

## Politecnico di Torino

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale A.a. 2022/2023 Sessione di Laurea Dicembre 2023

# Sviluppo di leggi di controllo laterodirezionali per sistema fly-by-wire per il velivolo P-180 Avanti

Relatori:

Lerro Angelo Gili Piero Candidato: Torrielli Riccardo

# Sommario

1.	Introduzione	
	Introduzione all'attività svolta	5
	Dinamica Latero-Direzionale dei velivoli ad ala fissa	6
	I modi della dinamica Latero-Direzionale	8
	Sistemi SAS e CAS tradizionali	12
	Il metodo Root Locus	12
	Un esempio di SAS tradizionale	15
	I sistemi CAS (Control Augmentation System)	17
	I controllori PID	17
	Un esempio di CAS Latero-Direzionale tradizionale	20
	Introduzione al sistema Fly-by-Wire	22
2.	Processo di design26	
	1. Definizione dei requisiti	26
	2. Definizione dei punti di design	26
	3. Definizione dell'architettura del sistema FCS e design	27
	4. Implementazione nell'ambiente non lineare e confronto	29
3.	Definizione dei requisiti prestazionali	
	La normativa MIL-STD-1797	
	Requisiti relativi alla dinamica del velivolo	31
	Requisiti relativi alla risposta del velivolo ai comandi	34
	Il fenomeno delle Pilot Induced Oscillations e requisiti relativi	
4.	Stability Augmentation System (SAS)	
	Full State Feedback di un sistema MIMO (Multi-Input Multi-Output)	37
	Metodo di Bass-Gura	37
	Implementazione del metodo di Bass-Gura per SAS Latero-Direzionale	
5.	Control Augmentation System (CAS)41	
6.	Implementazione e verifica44	
	Verifica di rispondenza ai requisiti posti	44
		1

	Imple	mentazione nel modello non lineare47
	Esito	Simulazioni Introduttive
	1.	Gradino di alettone
	2.	Gradino di timone
	3.	Comando combinato di alettone e timone
	4.	Roll Angle Tracking
	Con	fronto con leggi di controllo già esistenti
	Caso o	di studio: condizione di crociera a quote differenti60
	1.	Roll angle tracking
	2.	Engine Failure
Caso studio: configurazioni differenti dalla condizione di crociera		
	1.	Configurazione 1: Flap estesi, carrello retratto
	2.	Configurazione 2: Flap estesi e carrello estratto
7.	Consider	razioni finali e conclusioni
	Princi	pali risultati ottenuti
	Pregi	e difetti delle architetture basate sul Full-State-Feedback71
	Stat	e Observer
	Modif	iche necessarie per un'implementazione reale74
	1.	Ampliamento e modifica del database di condizioni di design74
	2.	Fine tuning delle leggi di controllo74
	3.	Implementazione delle look-up table
	4.	Implementazione su computer di bordo75
	5.	Realizzazione del codice eseguibile e ridondanze75
8.	Riferime	nti77

# Indice delle figure

	Figura 1 Rappresentazione del Dutch Roll (Nelson 1998)	.10
	Figura 2 Esempio di diagramma Root Locus – dati da (Napolitano 2012)	.13
	Figura 3 Architettura di Feedback	.14
	Figura 4 Applicazione del metodo Root Locus in MATLAB	.15
	Figura 5 SAS Latero-Direzionale convenzionale (Stevens 2016)	.16
	Figura 6 Effetto del filtro di wash-out sul diagramma Root Locus	.16
	Figura 7 Architettura del controllore in Feedforward	.18
Lo	Figura 8 Parametri per il tuning del controllore PID con il metodo di Ziegler-Nichols in O op (Karl J. Åström 1993)	pen . 19
	Figura 9 CAS Latero-Direzionale tradizionale (Stevens 2016)	.21
	Figura 10 Architetture di sistemi FBW (Moir 2008)	.24
	Figura 11 Tipica architettura FBW (Moir 2008)	.25
	Figura 12 Architettura delle leggi di controllo	.27
	Figura 13 Processo di design	.28
Int	Figura 14 Diagrammi di risposta (MIL-STD-1797A (NOTICE 3), Department of Defe erface Standard: Flying Qualities of Piloted Aircraft 2004)	ense .35
Int	Figura 15 Diagramma di risposta (MIL-STD-1797A (NOTICE 3), Department of Defe erface Standard: Flying Qualities of Piloted Aircraft 2004)	ense .35
	Figura 16 Criterio di Gibson	.36
	Figura 17 Architettura del sistema SAS	.40
	Figura 18 Architettura di un controllore LQI	.41
	Figura 19 Architettura dei controllori di angolo di rollio (sopra) e angolo di sideslip (sotto)	.42
	Figura 20 Verifica requisito MIL-STD 4.5.1.4 Comando a gradino	.44
	Figura 21 Verifica requisito MIL-STD 4.5.1.4 Comando ad impulso	.45
	Figura 22 Verifica requisito MIL-STD 4.6.2 Oscillazione dell'angolo di sideslip	.45
	Figura 23 Verifica requisito MIL-STD 4.5.2 Angolo di fase alla frequenza di controllo	.46
	Figura 24 Verifica criterio di Gibson	.46
	Figura 25 Risposta al comando a gradino di alettone – Angolo di rollio	.48
	Figura 26 Risposta al comando a gradino di alettone – Deflessioni	.49
	Figura 27 Risposta al comando a gradino di alettone – Angolo di sideslip	.49

Figura 28 Risposta al comando a gradino di timone – Angolo di rollio	.50
Figura 29 Risposta al comando a gradino di timone – Angolo di sideslip	.51
Figura 30 Risposta al comando a gradino di timone – Deflessioni	.51
Figura 31 Risposta al comando combinato – Angolo di rollio	.52
Figura 32 Risposta al comando combinato – Angolo di sideslip	.52
Figura 33 Risposta al comando combinato – Deflessioni	.53
Figura 34 Tracking di angolo di rollio - Angolo di rollio	.54
Figura 35 Tracking di angolo di rollio - Angolo di sideslip	.54
Figura 36 Tracking di angolo di rollio - Deflessioni	.55
Figura 37 Confronto task di tracking - Angolo di rollio	.57
Figura 38 Confronto task di tracking - Angolo di sideslip	.58
Figura 39 Confronto task di tracking - Deflessioni	. 59
Figura 40 Caso Studio: Tracking in condizioni di crociera - Angolo di sideslip e deflessioni	.61
Figura 41 Caso Studio: Tracking in condizioni di crociera - Angolo di rollio con dettaglio	.61
Figura 42 Caso Studio: Engine Failure e comando di alettone - Angolo di rollio	.63
Figura 43 Caso Studio: Engine Failure e comando di alettone - Angolo di sideslip	.63
Figura 44 Caso Studio - Verifica: Engine Failure e comando di alettone - Angolo di rollio	.64
Figura 45 Caso Studio - Verifica: Engine Failure e comando di alettone - Angolo di sideslip	.65
Figura 46 Caso Studio - Verifica: Engine Failure e comando di alettone - Deflessioni	.65
Figura 47 Caso Studio: Flap estratti, carrello retratto - Angolo di rollio	.66
Figura 48 Caso Studio: Flap estratti, carrello retratto - Angolo di sideslip e deflessioni	.67
Figura 49 Caso Studio: Flap estratti, carrello estratto – Angolo di rollio	.68
Figura 50 Caso Studio: Flap estratti, carrello estratto - Angolo di sideslip e deflessioni	.68
Figura 51 Modello di State Observer (Nelson 1998)	.72
Figura 52 Architettura di sistema in feedback con State Observer (Nelson 1998)	.74

## Introduzione

## Introduzione all'attività svolta

Il lavoro di tesi è stato svolto presso la sede di Piaggio Aero Industries a Villanova d'Albenga (SV), in concomitanza di un'attività di tirocinio curriculare, nell'ambito di un processo avviato dall'azienda di aggiornamento delle leggi di controllo esistenti sul velivolo Piaggio P-180 Avanti, in vista di una futura conversione del velivolo a un sistema FCS dotato di trasmissione dei comandi fly-by-wire. L'obiettivo del lavoro è stato quello di presentare una possibile alternativa alle leggi di controllo già esistenti, andando a valutare metodologie innovative e differenti, verificandone le prestazioni e la possibilità di implementazione.

Per lo svolgimento del lavoro, l'azienda ha messo a disposizione un modello non lineare a sei gradi di libertà del velivolo in ambiente MATLAB/Simulink, sul quale al termine del design sono state poi implementate le leggi di controllo realizzate, al fine di confrontarle con quelle già esistenti. Il processo di design, dopo l'identificazione dei requisiti fondamentali del sistema, si è basato sull'ottenimento dei modelli linearizzati (LTI) della dinamica latero-direzionale del velivolo nell'intorno di un set di condizioni di volo che potessero includere una vasta parte dell'inviluppo di volo del velivolo. Dopo una fase di ricerca bibliografica, si è deciso di esplorare le potenzialità offerte dalle leggi di controllo basate sul *Full-State-Feedback*, ovvero l'utilizzo in retroazione dell'intero vettore di stato.

Le leggi di controllo realizzate presentano un sistema di aumento della stabilità (SAS) realizzato con il metodo di piazzamento dei poli di Bass-Gura, adattato per l'impiego su un sistema Multiple-Input, e un sistema CAS con controllori di tipo LQI (Linear Quadratic Integrator).

L'intero design è stato realizzato in ambiente MATLAB/Simulink, utilizzando il più possibile funzioni preesistenti, per dimostrare l'immediata applicabilità dei metodi proposti e la rapidità con cui permettono di ottenere un tuning preliminare dei componenti delle leggi di controllo, su un esteso database di punti di progetto. In questo capitolo introduttivo saranno forniti una rapida descrizione della dinamica latero-direzionale dei velivoli ad ala fissa, e un'introduzione ai metodi e alle architetture tradizionalmente utilizzati nel design di sistemi SAS e CAS. Nei capitoli successivi verrà descritto il processo di design seguito per la realizzazione delle leggi di controllo, i requisiti posti, e le metodologie utilizzate. A conclusione saranno riportati i risultati di svariate simulazioni ottenute con il modello proprietario di Piaggio Aero Industries, volte a dimostrare il comportamento delle leggi di controllo e a confrontarle con le corrispettive già esistenti.

## Dinamica Latero-Direzionale dei velivoli ad ala fissa

Il punto di partenza per descrivere la dinamica Latero-Direzionale dei velivoli ad ala fissa sono le equazioni della dinamica in forma non lineare:

$$\begin{cases} X - mg\sin\theta = m(\dot{u} + qw - rv) \\ Y + mg\cos\theta\sin\phi = m(\dot{v} + ru - pw) \\ Z + mg\cos\theta\cos\phi = m(\dot{w} + pv - qu) \end{cases}$$
$$\begin{cases} L = I_x \dot{p} - I_{xz} \dot{r} + qr(I_z - I_y) - I_{xz}pq \\ M = I_y \dot{q} + rp(I_x - I_z) + I_{xz}(p^2 - r^2) \\ N = -I_{xz} \dot{p} + I_z \dot{r} + pq(I_y - I_x) + I_{xz}qr \end{cases}$$

All'interno del set di equazioni sopra riportate è già introdotta la presenza del piano di simmetria xz del velivolo, che ha come conseguenza  $I_{yz} = I_{xy} = 0$ .

Le equazioni sopra riportate mostrano un accoppiamento tra i moti nel piano longitudinale (vettore velocità che giace nel piano di simmetria x-z) e nel piano latero-direzionale (vettore velocità al di fuori del piano di simmetria). Per poter trattare della dinamica latero-direzionale, è necessario introdurre l'ipotesi di piccole perturbazioni, e quindi linearizzare le equazioni.

Si considera il velivolo in condizione di volo stazionarie e di equilibrio, e si descrive il moto velivolo come piccole variazioni rispetto a questa condizione iniziale. Ogni variabile è quindi data dal valore nelle condizioni di equilibrio sommata a una piccola variazione:

$$u = u_0 + \Delta u, v = v_0 + \Delta v, w = w_0 + \Delta w$$
$$p = p_0 + \Delta p, q = q_0 + \Delta q, r = r_0 + \Delta r$$
$$X = X_0 + \Delta X, Y = Y_0 + \Delta Y, Z = Z_0 + \Delta Z$$
$$L = L_0 + \Delta L, M = M_0 + \Delta M, N = N_0 + \Delta N$$
$$\theta = \theta_0 + \Delta \theta, \phi = \phi_0 + \Delta \phi, \psi = \psi_0 + \Delta \psi$$

Per semplicità, la condizione iniziale è assunta di volo simmetrico; di conseguenza

$$v_0 = p_0 = q_0 = r_0 = \phi_0 = \psi_0 = 0$$
$$\Rightarrow v = \Delta v, p = \Delta p, r = \Delta r, \phi = \Delta \phi, \psi = \Delta \psi$$

Effettuando la sostituzione all'interno delle equazioni della dinamica, considerando i termini relativi alla dinamica latero-direzionale (Y, L, N) si ottiene:

$$\begin{cases} Y - mg\cos\theta\sin\phi = m[\dot{v} + \Delta r(u_0 + \Delta u) - \Delta p(w_0 + \Delta w_0)] \\ L = I_x \dot{p} - I_{xz} \dot{r} + \Delta q \Delta r(I_z - I_y) - I_{xz} \Delta p \Delta q \\ N = -I_{xz} \dot{p} + I_z \dot{r} + \Delta p \Delta q(I_y - I_x) + I_{xz} \Delta q \Delta r \end{cases}$$

6

Trascurando i termini di ordine inferiore, dati dal prodotto di due variazioni, e ipotizzando  $w_0 = 0$ , si ottiene:

$$\begin{cases} Y + mg\cos\theta\sin\phi = m(\dot{v} + \Delta ru_0 - \Delta pw_0) \\ L = I_x\dot{p} - I_{xz}\dot{r} \\ N = -I_{xz}\dot{p} + I_z\dot{r} \end{cases} \xrightarrow{r=\Delta r, u_0 = V_0} \begin{cases} Y + mg\cos\theta\sin\phi = m(\dot{v} + rV_0) \\ L = I_x\dot{p} - I_{xz}\dot{r} \\ N = -I_{xz}\dot{p} + I_z\dot{r} \end{cases}$$

Nella condizione di equilibrio, essendo  $\phi_0 = 0$ , risulta che  $Y_0 = L_0 = N_0 = 0$ . I primi termini delle tre equazioni sono perciò pari a  $\Delta Y + mg\cos\theta\sin\phi$ ,  $\Delta L \in \Delta N$ . Le variazioni delle tre grandezze possono essere espresse in forma di espansione di Taylor, in funzione di  $v, p, r, \delta_a \in \delta_r$ , dove le ultime due variabili sono le deflessioni degli alettoni e del timone rispettivamente. Si ottiene:

$$\begin{cases} \Delta Y = \frac{\partial Y}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial Y}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial Y}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial Y}{\partial \delta_a} \Delta \delta_a + \frac{\partial Y}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r \\ \Delta L = \frac{\partial L}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial L}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial L}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial L}{\partial \delta_a} \Delta \delta_a + \frac{\partial L}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r \\ \Delta N = \frac{\partial N}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial N}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial N}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial N}{\partial \delta_a} \Delta \delta_a + \frac{\partial N}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r \end{cases}$$

Introducendo la notazione  $\frac{\partial Y}{\partial v} = Y_v$ , sostituendo nelle equazioni della dinamica si ottiene:

$$\begin{cases} \dot{v} = \frac{Y_v}{m}v + \frac{Y_p}{m}p + \left(\frac{Y_r}{m} - V_0\right)r + \frac{Y_{\delta_a}}{m}\delta_a + \frac{Y_{\delta_r}}{m}\delta_r\\ I_x \dot{p} - I_{xz} \dot{r} = L_v v + L_p p + L_r r + L_{\delta_a}\delta_a + L_{\delta_r}\delta_r\\ -I_{xz} \dot{p} + I_z \dot{r} = N_v v + N_p p + N_r r + N_{\delta_a}\delta_a + N_{\delta_r}\delta_r \end{cases}$$

Manipolando le ultime due equazioni si giunge alla forma:

$$\begin{cases} \dot{v} = \frac{Y_v}{m}v + \frac{Y_p}{m}p + \left(\frac{Y_r}{m} - V_0\right)r + \frac{Y_{\delta_a}}{m}\delta_a + \frac{Y_{\delta_r}}{m}\delta_r \\ \dot{p} = \left(\frac{L_v}{I'_x} + N_v I'_{xz}\right)v + \left(\frac{L_p}{I'_x} + N_p I'_{xz}\right)p + \left(\frac{L_r}{I'_x} + N_r I'_{xz}\right)r + \left(\frac{L_{\delta_a}}{I'_x} + N_{\delta_a} I'_{xz}\right)\delta_a + \left(\frac{L_{\delta_r}}{I'_x} + N_{\delta_r} I'_{xz}\right)\delta_r \\ \dot{r} = \left(\frac{N_v}{I'_z} + L_v I'_{xz}\right)v + \left(\frac{N_p}{I'_z} + L_p I'_{xz}\right)p + \left(\frac{N_r}{I'_z} + L_r I'_{xz}\right)r + \left(\frac{N_{\delta_a}}{I'_x} + L_{\delta_a} I'_{xz}\right)\delta_a + \left(\frac{N_{\delta_r}}{I'_x} + L_{\delta_r} I'_{xz}\right)\delta_r \end{cases}$$

I termini inerziali indicati con l'apostrofo prendono il nome di momenti di inerzia virtuali:

$$I'_{x} = I_{x} - \frac{I^{2}_{xz}}{I_{z}}$$
$$I'_{z} = I_{z} - \frac{I^{2}_{xz}}{I_{z}}$$
$$I'_{xz} = \frac{I_{xz}}{I_{z}I'_{x}} = \frac{I_{xz}}{I'_{z}I_{x}}$$

