



**Politecnico
di Torino**

Politecnico di Torino

Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale
A.A 2022/2023

Tesi di Laurea Magistrale

**Analisi sperimentale del comportamento
statico di travi sandwich mediante
Digital Image Correlation**

Relatori:

Prof. Marco Gherlone
Dott. Matteo Sorrenti

Candidato:

Marco Gaetani

*L'immaginazione è più importante della conoscenza.
La conoscenza è limitata, l'immaginazione abbraccia il mondo,
stimolando il progresso, facendo nascere l'evoluzione.*
— A. Einstein

Ringraziamenti

Prima di procedere con la trattazione, desidero riservare un piccolo spazio per ringraziare tutte le persone che direttamente e indirettamente sono state fondamentali per la stesura di questa tesi.

Un ringraziamento speciale va al mio relatore il Prof. Marco Gherlone per essere stato il mio 'Virgilio' in questi mesi di duro lavoro; un sentito ringraziamento anche al Dott. Matteo Sorrenti per i preziosi consigli e per la grande disponibilità.

Ringrazio di cuore i miei genitori, mia mamma Maria per le sue dolci attenzioni, mio papà Antonio per il suo inscalfibile supporto. Un ringraziamento particolare va a mio fratello Luca per essere stato sempre al mio fianco, aiutandomi e motivandomi a dare il massimo.

Ringrazio i miei nonni, ai quali devo molto della persona che sono oggi; so quanto sarebbero fieri in questo momento se fossero qui.

Un ringraziamento va anche agli altri familiari, i quali hanno sempre dimostrato affetto e fiducia nei miei confronti.

Non posso non menzionare i miei amici, quelli 'isolani' e quelli del 'continente' per i momenti di spensieratezza e per il conforto nei momenti di difficoltà.

Un ringraziamento va anche a tutti i miei "fratelli in armi" che hanno condiviso con me estenuanti sessioni di esami e interminabili ore di progetti di gruppo; se questi anni di studio sono stati così piacevoli è in gran parte merito vostro.

Indice

1	Strutture sandwich	1
1.1	Generalità	1
1.2	Materiali utilizzati	2
1.2.1	Facce	2
1.2.2	Il cuore	2
1.3	Cenni ai modelli teorici per strutture multistrato	4
2	Digital Image Correlation	5
2.1	Generalità	5
2.2	Fondamenti della correlazione	7
2.3	Speckle pattern	8
2.4	Criteri di correlazione	9
2.5	Interpolazione sub-pixel	12
2.6	Funzioni di forma	12
2.7	Determinazione del campo di spostamento	13
2.8	Principali tecniche di deposizione del pattern	14
2.9	Analisi sperimentale di strutture sandwich mediante DIC	16
3	Modelli FEM	18
3.1	Descrizione del problema	18
3.2	Geometria e mesh	20
3.3	Elementi e proprietà	21
3.4	Materiali	22
3.5	Vincoli e carichi	22
3.6	Analisi e risultati	23
3.6.1	Spostamenti trasversali	23
3.6.2	Spostamenti assiali	23
4	Attività sperimentale	30
4.1	Setup sperimentale	30
4.1.1	Sistema DIC	30
4.1.2	Macchina di prova	31
4.1.3	Strumenti di misura	31
4.2	Deposizione del pattern	34

4.3	Preparazione del sistema DIC	35
4.4	Esecuzione delle prove	38
4.5	Elaborazione delle immagini	39
5	Risultati e commenti	42
5.1	Sistema di riferimento e nomenclatura	42
5.2	Rilevazione della geometria	43
5.3	Spostamenti trasversali	45
5.3.1	Misurazioni sperimentali	46
5.3.2	Confronto DIC-LVDT	52
5.3.3	Risultati FEM	57
5.3.4	Confronto risultati sperimentali e modelli FEM	58
5.4	Spostamenti assiali	76
5.4.1	Il problema del moto di corpo rigido	76
5.4.2	Correzione dei modelli e confronto DIC-FEM	76
6	Conclusioni	87

Elenco delle figure

1.1	Schema rappresentativo di una tipica struttura sandwich.	2
2.1	Rappresentazione digitale delle immagini a gradazioni di grigio	7
2.2	Esempi di pattern con diversa densità, variabilità e dimensione.	9
2.3	Subset quadrato all'interno dell'immagine di riferimento.	10
2.4	Illustrazione schematica del subset di riferimento prima e dopo la deformazione.	13
2.5	Rappresentazione schematica della tecnica di deposizione a spruzzo.	15
3.1	Rappresentazione schematica della prova di flessione su tre punti.	19
3.2	Geometria e discretizzazione.	20
3.3	Elemento QUAD-8 e rispettivi gradi di libertà.	21
3.4	Spostamenti trasversali modello FEM bidimensionale provino B01 (100 N).	24
3.5	Spostamenti trasversali modello FEM bidimensionale provino B02 (100 N).	24
3.6	Spostamenti trasversali modello FEM bidimensionale provino B03 (100 N).	25
3.7	Spostamenti trasversali modello FEM bidimensionale provino B04 (100 N).	25
3.8	Spostamenti assiali modello FEM bidimensionale per il provino B01 (100 N).	26
3.9	Andamento dello spostamento assiale lungo lo spessore del provino B01 per tre diverse posizioni x (100 N).	26
3.10	Spostamenti assiali modello FEM bidimensionale per il provino B02 (100 N).	27
3.11	Andamento dello spostamento assiale lungo lo spessore del provino B02 per tre diverse posizioni x (100 N).	27
3.12	Spostamenti assiali modello FEM bidimensionale per il provino B03 (100 N).	28
3.13	Andamento dello spostamento assiale lungo lo spessore del provino B03 per tre diverse posizioni x (100 N).	28
3.14	Spostamenti assiali modello FEM bidimensionale per il provino B04 (100 N).	29
3.15	Andamento dello spostamento assiale lungo lo spessore del provino B04 per tre diverse posizioni x (100 N).	29
4.1	Sensore fotografico	31
4.2	Rappresentazione del posizionamento dei trasduttori di spostamento LVDT	32
4.3	Sistema DIC e macchina di prova utilizzati	33
4.4	Sensori utilizzati	33
4.5	34
4.6	Dettaglio della trave prima e dopo l'applicazione del pattern	35
4.7	Configurazione adottata per le telecamere	36

4.8	Immagini del target di calibrazione	37
4.9	Allestimento della prova	38
4.10	Regione di interesse e dimensione del subset	39
5.1	Sistema riferimento adottato	43
5.2	Geometria tridimensionale rilevata tramite DIC.	45
5.3	Storia di carico DIC provino B01	47
5.4	Storia di carico DIC provino B02	49
5.5	Storia di carico DIC provino B03	50
5.6	Storia di carico DIC provino B04	52
5.7	Errore relativo percentuale spostamenti trasversali DIC vs. LVDT per il provino B01	53
5.8	Errore relativo percentuale spostamenti trasversali DIC vs. LVDT per il provino B02	54
5.9	Errore relativo percentuale spostamenti trasversali DIC vs. LVDT per il provino B03	55
5.10	Errore relativo percentuale spostamenti trasversali DIC vs. LVDT per il provino B04	56
5.11	Errore relativo percentuale LVDT vs. FEM per provino B01	59
5.12	Errore relativo percentuale DIC vs. FEM per provino B01	60
5.13	Spostamenti trasversali DIC B01 nel piano a 500 N	61
5.14	Spostamenti trasversali FEM B01 nel piano a 500 N	61
5.15	Andamento dello spostamento trasversale B01 al variare del carico per LVDT, DIC, FEM	62
5.16	Errore relativo percentuale LVDT vs. FEM per provino B02	63
5.17	Errore relativo percentuale DIC vs. FEM per provino B02	64
5.18	Spostamenti trasversali DIC B02 nel piano a 500 N	65
5.19	Spostamenti trasversali FEM B02 nel piano a 500 N	65
5.20	Andamento dello spostamento trasversale B02 al variare del carico per LVDT, DIC, FEM	66
5.21	Errore relativo percentuale LVDT vs. FEM per provino B03	67
5.22	Errore relativo percentuale DIC vs. FEM per provino B03	68
5.23	Spostamenti trasversali DIC B03 nel piano a 500 N	69
5.24	Spostamenti trasversali FEM B03 nel piano a 500 N	69
5.25	Andamento dello spostamento trasversale B03 al variare del carico per LVDT, DIC, FEM	70
5.26	Errore relativo percentuale LVDT vs. FEM per provino B04	71
5.27	Errore relativo percentuale DIC vs. FEM per provino B04	72
5.28	Spostamenti trasversali DIC B04 nel piano a 500 N	73
5.29	Spostamenti trasversali FEM B04 nel piano a 500 N	73
5.30	Andamento dello spostamento trasversale B04 al variare del carico per LVDT, DIC, FEM	74
5.31	Errore percentuale spostamenti trasversali DIC e LVDT rispetto modello FEM-2D (500 N).	75

5.32	Confronto per la trave B01 dell'andamento lungo lo spessore dello spostamento assiale $u(y)$ DIC con modello FEM aggiornato con spostamento medio sperimentale (500 N)	78
5.33	Confronto per la trave B02 dell'andamento lungo lo spessore dello spostamento assiale $u(y)$ DIC con modello FEM aggiornato con spostamento medio sperimentale (500 N)	79
5.34	Confronto per la trave B03 dell'andamento lungo lo spessore dello spostamento assiale $u(y)$ DIC con modello FEM aggiornato con spostamento medio sperimentale (500 N)	80
5.35	Confronto per la trave B04 dell'andamento lungo lo spessore dello spostamento assiale $u(y)$ DIC con modello FEM aggiornato con spostamento medio sperimentale (500 N)	81
5.36	Campo di spostamento assiale nel piano rilevato tramite DIC per il provino B01 (500 N)	82
5.37	Campo di spostamento assiale nel piano FEM per il provino B01 (500 N) . .	82
5.38	Campo di spostamento assiale nel piano rilevato tramite DIC per il provino B02 (500 N)	83
5.39	Campo di spostamento assiale nel piano FEM per il provino B02 (500 N) . .	83
5.40	Campo di spostamento assiale nel piano rilevato tramite DIC per il provino B03 (500 N)	84
5.41	Campo di spostamento assiale nel piano FEM per il provino B03 (500 N) . .	84
5.42	Campo di spostamento assiale nel piano rilevato tramite DIC per il provino B04 (500 N)	85
5.43	Campo di spostamento assiale nel piano FEM per il provino B04 (500 N) . .	85

Elenco delle tabelle

3.1	Denominazione e caratteristiche geometriche dei provini sandwich.	19
3.2	Numero di nodi e di elementi dei modelli FEM-2D per le quattro travi	21
4.1	Specifiche tecniche sensore fotografico	31
4.2	Posizionamento dei trasduttori di spostamento LVDT rispetto mezzeria della trave	32
4.3	Dimensioni subset per i vari provini/prove	40
5.1	Spessore misurato tramite Digital Image Correlation	44
5.2	Posizionamento relativo trasduttori di spostamento (tra parenti i valori nominali)	45
5.3	Spostamenti trasversali LVDT provino B01	46
5.4	Spostamenti trasversali DIC provino B01	46
5.5	Spostamenti trasversali LVDT provino B02	48
5.6	Spostamenti trasversali DIC provino B02	48
5.7	Spostamenti trasversali LVDT provino B03	49
5.8	Spostamenti trasversali DIC provino B03	50
5.9	Spostamenti trasversali LVDT provino B04	51
5.10	Spostamenti trasversali DIC provino B04	51
5.11	Errore relativo percentuale spostamenti trasversali DIC vs. LVDT per il provino B01	53
5.12	Errore relativo percentuale spostamenti trasversali DIC vs. LVDT per il provino B02	54
5.13	Errore relativo percentuale spostamenti trasversali DIC vs. LVDT per il provino B03	55
5.14	Errore relativo percentuale spostamenti trasversali DIC vs. LVDT per il provino B04	56
5.15	Spostamenti trasversali FEM per il provino B01	57
5.16	Spostamenti trasversali FEM per il provino B02	57
5.17	Spostamenti trasversali FEM per il provino B03	58
5.18	Spostamenti trasversali FEM per il provino B04	58
5.19	Errore relativo percentuale LVDT vs. FEM per provino B01	59
5.20	Errore relativo percentuale DIC vs. FEM per provino B01	60
5.21	Errore relativo percentuale LVDT vs. FEM per provino B02	63
5.22	Errore relativo percentuale DIC vs. FEM per provino B02	64
5.23	Errore relativo percentuale LVDT vs. FEM per provino B03	67

5.24	Errore relativo percentuale DIC vs. FEM per provino B03	68
5.25	Errore relativo percentuale LVDT vs. FEM per provino B04	71
5.26	Errore relativo percentuale DIC vs. FEM per provino B04	72
5.27	Spostamento assiale medio sperimentale per il provino B01	77
5.28	Spostamento assiale medio sperimentale per il provino B02	77
5.29	Spostamento assiale medio sperimentale per il provino B03	77
5.30	Spostamento assiale medio sperimentale per il provino B04	77

Sommario

Il settore aerospaziale è da sempre alla ricerca di soluzioni strutturali in grado di coniugare esigenze di resistenza meccanica e leggerezza. Una configurazione tipicamente adottata è rappresentata da strutture *sandwich* costituite da due *facce* in materiale resistente distanziate e connesse da un *cuore* in materiale leggero. La notevole importanza che tale configurazione ricopre incoraggia una vasta attività di ricerca sia nell'ambito della modellazione analitica e numerica sia sperimentale.

In questa tesi viene analizzato sperimentalmente il comportamento statico di travi sandwich tramite Digital Image Correlation (DIC), una innovativa tecnica ottica basata sul confronto e l'elaborazione di immagini catturate ad istanti successivi di deformazione. La capacità di tale tecnica di fornire misurazioni globali e non solo puntuali permette di ottenere risultati non ottenibili con i tradizionali metodi di misura. Inoltre, la grande flessibilità, la facilità di applicazione a una vasta gamma di scale, l'assenza di contatto tra strumento di misura e componente analizzato la rendono una interessante alternativa ai metodi di misura convenzionalmente utilizzati.

L'analisi sperimentale è realizzata avvalendosi di un sistema DIC 3D stereoscopico. Si considerano quattro travi sandwich di diversa lunghezza caricate a prova di flessione su tre punti. Le travi risultano *tozze* e sono costituite da due facce metalliche spesse e un cuore in schiuma. Viene discussa la procedura di allestimento delle prove e la preparazione delle travi con particolare riferimento alla tecnica utilizzata per la deposizione del pattern, aspetto chiave dell'analisi tramite DIC.

L'elaborazione delle immagini viene condotta mediante il software commerciale VIC-3D. Si determinano gli spostamenti trasversali e assiali, valutando, con riferimento a questi ultimi, la possibilità di cogliere gli effetti zig-zag peculiari delle strutture sandwich.

I risultati ottenuti dall'attività sperimentale vengono comparati con quelli ottenibili numericamente mediante modelli agli elementi finiti sviluppati in PATRAN/NASTRAN. Viene effettuato, inoltre, un confronto con i metodi di misura tradizionali basati su trasduttori di spostamento LVDT.

Capitolo 1

Strutture sandwich

In questo primo capitolo, vengono introdotte le strutture sandwich fornendone le generalità e passando in rassegna i materiali comunemente utilizzati per la loro realizzazione. Successivamente, sarà fatto anche un breve cenno alle teorie per la modellazione analitica di tali strutture.

1.1 Generalità

L'American Society for Testing and Materials (ASTM) utilizza per le strutture sandwich la seguente definizione

Una struttura sandwich è una forma speciale di laminato composito risultante dalla combinazione di differenti materiali connessi tra loro in modo da sfruttare le proprietà di ciascun componente a vantaggio strutturale dell'intero assemblaggio.

Le strutture sandwich si compongono di tre elementi fondamentali: due sottili e robuste *facce* separate da un *cuore* spesso e leggero; la connessione e il trasferimento dei carichi tra i componenti sono garantiti da uno strato adesivo (Figura 1.1).

L'assemblaggio di questi tre elementi permette di ottenere una struttura che possiede prestazioni meccaniche statiche notevolmente migliori delle singole parti da cui è formata; soprattutto in condizioni di carico dominate dalla sollecitazione di flessione.

Costituite da due sottili lamine di materiale meccanicamente performante, le facce collaborano a vicenda per equilibrare le azioni flettenti sviluppando essenzialmente sforzi normali.

Il cuore (*core* in inglese) è costituito da un materiale leggero a relativamente bassa resistenza; il suo compito principale è distanziare le facce, fornendo al sandwich grande rigidità flessionale con una densità complessiva bassa, se paragonata a quella di una struttura di pari prestazioni nel solo materiale delle facce. Inoltre, collabora alla resistenza a taglio, e stabilizza le facce nei confronti dei fenomeni di buckling (instabilità al carico di punta).

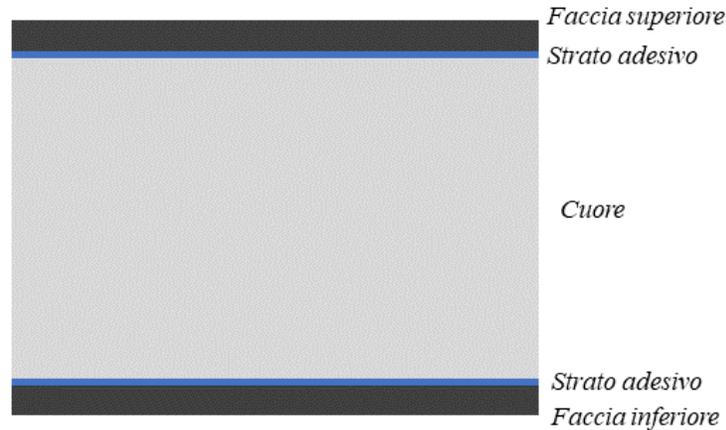


Figura 1.1: *Schema rappresentativo di una tipica struttura sandwich.*

Le notevoli proprietà meccaniche specifiche (rapportate al peso) delle strutture sandwich hanno suscitato l'interesse di svariati settori industriali ed in particolar modo di quello aerospaziale, da sempre alla ricerca di soluzioni strutturali in grado di coniugare esigenze di resistenza e leggerezza.

1.2 Materiali utilizzati

In questo paragrafo vengono passati in rassegna i principali materiali utilizzati, ad oggi, per la realizzazione di strutture sandwich; i dati tecnici che saranno indicati sono tratti da [24].

1.2.1 Facce

Alle facce si richiede una elevata resistenza flessionale, un elevato modulo a trazione, alta resistenza all'impatto, buona finitura superficiale e resistenza ambientale.

Una grande varietà di materiali può essere utilizzata nella realizzazione delle facce; la scelta dipende essenzialmente da esigenze progettuali e dalla specifica destinazione d'uso.

Una usuale classificazione divide i materiali usati in materiali metallici e materiali non metallici [24]. Al primo gruppo appartengono l'acciaio, l'alluminio e le sue leghe. Il secondo gruppo comprende una vasta gamma di materiali; tra essi si citano, in particolare, i compositi a fibre, che con la loro introduzione sul mercato hanno rivoluzionato la categoria delle strutture sandwich.

1.2.2 Il cuore

Al cuore si richiede essenzialmente di avere una bassa densità per ridurre al minimo il peso totale del sandwich. Le tipologie di cuore possono essere raggruppate in tre gruppi: nido d'ape, legno di balsa e schiume cellulari.

Nido d'ape Anche nota come *honeycomb*, questa configurazione prevede un cuore caratterizzato da una struttura a celle, di forma tipicamente esagonale o quadrata; sono possibili altre forme dipendentemente dalle caratteristiche che si vogliono ottenere.

Il nido d'ape può essere realizzato con diversi materiali. In ambito aerospaziale nel corso degli anni sono state estensivamente utilizzate le leghe di alluminio della serie 50 e 20. L'alluminio possiede una buona resistenza specifica e un'ottima conducibilità termica. La facilità di lavorazione e il costo relativamente basso ne fanno un'ottima scelta. Tuttavia, giova osservare che non è possibile realizzare un nido d'ape a base di alluminio nel caso di facce in fibre di carbonio: l'accostamento dei materiali darebbe fenomeni di corrosione per contatto galvanico (causata dalla differente *nobiltà* dei materiali). I sandwich honeycomb sono comunemente utilizzati nella fabbricazione di pale di elicottero (ad esempio Robinson R-22) e per la realizzazione di superfici di controllo di aeroplani commerciali di aviazione civile.

Legno di balsa La balsa è un albero della famiglia *Malvaceae* ampiamente diffuso nell'America centro-settentrionale. A livello microscopico, il suo legno possiede una naturale struttura a celle chiuse (diametro caratteristico 0,05 mm); esso è contraddistinto da una densità molto bassa (100-300 Kg/m³) se confrontato con altri prodotti lignei, ma considerevolmente maggiore degli altri materiali utilizzabili nella realizzazione del cuore. Inoltre, un core in balsa sarà inevitabilmente affetto da fenomeni di assorbimento igroscopico. La sua principale applicazione si ha nell'ambito dell'aeromodellismo.

Schiuma cellulare Il cuore in schiuma trova grande applicazione nel settore aerospaziale, in particolare nella realizzazione di componenti per velivoli di aviazione leggera.

Un cuore in schiuma è generalmente meno costoso di un cuore honeycomb, tuttavia, possiede una densità maggiore e non garantisce una resistenza meccanica paragonabile. Il vantaggio di utilizzare una schiuma si ha nel processo di manifattura che risulta molto semplificato. Tra le altre caratteristiche si citano le ottime proprietà in termini di isolamento acustico-termico e l'impermeabilità all'acqua (per le schiume a celle chiuse).

In commercio si ha a disposizione una vasta varietà di schiume; di seguito, vengono citate le più utilizzate in ambito aerospaziale evidenziando le loro caratteristiche principali.

Le *schiume poliuretatiche (PUR)* sono comunemente utilizzate come materiale cuore nella produzione di parti curve di aeroplani di aviazione leggera (estremità alari, componenti di fusoliera, etc.). Rispetto altre tipologie di schiuma, presentano delle caratteristiche meccaniche inferiori, ma sono relativamente poco costose e compatibili con una ampia varietà di adesivi. Possono essere prodotte a celle aperte oppure chiuse, a seconda che si voglia rispettivamente una schiuma più soffice o più rigida. Presentano una bassa conducibilità termica, frutto dell'elevato peso molecolare del polimero di base. Possono essere rese ignifughe con l'aggiunta di additivi ritardanti di fiamma a base di fosforo.

La *schiuma polistirene (PS)* anche nota comunemente come *polistirolo*, presenta una struttura a celle chiuse compatta (assenza di vuoti tra le celle). Con una densità di 15-300 Kg/m³ possiedono proprietà meccaniche abbastanza buone (in particolare a compressione) a un costo basso.

Le *schiume PVC* sono senza dubbio le schiume più usate nella realizzazione di strutture sandwich. Note anche con i nomi commerciali Divinycell[®], Klegecell[®] e Airex[®], possiedono una densità di 30-450 Kg/m³ e una struttura a celle chiuse. Rispetto alle schiume PUR e PS sono più costose, ma garantiscono migliori caratteristiche meccaniche. Sono ignifughe, resistenti all'acqua e hanno un'ottima durabilità.

Le *schiume PMI* anche note con il nome commerciale Rohacell[®] sono delle schiume a celle chiuse utilizzate per la realizzazione di elementi cuore di una vasta gamma di componenti sandwich per l'aviazione. Presentano una struttura fine a celle chiuse e possiedono una densità di 30-300 Kg/m³. Le eccellenti proprietà meccaniche rispetto alle altre tipologie di schiume ne fanno tra le più costose. Il loro principale vantaggio è dato dalla resistenza a temperature elevate (180°) che permette di produrre componenti sandwich in un solo passaggio (co-curing), riducendo notevolmente i tempi di produzione.

1.3 Cenni ai modelli teorici per strutture multistrato

Sebbene, la modellazione teorica del comportamento di strutture multistrato esuli dagli scopi sperimentali di questa tesi, si ritiene importante almeno farne cenno per completezza. Maggiori dettagli possono essere approfonditi in libri di testo specifici sull'argomento [14].

Rispetto le comuni strutture isotrope a singolo strato, le configurazioni multistrato mostrano delle complicazioni che si ripercuotono inevitabilmente nella modellazione teorica.

Nelle strutture sandwich l'utilizzo di materiali diversi per gli strati, comporta una variazione importante delle caratteristiche meccaniche lungo lo spessore: anisotropia trasversale. Proprio tale discontinuità produce un campo di spostamenti che osserva un repentino cambio di pendenza in corrispondenza dell'interfaccia tra gli strati; a questo comportamento tipico delle strutture multistrato si ci riferisce in letteratura con il nome *effetto zig-zag*.

Considerazioni di equilibrio (Teorema di Cauchy), impongono la continuità delle tensioni trasversali (di taglio e normale) lungo lo spessore; questa condizione è nota in letteratura come *continuità interlaminare*. Di contro le tensioni nel piano possono essere in generale discontinue all'interfaccia.

Una tipica classificazione adottata dei modelli che viene proposta in letteratura [3] distingue tra:

- Modelli *Equivalent Single Layer* (ESL) in cui lo spessore del laminato è ricondotto a un singolo strato equivalente, introducendo delle assunzioni sul campo di spostamenti o sullo stato tensionale, lungo l'intero spessore del multistrato;
- i modelli *Layerwise* LW, diretta evoluzione dei modelli ESL, riprendono le assunzioni, che nei modelli ESL erano estese a tutto lo spessore, applicandole strato per strato.

Capitolo 2

Digital Image Correlation

Sviluppati a partire dai primi anni '80, i metodi di misura ottici hanno senza dubbio rappresentato una rivoluzione nell'ambito della meccanica sperimentale, contribuendo ad alimentare la naturale ricerca di nuovi metodi di misura, da sempre fondamentale per il continuo progresso scientifico. Ad essi appartiene la Digital Image Correlation (DIC), alla base di questo lavoro di tesi.

In questo secondo capitolo, verranno introdotti i concetti fondanti della tecnica DIC, evidenziandone vantaggi e svantaggi rispetto ai metodi di misura tradizionalmente utilizzati. Dopo un breve rassegna dell'evoluzione storica del metodo, vengono presentati i principi di funzionamento della correlazione, introducendo i concetti di subset e di speckle pattern. Verranno presentati e confrontati i diversi criteri di correlazione. Si tratterà la determinazione del campo di spostamento bidimensionale introducendo i concetti di interpolazione sub-pixel e di funzioni di forma, per poi estendere la procedura al tridimensionale.

Infine, si dedicherà uno spazio alle tecniche di deposizione comunemente utilizzate per la realizzazione dello speckle pattern e verranno citate alcune attività sperimentali condotte su strutture sandwich utilizzando la DIC.

2.1 Generalità

La Digital Image Correlation si basa sulla semplice idea di confrontare immagini dello stesso oggetto catturate in differenti condizioni di carico o istanti temporali e, tramite successiva elaborazione, di determinare il corrispondente campo di spostamento e deformazione (ove presente).

In tutto il mondo, le misurazioni basate su trasduttori di spostamento ed estensimetri rappresentano uno standard nei laboratori di meccanica sperimentale. Tuttavia, la natura puntuale di tali misurazioni, il necessario contatto sensore-provino e la notevole complessità del setup sperimentale al crescere della scala, pongono importanti limitazioni a risultati che è possibile ottenere. La DIC offre soluzione a diversi dei problemi menzionati: essa permette di ottenere misurazioni globali (*full-field*), il che ne fa un metodo estremamente flessibile e applicabile, con relativa facilità, ad una vasta gamma di scale. L'assenza di contatto tra strumento di

misura e provino ne fa una tecnica non invasiva, garantendo che lo strumento di misura non alteri le proprietà del campione (di particolare interesse nei materiali con basso modulo di rigidità). Inoltre, l'utilizzo di un unico strumento garantisce omogeneità delle misurazioni. Di contro, il principale svantaggio associato alla tecnica DIC è la possibilità di analizzare esclusivamente superfici in vista al sistema che siano adeguatamente preparate ed illuminate.

Classificazione delle tecniche DIC In accordo con quanto riportato in letteratura [11], è possibile catalogare le tecniche DIC in tre macro-categorie sulla base della tecnologia utilizzata in termini di strumentazione e delle conseguenti capacità di misurazione. La più semplice è la tecnica DIC-2D che utilizza una singola fotocamera posizionata con asse ottico perpendicolare alla superficie di misura. La sua applicabilità è limitata all'analisi di superfici piane e valutazione di spostamenti nel piano.

Per superfici non piane o per superfici che, a seguito del processo deformativo, osservano movimenti fuori dal piano devono essere utilizzati sistemi DIC-3D a doppia fotocamera (anche noti come sistemi stereoscopici); questi sfruttano i principi della visione binoculare, utilizzando una coppia di fotocamere sincronizzate per ricostruire il campo di spostamento tridimensionale.

Infine, come diretta evoluzione delle precedenti possono essere considerati gli innovativi sistemi di Digital Volume Correlation (DVC), basati sulla correlazione di immagini tridimensionali catturate utilizzando tecniche quali la tomografia computerizzata a raggi X o la risonanza magnetica.

Schema di implementazione La procedura di determinazione del campo di spostamento e deformazione mediante Digital Image correlation, indipendentemente dalla specifica tecnica considerata, può essere riassunta in tre consecutivi passaggi fondamentali.

- Preparazione della superficie del provino;
- Acquisizione digitale delle immagini;
- Determinazione del campo di spostamento e deformazione mediante algoritmi di correlazione.

Sviluppo storico Già a partire dai primi anni '70 furono sviluppati e proposti algoritmi in grado di confrontare due immagini catturate ad istanti differenti con l'intento di valutare uno spostamento avvenuto tra le due. Nonostante ciò, la prima vera applicazione della tecnica DIC nel campo meccanica sperimentale venne proposta nel 1982 dai ricercatori Peters and Ranson (University of South Carolina). L'articolo pubblicato sulla rivista *Optical Engineering* descriveva una pionieristica applicazione della tecnica DIC-2D per la determinazione del moto di corpo rigido di un piccolo provino in alluminio [13].

Viene così inaugurata una prima fase storica della DIC, nota in letteratura come *foundation-laying phase*, che si è protratta dal 1982 al 1999 [11]. Durante questo periodo vengono poste le basi del metodo; l'attività di ricerca è focalizzata sulla comprensione e lo sviluppo della tecnica, risolvendo criticità e formulando al contempo algoritmi sempre più precisi e veloci.

Di particolare importanza a questo proposito sono i contributi dati da Sutton e dei suoi colleghi con una serie di articoli pubblicati nel periodo tra 1983 e il 1989.

Il progresso tecnologico in ambito informatico e nella produzione di sensori ad alta risoluzione ha migliorato nel corso degli anni la tecnica DIC, rendendola al contempo più veloce ed economica; si sono così creati i presupposti per una sua diffusione su larga scala. Il periodo compreso tra il 2000 e il 2009 viene indicato in letteratura con il nome *boom phase* [11], contraddistinto per l'esponenziale crescita di pubblicazioni scientifiche sull'argomento. In questa fase, l'attività di ricerca conduce ad un ulteriore miglioramento degli algoritmi di correlazione e una migliore valutazione degli errori. Inoltre, si ha una graduale diffusione del metodo anche a diversi ambiti della meccanica dei solidi.

Negli anni a seguire la tecnica DIC ha goduto di una popolarità sempre crescente e, ad oggi, si può affermare che la DIC è utilizzata da scienziati e ricercatori di tutto il mondo per ottenere misure di spostamento e deformazione, rappresentando e continuando in futuro a rappresentare il più popolare e importante strumento di misura nella comunità della meccanica sperimentale [11].

2.2 Fondamenti della correlazione

Tutti gli algoritmi di elaborazione delle immagini si basano sul tracciamento delle distribuzioni di grigi. Per comprendere appieno i principi alla base del procedimento di correlazione è necessario, innanzitutto, introdurre le immagini digitali a gradazioni di grigio e come esse vengono rappresentate all'interno di un calcolatore (computer).

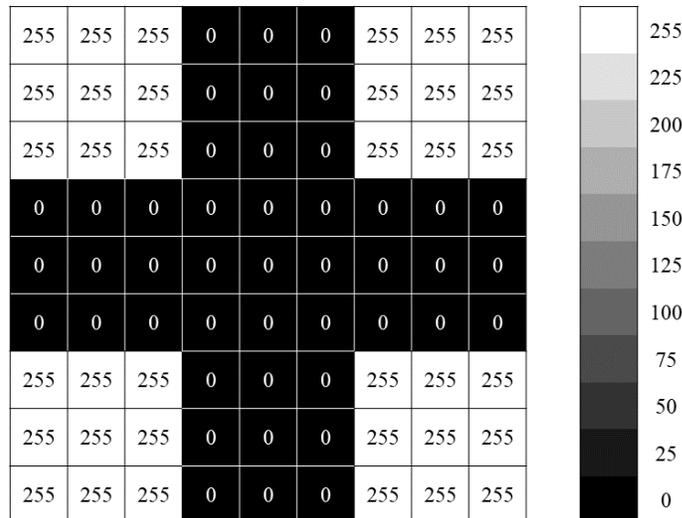


Figura 2.1: *Rappresentazione digitale delle immagini a gradazioni di grigio*

Rappresentazione digitale delle immagini Le immagini digitali a gradazioni di grigio hanno una rappresentazione di tipo *raster*; l'informazione grafica (immagine) è costituita da una griglia discreta di punti, chiamati *pixel*, la cui colorazione è codificata in 8/16-bit a seconda del numero di livelli colore (in genere da 4 a 256 livelli). Ogni livello di colore è univocamente rappresentato da un numero intero detto *valore di grigio* all'interno della scala dei livelli tra il nero e il bianco; ad esempio, assumendo 256 livelli al colore nero sarà associato il valore 0 mentre al colore bianco il valore 255 (Figura).

La codifica 16-bit è ideale per le applicazioni tecniche, quali la Digital Image Correlation, che richiedono un elevato numero di livelli; si prediligono pertanto formati immagine che supportano nativamente la scala di grigio a 16-bit (ad esempio TIFF). Va osservato che avvenendo la distribuzione dei grigi sulla scala dei pixel l'applicazione del metodo dipende direttamente dalla qualità dei sistemi di acquisizione.

Problema di apertura e subset In generale non è possibile trovare la corrispondenza di un singolo pixel in una prima immagine in una seconda. Infatti, il livello di grigio di un singolo pixel può essere ritrovato in migliaia di altri pixel nella seconda immagine; non è quindi garantita la corrispondenza univoca [20]. Tale problema noto in letteratura come problema di apertura (aperture problem), può essere risolto cercando la corrispondenza di un *subset*, ovvero un piccolo sottoinsieme quadrato di pixel.

Le immagini digitali suddivise in subset vengono elaborate dall'algoritmo di correlazione che, ottimizzando un opportuno *coefficiente di correlazione*, determina la corrispondenza tra l'immagine di riferimento e le immagini correnti. Viene così individuata la posizione del subset deformato, e calcolati i campi di spostamento e deformazione.

2.3 Speckle pattern

La preparazione della superficie dell'oggetto da analizzare influisce significativamente sulla accuratezza e precisione del campo di spostamento misurato con tecnica DIC. Ogni subset dovrebbe presentare delle caratteristiche uniche per garantire una corrispondenza univoca; pertanto, la superficie deve essere adeguatamente preparata, così da mostrare un motivo grigio casuale ad un livello sufficientemente basso di scala. Quanto detto è realizzato riproducendo sulla superficie un motivo (disegno) che prende il nome *speckle pattern*.

Per risolvere univocamente il problema di correlazione, come mostrato da numerose ricerche sul tema, il pattern ideale dovrebbe essere [9][1]:

- Casuale e isotropo; ovvero non presentare schemi ripetitivi e orientazioni privilegiate che traggano in inganno l'algoritmo e di conseguenza facilitare la determinazione del campo di moto;
- ad elevato contrasto rispetto lo sfondo sul quale applicato, per ridurre il livello di rumore nelle immagini catturate;
- caratterizzato da una dimensione minima superiore a 3-5 pixel e da una limitata variabilità dimensionale;

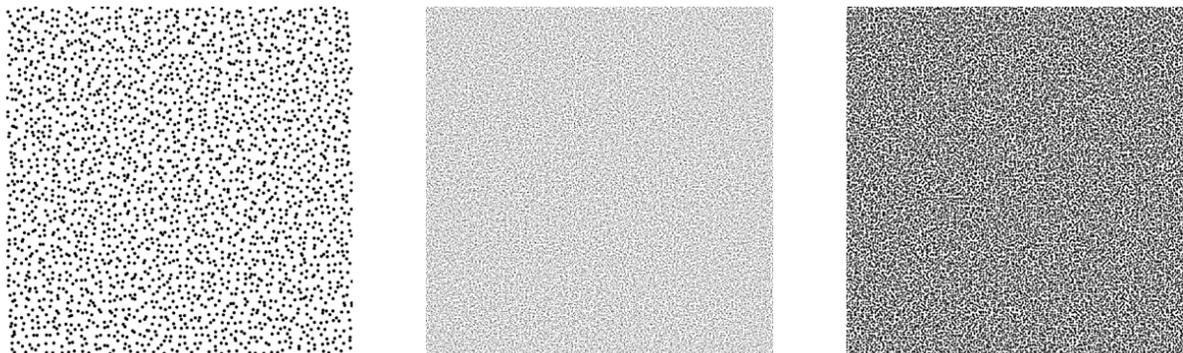


Figura 2.2: Esempi di pattern con diversa densità, variabilità e dimensione.

- perfettamente aderente alla superficie del del provino;

I requisiti sopra elencati sono indipendenti dallo specifico algoritmo DIC adottato e dovrebbero essere sempre rispettati per ottenere misurazioni accurate. Tuttavia, va considerato che la creazione del pattern ottimale non è sempre di facile realizzazione e dipende da fattori esterni quali la natura del materiale e la dimensione del provino.

In letteratura sono proposti diversi indici per valutare qualitativamente l'adeguatezza del pattern; si citano a tal proposito il parametro locale *Sum of Square of Subset Intensity Gradient* SSSIG e la sua estensione globale *Mean Intensity Gradient* (MIG) [10].

