POLITECNICO DI TORINO

Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica



Tesi di Laurea Magistrale

Studio delle prestazioni statiche e dinamiche di cuscinetti reggispinta assiali ad aria controllati mediante valvole pneumatiche

Relatore:

Candidato:

Prof. Terenziano Raparelli

Antonio Di Cesare

Correlatori:

Ing. Luigi Lentini Ing. Andrea Trivella

A.A. 2022 / 23

Ringraziamenti

Vorrei dedicare alcune parole per esprimere un ringraziamento tutti coloro che hanno reso possibile l'esperienza universitaria torinese.

In primis sento di dover ringraziare il Professor Terenziano Raparelli che sin dall'inizio mi ha dimostrato fiducia ed è stato disponibile ad accogliermi come tesista.

Un caloroso ringraziamento va al Dottor Luigi Lentini per avermi accompagnato con pazienza e dedizione in tutte le fasi di sviluppo del lavoro, aver chiarito tutti i miei dubbi in ogni circostanza e avermi fatto sentire parte di tutto il gruppo impegnato nella ricerca del dipartimento di meccanica. A lui va la mia gratitudine per la sincera disponibilità e la gioviale simpatia trasmessa in qualsiasi momento.

Un pensiero affettuoso va al Dottor Andrea Trivella che mi ha seguito e indirizzato per la parte relativa alla stesura del modello numerico utilizzato nel presente lavoro e senza il quale non avrei potuto procedere in questa ricerca.

Al mio compagno di tesi, Giovanni Albano, e a tutti gli altri tesisti e tirocinanti poiché hanno contribuito a rendere piacevole l'esperienza di laboratorio al DIMEAS in questi sei fuggenti mesi. Grazie a loro è stato possibile alleggerire il carico e la tensione di lavoro.

Un ringraziamento a tutti gli amici che si sono avvicendati in questi anni di studio e che rappresentano un tassello significativo del mio bagaglio di conoscenze e formazione personale.

Sento poi di rivolgere un pensiero affettuoso anche alla mia famiglia che non mi ha mai fatto mancare il supporto morale e materiale in questi anni vissuti a Torino e che ha sempre creduto in me con forza e determinazione. A loro il mio più grande ringraziamento per avermi dato la possibilità di vivere e portare a compimento questa meravigliosa avventura grazie alla quale nutro la speranza di poter aprire un nuovo capitolo della mia vita forte e consapevole di tutti gli insegnamenti raccolti in questi anni di studio.

Abstract

I pattini pneumostatici, chiamati anche cuscinetti ad aria, sono dei dispositivi meccanici utilizzati per sopportare carichi pesanti di natura assiale su superfici piane e non porose, mediante l'utilizzo di aria compressa. Questa genera un sottile strato, chiamato meato, sul quale il pattino "galleggia" a pochissima distanza dalla superficie fissa, di norma qualche micrometro. L'uso di aria compressa presenta diversi vantaggi: una lunga durata rispetto alla tecnologia volvente, assenza praticamente di usura, elevata affidabilità, attrito quasi nullo, ridotta manutenzione e capacità di sopportare temperature più elevate rispetto ai cuscinetti ad olio. Grazie proprio al loro attrito nullo, i pattini pneumostatici sono ampiamente impiegati in vari settori industriali ed in numerose applicazioni in cui sono richiesti elevati livelli di precisione nel posizionamento, quali le macchine utensili, strumenti di misura e macchine per la verifica di schede elettroniche. Allo stesso tempo però presentano alcuni svantaggi come rigidezze relativamente basse in quanto una variazione del carico assiale comporta una variazione del meato che compromette la precisione del sistema, e, in alcuni casi, anche instabilità dinamica. Queste limitazioni, tuttavia, possono essere ridotte mediante l'ausilio di metodi di compensazione, che vengono suddivisi in metodi attivi e passivi. Questi sono sistemi di regolazione che consentono di migliorare la rigidezza del sistema grazie alla presenza di elementi addizionali.

L'argomento di questa tesi è un metodo di compensazione passiva di un cuscinetto ad aria compressa. Il sistema è costituito da un pattino rettangolare con quattro fori e ragnatura a sezione triangolare, integrato con una valvola pneumatica a membrana, con lo scopo di ottenere un sistema con una rigidezza statica quasi infinita. La trattazione è suddivisa in cinque capitoli. Il primo è dedicato a delineare gli aspetti principali dei cuscinetti ad aria compressa ed i loro relativi metodi di compensazione, attiva e passiva. Il secondo descrive gli elementi che compongono la valvola pneumatica a membrana che svolge l'attività di compensazione. Oggetto del terzo capitolo, decisamente il più corposo e significativo, è la definizione di un modello a parametri concentrati necessario per la stesura delle equazioni che regolano il funzionamento del sistema. Si definisce quindi una procedura progettuale che stabilisce i parametri ottimali della valvola con lo scopo di massimizzare la capacità di carico a seconda delle richieste del cliente. Si presentano infine i modelli numerici necessari a simulare le caratteristiche statiche e dinamiche del pattino compensato. Caratteristiche che vengono presentate nel quarto capitolo durante l'analisi dei risultati ottenuti. Il lavoro si conclude con un riepilogo degli obiettivi raggiunti e di eventuali sviluppi futuri.

Indice

1.	State	o dell'arte	1
]	1.1	Introduzione	1
]	1.2	Metodi per incrementare le prestazioni di pattini pneumostatici	5
	1.2.1	1 Sistemi di alimentazione classici	5
	1.2.2	2 Compensazione passiva	10
	1.2.3	3 Compensazione attiva	16
2.	Prot	totipo della valvola pneumatica e banco prova per la caratterizzazione di membrane	24
4	2.1	Descrizione dei componenti della valvola	24
	2.1.1	1 Portale	26
2.1.2		2 Corpo valvola	27
	2.1.3	3 Interfaccia valvola – pattini	29
	2.1.4	4 Ugello	32
	2.1.5	5 Sistema di regolazione	33
	2.1.6	6 Viti di collegamento	34
2	2.2	Banco prova per la caratterizzazione delle membrane	35
	2.2.1	1 Realizzazione del banco prova	37
	2.2.2	2 Descrizione della prova	38
3.	Mod	dellazione del sistema valvola – pattino	39
	3.1	Nomenclatura	39
	3.2	Schema funzionale del sistema valvola – pattino	42
	3.2.1	1 Funzionamento del sistema	43
	3.3	Modello a parametri concentrati	46
	3.3.1	1 Equazioni caratteristiche del modello	47
	3.4	Modelli numerici	54
	3.4.1	1 Modello di progetto (0)	55
	3.4.2	2 Modello statico (1)	62
	3.4.3	3 Modello dinamico non lineare (2)	67
	3.4.4	4 Modello dinamico linearizzato (3)	72
4.	Risu	ıltati	80
2	4.1	Analisi di sensitività	80
	4.1.1	1 Influenza del rapporto critico delle pressioni	81
	4.1.2 e del	2 Influenza della pressione di alimentazione della valvola e del rapporto tra i diametri dell'us l foro del pattino	gello 84
	4.1.3	3 Considerazioni sull'analisi di sensitività	96

4.2 Analisi dinamica	
5. Conclusioni ed eventuali sviluppi futuri	
Appendice	104
Bibliografia	111

Capitolo 1

1. Stato dell'arte

Il presente capitolo è volto a delineare quelle che sono le nozioni di base sui pattini pneumostatici, in particolar modo vengono descritti i motivi del loro impiego in ambito industriale valutando i loro vantaggi accoppiati ai loro limiti. Si descrive il principio di funzionamento di questi cuscinetti analizzando i grafici di relativa importanza, per poi procedere con una profonda analisi dei metodi per incrementare le loro prestazioni. Vengono descritti i vari sistemi di alimentazione, economici e facili da adottare, ed infine i metodi che migliorano le performance dei pattini, andando ad analizzare la compensazione attiva e passiva con esempi proposti nel corso degli ultimi anni di ricerca.

1.1 Introduzione

Un pattino pneumostatico, o cuscinetto ad aria, è un dispositivo ad aria adottato per muovere carichi pesanti su superfici piane e non porose. Utilizza aria compressa, solitamente tra i 3 e i 6 bar relativi, in grado di creare un sottile strato chiamato "meato" sul quale galleggia a pochissima distanza dal suolo, di norma qualche micrometro. La pressione nel volume di meato è distribuita in modo da bilanciare il carico applicato e ne determina quindi la portanza. Poiché il pattino ad aria si muove praticamente senza attrito, la forza necessaria a muovere il carico è molto bassa.

Grazie all'utilizzo di gas come lubrificante questi cuscinetti sono particolarmente adatti e vantaggiosi per applicazioni in cui risulta necessario avere:

- Attrito nullo
- Usura nulla
- Ridotti problemi di contaminazione

Alcuni esempi di cuscinetti ad aria compressa sono illustrati in Figura 1.1 e 1.2.



Figura 1.1 Pattini pneumostatici di forma rettangolare e circolare (cuscinetti assiali)



Figura 1.2 Boccole pneumostatiche (cuscinetti radiali)



Figura 1.3 Schema funzionale di un pattino pneumostatico

Come per tutti i sistemi pneumatici, risulta necessario, realizzare uno schema funzionale del sistema e un relativo circuito pneumatico equivalente analogo ai circuiti elettrici. Il circuito pneumatico permette di realizzare un modello grazie al quale è possibile scrivere le equazioni di pressione e di continuità che regolano il funzionamento del cuscinetto; ne è un esempio lo schema in Figura 1.4 con un pattino molto semplice dotato di un unico foro di alimentazione: questo è schematizzato con una resistenza fissa R_1 , ai capi del quale c'è una caduta di pressione ΔP_1 , mentre il meato di altezza "h" come una resistenza variabile R_2 in quanto il meato cambia a seconda del carico applicato. Tra le due resistenze troviamo il volume concentrato che schematizza il volume d'aria compressa nel meato.



Figura 1.4 Schema funzionale e circuito pneumatico di un pattino con 1 foro

Per eseguire uno studio completo su di un pattino risulta necessario valutare l'andamento delle curve di:

- Portanza: esprime la capacità di carico in funzione dell'altezza di meato; all'aumentare del carico applicato il meato si riduce fino ad arrivare ad una condizione limite denominata "condizione di pacchetto".
- Consumo d'aria: esprime la portata di aria compressa in funzione dell'altezza di meato; viceversa, all'aumentare del meato il consumo di aria aumenta.
- Rigidezza: si ottiene dal rapporto della derivata del carico rispetto alla derivata del meato cambiata di segno $(k = -\frac{\partial F}{\partial h})$; il segno negativo davanti l'espressione viene utilizzato per ottenere valori di rigidezza positivi, poiché a fronte di una variazione positiva del carico si ottiene una variazione negativa del meato.

Un esempio di andamenti grafici è schematizzato dalla Figura 1.5:



Figura 1.5 Andamenti teorici di Capacità di carico, Consumo d'aria e Rigidezza statica di un pattino pneumostatico

Come si può notare tutti gli andamenti risultano non lineari. Osservando l'ultimo dei tre, la rigidezza statica, presenta un massimo per un preciso valore di meato che si può ipotizzare come punto ottimale in cui lavorare. Solitamente però il punto di funzionamento è leggermente spostato a destra del massimo. Questo può essere spiegato dal fatto che nella maggior parte dei casi, montando il cuscinetto in prossimità dell'elemento da supportare, non si avrà mai il meato di progetto, poiché bisogna tener conto degli errori di posizionamento dovuti al montaggio. Parlando infatti di micrometri, quindi di ordini di grandezza molto ridotti, se non si considerasse questo aspetto, prendendo il massimo come punto di funzionamento, dopo la fase di montaggio, ci si troverebbe in una condizione peggiore a destra o a sinistra del picco. Avendo inoltre una pendenza minore a destra risulta chiara la convenienza nel considerare come punto di funzionamento un punto alla destra e non alla sinistra, poiché un errore di montaggio comporterebbe una rigidezza comunque maggiore nel tratto meno pendente.

Gli aspetti negativi di questi sistemi sono dovuti in particolare alle caratteristiche dei lubrificanti gassosi. Infatti, la bassa viscosità e la comprimibilità dell'aria portano a lavorare con meati estremamente ridotti, tipicamente dai 5 ai 25 μ m e quindi ad avere difficoltà nel prevedere l'effettivo meato di lavoro dovuto alle difficoltà nella fase di montaggio. Per questo motivo le superfici che interagiscono con il gas devono essere lavorate con tolleranze geometriche e valori di rugosità molto spinti.

L'utilizzo di questi pattini è inoltre limitato da valori di rigidezza e smorzamento bassi. Da qui nasce l'esigenza di sviluppare tecniche e sistemi di regolazione che permettono di mantenere il meato desiderato a fronte di un carico esterno applicato al cuscinetto.

1.2 Metodi per incrementare le prestazioni di pattini pneumostatici

Come accennato nel paragrafo precedente nel corso degli anni si sono sviluppate ricerche per migliorare le prestazioni dei cuscinetti in termini di rigidezza e smorzamento. I primi risultati di questi studi riguardano l'utilizzo di diversi sistemi di alimentazione dei pattini. Queste soluzioni furono le prime analizzate poiché molto economiche e semplici da realizzare.

1.2.1 Sistemi di alimentazione classici

Nel corso degli anni, nel tentativo di migliorare le performance dei cuscinetti ad aria, sono state sviluppate soluzioni che variano il sistema di alimentazione e ne valutano le prestazioni. Queste risultano essere molto vantaggiose dal punto di vista economico poiché accrescono le prestazioni agendo solo sulla geometria del sistema di alimentazione, ad esempio aumentando il numero, la dimensione o la disposizione dei fori. Allo stesso tempo presentano comunque alcuni svantaggi.

Queste soluzioni consistono nell'utilizzo di:

- For i "inherently compensated": for i con diametri grandi rispetto alle dimensioni del meato (d > 4h).
- Fori "orifice compensated": fori con diametri piccoli rispetto alle dimensioni del meato (d < 4h).
- Microfori: fori con diametri inferiori a 0.1 mm.
- Fori con ragnatura *(grooved):* la superficie del pattino presenta delle scanalature che favoriscono il deflusso del lubrificante.
- Superfici porose o inserti porosi (porous): i fori sono sostituiti con inserti o superfici porose.
- Fori dotati di tasche: i fori presentano tasche di forme e dimensioni variabili.

Nei pattini con fori di tipo "inherently" e "orifice compensated" l'aria in pressione alimenta il pattino mediante un certo numero di fori con precise dimensioni. È dunque possibile calcolare un'area di efflusso dell'aria mediante l'espressione $A = \frac{\pi d^2}{4}$ per i pattini con fori semplici, mentre per i pattini "inherently" la sezione di efflusso è quella anulare calcolabile come $A = \pi dh$ come mostrato in Figura 1.6.



Figura 1.6 Foro semplice e Foro Inherent

In generale come mostrato da Fourka et al. [1] pattini con fori semplici mostrano elevata rigidezza, basso smorzamento e bassa stabilità rispetto ai pattini inherent che risultano avere una maggiore stabilità.

Per quanto riguarda i microfori, in Figura 1.7, come descritto da Miyatake et al. [2], sono fori con diametro inferiore a 0.1 mm; sono storicamente più recenti in quanto per realizzarli si impiegano sistemi di fabbricazione MEMS che utilizzano micropunte, laser o l'elettroerosione. Secondo alcuni studi [2]–[4] presentano anche rigidezze maggiori perché aumenta il numero di fori a parità di superficie.



Figura 1.7 Pattino con microfori

I pattini con ragnatura presentano scanalature che distribuiscono le pressioni in maniera più uniforme sulla superficie rispetto ai pattini con un singolo foro come mostra la Figura 1.8. La presenza delle ragnature consente di avere una maggiore capacità di carico e una rigidezza migliore, specialmente per meati molto sottili come riportato da Belforte et al. [5] - [6]. Gli studi di Chen et al. [7] mostrano invece che ragnature con larghezze e profondità elevate riducono la stabilità poiché, incrementando il volume, lo smorzamento si riduce, aumentando la possibilità di incorrere nel fenomeno chiamato "pneumatic hammer".



Figura 1.8 Pattino con ragnature

Nei pattini porosi l'aria compressa fuoriesce attraverso superfici porose rivestite con materiali antiusura quali carbonio o bronzo. Secondo la trattazione di Rowe [8], grazie a questa tipologia di materiali, i pattini porosi presentano una distribuzione di pressione più regolare con gradienti inferiori e dunque una maggior capacità di carico e rigidezza. A causa però della fragilità di tali materiali questi pattini sono molto sensibili agli urti e ai graffi. Spesso inoltre presentano malfunzionamenti a causa della facilità di ostruzione dei pori. Nei pattini invece con inserti porosi, l'aria fuoriesce solo attraverso una porzione della superficie del cuscinetto, realizzata in materiale poroso. L'adozione di un anello poroso per la fuoriuscita dell'aria garantisce comunque una buona distribuzione di pressione sul pattino.



Figura 1.9 Pattino poroso

Nella Figura 1.10 viene messo a confronto l'andamento delle pressioni per i vari pattini a seconda del tipo di alimentazione. Si nota subito come pattini con un singolo foro presentano gradienti di pressione ben visibili, a differenza dei pattini realizzati con materiali porosi, dove è presente una distribuzione più uniforme di pressione.



Figura 1.10 Profili di pressione per pattini circolari

Per migliorare le prestazioni dei pattini, oltre ai metodi di compensazione che saranno analizzati nei capitoli seguenti, è possibile anche realizzare, nei pattini con i fori, delle tasche di dimensioni e forme variabili. Questa soluzione permette di variare la distribuzione di pressione al di sotto del pattino, che, in assenza di tasca, risulterebbe triangolare, come mostra la Figura 1.11; viceversa in presenza della tasca si ha un andamento trapezoidale di pressione e quindi un aumento di portanza.



Figura 1.11 Distribuzione di pressioni con e senza tasca

Gli studi e le simulazioni CFD di Li e Ding [9] hanno mostrato la dipendenza delle caratteristiche di forza e di portata dalle dimensioni e forme delle tasche. In particolare, con diametro della tasca grande e con diametro del foro e meato relativamente piccoli, si ottengono buone prestazioni, viceversa quando le dimensioni della tasca sono troppo elevate si rischia di incorrere in instabilità. Anche la forma della tasca influisce sulla performance del pattino come dimostrato dagli studi di Chen ed He [10] che hanno confrontato tasche rettangolari e tasche circolari analizzando il moto vorticoso che si viene a determinare all'interno della tasca con tasche rettangolari che comportano un rischio maggiore di instabilità ma una maggior portanza al contrario invece di quelle a forma circolare che presentano comunque buone prestazioni. In Figura 1.12 si possono notare le differenze costruttive.



Figura 1.12 Geometrie di avanfori: (a) senza; (b) avanforo rettangolare; (c) avanforo sferico, tratto da [10]



Figura 1.13 Moti vorticosi in funzione della forma delle tasche, tratto da [11]

Nel corso degli ultimi anni, soprattutto in ambito industriale, è aumentata la richiesta di avere supporti ad aria compressa che possano garantire prestazioni e precisioni elevate. Da qui nasce l'esigenza di studi approfonditi per la ricerca e lo sviluppo di criteri in grado di migliorarne le performance. Vengono pertanto sviluppati metodi di compensazione che hanno lo scopo di aumentare le prestazioni dinamiche dei cuscinetti ed è possibile distinguerli in due categorie:

- Compensazione *passiva*: l'aumento delle prestazioni del cuscinetto è dovuto alla presenza di elementi passivi quali valvole, fori elastici, membrane, senza impiego di ulteriore energia rispetto a quella proveniente dall'aria di alimentazione già presente. In questa soluzione è possibile ottenere un valore di rigidezza quasi infinito, ovvero per una variazione del carico (tipicamente fino al 20 ÷ 30 % del valore nominale) il meato di aria rimane pressoché costante.
- Compensazione *attiva*: l'aumento delle performance del pattino è dovuto ad elementi attivi come sistemi di controllo e attuatori che variano l'apertura di orifizi e modificano la geometria del pattino. Questa soluzione permette di ottenere prestazioni dinamiche più efficienti, maggiore accuratezza di posizionamento e possibilità di integrazione con sistemi di monitoraggio. Nonostante abbiano ottime caratteristiche queste soluzioni risultano ad oggi ancora molto costose.

A seconda delle esigenze e applicazioni, è possibile scegliere una tipologia piuttosto che un'altra, ma solitamente il fattore discriminante risulta essere il costo, che nel caso della compensazione passiva è abbastanza contenuto. Nella tabella seguente si possono comunque analizzare vantaggi e svantaggi di una tipologia rispetto all'altra.

Compensazione		Vantaggi		Svantaggi
Passiva	•	economica	•	rigidezza quasi statica infinita per piccoli range di forza
			•	basse dinamiche
	•	elevate dinamiche	٠	costosa
Attiva	•	maggiore accuratezza		
	•	possibile integrazione con sistemi di monitoraggio		

Tabella 1.1 Comparazione tra compensazione passiva e attiva. Tratto da [8]

1.2.2 Compensazione passiva

I metodi di compensazione passiva sono stati i primi ad essere sviluppati grazie alla loro facilità di integrazione e ai costi contenuti. Nella maggior parte dei casi queste tecniche prevedono l'utilizzo di valvole pneumatiche, superfici o elementi deformabili. Sebbene siano soluzioni economiche e relativamente semplici presentano dei limiti prestazionali. Non sempre permettono di ottenere rigidezze quasi statiche infinite. Inoltre, incrementano le caratteristiche del sistema solo in una parte ridotta del campo di funzionamento [12].

