POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Studio aerodinamico di una schiera di turbina in regime supersonico

Relatori
Prof. Andrea Ferrero
Prof. Francesco Larocca

Candidato
Vincenzo Terranova

Anno accademico 2022-2023

Sommario

Il presente lavoro di tesi si pone come obiettivo lo studio aerodinamico di una schiera rotorica di una turbina supersonica, con l'utilizzo del software commerciale di simulazione CFD (Computational Fluid Dynamics) Ansys® Fluent. Questo tipo di turbomacchina è caratterizzato da un'elevata potenza specifica ed è capace di elaborare elevati salti di pressione con un minor numero di stadi, permettendo una riduzione delle dimensioni, del peso complessivo e dei costi di produzione e operativi. Un flusso supersonico è caratterizzato dalla presenza di urti, ventagli d'espansione e linee di Mach, e dalla loro interazione. Vista la complessità del campo di moto, è necessario effettuare un'attenta analisi durante la progettazione e la simulazione delle condizioni operative, per evitare un forte decadimento delle prestazioni. In questa trattazione verranno in primo luogo discussi i metodi di costruzione delle palette e i fenomeni presenti in campi di moto supersonici fortemente turbolenti. Si passa poi allo studio del modello fisico, in particolare alla descrizione delle equazioni RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations) per un fluido compressibile 2D, quindi con media di Favre e modello di turbolenza Spalart-Allmaras per la chiusura. Si genera dunque la geometria del profilo e la mesh, adottando delle soluzioni che evitino una forte distorsione della griglia di calcolo. Dopo aver definito le condizioni al contorno e aver inizializzato la soluzione, sono state effettuate due tipi di analisi: la prima in condizioni di progetto; la seconda in condizioni fuori progetto.

Indice

Introduzione

Il comportamento di un fluido può essere descritto attraverso le equazioni differenziali di conservazione della massa, della quantità di moto e dell'energia, anche note come Equazioni di Navier-Stokes. Esse non hanno una soluzione analitica e, di conseguenza, lo studio di casi pratici viene principalmente affrontato con due approcci: quello sperimentale e quello della CFD (Computational Fluid Dynamics). Quest'ultima permette di simulare il comportamento del fluido e delle turbomacchine in varie condizioni di funzionamento, attraverso l'utilizzo del calcolatore e di metodi numerici. La soluzione numerica approssimata delle equazioni di governo si traduce in una riduzione di tempi e costi rispetto agli esperimenti in galleria del vento. Inoltre, la CFD permette di studiare campi di moto complessi, simulare numerose condizioni e ottenere risultati per certe zone del campo di moto dove potrebbe essere difficile avere accesso con delle sonde, senza allo stesso tempo introdurre disturbi. L'attività sperimentale viene ancora oggi portata avanti ed è fondamentale nella validazione dei risultati ottenuti attraverso l'analisi numerica.
Un campo di moto con flusso supersonico (numero di Mach maggiore di 1) è caratterizzato dalla presenza di urti, ventagli d'espansione e linee di Mach, e dalla loro interazione. La loro natura dipende da vari fattori, quali le condizioni di lavoro del fluido e la geometria del problema in esame. Nel campo delle turbomacchine supersoniche si necessita uno studio approfondito degli effetti e delle perdite che altrimenti non si avrebbero, o comunque si avrebbero in quantità minore, se il flusso fosse completamente subsonico. Gli urti, infatti, introducono degli effetti dissipativi che si manifestano attraverso la perdita di pressione totale tra monte e valle. Un problema aggiuntivo è dato dal gradiente avverso di pressione nel tratto discendente del profilo, che può

portare a separazione e stallo. Anche l'interazione urto-strato limite può portare a separazione nella parete dorsale. Nel caso di alte deflessioni, inoltre, bisogna attenzionare la presenza di flussi secondari e della vorticità. L'insieme di questi fenomeni, se mal gestiti, favorisce la nascita di non stazionarietà nel flusso tra una paletta e l'altra, che provocherebbe un danneggiamento della struttura per via di forze ciclicamente variabili su di esse. Di conseguenza, si otterrebbe un funzionamento della turbomacchina lontano dal punto di progetto e, quindi, un eccessivo decadimento delle prestazioni.
Il vantaggio di lavorare con turbomacchine in regime supersonico è quello di ottenere, a fronte di un'efficienza minore e campi di moto più complessi, un elevato lavoro attraverso un numero di stadi ridotto, portando a delle dimensioni e peso minori.
La presente trattazione si inserisce in questo ambito e prevede lo studio attraverso la CFD di una schiera rotorica di una turbina supersonica, già oggetto di precedenti analisi sperimentali (effettuate presso la galleria transonica del CNPM) e numeriche (precedente lavoro di tesi magistrale). L'analisi viene effettuata all'interno dell'ambiente Ansys® Workbench, partendo dalla definizione della geometria, passando alla costruzione della griglia di calcolo e la conseguente simulazione numerica attraverso la versione studenti di Ansys® Fluent, tenendo conto delle varie accortezze che questo tipo di problemi richiede. Attraverso il software vengono risolte le equazioni di Navier-Stokes mediate nel tempo, che vanno sotto il nome di Reynolds-Averaged Navier Stokes equations (RANS) per flussi compressibili, il cui impiego è molto diffuso nello studio dei flussi turbolenti.
L'obiettivo è quindi, in prima fase, lo studio del comportamento del rotore in condizioni nominali e delle strutture che caratterizzano il flusso in esame, con una valutazione delle strategie migliori per la risoluzione. In secondo luogo, si procede ad una variazione delle condizioni di funzionamento discostandosi dal punto di progetto, e quindi alla valutazione degli effetti che ne conseguono.

Capitolo 1

Turbine supersoniche

Le turbine supersoniche riescono a fornire un'elevata potenza specifica, che permette una riduzione del numero di stadi, quindi del peso, e dei costi di produzione e operativi. Per questa fondamentale caratteristica sono state oggetto di interesse sin dai primi anni '50, trovando ancora oggi una delle maggiori applicazioni nei lanciatori [1]. Per le applicazioni spaziali, infatti, uno dei requisiti principali è quello di avere una struttura più leggera e compatta possibile. Inoltre, i tempi di funzionamento brevi ne giustificano l'utilizzo anche a scapito di una minore efficienza. Più recentemente, lo studio di questo tipo di turbomacchine si sta espandendo a motori dove si beneficia dell'utilizzo di una palettatura di alta pressione con tratti transonici, come la produzione di energia [2] e i PDE (Pulse Detonation Engine) [3].
Il regime supersonico entro cui lavorano queste turbine impone una modifica della geometria delle tipiche palette per il campo subsonico. Si necessita, infatti, di profili statorici che creano un condotto convergente-divergente per fare passare il flusso da subsonico in ingresso a supersonico, nonché di profili rotorici con bordi d'attacco appuntiti, in modo da mantenere gli urti attaccati e garantire la corretta deflessione della corrente.
Per il design del rotore è possibile scegliere tra due metodi: il *corner-flow method* e il *vortex-flow field method*, come possibile vedere in Figura 1.1.
La geometria oggetto di studio della presente trattazione è stata costruita seguendo il *vortex-flow field method*, dove il flusso parallelo in ingresso viene convertito in un campo vorticoso attraverso un arco di transizione. Il flusso viene poi deflesso attraverso un arco circolare superiore e l'arco di transizione

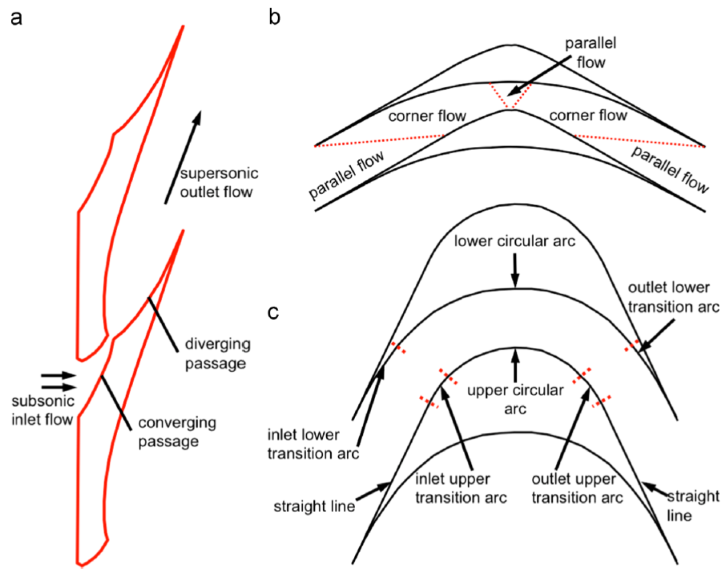

Figura 1.1. a. Design dello statore; b. Design del rotore con il corner-flow method; c. Design del rotore con il vortex-flow field method.

finale porta ad un flusso uniforme parallelo all’uscita [4]. Nella realtà non è possibile ricreare un bordo d’attacco con lo spigolo vivo, e si taglia il profilo nel suo intorno creando una rampa (Figura 1.2).

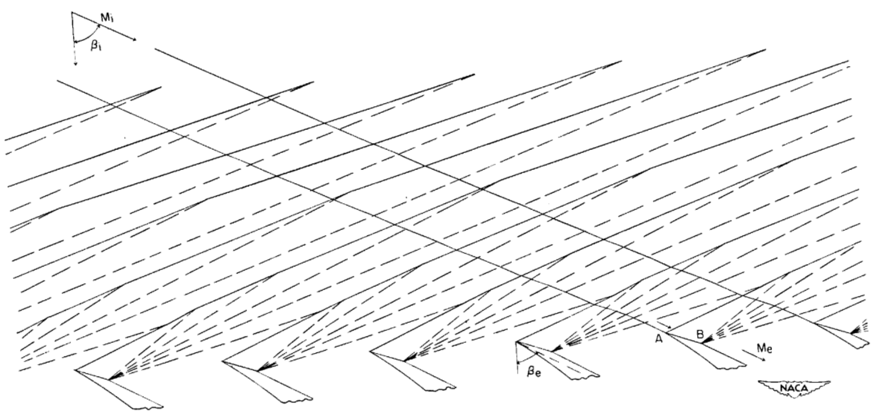

Figura 1.2. Schiere di profili investiti da Mach relativo supersonico e assialmente subsonico [5].

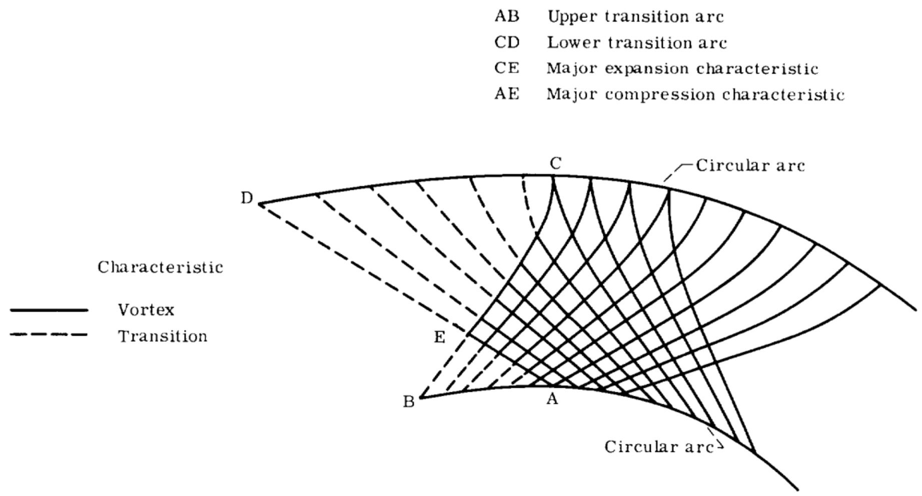

Figura 1.3. Linee caratteristiche nel canale interpalare.

Le principali problematiche da gestire sono:

- Possibile disinnesco dovuto alla presenza di un urto normale nella sezione di ingresso, che può essere studiato indagando il Mach di ingresso e il rapporto tra area d'ingresso e area di gola [6]. La macchina si assesta quindi ad un corretto funzionamento in funzione della relazione che lega il Mach di ingresso e l'incidenza del flusso, secondo il fenomeno di *incidenza unica* [7][8];

- Separazione del flusso per via di un gradiente avverso di pressione, dovuto ad una grande deflessione del flusso;

- Interazione urto-strato limite e fenomeni non stazionari [9][10].

Capitolo 2

Modello fisico

2.1 Panoramica sui possibili approcci CFD

Un campo contenente un flusso in movimento può essere descritto con le equazioni differenziali di Navier-Stokes, ovvero con le leggi di conservazione della massa, della quantità di moto e dell'energia, che non hanno però una soluzione analitica nella loro forma esatta. Un flusso supersonico è caratterizzato dalla presenza di urti, ventagli d'espansione e linee di Mach, e dalla loro interazione [11]. Nel caso di flussi turbolenti, quindi con alti numeri di Reynolds, risulta estremamente difficile e dispendioso portare a termine una simulazione diretta delle equazioni, la cosiddetta *Direct Numerical Simulation* (DNS) [12]. Essa costituisce uno strumento importante per comprendere le strutture turbolente sulle diverse scale, per indagare la transizione da campo laminare a campo turbolento e per lo sviluppo di nuovi modelli di turbolenza. Per applicazioni ingegneristiche, tuttavia, gli effetti della turbolenza possono essere studiati solo in modo approssimato, attraverso modelli di varia complessità. La *Large-Eddy Simulation* (LES) raggiunge il primo livello di approssimazione, con una risoluzione accurata delle grandi scale di turbolenza e un'approssimazione degli effetti delle piccole scale di turbolenza. Tuttavia, trattandosi di simulazioni tridimensionali e instazionarie, rimangono molto dispendiose dal punto di vista computazionale. Il livello successivo di approssimazione viene raggiunto attraverso le *Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations* (RANS), ovvero le equazioni di Navier-Stokes mediate nel tempo, per la prima volta formulate da Osborne Reynolds per flussi viscosi

incompressibili [13]. Le equazioni di bilancio vengono scritte introducendo la decomposizione "alla Reynolds", dove le varie grandezze istantanee presenti nelle equazioni di Navier-Stokes vengono considerate come somma di una componente media (stazionaria) e una componente fluttuante (dipendente dal tempo) attorno alla media.
Per le componenti di velocità si ha:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \tag{2.1}$$

dove $\bar{u}_i$ e u'_i sono rispettivamente le componenti di velocità media e fluttuante ($i = 1, 2$). Ciò vale per la pressione e le altre quantità scalari:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \tag{2.2}$$

dove ϕ denota una grandezza scalare, quale la pressione, l'energia, o la concentrazione di specie.

2.2 Equazioni RANS per flusso compressibile

Nel presente lavoro di tesi vengono risolte le RANS adattate ad un fluido compressibile 2D [14]. Nel caso di flussi compressibili si applica la media alla Reynolds per la densità $\bar{\rho}$ e la pressione $\bar{p}$, mentre una media alla Favre [15] per la velocità $\tilde{u}_i$, l'energia totale $\tilde{E}$, l'entalpia $\tilde{H}$ e la temperatura $\tilde{T}$, tutte intese per unità di volume; quella di Favre è una media pesata con la densità mediata alla Reynolds ($\bar{\rho}$).
Si possono quindi ricavare le seguenti equazioni:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_l}{\partial x_l}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(-\rho\overline{u'_i u'_j}\right) \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_i}\left[u_i(\rho E + p)\right] = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\lambda + \frac{c_p \mu_t}{Pr_t}\right)\frac{\partial T}{\partial x_j} + u_i\left(\tau_{ij}\right)_{eff}\right] + S_h \tag{2.5}$$

La chiusura delle equazioni viene realizzata attraverso l'introduzione di un modello di turbolenza, come è possibile vedere nelle sezioni successive. Inoltre, è necessario effettuare la discretizzazione, definire le condizioni al contorno del problema e inizializzare la soluzione. Tutto ciò verrà invece approfondito nel capitolo successivo.
Il termine $-\rho\overline{u_i'u_j'}$ rappresenta gli sforzi di Reynolds, che sono legati ai gradienti della velocità media secondo l'ipotesi di Boussinesq con la seguente relazione:

$$-\rho\overline{u_i'u_j'} = \mu_t\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\left(\rho k + \mu_t\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right)\delta_{ij} \tag{2.6}$$

dove μ_t rappresenta la viscosità turbolenta, λ la conducibilità termica, δ_{ij} il delta di Kronecker, κ l'energia cinetica turbolenta.
Lo strato limite turbolento, a differenza di quello laminare, è caratterizzato da una struttura multistrato e in ogni tipica zona la distribuzione della velocità è descritta da una legge specifica. Il profilo di velocità viene scritto in una forma adimensionale introducendo una distanza e una velocità di normalizzazione.
Vengono definite:

$$l_\tau = \frac{\nu}{u_\tau} \tag{2.7}$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{2.8}$$

con l_τ lunghezza di attrito, u_τ velocità di attrito. La distanza dalla parete y e la corrispondente velocità diventano:

$$y^+ = \frac{y}{l_\tau} \tag{2.9}$$

$$u^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau} \tag{2.10}$$

Il profilo viene quindi dato nella forma: $u^+ = f(y^+)$.
La grandezza delle celle vicino a parete dipende dal numero di Reynolds,

in quanto lo spessore dello strato limite diminuisce all'aumentare del *Re* (e quindi al diminuire della viscosità dinamica), necessitando un'alta risoluzione della griglia. Un flusso ad alto numero di Mach risente degli effetti della compressibilità e di un conseguente riscaldamento dello strato limite, che diventa più spesso: questo permette di applicare una griglia leggermente più rada e quindi costituisce un vantaggio dal punto di vista computazionale.

2.2.1 Modello di turbolenza di Spalart-Allmaras

Il primo modello a cui si può fare ricorso è quello di *Spalart-Allmaras* [16][17]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{\nu})+\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\tilde{\nu}u_i) = G_\nu+\frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}}\left[\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{(\mu+\rho\tilde{\nu})\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j}\right\}+C_{b2}\rho\left(\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j}\right)^2\right]-Y_\nu+S_{\tilde{\nu}} \tag{2.11}$$

La variabile trasportata nell'Eq. 2.11 è $\tilde{\nu}$, identica alla viscosità cinematica turbolenta, fatta eccezione per la regione vicino a parete. G_ν è la produzione di viscosità turbolenta, Y_ν la distruzione di viscosità turbolenta, $\sigma_{\tilde{\nu}}$ e C_{b2} sono due costanti, ν è la viscosità cinematica, $S_{\tilde{\nu}}$ è un termine sorgente.
La viscosità turbolenta μ_t è definita da

$$\mu_t = \rho\tilde{\nu}f_{v1} \tag{2.12}$$

dove la funzione di smorzamento viscoso è data da

$$f_{\nu 1} = \frac{\chi^3}{\chi^3+C_{\nu 1}^3} \tag{2.13}$$

e

$$\chi \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \tag{2.14}$$

Il termine G_ν è modellato come

$$G_\nu = C_{b1}\rho\tilde{S}\tilde{\nu} \tag{2.15}$$

dove

$$\tilde{S} \equiv S+\frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2}f_{\nu 2} \tag{2.16}$$

e

$$f_{\nu 2} = 1-\frac{\chi}{1+\chi f_{\nu 1}} \tag{2.17}$$

C_{b1} e κ sono costanti, d è la distanza dalla parete, S è basata sulla grandezza della vorticità:

$$S \equiv \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \tag{2.18}$$

dove Ω_{ij} è il tensore velocità media di rotazione ed è definito da

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{2.19}$$

Il termine di distruzione può essere definito come:

$$Y_\nu = C_{w1}\rho f_w \left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2 \tag{2.20}$$

con

$$f_w = g\left[\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6}\right]^{1/6} \quad g = r + C_{w2}\left(r^6 - r\right) \quad r \equiv \frac{\tilde{v}}{\tilde{S}^2_{\kappa^2 d^2}} \tag{2.21}$$

Le costanti del modello $C_{b1}, C_{b2}, \sigma_{\tilde{v}}, C_{v1}, C_{w1}, C_{w2}, C_{w3}$ e κ hanno i seguenti valori:

$$C_{b1} = 0.1355, C_{b2} = 0.622, \sigma_{\tilde{\nu}} = \frac{2}{3}, C_{\nu 1} = 7.1$$

$$C_{w1} = \frac{C_{b1}}{\kappa^2} + \frac{(1 + C_{b2})}{\sigma_{\tilde{\nu}}}, C_{w2} = 0.3, C_{w3} = 2.0, \kappa = 0.4187$$

Nell'eq. 2.5, il termine $(\tau_{ij})_{eff}$, chiamato *deviatoric stress tensor* è definito come:

$$(\tau_{ij})_{eff} = \mu_{eff}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) - \frac{2}{3}\mu_{eff}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij} \tag{2.22}$$

Nella sua forma originale, nel modello di Spalart-Allmaras è consigliato avere una risoluzione maggiore della griglia di strato limite nella zona vicino a parete, con valori di $y^+ < 5$. In Ansys® Fluent questo modello è stato esteso con un y^+*-insensitive wall treatment*, che permette l'applicazione del modello indipendentemente dalla risoluzione y^+ vicino a parete. Su griglie intermedie ($1 < y^+ < 30$) la formulazione mantiene la sua integrità e fornisce risultati consistenti. É tuttavia necessario che la griglia di strato limite includa una risoluzione minima che vada dai 10 ai 15 layers. Il software quindi fa un blending delle varie formulazioni delle variabili, partendo dal *viscous sublayer*

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \tag{2.23}$$

ai corrispondenti valori del *logarithmic layer* in dipendenza dal y^+

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln E \left(\frac{\rho u_\tau y}{\mu} \right) \tag{2.24}$$

dove u è la velocità parallela alla parete, $\kappa = 0.4187$ (costante di von Karman) ed $E = 9.793$. Nella zona di *buffer layer*, dove si hanno y^+ intermedi ($1 < y^+ < 30$), è presente una legge di raccordo tra le due precedenti.

2.2.2 Modello di turbolenza SST k-ω

Il secondo modello considerato in questo lavoro è lo *Shear Stress Transport k-ω (SST k-ω)* [18], che combina gli aspetti positivi del modello k-ω di Wilcox [19] (applicato nel sottostrato viscoso e nella zona logaritmica dello strato limite) con un modello k-ϵ per alti numeri di Reynolds, applicato nelle zone restanti e al di fuori dello strato limite.

Le equazioni di trasporto per l'energia cinetica turbolenta e la dissipazione specifica della turbolenza si possono scrivere nel seguente modo:

$$\begin{gathered}
\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu_L + \sigma_k \mu_T)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + \tau_{ij}^F S_{ij} - \beta^* \rho \omega k \\
\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_j \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu_L + \sigma_\omega \mu_T)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] + \frac{C_\omega \rho}{\mu r}\tau_{ij}^F S_{ij} + \\
-\beta \rho \omega^2 + 2(1 - f_1)\frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}
\end{gathered} \tag{2.25}$$

I termini a destra dell'uguale rappresentano rispettivamente la diffusione conservativa, la produzione di viscosità cinematica e la dissipazione. L'ultimo termine nell'equazione di ω descrive la cross-diffusione. τ_{ij}^F sono gli sforzi turbolenti mediati alla Favre, S_{ij} il tensore di velocità di trasformazione. La viscosità dinamica turbolenta si ottiene da

$$\mu_t = \frac{a_1 \rho k}{\max\left(a_1 \omega, f_2 \| \operatorname{curl} \vec{v} \|_2\right)} \tag{2.26}$$

Questa definizione garantisce che nel caso di un gradiente di pressione avverso nello strato limite, dove la produzione di k è maggiore della sua dissipazione ω (quindi $(a_1 \omega < f_2 \| \operatorname{curl} \vec{v} \|_2)$, venga soddisfatta l'assunzione di Bradshaw che gli sforzi viscosi siano proprorzionali all'energia cinetica turbolenta. La funzione f_1 combina i coefficienti dei modelli k-ω e k-ϵ:

$$f_1 = \tanh\left(\arg_1^4\right) \tag{2.27}$$

con

$$\arg_1 = \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0.09 \omega d}, \frac{500 \mu_L}{\rho \omega d^2}\right), \frac{4 \rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} d^2}\right] \tag{2.28}$$

dove d è la distanza dalla parete più vicina, mentre $CD_{k\omega}$ è la parte positiva del termine di cross-diffusione

$$CD_{k\omega} = \max\left(2 \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20}\right) \tag{2.29}$$

La funzione ausiliaria f_2 è data da

$$f_2 = \tanh\left(\arg_2^2\right) \tag{2.30}$$

con

$$\arg_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{0.09 \omega d}, \frac{500 \mu_L}{\rho \omega d^2}\right) \tag{2.31}$$

Le costanti del modello sono le seguenti:

$$a_1 = 0.31, \quad \beta^* = 0.09, \quad \kappa = 0.41. \tag{2.32}$$

Infine, i coefficienti del modello di turbolenza SST β, C_ω, σ_k e σ_ω sono ottenuti combinando i coefficienti del modello k-ω (ϕ_1) con quelli del modello k-ϵ trasformato (ϕ_2) secondo la relazione

$$\phi = f_1 \phi_1 + (1 - f_1) \phi_2 \tag{2.33}$$

I coefficienti del modello k-ω sono pari a

$$\sigma_{K1} = 0.85, \quad \sigma_{\omega 1} = 0.5, \quad \beta_1 = 0.075$$

$$C_{\omega 1} = \beta_1/\beta^* - \sigma_{\omega 1}\kappa^2/\sqrt{\beta^*} = 0.533$$

mentre i coefficienti del modello k-ϵ sono pari a

$$\sigma_{K2} = 1.0, \quad \sigma_{\omega 2} = 0.856, \quad \beta_2 = 0.0828$$

$$C_{\omega 2} = \beta_2/\beta^* - \sigma_{\omega 2}\kappa^2/\sqrt{\beta^*} = 0.440.$$

Questo modello di turbolenza richiede una risoluzione della griglia di strato limite tale per cui si abbiano valori di $y^+ < 1$ a parete. Anche in questo caso si possono utilizzare delle wall functions, che permettono valori maggiori anche se a discapito dell'accuratezza predittiva.

