t=3	t=4																																								
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td style="color: green;">D</td><td>F</td></tr> <tr><td>J</td><td style="color: red;">C</td></tr> <tr><td>B</td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="color: red;">I</td></tr> <tr><td></td><td style="color: red;">H</td></tr> </table>	D	F	J	C	B			I		H	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td>D</td><td>F</td></tr> <tr><td>J</td><td></td></tr> <tr><td>B</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	D	F	J		B						<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td>D</td><td>F</td></tr> <tr><td style="color: red;">J</td><td></td></tr> <tr><td style="color: red;">B</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	D	F	J		B						<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td style="color: red;">D</td><td style="color: red;">F</td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	D	F								
D	F																																										
J	C																																										
B																																											
	I																																										
	H																																										
D	F																																										
J																																											
B																																											
D	F																																										
J																																											
B																																											
D	F																																										
t=5	t=6	t=7	t=8																																								

Tabella 2.2: disposizione degli oggetti applicando il criterio descritto.

In questo caso si osserva subito che non si verifica mai una situazione in cui per prelevare un oggetto sia necessario spostarne un altro che lo ostacola; questo vuol dire che $c_{tot} = 0$. La banalità dell'esempio permette di trovare una soluzione ottima ma aumentando le merci e riducendo proporzionalmente lo spazio a disposizione questo non si verificherà, se non in casi particolarmente fortunati.

A questo punto è doverosa una precisazione sul processo di posizionamento di un oggetto: ci sono casi in cui si mette un oggetto in entrata dietro ad un altro oggetto già presente (come accade per gli oggetti F e C al tempo 3). Per poter fare questa operazione è necessario un mezzo (il *carroponte*), che però nel caso in analisi non è disponibile. Le soluzioni a questo problema sono svariate, tra cui:

- (1) si potrebbe semplicemente tenere conto dei costi dell'operazione di posizionamento (mentre fino ad ora si sono considerati i costi solo in fase di prelievo). In pratica ogni volta che un oggetto in entrata viene assegnato a una cella davanti alla quale sono presenti altri oggetti, questi ultimi devono essere spostati per poter passare e riposizionati al termine dell'operazione, generando i relativi costi. Implementare questo aggiustamento senza fare altro avrebbe poco senso, in quanto non si lavorerebbe in alcun modo sulla minimizzazione di questo secondo tipo di costi; lo si potrebbe invece affiancare a un criterio di selezione delle celle, simile a quella appena utilizzato, che tenga conto anche del problema delle merci in entrata.
- (2) alternativamente si potrebbe imporre di selezionare sempre le celle più arretrate, così che poi lo spazio libero si trovi tutto davanti e non si verifichi mai una situazione di riposizionamento per un ingresso.

In realtà con alcuni accorgimenti si potrebbe non aver bisogno di apportare alcuna modifica al processo come lo abbiamo descritto fino ad ora. Per ora si è infatti trattato ogni oggetto separatamente ma sarebbe più corretto, per coerenza con la realtà, ragionare per carichi, ovvero insieme di oggetti. Così facendo si avrebbe una serie di oggetti che arrivano tutti nello istante e vengono poi ritirati separatamente in base alle esigenze dei diversi clienti. Nella pratica questo si traduce in una serie di oggetti che hanno tutti la stessa data di arrivo; questo non rende superfluo l'attributo *data di arrivo* che si è introdotto nella definizione degli oggetti, ne cambia però il significato. Infatti anche tra oggetti che arrivano nello stesso istante c'è un ordine di priorità: questo ordine è dettato dalla sequenza di scarico della merce, legata all'organizzazione dei prodotti sulla nave (i.e. quelli sopra verranno scaricati prima e quelli in fondo saranno anche gli ultimi ad essere gestiti). Per riassumere si potrebbe quindi sostituire la *data di arrivo* con la *priorità di scarico*. Per quel che riguarda invece la *data di ritiro* non cambia nulla. In una situazione di questo tipo vengono prima posizionati tutti gli oggetti e poi avven-

gono via via i ritiri. Con questi accorgimenti il problema è quasi risolto: manca solo un'ultima precisazione. Se infatti si procede al posizionamento in ordine di priorità (come è inevitabile che avvenga) invece che in ordine di data di arrivo si è solo cambiato nome alla questione, senza risolverla: una volta posizionato il primo oggetto comunque tutte le celle che gli stanno dietro genererebbero lo stesso problema che si aveva in precedenza. La soluzione definitiva si ha con l'introduzione di un *buffer*: se tutti gli oggetti arrivano nello stesso istante ma vengono scaricati in un predeterminato ordine si può disporre una zona in cui lasciare in attesa alcuni prodotti che ostruirebbero prodotti da scaricare e posizionare successivamente alle loro spalle. Per comprendere meglio il meccanismo può essere utile un banale esempio: si supponga di avere due oggetti (A e B, rispettivamente il primo e l'ultimo a essere scaricati) e di avere uno spazio composto da un'unica colonna con due celle (0 e 1, rispettivamente dietro e davanti). Assumendo che l'oggetto A debba occupare la cella 1 (verosimilmente perché ha una data di ritiro precedente a quella di B), sarebbe inutile posizionarlo subito, in quanto già si sa che ostruirebbe poi il posizionamento di B; sarebbe invece più sensato scaricare l'oggetto A e lasciarlo nella zona di *buffer* in attesa che venga posizionato l'oggetto B, per poi inserire anche l'oggetto A nella sua posizione definitiva.

Alla luce di quanto detto potrebbe essere utile analizzare dei casi analoghi a quelli già visti in precedenza; questa volta si indicherà con t il tempo (come prima) e con p la priorità degli oggetti che vengono inseriti in quel momento. Si parte allora dal caso con assegnazione random delle celle (tabella 2.3). Analogamente a prima è possibile calcolare il costo di questa disposizione, che è $c_{tot} = 102$.

Se invece si utilizzasse il criterio introdotto in precedenza si otterrebbe la movimentazione illustrata nella tabella 2.4 che segue, ottenendo $c_{tot} = 22$.

Un'ultima questione sull'argomento riguarda la capacità del *buffer*: in questa sede non ci si porrà il problema di quanti oggetti possano essere contemporaneamente disposti nella zona di attesa prima di essere posizionati ma è chiaro che anche questa componente, soprattutto lavorando con una mole importante di prodotti, ha un effetto non trascurabile.

Tutta questa digressione sui costi generati anche dall'ingresso della merce era necessaria per mantenere un certo livello di coerenza tra il problema reale e la sua rappresentazione. Da questo momento in poi però, se non diversamente indicato, si trascurerà questo aspetto, non perché lo si considera ininfluenza ma perché, come si è visto, ha una soluzione molto semplice e non aggiunge quasi nulla ai concetti che si vogliono affrontare più approfonditamente nella trattazione.

<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td>C</td><td>A</td></tr><tr><td></td><td>E</td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	C	A		E							<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td>C</td><td>A</td></tr><tr><td></td><td>E</td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td>G</td><td></td></tr></table>	C	A		E					G		<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td>C</td><td>A</td></tr><tr><td></td><td>E</td></tr><tr><td>F</td><td>J</td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td>G</td><td></td></tr></table>	C	A		E	F	J			G		<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td>C</td><td>A</td></tr><tr><td>B</td><td>E</td></tr><tr><td>F</td><td>J</td></tr><tr><td></td><td>H</td></tr><tr><td>G</td><td>I</td></tr></table>	C	A	B	E	F	J		H	G	I
C	A																																										
	E																																										
C	A																																										
	E																																										
G																																											
C	A																																										
	E																																										
F	J																																										
G																																											
C	A																																										
B	E																																										
F	J																																										
	H																																										
G	I																																										
t=1, p=1	t=1, p=2	t=1, p=3	t=1, p=4																																								
<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td>C</td><td>A</td></tr><tr><td>B</td><td>E</td></tr><tr><td>F</td><td>J</td></tr><tr><td>D</td><td>H</td></tr><tr><td>G</td><td>I</td></tr></table>	C	A	B	E	F	J	D	H	G	I	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td>C</td><td>A</td></tr><tr><td>B</td><td>E</td></tr><tr><td>F</td><td>J</td></tr><tr><td>D</td><td>H</td></tr><tr><td>G</td><td>I</td></tr></table>	C	A	B	E	F	J	D	H	G	I	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td>C</td><td>A</td></tr><tr><td>B</td><td></td></tr><tr><td>F</td><td>J</td></tr><tr><td>D</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	C	A	B		F	J	D				<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td>F</td><td>J</td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>					F	J				
C	A																																										
B	E																																										
F	J																																										
D	H																																										
G	I																																										
C	A																																										
B	E																																										
F	J																																										
D	H																																										
G	I																																										
C	A																																										
B																																											
F	J																																										
D																																											
F	J																																										
t=1, p=5	t=2	t=3	t=4																																								

Tabella 2.3: disposizione casuale nel caso in cui tutti gli oggetti siano parte di un solo carico e abbiano una priorità di scarico.

<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td></td><td>E</td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td>A</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td>C</td><td></td></tr></table>		E			A				C		<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td></td><td>E</td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td>A</td><td></td></tr><tr><td></td><td>G</td></tr><tr><td>C</td><td></td></tr></table>		E			A			G	C		<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td>J</td><td>E</td></tr><tr><td>F</td><td></td></tr><tr><td>A</td><td></td></tr><tr><td></td><td>G</td></tr><tr><td>C</td><td></td></tr></table>	J	E	F		A			G	C		<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td>J</td><td>E</td></tr><tr><td>F</td><td></td></tr><tr><td>A</td><td>I</td></tr><tr><td>B</td><td>G</td></tr><tr><td>C</td><td>H</td></tr></table>	J	E	F		A	I	B	G	C	H
	E																																										
A																																											
C																																											
	E																																										
A																																											
	G																																										
C																																											
J	E																																										
F																																											
A																																											
	G																																										
C																																											
J	E																																										
F																																											
A	I																																										
B	G																																										
C	H																																										
t=1, p=1	t=1, p=2	t=1, p=3	t=1, p=4																																								
<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td>J</td><td>E</td></tr><tr><td>F</td><td>D</td></tr><tr><td>A</td><td>I</td></tr><tr><td>B</td><td>G</td></tr><tr><td>C</td><td>H</td></tr></table>	J	E	F	D	A	I	B	G	C	H	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td>J</td><td>E</td></tr><tr><td>F</td><td>D</td></tr><tr><td>A</td><td>I</td></tr><tr><td>B</td><td>G</td></tr><tr><td>C</td><td>H</td></tr></table>	J	E	F	D	A	I	B	G	C	H	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td>J</td><td></td></tr><tr><td>F</td><td>D</td></tr><tr><td>A</td><td></td></tr><tr><td>B</td><td></td></tr><tr><td>C</td><td></td></tr></table>	J		F	D	A		B		C		<table border="1" style="border-collapse: collapse;"><tr><td>J</td><td></td></tr><tr><td>F</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	J		F							
J	E																																										
F	D																																										
A	I																																										
B	G																																										
C	H																																										
J	E																																										
F	D																																										
A	I																																										
B	G																																										
C	H																																										
J																																											
F	D																																										
A																																											
B																																											
C																																											
J																																											
F																																											
t=1, p=5	t=2	t=3	t=4																																								

Tabella 2.4: applicazione del solito criterio al caso in cui gli oggetti siano parte dello stesso carico e abbiano un ordine di priorità.