Aggiungendo all'ultimo set di equazioni le relazioni cinematiche  $\dot{\phi} = p \ e \ \dot{\psi} = r$  si ottengono le equazioni differenziali del moto latero-direzionale in forma dimensionale:

$$\begin{cases} \dot{v} = \frac{Y_v}{m}v + \frac{Y_p}{m}p + \left(\frac{Y_r}{m} - V_0\right)r + \frac{Y_{\delta_a}}{m}\delta_a + \frac{Y_{\delta_r}}{m}\delta_r \\ \dot{p} = \left(\frac{L_v}{I'_x} + N_v I'_{xz}\right)v + \left(\frac{L_p}{I'_x} + N_p I'_{xz}\right)p + \left(\frac{L_r}{I'_x} + N_r I'_{xz}\right)r + \left(\frac{L_{\delta_a}}{I'_x} + N_{\delta_a} I'_{xz}\right)\delta_a + \left(\frac{L_{\delta_r}}{I'_x} + N_{\delta_r} I'_{xz}\right)\delta_r \\ \dot{r} = \left(\frac{N_v}{I'_z} + L_v I'_{xz}\right)v + \left(\frac{N_p}{I'_z} + L_p I'_{xz}\right)p + \left(\frac{N_r}{I'_z} + L_r I'_{xz}\right)r + \left(\frac{N_{\delta_a}}{I'_x} + L_{\delta_a} I'_{xz}\right)\delta_a + \left(\frac{N_{\delta_r}}{I'_x} + L_{\delta_r} I'_{xz}\right)\delta_r \\ \phi = \dot{p} \\ \psi = \dot{r} \end{cases}$$

Il set di equazioni differenziali può essere espresso in forma più compatta tramite una notazione matriciale, definendo il vettore di stato x e il vettore di comando u:

$$x = \begin{cases} v \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{cases}, u = \begin{cases} \delta_a \\ \delta_r \end{cases}$$

 $\Rightarrow \dot{x} = Ax + Bu$ , con

$$A = \begin{bmatrix} \frac{Y_{v}}{m} & \frac{Y_{p}}{m} & \frac{Y_{r}}{m} - V_{0} & 0 & 0\\ \frac{L_{v}}{l'_{x}} + N_{v}l'_{xz} & \frac{L_{p}}{l'_{x}} + N_{p}l'_{xz} & \frac{L_{r}}{l'_{x}} + N_{r}l'_{xz} & 0 & 0\\ \frac{N_{v}}{l'_{z}} + L_{v}l'_{xz} & \frac{N_{p}}{l'_{z}} + L_{p}l'_{xz} & \frac{N_{r}}{l'_{z}} + L_{r}l'_{xz} & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} e B = \begin{bmatrix} \frac{Y_{\delta_{a}}}{m} & \frac{Y_{\delta_{r}}}{m} \\ \frac{L_{\delta_{a}}}{l'_{x}} + N_{\delta_{a}}l'_{xz} & \frac{L_{\delta_{r}}}{l'_{x}} + N_{\delta_{r}}l'_{xz} \\ \frac{N_{\delta_{a}}}{l'_{x}} + L_{\delta_{a}}l'_{xz} & \frac{N_{\delta_{r}}}{l'_{x}} + L_{\delta_{r}}l'_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### I modi della dinamica Latero-Direzionale

Si consideri l'equazione matriciale sopra riportata a comandi bloccati, ovvero  $u = \{0,0\}^T$ . La soluzione di  $\dot{x} = Ax$  descrive l'evoluzione libera del velivolo in risposta a un disturbo esterno. Assumendo una soluzione nella forma  $x = x_0 e^{\lambda_r t}$ , si sostituisce all'interno dell'equazione ottenendo:

$$\dot{x} = \lambda_r x_0 e^{\lambda_r t} = A x_0 e^{\lambda_r t} \Rightarrow [\lambda_r \mathbb{I} - A] x_0 = 0$$

I è la matrice identità, in questo caso di dimensioni 5x5. Trascurando la soluzione banale data da  $x_0 = 0^{5x1}$ , la soluzione dell'equazione è ottenuta annullando il determinante di  $\lambda_r I - A$ . Per un velivolo tradizionale, si ottengono 6 autovalori:

- 1 autovalore reale nullo
- 1 autovalore reale negativo, corrispondente al Roll Mode

- 1 autovalore reale molto piccolo in modulo, sia negativo che positivo, corrispondente allo Spiral Mode
- 2 autovalori complessi coniugati, che descrivo il modo di Dutch Roll

#### Modi del primo ordine: Roll Mode e Spiral Mode

Gli autovalori reali descrivono modi caratterizzati da una dinamica del primo ordine: l'andamento delle variabili coinvolte in questi modi è di tipo esponenziale, convergente se l'autovalore ha parte reale negativa, divergente se positiva. Si consideri un generico sistema caratterizzato da una dinamica del primo ordine stabile, descritta dall'autovalore  $\lambda = a < 0$ . Si definisce tempo caratteristico o costante di tempo il valore  $\tau = -\frac{1}{a}$ . A questo istante di tempo, il sistema ha raggiunto un valore pari a  $x(t = \tau) = x_0 e^{-a*\frac{1}{a}} = x_0/e = 0.37x_0$ . Il valore della costante di tempo è un parametro su cui tipicamente vengono definiti i requisiti sui modi quali il Roll Mode e lo Spiral Mode.

Un altro parametro tipicamente utilizzato per valutare modi aperiodici è il tempo di dimezzamento o di raddoppio, nel caso di dinamiche instabili. I due valori indicano rispettivamente il tempo in cui la risposta raggiunge la metà o il doppio del valore iniziale e sono calcolati come segue:

$$t_{1/2} = \frac{\log\left(\frac{1}{2}\right)}{a} \left(> 0 \Leftrightarrow a < 0\right);$$
$$t_2 = \frac{\log(2)}{a} \left(> 0 \Leftrightarrow a > 0\right)$$

Il Roll Mode è un modo fortemente smorzato, che coinvolge il rateo di rollio del velivolo: in seguito a un disturbo esterno, ne riporta il valore allo stato iniziale; in risposta a un comando di alettone, ne assesta il modulo a un valore stazionario. Il valore della costante di tempo del Roll Mode determina la rapidità con cui il velivolo raggiunge il valore di regime: più piccola è la costante di tempo, più reattiva sarà la risposta dell'aereo.

Lo Spiral Mode è un modo caratterizzato da una dinamica molto lenta, se confrontata con il Roll Mode. È un modo aperiodico che coinvolge in particolare gli angoli di rollio e di imbardata, e i cui effetti possono potenzialmente risultare pericolosi, se instabile. A seguito di un disturbo o un comando, un velivolo dotato di Spiral Mode stabile esegue una virata, inclinandosi di un certo angolo di rollio, che va a ridursi fino a raggiungere una condizione di volo ad ali livellate con una nuova direzione. Un velivolo con Spiral Mode instabile, invece, entrerà in una manovra a spirale caratterizzata da angolo di rollio sempre più elevato. La pericolosità del modo risiede della lentezza dello stesso che, in condizioni di visibilità nulla e assenza di punti di riferimento, potrebbe impedire al pilota di riconoscere l'instaurarsi di questo pericoloso moto. Per questo motivo, sebbene consentito da alcune normative militari (MIL-F8785C, MIL-STD1797), per la progettazione di velivoli civili si impone uno Spiral Mode stabile.

L'autovalore reale nullo identifica una proprietà intrinseca dei velivoli tradizionali, ovvero l'indipendenza della dinamica del velivolo dall'angolo di imbardata  $\psi$ : qualunque questo sia, la risposta dinamica del velivolo non cambia.

#### Modo del Secondo ordine: il Dutch Roll

Il Dutch Roll è l'unico modo oscillatorio tipicamente presente nella dinamica latero-direzionale dei velivoli tradizionali. Si tratta di un moto complesso, con oscillazioni che coinvolgono sia l'asse di rollio che di imbardata. La figura seguente, tratta da *Nelson, R. Flight Stability and Automatic Control*, ne fornisce una rappresentazione grafica. Durante il Dutch Roll, l'aereo segue un moto di rollio opposto al moto di imbardata, una dinamica fortemente accoppiata e difficilmente intuibile a parole.



FIGURE 5.13 The Dutch roll motion. Figura 1 Rappresentazione del Dutch Roll (Nelson 1998)

Il modo di Dutch Roll, come tutti i modi oscillatori, è caratterizzato da una dinamica del secondo ordine, analoga ad un classico sistema massa-molla-smorzatore. Si ipotizzi una massa m collegata ad una molla con costante elastica k e uno smorzatore viscoso con coefficiente di smorzamento c, la dinamica del sistema è data da:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

Indicando con  $\zeta = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$  lo smorzamento del sistema e  $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$  la pulsazione naturale, ovvero la frequenza con cui il sistema oscillerebbe in assenza dello smorzatore viscoso, l'equazione può essere riscritta come:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n \dot{x} + \omega_n^2 x = 0$$

Introducendo  $\overline{x} = \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$  è possibile riscrive l'equazione differenziale in formato matriciale:

10

Introducendo nuovamente la soluzione del tipo  $x = x_0 e^{\lambda t}$ , e procedendo come in precedenza, gli autovalori della matrice A descriveranno la dinamica del sistema, risolvendo l'equazione

$$|\lambda \mathbb{I} - A| = 0 \Rightarrow \lambda^2 + 2\zeta \omega_n + \omega_n^2 = 0$$

Le soluzioni dell'equazione sono:

$$\lambda_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm \sqrt{\zeta^2 \omega_n^2 - \omega_n^2} = -\zeta \omega_n \pm i \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} = \eta \pm i \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

La soluzione nel dominio del tempo risulterà quindi:

$$x(t) = \left(A_1 e^{i\omega t} + A_2 e^{-i\omega t}\right) e^{\eta t}$$

È possibile infine esprimere x(t) come somma di funzioni trigonometriche:

$$x(t) = (A_3 \cos \omega t + A_4 \sin \omega t)e^{\eta t}$$
,  $\cos A_3 = A_1 + A_2 e A_4 = A_1 - A_2$ 

I valori dei coefficienti  $A_3 e A_4$  si ottengono imponendo le condizioni iniziali  $x(t = 0) = x_0 e \dot{x}(t = 0) = \dot{x}_0$ .

I requisiti sul Dutch Roll, che per avere un volo sicuro deve essere stabile, data l'estrema complessità del moto, sono tipicamente espressi sullo smorzamento  $\zeta$  e la pulsazione naturale  $\omega_n$ . Altri parametri tipicamente valutati sono il tempo di dimezzamento e il periodo delle oscillazioni smorzate. Il tempo di dimezzamento va ad indicare l'istante di tempo in cui le esponenziali osculatrici, ovvero le linee ad andamento esponenziale che racchiudono l'inviluppo delle oscillazioni nel tempo, raggiungono la metà del valore di regime.

$$t_{1/2} = \frac{\log\left(\frac{1}{2}\right)}{\eta} = \left(>0 \Leftrightarrow \eta < 0\right)$$
$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

## Sistemi SAS e CAS tradizionali

Con la comparsa di aeroplani ad elevate prestazioni, nel secondo Dopoguerra, si rese sempre più evidente la necessità di sistemi che permettessero di mantenere il controllo del velivolo in condizioni sempre più esigenti per i piloti. L'introduzione di velivoli a getto espanse esponenzialmente l'inviluppo di volo, sia in campo militare che in campo civile, e pose i progettisti di fronte a una problematica fondamentale: a causa delle condizioni di volo estremamente variabili, una configurazione aerodinamica poteva produrre una dinamica stabile durante alcune fasi di missione, per poi raggiungere condizioni instabili in una fase successiva.

L'aumento delle velocità di volo aveva anche portato all'introduzione di comandi di volo potenziati, con superfici mobili non più connesse direttamente ai comandi del pilota, ma dotate di servomeccanismi idraulici, che rendevano la catena di comando irreversibile: si rese quindi necessario introdurre sistemi di *artificial feel* per riprodurre sui comandi gli effetti dell'azione aerodinamica sulle superfici, che i piloti erano abituati a riconoscere.

La comparsa dei primi calcolatori analogici fornì lo strumento necessario per poter implementare le prime forme di controllori automatici. Le teorie necessarie erano state sviluppate già a partire dagli anni '30, in particolare legata al mondo delle comunicazioni e dell'elettronica: l'ingegnere americano Hendrik Wade Bode presso i Bell Labs in questi anni sviluppò l'omonimo diagramma, che permette una rappresentazione chiara e accurata del guadagno e dello sfasamento della risposta ad un segnale di input al variare della frequenza di quest'ultimo.

Le prime tecniche, ancora oggi adottate, per la realizzazione di sistemi di controllo furono disponibili pochi anni dopo la fine della Seconda Guerra Mondiale: nel 1947 un Douglas C-53 dell'USAF completò un volo transatlantico interamente sotto il controllo di un autopilota, comprese le fasi di decollo e atterraggio. L'anno successivo, Walter R. Evans pubblicò in uno studio la tecnica del Root Locus, una metodologia fondamentale per lo sviluppo delle leggi di controllo moderne.

All'interno di questo capitolo verranno descritti i metodi tradizionali utilizzati per la realizzazione di sistemi SAS e CAS e, quando si renderà necessaria l'introduzione di diagrammi per illustrare i concetti espressi, sarà utilizzato come modello di riferimento il modello fornito da *Napolitano M., Aircraft Dynamics: From Model to Simulation* del velivolo Learjet 24, business jet da 6 passeggeri.

## Il metodo Root Locus

Il Root Locus, o Luogo delle Radici, è una rappresentazione grafica degli autovalori di un sistema dinamico. La rappresentazione è nel piano complesso, con in ascissa la parte reale degli autovalori e in ordinata la parte immaginaria. Si prenda a riferimento il diagramma sotto riportato, relativo al velivolo Learjet 24 in due condizioni di volo: crociera ad alta quota e fase d'approccio a bassa velocità; le principali informazioni sul velivolo e sulle condizioni di volo indicate da Napolitano sono riportate nella tabella a fianco.



Figura 2 Esempio di diagramma Root Locus – dati da (Napolitano 2012)

Risulta innanzitutto evidente la problematica sopra espressa: in condizioni di volo differenti, il velivolo con stessa massa e stessa posizione del baricentro presenta caratteristiche dinamiche differenti; nella condizione di approccio, la variazione è tale per cui sia il modo di Dutch Roll che lo Spiral Mode assumono un comportamento instabile. Sul diagramma, realizzato in MATLAB, è tracciata una griglia che identifica le regioni caratterizzate da stessi valori di smorzamento  $\zeta$  o stessa pulsazione naturale  $\omega_n$ : le semirette con origine all'intersezione degli assi sono linee iso- $\zeta$ , le semicirconferenze (rese ovali dalla scala del diagramma) sono iso- $\omega_n$ .

Osservando un diagramma Root Locus, è possibile valutare in maniera grafica le caratteristiche dinamiche del velivolo. In particolare, considerando la condizione di crociera, sebbene questa presenti tutti i modi stabili, non risulta completamente accettabile dal punto di vista dinamico: se si osservano i poli che identificano il modo di Dutch Roll, si nota quando quest'ultimo sia molto poco smorzato ( $\zeta < 0.04$ ); calcolando i valori di tempo di dimezzamento e periodo dell'oscillazione del modo, si ottiene:

$$\lambda_{DR} = -0.0584 \pm 1.6827i \Rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{|0.0584|} = 11.869s, T = \frac{2\pi}{1.6827} = 3.734s$$

Le oscillazioni dovute al Dutch Roll si dimezzeranno in ampiezza solo dopo aver completato  $N = \frac{t_{1/2}}{T} = 3.18$  cicli.

Prima di descrivere il metodo Root Locus, è necessario introdurre il concetto di controllo in retroazione. Questa architettura costituisce una delle formule più semplici di legge di controllo, e



Figura 3 Architettura di Feedback

prevede la generazione di un anello di retroazione, o feedback, che comunica i valori di una o più variabili in uscita dal sistema all'ingresso dello stesso, andando a correggere l'azione di comando. Tipicamente le variabili sono moltiplicate per un valore numerico, per pesare in maniera corretta l'intervento di retroazione. Si consideri per semplicità un sistema SISO (Single Input Single Output) come il seguente:

Indicando con x la variabile in uscita dal sistema e con r il segnale di input, si definisce la funzione di trasferimento del sistema senza retroazione  $G(s) = \frac{x(s)}{u(s)} = \frac{x(s)}{r(s)}$ . Gli autovalori del sistema, che ne descrivono la dinamica, sono dati dagli zeri del denominatore della funzione di trasferimento G(s). Chiudendo il ramo di retroazione, il segnale di input è dato da u = r - Kx. Risulterà quindi che:

$$x(s) = G(s)u(s) = G(s)r(s) - G(s)Kx(s) \Rightarrow \frac{x(s)}{r(s)} = \frac{G(s)}{1 + KG(s)}$$

Indicando con  $N(s) \in D(s)$  il numeratore e il denominatore di G(s), la nuova funzione di trasferimento risulterà pari a:

$$\frac{x(s)}{r(s)} = \frac{\frac{N(s)}{D(s)}}{1 + K\frac{N(s)}{D(s)}} = \frac{N(s)}{D(s) + KN(s)}$$

I poli del sistema, e di conseguenza gli autovalori, non saranno più dati dagli zeri di D(s), ma da D(s) + KN(s).

Il metodo Root Locus è una metodologia grafica, che permette di valutare sull'omonimo diagramma il valore del coefficiente di retroazione desiderato, osservando lo spostamento dei poli del sistema al variare di questo valore. Il metodo è applicabile direttamente solo per sistemi SISO; volendo controllare sistemi con più di un input o utilizzare più variabili per effettuare la retroazione è necessario risolvere un anello di feedback alla volta, andando a selezionare valori dei coefficienti di retroazione con un processo trial-and-error, finché non si ottiene una combinazione di valori soddisfacente.