Capitolo 3

Strumento numerico

3.1 Ansys® Fluent

Il presente lavoro di tesi è stato condotto con l'utilizzo della versione studenti del software di simulazione fluidodinamica Ansys® Fluent, presente all'interno della suite Ansys® Workbench. L'analisi quindi è stata sviluppata in un unico ambiente, partendo dalla costruzione della geometria 2D con Ansys® SpaceClaim, passando alla generazione della mesh e alla successiva simulazione del campo di moto con Ansys® Fluent. Nelle sezioni successive vengono spiegati in maggior dettaglio le discretizzazioni applicate, la geometria e la griglia di calcolo, e quindi lo schema numerico utilizzato.

3.2 Discretizzazione numerica

Le equazioni di governo in forma integrale vengono discretizzate secondo il metodo ai volumi finiti. La discretizzazione spaziale per il flusso e per la viscosità turbolenta modificata seguono il metodo Upwind del secondo ordine, la discretizzazione temporale segue la formulazione di Eulero implicito al primo ordine. Il solutore è di tipo *density-based*, con formulazione assoluta della velocità, che conduce un'analisi stazionaria di un flusso 2D. I flussi convettivi vengono calcolati attraverso lo schema Roe-FDS [20] e i gradienti vengono calcolati attraverso il metodo dei minimi quadrati. L'integrazione della soluzione è effettuata mediante una tecnica implicita ed è controllata dal numero di Courant, che è associato alla condizione CFL [21].

3.3 Geometria

3.3.1 Geometria del profilo

Per la definizione della geometria del profilo, il punto di partenza è un precedente lavoro di tesi magistrale [22], in cui i dati per la paletta rotorica erano stati ricreati per punti a partire da un report di analisi sperimentali condotte presso la galleria transonica del CNPM, per poi essere elaborati in Gmsh [23].
In questa trattazione, l'insieme di punti normalizzati (si è passati dalla corda reale di 4,9658 cm ad una corda normalizzata unitaria) è stato caricato in SpaceClaim, per poi essere interpolati utilizzando dei segmenti rettilinei per la rampa iniziale e finale, e delle spline per i punti rimanenti delle pareti dorsali e ventrali, come possibile vedere in Figura 3.1.

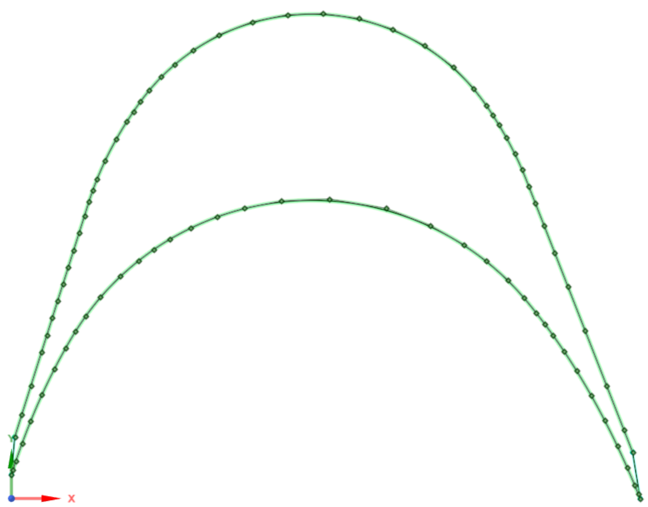

Figura 3.1. Geometria del profilo.

3.3.2 Geometria del dominio

La geometria del dominio computazionale attorno al profilo è importante per ricreare con fedeltà il comportamento del flusso, senza introdurre elevati disturbi dovuti all'eccessiva vicinanza dei bordi alle pareti del profilo. La superficie di flusso che si è considerata (Figura 3.2), iniziando dalla sezione

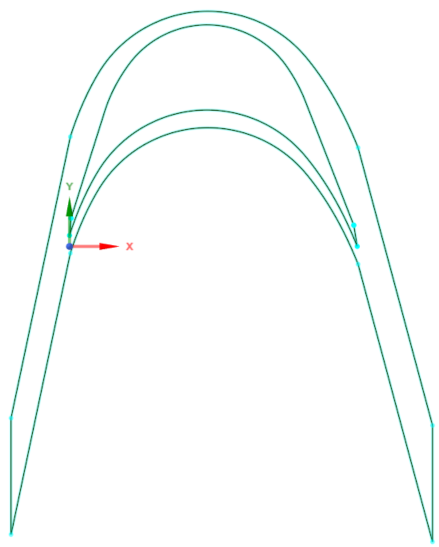

Figura 3.2. Geometria del dominio.

di inlet, parte con un condotto inclinato dell'angolo d'ingresso del rotore in condizioni operative (79.32°), poi curva seguendo la geometria del ventre della paletta, per poi avere il condotto finale inclinato di -75° (portando quindi ad una deflessione totale in modulo di 154.32°). I bordi inferiore e superiore sono quelli in cui si andrà ad imporre la condizione di periodicità e sono distanziati da un passo (considerando la corda unitaria, il passo è 0.405 m).

3.4 Mesh

Dopo la definizione della geometria, si passa alla generazione della mesh. Per questo tipo di problema si è optato per una griglia mista: strutturata ad O nell'intorno del profilo e non strutturata nel resto del campo. Gli elementi scelti sono dei quadrilateri, con una dimensione globale di $2 \cdot 10^{-3}\,\text{m}$. Per generare la griglia di strato limite è stata usata la funzione *Inflation* sulle pareti del profilo, che permette di controllare gli elementi attraverso diversi parametri. In questo caso si è imposta una *first layer thickness* pari a $10^{-4}\,\text{m}$ (altezza massima della prima cella considerata nella precedente tesi), 15 *inflation layers* (raccomandati dal manuale del software) ed un *growth rate* pari a 1.2. In Figura 3.3 è possibile vedere i principali settaggi attraverso la

GUI del generatore di mesh, mentre in Figura 3.4 è possibile vedere la mesh attorno al bordo d'attacco del profilo.

Defaults	
Physics Preference	CFD
Solver Preference	Fluent
Element Order	Linear
Element Size	2,e-003 m
Export Format	Standard
Export Preview Surface Mesh	No
Sizing	
Use Adaptive Sizing	No
Growth Rate	Default (1,2)
Mesh Defeaturing	Yes
Defeature Size	Default (1,e-005 m)
Capture Curvature	Yes
Curvature Min Size	Default (2,e-005 m)
Curvature Normal Angle	Default (18,°)
Capture Proximity	No

Inflation	
Use Automatic Inflation	None
Inflation Option	First Layer Thickness
First Layer Height	1,e-004 m
Maximum Layers	15
Growth Rate	1,2
Inflation Algorithm	Pre
View Advanced Options	Yes
Collision Avoidance	Layer Compression
Fix First Layer	No
Gap Factor	0,5
Maximum Height over Base	0,1
Growth Rate Type	Geometric
Maximum Angle	140,°
Fillet Ratio	1
Use Post Smoothing	Yes
Smoothing Iterations	5

Figura 3.3. Schermate dei settaggi.

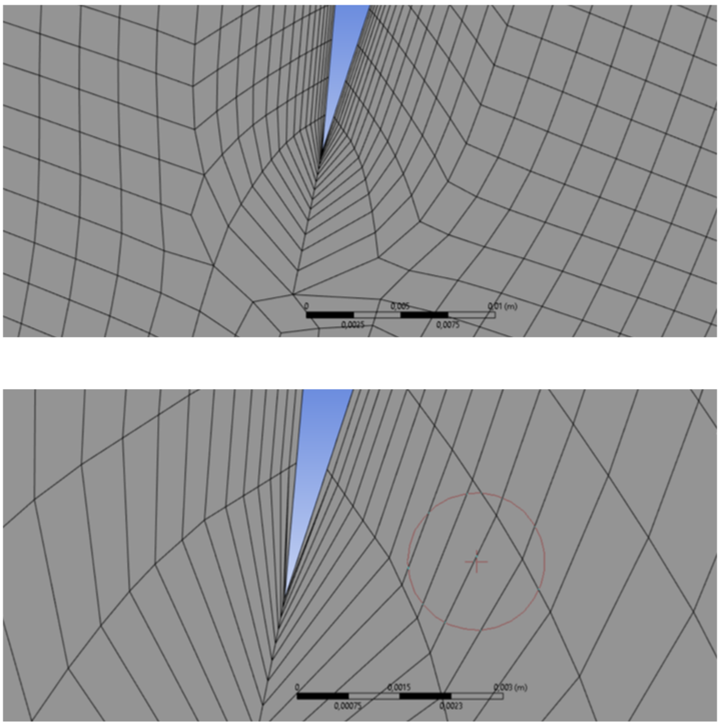

Figura 3.4. Griglia nell'intorno del bordo d'attacco.

La griglia formatasi attorno al profilo è una griglia ad H e gli elementi prossimi al bordo d'attacco sono estremamente allungati. Questo porta ad una degradazione dei parametri di qualità, con una *minimum orthogonal quality* pari a 0.019 e ad una *maximum skewness* pari a 0.99961, oltre i limiti accettabili per le simulazioni. Una forte distorsione della griglia, infatti, porta ad instabilità numerica e ad una convergenza difficoltosa della soluzione.
Ad ogni modo, nella realtà non è possibile costruire profili con spigoli vivi. Di conseguenza, per ovviare a questo problema, i punti più vicini al bordo d'attacco e al bordo di fuga sono stati raccordati con un raggio di curvatura di $1 \cdot 10^{-4}$ m (molto piccolo se comparato alla corda) ed è stata generata nuovamente la mesh.

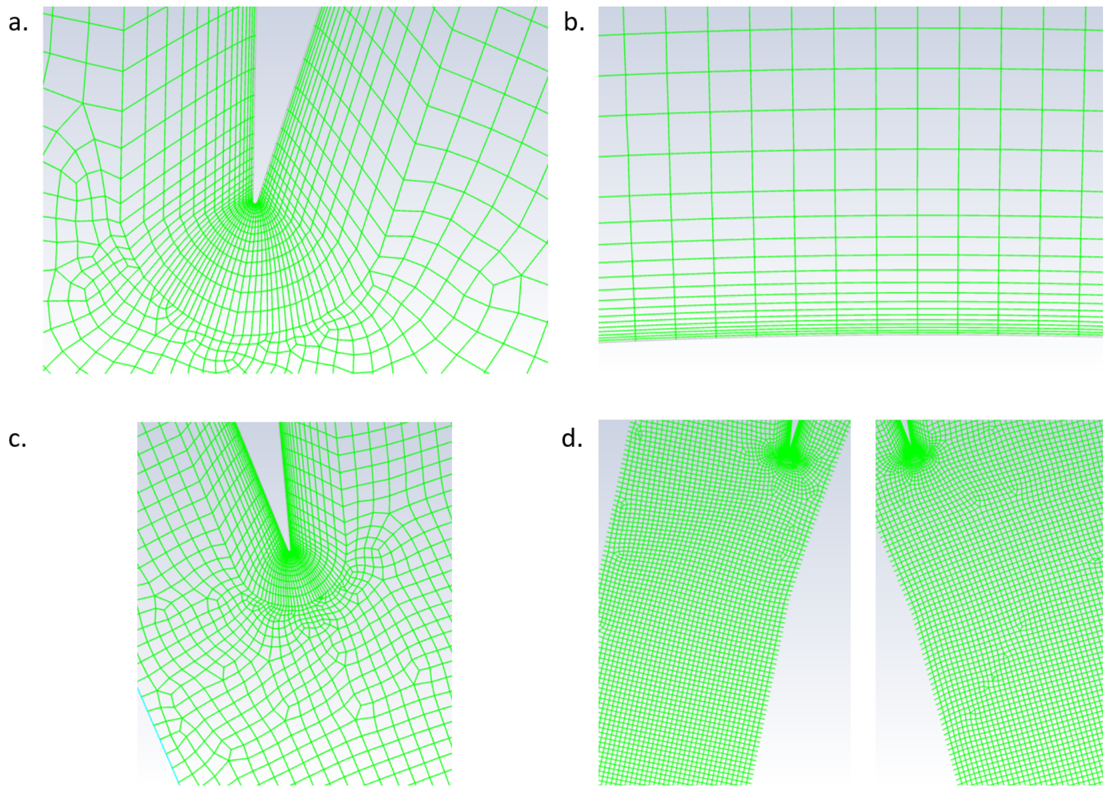

Figura 3.5. Viste della nuova mesh importata in Fluent.
a) Bordo d'attacco; b) Dorso; c) Bordo di fuga; d) Condotto in ingresso e condotto in uscita.

La nuova mesh risulta meno distorta e nell'intorno del profilo si è correttamente formata la griglia ad O. Ne consegue una qualità migliore, con maximum skewness pari a 0.722 (valore medio pari a $4.9385 \cdot 10^{-2}$), e minimum orthogonal quality pari a 0.389 (valore medio pari a 0.993). Il numero di celle è pari a 116507.

3.5 Condizioni al contorno e calcolo del numero di Reynolds

Per risolvere le equazioni di governo è necessario inizializzare il flusso e settare le condizioni al contorno ai bordi del dominio (Figura 3.6). In Fluent viene

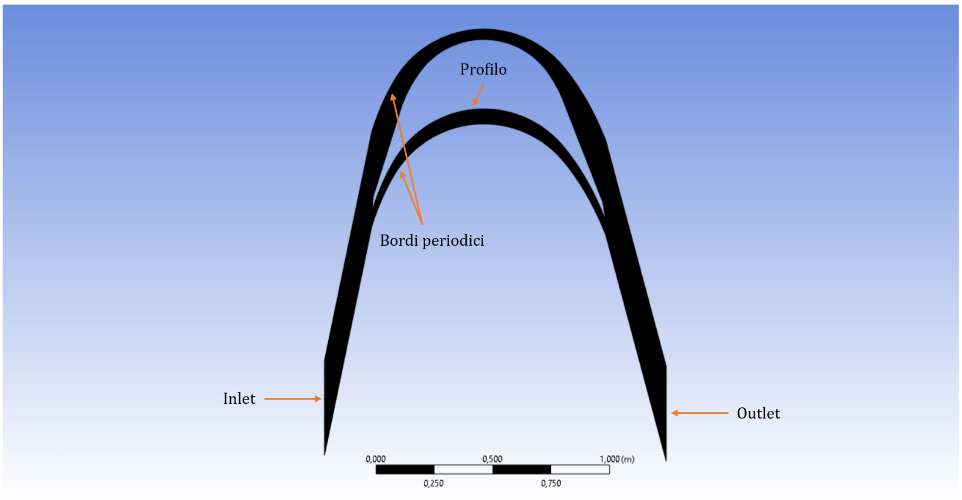

Figura 3.6. Dominio con bordi definiti.

settata una pressione operativa pari a 0 Pa, in modo che le altre pressioni vengano interpretate dal software come pressioni assolute. Poichè si tratta un flusso supersonico, si definiscono quattro condizioni al contorno nella *pressure inlet*: la pressione totale p_0^o, la pressione statica p_0, la temperatura totale T_0^o e l'angolo di ingresso. Per il bordo superiore e quello inferiore viene imposta la condizione di periodicità. Per il profilo c'è la condizione di no-slip a parete. Per la *pressure outlet* il software richiede una pressione statica in uscita, che viene settata pari a quella in ingresso. Il campo di velocità è stato inizializzato attraverso una UDF (User Defined Function): mantenendo il Mach di ingresso nominale costante, l'angolo di ingresso operativo viene mantenuto costante fino al bordo d'attacco del profilo, da lì in poi viene fatto variare in funzione della coordinata x e dal bordo d'uscita viene mantenuto costante, pari al valore dell'angolo d'uscita nominale (Figura 3.7).

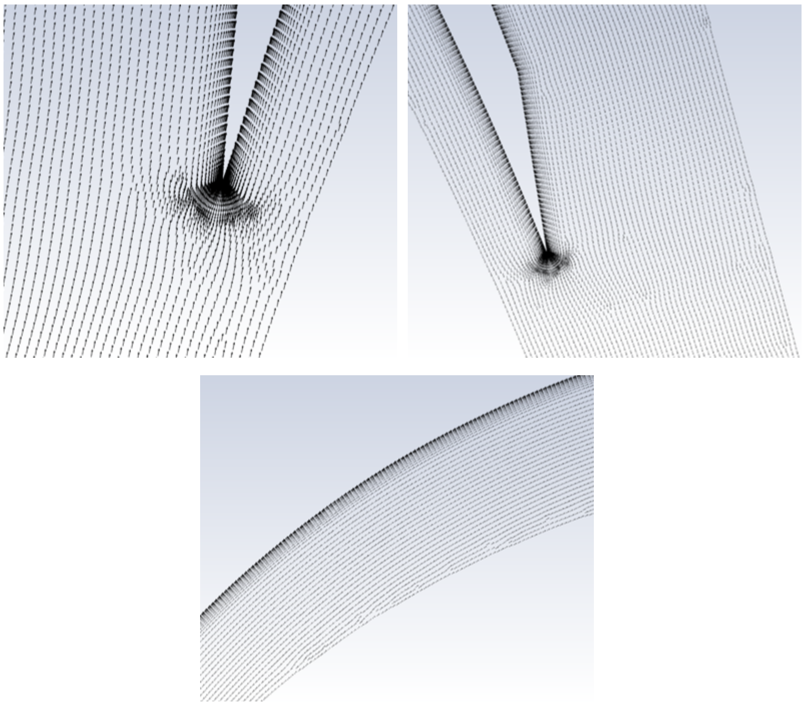

Figura 3.7. Inizializzazione del campo di velocità.

Di seguito vengono elencati i valori numerici dei dati ricavati dal Report:

- $c_{ax} = 0.049658\,\mathrm{m}$: corda originale;
- $p_0^o = 10\,\mathrm{bar} = 10^6\,\mathrm{Pa}$;
- $\mathrm{M}_{in} = 2.09$;
- $\beta_{in} = 79.32°$;
- $\beta_{ex} = -75°$;
- $T_0^o = 288\,\mathrm{K}$;
- $\gamma = 1.4$;
- $c_p = 1006.43\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}$: calore specifico a pressione costante;
- $Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda} = 0.72$: numero di Prandtl, rapporto tra la diffusività cinematica e la diffusività termica;
- $\mathrm{R}^* = 287\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}$: rapporto tra costante universale dei gas e massa molecolare dell'aria.

Ipotizzando $\mathrm{M}_{is,e} = \mathrm{M}_{in} = 2.09$, si passa al calcolo delle grandezze statiche:

$$T_e = \frac{T_0^o}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{is,e}^2\right)} = 153.884\,\mathrm{K} \tag{3.1}$$

$$p_e = \frac{p_0^o}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{is,e}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} = 111074.5858\,\mathrm{Pa} \tag{3.2}$$

$$\rho_e = \frac{p_e}{R^* T_e} = 2.5178\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \tag{3.3}$$

Il numero di Reynolds è un parametro adimensionale che mette in rapporto le forze inerziali e le forze viscose. Esso è definito dalla formula:

$$Re = \frac{\rho_e V c_{ax}}{\mu} \tag{3.4}$$

Definendo la velocità del suono

$$a = \sqrt{\gamma R^* T_e} = 248.657 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{3.5}$$

si può calcolare la velocità isentropica di uscita

$$V = a M_{is,e} = 519.694 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{3.6}$$

La viscosità dinamica può essere calcolata con la formula di Sutherland:

$$\mu = S \frac{T_e^{3/2}}{\chi + T_e} = 1.055 \cdot 10^{-5} \, \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}} \tag{3.7}$$

con $S = 1.46 \cdot 10^{-6} \, \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m \cdot s \cdot K^{1/2}}}$ e $\chi = 110 \, \mathrm{K}$ (costanti di Sutherland).

Di conseguenza il numero di Reynolds:

$$Re = \frac{\rho_e V c_{ax}}{\mu} = 6.155 \cdot 10^6 \tag{3.8}$$

che conferma come il campo sia completamente turbolento.
La similitudine fluidodinamica permette di studiare lo stesso campo di moto in scala diversa: in questo caso la corda assiale della paletta viene posta pari ad 1 m, mantenendo costanti il numero di Reynolds e la velocità del flusso. Di conseguenza si può calcolare la nuova viscosità dinamica

$$\mu_2 = \frac{\mu c_{ax,2}}{c_{ax}} = 2.1247 \cdot 10^{-4} \, \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}} \tag{3.9}$$

Riprendendo la definizione del numero di Prandtl

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda} = 0.72 \tag{3.10}$$

è possibile vedere come si passi da

$$\lambda = \frac{\mu c_p}{Pr} = 0.01475 \, \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}} \tag{3.11}$$

a

$$\lambda_2 = \frac{\mu_2 c_p}{Pr} = 0.297 \, \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}} \tag{3.12}$$

Capitolo 4

Simulazioni CFD delle condizioni a progetto

In questo capitolo vengono riportati e discussi i risultati ottenuti dalle simulazioni CFD delle condizioni di funzionamento nominali. Il punto di partenza è stata un'analisi di convergenza di griglia, effettuata mantenendo un valore di altezza della prima cella a parete costante (in maniera da soddisfare i requisiti di risoluzione del modello di turbolenza) e andando a raffinare il resto della griglia. Per tutti i casi vengono rappresentati i campi di Mach, di pressione e le linee iso-Mach. Inoltre, sono di interesse la distribuzione di pressione su dorso e ventre del profilo, le perdite di pressione in scia e il valore della pressione totale media in uscita (pesata con la portata).
Si riportano schematicamente le condizioni al contorno già elencate nella Sezione 3.5:

Pressure inlet

- $p_0^o = 10\,\mathrm{bar} = 10^6\,\mathrm{Pa}$;
- $T_0^o = 288\,\mathrm{K}$;
- $p_0 = 111074.5858\,\mathrm{Pa}$;
- $\beta_{in} = 79.32°$;

Bordo superiore e inferiore
Condizione di periodicità.

Profilo
Condizione di no-slip a parete.

Pressure outlet
$\mathrm{M}_{is,e} = \mathrm{M}_{in} = 2.09$.

Le condizioni all'istante iniziale non influenzano la soluzione stazionaria, ma possono influenzare il transitorio. Aver inizializzato la direzione del campo di velocità attraverso l'UDF ha permesso di migliorare la convergenza della soluzione. Viene quindi fatta partire la simulazione con una CFL iniziale bassa (1.5), per non incorrere in instabilità, e poi è stata fatta aumentare. Il valore del numero di Mach in ingresso ($\mathrm{M}_{in} = 2.09$) serve solo per far partire il calcolo. Nel problema considerato, infatti, il flusso è caratterizzato da un Mach supersonico in ingresso ma assialmente subsonico. Ciò vuol dire che una linea caratteristica risale verso monte e quindi, nonostante il flusso a monte sia supersonico, esso risente dell'influenza della schiera. Per il corretto funzionamento e garantire la realizzazione di un campo di moto periodico, il comportamento atteso è quello già illustrato in Figura 1.2, dove è possibile vedere per ogni profilo della schiera un urto obliquo attaccato al bordo d'attacco e un successivo ventaglio d'espansione, che risalgono verso monte. Quello che si verifica, quindi, è il cosiddetto *fenomeno di incidenza unica*: una volta fissata l'incidenza, il numero di Mach è dettato dalla geometria della schiera, che influenza il campo di monte attraverso i segnali che risalgono, rendendo questi due parametri dipendenti tra loro.

4.1 Analisi di convergenza di griglia

Oltre alla griglia di 116507 celle descritta nella Sezione 3.4, sono state generate altre due griglie rispettivamente dimezzando e raddoppiando la dimensione degli elementi al di fuori dello strato limite. Ciò ha permesso di vedere se la risoluzione adottata fosse sufficiente per una chiara descrizione delle strutture interne al campo di moto, una corretta convergenza della soluzione ed un confronto sui valori di y^+ ottenuti. Un numero maggiore di celle permette una migliore definizione delle strutture, ma può aumentare considerevolmente il costo computazionale delle simulazioni. Proprio per questo è necessario trovare il giusto compromesso per una griglia di calcolo che permetta di ottenere una simulazione fedele alla realtà e che non sia eccessivamente dispendiosa. Si segnala che per tutti i casi si è arrivati ad una convergenza della soluzione.