2.2.3 INTRODUZIONE DELL'INCERTEZZA

Al termine della simulazione descritta si è quindi in grado di sapere il costo totale della movimentazione e la posizione in cui ogni oggetto dovrà essere disposto al momento del suo arrivo. Questi risultati sono però il frutto di un'assunzione piuttosto forte e ottimistica, ovvero che le informazioni che si hanno siano certe e immutabili. In particolare si lavora con date di arrivo e di partenza, che inevitabilmente in un caso reale potrebbero non coincidere con quelle che vengono dichiarate. È chiaro che per stabilire quale debba essere l'organizzazione degli spazi sia inevitabile fare riferimento a quello che si sa ma sarebbe utile domandarsi cosa succederebbe nel caso in cui si verificassero eventi diversi da quelli che ci si aspetta (per esempio un prodotto viene ritirato in ritardo). Dopo aver stabilito in quale cella ogni oggetto dovrebbe essere posizionato si vuole simulare il processo introducendo un certo grado di incertezza sulle date di ritiro. Supponiamo allora che per un certo prodotto la data di ritiro dichiarata sia t_1 : si introduce un intervallo del tipo $[t_1 - 1, t_1 + 3]$ all'interno del quale la data di ritiro effettiva possa variare. Se con la simulazione precedente l'obiettivo era di determinare la posizione per ogni oggetto in ingresso, adesso si vuole verificare l'efficacia della politica trovata su una situazione reale (i.e. in cui i ritiri non sono deterministici). Quando un oggetto arriva può dunque accadere che:

- la cella che gli era stata assegnata sia libera e l'oggetto venga posizionato in quella come previsto.
- la cella che gli era stata assegnata sia occupata in quanto un oggetto che si pensava sarebbe stato ritirato è ancora presente nello spazio. In tal caso bisogna cercare un'altra cella libera in cui posizionarlo o, se non sono presenti celle libere, escluderlo.
- ci si aspettava di dover escludere l'oggetto per mancanza di celle libere ma qualche oggetto è stato anticipatamente ritirato, liberando dello spazio per il nuovo prodotto.

È evidente che introdurre variabilità porterà ad ottenere una configurazione almeno in parte differente da quella prevista: alcuni oggetti occuperanno posizioni diverse da quelle che gli erano state assegnate e di conseguenza il costo totale della movimentazione potrebbe subire delle variazioni. Quest'ultimo punto è quello su cui sarà importante focalizzarsi. Precedentemente si è considerato il seguente set di oggetti:

ogg A $\rightarrow d_a = 1, d_r = 4, c_r = 6$

ogg B $\rightarrow d_a = 4, d_r = 7, c_r = 7$

ogg C $\rightarrow d_a = 1, d_r = 5, c_r = 35$

ogg D $\rightarrow d_a = 5, d_r = 8, c_r = 22$

ogg E $\rightarrow d_a = 1, d_r = 3, c_r = 9$

ogg F $\rightarrow d_a = 3, d_r = 8, c_r = 22$

ogg G $\rightarrow d_a = 2, d_r = 4, c_r = 1$

ogg H $\rightarrow d_a = 4, d_r = 5, c_r = 39$

ogg I $\rightarrow d_a = 4, d_r = 5, c_r = 1$

ogg J $\rightarrow d_a = 3, d_r = 7, c_r = 7$

e si è analizzata la differenza di costo nel caso di assegnazione random e nel caso di selezione delle celle. A questo punto, con lo stesso set di oggetti, si vuole vedere cosa accade alle prestazioni delle due diverse disposizioni nel caso in cui si verifichino delle variazioni a livello di data di ritiro. Nella tabella 2.5 è rappresentato il processo nel caso di assegnazione random. Questo caso è abbastanza particolare

A		A		A	J	A	J	A	J
C		C	G	C	G	C	G	C	G
E		E		E		E	B	E	B
						H		H	D
			F		F	I	F	I	F
t=1	t=2	t=3	t=4	t=5					
A	J		J		J		J		J
C	G	C	G		G		G		G
E	B		B		B		B		B
H	D	H	D		D		D		D
I	F		F		F		F		F
t=6	t=7	t=8	t=9	t=10	t=11				

Tabella 2.5: effetto dell'incertezza sulla disposizione casuale degli oggetti.

in quanto tutti gli ingressi avvengono prima di tutti i ritiri, il che è ovviamente una casualità e non è in alcun modo sintomatico della situazione. A prescindere da questo però, si ottiene che il costo derivante dall'incertezza è $c_{tot}^{inc} = 208$; si

ricorda che nel caso deterministico si otteneva $c_{tot} = 108$, dunque si è verificato un aumento di 100.

Nella tabella 2.6 si può invece vedere cosa accade nel caso in cui la merce venga disposta secondo il criterio descritto in precedenza. In tal caso si ottiene un costo

<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td>C</td></tr> <tr><td>A</td><td>E</td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>				C	A	E					<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td>C</td></tr> <tr><td>A</td><td>E</td></tr> <tr><td>G</td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>				C	A	E	G				<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td> </td><td>F</td></tr> <tr><td>J</td><td>C</td></tr> <tr><td>A</td><td>E</td></tr> <tr><td>G</td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>		F	J	C	A	E	G				<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td>B</td><td>F</td></tr> <tr><td>J</td><td>C</td></tr> <tr><td>A</td><td>E</td></tr> <tr><td>G</td><td> </td></tr> <tr><td>I</td><td>H</td></tr> </table>	B	F	J	C	A	E	G		I	H	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td>B</td><td>F</td></tr> <tr><td>J</td><td>C</td></tr> <tr><td>A</td><td>E</td></tr> <tr><td>G</td><td>D</td></tr> <tr><td>I</td><td>H</td></tr> </table>	B	F	J	C	A	E	G	D	I	H											
	C																																																																
A	E																																																																
	C																																																																
A	E																																																																
G																																																																	
	F																																																																
J	C																																																																
A	E																																																																
G																																																																	
B	F																																																																
J	C																																																																
A	E																																																																
G																																																																	
I	H																																																																
B	F																																																																
J	C																																																																
A	E																																																																
G	D																																																																
I	H																																																																
t=1	t=2	t=3	t=4	t=5																																																													
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td>B</td><td>F</td></tr> <tr><td>J</td><td>C</td></tr> <tr><td>A</td><td>E</td></tr> <tr><td>G</td><td>D</td></tr> <tr><td>I</td><td>H</td></tr> </table>	B	F	J	C	A	E	G	D	I	H	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td>B</td><td>F</td></tr> <tr><td>J</td><td>C</td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td>G</td><td>D</td></tr> <tr><td> </td><td>H</td></tr> </table>	B	F	J	C			G	D		H	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td>B</td><td>F</td></tr> <tr><td>J</td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td>D</td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>	B	F	J					D			<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td>B</td><td>F</td></tr> <tr><td>J</td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td>D</td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>	B	F	J					D			<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td>B</td><td>F</td></tr> <tr><td>J</td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td>D</td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>	B	F	J					D			<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td>D</td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>								D		
B	F																																																																
J	C																																																																
A	E																																																																
G	D																																																																
I	H																																																																
B	F																																																																
J	C																																																																
G	D																																																																
	H																																																																
B	F																																																																
J																																																																	
	D																																																																
B	F																																																																
J																																																																	
	D																																																																
B	F																																																																
J																																																																	
	D																																																																
	D																																																																
t=6	t=7	t=8	t=9	t=10	t=11																																																												

Tabella 2.6: effetto dell'incertezza sul posizionamento degli oggetti secondo il criterio scelto.

di movimentazione pari a $c_{tot}^{inc} = 106$, che corrisponde a un aumento proprio di 106 rispetto alla soluzione ottima trovata nel caso deterministico.

Questi risultati farebbero intendere che il criterio scelto, pur subendo un notevole peggioramento in termini di prestazioni, resti comunque preferibile all'assegnazione random anche nel momento in cui si hanno delle perturbazioni sulle date di ritiro.

2.2.4 ETEROGENEITÀ DEI PRODOTTI

La trattazione vista fino a questo momento si basa su un'assunzione fondamentale: tutti i prodotti hanno dimensioni identiche e ognuno di essi occupa esattamente lo spazio di una cella. In generale una situazione di questo tipo non è così irrealistica, basti pensare al mondo del container; nel nostro caso si vuole però affrontare un problema leggermente diverso. La varietà di prodotti che ci si trova a gestire nel settore delle rinfuse impone una maggiore flessibilità nell'assegnazione delle celle; per questo motivo nel seguito si esplorerà l'eventualità che ci siano prodotti con diverse dimensioni da gestire e da collocare nello spazio.

Per semplicità e senza perdita di generalità si può supporre che la lunghezza sia l'unica dimensione diversa da oggetto a oggetto, in quanto la bidimensionalità¹ ne è una semplice estensione. Si trascura inoltre, per le stesse motivazioni, l'orientazione degli oggetti: sviluppandosi in lunghezza infatti, i prodotti occuperanno celle (tante quanto la dimensione richiede) della stessa colonna, escludendo la possibilità di ruotarli per metterli in un'unica riga.

Fatte queste precisazioni si è in grado di procedere con la simulazione; in questo contesto prenderemo uno spazio di dimensioni 9×3 e i seguenti oggetti (d_a = data di arrivo, d_r = data di ritiro, c_r = costo di riposizionamento, l = lunghezza):

ogg A $\rightarrow d_a = 3, d_r = 6, c_r = 44, l = 2$

ogg B $\rightarrow d_a = 2, d_r = 4, c_r = 15, l = 2$

ogg C $\rightarrow d_a = 2, d_r = 3, c_r = 35, l = 2$

ogg D $\rightarrow d_a = 3, d_r = 4, c_r = 28, l = 2$

ogg E $\rightarrow d_a = 5, d_r = 6, c_r = 18, l = 2$

ogg F $\rightarrow d_a = 1, d_r = 4, c_r = 29, l = 4$

ogg G $\rightarrow d_a = 2, d_r = 5, c_r = 23, l = 2$

ogg H $\rightarrow d_a = 4, d_r = 9, c_r = 37, l = 4$

ogg I $\rightarrow d_a = 3, d_r = 7, c_r = 41, l = 3$

ogg J $\rightarrow d_a = 1, d_r = 4, c_r = 39, l = 3$

Gli oggetti rimarranno questi in tutti i casi che si vedranno, in modo da poter fare il confronto tra le diverse situazioni. Si può dunque partire dal caso banale in cui tutti i dati sono deterministici e il posizionamento avviene in maniera casuale (tabella 2.7). Facendo i calcoli si può verificare che il costo legato a questo tipo di movimentazione è $c_{tot} = 111$.

A questo punto si può provare ad applicare il solito criterio di selezione delle celle per vedere se si ha un miglioramento; nella tabella 2.8 si può vedere ogni passo del processo, che provoca un costo $c_{tot} = 0$. È evidente il miglioramento che si ricava dal cambio di approccio.

Ora si può vedere subito come si comportano i due metodi nel caso di incertezza delle date di ritiro, così da poter poi commentare tutti i risultati insieme. Si avrà quindi il caso dell'assegnazione random e quello dell'applicazione del criterio (tabelle 2.9 e 2.10), in cui i costi diventano rispettivamente $c_{tot}^{inc} = 125$ e $c_{tot}^{inc} = 0$.

2.2. Simulazione ingresso e uscita della merce

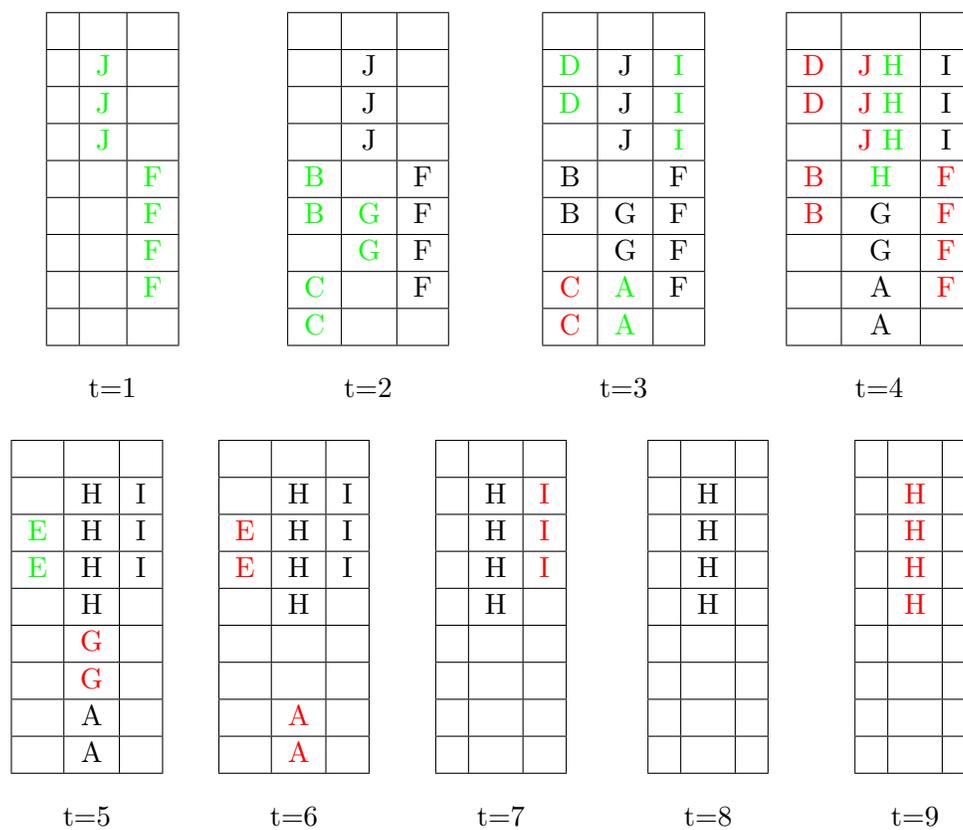


Tabella 2.7: posizionamento random di oggetti con $1 \leq l \leq 5$.