All'interno dell'ambiente MATLAB, il metodo Root Locus è implementato dalla funzione *rlocus*, che produce un diagramma che rappresenta l'andamento dei poli del sistema variando il coefficiente di retroazione, supponendo un feedback negativo, come quello rappresentato sopra. In seguito è riportato un esempio di figura prodotta con questa funzione, che mostra l'effetto della realizzazione di un ramo di feedback sul velivolo Learjet 24 nella condizione di volo di crociera; in particolare, la retroazione è effettuata sul controllo degli alettoni, utilizzando come variabile il rateo di rollio p.



Figura 4 Applicazione del metodo Root Locus in MATLAB

La scelta del coefficiente di retroazione fa effettuata con molta cura: si può osservare come la presenza di uno zero Non-Minimum-Phase, dotato di parte reale positiva, "attiri" il polo presente nell'origine nel semipiano destro del piano immaginario, portando alla comparsa di un modo instabile.

### Un esempio di SAS tradizionale

Stevens B. et al., Aircraft Control and Simulation fornisce un esempio di sistema SAS tradizionale, realizzato con il metodo Root Locus. L'architettura è riportata nella pagina seguente. All'interno del modello fornito da Stevens,  $r_1 e r_2$  sono i segnali d'ingresso provenienti rispettivamente dalla barra e dai pedali,  $G_a e G_r$  sono le funzioni di trasferimento che modellano gli attuatori di alettone e timone,  $G_F$  rappresenta la presenza di filtri anti-rumore e ritardi nella trasmissione del segnale e  $G_B$  un filtro che compensa gli effetti della dinamica elastica strutturale dell'ala.

Sul ramo in retroazione di controllo del timone è presente un filtro di wash-out  $G_w$ , descritto dalla seguente funzione di trasferimento:

$$G_w = \frac{s\tau}{1+s\tau}$$



Figure 4.4-4 Lateral-directional augmentation.

#### Figura 5 SAS Latero-Direzionale convenzionale (Stevens 2016)

L'obbiettivo del filtro di wash-out può essere espresso in diversi modi: dal punto di vista del pilotaggio del velivolo, l'introduzione del filtro consente di mantenere virate coordinate, caratterizzate da un valore di rateo di imbardata costante non nullo, senza dover correggere l'azione del SAS, che in assenza del filtro tenderebbe a voler annullare il valore del rateo r.

Da un punto di vista controllistico, la presenza del filtro influisce sulla traslazione dei poli del sistema alla chiusura del ramo di retroazione. Si osservino i due diagrammi sotto riportati, realizzati con la funzione *rlocus* di MATLAB, relativi alla chiusura del ramo di retroazione senza e con il filtro di wash-out, introdotto con  $\tau = 1$ .



Figura 6 Effetto del filtro di wash-out sul diagramma Root Locus

Il filtro di wash-out introduce uno zero nell'origine, assente nel sistema originale. La presenza di questo zero "attira" il polo relativo allo spiral mode, riducendone il modulo all'aumentare del coefficiente di retroazione; d'altra parte, il polo relativo al roll mode, invece di diminuire il proprio modulo, è attratto dallo zero già presente dal sistema, stabilizzando ulteriormente il modo. L'effetto di eccessiva correzione del rateo di rollio è quindi scongiurato andando a limitare il modulo dello spiral mode, grazie all'introduzione del filtro di wash-out. Inoltre si preclude la comparsa del modo oscillatorio generato dalla convergenza del roll e dello spiral mode che si verifica in assenza del filtro di wash-out.

Il SAS presentato da Stevens è realizzato andando innanzitutto a realizzare il ramo di retroazione sul controllo degli alettoni e in seguito il ramo relativo al timone, scegliendo una costante  $\tau$  del filtro di wash-out che si ritiene appropriata.

## I sistemi CAS (Control Augmentation System)

Il passo successivo nello sviluppo dei sistemi di controllo fu la comparsa dei sistemi CAS, in particolare favoriti dalla nascita dei primi sistemi fly-by-wire: il comando del pilota non è più trasmesso per via meccanica alle superfici di volo o agli attuatori, ma come segnale elettrico. Divenne quindi possibile introdurre leggi di controllo implementate sui computer di bordo del velivolo che, misurato il segnale d'ingresso prodotto dal pilota, lo elaborassero in base alle condizioni di volo dell'aereo, permettendo un'elevata precisione di controllo. Lo sviluppo si ebbe soprattutto in ambito militare, dove per particolari missioni sono richieste capacità di tracking e accuratezza di puntamento molto difficili da raggiungere con un controllo puramente manuale, sebbene coadiuvato da un sistema SAS. In seguito, i sistemi CAS si sono imposti anche nell'aviazione civile, potendo portare un ulteriore vantaggio: la possibilità di schedulare i controllori e la realizzazione di leggi di controllo "ad-hoc" per particolari condizioni di volo degradate, in grado di alleviare notevolmente il carico di lavoro dei piloti.

Elemento fondamentale dei sistemi CAS è il controllore, l'elemento che introduce l'azione comando confrontando il valore di una o più variabili con un segnale di riferimento. Lo sviluppo tecnologico ha portato alla comparsa di svariate famiglie di controllori, ognuna con i propri vantaggi e svantaggi.

## I controllori PID

La famiglia più diffusa è certamente quella dei controllori PID, acronimo di "Proportional, Integral and Derivative", il cui nome descrive il tipo di azione implementata.

Un controllore PID restituisce un comando dato dalla somma di tre contributi pesati: uno direttamente proporzionale all'errore tra il segnale di riferimento e la variabile misurata (termine P), uno proporzionale all'integrale dell'errore (termine I) e uno proporzionale alla derivata dell'errore (termine D). A seconda dei termini effettivamente implementati, si parla di controllori P (puramente proporzionali), PI, PD o PID.

Si consideri un generico sistema SISO descritto dalla funzione di trasferimento G(s) e un controllore la cui funzione di trasferimento è H(s), come nella figura sotto riportata.



Figura 7 Architettura del controllore in Feedforward

L'errore e(s) è dato dalla differenza tra il segnale di riferimento r(s) e l'output del sistema y(s); risulta perciò:

$$e(s) = r(s) - y(s) = r(s) - G(s)H(s)e(s) \Rightarrow e(s) = \frac{r(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Sfruttando il teorema del valore finale della teoria della trasformata di Laplace è possibile valutare l'errore stazionario del sistema controllato, ovvero l'errore per periodi di tempo tendenti all'infinito. Si consideri un input a gradino unitario, la cui funzione di trasferimento è  $r(s) = \frac{1}{s}$ .

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} se(s) = \lim_{s \to 0} se(s) = \lim_{s \to 0} \frac{\frac{1}{s}}{1 + G(s)H(s)} = \lim_{s \to 0} \frac{1}{1 + G(s)H(s)}$$

In tabella sono riportati i valori dell'errore stazionario per controllori di tipo P, PI, PD e PID in risposta al comando a gradino unitario:

Controllore	H(s)	$e_{ss}$
Р	K <sub>p</sub>	$\frac{1}{1+G(0)*K_p}$
PI	$K_p + \frac{K_i}{s}$	0
PD	$K_p + K_d s$	$\frac{1}{1+G(0)*K_p}$
PID	$K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$	0

Con un controllore puramente proporzionale, è da attendersi un errore stazionario diverso da zero, essendo l'azione comando appunto proporzionale all'errore: per mantenere il sistema nello stato comandato, diverso da quello di comando, si rende necessaria la presenza di un errore. Analogamente con l'introduzione di un termine derivativo, ottenendo un controllore PD, non permette l'annullamento dell'errore stazionario: mentre il sistema si avvicina allo stato desiderato,

l'azione derivativa diventa sempre meno importante, poiché diminuendo l'azione proporzionale diminuisce il rateo con cui varia l'errore. Raggiunto l'errore stazionario richiesto dal termine proporzionale, il termine derivativo darà un contributo nullo. Il termine integrativo permette l'annullamento dell'errore, fornendo un'azione man mano crescente finché il sistema non si pone esattamente nello stato desiderato.

I controllori PID sono una tecnologia affermata, e sono presenti innumerevoli teorie che permettono di effettuarne il tuning, regolando il valore dei coefficienti  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ . Uno di queste teorie è stata sviluppata da Ziegler e Nichols già nel 1942, sviluppata in due diversi metodi: il metodo di Ziegler-Nichols in anello aperto e in anello chiuso.

Il metodo di Ziegler-Nichols in anello aperto prevede di osservare la risposta del sistema a un input a gradino, e valutare alcune caratteristiche: la figura sotto riportata, tratta da *Åström et al., Automatic Tuning and Adaptation for PID Controllers – A survey* illustra i parametri valutati per il tuning di un controllore PID secondo questa metodologia. I guadagni sono definiti a seconda della tipologia di controllore, e riportati nella tabella a fianco della figura.



Fig. 3. Determining a first order plus dead-time model from a step response. Time constant T can be obtained either as the distance AB or the distance AC

Figura 8 Parametri per il tuning del controllore PID con il metodo di Ziegler-Nichols in Open Loop (Karl J. Åström 1993)

Il metodo di Ziegler-Nichols in anello chiuso richiede invece di introdurre un anello di retroazione e un controllore puramente proporzionale. Si va quindi ad aumentare il guadagno del controllore finché il sistema, in risposta a un input a gradino, raggiunge uno stato di oscillazioni costanti (smorzamento nullo). Indicando con  $K_u$  questo valore limite del guadagno proporzionale e con  $T_u$  il periodo delle oscillazioni, è possibile calcolare i coefficienti del controllore da implementare, nuovamente a seconda della tipologia:

Controllore	$K_p$	$K_p/K_i$	$K_d/K_i$
Р	$0.5K_u$	-	-
PI	$0.4K_u$	$0.8T_u$	-
PID	0.6 <i>K</i> <sub>u</sub>	$0.7T_u$	0.12 <i>T</i> <sub>u</sub>

In aggiunta al metodo di Ziegler-Nichols sono presenti numerosi altri metodi per effettuare il tuning di controllori PID, volti a migliorare le caratteristiche della risposta controllata del sistema.

L'utilizzo di controllori PID comporta alcune problematiche da tenere in considerazione: tra queste si evidenziano la sensibilità del termine derivativo al rumore del segnale d'ingresso e il fenomeno dell'*integral windup*. La prima problematica può essere superata introducendo una versione modificata del termine derivativo, incorporando un filtro per rimuovere i disturbi in ingresso; la funzione di trasferimento del termine diventa perciò  $K_d \frac{s}{\tau s+1}$ .

Il fenomeno dell'*integral windup* è una caratteristica introdotta dal termine integrativo: quando il sistema non è in grado di annullare l'errore stazionario, a causa di limiti fisici quali saturazioni delle superfici di controllo, l'azione integrativa aumenta nel tempo e, nel momento in cui si ha un'inversione del comando, rilascia un'azione anche molto intensa nella direzione opposta del nuovo comando. Si richiede quindi l'implementazione di un sistema *anti-windup*, che annulli l'azione integrale considerando raggiunta la posizione desiderata quando si raggiungono i limiti fisici del sistema.

### Un esempio di CAS Latero-Direzionale tradizionale

Come per il sistema SAS, Stevens fornisce un esempio di CAS Latero-Direzionale tradizionale, che permette di identificarne gli elementi fondamentali. Il diagramma è riportato nella pagina seguente.

Sul ramo di controllo relativo agli alettoni, l'architettura prevede un semplice controllore proporzionale, con in input l'errore tra il rateo di rollio e un rateo comandato. Viene però introdotto un termine di accoppiamento, indicato con  $k_{ARI}$ , da Aileron-Rudder Interconnect. Lo scopo di questo coefficiente, che introduce un comando di timone proporzionale al comando di alettone, è di fornire in maniera automatica la correzione di timone necessaria per effettuare una virata corretta: il guadagno è calcolato in open loop, note le caratteristiche dinamiche del velivolo, e schedulato in funzione dell'angolo d'incidenza  $\alpha$ .



**Figure 4.5-7** A lateral-directional CAS. Figure 9 CAS Latero-Direzionale tradizionale (Stevens 2016)

Per assistere l'azione dell'ARI, sul controllo di timone sono presenti due anelli che svolgono una funzione simile; l'anello più esterno effettua una retroazione basata sull'accelerazione laterale  $a_y$ , che tende a valori nulli per una virata corretta. L'altra correzione è effettuata sottraendo al rateo di imbardata il valore  $p \tan \alpha$ , dove la funzione tangente è approssimata per piccole incidenze ( $\tan \alpha \approx \alpha$ ). Questo ramo è dovuto alla relazione  $r = p \tan \alpha$ , condizione necessaria per ottenere eseguire un rollio intorno agli assi di stabilità, con angolo di sideslip nullo. Stevens presenta il tuning dei coefficienti di retroazione con il metodo Root Locus, fornendo una relazione lineare in funzione dell'angolo d'attacco per il coefficiente  $k_{ARI}$ , per l'applicazione di questo modello di CAS per il velivolo F-16.

## Introduzione al sistema Fly-by-Wire

La trasmissione dei comandi, nei velivoli tradizionali, è affidata a sistemi meccanici composti da cavi e pulegge o aste rigide, che connettono direttamente la pedaliera e il volantino alle servovalvole idrauliche che azionano gli attuatori delle superfici di volo. La comparsa degli autopiloti ha comportato la necessità di poterne introdurre i comandi all'interno della catena di comando. La soluzione è data dall'introduzione all'interno della catena di comando dei sistemi elettroattuati che, bypassando i comandi del pilota, azionando la linea meccanica, trasmettendo i comandi dell'autopilota alle superfici di volo. Questa è la configurazione attualmente presente sul velivolo P-180 Avanti.

La trasmissione di comandi per via meccanica risulta essere ancora molto valida per velivoli di piccole dimensioni e con un'avionica non molto evoluta e complessa. Su velivoli di grosse dimensioni, il peso e la complessità delle linee di trasmissione diventano un elemento critico, con anche importanti conseguenze sugli intervalli di manutenzione, dovute all'usura degli elementi meccanici. L'avvento di sistemi elettronici compatti e leggeri favorì la comparsa dei primi sistemi fly-by-wire.

La prima applicazione in ambito civile si ebbe con l'Aérospatiale/BAC Concorde, velivolo supersonico per trasporto passeggeri. Il sistema Fly-by-Wire del Concorde era di tipo analogico, in cui lo spostamento dei comandi dei piloti era rilevato da trasduttori di posizione, che generavano un segnale elettrico proporzionale allo spostamento stesso, trasmesso poi a servovalvole elettriche. La retroazione in questo tipo di servovalvole è effettuata grazie a trasduttori di posizione di tipo LVDT o RVDT (Linear o Rotary Variable Differential Transformer), che generano segnali di tensione legati alla traslazione lineare o rotativa. Si rende perciò necessario introdurre elettroniche di controllo in grado di confrontare il segnale in ingresso dal comando del pilota e dai trasduttori di posizione, e produrre il comando necessario da inviare alle servovalvole. La trasmissione di segnali di tipo analogico, sebbene immediata, è suscettibile a fenomeni di rumore e disturbo, che potrebbero influenzare il controllo delle superfici, se non adeguatamente trattati. È inoltre necessario introdurre linee di comando separate per ogni controllo, non essendo possibile trasferire differenti comandi sulla stessa linea.

Con l'evoluzione dei sistemi digitali, è stato possibile superare queste limitazioni. L'Airbus A320 è stato il primo velivolo civile introdotto in servizio a presentare un sistema Fly-by-Wire completamente digitale. In seguito, l'architettura è diventata lo standard per i velivoli di grosse dimensioni, e si è diffuso anche nelle categorie inferiori, quali ad esempio quella dei *business jet*. L'introduzione dei sistemi digitali ha comportato la comparsa di standard di codifica e trasmissione dei dati, tra i vari computer di bordo e tra questi e le elettroniche di controllo dei servoattuatori. In ambito civile, due standard di riferimento sono l'ARINC429 e l'ARINC469. ARINC, abbreviazione di Aeronautical Radio Inc. è un'azienda americana, inizialmente proprietà di diverse compagnie aeree e aziende costruttrici, nata per realizzare standard di comunicazione per l'industria aerospaziale, da comunicazioni radio a trasmissione dati.

Lo standard ARINC429 è stato rilasciato nel 1986, e rappresenta uno standard di comunicazione unidirezionale, in cui un singolo trasmettitore può inviare lo stesso segnale a più ricevitori. Il

segnale è codificato in 32 bit, in cui i primi 8 bit identificano la tipologia di dato trasmesso, i bit 9 e 10 indicano l'origine del segnale, i bit da 11 a 29 il dato inviato, i bit 30 e 31 vengono utilizzati per diversi valori (segnale di stato, segno del valore numerico, ecc.) e l'ultimo bit è di verifica, per indicare se la trasmissione non è stata alterata in alcun modo. Questo standard è in assoluto il più diffuso, nonostante abbia delle limitazioni: la trasmissione è unidirezionale, perciò la risposta del sistema controllato dovrà essere trasmessa su un'altra linea e la massima velocità di trasmissione è di 100 kbit/s.

Lo standard ARINC629, rilasciato nel 1995, è stato concepito per sostituire l'ARINC429, permettendo una comunicazione bilaterale, tra sorgenti e destinatari multipli all'interno dello stesso bus. La codifica è a 20 bit, con messaggi formattati differentemente per la trasmissione di dati e di *label*, e la velocità di trasmissione aumenta fino a 2Mbit/s. Velivoli che hanno adottato questo standard sono ad esempio il Boeing 777 e gli Airbus A330/A340.