Un primo metodo, proposto da Newgard et al. [13] prevede l'utilizzo di un foro elastico, il quale essendo flessibile varia la sua sezione di passaggio e permette la regolazione di aria compressa in funzione del carico applicato dall'esterno. In Figura 1.14 viene raffigurato lo schema funzionale nelle varie condizioni di lavoro. Dalle condizioni nominali di funzionamento (*a*), aumentando il carico sul cuscinetto, sale di conseguenza la pressione nel meato P_P che determina un allargamento della sezione del foro elastico (*b*). Questo allargamento permette il passaggio di una portata maggiore riportando il pattino nelle sue condizioni iniziali. Viceversa, una diminuzione del carico determina una riduzione della pressione nel meato P_P con conseguente restringimento della sezione del foro fino alla sua chiusura totale (*c*).



Figura 1.14 Compensazione passiva mediante foro elastico, tratto da [13]

Un secondo metodo è proposto da Snoeys et al. [14] ed è raffigurato dalla Figura 1.15. Prevede l'impiego di meati convergenti deformabili. La superficie del pattino consta di una membrana che può flettere poiché è sottoposta alla pressione di alimentazione da un lato e alla pressione del meato di aria dall'altro. Se il carico esterno aumenta, di conseguenza cresce la conicità del meato di aria e quindi anche la pressione all'interno di questo. Grazie a tale variazione è possibile ripristinare il valore di meato iniziale. Così si ottiene una regolazione della pressione del meato in funzione della variazione del carico esterno e se ne aumenta la rigidezza.



Figura 1.15 Compensazione passiva mediante membrana conica, tratto da [14]

Altri metodi di compensazione furono introdotti nel corso degli anni 90 ed utilizzavano elementi mobili per compensare variazioni di carico. Ne è un esempio il metodo proposto da Yoshimoto et al. [15] illustrato in Figura 1.16 che prevede l'utilizzo di un disco flottante con alcuni fori di precise dimensioni. L'aria, dunque, raggiunge lo spazio di spessore h_1 attraverso il foro di diametro d_1 . Da qui può essere scaricata in ambiente attraverso dei fori di diametro d_2 , oppure essere inviata al meato h_2 attraverso il foro d_0 . Quando ci sono variazioni di carico il disco permette la compensazione del meato spostandosi per controllare il flusso d'aria che attraversa il cuscinetto. Se ad esempio il carico aumenta, il meato si riduce e l'aumento di pressione porta il disco flottante a spostarsi verso il basso, riducendo lo spazio h_1 e la portata di aria che attraversa il foro d_2 . Così aumenta la pressione sulla superficie inferiore del disco ripristinando il valore di meato h_2 .



Figura 1.16 Compensazione passiva mediante disco flottante, tratto da [15]

Un'altra soluzione di compensazione passiva riguarda lo studio condotto da Chen et al. [10] in cui si sfrutta la presenza di una ragnatura ad "X" e delle molle a tazza per compensare la variazione di carico come mostra la Figura 1.17.



Figura 1.17 Compensazione passiva mediante molle a tazza, tratto da [10]

In particolare, si nota come il cuscinetto è realizzato in due parti separate. Una parte accoglie le molle a tazza, un'altra i canali di alimentazione e le ragnature. Gli studi numerici e sperimentali hanno provato il miglioramento delle prestazioni come si nota anche dalla Figura 1.18 in cui il pattino compensato presenta un transitorio minore e una minor ampiezza di oscillazione.



Figura 1.18 (a) schema funzionale. (b) risultati sperimentali, tratto da [10]

Lo studio condotto riporta inoltre la forte dipendenza della compensazione dalle dimensioni delle ragnature, dalle dimensioni del cuscinetto ma soprattutto dalla rigidezza delle molle, la quale determina la stabilità di tutto il sistema.

Infine, un ultimo metodo di compensazione passiva che verrà analizzato meglio in questa trattazione riguarda la soluzione proposta da Ghodsiyeh et al. [16]. Si basa concettualmente sull'utilizzo di una valvola a diaframma per compensare le variazioni di altezza di meato a fronte di una variazione di carico sul cuscinetto. Se ne aumenta la rigidezza fino a valori che possono tendere ad infinito per certi valori di altezza di meato. In Figura 1.19 è presente un disegno in sezione della valvola in questione, mentre in Figura 1.20 uno schema funzionale del sistema valvola – pattino e della camera della valvola dove è presente la membrana che può inflettersi.

La valvola è composta da due parti, una superiore e una inferiore, fissate tra di loro. Tra di esse è presente una membrana (2) di diametro D_m e spessore s. Nella parte superiore troviamo anche una struttura a portale con una molla a tazza montata tra il corpo centrale della valvola e un ugello mobile (1) di diametro d_v e montato coassialmente rispetto al foro praticato nel corpo principale della valvola. Al di sopra della valvola vi è una vite di regolazione che non è presente nella figura, ma permette di regolare la posizione iniziale dell'ugello rispetto alla membrana indicata con x_0 . Gli o-ring presenti hanno la funzione di evitare trafilamenti tra le varie parti della valvola.



Figura 1.19 Sezione della valvola a diaframma per la compensazione passiva di un pattino, tratto da [16]



Figura 1.20 Schema funzionale della valvola a diaframma e del pattino a 4 fori collegato, tratto da [16]

La valvola viene alimentata ad una pressione (P_s) e viene indirizzata al pattino (Pad) grazie al condotto di collegamento; è possibile adottare sia una soluzione con valvola direttamente collegata al cuscinetto, sia con valvola scollegata e quindi con un tubo di collegamento tra i due elementi. Il pattino in questione presenta quattro fori di diametro (d) che sono rappresentati come delle resistenze; l'aria attraversando questi fori genera un meato (Air gap) ad una pressione (P_m) per poi essere scaricata in ambiente (P_a). La compensazione dipende dall'equilibrio sulla membrana che c'è all'interno della valvola, la quale presenta due camere. Quella inferiore (4) è collegata direttamente con l'ambiente, quella superiore (3) avrà una pressione pari a P_V che dipende dal carico applicato al cuscinetto. Quando $P_V = P_a$ la membrana non è deformata (linea tratteggiata) e la distanza tra ugello e membrana è pari a x_0 (distanza iniziale). Quando il carico applicato al pattino aumenta, l'altezza del meato si riduce, la pressione del meato P_m cresce e di conseguenza anche la pressione nella camera della valvola P_V . Quindi la membrana si inflette aumentando la sezione di passaggio dell'aria che viene inviata al pattino. Cambia la portata in ingresso al meato che ristabilisce la pressione e l'altezza iniziali. L'intero funzionamento di tale metodo di compensazione sarà argomento di studio in questa trattazione e verrà meglio approfondito nei capitoli successivi.

Una soluzione analoga a questo metodo di compensazione è quella di utilizzare una valvola a diaframma differenziale, un otturatore mobile e quattro camere distinte come mostra la Figura 1.22. Le camere (1) e (4) sono alimentate a una pressione di alimentazione P_s , che provoca la deformazione delle membrane (a) e (c) le quali, avendo la stessa area, si bilanciano e consentono all'otturatore di rimanere in equilibrio. Lo spostamento di questo è determinato dalla pressione di riferimento P_r all'interno della camera (3). Il pattino invece presenta un foro sonda che permette la retroazione dell'informazione sulla pressione $P_{F|B}$ che viene riportata nella camera (2). Grazie alle differenze di aree delle membrane (a) e (b) si genera la forza che allontana l'otturatore dall'ugello. Il funzionamento della valvola rimane comunque lo stesso del metodo precedentemente descritto.



Figura 1.22 Schema funzionale di una valvola a 3 membrane con otturatore mobile e 4 camere, collegata ad un pattino con foro sonda (compensazione ATTIVA)

Questa soluzione risulta però essere un metodo di compensazione attiva avendo un secondo sistema di alimentazione per la camera di riferimento. Per ottenere la compensazione passiva basta alimentare la camera (3) con una pressione che deriva da P_s grazie a una resistenza variabile (R) come mostrato in Figura 1.23.



Figura 1.23 Schema funzionale di una valvola a 3 membrane con otturatore mobile e 4 camere, collegata ad un pattino con foro sonda (compensazione PASSIVA)

1.2.3 Compensazione attiva

Le soluzioni precedentemente descritte in merito alla compensazione passiva evidenziano dei limiti soprattutto in termini di prestazioni dinamiche. Per ovviare a questi, è possibile adottare soluzioni che prevedono una compensazione attiva che garantisce anche una miglior accuratezza di posizionamento e la possibilità di integrare dei sistemi di monitoraggio. Questi metodi utilizzano fonti di energia esterne per alimentare attuatori elettrici, controllori elettronici e driver. Nella maggior parte di queste soluzioni vengono impiegati attuatori piezoelettrici in virtù di elevate prestazioni dinamiche ed efficienza, ma anche attuatori magnetoresistivi, elettromagnetici e pneumatici. Per ricavare invece l'altezza del meato o dell'elemento supportato vengono usati sensori capacitivi a correnti parassite e ottici.

Dallo studio eseguito da Lentini et al. [12] la compensazione passiva può essere divisa in:

- *Active flow resistance compensation method*: consiste in una regolazione del flusso mediante strozzature o resistenze in grado di variare la portata d'aria in sistemi comandati da attuatori.
- Active geometrical compensation method: consiste nel modificare la geometria del pattino o del meato.
- Hybdrid active compensation method: consiste nell'adottare soluzioni ibride tra le due precedenti.

Metodi di compensazione attiva del flusso

Una prima soluzione proposta è un sistema di iniezione, tratto da Morosi et al. [17]. La prima differenza riguarda il sistema di alimentazione che viene modificato, ovvero un sistema di iniezione composto da un attuatore piezoelettrico, una molla a tazza, un otturatore, dei canali d'aria e una guarnizione O-ring per ridurre le perdite. Il funzionamento di questo metodo di compensazione consiste nell'azionamento dell'attuatore piezoelettrico mediante una tensione elettrica. Questo, a sua volta, esercita una forza sull'attuatore facendone variare la posizione, che dipende anche dalla rigidezza della molla a tazza, e quindi la sezione di passaggio dell'aria necessaria a regolare la variazione di meato. In questo modo si riesce a regolare la portata d'aria richiesta dalla boccola. In Figura 1.24 è mostrato uno schema funzionale della soluzione descritta.



Figura 1.24 Compensazione attiva con sistema di iniezione, tratto da [17]

Un ulteriore metodo di compensazione è quello proposto nelle Figure 1.25 e 1.26 da Mizumoto et al. [18] che prevede due soluzioni in grado di avere mandrini con rigidezza quasi statica assiale e radiale infinita. In entrambe si utilizza un attuatore piezoelettrico. Nella prima (a) è presente un foro passante; controllando la corsa dell'attuatore è quindi possibile variare la sezione di passaggio modificando h_d indipendentemente dallo spessore del meato ottenendo una distribuzione di pressione variabile sotto il pattino.



Figura 1.25 (a) Active Inherent Restrictor (AIR), tratto da [18]

La seconda soluzione (b) presenta una strozzatura nella regione in cui l'aria abbandona il pattino. Gli elementi costituenti del sistema sono un attuatore piezoelettrico, un distanziale, una vite regolabile, una sfera d'acciaio, un diaframma e dei trasduttori per misurare l'altezza di meato. La sfera d'acciaio, mossa dall'attuatore, provoca la deformazione del diaframma, e in funzione dell'altezza di meato, i trasduttori retroazionano l'informazione che, mediante un sistema di controllo, comandano l'attuatore per deformare il diaframma. In questo modo varia la sezione di passaggio dell'aria che esce dal cuscinetto modificando così anche la pressione del meato.



Figura 1.26 (b) Exhaust controlled restrictor (ECR), tratto da [18]

Ulteriori soluzioni studiate nel corso degli anni, per migliorare le prestazioni dei cuscinetti, prevedono l'utilizzo di attuatori magnetoresistivi ed elettromagnetici nonostante le loro dinamiche inferiori e dimensioni superiori rispetto ai precedenti piezoelettrici. Una prima metodologia proposta è quella di Ro et al. [19] mostrata in Figura 1.27 utilizzata per sostenere verticalmente una tavola traslante. La soluzione prevede l'utilizzo di otto pattini porosi orizzontali e otto verticali, una tavola traslante munita di quattro attuatori magnetici posizionati verticalmente ai quattro angoli della tavola rotante, un sistema di guide e basamento, un motore lineare che serve ad azionare il moto della tavola ed un sistema di azionamento per gli attuatori magnetici. Gli attuatori magnetici sono costituiti da un magnete permanente che genera un flusso magnetico nominale per la forza di precarico richiesta e da una bobina che varia la forza magnetica regolando così l'altezza di meato a seconda della forza esterna applicata. Questo metodo permette di avere notevoli vantaggi come un'ottima accuratezza nel posizionamento, completa assenza di attrito ed una rigidezza del sistema quasi infinita per un ampio campo di lavoro. Presenta tuttavia anche alcune limitazioni quali ingombri notevoli dovuti alle bobine e ai magneti che richiedono opportuni spazi, ed anche limiti fisici dovuti a perdite, isteresi e saturazioni.





(a) A schematic view of the AC system by using valves



(c) Front view of the linear air bearing stage

(b) The bottom view of the linear air bearing stage

Item	Specifications
Air bearing pad size $(Lx \times Ly \times H)$	50 × 20 × 5 mm ³
Air bearing clearance (vertical)	13.5 µm
Vertical air bearing stiffness	38.5 N/µm
Required preload (vertical)	250 N
Permanent magnet size	$25 \times 8 \times 4 \text{ mm}^3$
Table weight	10.0 kg
Magnetic preload	35.8 × 4 N
Current gain of an actuator	15.5 N/A

(d) Specifications



Un diverso metodo di compensazione attiva proposto da Colombo et al. [20] è mostrato in Figura 1.28 ed impiega elettrovalvole digitali. Per contenere i costi vengono utilizzati componenti commerciali quali valvole digitali elettropneumatiche (2,3), una scheda di controllo Arduino (4), trasduttori di pressione (5) e sensori di contropressione (6). Tutti questi elementi sono integrati col pattino (1). Le due elettrovalvole digitali sono comandante con la tecnica di modulazione in ampiezza (PWM) e permettono di variare il flusso d'aria che alimenta il pattino. L'altezza di meato viene individuata dai sensori di contropressione che inviano il segnale di feedback alla scheda di controllo. Questa controlla le bobine delle due elettrovalvole che possono commutare variando l'alimentazione e lo scarico del pattino mantenendo l'altezza di meato costante.



Figura 1.28 Compensazione attiva mediante elettrovalvole comandate in PWM, tratto da [20]

Infine, un ulteriore compensazione attiva è quella proposta da Belforte et al. [21] che utilizza una servovalvola pneumatica come rappresentato in Figura 1.29 per migliorare le prestazioni di una boccola pneumostatica. Gli elementi caratterizzanti il sistema sono: l'albero (1), la boccola (2), la servovalvola superiore (3), la servovalvola inferiore (4), un sensore a contropressione (5), un organo mobile (7), un ugello (8), delle molle (12) e un grano filettato (14). La boccola inoltre è dotata di quattro fori disposti circonferenzialmente e simmetricamente. La servovalvola invece è composta da tre membrane e quattro camere. Durante il funzionamento la pressione di alimentazione agisce sulle membrane 1 e 3 che hanno stessa superficie per cui l'azione è bilanciata e l'otturatore non modifica la sua posizione. Nelle camere 2 e 3 invece si hanno pressioni differenti poiché una camera è alimentata con una pressione di riferimento P_{rif} , una è in comunicazione con il pattino grazie al sensore di contropressione. La differenza di pressione genera una forza sull'otturatore, il quale modificando la sua posizione fa variare anche la sezione di efflusso dell'aria verso il pattino, controllando così l'altezza di meato richiesta e ottenendo rigidezze quasi infinite per un ampio range di lavoro. È inoltre corretto sottolineare come il sistema è regolato da due servovalvole, che lavorano in simultanea una per aumentare la portata in direzione del pattino, l'altra per diminuirla. Inoltre, è possibile regolare la posizione dell'ugello grazie al grano filettato, mentre le molle garantiscono rigidezza assiale al sistema.



Figura 1.29 Compensazione attiva con servovalvole pneumatiche, tratto da [21]

Metodi di compensazione attiva geometrica

A differenza dei precedenti metodi, questi sfruttano la variazione di geometria del cuscinetto. Una prima soluzione è quella proposta da Colombo et al. [22] come rappresentato in Figura 1.30.



Figura 1.30 (a) Schema di compensazione attiva del pattino commerciale. (b) Fotografia del prototipo, tratto da [22]

Consiste nell'integrazione di un comune pattino commerciale MAGER (1) con un attuatore piezoelettrico (2) e un meccanismo deformabile con cerniere virtuali (3). Il sistema controlla l'altezza totale H data dalla somma dell'altezza di meato (h) e dell'altezza del pattino (Z). L'accuratezza della compensazione viene data dal controller PI che comunica coi sensori capacitivi che rilevano la variazione di spostamento e che fornisce una tensione ai terminali dell'attuatore piezoelettrico quando il sistema viene perturbato dall'esterno con un aumento del carico (F + dF). Questa tensione permette il ripristino della posizione iniziale (Z + dZ).



Figura 1.31 Schema di funzionamento, tratto da [22]

In Figura 1.32 è proposta una tecnica di compensazione fornita da Aguirre et al. [23]. Consiste nell'avere una piastra sottile che rappresenta la superficie utile del pattino, con al centro un foro per la fuoriuscita dell'aria. Questa viene montata su un elemento cilindrico centrale che si collega alla parte posteriore del cuscinetto. La compensazione avviene mediante la presenza di tre attuatori piezoelettrici montati circonferenzialmente alla piastra modificando la concavità del meato. Questa conicità permette un cambiamento di distribuzione di pressione e un conseguente aumento della rigidezza. La variazione di altezza di meato è inoltre misurata da un sensore di spostamento ad alta precisione, ad esempio di tipo capacitivo, che può essere montato accanto o incorporato al pattino stesso.



Figura 1.32 Compensazione attiva geometrica con variazione di conicità, tratto da [23]

Un altro metodo è stato proposto da Maamari et al. [24] basato sulla variazione della conicità, come mostra la Figura 1.33. Il sistema è costituito dalla presenza di due piastre poste a distanza L l'una dall'altra. La piastra inferiore rappresenta la superficie utile ed ha raggio pari a r_a ed è incernierata ad una distanza r_{rec} dal corpo centrale che ospita il foro di alimentazione, e in un secondo punto r_p . Il sistema di attuazione è costituito da una bobina anulare in rame con rigidezza nulla in modo da non variare la conicità del cuscinetto. Sul bordo della piastra inferiore è montato un nucleo ferromagnetico ad U che genera una forza F_s verso il basso, mentre la bobina in rame genera una forza F_L verso l'alto. Da alcune prove analitiche e sperimentali si è arrivati a concludere che questa soluzione riesce a compensare solo in uno stretto campo di applicazione.



Figura 1.33 Compensazione attiva geometrica alternativa con variazione di conicità, tratto da [24]

Metodi di compensazione attiva ibridi

I metodi di compensazione attiva ibridi sono ottenuti mediante combinazione dei metodi attivi descritti in precedenza. Un esempio di tale compensazione è proposto da Al-Bender et al. [25] come mostrato in Figura 1.34. La soluzione consiste in un pattino a meati convergenti dove la conicità del meato e la pressione di alimentazione sono regolati simultaneamente attraverso attuatori piezoelettrici, sensori di spostamento capacitivi e regolatori PID digitali.



Figura 1.34 Compensazione attiva ibrida, tratto da [25]

Capitolo 2

2. Prototipo della valvola pneumatica e banco prova per la caratterizzazione di membrane

In questo capitolo si procede con la descrizione del prototipo di valvola sviluppato presso il Politecnico di Torino e già precedentemente realizzata da Ghodsiyeh et al. [26]. Il prototipo è stato inizialmente modificato da tesisti precedenti. In questo percorso di tesi è stata invece modificata la parte inferiore della valvola per eseguire opportune prove sperimentali al fine di caratterizzare diverse membrane. Il sistema consiste nell'integrare un cuscinetto pneumostatico multiforo di geometria rettangolare con una valvola pneumatica a diaframma. È possibile avere due diverse soluzioni: una prima in cui si prevede il montaggio della valvola direttamente sul cuscinetto con opportuni collegamenti filettati e una seconda in cui la valvola e il pattino sono collegati mediante un tubo flessibile; ad ogni modo il funzionamento risulta simile, ciò che cambia sarà l'elemento di interfaccia valvola – pattino, che sarà descritto nei paragrafi seguenti insieme ai singoli componenti della valvola.