<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>J</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>J</td><td>F</td><td></td></tr> <tr><td>J</td><td>F</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>F</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>F</td><td></td></tr> </table>													J			J	F		J	F			F			F		<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>B</td></tr> <tr><td></td><td>G</td><td>B</td></tr> <tr><td>J</td><td>G</td><td></td></tr> <tr><td>J</td><td>F</td><td></td></tr> <tr><td>J</td><td>F</td><td>C</td></tr> <tr><td></td><td>F</td><td>C</td></tr> <tr><td></td><td>F</td><td></td></tr> </table>									B		G	B	J	G		J	F		J	F	C		F	C		F		<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td></td><td>I</td><td>A</td></tr> <tr><td></td><td>I</td><td>A</td></tr> <tr><td></td><td>I</td><td>B</td></tr> <tr><td></td><td>G</td><td>B</td></tr> <tr><td>J</td><td>G</td><td></td></tr> <tr><td>J</td><td>F</td><td>D</td></tr> <tr><td>J</td><td>F</td><td>C D</td></tr> <tr><td></td><td>F</td><td>C</td></tr> <tr><td></td><td>F</td><td></td></tr> </table>		I	A		I	A		I	B		G	B	J	G		J	F	D	J	F	C D		F	C		F		<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td></td><td>I</td><td>A</td></tr> <tr><td>H</td><td>I</td><td>A</td></tr> <tr><td>H</td><td>I</td><td>B</td></tr> <tr><td>H</td><td>G</td><td>B</td></tr> <tr><td>J H</td><td>G</td><td></td></tr> <tr><td>J</td><td>F</td><td>D</td></tr> <tr><td>J</td><td>F</td><td>D</td></tr> <tr><td></td><td>F</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>F</td><td></td></tr> </table>		I	A	H	I	A	H	I	B	H	G	B	J H	G		J	F	D	J	F	D		F			F														
J																																																																																																																												
J	F																																																																																																																											
J	F																																																																																																																											
	F																																																																																																																											
	F																																																																																																																											
		B																																																																																																																										
	G	B																																																																																																																										
J	G																																																																																																																											
J	F																																																																																																																											
J	F	C																																																																																																																										
	F	C																																																																																																																										
	F																																																																																																																											
	I	A																																																																																																																										
	I	A																																																																																																																										
	I	B																																																																																																																										
	G	B																																																																																																																										
J	G																																																																																																																											
J	F	D																																																																																																																										
J	F	C D																																																																																																																										
	F	C																																																																																																																										
	F																																																																																																																											
	I	A																																																																																																																										
H	I	A																																																																																																																										
H	I	B																																																																																																																										
H	G	B																																																																																																																										
J H	G																																																																																																																											
J	F	D																																																																																																																										
J	F	D																																																																																																																										
	F																																																																																																																											
	F																																																																																																																											
t=1	t=2	t=3	t=4																																																																																																																									
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td></td><td>I</td><td>A</td></tr> <tr><td>H</td><td>I</td><td>A</td></tr> <tr><td>H</td><td>I</td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td>G</td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td>G</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>E</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>E</td><td></td></tr> </table>		I	A	H	I	A	H	I		H	G		H	G						E			E		<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td></td><td>I</td><td>A</td></tr> <tr><td>H</td><td>I</td><td>A</td></tr> <tr><td>H</td><td>I</td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>E</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>E</td><td></td></tr> </table>		I	A	H	I	A	H	I		H			H							E			E		<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td></td><td>I</td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td>I</td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td>I</td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		I		H	I		H	I		H			H												<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>				H			H			H			H												<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>				H			H			H			H											
	I	A																																																																																																																										
H	I	A																																																																																																																										
H	I																																																																																																																											
H	G																																																																																																																											
H	G																																																																																																																											
	E																																																																																																																											
	E																																																																																																																											
	I	A																																																																																																																										
H	I	A																																																																																																																										
H	I																																																																																																																											
H																																																																																																																												
H																																																																																																																												
	E																																																																																																																											
	E																																																																																																																											
	I																																																																																																																											
H	I																																																																																																																											
H	I																																																																																																																											
H																																																																																																																												
H																																																																																																																												
H																																																																																																																												
H																																																																																																																												
H																																																																																																																												
H																																																																																																																												
H																																																																																																																												
H																																																																																																																												
H																																																																																																																												
H																																																																																																																												
t=5	t=6	t=7	t=8	t=9																																																																																																																								

Tabella 2.8: posizionamento degli oggetti con $1 \leq l \leq 5$ applicando il criterio scelto.

<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="color: green;">J</td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="color: green;">J</td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="color: green;">J</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td style="color: red;">F</td></tr> <tr><td></td><td></td><td style="color: red;">F</td></tr> <tr><td></td><td></td><td style="color: red;">F</td></tr> <tr><td></td><td></td><td style="color: red;">F</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>					J			J			J				F			F			F			F				<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="color: green;">J</td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="color: green;">J</td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="color: green;">J</td><td></td></tr> <tr><td style="color: green;">B</td><td></td><td style="color: red;">F</td></tr> <tr><td style="color: green;">B</td><td style="color: green;">G</td><td style="color: red;">F</td></tr> <tr><td></td><td style="color: green;">G</td><td style="color: red;">F</td></tr> <tr><td style="color: green;">C</td><td></td><td style="color: red;">F</td></tr> <tr><td style="color: green;">C</td><td></td><td></td></tr> </table>					J			J			J		B		F	B	G	F		G	F	C		F	C			<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="color: green;">D</td><td style="color: green;">J</td><td style="color: green;">I</td></tr> <tr><td style="color: green;">D</td><td style="color: green;">J</td><td style="color: green;">I</td></tr> <tr><td></td><td style="color: green;">J</td><td style="color: green;">I</td></tr> <tr><td style="color: red;">B</td><td></td><td style="color: red;">F</td></tr> <tr><td style="color: red;">B</td><td style="color: green;">G</td><td style="color: red;">F</td></tr> <tr><td></td><td style="color: green;">G</td><td style="color: red;">F</td></tr> <tr><td style="color: red;">C</td><td style="color: green;">A</td><td style="color: red;">F</td></tr> <tr><td style="color: red;">C</td><td style="color: green;">A</td><td></td></tr> </table>				D	J	I	D	J	I		J	I	B		F	B	G	F		G	F	C	A	F	C	A		<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="color: red;">D</td><td style="color: red;">J</td><td style="color: red;">I</td></tr> <tr><td style="color: red;">D</td><td style="color: red;">J</td><td style="color: red;">I</td></tr> <tr><td></td><td style="color: red;">J</td><td style="color: red;">I</td></tr> <tr><td style="color: red;">B</td><td></td><td style="color: red;">F</td></tr> <tr><td style="color: red;">B</td><td style="color: green;">G</td><td style="color: red;">F H</td></tr> <tr><td></td><td style="color: green;">G</td><td style="color: red;">F H</td></tr> <tr><td></td><td style="color: red;">A</td><td style="color: red;">F H</td></tr> <tr><td></td><td style="color: red;">A</td><td style="color: green;">H</td></tr> </table>				D	J	I	D	J	I		J	I	B		F	B	G	F H		G	F H		A	F H		A	H													
	J																																																																																																																											
	J																																																																																																																											
	J																																																																																																																											
		F																																																																																																																										
		F																																																																																																																										
		F																																																																																																																										
		F																																																																																																																										
	J																																																																																																																											
	J																																																																																																																											
	J																																																																																																																											
B		F																																																																																																																										
B	G	F																																																																																																																										
	G	F																																																																																																																										
C		F																																																																																																																										
C																																																																																																																												
D	J	I																																																																																																																										
D	J	I																																																																																																																										
	J	I																																																																																																																										
B		F																																																																																																																										
B	G	F																																																																																																																										
	G	F																																																																																																																										
C	A	F																																																																																																																										
C	A																																																																																																																											
D	J	I																																																																																																																										
D	J	I																																																																																																																										
	J	I																																																																																																																										
B		F																																																																																																																										
B	G	F H																																																																																																																										
	G	F H																																																																																																																										
	A	F H																																																																																																																										
	A	H																																																																																																																										
t=1	t=2	t=3	t=4																																																																																																																									
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td style="color: red;">D</td><td style="color: red;">J</td><td style="color: red;">I</td></tr> <tr><td style="color: red;">D</td><td style="color: red;">J</td><td style="color: red;">I</td></tr> <tr><td></td><td style="color: red;">J</td><td style="color: red;">I</td></tr> <tr><td style="color: red;">B</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="color: red;">B</td><td style="color: green;">G</td><td style="color: red;">H</td></tr> <tr><td></td><td style="color: green;">G</td><td style="color: red;">H</td></tr> <tr><td style="color: green;">E</td><td style="color: red;">A</td><td style="color: red;">H</td></tr> <tr><td style="color: green;">E</td><td style="color: red;">A</td><td style="color: red;">H</td></tr> </table>	D	J	I	D	J	I		J	I	B			B	G	H		G	H	E	A	H	E	A	H	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td style="color: red;">D</td><td style="color: red;">J</td><td style="color: red;">I</td></tr> <tr><td style="color: red;">D</td><td style="color: red;">J</td><td style="color: red;">I</td></tr> <tr><td></td><td style="color: red;">J</td><td style="color: red;">I</td></tr> <tr><td style="color: red;">B</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="color: red;">B</td><td style="color: green;">G</td><td style="color: red;">H</td></tr> <tr><td></td><td style="color: green;">G</td><td style="color: red;">H</td></tr> <tr><td style="color: red;">E</td><td style="color: red;">A</td><td style="color: red;">H</td></tr> <tr><td style="color: red;">E</td><td style="color: red;">A</td><td style="color: red;">H</td></tr> </table>	D	J	I	D	J	I		J	I	B			B	G	H		G	H	E	A	H	E	A	H	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td style="color: red;">D</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="color: red;">D</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="color: red;">B</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="color: red;">B</td><td></td><td style="color: red;">H</td></tr> <tr><td></td><td></td><td style="color: red;">H</td></tr> <tr><td></td><td style="color: red;">A</td><td style="color: red;">H</td></tr> <tr><td></td><td style="color: red;">A</td><td style="color: red;">H</td></tr> </table>	D			D						B			B		H			H		A	H		A	H	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td style="color: red;">H</td></tr> <tr><td></td><td></td><td style="color: red;">H</td></tr> <tr><td></td><td style="color: red;">A</td><td style="color: red;">H</td></tr> <tr><td></td><td style="color: red;">A</td><td style="color: red;">H</td></tr> </table>															H			H		A	H		A	H	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td style="color: red;">H</td></tr> <tr><td></td><td></td><td style="color: red;">H</td></tr> <tr><td></td><td></td><td style="color: red;">H</td></tr> <tr><td></td><td></td><td style="color: red;">H</td></tr> </table>															H			H			H			H
D	J	I																																																																																																																										
D	J	I																																																																																																																										
	J	I																																																																																																																										
B																																																																																																																												
B	G	H																																																																																																																										
	G	H																																																																																																																										
E	A	H																																																																																																																										
E	A	H																																																																																																																										
D	J	I																																																																																																																										
D	J	I																																																																																																																										
	J	I																																																																																																																										
B																																																																																																																												
B	G	H																																																																																																																										
	G	H																																																																																																																										
E	A	H																																																																																																																										
E	A	H																																																																																																																										
D																																																																																																																												
D																																																																																																																												
B																																																																																																																												
B		H																																																																																																																										
		H																																																																																																																										
	A	H																																																																																																																										
	A	H																																																																																																																										
		H																																																																																																																										
		H																																																																																																																										
	A	H																																																																																																																										
	A	H																																																																																																																										
		H																																																																																																																										
		H																																																																																																																										
		H																																																																																																																										
		H																																																																																																																										
t=5	t=6	t=7	t=8	t=9																																																																																																																								

Tabella 2.9: posizionamento random degli oggetti con $1 \leq l \leq 5$ introducendo incertezza sulle date di ritiro.