Il vantaggio portato dall'architettura Fly-by-Wire digitale, oltre alla riduzione del peso e della manutenzione richiesta rispetto alla trasmissione meccanica, è la possibilità di introdurre leggi di controllo complesse e variegate, rispetto ai soli modi autopilota e semplici sistemi SAS come lo yaw damper. Con l'introduzione di processori ad alte prestazioni, è diventato possibile implementare sistemi CAS evoluti, con leggi di controllo variabili a seconda delle condizioni di volo e dello stato del velivolo. *Moir, I. Aircraft Systems – Mechanical, Electrical and Avionics Subsystems Integration* descrive il tipico funzionamento di leggi di controllo per sistemi FBW. L'autorità dei sistemi Fly-by-Wire è tipicamente racchiusa in quattro livelli:

- Normal Laws: il sistema FBW ha piena autorità sul controllo del velivolo, e sono implementate leggi di controllo volte a migliore le *flying qualities* ed effettuare protezione dell'inviluppo, per impedire al pilota di portare inavvertitamente il velivolo in assetti e condizioni di volo non sicure. Nel caso si verifichino almeno due failure a livello di sensori, di computer di bordo o degli attuatori, il sistema passa al secondo livello di autorità
- *Alternate Laws*: vengono implementate leggi di controllo basilari che permettono il controllo del velivolo, ma perdendo elementi quali la protezione dell'inviluppo. Queste leggi di controllo permettono di mantenere il controllo del velivolo coadiuvando ancora il pilota nella deflessione delle superfici mobili. Nel caso di ulteriori guasti, si passa al terzo livello.
- Direct Laws: la trasmissione dei comandi avviene sempre attraverso il sistema Fly-by-Wire, ma con una deflessione delle superfici non più regolata da leggi di controllo, ma proporzionale ai comandi dei piloti. All'attivazione delle Direct Laws, l'equipaggio ha tipicamente la possibilità di riconfigurare il sistema, per poter attivare almeno le Alternate Laws, se possibile. In alcuni velivoli, in cui non è più presente alcuna trasmissione meccanica, questo è l'ultimo livello di autorità di controllo disponibile ai piloti. Dove invece è presente un sistema meccanico, in caso di guasto totale dei computer di bordo e dei sistemi necessari al funzionamento del FBW, è possibile la conversione a controllo meccanico
- *Mechanical Reversion*: il sistema FBW è disattivato, e la trasmissione avviene per via meccanica. Questa è una condizione di volo estremamente degradata, ma che fornisce all'equipaggio la possibilità di riportare a terra il velivolo il più rapidamente possibile.

Essendo il sistema Fly-by-Wire un sistema vitale per il controllo del velivolo, è strettamente necessario introdurre sistemi di ridondanza e di rivelazione dei guasti, per garantire un livello di

sicurezza adeguato a quelle che sono le indicazioni fornite da normative quali la CS-23/25. Le architetture dei sistemi FCS di tipo FBW presentano perciò molti livelli di ridondanza, sia hardware che software. La figura seguente, tratta dal testo di Moir, illustra schematicamente i sistemi FBW dei velivoli Boeing 777 e Airbus A330/340.



Figura 10 Architetture di sistemi FBW (Moir 2008)

L'architettura del Boeing 777 prevede tre Primary Flight Computer (PFC), ognuno dei quali è costituito da tre unità di calcolo differenti tra di loro sul quale viene eseguito lo stesso software di controllo. I comandi sono trasmessi tramite tre bus ARINC629 a quattro differenti ACE (Actuator Control Electronics). Queste unità convertono il segnale digitale proveniente dai PFC in segnale elettrico per alimentare i servoattuatori delle superfici di volo. Ogni ACE è connessa a un particolare set di superfici, con sovrapposizioni per consentire un adeguato livello di ridondanza. L'architettura della famiglia Airbus A330/340 presenta invece cinque computer di volo, tre Flight Control Primary Computer e due Flight Control Secondary Computer. Ogni computer presenta software differenti, e i computer "Primary" hanno hardware e architettura differenti rispetti ai "Secondary". Questi ultimi sono mantenuti in standby per quanto riguarda il comando delle superfici di volo primarie (alettoni, timone ed equilibratore).

L'implementazione di un sistema Fly-by-Wire richiede in conclusione la definizione di ridondanze, sia software che hardware, la scelta di standard di trasmissione dei dati e l'introduzione di trasduttori di posizione, spesso definiti *inceptor*, per rilevare i comandi del pilota. Il tipico loop di controllo di un velivolo dotato di sistema FBW è riportato nella figura nella pagina seguente, sempre tratta dal testo di Moir. L'anello più interno è realizzato dal sistema FBW, che effettua le correzioni necessarie per modificare l'assetto del velivolo. Se sono attivi modi autopilota, si chiudono i loop più esterni, con la gestione della traiettoria affidata tipicamente al sistema Autopilot & Flight Director (AFDS, o sigle corrispondenti). L'anello più esterno è relativo alla gestione dell'intera missione, quale ad esempio raggiungimento e selezione di waypoint, ed è affidata al Flight Management System.



Figura 11 Tipica architettura FBW (Moir 2008)

All'interno di questo lavoro, le leggi di controllo presentate, prese nella loro interezza, andrebbero a realizzare le *Normal Laws* dell'ipotetico futuro sistema FBW da realizzare sul velivolo P-180 Avanti.

# Processo di design

Il design del sistema FCS ha seguito diverse fasi, che sono di seguito descritte.

## 1. Definizione dei requisiti

La prima fase fondamentale del design è l'individuazione e la definizione dei requisiti che il sistema dovrà rispettare una volta realizzato. In questa fase sono stati evidenziati i seguenti requisiti:

- Le leggi di controllo devono rispettare requisiti prestazionali da ricercare nella normativa esistente, per garantire un comportamento del velivolo adeguata e certificabile in ogni condizione di volo
- Le leggi di controllo devono essere robuste e mantenere un comportamento accettabile in condizioni off-design, sia con dinamica linearizzata che non lineare, comprendendo elementi di disturbo, quali ad esempio la dinamica dei sensori
- Le leggi di controllo realizzate devono poter essere implementate all'interno del modello non lineare, che riproduce fedelmente la rete di sensori e le informazioni effettivamente disponibili all'interno del velivolo esistente, senza causare un aumento eccessivo del costo computazionale, che pregiudicherebbe l'esecuzione delle leggi di controllo rallentando il processo di elaborazione dei comandi
- Le leggi di controllo devono poter gestire l'eventualità di un guasto ad uno dei motori, contrastando efficacemente i momenti di imbardata e rollio generati dalla spinta asimmetrica e permettendo ai piloti di agire di conseguenza per affrontare la *failure*
- Le leggi di controllo devono scongiurare l'insorgenza del fenomeno delle Pilot Induced Oscillations nel moto latero-direzionale, applicando criteri e requisiti relativi da ricercarsi nella normativa e nella letteratura di riferimento
- Il sistema FCS deve presentare elementi di novità rispetto alle leggi di controllo esistenti e già implementante all'interno del modello non lineare del velivolo, per poter essere confrontate e valutate di conseguenza

## 2. Definizione dei punti di design

L'ambiente di simulazione fornitomi da Piaggio Aero Industries permette la generazione e l'analisi di condizioni di trim del velivolo P-180 Avanti all'interno del suo intero inviluppo di volo. Per il design del velivolo, si sono considerate 140 condizioni di volo, così caratterizzate

- Mach di volo compreso tra 0.3 e 0.7
- Quota di volo tra i 1000 e i 41000 piedi
- Massa variabile tra il peso massimo al decollo e il peso minimo in condizioni di volo
- Posizione longitudinale del baricentro tra la posizione massima avanzata e la massima arretrata

La scelta di questi punti di design ha permesso di progettare le leggi di controllo su una vasta gamma di condizioni di volo, anche molto differenti tra di loro, ai fini di ottenere un database completo e esaustivo.

## 3. Definizione dell'architettura del sistema FCS e design

Una volta definiti i punti di design, si è passati alla scelta dell'architettura delle leggi di controllo, consultando differenti fonti bibliografiche, libri e lavori di ricerca. Dovendo introdurre un elemento di novità rispetto alle leggi di controllo già esistenti, che presentavano ad esempio un sistema SAS tradizionale costituito da uno Yaw Damper e un Roll Damper distinti, si sono ricercate architetture alternative al fine di verificarne l'applicabilità.

L'architettura finale del sistema di controllo realizzato in questo lavoro di tesi è riportata nella figura seguente.



Figura 12 Architettura delle leggi di controllo

Il sistema FCS prevede un sistema CAS (Control Augmentation System) basato su controllori LQI (Linear Quadratic Integral), un'evoluzione dei regolatori LQR (Linear Quadratic Regulator), che permettono l'implementazione di un comando ottimo, che minimizza contemporaneamente l'input di comando e l'errore rispetto alla variabile controllata. L'architettura LQI in particolare permette di annullare l'errore stazionario, grazie all'introduzione di un termine integrativo. In aggiunta al sistema CAS è presente un sistema SAS (Stability Augmentation System), realizzato con un metodo di piazzamento dei poli sviluppato da Bass e Gura, che implementa all'interno di un unico controllore le funzioni di Yaw e Roll Damper. Maggiori dettagli sui sistemi SAS e CAS sono forniti nei relativi capitoli.

In questa fase, il primo sistema a essere selezionato e realizzato è stato il SAS. Realizzato il codice che ne permetteva l'implementazione, si è poi passati al design del sistema CAS. Dopo aver considerato differenti architetture, quali controllori tradizionali di tipo PI, si è passati all'architettura LQI, avendo riscontrato alcuni aspetti vantaggiosi:

- La già citata possibilità di ottenere un controllo ottimo
- La semplicità di implementazione all'interno dell'ambiente MATLAB
- La difficoltà nell'ottenere un tuning dei controllori PI che fosse uniformemente valido su tutto l'insieme di condizioni di volo del velivolo

• La compatibilità nell'implementazione con il sistema SAS, in quanto entrambe le architetture, come verrà illustrato in seguito, richiedono in feedback l'intero vettore di stato, che una volta ottenuto può essere trasmesso a entrambi i sistemi

L'implementazione di entrambe le architetture richiede il sistema linearizzato LTI (Linear Time Invariant) latero-direzionale del velivolo, descritto canonicamente con le seguenti relazioni matriciali:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu\\ y = Cx + Du \end{cases}$$

L'ambiente di simulazione non lineare di Piaggio Aero Industries permette l'ottenimento dei sistemi

linearizzati nell'intorno delle condizioni di trim analizzate, avendo come output delle analisi strutture apposite. Da queste strutture sono stati estratti i sistemi linearizzati nella forma di interesse per il design delle leggi di controllo.

Una volta ottenuti i modelli linearizzati del velivolo, si è potuta avviare la fase di design delle leggi di controllo. Si sono realizzati modelli Simulink appositi per implementare la dinamica linearizzata del velivolo, introducendo però elementi di non linearità, che permettessero già in questa fase preliminare di evidenziare alcuni fenomeni non desiderati. Tra questi, in particolare, si cita l'implementazione del modello dinamico degli attuatori delle superfici mobili, estratto dal modello non lineare originale e provvisto di saturazione dell'escursione, per verificare che le leggi di controllo non producessero comandi non sostenibili dalle superfici.

In questa fase si sono realizzate diverse versioni dei modelli Simulink linearizzati: un modello di base "On-Design", per simulare in velivolo nelle condizioni di design; un modello specifico per la verifica dei requisiti di risposta ai comandi selezionati dalla normativa MIL-STD1797; infine, un modello "Off-Design", che verificasse l'implementazione della schedulazione dei controllori tramite look-up table, realizzate anche per interpolare le matrici dei sistemi linearizzati nei punti di design.

Il processo di design in questa fase è stato iterativo, descritto dal diagramma di flusso a fianco.



Figura 13 Processo di design

## 4. Implementazione nell'ambiente non lineare e confronto

Una volta terminata la fase di design, le leggi di controllo sono state implementate all'interno dell'ambiente di simulazione non lineare, verificandone l'applicabilità. In particolare, si è innanzitutto verificato che all'interno dei bus provenienti dai sensori presenti a bordo dell'aereo fossero presenti tutte le variabili necessarie a costituire il vettore di stato latero-direzionale. L'unica operazione che si è resa necessaria è la conversione da angolo di sideslip  $\beta$  alla componente di velocità  $v = V \sin\beta$ , un'operazione trascurabile per quelle che sono le capacità di calcolo dei computer di bordo moderni. Si è inoltre verificato che l'implementazione delle nuove leggi di controllo non provocassero un rallentamento della simulazione percepibile, indicatore di possibili difficoltà nell'eventuale implementazione in sistemi reali.

Per confrontare le leggi di controllo realizzate con quelle implementate all'interno dell'ambiente di simulazione, è stata definita una funzione di costo J, che rappresentasse l'efficienza con cui le leggi di controllo erano in grado di tracciare i comandi desiderati, andando a valutare sia l'errore sulle grandezze controllate (angolo di rollio  $\phi$  e angolo di sideslip  $\beta$ ) che le deflessioni richieste delle superfici mobili. Il valore della funzione di costo è dato da:

$$J = \int_0^t \left( \left( \overline{x(t)} - \overline{x_d(t)} \right)^2 + u^2 \right) dt,$$

con  $\overline{x} = [\phi, \beta]$ ,  $\overline{x_d} = [\phi_d, \beta_d]$  il vettore dei valori desiderati e  $u = [\delta_{ail}, \delta_{rud}]$ . Le leggi di controllo sono state confrontate sia con comandi semplici che combinati, svolgendo compiti di tracking di  $\phi$  e simulando la failure di un motore.

# Definizione dei requisiti prestazionali

## La normativa MIL-STD-1797

La normativa MIL-STD-1797, redatta il 30 Gennaio 1990 in sostituzione alla precedente MIL-F-8785C, rappresenta il riferimento maggiormente utilizzato per l'analisi e la definizione di requisiti relativi alle *Flying Qualities* di velivoli civili e militari; all'interno del documento sono presenti valori di riferimento, diagrammi ottenuti statisticamente e procedure e formule matematiche che permettono di valutare innumerevoli aspetti relativa alla dinamica del velivolo e alla risposta ai comandi del pilota.

Essendo la normativa nata per i velivoli militari in servizio con i corpi di aviazione degli Stati Uniti (United States Air Force, United States Naval Aviation e United States Army Aviation Branch), al suo interno sono presenti requisiti per categorie di velivoli molto differenti tra di loro, da aerei da trasporto a bombardieri e velivoli da combattimento; sono perciò definite quattro categorie di velivoli (cfr *MIL-STD-1797 Appendix A 3.1 Aircraft classification and operational missions*):

- Class I Velivoli Leggeri (Addestratori primari, velivoli Utility leggeri). Es: U-21, derivato dal Beechcraft King Air
- Class II Velivoli Medi, con manovrabilità bassa o media (Utility pesanti, velivoli da trasporto medi, velivoli da ricognizione). Es: Fairchild C-123, Lockheed-Martin U-2
- Class III Velivoli Pesanti (bombardieri pesanti, velivoli da trasporto e/o da rifornimento in volo). Es: Boeing B-52, Lockheed-Martin C-5, Lockheed-Martin C-130
- Class IV Velivoli ad alta manovrabilità (intercettori, caccia, velivoli da attacco al suolo).
  Es: General Dynamics F-16, Fairchild-Republic A-10

Questa classificazione è effettuata in base alla massa del velivolo così come ai fattori di carico che si attende possano essere incontrati durante la vita operativa.

In aggiunta alla classificazione dei velivoli, è presente una caratterizzazione delle fasi di missione (cfr *MIL-STD-1797 Appendix A 3.2 Flight Phase Categories*):

- Categoria A: fasi non terminali che richiedono manovre e puntamento precisi, quali attacco al suolo, combattimento aereo, *terrain following*
- · Categoria B: altre fasi non terminali, quali crociera, discesa e salita
- · Categoria C: fasi di volo terminali, decollo e atterraggio, approccio e go-around.

Questa classificazione si rende necessaria poiché una certa risposta dinamica del velivolo potrebbe risultare accettabile in condizioni, ad esempio, di volo di crociera, ma potrebbe risultare inadatta o eventualmente pericolosa durante le fasi di atterraggio o di volo a bassa quota. Per adattare i requisiti a un velivolo civile, è necessario innanzitutto valutarne le caratteristiche di massa e manovrabilità, per selezionare la giusta categoria di appartenenza; tipicamente questi velivoli rientreranno nelle categorie I-III, la cui distinzione principale è la massa. La Figure 3 dell'appendice A della MIL-STD-1797 riporta diversi velivoli che hanno servito nelle forze armate degli Stati Uniti, raggruppati nelle diverse categorie; dal diagramma è possibile notare come i velivoli di classe I abbiano un *gross weight* compreso tra 1000 e 10000 libbre (ca. 454 e 4540 kg), i velivoli di classe II fino a circa 10000 libbre (ca. 45400 kg) e al di sopra sono posizionati i velivoli di classe III.

In questo lavoro di tesi sono stati individuati alcuni requisiti contenuti nella MIL-STD-1797 che hanno un impatto diretto nel design delle leggi di controllo implementate. Sono riportati in seguito questi requisiti, distinti tra requisiti relativi alla dinamica del velivolo (che impattano il design del sistema SAS – Stability Augmentation System) e alla risposta ai comandi del pilota (legati al tuning del controllore PI).

#### Requisiti relativi alla dinamica del velivolo

All'interno di questa sezione sono riportati i requisiti della MIL-STD-1797 relativi alle *flying qualities* del velivolo; in particolare questi requisiti definiscono le caratteristiche dei modi del velivolo, in termini di smorzamento e pulsazione naturale per i modi oscillatori, e di costante di tempo e tempo di raddoppio/dimezzamento per i modi aperiodici. I valori caratteristici sono riportati tipicamente in tabelle, a seconda della classe del velivolo, della categoria di missione e del livello della risposta: il livello 1 rappresenta il valore desiderabile, per il quale la dinamica del velivolo è tale per cui non si rende necessario intervento del pilota o questo è minimo; il livello 2 richiede un intervento moderato del pilota, e potrebbe rendersi necessario effettuare delle modifiche per migliorare le caratteristiche del velivolo; il livello 3 rappresenta il livello minimo per cui il pilotaggio è ancora possibile, sebbene con grande sforzo del pilota, e per cui si richiede di intervenire per migliorare le *flying qualities* del velivolo.