4.1.1 Griglia con 24737 celle - Modello di SA

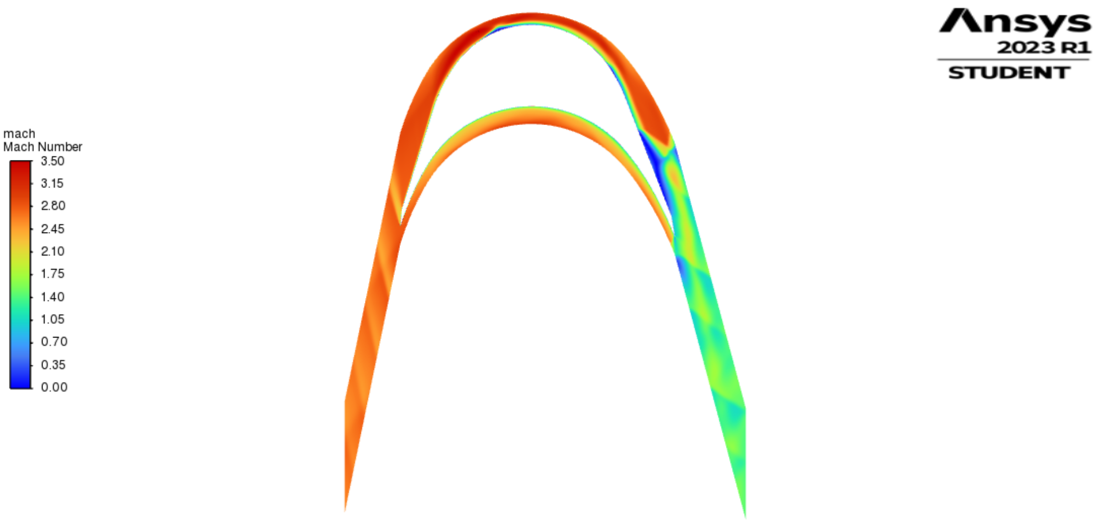

Figura 4.1. Campo di Mach - Griglia con 24737 celle.

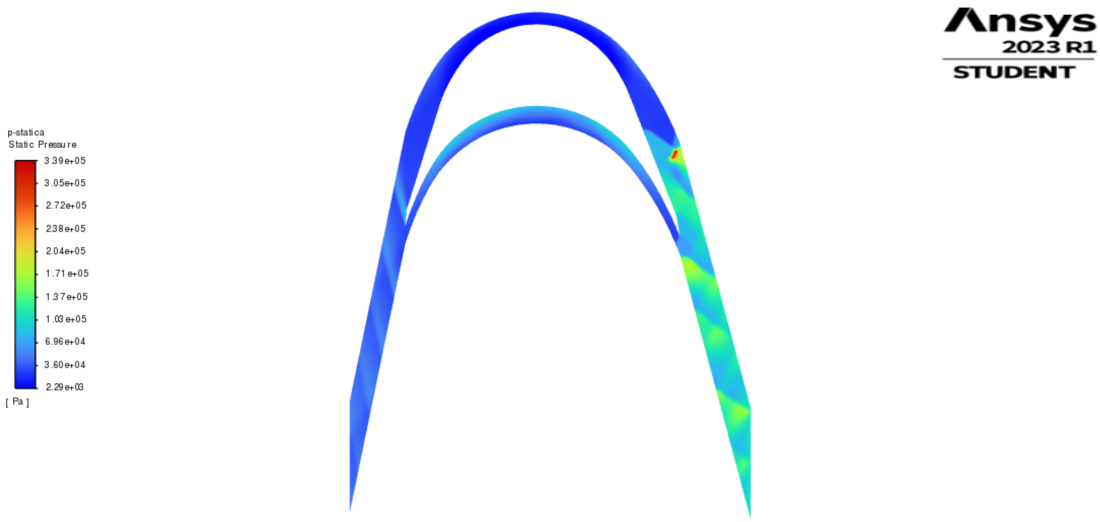

Figura 4.2. Campo di pressione statica - Griglia con 24737 celle.

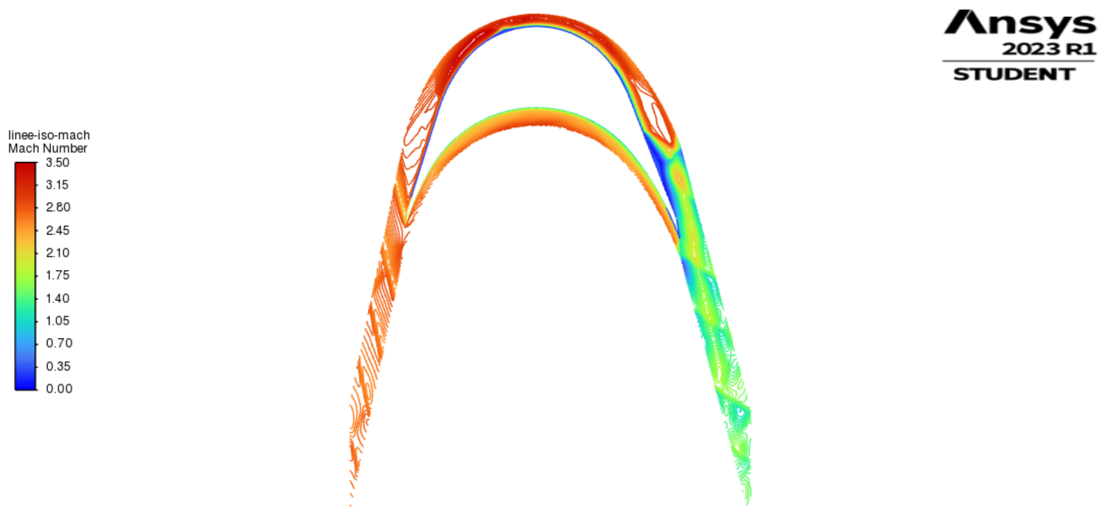

Figura 4.3. Linee iso-Mach - Griglia con 24737 celle.

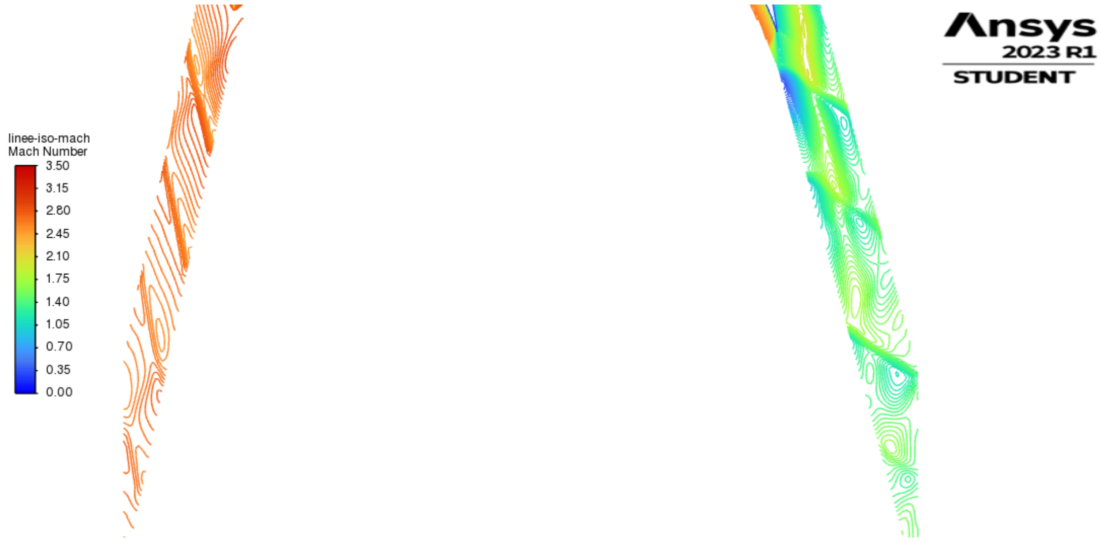

Figura 4.4. Close-up delle linee iso-Mach nei condotti iniziale e finale - Griglia con 24737 celle.

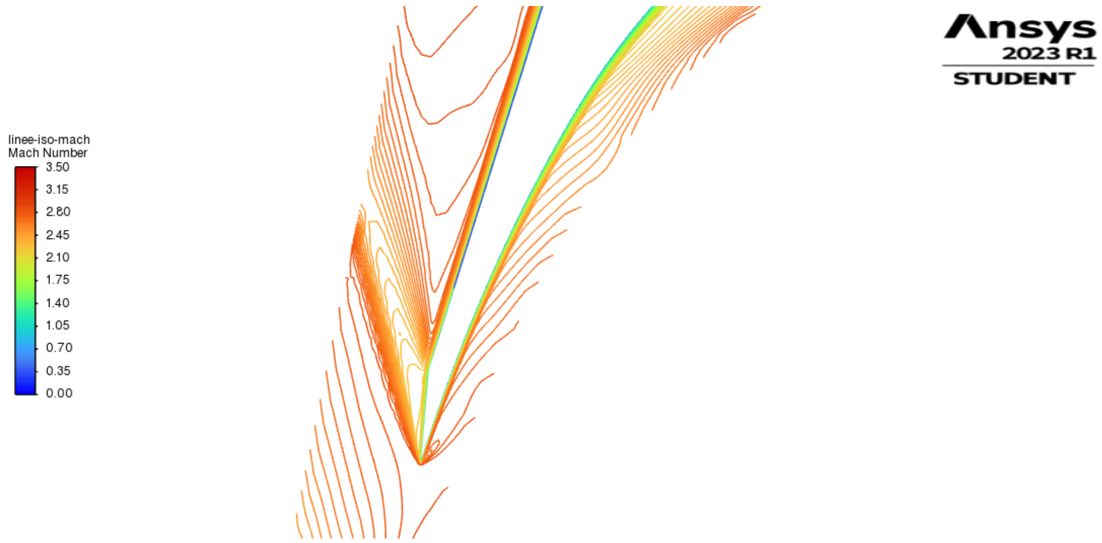

Figura 4.5. Urto al bordo d'attacco e successivo ventaglio d'espansione - Griglia con 24737 celle.

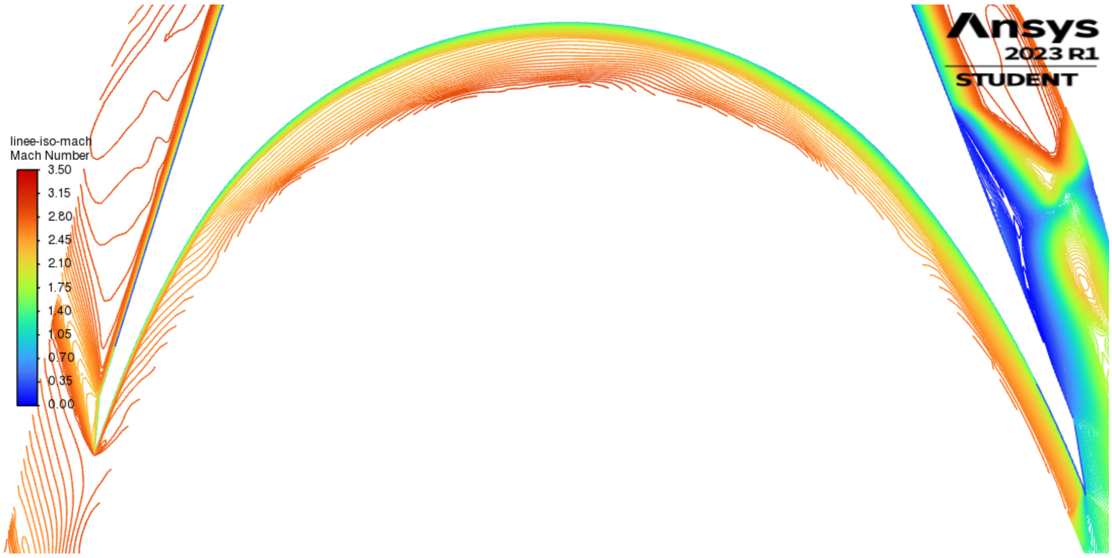

Figura 4.6. Riflessione delle linee caratteristiche nella parete ventrale - Griglia con 24737 celle.

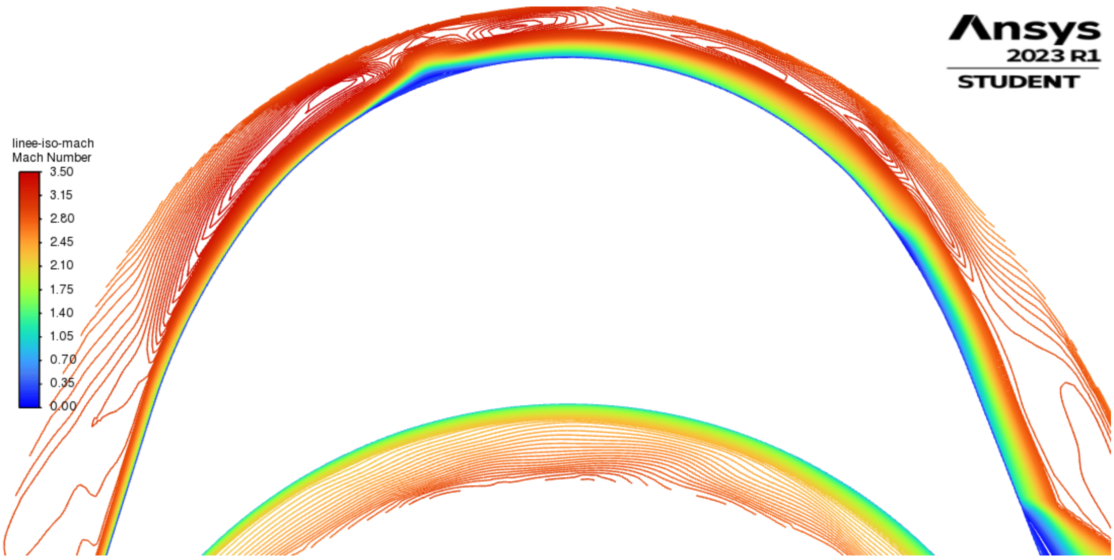

Figura 4.7. Dettaglio del dorso - Griglia con 24737 celle.

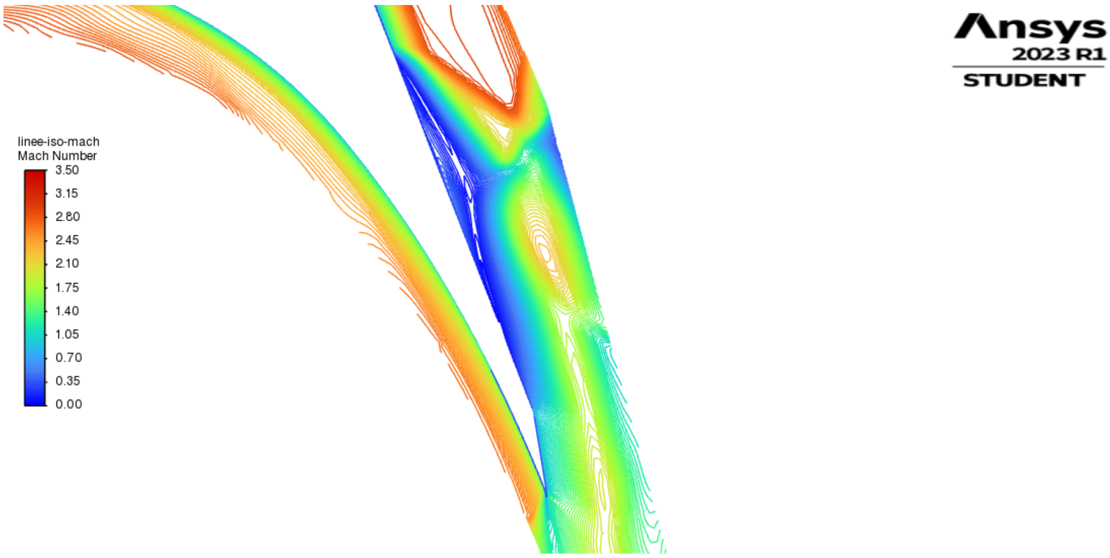

Figura 4.8. Interazione urto-strato limite e zona di separazione nella parte finale del dorso - Griglia con 24737 celle.

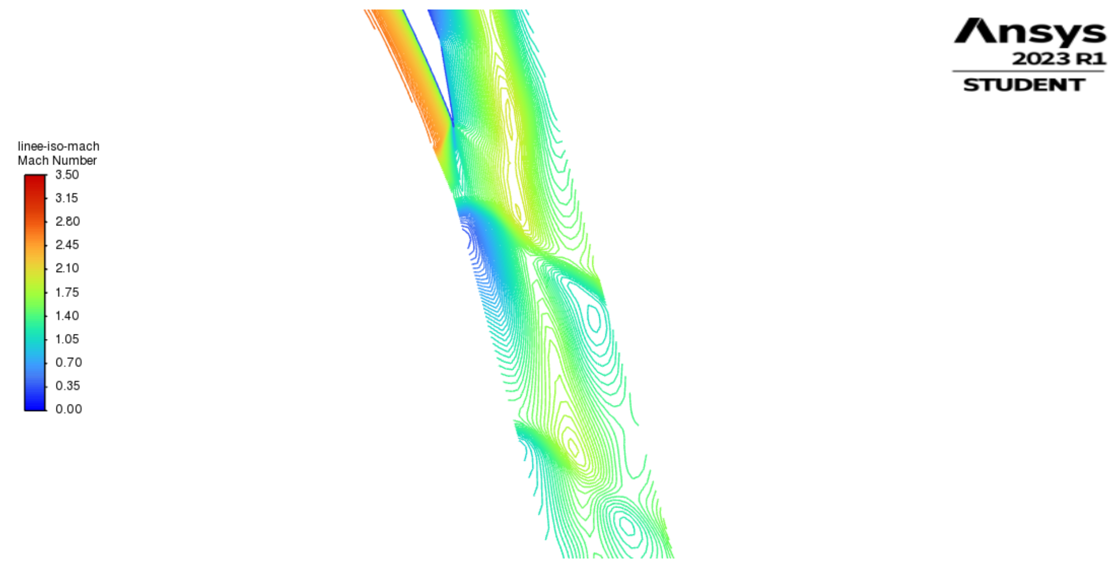

Figura 4.9. Bordo di fuga - Griglia con 24737 celle.

Già in questa prima simulazione è possibile vedere le strutture che caratterizzano il campo di moto: una serie di urti che si susseguono nel condotto che precede il profilo; l'onda d'urto obliqua sul bordo d'attacco del profilo; il successivo ventaglio di espansione; l'interazione delle linee caratteristiche nel canale interpalare tra dorso e ventre; la separazione indotta dall'interazione tra urto e strato limite. Quello che ci si aspetta nelle griglie più rifinite è una maggiore definizione di questi fenomeni, che beneficia di una maggiore risoluzione della mesh.

4.1.2 Griglia con 116507 celle - Modello di SA

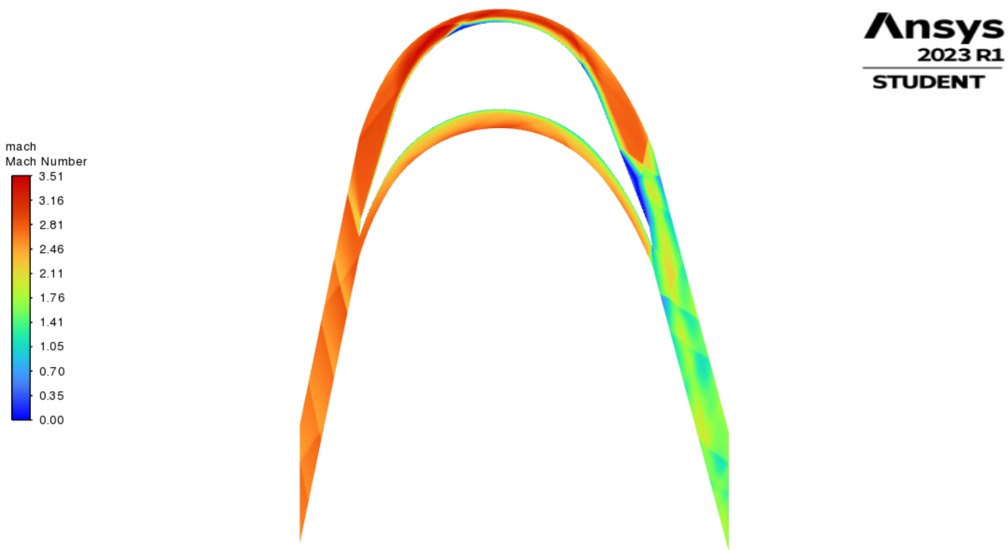

Figura 4.10. Campo di Mach - Griglia con 116507 celle (modello di SA).

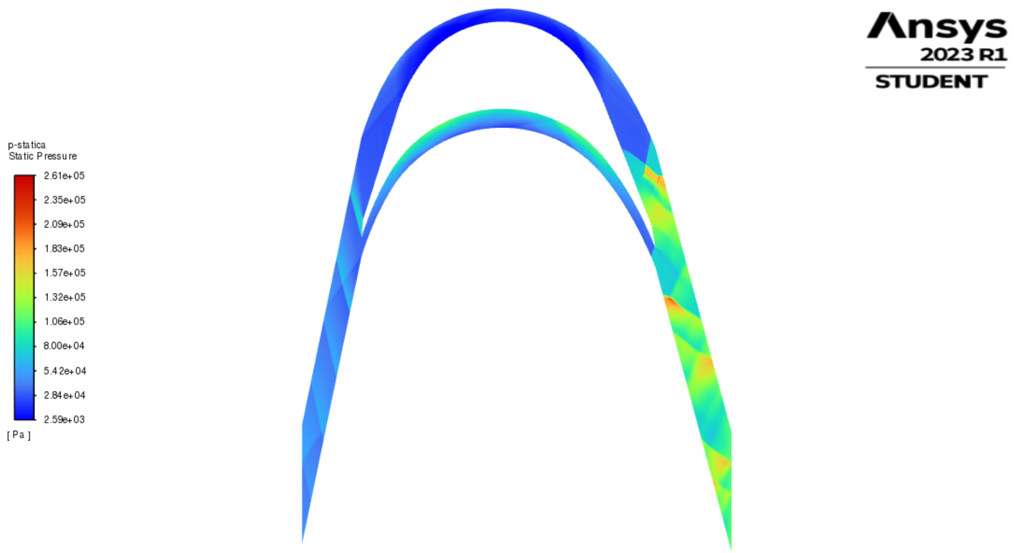

Figura 4.11. Campo di pressione statica - Griglia con 116507 celle (modello di SA).

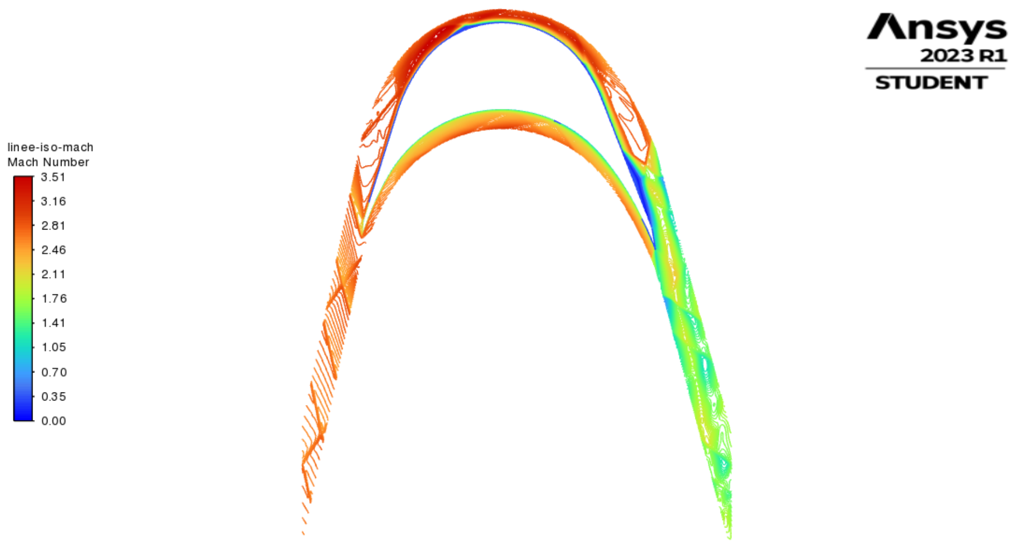

Figura 4.12. Linee iso-Mach - Griglia con 116507 celle (modello di SA).

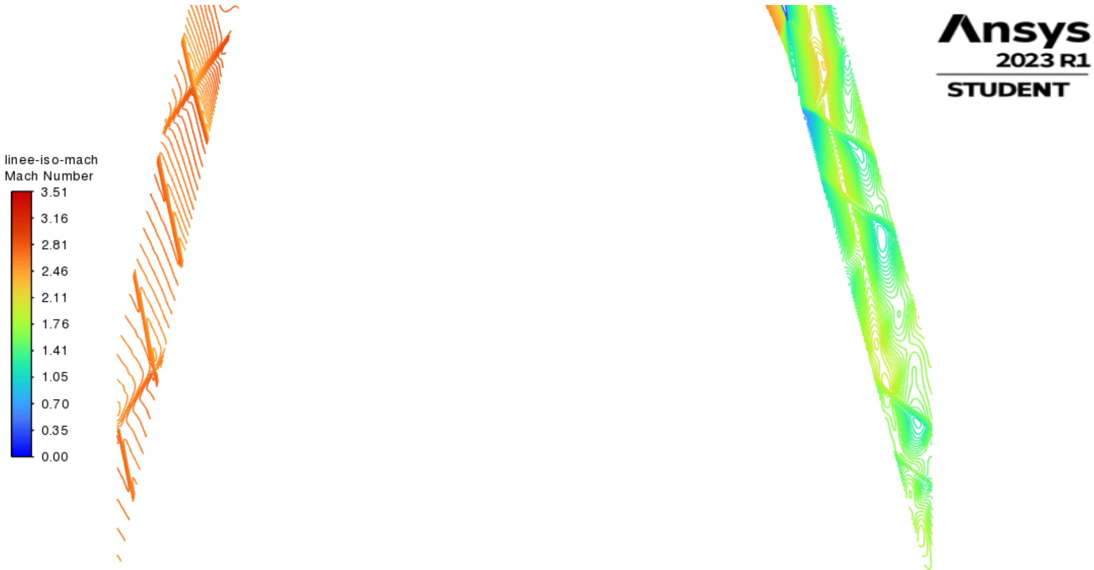

Figura 4.13. Close-up delle linee iso-Mach nei condotti iniziale e finale - Griglia con 116507 celle (modello di SA).