2.1 Descrizione dei componenti della valvola

La valvola è costituita dai seguenti elementi:

- Portale
- Corpo valvola
- Interfaccia valvola pattino
- Ugello
- Sistema di regolazione
- Viti di collegamento

Durante la progettazione della valvola sono state valutate due diverse soluzioni. Una prima prevede un montaggio diretto della valvola sul pattino, mentre la seconda consiste in un montaggio a "distanza" mediante un tubo. Da un punto di vista costruttivo le due valvole differiscono solo nella parte inferiore dell'intero corpo valvola. Nella prima soluzione la valvola presenta un foro semplice attraverso cui l'aria viene fornita direttamente al pattino come mostrato in Figura 2.1.



Figura 2.1 Vista isometrica della valvola pneumatica (con foro semplice)



Figura 2.2 Viste in sezione della valvola pneumatica (con foro semplice)

Diversamente la seconda soluzione presenta un foro filettato al quale verrà avvitato un raccordo per poter collegare il tubo per alimentare il cuscinetto. Per quanto riguarda le dimensioni geometriche la valvola presenta i seguenti dati:

- Base quadrata di 22 x 22 mm
- Altezza con foro semplice di 29 mm
- Altezza con foro filettato di 33 mm

La valvola è stata inoltre realizzata attraverso lavorazioni alle macchine utensili con acciaio bonificato 39NiCrMo3; un'altra soluzione potrebbe essere quella di adottare acciaio inossidabile per aver maggior resistenza alla corrosione in quanto la valvola potrebbe ossidarsi venendo spesso a contatto con le mani.

2.1.1 Portale

Il portale è la parte superiore della valvola ed è mostrato in Figura 2.3. Come si nota ha una forma ad "U" e presenta tre fori, uno centrale filettato e due laterali passanti. Ha lo scopo di contenere la molla e l'ugello in maniera tale da consentire una corretta regolazione della sua posizione. Il foro centrale ospita il sistema di regolazione grazie al quale è possibile variare la distanza dell'ugello dalla membrana e quindi il precarico su di essa. Il sistema di regolazione inoltre è costituito da una boccola filettata accoppiata ad un grano filettato oppure da un mini-micrometro. Inoltre, è possibile cambiare sistema di regolazione senza smontare il portale. I due fori passanti sono invece le sedi per le viti che collegano il portale con il corpo valvola.



Figura 2.3 Portale (a) vista isometrica, (b) vista in sezione.

La parte superiore è stata progettata con una forma ad "U" per una minor complessità e maggior funzionalità in quanto semplice, leggera e facilmente lavorabile con macchine utensili. Viceversa, però presenta l'inconveniente di lasciar scoperta la molla elicoidale e la testa dell'ugello. Ciò implica che sporcizia e polvere entrano nella camera di accumulo della valvola ma, dal momento che questa valvola rappresenta un prototipo, il problema non sussiste. In ambito industriale potrebbe essere utilizzata una soluzione a "bicchiere" come mostrato in Figura 2.4.



Figura 2.4 Soluzione alternativa a "bicchiere"

2.1.2 Corpo valvola

Il corpo valvola è la parte centrale della valvola ed è rappresentato in Figura 2.5. La parte superiore del corpo ha una forma cilindrica per consentire sia l'impiego della molla elicoidale sia l'aumento della variazione dell'altezza dell'ugello. Il foro passante funge di fatto da alloggiamento per l'ugello. Sopra la parte cilindrica viene montata la struttura a portale mediante due viti poste in mezzeria dei bordi del corpo valvola. Il tutto viene poi collegato con l'interfaccia valvola-pattino grazie a quattro viti poste in prossimità degli spigoli del corpo valvola.



Figura 2.5 Corpo valvola

In precedenza, nella valvola adottata da Ghodsiyeh et al. [26] veniva utilizzata una molla a tazza ed una modifica della molla ha portato anche una trasformazione della geometria del corpo valvola e dell'ugello. La molla elicoidale è stata inoltre scelta per evitare fenomeni di stick-slip tra la sede dell'ugello e gli O-Ring e dare anche una maggior rigidezza al sistema; è stata selezionata da catalogo come mostra la Figura 2.6.

COMPRESSION SPRINGS MUSIC WIRE								
	Part Number	Do (mm)	d (mm)	Lo (mm)	L ₁ (mm)	Sh (mm)	P ₁ (N)	R (N/mm)
	C0390-047-1500M			38.1	21.29	14.94		3.2
	C0390-047-1750M			44.45	24.66	16.94		2.71
	C0390-047-2000M			50.8	28.02	18.97		2.36
	C0420-035-0500M			12.7	6.35	4.37		3.45
	C0420-035-0620M			15.75	7.62	4.85		2.7
	C0420-035-0750M			19.05	8.99	5.36		2.19
	C0420-035-0880M	10.67	0.89	22.35	10.36	5.87	22.02	1.84



Figura 2.6 Molla elicoidale commerciale, da catalogo SPEC®

Inoltre, come evidenzia la Figura 2.7 (a) il foro centrale presenta degli smussi, evidenziati in rosso. Questo perché la presenza di spigoli vivi può provocare il taglio o la deformazione degli O-Ring accoppiati con l'ugello e quindi una perdita di tenuta.



Figura 2.7 Viste in sezione del corpo valvola

Dalla Figura 2.7 (a) si notano inoltre due fori trasversali. Uno superiore parzialmente filettato utilizzato per collegare la valvola all'impianto di alimentazione di aria compressa mediante un raccordo, mentre quello inferiore mette in comunicazione la camera di controllo sopra il diaframma con l'interfaccia valvola-pattino. Quest'ultimo viene poi chiuso dall'esterno con un tappo come si vede in Figura 2.7 (b).

2.1.3 Interfaccia valvola – pattini

L'interfaccia valvola-pattino costituisce la parte inferiore della valvola ed è quella a diretto contatto col pattino. La tasca centrale presente è la sede del diaframma, mentre i risalti ai quattro angoli garantiscono un corretto centraggio. I risalti hanno un'altezza inferiore alla profondità della scanalatura per consentire un corretto accoppiamento senza errori tra corpo valvola e interfaccia, nonché la corretta deformazione degli O-Ring. La Figura 2.8 mostra due interfacce simili ma che soddisfano esigenze diverse a seconda della soluzione che si predilige. Una prima (a) presenta un foro di alimentazione filettato utilizzata quando valvola e pattino sono collegati mediante un tubo flessibile; questa soluzione risulta utile per poter misurare lo spostamento della membrana tramite un sensore. Una seconda (b) ha un foro di alimentazione semplice quando la valvola è montata direttamente sul pattino.



Figura 2.8 Interfaccia valvola-pattino

In Figura 2.9 viene rappresentata la soluzione con foro filettato nel dettaglio. Questa è pensata per consentire il montaggio di un sensore capacitivo per rilevare lo spostamento della membrana. Il sensore viene posizionato e bloccato correttamente da una vite posta perpendicolarmente al sensore.



Figura 2.9 Interfaccia valvola-pattino con foro filettato di alimentazione

Si può osservare come la soluzione con foro filettato di alimentazione ha un'altezza maggiore rispetto a quella con foro semplice. Questo perché non sono presenti vincoli di ingombro e di peso rispetto all'altra soluzione. Si notano inoltre i quattro fori passanti che ospitano le viti che chiudono a "pacchetto" la valvola. La tasca circolare centrale, che viene evidenziata in dettaglio C, è la sede del diaframma e ne garantisce il corretto centraggio rispetto all'asse dell'ugello.

I diaframmi che verranno utilizzati per le prove sperimentali sono dischi di diametro pari a 12.30 mm realizzati in materiale AISI 301 INOX prodotti da Chimimetal mediante fotoincisione. Tutte le membrane che vengono adoperate sono di spessori variabili pari a 0.10 mm, 0.12 mm, 0.15 mm, 0.20 mm, 0.25 mm.
L'interfaccia con foro di alimentazione semplice è mostrata in Figura 2.10. Si nota subito come sia più elementare, con uno spessore minore dovuto ai vincoli di ingombro da rispettare in quanto deve essere montata direttamente sul pattino. Per evitare fughe d'aria tra valvola e pattino è stata inserita la sede per un O-Ring. Si vedono inoltre due fori filettati nel lato dove è presente il foro di alimentazione, sedi delle due viti che attraversano la valvola e finiscono direttamente nel pattino, mentre le altre due viti si avvitano nell'interfaccia valvola-pattino.



Figura 2.10 Interfaccia valvola-pattino con foro di alimentazione semplice

2.1.4 Ugello

L'ugello è l'elemento che fornisce l'alimentazione al pattino e viene raffigurato in Figura 2.11. Inoltre, può essere sostituito con ugelli aventi la stessa geometria ma con fori interni di diametro diverso.



Figura 2.11 Ugello

L'ugello viene inserito in posizione verticale nell'apposita sezione del corpo valvola e realizza un accoppiamento foro-base H8/f7 con gioco. Il gioco che si ottiene varia dai 10 μm ai 34 μm ed è necessario per garantire sia lo spostamento verticale dell'ugello quando si decide di agire sul sistema di regolazione sia la deformazione degli O-Ring montati sull'ugello per evitare fughe d'aria durante il moto relativo tra le superfici. La testa dell'ugello è stata realizzata in modo tale da consentire alla molla elicoidale di avere un punto stabile di appoggio così da assicurare sempre il contatto tra ugello ed estremità inferiore dell'organo di regolazione. La corsa massima dell'ugello è pari a 1.5 mm. Dalla Figura 2.11 è possibile osservare come l'ugello presenta fori di diversi diametri. In primo luogo, viene realizzato il foro con diametro maggiore per poi eseguire i fori sottostanti di 1 e 0.5 mm tramite una punta con diametro minore. Questo procedimento viene eseguito per evitare di realizzare un foro piccolo per tutta la lunghezza dell'ugello che rischia di provocare la flessione della punta dell'utensile e conseguente stravolgimento di tolleranze geometriche e di forma. Successivamente il foro con diametro maggiore, essendo un preforo semplice, viene chiuso con una spina cilindrica in prossimità della testa dell'ugello.

Il foro trasversale invece che si osserva ha la funzione di congiungere il canale di alimentazione, collegato all'impianto dell'aria compressa, con la camera di controllo. Inoltre, le sedi dei due O-Ring sono dimensionate secondo le indicazioni a catalogo per evitare danneggiamenti durante il moto relativo tra le parti. Infine, per un corretto funzionamento, oltre all'ortogonalità tra ugello e diaframma, è necessario che sia garantito anche il parallelismo tra la punta dell'ugello e la superficie della membrana. Per fare ciò sono state imposte tolleranze geometriche strette sia all'ugello che alla valvola.

2.1.5 Sistema di regolazione

Il sistema di regolazione ha lo scopo di variare la distanza iniziale tra ugello e membrana. È possibile utilizzare un micrometro commerciale, in alternativa anche un grano accoppiato con un distanziale e una boccola filettata. Le due soluzioni sono intercambiabili e non richiedono modifiche alla struttura della valvola.

L'utilizzo di un mini-micrometro commerciale ha il vantaggio di poter essere azzerato, consentendo di leggere sullo strumento direttamente lo spostamento iniziale dell'ugello e di conoscere quindi l'inflessione iniziale della membrana come mostrato in Figura 2.12. Per poter utilizzare il micrometro basta sostituirlo alla boccola filettata poiché è dotato di una parte filettata M6 che utilizza lo stesso foro filettato presente sul portale.



Figura 2.12 Mini-micrometro Standa 9S35M-5. Tratto da www.standa.lt

In alternativa è possibile impiegare un grano filettato M3 a passo fine con incasso esagonale accoppiato a una boccola con filettatura esterna M6 posizionata sul portale come mostra la Figura 2.13



Figura 2.13 Sistema di regolazione con boccola e grano filettato

Per adattare boccola e grano filettato alla valvola è necessario un piccolo anello distanziatore per non interferire col moto dell'ugello, posizionato tra boccola e portale. Questa soluzione può essere adottata quando la valvola è montata direttamente sul pattino in quanto poco ingombrante e facilmente regolabile.

2.1.6 Viti di collegamento

Le viti di collegamento hanno la funzione di assemblaggio dei vari componenti della valvola. Vengono utilizzate in particolare viti commerciali con testa ad intaglio ISO 1207 come in Figura 2.14. Per la valvola con interfaccia con foro di alimentazione filettato, vengono adoperate sei viti M3 e lunghe 16 mm, mentre nel caso di interfaccia con foro di alimentazione semplice sono impiegate due viti M3 lunghe 16 mm e quattro lunghe 14 mm. L'utilizzo di viti M3 permette inoltre di avere collegamenti più stabili oltre al fatto che sono viti facilmente reperibili in commercio.



Figura 2.14 Posizionamento viti

2.2 Banco prova per la caratterizzazione delle membrane

Il valore della rigidezza della membrana k_m in funzione dello spessore *s* e della superficie su cui agisce la pressione P_1 può essere ricavato tramite test sperimentali mediante un banco prova realizzato nel Laboratorio DIMEAS del Politecnico di Torino rappresentato nelle Figura 2.15 in cui sostanzialmente si sostituisce il pattino con un serbatoio ed il suo relativo circuito di alimentazione. La pressione del meato viene sostituita con la pressione che il serbatoio invia alla camera della valvola e può essere regolata con un opportuno sistema di carico e scarico dello stesso.



Figura 2.15 Banco prova per caratterizzazione delle membrane

L'intero banco sperimentale può essere semplificato da uno schema funzionale realizzato in ambiente FluidSIM, rappresentato in Figura 2.16 in cui sono presenti i seguenti elementi:

- Sistema di alimentazione ad aria compressa per la valvola costituito da un filtro (1) e un riduttore di pressione (2)
- Manometro (3)
- Flussimetro digitale (4)
- Valvola a diaframma (6)
- Sensore di spostamento laser CCD LK-G Series di Keyence (5)
- Sensore di pressione (15)
- Serbatoio (7)
- Due resistenze, una per il carico (8) e una per lo scarico del serbatoio (9)
- Una valvola pneumatica 3/2 normalmente chiusa a comando manuale (10) per scaricare il serbatoio
- Riduttore di pressione (11)
- Valvola pneumatica 5/3 a comando manuale (12)
- Sistema di alimentazione ad aria compressa per il serbatoio costituito da filtro (14) e riduttore di pressione (13)



Figura 2.16 Schema funzionale del banco prova per la caratterizzazione delle membrane

La prova sperimentale ha lo scopo di caratterizzare la membrana (rossa). L'obiettivo è quindi ricavare una relazione tra rigidezza numerica e sperimentale al variare di alcuni parametri quali:

- Spessore della membrana *s* (100 μm, 120 μm, 150 μm, 200 μm, 250 μm)
- Superficie di spinta della membrana ($D_m = 6 \text{ mm}, D_m = 8 \text{ mm}$)
- Precarico iniziale sulla membrana x_n

È possibile ottenere gli andamenti di consumo d'aria al variare del rapporto tra la pressione all'interno della valvola P_1 , quindi a valle dell'ugello, e la pressione a monte P_V che rimane costante, così come l'andamento dello spostamento della membrana x in funzione della pressione P_1 che viene fatta variare tramite la resistenza pneumatica (8).

2.2.1 Realizzazione del banco prova

Per realizzare il banco prova in primo luogo è stato posizionato il sensore di spostamento su di un basamento magnetico ed è stato fissato per mezzo di due viti filettate. La valvola viene assicurata su una piastra d'acciaio ad "L" tramite alcune viti. La stessa piastra viene fissata su di una riga ottica.

Viene quindi collegata la valvola al suo opportuno sistema di alimentazione, al quale sono collegati un manometro (3) per un controllo di pressione, ed un flussimetro digitale (4) per misurare il consumo d'aria durante le prove; infine, si collega la valvola con il serbatoio in pressione mediante un tubo e si interpone tra di loro un sensore di pressione (15).

È necessario eseguire alcune verifiche prima di procedere con la prova sperimentale:

- per prima cosa verificare che il sensore laser punti sulla superficie centrale della membrana, per fare ciò è possibile agire sulla manopola di regolazione del sistema su cui è montato il sensore.
- Eseguire un controllo sulla direzione in cui punta il laser mediante una livella a bolla per essere sicuri che il fascio laser sia orizzontale, come rappresentato in Figura 2.17.
- Verificare che il sensore misuri correttamente lo spostamento: per fare ciò il valore letto sul display digitale del laser deve corrispondere con quello letto sul display della riga ottica.
- Controllare che la valvola in prova non abbia perdite d'aria. Alimentare la valvola e bagnarla nei punti di contatto tra il corpo e la parte inferiore tramite un rivelatore di fughe di gas istantaneo. Nel caso in cui si presentano bolle d'aria la valvola ha delle perdite per cui è necessario serrare meglio le due parti tra di loro.



Figura 2.17 Fascio laser che punta in direzione del centro della membrana in prova

2.2.2 Descrizione della prova

Inserita nella valvola la membrana di spessore *s*, di diametro d_m , ed imposto il precarico x_n dell'ugello su di essa è possibile eseguire la prova sperimentale. Per prima cosa viene azzerato il sensore laser mediante la riga ottica. Una volta azzerato siamo sicuri che lo spostamento della membrana positivo è quello in direzione del laser.

Quindi si impone una pressione a monte della valvola P_V che viene mantenuta costante durante l'intero test; questa pressione comporta una prima deflessione della membrana. Successivamente si esegue la fase di carico del serbatoio imponendo una pressione di alimentazione P_{alim} a monte dello stesso, cambiando la posizione di funzionamento della valvola 5/3 (12), che regola sia il carico che lo scarico; questa fase determina un ulteriore deflessione sulla membrana letta dal sensore laser ed acquisita tramite il software LabVIEW. La pressione all'interno del serbatoio viene regolata per mezzo della resistenza (8) e viene letta grazie ad un sensore di pressione (15) interposto tra il serbatoio e la valvola per essere più vicini alla camera. Quando il valore di pressione nel serbatoio P_1 uguaglia il valore di pressione della valvola P_V ($P_1 = P_V$) ci troviamo nella condizione in cui non passa più portata attraverso l'ugello, in quanto la pressione a monte e a valle di questo è la stessa; siamo anche nella condizione in cui la membrana assume la massima deflessione. Successivamente si procede a scaricare il serbatoio grazie alla valvola (12) ripetendo la prova ed acquisendo i valori di spostamento della membrana anche in questa fase.

I risultati ottenuti dalle prove sperimentali possono essere elaborati mediante un sistema di acquisizione in ambiente LabVIEW. Questo software ci permette di valutare i segnali provenienti rispettivamente dal sensore laser, dal sensore di pressione e dal flussimetro digitale. È possibile quindi ottenere l'andamento dello spostamento x della membrana, della pressione relativa P_1 del serbatoio e della portata Q che attraversa la valvola.

Capitolo 3

3. Modellazione del sistema valvola – pattino

Nel presente capitolo, dopo aver introdotto gli elementi costituenti il sistema valvola - pattino, viene descritto dapprima come viene modellato il sistema mediante schemi funzionali, in seguito si studia il funzionamento che regola la compensazione passiva e le relative equazioni e infine vengono analizzati diversi modelli numerici, realizzati in ambiente Matlab, per l'analisi statica e dinamica.