2.4 Criteri di correlazione

La corrispondenza tra i subset dell'immagine di riferimento e delle immagini correnti viene valutata qualitativamente ottimizzando un opportuno *coefficiente di correlazione*; esso traduce matematicamente la somiglianza (o dissomiglianza) tra subset, sulla base della distribuzione dei valori di grigio associata a ciascuno di essi.

All'interno dell'immagine di riferimento F si considera un generico subset quadrato costituito da una griglia di pixel di dimensioni $2(M + 1) \times 2(M + 1)$. Nel sistema di riferimento $x - y$ considerato, siano (x_i, y_j) con $i, j = -M : M$ le coordinate del pixel posizionato nella i -esima riga e alla colonna j -esima della griglia. Similmente un pixel posizionato in un subset dell'immagine corrente G avrà coordinate (x'_i, y'_j) . Ogni subset definito nell'immagine di riferimento viene confrontato con i subset di pari dimensioni estraibili dall'immagine corrente per determinarne la corrispondenza.

Si definiscono le funzioni scalari $f(x_i, y_j)$ e $g(x'_i, y'_j)$ che rappresentano il valore di grigio rispettivamente del pixel in posizione (x_i, y_j) del subset dell'immagine di riferimento e del pixel in posizione (x'_i, y'_j) nel subset dell'immagine corrente. A titolo di esempio in figura 2.3 è stata riportata la rappresentazione grafica di un subset posizionato all'interno dell'immagine di riferimento con i relativi valori di grigio $f(x_i, y_j)$.

Si hanno diversi criteri di correlazione, ciascuno dei quali è caratterizzato da un differente coefficiente di correlazione. In accordo con quanto riportato in letteratura, i criteri di

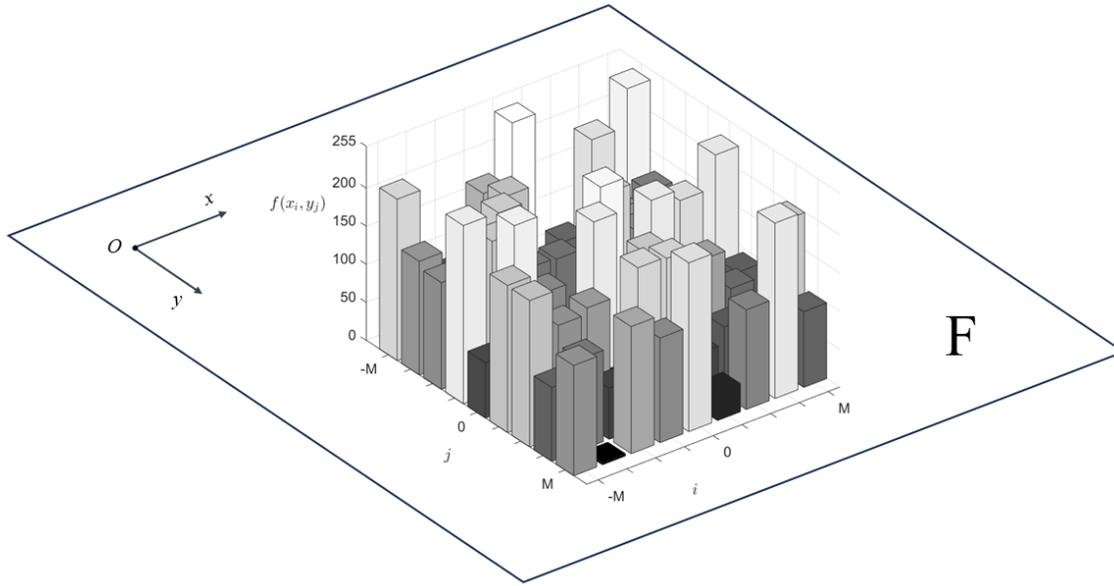


Figura 2.3: *Subset quadrato all'interno dell'immagine di riferimento.*

correlazione possono essere categorizzati in due gruppi: i criteri di correlazione incrociata CC (*cross correlation criterion*) e i criteri della somma della differenza quadrata SSD (*sum squared differences criterion*).[12].

Storicamente il primo, nonché il più semplice, criterio ad essere introdotto è stato il criterio di correlazione incrociata CC che definisce il coefficiente di correlazione C_{CC} come segue

$$C_{CC} = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [f(x_i, y_j) g(x'_i, y'_j)] \quad (2.1)$$

La migliore corrispondenza tra subset si ottiene per il valore massimo assunto dal coefficiente C_{CC} .

Il criterio della somma della differenza quadrata SSD considera il seguente coefficiente di correlazione

$$C_{SSD} = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [f(x_i, y_j) - g(x'_i, y'_j)]^2 \quad (2.2)$$

In questo caso la migliore corrispondenza tra subset si ottiene per il valore minimo del coefficiente C_{SSD} .

Anche per condizioni sperimentali quasi ideali si possono avere differenze di intensità (luminosità) in posizioni corrispondenti di immagini registrate ad istanti diversi; queste differenze possono essere dovute al cambiamento delle luci, cambiamento della riflettività dell'oggetto, deformazione, cambiamento di orientamento del provino oppure, nel caso di sistemi stereoscopici, alla differenza di angolo tra le camere[20]. Pertanto, diventa cruciale adottare dei criteri di correlazione che siano in grado di individuare la corretta corrispondenza tra subset

anche in presenza di queste inevitabili variazioni. In generale, si possono avere: variazioni di scala quando le intensità dei subset variano di una costante moltiplicativa, variazioni di offset quando variano di una costante additiva o una combinazione di esse.

I semplici criteri appena introdotti sono sensibili ad entrambe queste categorie di variazione e possono condurre a risultati erronei; pertanto, vengono comunemente utilizzate nella pratica le loro versioni normalizzate (NCC e NSSD) o zero normalizzate (ZNCC e ZNSSD).

La derivazione di tali criteri "migliorati" muove dai criteri di base CC e SSD; all'interno dell'espressione del rispettivo coefficiente di correlazione si sostituisce alla funzione livello di grigio $g(x'_i, y'_j)$ la sua trasformazione fotometrica di $\Phi(g)$. A seconda della forma assunta per $\Phi(g)$ si possono ottenere diversi criteri.

Nel caso di variazioni di scala la trasformazione fotometrica assume la forma $\Phi(g) = a \cdot g$ essendo a una costante moltiplicativa. Minimizzando i coefficienti di correlazione rispetto ad a è possibile ottenere i corrispondenti criteri normalizzati.

$$C_{NCC} = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M \left[\frac{f(x_i, y_j) g(x'_i, y'_j)}{\bar{f} \bar{g}} \right] \quad (2.3)$$

$$C_{NSSD} = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M \left[\frac{f(x_i, y_j)}{\bar{f}} - \frac{g(x'_i, y'_j)}{\bar{g}} \right]^2 \quad (2.4)$$

Essendo \bar{f} e \bar{g} rispettivamente il valore medio dei livelli di grigio nel subset dell'immagine di riferimento e dell'immagine corrente.

$$\bar{f} = \sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [f(x_i, y_j)]^2} \quad \bar{g} = \sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [g(x'_i, y'_j)]^2} \quad (2.5)$$

In virtù della trasformazione fotometrica adottata, i criteri NCC, NSSD risultano indipendenti per variazioni di scala dell'intensità; tuttavia, risultano sensibili per variazioni additive (offset). Assumendo la trasformazione fotometrica $\Phi(g) = a \cdot g + b$, con a costante moltiplicativa e b costante additiva, si perviene alle versioni zero normalizzate insensibili ad entrambe le variazioni.

$$C_{ZNCC} = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M \frac{[f(x_i, y_j) - f_m] \cdot [g(x'_i, y'_j) - g_m]}{\Delta f \Delta g} \quad (2.6)$$

$$C_{ZNSSD} = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M \left[\frac{f(x_i, y_j) - f_m}{\Delta f} - \frac{g(x'_i, y'_j) - g_m}{\Delta g} \right]^2 \quad (2.7)$$

Nella quali

$$f_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M f(x_i, y_j) \quad g_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M g(x'_i, y'_j) \quad (2.8)$$

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [f(x_i, y_j) - f_m]^2} \quad \Delta g = \sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [g(x'_i, y'_j) - g_m]^2} \quad (2.9)$$

Giova, infine, osservare che i criteri CC e SSD sono tra loro legati; ad esempio è possibile dedurre il criterio ZNCC da ZNSSD e viceversa [10].

2.5 Interpolazione sub-pixel

La natura discreta delle funzioni $f(x_i, y_j)$, $g(x'_i, y'_j)$ non è vantaggiosa per la determinazione del campo di spostamento. Infatti, le coordinate (x'_i, y'_j) nel subset deformato possono essere posizionate nella regione interna dei pixel; si parla in questo caso di posizionamento *sub-pixel*. Pertanto, prima di applicare un qualsiasi criterio di correlazione è necessario determinare il livello di grigio in corrispondenza di tali punti mediante interpolazione. In questo modo è possibile ottenere una sensibilità di misura inferiore al pixel.

In letteratura sono proposti diversi schemi interpolatori tra i quali la *bilinear interpolation*, *bicubic interpolation*, *bicubic B-spline interpolation*, *biquintic B-spline* [12]. Nulla si vuole aggiungere in questa sede a quanto è possibile trovare su testi specifici di calcolo numerico. Va, tuttavia, osservato che elevati ordini di interpolazione conducono a una migliore convergenza degli algoritmi di correlazione rispetto schemi di ordine minore. [12][7][16].

2.6 Funzioni di forma

Il subset di riferimento a seguito della deformazione può assumere una forma distorta nell'immagine corrente. Ipotizzando piccoli spostamenti e continuità della deformazione, ovvero escludendo la formazione di fratture è lecito assumere che un intorno di punti nel subset di riferimento resti tale anche nel subset corrente. Un punto $Q(x_i, y_j)$ nel subset di centro $P(x_0, y_0)$ nell'immagine di riferimento può essere mappato nel punto $Q'(x'_i, y'_j)$ nel subset dell'immagine corrente attraverso delle opportune *funzioni di forma*.

$$\begin{aligned} x'_i &= x_i + \xi(x_i, y_j) \\ y'_j &= y_j + \eta(x_i, y_j) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Nel caso di moto rigido ogni punto del subset è soggetto ad uno spostamento uniforme; in questo caso particolare possono essere utilizzate delle funzioni di forma di ordine zero

$$\begin{aligned} \xi_0(x_i, y_j) &= u(P) \\ \eta_0(x_i, y_j) &= v(P) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Essendo $u(P)$ e $v(P)$ rispettivamente le componenti del vettore spostamento \mathbf{s} nella direzione x e nella direzione y del punto centrale del subset.

Nella maggior parte delle applicazioni ingegneristiche si è, tuttavia, interessati a valutare campi di spostamento risultato della combinazione di allungamento, compressione, scorrimento,

rotazione. Si introducono a questo proposito le funzioni di forma del primo ordine.

$$\begin{aligned}\xi_1(x_i, y_j) &= u(P) + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y \\ \eta_1(x_i, y_j) &= v(P) + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y\end{aligned}\quad (2.12)$$

Nelle quali $\Delta x = x_i - x_0$, $\Delta y = y_j - y_0$ sono le distanze dal centro del subset del punto $Q(x_i, y_j)$ rispettivamente nella direzione x e nella direzione y . Nel proseguo, per non appesantire la trattazione, si adotterà una notazione compatta per l'operazione di derivazione indicando a pedice la variabile rispetto la quale si sta effettuando l'operazione di derivazione: u_x , u_y , v_x , v_y .

Per campi di spostamenti più complessi possono essere utilizzate funzioni di forma del secondo ordine che presentano l'aggiunta di ulteriori termini non lineari.

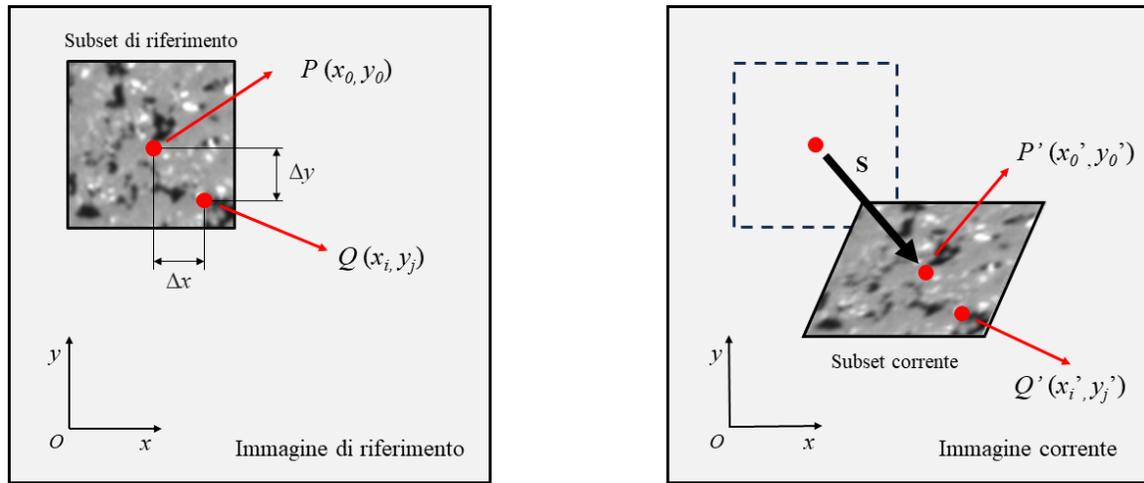


Figura 2.4: *Illustrazione schematica del subset di riferimento prima e dopo la deformazione.*

2.7 Determinazione del campo di spostamento

Nell'immagine di riferimento si considera un subset quadrato di dimensioni $(2M+1) \times (2M+1)$ pixel con centro nel punto $P(x_0, y_0)$. A seguito della deformazione, nell'immagine corrente, il centro del subset si sposta in un nuovo punto $P'(x'_0, y'_0)$. Analogamente un punto $Q(x_i, y_j)$ nell'intorno di P si sposterà in $Q'(x'_i, y'_j)$. Utilizzando, per semplicità, le funzioni di forma del primo ordine è possibile mappare Q in Q' come segue

$$\begin{aligned}x'_i &= x_i + u(P) + u_x \Delta x + u_y \Delta y \\ y'_j &= y_j + v(P) + v_x \Delta x + v_y \Delta y\end{aligned}\quad (2.13)$$

La determinazione del campo di spostamento e deformazione si riconduce al calcolo del *vettore dei parametri di correlazione* $\mathbf{p} = (u, v, u_x, u_y, v_x, v_y)$, per ogni subset. Il problema può essere risolto applicando degli opportuni metodi numerici iterativi denominati *algoritmi di correlazione*.

In letteratura, nel corso degli anni, sono stati proposti svariati algoritmi di correlazione sempre più precisi e veloci. Il principio alla base di questi metodi è l'espressione del coefficiente di correlazione in funzione del vettore dei parametri di correlazione; successivamente viene iterativamente calcolato il valore di \mathbf{p} che ottimizza il coefficiente di correlazione (massimo in caso di criteri CC minimo per criteri SSD). Per inizializzare il calcolo iterativo è necessaria una stima iniziale del vettore dei parametri di correlazione \mathbf{p}_0 sufficientemente vicina al valore reale; si osserva, a tale proposito, che un valore di tentativo inaccurato può rallentare l'algoritmo o fornire un risultato errato a convergenza.

Tra gli algoritmi comunemente utilizzati si citano i metodi *Iterative spatial domain cross-correlation algorithm* e *Spatial-gradient-Based algorithm*.

Calcolo degli spostamenti 3D Utilizzando un sistema stereoscopico, ad ogni acquisizione corrispondono due immagini (una per ogni camera). Definita la regione di interesse, l'immagine di sinistra della acquisizione di riferimento è divisa in subset. Successivamente le immagini di sinistra di ogni acquisizione sono confrontate con l'immagine di sinistra dell'acquisizione di riferimento e ogni immagine di destra con l'immagine di sinistra della acquisizione corrispondente. Confrontate le immagini vengono determinate le coordinate nello spazio tridimensionale di tutti i punti, attraverso algoritmi di triangolazione che fanno uso dei parametri di calibrazione.

Gli spostamenti di ciascun punto sono determinati direttamente confrontando le coordinate della cattura corrente e della cattura di riferimento [21].

2.8 Principali tecniche di deposizione del pattern

La deposizione del pattern è l'unica procedura di preparazione da effettuare sui provini per poter applicare la tecnica di Digital Image Correlation. La realizzazione di un buon pattern è un aspetto cruciale per l'ottenimento di misurazioni accurate e per la buona riuscita della correlazione.

La qualità del pattern che è possibile ottenere dipende direttamente dalle caratteristiche dell'oggetto (materiale, dimensione, finitura superficiale, etc.) e dalla tecnica di deposizione adottata.

Una usuale classificazione presente in letteratura distingue tra *pattern naturali* e *pattern artificiali* [4]. Alla prima categoria appartengono i pattern che risultano dalla struttura stessa del materiale e dalla sua finitura. Alla seconda categoria appartengono i pattern realizzati artificialmente mediante una procedura di deposizione.

La ricerca propone continuamente nuove ed innovative tecniche di deposizione; focalizzando l'attenzione sulla realizzazione di pattern "macroscopici" se ne presentano alcune di esse comunemente utilizzate, mettendone in luce vantaggi, svantaggi e applicabilità.

Deposizione a spruzzo Mediante aerografo o bomboletta spray si deposita della vernice sul provino da analizzare in modo da creare su di esso un motivo maculato. Le caratteristiche del pattern dipendono dai seguenti parametri di processo: distanza tra ugello e superficie di deposizione e pressione dell'aria[4]. In figura 2.5 è proposto uno schema rappresentativo della tecnica.

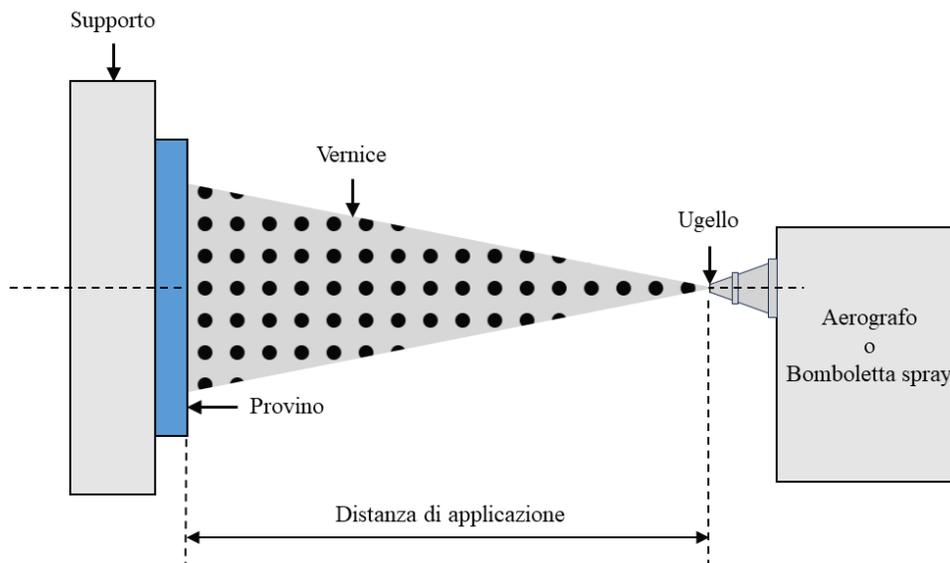


Figura 2.5: *Rappresentazione schematica della tecnica di deposizione a spruzzo.*

Per non alterare le caratteristiche del provino, la vernice utilizzata deve essere chimicamente inerte nei confronti di esso. Un parametro importante è rappresentato dalla viscosità della vernice: una vernice poco viscosa potrebbe causare problemi di sgocciolamento, di contro una elevata viscosità potrebbe non consentire una corretta distribuzione. A questo proposito va osservato che che lo strato di vernice dovrebbe essere sottile per aderire correttamente. Da quanto detto risulta evidente che la scelta della vernice gioca un ruolo fondamentale; in generale a temperatura ambiente possono essere utilizzate comuni vernici commerciali.

Un pattern ad elevato contrasto può essere realizzato sia utilizzando vernice bianca su fondo nero sia vernice nera su fondo bianco; tuttavia, comunemente è preferibile la seconda tecnica in quanto permette di mitigare la presenza nelle immagini di zone di sovra-esposizione (elevata luminosità).

La tecnica a spruzzo è indicata per provini di dimensioni ridotte contenute tra i 25 mm e 1,25 m come indicazione di massima.

Deposizione con matrice Una matrice forata (stencil) viene interposta tra il substrato del provino e la sorgente di vernice. La qualità del pattern è direttamente connessa alla realizzazione dei fori, i quali devono presentare una distribuzione stocastica. Generalmente realizzata in vinile (materiale plastico anche noto come PVC), la matrice è forata mediante procedure a controllo numerico come laser-cutting o water-jet cutting.

Le stesse considerazioni esposte per la deposizione a spruzzo, circa le caratteristiche della vernice, restano valide anche per questa metodologia.

La tecnica con stencil è particolarmente indicata per provini piani di grandi dimensioni e permette di ottenere un pattern ottimo e dotato di un buon contrasto. Nel caso di provini non piani o con presenza di spigoli vivi, per garantire un corretto accostamento tra matrice e substrato, è necessario prevedere diversi stencil in modo da seguire la geometria del provino; quanto detto fa inevitabilmente lievitare i costi della tecnica che di conseguenza viene sconsigliata per geometrie dalle spiccate caratteristiche tridimensionali.

Stampa del pattern Pattern casuali di diversa variabilità, dimensione e densità possono essere generati digitalmente mediante software e stampati per poi essere applicati sul provino.

La stampa può avvenire su fogli di carta o di vinile utilizzando delle comuni stampanti o plotter laser. La principale difficoltà è connessa alla procedura di applicazione dei fogli sul substrato del provino; ottenuta generalmente utilizzando delle colle, l'adesione deve essere tale da garantire che il foglio si deformi esattamente come l'oggetto. Per tali ragioni, non è una tecnica particolarmente indicata per provini con superfici poco regolari o per configurazioni strutturali caratterizzate da elevata anisotropia (ad esempio multistrato e sandwich).

Questa tecnica è applicabile per una vasta gamma di dimensioni dei provini: da pochi centimetri a diversi metri (0,2-4 m).

Deposizione con spazzola Una spazzola imbevuta di vernice viene manualmente tamponata sul substrato di provino. Questa tecnica è molto utilizzata per provini di elevate dimensioni. Il principale svantaggio ad essa associato è l'elevato rischio di ottenere un pattern periodico.

2.9 Analisi sperimentale di strutture sandwich mediante DIC

La grande diffusione delle strutture sandwich ha incoraggiato nel corso degli anni una vasta attività di ricerca finalizzata alla modellazione analitico/numerica di questa tipologia di strutture; tuttavia, questo campo è stato interessato da una relativamente ridotta attività sperimentale.

Il primo lavoro che si vuole citare è un articolo del 2021 dovuto a Giordano et al [6]; in questo studio la tecnica DIC è impiegata per l'analisi sperimentale di una trave sandwich, costituita da due robuste facce in fibra di carbonio e da un cuore soffice in schiuma, con lo scopo di verificare la validità di diversi modelli teorici e numerici nel prevedere la realtà fisica. Viene determinato sperimentalmente il campo globale di spostamento e di deformazione nel piano della trave sottoposta a prova di flessione su tre punti, confrontando con sei diversi modelli

teorici/sperimentali; non si è riscontrata in generale una buona corrispondenza, eccetto per i modelli FEM che predicono correttamente la deflessione (errori comunque del 40% nei valori). L'autore ipotizza come causa l'assunzione teorica di carico puntiforme non realizzabile sperimentalmente. Dal punto di vista di applicazione della DIC viene mostrato come la naturale porosità della schiuma possa essere sfruttata a vantaggio della correlazione, orientando opportunamente il sistema di illuminazione.

Un altro interessante lavoro sperimentale si deve a Sayahlatifi et al [15]; esso riguarda l'analisi numerico/sperimentale di strutture sandwich con cuore in balsa e facce in alluminio sottoposte a prova di flessione in tre punti. La tecnica DIC è utilizzata per misurare il campo di spostamento e la deflessione durante il processo di carico; i risultati sono confrontati con dei modelli numerici FEM osservando una buona corrispondenza qualitativa e quantitativa.

Relativamente al confronto DIC-FEM nell'analisi del campo di deformazione si cita anche un interessante articolo del 2015 [19].

La tecnica DIC trova applicazione anche nell'ambito della caratterizzazione meccanica. In un articolo del 2010[2] essa viene utilizzata per misurare il campo di deformazione in campioni di schiuma di alluminio soggetti a carico di compressione e taglio. Il sistema DIC mostra precisione e versatilità difficilmente ottenibili con altri metodi sperimentali e una corrispondenza con essi nei risultati. Si cita anche un lavoro di Wang et al del 2013 [23] in cui la tecnica DIC è applicata con successo nella caratterizzazione meccanica di schiume PVC.

Capitolo 3

Modelli FEM

Qualsiasi indagine sperimentale non può prescindere da una preliminare analisi numerica volta a caratterizzare il fenomeno di interesse. Nell'ambito dell'analisi strutturale, quanto detto, si declina nella realizzazione di un modello agli elementi finiti rappresentativo della struttura o del componente oggetto dell'attività sperimentale. Nel settore aerospaziale il codice NASTRAN, sviluppato dalla NASA a partire dalla fine degli anni '60 rappresenta da anni il riferimento; in questa tesi si è fatto uso della sua versione commerciale MSC NASTRAN [5]. Le operazioni pre e post-processing sono state condotte con il software MSC PATRAN.

In questo capitolo, dopo una descrizione dei provini sandwich che saranno oggetto di indagine sperimentale, verrà affrontato il problema della loro modellazione numerica agli elementi finiti.

3.1 Descrizione del problema

Scopo di questa tesi è l'analisi sperimentale del comportamento statico di travi sandwich utilizzando la tecnica Digital Image Correlation. Si hanno a disposizione in laboratorio un totale di quattro provini sandwich da analizzare staticamente mediante prova di flessione su tre punti. Prima di procedere all'esecuzione delle prove sperimentali in laboratorio, si vogliono realizzare dei modelli agli elementi finiti rappresentativi dei provini in oggetto; con lo scopo di utilizzarli sia come riferimento per valutare i risultati sperimentali sia per caratterizzare preventivamente il comportamento dei provini, in modo da orientare correttamente le analisi sperimentali.

I provini I provini che si hanno a disposizione sono costituiti da due facce metalliche in lega di alluminio 7075 e un cuore in schiuma Rohacell[®] IG-31. L'adesione tra facce e cuore è assicurata da uno specifico collante aeronautico. Lo spessore di ciascuna delle due facce è h_f , mentre lo spessore del cuore è h_c ; lo spessore totale è $h = 2h_f + h_c$. Si indica con L la dimensione longitudinale (lunghezza) del provino e con B la sua profondità. In tabella 3.1 si ha la denominazione associata ad ogni provino e le rispettive caratteristiche geometriche (lo spessore h è ottenuto come media di più misurazioni nella lunghezza della trave).

Nome provino	L [mm]	B [mm]	h_f [mm]	h_c [mm]	h [mm]	h_f/h_c	L/h
B01	640	90,0	3,0	38,60	44,6	0,08	14,35
B02	490	90,0	3,0	37,30	43,3	0,08	11,32
B03	340	90,0	3,0	37,50	43,5	0,08	7,82
B04	280	90,0	3,0	37,10	43,1	0,08	6,50

Tabella 3.1: Denominazione e caratteristiche geometriche dei provini sandwich.

Si può osservare, come i provini risultino delle travi *tozze*, mostrando un rapporto tra lunghezza e spessore inferiore a 15. Nel proseguo della trattazione si utilizzerà indifferentemente la dicitura provino/trave intendendo gli stessi oggetti.

La prova L'analisi statica dei provini viene realizzata eseguendo delle prove di flessione su tre punti. Nella sua configurazione usuale, la prova prevede l'applicazione, mediante un cilindro di carico, di una sollecitazione trasversale applica in corrispondenza della mezzeria di una trave, semplicemente appoggiata in due punti simmetricamente disposti rispetto l'asse di simmetria verticale. In figura 3.1 viene rappresentato lo schema tipico della prova. La distanza degli appoggi dall'estremo libero viene denotata con a ed è posta pari a 20 mm per tutte le prove che si hanno intenzione di condurre.

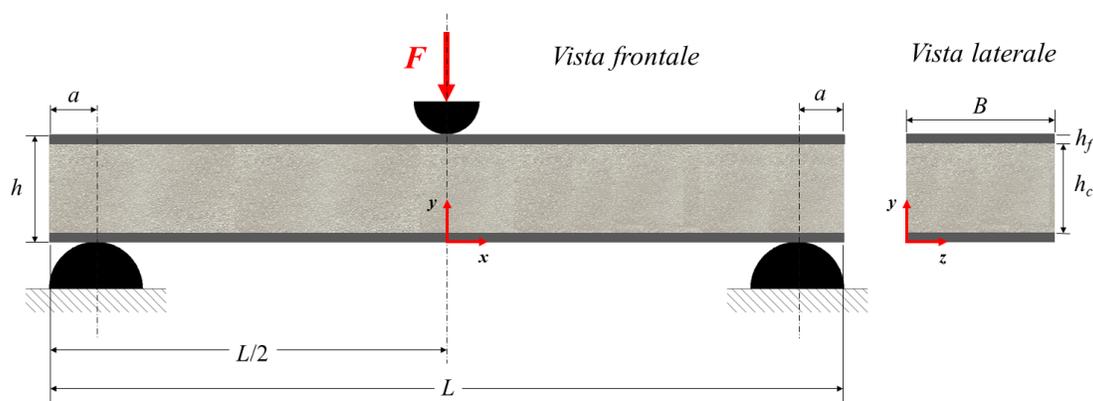


Figura 3.1: Rappresentazione schematica della prova di flessione su tre punti.

Il metodo FEM Da un punto di vista strettamente matematico, il problema della determinazione del campo di spostamento, deformazione e tensionale è governato da un sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali. Soluzioni in forma chiusa per problemi di questo tipo sono possibili solo per alcuni casi particolari. Nel corso degli anni sono stati sviluppati diversi metodi numerici in grado di determinare una soluzione approssimata del problema; tra questi, il più famoso e, senza dubbio, utilizzato, è il metodo agli elementi finiti. La sua applicazione permette di ricondurre il problema differenziale ad infiniti gradi di libertà del continuo tridimensionale a un problema algebrico in un insieme discreto di elementi ciascuno dei quali caratterizzato da un limitato numero di parametri.

Il dominio viene suddiviso in regioni più piccole che prendono il nome di *elementi finiti*, i cui vertici sono detti *nodi*; i valori degli spostamenti in corrispondenza dei nodi diventano l'incognite del problema. La soluzione del problema all'interno dell'elemento è ricostruita in funzione dei parametri nodali mediante delle opportune funzioni di forma. Senza entrare nei dettagli matematici del metodo, che possono essere approfonditi in un qualsiasi testo classico su gli elementi finiti [25], nei paragrafi successivi verrà illustrata praticamente la sua applicazione utilizzando il software commerciale MSC PATRAN.

3.2 Geometria e mesh

Per la realizzazione dei modelli si assume che, per la struttura della prova, le travi si deformino indipendentemente nel senso della profondità; questo permette di ricondurre il problema tridimensionale a un problema bidimensionale, realizzando modelli 2D e riducendo, di conseguenza, il costo computazionale ad essi associato. Il sistema di riferimento adottato è coerentemente assunto come in Figura 3.1; si denotano con u gli spostamenti in direzione x e con v gli spostamenti in direzione y .

Dovendo analizzare quattro provini di differente geometria, si realizzano dei modelli parametrici agli elementi finiti, mediante scrittura di un file sessione in linguaggio PCL (Patran Command Language). La geometria viene creata introducendo i seguenti parametri: h_f , h , L . Si realizzano tre superfici rappresentative rispettivamente delle facce e del cuore in schiuma, assumendo trascurabile lo strato di incollaggio tra facce e cuore del sandwich. Sfruttando la simmetria della prova nei carichi e nei vincoli, per ridurre il costo computazionale del modello esso viene realizzato per metà trave nel senso della lunghezza; tale scelta pone, come verrà illustrato più avanti degli accorgimenti nella definizione dei vincoli e del carico.

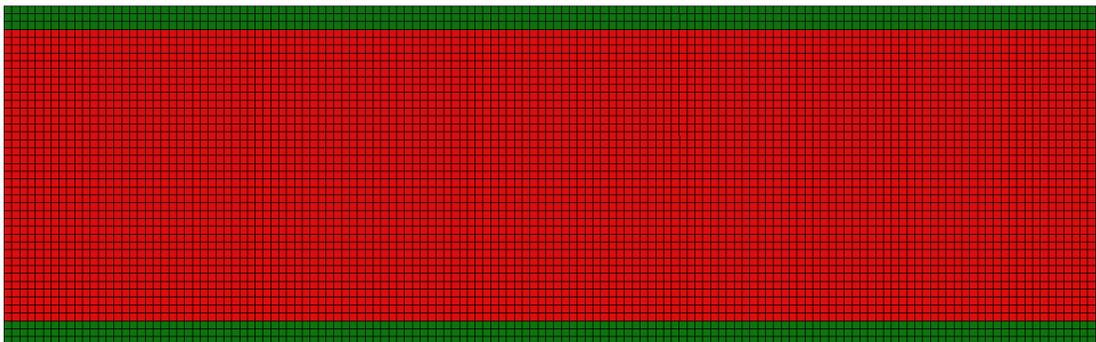


Figura 3.2: *Geometria e discretizzazione.*

Una volta creata la geometria essa deve essere discretizzata in elementi finiti. Con il termine *mesh* si indicano gli elementi del dominio e la corrispondente rete di suddivisione. La creazione della mesh permette quindi di discretizzare il dominio e analizzarlo mediante elementi finiti. Un problema bidimensionale come quello in oggetto prevede la suddivisione del dominio in sotto domini piani. La suddivisione in elementi finiti rappresenta probabilmente l'operazione più delicata del metodo. In base all'esperienza si può affermare che elementi di forma regolare conducono a risultati più accurati [22]

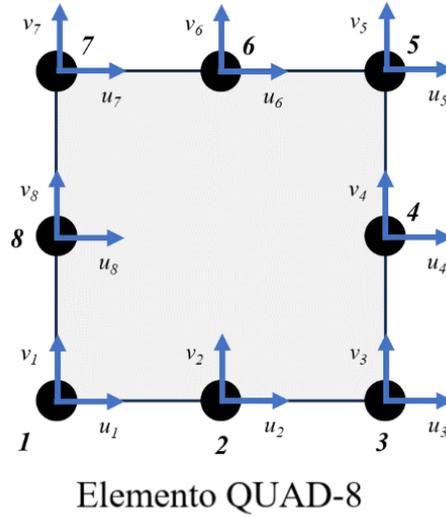


Figura 3.3: *Elemento QUAD-8 e rispettivi gradi di libertà.*

La discretizzazione utilizzata fa uso di una mesh regolare e uniforme di elementi QUAD8, elementi piani bidimensionali ad otto nodi che ammettono funzioni di forma paraboliche. All'interno del file sessione viene definito un parametro rappresentativo della taglia dell'elemento; in questo modo è stato possibile effettuare un'analisi di convergenza da cui si è deciso di considerare una dimensione per gli elementi pari a 1 mm.

La continuità strutturale tra facce e cuore del sandwich è garantita dalla cosiddetta operazione di *equivalence* che vincola reciprocamente nodi in posizioni corrispondenti (all'interno di una certa tolleranza definita dall'utente).

In tabella 3.2 viene riassunto il costo computazionale del modello in termini di numero di elementi e numero di nodi.

Nome trave	Numero Nodi	Numero Elementi
B01	43931	14400
B02	32182	10535
B03	22869	7480
B04	18427	6020

Tabella 3.2: *Numero di nodi e di elementi dei modelli FEM-2D per le quattro travi*

3.3 Elementi e proprietà

Una volta discretizzata la struttura, è necessario definire il comportamento di ogni elemento. La geometria tozza delle travi pone degli interrogativi circa la scelta delle proprietà da assegnare agli elementi bidimensionali per simulare correttamente il loro comportamento. Vengono considerate due possibilità: stato piano di deformazione (*plane strain*) e stato piano

di tensione (*plane stress*). Realizzando entrambi i modelli per ogni provino si è riscontrata una buona equivalenza dei due comportamenti, ricavando errori massimi, rispettivamente, del 7% per gli spostamenti assiali e del 3% per gli spostamenti trasversali; tuttavia, da precedenti prove di laboratorio il comportamento è risultato essere più vicino al *plane stress*, pertanto, la scelta è ricaduta sullo stato piano di tensione. Questo comportamento è tipico dei corpi che possiedono un piccolo spessore rispetto alle altre dimensioni, in queste condizioni si assume ($\sigma_{zz} = \tau_{xz} = \tau_{xy} = 0$).

In NASTRAN la condizione *plane stress* può essere modellata utilizzando elementi membranali di spessore pari alla dimensione B dei provini (direzione z).

3.4 Materiali

Materiale facce Grazie alle sue ottime proprietà specifiche, la lega di alluminio Al7075 è un materiale tipico di impiego aerospaziale. Il comportamento meccanico di tale lega è assimilabile a quello di materiale elastico lineare *isotropo*. Un materiale è detto isotropo quando presenta caratteristiche meccaniche costanti in tutte le direzioni, ovvero se sollecitato in direzioni diverse reagisce allo stesso modo; ciò significa che vi è un solo modulo di Young E , un solo coefficiente di Poisson ν e un solo modulo di elasticità tangenziale G . Queste caratteristiche sono tra loro legate dalla relazione $G = E/2/(1 - \nu)$ per un totale di due parametri indipendenti, ciò rende i materiali isotropi i più 'semplici' possibili.