<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>J</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>J</td><td>F</td><td></td></tr> <tr><td>J</td><td>F</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>F</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>F</td><td></td></tr> </table>													J			J	F		J	F			F			F		<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>B</td></tr> <tr><td></td><td>G</td><td>B</td></tr> <tr><td>J</td><td>G</td><td></td></tr> <tr><td>J</td><td>F</td><td></td></tr> <tr><td>J</td><td>F</td><td>C</td></tr> <tr><td></td><td>F</td><td>C</td></tr> <tr><td></td><td>F</td><td></td></tr> </table>									B		G	B	J	G		J	F		J	F	C		F	C		F		<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td></td><td>I</td><td>A</td></tr> <tr><td></td><td>I</td><td>A</td></tr> <tr><td></td><td>I</td><td>B</td></tr> <tr><td></td><td>G</td><td>B</td></tr> <tr><td>J</td><td>G</td><td></td></tr> <tr><td>J</td><td>F</td><td>D</td></tr> <tr><td>J</td><td>F</td><td>C D</td></tr> <tr><td></td><td>F</td><td>C</td></tr> <tr><td></td><td>F</td><td></td></tr> </table>		I	A		I	A		I	B		G	B	J	G		J	F	D	J	F	C D		F	C		F		<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>H</td><td>I</td><td>A</td></tr> <tr><td>H</td><td>I</td><td>A</td></tr> <tr><td>H</td><td>I</td><td>B</td></tr> <tr><td>H</td><td>G</td><td>B</td></tr> <tr><td>J</td><td>G</td><td></td></tr> <tr><td>J</td><td>F</td><td>D</td></tr> <tr><td>J</td><td>F</td><td>D</td></tr> <tr><td></td><td>F</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>F</td><td></td></tr> </table>	H	I	A	H	I	A	H	I	B	H	G	B	J	G		J	F	D	J	F	D		F			F	
J																																																																																																															
J	F																																																																																																														
J	F																																																																																																														
	F																																																																																																														
	F																																																																																																														
		B																																																																																																													
	G	B																																																																																																													
J	G																																																																																																														
J	F																																																																																																														
J	F	C																																																																																																													
	F	C																																																																																																													
	F																																																																																																														
	I	A																																																																																																													
	I	A																																																																																																													
	I	B																																																																																																													
	G	B																																																																																																													
J	G																																																																																																														
J	F	D																																																																																																													
J	F	C D																																																																																																													
	F	C																																																																																																													
	F																																																																																																														
H	I	A																																																																																																													
H	I	A																																																																																																													
H	I	B																																																																																																													
H	G	B																																																																																																													
J	G																																																																																																														
J	F	D																																																																																																													
J	F	D																																																																																																													
	F																																																																																																														
	F																																																																																																														
t=1	t=2	t=3	t=4																																																																																																												
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>H</td><td>I</td><td>A</td></tr> <tr><td>H</td><td>I</td><td>A</td></tr> <tr><td>H</td><td>I</td><td>B</td></tr> <tr><td>H</td><td>G</td><td>B</td></tr> <tr><td>J</td><td>G</td><td></td></tr> <tr><td>J</td><td></td><td>D</td></tr> <tr><td>J</td><td>E</td><td>D</td></tr> <tr><td></td><td>E</td><td></td></tr> </table>	H	I	A	H	I	A	H	I	B	H	G	B	J	G		J		D	J	E	D		E		<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>H</td><td>I</td><td>A</td></tr> <tr><td>H</td><td>I</td><td>A</td></tr> <tr><td>H</td><td>I</td><td>B</td></tr> <tr><td>H</td><td>G</td><td>B</td></tr> <tr><td>J</td><td>G</td><td></td></tr> <tr><td>J</td><td></td><td>D</td></tr> <tr><td>J</td><td>E</td><td>D</td></tr> <tr><td></td><td>E</td><td></td></tr> </table>	H	I	A	H	I	A	H	I	B	H	G	B	J	G		J		D	J	E	D		E		<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>H</td><td></td><td>A</td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td>A</td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td>B</td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td>B</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>D</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>D</td></tr> </table>	H		A	H		A	H		B	H		B						D			D	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>H</td><td></td><td>A</td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td>A</td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td></td></tr> </table>	H		A	H		A	H			H			<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 30px; height: 30px;"> <tr><td>H</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>H</td><td></td><td></td></tr> </table>	H			H			H			H																
H	I	A																																																																																																													
H	I	A																																																																																																													
H	I	B																																																																																																													
H	G	B																																																																																																													
J	G																																																																																																														
J		D																																																																																																													
J	E	D																																																																																																													
	E																																																																																																														
H	I	A																																																																																																													
H	I	A																																																																																																													
H	I	B																																																																																																													
H	G	B																																																																																																													
J	G																																																																																																														
J		D																																																																																																													
J	E	D																																																																																																													
	E																																																																																																														
H		A																																																																																																													
H		A																																																																																																													
H		B																																																																																																													
H		B																																																																																																													
		D																																																																																																													
		D																																																																																																													
H		A																																																																																																													
H		A																																																																																																													
H																																																																																																															
H																																																																																																															
H																																																																																																															
H																																																																																																															
H																																																																																																															
H																																																																																																															
t=5	t=6	t=7	t=8	t=9																																																																																																											

Tabella 2.10: posizionamento degli oggetti con $1 \leq l \leq 5$ applicando il criterio e introducendo incertezza sulle date di ritiro.

In questo caso si osserva che nel caso dell'assegnazione random l'incertezza genera una variazione minima, mentre nel caso in cui si applica il criterio non si rileva alcuna differenza. Ovviamente tutti gli esempi portati fino ad ora hanno principalmente l'obiettivo di introdurre il problema con le sue sfaccettature e le soluzioni proposte, mentre per ottenere dei risultati che permettano di commentare concretamente l'operato è necessario aumentare la mole di merce da gestire e soprattutto valutare diverse combinazioni di oggetti.

2.3 PRIMI RISULTATI

Fino a questo momento si sono affrontati degli esempi piuttosto semplici con l'obiettivo di introdurre nel modo più esaustivo possibile il problema. Ora si è in grado di iniziare un'analisi più approfondita dei risultati che si ottengono nelle varie situazioni: per farlo si descriveranno diversi contesti e per ognuno di essi si osserveranno le soluzioni in molteplici repliche.

Si può dunque partire dal caso più semplice, ovvero quello con 10 oggetti; siccome si è introdotta, per ogni oggetto, anche una lunghezza (casualmente scelta nel range $[1, 5]$), lo spazio che si suppone di avere a disposizione sarà di dimensione 10×3 . Questa scelta è semplicemente dovuta all'assunzione di avere abbastanza spazio per poter posizionare tutti, o quasi, gli oggetti in ingresso. Nelle tabelle 2.11, 2.12 e 2.13 è riportato, per diverse combinazioni di merce e spazio, quanto segue:

rep → il numero di repliche indipendenti della simulazione che sono state necessarie per ottenere i risultati presentati

c^{rand} → media dei costi di risposizionamento necessari nel caso dell'assegnazione random

c → media dei costi di risposizionamento necessari nel caso dell'assegnazione secondo il criterio scelto

Δ → differenza tra il costo nel caso dell'applicazione del criterio e nel caso di assegnazione random (senza incertezza sulle date di ritiro), quindi $c - c^{rand}$

c_{inc}^{rand} → media dei costi di risposizionamento necessari nel caso dell'assegnazione random e nel caso in cui le date di ritiro subiscano delle variazioni

¹in questo caso con bidimensionalità si intende l'avere sia una lunghezza sia una larghezza maggiori di 1 in generale, il che si traduce nell'occupare un'area rettangolare dello spazio.

c_{inc} → media dei costi di risposizionamento necessari nel caso dell'assegnazione secondo il criterio scelto e nel caso in cui le date di ritiro subiscano delle variazioni

Δ_{inc} → differenza tra il costo nel caso dell'applicazione del criterio e nel caso di assegnazione random (con incertezza sulle date di ritiro), quindi $c_{inc} - c_{inc}^{rand}$

t_{exec} → il tempo di esecuzione (espresso in secondi) necessario per ottenere i risultati

rep	c^{rand}	c	Δ	c_{inc}^{rand}	c_{inc}	Δ_{inc}	t_{exec}
10	66.7	19.2	-47.5	88.6	23.0	-65.6	0.04 s
100	63.8	16.6	-47.2	70.5	37.6	-32.9	0.42 s
1000	60.1	13.4	-46.7	62.8	37.0	-25.8	4.08 s
10000	58.7	14.0	-44.7	62.8	39.5	-23.3	35.23 s

Tabella 2.11: risultati ottenuti dal posizionamento di 10 oggetti in uno spazio di dimensione 10×3 .

rep	c^{rand}	c	Δ	c_{inc}^{rand}	c_{inc}	Δ_{inc}	t_{exec}
10	4731.6	1436.0	-3295.6	4814.3	3608.8	-1205.5	6.11 s
100	4519.1	1373.7	-3145.4	4601.1	3481.3	-1119.8	61.14 s
1000	4576.1	1345.4	-3230.7	4712.1	3427.0	-1285.1	594.61 s
10000	4578.9	1347.0	-3231.9	4703.8	3438.4	-1265.4	7166.91 s

Tabella 2.12: risultati ottenuti dal posizionamento di 100 oggetti in uno spazio di dimensione 50×6 .

rep	c^{rand}	c	Δ	c_{inc}^{rand}	c_{inc}	Δ_{inc}	t_{exec}
10	69685.0	36260.3	-33424.7	76799.2	66022.3	-10776.9	742.31 s
100	71777.2	37276.3	-34500.9	78994.8	65257.6	-13737.2	7177.37 s
1000	72425.9	37545.8	-34880.1	79762.2	65762.4	-13999.8	165909.70 s

Tabella 2.13: risultati ottenuti dal posizionamento di 500 oggetti in uno spazio di dimensione 150×10 .

Un primo fatto interessante si può apprezzare confrontando Δ e Δ_{inc} ; in entrambe i casi questi valori sono, come ci si aspetterebbe, negativi, il che significa che effettivamente il criterio scelto performa meglio dell'assegnazione casuale delle

posizioni. La particolarità però è che in generale $|\Delta| \gg |\Delta_{inc}|$: questo suggerisce che l'incertezza, nonostante peggiori le prestazioni di entrambe i criteri di scelta, abbia un effetto significativamente più problematico nel caso in cui la scelta delle posizioni avvenga secondo le regole descritte. Questo fenomeno non dovrebbe sorprendere: quanto più stringenti sono i criteri con cui si selezionano le celle in cui posizionare un certo oggetto tanto più la configurazione che si ottiene sarà specifica per quel particolare insieme di prodotti. Nel momento in cui i dati del problema sono modificati (nello specifico le date di ritiro) il modello avrà degli inevitabili crolli di prestazione. L'assegnazione random invece lavorerà peggio sul caso specifico ma sarà più resistente alle variazioni; in un certo senso si potrebbe dire di trovarsi davanti a una situazione di *bias-variance tradeoff* generalizzata. Ad ogni modo quello che per il momento interessa è avere il costo totale più basso possibile, per cui in una situazione del genere l'applicazione del criterio resta preferibile, che ci sia o meno incertezza sulle date di ritiro.