3.1 Nomenclatura

A_0	Superficie del pattino interna alla ragnatura	(m^2)
A_{eqv}	Superficie equivalente alla base del foro del pattino	(m^2)
A_v	Superficie della membrana della valvola	(m^2)
b	Larghezza della linea di alimentazione della ragnatura	(m)
b_c	Rapporto critico delle pressioni dell'aria	(-)
В	Larghezza del pattino	(m)
С	Smorzamento del sistema	(Ns/m)
C_1	Conduttanza dell'ugello	(m·s)
<i>C</i> ₂	Conduttanza del foro del pattino	(m·s)
d_n	Diametro dell'ugello della valvola	(m)
d_P	Diametro dell'orifizio del pattino	(m)
d_{ratio}	Rapporto tra il diametro dell'ugello e il diametro del foro del pattino	(-)
dF_i	Semi ampiezza della forzante	(N)
dt	Passo di discretizzazione temporale	(s)
D_m	Diametro della membrana della valvola	(m)
err_{G}	Errore di convergenza relativo alla portata d'aria	(-)
err_F	Errore di convergenza relativo alla capacità di carico	(-)
f_k	Frequenza di eccitazione	(Hz)
F_p	Forza di pressione del meato	(N)

F^{ext}	Forza esterna applicata al pattino	(N)
g	Accelerazione di gravità	(m/s^2)
G_1	Portata d'aria attraverso l'ugello della valvola	(kg/s)
G_2	Portata d'aria attraverso un foro del pattino	(kg/s)
G_3	Portata d'aria in uscita dal meato	(kg/s)
G_{x}	Portata d'aria in uscita dal meato lungo la direzione "x" del pattino	(kg/s)
G_y	Portata d'aria in uscita dal meato lungo la direzione "y" del pattino	(kg/s)
h	Altezza di meato	(m)
h_0	Posizione iniziale del cuscinetto	(m)
h_{des}	Altezza di meato di progetto	(m)
h_{eqv}	Altezza di meato equivalente	(m)
h_g	Semi altezza della ragnatura triangolare del pattino	(m)
\dot{h}_0	Velocità iniziale del cuscinetto	(m/s)
ĥ	Accelerazione del cuscinetto	(m/s^2)
Н	Funzione di trasferimento in anello aperto	
k_{dyn}	Rigidezza dinamica del sistema	(N/m)
k_m	Rigidezza della membrana della valvola	(N/m)
K_T	Coefficiente correttivo di temperatura	(-)
l	Lunghezza della linea di alimentazione della ragnatura	(m)
L	Lunghezza del pattino	(m)
т	Massa mobile che insiste sul cuscinetto	(kg)
P_0	Pressione media del volume di meato (ass.)	(Pa)
P_1	Pressione nella camera della valvola (ass.)	(Pa)
$P_{1,id}$	Pressione ideale di alimento del pattino	(Pa)
$P_{1,min}$	Estremo inferiore di linearizzazione per spostamento della membrana	(Pa)
$P_{1.max}$	Estremo superiore di linearizzazione per spostamento della membrana	(Pa)
P_2	Pressione all'uscita del foro del pattino	(Pa)
P_a	Pressione ambiente	(Pa)
P_s	Pressione di alimentazione della valvola (ass.)	(Pa)
P_2	Pressione all'uscita del foro del pattino	(Pa)
R	Costante dell'aria	$(J/(kg \cdot K))$
Re_1	Numero di Reynolds dell'ugello della valvola	(-)
Re_2	Numero di Reynolds dell'orifizio del pattino	(-)
R_m	Raggio della membrana della valvola	(m)
S	Spessore della membrana della valvola	(m)
S_{eqv}	Superficie equivalente su cui insiste la forza di pressione del meato	(m ²)
Т	Temperatura assoluta di lavoro	(K)
T_0	Temperatura assoluta di riferimento	(K)
V_0	Volume del meato	(m^3)
V_1	Volume totale a monte del pattino	(m^3)
V_2	Volume totale al di sotto del pattino	(m ³)

V_g	Volume della ragnatura del pattino	(m^3)
$V_{valvola}$	Volume della camera della valvola	(m^3)
$V_{condotto}$	Volume dei condotti interni al pattino	(m^3)
V _{cavo}	Volume del tubo flessibile di alimentazione al pattino	(m^3)
w_g	Base della ragnatura triangolare del pattino	(m)
$x_n = x_0$	Distanza iniziale ugello – membrana	(m)
x_v	Deflessione della membrana dovuta alla pressione nella camera della valvola	(m)
x	Distanza membrana – ugello	(m)
<i>x</i> ₁	Estremo 1 di linearizzazione spostamento membrana	(m)
<i>x</i> ₂	Estremo 2 di linearizzazione spostamento membrana	(m)
x _{id}	Spostamento ideale della membrana	(m)
<i>x_{bypass}</i>	Distanza equivalente dovuta alle perdite della valvola	(m)
Δt	Tempo computazionale	(s)
μ	Viscosità dinamica dell'aria	(Ns/m^2)
arphi	Sfasamento tra forzante esterna e risposta del sistema	(rad)
ω	Pulsazione della forzante esterna	(rad/s)

3.2 Schema funzionale del sistema valvola – pattino

Il sistema valvola – pattino viene analizzato considerando una valvola schematizzata come proposto in Figura 3.1, costituita da:

- due camere, una superiore e una inferiore, tra le quali è interposta una membrana di diametro D_m (il diametro della membrana D_m può assumere valori di 6 mm oppure di 8 mm).
- un ugello di raggio R_n .

La pressione all'interno della prima camera P_1 è influenzata dalle dimensioni del foro dell'ugello (R_n), dalla distanza iniziale fra ugello e membrana (x_n), dalla rigidezza della membrana (k_m) e dal carico esterno (F_{ext}). La camera inferiore si trova a pressione ambiente P_a . L'inflessione della membrana dipende dall'equilibrio delle pressioni (P_1 e P_a) che agiscono sulla superficie della membrana (πR_m^2). L'inflessione determina una variazione di volume della camera superiore che però può essere considerata eventualmente trascurabile.



Figura 3.1 Schematizzazione della camera della valvola, tratto da [28] con modifiche

Per quanto riguarda il pattino, la geometria dei fori e delle ragnature è mostrata in Figura 3.2, presente in Ghodsiyeh et al. [26]. Il cuscinetto presenta una base rettangolare di superficie (L x B) 60 x 30 mm² e quattro orifizi di diametro d_p pari a 1 mm. Ogni foro si trova al centro di ogni lato di una linea di alimentazione rettangolare scanalata di base (l) 45 mm e altezza (b) di 20 mm. La ragnatura presenta una sezione triangolare di base (w_q) pari a 0.2 mm e altezza (h_q) pari a 0.06 mm.



Figura 3.2 Geometria del pattino e della ragnatura, tratto da [26] con modifiche

3.2.1 Funzionamento del sistema

Per descrivere il funzionamento del sistema si fa riferimento allo schema funzionale della Figura 3.3. La valvola viene alimentata da una pressione (P_s) . L'aria in pressione attraversa dapprima l'ugello (*nozzle*), schematizzato mediante la conduttanza (C_1) , posizionato ad una distanza iniziale dal diaframma (x_n) . Dopo aver attraversato l'ugello, l'aria raggiunge un valore di pressione (P_1) all'interno della camera della valvola. L'aria in uscita dalla valvola attraversa il pattino (pad) per poi essere immessa all'interno del meato mediante quattro fori calibrati di diametro 1 mm. Sia i fori che il meato sono stati modellati come conduttanze pneumatiche $(C_2 e C_3)$. La conduttanza C_3 è stata considerata variabile in quanto dipendente dall'altezza di meato alla quale il pattino lavora. Infine, l'aria defluisce in ambiente (P_a) .

Durante il funzionamento un aumento del carico esterno genera un aumento di pressione nel meato (P_0), quindi un aumento di pressione nel volume della camera della valvola (P_1). La variazione di pressione P_1 provoca la deflessione della membrana dell'ugello (x_v). Di conseguenza aumenta la sezione di passaggio e quindi la portata d'aria fornita al pattino che ripristina l'altezza di meato di progetto.

È possibile notare la presenza di due valori di pressione ($P_2 e P_0$) al di sotto del cuscinetto. Il primo valore indica la pressione dell'aria esattamente all'uscita dei quattro fori del pattino, che risulta maggiore rispetto al secondo, che rappresenta la pressione media all'interno del volume di meato. La relazione tra le due è di natura semi empirica e sarà definita nei paragrafi successivi.



Air Pad

Figura 3.3 Schema funzionale del sistema valvola – pattino, tratto da [27]

Quando si esegue uno studio in merito ai pattini pneumostatici, come accennato nel primo capitolo, è importante l'analisi di andamenti quali la capacità di carico ed il consumo d'aria in condizioni statiche. Nella Figura 3.4 sono riportati gli andamenti numerici (linee continue) e sperimentali (pallini), tratti da Ghodsiyeh et al. [26], per diverse distanze iniziali tra ugello e membrana ($x_n = 0, -10, -20, -30 \mu m$), confrontati con i risultati ottenuti in assenza della valvola di regolazione.



Figura 3.4 Confronto tra andamenti numerici e sperimentali per pattino compensato a 10 µm, tratto da [27]

Come accennato i risultati sono stati ottenuti considerando distanze iniziali quasi tutte negative. È possibile, infatti, impostare la posizione iniziale tra ugello e membrana tramite un micrometro, e quindi scegliere se avere una distanza iniziale positiva ($x_0 > 0$, soluzione *a*) oppure avere una distanza iniziale negativa ($x_0 < 0$, soluzione *b*) che consiste nell'avere l'ugello a contatto con la membrana che viene ad essere precaricata. Nella seguente trattazione viene preso in considerazione solo il secondo caso ovvero una distanza iniziale negativa poiché mostra una compensazione ed una dinamica migliore.



Figura 3.5 (a) Configurazione per $x_0 > 0$. (b) Configurazione per $x_0 < 0$. Tratto da [27]

Dagli andamenti dei grafici in Figura 3.4 risulta chiaro come la presenza della valvola riduce la capacità di carico, questo perché l'aria è costretta ad attraversare l'ugello della valvola, che genera una caduta di pressione. Tutto ciò si traduce nell'avere meati minori per le stesse condizioni di pressione, di alimentazione e di carico esterno. È inoltre evidente come la regolazione della valvola entra in gioco solo per distanze iniziali inferiori ai $-10 \mu m$.

Infine, è possibile notare la presenza di tre zone (AB, BC, CD) che identificano rispettivamente un tratto di by-pass, uno di regolazione e uno di saturazione, evidenziate nel caso specifico in cui x_n è pari a $-30 \mu m$. Nella regione di bypass (AB) la valvola si comporta come una resistenza pneumatica fissa. In questa condizione il carico applicato genera un aumento di pressione P_1 che non è in grado di provocare il distacco tra l'ugello e la membrana a causa del precarico iniziale imposto con il micrometro. Nonostante ciò, il pattino viene comunque alimentato da piccole quantità d'aria che vengono associate a perdite dovute a deformazioni locali della membrana che non permettono la chiusura completa dell'ugello. Questo effetto, seppur imprevisto, risulta comunque positivo in quanto, in sua assenza, non sarebbe possibile generare un meato d'aria e si avrebbe portata nulla.

Aumentando il carico esterno, si giunge ad una condizione (B) in cui la pressione P_1 riesce a provocare il distacco tra l'ugello e la membrana poiché lo spostamento x supera il valore di x_{bypass} ; dunque, la valvola inizia a regolare. Di fatto si può notare come aumentando il carico, il valore dell'altezza di meato rimane pressoché costante, e per alcuni valori aumenta leggermente a causa dell'aumento di portata fornito, causando un andamento della capacità di carico ad "S". La valvola riesce a fornire una quantità d'aria che dipende dalla rigidezza della membrana (k_m) e dalla distanza iniziale ugello-membrana (x_n) . Di fatto una rigidezza non adeguata della membrana comporta una compensazione scarsa o eccessiva (sovracompensazione).

La regolazione della valvola è massima quando l'ugello satura (C) a causa dell'eccessiva distanza dalla membrana. In tal caso si ottiene un consumo d'aria massimo, successivamente la valvola non riesce più a compensare l'aumento di carico che si traduce in una riduzione del meato (CD). In quest'ultimo tratto l'andamento dipende esclusivamente dalle caratteristiche del pattino.

3.3 Modello a parametri concentrati

Lo schema proposto per il modello valvola – pattino è rappresentato in Figura 3.6, tratto da [26].



Figura 3.6 Modello a parametri concentrato del sistema valvola – pattino, tratto da [26]

L'intero sistema viene modellato come una serie di due elementi, valvola (1) e pattino (2) con resistenze e volumi concentrati.

A monte viene imposta la pressione di alimentazione P_s che alimenta la valvola il cui volume è rappresentato da V_1 . Il flusso di massa G_1 che attraversa la valvola dipende dalla resistenza R_1 , dalla pressione di alimentazione P_s e dalla pressione nella camera della valvola P_1 . Analogamente la portata G_2 , che attraversa i quattro fori del pattino, dipende dalla pressione P_1 , dalla resistenza R_2 , e dalla pressione P_2 che rappresenta la pressione all'uscita del foro. Il flusso di massa G_3 è calcolato invece integrando le equazioni di Reynolds 2D, considerando una distribuzione di pressione sotto il pattino imponendo condizioni di flusso isotermo; dipende dalla geometria del pattino, dal valore di meato e dai valori di pressione ambiente P_a e pressione media all'interno del rettangolo di alimentazione P_0 .

3.3.1 Equazioni caratteristiche del modello

Per calcolare la distanza x tra l'ugello e la membrana nella condizione generica si fa l'ipotesi che la membrana, di rigidezza k_m , si comporti come una molla lineare. Quindi, la distanza si ricava mediante la seguente espressione:

$$x = x_n + \frac{\pi d_m^2 (P_1 - P_a)}{4 k_m}$$
(3.1)

Dove d_m è il diametro della membrana della valvola e x_v è la deflessione della membrana dovuta alla pressione nella camera della valvola. La deflessione della stessa membrana può essere misurata grazie alla presenza di un sensore capacitivo di spostamento all'interno della valvola. La distanza iniziale x_n tra ugello e membrana può assumere valori positivi o negativi. È possibile però dimostrare come valori negativi di questa distanza, quindi precaricando la membrana, migliorino la dinamica dell'intero sistema.

Durante la fase iniziale della prova è possibile anche notare la presenza di una portata di by-pass che tiene conto delle perdite d'aria che si verificano quando il carico applicato al pattino è basso e quando l'ugello viene utilizzato per precaricare il diaframma ($x_n < 0$). In questi casi, l'aria in pressione può fluire nella camera della valvola anche se l'ugello è a contatto con il diaframma e alimentare il pattino. Le ragioni di queste perdite possono essere attribuite a diversi fenomeni, ad esempio una deflessione del diaframma, una piccola inclinazione dell'ugello oppure alla rugosità delle superfici di contatto. Nel modello in esame si considera una distanza di by-pass pari a $x_{bypass} = 13$ µm poichè si è visto sperimentalmente che questo valore risulta plausibile.

L'espressione (3.1) diventa per completezza la seguente:

$$\begin{cases} x = x_{bypass}; & x \le x_{bypass} \\ x = x_n + \frac{\pi d_m^2}{4} \frac{(P_1 - P_a)}{k_m}; & x > x_{bypass} \end{cases}$$
(3.2)

Le equazioni che regolano l'intero sistema sono equazioni di portata attraverso un foro, equazioni di stato, equazioni di Reynolds ed infine equazioni di continuità. La portata massica che attraversa l'ugello viene calcolata attraverso la formula ISO 6358 a seconda del regime di moto subsonico o sonico:

$$\begin{cases} G_1 = K_T C_1 P_s \sqrt{1 - \left(\frac{P_1}{P_s} - b_c\right)^2} & se \quad \frac{P_1}{P_s} > b_c \\ G_1 = K_T C_1 P_s & se \quad \frac{P_1}{P_s} \le b_c \end{cases}$$
(3.3)

Dove K_T è il coefficiente correttivo che tiene conto della temperatura, b_c è il rapporto critico delle pressioni assunto pari a 0.528 e C_1 è la conduttanza della sezione circolare dell'ugello calcolati come segue:

$$K_T = \sqrt{\frac{T_0}{T}} = \sqrt{\frac{293}{273}}$$
(3.4)

$$C_1 = 1.05(1 - 0.3e^{-0.005Re_1})\frac{0.685}{RT}\pi d_n x$$
(3.5)

$$Re_1 = \frac{G_1}{\pi\mu d_n} \tag{3.6}$$

Come si può vedere la portata G_1 (3.3) che passa attraverso l'ugello dipende dal numero di Reynolds Re_1 (3.6) che a sua volta è funzione della portata stessa. Risulta chiaro quindi come per risolvere queste equazioni sarà necessario definire una procedura iterativa.

La pressione P_1 all'interno della camera della valvola può essere ricavata mediante l'equazione di continuità seguente:

$$G_{1} - 4G_{2} = \frac{V_{1}}{RT}\frac{dP_{1}}{dt} + \frac{P_{1}}{RT}\frac{dV_{1}}{dt} = \frac{(V_{1} + xA_{v})}{RT}\frac{dP_{1}}{dt} + \frac{P_{1}A_{v}}{RT}\frac{dx}{dt}$$

$$A_{v} = \pi \frac{d_{m}^{2}}{4}$$
(3.7)

Dove A_v è la superficie della membrana della valvola sulla quale insiste la pressione P_1 . Mentre V_1 è il volume di controllo calcolato come somma di tre termini come segue:

$$V_1 = V_{valvola} + V_{condotto} + V_{cavo} \tag{3.8}$$

$$V_{valvola} = \pi \frac{(6 \cdot 10^{-3} - 3.75 \cdot 10^{-3})^2}{3} \cdot 3.9 \cdot 10^{-3} + \pi \frac{(1.875 \cdot 10^{-3})^2}{3} \cdot 9 \cdot 10^{-3}$$
$$V_{condotto} = \pi \frac{d_{con}^2}{4} \cdot (60 + 30) \cdot 10^{-3}$$
$$V_{cavo} = \pi \frac{(4 \cdot 10^{-3})^2}{4} \cdot 20 \cdot 10^{-3}$$

Analogamente alla portata che attraversa la valvola, anche la portata che fluisce tramite i fori del pattino (G_2) è ricavata tramite la formula ISO 6358.

$$\begin{cases} G_{2} = K_{T}C_{2}P_{1} \sqrt{1 - \left(\frac{P_{2}}{P_{1}} - b_{c}\right)^{2}} & se \quad \frac{P_{2}}{P_{1}} > b_{c} \\ G_{2} = K_{T}C_{2}P_{1} & se \quad \frac{P_{2}}{P_{1}} \le b_{c} \end{cases}$$
(3.9)

$$C_2 = 1.05 (1 - 0.3 \, e^{-0.005 \, Re_2}) \frac{0.685}{\sqrt{R \, T}} \left(\pi \, d_p \, h + 2 \, w_g \, h_g\right) \tag{3.10}$$

$$Re_{2} = \frac{G_{2}h}{\mu(\pi d_{p}h + 2w_{g}h_{g})}$$
(3.11)

La presenza della ragnatura genera quindi un'altezza di meato equivalente e una superficie equivalente calcolabili come segue:

$$A_{eqv} = \pi d_p h + 2w_g h_g \tag{3.12}$$

$$h_{eqv} = \frac{\pi d_p h + 2w_g h_g}{\pi d_p} \tag{3.13}$$

La portata in uscita dal pattino pneumostatico viene calcolata considerando la distribuzione di pressione sulla base delle equazioni di Reynolds sotto ipotesi di flusso isotermo. Si considera inoltre che, avendo un pattino rettangolare, la portata uscente è calcolata come somma di portate lungo la direzione longitudinale e trasversale a partire dalle seguenti espressioni:

$$\frac{dP}{dx} + 12\mu RT \frac{g_x}{Ph^3} = 0 \tag{3.14}$$

$$\frac{dP}{dy} + 12\mu RT \frac{g_y}{Ph^3} = 0 ag{3.15}$$

Dove $g_x e g_y$ sono le portate per unità di lunghezza lungo le direzioni x e y. I flussi $G_x e G_y$ in uscita da ogni lato del pattino si ottengono integrando lungo le direzioni x e y le equazioni di Reynolds. La portata complessiva in uscita G_3 è la somma dei due contributi raddoppiati. Uno schema semplificativo è rappresentato in Figura 3.7.



Figura 3.7 Portate in uscita dal pattino

$$G_x = \frac{h^3 (P_0^2 - P_a^2)}{12\mu RT} \left(\frac{b}{L-l}\right)$$
(3.16)

$$G_{y} = \frac{h^{3}(P_{0}^{2} - P_{a}^{2})}{12\mu RT} \left(\frac{l}{B-b}\right)$$
(3.17)

$$G_3 = 2(G_x + G_y) = \frac{h^3(P_0^2 - P_a^2)}{6\mu RT} \left(\frac{b}{L-l} + \frac{l}{B-b}\right)$$
(3.18)

Dove la pressione P_0 è la pressione all'interno del volume di meato delimitato dal rettangolo formato dai fori di alimentazione. La distribuzione di pressione nel meato del pattino P_0 è a tronco di piramide retta, ovvero un andamento costante nella zona sottostante l'area rettangolare delimitata dai fori di alimentazione e un andamento lineare all'esterno di quest'area. È possibile ricavare il valore di P_0 tramite una relazione semiempirica che la correla con P_2 ricavata in seguito a varie simulazioni:

$$P_0 = \left[1 - 0.14^{\left(\frac{5 \cdot 10^{-6}}{h}\right)}\right] (P_2 - P_a) + P_a$$
(3.19)

$$P_2 = P_a + \frac{P_0 - P_a}{[1 - 0.14^{(\frac{5 \cdot 10^{-6}}{h})}]}$$
(3.20)

Dove h viene espresso in micrometri.

Per terminare il modello numerico del pattino è necessario calcolare i valori di pressione P_0 e P_2 che possono essere individuati considerando la seconda equazione di continuità attraverso il pattino:

$$4G_2 - G_3 = \frac{V_2}{RT}\frac{dP_0}{dt} + \frac{P_0}{RT}\frac{dV_2}{dt} = \frac{1}{RTdt}(V_2dP_0 + P_0dV_2)$$
(3.21)

Dove il volume V_2 è il volume totale che tiene conto del volume d'aria nel meato V_0 e del volume d'aria all'interno della ragnatura V_q . L'espressione risulta essere:

$$V_2 = V_0 + V_g = A_0 h + 2w_g h_g \cdot (l+b) = (l \cdot b)h + 2w_g h_g \cdot (l+b)$$
(3.22)

È necessario però precisare come i valori di pressione $P_1 e P_0$ sono ottenuti risolvendo le equazioni di continuità (3.7 e 3.21) tramite una discretizzazione con Differenze Finite (DF) nel tempo mediante il metodo di Eulero esplicito in avanti note le condizioni iniziali relative alle pressioni $P_0(0) e P_1(0)$. La formulazione generale del metodo di Eulero esplicito in avanti segue la regola generale:

$$\dot{y} = \frac{dy}{dt} = \frac{y(t + \Delta t) - y(t)}{\Delta t}$$
(3.23)

$$\begin{cases} P_0(t + \Delta t) = P_0(t) + (4G_2 - G_3) \cdot \frac{RT \cdot \Delta t}{V_2} \\ P_0(0) = P_s \end{cases}$$
(3.24)

$$\begin{cases} P_{1}(t + \Delta t) = P_{1}(t) + (G_{1} - 4G_{2}) \cdot \frac{RT \cdot \Delta t}{V_{1}} \\ P_{1}(0) = P_{s} \end{cases}$$
(3.25)

Infine, l'ultimo parametro da caratterizzare è la forza di pressione generata dal meato sottostante il pattino F_p , che corrisponde alla capacità di carico del cuscinetto. È calcolata assumendo la superficie del pattino perfettamente liscia e una distribuzione di pressione complessiva a tronco di piramide. Il valore di forza risulta:

$$F_p = S_{eqv} \cdot (P_0 - P_a) \tag{3.26}$$

$$S_{eqv} = \frac{\left[lb + LB + \frac{(Lb + lB)}{2}\right]}{3}$$
(3.27)

L'integrazione della valvola all'interno del sistema rende però la capacità di carico F_p una funzione non iniettiva rispetto all'altezza di meato. Infatti, a causa della compensazione dovuta alla valvola, nel tratto di regolazione (BC, vedi Figura 3.4) esistono più valori di capacità di carico F_p per lo stesso valore di meato h. Essendo quindi la capacità di carico l'unico ingresso al sistema che permette di ottenere una relazione biunivoca tra F_p ed h, le curve statiche del pattino sono state ottenute risolvendo numericamente l'equazione di equilibrio del pattino come mostra la Figura 3.8.