Di conseguenza, in PATRAN viene creato un materiale isotropo fornendo al software il modulo di Young $E = 67545,6$ MPa e il modulo di elasticità tangenziale $G = 25393,1$ MPa. Tali valori sono ricavati da precedenti prove di caratterizzazione effettuate in laboratorio [17].

Materiale cuore Grazie alla sua notevole leggerezza, la schiuma Rohacell[®] IG-31 trova grande applicazione come elemento cuore delle strutture sandwich. Il suo comportamento, con buona approssimazione, può essere assimilato a quello di un materiale *ortotropo*. Un materiale è detto ortotropo se esistono tre direzioni privilegiate rispetto alle quali le tensioni normali sono associate solo a deformazioni normali (o longitudinali) e le tensioni tangenziali sono associate solo agli scorrimenti angolari corrispondenti [8]. A differenza del materiale isotropo per caratterizzare un materiale ortotropo è necessario definire sei moduli (tre longitudinali e tre di taglio) e tre coefficienti di Poisson.

Per i modelli in oggetto si assumerà un materiale isotropo bidimensionale. Per la sua definizione in PATRAN/NASTRAN vengono forniti i seguenti moduli nel piano $x - y$: modulo longitudinale $E_{11} = 43,2$ MPa, il modulo trasversale $E_{22} = 17$ MPa e il modulo di taglio nel piano $G_{12} = 12,1$ MPa. Come per il materiale delle facce tali valori derivano da precedenti prove sperimentali di caratterizzazione [17].

3.5 Vincoli e carichi

Vincoli I modelli bidimensionali considerati possiedono due gradi di libertà, lo spostamento in x e lo spostamento in y . In corrispondenza della mezzeria della trave per simmetria (assenza di compenetrazione) dovrà essere nullo lo spostamento assiale $u_x = 0$.

Per la configurazione della prova si assume che gli appoggi impediscano la sola traslazione in direzione y ; in corrispondenza del punto di appoggio dovrà essere nullo lo spostamento verticale $u_y = 0$. I vincoli sono modellati imponendo gli spostamenti in corrispondenza della mezzeria e del punto di appoggio della semi-trave considerata; la loro applicazione è assegnata alla geometria per la natura parametrica del modello.

Carichi Per ogni modello viene considerato un livello di carico pari a 100 N; sfruttando la linearità del problema è possibile, a posteriori, scalare in proporzione i risultati ottenuti per diversi livelli di carico. Il carico viene modellato in PATRAN come una forza posta in un punto sulla faccia superiore in corrispondenza della mezzeria; essendo in modelli realizzati su metà geometria della trave, dovrà essere in valore pari a metà del carico considerato. La natura parametrica del modello impone l'applicazione del carico in un punto geometrico anziché nel corrispondente nodo FEM del modello.

3.6 Analisi e risultati

Per ogni modello viene eseguita un'analisi statica lineare (SOL101) con il codice MSC NASTRAN, richiedendo il calcolo degli spostamenti nodali. Nei paragrafi successivi vengono presentati i risultati ottenuti in termini di spostamenti trasversali e spostamenti assiali.

3.6.1 Spostamenti trasversali

Nelle figure 3.4, 3.5, 3.6, 3.7 sono riportati i risultati ottenuti dall'analisi FEM in termini di spostamento trasversale per i quattro provini sandwich. Per tutte le travi ad un livello di carico pari a 100 N si ottengono spostamenti trasversali massimi nell'ordine di grandezza dei decimi di millimetro nella zona di applicazione del carico. Lo spostamento presenta un tipico comportamento a bande verticali.

3.6.2 Spostamenti assiali

Nelle figure 3.8, 3.10, 3.12, 3.14 si ha un fringe degli spostamenti assiali calcolati numericamente con il codice NASTRAN per i quattro provini. Le discontinuità delle proprietà fisiche e meccaniche delle strutture sandwich lungo lo spessore causa un campo di spostamento assiale, che evidenzia bruschi cambiamenti della pendenza in corrispondenza della interfaccia tra gli strati; questo effetto è noto come effetto zig-zag, ed è chiaramente visibile diagrammando l'andamento dello spostamento assiale lungo lo spessore figure (3.9, 3.11, 3.13, 3.15). Nell'attività sperimentale si cercherà di cogliere questo effetto mediante DIC; a questo proposito si osservano spostamenti nell'ordine dei centesimi di millimetro.

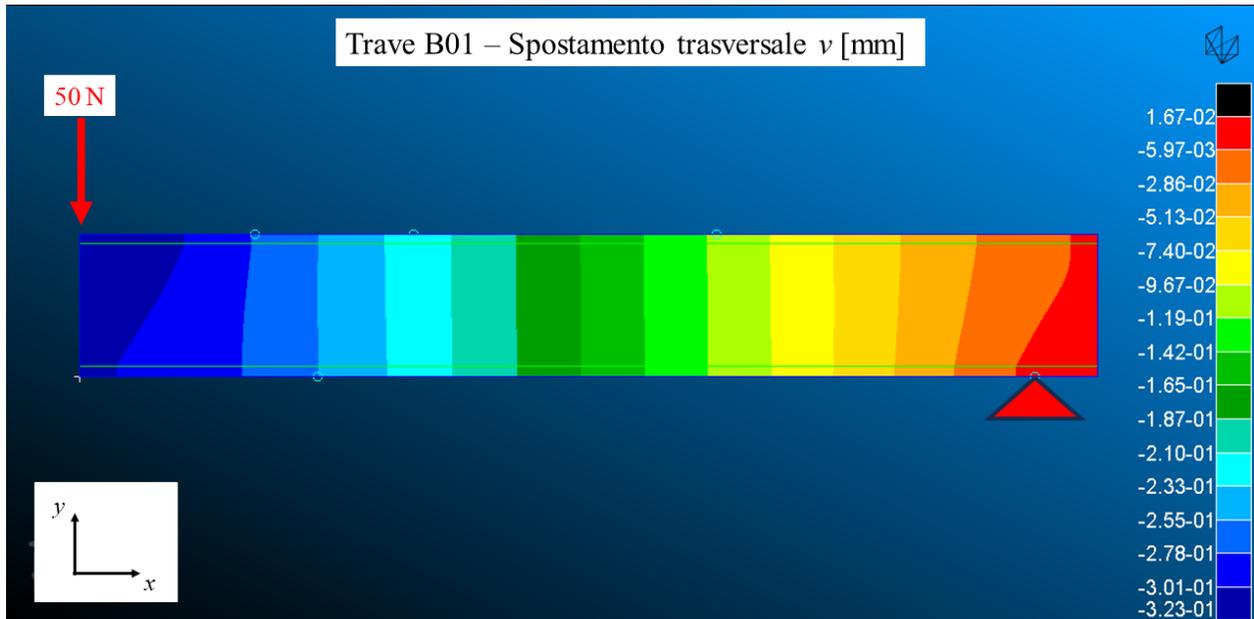


Figura 3.4: Spostamenti trasversali modello FEM bidimensionale provino B01 (100 N).

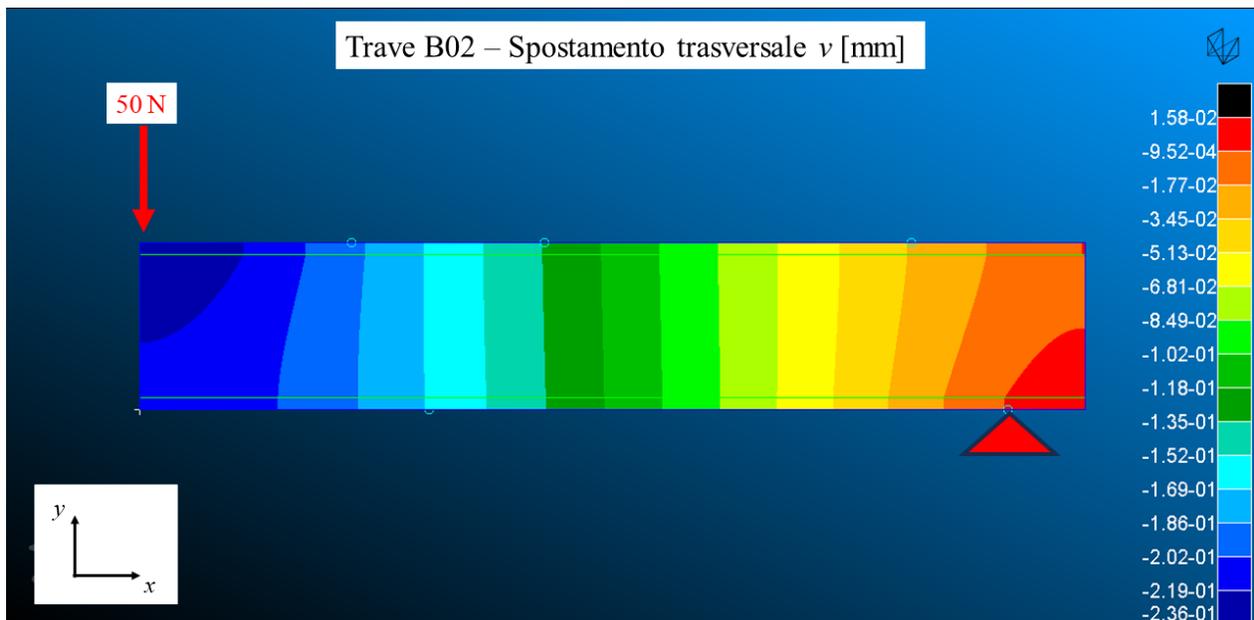


Figura 3.5: Spostamenti trasversali modello FEM bidimensionale provino B02 (100 N).

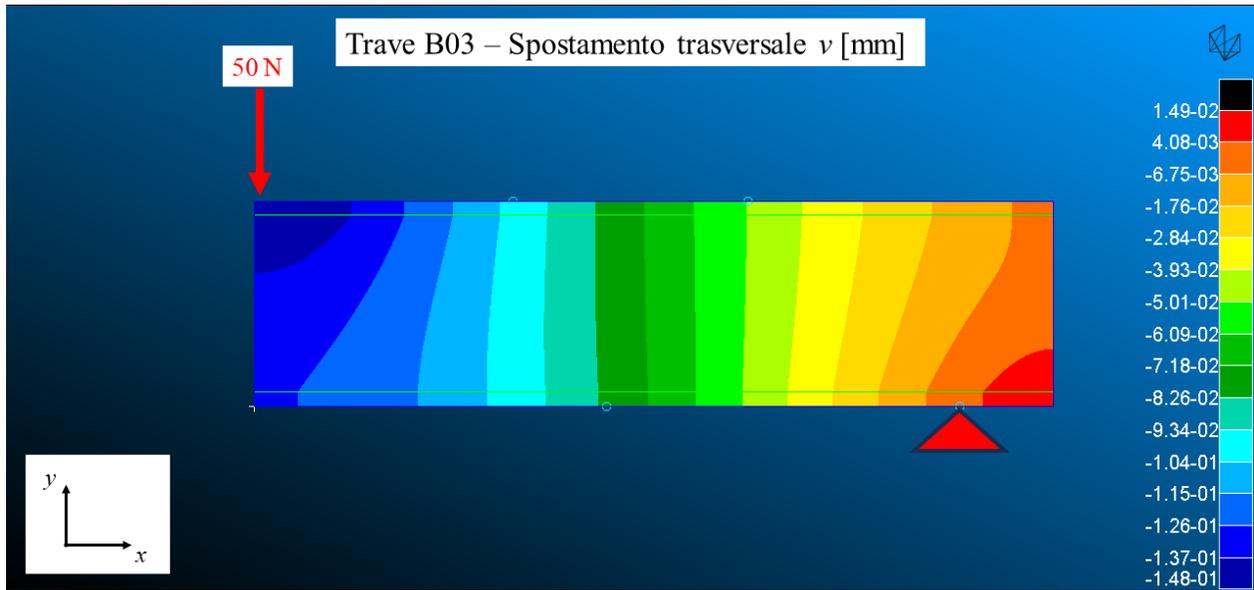


Figura 3.6: Spostamenti trasversali modello FEM bidimensionale provino B03 (100 N).

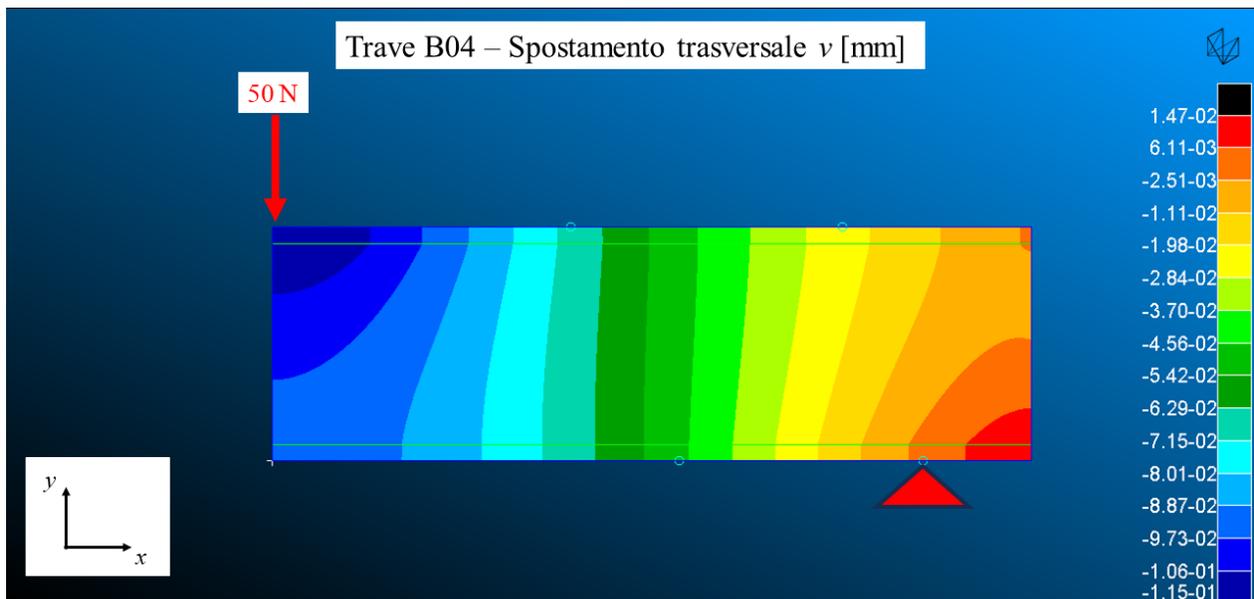


Figura 3.7: Spostamenti trasversali modello FEM bidimensionale provino B04 (100 N).

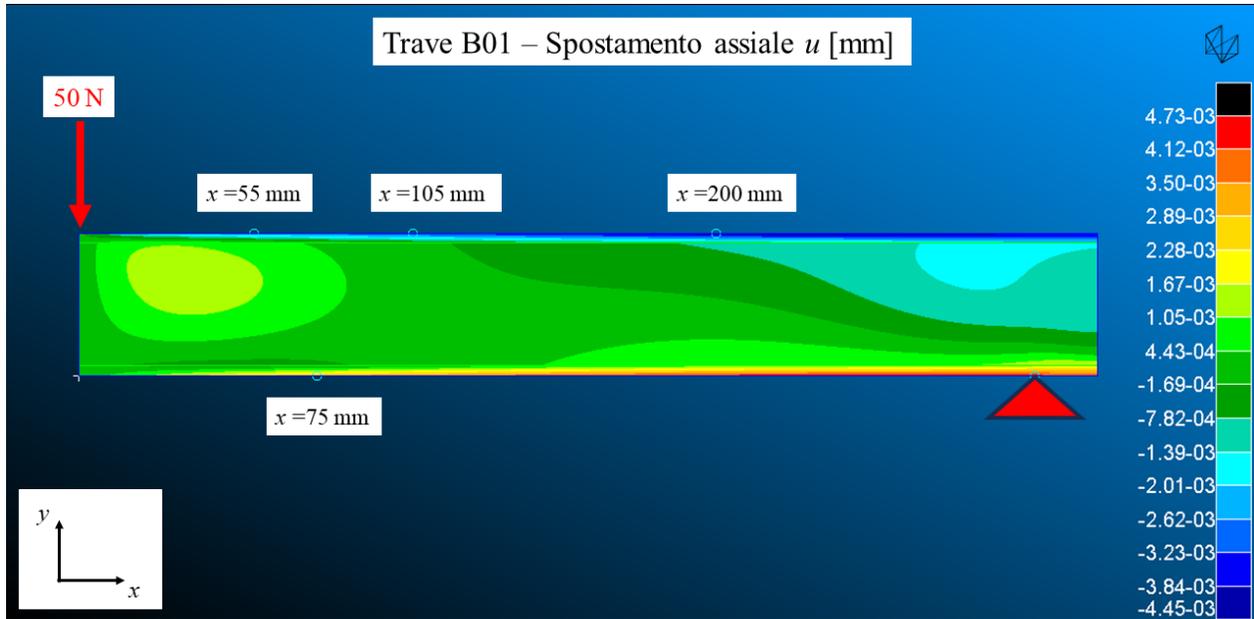


Figura 3.8: Spostamenti assiali modello FEM bidimensionale per il provino B01 (100 N).

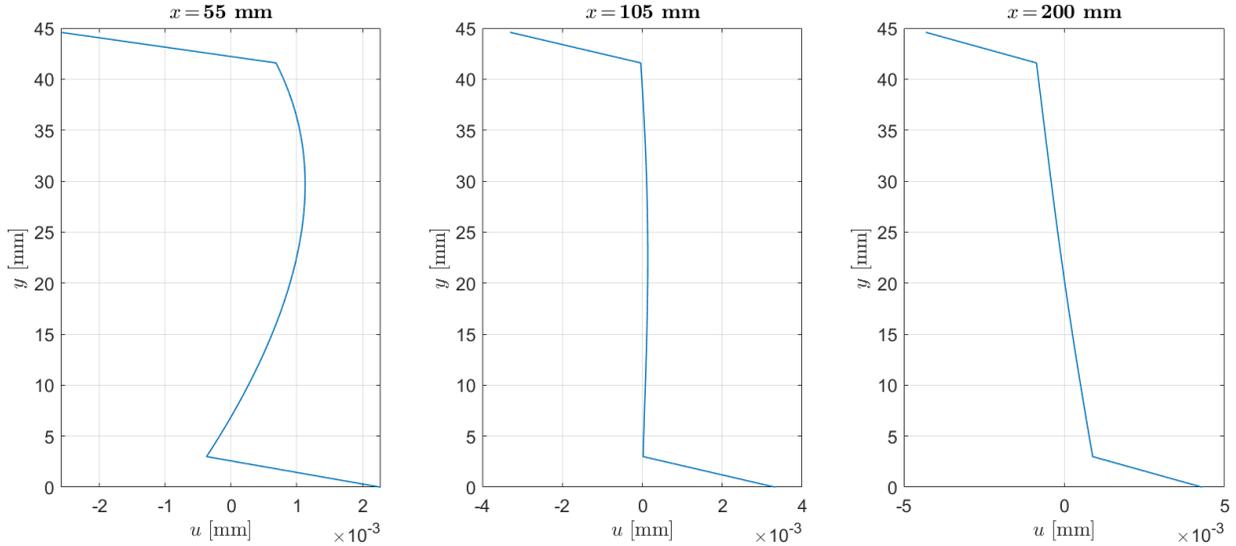


Figura 3.9: Andamento dello spostamento assiale lungo lo spessore del provino B01 per tre diverse posizioni x (100 N).

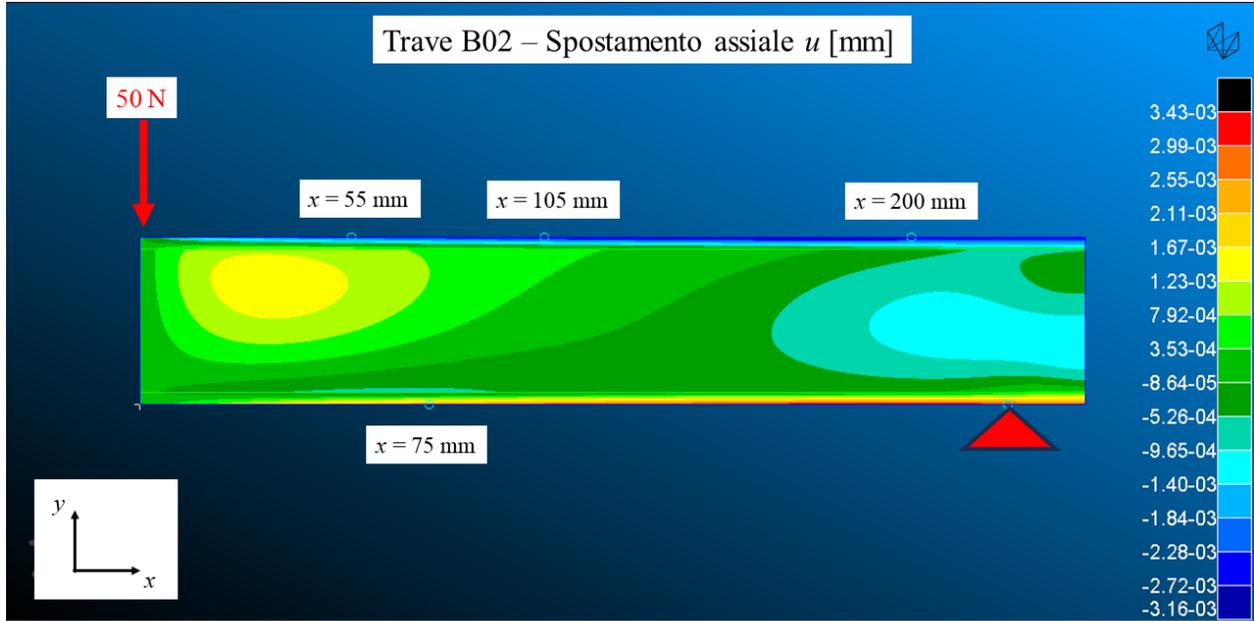


Figura 3.10: *Spostamenti assiali modello FEM bidimensionale per il provino B02 (100 N).*

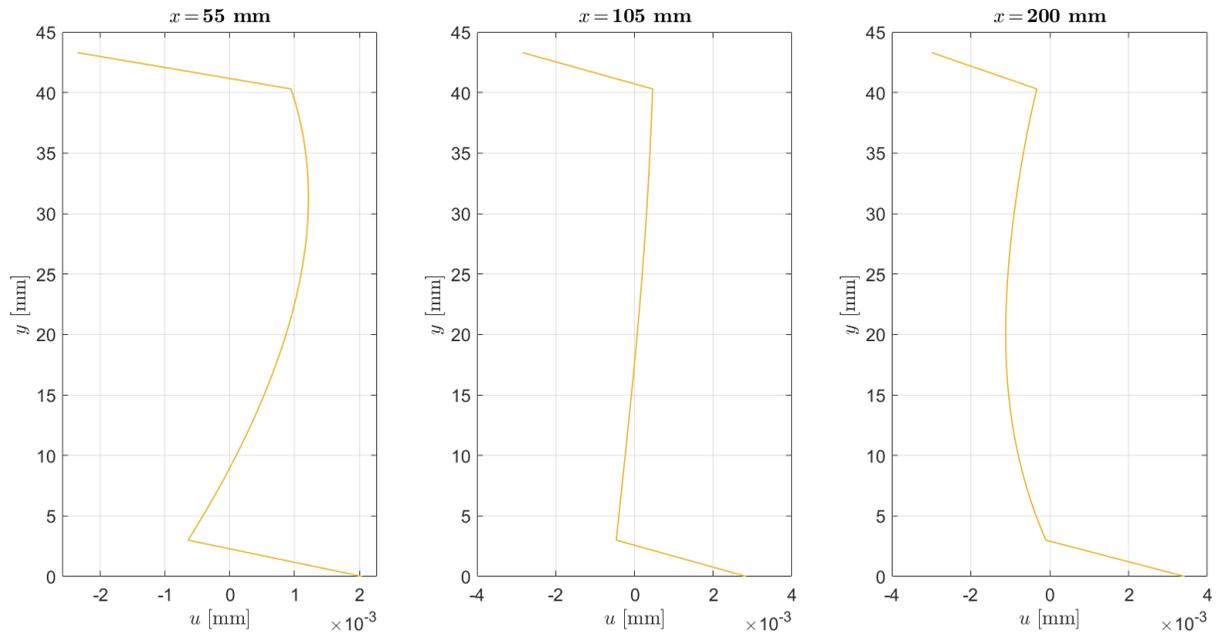


Figura 3.11: *Andamento dello spostamento assiale lungo lo spessore del provino B02 per tre diverse posizioni x (100 N).*

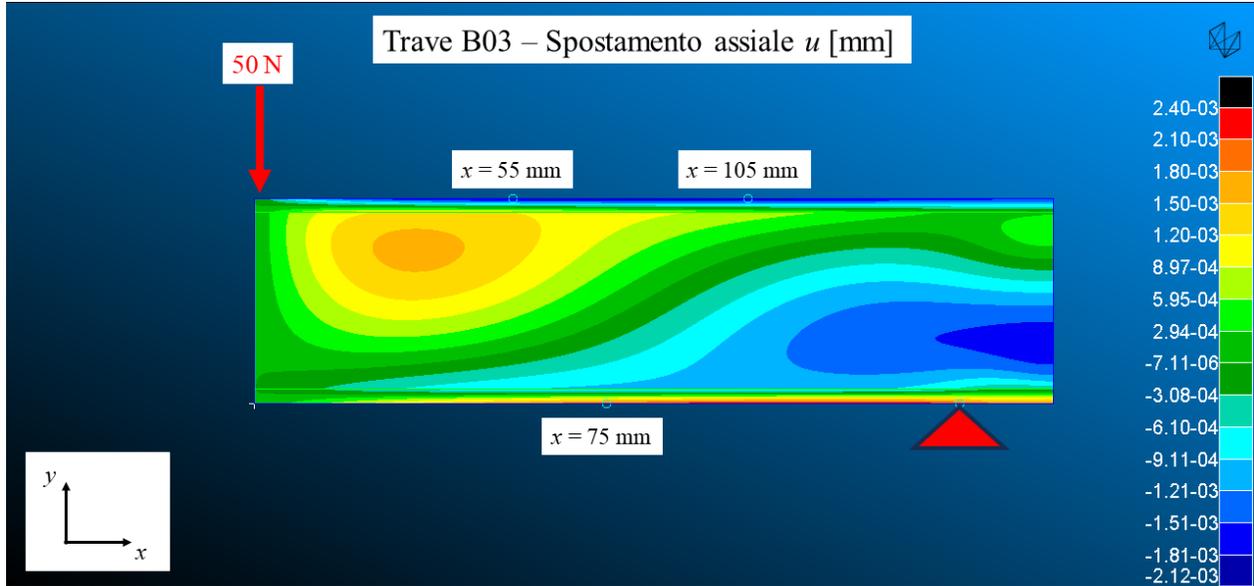


Figura 3.12: *Spostamenti assiali modello FEM bidimensionale per il provino B03 (100 N).*

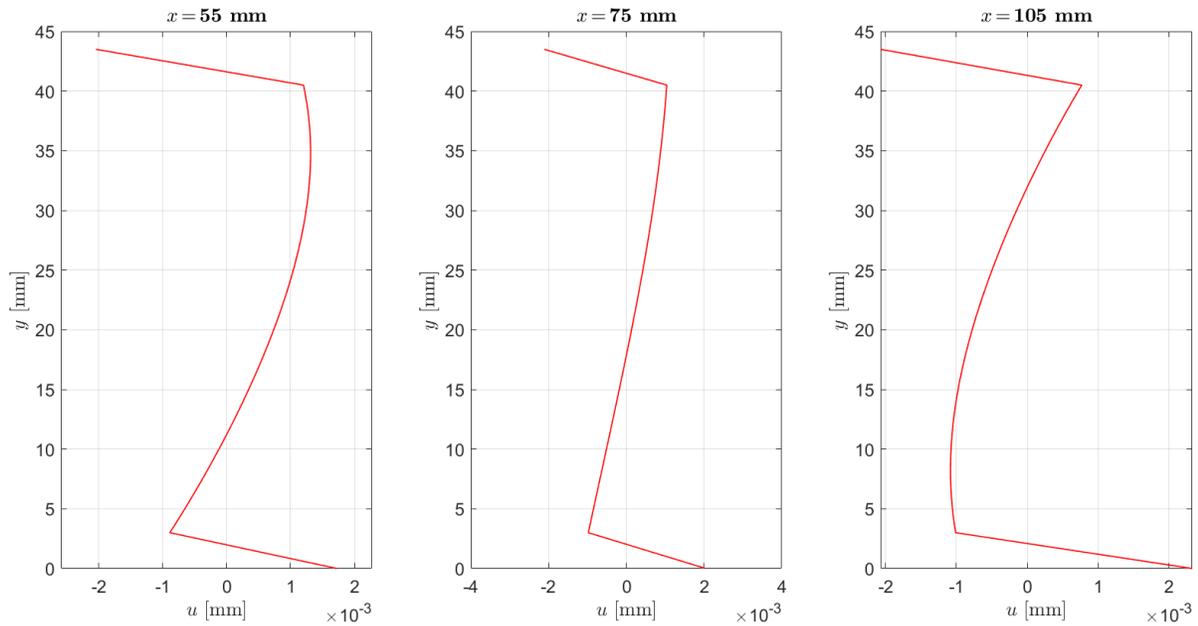


Figura 3.13: *Andamento dello spostamento assiale lungo lo spessore del provino B03 per tre diverse posizioni x (100 N).*

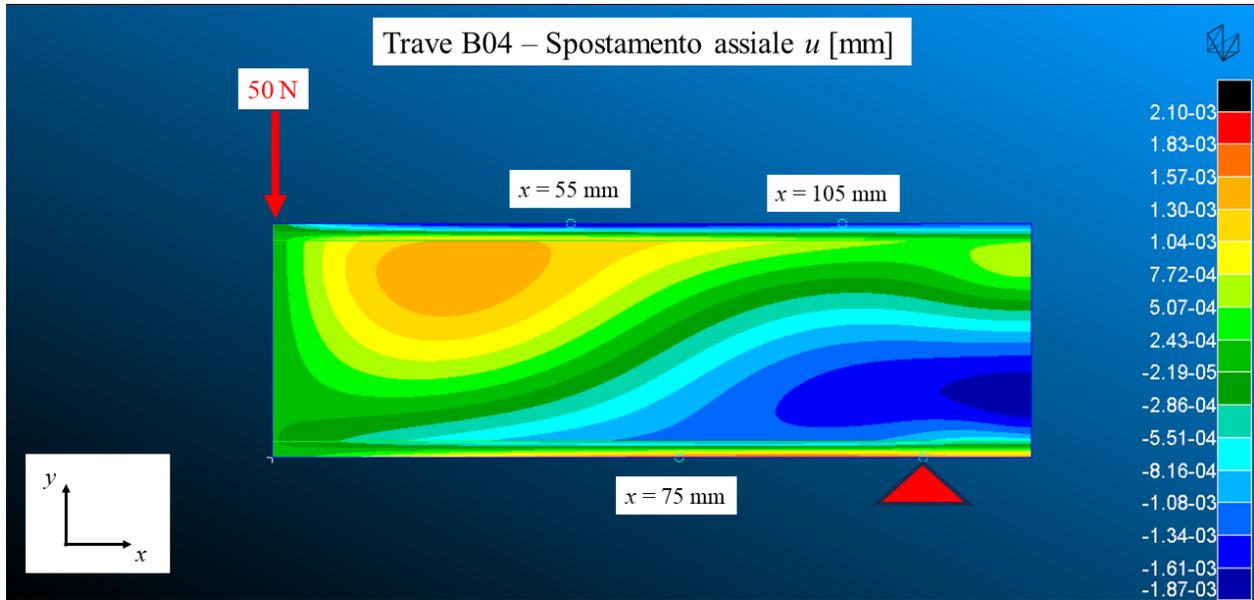


Figura 3.14: Spostamenti assiali modello FEM bidimensionale per il provino B04 (100 N).

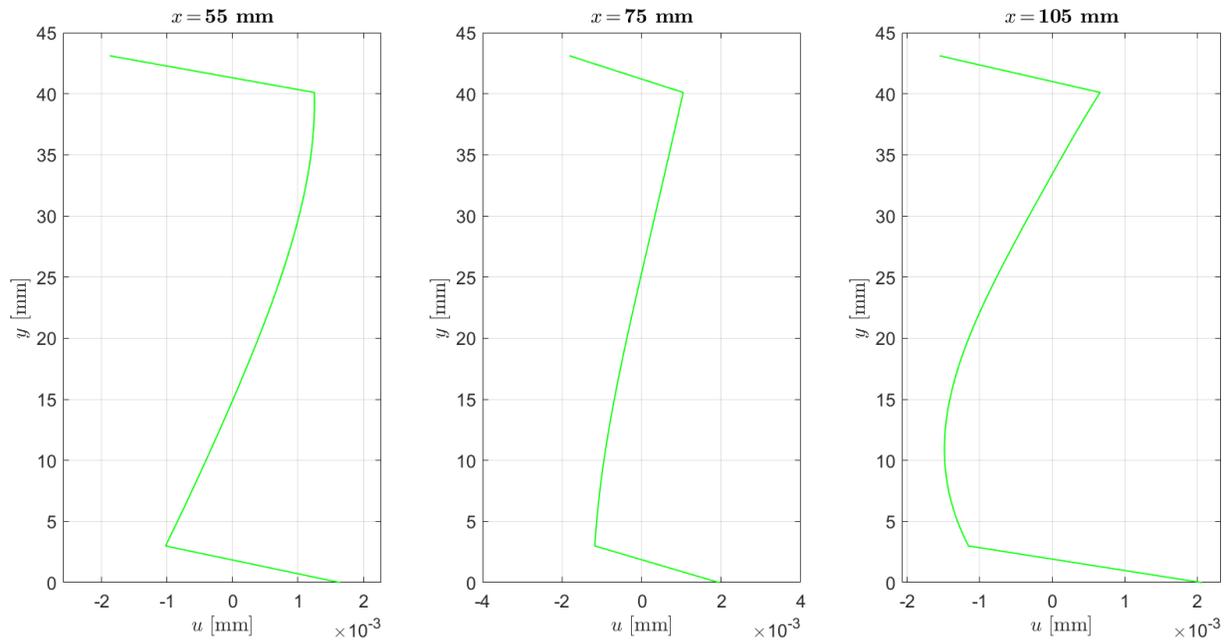


Figura 3.15: Andamento dello spostamento assiale lungo lo spessore del provino B04 per tre diverse posizioni x (100 N).

Capitolo 4

Attività sperimentale

In questo capitolo viene riassunta l'attività sperimentale svolta presso il laboratorio LAQ-AERMEC Sistemi Strutturali Aeromeccanici del Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale del Politecnico di Torino. Dopo una descrizione del setup sperimentale e dei sensori utilizzati, viene discussa nel dettaglio la procedura di applicazione dello speckle pattern sui quattro provini sandwich introdotti al capitolo precedente. Successivamente, si focalizzerà l'attenzione sulla preparazione del sistema DIC per le analisi, mettendo in luce problematiche riscontrate e scelte effettuate per mitigarle. Infine, verrà illustrata la procedura di esecuzione delle prove e la successiva fase di elaborazione delle immagini realizzata con il software commerciale VIC-3D.

4.1 Setup sperimentale

Il setup sperimentale adottato comprende: sistema DIC-3D, macchina di prova, quattro trasduttori di spostamento LVDT e una cella di carico. Vediamo i dettagli di ciascuno di essi nei paragrafi seguenti.

4.1.1 Sistema DIC

A disposizione del laboratorio LAQ AERMEC del Politecnico di Torino si ha un sistema DIC stereoscopico, costituito dai seguenti componenti:

- due telecamere ad alta risoluzione Baslser Ace acA4096-30uc, dotate di sensore Sony IMX267 CMOS con frame rate di 32 fps e risoluzione di 9 MP;
- lenti Rodagon da 80 mm (f4) e da 135 mm (f5.6);
- Smart focus per la regolazione della messa a fuoco;
- treppiede con traversa regolabile;
- sistema di illuminazione;
- trigger per il controllo delle telecamere;

- computer per l'archiviazione e l'elaborazione delle immagini.

Le telecamere, installate sulla traversa regolabile del treppiede, sono posizionate su guide scorrevoli e orientabili che permettono una regolazione di precisione del loro posizionamento. Ogni telecamera è collegata al trigger di controllo e al computer.

Specifiche sensore	
Dimensione pixel (H x V)	3,45 × 3,45 [μm]
Risoluzione (H x V)	4096 px × 2160 px (9 MP)
Frame rate	32 fps
Dimensioni sensore	14,13 mm x 7,45 mm
Formato sensore	1"
Tipologia sensore	CMOS



Figura 4.1 & Tabella 4.1: *Sensore fotografico*

4.1.2 Macchina di prova

Per il corretto utilizzo del sistema DIC è necessario garantire un adeguato campo visivo alle camere e una corretta illuminazione della zona di analisi; queste considerazioni hanno reso necessaria la realizzazione di un setup sperimentale specifico per l'esecuzione delle prove di interesse per questa tesi.

Sistema di carico Su di un telaio metallico, bullonato al piano di lavoro, viene fissato un martinetto con regolazione a vite alla cui estremità libera viene posto un cilindro di carico. Tra il cilindro di carico e la testa del martinetto viene interposta una cella di carico per la misurazione della forza applicata (si rimanda al paragrafo successivo per maggiori dettagli in merito).

Vincoli Dovendo analizzare travi di diversa lunghezza, si sono predisposte delle guide, ottenute mediante profilati metallici fissati al piano di lavoro; all'interno di esse vengono fatti scorrere come corsoio gli elementi di appoggio, i quali vengono ad esse assicurati mediante bulloni. A seconda della prova, si è reso necessario anche l'utilizzo di spessori metallici per garantire una maggiore stabilità agli appoggi.

4.1.3 Strumenti di misura

Al fine di validare i risultati che verranno ottenuti con il sistema DIC, si vuole effettuare un confronto di essi con metodi di misura tradizionali; vengono, a tal proposito, installati sui provini un totale di quattro (tre per le travi B03 e B04) trasduttori di spostamento LVDT della HBM (+/- 2,5 mm). In tabella 4.2 vengono indicate, per ogni trave, le posizioni degli LVDT rispetto alla mezzeria della trave e la relativa denominazione. In figura 4.2 vi è una rappresentazione schematica del loro posizionamento.