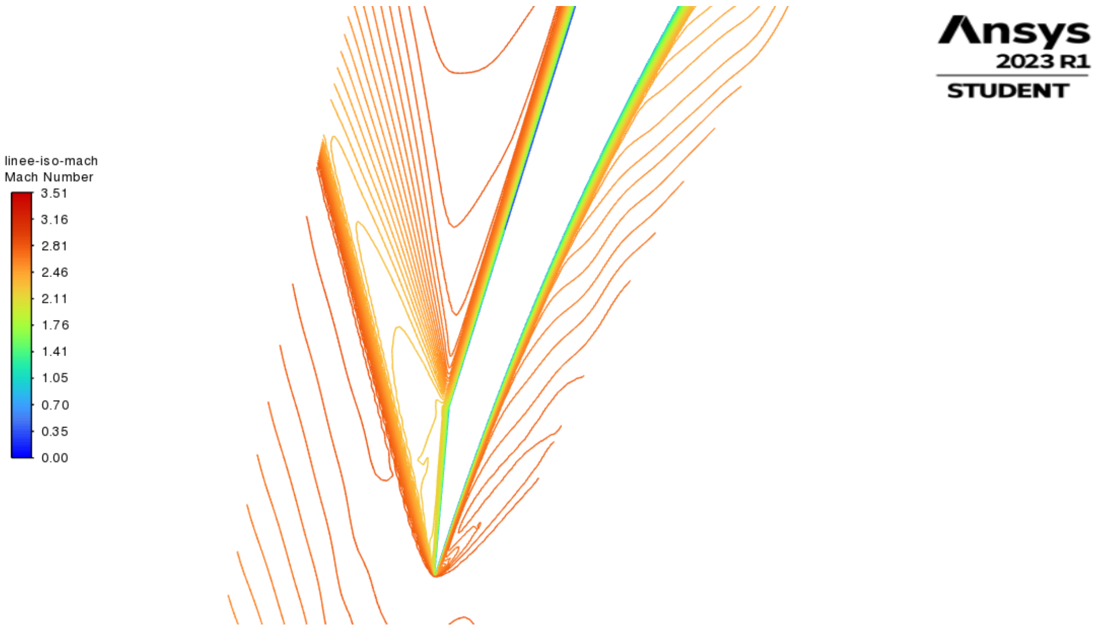

Figura 4.14. Urto al bordo d'attacco e successivo ventaglio d'espansione - Griglia con 116507 celle (modello di SA).

Come è possibile vedere nelle Figure 4.12, 4.13, 4.14, rappresentanti le linee iso-Mach, il campo è caratterizzato da una successione di urti al bordo d'attacco e linee d'espansione a valle. L'urto deve essere raggiunto da linee caratteristiche di monte e di valle della stessa famiglia: per ogni arco di profilo, alcune di esse finiscono sull'urto precedente e alcune sull'urto successivo. Tra queste vi è almeno una dove la velocità ha una certa direzione θ e non incontra l'urto se non all'infinito a monte. Quando l'urto viene raggiunto dalle linee di espansione, si indebolisce, diventa evanescente e assume la stessa direzione θ. La particella che proviene dall'infinito a monte incontra una serie di urti evanescenti via via più intensi fino al bordo d'attacco, dove l'urto ha intensità massima. Di conseguenza, la perdita di pressione totale parte già dall'infinito a monte, a differenza di ciò che succede nel caso di profilo isolato in un flusso supersonico, dove la perdita comincia solo quando la particella incontra il profilo.

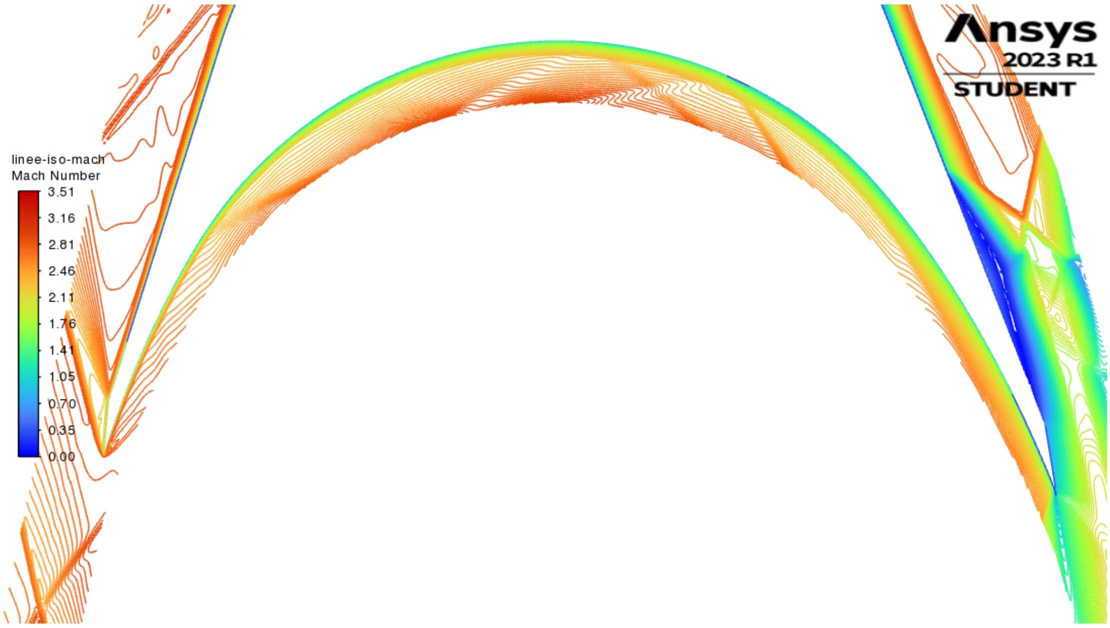

Figura 4.15. Riflessione delle linee caratteristiche nella parete ventrale - Griglia con 116507 celle (modello di SA).

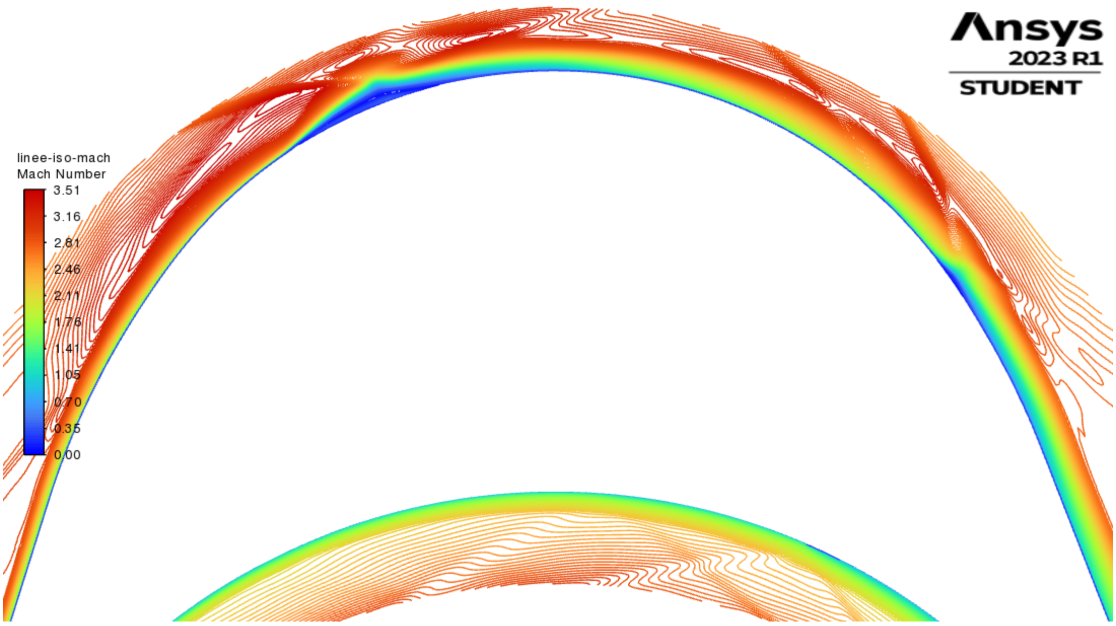

Figura 4.16. Dettaglio del dorso - Griglia con 116507 celle (modello di SA).

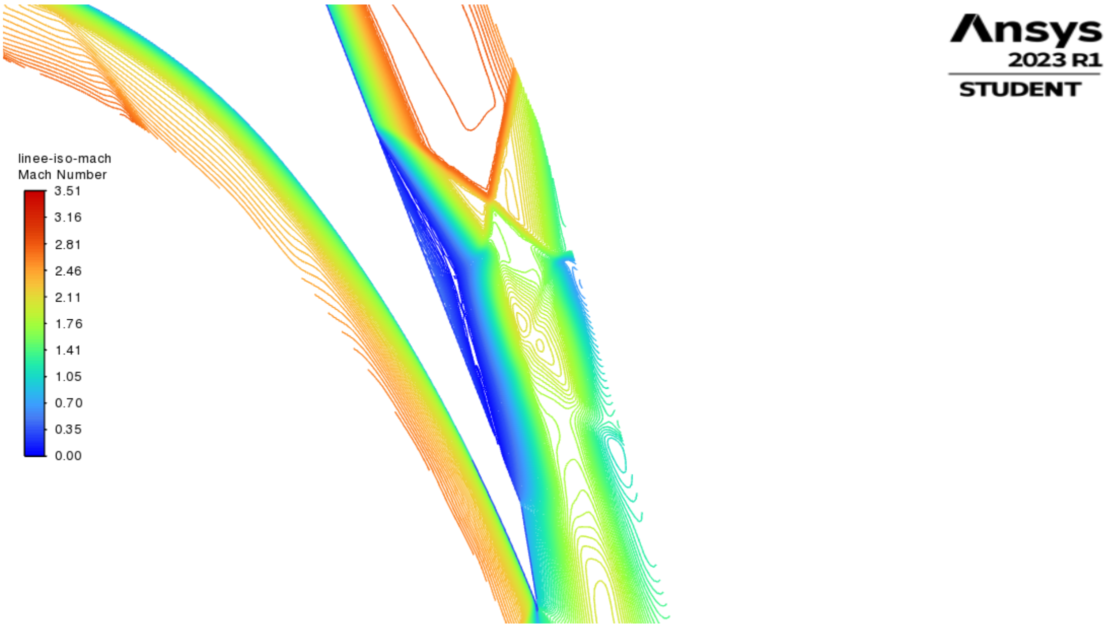

Figura 4.17. Interazione urto-strato limite e zona di separazione nella parte finale del dorso - Griglia con 116507 celle (modello di SA).

Nella Figura 4.17 è possibile vedere il fenomeno di *interazione urto-strato limite* e la conseguente zona di separazione. Dal bordo di fuga del profilo, infatti, partono due onde d'urto, una delle quali rivolta verso il basso e che va quindi ad interagire con lo strato limite della paletta sottostante. Questa interazione crea una struttura complessa, in quanto l'onda d'urto induce un elevato gradiente di pressione, portando il fluido dello strato limite a rallentare, in modo da aumentare la pressione. Se il flusso all'interno dello strato limite non ha una sufficiente pressione dinamica per affrontare l'aumento di pressione imposto dall'onda d'urto incidente, esso separa e diventa un ostacolo. Questo ostacolo viene visto dal flusso supersonico come una rampa (rampa fluidica), che genera quindi un'onda d'urto anteriore (*leading edge shock*). Si genera inoltre una serie di compressioni ed espansioni sulla bolla di ricircolo, che interagiscono anch'esse con l'urto in questa zona. Come già accennato nel Capitolo 1, questo è uno dei fenomeni da gestire attentamente per via della sua natura complessa e poiché potrebbe portare ad elevate perdite.

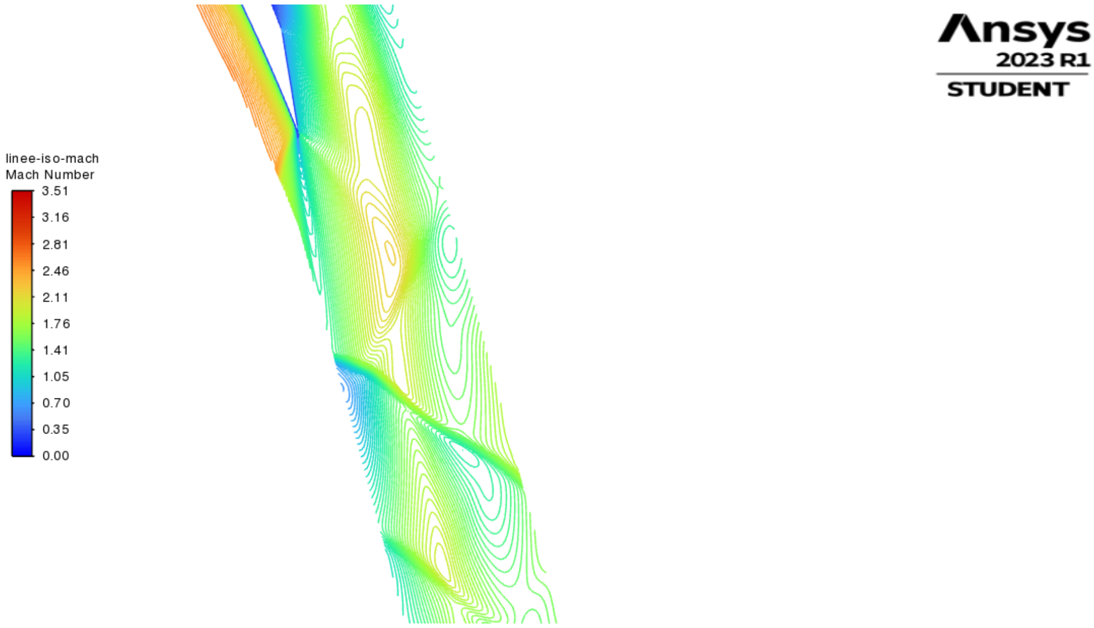

Figura 4.18. Bordo di fuga - Griglia con 116507 celle (modello di SA).

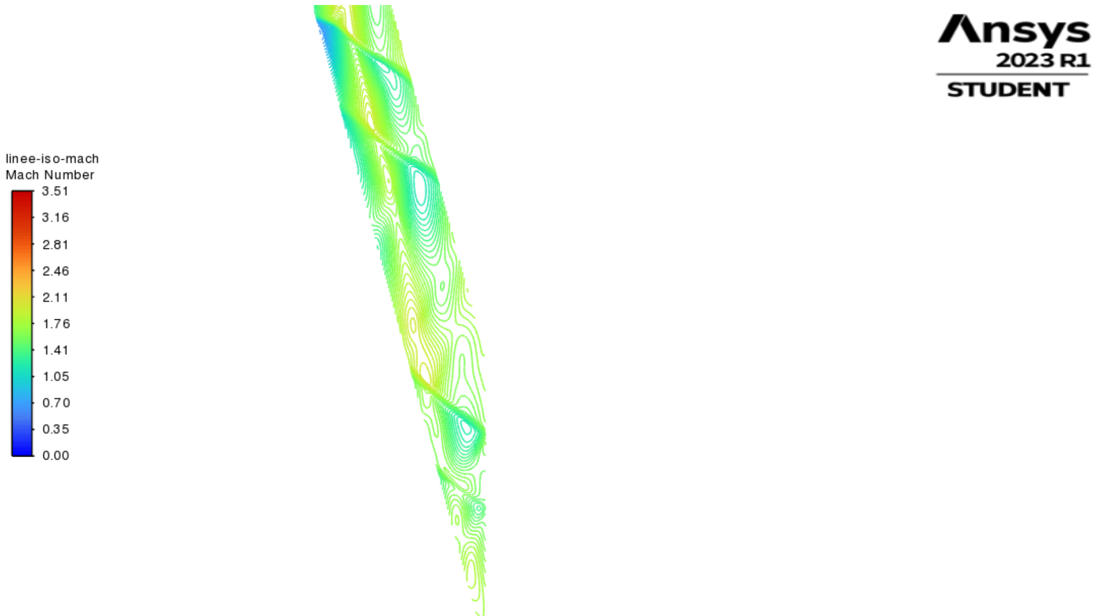

Figura 4.19. Close-up del condotto d'uscita - Griglia con 116507 celle (modello di SA).

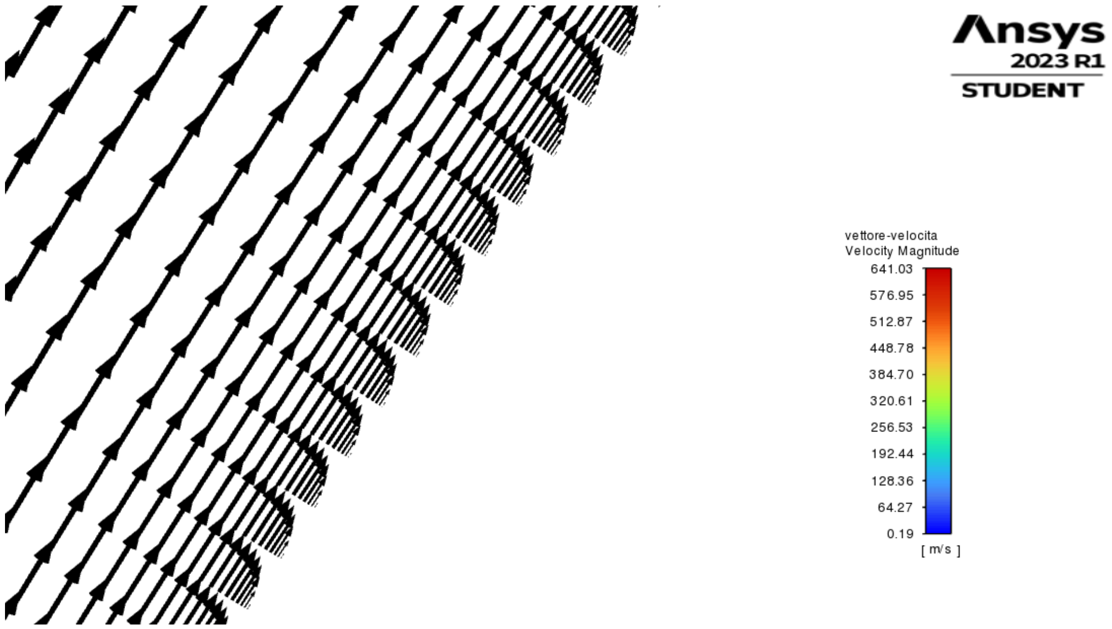

Figura 4.20. Profilo di velocità nello strato limite nella prima parte dell'arco dorsale - Griglia con 116507 celle (modello di SA).

In Figura 4.20 si può vedere la risoluzione del campo di velocità all'interno dello strato limite. Il flusso, per via dell'alto numero di Reynolds, è soggetto ad alti gradienti di velocità nella zona di strato limite, che per questi problemi è poco spesso. Ciò ha richiesto una maggiore risoluzione della griglia di calcolo vicino a parete, affinché sia correttamente risolto con il modello di turbolenza adottato. A parete è imposta la condizione di no-slip, in quanto si studia il caso di un flusso viscoso.

4.1.3 Griglia con 116507 celle - Modello SST k-ω

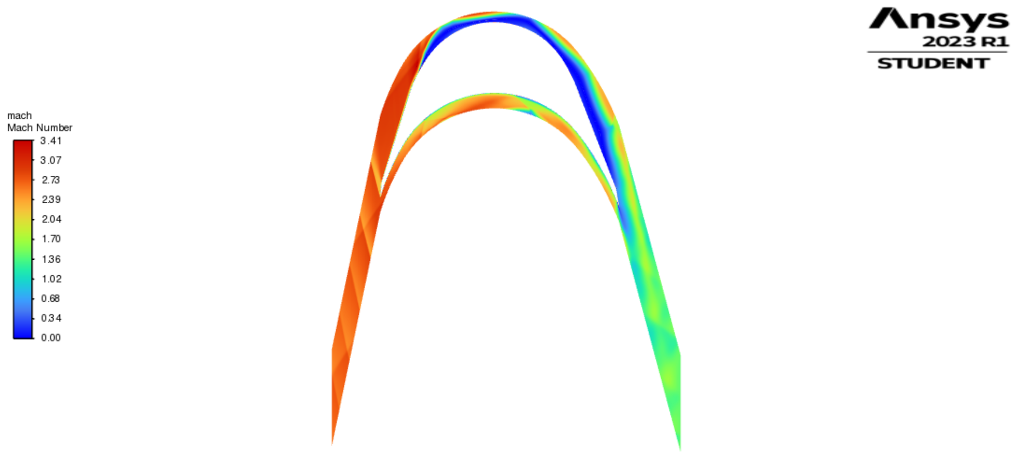

Figura 4.21. Campo di Mach - Griglia con 116507 celle (modello SST k-ω).

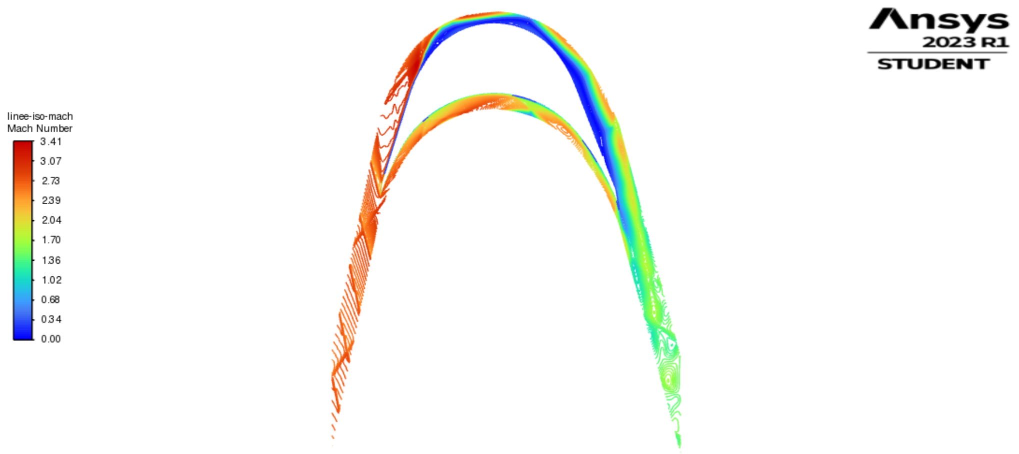

Figura 4.22. Linee iso-Mach - Griglia con 116507 celle (modello SST k-ω).

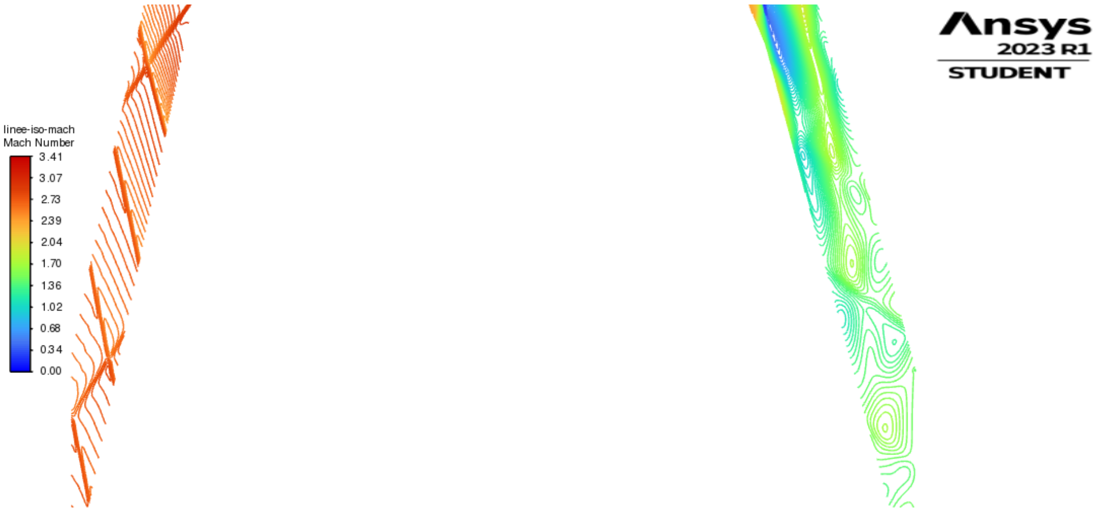

Figura 4.23. Close-up delle linee iso-Mach nei condotti iniziale e finale - Griglia con 116507 celle (modello SST k-ω).