#### 4.5.1.1 Roll Mode

Il requisito 4.5.1.1 definisce i valori di riferimento per la costante di tempo  $T_R$  del Roll Mode. Il Roll Mode è un modo aperiodico, che coinvolge il moto di rollio del velivolo; tipicamente è un modo veloce e stabile, che tende ad annullare la variazione del rateo di rollio a seguito di un disturbo, riportandolo a valore nullo, o comando di alettone, assestandosi ad un valore costante. La costante di tempo  $T_R$  è tipica di un modo del primo ordine, che segue cioè un andamento esponenziale, descritto dalla relazione  $y(t) = 1 - e^{-T_R t}$  in risposta a un comando unitario; quando  $t = 1/T_R$  la risposta ha raggiunto circa il 63% del valore di regime.

Il requisito utilizza la tabella sotto riportata per identificare i valori massimi della costante di tempo del roll mode, con le distinzioni sopra riportate. La sigla "-L" identifica velivoli basati a terra, mentre "-C" velivoli imbarcati su portaerei. Si noti come velivoli leggeri e velivoli ad alta manovrabilità richiedono una costante di tempo più bassa, ovvero un roll mode più veloce, rispetto ai velivoli di dimensioni più importante: questo è coerente non solo con la massa dei velivoli stessi, ma anche con il tipo di manovre e prestazioni che li caratterizzano.

Flight Phase Category	Class	Level		
		1	2	3
Δ	I, IV	1.0 s	1.4 s	
	II, III	1.4 s	3.0 s	
В	All	1.4 s	3.0 s	10 s
ſ	I, II-C, IV	1.0 s	1.4 s	
	II-L, IV	1.4 s	3.0 s	

Il valore di  $T_R$  è strettamente legato al valore dell'autovalore relativo al roll mode, che sarà pari a  $\lambda_p = -1/T_R$ .

### 4.5.1.2 Spiral Mode

Requisito analogo al precedente, relativo però allo spiral mode, un modo tipicamente estremamente lento, stabile o instabile a seconda della categoria di velivoli. Nel caso in cui lo spiral mode sia instabile, a seguito di un disturbo, il velivolo entrerebbe in una spirale che se non corretta potrebbe risultare pericolosa e non recuperabile. Ciononostante, la normativa consente di avere spiral mode instabili, sebbene con tempi di raddoppio molto lunghi, riportati nella tabella seguente.

Flight Phase Category	Level 1	Level 2	Level 3
A & C	12 s	8 s	4 s
В	20 s	8 s	4 s

In ambito civile è preferibile mantenere lo spiral mode stabile, per motivi di sicurezza: una lenta spirale, in condizioni di visibilità nulla, è una condizione potenzialmente pericolosa se il pilota non è in grado di riconoscerla tempestivamente. L'orecchio interno, organo sensoriale dell'apparato propriocettivo, è sensibile alle accelerazioni, ma se il moto fosse estremamente lento, si potrebbe avere l'impressione che il velivolo sia ancora livellato, portando a possibili confusione e disorientamento.

#### 4.6.1.1 Dynamic Lateral-Directional Response

Questo requisito definisce dei valori limite per la pulsazione naturale e lo smorzamento del Dutch roll. Questo modo è caratterizzato da un'oscillazione complessa e accoppiata, sia sul moto di rollio che di imbardata, e se non adeguatamente smorzato può risultare potenzialmente pericoloso, specie in fasi di volo terminali.

Level	Flight Phase Condition	Class	Min ζ <sub>d</sub>	$ \begin{array}{l} \operatorname{Min} \zeta_d \omega_d \\ [\operatorname{rad/s}] \end{array} $	Min $\omega_d$ [rad/s]
	A (CO, GA, RR, RC, FF, AS)	I, II, III, IV	0.4	0.4	1.0
	А	I, IV	0.19	0.35	1.0
1		II, III	0.19	0.35	0.4
	В	All	0.08	0.15	0.4
	C	I, II-C, IV	0.08	0.15	1.0
	C	II-L, III	0.08	0.10	0.4
2	All	All	0.02	0.05	0.4
3	All	All	0		0.4

Nuovamente i valori desiderabili per fase di volo e categoria di velivolo sono riportati in tabella.

I valori di  $\zeta_d \in \omega_d$  devono essere tali per cui siano rispettati contemporaneamente i requisiti sui singoli valori e sul prodotto  $\zeta_d \omega_d$ , e in particolare scegliendo la combinazione di valori che comporta  $\zeta_d$  più elevato. Per i velivoli di classe III,  $\zeta_d$  è limitato al valore massimo di 0.7.

Nuovamente, questi valori tipici sono legati agli autovalori corrispondenti. Come già dimostrato nel capitolo introduttivo, un modo oscillatorio è analogo nella dinamica a un sistema massa-mollasmorzatore, la cui dinamica è descritta dalla seguente equazione differenziale del secondo ordine:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = 0$$

Riscrivendo il sistema in forma stato-spazio, è possibile ottenere il polinomio caratteristico, che risulta nella seguente forma:

$$\lambda^2 + 2\zeta\omega_n\lambda + \omega_n^2 = 0$$

Risolvendo l'equazione algebrica si ottiene:

$$\lambda_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm i \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

## Requisiti relativi alla risposta del velivolo ai comandi

In aggiunta ai requisiti relativi ai modi della dinamica del velivolo, la normativa MIL-STD1797 prescrive le caratteristiche di risposta del velivolo a comandi predefiniti. L'obbiettivo di questi requisiti è quello di verificare che le leggi di controllo implementate nel velivolo producano risposte accettabili in tutte le fasi di volo. Durante il processo di design, la rispondenza a questi requisiti ha impattato maggiormente il tuning dei controllori del sistema CAS, in quanto ogni variazione apportata per migliorare le prestazioni del sistema doveva rispettare necessariamente i limiti imposti dalla normativa.

4.5.1.4 Roll Oscillations

Questo paragrafo della MIL-STD1797 prescrive le caratteristiche di risposta del velivolo a comandi a impulso o gradino di alettone, per verificare che il velivolo non sia caratterizzato da oscillazioni eccessive in termini di rateo di rollio, causate in particolare da un modo Dutch Roll poco smorzato, che andrebbero a ridurre la precisione di controllo del pilota.

Come primo requisito, la normativa prevede che a seguito di un comando a gradino di alettone, il primo minimo del rateo di rollio a seguito del primo massimo debba essere dello stesso segno di quest'ultimo e non inferiore in modulo alle percentuali del massimo riportate nella tabella seguente; la codifica di fase di volo e livello della risposta è la stessa dei requisiti precedenti.

Level	Flight Phase Category	Percent
1	A & C	60
	В	25
2	A & C	5
	В	0

In aggiunta, il paragrafo presenta due diversi diagrammi, che caratterizzano la risposta del velivolo a seguito di un comando a gradino o a impulso di alettone. In particolare, viene valutata rispettivamente la caratteristica oscillatoria del rateo di rollio o dell'angolo di rollio a seguito di questi comandi. Prendendo ad esempio il rateo di rollio, viene valutato il seguente parametro:

$$p_{osc}/p_{av} = \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2}$$

Nella formula di cui sopra,  $p_1 e p_2$  sono rispettivamente i valori del rateo di rollio al primo e al secondo massimo della risposta. Il rapporto fornisce un'indicazione su quanto la risposta abbia una caratteristica oscillatoria. Analogamente viene calcolato per la risposta all'impulso di alettone il termine  $\phi_{osc}/\phi_{av}$ . I diagrammi sono riportati a seguire.



Figura 14 Diagrammi di risposta (MIL-STD-1797A (NOTICE 3), Department of Defense Interface Standard: Flying Qualities of Piloted Aircraft 2004)

In ascissa in entrambi i diagrammi è riportato il termine  $\Psi_{\beta}$ : questo valore è un parametro introdotto per valutare lo sfasamento della risposta in termini di angolo di sideslip nel modo di Dutch Roll. Il parametro è definito al paragrafo 3.4.6 della normativa:

$$\Psi_{beta} = -\frac{360}{T_d} t_{n\beta} + (n-1) * 360, \text{ dove } T_d = \frac{2\pi}{\omega_d \sqrt{1-\zeta_d^2}} \text{ e } t_{n\beta} \text{ è l'istante in cui viene raggiunto il}$$

picco n-esimo in modulo dell'angolo di sideslip a seguito del comando.

#### 4.6.2 Yaw axis response to roll controller

Questo paragrafo regola la risposta in termine di angolo di sideslip a seguito di un comando di alettone. L'obbiettivo del requisito è quello di garantire che l'escursione in  $\beta$  sia sempre limitata, in modo da consentire in ogni fase di volo al pilota di poter effettuare una virata corretta, andando ad annullare l'angolo di sideslip agendo sul timone. Analogamente ai requisiti del paragrafo 4.5.1.4, i limiti sono espressi in un diagramma, riportato a seguire.

In ascissa è riportato lo stesso parametro  $\Psi_{\beta}$  utilizzato nei requisiti precedenti. In ordinata è presente il parametro  $\Delta\beta/k$ :  $\Delta\beta$  è l'escursione di angolo di sideslip, *k* è definito nel paragrafo 3.4.6 come il rapporto tra l'angolo di rollio ottenuto in un certo periodo di tempo a seguito di un comando a gradino e un valore di riferimento contenuto all'interno del paragrafo 4.5.8.1.



FIGURE 235. Sideslip excursion limitations for small roll control commands.

Figura 15 Diagramma di risposta (MIL-STD-1797A (NOTICE 3), Department of Defense Interface Standard: Flying Qualities of Piloted Aircraft 2004)
#### Il fenomeno delle Pilot Induced Oscillations e requisiti relativi

Le Pilot Induced Oscillations (PIO) sono un fenomeno potenzialmente pericoloso causato dall'errata percezione del moto del velivolo da parte del pilota. In condizioni particolari o per determinate caratteristiche della dinamica del velivolo, il pilota potrebbe introdurre una serie di comandi volti nella sua intenzione a correggere il comportamento dell'aereo, che in realtà sta ancora rispondendo dinamicamente ai comandi precedenti: si instaurano quindi delle oscillazioni sostenute, che possono portare il velivolo in una condizione instabile.

Il fenomeno delle PIO tipicamente è associato al moto longitudinale, in particolare ad oscillazioni dell'angolo di beccheggio del velivolo. Ciononostante, sono state registrati, sebbene con incidenza minore, fenomeni di PIO latero-direzionali, che coinvolgevano il moto di rollio. Per questo motivo sono stati realizzati requisiti e teorie che aiutano i progettisti di sistemi di controllo a scongiurare il più possibile l'insorgenza di questo fenomeno già durante la fase di progettazione.

Un requisito è presente nella già citata normativa MIL-STD1797, più precisamente al paragrafo 4.5.2. In questo requisito, viene chiesto di valutare, tramite strumenti quali il diagramma di Bode, lo sfasamento della risposta in termini di rateo di rollio al comando di alettone a una particolare frequenza di controllo, calcolata come segue:

$$\omega_c = (0.24 \text{rad-oct/dB-sec})\overline{S} + 6.0 \text{rad/sec}$$

 $\overline{S}$  è la pendenza media della curva del modulo della risposta nell'intervallo di frequenza 1-6rad/sec in dB/oct. Il requisito richiede che il valore dello sfasamento calcolato a questa frequenza sia superiore a -180°.

Tra i diversi criteri sviluppati per analizzare il fenomeno delle PIO, uno dei più celebri è il criterio di Gibson. Questo criterio si basa sul calcolo della frequenza di Phase Crossover, ovvero la frequenza per cui lo sfasamento raggiunge i -180°. Il criterio si traduce in un diagramma, in cui sono riportati in ascissa il valore di questa frequenza, e in ordinata la pendenza media della fase nel range di frequenze tra  $\omega_{-180^\circ}$  e  $2\omega_{-180^\circ}$ . All'interno del diagramma sono identificate regioni caratterizzate da livelli di risposta con lo stesso principio dei livelli utilizzati nella normativa MIL-STD1797. A seguire è riportato il diagramma che esprime il criterio di Gibson, in cui viene anche indicata una regione di ottimo di design.



Figura 16 Criterio di Gibson

# **Stability Augmentation System (SAS)**

# Full State Feedback di un sistema MIMO (Multi-Input Multi-Output)

Tradizionalmente, il tuning di un sistema di retroazione o feedback è effettuato tramite l'analisi del luogo delle radici, o root locus, del sistema in analisi. Su questo diagramma sono rappresentati i poli e gli zeri del sistema, e come questi variano andando a modificare il guadagno del ramo di feedback. Questo metodo è applicabile a sistemi SISO (Single-Input Single-Output), perciò nel caso di sistemi MIMO (Multi-Input Multi-Output) la procedura prevede di realizzare rami di feedback distinti, che legano un componente specifico del vettore di output a un componente del vettore di comando. Viene poi scelto il valore del guadagno di uno dei rami, andando poi a considerare il sistema modificato, chiudendo il primo anello di retroazione, di cui viene tracciato il root locus per determinare il valore del successivo guadagno, e la procedura si ripete per ogni ramo. Il processo di selezione dei guadagni è perciò trial-and-error e va ripetuto finché la dinamica del sistema non rispetta i requisiti posti. La procedura richiede un certo livello d'esperienza e di conoscenza del sistema in analisi per poter essere svolto rapidamente, in particolare se si vuole realizzare un database di guadagni da applicare secondo una logica di gain scheduling.

#### Metodo di Bass-Gura

Con l'avvento di computer con potenze di calcolo più elevate è stato possibile superare il design basato sull'analisi di singoli loop, utilizzando l'intero vettore di stato in retroazione e calcolando i coefficienti in maniera analitica, ottenendo un design rapido ed efficiente, che ben si presta a problemi di gain scheduling su sistemi di grosse dimensioni. Uno di questi metodi è il metodo di Bass-Gura, che permette di calcolare i coefficienti del vettore **k** che realizza il ramo di feedback di un sistema Single-Input Multiple-Output tale per cui il sistema, una volta chiuso il ramo di retroazione, sia caratterizzato da una dinamica descritta da autovalori determinati in fase di design. Si consideri un sistema linearizzato nella forma canonica:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
, con  $A \in \mathbb{R}^{nxn}$  e  $B \in \mathbb{R}^{nx1}$ 

Considerando una retroazione tale per cui  $u = -k^T x + \eta_P$ , dove  $\eta_P$  indica il comando proveniente dal pilota, il sistema, una volta chiuso il ramo, prende la seguente forma:

$$\dot{x} = (A - Bk^T)x + B\eta_P \Rightarrow \dot{x} = A^*x + B\eta_P$$
, con  $A^* = A - Bk^T$ 

Gli autovalori della matrice  $A^*$  descrivono la dinamica del sistema controllato con il ramo di retroazione. Si considerino i coefficienti dei polinomi caratteristici delle matrici  $A \in A^*$ 

$$det(\lambda I - A) = \lambda^{n} + a_{1}\lambda^{n-1} + \dots + a_{n}$$
$$det(\lambda I - A^{*}) = \lambda^{n} + \overline{a}_{1}\lambda^{n-1} + \dots + \overline{a}_{n}$$
37

$$\rightarrow \mathbf{a} = \begin{cases} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{cases}, \, \overline{\mathbf{a}} = \begin{cases} \overline{a}_1 \\ \vdots \\ \overline{a}_n \end{cases}, \, \text{dove } n \text{ è la dimensione della matrice } \mathbf{A}$$

Si definisce una matrice di trasformazione W:

$$W = \begin{bmatrix} 1 & a_1 & \dots & a_{n-1} \\ 0 & 1 & \dots & a_{n-2} \\ \vdots & 0 & 1 & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Definendo la matrice di controllabilità  $V = [B AB ... A^{n-1}B]$ , il metodo di Bass-Gura permette di ottenere il vettore dei coefficienti del ramo di retroazione k:

$$\boldsymbol{k} = [(\boldsymbol{V}\boldsymbol{W})^T]^{-1}(\overline{\mathbf{a}} - \mathbf{a})$$

Questo metodo ha nella ripetitività del calcolo il suo vantaggio più grande, che unito ad una facile implementazione lo rende particolarmente adatto soprattutto nel caso in cui si voglia realizzare uno scheduling dei guadagni in funzione di vari parametri. La possibilità di definire in partenza gli autovalori desiderati, andando di fatto a fissare la dinamica del sistema controllato in ogni punto di design utilizzato, permette di rispettare molto facilmente requisiti dinamici, in termine di smorzamento e pulsazione dei modi propri del sistema, e garantire il raggiungimento di questi requisiti in un range molto ampio di punti di design, con un notevole risparmio in termini di tempo.

Tra gli svantaggi si segnala innanzitutto il rischio di ottenere valori dei coefficienti di retroazione molto elevati: nel momento in cui si considera un sistema reale e non più lineare si può incorrere in fenomeni di non linearità, quali ad esempio saturazioni dei comandi, che possono compromettere il funzionamento del sistema di controllo; questo rischio è più elevato se gli autovalori desiderati si allontanano maggiormente da quelli del sistema non controllato.