Figura 3.8 Diagramma di corpo libero sul pattino

Dove *m* è la massa supportata dal pattino ottenuta come la capacità di carico rispetto all'accelerazione gravitazionale g ($m = \frac{F^{ext}}{g}$). L'equilibrio dinamico risulta quindi essere:

$$m\ddot{h} - F_p = F^{ext} \tag{3.28}$$

L'equazione (3.28) è un'equazione differenziale del secondo ordine a coefficienti costanti. Può essere risolta applicando una discretizzazione con Differenze Finite (DF) nel tempo mediante il metodo di Eulero esplicito in avanti note le condizioni iniziali relative al meato h(0) e alla sua velocità $\dot{h}(0)$.

Il sistema di equazioni risulta:

$$\begin{cases}
m\ddot{h} = F^{ext} - F_p \\
\dot{h}_0 = \dot{h}(0) = 0 \\
h_0 = h(0)
\end{cases}$$
(3.29)

Possiamo così discretizzare l'equazione differenziale e la condizione iniziale di velocità:

$$\begin{cases} \ddot{h} = \frac{F^{ext} - F_p}{m} = \frac{\dot{h}(t+1) - \dot{h}(t)}{\Delta t} \\ \dot{h}(t) = \frac{h(t+1) - h(t)}{\Delta t} \\ h_0 = h(0) \end{cases}$$
(3.30)

$$\begin{cases} \frac{F^{ext} - F_p}{m} = \frac{\dot{h}(t+1) - \dot{h}(t)}{\Delta t} \\ \dot{h}(t) = \frac{h(t+1) - h(t)}{\Delta t} \\ h_0 = h(0) \end{cases}$$
(3.31)

$$\begin{cases} \dot{h}(t+1) = \dot{h}(t) + \frac{F^{ext} - F_p}{m} \Delta t \\ h(t+1) = h(t) + \dot{h}(t) \Delta t \\ h_0 = h(0) \end{cases}$$
(3.32)

Risulta chiara la forte dipendenza del processo dallo step temporale Δt che si decide di applicare. Nel caso in esame viene considerato uno step dell'ordine di grandezza di 10^{-7} s. Riducendolo si ottiene un risultato sicuramente più preciso a discapito del tempo di calcolo.

Questa procedura viene utilizzata ogni qual volta è applicato un gradino di forza. Il meato di equilibrio garantisce la condizione $m\ddot{h} \cong 0$ ovvero $F_p \cong F^{ext}$ che si viene ad avere raggiunta una condizione di convergenza.

3.4 Modelli numerici

Il comportamento del sistema valvola – pattino può essere studiato con una buona affidabilità mediante un modello numerico basato sulle equazioni di Reynolds in cui la distribuzione di pressione è calcolata tramite una griglia che ricopre l'intera superficie di spinta del pattino. Ai nodi della griglia vengono applicate le equazioni di Reynolds per cui ad ogni nodo corrisponde un'incognita, ovvero la pressione dell'aria in quel punto. In questa trattazione però si utilizza modello numerico a parametri concentrati, in cui si hanno meno incognite e quindi tempi di calcolo ridotti. Inoltre, sii approssima la distribuzione di pressione con formule sperimentali opportune che dipendono dalle condizioni operative.

Vengono proposti complessivamente quattro modelli numerici:

- Un modello "0" di progetto, utile a definire parametri come la rigidezza della membrana k_m e la distanza iniziale dell'ugello x_n ; in questo modello viene posta l'attenzione su una procedura iterativa per determinare le condizioni di funzionamento alle quali il pattino dovrebbe lavorare per mantenere un'altezza di meato h costante.
- Un modello "1", funzionale ad ottenere gli andamenti della capacità di carico, del consumo d'aria e della rigidezza statica del pattino; in questo modello si analizza una seconda procedura iterativa, per determinare il valore di forza di pressione generata dal meato ed il rispettivo valore di meato. Questa viene risolta applicando il metodo di Eulero esplicito utilizzando uno step temporale dell'ordine di 10⁻⁷ secondi.
- Un modello "2", che ha come obiettivo lo studio dinamico del sistema sotto l'effetto di un carico sinusoidale. Lo scopo è quello di trovare gli andamenti di rigidezza e smorzamento in funzione della frequenza della forzante esterna.
- Un modello "3", a partire da una condizione di funzionamento statica prescelta, applica la procedura di linearizzazione del modello non lineare (2). In particolare, in questa sezione lo scopo è quello di ricavare le equazioni del modello linearizzato per definire la funzione di trasferimento utile al calcolo della rigidezza e dello smorzamento.

3.4.1 Modello di progetto (0)

Il modello numerico di progetto (0) permette di calcolare nell'ordine:

- I valori di $P_{1,id}$ al variare della capacità di carico F_p
- La relazione che sussiste tra la pressione ideale $P_{1,id}$ e lo spostamento della membrana ideale $(P_{1,id} x_{id})$
- La distanza iniziale tra l'ugello e la membrana pari ad x_n
- Il valore della rigidezza della membrana pari a k_m

Per ricavare questi valori ed andamenti è necessario definire dei parametri fisici e geometrici di partenza che rimangono tali per tutti i modelli numerici a venire. Un esempio è riportato nelle tabelle 3.1 e 3.2.

Parametri fisici	Simbolo	Valore	Unità di Misura
Pressione ambiente	P _a	$1\cdot 10^5$	Ра
Pressione di alimentazione	P_s	$(4\div7)\cdot10^5$	Pa
Temperatura di alimentazione	Τ	293	K
Costante universale dei gas	R	287.053	J/(Kg·K)
Viscosità dinamica	μ	$1.81 \cdot 10^{-5}$	Pa·s

Tabella 3.1 Parametri fisici

Parametri geometrici	Simbolo	Valore	Unità di Misura
Diametro foro pattino	d_p	$1 \cdot 10^{-3}$	m
Diametro membrana metallica	d_m	$6 \cdot 10^{-3}$	m
Distanza di by-pass	x _{bypass}	13	μm

Tabella 3.2 Parametri geometrici

Le ultime specifiche da impostare sono infine:

- \circ h_{des} pari al valore di meato in cui si vuole lavorare
- \circ Il range di lavoro della capacità di carico F_p
- o Il rapporto tra il diametro dell'ugello della valvola d_n e il diametro del foro del pattino:

$$d_{ratio} = \frac{d_n}{d_p}$$

Definizione di P_{1,id}

Analizzando le equazioni dei paragrafi precedenti, è possibile osservare come per diversi valori di P_0 (strettamente correlato al valore di P_2), a cui corrispondono i rispettivi carichi esterni F_p , è sempre possibile trovare i relativi valori di $P_{1,id}$ che garantiscono l'altezza di meato h_{des} costante. Inoltre, l'equazione (3.23) denota come per ogni valore di P_0 esiste un unico valore di carico esterno ($F_p = F_{ext}$). Queste osservazioni permettono di affermare come ad ogni valore di carico sia possibile associare determinati valori del modello che garantiscono di avere un meato costante pari al valore indicato nelle specifiche.

Per ricavare i valori di $P_{1,id}$ al variare della pressione in ingresso al meato P_2 , è necessario risolvere l'equazione di continuità:

$$\begin{cases} G_3 - 4K_T C_2 P_1 \sqrt{1 - \left(\frac{P_2}{P_1} - b_c\right)^2} = 0 & se \quad \frac{P_2}{P_1} > b_c \\ G_3 - 4K_T C_2 P_1 = 0 & se \quad \frac{P_2}{P_1} \le b_c \end{cases}$$
(3.33)

Per risolvere questa equazione non lineare è necessario adottare un metodo numerico identificato col termine "*regula falsi*" o metodo di falsa posizione, come mostra la Figura 3.9 per una generica funzione. Questo metodo iterativo trova una stima della radice dell'equazione andando a sostituire la funzione studiata con un segmento di retta avente come estremi dei valori scelti arbitrariamente.



Figura 3.9 Metodo "regula falsi" per una generica funzione

Nel nostro caso è possibile ottenere il diagramma mostrato in Figura 3.10 per un pattino con ragnature, risolvendo l'equazione (3.33) utile per l'individuazione dei punti per l'applicazione del metodo regula falsi. In particolare, gli estremi del segmento vengono così assegnati:

- Estremo sinistro: $P_A = P_2$
- Estremo destro: $P_B = P_s$

Gli estremi del segmento sono così scelti per due ragioni. L'estremo destro a causa del limite fisico $P_{1,id} \leq P_s$, questo perché la valvola progettata non è in grado di compensare variazioni di carico che richiedono pressioni di alimentazione superiori a P_s . L'estremo sinistro poiché siamo sicuri che $P_{1,id} \geq P_2$ a causa della resistenza dei fori del pattino che causano una caduta di pressione.



Figura 3.10 Diagramma dell'equazione (3.33) nel caso sonico e subsonico

Dunque, il punto P_N , che interseca l'asse delle ascisse viene calcolato tramite l'equazione:

$$P_N = P_B - f(P_B) \frac{P_B - P_A}{f(P_B) - f(P_A)}$$
(3.34)

Il nuovo punto P_N rappresenta il nuovo estremo del segmento successivo. Sostituendo il valore di P_N nell'equazione (3.33) si calcola $f(P_N)$ e si analizza il segno: se il segno risulta positivo si aggiorna l'estremo di sinistra, viceversa se il segno risulta negativo quello di destra. Il procedimento giunge alla fine a convergenza ripetendo questi passaggi fin quando non si trova quel valore $f(P_N)$ che annulla l'equazione (3.33).

Definizione dei parametri x_n e k_m

Una volta noti i valori di $P_{1,id}$ che la valvola può fornire al pattino è possibile calcolare i valori di spostamento della membrana x_{id} associati ad ogni valore di $P_{1,id}$ applicando la formula inversa della portata per gli ugelli isoentropici:

$$\begin{cases} x_{id} = \frac{G_3 \sqrt{RT}}{\pi K_T d_n c_d P_s 0.685 \sqrt{1 - \left(\frac{P_{1,id}}{P_s} - b_c\right)^2}} & se \quad \frac{P_{1,id}}{P_s} > b_c \\ 1 - \left(\frac{P_{1,id}}{P_s} - b_c\right)^2 & x_{id} = \frac{G_3 \sqrt{RT}}{\pi K_T d_n c_d P_s 0.685} & se \quad \frac{P_{1,id}}{P_s} \le b_c \end{cases}$$
(3.35)

Il valore di x_{id} dipende, oltre che dalla $P_{1,id}$ calcolata precedentemente, anche dal diametro dell'ugello, quindi dal rapporto tra i diametri d_{ratio} . In Figura 3.11 è rappresentato l'andamento di x_{id} in funzione della pressione ideale $P_{1,id}$ al variare dei rapporti tra i raggi del foro dell'ugello e quello del pattino. Sono andamenti ricavati avendo imposto una pressione di alimentazione $P_s = 7$ bar ed un meato desiderato $h_{des} = 15 \ \mu m$. Si nota subito come gli andamenti presentino un tratto a pendenza circa costante (regione sonica) seguito da uno con una pendenza che cresce gradualmente (regione subsonica). In particolare, per rapporti minori si hanno andamenti con incrementi di pendenza sempre più marcati, il che si traduce nell'avere un diaframma più cedevole, poiché per lo stesso valore di forza esterna e quindi di $P_{1,id}$ ho un valore maggiore di spostamento del diaframma x_{id} .

Qui, bisogna però tenere conto anche del fatto che il consumo d'aria del pattino dipende dalla sezione di passaggio più piccola tra l'area circolare sotto i quattro fori del pattino $(4 \cdot 2\pi R_p h)$ e l'area sotto l'ugello della valvola $(2\pi R_n x_v)$. Chiaramente si desidera che la regolazione venga eseguita dalla valvola e non dal pattino. Quindi risulta che la seguente espressione sia sempre verificata:

$$4 \cdot 2\pi R_p h > 2\pi R_n x_v.$$

Per questo motivo bisogna porre particolare attenzione alla scelta del diametro dell'ugello a fronte di un diametro del foro del pattino costante che nel caso in esame è pari ad 1 mm.



Figura 3.11 Andamento di x_{id} in funzione della pressione $P_{1,id}$

Per calcolare la posizione iniziale x_n del diaframma è opportuno conoscere l'equazione che determina l'andamento di x_{id} in funzione di $P_{1,id}$ e considerare che il modello si basa sull'ipotesi che la membrana si comporta come una molla lineare.

In virtù di questo, il valore di x_n corrisponde al valore di x_{id} quando la pressione relativa è nulla cioè quando $P_{1,id} = 0.1$ MPa e quindi il sistema non è alimentato. Per determinare l'equazione della retta che approssima l'andamento di x_{id} è necessario definire due estremi sull'asse delle ascisse, che si identificano come $P_{1,min}$ e $P_{1,max}$. In prima approssimazione, seguendo uno studio condotto su di un pattino con un singolo foro compensato dalla medesima valvola, tratto da [28], si sono considerati come estremi i valori di:

- $P_{1,min} = 2$ bar
- $P_{1,max} = b_c \cdot P_s$

Dopo alcune valutazioni, l'estremo inferiore, di sinistra, $P_{1,min}$ viene assunto pari al valore per cui x_{id} è pari ad x_{bypass} ($x_{id} = x_{bypass}$) ovvero quel valore che determina l'inizio della regolazione da parte della valvola.

Per quanto riguarda l'estremo di destra, $P_{1,max}$, è quel valore discriminante che determina il cambio di pendenza dello spostamento della membrana in funzione della pressione P_1 . Questo cambio di andamento è stato associato al passaggio di condizione di un foro da subsonico a sonico. Avendo però a che fare sia con il foro dell'ugello, sia con il foro del pattino è stato eseguito un controllo sulla sonicità di entrambi. Il risultato è stato che il foro del pattino risulta essere sempre subsonico a differenza di quello dell'ugello. Per tale motivo si è deciso di considerare l'estremo superiore come il punto discriminante tra la regione sonica e quella subsonica dell'ugello ($b_c \cdot P_s$). È possibile eventualmente decidere di considerare $P_{1,max}$ un valore nell'intorno di $b_c \cdot P_s$ poiché il parametro b_c , che in questa trattazione è stato assunto pari a 0.5283 potrebbe eventualmente variare se dovessero essere diversi i fori. Nel capitolo successivo (4), inerente ai risultati numerici, sarà dimostrato come risulta poco influente questa decisione. Quindi in definitiva gli estremi di linearizzazione dell'andamento dello spostamento della membrana sono:

- $P_{1,min} = f(x_{bypass})$
- $P_{1,max} = b_c \cdot P_s$

La Figura 3.12 mostra l'approssimazione del tratto lineare con l'equazione di una retta (pallini rossi).



Figura 3.12 Approssimazione dello spostamento della membrana con una retta

Cambiando gli estremi del tratto, cambia anche il valore finale di x_n , ed anche la rigidezza della membrana k_m .

L'espressione analitica di x_n è possibile ricavarla dall'equazione di una retta passante per due punti:

$$x_n = x_1 - P_{1,min} \cdot \frac{x_2 - x_1}{P_{1,max} - P_{1,min}}$$
(3.36)

Dove x_1 e x_2 sono i valori ottenuti intersecando l'andamento di x_{id} con $P_{1,min}$ e $P_{1,max}$ rispettivamente, nel grafico in Figura 3.16.

Di conseguenza la membrana avrà un valore di rigidezza k_m come segue:

$$k_m = \frac{\pi R_m^2}{\frac{x_2 - x_1}{P_{1,max} - P_{1,min}}}$$
(3.37)

La rigidezza k_m ottenuta è un valore ideale che chiaramente dipende dalle condizioni di funzionamento imposte al sistema, quali la pressione di alimentazione P_s , il rapporto tra i diametri dell'ugello e del foro del pattino, ed il meato di progetto h_{des} . Nel capitolo seguente sarà poi descritta la procedura per caratterizzare le membrane mediante prove sperimentali andando ad ottenere dei valori di spostamento reali con lo scopo di confrontarli con i risultati numerici.

3.4.2 Modello statico (1)

Il modello numerico statico (1) simula quelle che sono le caratteristiche statiche del sistema:

- Capacità di carico
- Consumo d'aria
- Rigidezza statica

Ottenuti i valori di rigidezza della membrana (k_m) e del precarico (x_n) della stessa, si considerano gli stessi parametri fisici e geometrici del modello numerico (0) ma rispetto al modello precedente è richiesto di definire il passo di tempo " Δt " da utilizzare per la discretizzazione temporale del modello.

Per ricavare le caratteristiche statiche del pattino bisogna seguire in successione due sequenze iterative. Una per ottenere le condizioni iniziali e una per ricavare gli andamenti della capacità di carico e del consumo d'aria.

Procedura iterativa per il calcolo delle condizioni inziali

Si fa riferimento alla procedura tratta da [26] e riportata in Figura 3.13. Dato che la portanza F_p e il consumo d'aria Q del pattino risultano essere funzioni non iniettive dell'altezza del meato h è necessario ottenere le caratteristiche statiche del pattino imponendo un valore di carico esterno e calcolando i corrispondenti valori di meato a partire dall'equazione di equilibrio del pattino (3.28). Per poter effettuare questo calcolo è però necessario partire da una prima condizione di equilibrio in corrispondenza di valori di meato molto lontani dalla zona di regolazione (h_{des}) in cui la valvola esplica la sua funzione di elemento compensante. In questa zona, infatti, la relazione tra capacità di carico F_p e altezza di meato h potrebbe non essere biunivoca.

Si inizializzano pertanto i seguenti valori:

 $\begin{array}{lll} \circ & P_{1} = P_{s} \\ \circ & P_{2} = P_{s} \\ \circ & P_{0} = P_{s} \\ \circ & G_{1} = 0 \\ \circ & G_{2} = 0 \\ \circ & G_{3} = 0 \\ \circ & F_{p} = 0 \\ \circ & Re_{1} = 0 \\ \circ & Re_{2} = 0 \end{array}$



Figura 3.13 Procedura iterativa per il calcolo delle condizioni iniziali, tratto da [26] con modifiche

Dopo aver inizializzato le variabili è possibile ricavare i valori di spostamento (x), delle portate (G_1, G_2, G_3) , di Reynolds (Re_1, Re_2) , delle pressioni (P_1, P_2, P_0) e della forza di pressione (F_p) tramite le equazioni riportate precedentemente. Per terminare la procedura iterativa è necessario soddisfare dei limiti imposti sugli errori calcolati come segue:

$$\begin{cases} err_{G} = \frac{G_{in} - G_{out}}{G_{out}} < 10^{-6} \\ err_{F_{p}} = \frac{F_{p}^{i} - F_{p}^{i-1}}{F_{p}^{i}} < 10^{-6} \end{cases}$$

Se i limiti sono soddisfatti termina l'iterazione altrimenti si continua il calcolo fino ad una condizione di convergenza. La procedura iterativa quindi ci determina quelle che sono le condizioni iniziali riportate in un esempio in Figura 3.14 in rosso ($h_{des} = 10 \,\mu\text{m}$, $P_s = 7$ bar, $d_{ratio} = 0.5$). In questo caso le condizioni iniziali sono state ricavate per un meato in ingresso $h_0 = 4 \,\mu\text{m}$ che come è possibile vedere è decisamente lontano dalla condizione di regolazione ($h_{des} = 10 \,\mu\text{m}$).



Figura 3.14 Esempio di capacità di carico per ottenere le condizioni iniziali ($h_{des} = 10 \ \mu m$, $P_s = 7 \ bar$, $d_{ratio} = 0.5$)

Procedura iterative per determinare le caratteristiche statiche

Definite le condizioni iniziali F_{p0} , p_{00} , p_{10} , p_{20} , G_0 , e h_0 queste vengono utilizzate come parametri di input per una seconda procedura iterativa, come mostra la Figura 3.15, tratta da [26] con delle modifiche.



Figura 3.15 Procedura iterativa per il calcolo delle condizioni statiche, tratto da [26] con modifiche

Per ogni condizione di equilibrio statico si definisce un valore di forza a partire da F_{p0} e sottraendo un valore pari a $i\Delta F$ che corrisponde alla variazione di carico esterno.

$$F_i^{ext} = F_{p0} - i\Delta F \tag{3.38}$$

Dove i = 0,1,2,3... è pari al numero di gradini di forza. Ad ogni step di forza corrisponde un transitorio nel tempo da parte della forza di meato F_p ed un transitorio da parte dell'altezza di meato h come mostrano le Figure 3.16 e 3.17.