Una cella di carico, posta tra la testa del martinetto e il cilindro di carico, permette di valutare l'entità della forza trasversale applicata ai provini durante la prova di flessione. Viene utilizzata una cella di carico HBM strain gauges con carico massimo misurabile di 200 Kg. Le celle della tipologia strain gauges eseguono una misura indiretta della forza sfruttando due estensimetri, opportunamente tarati, posti nella parte centrale della caratteristica struttura ad S della cella.

Tutti i sensori sono collegati a un sistema di acquisizione a 16 canali comunicante con un computer dotato di software per la raccolta dei dati delle misurazioni.

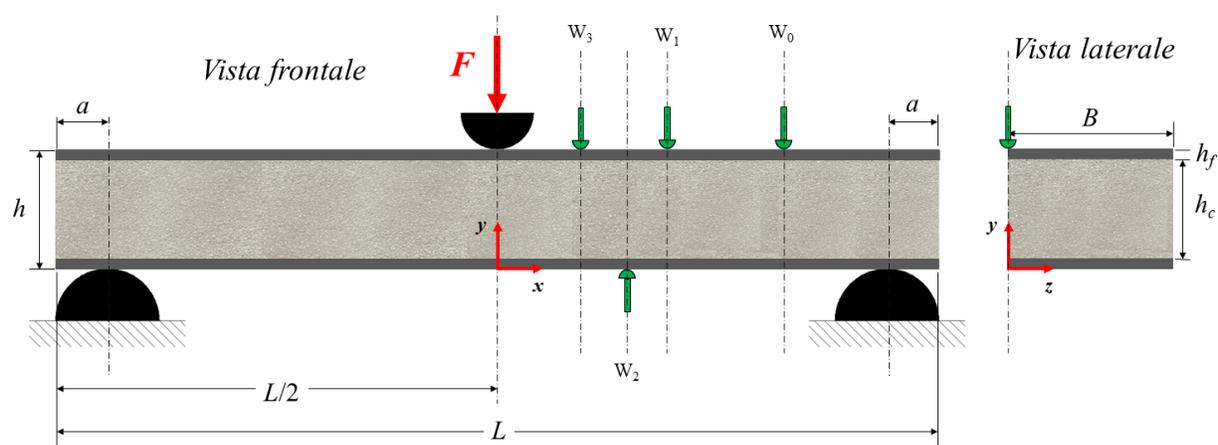


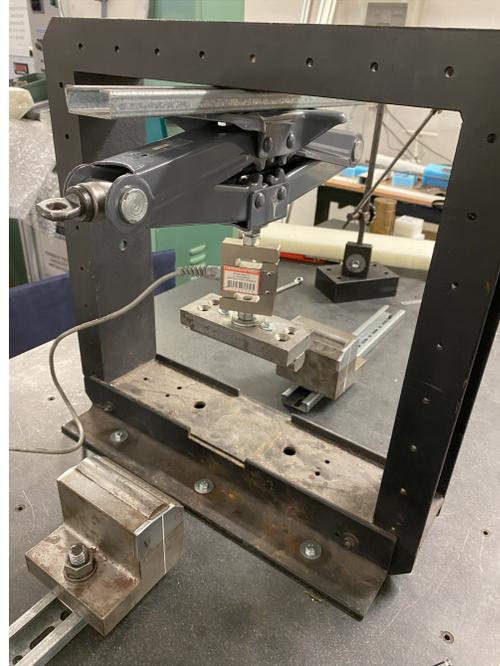
Figura 4.2: Rappresentazione del posizionamento dei trasduttori di spostamento LVDT

Trave	W_0 [mm]	W_1 [mm]	W_2 [mm]	W_3 [mm]
B01	200	105	75	55
B02	200	105	75	55
B03	-	105	75	55
B04	-	105	75	55

Tabella 4.2: Posizionamento dei trasduttori di spostamento LVDT rispetto mezzzeria della trave

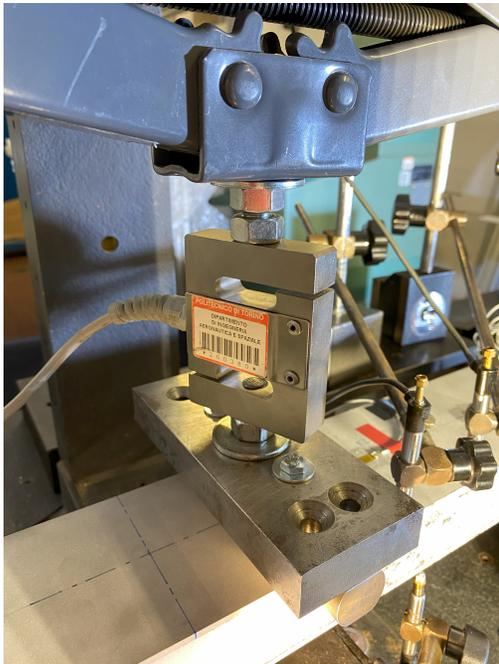


(a) Sistema DIC



(b) Macchina di prova

Figura 4.3: *Sistema DIC e macchina di prova utilizzati*



(a) Cella di carico strain gauges



(b) Trasduttore di spostamento LVDT

Figura 4.4: *Sensori utilizzati*

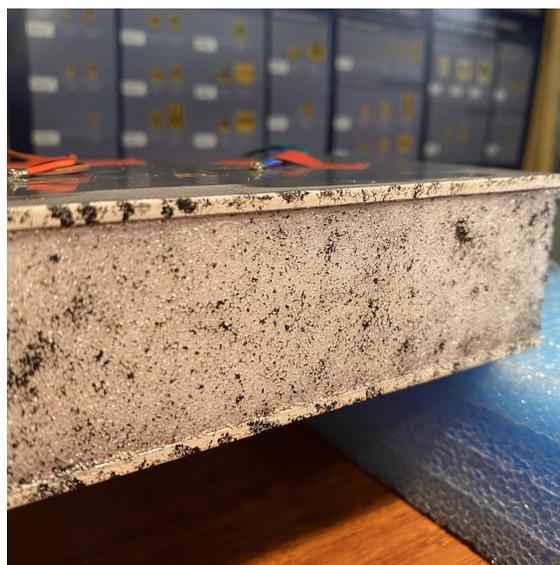
4.2 Deposizione del pattern

Come si è avuto modo di discutere nei capitoli precedenti, la deposizione di un buon pattern sulle superfici dei provini è un aspetto chiave dell'analisi tramite DIC. Questa procedura di preparazione non influisce esclusivamente sulla qualità dei risultati, ma anche se non condotta adeguatamente, sulla possibilità stessa di ottenerli. Al capitolo 1 sono state discusse le caratteristiche alle quali un buon pattern dovrebbe soddisfare e sono state presentate alcune delle tecniche attualmente impiegate per la sua realizzazione, mettendone in luce vantaggi e svantaggi.

La principale problematica connessa alla deposizione del pattern su provini sandwich è data dalla natura irregolare del cuore in schiuma. La porosità, dovuta alla presenza delle celle causa un'alternanza di creste e valli sulla superficie laterale della schiuma, non permette una perfetta aderenza della vernice, causando problemi di sgocciolamento, soprattutto se essa venisse applicata in maniera diretta tramite spray o aerografo. Analogamente, utilizzando un pattern precedentemente stampato non si avrebbe garanzia che esso aderisca completamente alla superficie deformandosi esattamente come essa; soprattutto nelle complesse zone di interfaccia tra cuore e schiuma dove si vuole rilevare il comportamento zig-zag del multistrato. Anche la tecnica che prevede l'utilizzo di una matrice (stencil) viene scartata per le difficoltà connesse alla realizzazione della matrice stessa con le attrezzature a disposizione.



(a) Vernice e spugna utilizzate per la realizzazione del pattern su schiuma



(b) Trave con pattern depositato

Figura 4.5

Per le ragioni sopra esposte, si è scelto per il cuore in schiuma la deposizione indiretta del pattern mediante trasferimento manuale. Prendendo spunto dalla tecnica a spazzola, si è utilizzata una spugna morbida, bagnata in una vernice di colore nero, per ottenere un elevato contrasto con lo sfondo bianco della schiuma, e di finitura opaca per ridurre i riflessi. La combinazione tra irregolarità della superficie della schiuma e struttura della spugna garantisce

la realizzazione di un pattern non periodico e isotropo. Prima di applicare direttamente sulle travi la tecnica descritta, essa è stata provata su residui di schiuma presenti in laboratorio per verificare che il sistema DIC riuscisse effettivamente a correlare le immagini; inizialmente considerando moti rigidi macroscopici (nell'ordine dei millimetri) e successivamente prove di flessione sui provini in sola schiuma. Avendo ottenuto ottimi risultati, in termini di capacità di correlazione e tempo di analisi, si è proceduto a preparare i provini sandwich.

Le facce metalliche presentano una finitura lucida altamente riflettente e, per tale motivo, prima di applicare il pattern viene steso un fondo con vernice bianca opaca. La limitata estensione dello spessore delle facce non rende applicabile per esse la stessa tecnica di deposizione utilizzata per il cuore in schiuma; la spugna ricoprirebbe uniformemente la superficie delle facce di vernice. Mantenendo l'idea della deposizione indiretta si è pensato di utilizzare come *timbro* una porzione di schiuma residuo di laboratorio; la vernice è la stessa utilizzata per la schiuma. In questo modo, si è riusciti a ridurre variabilità dimensionale ottenendo pattern uniformi tra cuore e facce. Prima dell'applicazione si è attesa la completa asciugatura della vernice di fondo. Tutte le vernici utilizzate sono commerciali e non selezionate secondo caratteristiche specifiche.

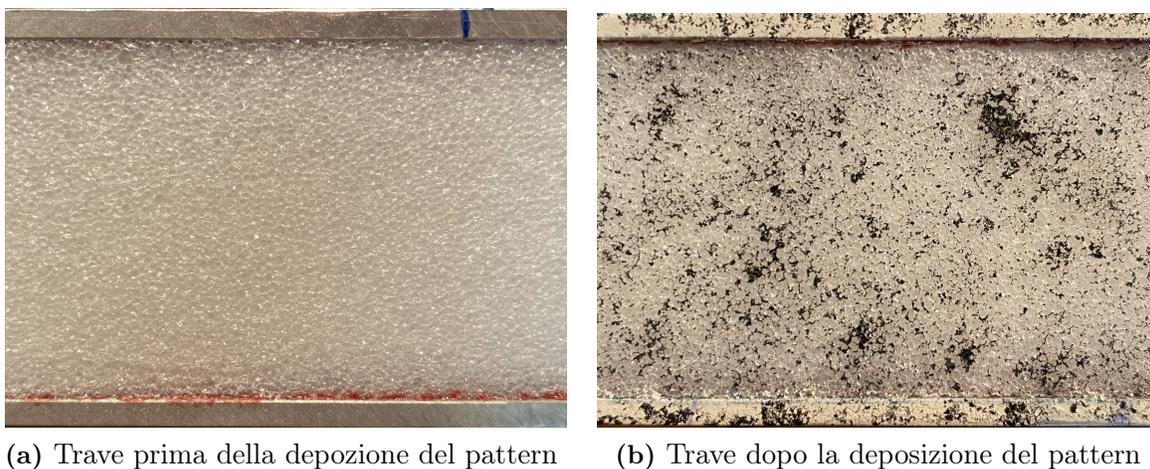


Figura 4.6: *Dettaglio della trave prima e dopo l'applicazione del pattern*

4.3 Preparazione del sistema DIC

La preparazione del sistema DIC per l'esecuzione delle prove può essere riassunta in quattro fasi consecutive: selezione delle lenti, posizionamento del sistema di illuminazione, regolazione della messa a fuoco, calibrazione.

Selezione delle lenti La selezione delle delle lenti dipende strettamente dalla distanza del sistema di misura dall'oggetto da analizzare, dalla dimensione caratteristica del provino e dalla tipologia di sensore fotografico utilizzato. La lente viene selezionata avvalendosi del software MachVis cercando una soluzione di compresso che permettesse di utilizzare le ottiche disponibili in laboratorio. Per tutte le prove eseguite la configurazione utilizzata

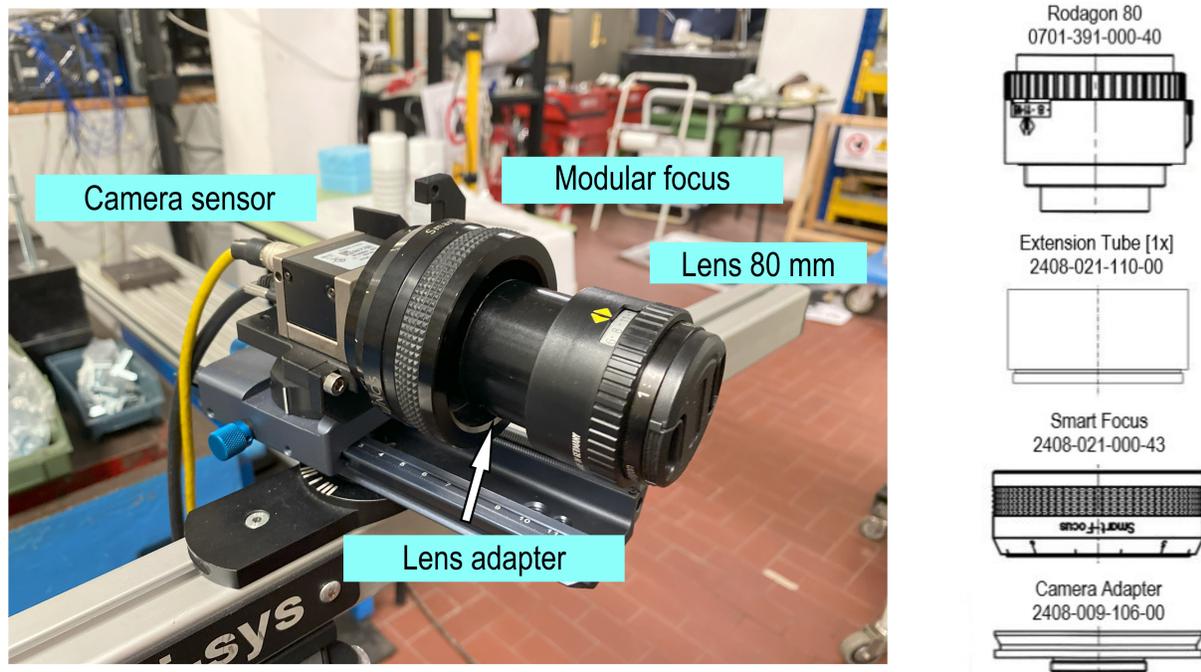


Figura 4.7: Configurazione adottata per le telecamere

prevede: ottiche Rodagon 80 mm, smart focus, tubo di estensione. Il sistema è posto a una distanza 1,20 m (distanza dalle lenti, free working distance).

Sistema di illuminazione Il sistema di illuminazione dovrebbe essere posizionato in modo da ottenere una illuminazione uniforme e priva di zone d'ombra della superficie di provino da analizzare. Per le prove in oggetto sono state utilizzate due lampade su cavalletto; esse sono state posizionate esternamente alle camere, ad un angolo maggiore di esse, in modo da evitare riflessi. Inoltre, per le travi di lunghezza minore si è aggiunta un ulteriore luce per eliminare l'ombra del telaio della macchina di prova.

Regolazione della messa a fuoco La regolazione della messa a fuoco è un aspetto cruciale dell'applicazione della tecnica DIC, in quanto influenza significativamente la qualità delle immagini acquisite e di conseguenza i risultati. La regolazione viene effettuata agendo su tre parametri: apertura focale, tempo di esposizione e distanza tra lenti e sensore. Come indicazione si utilizza lo strumento *focus tool* incluso nel software VIC-Snap che fornisce una stima del rumore previsto.

L'apertura focale è definita come l'ampiezza della sezione dell'obiettivo aperta al passaggio della luce. La sua regolazione è effettuata agendo sul *diaframma*, un foro circondando da lamelle che in base alla loro posizione ne determinano l'apertura. La massima apertura del diaframma è convenzionalmente indicata con un valore numerico preceduto da f/.

Il tempo di esposizione è l'intervallo di tempo in cui l'otturatore della fotocamera rimane aperto, lasciando che la luce colpisca il sensore. Viene espresso in secondi o in frazioni di secondo. Maggiore è il tempo di esposizione e maggiore sarà la quantità di luce catturata dal sensore.

La lunghezza focale è la distanza ottica (espressa generalmente in mm) tra il punto in cui si concentra la luce all'interno dell'obiettivo e il sensore della fotocamera.

Riducendo il tempo di esposizione e impostando la massima apertura focale, si regola la distanza tra lente e sensore mediante smart focus; riportando l'apertura focale su un valore intermedio si regola, infine, il tempo di esposizione fino ad ottenere il minor rumore previsto.

Durante le prove è stato necessario trovare una soluzione di compromesso tra una perfetta messa a fuoco e la riduzione delle zone di sovra esposizione, particolarmente critiche a causa della naturale riflettività della schiuma.

Calibrazione Per un sistema stereoscopico, la procedura di calibrazione è necessaria per ricostruire il campo di spostamento tridimensionale. Con essa vengono determinati i parametri di ogni camera (scala immagine, lunghezza focale, distorsione immagine etc.) e i parametri del sistema DIC (angolo tra le camere, distanza tra le camere etc.).

La procedura di calibrazione viene eseguita acquisendo una serie di immagini di un *target* di calibrazione con diverse orientazioni spaziali. La scelta della dimensione più appropriata del target è stata effettuata considerando il target di dimensione più prossima alla dimensione caratteristica del provino. Per tutte le prove si è utilizzato un target di 10 mm (figura 4.8).

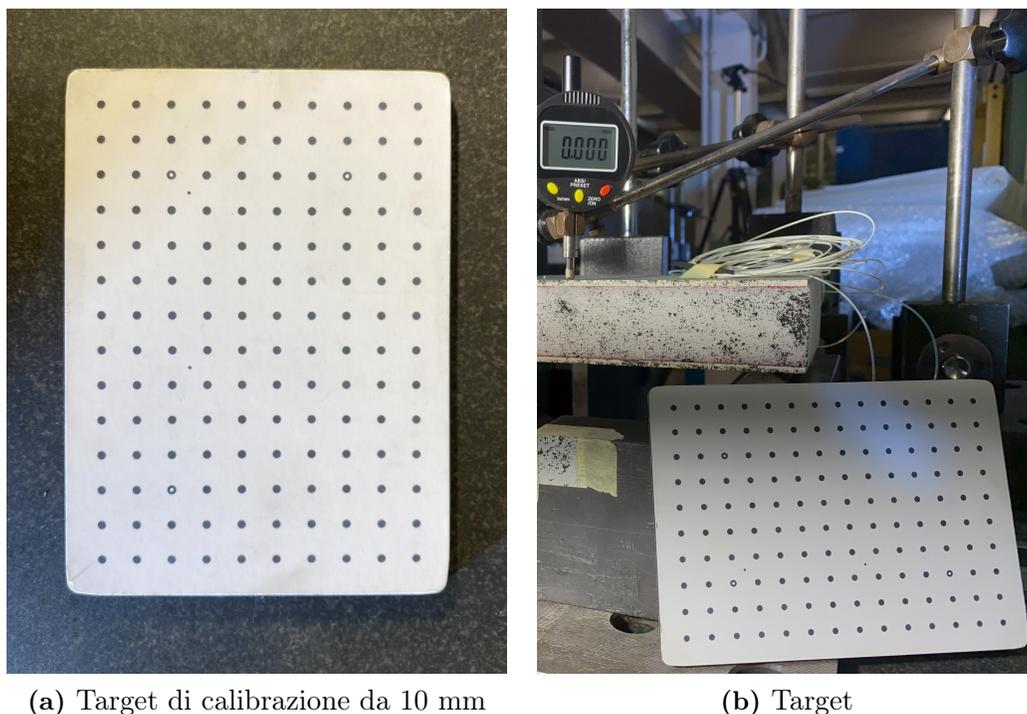


Figura 4.8: Immagini del target di calibrazione

Durante la calibrazione, tra la cattura di una foto e la successiva, è necessario non modificare alcun parametro fisico delle camere. La procedura di calibrazione deve essere ripetuta ogni qual volta è effettuata una modifica dei suddetti parametri. La calibrazione viene ripetuta per ogni prova.

4.4 Esecuzione delle prove

Ultimate le procedure di preparazione del sistema DIC e di deposizione del pattern sui provini sandwich, si è proceduto all'esecuzione delle prove. Prescindendo dalla specifica prova considerata, la procedura di esecuzione presenta uno sviluppo comune.

Ogni trave è stata posizionata sugli appoggi della macchina di prova; il cilindro di carico è stato portato in battuta sulle travi applicando un pre-carico di circa 10 N, al fine di garantire l'assenza di giochi. A seguire, vengono installati i trasduttori di spostamento nelle stazioni prestabilite 4.2 il più vicino possibile alla superficie laterale delle travi in vista al sistema DIC.

Allestita in questo modo la prova, dopo aver azzerato i trasduttori di spostamento e acquisito l'immagini di riferimento per l'analisi DIC, si è proceduto all'applicazione del carico ruotando la vite di regolazione del martinetto manualmente, utilizzando una leva. La procedura è stata condotta in maniera quasi statica a step di carico di 100 N fino a 500 N per non rischiare il danneggiamento delle travi; per ogni step si è attesa la stabilizzazione del valore di forza rilevato dalla cella di carico e si sono acquisite le immagini corrispondenti mediante il software commerciale VIC-Snap. Ogni prova è stata eseguita due volte, per un totale di otto prove.



Figura 4.9: *Allestimento della prova*

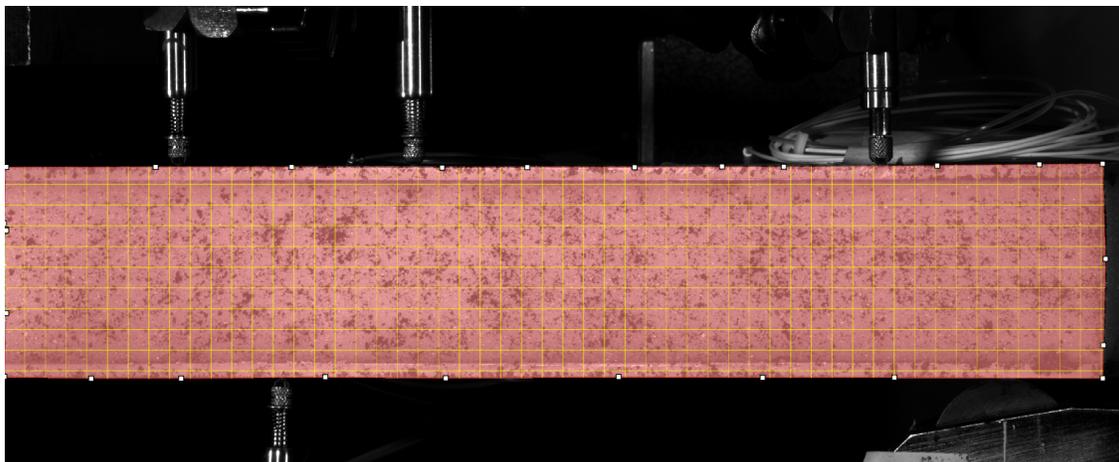


Figura 4.10: Regione di interesse e dimensione del subset

4.5 Elaborazione delle immagini

L'elaborazione delle immagini viene eseguita utilizzando il software commerciale VIC-3D dell'azienda Correlated Solution. Dopo aver caricato le immagini di calibrazione e l'immagini della prova è possibile procedere all'elaborazione. Indipendentemente dalla prova specifica considerata, la procedura per eseguire l'elaborazione può essere riassunta nei seguenti passi fondamentali.

- Selezione della regione di interesse (ROI);
- Dimensione del subset e numero di step;
- Analisi;
- Post processamento ed estrapolazione dei risultati.

Prima di procedere all'elaborazione delle immagini è sempre consigliabile eseguire la ricalibrazione del sistema utilizzando le stesse immagini della prima procedura di calibrazione.

Regione di interesse La regione di interesse, in inglese *Region Of Interest* (ROI), è quella porzione dell'immagine all'interno della quale il software effettuerà la correlazione. La sua selezione è demandata all'utente e deve essere effettuata sull'immagine di riferimento. Nel caso specifico, per ogni trave è stata selezionata la porzione di superficie laterale in vista al sistema; per ottenere una maggiore precisione nei bordi si è effettuata una selezione poligonale. In figura 4.10 è riportato un esempio di ROI per la trave B01.

Dimensione del subset e numero di step La scelta della dimensione del subset è un aspetto chiave che influisce direttamente sulla qualità dei risultati ottenibili. In tutti i software di elaborazione DIC essa è demandata all'utente. La dimensione del subset dovrebbe essere abbastanza ampia da garantire un pattern sufficientemente distintivo con una adeguata distribuzione di grigio.

In generale è possibile affermare che sono preferibili sottoinsiemi più grandi quando l'obiettivo principale sono gli spostamenti, in quanto più facilmente riconoscibili dall'algoritmo; di contro per la misura delle deformazioni sono preferibili subset di dimensioni minori.

Il software VIC-3D è dotato di un apposito strumento che consiglia l'utente per la scelta della dimensione ideale del subset, in modo da ottenere una precisione di 0,01 pixel per dato livello di rumore (valore 8,00). Si è fatto uso di questa funzione. In tabella le dimensioni del subset utilizzate per ogni prova.

Provino	B01	B02	B03	B04
Dimensione subset	57	79	89	83

Tabella 4.3: *Dimensioni subset per i vari provini/prove*

Il passo (*step size*) controlla la distanza tra i punti analizzati durante la procedura di correlazione; il suo valore rappresenta la distanza in termini di pixel. Occorre considerare che il tempo di analisi è inversamente proporzionale al quadrato del passo. Per ogni analisi si assume un passo di valore 7, compromesso tra accuratezza e velocità di analisi.

Analisi La procedura di analisi inizia con la selezione dell'immagine di riferimento e delle immagini correnti per le quali si vuole effettuare la correlazione. Successivamente è necessario specificare l'ordine dell'interpolazione sub pixel e il criterio di correlazione. Tramite interpolazione l'algoritmo di correlazione è in grado di valutare la variazioni di grigio nella regione interna i pixel conferendo al sistema una risoluzione inferiore al pixel. Ordini di interpolazione più elevati conducono ai risultati più accurati a scapito di un maggiore tempo di analisi; tuttavia, sono generalmente preferibili. Per tutte le prove l'interpolazione utilizzata sarà di tipo spline 8-tap.

Il software VIC-3D permette la scelta tra tre diversi criteri di correlazione: SSD, NSSD e ZNSSD. Come discusso al capitolo 2 il criterio SSD è sensibile alle variazioni di intensità luminosa. I provini sandwich analizzati, per via della struttura a celle della schiuma possono, in seguito al processo deformativo, cambiare riflettività; ad esempio, le celle deformandosi possono proiettare ombre del loro ordine di grandezza. Per tale motivo il criterio SSD viene scartato. I criteri NSSD e ZNSSD sono entrambi teoricamente utilizzabili in queste analisi, tuttavia, il criterio ZNSSD per pattern non molto fitti come quello delle travi in oggetto potrebbe portare al fallimento della procedura di correlazione; per tale motivo si adotta il criterio NSSD.

Post processamento ed estrapolazione dei risultati A seguito dell'analisi si hanno a disposizione dei risultati *grezzi* sui quali è possibile eseguire le procedure di post-processamento. La prima operazione eseguita è stata la definizione del sistema di riferimento coerentemente con quello utilizzato nella realizzazione dei modelli agli elementi finiti. Sarebbe possibile anche eseguire delle operazioni di *smoothing*, tuttavia, si ritiene più opportuno lavorare su dati non ulteriormente elaborati.

Per ogni prova vengono valutati gli spostamenti trasversali per i cinque step di carico considerati. Vengono estratti gli spostamenti trasversali lungo lo spessore in alcune stazioni, definendo una linea di estrazione con 200 punti di calcolo. Al capitolo successivo vengono presentati i risultati ottenuti sperimentalmente.

Capitolo 5

Risultati e commenti

In questo capitolo vengono presentati e commentati i risultati ottenuti dalle indagini sperimentali eseguite sui quattro provini sandwich; si rimanda al Capitolo 3 per le loro caratteristiche.

Vengono confrontati gli spostamenti trasversali ottenuti mediante Digital Image Correlation e trasduttori di spostamento LVDT. Entrambi i sistemi di misura vengono confrontati con i modelli agli elementi finiti discussi al Capitolo 3.

Grazie alla DIC si valuta l'andamento sperimentale dello spostamento assiale nel piano lungo lo spessore e si opera un confronto con i risultati numerici ottenibili dai modelli agli elementi finiti.

5.1 Sistema di riferimento e nomenclatura

Per una maggiore chiarezza espositiva, in figura 5.1 si richiama la nomenclatura adottata per le posizioni di misura LVDT. Si considera un sistema di riferimento levogiro che abbia asse y diretto come l'asse di simmetria della travi in verso opposto al verso di applicazione del carico, asse x coincidente con la faccia inferiore e asse z entrante nel piano del foglio. Il piano $x - y$ è assunto coincidente con la superficie laterale delle travi (piano del foglio).

Si denotano con v gli spostamenti in direzione y (spostamenti trasversali) e con u gli spostamenti in direzione x (spostamenti assiali). Si indicano con v_{dic} , v_{lvdt} rispettivamente gli spostamenti trasversali misurati mediante DIC e LVDT; con v_{fem} si denotano gli spostamenti trasversali calcolati numericamente dai modelli agli elementi finiti. Analogamente u_{dic} , u_{lvdt} , u_{fem} saranno gli spostamenti assiali DIC, LVDT e FEM.

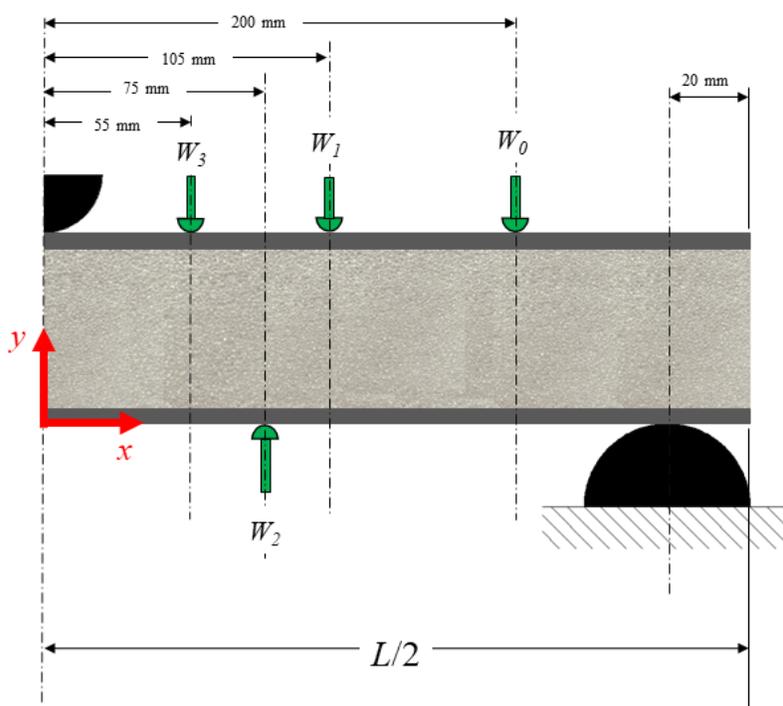


Figura 5.1: Sistema riferimento adottato

5.2 Rilevazione della geometria

Sfruttando il sistema DIC stereoscopico si effettuano delle rilevazioni geometriche sui provini sandwich nello spazio tridimensionale. Nella direzione y si valuta l'andamento dello spessore totale del sandwich in diverse stazioni; nella direzione x si valuta il posizionamento relativo tra i trasduttori di spostamento.

Spessore del sandwich Si denoti con h lo spessore totale del sandwich (media di diverse posizioni) valutato tramite righello; sia h_i ($i = 0, 1, 2, 3$) la misura dello spessore determinata tramite DIC nella posizione W_i ($i = 0, 1, 2, 3$).

Lavorando sull'immagine di riferimento si tracciano le linee ausiliare iso- x ; nel sistema di riferimento adottato, nel piano laterale $x - y$ si valuta lo spessore totale h_i come differenza tra la coordinata $y_i^{(t)}$ di un punto in corrispondenza della faccia superiore e la coordinata $y_i^{(b)}$ di un punto in corrispondenza della faccia inferiore (posti sulla medesima linea iso- x).

$$h_i = y_i^{(t)} - y_i^{(b)} \quad i = 0, 1, 2, 3 \quad (5.1)$$

In tabella 5.1 sono riportati i risultati ottenuti per le diverse posizioni di misurazione considerate.

Nome trave	h [mm]	h_0 [mm]	h_1 [mm]	h_2 [mm]	h_3 [mm]
B01	44,6	44,18	44,00	44,14	44,31
B02	43,3	42,26	42,37	42,91	42,67
B03	43,5	-	42,51	42,45	42,55
B04	43,1	-	42,78	42,50	42,58

Tabella 5.1: *Spessore misurato tramite Digital Image Correlation*

Come è possibile evincere dalla precedente tabella, la DIC rileva uno spessore leggermente minore (inferiore a 1% per tutti i provini) rispetto al corrispondente valutato tramite righello. Essenzialmente possono essere addotte due cause:

- La misura tramite DIC è effettuata in condizioni di pre-carico del provino (immagine di riferimento); invece, le misurazioni rilevate con righello sono effettuate a riposo.
- difficoltà di correlazione ai limiti della regione di interesse.

La non uniformità che si osserva nello spessore misurato nelle diverse stazioni è da ricercare nella inevitabile presenza di difetti costruttivi della travi.

Posizionamento relativo trasduttori Si verifica tramite DIC il posizionamento relativo dei trasduttori di spostamento LVDT. Prendendo come riferimento il trasduttore collocato in posizione W_3 , si definisce la distanza ΔW_i ($i = 0, 1, 2$) tra il trasduttore i -esimo posto in W_i ($i = 0, 1, 2$) e il trasduttore di riferimento. Nominalmente

$$(\Delta W_0, \Delta W_1, \Delta W_2) = (145, 50, 20) \text{ [mm]} \quad (5.2)$$

Lavorando sull'immagine di riferimento si tracciano le linee ausiliare iso- y ; nel sistema di riferimento adottato, sul piano laterale $x - y$ si valuta la coordinata x_3 del trasduttore di riferimento posto in posizione W_3 . Si valutano le distanze relative rispetto W_3 come differenza tra la coordinata x_i ($i = 0, 1, 2$) dell' i -esimo trasduttore e la coordinata x_3 . Tutte le coordinate sono rilevate in corrispondenza del punto di contatto provino-trasduttore.

$$\Delta W_i = x_i - x_3 \quad i = 0, 1, 2 \quad (5.3)$$

In tabella 5.2 vengono mostrati i risultati ottenuti. Si osserva come i valori rilevati siano molto vicini ai valori nominali. In ordine decrescente di influenza, gli scostamenti osservati sono da imputare a:

- Imprecisione nel posizionamento manuale dei trasduttori mediante righello;
- fenomeni di assestamento del trasduttore;
- area di contatto estesa provino-trasduttore e non puntiforme.

Provino	ΔW_0 [mm] (145 mm)	ΔW_1 [mm] (50 mm)	ΔW_2 [mm] (20 mm)
B01	147,02	51,23	23,74
B02	146,05	49,34	21,33
B03	-	51,67	20,67
B04	-	49,63	19,01

Tabella 5.2: Posizionamento relativo trasduttori di spostamento (tra parenti i valori nominali)

Sfruttando il software VIC-3D è possibile ottenere una rappresentazione tridimensionale dei provini analizzati. In figura 5.2 viene rappresentato nel piano $x - y$ un fringe della coordina z . Si osserva come il sistema DIC stereoscopico sia effettivamente in grado di cogliere anche l'irregolarità della schiuma. La leggera flessione che si può notare è dovuta all'applicazione del pre-carico.

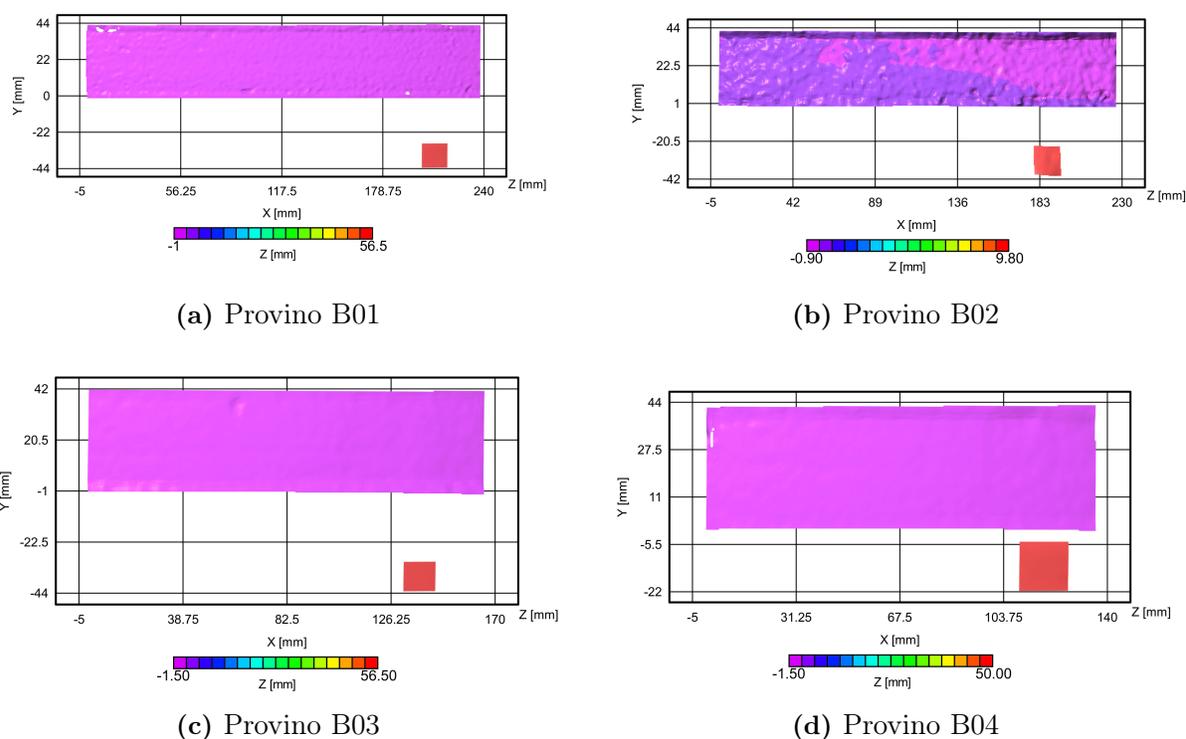


Figura 5.2: Geometria tridimensionale rilevata tramite DIC.