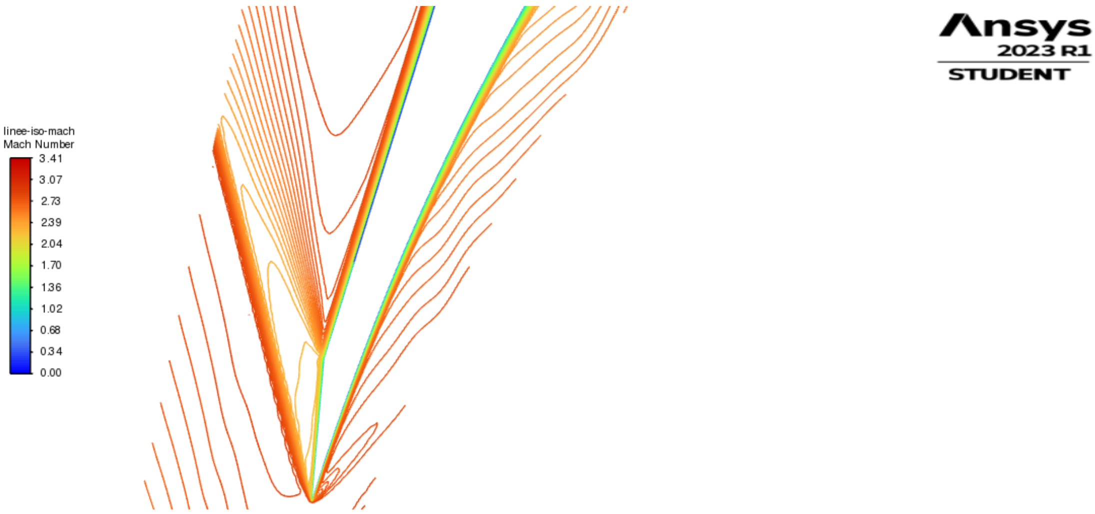

Figura 4.24. Urto al bordo d'attacco e successivo ventaglio d'espansione - Griglia con 116507 celle (modello SST k-ω).

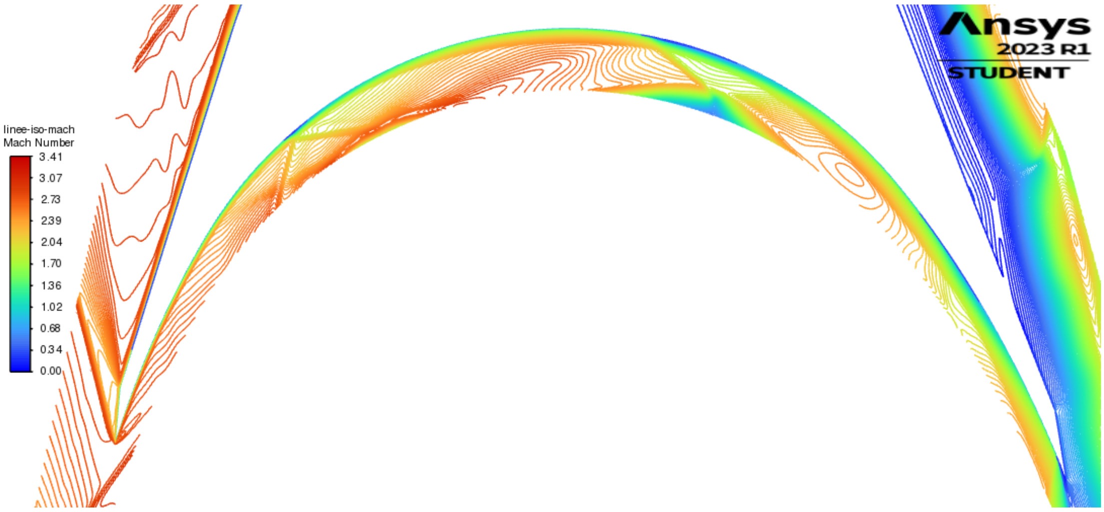

Figura 4.25. Riflessione delle linee caratteristiche nella parete ventrale - Griglia con 116507 celle (modello SST k-ω).

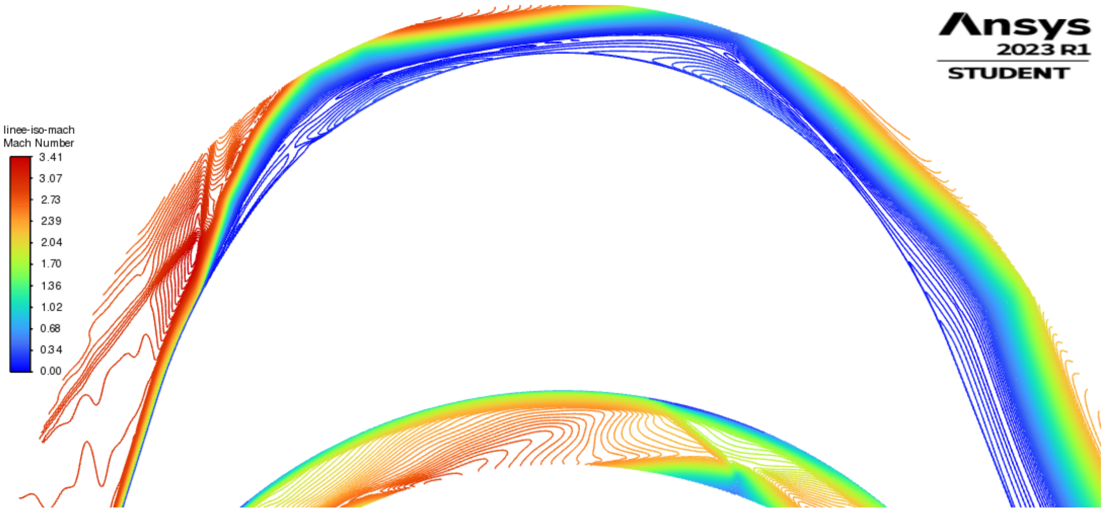

Figura 4.26. Dettaglio del dorso - Griglia con 116507 celle (modello SST k-ω).

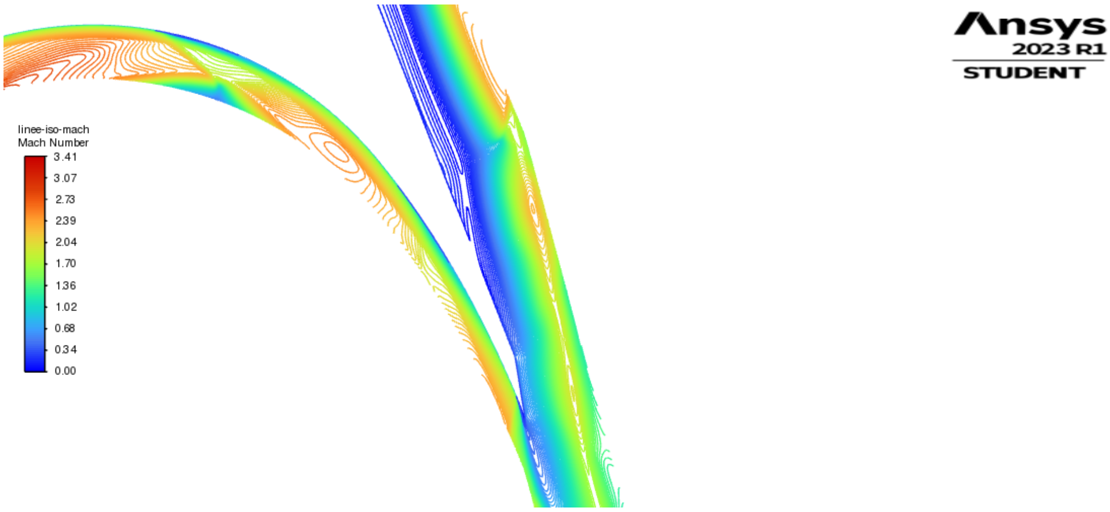

Figura 4.27. Interazione urto-strato limite e zona di separazione nella parte finale del dorso - Griglia con 116507 celle (modello SST k-ω).

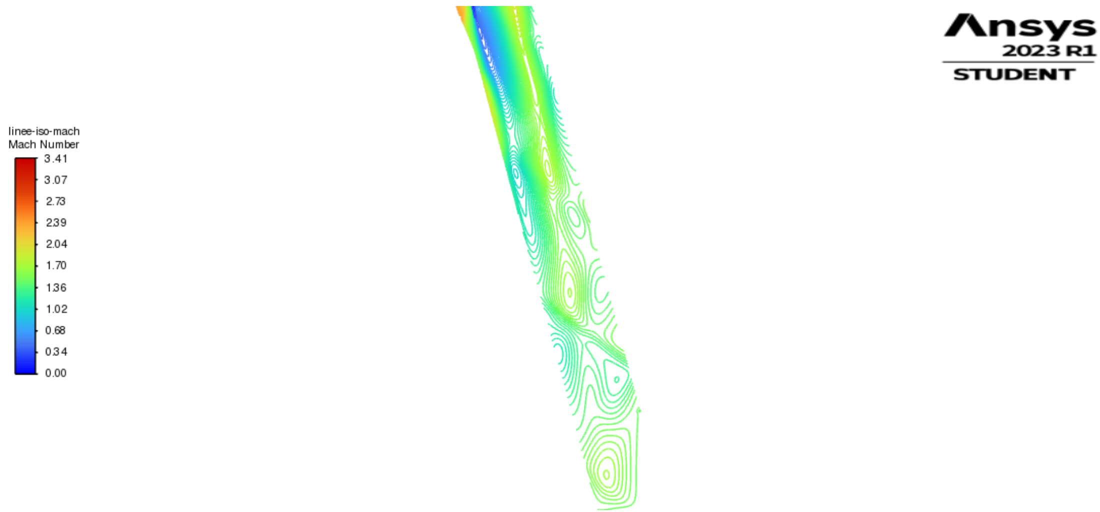

Figura 4.28. Close-up del condotto d'uscita - Griglia con 116507 celle (modello SST k-ω).

Il modello di turbolenza SST k-ω, rispetto a quello di Spalart-Allmarass, ha portato ad un campo in cui si possono cogliere le differenze già a livello qualitativo. La separazione sulla parete dorsale, infatti, interessa qui una zona molto più ampia e la risoluzione dell'interazione urto-strato limite sembra essere minore. In seguito, queste differenze verranno confrontate dal punto di vista quantitativo.

4.1.4 Griglia con 395267 celle - Modello di SA

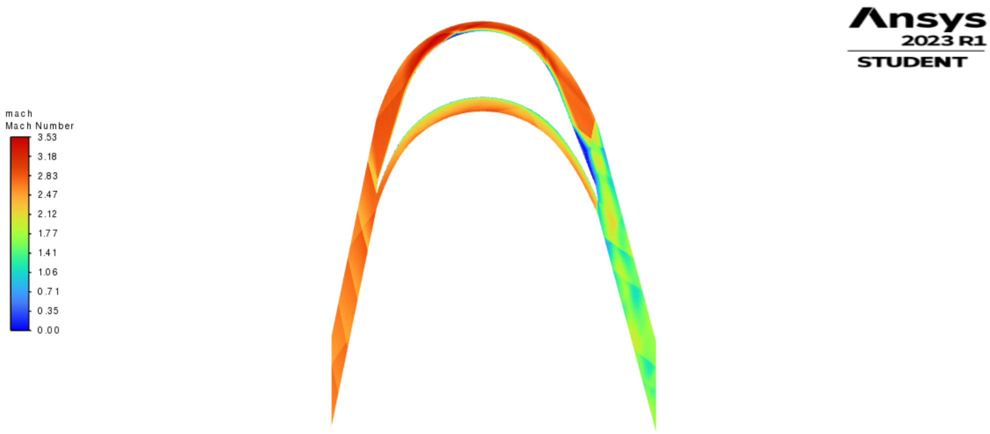

Figura 4.29. Campo di Mach - Griglia con 395267 celle.

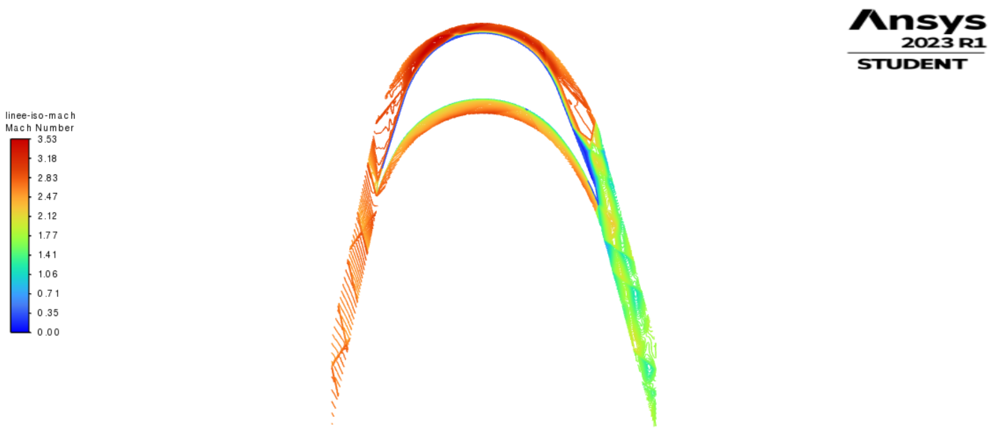

Figura 4.30. Linee iso-Mach - Griglia con 395267 celle.

Figura 4.31. Close-up delle linee iso-Mach nei condotti iniziale e finale - Griglia con 395267 celle.

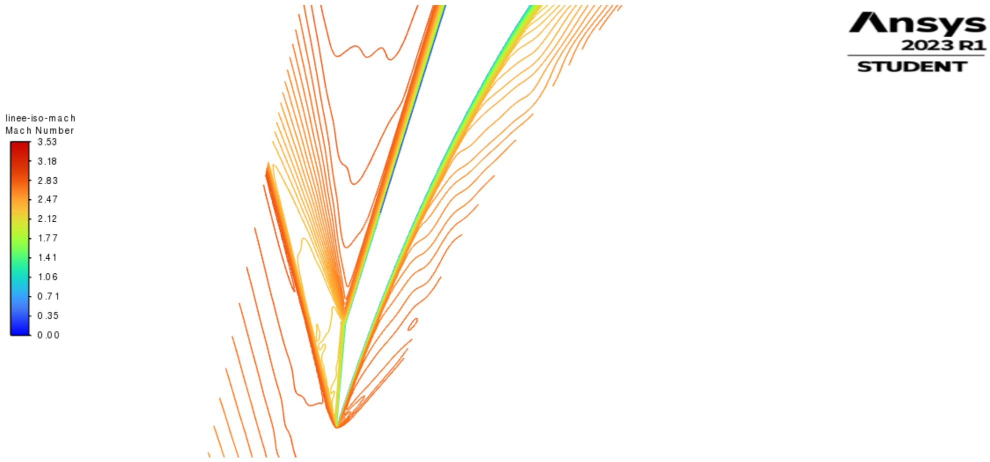

Figura 4.32. Urto al bordo d'attacco e successivo ventaglio d'espansione - Griglia con 395267 celle.

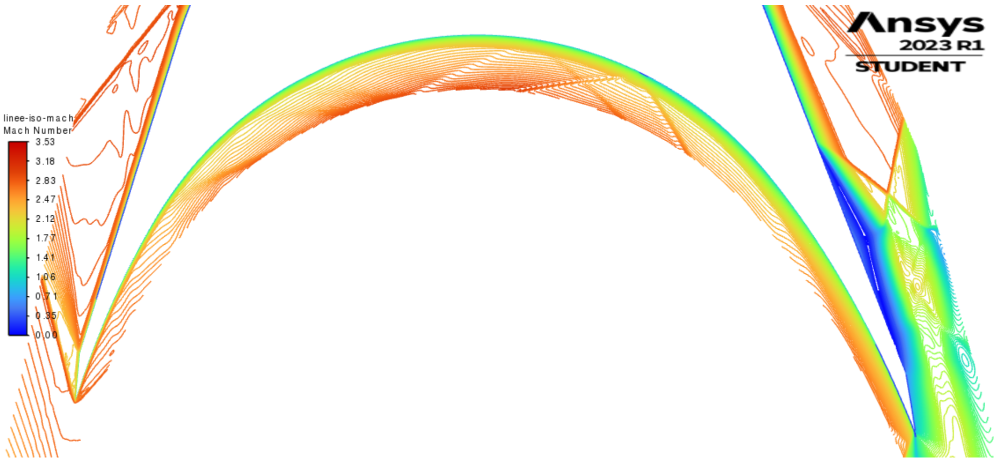

Figura 4.33. Riflessione delle linee caratteristiche nella parete ventrale - Griglia con 395267 celle.

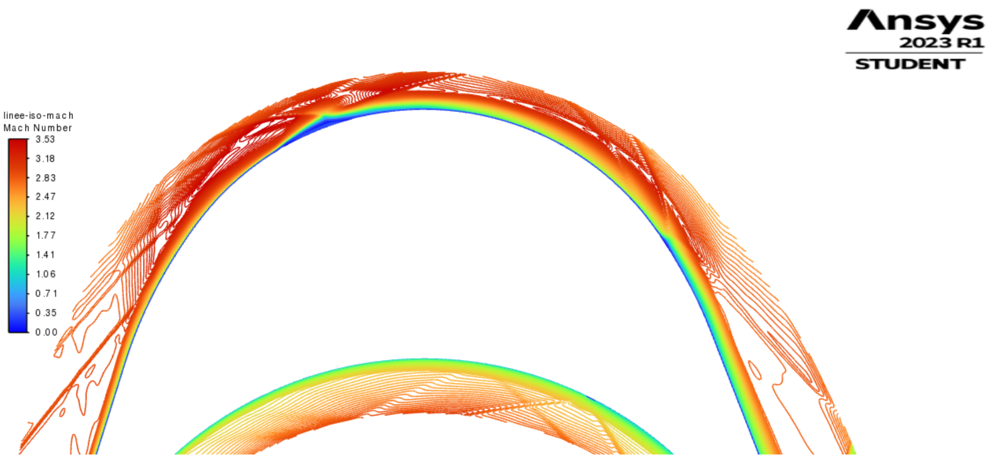

Figura 4.34. Dettaglio del dorso - Griglia con 395267 celle.

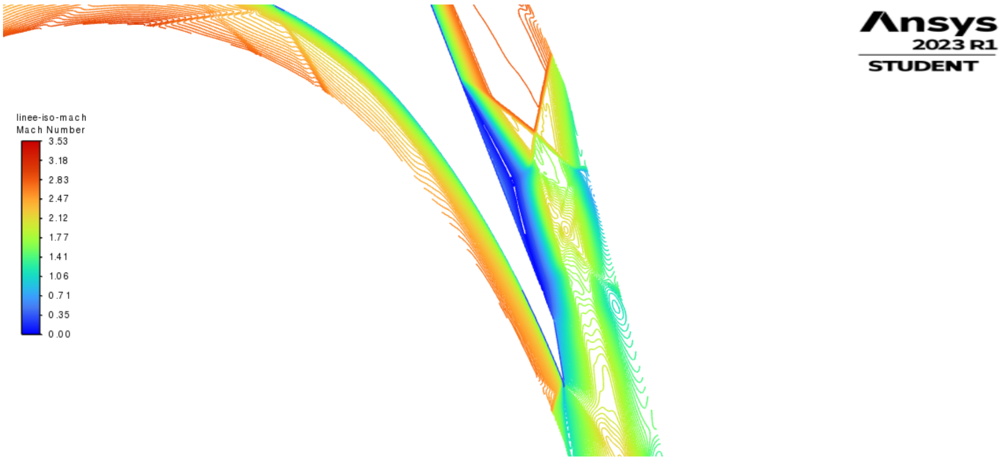

Figura 4.35. Interazione urto-strato limite e zona di separazione nella parte finale del dorso - Griglia con 395267 celle.

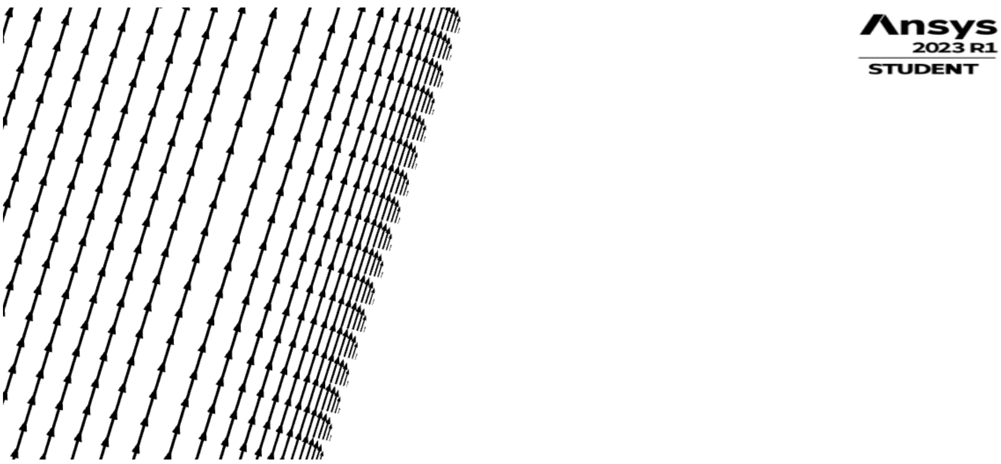

Figura 4.36. Profilo di velocità nello strato limite nella prima parte dell'arco dorsale - Griglia con 395267 celle.

Si nota come, seppur vi sia una maggiore risoluzione dei fenomeni, la loro definizione sia assolutamente paragonabile a quella ottenuta dalla griglia precedente. Dato il maggior costo computazionale di quest'ultima, la mesh con 116507 celle può essere adottata per i calcoli successivi.

4.1.5 Grafici comparativi

In questa sezione si riportano i grafici degli andamenti registrati durante l'analisi di convergenza di griglia.

4.1.5.1 Distribuzione di pressione statica sul profilo e perdite di pressione in scia

Di seguito è possibile vedere la distribuzione di pressione statica sulle pareti del profilo, normalizzata col valore di pressione totale di monte:

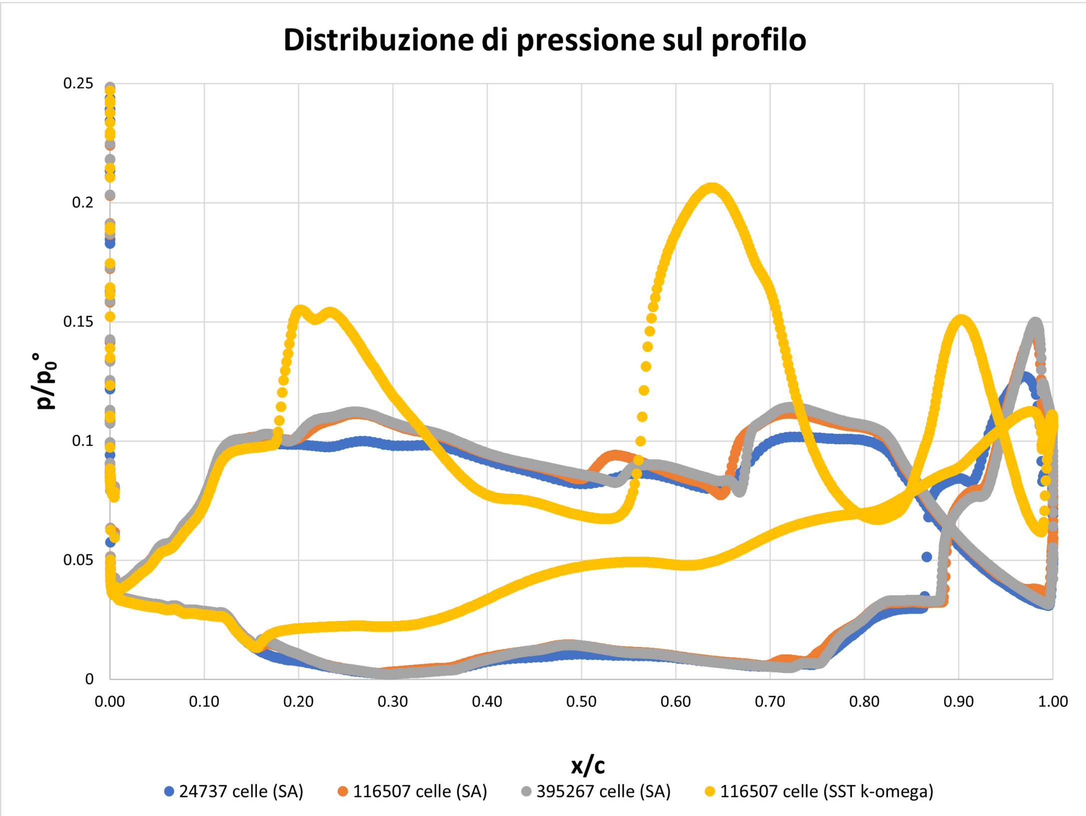

Figura 4.37. Distribuzione di pressione statica nel profilo - Analisi di convergenza.

Per il calcolo delle perdite di pressione totale in scia, si considera la seguente definizione:

$$perdite = 1 - \frac{p}{p_0^o} \cdot \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \tag{4.1}$$

La sezione usata per la rappresentazione coincide con $\frac{x}{c} = 1.2$.