Figura 3.16 Transitorio della forza di pressione dovuto al gradino di forza esterna



Figura 3.17 Transitorio dell'altezza di meato dovuto al gradino di forza esterna

Per ogni gradino di forza è possibile ricavare:

- i valori di portate (G_1, G_2, G_3) tramite le equazioni (3.3, 3.9, 3.18)
- la distanza tra ugello e membrana (*x*) tramite l'equazione (3.2)
- i valori di Reynolds ($Re_1 e Re_2$) tramite l'equazione (3.6, 3.11)
- il valore dell'altezza di meato (*h*) risolvendo l'equazione di equilibrio (3.27). Questa formula viene risolta come già accennato tramite il metodo di Eulero esplicito considerando un passo temporale Δt dell'ordine di 10^{-7} s.
- il nuovo volume di meato V_2 tramite l'equazione (3.22)
- e i nuovi valori di pressione (P_1, P_2, P_0) tramite le equazioni (3.24, 3.25, 3.20). In particolare, P_0 si ricava risolvendo l'equazione di continuità tenendo presente questa volta della variazione di volume del meato.

Per poter terminare la procedura iterativa è necessario soddisfare le condizioni inerenti agli errori (err_G, err_{Fp}) e aver eseguito i calcoli per ogni step di forza (*i*).

3.4.3 Modello dinamico non lineare (2)

Il modello dinamico non lineare (2) consente di valutare le prestazioni dinamiche del sistema, in particolare:

- la rigidezza dinamica (*dynamic stiffness*) k_{dyn}
- lo smorzamento (*damping*) c

Il calcolo della rigidezza e dello smorzamento segue una procedura iterativa mostrata in Figura 3.18.



Figura 3.18 Procedura iterativa modello dinamico

Prima di descrivere la procedura di calcolo, si considerano gli stessi parametri fisici e geometrici del modello numerico (0). Per determinare le condizioni iniziali si fa riferimento all'iter proposto in Figura 3.14 descritto nel paragrafo precedente del modello numerico (1). Ottenuto il valore di forza F_{p0} si definisce il vettore di forza esterna F_{ext} relativo ai valori di capacità di carico per cui si vuole simulare la risposta dinamica del sistema. È possibile definire un certo numero di gradini di forza esterna (*i*). In questa trattazione nel modello dinamico non lineare (2) si applica un solo gradino ovvero da F_{p0} al valore di forza maggiore relativo al meato di progetto h_{des} . Ogni qual volta viene applicato un gradino di forza, il pattino genera una risposta che presenta un transitorio di un certo periodo (vedi Figura 3.16) fino ad arrivare ad una condizione di equilibrio statico ricavata dall'equazione (3.28). Al termine di questa, che si conclude una volta giunti a convergenza a seconda dei valori di errore imposti a monte (err_G, err_{Fp}), si procede con l'inizializzazione dei parametri dinamici. Questi vengono presi uguali ai valori finali dell'equilibrio statico.

A questo punto viene definito il carico dinamico di tipo sinusoidale secondo la seguente espressione:

$$F_{i,dyn}^{ext} = F_{p0,i} + \Delta F_i \cdot \sin(2\pi f_k t)$$
(3.39)

Dove f_k sono le frequenze per cui si vuole analizzare la dinamica mentre ΔF_i viene definito come:

$$\Delta F_i = (0.01 \div \ 0.05) \cdot F_{p0,i} \tag{3.40}$$

Il coefficiente moltiplicativo nel caso in esame viene assunto pari a 0.01. La scelta di questo coefficiente determina l'ampiezza di oscillazione della forza esterna. Viene scelto un valore ridotto per far sì che i risultati del modello dinamico non lineare (2) siano confrontabili con quelli ottenuti dal modello dinamico linearizzato (3). Un coefficiente basso fa si che ci si trovi sempre nell'intorno del punto di linearizzazione. In Figura 3.19 è possibile vedere il procedimento che si applica durante il modello dinamico (2). Dopo aver applicato il gradino di forza fino al meato desiderato, il sistema risponde con un transitorio di un certo periodo. Dopo che il sistema si è stabilizzato, si applica il carico sinusoidale e si studia la risposta dinamica per un numero di periodi pari a sei.



Figura 3.19 Applicazione del gradino di forza e relativa perturbazione del sistema con un carico sinusoidale

In Figura 3.20 è rappresentato un esempio di andamento nel tempo del segnale in ingresso sinusoidale applicato al pattino (blu) e della risposta della forza di pressione del meato (rossa), tratto da [30].



Figura 3.20 Andamento nel tempo del carico esterno sinusoidale e della forza di pressione, tratto da [30]

Come è possibile vedere applicando un gradino di forza esterna sinusoidale (blu), la forza di pressione (rosso) risponde seguendo l'andamento del carico in ingresso. Terminata la sollecitazione sinusoidale dopo sei periodi il meato d'aria risponde con un transitorio fino a stabilizzarsi. Una volta stabilizzato, dopo un certo periodo viene applicato un successivo step di forza sinusoidale (i + 1).

Nella Figura 3.21 invece è possibile vedere un esempio di andamento nel tempo del meato, della forza esterna e della forza di pressione, per un numero di periodi pari a sei. Si nota come la forza di pressione segue l'andamento del carico esterno, mentre il meato risulta sfasato rispetto alla forza esterna.



Figura 3.21 Esempio di andamento nel tempo di forza esterna, forza di pressione del meato, e di meato

A questo punto è possibile calcolare i valori di rigidezza e di smorzamento per ogni valore di frequenza e di forza esterna imposti a partire dalla seguente espressione:

$$F_p(t) = c\dot{h}(t) + kh(t) \tag{3.41}$$

Studiando la soluzione nel tempo del tipo:

$$\begin{cases} h(t) = h_0 e^{j\omega t} \\ \dot{h}(t) = j\omega h_0 e^{j\omega t} \end{cases}$$
(3.42)

È possibile risolvere l'equazione (3.41) mediante il metodo dei vettori rotanti proposto in Figura 3.22:



Figura 3.22 Vettori rotanti per il calcolo di rigidezza e smorzamento

$$H(\omega) = \frac{F_p(\omega)}{h(\omega)} = \overbrace{k_{dyn}(\omega)}^{Re} + j \underbrace{2\pi f c(\omega)}^{Im}$$
(3.43)

Dove $k_{dyn}(\omega) \in 2\pi fc(\omega)$ sono la parte reale ed immaginaria del rapporto $\frac{F_p(\omega)}{h(\omega)}$. La rigidezza e lo smorzamento sono definiti dalle seguenti espressioni:

$$k_{dvn}(\omega) = |H(\omega)| \cdot \cos(\varphi) \tag{3.44}$$

$$c(\omega) = |H(\omega)| \cdot \sin(\varphi) \tag{3.45}$$

Dove φ è lo sfasamento tra il segnale di forza e quello di spostamento.

3.4.4 Modello dinamico linearizzato (3)

Il modello dinamico linearizzato (3) simula la dinamica del sistema come il modello dinamico non lineare (2) per ottenere parametri quali rigidezza e smorzamento del cuscinetto.

Il modello non lineare (2) è basato sulla risoluzione di equazioni differenziali, discretizzate tramite il metodo di Eulero esplicito in avanti. Questa procedura, seppur comoda, dipende dal passo temporale che si decide di adottare che nell'ambito di questa trattazione risulta essere molto piccolo, dell'ordine di $10^{-7}s$. Per questo motivo si realizza un modello linearizzato del sistema valvola – pattino che ci permette di calcolare tutti i parametri in tempi più rapidi. Il sistema linearizzato è più semplice da risolvere poiché si tratta di lavorare con equazioni di natura algebrica, non più differenziale, espresse nel dominio di Laplace (*s*).

L'equazione di equilibrio diventa un'equazione algebrica espressa nel dominio di Laplace (s):

$$\overline{F_{ext}} - \overline{F_p} - ms^2 \overline{h} = 0 \tag{3.46}$$

Lo schema a blocchi del sistema da analizzare può essere rappresentato come mostra la Figura 3.23, tratto da [29].



Figura 3.23 Schema a blocchi, tratto da [29] con modifiche

Dove la funzione di trasferimento $G(\omega)$ è definita come $\frac{1}{ms^2}$, mentre la funzione di trasferimento $H(\omega)$ come rapporto $\frac{\overline{F_p}}{\overline{h}}(\omega)$. I valori di rigidezza e smorzamento sono ottenuti analizzando la funzione di trasferimento $H(\omega)$ di retroazione passando attraverso il calcolo del modulo e della fase di $H(\omega)$.

Linearizzando il modello dinamico è possibile quindi considerare l'azione della forza di pressione F_p come l'azione generata da una forza elastica in parallelo con una forza smorzante come mostrato in Figura 3.24.



Figura 3.24 Sistema massa – molla – smorzatore equivalente del pattino

Si procede con la linearizzazione delle equazioni tramite espansione in serie di Taylor delle espressioni delle variabili dipendenti:

$$\Delta G_1 = \frac{\partial G_1}{\partial P_1} \Delta P_1 + \frac{\partial G_1}{\partial x} \Delta x = a_1 \Delta P_1 + a_2 \Delta x \tag{3.47}$$

$$\Delta G_2 = \frac{\partial G_2}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial G_2}{\partial P_1} \Delta P_1 + \frac{\partial G_2}{\partial P_2} \Delta P_2 = b_1 \Delta h + b_2 \Delta P_1 + b_3 \Delta P_2$$
(3.48)

$$\Delta G_3 = \frac{\partial G_3}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial G_3}{\partial P_0} \Delta P_0 = c_1 \Delta h + c_2 \Delta P_0$$
(3.49)

$$\Delta P_2 = \frac{\partial P_2}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial P_2}{\partial P_0} \Delta P_0 = d_1 \Delta h + d_2 \Delta P_0$$
(3.50)

$$\Delta x = \frac{\partial x}{\partial P_1} \Delta P_1 = f_1 \Delta P_1 \tag{3.51}$$

Linearizzazione delle equazioni di continuità (3.7) e (3.21):

$$\Delta G_1 - 4\Delta G_2 = \frac{(V_v + xA_v)}{RT} s\Delta P_1 + \frac{A_v P_1}{RT} s\Delta x = g_1 s\Delta P_1 + g_2 s\Delta x$$
(3.52)

$$4\Delta G_2 - \Delta G_3 = \frac{P_2 A_0}{RT} s\Delta h + \frac{\left(A_0 h + V_g\right)}{RT} s\Delta P_2 = l_1 s\Delta h + l_2 s\Delta P_2 \tag{3.53}$$

Per semplicità risolutiva vengono rinominati alcuni componenti delle equazioni appena riportate con dei coefficienti $(a_1, a_2, b_1, b_2, b_3, c_1, ...)$.

$$a_{1} = \frac{\partial G_{1}}{\partial P_{1}} = -K_{T} 1.05(1 - 0.3 \ e^{-0.005 \ Re_{v}}) \frac{0.685}{\sqrt{R \ T}} \ \pi \ d_{n} \ x \ \frac{\left(\frac{P_{1}}{P_{s}} - b_{c}}{1 - b_{c}}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{P_{1}}{P_{s}} - b_{c}}{1 - b_{c}}\right)^{2}} \frac{1}{(1 - b_{c})}$$

$$a_{2} = \frac{\partial G_{1}}{\partial x} = K_{T} 1.05(1 - 0.3 \ e^{-0.005 \ Re_{v}}) \frac{0.685}{\sqrt{R \ T}} \ \pi \ d_{n} \ P_{s} \ \sqrt{1 - \left(\frac{P_{1}}{P_{s}} - b_{c}}{1 - b_{c}}\right)^{2}}$$

$$a_1^* = \frac{\partial G_1}{\partial P_1} = -K_T 1.05(1 - 0.3 \ e^{-0.005 \ Re_v}) \frac{0.685}{\sqrt{R \ T}} \ \pi \ d_n \ P_s \frac{\pi d_m^2}{4k_m}$$

$$a_2^* = \frac{\partial G_1}{\partial x} = K_T 1.05(1 - 0.3 \ e^{-0.005 \ Re_v}) \frac{0.685}{\sqrt{R \ T}} \ \pi \ d_n \ P_s$$

r.

$$b_{1} = \frac{\partial G_{2}}{\partial h} = K_{T} 1.05(1 - 0.3 \ e^{-0.005 \ Re_{a}}) \frac{0.685}{\sqrt{R \ T}} \ \pi \ d_{p} P_{1} \sqrt{1 - \left(\frac{P_{2}}{P_{1}} - b_{c}\right)^{2}} + K_{T} 1.05 \frac{0.685}{\sqrt{R \ T}} (\pi \ d_{p} \ h) + 2 \ w_{g} \ h_{g}) P_{1} \sqrt{1 - \left(\frac{P_{2}}{P_{1}} - b_{c}\right)^{2}} \frac{0.3 \cdot 0.005 \cdot G_{2} \cdot 2 \ w_{g} \ h_{g} \cdot e^{-0.005 \cdot \frac{G_{2} h}{\mu(\pi d_{p} h + 2 \ w_{g} \ h_{g})^{2}}}{\mu(\pi d_{p} h + 2 \ w_{g} \ h_{g})^{2}}$$

$$b_{2} = \frac{\partial G_{2}}{\partial P_{1}} = K_{T} 1.05 (1 - 0.3 \ e^{-0.005 \ Re_{a}}) \frac{0.685}{\sqrt{R \ T}} \left(\pi \ d_{p} \ h + 2 \ w_{g} \ h_{g}\right) \left(\sqrt{1 - \left(\frac{\frac{P_{2}}{P_{1}} - b_{c}}{1 - b_{c}}\right)^{2}} + \frac{\left(\frac{\frac{P_{2}}{P_{1}} - b_{c}}{1 - b_{c}}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\frac{P_{2}}{P_{1}} - b_{c}}{1 - b_{c}}\right)^{2}} \frac{P_{2}}{P_{1}(1 - b_{c})}\right)$$

$$b_{3} = \frac{\partial G_{2}}{\partial P_{2}} = -K_{T} 1.05(1 - 0.3 \ e^{-0.005 \ Re_{a}}) \frac{0.685}{\sqrt{R \ T}} \left(\pi \ d_{p} \ h + \ 2w_{g} \ h_{g}\right) \frac{\left(\frac{P_{2}}{P_{1}} - b_{c}}{1 - b_{c}}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{P_{2}}{P_{1}} - b_{c}}{1 - b_{c}}\right)^{2}} \frac{1}{(1 - b_{c})}$$

$$b_{1}^{*} = \frac{\partial G_{2}}{\partial h} = K_{T} 1.05(1 - 0.3 \ e^{-0.005 \ Re_{a}}) \frac{0.685}{\sqrt{R \ T}} \ \pi \ d_{p} P_{1}$$
$$+ K_{T} 1.05 \frac{0.685}{\sqrt{R \ T}} \ (\pi \ d_{p} \ h$$
$$+ 2 \ w_{g} \ h_{g}) P_{1} \ \frac{0.3 \cdot 0.005 \cdot G_{2} \cdot 2 \ w_{g} \ h_{g} \cdot e^{-0.005 \cdot \frac{G_{2} h}{\mu(\pi d_{p} h + 2 \ w_{g} \ h_{g})}}}{\mu(\pi d_{p} h + 2 \ w_{g} \ h_{g})^{2}}$$

$$b_2^* = \frac{\partial G_2}{\partial P_1} = K_T 1.05(1 - 0.3 \ e^{-0.005 \ Re_a}) \frac{0.685}{\sqrt{R \ T}} \left(\pi \ d_p \ h + 2 \ w_g \ h_g\right)$$

$$b_{3}^{*} = 0$$

$$c_{1} = \frac{\partial G_{3}}{\partial h} = \frac{(P_{0}^{2} - P_{a}^{2})h^{2}}{2\mu RT} \left(\frac{b}{L-l} + \frac{l}{B-b}\right)$$

$$c_2 = \frac{\partial G_3}{\partial P_0} = \frac{P_0 h^3}{3\mu RT} \left(\frac{b}{L-l} + \frac{l}{B-b}\right)$$

$$d_1 = \frac{\partial P_2}{\partial h} = \frac{5 * 10^{-6} * \ln(0.14) * (P_a - P_0) * 0.14^{\frac{5 * 10^{-6}}{h}}}{h^2 (1 - 0.14^{\frac{5 * 10^{-6}}{h}})^2}$$

$$d_2 = \frac{\partial P_2}{\partial P_0} = \frac{1}{\left(1 - (0.14)^{\frac{5 \cdot 10^{-6}}{h}}\right)}$$

$$f_1 = \frac{\partial x}{\partial P_1} = \begin{cases} 0 & x \le 13 \ \mu m \\ \frac{\pi d_m^2}{4k_m} & x > 13 \ \mu m \end{cases}$$

$$g_1 = \frac{(V_1 + x_v A_v)}{RT}$$

$$g_2 = \frac{P_1 A_v}{RT}$$

$$l_1 = \frac{P_2 A_0}{RT}$$

$$l_2 = \frac{hA_0 + V_g}{RT}$$

Mettendo a sistema le equazioni di continuità (3.52) e (3.53) con le equazioni di portata (3.47), (3.48) e (3.49) e le equazioni (3.50) e (3.51) si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} \Delta G_1 - 4\Delta G_2 = \frac{(V_v + xA_v)}{RT} s\Delta P_1 + \frac{A_v P_1}{RT} s\Delta x = g_1 s\Delta P_1 + g_2 s\Delta x \\ 4\Delta G_2 - \Delta G_3 = \frac{P_2 A_0}{RT} s\Delta h + \frac{(A_0 h + V_g)}{RT} s\Delta P_2 = l_1 s\Delta h + l_2 s\Delta P_2 \\ \Delta G_1 = \frac{\partial G_1}{\partial P_1} \Delta P_1 + \frac{\partial G_1}{\partial x} \Delta x = a_1 \Delta P_1 + a_2 \Delta x \\ \Delta G_2 = \frac{\partial G_2}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial G_2}{\partial P_1} \Delta P_1 + \frac{\partial G_2}{\partial P_2} \Delta P_2 = b_1 \Delta h + b_2 \Delta P_1 + b_3 \Delta P_2 \\ \Delta G_3 = \frac{\partial G_3}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial G_3}{\partial P_0} \Delta P_0 = c_1 \Delta h + c_2 \Delta P_0 \\ \Delta P_2 = \frac{\partial P_2}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial P_2}{\partial P_0} \Delta P_0 = d_1 \Delta h + d_2 \Delta P_0 \\ \Delta x = \frac{\partial x}{\partial P_1} \Delta P_1 = f_1 \Delta P_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 \Delta P_1 + a_2 \Delta x - 4[b_1 \Delta h + b_2 \Delta P_1 + b_3 \Delta P_2] = g_1 s \Delta P_1 + g_2 s \Delta x \\ 4[b_1 \Delta h + b_2 \Delta P_1 + b_3 \Delta P_2] - c_1 \Delta h - c_2 \Delta P_0 = l_1 s \Delta h + l_2 s \Delta P_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 \Delta P_1 + a_2 f_1 \Delta P_1 - 4[b_1 \Delta h + b_2 \Delta P_1 + b_3 (d_1 \Delta h + d_2 \Delta P_0)] = g_1 s \Delta P_1 + g_2 s f_1 \Delta P_1 \\ 4[b_1 \Delta h + b_2 \Delta P_1 + b_3 (d_1 \Delta h + d_2 \Delta P_0)] - c_1 \Delta h - c_2 \Delta P_0 = l_1 s \Delta h + l_2 s (d_1 \Delta h + d_2 \Delta P_0) \end{cases}$$

 $\begin{cases} \Delta P_1(a_1 + a_2f_1 - 4b_2 - g_1s - g_2sf_1) = 4b_1\Delta h + 4b_3d_1\Delta h + 4b_3d_1\Delta h + 4b_3d_2\Delta P_0 \\ \Delta P_1(4b_2) = l_1s\Delta h + l_2sd_1\Delta h + l_2sd_2\Delta P_0 + c_1\Delta h + c_2\Delta P_0 - 4b_1\Delta h - 4b_3d_1\Delta h - 4b_3d_2\Delta P_0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \Delta P_1 = \frac{4b_1 \Delta h + 4b_3 d_1 \Delta h + 4b_3 d_1 \Delta h + 4b_3 d_2 \Delta P_0}{a_1 + a_2 f_1 - 4b_2 - g_1 s - g_2 s f_1} \\ \Delta P_1 = \frac{l_1 s \Delta h + l_2 s d_1 \Delta h + l_2 s d_2 \Delta P_0 + c_1 \Delta h + c_2 \Delta P_0 - 4b_1 \Delta h - 4b_3 d_1 \Delta h - 4b_3 d_2 \Delta P_0}{4b_2} \end{cases}$$