5.3 Spostamenti trasversali

In questo paragrafo vengono riuniti e organizzati i risultati sperimentali che si sono ottenuti per gli spostamenti trasversali (DIC e LVDT); successivamente, vengono confrontati con i corrispondenti calcolati numericamente con i modelli agli elementi finiti discussi al Capitolo 3.

5.3.1 Misurazioni sperimentali

Provino B01 Nelle tabelle 5.3 e 5.4 sono riportati gli spostamenti trasversali v del provino B01 misurati sperimentalmente con LVDT e DIC per le quattro diverse stazioni di misura considerate. Si considerano tutti i livelli di carico nell'intervallo 100-500 N con un passo di 100 N.

Carico Nominale (Reale)	W_0 (200 mm)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (101)	-0,129	-0,164	0,238	-0,294
200 (202)	-0,233	-0,399	0,497	-0,577
300 (319)	-0,377	-0,677	0,805	-0,915
400 (404)	-0,505	-0,893	1,041	-1,175
500 (502)	-0,629	-1,126	1,314	-1,477

Tabella 5.3: *Spostamenti trasversali LVDT provino B01*

Carico Nominale (Reale)	W_0 (200 mm)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (101)	-0,147	-0,262	-0,294	-0,326
200 (202)	-0,266	-0,495	-0,559	-0,620
300 (319)	-0,409	-0,772	-0,873	-0,965
400 (404)	-0,518	-0,984	-1,112	-1,227
500 (502)	-0,644	-1,227	-1,388	-1,529

Tabella 5.4: *Spostamenti trasversali DIC provino B01*

Osservando i risultati è possibile notare immediatamente come per ogni stazione e per ogni livello di carico gli spostamenti rilevati tramite DIC risultino superiori ai corrispondenti misurati con i trasduttori LVDT. Un confronto più puntuale sarà affrontato al paragrafo successivo.

In figura 5.3 è possibile osservare un fringe degli spostamenti trasversali rilevati tramite DIC per ogni livello di carico. Si può chiaramente notare l'evoluzione del campo di spostamento al crescere del carico.

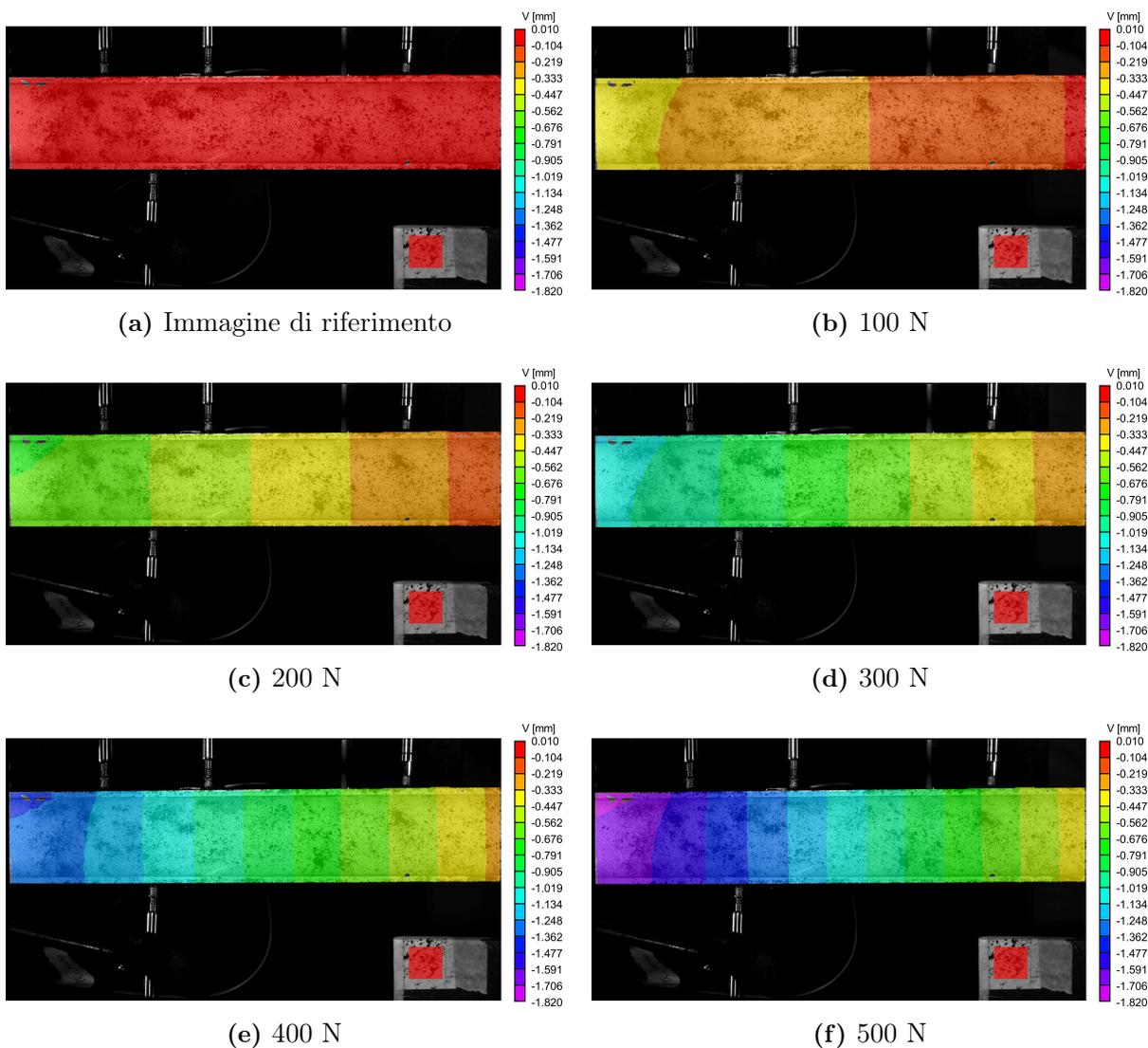


Figura 5.3: *Storia di carico DIC provino B01*

Provino B02 Vengono presentati nella tabelle 5.5, 5.6 i risultati delle misurazioni sperimentali degli spostamenti trasversali per la trave B02. In tabella 5.5 si hanno gli spostamenti v ricavati tramite trasduttori di spostamento LVDT; in tabella 5.6 i medesimi, misurati mediante Digital Image Correlation. Analogamente a quanto fatto per la trave B01 si considerano quattro posizioni di misura e cinque livelli di carico (100-500 N passo di 100 N). Da una prima analisi dei dati delle misurazioni appare subito evidente la notevole vicinanza dei valori misurati dai due sistemi.

Carico Nominale (Reale)	W_0 (200 mm)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (104)	-0,054	-0,154	0,179	-0,220
200 (208)	-0,099	-0,303	0,365	-0,447
300 (299)	-0,131	-0,436	0,533	-0,646
400 (406)	-0,171	-0,600	0,726	-0,880
500 (504)	-0,216	-0,756	0,912	-1,107

Tabella 5.5: *Spostamenti trasversali LVDT provino B02*

Carico Nominale (Reale)	W_0 (200 mm)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (104)	-0,052	-0,161	-0,191	-0,213
200 (208)	-0,099	-0,322	-0,383	-0,428
300 (299)	-0,134	-0,459	-0,550	-0,615
400 (406)	-0,173	-0,621	-0,745	-0,745
500 (504)	-0,214	-0,779	-0,936	-1,107

Tabella 5.6: *Spostamenti trasversali DIC provino B02*

In figura 5.4 la storia di carico per il provino B02.

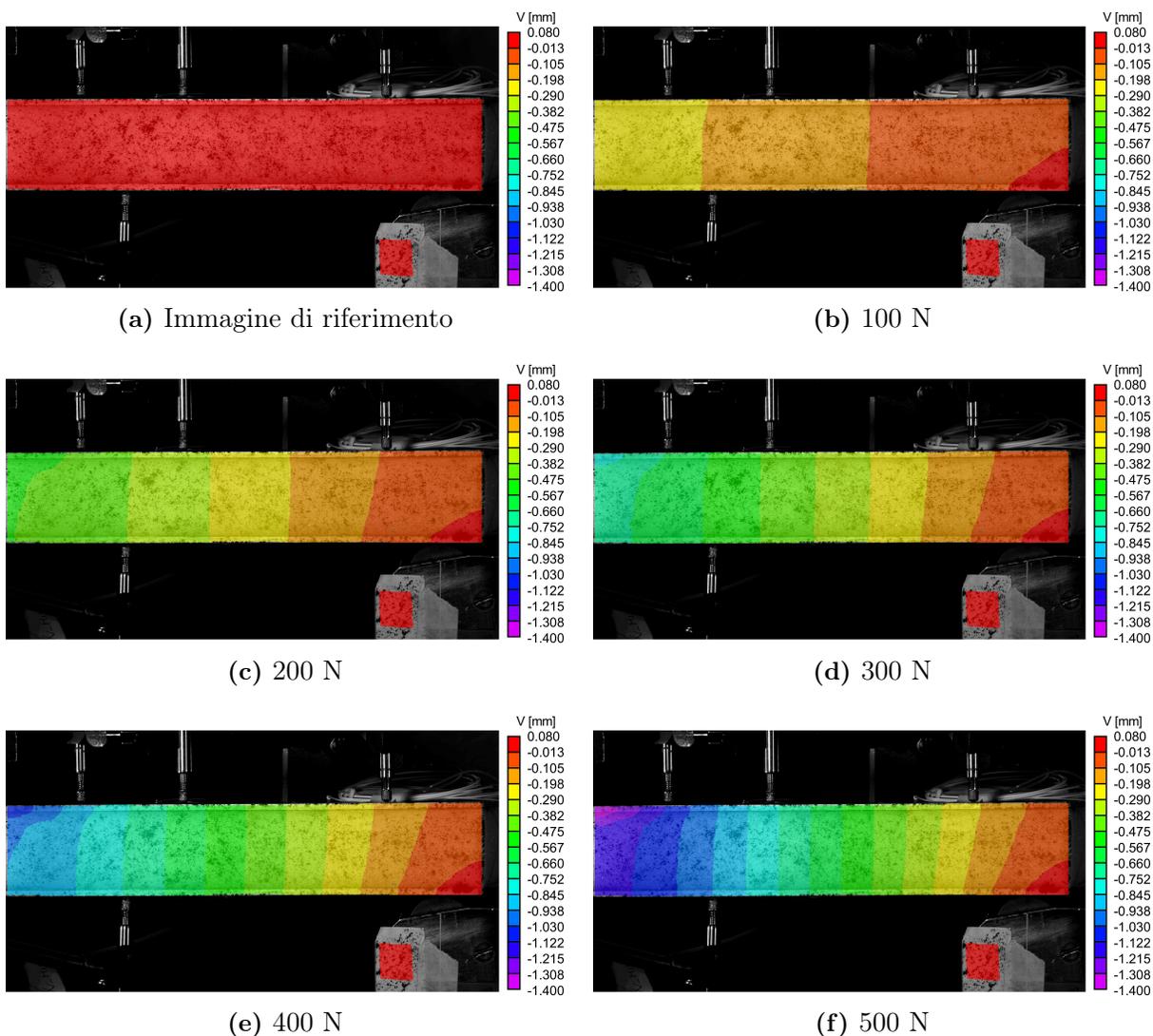


Figura 5.4: *Storia di carico DIC provino B02*

Provino B03 I risultati delle misurazioni sperimentali degli spostamenti v per il provino B03 sono riportati nelle tabelle 5.7, 5.8, rispettivamente per LVDT e DIC in tre posizioni di misura e 5 livelli di carico (100-500 N, passo 100N).

Carico Nominale (Reale)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (106)	-0,084	0,124	-0,138
200 (200)	-0,150	0,214	-0,261
300 (305)	-0,208	0,318	-0,392
400 (407)	-0,275	0,425	-0,524
500 (509)	-0,340	0,528	-0,658

Tabella 5.7: *Spostamenti trasversali LVDT provino B03*

Carico Nominale (Reale)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (106)	-0,080	-0,118	-0,150
200 (200)	-0,144	-0,217	-0,276
300 (305)	-0,209	-0,324	-0,412
400 (407)	-0,274	-0,429	-0,546
500 (509)	-0,340	-0,536	-0,681

Tabella 5.8: *Spostamenti trasversali DIC provino B03*

Anche in questo caso si riscontra, da un prima analisi, una notevole somiglianza dei valori misurati dai due diversi sistemi. In figura 5.5 si ha il campo di spostamento trasversale globale valutato tramite DIC per ognuno degli step di carico considerati.

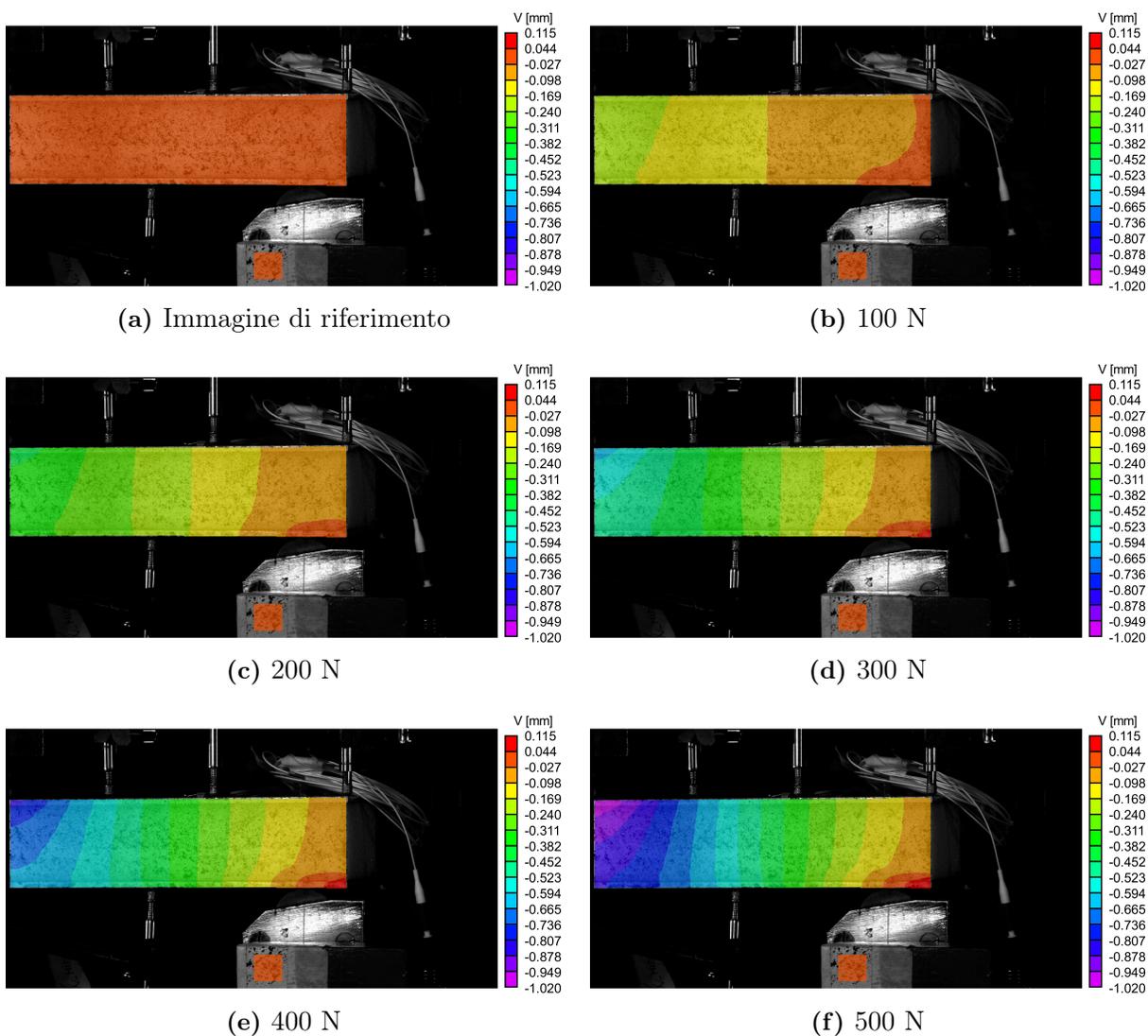


Figura 5.5: *Storia di carico DIC provino B03*

Provino B04 Le misurazioni sperimentali degli spostamenti trasversali v del provino B04 sono mostrate in tabella 5.9 per gli LVDT e in tabella 5.10 per il sistema DIC. Appare subito evidente come il metodo DIC rilevi spostamenti maggiori a tutti i livelli di carico e per tutte le posizioni di misura; tuttavia, da una prima analisi, i valori misurati sembrano avere un'ottima corrispondenza.

Carico Nominale (Reale)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (114)	-0,027	0,072	-0,097
200 (207)	-0,060	0,129	-0,184
300 (307)	-0,093	0,194	-0,279
400 (408)	-0,122	0,253	-0,368
500 (507)	-0,154	0,321	-0,462

Tabella 5.9: *Spostamenti trasversali LVDT provino B04*

Carico Nominale (Reale)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (114)	-0,041	-0,083	-0,120
200 (207)	-0,074	-0,146	-0,206
300 (307)	-0,106	-0,210	-0,298
400 (408)	-0,134	-0,271	-0,383
500 (507)	-0,161	-0,332	-0,467

Tabella 5.10: *Spostamenti trasversali DIC provino B04*

Anche per questa prova, si riporta in figura 5.6 il campo di spostamento trasversale globale misurato con la tecnica DIC.

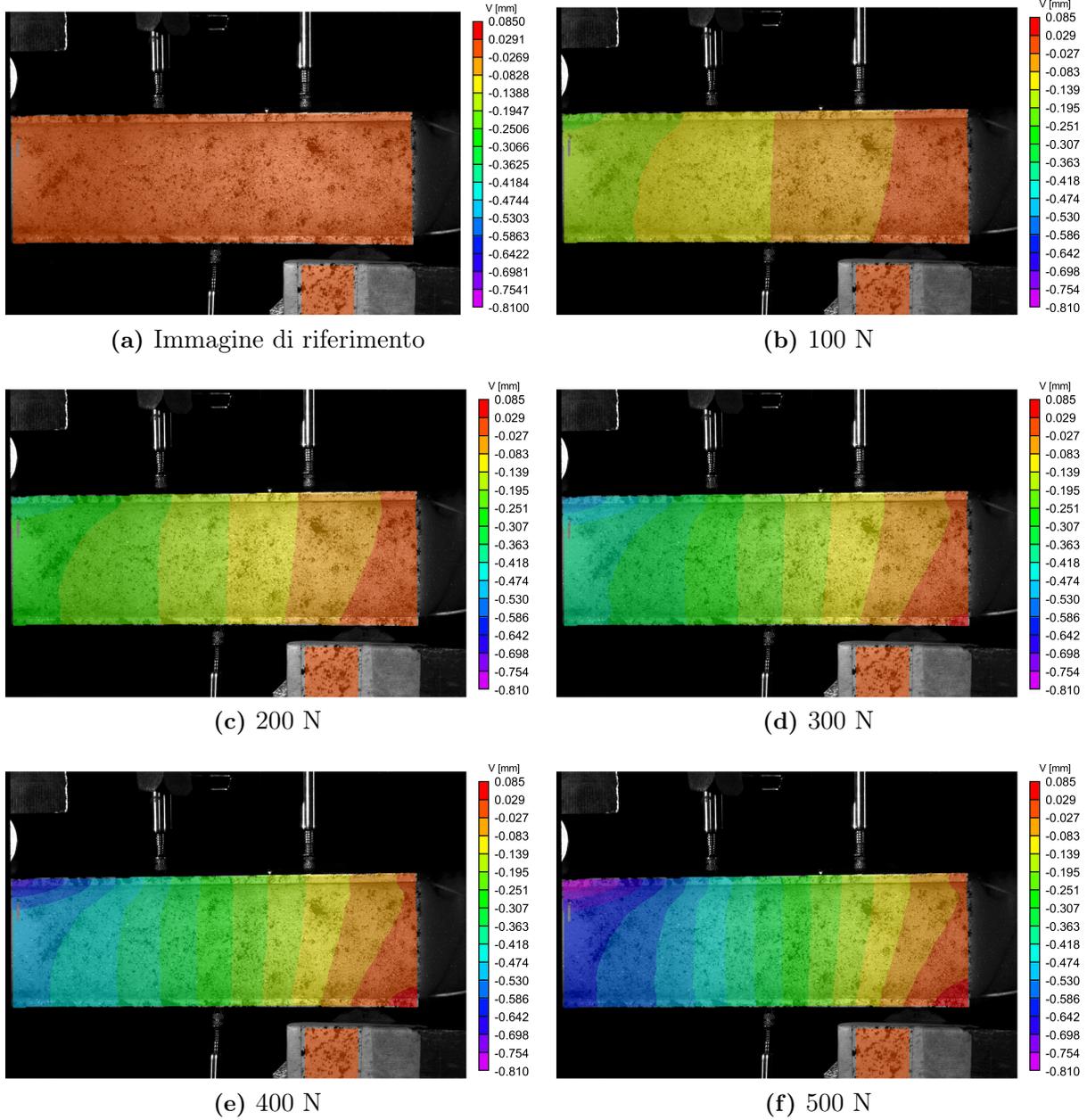


Figura 5.6: *Storia di carico DIC provino B04*

5.3.2 Confronto DIC-LVDT

Per valutare qualitativamente la corrispondenza tra le misurazioni DIC e LVDT degli spostamenti trasversali, si introduce un *errore percentuale relativo DIC-LVDT* denotato con E_{DL} e definito da:

$$E_{DL} = \left| \frac{v_{dic} - v_{lvdt}}{v_{lvdt}} \right| \cdot 100 \quad (5.4)$$

Si osserva che tale quantità per come è definita non considera il segno dell'errore ovvero non indica se si ha una sovrastima o una sottostima.

Provino B01 Per effettuare il confronto si calcola l'errore percentuale relativo E_{DL} . I risultati del calcolo sono riportati in tabella 5.11. Considerando il complessivo delle misurazioni, si osserva un errore medio del 12,34%. Più nel dettaglio, si può valutare l'errore medio in ogni posizione di misura riscontrando che: in posizione W_3 si ottiene il minor errore medio (6,35%), alla posizione W_2 (faccia inferiore) si ottiene un errore medio del 11,34%, in posizione W_0 si ha un errore medio del 8,38%. Il maggiore errore medio viene riscontrato in posizione W_1 dove balza all'occhio un errore del 59,64% per un carico nominale di 100 N, tuttavia, tale valore non trova riscontro nei successivi livelli di carico riducendosi significativamente; ciò porta a pensare che sia dovuto una errata rilevazione del trasduttore corrispondente.

Carico Nominale (Reale)	W_0 (200 mm)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (101)	14,18%	59,64%	23,36%	10,79%
200 (202)	14,33%	24,03%	12,47%	7,47%
300 (319)	8,51%	14,09%	8,42%	5,49%
400 (404)	2,54%	10,19%	6,86%	4,45%
500 (502)	2,33%	8,99%	5,60%	3,54%

Tabella 5.11: *Errore relativo percentuale spostamenti trasversali DIC vs. LVDT per il provino B01*

Con riferimento alla figura 5.7 si osserva la tendenza dell'errore a diminuire all'aumentare del carico; considerando l'errore medio sul complessivo delle posizioni di misura, si osserva che nel passaggio da 200 N a 500 N l'errore medio si riduce del 9,45%, passando dal 14,57% al 5,12% (si esclude lo step a 100 N per i motivi sopra esposti).

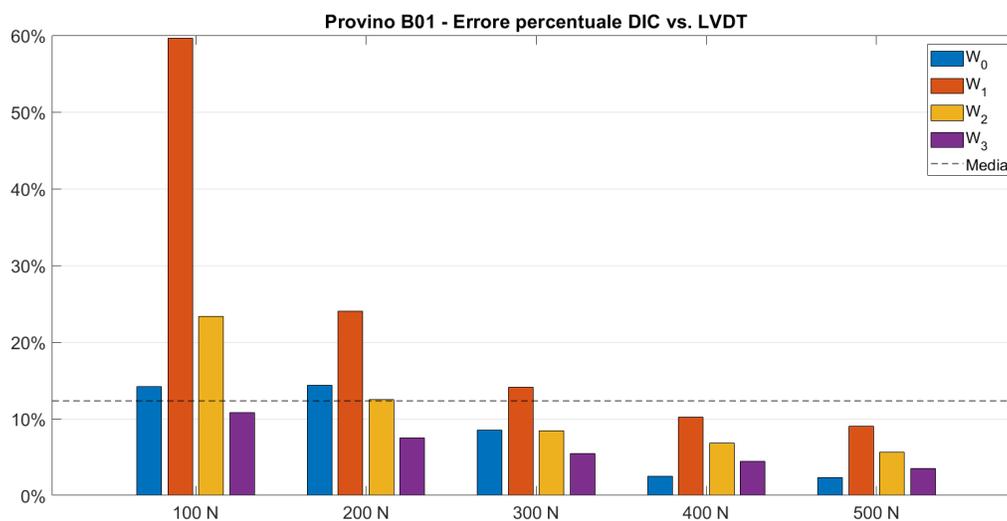


Figura 5.7: *Errore relativo percentuale spostamenti trasversali DIC vs. LVDT per il provino B01*

Dalla prova effettuata sulla trave B01 si può, quindi, concludere che la tecnica DIC da risultati comparabili a quelli ottenuti con LVDT.

Provino B02 Valutando l'errore relativo (tabella 5.12) è possibile constatare un errore medio del 3,98% complessivo di tutte le misurazioni (ogni carico e ogni posizione). Da quanto detto, segue che rispetto la trave B01 si riscontra una maggiore corrispondenza tra le misurazioni LVDT e DIC. Valutando nel dettaglio la media dell'errore in ogni posizione si osserva che: in posizione W_0 si riscontra la migliore corrispondenza con un errore medio del 1,73%; nelle posizioni W_1 e W_2 si ha un errore medio 4%; in posizione W_3 l'errore medio sale 5,57%, tuttavia, si osserva un errore fuori scala del 15,37% per un carico nominale di 400 N che fa supporre errata rilevazione del sistema DIC o del corrispondente trasduttore di spostamento.

Carico Nominale (Reale)	W_0 (200 mm)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (104)	4,23%	4,44%	7,01%	3,35%
200 (208)	0,20%	6,33%	4,94%	4,35%
300 (299)	1,97%	5,33%	3,19%	4,71%
400 (406)	1,27%	3,49%	2,61%	15,37%
500 (504)	0,97%	3,04%	2,66%	0,06%

Tabella 5.12: *Errore relativo percentuale spostamenti trasversali DIC vs. LVDT per il provino B02*

Facendo riferimento alla figura 5.8, anche per la trave B02, si conferma la tendenza generale dell'errore a diminuire all'aumentare del carico; l'errore medio delle varie posizioni passa dal 4,76%, del livello di carico 100 N, al 1,68% del livello di carico 500 N.

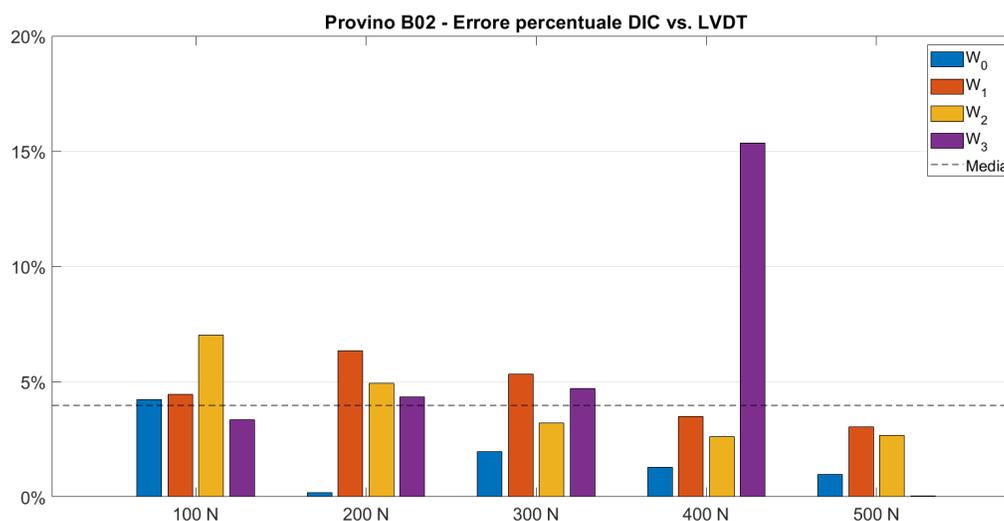


Figura 5.8: *Errore relativo percentuale spostamenti trasversali DIC vs. LVDT per il provino B02*

Da quanto detto, si constata che anche per la prove effettuate sul provino B02 si osserva un'ottima corrispondenza tra risultati DIC e LVDT.

Provino B03 In tabella 5.13 è valutato l'errore E_{DL} per la prova effettuata sul provino B03. Similmente a quanto riscontrato per il provino B02, in questo caso l'errore medio sul totale delle misurazioni vale il 3,20%. Considerando il dettaglio delle diverse posizioni, si osserva un errore medio su tutti i livelli di carico piuttosto costante nelle posizioni W_1 e W_2 , rispettivamente del 1,98% e del 2,11%. In posizione W_3 si osserva un errore medio leggermente superiore (5,51%).

Carico Nominale (Reale)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (106)	5,25%	4,74%	8,78%
200 (200)	3,79%	1,66%	5,94%
300 (305)	0,37%	1,89%	5,09%
400 (407)	0,37%	0,90%	4,22%
500 (509)	0,10%	1,38%	3,52%

Tabella 5.13: *Errore relativo percentuale spostamenti trasversali DIC vs. LVDT per il provino B03*

Con riferimento alla figura 5.9 anche in questo caso si osserva un errore medio su tutte le posizioni di misura decrescente con il carico: a 100 N si ha un errore medio 6,26% mentre a 500 N del 1,67%. L'errore minore si ottiene in posizione W_1 a 500 N ed è pari al 0,10%.

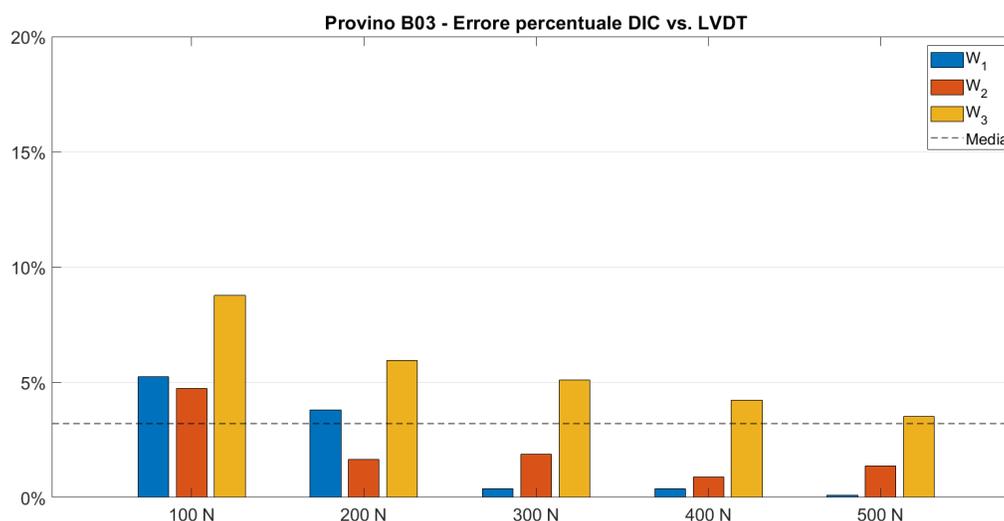


Figura 5.9: *Errore relativo percentuale spostamenti trasversali DIC vs. LVDT per il provino B03*

Anche per questo provino si osserva un'ottima corrispondenza dei risultati DIC e LVDT.

Provino B04 Calcolando l'errore percentuale relativo tra le due tecniche di misurazione LVDT e DIC (tabella 5.14) si osserva che: gli errori maggiori si riscontrano nella posizione W_1 con un errore medio del 21,35%; nelle posizioni W_1 e W_2 si ha una migliore corrispondenza dei risultati con un errore medio che per entrambe si attesta al 9,5%.

Carico Nominale (Reale)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (114)	53,49%	15,47%	23,80%
200 (207)	24,36%	12,90%	11,68%
300 (307)	14,25%	8,53%	6,67%
400 (408)	10,44%	7,29%	4,19%
500 (507)	4,23%	3,42%	1,17%

Tabella 5.14: *Errore relativo percentuale spostamenti trasversali DIC vs. LVDT per il provino B04*

Con riferimento alla figura 5.10 si osserva che per tutte le stazioni di misura l'errore calcolato diminuisce all'aumentare del carico, con una media minima del 2,94% per il valore di carico nominale 500 N. Inoltre, si osserva la tendenza dell'errore a diminuire muovendosi dalla stazione più lontana dal carico W_1 (dove si osservano le maggiori variazioni) alla stazione più vicina ad esso W_3 . Questo comportamento potrebbe essere dovuto a una migliore messa fuoco della zona, oppure, a una migliore qualità locale del pattern.

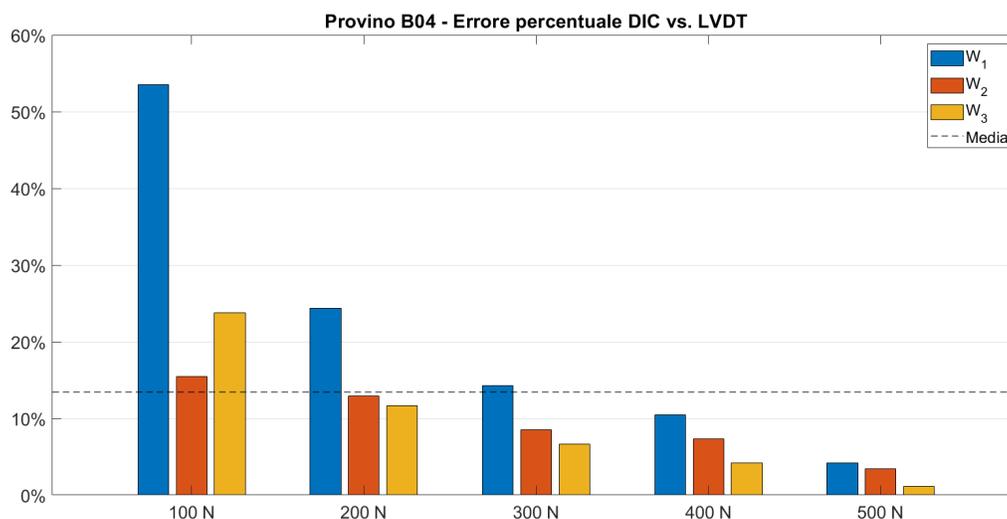


Figura 5.10: *Errore relativo percentuale spostamenti trasversali DIC vs. LVDT per il provino B04*

Si può concludere anche per la trave B04 si ha una buona corrispondenza tra i risultati DIC e LVDT.

Commenti Ai paragrafi precedenti sono stati esposti e confrontati gli spostamenti trasversali rilevati con sistema DIC e trasduttori LVDT, osservando un'ottima corrispondenza nei risultati.

Nella valutazione dei risultati occorre considerare che DIC ed LVDT effettuano misurazioni in posizioni corrispondenti, ma in punti diversi; gli LVDT misurano gli spostamenti in corrispondenza della faccia superiore in prossimità della superficie laterale delle travi mentre, la DIC effettuata la misurazione direttamente sulla superficie laterale. Inoltre, va considerato che il contorno del provino è la zona in cui la tecnica DIC ha maggiori difficoltà di correlazione e conseguentemente di misurazione. Per un carico pari a 500 N si osservano errori inferiori al 6% tra i due metodi, per tutte le travi oggetto di studio. In generale l'errore calcolato tende a diminuire all'aumentare del carico, questo permette di considerare che a bassi carichi la tecnica DIC sia più precisa degli LVDT, grazie alla sua maggiore risoluzione.

5.3.3 Risultati FEM

Al capitolo 3 sono stati realizzati dei modelli agli elementi finiti rappresentativi dei provini oggetto di indagine sperimentale. Sfruttando la linearità del problema è possibile estendere i risultati ottenuti per un livello di carico unitario (100 N) ai livelli di carico reali rilevati durante le prove sperimentali, semplicemente introducendo un fattore di scala. Nelle tabelle 5.15, 5.16, 5.17, 5.18 si raccolgono per ogni provino i valori degli spostamenti trasversali FEM opportunamente scalati.