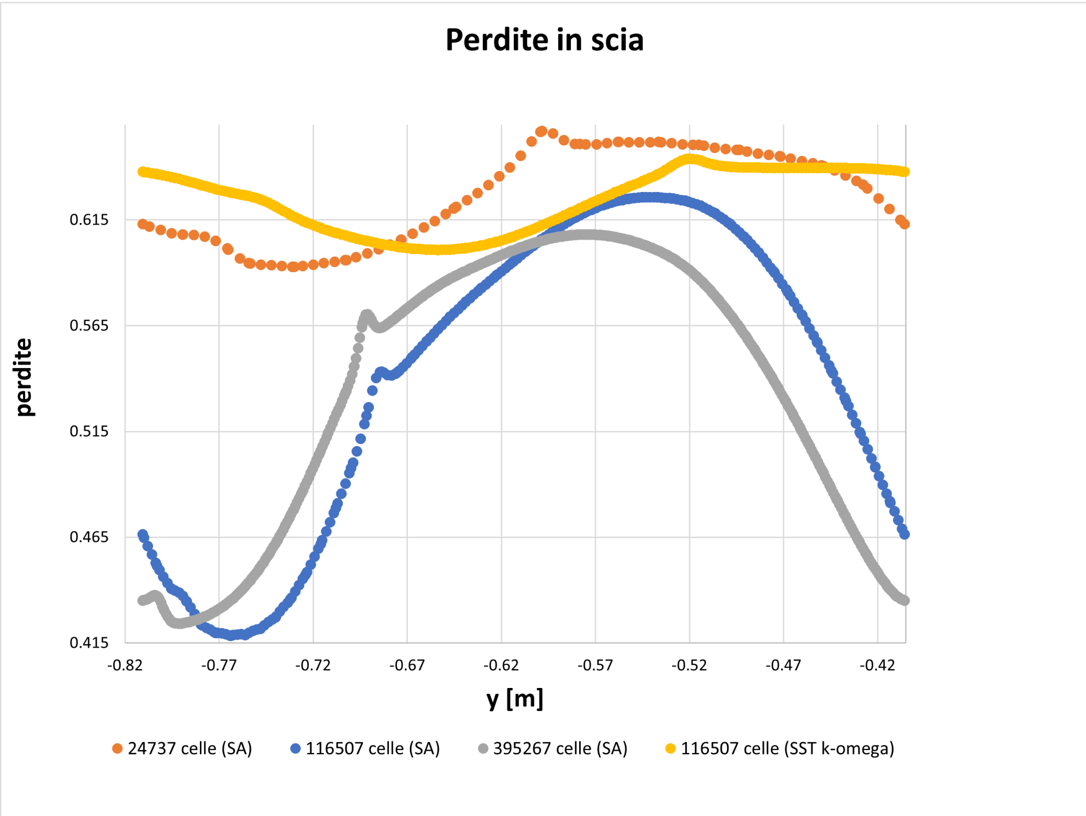

Figura 4.38. Perdite di pressione totale in scia - Analisi di convergenza.

4.1.5.2 Andamento di y^+ sulla parete del profilo

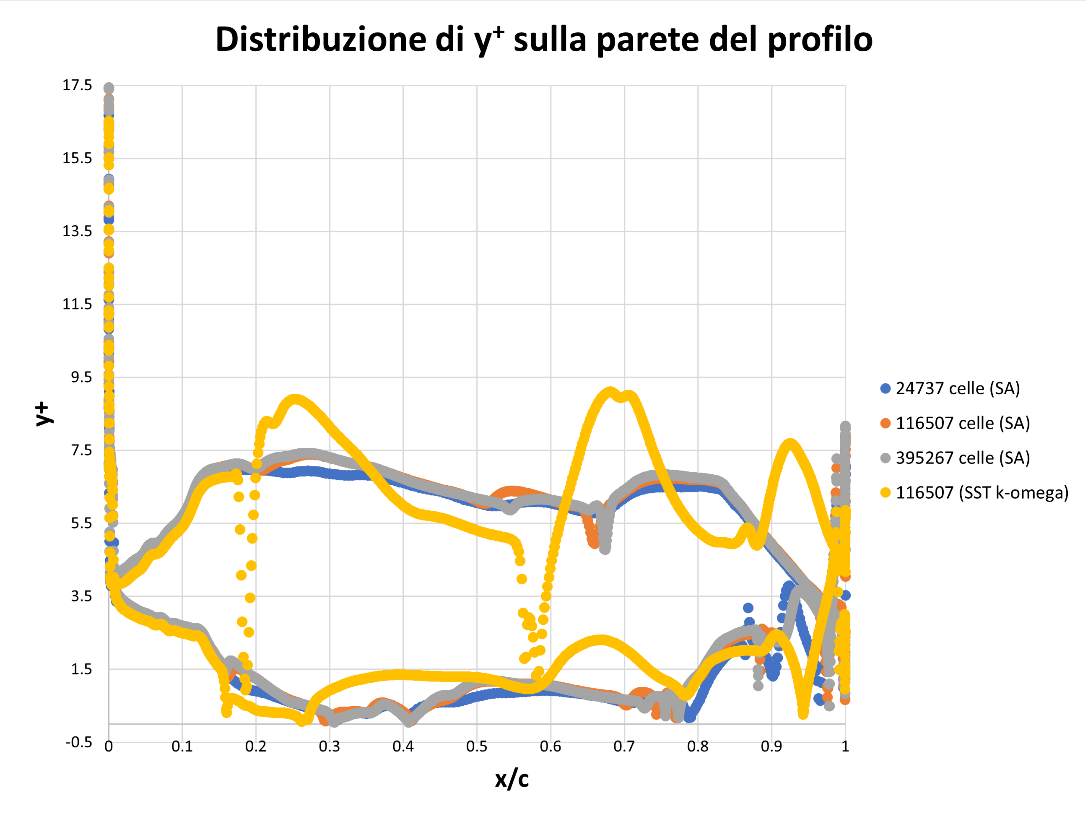

Figura 4.39. Valori di y^+ - Analisi di convergenza.

In Figura 4.39 sono rappresentati i valori di y^+ sulla parete del profilo. Si nota che essi sforino il limite teorico di accettabilità del modello di Spalart-Allmaras ($y^+ < 5$) e di SST k-ω ($y^+ < 1$). Inoltre, si vede come siano tutti minori del limite raccomandato dal manuale del software, che attraverso l'implementazione del y^+-*insentive wall treatment* riesce correttamente a risolvere lo strato limite del modello di Spalart-Allmaras per valori di y^+ compresi tra 1 e 30 se si impone un minimo di 10÷15 strati di inflation (come descritto in Sezione 2.2). L'utilizzo di griglie più rade permette di ridurre la *stiffness* delle equazioni della turbolenza e il numero di punti/celle. Nel Capitolo 6 viene fatto un confronto quantitativo che mette in luce il livello di incertezza legato all'utilizzo di wall functions.

4.1.5.3 Prestazioni

Analisi di convergenza - prestazioni mediate					
β_{in}	$M_{is,e}$	**Celle**	**Modello**	p^o_{outlet}/p^o_∞	**Perdite**
79.32°	2.09	24737	S-A	0.376	0.625
79.32°	2.09	116507	S-A	0.469	0.533
79.32°	2.09	116507	SST k-ω	0.384	0.623
79.32°	2.09	395267	S-A	0.478	0.526

Tabella 4.1.

I valori mediati ci indicano come il modello SST k-ω presenti delle perdite maggiori rispetto a S-A. Inoltre, aumentando la risoluzione della griglia si nota una diminuzione delle perdite ed un aumento della pressione totale media in uscita.

Capitolo 5

Analisi di robustezza

Nel capitolo precedente è stato trattato il comportamento tipico della schiera nel punto di progetto. In questo capitolo viene studiato cosa succede nel campo di moto se si variano due parametri: il valore dell'angolo di incidenza e il Mach isentropico di uscita (quindi la pressione statica a valle). Infatti, è di grande interesse studiare la *robustezza* della turbomacchina, valutando il range di corretto funzionamento e l'andamento delle prestazioni spostandosi dal punto di progetto, in quanto le condizioni operative effettive non corrispondono sempre a quelle ottimali.
Si procede dunque variando un parametro, mantenendo costante l'altro. Il confronto tra i risultati ottenuti in questo capitolo e quello precedente permette di evidenziare eventuali differenze tra le strutture presenti nel campo di moto e anche per quali condizioni esse si verifichino, nonché poter quantificare gli effetti sulle prestazioni. Quest'analisi è stata portata avanti utilizzando la griglia di Sezione 3.4 (116507 celle, modello di S-A) e quindi comparando i risultati con quelli discussi nella Sezione 4.1.2.

5.1 Variazione dell'incidenza

Per via del fenomeno di incidenza unica, una variazione dell'angolo di incidenza del flusso implica una ripercussione sul numero di Mach in ingresso al profilo, in quanto dipendenti tra loro. Un numero di Mach minore riduce la massima deflessione ottenibile con un'onda d'urto. In tal senso, la diminuzione potrebbe essere così rilevante da portare ad un distacco dell'urto dal bordo d'attacco della paletta e un conseguente avanzamento. Questo fenomeno porterebbe ad un disinnesco della schiera e quindi ad un malfunzionamento. Sono state effettuate quattro perturbazioni dell'angolo di incidenza e sono state ripetute le simulazioni, delle quali vengono riportati i risultati nelle pagine seguenti.

5.1.1 Angolo di incidenza 80.32° (variazione di +1°)

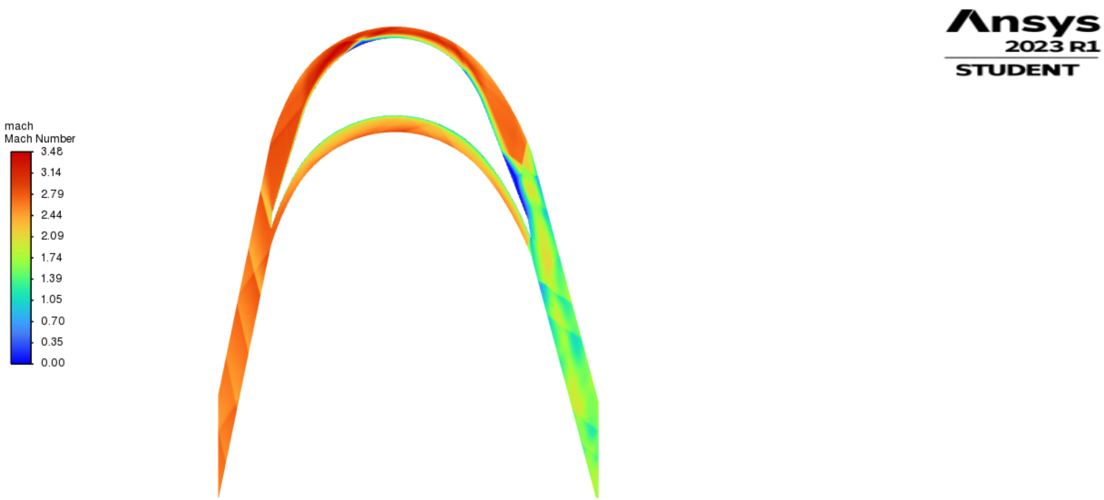

Figura 5.1. Campo di Mach ($\beta_{in} = 80.32°$)

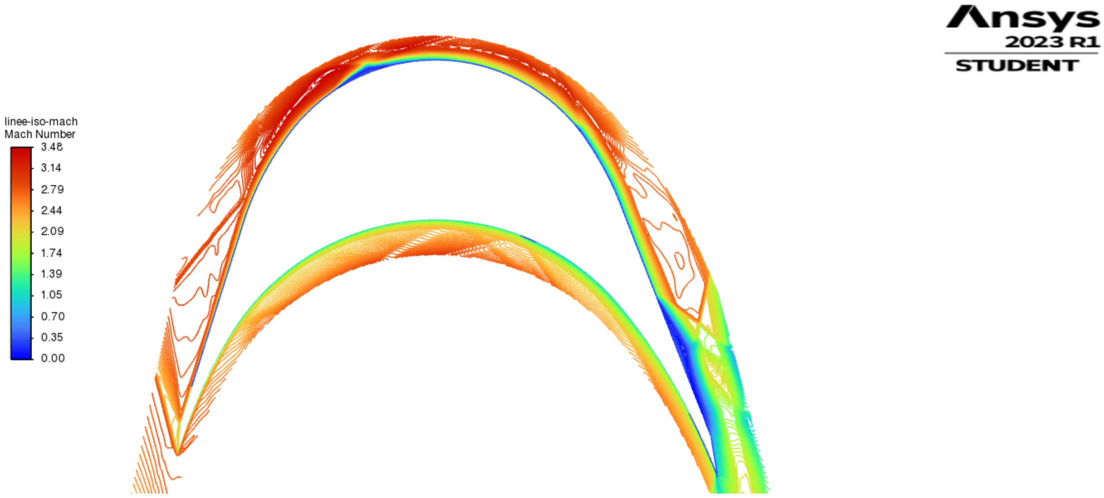

Figura 5.2. Linee iso-Mach: close-up della paletta ($\beta_{in} = 80.32°$)

Figura 5.3. Linee iso-Mach: close-up del bordo d'attacco ($\beta_{in} = 80.32°$)

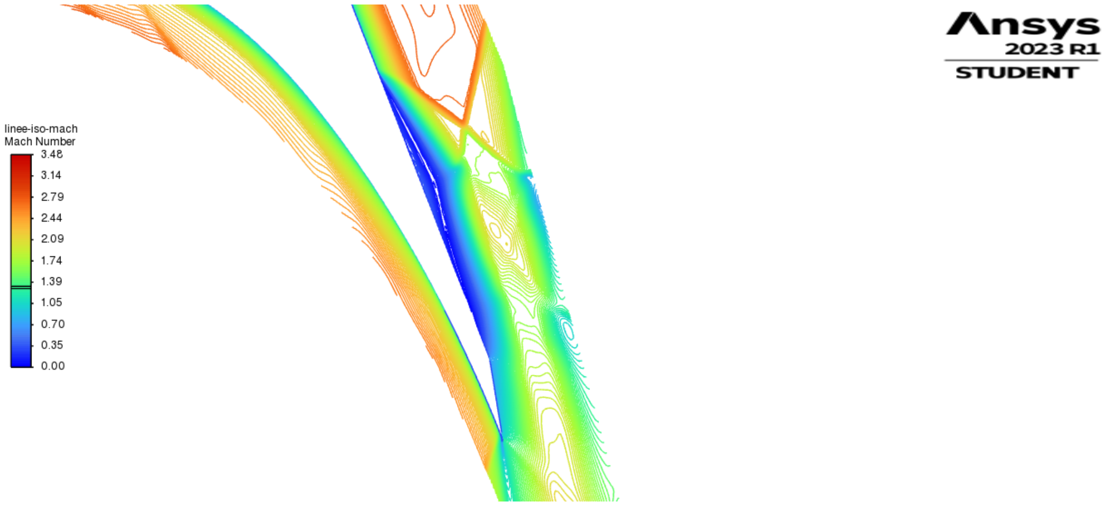

Figura 5.4. Linee iso-Mach: separazione nel dorso ($\beta_{in} = 80.32°$)

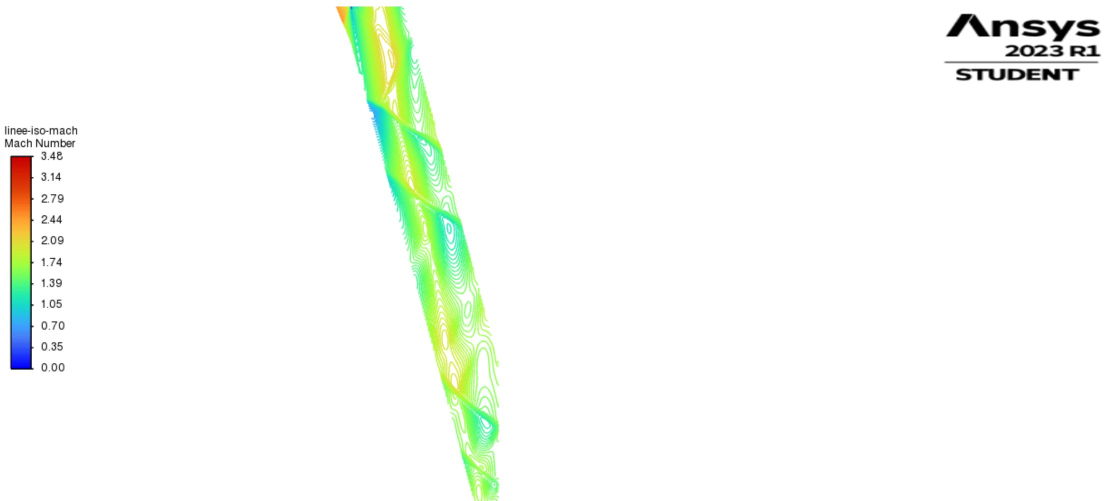

Figura 5.5. Linee iso-Mach: condotto d'uscita ($\beta_{in} = 80.32°$)

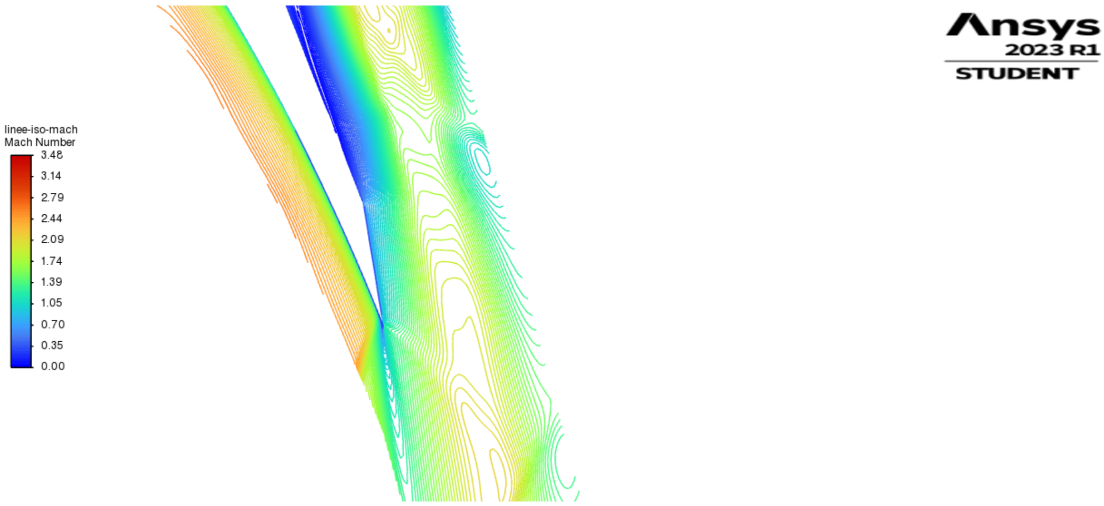

Figura 5.6. Linee iso-Mach: close-up del bordo di fuga ($\beta_{in} = 80.32°$)

5.1.2 Angolo di incidenza 81.32° (variazione di +2°)

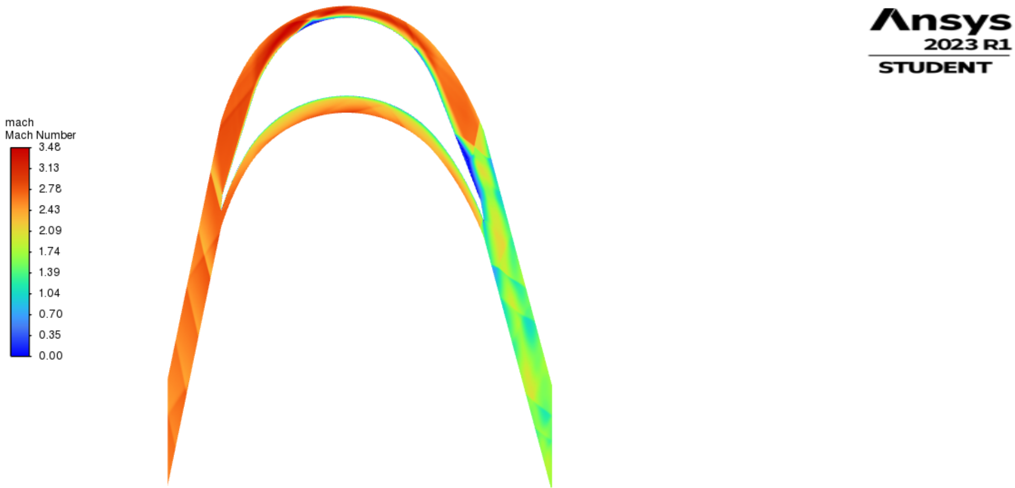

Figura 5.7. Campo di Mach ($\beta_{in} = 81.32°$)

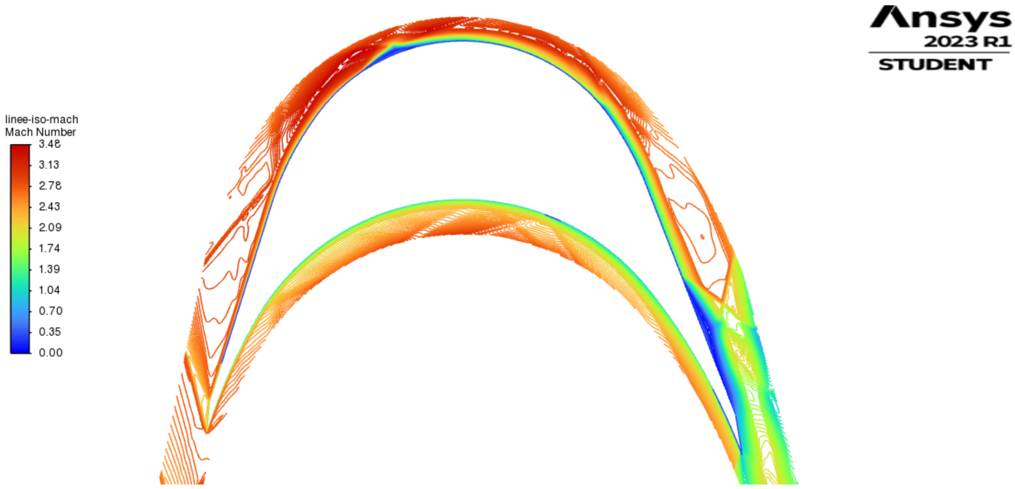

Figura 5.8. Linee iso-Mach: close-up della paletta ($\beta_{in} = 81.32°$)

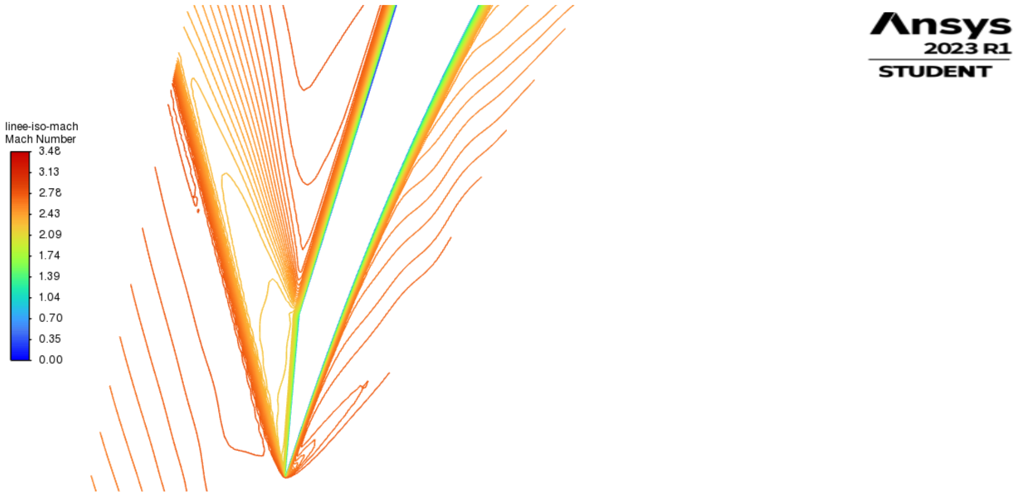

Figura 5.9. Linee iso-Mach: close-up del bordo d'attacco ($\beta_{in} = 81.32°$)

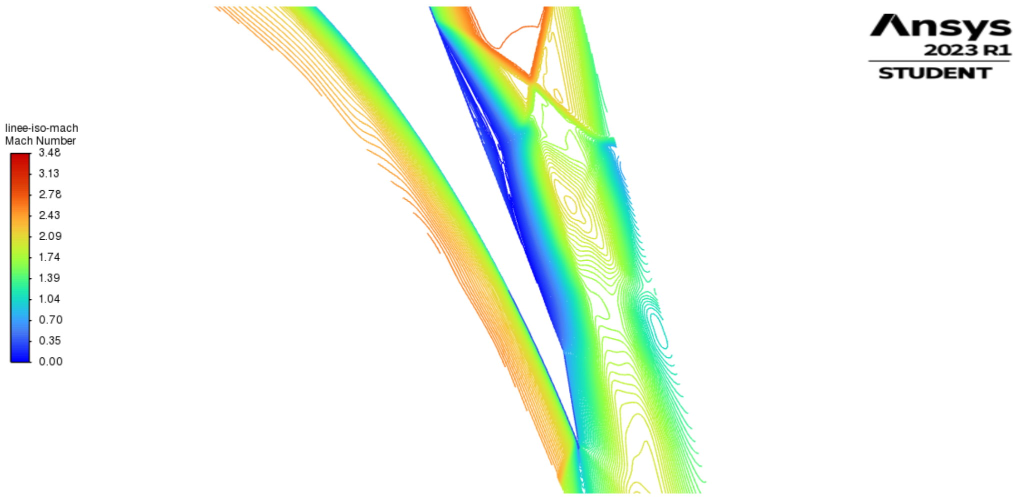

Figura 5.10. Linee iso-Mach: separazione nel dorso ($\beta_{in} = 81.32°$)