2.3.1 STOCASTICITÀ NEL CASO REALE

Nei risultati appena presentati l'incertezza viene introdotta sommando alla data di ritiro prevista un intero scelto casualmente nell'intervallo $[-1, 3]$, supponendo che un ritardo sia in generale più probabile di un anticipo. Prendendo per buona la scelta riguardo il range di variazione, fatta arbitrariamente in relazione anche agli altri dati utilizzati, una lecita osservazione sulla trattazione riguarda la vasta distribuzione dell'incertezza: a prescindere dal fatto che in alcuni casi l'intero scelto sarà 0, è piuttosto pessimistico pensare che tutti i ritiri subiscano delle modifiche. La maggior parte dei clienti infatti ritira puntualmente la propria merce, mentre coloro che non lo fanno si ritrovano a dover pagare una penale, che a maggior ragione limita la mole di merce non prelevata secondo quanto dichiarato. Si può quindi pensare di introdurre l'incertezza in modo che rispecchi con maggiore fedeltà i casi che ci si trova ad affrontare nella realtà. Si suppone dunque che solo un 5% dei prodotti totali subisca, o meglio possa subire, un ritardo nel ritiro e si vuole capire come i due criteri di scelta si comportino in una situazione del genere. Come è ragionevole aspettarsi, in questo caso i risultati che si ottengono sono leggermente diversi da quelli precedenti: che l'incertezza sia presente o meno, la differenza di prestazioni tra l'assegnazione random e l'applicazione del criterio resta più o meno invariata. È però doveroso notare che anche in questo caso, seppure con intensità decisamente più lieve, l'assegnazione random risulti essere quella più resistente all'incertezza, nel senso che si adatta meglio alla modifica dell'ordine dei ritiri.

Questo fatto suggerisce che un definitivo approccio al problema potrebbe essere un ibrido tra i due metodi utilizzati fino a questo momento. Per gli ovvi motivi

rep	c^{rand}	c	Δ	c_{inc}^{rand}	c_{inc}	Δ_{inc}	t_{exec}
10	70.0	16.1	-53.9	70.0	16.1	-53.9	0.04 s
100	60.0	13.7	-46.3	60.0	13.7	-46.3	0.46 s
1000	61.7	15.4	-46.3	61.7	15.4	-46.3	4.46 s
10000	59.4	14.6	-44.8	59.4	14.6	-44.8	35.43 s

Tabella 2.14: risultati ottenuti dal posizionamento di 10 oggetti in uno spazio di dimensione 10×3 .

rep	c^{rand}	c	Δ	c_{inc}^{rand}	c_{inc}	Δ_{inc}	t_{exec}
10	4407.5	971.4	-3436.1	4443.6	1164.5	-3279.1	5.70 s
100	4582.2	1383.4	-3198.8	4565.2	1537.3	-3027.9	50.51 s
1000	4570.7	1362.3	-3208.4	4572.2	1532.1	-3040.1	503.71 s

Tabella 2.15: risultati ottenuti dal posizionamento di 100 oggetti in uno spazio di dimensione 50×6 .

rep	c^{rand}	c	Δ	c_{inc}^{rand}	c_{inc}	Δ_{inc}	t_{exec}
10	73843.6	39220.6	-34623.0	74024.1	41268.9	-32755.2	625.63 s
100	72690.9	37156.3	-35534.6	72758.5	39189.5	-33569.0	6328.32 s
1000	72490.7	37516.1	-34974.6	72637.7	39473.7	-33164.0	168670.88 s

Tabella 2.16: risultati ottenuti dal posizionamento di 500 oggetti in uno spazio di dimensione 150×10 .

descritti è chiaro che sia preferibile applicare un criterio di selezione delle celle per organizzare gli oggetti; questo però non esclude la possibilità di integrare all'interno di tale criterio una componente casuale, almeno parziale. Se infatti fosse noto che alcuni clienti hanno la tendenza a ritirare la propria merce in ritardo o comunque senza rispettare le date stabilite, si potrebbe pensare, solo ed esclusivamente per i prodotti destinati a tali clienti, di assegnare una posizione random, che non tenga quindi conto della data di ritiro dichiarata.

3

Problema di ottimizzazione

In questo capitolo si proverà a fare un passo ulteriore: non ci si limiterà a lavorare sulle celle ma si cercherà una configurazione che sia frutto della soluzione di un problema di ottimizzazione.

3.1 ELEMENTI DEL PROBLEMA

Al fine di definire il problema è necessario stabilire quali siano le variabili decisionali, quali siano i vincoli a cui queste variabili devono sottostare e quale sia la funzione obiettivo. Di seguito si analizzeranno separatamente tutte queste componenti, per poi risolvere il problema e trovare la soluzione che si sta cercando.

3.1.1 VARIABILI DECISIONALI

Per prima cosa si devono definire le variabili necessarie alla trattazione ma non tutte possono essere propriamente dette variabile decisionali; l'unica che rientra in questa definizione è

$$x_{i,j,p,t}$$

in cui gli indici sono definiti come segue:

- i = indice di riga
- j = indice di colonna
- p = indice di prodotto

- t = indice di tempo

Questa è una variabile binaria che assume valore 1 se al tempo t il prodotto p occupa la cella (i, j) e 0 altrimenti. È chiaro che il valore di questa variabile dipenda da dove si decide di posizionare un certo prodotto.

Tutte le altre variabili possono essere interpretate come ausiliarie; queste variabili sono

$$y_{p,t}, w_{p,t}, z_{p,p'}$$

dove gli indici hanno lo stesso significato specificato in precedenza, con l'aggiunta di p' che è un altro indice di prodotto. Tutte queste variabili sono a loro volta binarie e definite come segue:

- $y_{p,t}$ → vale 1 se al tempo t il prodotto p è presente nello spazio, o in altri termini se t è compreso tra la data di arrivo e la data di ritiro del prodotto p , e 0 altrimenti
- $w_{p,t}$ → vale 1 se passando dall'istante $t-1$ all'istante t il prodotto p viene spostato da una cella ad un'altra e 0 altrimenti
- $z_{p,p'}$ → vale 1 se l'oggetto p' è posizionato davanti all'oggetto p nel momento in cui quest'ultimo deve essere prelevato dallo spazio e 0 altrimenti

Un'osservazione importante da fare riguardo queste tre variabili è che se $w_{p,t}$ e $z_{p,p'}$ dipendono dalle decisioni prese, e quindi da $x_{i,j,p,t}$, la variabile $y_{p,t}$ dipende unicamente dai dati del problema e non è in alcun modo influenzata dall'evolversi delle configurazioni dello spazio. Questo significa che la $y_{p,t}$ può essere definita al di fuori del problema di ottimizzazione per poi essere utilizzata nei vincoli come si vedrà in seguito.

3.1.2 VINCOLI

I vincoli che saranno descritti di seguito non fanno altro che tradurre in formule i concetti alla base del problema che si vuole risolvere. Dunque:

- (1) Sul primo vincolo è necessario fare una precisazione per evitare di cadere in contraddizione. Questo vincolo è definito infatti per fare in modo che ogni oggetto venga posizionato nello spazio; con riferimento alla simulazione trattata nel capitolo precedente si ricorda che era ammesso anche lo scenario in cui un oggetto, per mancanza di spazio, dovesse essere escluso. In questo contesto tale eventualità non viene presa in considerazione per il semplice fatto che nella realtà un carico viene accettato previa verifica che si abbia effettivamente modo di gestirlo. Nella simulazione si ammetteva invece la possibilità di respingere un prodotto in ingresso semplicemente per evitare

banali errori del programma e per produrre output più significativi nel caso stocastico. Essendo quell'esempio volto semplicemente all'introduzione all'argomento non ci si soffermerà oltre sulla questione.

Fatta questa doverosa precisazione è possibile procedere alla definizione del vincolo, che sarà del tipo

$$\sum_i \sum_j x_{i,j,p,t} = y_{p,t} \quad \forall p, t$$

Per comprendere cosa indichi questo vincolo è innanzitutto necessario ricordare cosa rappresenti la variabile $y_{p,t}$: si è detto che questa variabile vale 1 se al tempo t l'oggetto p è presente nello spazio (i.e. è già arrivato e non è ancora stato ritirato). Di conseguenza la formula indicata impone che ogni prodotto p sia posizionato in una e una sola cella (i, j) per ogni istante di tempo t compreso tra la sua data di arrivo e la sua data di ritiro e non sia invece presente nello spazio prima del suo ingresso e dopo la sua partenza.

- (2) Un altro vincolo abbastanza banale riguarda l'assunzione di non sovrapposibilità degli oggetti: in sostanza si deve imporre che in ogni momento in una qualsiasi cella dello spazio sia presente al più un oggetto. Per farlo è quindi necessario introdurre il vincolo

$$\sum_p x_{i,j,p,t} \leq 1 \quad \forall i, j, t$$

- (3) Il terzo vincolo serve a introdurre la variabile $z_{p,p'}$, necessaria come vedremo per tenere conto dei riposizionamenti. Dovrebbe essere chiaro a questo punto che ogni volta che un oggetto viene prelevato dallo spazio si devono considerare tutti gli spostamenti volti al completamento dell'operazione e i relativi costi. Questi ultimi entreranno nella funzione obiettivo, come si vedrà successivamente, mentre per il momento ci si occupa di capire in quali casi questi spostamenti sono necessari. Senza ripetere la definizione della variabile $z_{p,p'}$ si vuole quindi capire quale relazione ci sia tra questa e la variabile decisionale $x_{i,j,p,t}$: preso un generico oggetto p e la relativa data di ritiro t_p si può pensare di verificare se in quell'istante un altro oggetto p' occupi una posizione che sia in linea (nel senso di essere sulla stessa colonna) di p ma in una riga più avanzata. Questa è appunto la definizione formale del concetto davanti/dietro in questo contesto. Per tradurre in formule quanto detto si suppone di avere un qualsiasi oggetto p e si definiscono:

- $t_p \rightarrow$ data di ritiro dell'oggetto p
- $i_p, j_p \rightarrow$ posizione per cui $x_{i_p, j_p, p, t_p} = 1$

- $l_s \rightarrow$ lunghezza dello spazio disponibile (nel senso del numero delle righe)

Da qui segue che il vincolo di cui si ha bisogno è

$$z_{p,p'} = \sum_{k=1}^{l_s - i_p} x_{i_p+k, j_{p,p'}, t_p+1} \quad \forall p' \neq p$$

Dovrebbe essere chiaro che nel momento in cui l'oggetto p' si trova nella stessa colonna di p ma su una riga più avanzata esattamente una delle $x_{i_p+k, j_{p,p'}, t_p+1}$ vale 1, in particolare quella per cui l'indice $i_p + k$ corrisponde all'indice di riga della posizione occupata da p' . Di conseguenza anche $z_{p,p'}$ varrebbe 1; in qualsiasi altro caso invece $z_{p,p'} = 0$. È necessario fare una precisazione riguardo l'indicizzazione del tempo: nella sommatoria si utilizza come indice di tempo $t_p + 1$ invece di t_p semplicemente perché si assume che se due oggetti vengono prelevati nello stesso momento l'operazione avvenga in contemporanea, non dovendo fare alcuna considerazione sulla posizione relativa dei due. Questo si traduce nel fatto che se, per qualche valore di k , $x_{i_p+k, j_{p,p'}, t_p} = 1$ ma $x_{i_p+k, j_{p,p'}, t_p+1} = 0$ l'oggetto p' è stato prelevato nello stesso istante di p , non rendendo necessario alcun riposizionamento $\implies z_{p,p'} = 0$.

- (4) Relativamente agli spostamenti di oggetti si ha bisogno anche di un altro vincolo: il riposizionamento di un oggetto infatti non avviene necessariamente con lo scopo di prelevarne un altro ma può essere effettuato per ottenere una configurazione migliore. Questo non vuol dire però che tale operazione non produca un costo. Si deve quindi tenere conto anche di tutte le movimentazioni che subisce un oggetto prima di essere prelevato: per farlo ci si avvale della variabile $w_{p,t}$, definita come segue. Indicando con t_{ap} e con t_{rp} rispettivamente la data di arrivo e la data di ritiro di un certo oggetto p si definisce

$$w_{p,t} = x_{i,j,p,t} - x_{i,j,p,t-1} \quad \forall p, \forall t \in [t_{ap} + 1, t_{rp} + 1], \forall i, j \text{ s.t. } x_{i,j,p,t} = 1$$

In pratica per ogni oggetto p e per ogni istante di tempo t nell'intervallo indicato si cerca la posizione occupata dall'oggetto in questione, ovvero la coppia (i, j) per cui $x_{i,j,p,t} = 1$; per la stessa coppia di indici di posizione si vede il valore di $x_{i,j,p,t-1}$, cioè si verifica se anche all'istante di tempo precedente l'oggetto p fosse nella stessa posizione. In tal caso $x_{i,j,p,t-1} = 1$ a sua volta e quindi $w_{p,t} = 0$ (ad indicare che l'oggetto non è stato spostato); altrimenti, se $x_{i,j,p,t-1} = 0$, significa che all'istante precedente p occupava una posizione differente ed è stato spostato $\implies w_{p,t} = 1$.