Carico Nominale (Reale)	W_0 (200 mm)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (101)	-0,117	-0,225	-0,258	-0,280
200 (202)	-0,234	-0,450	-0,516	-0,560
300 (319)	-0,370	-0,711	-0,815	-0,884
400 (404)	-0,469	-0,900	-1,032	-1,119
500 (502)	-0,582	-1,118	-1,283	-1,391

Tabella 5.15: *Spostamenti trasversali FEM per il provino B01*

Carico Nominale (Reale)	W_0 (200 mm)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (104)	-0,035	-0,140	-0,174	-0,197
200 (208)	-0,070	-0,280	-0,349	-0,394
300 (299)	-0,100	-0,402	-0,501	-0,566
400 (406)	-0,136	-0,546	-0,681	-0,769
500 (504)	-0,169	-0,678	-0,845	-0,954

Tabella 5.16: *Spostamenti trasversali FEM per il provino B02*

Carico Nominale (Reale)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (106)	-0,053	-0,086	-0,107
200 (200)	-0,100	-0,162	-0,203
300 (305)	-0,152	-0,246	-0,309
400 (407)	-0,203	-0,329	-0,412
500 (509)	-0,253	-0,411	-0,516

Tabella 5.17: *Spostamenti trasversali FEM per il provino B03*

Carico Nominale (Reale)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (114)	-0,027	-0,054	-0,079
200 (207)	-0,048	-0,098	-0,143
300 (307)	-0,072	-0,146	-0,212
400 (408)	-0,095	-0,194	-0,281
500 (507)	-0,118	-0,241	-0,349

Tabella 5.18: *Spostamenti trasversali FEM per il provino B04*

5.3.4 Confronto risultati sperimentali e modelli FEM

Per quantificare la corrispondenza tra le misurazioni sperimentali (DIC E LVDT) e i valori calcolati numericamente si introducono le seguenti quantità:

$$E_{LF} = \left| \frac{v_{lvd} - v_{fem}}{v_{fem}} \right| \cdot 100 \quad (5.5)$$

E_{LF} rappresenta l'errore percentuale relativo LVDT-FEM. Mentre E_{DF} rappresenta l'errore percentuale relativo DIC-FEM ed è definito come segue.

$$E_{DF} = \left| \frac{v_{dic} - v_{fem}}{v_{fem}} \right| \cdot 100 \quad (5.6)$$

Giova osservare che tali errori non considerano il segno; osservazioni in questo senso saranno condotte tramite diagrammi carico-spostamento.

Provino B01

Confronto LVDT-FEM Un primo confronto può essere effettuato con le misurazioni LVDT. In 5.19 viene tabulato l'errore relativo percentuale E_{LF} tra gli spostamenti v misurati sperimentalmente con LVDT e i corrispondenti calcolati numericamente.

Carico Nominale (Reale)	W_0 (200 mm)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (101)	10,12%	27,10%	7,77%	5,08%
200 (202)	0,55%	11,32%	3,70%	3,12%
300 (319)	1,89%	4,72%	1,23%	3,55%
400 (404)	7,77%	0,76%	0,85%	4,99%
500 (502)	8,03%	0,70%	2,45%	6,21%

Tabella 5.19: *Errore relativo percentuale LVDT vs. FEM per provino B01*

Considerando l'insieme dei valori si osserva un errore medio del 5,60%. In corrispondenza della posizione W_2 (faccia inferiore) si ottiene il minor valore dell'errore medio (3,20%); in W_0 e W_3 si ottengono degli errori medi pari rispettivamente a 5,67% e 4,59%. Gli errori maggiori si riscontrano in corrispondenza di W_1 , con un errore medio del 8,92%; tuttavia, come già riscontrato in precedenza la misurazione a 100 N, in corrispondenza di W_1 , è affetta da una errata rilevazione del trasduttore (l'errore sale al 27,10%).

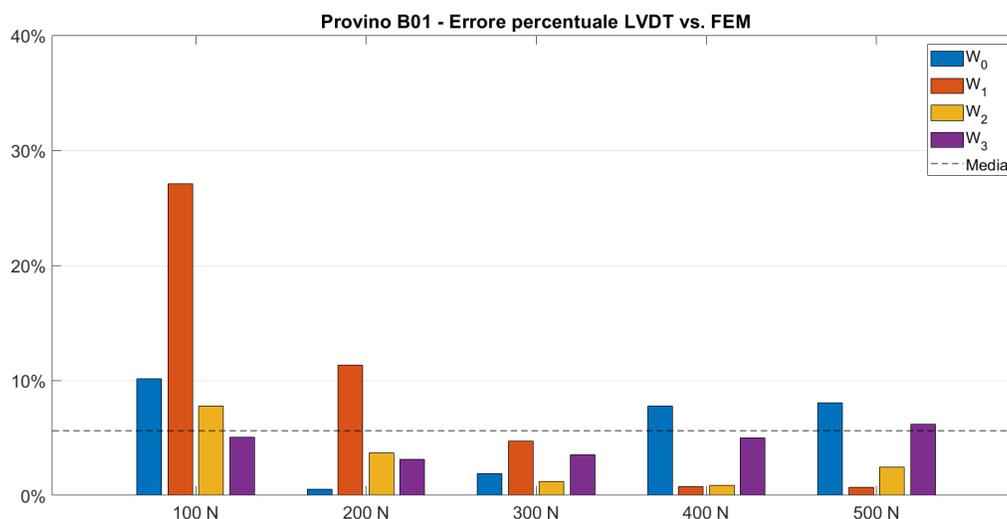


Figura 5.11: *Errore relativo percentuale LVDT vs. FEM per provino B01*

Con riferimento alla figura 5.11 non si riesce ad individuare una tendenza generale dell'errore al variare del carico.

Confronto DIC-FEM In tabella 5.20 è valutato l'errore E_{DF} per il provino B01. La tecnica DIC, facendo ricorso ad un solo strumento di misura, osserva una maggiore omogeneità delle misurazioni che si riflette in un errore rispetto al modello numerico complessivamente stabile. Infatti, rispetto alle misurazioni LVDT si osservano errori superiori, ma stabili al variare della posizione e del carico (media 11,32%). Più nello specifico gli errori maggiori si riscontrano in posizione W_0 , con un errore medio del 14,21%, a seguire si hanno W_3 e W_1

rispettivamente aventi un errore medio di 11,22% e di 10,84%. Gli errori minori si osservano in posizione W_2 , con un media del 11,22%.

Carico Nominale (Reale)	W_0 (200 mm)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (101)	25,73%	16,38%	13,77%	16,42%
200 (202)	13,70%	9,99%	8,30%	10,82%
300 (319)	10,56%	8,71%	7,08%	9,23%
400 (404)	10,51%	9,35%	7,77%	9,66%
500 (502)	10,55%	9,76%	8,18%	9,97%

Tabella 5.20: *Errore relativo percentuale DIC vs. FEM per provino B01*

Con riferimento alla figura 5.12 si osserva una generale costanza degli errori calcolati che fa supporre un errore sistematico che potrebbe essere un errore di calibrazione.

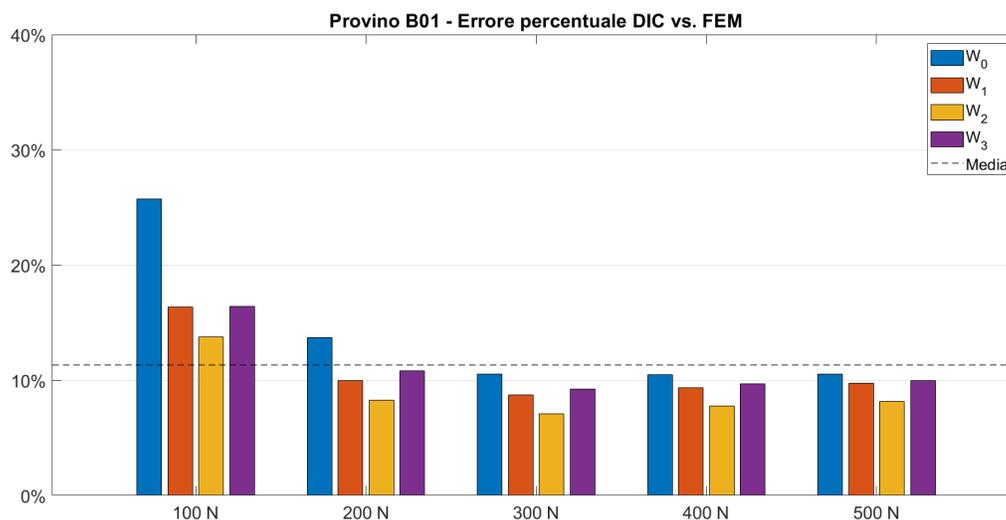


Figura 5.12: *Errore relativo percentuale DIC vs. FEM per provino B01*

Un grande vantaggio di effettuare misurazioni sperimentali con la tecnica DIC è quello di poter trarre anche informazioni globali sul campo di spostamento. In figura 5.13 si ha un fringe degli spostamenti trasversali nel piano per un carico pari a 500 N rilevati tramite DIC. Come è possibile osservare il campo di v è assolutamente paragonabile sia in termini di andamento sia di valori con il corrispondente modello numerico in figura 5.15.

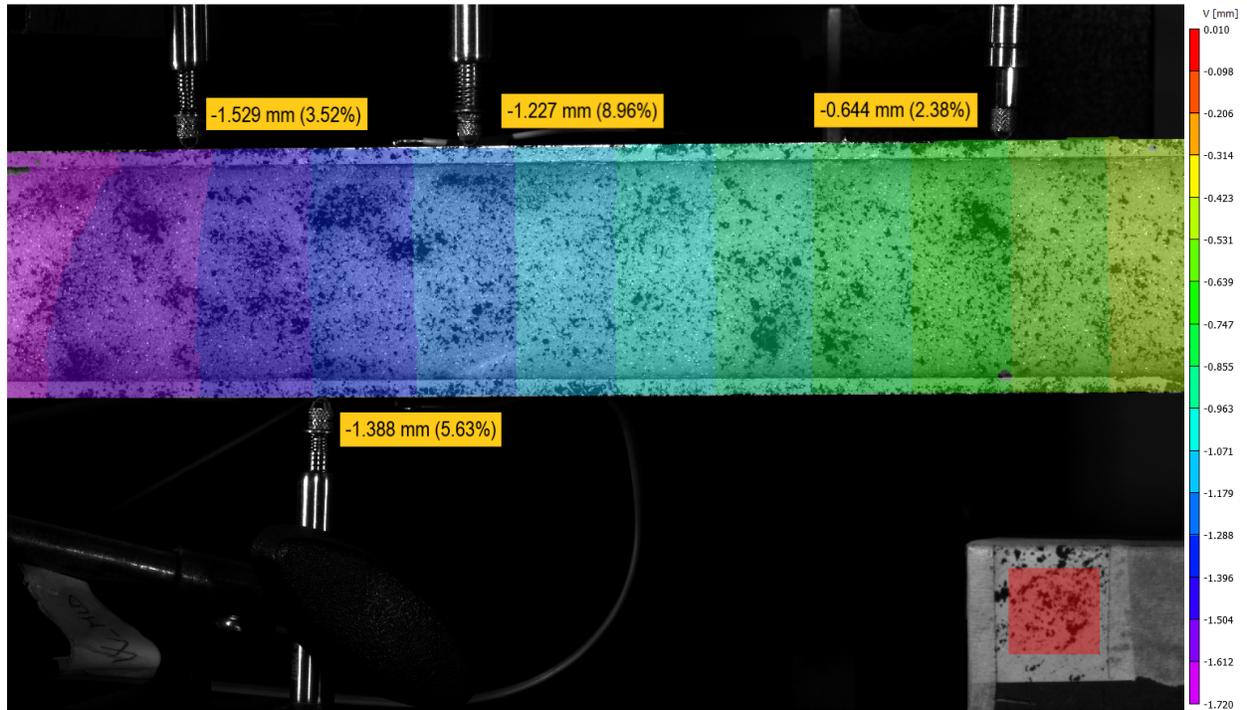


Figura 5.13: *Spostamenti trasversali DIC B01 nel piano a 500 N*

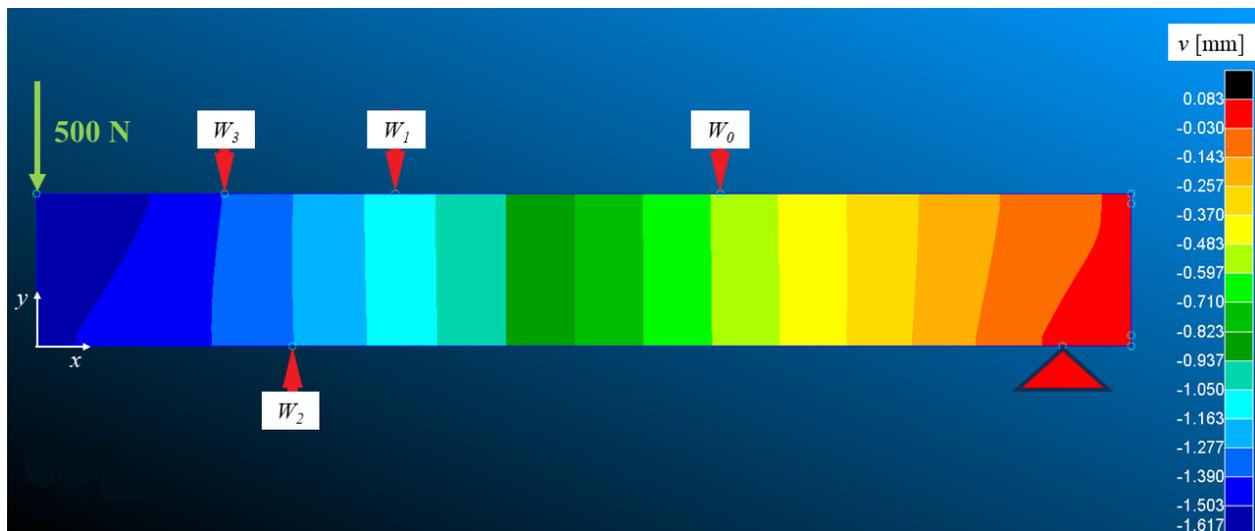


Figura 5.14: *Spostamenti trasversali FEM B01 nel piano a 500 N*

Infine, in figura 5.15 sono confrontati gli spostamenti trasversali DIC, LVDT e FEM. Per ogni posizione di misura viene diagrammato l'andamento dello spostamento in funzione del carico sia per le misurazioni sperimentali sia per i risultati numerici, osservando un'ottima corrispondenza.

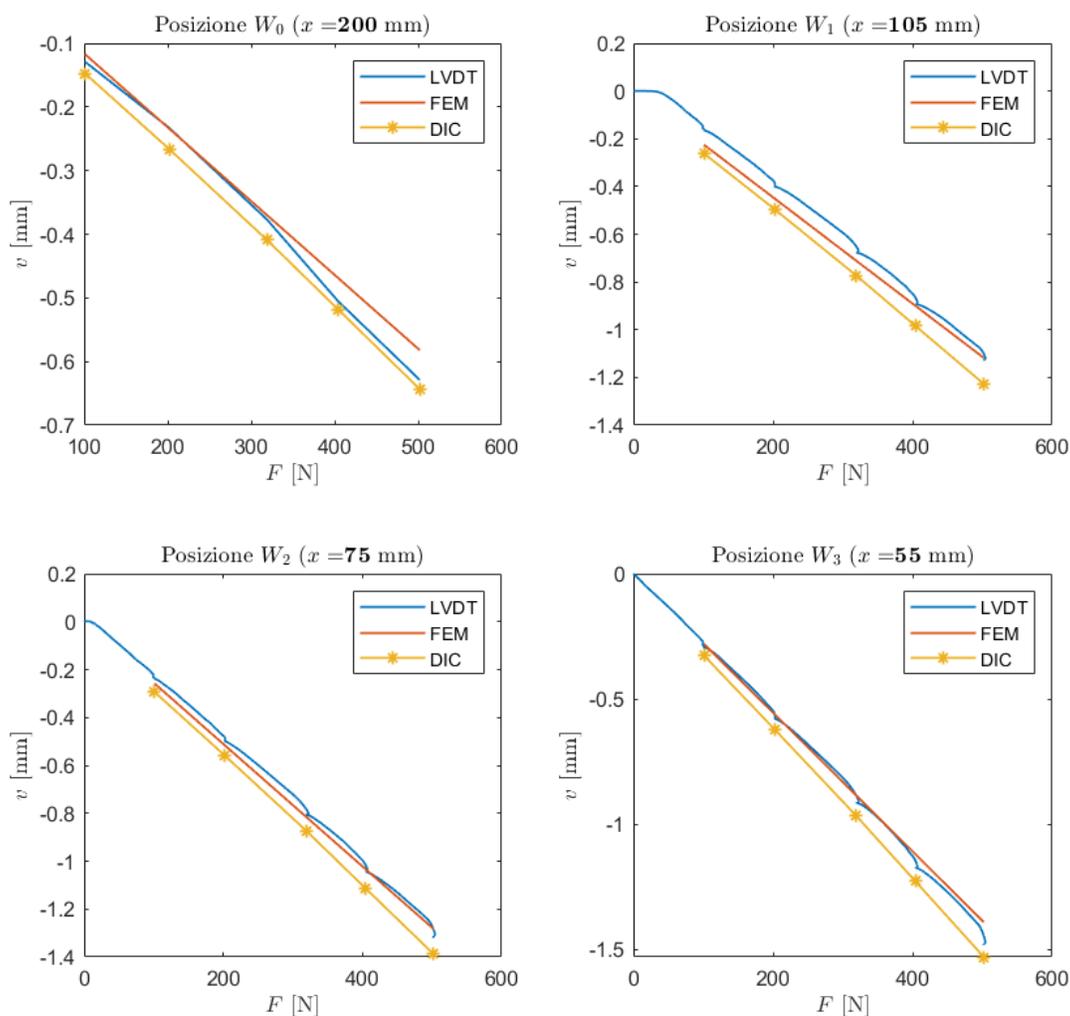


Figura 5.15: Andamento dello spostamento trasversale $B01$ al variare del carico per LVDT, DIC, FEM

Si può concludere che per le prove eseguite sul provino B01 si osserva un'ottima corrispondenza tra i risultati sperimentali e i corrispettivi risultati numerici. Le misurazioni con LVDT danno risultati più vicini al modello FEM rispetto al sistema DIC; tuttavia, l'omogeneità dell'errore DIC-FEM lascia supporre un errore sistematico (ad esempio errore di calibrazione).

Provino B02

Confronto LVDT-FEM Viene riportato in tabella 5.21 il risultato del calcolo dell'errore E_{LF} per il provino B02.

Carico Nominale (Reale)	W_0 (200 mm)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (104)	54,87%	10,43%	2,38%	11,96%
200 (208)	41,97%	8,31%	4,76%	13,61%
300 (299)	30,68%	8,47%	6,32%	14,08%
400 (406)	25,63%	9,90%	6,60%	14,49%
500 (504)	27,83%	11,47%	7,85%	15,99%

Tabella 5.21: *Errore relativo percentuale LVDT vs. FEM per provino B02*

Si ottiene un errore medio complessivo di tutti i valori del 16,38%. L'errore minore viene riscontrato in W_2 (5,58%), seguito da W_1 (9,72%) e W_3 (14,03%). Gli errori maggiori si riscontrano in W_0 , dove si raggiunge il 36,20% con un picco del 54,87% per un livello di carico pari a 100 N.

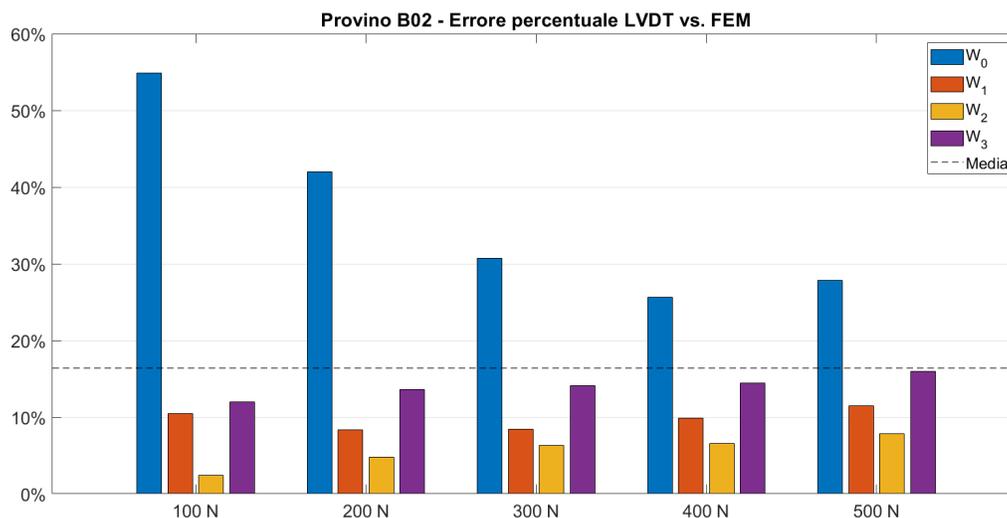


Figura 5.16: *Errore relativo percentuale LVDT vs. FEM per provino B02*

Con riferimento alla figura 5.16 si osserva una generale costanza dell'errore in funzione del carico applicato.

Confronto DIC-FEM Si tabula in 5.22 l'errore E_{DF} tra modello FEM e misurazioni DIC.

Carico Nominale (Reale)	W_0 (200 mm)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (104)	48,32%	15,33%	9,56%	8,21%
200 (208)	42,25%	15,17%	9,93%	8,66%
300 (299)	33,26%	14,25%	9,71%	8,71%
400 (406)	27,23%	13,73%	9,38%	3,10%
500 (504)	26,59%	14,86%	10,73%	16,06%

Tabella 5.22: *Errore relativo percentuale DIC vs. FEM per provino B02*

Osservando gli errori DIC-FEM è possibile notare un comportamento simile a quanto visto per gli LVDT: gli errori minori si ottengono in posizione W_3 (media 8,95%) e per le posizioni W_1 (media 14,67%) e W_3 (media 9,86%). Anche in questo caso, le maggiori differenze vengono riscontrate in posizione W_0 (media 35,53%). L'errore medio complessivo di tutti i valori si attesta sul 17,25%.

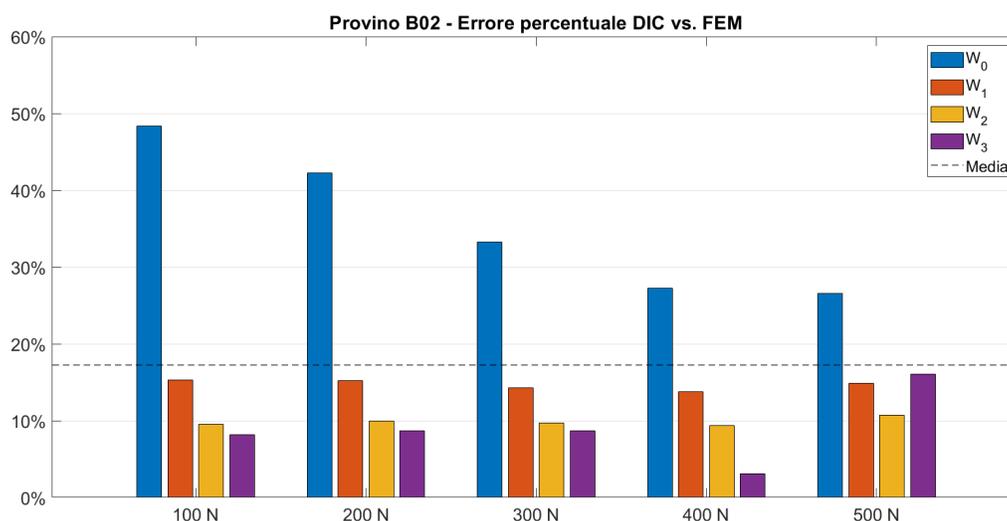


Figura 5.17: *Errore relativo percentuale DIC vs. FEM per provino B02*

Con riferimento alla figura 5.17 è possibile osservare come al variare del carico l'errore non subisce importanti variazioni.

Confrontando il campo di spostamento trasversale globale DIC-FEM, si riscontra anche in questo caso, come per la trave B01, una grande somiglianza negli andamenti tra modello numerico e DIC.

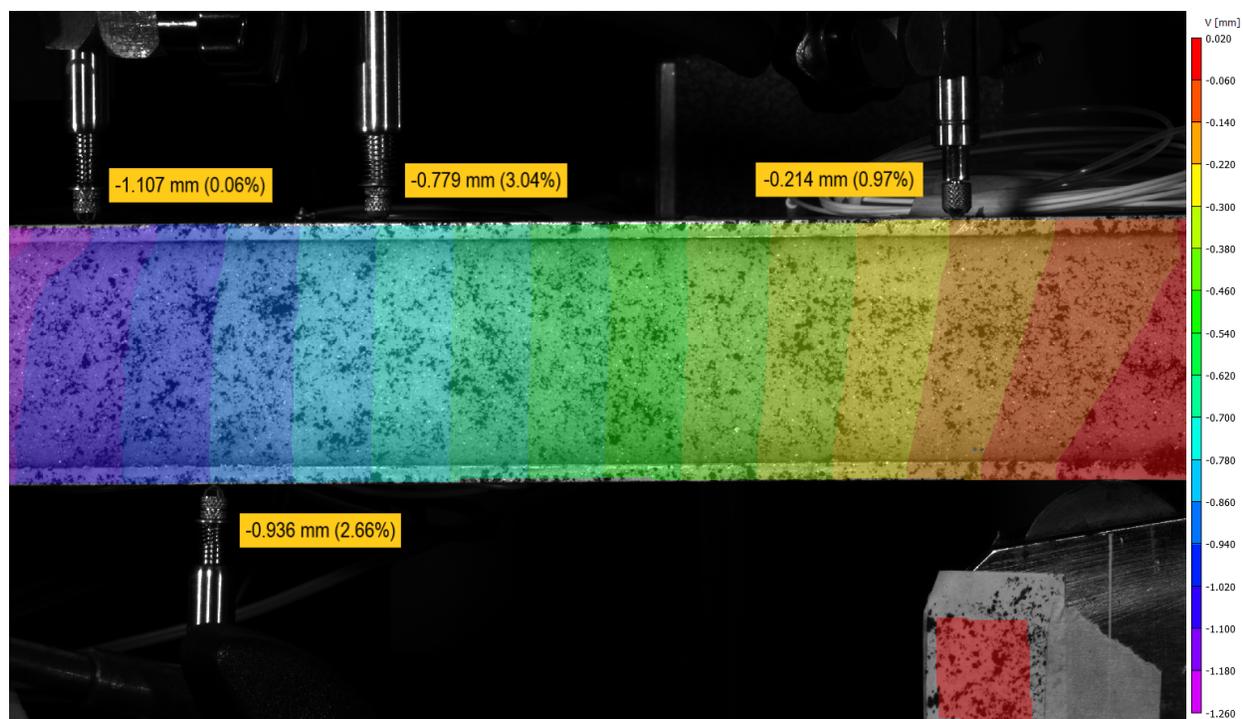


Figura 5.18: *Spostamenti trasversali DIC B02 nel piano a 500 N*

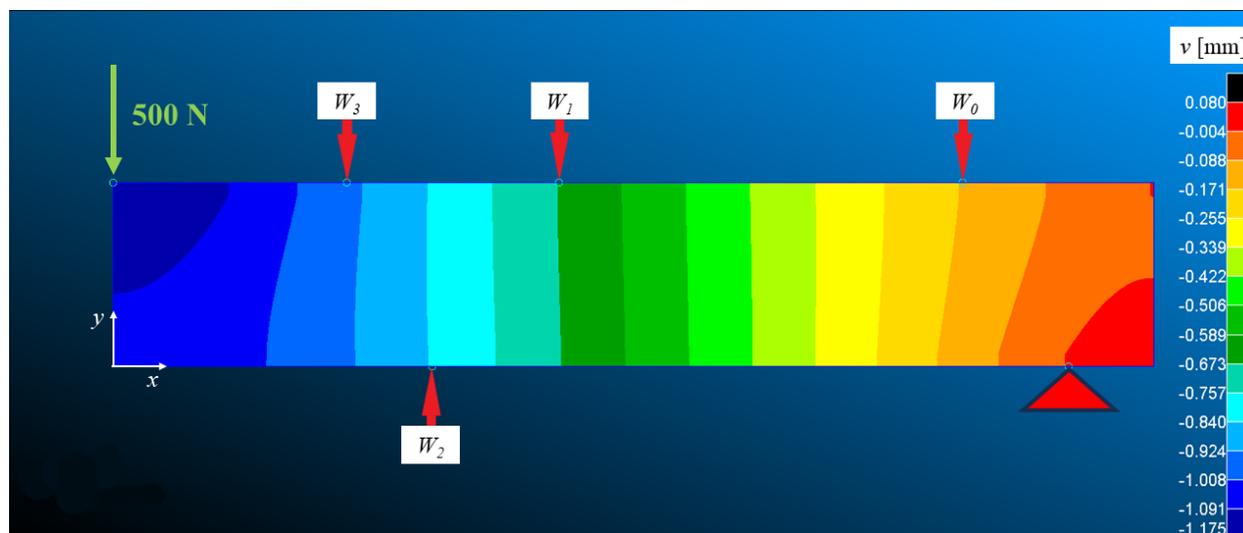


Figura 5.19: *Spostamenti trasversali FEM B02 nel piano a 500 N*

In figura 5.20 si ha per ogni posizione di misura lo spostamento trasversale in funzione del carico sia sperimentale (DIC, LVDT) sia numerico (FEM). Si osserva la linearità dello spostamento rispetto al carico. Notiamo come in posizione W_0 , dove si sono riscontrate la maggiori differenze numerico-sperimentale, il modello risulta più rigido della realtà (spostamenti minori).

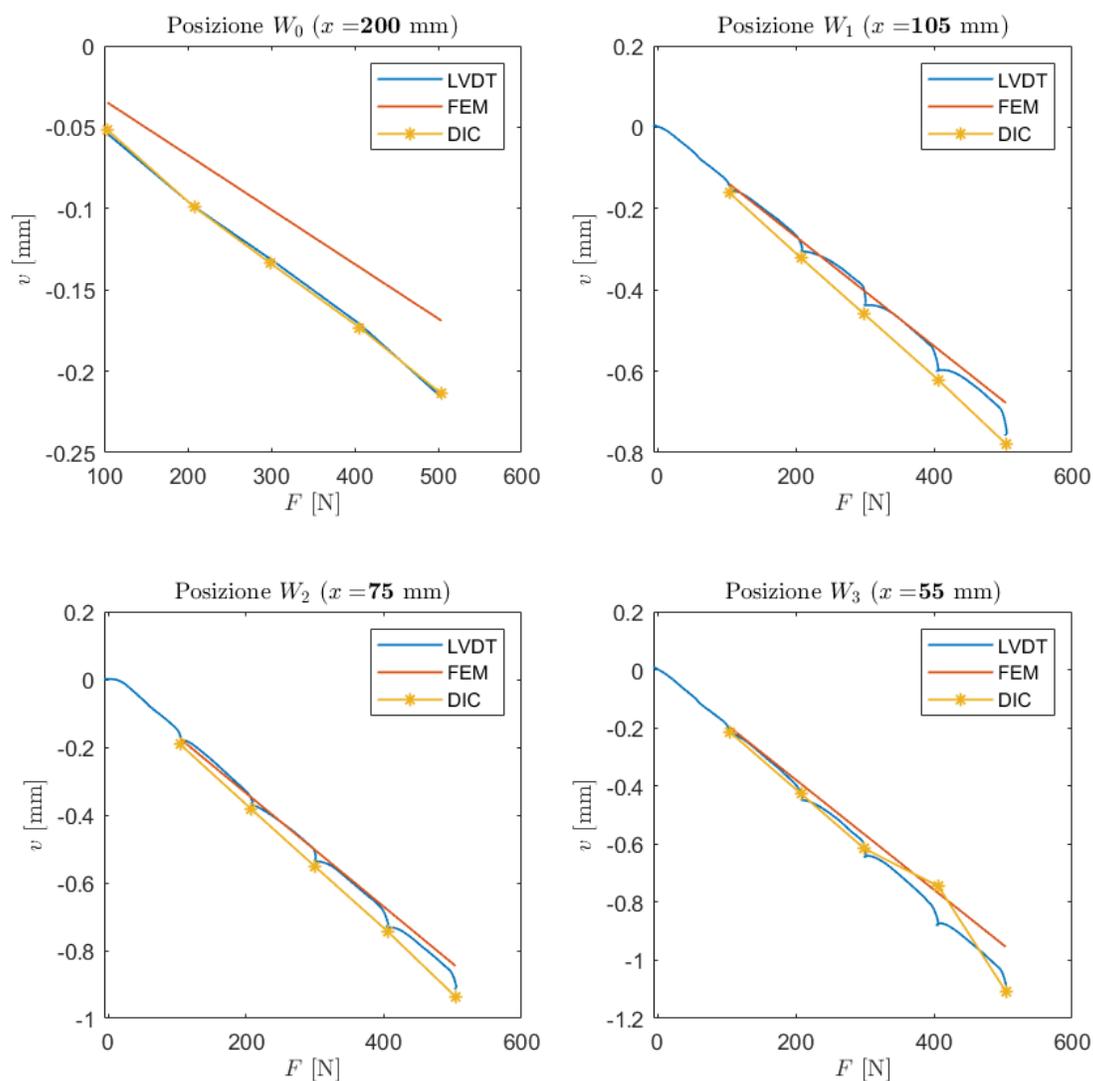


Figura 5.20: Andamento dello spostamento trasversale $B02$ al variare del carico per LVDT, DIC, FEM

Provino B03

Confronto LVDT-FEM In tabella 5.23 è calcolato l'errore relativo percentuale E_{LF} tra LVDT e FEM.

Carico Nominale (Reale)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (106)	59,88%	45,24%	28,10%
200 (200)	50,28%	32,39%	28,54%
300 (305)	37,24%	29,11%	26,78%
400 (407)	35,61%	29,23%	26,98%
500 (509)	34,06%	28,52%	27,53%

Tabella 5.23: *Errore relativo percentuale LVDT vs. FEM per provino B03*

Analizzando i valori si nota immediatamente una differenza molto più pronunciata tra modello e realtà sperimentale rispetto alle prove eseguite su B01 e B02: l'errore medio complessivo si attesta al 34,63%. Gli errori più alti si registrano, ancora una volta, in corrispondenza della stazione più lontana dal punto di applicazione del carico W_1 (media 43,31%). In corrispondenza di W_2 si ha un errore del 32,90%. L'errore minore si osserva in W_3 (27,59%).

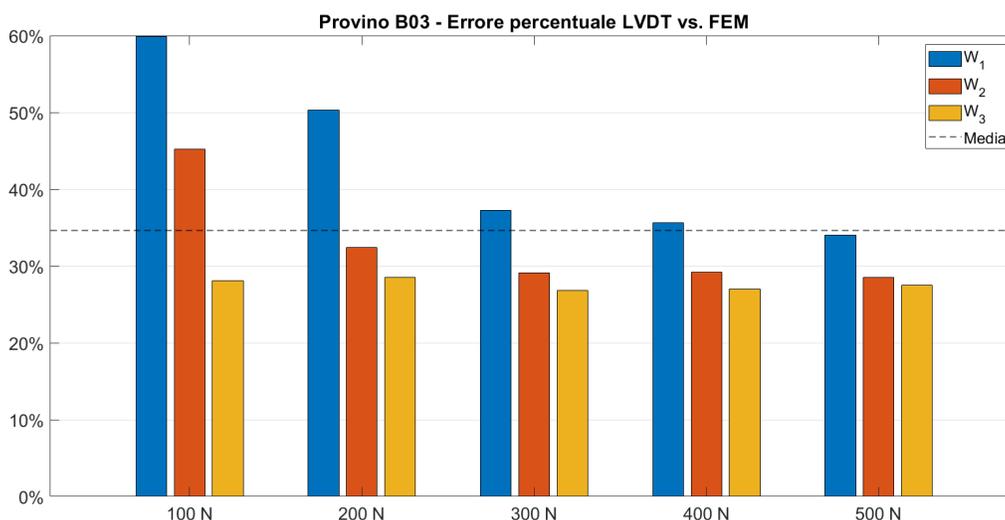


Figura 5.21: *Errore relativo percentuale LVDT vs. FEM per provino B03*

Con riferimento alla figura 5.21 si osserva una generale costanza dell'errore all'aumentare del carico.

Confronto DIC-FEM In tabella 5.24 si ha l'errore percentuale E_{DF} tra lo spostamento trasversale DIC e il corrispondente spostamento trasversale FEM.

Carico Nominale (Reale)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (106)	51,48%	38,35%	39,34%
200 (200)	44,58%	34,59%	36,18%
300 (305)	37,75%	31,55%	33,24%
400 (407)	35,11%	30,40%	32,33%
500 (509)	34,19%	30,30%	32,01%

Tabella 5.24: *Errore relativo percentuale DIC vs. FEM per provino B03*

Osservando i valori si nota che, come per gli LVDT, si ha un errore medio elevato (36,09%). Anche la DIC registra gli errori più elevati in corrispondenza della stazione più lontana dal punto di applicazione del carico W_1 (media 40,62%). In corrispondenza di W_3 si ha un errore del 34,62%. L'errore minore si osserva in W_2 (33,04%).

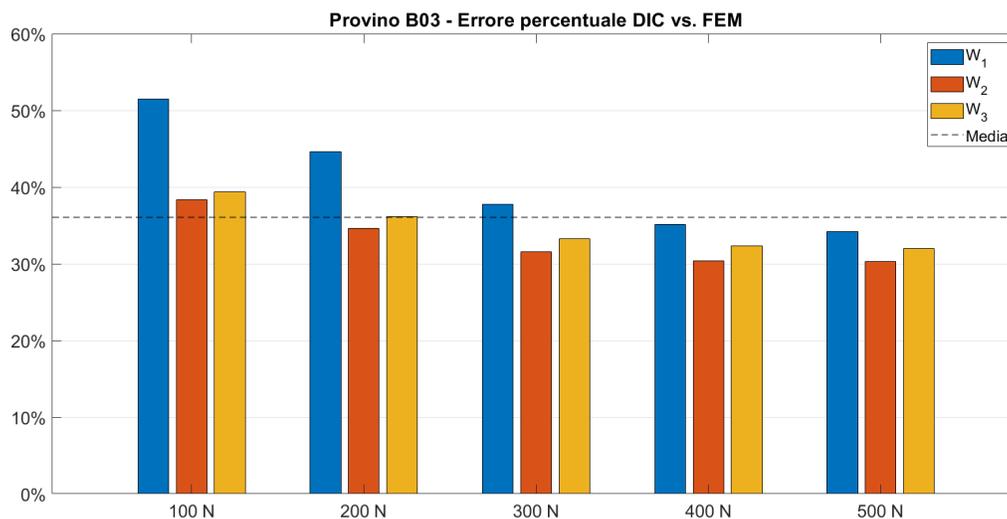


Figura 5.22: *Errore relativo percentuale DIC vs. FEM per provino B03*

Come si evince dalla figura 5.22, anche in questo caso, l'errore è minimamente influenzato dal carico e si mantiene quasi costante, decrescendo leggermente solo tra 100 N e 200 N.