Il metodo di Bass-Gura nella formulazione sopra riportata ha due ulteriori limiti: è adatta solo a sistemi a singolo input e richiede che l'intero vettore di stato sia misurabile, in modo da poter realizzare la retroazione. La prima limitazione può essere superata definendo la matrice dei coefficienti di retroazione K:

 $\mathbf{K} = \mathbf{g}\mathbf{k}^{T}$ , con  $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^{p \times 1}$ , dove p è il numero di input del sistema

#### Implementazione del metodo di Bass-Gura per SAS Latero-Direzionale

Si consideri il modello linearizzato nel piano latero-direzionale del velivolo

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}, \operatorname{con}\boldsymbol{x} = \begin{cases} \boldsymbol{v} \\ \boldsymbol{p} \\ \boldsymbol{r} \\ \boldsymbol{\phi} \\ \boldsymbol{\psi} \end{cases} \ \mathbf{e} \ \boldsymbol{u} = \begin{cases} \delta_a \\ \delta_r \end{cases}$$

Il design del sistema SAS tramite il metodo di Bass-Gura segue questi passaggi:

#### Definizione degli autovalori desiderati

Essendo il sistema caratterizzato da cinque variabili, e di conseguenza la matrice  $A \in \mathbb{R}^{5x5}$ , la dinamica del sistema è descritta da altrettante coppie autovalore - autovettore. Per un velivolo tradizionale, gli autovalori si presentano nelle seguenti forme:

- un autovalore reale nullo, che denota l'indipendenza della dinamica del velivolo dall'angolo di imbardata  $\psi$
- una coppia di autovalori complessi coniugati che descrivono il modo di Dutch Roll, un modo oscillatorio che coinvolge sia il moto di rollio che di imbardata
- due autovalori reali che descrivono i modi Spiral e Roll Mode rispettivamente, due modi aperiodici che coinvolgono il moto di imbardata e di rollio separatamente.

Il Roll Mode è un modo tipicamente fortemente smorzato, per cui l'autovalore che lo descrive ha una parte reale negativa di modulo elevato; d'altra parte, lo Spiral Mode si presenta spesso come un modo molto lento, stabile o in alcuni casi anche instabile. Maggiori dettagli sono forniti nella sezione introduttiva relativa alla dinamica del velivolo.

Si costruisce il polinomio di quinto grado che ha come radici i valori desiderati degli autovalori, ottenendo il vettore  $\overline{a}$ ; analogamente si ottiene il vettore a, contenente i coefficienti del polinomio le cui radici sono gli autovalori della matrice A.

#### Scelta del vettore g

Oehman e Suddath (Oehman e Suddath 1965) propongono una definizione del vettore g legata all'escursione massima desiderata degli alettoni e del timone; si pone il primo o il secondo elemento pari a 1, e l'elemento rimanente è dato dalla seguente relazione:

$$g_1/g_2 = \Delta \delta_a / \Delta \delta_r$$

Il vettore g permette di definire un rapporto tra l'autorità di alettoni e timone.

Applicazione del metodo di Bass-Gura

Poiché il metodo è definito per sistemi a singolo input, è necessario adattare la procedura descritta in precedenza. Si definisce la matrice  $\overline{B} = Bg$ ; a seguito di questa modifica è possibile seguire gli step di cui sopra, sostituendo alla matrice  $B \in \mathbb{R}^{5x^2}$  la matrice  $\overline{B} \in \mathbb{R}^{5x^1}$ . Una volta ottenuto il vettore k, il comando in retroazione sarà dato da  $-gk^Tx$ .

Implementazione del metodo di Bass-Gura in MATLAB®

Uno dei già citati vantaggi del metodo di Bass-Gura risiede nell'implementazione immediata e la ripetitività del processo, indipendentemente dal sistema in analisi. Il metodo può essere tradotto in una *function* MATLAB® i cui input sono il sistema in formato state-space, gli autovalori desiderati, il vettore  $\boldsymbol{g}$  e la dimensione del sistema, e in output il vettore  $\boldsymbol{k}$ .

Di seguito è riportato il codice MATLAB® realizzato per implementare il metodo di Bass-Gura:

```
function [ss CL,kx] = Bass Gura(plant,eig des,g,size)
% IMPLEMENTAZIONE DEL METODO DI BASS-GURA
% plant = sistema linearizzato in formato state-space
% eig_des = vettore contenente gli autovalori desiderati
% g = vettore g per l'implementazione in sistemi MIMO
% size = dimensione del sistema
a=poly(eig(plant.A)); % Coefficienti del polinomio caratteristico di A
a_des=poly(eig_des); % Coefficienti del polinomio caratteristico di A*=A-B*g
W=zeros(size, size); % Matrice di trasformazione W
j=1;
for i=1:size
    W(i,j:end)=a(1:end-i);
    j=j+1;
end
B_segn=plant.B*g;
V=ctrb(plant.A,B_segn); % Matrice di controllabilità
kx=((V*W)')\(a_des(2:end)'-a(2:end)'); % Calcolo del vettore k
```

```
ss_CL=ss(plant.A-plant.B*g*kx',plant.B,plant.C,plant.D); % Sistema linearizzato con
loop di retroazione chiuso
```

All'interno del modello Simulink, il SAS presenta la seguente architettura:



# **Control Augmentation System (CAS)**

Nella grande varietà di controllori esistenti, una branca sviluppatasi recentemente è costituita dai controllori ottimi. Questa famiglia di controllori è concepita per ottenere il cosiddetto comando ottimo, ovvero un comando ottimizzato per ridurre l'errore rispetto a un segnale di riferimento nella maniera più efficiente possibile. La base di questa famiglia è data dai Linear Quadratic Regulators o LQR, sistemi basati sul feedback del vettore di stato, moltiplicato per un vettore *K* che realizza il controllo ottimo. Il comando in feedback è quindi dato da  $\eta = -Kx$ 

Il controllore LQR ha come obiettivo la minimizzazione di una funzione di costo così definita:

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt$$

x è il vettore di stato e u il vettore di comando del sistema LTI.  $Q \in R$  sono due matrici di pesi; indicando con n e m il numero di elementi del vettore  $x \in u$  rispettivamente, risulta che  $Q \in \mathbb{R}^{nxn}$  e  $R \in \mathbb{R}^{mxm}$ . Tipicamente le matrici sono diagonali, i valori sulla diagonale assegnano i pesi ai rispettivi elementi del vettore di stato e di comando.

Il vettore  $K \in \mathbb{R}^{mxn}$  è dato dalla seguente relazione matriciale:

$$K = R^{-1}B^T P$$

La matrice *P* è ottenuta come soluzione dell'equazione di Riccati:

$$A^T P + PS - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$$

Essendo l'azione di comando puramente proporzionale al valore delle variabili del vettore di stato, un controllore LQR non è in grado di annullare l'errore stazionario su un comando di lunga durata. Per risolvere questa limitazione, sono stati sviluppati i controllori LQI (Linear Quadratic Integral): il principio alla base di questi controllori è lo stesso dei controllori LQR, con la differenza che viene introdotto un termine integrativo, basato sull'integrale dell'errore tra una o più variabili in uscita dal plant del sistema e un segnale di riferimento. Lo schema generale di un controllore LQI è il seguente:



Figura 18 Architettura di un controllore LQI

L'implementazione di un controllore è la seguente: il sistema LTI viene espanso per introdurre la nuova variabile (o vettore)  $x_i$ :

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ -D \end{bmatrix} u$$

Il sistema LTI diventa perciò il seguente:

$$\begin{cases} \dot{z} = A_{aug}z + B_{aug}u\\ y = Cx + Du \end{cases}$$

Una volta definito il sistema aumentato, il processo per ottenere il vettore K è lo stesso per il caso dei controllori LQR, sostituendo al vettore x il vettore z e alle matrici A e B le matrici aumentate  $A_{aug}$  e  $B_{aug}$ .

All'interno di MATLAB, è presente una funzione appositamente realizzata per realizzare un controllore LQI; la sintassi è la seguente:

$$K = lqi(SYS, Q, R)$$

SYS è il sistema linearizzato, fornito nel formato state-space.

I due controllori LQI realizzati hanno la seguente architettura:



Figura 19 Architettura dei controllori di angolo di rollio (sopra) e angolo di sideslip (sotto)

I segnali d'ingresso provenienti dagli *inceptor* della cloche per il controllo degli alettoni e dei pedali del timone sono innanzitutto filtrati per escludere comandi ad alta frequenza e trasformare il segnale di riferimento in un andamento compatibile con la dinamica del velivolo. I segnali provenienti dagli *inceptor* assumono valori compresi tra -1 e 1, corrispondenti a due fondo corsa, e 0 la posizione centrale.

Il controllo sull'angolo di rollio è realizzato andando ad associare al movimento della barra di comando un valore del rateo di rollio; questo viene poi integrato per ottenere l'angolo di rollio desiderato, che diventa il segnale di riferimento per il controllore LQI. Il prefiltro su questo ramo del controllore ha la seguente funzione di trasferimento  $G(s) = \frac{p_{max}}{\tau_p s+1}$  (Tom Berger 2017);  $p_{max}$  è il valore massimo del rateo di rollio, assegnato con la barra di controllo a fondo corsa,  $\tau_p$  la costante di tempo del roll mode. L'architettura del controllore permette anche l'ingresso di un segnale di un eventuale offset di angolo di rollio, la cui variazione è limitata con un *rate limiter*.

Il controllore sull'angolo di sideslip è del tutto analoga al precedente. Il prefiltro in questo caso modella il comando di timone secondo una dinamica legata alle caratteristiche del Dutch Roll mode: la funzione di trasferimento è  $G(s) = \frac{\beta_{max}\omega_{dr}^2}{s^2 + 2\zeta\omega_{dr}s + \omega_{dr}^2}$ , con  $\beta_{max}$  il massimo angolo di sideslip desiderato,  $\omega_{dr}$  la pulsazione naturale del Dutch Roll e  $\zeta$  lo smorzamento (Tom Berger 2017).

I comandi generati da due controllori sono poi sommati, e sono poi inviati al sistema SAS prima di essere trasmessi alle superfici mobili.

Il tuning dei controllori è effettuato agendo sulle matrici  $Q \in R$ : in particolare all'interno delle matrici Q verrà dato più peso al termine relativo al termine integrativo per accelerare la risposta, mentre agendo sulla matrice R è possibile regolare l'azione di comando.

# Implementazione e verifica

A più riprese durante e al termine della fase di design, sono state effettuate verifiche di rispondenza ai requisiti individuati nelle fasi iniziali di sviluppo, sia attraverso il modello linearizzato che il modello non lineare completo, per verificare il corretto funzionamento delle leggi di controllo e l'effetto di piccole modifiche ai parametri di tuning.

### Verifica di rispondenza ai requisiti posti

A seguire sono riportati i diagrammi ottenuti per la verifica dei requisiti di risposta ai comandi secondo la normativa MIL-STD1797. Le condizioni di trim utilizzate come punti di design sono condizioni di volo in configurazione di crociera; perciò, l'intervallo di interesse è quello definito come CAT B, secondo la classificazione di categorie di missioni utilizzata dalla normativa. Si può vedere come il velivolo rispetti questi limiti, rientrando nel range dei più stringenti requisiti posti per fasi di volo terminali o per le quali è richiesta alta capacità di tracking e puntamento (CAT A & C).



Figura 20 Verifica requisito MIL-STD 4.5.1.4 Comando a gradino



Figura 22 Verifica requisito MIL-STD 4.6.2 Oscillazione dell'angolo di sideslip

I diagrammi sopra riportati sono stati ottenuti dai modelli linearizzati per i 140 punti di design, rappresentati dagli asterischi rossi. I risultati sono stati poi verificati anche sul modello non lineare, che ha confermato il rispetto dei limiti imposti dalla normativa.

Con il modello linearizzato sono stati verificati anche i requisiti relativi alle Pilot Induced Oscillations, poiché l'utilizzo di strumenti quali il diagramma di Bode richiedono un sistema lineare. In seguito sono riportati i punti di design all'interno di diagrammi che esprimono il requisito posto dalla MIL-STD1797 4.5.2 e il criterio di Gibson.



Figura 23 Verifica requisito MIL-STD 4.5.2 Angolo di fase alla frequenza di controllo



Figura 24 Verifica criterio di Gibson

Nuovamente le leggi di controllo rispettano i limiti posti dai due diversi requisiti, andando a posizionarsi all'interno della zona di design ottimale del criterio di Gibson.

#### Implementazione nel modello non lineare

Terminata la fase di design su modelli linearizzati, verificato il rispetto di tutti i requisiti, le leggi di controllo sono state implementate all'interno del simulatore non lineare. Dopo aver verificato la stabilità della legge di controllo e dell'implementazione delle look-up table per la schedulazione dei coefficienti di retroazione, si è passati alla simulazione in condizioni fuori dai punti di design e al confronto con le leggi di controllo già implementate.

Per valutare il confronto, si è utilizzata la già citata funzione di costo

$$J = \int_0^t \left( \left( \overline{x(t)} - \overline{x_d(t)} \right)^2 + u^2 \right) dt$$

Per dimostrare le caratteristiche del controllore, sono innanzitutto riportate alcune simulazioni realizzate su condizioni di volo differenti. Le condizioni sono riportate in tabella:

# CONDIZIONE	V [KTAS]	H [FT]	W [LB]	X CG [IN]
1	300	35000	10000	199
2	250	41000	10000	199
3	395	30000	10630	205
4	150	7500	11500	208.3
5	300	35000	12000	206

Le condizioni scelte permettono di testare le leggi di controllo in condizioni di volo differenti tra di loro, ad alta e bassa quota e velocità variabile. In particolare, la condizione di volo 4 è posta al di sotto del Mach di volo minimo utilizzato nei punti di design (0.233 vs 0.3); questo ha portato a dei comportamenti non ideali delle leggi di controllo, in quanto il sistema di look-up table implementato per la schedulazione dei guadagni satura i valori ai limiti imposti dai breakpoint della tabella. Ciononostante, è possibile vedere che il sistema è in grado di mantenere il controllo del velivolo in maniera accettabile anche in questa condizione particolare, per cui i guadagni dei controllori non sono interpolati in funzione della condizione.

### Esito Simulazioni Introduttive

A seguire sono riportati gli esiti delle simulazioni effettuate utilizzando le 5 condizioni di volo riportate sopra in risposta a diversi comandi:

- 1. Comando a gradino di alettone
- 2. Comando a gradino di timone
- 3. Gradino combinato di timone e alettone
- 4. Tracking di una time history di angolo di rollio

#### 1. Gradino di alettone

Per queste simulazioni, si è imposto un gradino del comando di alettone pari a 1/5 del valore massimo di rateo di rollio desiderato. Il valore massimo, così come nelle leggi di controllo già implementate, è pari a 15°/s.



Figura 25 Risposta al comando a gradino di alettone - Angolo di rollio

Osservando l'andamento dell'angolo di rollio, si nota come il sistema sia in grado di seguire il comando impostato con un certo transitorio iniziale, ma mantenendo la risposta entro i 5° di differenza rispetto al desiderato. Inoltre gli andamenti delle 5 simulazioni risultano molto simili tra di loro, ad indicare un comportamento del velivolo quasi identico sebbene in condizioni di volo anche molto differenti tra di loro.



Figura 27 Risposta al comando a gradino di alettone – Angolo di sideslip

L'andamento dell'angolo di sideslip denota un comportamento variabile a seconda della quota e velocità di volo: infatti le condizioni 1 e 5, caratterizzate da stessa quota e velocità, risultano quasi identiche tra di loro, mentre vi è una differenza discreta tra le condizioni 3 e 4, ai limiti opposti in temine di velocità e quota. La scala di queste variazioni è comunque estremamente ridotta, con l'angolo  $\beta$  che non eccede mai i 0.25° di escursione in modulo.



Figura 26 Risposta al comando a gradino di alettone – Deflessioni

Osservando gli andamenti delle deflessioni delle superfici mobili, si può notare che in un tempo ridotto il controllore si porta a valore di regime, con la condizione a bassa velocità e quota che risulta essere la più oscillatoria delle risposte, sebbene le deflessioni siano ridotte e con un rateo non elevato.

#### 2. Gradino di timone

Nelle simulazioni seguenti, è stato comandato un angolo di sideslip di -5° con un comando a gradino, mantenendo ferma la barra di comando.



Figura 28 Risposta al comando a gradino di timone – Angolo di rollio

Osservando la risposta in termini di angolo di rollio, si può vedere che le leggi di controllo contrastano efficacemente il momento di rollio indotto dal comando di timone, limitando la variazione di angolo di rollio e riportandola a valori trascurabili. Al termine della manovra l'aereo si trova quindi ad ali livellate, imbardato dell'angolo desiderato, poiché la barra è stata mantenuta in posizione centrale.



Figura 29 Risposta al comando a gradino di timone - Angolo di sideslip

L'andamento di  $\beta$  segue una dinamica di secondo ordine, regolata dal prefiltro posto sul ramo di input dalla pedaliera. Osservando gli andamenti, è evidente come la condizione più critica sia il caso a bassa quota e velocità, il cui il momento imbardante generato dal timone risulta più potente. Le oscillazioni però sono altamente smorzate, il secondo massimo in modulo risulta quasi impercettibile sul diagramma.

Una ulteriore prova del comportamento maggiormente oscillatorio nella condizione di volo a bassa quota e velocità si riscontra nell'andamento dei comandi. In particolare, quasi in concomitanza del picco di angolo di rollio, si nota un picco del comando di alettone, preceduto da un'oscillazione abbastanza importante del timone. La causa di questo comportamento va ricercata nella mancata interpolazione del database dei guadagni.



Figura 30 Risposta al comando a gradino di timone - Deflessioni

#### 3. Comando combinato di alettone e timone

In queste simulazioni, i due comandi a sé stanti utilizzati nelle simulazioni precedenti sono stati combinati, per verificare che il sistema fosse in grado di ripetere le proprie azioni in presenza di comandi multipli.