3.1.3 FUNZIONE OBIETTIVO

A questo punto dovrebbe essere chiaro cosa rappresentano le variabili e come sono definite, dunque è possibile procedere con l'ultima componente del problema: la funzione obiettivo (f). Come anticipato lo scopo è quello di ridurre al minimo i costi di movimentazione, quindi la funzione che si sta cercando dovrebbe essere una somma di tutti questi costi; indicando con c_i il costo di riposizionamento relativo a un generico oggetto i si può definire

$$f = \sum_p \sum_{p'} z_{p,p'} c_{p'} + \sum_p \sum_t w_{p,t} c_p$$

In questo modo si tiene conto sia dei riposizionamenti legati alle operazioni di ritiro sia di quelli dovuti alla riorganizzazione del piazzale.

3.2 LIMITI DELL'APPROCCIO

Per gli argomenti trattati in questo capitolo non verrà presentato alcun risultato: il motivo è che, dopo aver definito nel modo descritto il problema, ci si è resi conto di quanti difetti avesse un approccio del genere. Un primo, risolvibile, problema riguarda i vincoli: quelli introdotti risultano essere piuttosto macchinosi e soprattutto vi è una dipendenza dalle celle difficile da gestire (in particolare nella definizione del terzo vincolo). A questo si affianca poi il discorso della linearità; riuscire a mantenere chiarezza e coerenza definendo un problema di ottimizzazione lineare non è per nulla banale in un caso del genere.

Infine c'è una questione pratica e probabilmente più rilevante delle precedenti: anche ammesso che un problema sufficientemente semplice da risolvere si riesca a definire, bisognerebbe poi interrogarsi sulla duttilità di tale approccio. Un problema di ottimizzazione è generalmente molto legato agli elementi che lo compongono, in particolare ai vincoli; se alcune impostazioni del problema dovessero variare è verosimile che questo produrrebbe uno stravolgimento dei vincoli, con conseguente inutilizzabilità del problema appena definito. Questo rappresenta un limite non trascurabile per il settore nel quale si sta operando. La varietà di prodotti che entrano in gioco e i diversi contesti in cui dovrebbe essere applicato il modello impongono un certo livello di adattabilità, che in questo caso non si riuscirebbe ad avere.

Per questo motivo si è deciso di presentare anche questo tipo di approccio, essendo stato intrapreso e valutato, senza però spingersi oltre nella trattazione; nel seguito verranno infatti intrapresi percorsi differenti, tenendo conto di quanto appena detto.

4

Beam Search

In questo capitolo si vuole tentare di fare un ulteriore passo in avanti nella risoluzione del problema descritto; per farlo è necessario utilizzare l'algoritmo *Beam Search*, che dopo essere stato introdotto verrà appunto applicato al caso specifico.

4.1 L'ALGORITMO

Beam search rientra nella categoria dei cosiddetti *approximate search algorithms*, cioè di quegli algoritmi che si prefiggono l'obiettivo di trovare una soluzione sufficientemente buona a un problema la cui soluzione ottima sia difficile da raggiungere (per svariati motivi). L'idea di base è quella di sostituire la ricerca esaustiva, computazionalmente troppo dispendiosa, con una selezione ben precisa di opzioni da esplorare: in pratica si ragiona per livelli e ad ogni livello vengono generate tutte le possibili soluzioni, delle quali però solo le migliori W vengono tenute in memoria e utilizzate per passare al livello successivo. Da questa prima superficiale descrizione seguono immediatamente due questioni: come si decide quali soluzioni siano migliori? Quando termina l'algoritmo?

La risposta alla prima domanda varia a seconda del problema che si sta trattando; quello di cui in generale si ha bisogno è una funzione di valutazione che permetta di paragonare un nodo con tutti gli altri, creando un ordinamento completo dal quale scegliere e conservare solo le opzioni migliori. Nel caso in cui, per esempio, si stia cercando uno stato finale di un qualche tipo (destinazione di un percorso), la funzione di valutazione potrebbe semplicemente essere un'euristica che valuti la distanza di un certo nodo dallo stato finale; in situazioni più complicate in cui

non ci sia un vero e proprio obiettivo, come peraltro accade nel problema che si sta affrontando, la valutazione dovrà avvenire in maniera differente. Anche per quanto riguarda la terminazione dell'algoritmo è complesso fare un discorso generale, in quanto le condizioni variano da problema a problema. In generale però si può dire che nel caso di problemi con uno stato terminale predefinito è possibile decidere di fermarsi nel momento in cui tale stato viene raggiunto; in realtà anche in tal caso si potrebbe scegliere di continuare per trovare soluzioni migliori (percorsi per arrivare a destinazione più convenienti) ma non vale la pena di dilungarsi su questo tema. Nel caso in cui invece non ci sia uno stato terminale ben definito si possono valutare altre opzioni, quali per esempio una profondità massima di ricerca o una soglia minima di miglioramento da un livello a quello successivo.

4.1.1 PUNTI DI FORZA

L'utilizzo dell'algoritmo beam search garantisce una serie di vantaggi nella ricerca della soluzione, tra cui:

Efficienza computazionale rispetto alla ricerca esaustiva, beam search richiede molte meno risorse computazionali, sia in termini di tempo sia in termini di memoria. Questo fatto è dovuto all'esplorazione di una sola parte delle soluzioni, il fascio (*beam*) appunto, il che garantisce efficacia anche in questi casi in cui lo spazio delle soluzioni sia particolarmente vasto e una ricerca esaustiva sarebbe del tutto impraticabile.

Adattabilità l'algoritmo può essere adattato e personalizzato per soddisfare le esigenze specifiche di diversi domini di problemi, rendendolo estremamente flessibile e versatile. Questa caratteristica si rivela essere molto utile anche all'interno di una stessa tipologia di problemi, in cui però anche le minime differenze di configurazione metterebbero in crisi algoritmi più rigidi.

Larghezza del fascio variabile un ultimo aspetto da tenere in considerazione è che la larghezza del fascio (quella indicata in precedenza con W) è totalmente flessibile a seconda delle esigenze. Più memoria si ha a disposizione e più tempo si può dedicare alla ricerca di una soluzione, maggiore sarà la larghezza del fascio che ci si può permettere di avere (ottenendo ragionevolmente una soluzione migliore).

4.1.2 PUNTI DI DEBOLEZZA

Ovviamente avere i vantaggi appena elencati comporta che ci siano anche dei limiti nell'applicazione dell'algoritmo beam search, quali:

Convergenza a ottimi locali esplorando solo un sottoinsieme delle possibili soluzioni al problema, non si ha alcuna garanzia che il risultato trovato sia globalmente ottimo; può capitare che l'algoritmo si concentri su un ottimo locale dal quale non riesce più a discostarsi.

Sensibilità alla dimensione del fascio la scelta del parametro W influenza sensibilmente le prestazioni dell'algoritmo. Ad una dimensione del fascio troppo piccola può infatti conseguire una ridotta capacità nel trovare soluzioni di alta qualità mentre a una dimensione troppo grande del fascio segue un notevole aumento del costo computazionale richiesto.

Omogeneità nel fascio idealmente si vorrebbe che i W nodi che si scelgono ad ogni livello fossero diversi uno dall'altro, in modo da esplorare quante più opzioni differenti possibile. Solitamente però si ottiene una certa convergenza a soluzioni simili tra loro, memorizzando così W risultati a fronte di un guadagno legato a un solo risultato.

Dipendenza dalla scelta iniziale il primo step dell'algoritmo prevede che si generino una serie di soluzioni random dalle quali partire e la scelta delle migliori può rivelarsi molto miope; questo vuol dire che può capitare di escludere percorsi promettenti unicamente sulla base di una prima valutazione.

Osservando tutti questi punti è possibile trovarne una radice comune: tendenzialmente sono tutti conseguenza di un errato bilanciamento tra *exploration* ed *exploitation*. In pratica nell'algoritmo come è stato descritto si fa totale affidamento sulla funzione di valutazione per selezionare le migliori soluzioni in un certo istante e da quelle si procede; l'errore è non considerare l'inevitabile miopia della valutazione. Per questo motivo potrebbe essere utile esplorare anche soluzioni che in quel momento non sembrano troppo promettenti, ma che andando avanti potrebbero rivelarsi più promettenti di quanto ci si aspettasse. Oltre a questo si potrebbe anche introdurre una misura di similarità tra le soluzioni: come detto spesso si rischia di convergere a una serie di soluzioni simili tra loro, accentuando ulteriormente questo fenomeno dell'*exploitation*, mentre si potrebbe pensare di tenere nelle W da portare avanti un solo "rappresentante" per ogni gruppo di soluzioni affini ¹.

¹non è chiaro cosa voglia dire che due soluzioni sono affini ma l'importante per ora è comprendere il concetto generale.

4.2 APPLICAZIONE DI BEAM SEARCH AL CASO DI STUDIO

Ora che dovrebbero essere chiari, almeno in linea generale, le caratteristiche e i meccanismi propri dell'algoritmo beam search, si è in grado di applicarlo al problema di allocazione dello spazio per provare a trovare una soluzione migliore di quelle proposte fino a questo momento. Per farlo è innanzitutto necessario capire come sono definiti i vari fattori che entrano in gioco, in particolare la profondità della ricerca e la funzione obiettivo.

Ormai dovrebbe essere noto che il processo che si sta affrontando è suddiviso in istanti di tempo, durante ognuno dei quali si hanno degli oggetti in ingresso e degli oggetti in uscita; l'idea dunque è quella di sfruttare questa struttura e adattarla all'algoritmo. Segue che la profondità di ricerca corrisponderà esattamente all'orizzonte temporale e ogni livello non sarà altro che un istante temporale. Con la stessa idea di stravolgere il meno possibile quanto già si è definito in precedenza si possono definire anche il procedimento di generazione di nuove soluzioni e la funzione di valutazione. Per ogni livello, essendo questi gli istanti temporali, si avranno delle entrate e dei ritiri di oggetti; ogni nuovo nodo generato partirà dunque da una configurazione precedente (eccezione fatta per il primo livello chiaramente) e da questa eliminerà i prodotti in uscita e aggiungerà quelli in entrata secondo qualche criterio. Per ognuna delle W configurazioni selezionate in un certo livello saranno generati una serie di nuovi nodi nel modo descritto, per poi, dalla totalità di questi nuovi nodi, selezionare i migliori W e ripetere il processo. L'ordinamento delle soluzioni richiede la definizione di una funzione di valutazione: su questo tema ci sarebbe abbastanza libertà di scelta ma per il momento si sfrutta quanto già definito. La funzione che si è scelto di applicare quindi prende una configurazione e tenendo conto dei soli oggetti posizionati in quel momento calcola il totale dei costi di riposizionamento che si dovranno sostenere data quella specifica disposizione.

Un'ultima precisazione da fare prima di addentrarsi nella risoluzione del problema riguarda il criterio secondo il quale vengono posizionati gli oggetti in entrata ad ogni livello. La natura di beam search suggerirebbe di procedere banalmente con un'assegnazione random, dal momento che poi verrebbero tenute solo le configurazioni migliori; questo sarà infatti il primo metodo che si applicherà ma è necessario tenerne a mente i limiti. In particolare ci sono due aspetti da prendere in considerazione:

- nel momento in cui si decide di generare soluzioni randomicamente diventa essenziale esplorare tutte le possibili combinazioni. Non esiste infatti alcuna selezione preventiva sulle configurazioni che vengono prodotte, il che fa emergere la necessità di scegliere i nodi migliori dal bacino più ampio possi-

bile, così da non rischiare di precludersi percorsi promettenti senza neanche averli valutati.