Confrontando gli andamenti globali dello spostamento trasversale DIC (figura 5.23) e FEM (figura 5.24) si osserva una buona corrispondenza degli andamenti, ma non dei valori. Sperimentalmente, inoltre, si riscontra un effetto più pronunciato di concentrazione del carico.

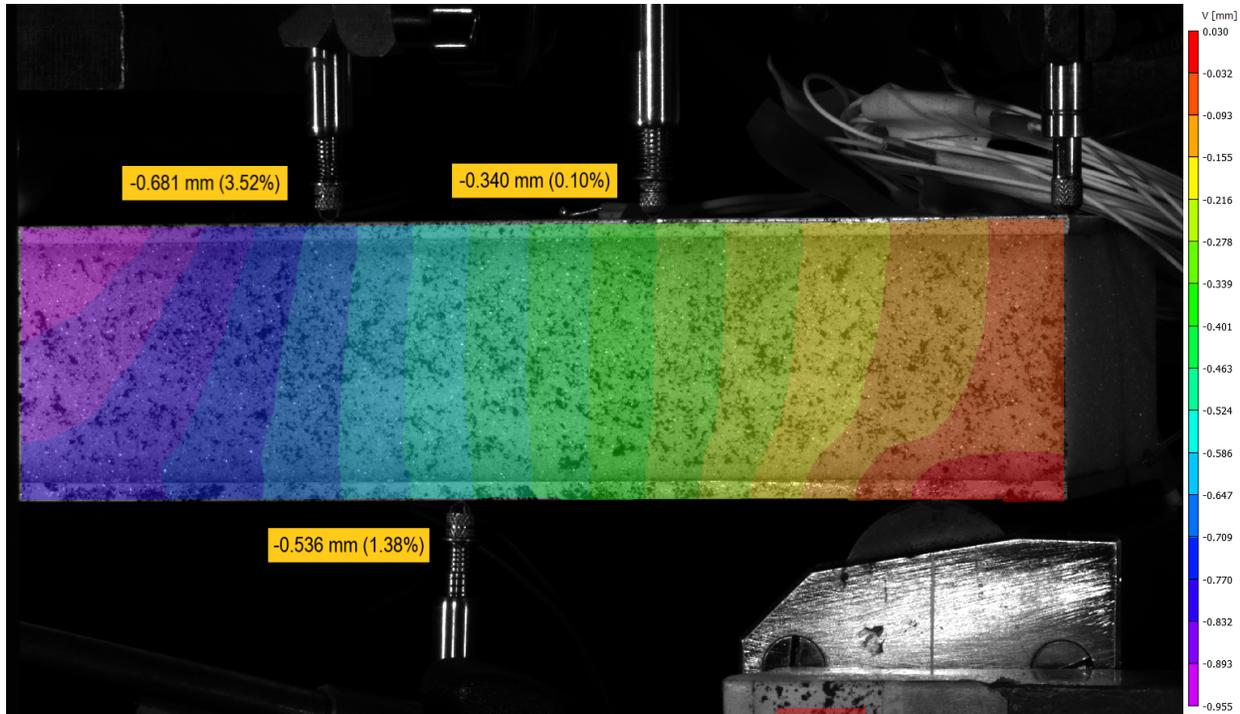


Figura 5.23: *Spostamenti trasversali DIC B03 nel piano a 500 N*

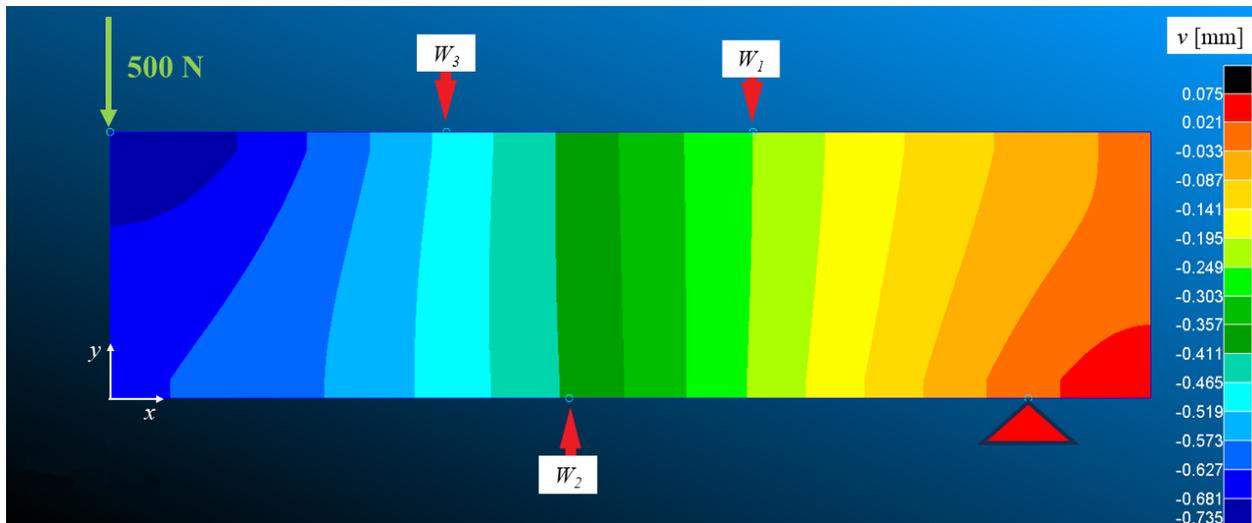


Figura 5.24: *Spostamenti trasversali FEM B03 nel piano a 500 N*

Con riferimento alla figura 5.25 si può notare, come già osservato per il provino B02, il fatto che il modello FEM si conferma più rigido della realtà sperimentale.

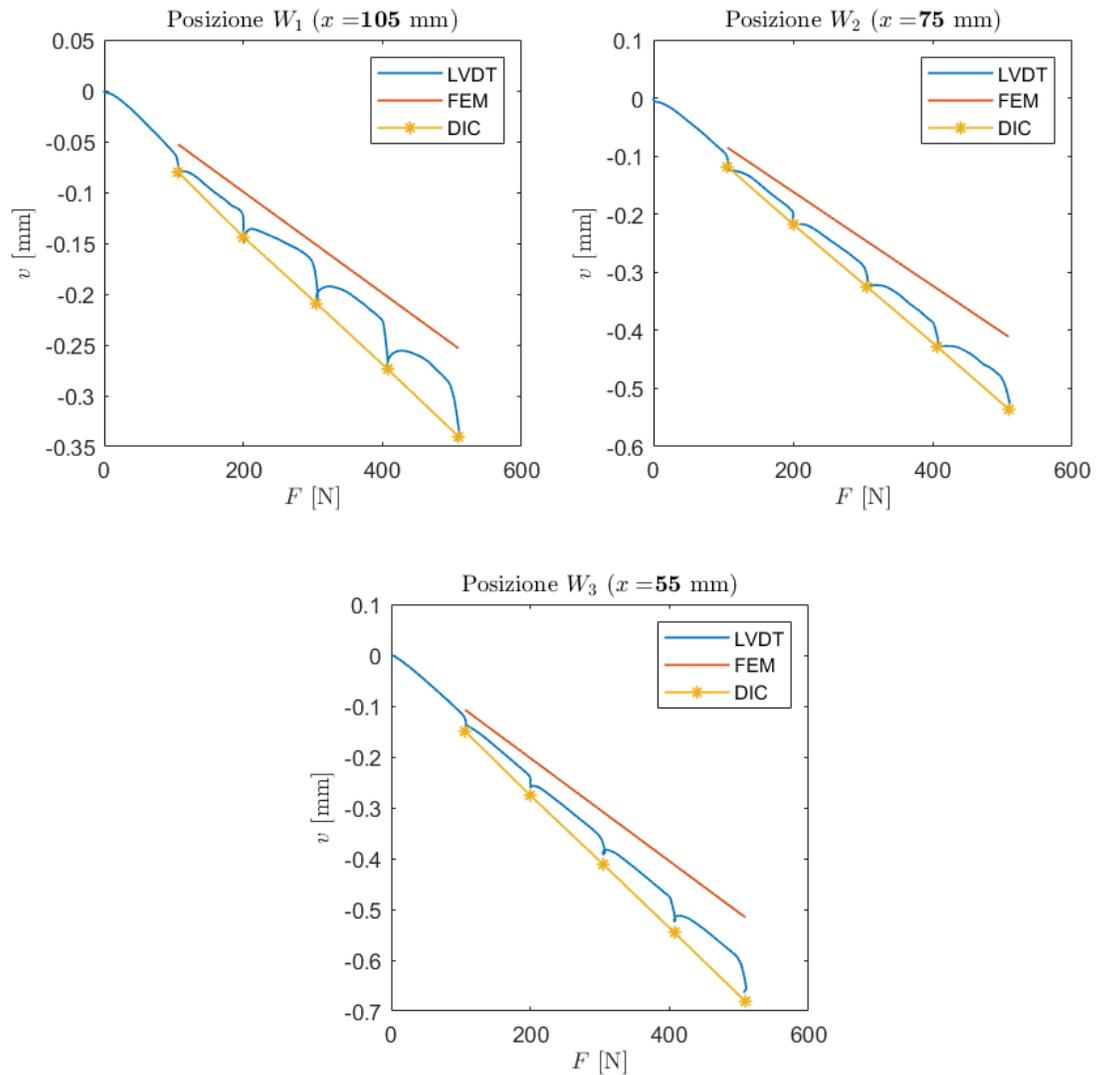


Figura 5.25: Andamento dello spostamento trasversale B03 al variare del carico per LVDT, DIC, FEM

Provino B04

Confronto LVDT-FEM Si hanno in tabella 5.25 gli errori relativi E_{LF} per il provino B04.

Carico Nominale (Reale)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (114)	1,35%	33,05%	23,00%
200 (207)	23,60%	31,32%	29,28%
300 (307)	29,91%	32,85%	31,98%
400 (408)	27,63%	30,48%	30,83%
500 (507)	30,29%	33,28%	32,11%

Tabella 5.25: *Errore relativo percentuale LVDT vs. FEM per provino B04*

Si osserva un errore medio del 28,06%. A un primo sguardo sembrerebbe che l'errore minore si ottenga in corrispondenza della stazione W_1 (media 22,56%); tuttavia, con uno sguardo più attento si nota un errore fuori scala del 1,35% per un livello di carico pari a 100 N. Pur essendo molto piccolo, tale valore è chiaramente errato e non trova riscontro nei successivi livelli di carico; potrebbe essere dovuto ad un errata rilevazione del trasduttore ivi posizionato. Nelle altre due posizioni l'errore è comparabile e si attese in media al 32,19% in W_2 e al 29,44% in W_3 .

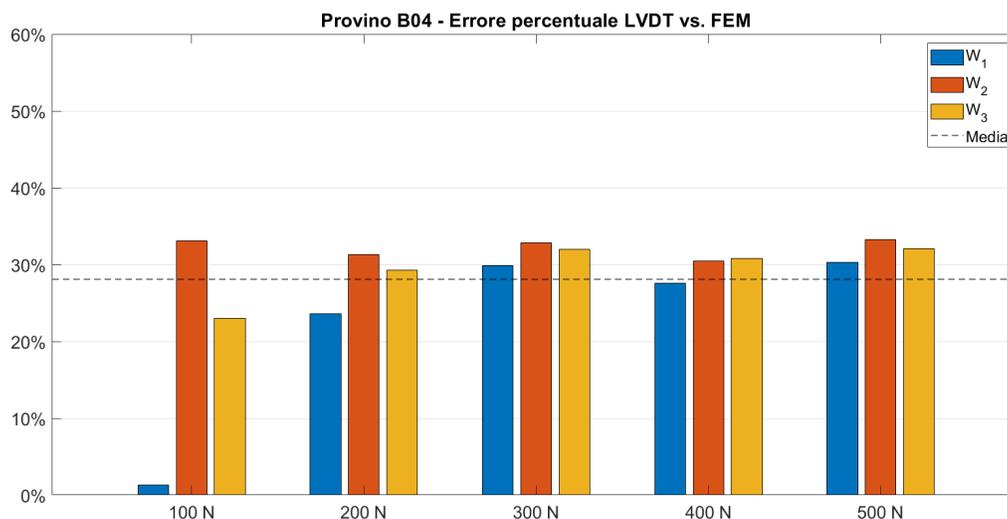


Figura 5.26: *Errore relativo percentuale LVDT vs. FEM per provino B04*

Anche in questo caso l'errore percentuale non è influenzato dal livello di carico e si mantiene quasi costante al variare di esso (Figura 5.26).

Confronto DIC-FEM Si confrontano le misurazioni DIC con i valori FEM calcolando l'errore percentuale E_{DF} (Tabella 5.26).

Carico Nominale (Reale)	W_1 (105 mm)	W_2 (75 mm)	W_3 (55 mm)
100 (114)	55,56%	53,63%	52,27%
200 (207)	53,71%	48,26%	44,37%
300 (307)	48,42%	44,18%	40,77%
400 (408)	40,95%	39,99%	36,31%
500 (507)	35,80%	37,84%	33,65%

Tabella 5.26: *Errore relativo percentuale DIC vs. FEM per provino B04*

Per il provino B04 si notano immediatamente degli errori DIC-FEM molto elevati. Si ha un errore medio del 44,38% e, osservando singolarmente, cosa accade nelle diverse posizioni di misura: l'errore medio è più elevato in W_1 (46,89%), in W_2 si ha un errore comparabile 44,78%; l'errore medio più basso si ha in W_3 (41,48%). In figura 5.27 si può notare ancora una volta che l'errore non è influenzato considerevolmente dal carico applicato.

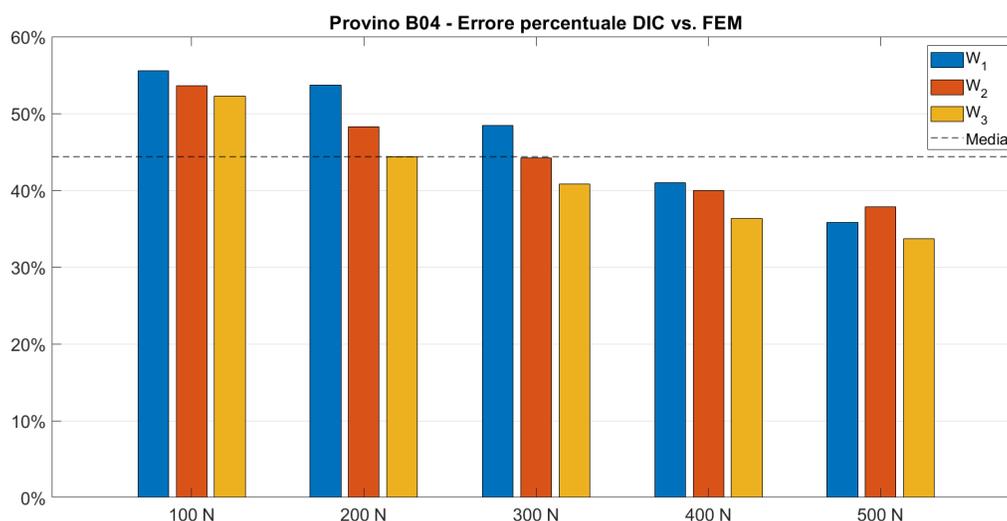


Figura 5.27: *Errore relativo percentuale DIC vs. FEM per provino B04*

Come per il provino B03, confrontando gli andamenti globali dello spostamento trasversale DIC (figura 5.29) e FEM figura 5.28 si osserva una buona corrispondenza degli andamenti, ma non nei valori. Anche in questo caso sperimentalmente si osservano effetti più pronunciati di concentrazione del carico rispetto ai modelli numerici.

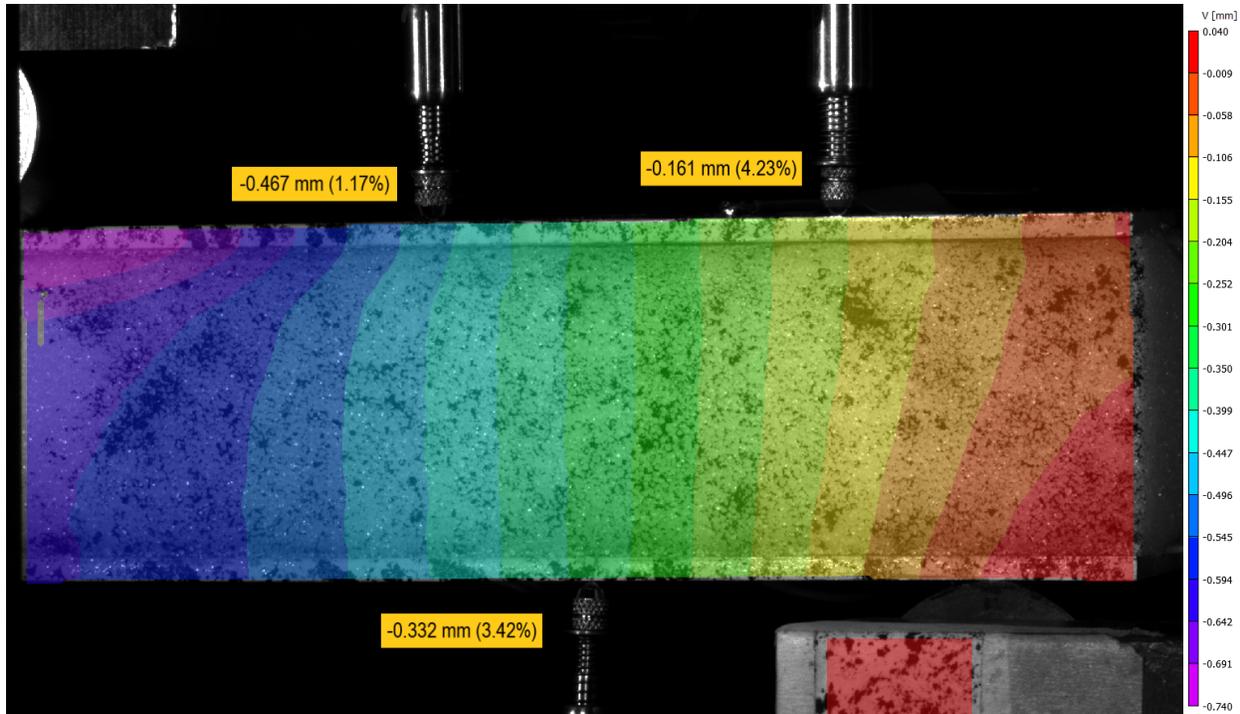


Figura 5.28: *Spostamenti trasversali DIC B04 nel piano a 500 N*

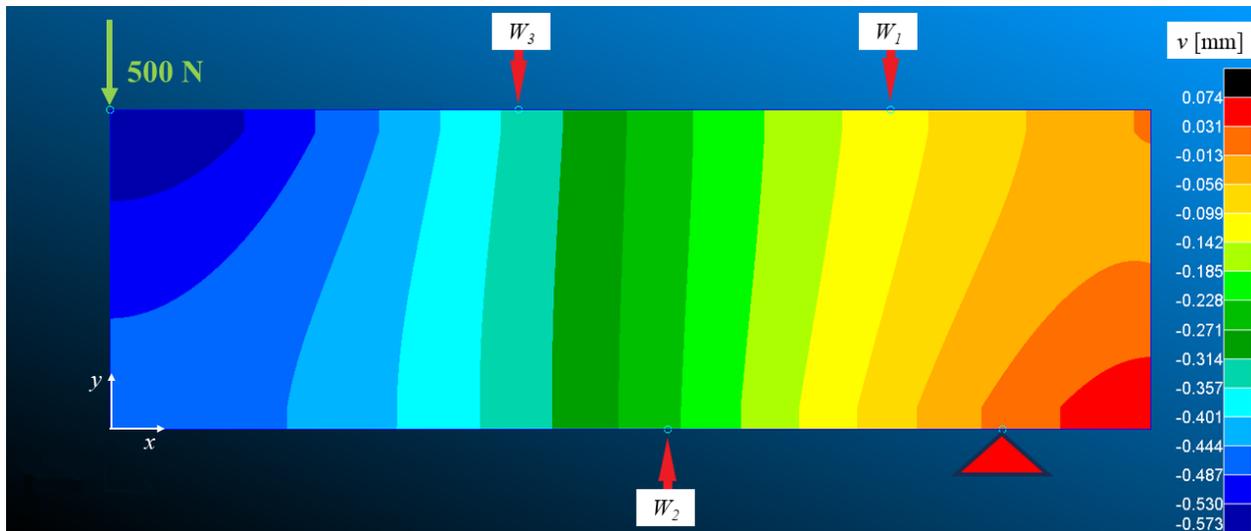


Figura 5.29: *Spostamenti trasversali FEM B04 nel piano a 500 N*

Infine, con riferimento alla Figura 5.30 si può osservare come il modello FEM risulti più rigido della realtà, valutando spostamenti minori ad ogni livello di carico.

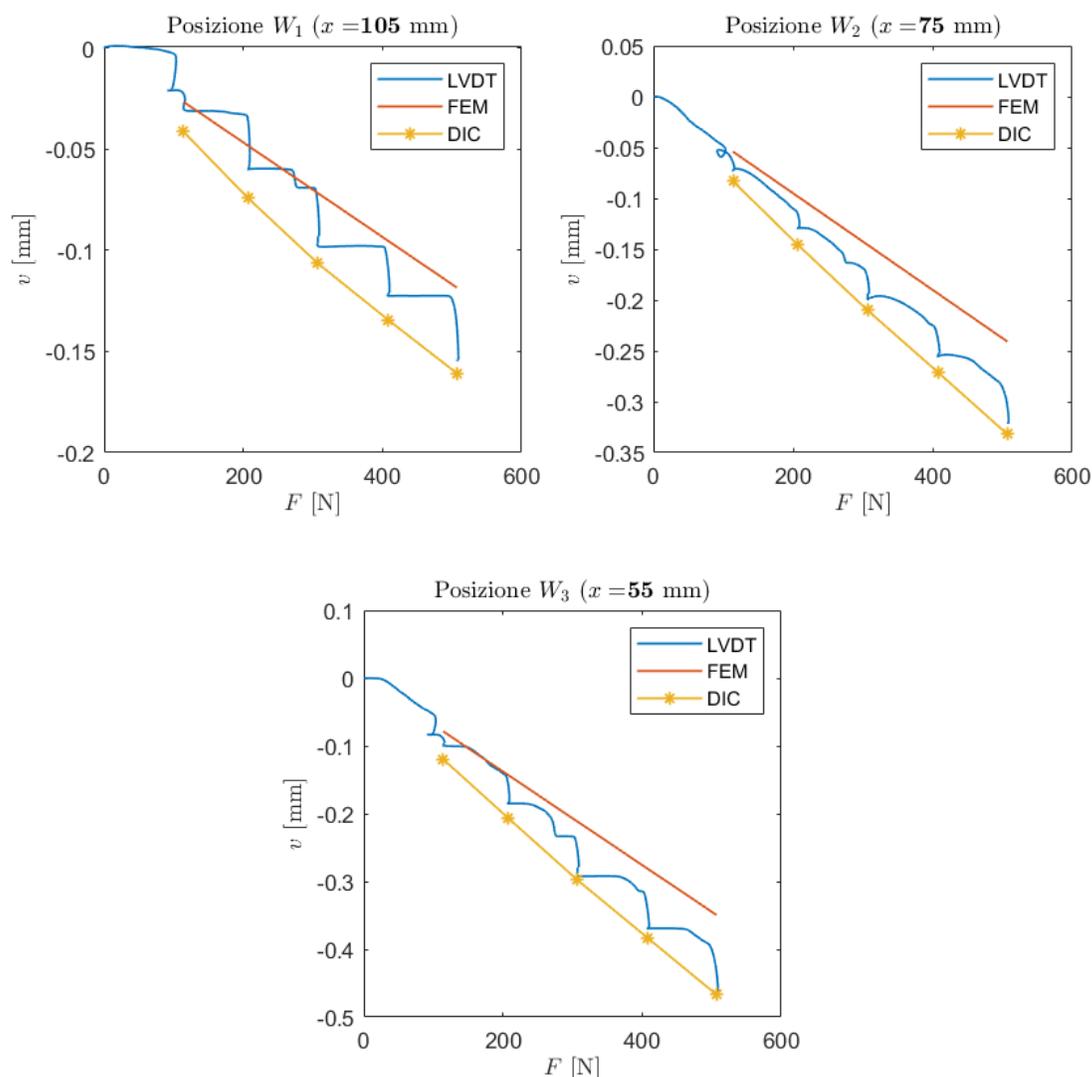


Figura 5.30: Andamento dello spostamento trasversale $B04$ al variare del carico per LVDT, DIC, FEM

Commenti

Nei paragrafi precedenti sono stati confrontati, per ciascun provino, gli spostamenti trasversali sperimentali con i rispettivi ricavati dai modelli FEM bidimensionali. Si è osservata una buona corrispondenza numerico-sperimentale per i provini B01 e B02, riscontrando errori compatibili con le inevitabili approssimazioni introdotte nei modelli FEM (vincoli ideali, distribuzione ideale di carico, stato piano di tensione, etc.).

Per i provini B03 e B04, di contro, non si è osservata una buona corrispondenza tra esperimenti e modelli FEM, con errori medi in entrambi i casi superiori al 30% (Figura 5.31).

Per questi ultimi, gli spiccati effetti di concentrazione del carico rilevati sperimentalmente fanno supporre un maggiore schiacciamento del cuore in schiuma. Tale condizione comporterebbe una diminuzione della rigidità flessionale e spiegherebbe di conseguenza la maggiore rigidità riscontrata nel modello.

La causa che si ritiene più probabile è che il cuore in schiuma abbia un modulo di rigidità trasversale E_{22} reale minore rispetto a quello utilizzato in fase di modellazione.

Essendo le prove di caratterizzazione eseguite sui materiali prima dell'assemblaggio della struttura sandwich, è lecito supporre che durante il processo di manifattura si possano essere realizzate delle condizioni che abbiano apportato difetti al cuore: verosimilmente un schiacciamento del cuore che abbia causato il buckling di alcune celle della schiuma cellulare, procurando una riduzione della sua rigidità trasversale.

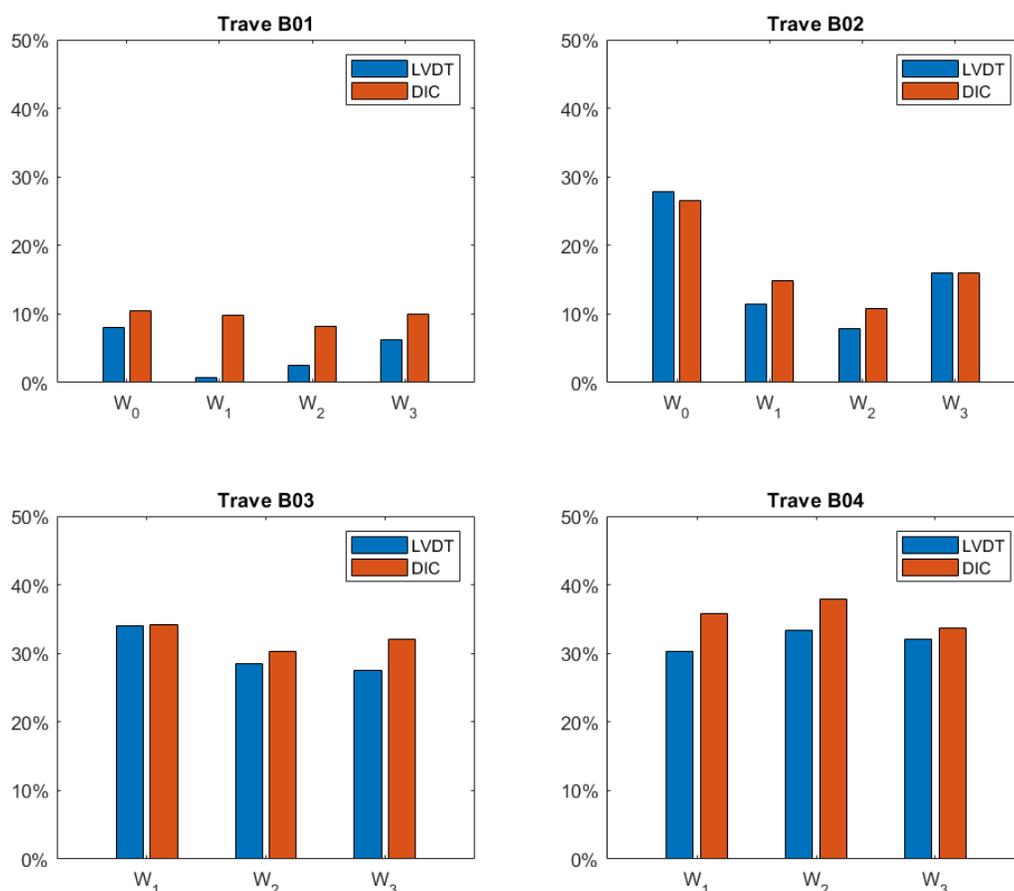


Figura 5.31: *Errore percentuale spostamenti trasversali DIC e LVDT rispetto modello FEM-2D (500 N).*

5.4 Spostamenti assiali

In questo paragrafo vengono presentati i risultati sperimentali in termini di spostamento assiale u ottenuti con la tecnica DIC. Viene operato un confronto con i modelli numerici agli elementi finiti.

5.4.1 Il problema del moto di corpo rigido

Una delle complicazioni che si riscontrano quando si misurano sperimentalmente spostamenti utilizzando delle tecniche ottiche come la DIC è dovuta alla presenza dei moti di corpo rigido che alterano le misurazioni sperimentali.

In generale si definisce moto rigido di un corpo, un moto durante il quale resta invariata la distanza tra i punti che lo costituiscono. Gli spostamenti rigidi elementari sono la traslazione e la rotazione.

In letteratura il problema della correzione dei risultati del campo di spostamenti dal moto rigido è un problema noto e affrontato in base alle specifiche indagini sperimentali condotte[18].

Da un primo confronto dell'andamento sperimentale degli spostamenti assiali sperimentali lungo lo spessore e dei medesimi calcolati numericamente tramite FEM si è riscontrata la possibile presenza di un moto di corpo rigido; la sua entità è paragonabile come ordine di grandezza agli spostamenti assiali.

In primo luogo si è ragionato sulle possibili cause del fenomeno, riscontrando dei giochi del sistema di carico.

Si sono iniziate a valutare le possibilità di correggere i risultati lato software, utilizzando gli strumenti integrati in VIC-3D e un target fisso di riferimento. Tuttavia, per moti rigidi nell'ordine dei centesimi di millimetro questa procedura non è risultata efficace.

Per quanto detto, non potendo migliorare ulteriormente il setup sperimentale e non potendo "pulire" i risultati si è deciso di correggere i modelli FEM in modo che tenessero conto dell'inevitabile moto rigido osservato sperimentalmente. Nel prossimo paragrafo è illustrata la procedura utilizzata e vengono presentati i risultati sperimentali e confrontati con i modelli FEM.

5.4.2 Correzione dei modelli e confronto DIC-FEM

Come descritto al paragrafo precedente sperimentalmente si osserva un moto di corpo rigido, probabilmente dovuto alla presenza di giochi del sistema di carico. Per rendere confrontabili i risultati DIC con i risultati FEM è necessario correggere, pertanto, i modelli in modo da tenere conto di quanto si osserva sperimentalmente.

Considerando il livello di carico nominale pari 500 N si calcola per ogni provino, in corrispondenza delle stazioni W_i ($i=0,1,2,3$ per provini B01,B02 $i=1,2,3$ per provini B03,B04), lo spostamento assiale sperimentale medio: media dello spostamento in corrispondenza della

faccia superiore u_t e della faccia inferiore u_b .

$$u_m = \frac{u_t + u_b}{2} \quad (5.7)$$

Nelle tabelle seguenti vengono riportati i risultati del calcolo per ogni provino/prova.

Posizione	u_t [mm]	u_b [mm]	u_m [mm]
W_0	-0,0370	0,0008	-0,018
W_1	-0,0280	-0,0012	-0,015
W_2	-0,0261	-0,0048	-0,015
W_3	-0,0278	-0,0063	-0,017

Tabella 5.27: *Spostamento assiale medio sperimentale per il provino B01*

Posizione	u_t [mm]	u_b [mm]	u_m [mm]
W_0	-0,0212	0,0014	-0,010
W_1	-0,0220	0,0025	-0,010
W_2	-0,0202	-0,0010	-0,011
W_3	-0,0189	-0,0041	-0,011

Tabella 5.28: *Spostamento assiale medio sperimentale per il provino B02*

Posizione	u_t [mm]	u_b [mm]	u_m [mm]
W_1	-0,0284	-0,0090	-0,019
W_2	-0,0311	-0,0110	-0,021
W_3	-0,0233	-0,0148	-0,019

Tabella 5.29: *Spostamento assiale medio sperimentale per il provino B03*

Posizione	u_t [mm]	u_b [mm]	u_m [mm]
W_1	-0,0436	0,0003	-0,022
W_2	-0,0436	-0,0004	-0,022
W_3	-0,0451	0,0003	-0,022

Tabella 5.30: *Spostamento assiale medio sperimentale per il provino B04*

Osservando i risultati si osserva uno spostamento circa costante delle sezioni $u_m(x) \simeq \text{cost}$; quanto detto permette lecitamente di concludere che si tratta effettivamente di un moto di corpo rigido.

I modelli vengono corretti per tenere conto di questo effetto. Si realizzano dei modelli in cui si considera l'intera geometria dei provini mantenendo mesh (dimensioni elementi 1 mm, elementi QUAD-8), proprietà degli elementi (membranali plane stress) e materiali dei precedenti modelli (Capitolo 3). Dal momento che si sta considerando la geometria intera, il carico non sarà più pari a metà del carico nominale, ma pari ad esso; circoscrivendo le analisi, esso viene posto pari a 500 N (livello di carico per il quale si osservano valori maggiori di spostamento assiale con conseguenti risultati più chiari).

I vincoli di appoggio sono modellati imponendo spostamenti nulli in direzione y nei nodi corrispondenti alla loro posizione. Il rimanente grado di libertà nella direzione x viene "bloccato" imponendo in corrispondenza di un nodo collocato in mezzzeria lo spostamento medio sperimentale osservato. Teoricamente un nodo in corrispondenza della mezzzeria dovrebbe osservare uno spostamento nullo (assenza di compenetrazione), tuttavia, nella realtà, esso si muove per la presenza del moto di corpo rigido; vincolando il valore dello spostamento si introduce quanto osservato sperimentalmente all'interno del modello, rendendo confrontabili i risultati.

Provino B01 In figura 5.32 viene diagrammato l'andamento dello spostamento assiale lungo lo spessore $u(y)$ del provino B01 sia sperimentale (200 punti di estrazione) sia numerico per le posizioni W_2 e W_1 .

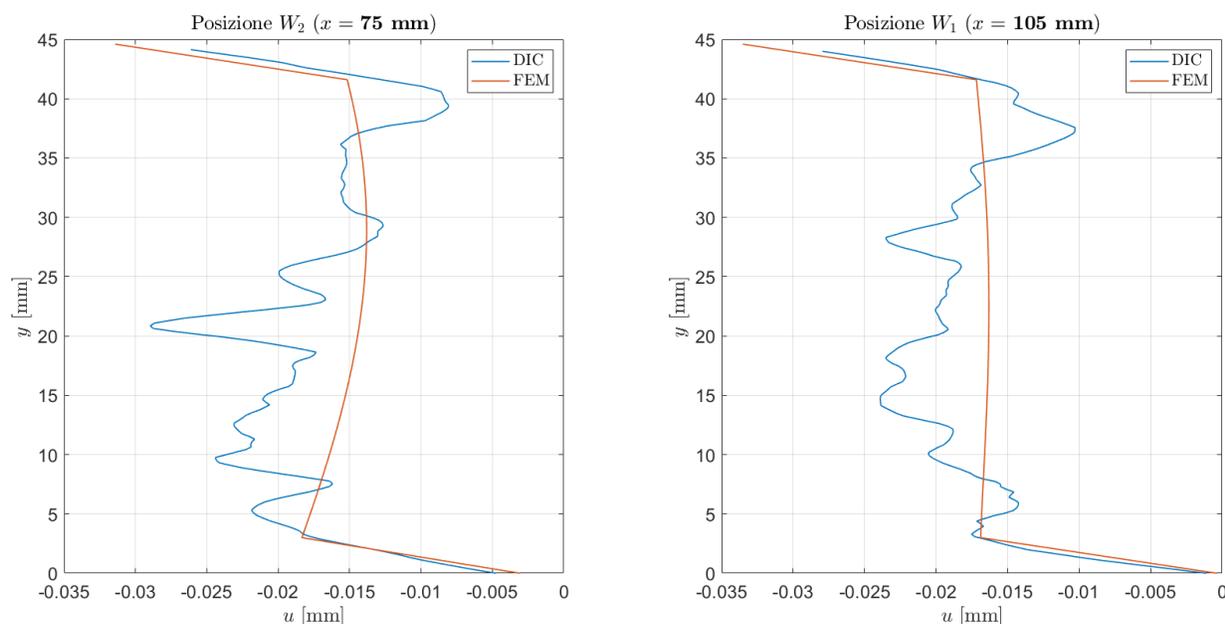


Figura 5.32: Confronto per la trave B01 dell'andamento lungo lo spessore dello spostamento assiale $u(y)$ DIC con modello FEM aggiornato con spostamento medio sperimentale (500 N)

Come si può notare gli spostamenti sperimentali risultano molto vicini ai corrispondenti numerici per entrambe le posizioni di misura. A causa dell'irregolarità della schiuma, la DIC non riesce per entità così piccole di spostamento a seguire correttamente ciò che avviene

nel cuore. Essa, tuttavia, riesce a cogliere molto bene l'effetto zig-zag e il comportamento delle facce; si nota a questo proposito come la pendenza di $u(y)$ nelle facce si assolutamente corrispondete tra sperimentale e numerico.