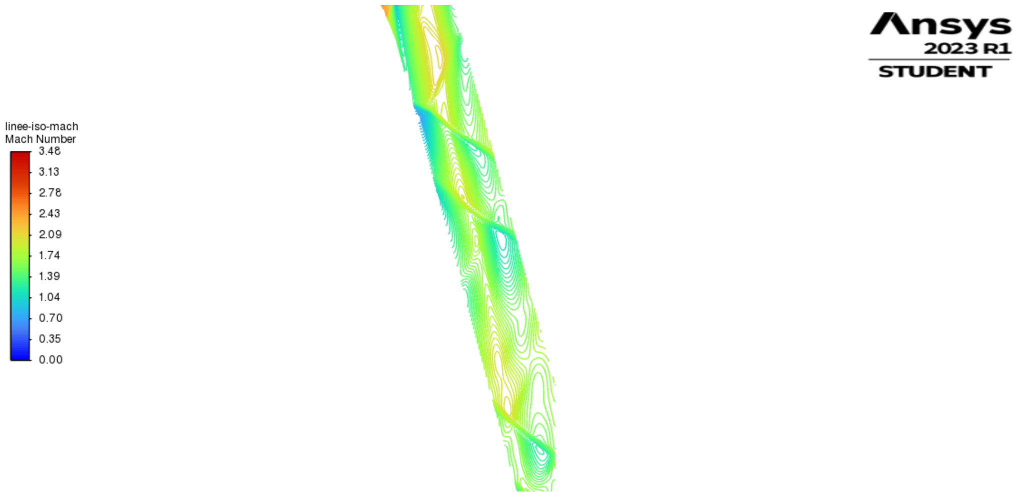

Figura 5.11. Linee iso-Mach: condotto d'uscita ($\beta_{in} = 81.32°$)

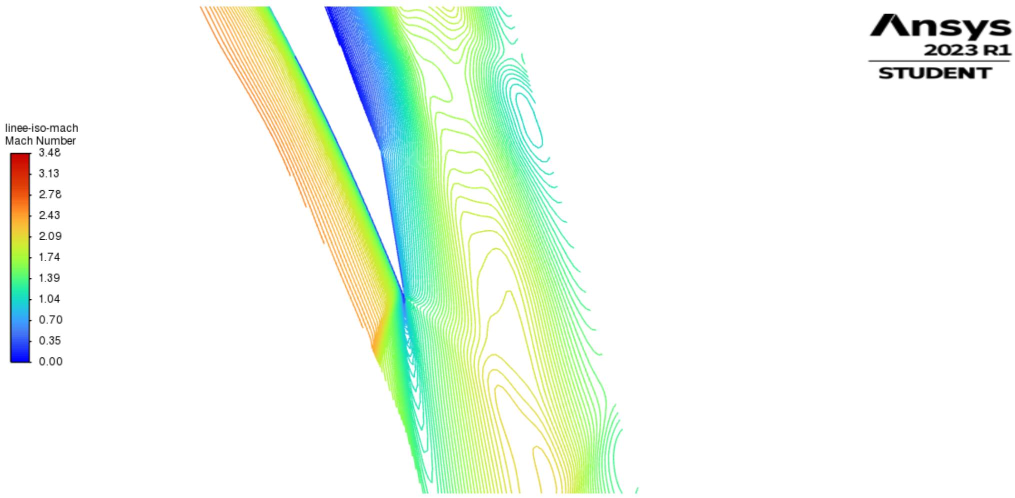

Figura 5.12. Linee iso-Mach: close-up del bordo di fuga ($\beta_{in} = 81.32°$)

5.1.3 Angolo di incidenza 78.32° (variazione di -1°)

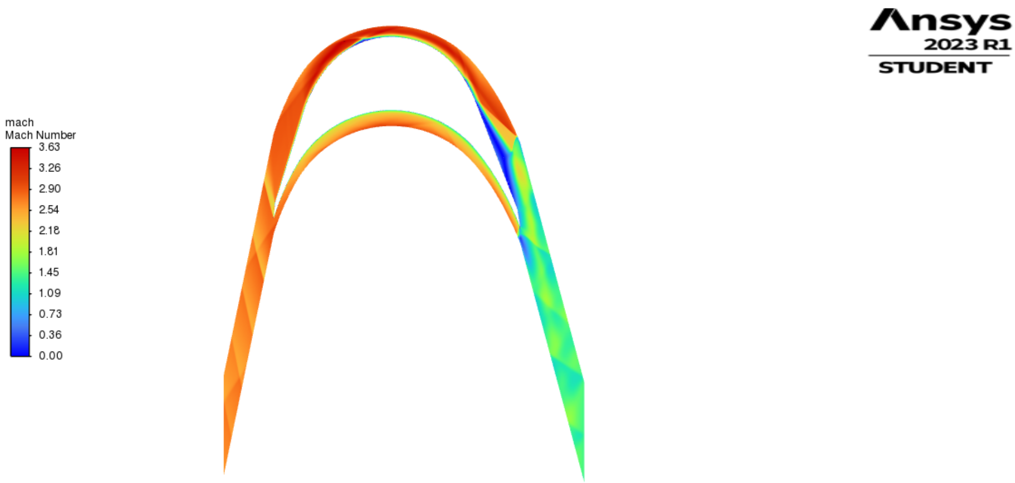

Figura 5.13. Campo di Mach ($\beta_{in} = 78.32°$)

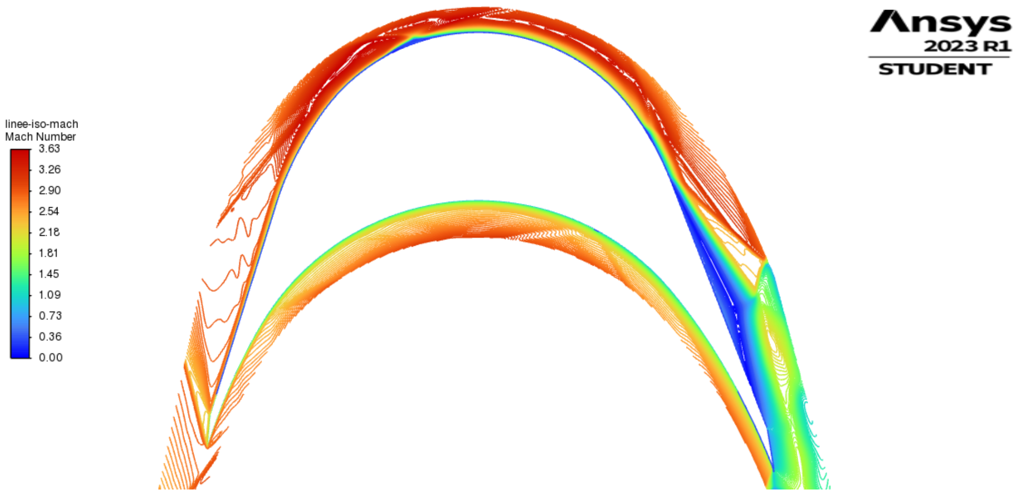

Figura 5.14. Linee iso-Mach: close-up della paletta ($\beta_{in} = 78.32°$)

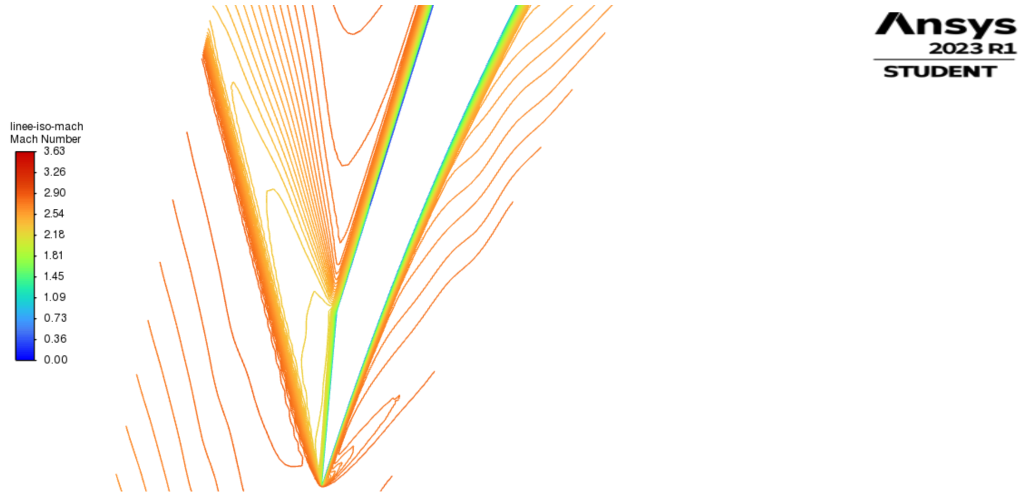

Figura 5.15. Linee iso-Mach: close-up del bordo d'attacco ($\beta_{in} = 78.32°$)

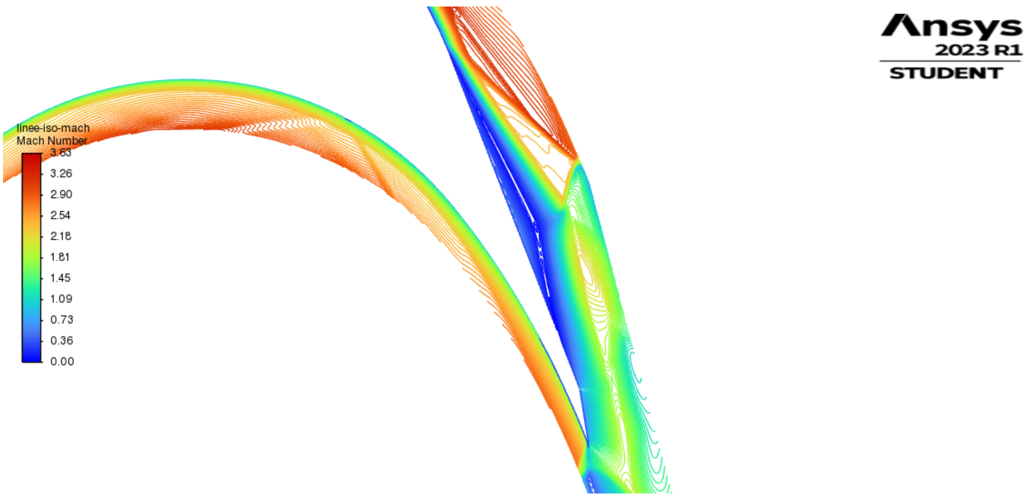

Figura 5.16. Linee iso-Mach: separazione nel dorso ($\beta_{in} = 78.32°$)

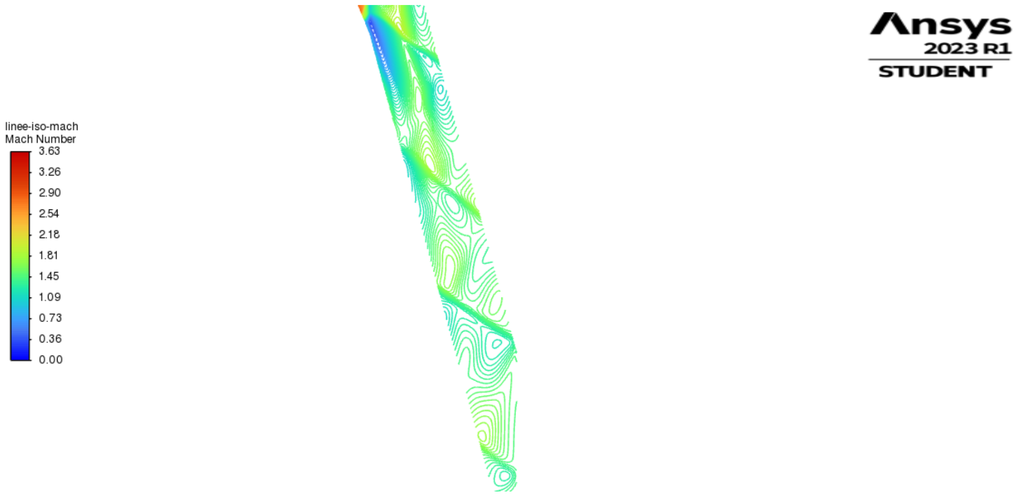

Figura 5.17. Linee iso-Mach: condotto d'uscita ($\beta_{in} = 78.32°$)

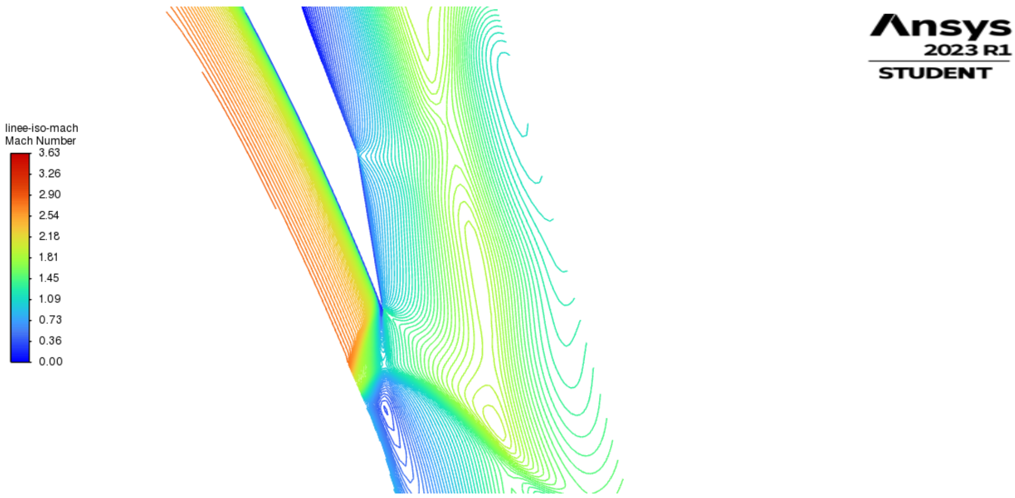

Figura 5.18. Linee iso-Mach: close-up del bordo di fuga ($\beta_{in} = 78.32°$)

5.1.4 Angolo di incidenza 77.32° (variazione di -2°)

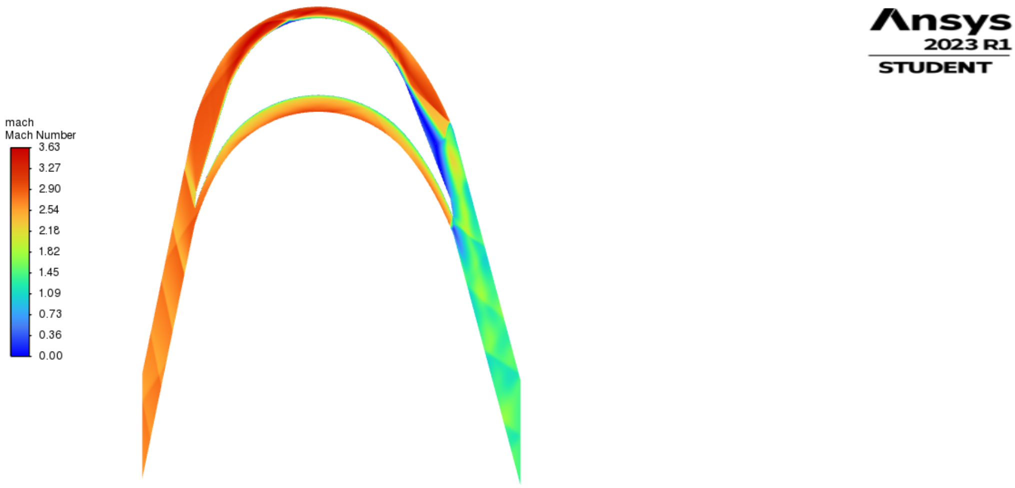

Figura 5.19. Campo di Mach ($\beta_{in} = 77.32°$)

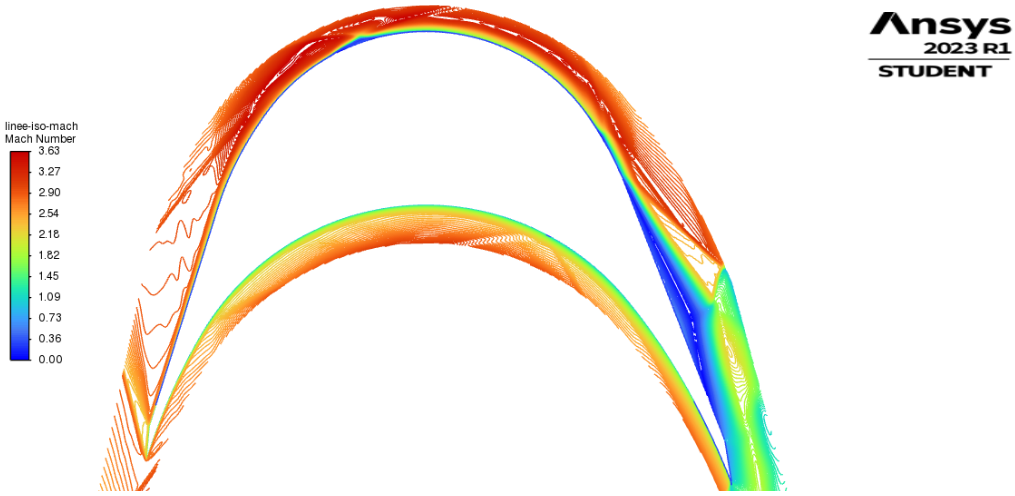

Figura 5.20. Linee iso-Mach: close-up della paletta ($\beta_{in} = 77.32°$)

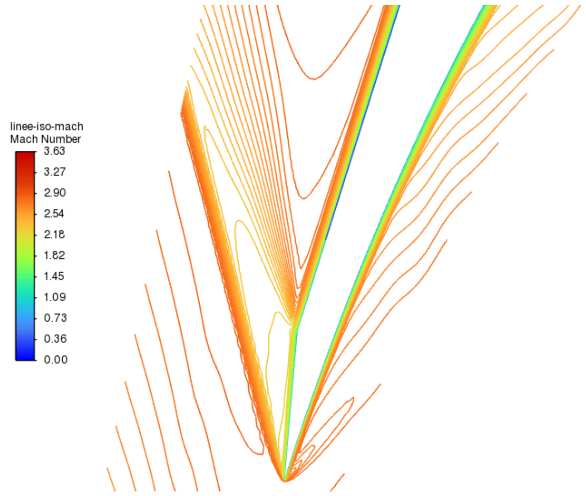

Figura 5.21. Linee iso-Mach: close-up del bordo d'attacco ($\beta_{in} = 77.32°$)

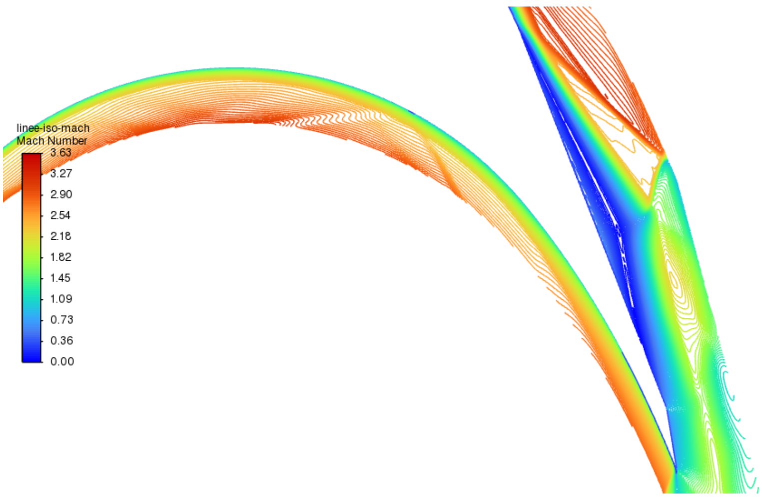

Figura 5.22. Linee iso-Mach: separazione nel dorso ($\beta_{in} = 77.32°$)

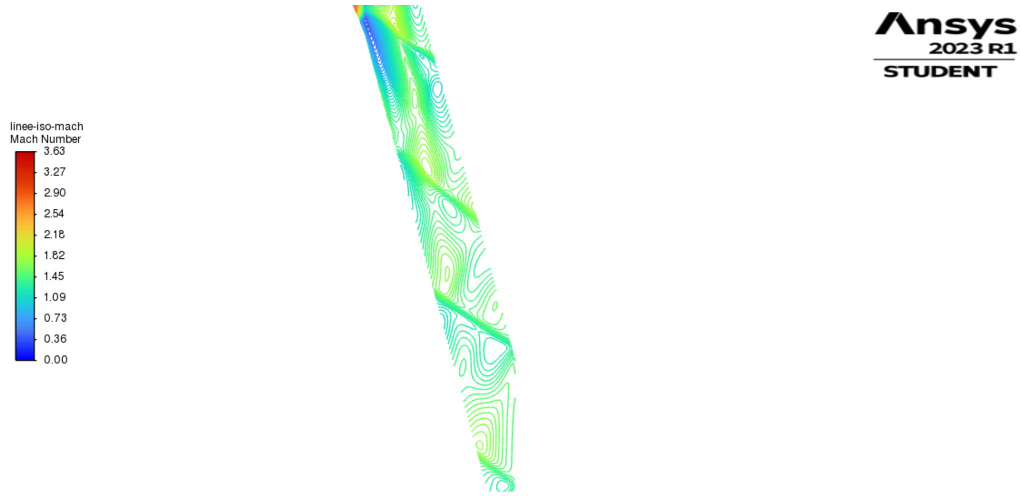

Figura 5.23. Linee iso-Mach: condotto d'uscita ($\beta_{in} = 77.32°$)

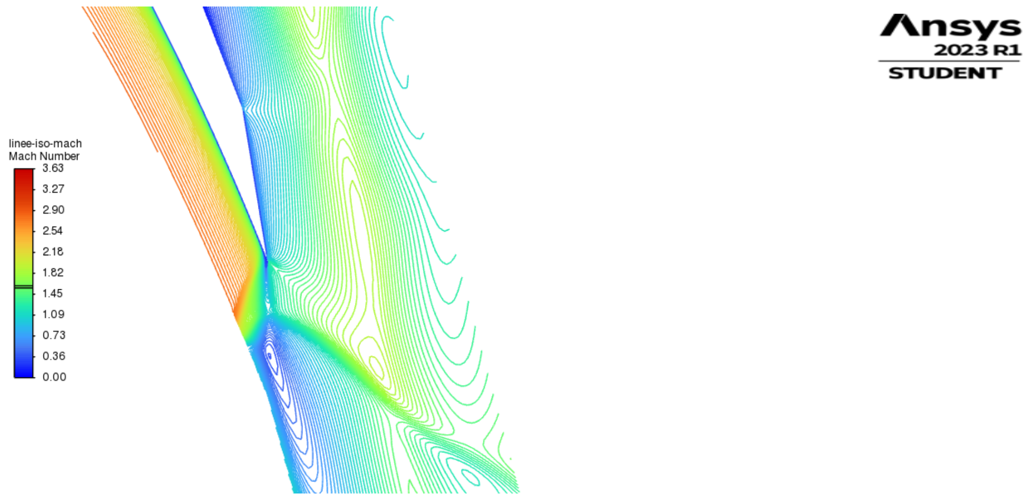

Figura 5.24. Linee iso-Mach: close-up del bordo di fuga ($\beta_{in} = 77.32°$)

5.1.5 Considerazioni sulla variazione dell'angolo d'incidenza

Come si evince dalle figure nelle pagine precedenti, si può affermare che:

- La schiera mantiene un funzionamento corretto per ogni perturbazione dell'incidenza;
- Le strutture osservate dopo queste modifiche sono simili a quelle già evidenziate nella trattazione del comportamento in condizioni di progetto;
- Nella sezione di outlet, si ottiene una pressione totale media (pesata con la massa) maggiore per incidenze maggiori (80.32°, 81.32°) rispetto al funzionamento a progetto (79.32°);
- Nella sezione di outlet, si ottiene una pressione totale media (pesata con la massa) minore per incidenze minori (78.32°, 77.32°) rispetto al funzionamento a progetto (79.32°);
- Nei casi di $\beta_{in} = 80.32°$, $\beta_{in} = 81.32°$, l'andamento delle perdite di pressione totale in scia è molto simile al caso di progetto;
- Nei casi di $\beta_{in} = 77.32°$, $\beta_{in} = 78.32°$, le perdite di pressione totale in scia sono maggiori rispetto al caso di progetto.