Figura 31 Risposta al comando combinato – Angolo di rollio



Figura 32 Risposta al comando combinato – Angolo di sideslip



Figura 33 Risposta al comando combinato – Deflessioni

Osservando gli andamenti risulta evidente che il sistema è in grado di elaborare comandi multipli e riprodurre gli andamenti ottenuti con i comandi singoli con un grado di precisione molto elevato. Anche la condizione di volo 4, con controllori non adeguati alla condizione di volo, giunge a una condizione stabile e traccia correttamente i desiderati di  $\phi$  e  $\beta$ , sebbene con andamenti non ideali.

#### 4. Roll Angle Tracking

La simulazione più complessa e più *demanding* per le leggi di controllo è una task di tracking dell'angolo di rollio. È stata fornita una sequenza di comandi lunga un minuto, e si è osservata la risposta del velivolo. In particolare, si è verificato lo scostamento tra l'angolo di rollio comandato e quello ottenuto, verificando che questo si mantenesse entro i 5° per almeno il 50% della simulazione. Gli andamenti sono riportati a seguire.



Figura 34 Tracking di angolo di rollio - Angolo di rollio

Per le 5 condizioni simulate, il tempo di mantenimento entro 5° dal valore desiderato è stato pari al 54.35%, 52.64%, 55.94%, 53.56% e 53.56% rispettivamente.



Figura 35 Tracking di angolo di rollio - Angolo di sideslip

L'andamento dell'angolo di sideslip mostra come le leggi di controllo siano in grado di mantenere escursioni estremamente ridotte, superiori al grado in modulo solo nel caso della condizione di volo non ottimizzata. Gli andamenti sono qualitativamente simili, con le condizioni a stessa quota e velocità (1 e 5) di fatto coincidenti.





Gli andamenti delle deflessioni delle superfici mostrano come le leggi di controllano raggiungano molto velocemente valori di regime, disegnando quindi andamenti quasi costanti a tratti.

#### Confronto con leggi di controllo già esistenti

Per effettuare un confronto significativo tra le leggi di controllo prodotte in questo lavoro di tesi e le leggi già presenti all'interno del modello non lineare di Piaggio Aero Industries, si sono confrontate le risposte alla task più demanding tra quelle proposte sopra, ovvero il roll angle tracking. Di seguito sono riportate in sequenza le risposte in termini di angolo di rollio.





Figura 37 Confronto task di tracking - Angolo di rollio

Osservando le risposte, la differenza fondamentale che si nota tra le due leggi di controllo e la costanza con cui il sistema FCS realizzato in questo lavoro di tesi esegue il tracking, con comportamenti assolutamente analoghi nelle cinque condizioni di volo.

A seguire sono riportati, nuovamente in ordine per ciascuna condizione di volo, gli andamenti di  $\beta$  e le deflessioni delle superfici mobili.





Figura 38 Confronto task di tracking - Angolo di sideslip

Si osserva che le due leggi di controllo risultano analoghe nella capacità di mantenimento dell'angolo  $\beta$  nell'intorno del valore nullo. Le escursioni sono ridotte in ogni condizione di volo.



Figura 39 Confronto task di tracking - Deflessioni

Gli andamenti delle deflessioni denotano come le leggi di controllo LQI impartiscano comandi in maniera più rapida, ma con deflessioni e oscillazioni paragonabili alle leggi di controllo già esistenti.

Condizione di volo	J LQI-BG	J Existing	(J LQI-BG)/(J Existing)[ %]	Riduzione percentuale
1	2969	4802.5	61.82197	38.17803
2	3642	10895	33.42818	66.57182
3	2392.1	3581.7	66.78672	33.21328
4	3497	5868	59.59441	40.40559
5	3249.2	4947.3	65.67623	34.32377

Valutando la funzione di costo J sopra riportata, i seguenti risultati emergono:

Si può notare che le leggi di controllo presentano mediamente una riduzione media della funzione di costo pari a circa il 42.4% sulle condizioni di volo simulate, ad indicare una generale miglior efficienza nel tracciare i comandi desiderati senza necessariamente richiedere deflessioni estreme delle superfici di volo.

### Caso di studio: condizione di crociera a quote differenti

A seguito delle simulazioni di verifica sopra riportate, si è verificato il comportamento del velivolo imponendo una condizione di massa e baricentro fissa e valutando condizioni di volo variabili.

Queste sono tratte dal Pilot Operating Handbook del Piaggio P-180 Avanti, e rappresentano condizioni di volo di crociera alla massima potenza disponibile. La massa selezionata è di 9400 libbre, con posizione longitudinale del baricentro intermedia tra i limiti anteriore e posteriore. Le condizioni sono riportate in tabella.

# CONDIZIONE	V [KTAS]	H [FT]	MACH [-]
1	277	5000	0.426
2	321	15000	0.512
3	374	25000	0.621
4	385	31000	0.656
5	363	37000	0.633
6	305	39000	0.532

A queste condizioni di volo, oltre alla task di tracking dell'angolo di rollio già presentata in precedenza, è stato valutato il comportamento delle leggi di controllo in seguito all'avaria di uno dei due motori, verificando il mantenimento dell'assetto del velivolo e la possibilità di poter effettuare una virata ad angolo di sideslip nullo in seguito al guasto. Nuovamente le due leggi di controllo sono state valutate tramite la funzione di costo J.

#### 1. Roll angle tracking

I risultati delle simulazioni conferma quanto già dimostrato con le simulazioni introduttive. Nella figura sotto riportati gli andamenti dell'angolo di rollio  $\phi$  ottenuti per le sei condizioni di volo, con a fianco un dettaglio dei primi venti secondi di simulazione, e a seguire dell'angolo di sideslip  $\beta$  e dei comandi applicati.



Figura 40 Caso Studio: Tracking in condizioni di crociera - Angolo di sideslip e deflessioni

Si conferma la caratteristica delle leggi di controllo realizzate in questo lavoro di avere una risposta molto costante rispetto alle variazioni di quota e velocità; superato il transitorio iniziale, il comportamento risulta quasi indistinguibile nelle sei condizioni di volo. Valutando la funzione di costo J, emerge quanto segue:

Condizione di volo	J LQI-BG	J Existing	(J LQI-BG)/(J Existing)[ %]	ΔJ [%]
1	2599.328	2488.496	104.454	4.454
2	2450.088	2466.021	99.354	-0.646
3	2322.585	2944.418	78.881	-21.119
4	2369.034	3670.269	64.547	-35.453
5	2564.115	4571.067	56.094	-43.906
6	2664.318	5189.233	51.343	-48.657

La condizione 1 rappresenta un caso in cui le leggi di controllo già esistenti risultano ottimizzate rispetto alle leggi di controllo implementate, sebbene con una differenza ridotta. Osservando i valori ottenuti, è evidente come le leggi di controllo realizzate abbiano un valore della funzione di costo J molto più costante rispetto alle leggi esistenti: se si valuta lo scarto quadratico medio delle funzioni

di costo, dato dalla funzione  $\sigma_J = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (J_i - \overline{J})^2}$ , indicando con  $\overline{J}$  il valore medio della funzione di costo, si ottiene un valore di  $\sigma_J$  pari a 123.79 per le leggi di controllo LQI-BG e di 1033.81 per le leggi esistenti. Perciò, sebbene esistano condizioni per cui l'ottimizzazione locale non è stata raggiunta, nel complesso dell'inviluppo di volo le leggi di controllo risultano ottimizzazione generale rispetto alle leggi esistenti: in media, la funzione costo è pari al 76%, su questo campione di simulazioni.

A seguito dei valori ottenuti, si è deciso di indagare più dettagliatamente la condizione di volo a bassa quota. Si è costruito un set equispaziato di velocità di volo, a partire da un Mach di volo pari a 0.25 (questo per uscire dalla regione di interpolazione dei controllori, per verificarne la robustezza) fino alla velocità di crociera utilizzata in precedenza. Effettuando le simulazioni come in precedenza, si ottengono gli andamenti riportati, con a seguire i valori di funzioni di costo così ottenute.

Velocità [KTAS]	J LQI-BG	J Existing	(J LQI-BG)/(J Existing)[ %]	ΔJ [%]
162	3077.824	6418.443	47.95	-52.05
190	2962.488	4682.693	63.26	-36.74
219	2861.104	3522.072	81.23	-18.77
247	2730.686	2886.114	94.61	-5.39
277	2599.328	2488.496	104.45	4.45

Come nei casi precedenti, anche in questo set di condizioni di volo si evidenzia l'ottimizzazione generale ottenuta: il valore medio della funzione di costo è circa il 78% rispetto alle leggi di controllo esistenti. Nuovamente il valore dello scarto medio quadratico denota la costanza nel funzionamento delle leggi di controllo realizzate: 168.34 contro 1419 ottenuto con le leggi di controllo esistenti.

#### 2. Engine Failure

È stato valutato il comportamento delle leggi di controllo in seguito al guasto del motore sinistro, la cui elica viene posta in condizioni di windmilling all'interno del modello non lineare del velivolo. A seguito del guasto, viene comandata una virata, per verificare che le leggi di controllo siano in grado di mantenere un angolo di rollio definito non nullo nonostante la spinta asimmetrica. All'interno delle simulazioni non è stato introdotto nessun comando sui motori, per cui la manetta del motore funzionante è mantenuta al valore calcolato per il trim. I risultati sono riportati a seguire.



Figura 43 Caso Studio: Engine Failure e comando di alettone - Angolo di sideslip

Si evidenzia nuovamente la caratteristica delle leggi di controllo realizzate di portare il velivolo ad avere una dinamica quasi identica a tutte le condizioni di volo, e la capacità di realizzare una virata corretta nonostante la spinta asimmetrica. Valutando la funzione di costo J come in precedenza, emerge quanto segue:

Condizione di volo	J LQI-BG	J Existing	(J LQI-BG)/(J Existing)[ %]	ΔJ [%]
1	38.949	26.890	144.847	44.847
2	37.525	32.554	115.270	15.270
3	36.118	45.463	79.445	-20.555
4	37.670	53.154	70.869	-29.131
5	42.353	81.233	52.138	-47.862
6	45.380	102.667	44.201	-55.799

Come nei casi precedenti, le condizioni a bassa quota risultano essere una regione di ottimizzazione per le leggi di controllo esistenti; le leggi di controllo LQI-BG mostrano invece una distribuzione più uniforme, come dimostrano i valori poco variabili: lo scarto quadratico medio è di 3.2 circa per le leggi di controllo realizzate e di 26.85 circa per quelle esistenti. Sull'intero set di condizioni di volo, le leggi di controllo LQI-BG risultano comunque ottimizzate, con una riduzione media della funzione di costo del 15.5% circa.

Osservando gli andamenti dell'angolo di rollio  $\phi$ , si nota che le leggi realizzate riescono a riportare l'aereo ad ali livellate, mentre le leggi esistenti mantengono un angolo di rollio non nullo, seppur ridotto. In particolare, questo angolo è concorde con la virata comandata in seguito, il che può avere un effetto positivo nella valutazione della funzione di costo. Come verifica, alla condizione di volo a bassa quota è stata comandata una virata opposta alla precedente. I risultati sono riportati in seguito.



Figura 44 Caso Studio - Verifica: Engine Failure e comando di alettone - Angolo di rollio



Figura 45 Caso Studio - Verifica: Engine Failure e comando di alettone - Angolo di sideslip





In questo caso la funzione di costo risulta pari a 41.17 per le leggi LQI-BG e 40.7 per le leggi esistenti. Nuovamente l'ottimizzazione locale è superiore per le leggi esistenti, ma si nota una netta variazione: la manovra in direzione opposta alla precedente ha causato un aumento del 51% circa della funzione di costo per le leggi esistenti; d'altra parte, le leggi di controllo realizzate mantengono un valore quasi costante, con un aumento del 5.7% circa.

### Caso studio: configurazioni differenti dalla condizione di crociera

I punti di design scelti erano riferiti al velivolo in configurazione da crociera, ovvero con carrello d'atterraggio e ipersostentatori retratti. In aggiunta alle simulazioni sopra riportate, realizzate in questa configurazione, si è deciso di osservare il comportamento delle leggi di controllo in una condizione ben al di fuori delle condizioni di design, simulando una condizione di approccio, quindi con ipersostentatori estratti e, in un secondo tempo, carrello d'atterraggio anch'esso estratto. La condizione di massa e posizione del baricentro è la stessa delle simulazioni precedenti.

L'obbiettivo di queste simulazioni era di valutare la robustezza delle leggi di controllo, ponendole di fronte a due fattori che ne possono pregiudicare il comportamento: la diversa configurazione del velivolo e le condizioni di volo al di fuori del range utilizzato per l'interpolazione dei guadagni dei controllori del sistema CAS e della retroazione del sistema SAS. All'interno di queste simulazioni è stata comandata una virata e il mantenimento di un angolo di rollio comandato dal pilota, verificando che le leggi di controllo fossero in grado di mantenere l'assetto desiderato e limitare l'escursione dell'angolo di sideslip.

#### 1. Configurazione 1: Flap estesi, carrello retratto

La prima configurazione prevedeva l'estensione degli ipersostentatori nella posizione intermedia e carrello retratto, ad una quota di 1000 piedi dal suolo e velocità di volo di 150 KTAS (Mach 0.228). I risultati della simulazione sono riportati in seguito.



Figura 47 Caso Studio: Flap estratti, carrello retratto - Angolo di rollio

Si può vedere che leggi di controllo realizzate portano rapidamente il velivolo all'angolo di rollio desiderato e si assestano con un errore di posizione trascurabile, mentre le leggi esistenti si assestano asintoticamente ad un valore superiore. D'altra parte, la risposta delle leggi LQI-BG mostra un rateo di rollio non costante, sintomo della mancata interpolazione dei controllori.

Ciononostante, la risposta presenta un doppio vantaggio: raggiunge più velocemente l'angolo di rollio desiderato, e annulla l'errore stazionario.



Osservando gli andamenti dell'angolo  $\beta$  e dei comandi imposti dai sistemi di controllo, si nota la caratteristica più aggressiva delle leggi di controllo realizzate, che cercano di ridurre in maniera decisa l'errore di posizionamento.

Alla luce di questi comportamenti, si è valutata la funzione di costo come già svolto in precedenza, mettendo inoltre in evidenza i contributi dati dall'errore di posizionamento e dai comandi. I risultati sono riassunti nella tabella seguente.

J LQI-BG	J Existing	(J LQI-BG)/(J Existing)[ %]	<i>∆J</i> [%]
56.393	125.096	45.080	-54.920
J ERR LQI-BG	J ERR Existing	(J ERR LQI-BG)/(J ERR Existing)[ %]	$\Delta J ERR[\%]$
53.188	122.613	43.378	-56.622
J COM LQI-BG	J COM Existing	(J COM LQI-BG)/(J ERR Existing)[ %]	Δ <i>J COM</i> [%]
3.205	2.482	129.123	29.123

Da questi valori è possibile intuire il principio di funzionamento dei controllori di tipo LQR/LQI: l'input di comandi generato non è il minimo possibile, ma il valore ottimizzato per ridurre contemporaneamente l'input richiesto e l'errore ottenuto. In questo caso, valutando i due contributi separatamente, un input maggiorato del 29% circa permette una riduzione dell'errore del 56% circa. Ma poiché l'ordine di grandezza delle deflessioni delle superfici è ridotto rispetto alle escursioni richieste, in questo caso di angolo di rollio, complessivamente la funzione di costo risulta ridotta del 55% circa. Nel complesso quindi le leggi di controllo LQI-BG sono più efficienti nel fare assumere al velivolo l'assetto desiderato, sebbene in queste particolari condizioni di volo i guadagni siano saturati alla velocità di volo più vicina presente all'interno dell'inviluppo dei punti di design (Mach 0.3). Le leggi di controllo risultano quindi sufficientemente robuste in questa condizione di volo e configurazione del velivolo, ottenendo risultati in linea con quanto dimostrato nelle simulazioni precedenti.

#### 2. Configurazione 2: Flap estesi e carrello estratto

A seguito della precedente simulazione, si è deciso di testare ulteriormente le leggi di controllo, riducendo la velocità di volo a 120 KTAS (Mach 0.182) ed imporre la condizione di carrello estratto. È stata effettuata la stessa manovra realizzata in precedenza, con i risultati riportati a seguire.



Figura 49 Caso Studio: Flap estratti, carrello estratto – Angolo di rollio



Figura 50 Caso Studio: Flap estratti, carrello estratto - Angolo di sideslip e deflessioni

Dai risultati della simulazione si può vedere come sia stata raggiunta una condizione vicina al limite di robustezza delle leggi di controllo: la risposta è fortemente oscillatoria, seppur non divergente. Si può notare come l'angolo di rollio oscilli nell'intorno della posizione desiderata, dimostrando come le leggi di controllo riescano, sebbene con prestazioni altamente degradate, a portare il velivolo ad un assetto molto vicino al desiderato. Nella tabella riportata nella pagina seguente, sono riportati i valori della funzione di costo J, analogamente a quanto effettuato per la condizione precedente. Valogno le stesse considerazioni fatte in precedenza: a fronte di comandi più dispendiosi, la riduzione dell'errore ottenuta si traduce in una generale maggior efficienza delle leggi di controllo realizzate

J LQI-BG	J Existing	(J LQI-BG)/(J Existing)[ %]	ΔJ [%]
69.940	234.470	29.829	-70.171
J ERR LQI-BG	J ERR Existing	(J ERR LQI-BG)/(J ERR Existing)[%]	$\Delta J ERR[\%]$
59.103	225.682	26.188	-73.812
J COM LQI-BG	J COM Existing	(J COM LQI-BG)/(J ERR Existing)[ %]	Δ <i>J COM</i> [%]
10.838	8.788	123.328	23.328

La caratteristica oscillatoria che si nota sui diagrammi non influisce notevolmente sul costo dei comandi, e ciò è intuibile se si valutano i ratei massimi ottenuti: per le deflessioni degli alettoni è pari a circa 1.45°/s, per il timone circa 1.01°/s in modulo.