Eguagliando le due espressioni finali del sistema si ottiene un'espressione in funzione di $\Delta P_0 e \Delta h$:

$$\frac{4b_1\Delta h + 4b_3d_1\Delta h + 4b_3d_1\Delta h + 4b_3d_2\Delta P_0}{a_1 + a_2f_1 - 4b_2 - g_1s - g_2sf_1}$$

$$=\frac{l_1s\Delta h+l_2sd_1\Delta h+l_2sd_2\Delta P_0+c_1\Delta h+c_2\Delta P_0-4b_1\Delta h-4b_3d_1\Delta h-4b_3d_2\Delta P_0}{4b_2}$$

$$\Delta P_0[16b_2b_3d_2 - (l_2sd_2 + c_2 - 4b_3d_2)(a_1 + a_2f_1 - 4b_2 - g_1s - g_2sf_1)] = \Delta h[(l_1s + l_2sd_1 + c_2 - 4b_1 - 4b_3d_1)(a_1 + a_2f_1 - 4b_2 - g_1s - g_2sf_1) - 4b_2(4b_1 + 4b_3d_1)]$$

$$\frac{\Delta P_0}{\Delta h} = \frac{(l_1 s + l_2 s d_1 + c_1 - 4b_1 - 4b_3 d_1)(a_1 + a_2 f_1 - 4b_2 - g_1 s - g_2 s f_1) - 4b_2(4b_1 + 4b_3 d_1)}{16b_2 b_3 d_2 - (l_2 s d_2 + c_2 - 4b_3 d_2)(a_1 + a_2 f_1 - 4b_2 - g_1 s - g_2 s f_1)}$$

Si ottiene la funzione di trasferimento $H(\omega)$:

$$H(\omega) = \frac{\Delta F_p(\omega)}{\Delta h(\omega)} = \frac{\Delta P_0 \cdot A}{\Delta h}$$

$$\frac{\Delta P_0}{\Delta h} = H(\omega) \cdot \frac{1}{A}$$
(3.54)

La rigidezza e lo smorzamento sono definiti analogamente al modello dinamico non lineare (2) dalle seguenti espressioni:

$$k_{dyn}(\omega) = |H(\omega)| \cdot \cos(\varphi)$$
(3.55)

$$c(\omega) = |H(\omega)| \cdot \sin(\varphi) \tag{3.56}$$

Per studiare la stabilità del sistema dinamico si definisce la funzione di trasferimento in anello chiuso (*closed loop*) W(s) tramite la seguente espressione:

$$W(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s) \cdot H(s)}$$

$$W(s) = \frac{\frac{1}{ms^2}}{1 + \frac{1}{ms^2} \cdot \frac{\Delta F_p(s)}{\Delta h(s)}}$$
(3.57)



Figura 3.25 Schema a blocchi per definire la funzione di trasferimento in anello chiuso

Capitolo 4

4. Risultati

Nel seguente capitolo sono riportati gli andamenti ottenuti tramite le simulazioni numeriche in ambiente MatLab ricavati dai modelli a parametri concentrati descritti nel Capitolo 3. Si esegue dapprima un'analisi di sensitività per indagare l'esistenza di parametri di progetto ottimali in base a quelle che possono essere le specifiche fornite. Successivamente viene descritta una procedura per caratterizzare la rigidezza delle membrane metalliche della valvola. Questa ha lo scopo di ricavare, al variare dello spessore, le rigidezze sperimentali per confrontarle con quelle numeriche ottenute dalle simulazioni del modello di progetto (0). Infine, si esegue un'analisi dinamica per valutare gli andamenti di rigidezza e smorzamento considerando anche l'influenza del volume V_1 tra pattino e valvola.

4.1 Analisi di sensitività

L'analisi di sensitività è una tecnica utilizzata per valutare l'impatto delle variazioni dei parametri del modello sulle performance del sistema. Ci aiuta quindi a comprendere come i cambiamenti nelle variabili di input influiscono sulle variabili di output. Nell'ambito di questa trattazione si considerano fissi i valori geometrici del pattino rettangolare dotato di quattro fori e con ragnatura a sezione triangolare descritto nel precedente capitolo e presente in Figura 4.1. Quindi rimangono invariati:

- *L* = 60 mm
- *B* = 30 mm
- *l* = 45 mm
- *b* = 20 mm
- $h_g = 0.03 \text{ mm}$
- $w_g = 0.2 \text{ mm}$
- $d_p = 1 \text{ mm}$



Figura 4.1 Geometria del pattino, considerata fissa per le simulazioni statiche e dinamiche

Per quanto riguarda la valvola viene valutata l'influenza di parametri quali:

- Gli estremi $P_{1,min}$ e $P_{1,max}$ che definiscono il tratto di linearizzazione dello spostamento della membrana x in funzione della pressione ideale che mantiene l'altezza di meato costante $P_{1,id}$.
- La pressione di alimentazione P_s dell'ugello della valvola.
- Il rapporto tra il diametro dell'ugello della valvola e del foro del pattino $d_{ratio} = \frac{d_n}{d_n}$.

4.1.1 Influenza del rapporto critico delle pressioni

Definizione degli estremi di linearizzazione

Si ricorda la definizione degli estremi $P_{1,min}$ e $P_{1,max}$ che approssimano al meglio il tratto lineare dello spostamento della membrana con l'equazione di una retta.

- L'estremo inferiore, di sinistra, $P_{1,min}$ viene assunto pari al valore per cui x_{id} è pari ad x_{bypass} ($x_{id} = x_{bypass}$). Facendo questa scelta e osservando l'andamento della capacità di carico, il tratto inerente alla regolazione della valvola inizierà in corrispondenza del valore di progetto h_{des} imposto a monte come riporta la Figura 4.3.
- l'estremo di destra, $P_{1,max}$, viene assunto come il punto discriminante tra condizioni di flusso soniche e subsoniche in prossimità della sezione ristretta dell'ugello della valvola.

È importante sottolineare come cambiare gli estremi del campo di linearizzazione dello spostamento della membrana x comporta variare:

- La distanza iniziale tra ugello e membrana x_n che corrisponde all'intercetta della retta
- La rigidezza della membrana k_m che dipende dalla pendenza della retta

Bisogna precisare che l'estremo destro $P_{1,max}$ dipende dal valore di b_c che si considera (in questa trattazione è stato assunto $b_c = 0.5283$). Tale parametro però può variare a seconda della temperatura, dell'umidità, della composizione dell'aria, ma anche dalla geometria dell'ugello. Per questo motivo è stata eseguita un'analisi al variare di $P_{1,max}$ per vedere se effettivamente il parametro b_c influenza molto gli andamenti della capacità di carico. In Figura 4.2 è riportato un esempio della variazione dell'estremo destro $P_{1,max}$ tenendo fisso l'estremo sinistro $P_{1,min}$ e come si può vedere le pendenze delle tre rette (rossa, nera, verde) cambiano. È ragionevole però pensare che il rapporto critico sia sempre un valore nell'intorno di 0.5283. Per questo motivo si valuta la sua influenza sulla capacità di carico ma per valori prossimi all'unità (ad esempio $0.8 \cdot b_c$, $0.9 \cdot b_c$, b_c , $1.1 \cdot b_c$).



Figura 4.2 Andamenti delle rette di linearizzazione al variare di $P_{1,max}$

In Figura 4.3 sono riportati quindi gli andamenti della capacità di carico al variare dell'estremo $P_{1,max}$. Nell'esempio è stato considerato un meato di progetto $h_{des} = 10 \ \mu\text{m}$, un rapporto tra i diametri pari ad 1/2, un valore di bypass di 13 μm . In Figura 4.4 è mostrato uno zoom della zona di regolazione.



Figura 4.3 Confronto per la capacità di carico per un meato di progetto di 10 μm al variare dell'estremo $P_{1,max}$



Figura 4.4 Zoom della capacità di carico nell'intorno del meato di progetto al variare di P_{1,max}

Analizzando le Figure 4.3 e 4.4 è possibile affermare che la variazione dell'estremo destro di linearizzazione comporta andamenti molto simili per la capacità di carico ad eccezione della curva viola, che per altro presenta anche un "naso" nell'intorno del meato di progetto. Quindi una piccola variazione del rapporto critico delle pressioni b_c non comporta grandi variazioni per le curve statiche.

In conclusione, quindi, i due estremi sono assunti come:

- $P_{1,min} = f(x_{bypass})$
- $P_{1,max} = b_c \cdot P_s$

4.1.2 Influenza della pressione di alimentazione della valvola e del rapporto tra i diametri dell'ugello e del foro del pattino

A questo punto si esegue un'analisi di sensitività mediante simulazioni numeriche per diversi meati di progetto h_{des} al variare:

- della pressione di alimentazione della valvola P_s (5, 6 e 7 bar). Si considerano questi valori in quanto di norma le pressioni di alimentazione possono variare tra i 4 e i 7 bar assoluti.
- del rapporto tra i diametri d_{ratio} (da 0.04 a 0.60). Si analizzano questi in quanto un rapporto troppo elevato comporta che non ci sia una regolazione da parte della valvola poiché si rischia che la portata che attraversa il sistema sia determinata dalla conduttanza del pattino e non da quella della valvola, condizione che si cerca di evitare.

Lo studio viene condotto ogni volta variando solo un fattore e tenendo fissi tutti gli altri, quindi, ad esempio se si valuta l'influenza della pressione, si tiene fisso il valore del rapporto dei diametri.

Per affermare quale sia il miglior parametro nelle condizioni di lavoro è stato necessario fare una valutazione sulla variazione di capacità di carico nei due casi:

- CASO 1) solo pattino (senza valvola): $\Delta F_{NV}^{\pm 5\%}$ = variazione di capacità di carico del singolo pattino non compensato considerando un intervallo del ±5% di h_{des} .
- CASO 2) pattino + valvola: $\Delta F^{\pm 5\%}$ = variazione di capacità di carico del sistema valvola pattino considerando un intervallo del ±5% di h_{des} .

Per calcolare queste due variazioni ($\Delta F^{\pm 5\%}$ e $\Delta F_{NV}^{\pm 5\%}$) si segue una procedura standard riportata in Figura 4.5: si impone un intervallo nell'intorno del meato di lavoro (ad esempio $\pm 5\%$ di h_{des}), linee tratteggiate in rosso in Figura 4.5), si calcola $\Delta F_{NV}^{\pm 5\%}$ dalle intersezioni dell'intervallo con la curva del pattino senza la valvola (in Figura 4.5 curva tratteggiata in blu) e $\Delta F^{\pm 5\%}$ con la curva del pattino compensato (in Figura 4.5 curva continua blu). Lo scopo è avere un aumento di capacità di carico $\Delta F^{\pm 5\%}$, in un intorno del meato di progetto, maggiore possibile.



Figura 4.5 Procedura per il calcolo di $\Delta F^{\pm 5\%} e \Delta F_{NV}^{\pm 5\%}$

È possibile definire un rapporto percentuale:

$$\frac{\Delta F^{\pm 5\%} - \Delta F_{NV}^{\pm 5\%}}{\Delta F_{NV}^{\pm 5\%}} \cdot 100 \tag{4.1}$$

I risultati numerici ottenuti al variare della pressione di alimentazione P_s sono ricavati per diversi valori di meato di progetto ($h_{des} = 8, 10, 12, 15 \mu m$) un rapporto tra i diametri $d_{ratio} = 0.3$. Gli andamenti della capacità di carico sono riportati in Figura 4.6. Nella Figura 4.7 viene mostrata solo la capacità di carico per $h_{des} = 10 \mu m$.



Figura 4.6 Confronto per capacità di carico al variare di P_s per meati di progetto h_{des} pari a 8, 10, 12, 15 μ m, con geometria del pattino fissa



Figura 4.7 Capacità di carico al variare di P_s per $h_{des} = 10 \ \mu m$

Gli andamenti del consumo d'aria del pattino per diversi meati di progetto al variare della pressione di alimentazione sono riportati in Figura 4.8 e 4.9.



Figura 4.8 Confronto consumi d'aria al variare di P_s per meati di progetto h_{des} pari a 8, 10, 12, 15 µm, con geometria del pattino fissa



Figura 4.9 Consumo d'aria al variare di P_s per $h_{des} = 10 \ \mu m$

Dagli andamenti riportati è possibile vedere come un aumento della pressione di alimentazione P_s comporta un aumento della capacità di carico, ma allo stesso tempo un aumento del consumo d'aria.

I risultati numerici ottenuti invece al variare del rapporto tra i diametri d_{ratio} sono ricavati considerando una pressione $P_s = 7$ bar. In Figura 4.10 sono riportati gli andamenti della capacità di carico. Nella Figura 4.11 viene mostrata solo la capacità di carico per $h_{des} = 8 \,\mu\text{m}$.



Figura 4.10 Confronto per capacità di carico al variare di d_{ratio} per meati di progetto h_{des} pari a 8, 10, 12, 15 µm, con geometria del pattino fissa e una pressione di alimentazione $P_s = 7$ bar



Figura 4.11 Capacità di carico al variare di d_{ratio} per $h_{des} = 8 \ \mu m$, $P_s = 7 \ bar$

Un aumento del rapporto d_{ratio} porta ad avere andamenti che presentano zone di regolazione minori. Questo perché, a parità di diametro del foro del pattino, aumenta il diametro dell'ugello, quindi anche la sua conduttanza. Per tale motivo si raggiunge prima una condizione di fine regolazione ($C_2 < C_1$). Ne è un esempio, infatti, la curva celeste della Figura 4.11 dove per un rapporto di 0.6, il pattino quasi non risente della presenza della valvola. Di fatto la pendenza della capacità di carico varia leggermente. Rapporti tra i diametri inferiori viceversa comportano campi di regolazione maggiori.

Se si considerano le curve di consumo d'aria, si nota come per un d_{ratio} inferiore si hanno portate massime inferiori poiché è minore la sezione anulare che si forma al di sotto dell'ugello, ma comunque campi di regolazione più ampi come mostrato nelle Figure 4.12 e 4.13.



Figura 4.12 Confronto consumi d'aria al variare di d_{ratio} per meati di progetto h_{des} pari a 8, 10, 12, 15 µm, con geometria del pattino fissa e una pressione di alimentazione $P_s = 7$ µm



Figura 4.13 Consumo d'aria al variare di d_{ratio} per $h_{des} = 10 \ \mu\text{m}, P_s = 7 \ \text{bar}$

Seguendo la procedura precedentemente accennata nella Figura 4.5 e considerando un intorno del meato di progetto del $\pm 5\%$, è possibile ricavare i valori e gli andamenti del campo di regolazione ristretto riportati in Figura 4.14 e 4.15 al variare della pressione di alimentazione (P_s).



Figura 4.14 Campo di regolazione per diversi meati di progetto al variare della pressione di alimentazione P_s , considerando fissa la geometria del pattino



Figura 4.15 Campo di regolazione al variare del meato di progetto per diverse pressioni di alimentazione P_s , considerando fissa la geometria del pattino

Dalla Figura 4.14 è possibile affermare che:

- Aumentando la pressione di alimentazione cresce il campo di regolazione ristretto.
- Il meato di lavoro che comporta il miglior aumento di capacità di carico nell'intorno del $\pm 5\%$ risulta essere $h_{des} = 8 \mu m$.

Dalla Figura 4.15 è possibile invece concludere che:

- La pressione che massimizza l'incremento di capacità di carico come prevedibile risulta essere $P_s = 7$ bar.
- Variare la pressione di alimentazione non comporta una variazione del meato di lavoro ottimale per il quale si presenta la regolazione migliore; quindi, risulta essere un parametro marginale e non ottimizzabile. Si ottiene infatti il miglior risultato sempre per $h_{des} = 8 \ \mu m$.

Analogamente al variare del rapporto dei diametri d_{ratio} si ottengono gli andamenti riportati in Figura 4.16 e 4.17.



Figura 4.16 Campo di regolazione ristretto al variare del rapporto tra i diametri d_{ratio} e dei meati di lavoro h_{des}



Figura 4.17 Campo di regolazione al variare del meato di progetto per diversi rapporti d_{ratio} , considerando fissa la geometria del pattino

Dalla Figura 4.16 è possibile affermare che:

- Esiste un rapporto tra i diametri d_{ratio} ottimale per ogni meato di progetto.
- L'incremento di capacità di carico maggiore nell'intorno del $\pm 5\%$ h_{des} si ottiene per $h_{des} = 8 \ \mu m$.

Dalla Figura 4.17 è possibile invece concludere che:

- Il rapporto tra i diametri ottimale per un meato h_{des} che va da 6 µm a 12 µm risulta essere $d_{ratio} = 0.10$.
- Il miglior risultato ottenuto risulta anche qui essere $h_{des} = 8 \ \mu m$.

Volendo quantificare il miglioramento della capacità di carico numericamente sia al variare della pressione di alimentazione sia del rapporto tra i diametri è possibile far riferimento alle Tabelle 4.1 e 4.2:

h _{des} [µm]	P _s [bar]	$\Delta F^{\pm 5\%} [N]$	$\Delta F_{NV}^{\pm 5\%}$ [N]	$\Delta F^{\pm 5\%} - \Delta F^{\pm 5\%}_{NV}$
				$\Delta F_{NV}^{\pm 5\%}$
8	5	205	30	583 %
8	6	218	30	627 %
8	7	232	30	673 %
10	5	190	30	533 %
10	6	200	30	567 %
10	7	218	30	626 %
12	5	175	30	483 %
12	6	184	30	513 %
12	7	193	30	543 %
15	5	147	30	390 %
15	6	155	30	417 %
15	7	165	30	450 %

Tabella 4.1 Confronto numerico per la capacità di carico al variare della pressione di alimentazione

h _{des} [μm]	d _{ratio}	$\Delta F^{\pm 5\%} [N]$	$\Delta F_{NV}^{\pm 5\%} [N]$	$\frac{\Delta F^{\pm 5\%} - \Delta F_{NV}^{\pm 5\%}}{\Delta F_{NV}^{\pm 5\%}}\%$
6	0.04	130	30	333 %
6	0.08	200	30	567 %
6	0.1	190	30	533 %
6	0.2	165	30	450 %
6	0.3	145	30	383 %
6	0.4	127	30	323 %
8	0.1	235	30	683 %
8	0.2	185	30	517 %
8	0.3	145	30	383 %
8	0.4	120	30	300 %
8	0.5	100	30	233 %
8	0.6	85	30	183 %
12	0.1	125	35	257 %
12	0.2	195	35	457 %
12	0.3	175	35	400 %
12	0.4	160	35	357 %
12	0.5	140	35	300 %
12	0.6	125	35	257 %
15	0.1	105	30	250 %
15	0.2	130	30	333 %
15	0.3	165	30	450 %
15	0.4	160	30	433 %
15	0.5	145	30	383 %
15	0.6	140	30	367 %

 Tabella 4.2 Confronto numerico per la capacità di carico al variare del rapporto tra il diametro dell'ugello e il diametro del foro del pattino

Oltre alla variazione di capacità di carico è possibile valutare la rigidezza della membrana k_m al variare della pressione di alimentazione P_s e del rapporto tra i diametri d_{ratio} . Infatti, come riportato nel capitolo precedente (3) la rigidezza si ottiene tramite l'equazione (3.37) e dipende dai parametri di pressione di alimentazione e diametro dell'ugello che determinano l'andamento dello spostamento della membrana e quindi anche gli estremi di linearizzazione. In Figura 4.18 e 4.19 sono riportati gli andamenti numerici della rigidezza della membrana per diversi meati di progetto in funzione della pressione di alimentazione e del rapporto tra i diametri dell'ugello e del foro del pattino.



Figura 4.18 Andamento della rigidezza della membrana k_m al variare della pressione di alimentazione P_s e dei meati di progetto h_{des}



Figura 4.19 Andamento della rigidezza della membrana k_m al variare del rapporto tra i diametri d_{ratio} e dei meati di progetto h_{des}

Dalla Figura 4.18 si evince che:

- un aumento della pressione di alimentazione comporta un incremento della rigidezza della membrana per qualsiasi meato di progetto. Questo perché lavorando con una pressione maggiore la membrana deve essere più rigida per mantenere il campo di regolazione ottimale.
- a parità di pressione di alimentazione la rigidezza diminuisce all'aumentare del meato di progetto. Questo perché con un'altezza di meato maggiore si riducono le pressioni in gioco, per questo motivo per inflettere la membrana e far sì che la valvola entri in azione la rigidezza del diaframma risulta inferiore.

Dalla Figura 4.19 si può affermare che:

- all'aumentare del rapporto dei diametri si ottengono rigidezze maggiori.
- A parità del rapporto d_{ratio} la rigidezza della membrana cresce al diminuire del meato di progetto. Questo perché lavorando con pressioni maggiori, per ottenere le prestazioni statiche volute, è necessaria una membrana con una rigidezza maggiore.

Infine, confrontando gli andamenti delle Figure 4.18 e 4.19 è possibile vedere come la rigidezza della membrana in funzione della pressione di alimentazione risulta avere un andamento quasi lineare, rispetto all'andamento in funzione del rapporto tra i diametri dove si nota un trend quasi quadratico.