Provino B02 Con riferimento alla figura 5.33 viene diagrammato l'andamento dello spostamento assiale lungo lo spessore $u(y)$ del provino B02 sia sperimentale (200 punti di estrazione) sia numerico per le posizioni W_2 e W_0 .

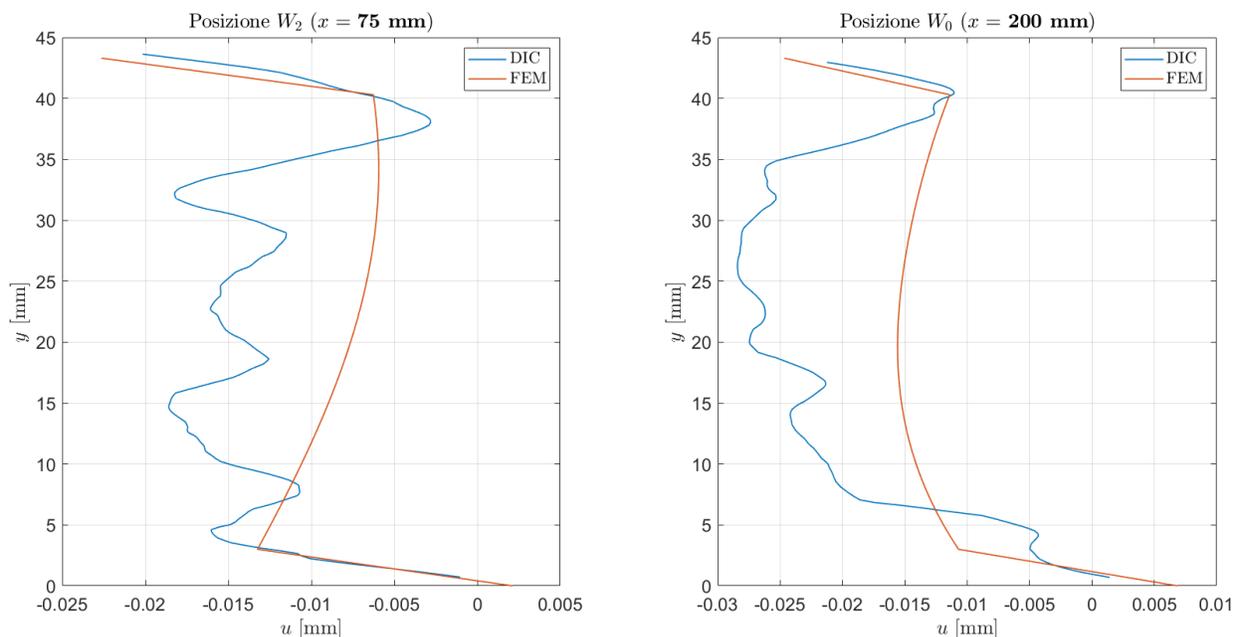


Figura 5.33: Confronto per la trave B02 dell'andamento lungo lo spessore dello spostamento assiale $u(y)$ DIC con modello FEM aggiornato con spostamento medio sperimentale (500 N)

Anche in questo caso, come osservato per il provino B01, si ha un'ottima corrispondenza numerico-sperimentale. Gli effetti zig-zag sono chiaramente visibili per entrambe le posizioni e il comportamento delle facce è ben rilevato.

Provino B03 In figura 5.34 viene diagrammato l'andamento dello spostamento assiale lungo lo spessore $u(y)$ del provino B03 sia sperimentale (200 punti di estrazione) sia numerico per le posizioni W_2 e W_1 . Anche per B03 si conferma una buona corrispondenza.

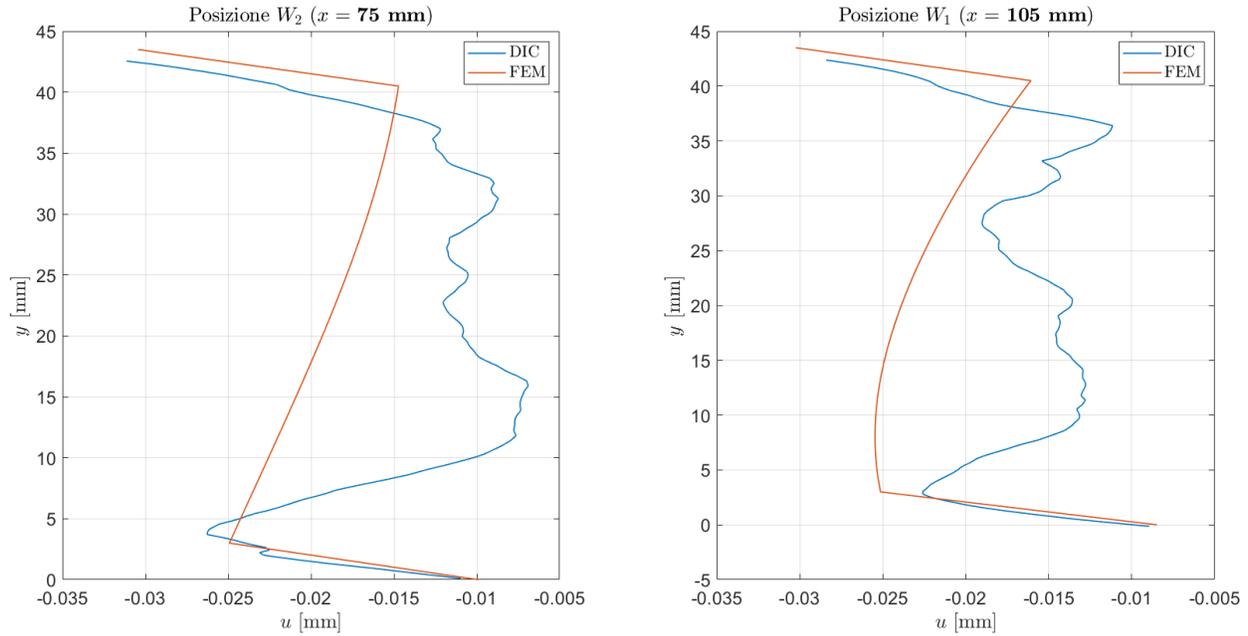


Figura 5.34: Confronto per la trave B03 dell'andamento lungo lo spessore dello spostamento assiale $u(y)$ DIC con modello FEM aggiornato con spostamento medio sperimentale (500 N)

Provino B04 Con riferimento alla figura 5.35 viene diagrammato l'andamento dello spostamento assiale lungo lo spessore $u(y)$ del provino B04 sia sperimentale (200 punti di estrazione) sia numerico per le posizioni W_3 e W_2 .

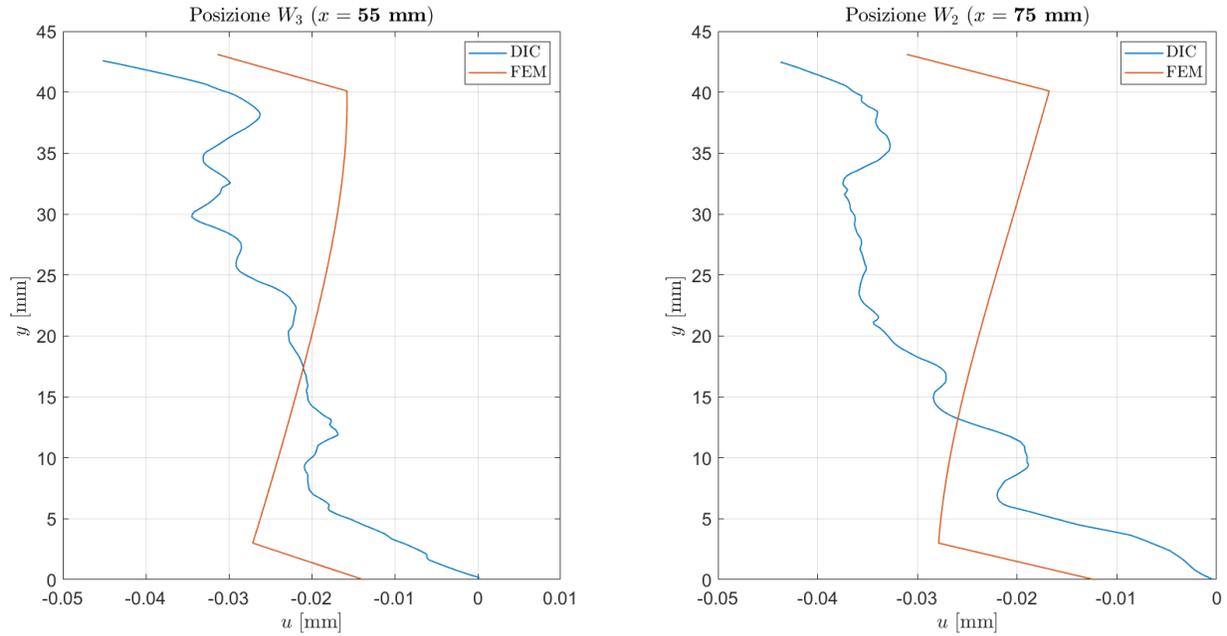


Figura 5.35: Confronto per la trave $B04$ dell'andamento lungo lo spessore dello spostamento assiale $u(y)$ DIC con modello FEM aggiornato con spostamento medio sperimentale (500 N)

Dal confronto questa volta non si riscontra una buona corrispondenza FEM-DIC, con marcate differenze, probabilmente dovute a una inadeguatezza del modello rispetto la realtà sperimentale.

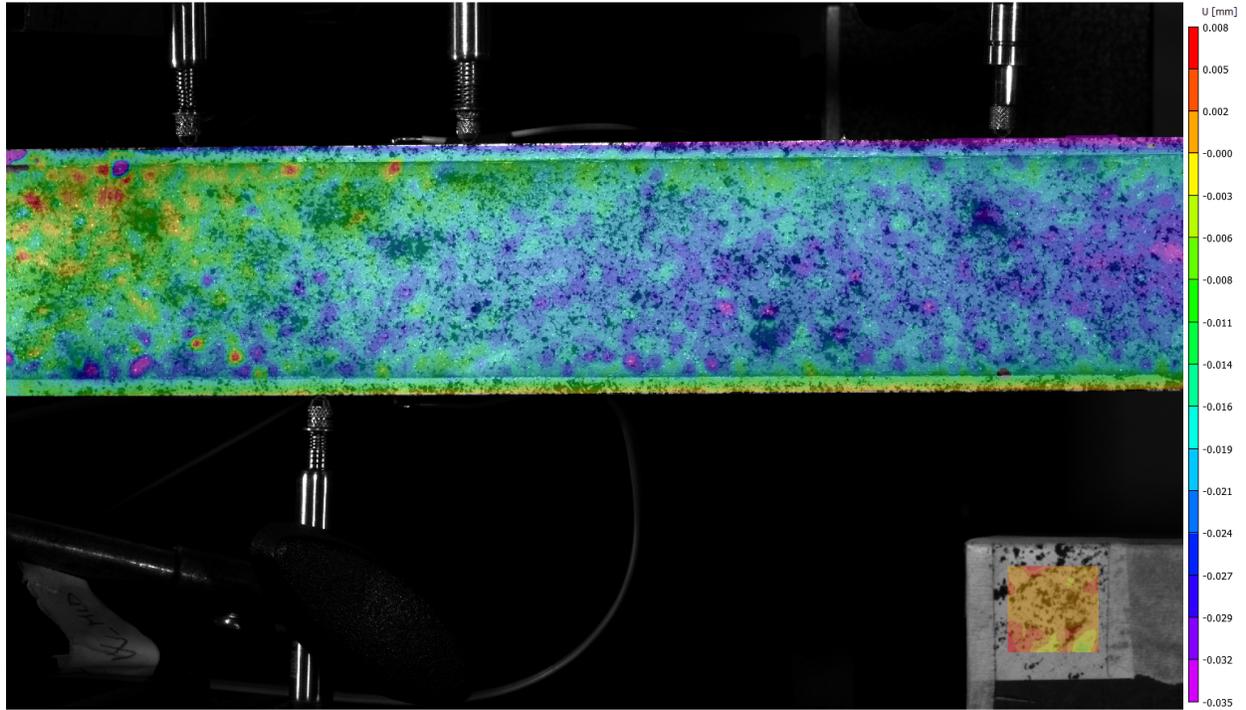


Figura 5.36: Campo di spostamento assiale nel piano rilevato tramite DIC per il provino B01 (500 N)

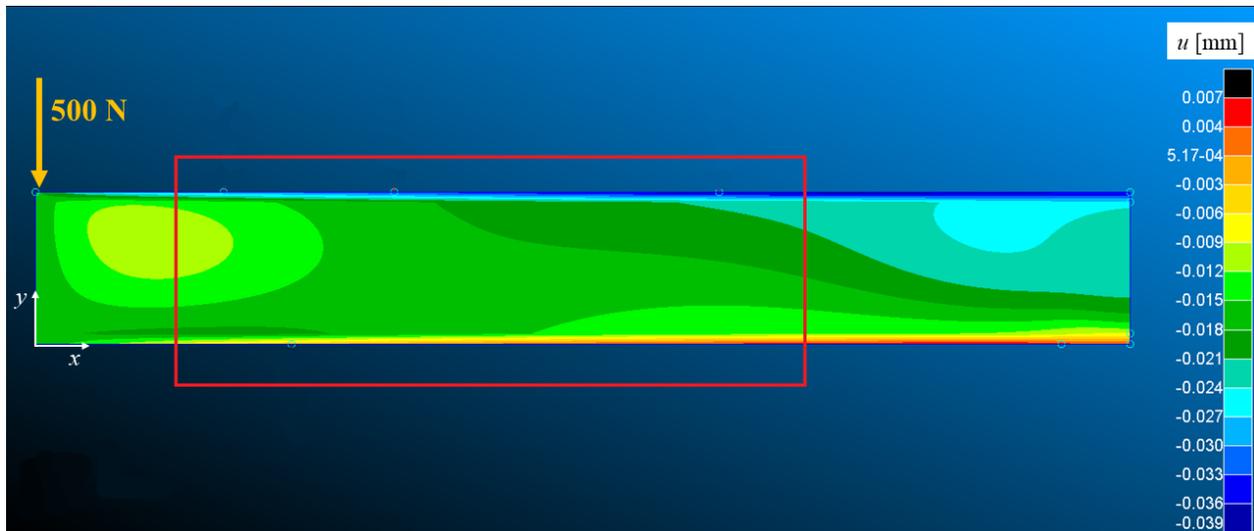


Figura 5.37: Campo di spostamento assiale nel piano FEM per il provino B01 (500 N)

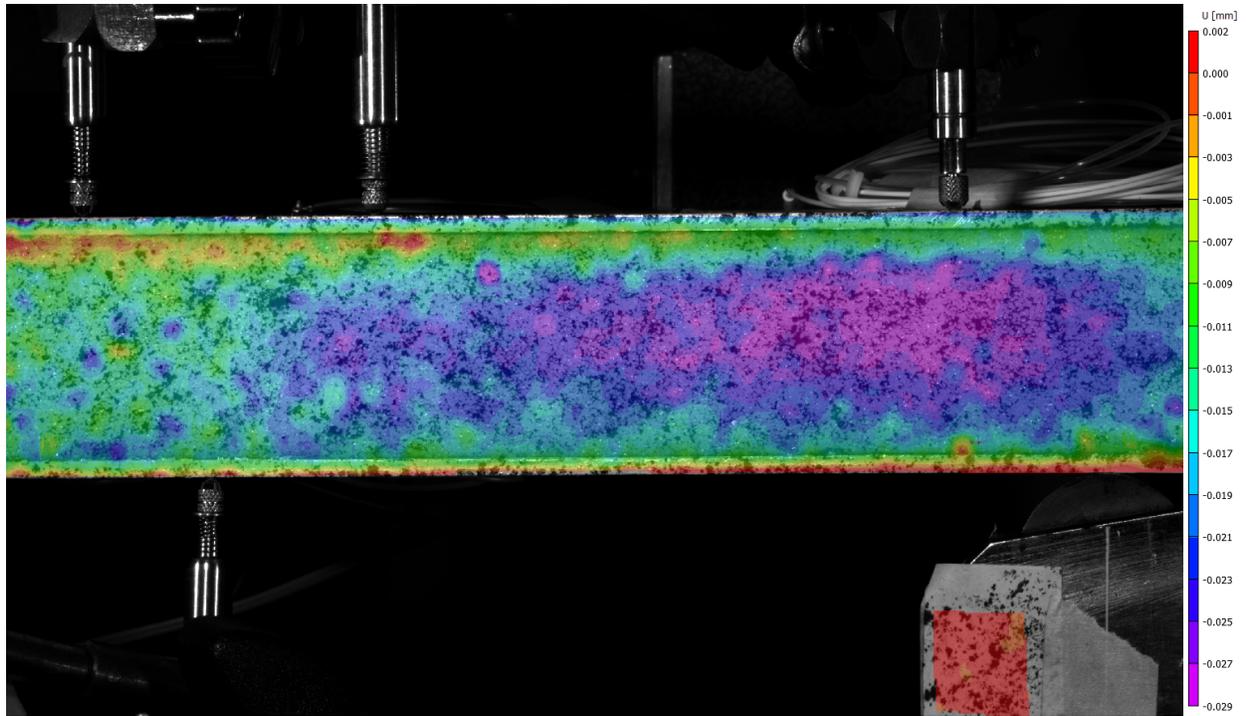


Figura 5.38: Campo di spostamento assiale nel piano rilevato tramite DIC per il provino B02 (500 N)

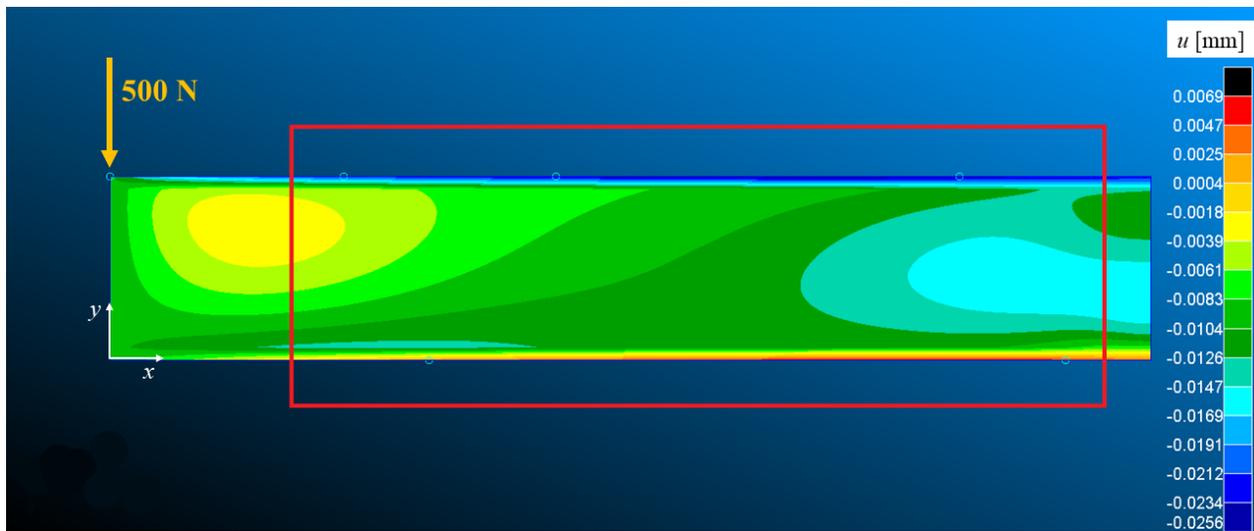


Figura 5.39: Campo di spostamento assiale nel piano FEM per il provino B02 (500 N)

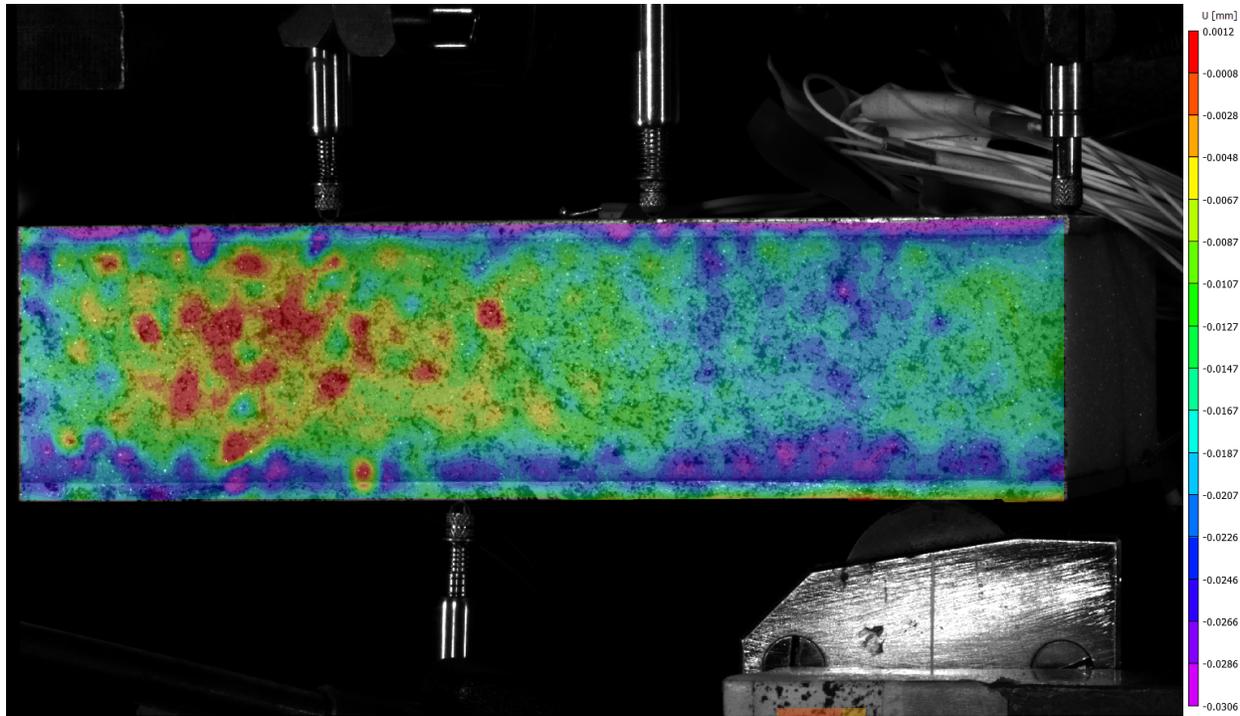


Figura 5.40: Campo di spostamento assiale nel piano rilevato tramite DIC per il provino B03 (500 N)

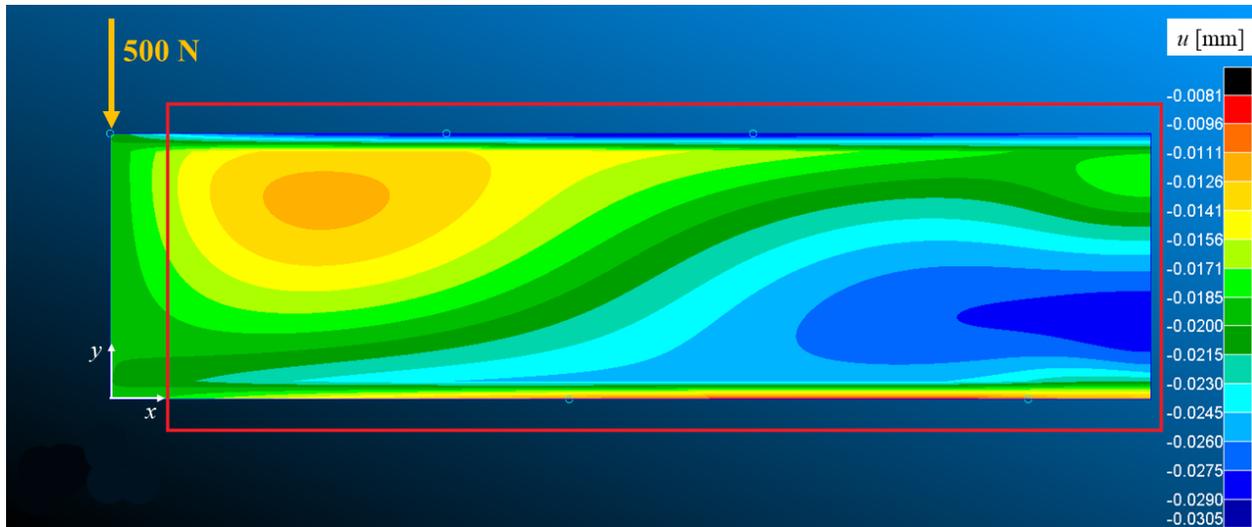


Figura 5.41: Campo di spostamento assiale nel piano FEM per il provino B03 (500 N)

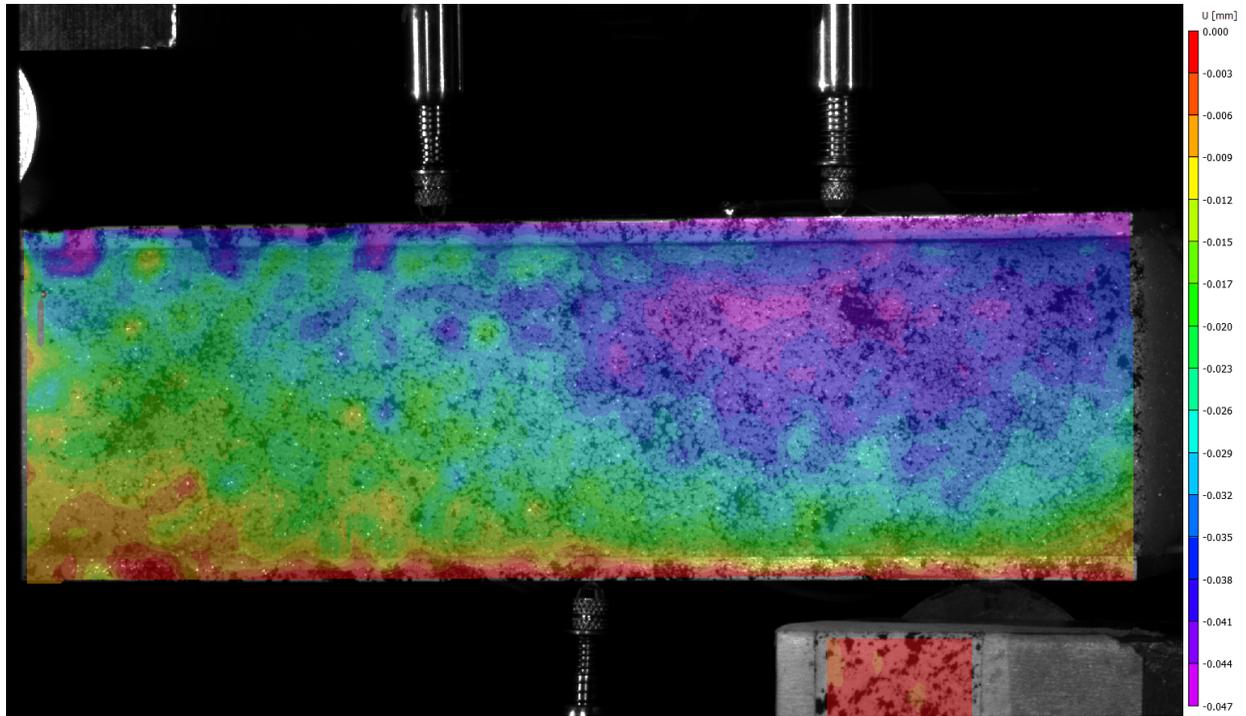


Figura 5.42: Campo di spostamento assiale nel piano rilevato tramite DIC per il provino B04 (500 N)

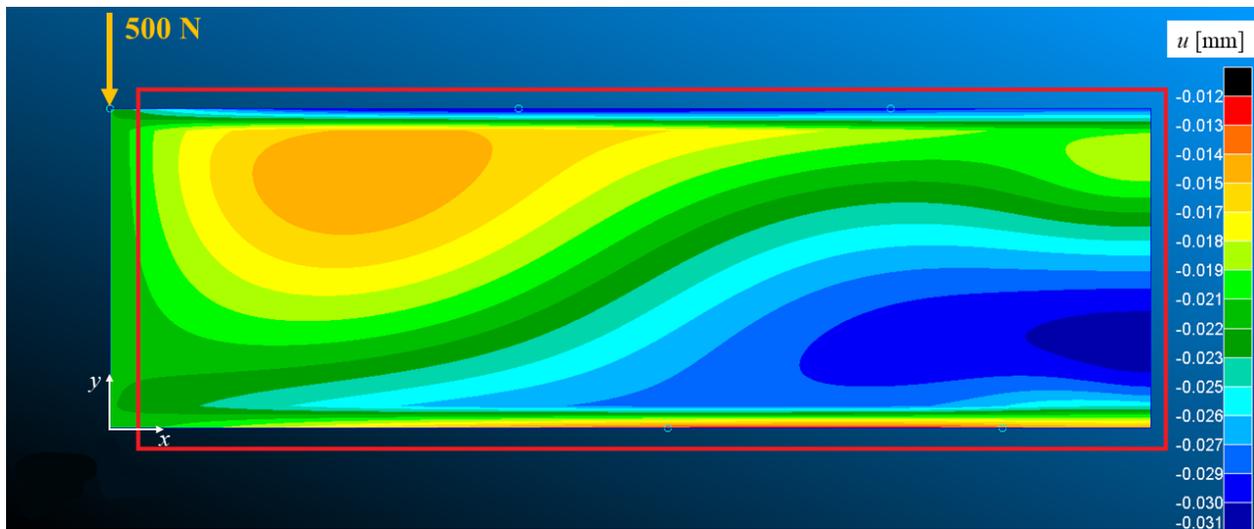


Figura 5.43: Campo di spostamento assiale nel piano FEM per il provino B04 (500 N)

Commenti L'applicazione della tecnica DIC alle strutture sandwich è molto interessante perché permette di valutare gli spostamenti assiali e quindi poter cogliere gli effetti zig zag all'interfaccia tra gli strati caratteristici di questa tipologia di strutture. Per i provini B01, B02, B03 si è osservata un'ottima corrispondenza dei risultati sperimentali e numerici per le facce mentre le irregolarità della schiuma non hanno permesso di caratterizzare chiaramente

il comportamento del cuore (si intuisce un andamento medio). Per il provino B04 non si è rilevata un effettiva corrispondenza numerico-sperimentale, probabilmente dovuta a una inadeguatezza delle approssimazioni introdotte nel modello FEM rispetto alla realtà. Si osserva che la correzione dei modelli non influisce significativamente su gli spostamenti assiali con variazioni inferiori al 1% per ogni provino, restano pertanto valide le considerazioni dei paragrafi precedenti.

Capitolo 6

Conclusioni

In questa tesi è stata condotta una campagna di prove sperimentali su quattro provini sandwich. Nelle condizioni di prova di flessione su tre punti, è stato analizzato il comportamento statico dei provini mediante Digital Image Correlation, determinando il campo di spostamento assiale e trasversale.

Particolare attenzione è stata rivolta alla cruciale procedura di applicazione dello speckle pattern sui provini, validando sperimentalmente una tecnica di deposizione con spugna e vernice che ha dato ottimi risultati di correlazione.

I risultati ottenuti sono stati confrontati sia con i metodi tradizionali di misura basati su trasduttori di spostamento LVDT sia con modelli bidimensionali agli elementi finiti.

La tecnica DIC si è dimostrata essere una valida alternativa alle misurazioni LVDT, fornendo risultati analoghi a questi ultimi per gli spostamenti trasversali, ma con l'indiscutibile vantaggio di poter ottenere tali risultati globalmente e non solo puntualmente.

Proprio la natura globale delle misurazioni DIC ha permesso un confronto a campo intero degli spostamenti sperimentali con i corrispondenti determinati da modelli numerici bidimensionali agli elementi finiti, sviluppati in NASTRAN. Con riferimento a questi ultimi si è osservata un'ottima corrispondenza negli andamenti e una parziale corrispondenza nei valori. Per quanto riguarda gli spostamenti trasversali, essi sono risultati molto accurati per i provini B01, B02, con errori medi del 10%, che rientrano all'interno delle inevitabili approssimazioni di un modello. Per i provini B03, B04 i modelli numerici sono risultati più rigidi della realtà: si sono riscontrati errori superiori al 30% imputabili a difetti occorsi in fase di manifattura che hanno ridotto il modulo di rigidezza trasversale.

Parlando del campo di spostamento assiale, si è mostrato come il metodo DIC sia effettivamente in grado di cogliere gli effetti zig-zag delle strutture sandwich. Esso distingue correttamente il comportamento delle facce e il comportamento del cuore, anche se, per quest'ultimo, l'irregolarità della schiuma non permette di ottenere misurazioni precise. Dal confronto con i modelli numerici si è riscontrata una notevole corrispondenza per i provini B01, B02, B03, ma non per il provino B04 a causa di una probabile inadeguatezza del modello utilizzato.

Come spunti per migliorare ulteriormente i risultati, si può pensare di ottimizzare ulteriormente il pattern (infitendolo), magari ricorrendo a tecniche di deposizione più sofisticate, così da provare a cogliere con precisione anche lo spostamento assiale nel cuore. Inoltre, la realizzazione di modelli FEM tridimensionali potrebbe migliorare ulteriormente la corrispondenza.

Bibliografia

- [1] G Crammond, SW Boyd, and JM Dulieu-Barton. Speckle pattern quality assessment for digital image correlation. *Optics and Lasers in Engineering*, 51(12):1368–1378, 2013.
- [2] Marta De Giorgi, Simone Giancane, Riccardo Nobile, and Fania Palano. Digital image correlation technique applied to mechanical characterisation of aluminium foam. In *EPJ Web of Conferences*, volume 6, page 31004. EDP Sciences, 2010.
- [3] Marco Di Sciuva, Ugo Icardi, and Marco Gherlone. Comportamento meccanico di strutture multistrato: modelli analitici e formulazioni fem. 2020.
- [4] YL Dong and Bing Pan. A review of speckle pattern fabrication and assessment for digital image correlation. *Experimental Mechanics*, 57:1161–1181, 2017.
- [5] EI Field, DN Herting, and MJ Morgan. Nastran user’s guide (level 17.5). Technical report, NASA, 1979.
- [6] Austin Giordano, Lingtao Mao, and Fu-Pen Chiang. Full-field experimental analysis of a sandwich beam under bending and comparison with theories. *Composite Structures*, 255:112965, 2021.
- [7] Wolfgang G Knauss, Ioannis Chasiotis, and Ying Huang. Mechanical measurements at the micron and nanometer scales. *Mechanics of materials*, 35(3-6):217–231, 2003.
- [8] Stefano Lenci. *Lezioni di meccanica strutturale*. Società Editrice Esculapio, 2023.
- [9] Giacomo Lionello and Luca Cristofolini. A practical approach to optimizing the preparation of speckle patterns for digital-image correlation. *Measurement Science and Technology*, 25(10):107001, 2014.
- [10] Bing Pan. Recent progress in digital image correlation. *Experimental mechanics*, 51:1223–1235, 2011.
- [11] Bing Pan. Digital image correlation for surface deformation measurement: historical developments, recent advances and future goals. *Measurement Science and Technology*, 29(8):082001, 2018.
- [12] Bing Pan, Kemaq Qian, Huimin Xie, and Anand Asundi. Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review. *Measurement science and technology*, 20(6):062001, 2009.

-
- [13] WH Peters and WF Ranson. Digital imaging techniques in experimental stress analysis. *Optical engineering*, 21(3):427–431, 1982.
- [14] Junuthula Narasimha Reddy. *Theory and analysis of elastic plates and shells*. CRC press, 1999.
- [15] Saman Sayahlatifi, Gholamhossein Rahimi, and Alireza Bokaei. Experimental and numerical investigation of sandwich structures with balsa core and hybrid corrugated composite/balsa core under three-point bending using digital image correlation. *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 23(1):94–131, 2021.
- [16] Hubert W Schreier, Joachim R Braasch, and Michael A Sutton. Systematic errors in digital image correlation caused by intensity interpolation. *Optical engineering*, 39(11):2915–2921, 2000.
- [17] Matteo Sorrenti. Refined zigzag models for the response of general multilayered composite and sandwich structures: numerical and experimental investigations. pages 1–280, 2023.
- [18] Pedro J Sousa, Joao Manuel RS Tavares, Paulo JS Tavares, and Pedro MGP Moreira. Correction of rigid body motion in deformation measurement of rotating objects. *Measurement*, 129:436–444, 2018.
- [19] C Sguazzo St Hartmann. Strain analysis in sandwich structures using digital image correlation. 2015.
- [20] Michael A Sutton, Jean Jose Orteu, and Hubert Schreier. *Image correlation for shape, motion and deformation measurements: basic concepts, theory and applications*. Springer Science & Business Media, 2009.
- [21] Zheng-Zong Tang, Jin Liang, Zhen-Zhong Xiao, Cheng Guo, and Hao Hu. Three-dimensional digital image correlation system for deformation measurement in experimental mechanics. *Optical Engineering*, 49(10):103601–103601, 2010.
- [22] Erasmo Viola. *Fondamenti di analisi matriciale delle strutture*. Società Editrice Esculapio, 2023.
- [23] Peng Wang, F Pierron, and Ole Thybo Thomsen. Identification of material parameters of pvc foams using digital image correlation and the virtual fields method. *Experimental Mechanics*, 53:1001–1015, 2013.
- [24] Dan Zenkert. An introduction to sandwich structures, 1995.
- [25] Olek C Zienkiewicz, Robert L Taylor, and Jian Z Zhu. *The finite element method: its basis and fundamentals*. Elsevier, 2005.