Queste simulazioni in configurazioni differenti da quella di crociera, utilizzata per il design delle leggi di controllo, dimostrano la robustezza delle leggi di controllo, che hanno mantenuto la capacità di controllo dell'angolo di rollio e di imbardata, seppur in maniera degradata nel secondo caso, nonostante la mancata interpolazione dei guadagni e la differente configurazione del velivolo.

# Considerazioni finali e conclusioni

# Principali risultati ottenuti

All'interno di questo lavoro di tesi è stato realizzato il design preliminare di un sistema SAS e un sistema CAS latero-direzionale per il velivolo P-180 Avanti, basato sulla definizione di requisiti prestazionali tratti da normative e bibliografia di riferimento. Introducendo un elemento di novità rispetto alle leggi di controllo esistenti all'interno del modello di Piaggio Aero Industries, il design è stato realizzato adottando architetture basate sul feedback del vettore di stato, o Full-State-Feedback, con il sistema SAS basato sul metodo di Bass e Gura per il piazzamento dei poli e il sistema CAS dotato di controllori LQI. I principali risultati raggiunti sono riportati in seguito:

- Le tecniche implementate hanno permesso un design su un set di 140 punti di design in maniera rapida rispetto alle metodologie tradizionali e senza una previa conoscenza delle caratteristiche dinamiche del velivolo
- Il design realizzato è basato sui vincoli sulle caratteristiche dinamiche e di risposta ai comandi del pilota imposti dalla normativa MIL-STD1797
- La verifica di rispondenza dei requisiti è realizzata su modelli linearizzati nell'intorno dei punti di design, e ne è stata verificata la robustezza in condizioni di off design, anche al di fuori del range di condizioni di volo utilizzate per il design
- All'interno del modello non lineare di PAI, l'implementazione è avvenuta con successo, senza un incremento apprezzabile dei tempi di simulazione né fenomeni di instabilità

Nei capitoli successivi saranno descritti nel dettaglio i vantaggi e le limitazioni emersi nelle varie fasi del design, e le modifiche che si renderebbero necessarie nell'eventualità di un'ipotetica implementazione all'interno del sistema FCS del velivolo.

### Pregi e difetti delle architetture basate sul Full-State-Feedback

Le tecniche di design di sistemi di controllo moderni sono state concepite per sfruttare a pieno le capacità di calcolo dei computer e dei software disponibili, in particolare riguardo alla soluzione di equazioni matriciali. Queste tecniche si basano sulla formulazione stato-spazio di equazioni differenziali, ovvero la riduzione di equazioni differenziali di ordine elevato in un set di equazioni differenziali del primo ordine, che vengono poi riscritte in forma matriciale, del tipo  $\dot{x} = Ax + Bu$ . La soluzione di queste equazioni matriciali è ottenuta tramite il calcolo degli autovalori della matrice A, che permettono di determinare la dinamica del sistema analizzato, descrivendone i modi propri.

L'utilizzo di una forma matriciale e l'associazione tra gli autovalori del sistema e la sua dinamica ha permesso la definizione di metodologie che, tramite la soluzione di equazioni matriciali, permettono di realizzare sistemi di controllo in maniera immediata, rispetto ai metodi tradizionali. Tutte queste tecniche ha come base l'utilizzo in feedback dell'intero vettore di stato, da cui il nome Full-State-Feedback. A queste metodologie appartengono le architetture utilizzate in questo lavoro di tesi.

Il piazzamento dei poli ha come obiettivo portare il sistema ad ottenere una dinamica descritta da autovalori definiti dal progettista. Il vantaggio di queste tecniche, rispetto al design tradizionale basato sul metodo Root Locus, risiede nella rapidità di realizzazione e nella definizione dei poli desiderati, ottenendo un sistema controllato che garantisce la rispondenza ai requisiti posti dal progettista. Questi vantaggi sono particolarmente evidenti per sistemi MIMO, in cui la procedura con il metodo Root Locus prevede la realizzazione di un loop di retroazione alla volta, tramite un processo trial-and-error, e la scelta dei diversi coefficienti richiede un certo livello di esperienza e conoscenza del sistema da controllare; in contrasto, i metodi di piazzamento dei poli permettono di realizzare tutti i loop contemporaneamente.

A fronte di questi vantaggi, i metodi di piazzamento dei poli presentano degli svantaggi. Innanzitutto, questi metodi permettono di regolare i poli del sistema, ma non intervengono sugli zeri, che possono influenzare in maniera importante la dinamica del velivolo, soprattutto in caso di presenza di zeri Non Minimum Phase, ovvero con parte reale positiva. Questa limitazione è condivisa con il metodo Root Locus.

Come descritto nel capitolo relativo, la formulazione base del metodo di Bass e Gura, così come per altri metodi di piazzamento dei poli, ha una soluzione univoca per il vettore K solo per sistemi a singolo input. Per i sistemi Multiple Input l'ottenimento del vettore di retroazione non è immediato. Questa caratteristica ha portato alla distinzione tra i metodi di Pole Placement e la famiglia dei controllori ottimi, quali ad esempio i sistemi LQR; questi ultimi, infatti, abbandonano l'ottenimento di autovalori predefiniti in favore della ricerca dell'ottimizzazione della retroazione. I metodi di piazzamento dei poli posso essere adattati, come realizzato in questo lavoro di tesi, per essere applicati su sistemi MIMO, privilegiando quindi l'ottenimento della dinamica desiderata: un certo livello di ottimizzazione può essere però realizzato andando, nel caso del metodo di Bass e Gura generalizzato utilizzato all'interno di questo lavoro, a variare il vettore di design g, per evitare l'insorgere di instabilità dovute a comandi eccessivi, portando il sistema alla saturazione delle superfici di controllo.
I controllori LQI utilizzati nel sistema CAS realizzato rappresentano una derivazione dei regolatori LQR; se da una parte permettono la realizzazione di un comando ottimizzato, si perde il controllo diretto sugli autovalori del sistema. Per questo motivo, nel processo di design dei controllori, il tuning è stato realizzato valutando direttamente la risposta del velivolo e confrontandolo con i requisiti posti dalla normativa di riferimento.

Queste architetture si basano sul feedback dell'intero vettore di stato, che rappresenta la loro più grande limitazione: è necessario che questo vettore sia disponibile affinché le leggi di controllo siano applicabili. Se alcuni variabili non sono accessibili, vi sono due possibili soluzioni:

- 1. Calcolo diretto, sfruttando relazioni matematiche esistenti con altre variabili
- 2. Realizzazione di uno State Observer

### **State Observer**

Nell'implementazione all'interno del modello Simulink non lineare di PAI, in cui è presente un bus dati che simula i sensori effettivamente presenti sul velivolo, il calcolo diretto rappresentava una possibilità applicabile: gli unici calcoli da realizzare erano, oltre al passaggio da gradi decimali in radianti, la conversione dell'angolo  $\beta$  nella componente  $v = V \sin\beta$  e il calcolo di  $\psi$  come integrazione del rateo di imbardata r. Queste operazioni non sono computazionalmente pesanti per i processori moderni e sono permesse da relazioni di facile implementazione.

Se in caso contrario molte delle variabili controllate non risulta disponibile, poiché ad esempio di complessa misurazione, o le relazioni tra esse non risultano di facile implementazione, è necessario ricorrere ad uno State Observer, ovvero un sottosistema in grado di approssimare il vettore di stato partendo dal valore delle variabili effettivamente disponibili. Lo State Observer può essere costituito come un sistema in feedback, come nella figura seguente, tratta dal testo di Nelson.



FIGURE 9.8 Design for a state observer multi-input and -output system.

Figura 51 Modello di State Observer (Nelson 1998)

Il design dell'Observer si traduce nell'ottenimento del vettore di retroazione  $k_e$ , in modo da far sì che il vettore di output stimato  $y_e$  si avvicini velocemente al vettore di output reale y. La formulazione del problema è la seguente:

$$\dot{x}_e = (A - k_e C)x_e + B\eta + k_e y = (A - k_e C)x_e + B\eta + k_e Cx$$

Sottraendo l'equazione sopra riportata alla formulazione stato-spazio del sistema,  $\dot{x} = Ax + B\eta$ , si ottiene:

$$\dot{x} - \dot{x}_e = (A - k_e C)(x - x_e)$$

Quest'equazione descrive l'evoluzione libera di un sistema, la cui variabile è il vettore  $x - x_e$ . L'equazione caratteristica del sistema è data da:

$$|\lambda I - (A - k_e C)| = 0$$

Il metodo di Bass e Gura, utilizzato in questo lavoro per la realizzazione del sistema SAS, può essere utilizzato anche per la realizzazione dello State Observer, come riportato da Nelson e dimostrato in *Lungu, M. The Estimation of an Aircraft Motions by using the Bass-Gura Full-Order Observer* (Lungu 2012). L'implementazione del metodo è analoga a quella per la realizzazione del vettore di guadagno di feedback del sistema SAS. In questo caso, però, la formulazione è la seguente:

$$\boldsymbol{k}_{\boldsymbol{e}} = [(\boldsymbol{U}\boldsymbol{W})^T]^{-1}(\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a})$$

U è la matrice di osservabilità del sistema, W è la stessa matrice di trasformazione utilizzata per la realizzazione del feedback e  $\hat{a}$  è il vettore contenente i coefficienti del polinomio che ha come radici i poli desiderati per lo State Observer. La scelta di questi poli va effettuata con accortezza: il criterio di base è quello di avere poli più veloci (parte reale negativa maggiore in modulo) rispetto ai poli del sistema, affinché lo State Observer possa convergere rapidamente; d'altra parte, poli eccessivamente veloci porteranno a guadagni elevati, con una conseguente suscettibilità al rumore del segnale di input. La formulazione sopra riportata permette la ricostruzione del vettore di stato partendo dalla misurazione di un'unica variabile.

L'architettura di un sistema di controllo che implementa un Full-State-Feedback con State Observer è riportata nella figura a seguire, tratta dal testo di Nelson.



Sketch of closed-loop system with state observer (shown within the dashed lines).

Figura 52 Architettura di sistema in feedback con State Observer (Nelson 1998)

# Modifiche necessarie per un'implementazione reale

Il design realizzato in questo lavoro di tesi va considerato come un design preliminare, volto innanzitutto a sperimentare e valutare l'implementazione di tecniche di design moderne, andando comunque a realizzare leggi di controllo in linea con quelli che sono i requisiti e gli standard utilizzati nell'ambiente aeronautico. Nell'ottica di una ipotetica implementazione all'interno di un sistema FCS reale a bordo del velivolo, durante la fase di design e a seguito delle simulazioni realizzate all'interno del modello non lineare sono emersi alcuni aspetti da considerare.

## 1. Ampliamento e modifica del database di condizioni di design

Il database di punti di trim utilizzato nel design delle leggi di controllo, per quanto ampio (140 punti), andrebbe opportunamente modificato in vista di un'implementazione reale. Innanzitutto, si dovrebbe espandere il range di velocità incluso, in particolare includendo velocità di volo inferiori a Mach 0.3, questo per permettere di ottimizzare il comando anche nelle fasi terminali della missione del velivolo. Sempre inerente alle fasi terminali sarebbe l'inclusione, all'interno del design, di configurazioni di volo differenti rispetto a quella di crociera (flap e carrello retratti), in modo da poter disporre di leggi di controllo concepite per ogni diversa configurazione assunta dal velivolo. All'interno del sistema FCS, questa variazione sarebbe implementata tramite opportuni switch che, a seconda della posizione di carrello e ipersostentatori, selezionerebbero i guadagni corrispondenti dal database delle leggi di controllo.

#### 2. Fine tuning delle leggi di controllo

I requisiti posti, e la loro verifica, hanno permesso di ottenere leggi di controllo il cui comportamento è in linea con quelle che sono le indicazioni fornite da normative e standard tipicamente utilizzati in ambito aeronautico. Ciononostante, il tuning realizzato non è da considerarsi conclusivo, in quanto il feedback più importante nel design di leggi di controllo è venuto a mancare, ovvero quello dei piloti. Nell'ottica di una futura implementazione, una fase di

test in simulatore e a seguire in volo permetterebbe di validare il tuning realizzato, o viceversa evidenziare il bisogno di modifiche, tramite la compilazione di schede di valutazione da parte dei piloti, quali ad esempio la Cooper Harper Scale. In particolare, la verifica sulle Pilot Induced Oscillations risulterebbe fondamentale, in quanto i metodi che ne permettono la valutazione in fase di design sono metodi approssimati, basati sul sistema linearizzato. La stessa normativa MIL-STD1797, al paragrafo 5.5.2, richiede che la verifica sulle PIO sia effettuata per mezzo di analisi (il requisito di riferimento è il paragrafo 4.5.2 usato in questo lavoro di tesi), simulazione e test in volo.

#### 3. Implementazione delle look-up table

Le leggi di controllo realizzate in questo lavoro di tesi sono state implementate in un'ottica di gain scheduling, ovvero la realizzazione di un database di guadagni che viene interpolato a seconda delle condizioni di volo per ottenere i valori specifici. Poiché i punti di design scelti erano caratterizzati da quattro variabili (numero di Mach, quota, massa e posizione longitudinale del baricentro), questi quattro parametri sono stati utilizzati come input per l'interpolazione delle matrici contenenti i valori dei guadagni, il tutto gestito tramite l'apposito blocco Simulink. Questa configurazione non è tipicamente utilizzata all'interno delle leggi di controllo esistenti, in cui lo scheduling dei guadagni è effettuato in funzione di due parametri, l'angolo d'incidenza  $\alpha$  e la pressione dinamica. Per adattare il database esistente a questa nuova strategia di scheduling, sarebbe necessario valutare questi valori per ciascuna delle condizioni di volo utilizzate, ed effettuare un'interpolazione tra i guadagni ottenuti per evidenziarne la dipendenza dalle due variabili. Alternativamente, il database di condizioni andrebbe ricostruito, imponendo valori definiti di  $\alpha$  e pressione dinamica, e ripetere il processo di design, avendo come riferimento i valori del tuning già ottenuti.

#### 4. Implementazione su computer di bordo

Un aspetto di importanza rilevante che andrebbe valutato al momento dell'implementazione delle leggi di controllo è il costo computazionale richiesto. L'utilizzo dell'architettura Full-State-Feedback aumenta il numero di guadagni da valutare, in quanto ogni legge di controllo presenta termini che moltiplicano l'intero vettore di stato. L'implementazione all'interno del modello Simulink non ha provocato un aumento apprezzabile della durata delle simulazioni, in confronto al modello preesistente, né si è assistito a fenomeni di instabilità numerica, che avrebbero potuto generarsi se il passo di integrazione utilizzato, pari a 0.025 secondi. Andrebbe però verificato che questa caratteristica si mantenga anche una volta che le leggi di controllo siano implementate all'interno di computer analoghi ai computer del sistema FCS del velivolo, differenti per prestazioni dal PC utilizzato per il design. Il passo di integrazione di 0.025 secondi corrisponde ad una frequenza di 40Hz, la stessa frequenza di clock utilizzata dalle leggi di controllo *embedded* nel simulatore di volo di PAI.

#### 5. Realizzazione del codice eseguibile e ridondanze

Ultimo aspetto ma forse il più rilevante è la generazione dal modello di simulazione Simulink di codice eseguibile da implementare sui computer di bordo. La realizzazione di questo codice deve seguire le indicazioni fornite da normative di riferimento, tra cui la principale è sicuramente la normativa DO-178. Essendo le leggi di controllo un elemento *safety-critical*, è necessario introdurre

ridondanze a livello software, e quindi la realizzazione di differenti versioni del codice eseguibile che implementano le stesse logiche ma con soluzioni diverse, in modo da evitare modi comuni di guasto.

Lo State Observer, non realizzato in questo lavoro di tesi, potrebbe comporre uno di questi elementi di ridondanza, permettono la ricostruzione del vettore di stato in caso di guasto dei sensori presenti a bordo, e mantenendo quindi la possibilità di implementare le leggi di controllo. Una possibile architettura, coerente con la tipica distinzione tra Normal Laws e Alternate Laws presentata nel capitolo introduttivo sui sistemi FBW, potrebbe prevedere come Normal Law l'utilizzo dei sistemi SAS e CAS nella loro interezza, mentre come Alternate Law in caso di guasto ai sensori l'utilizzo del solo sistema SAS, in cui il vettore di stato è ricostruito dallo State Observer; con questa configurazione, anche in condizione degradata, il velivolo è controllato dal sistema SAS, che ne garantisce stabilità e dinamica in accordo con i requisiti della MIL-STD1797, permettendo un pilotaggio sicuro per riportare il velivolo a terra.

# Riferimenti

- Karl J. Åström, et al. «Automatic Tuning and Adaptation for PID Controllers A Survey.» *Control Eng. Practice, Vol. 1, No. 4*, 1993: 699-714.
- Lungu, Mihai. «The Estimation of an Aircraft Motions by Using the Bass-Gura Full-Order Observer.» 2012.
- MIL-STD-1797A (NOTICE 3), Department of Defense Interface Standard: Flying Qualities of Piloted Aircraft. United States Department of Defense, 2004.
- Moir, Ian, et al. Aircraft Systems Mechanical, Electrical and Avionics Subsystems Integration -Third Edition. Wiley, 2008.
- Napolitano, Marcello R. Aircraft Dynamics From Modeling to Simulation. Wiley, 2012.
- Nelson, Robert C. Flight Stability and Automatic Control Second Edition. McGraw-Hill Higher Education, 1998.
- Oehman, Waldo E., e Jerrold Suddath. *State-Vector Control Applied to Lateral-Stability of High Performance Aircraft NASA TN D-29084*. National Aeronautics and Space Administration, 1965.
- Stevens, Brian L., et al. Aircraft Control and Simulation Third Edition. Wiley, 2016.
- Tom Berger, et al. *Handling Qualities Flight Test Assessment of a Business Jet N z U P-β Fly-By-Wire Control System.* American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2017.