- con l'assegnazione casuale si affida ogni scelta alla funzione di valutazione, che per quanto ben definita si sa essere estremamente miope. Ci sono casi in cui la sola valutazione, effettuata a un certo istante di tempo, rischia di escludere dalla selezione finale delle opzioni che alla lunga avrebbero potuto rivelarsi essere tra le migliori.

Questi ovviamente sono alcuni dei rischi da mettere in conto per godere dei vantaggi di beam search; non significa però che non si possa provare a mitigarne gli effetti negativi adottando qualche soluzione alternativa. Ora che il quadro generale dovrebbe essere sufficientemente chiaro si può partire con il primo step di beam search.

4.2.1 BEAM SEARCH CON GENERAZIONE RANDOM

Il modo di procedere più semplice in assoluto è quello basato sull'assegnazione casuale; in tal caso gli unici accorgimenti da avere riguardano i parametri propri dell'algoritmo, ovvero profondità di ricerca e larghezza del fascio. Nel caso specifico in realtà può essere conveniente introdurre una terza grandezza: il numero di nodi generati. Di base questo non dovrebbe essere necessario, dal momento che a ogni livello si generano tutte le alternative possibili per poi sceglierne le migliori; quando queste alternative diventano troppe si perde però il vantaggio computazionale dell'algoritmo, rendendone inutile l'applicazione. Per questo motivo si è deciso di introdurre il valore modulabile N , che indica quanti nodi debbano essere generati partendo da ognuna delle soluzioni migliori selezionate al livello precedente. Non resta dunque che vedere come variano i risultati al variare dei parametri descritti; nella pratica però, per come si è deciso di strutturare il problema, i parametri su cui lavorare saranno soltanto due e non tre come si è lasciato intendere, in quanto la profondità di ricerca sarà semplicemente l'orizzonte temporale preso in considerazione. Nelle tabelle 4.1 e 4.2 sono riportati i seguenti valori:

repl → numero di repliche indipendenti del procedimento

W → numero delle migliori soluzioni che si sceglie di portare avanti per generare il livello successivo

N → numero di nodi generati per ognuna delle W soluzioni selezionate al livello precedente

c → media del costo totale dei riposizionamenti da effettuare nella miglior disposizione ottenuta dalle varie repliche

t_{exec} → tempo computazionale necessario per ottenere i risultati presentati

repl	W	N	c	t_{exec}
10	1	1	56.8	0.08 s
10	1	10	15.4	1.05 s
10	1	100	11.4	8.34 s
10	5	10	2.1	4.57 s
100	5	10	6.8	40.60 s
100	10	20	4.0	146.72 s

Tabella 4.1: risultati ottenuti dall'applicazione dell'algoritmo beam search nel caso di 10 oggetti da posizionare in uno spazio di dimensione 10×3 .

repl	W	N	c	t_{exec}
10	1	1	4647.1	2.40 s
10	1	10	2755.2	15.11 s
10	1	100	1853.9	150.77 s
10	5	10	2392.4	75.38 s
100	5	10	2334.3	759.56 s
100	10	20	1891.6	3076.26 s

Tabella 4.2: risultati ottenuti dall'applicazione dell'algoritmo beam search nel caso di 100 oggetti da posizionare in uno spazio di dimensione 50×6 .

Le repliche servono unicamente ad avere una media dei risultati relativi a una certa configurazione, limitando così l'effetto della casualità sulla singola situazione; per quanto riguarda invece i valori di W , N le combinazioni sarebbero infinite, per cui se ne scelgono alcune significative che permettano di comprendere la relazione tra i parametri e l'andamento dei risultati. In entrambe le tabelle è riportato, nella prima riga, ciò che si ottiene nel caso in cui $W = 1$ e $N = 1$, ovvero quando per ogni livello si genera una sola configurazione e si porta avanti quella. Questo caso non è altro che un controllo: generare una configurazione sola per ogni livello corrisponde esattamente al processo simulato con assegnazione random, il che vuol dire che ragionevolmente il costo che si ottiene dovrebbe avvicinarsi al c_{rand} presentato nelle tabelle 2.11 e 2.12 (rispettivamente per 10 e 100 oggetti). Fatto questo controllo è possibile iniziare a vedere se, lavorando sui parametri di beam search, si riescono ad ottenere output più interessanti. Una prima idea potrebbe banalmente essere quella di generare più configurazioni per ogni livello, per poi comunque tenere soltanto la migliore; già con questo accorgimento ci si

aspetta di riscontrare un miglioramento, legato nello specifico alla possibilità di valutare più opzioni, e così accade. Oltre a modificare il valore di N si può lavorare anche su W , aumentando così il numero di configurazioni da selezionare per ogni livello; così facendo si osserva che per valori notevolmente più bassi di N si iniziano ad ottenere già buoni risultati, comparabili a quelli trovati precedentemente con l'applicazione del criterio.

4.2.2 VARIAZIONI SUL TEMA

Procedendo nel modo appena esposto ci si espone a tutti quei rischi tipici di beam search presentati nella parte introduttiva. Per questo motivo è utile provare ad applicare alcuni aggiustamenti che mitigano gli effetti negativi di questi rischi o, più in generale, che migliorino le prestazioni dell'algoritmo.

Per cominciare si può sfruttare quanto già fatto in precedenza, ovvero applicare un criterio di assegnazione delle celle da sostituire alla scelta casuale: si ricorda che il criterio in questione imponeva, quando possibile, di posizionare un oggetto in ingresso in modo che non ostruisse e non fosse ostruito nelle operazioni di ritiro. Ad ogni livello quindi le configurazioni saranno generate in questo nuovo modo mentre la funzione di valutazione, necessaria a scegliere le migliori, resta sempre la stessa; nelle tabelle 4.3 e 4.4 i risultati di questa implementazione. Nel caso in

repl	W	N	c	t _{exec}
10	1	1	19.8	0.10 s
10	1	10	11.2	1.12 s
10	1	100	19.6	8.88 s
10	5	10	0.9	4.37 s
100	5	10	5.6	40.57 s
100	10	20	5.92	165.23 s

Tabella 4.3: risultati ottenuti dall'implementazione del criterio di scelta nell'algoritmo beam search nel caso di 10 oggetti da posizionare in uno spazio di dimensione 10×3 .

cui gli oggetti movimentati siano soltanto 10 il miglioramento non è in realtà così significativo; questo è attribuibile al fatto che, avendo poche combinazioni possibili, la scelta casuale e quella dettata dal criterio porteranno tendenzialmente alla stessa soluzione. Aumentando invece il numero di oggetti è più apprezzabile l'effetto del criterio: infatti, essendo le opzioni possibili molte di più, l'applicazione del criterio permette di effettuare una sorta di valutazione preventiva delle configurazioni, escludendo a priori quelle verosimilmente meno promettenti, per

repl	W	N	c	t _{exec}
10	1	1	1171.7	3.35 s
10	1	10	933.6	30.79 s
10	1	100	553.9	313.27 s
10	5	10	492.5	156.22 s
10	10	20	378.6	633.27 s

Tabella 4.4: risultati ottenuti dall'implementazione del criterio di scelta nell'algoritmo beam search nel caso di 100 oggetti da posizionare in uno spazio di dimensione 50×6 .

poi scegliere le migliori sempre tramite la funzione predisposta. Questo modo di procedere permette quindi di avere valori di W , N più bassi, riducendo così il costo computazionale dell'algoritmo.

Tenendo a mente che è possibile apportare questa miglioria al procedimento, si vuole adesso tornare indietro al caso dell'assegnazione random per lavorare più propriamente sui difetti dell'algoritmo; in particolare si vogliono affrontare i seguenti punti:

- (1) forte dipendenza dalle configurazioni iniziali
- (2) convergenza a fasci di soluzioni simili tra loro

Il primo punto può essere visto come combinazione di due effetti: innanzitutto le configurazioni iniziali sono quelle che indirizzano i percorsi che si intraprendono, rendendole molto importanti, ma sono anche quelle più difficili da valutare. Per quanto si possa migliorare la funzione di valutazione, in un quadro come quello nel quale si sta lavorando sarà comunque complicato giudicare con precisione le prime azioni: supponendo banalmente di avere un solo ingresso al primo istante di tempo, una funzione di valutazione miope (come quella che caratterizza beam search) giudicherà tutte le opzioni come equivalenti. È chiaro che la funzione scelta in questa trattazione è molto semplice e può essere perfezionata ma resta il fatto che l'incapacità di guardare avanti nel tempo non si risolverebbe (per questo servirebbero approcci differenti e non necessariamente adeguati). Quello su cui invece si può operare senza complicare la questione è il numero di opzioni: fino a questo momento si è lavorato soltanto con valori fissi di W e N ma nulla vieta, almeno nelle fasi iniziali, di generare e portare avanti una maggiore quantità di configurazioni. Per farlo sarebbe sufficiente introdurre N_0 e W_0 , rispettivamente il numero di opzioni da generare e da conservare al primo livello dell'algoritmo; in realtà è sufficiente definire dei parametri modulabili con lo scorrere del tempo. Questa seconda soluzione permette di affrontare anche il secondo punto che ci

si era prefissati di migliorare: se nelle prime fasi può essere infatti utile avere un elevato numero di opzioni da valutare, ai livelli terminali dell’algoritmo è possibile restringere il campo di ricerca, visto che la strada da percorrere sarà già delineata. Invece che introdurre due nuovi parametri si è quindi scelto di modulare W e N : indicando con dep la profondità di ricerca (che come si sa corrisponde all’orizzonte temporale) si definiscono $\delta_W = \lfloor \frac{W}{dep+1} \rfloor^2$ e $\delta_N = \lfloor \frac{N}{dep+1} \rfloor$, per poi aggiornare ad ogni livello i parametri come $W = W - \delta_W$ e $N = N - \delta_N$. Così facendo è possibile aumentare sensibilmente i valori di W e N , almeno in partenza, senza dover poi tenere sempre in memoria un eccessivo e inutile numero di soluzioni. I risultati che si ottengono sono presentati nella tabella 4.5; per poter apprezzare gli effetti di questa modifica, ammesso che ce ne siano di significativi, si è deciso di considerare soltanto il caso con 100 oggetti, dal momento che con 10 oggetti le combinazioni possibili sono in generale poche e avrebbe poco senso aumentare eccessivamente i valori di W , N .

repl	W	N	c	t _{exec}
10	35	50	1651.3	1419.26 s
10	10	100	1352.1	976.91 s
10	32	100	1470.6	2551.14 s
10	20	80	1625.8	1744.26 s

Tabella 4.5: risultati ottenuti dalla modulazione di W , N nell’algoritmo beam search nel caso di 100 oggetti da posizionare in uno spazio di dimensione 50×6 .

Resta infine un’ultimo possibile approccio per affrontare il problema della convergenza a fasci di soluzione simili tra loro. Prima di vedere la soluzione è necessario provare ad andare alla radice della questione, capendo quale sia la causa di tale fenomeno; l’elemento alla base di beam search è la ricerca e la successiva esplorazione delle soluzioni migliori, che si traduce inevitabilmente in un eccesso di *exploitation* a discapito dell’*exploration*. In pratica si fa totale affidamento sul fatto che la valutazione di una certa configurazione sia accurata e soprattutto si assume che le buone soluzioni seguano sempre da buone configurazioni intermedie: la miopia della funzione di valutazione però suggerisce che non sempre questo è vero e a volte per arrivare alla soluzione ottima nel futuro può essere necessario penalizzare il presente. Per tale ragione si può introdurre un nuovo parametro, E , che stabilisca quante soluzioni prendere casualmente tra quelle che altrimenti verrebbero scartate, così da esplorare maggiormente lo spazio delle soluzioni. Per

²avere $dep + 1$ al denominatore serve unicamente ad evitare che, nel caso in cui W o N siano multipli di dep , si arrivi all’ultimo livello con valori nulli dei parametri, il che non avrebbe alcun senso

il momento questo accorgimento resta prevalentemente teorico, in quanto non si ha una larghezza tale del fascio da permetterne l'applicazione; con una potenza di calcolo superiore non è però da escludere che questo possa portare, almeno in alcuni casi, a risultati migliori.