4.1.3 Considerazioni sull'analisi di sensitività

Dai risultati ottenuti è necessario fare comunque alcune considerazioni:

- La tolleranza stabilita a monte dell'analisi di sensitività pari al $\pm 5\%$ del meato di progetto h_{des} è un parametro arbitrario. Variando tale valore i risultati che si ottengono chiaramente cambiano. Questa tolleranza viene decisa a seconda della precisione desiderata, ad esempio, sulle guide rettilinee delle macchine utensili per le quali questi cuscinetti potrebbero essere utilizzati. Inoltre, la tolleranza può essere espressa sia come percentuale del meato di lavoro, sia come valore in micrometri a seconda del caso.
- La pressione di alimentazione P_s è un parametro che non ha senso ottimizzare, in quanto dalla Figura 4.15 è possibile vedere che il meato migliore di lavoro non cambia.
- L'estremo di sinistra P_{1,min} necessario per la linearizzazione dell'andamento dello spostamento della membrana è funzione della distanza di bypass. Questo parametro è funzione degli errori di costruzione dell'ugello e di quelli della membrana ma dipende anche dal montaggio della valvola, in particolare nella fase di precarico della membrana stessa. Per questa trattazione è stato assunto pari a 13 μm poiché alcune prove sperimentali hanno verificato sia un valore plausibile.
- L'altezza di meato di progetto che determina le migliori prestazioni del cuscinetto in termini di aumento di capacità di carico risulta essere $h_{des} = 8 \ \mu m$. Si ottiene un incremento di circa 6/7 volte

la capacità di carico del caso del pattino non compensato. Per avere questi risultati bisogna imporre, a parità di geometria del pattino, i seguenti valori:

h_{des} [μm]	d _{ratio}	P _s [bar]	P_{1,min} [bar]	P_{1,max} [bar]	Δ F ^{±5%} [N]	$\Delta F_{NV}^{\pm 5\%}$ [N]	$\frac{\Delta F^{\pm 5\%} - \Delta F^{\pm 5\%}_{NV}}{\Delta F^{\pm 5\%}_{NV}}\%$
8	0.10	7	$f(x_{bypass})$	$b_c \cdot P_s$	235	30	683 %
Tabella 4.3 Parametri ottimali di progetto							

• Infine, bisogna tener presente che i risultati numerici ottenuti dipendono da un'ipotesi semplificativa a monte molto importante: ovvero che la membrana si comporti come una molla lineare, per cui la sua rigidezza k_m viene ricavata di conseguenza dall'equazione (3.37). Per questo motivo è necessario eseguire prove sperimentali per vedere se effettivamente la membrana abbia una rigidezza approssimabile a quella di una molla quando viene caricata.

4.2 Analisi dinamica

L'analisi dinamica viene eseguita mediante il modello numerico dinamico non lineare (2) e quello linearizzato (3) valutando gli andamenti di rigidezza e smorzamento al variare della frequenza. Successivamente si valuta l'influenza del volume a monte del pattino ($V_1 = V_{valv} + V_{cond} + V_{cavo}$) sulle prestazioni dinamiche.

Si analizzano diversi meati di progetto ($h_{des} = 8, 12, 15 \mu m$). Per ciascuno di questi si considerano i parametri ottimali appena ottenuti dall'analisi di sensitività sulle caratteristiche statiche che vengono riportati in Tabella 4.4.

h _{des} [μm]	P _s [bar]	d_{ratio}
8	7	0.10
12	7	0.20
15	7	0.26

Tabella 4.4 Parametri ottimali per i vari meati di lavoro

Gli andamenti di rigidezza e smorzamento al variare della frequenza sono riportati in Figura 4.20 e 4.21 su un diagramma in scala semi-logaritmica.



Figura 4.20 Rigidezza dinamica al variare della frequenza per diversi meati di lavoro

Analizzando il trend della rigidezza è possibile affermare che:

- il modello linearizzato (3) e il modello non lineare (2) si sovrappongono. Questo ci permette di poter eseguire le successive simulazioni numeriche tramite il modello linearizzato, in quanto come accennato nel precedente capitolo ha tempistiche inferiori.
- per frequenze basse, inferiori a 1 Hz, per i vari meati di lavoro si ottengono buoni valori di rigidezza, superiori per altro a quelli di un pattino commerciale non compensato. Questo significa che per condizioni quasi statiche (0.1 Hz < f < 0.5 Hz), la valvola porta ad avere un miglioramento in termini di rigidezza.
- per tutti i meati di progetto, la rigidezza subisce una netta riduzione per valori di frequenza tra 1 e 5 Hz. Questo è dovuto alla scarsa dinamica della valvola che all'aumentare della frequenza perde gradualmente il suo effetto compensante. Di fatto per valori superiori a 10 Hz la rigidezza ha un andamento pressoché costante.
- tra i vari meati di progetto l'andamento migliore risulta essere quello per h_{des} = 8 μm per il quale si ottengono valori di rigidezza, per frequenze basse (0.1 Hz < f < 0.5 Hz), decisamente maggiori rispetto agli altri. Questo risultato era prevedibile in quanto dall'analisi di sensitività si è arrivati a concludere che per un'altezza di meato h_{des} = 8 μm si ottiene la maggior capacità di carico ΔF in un intorno del ±5 % h_{des}. Questo implica una rigidezza statica maggiore.



Figura 4.21 Smorzamento al variare della frequenza per diversi meati di lavoro

Anche per lo smorzamento, analogamente, si possono fare le stesse considerazioni. È possibile però notare una differenza rispetto all'andamento della rigidezza. Infatti, lo smorzamento tende ad annullarsi fino addirittura ad assumere valori negativi per valori intorno ai 50,60 Hz come è riportato da uno zoom in Figura 4.22. Un coefficiente di smorzamento negativo implica che la forza di smorzamento agisce in direzione opposta amplificando le oscillazioni. Questo potrebbe comportare una condizione di instabilità nel sistema, che però può essere confermata solo eseguendo un'analisi di stabilità tramite, ad esempio, il criterio di Nyquist.



Figura 4.22 Zoom dell'andamento dello smorzamento al variare della frequenza

Infine, si è posta l'attenzione sull'influenza del volume concentrato a monte del pattino V_1 ricavato dall'equazione (3.8) sugli andamenti della rigidezza e dello smorzamento. I risultati delle simulazioni numeriche sono riportati in Figura 4.23 e 4.24.



Figura 4.23 Rigidezza dinamica al variare della frequenza per diversi valori di volume V_1



Figura 4.24 Smorzamento al variare della frequenza per diversi valori di volume V_1

Gli andamenti sono ottenuti per due diversi valori di meato ($h_{des} = 8 \ \mu m \ e \ h_{des} = 12 \ \mu m$) e per diversi valori di volume V_1 ($0.5 \cdot V_1$, V_1 e $10 \cdot V_1$). È possibile quindi affermare che:

- a prescindere dal volume si ottengono valori di rigidezza e smorzamento maggiori per un'altezza di meato $h_{des} = 8 \ \mu m$, ma relativi sempre a condizioni di lavoro quasi statiche (0.1 Hz < f < 1 Hz). Questo risultato era prevedibile in quanto già ottenuto dall'analisi di sensitività precedente.
- a parità di meato si ottiene un valore di rigidezza maggiore se si riduce il volume V_1 . Viceversa, lo smorzamento aumenta se si considera un volume V_1 maggiore.

Capitolo 5

5. Conclusioni ed eventuali sviluppi futuri

Il lavoro svolto verte sullo studio delle prestazioni di un prototipo di cuscinetto ad aria compressa compensato passivamente che consiste nell'integrazione di due elementi: una valvola a membrana collegata a un pattino rettangolare con quattro fori e una ragnatura a sezione triangolare. Il sistema è stato semplificato tramite schemi funzionali da cui è stato sviluppato un modello a parametri concentrati.

L'obiettivo è stato in primo luogo quello di definire una procedura progettuale per individuare i parametri ottimali per la valvola da integrare al pattino sulla base delle richieste del cliente per poi, con questi, valutare la risposta dinamica del sistema.

I punti principali ed i relativi risultati ottenuti risultano essere:

- 1. Definizione degli estremi di linearizzazione ($P_{1,min}$, $P_{1,max}$) dello spostamento della membrana x in funzione della pressione P_1 della camera della valvola che in conclusione sono assunti come:
 - $P_{1,min} = f(x_{bypass} = 13 \ \mu m)$
 - $P_{1,max} = b_c \cdot P_s = 0.5283 \cdot P_s$
- 2. Analisi di sensitività al variare di alcuni parametri con lo scopo di avere un incremento di capacità di carico in un range del meato di lavoro. È stata analizzata l'influenza dei seguenti parametri:
 - Rapporto critico delle pressioni b_c : il risultato che ne deriva è che non comporta variazioni significative di capacità di carico.
 - Pressione di alimentazione P_s all'ugello della valvola. La pressione di alimentazione ottimale risulta essere 7 bar. Inoltre, variando questa pressione non cambia il punto ottimale di lavoro.
 - Rapporto tra il diametro dell'ugello della valvola (d_n) e quello del foro del pattino (d_p) indicato come d_{ratio} . Si è visto che esiste un rapporto tra i diametri d_{ratio} che massimizza la capacità di carico che risulta diverso a seconda del meato di progetto che si considera, ad esempio, per $h_0 = 8 \ \mu m$ il miglior valore risulta essere $d_{ratio} = 0.10$, mentre per $h_0 = 12 \ \mu m$ risulta $d_{ratio} = 0.20$.
- 3. Dall'analisi parametrica sulle caratteristiche statiche è stato riscontrato il meato che presenta la massima variazione di capacità di carico in assoluto per un intorno del $\pm 5\%$ del meato desiderato h_{des} a parità di condizioni geometriche del pattino. La condizione migliore si ottiene quindi per $h_{des} = 8$ µm imponendo una pressione di alimentazione P_s di 7 bar e un rapporto d_{ratio} di 0.10. Con questi parametri si ottiene un incremento di circa 6/7 volte la variazione di carico nell'intorno del $\pm 5\%$ del meato.
- 4. Infine, un'analisi dinamica per valutare la risposta del sistema in termini di rigidezza e smorzamento a un carico esterno sinusoidale al variare sia della frequenza sia del volume a monte del pattino. Il risultato che ne viene fuori è che:
 - in condizioni quasi statiche (0.1 Hz < f < 1 Hz) il cuscinetto presenta dei miglioramenti sia per quanto riguarda la rigidezza sia per lo smorzamento; per altro i parametri migliori si ottengono sempre per un meato di 8 μ m. Per frequenze superiori il sistema presenta una scarsa dinamica, la valvola infatti non riesce a compensare la variazione repentina di meato.
 - L'aumento del volume V_1 riduce la rigidezza del cuscinetto a fronte di un aumento di smorzamento in condizioni quasi statiche. Per frequenze alte non c'è una grande differenza, in quanto il sistema ha comunque una scarsa dinamica. Viceversa, una riduzione del volume porta ad un miglioramento della rigidezza, ma sempre in condizioni quasi statiche. L'aumento del volume V_1 quindi è da considerarsi un fattore negativo in quanto il metodo di compensazione passivo ha lo scopo di ottenere una rigidezza statica che tende ad infinito, anche se c'è un miglioramento in termini di smorzamento.

Eventuali sviluppi futuri per continuare il lavoro di ricerca nell'ambito di questa trattazione possono essere:

- Eseguire una caratterizzazione di membrane per cercare una correlazione tra la rigidezza numerica e la rigidezza sperimentale.
- Valutare la presenza di zone di instabilità analizzando la funzione di trasferimento in anello chiuso W(s) mediante il criterio di Nyquist.
- Eseguire prove di natura statica e dinamica per caratterizzare il sistema valvola pattino e valutare l'effettivo incremento di capacità di carico ottenuto dalle simulazioni numeriche.

Appendice

In questa sezione sono riportati i disegni quotati degli elementi che compongono la valvola.

SOLIDWORKS Educational Product. Solo per uso didattico.			33		¢	E	\geq					\in	Ē		в						
		DESCRIZIONE ASSI	OGGETTO	Q.TA'								~	2		/ SEZIONE B-B					13	
Corso Duca de	Polit	eme valvola c nita di foro per		Accidio I	15	14	13	12	11	10	6	8	7	6	5	4	ы	2	1	Num. articolo	$\begin{array}{c c} & & \\ & &$
gli Abruzzi 24 - 10129 Torino	ecnico di	on parte interiore l'adattatore		bonificato	Vite ISO 1207 M3x16	Distanziale	Tappo	Grano M3	O-RING	O-RING	O-RING	O-RING	Boccola filettata	Componente superiore	Ugello	Molla	Componente intermedia	Membrana Ø 12.4	Componente inferiore con foro filettato	Num. parte	
FOCIUD A3 1/1 Disegno N.			SQUADRA E CORSO SCALA	Autore 04	-			Standa: 9SH137M	NORMATEC: ORM 0095-10	NORMATEC: ORM 0015-10	NORMATEC: ORM 0035-10	NORMATEC: ORM 0045-10	Standa: 9SH137M			RAYMOND: C0420-035-0500M				Descrizione	
	\oplus	14/04/2023	3:1	04/2023	6	1	2	1	_	_	_	_	_	1	1	1	1	1	1	Quantità	











Bibliografia

[1] M. Fourka e M. Bonis, «Comparison between externally pressurized gas thrust bearings with different orifice and porous feeding systems», *Wear*, vol. 210, fasc. 1–2, pp. 311–317, set. 1997, doi: 10.1016/S0043-1648(97)00079-3.

[2] M. Miyatake e S. Yoshimoto, «Numerical investigation of static and dynamic characteristics of aerostatic thrust bearings with small feed holes», *Tribol. Int.*, vol. 43, fasc. 8, pp. 1353–1359, ago. 2010, doi: 10.1016/j.triboint.2010.01.002.

[3] U. Nishio, K. Somaya, e S. Yoshimoto, «Numerical calculation and experimental verification of static and dynamic characteristics of aerostatic thrust bearings with small feedholes», *Tribol. Int. - TRIBOL INT*, vol. 44, pp. 1790–1795, nov. 2011, doi: 10.1016/j.triboint.2011.07.004.

[4] G. Belforte, F. Colombo, T. Raparelli, A. Trivella, e V. Viktorov, «Experimental Analysis of Air Pads with Micro Holes», *Tribol. Trans.*, vol. 56, fasc. 2, pp. 169–177, mar. 2013, doi: 10.1080/10402004.2012.734547.

[5] G. BELFORTE, F. COLOMBO, T. RAPARELLI, A. TRIVELLA, e V. VIKTOROV, «Study of a gas thrust bearing with supply grooves», in *Proceedings of the JFPS international symposium on fluid power*, 2008, vol. 2008, fasc. 7–2, pp. 515–520.

[6] G. Belforte, F. Colombo, T. Raparelli, A. Trivella, e V. Viktorov, «Comparison between grooved and plane aerostatic thrust bearings: static performance», *Meccanica*, vol. 46, pp. 547–555, 2011.

[7] M.-F. Chen e Y.-T. Lin, «Static behavior and dynamic stability analysis of grooved rectangular aerostatic thrust bearings by modified resistance network method», *Tribol. Int.*, vol. 35, fasc. 5, pp. 329–338, 2002.

[8] W. B. Rowe, *Hydrostatic, aerostatic and hybrid bearing design*. Elsevier, 2012.

[9] Y. Li e H. Ding, «Influences of the geometrical parameters of aerostatic thrust bearing with pocketed orifice-type restrictor on its performance», *Tribol. Int.*, vol. 40, fasc. 7, pp. 1120–1126, 2007.

[10] X.-D. Chen e X.-M. He, «The effect of the recess shape on performance analysis of the gas-lubricated bearing in optical lithography», *Tribol. Int.*, vol. 39, fasc. 11, pp. 1336–1341, nov. 2006, doi: 10.1016/j.triboint.2005.10.005.

[11] Q. Gao, W. Chen, L. Lu, D. Huo, e K. Cheng, «Aerostatic bearings design and analysis with the application to precision engineering: State-of-the-art and future perspectives», *Tribol. Int.*, vol. 135, pp. 1–17, lug. 2019, doi: 10.1016/j.triboint.2019.02.020.

[12] L. Lentini, M. Moradi, e F. Colombo, «A historical review of gas lubrication: From Reynolds to active compensations», *Tribol. Ind.*, vol. 40, fasc. 2, p. 165, 2018.

[13] P. M. Newgard e R. L. Kiang, «Elastic orifices for pressurized gas bearings», *ASLE Trans.*, vol. 9, fasc. 3, pp. 311–317, 1966.

[14] E. Blondeel, R. Snoeys, e L. Devrieze, «Dynamic Stability of Externally Pressurized Gas Bearings», *J. Lubr. Technol.*, vol. 102, fasc. 4, pp. 511–519, ott. 1980, doi: 10.1115/1.3251588.

[15] S. Yoshimoto, Y. Anno, e Y. Hirakawa, «Aerostatic Thrust Bearing with a Self-Controlled Restrictor Employing a Floating Disk: Static Characteristics», *JSME Int. J. Ser C Dyn. Control Robot. Des. Manuf.*, vol. 37, fasc. 2, pp. 369–375, 1994.

[16] D. Ghodsiyeh, F. Colombo, T. Raparelli, A. Trivella, e V. Viktorov, «Diaphragm valve-controlled air thrust bearing», *Tribol. Int.*, vol. 109, pp. 328–335, mag. 2017, doi: 10.1016/j.triboint.2016.12.036.

[17] S. Morosi e I. F. Santos, «Active lubrication applied to radial gas journal bearings. Part 1: Modeling», *Tribol. Int.*, vol. 44, fasc. 12, pp. 1949–1958, nov. 2011, doi: 10.1016/j.triboint.2011.08.007.

[18] H. Mizumoto, S. Arii, Y. Kami, K. Goto, T. Yamamoto, e M. Kawamoto, «Active inherent restrictor for air-bearing spindles», *Precis. Eng.*, vol. 19, fasc. 2–3, pp. 141–147, ott. 1996, doi: 10.1016/S0141-6359(96)00041-4.

[19] S.-K. Ro, S. Kim, Y. Kwak, e C. H. Park, «A linear air bearing stage with active magnetic preloads for ultraprecise straight motion», *Precis. Eng.*, vol. 34, fasc. 1, pp. 186–194, gen. 2010, doi: 10.1016/j.precisioneng.2009.06.010.

[20] F. Colombo, D. Maffiodo, e T. Raparelli, «Active Gas Thrust Bearing With Embedded Digital Valves and Backpressure Sensors», *Tribol. Trans.*, vol. 60, fasc. 5, pp. 807–813, set. 2017, doi: 10.1080/10402004.2016.1213344.

[21] G. Belforte, T. Raparelli, V. Viktorov, e A. Trivella, «ANALYSIS OF STEADY AND TRANSIENT CHARACTERISTICS OF PNEUMATIC CONTROLLED AIR BEARING», *Proc. JFPS Int. Symp. Fluid Power*, vol. 2002, fasc. 5–3, pp. 699–704, 2002, doi: 10.5739/isfp.2002.699.

[22] F. Colombo, L. Lentini, T. Raparelli, e V. Viktorov, «Actively compensated aerostatic thrust bearing: design, modelling and experimental validation», *Meccanica*, vol. 52, fasc. 15, pp. 3645–3660, dic. 2017, doi: 10.1007/s11012-017-0689-y.

[23] G. Aguirre, F. Al-Bender, e H. Van Brussel, «A multiphysics model for optimizing the design of active aerostatic thrust bearings», *Precis. Eng.*, vol. 34, fasc. 3, pp. 507–515, lug. 2010, doi: 10.1016/j.precisioneng.2010.01.004.

[24] N. Maamari, A. Krebs, S. Weikert, e K. Wegener, «Centrally fed orifice based active aerostatic bearing with quasi-infinite static stiffness and high servo compliance», *Tribol. Int.*, vol. 129, pp. 297–313, gen. 2019, doi: 10.1016/j.triboint.2018.08.024.

[25] F. Al-Bender, «On the modelling of the dynamic characteristics of aerostatic bearing films: From stability analysis to active compensation», *Precis. Eng.*, vol. 33, fasc. 2, pp. 117–126, apr. 2009, doi: 10.1016/j.precisioneng.2008.06.003.

[26] D. Ghodsiyeh, F. Colombo, L. Lentini, T. Raparelli, A. Trivella, e V. Viktorov, «An infinite stiffness aerostatic pad with a diaphragm valve», *Tribol. Int.*, vol. 141, p. 105964, gen. 2020, doi: 10.1016/j.triboint.2019.105964.

[27] F. Colombo, L. Lentini, T. Raparelli, A. Trivella, e V. Viktorov, «Design and Analysis of an Aerostatic Pad Controlled by a Diaphragm Valve», *Lubricants*, vol. 9, fasc. 5, p. 47, apr. 2021, doi: 10.3390/lubricants9050047.

[28] L. Lentini, F. Colombo, A. Trivella, T. Raparelli, e V. Viktorov, «On the Design of a Diaphragm Valve for Aerostatic Bearings», *E3S Web Conf.*, vol. 197, p. 07006, 2020, doi: 10.1051/e3sconf/202019707006.

[29] F. Colombo, L. Lentini, T. Raparelli, A. Trivella, e V. Viktorov, «Dynamic behaviour and stability analysis of a compensated aerostatic pad», *E3S Web Conf.*, vol. 312, p. 05003, 2021, doi: 10.1051/e3sconf/202131205003.

[30] F. Colombo, L. Lentini, T. Raparelli, A. Trivella, e V. Viktorov, «Air Pad Controlled by Means of a Diaphragm-Valve: Static and Dynamic Behaviour», in *Advances in Italian Mechanism Science*, vol. 91, V. Niola e A. Gasparetto, A c. di Cham: Springer International Publishing, 2021, pp. 699–710. doi: 10.1007/978-3-030-55807-9_78.