4.2.3 VERSIONE DEFINITIVA

Nel paragrafo precedente sono state introdotte due possibili modifiche da apportare alla versione iniziale di beam search per ottenere risultati migliori e per ridurre proporzionalmente i costi computazionali; per ora però i loro effetti sono stati analizzati separatamente. Data l'evidente compatibilità degli accorgimenti presentati si potrebbe provare a farli coesistere in un'unica versione di beam search; dunque si può implementare una versione dell'algoritmo beam search che utilizzi il criterio descritto per generare nuove configurazioni e che al crescere della profondità riduca la larghezza del fascio. Nella tabella 4.6 sono presentati i relativi risultati. Questo modo di procedere ha lo scopo di produrre un duplice effetto:

repl	W	N	c	t _{exec}
10	1	100	580.6	223.92 s
10	10	100	388.1	2102.29 s
10	32	100	281.0	5084.29 s
10	20	80	358.0	3514.52 s

Tabella 4.6: risultati ottenuti dall'implementazione del criterio scelto e dalla modulazione di W , N nell'algoritmo beam search nel caso di 100 oggetti da posizionare in uno spazio di dimensione 50×6 .

aumentare la qualità dei risultati riducendo il costo computazionale. Si prenda per esempio il caso in cui $W = 1$, $N = 100$: se ci si limita ad applicare il criterio scelto si ottiene un costo pari a 553.9 in un tempo di 313 s, mentre aggiungendo la riduzione del fascio si ha un leggero peggioramento del costo (580.6) a favore di una riduzione del 30% del tempo computazionale. Inoltre imponendo $W = 32$ e $N = 100$ si ottiene un costo medio di 281.0: verosimilmente non si tratta della soluzione ottima ma considerando che i costi di riposizionamento sono generati scegliendo casualmente dall'intervallo $[1, 50]$ si tratta già di un buon risultato. In questo caso si è deciso, per semplicità, di adottare una riduzione del fascio costante nel tempo; nulla vieta ovviamente di complicare ulteriormente i criteri utilizzati, applicando per esempio una riduzione minima o nulla nei primi livelli che diventi poi più consistente in seguito. Dovrebbe a questo punto essere chia-

4.2. Applicazione di beam search al caso di studio

ro che ci sono innumerevoli possibilità di spaziare all'interno di questo tipo di algoritmi, cercando ogni volta di trovare la versione più adatta al caso di studio.

5

Considerazioni finali e ulteriori sviluppi

In quest'ultimo capitolo si vogliono tirare le somme del lavoro fatto e soprattutto si vuole dare un'idea di quale possa esserne la prosecuzione; con uno sguardo al problema reale è infatti evidente che questa sia una trattazione embrionale, da considerarsi punto di partenza per sviluppi futuri.

5.1 POSSIBILI COMPLICAZIONI

In questa tesi si è affrontata, come più volte precisato, una versione semplificata e schematizzata di un problema logistico molto ampio: l'ottimizzazione di costi e risorse nella gestione di un sistema portuale. Il fatto che per necessità alcuni elementi siano stati trascurati non vuole però dire che non meritino di essere menzionati, nell'ottica anche di proporre soluzioni alternative per il prosieguo del lavoro. Di seguito si propongono dunque gli aspetti di maggior interesse che si è, fino a questo punto, deciso di omettere:

Bidimensionalità per quanto riguarda la dimensione degli oggetti in realtà non ci sarebbe molto da aggiungere, se non una breve precisazione. Fino ad ora infatti si è considerata al massimo la possibilità di avere oggetti con una lunghezza superiore a 1 e mai con anche una larghezza di questo tipo: questo fatto non porta però a una perdita di generalità, in quanto prodotti *bidimensionali*¹ possono essere trattati esattamente come è stato fatto nei

¹si ricorda che il termine *bidimensionale* è usato impropriamente, in quanto anche un oggetto 1×1 è bidimensionale. In questo caso però con bidimensionale si intende un prodotto che abbia

casi analizzati (semplicemente lo spazio necessario sarà un'area e non più una porzione di una sola colonna). Il fatto probabilmente più interessante riguarda l'orientazione degli oggetti nello spazio. Quello che non si è voluto considerare è infatti la possibilità di ruotare un oggetto di 90° prima di posizionarlo: questo amplierebbe lo spazio delle soluzioni (ogni oggetto avrebbe infatti due modi di essere disposto), generando di conseguenza delle soluzioni migliori. Anche in tal caso però il procedimento non si discosterebbe di molto da quanto già fatto ma aggiungerebbe solo delle opzioni ulteriori.

Impilabilità una delle assunzioni che si è mantenuta per tutto il corso della trattazione riguarda l'occupazione delle celle, nel senso che si è sempre imposto che una posizione potesse essere occupata da non più di un prodotto. Questo non è necessariamente vero nel problema reale: seppure non si possa parlare di magazzino verticale, è altresì vero che un minimo di sviluppo nella terza dimensione è possibile e utile. Ovviamente non tutti i prodotti avranno le stesse proprietà al riguardo (ad esempio si potranno impilare più lamiere che lastre di marmo) ma nella ricerca di una soluzione ottima o sub-ottima bisognerà tenerne conto.

Spazi di movimento come accennato nel primo capitolo, lo spazio che si ha in gestione non è così semplice come quello utilizzato nelle applicazioni viste. Per ovvie ragioni lo spazio portuale comprende, oltre alle zone di stoccaggio, delle zone di transito dei mezzi e delle zone di manovra. Le prime sono in realtà più semplici da includere perché possono essere considerate fisse e immutabili ² mentre le altre rendono tutta la questione più complessa: a seconda dei diversi tipi di prodotti, e del loro conseguente ingombro, è necessario prevedere un relativo spazio (o numero di celle, per ragionare nell'ottica del problema) da destinare al movimento dei mezzi durante le operazioni di prelievo/posizionamento.

Raggruppamento oggetti un attore totalmente trascurato sono stati i clienti, che effettivamente rappresentano una parte marginale del quadro generale. Anche su questo aspetto è però necessario spendere qualche parola. Quando si prendono in carico dei prodotti si sa già, oltre a tutte le informazioni viste, a chi saranno destinati, o meglio chi li ritirerà: per questa ragione è possibile arricchire il modello con una sorta di metrica che misuri quanto bene è partizionata una certa configurazione. Un buon partizionamento dovrebbe infatti prevedere che i prodotti destinati a uno stesso cliente siano vicini tra

sia una lunghezza sia una larghezza maggiori di 1

²in realtà anche queste possono essere modificate, ma si tratta di eventi sporadici e noti in anticipo

loro, così da facilitare le movimentazioni in fase di ritiro; di conseguenza si potrebbe, per esempio nell'algoritmo beam search, introdurre una funzione di valutazione che penalizzi quelle configurazioni troppo *dispersive*.

Caratteristiche prodotti riprendendo nuovamente quanto detto nel primo capitolo riguardo lo spazio a disposizione, si è visto che questo non è unico ma è diviso in molte aree separate, ognuna delle quali con precisi scopi di utilizzo. Queste aree hanno poi delle caratteristiche proprie (coperta o no, vicino o lontano dal mare, ...) che le rendono preferibili per certi prodotti e inutilizzabili per altri; anche di questo si dovrà quindi tenere conto nella ricerca di un modello applicabile alla realtà.

5.2 APPLICABILITÀ DEI METODI VISTI

Tutti questi accorgimenti, alcuni più generali e alcuni propri del caso specifico, sono un'ulteriore conferma di quanto detto in precedenza riguardo i limiti del problema di ottimizzazione. Inserire in modo efficace tutti questi aspetti in un modello del genere rischia di essere inutilmente complesso e dispendioso.

Applicare un algoritmo di ricerca approssimata permette invece di lavorare sugli oggetti, sugli spazi e sulle funzioni coinvolte: questa separazione degli elementi rende molto più adattabile e malleabile il modello, permettendone l'applicazione anche in casi in cui le condizioni generali si modificano. Questo non significa ovviamente che beam search sia l'approccio perfetto ma sicuramente alcuni dei principi che ne stanno alla base dovrebbero essere ricercati in qualsiasi altro metodo.

Bibliografia

- [1] J Ben Atkinson. «A greedy look-ahead heuristic for combinatorial optimization: An application to vehicle scheduling with time windows». In: *Journal of the Operational Research Society* 45 (1994), pp. 673–684.
- [2] Marco Caserta, Silvia Schwarze e Stefan Voß. «A new binary description of the blocks relocation problem and benefits in a look ahead heuristic». In: *Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization: 9th European Conference, EvoCOP 2009, Tübingen, Germany, April 15-17, 2009. Proceedings 9*. Springer. 2009, pp. 37–48.
- [3] T Nishi e M Konishi. «An optimisation model and its effective beam search heuristics for floor-storage warehousing systems». In: *International Journal of Production Research* 48.7 (2010), pp. 1947–1966.
- [4] Peng Si Ow e Thomas E Morton. «Filtered beam search in scheduling». In: *The International Journal Of Production Research* 26.1 (1988), pp. 35–62.
- [5] Thomas Philip Runarsson, Marc Schoenauer e Michèle Sebag. «Pilot, rollout and monte carlo tree search methods for job shop scheduling». In: *International Conference on Learning and Intelligent Optimization*. Springer. 2012, pp. 160–174.
- [6] Ihsan Sabuncuoglu e M Bayiz. «Job shop scheduling with beam search». In: *European Journal of Operational Research* 118.2 (1999), pp. 390–412.
- [7] Fan Wang e Andrew Lim. «A stochastic beam search for the berth allocation problem». In: *Decision support systems* 42.4 (2007), pp. 2186–2196.

Bibliografia

Ringraziamenti

A mia Mamma e mio Papà. Sono sicuro che già sappiate quanta riconoscenza ci sia da parte mia nei vostri confronti per tutti gli sforzi che avete sostenuto perché io potessi fare quello che ho fatto. Senza perdermi in banalità ci terrei però a ringraziarvi per un aspetto in particolare: vorrei infatti ringraziarvi per lo stimolo, mai cieco e scontato, che mi avete dato. Credo non sia per nulla ovvio poter avere un continuo confronto, anche conflittuale, che non degeneri mai nella mancanza di sostegno e di stima; voi siete riusciti a insegnarmi con la necessaria fermezza l'importanza dell'impegno e della dedizione senza però farmi mai mancare l'appoggio, anche nei momenti in cui tali valori sono venuti meno. Di questo in particolare vi sarò sempre grato.

A Mauro, Daniel, Carlo e Fabio. Grazie per la fiducia che avete risposto in me e ancor di più per la disponibilità e per l'interesse mostrati in questi mesi; non credo sia scontato trovare in un ambiente lavorativo persone di questo tipo. A fare la differenza è stato però il lato umano: se sono riuscito a lavorare in un clima al contempo sereno e arricchente è soprattutto grazie a voi.

A Fabrizio, Marco, Alessandro, Letizia, Flavia, Laetitia, Giorgia e tutta la famiglia di JEToP. Siete stati il gruppo perfetto da avere intorno durante gli anni universitari: il giusto equilibrio tra professionalità e leggerezza, tra ambizione e amicizia. Aver condiviso con voi gran parte di questo percorso mi ha permesso di crescere come persona e molte delle cose che ho imparato, dal dialogo o dall'esempio, me le porterò dietro in tutte le mie esperienze future.

Bibliografia

A Gabriele, Alberto, Alessandro, Simone e Lorenzo. Si dice che le amicizie di quando si è bambini siano un qualcosa di difficilmente replicabile: con voi è stato così. Siete uno spazio sicuro di spensieratezza e onestà: è da voi che ho ricevuto sia il sostegno più sincero sia le critiche più dure. Proprio di questo vi sono infinitamente grato.

A Gianmarco, Andrea, Stiven e Federico. Siete le persone che più mi sono state accanto in questi anni e che forse mi conoscono meglio. In voi ho sempre trovato qualcuno con cui confrontarmi e a cui chiedere consiglio, ma anche qualcuno che mi permettesse di distrarmi e mettere in pausa i problemi e le difficoltà.