Inoltre, si riportano i seguenti grafici, che rappresentano il confronto dei vari andamenti a progetto e fuori progetto:

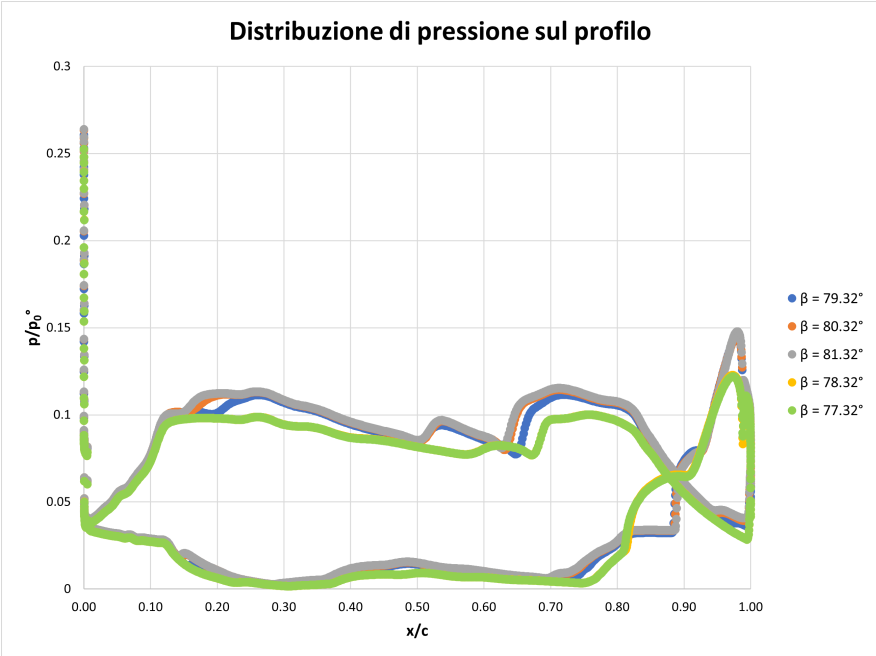

Figura 5.25. Distribuzione di pressione statica nel profilo - Variazione dell'incidenza.

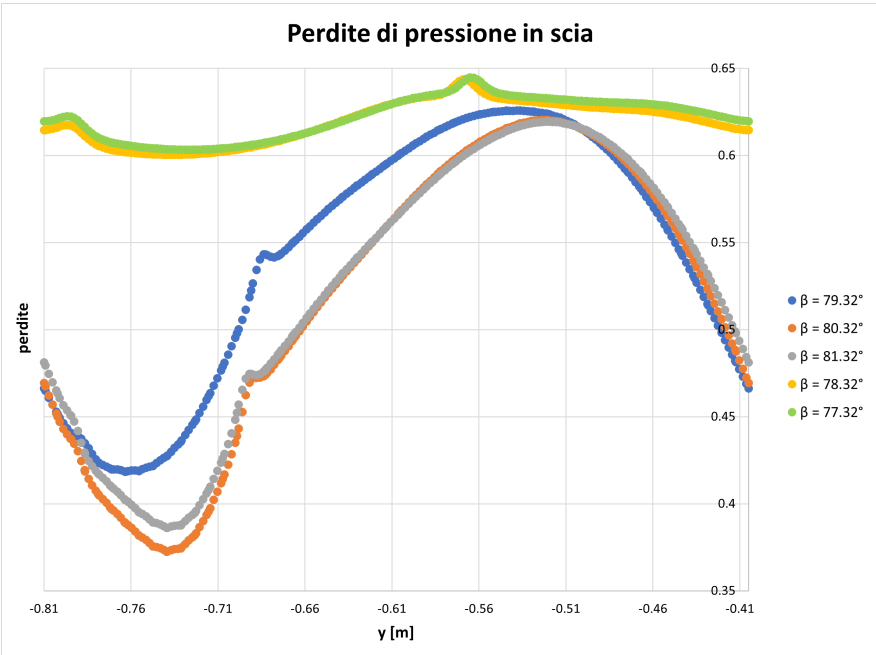

Figura 5.26. Perdite di pressione totale in scia - Variazione dell'incidenza.

5.1.6 Variazione del Mach isentropico di uscita

Il secondo parametro che viene variato è il Mach isentropico di uscita (si pone $M_{is,e} = 2$). Come riportato nell'equazione 3.2, questo corrisponde ad una variazione della pressione statica di uscita, che diventa $p_e = 127804.535\,\text{Pa}$. Il segnale di pressione statica risale verso monte finchè il flusso è assialmente subsonico, dove il flusso è assialmente supersonico e quindi questa perturbazione non influenza più il campo di monte. Di conseguenza, per il flusso a monte ci si aspetta lo stesso comportamento già visto a progetto, mentre invece è interessante indagare le eventuali differenze nelle strutture del campo che va da metà paletta in avanti. Nelle pagine seguenti vengono riportati i risultati.

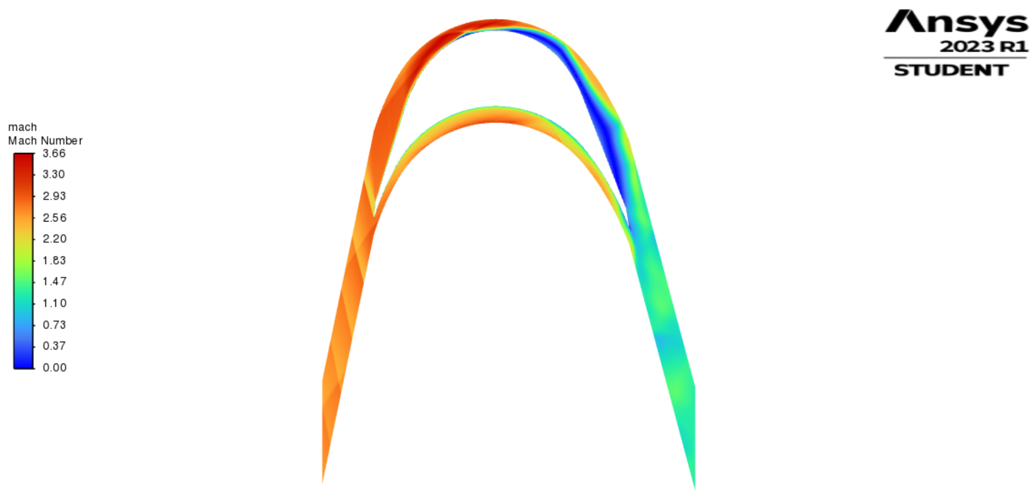

Figura 5.27. Campo di Mach ($M_{is,e} = 2$)

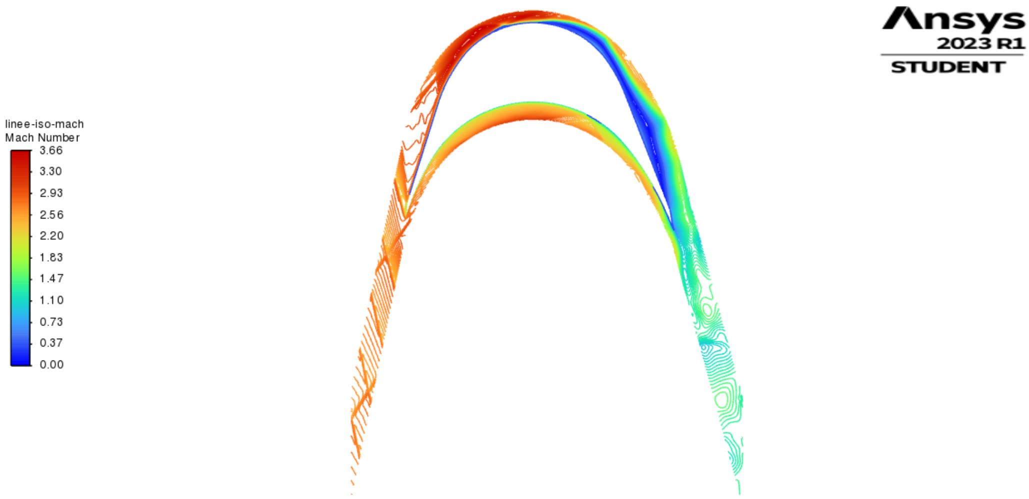

Figura 5.28. Linee iso-Mach ($M_{is,e} = 2$)

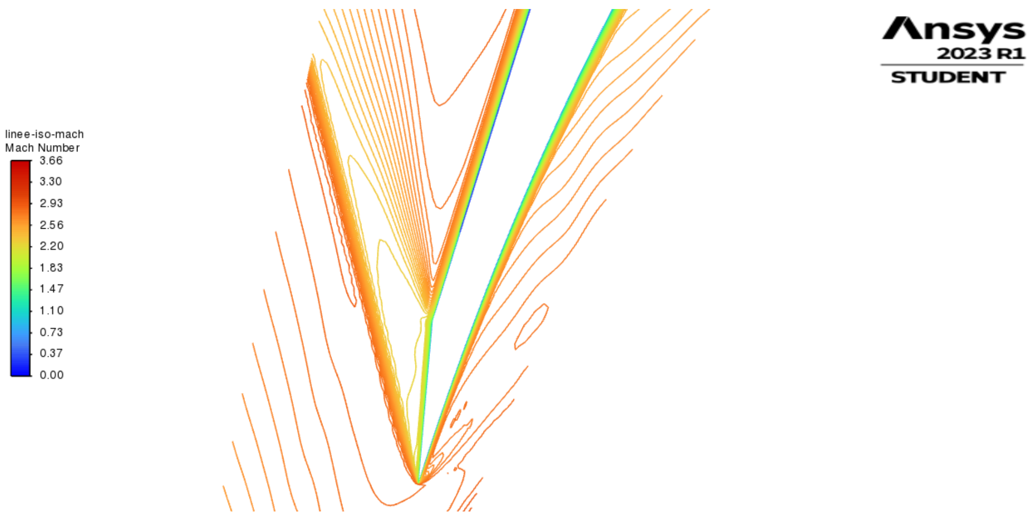

Figura 5.29. Linee iso-Mach: bordo d'attacco del profilo ($M_{is,e} = 2$)

5.1.7 Considerazioni sulla variazione del Mach isentropico di uscita

Si riportano i seguenti grafici, che rappresentano il confronto degli andamenti a progetto e fuori progetto:

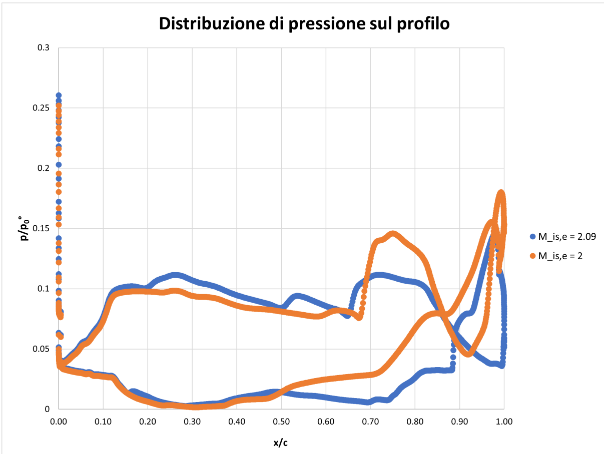

Figura 5.30. Distribuzione di pressione statica nel profilo - Variazione del Mach isentropico di uscita.

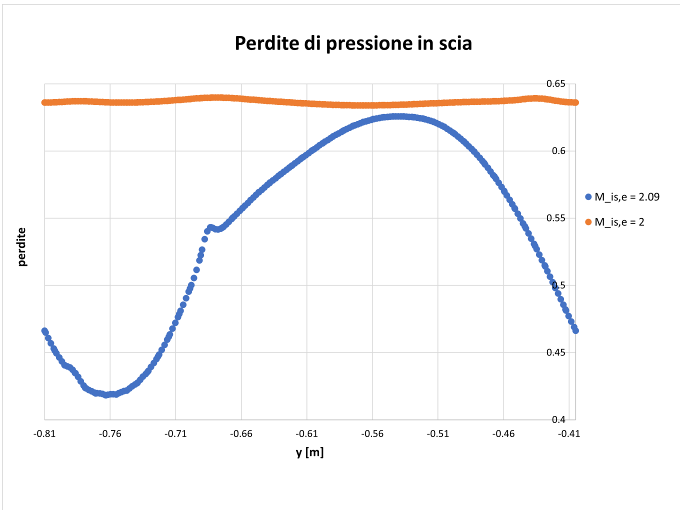

Figura 5.31. Perdite di pressione totale in scia - Variazione del Mach isentropico di uscita.

Come si evince dalle figure nelle pagine precedenti, si può affermare che:

- Come previsto dalle considerazioni teoriche, la schiera a monte mantiene lo stesso funzionamento del caso a progetto, in quanto i segnali di pressione non risalgono fino a monte;
- Si nota una sostanziale differenza della zona di separazione presente nella seconda parte della parete dorsale della paletta, che qui risulta più ampia. Questo si traduce anche in un aumento delle perdite rispetto al caso a progetto;
- Nella sezione di outlet, si ottiene una pressione totale media (pesata con la massa) minore rispetto al caso a progetto.

5.1.8 Prestazioni

In questa sezione si riporta una tabella riepilogativa delle prestazioni mediate con la portata. Il caso base usato per il confronto è quello della griglia da 116507 celle, col modello di turbolenza di Spalart-Allmarass.

Analisi di robustezza - prestazioni mediate						
β	$M_{is,e}$	**Modello**	p^o_{outlet}/p^o_∞	%	**Perdite**	%
79.32°	2.09	S-A	0.4687	-	0.533	-
79.32°	2.09	SST k-ω	0.384	-18.07	0.623	+16.89
80.32°	2.09	S-A	0.4916	+4.89	0.510	-4.41
81.32°	2.09	S-A	0.4946	+5.53	0.516	-3.14
78.32°	2.09	S-A	0.3745	-20.1	0.620	+16.23
77.32°	2.09	S-A	0.3739	-20.23	0.622	+16.69
79.32°	2	S-A	0.3633	-22.49	0.636	+19.37

Tabella 5.1.

Capitolo 6

Valutazione dell'incertezza legata all'utilizzo di wall functions

Nella Sezione 2.2 si descrivono le equazioni di conservazione e i modelli di turbolenza adottati per la chiusura del sistema. Si è citato come all'interno del software siano state implementate delle wall functions che permettono di ottenere risultati consistenti anche nel caso di valori di y^+ a parete maggiori dei limiti teorici, purché con determinate condizioni (nel caso del modello di Spalart-Allmaras, ad esempio, si possono simulare flussi con $1 < y^+ < 30$, ma si necessitano almeno da 10 a 15 inflation layers). A seguito dell'analisi di convergenza di griglia per le condizioni di progetto e l'analisi di robustezza, è stata effettuata un'ulteriore valutazione, descritta in questo capitolo, che permette di quantificare l'incertezza legata a queste wall functions per il caso a progetto.

6.1 Rifinimento della griglia di strato limite

Il primo passo è stato quello della generazione di una nuova mesh, che rispetti il requisito di avere $y^+ < 1$ su tutto il profilo. Questo ha necessitato una riduzione dell'altezza della prima cella a parete ed un aumento degli strati di inflation. Di seguito è possibile vedere la mesh dopo il rifinimento.

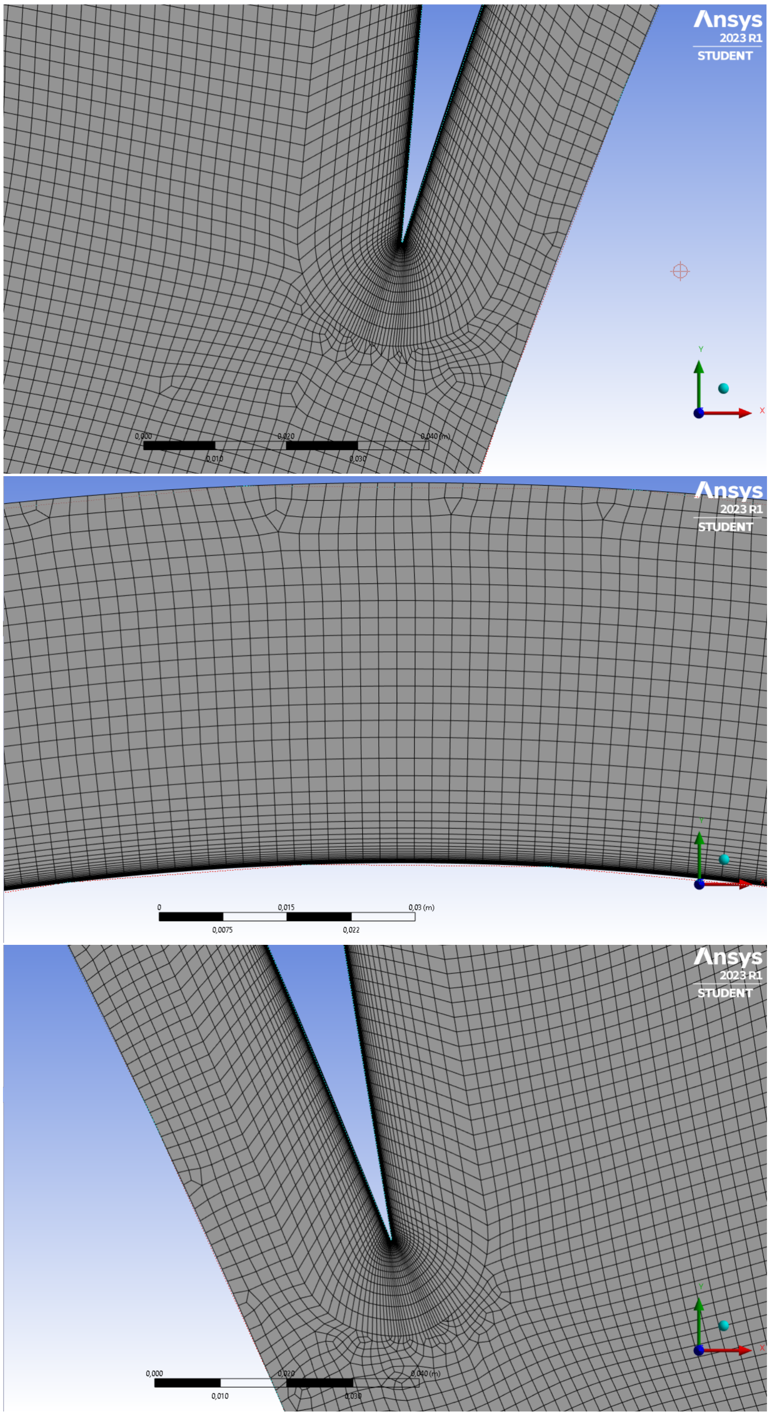

Figura 6.1. Viste della nuova griglia.

Viene riportata una tabella riepilogativa dei parametri principali, messi a confronto con quelli della griglia usata nei capitoli precedenti.

Confronto griglie						
N	Size [m]	h_{wall} [m]	Inflation	Celle	Min. ort. quality	Max skew.
1	$2 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-4}$	15 layers	116507	0.389	0.722
2	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-6}$	40 layers	153962	0.327	0.791

Tabella 6.1.

6.2 Risultati delle simulazioni CFD

Con la nuova mesh sono state simulate le condizioni a progetto del rotore, sia col modello di Spalart-Allmaras, sia con SST k-ω.

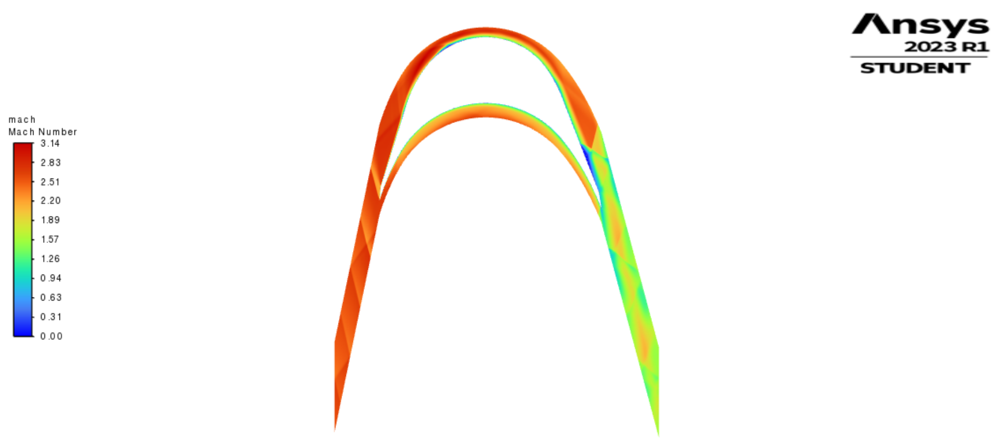

Figura 6.2. Campo di Mach - Griglia con $y^+ < 1$ (SA).

Visivamente si può notare un'ulteriore diminuzione della zona interessata da separazione, per via di una maggiore risoluzione dello strato limite.

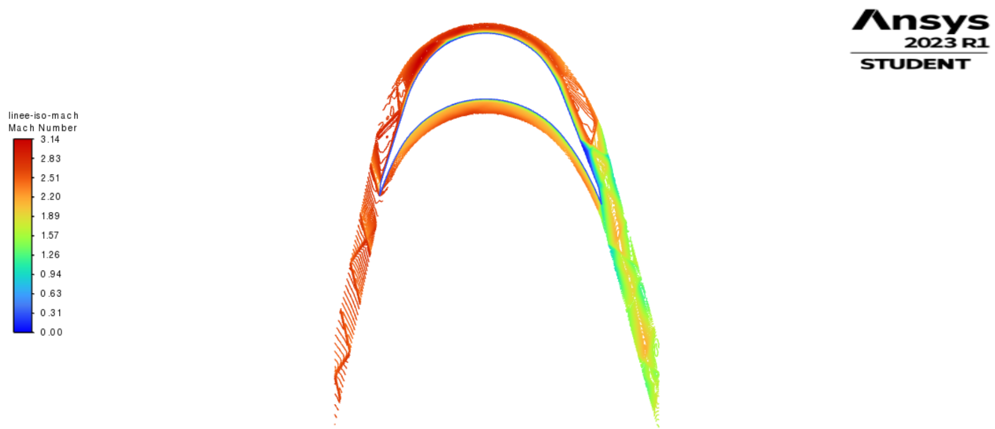

Figura 6.3. Linee iso-Mach - Griglia con $y^+ < 1$ (SA).

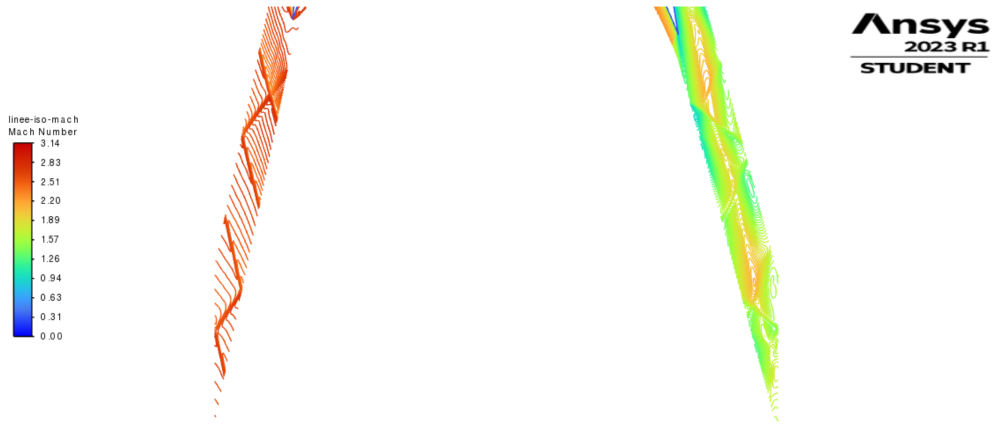

Figura 6.4. Close-up delle linee iso-Mach nei condotti iniziale e finale - Griglia con $y^+ < 1$ (SA).

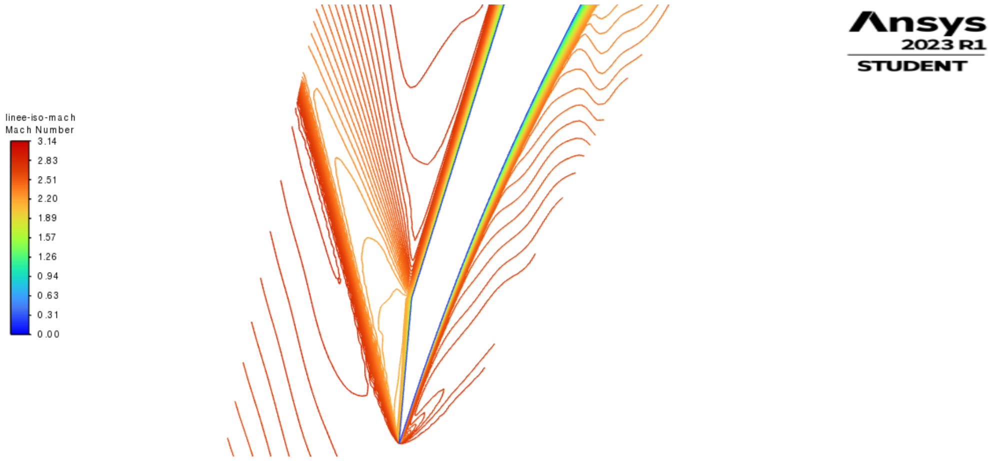

Figura 6.5. Urto al bordo d'attacco e successivo ventaglio d'espansione - Griglia con $y^+ < 1$ (SA).

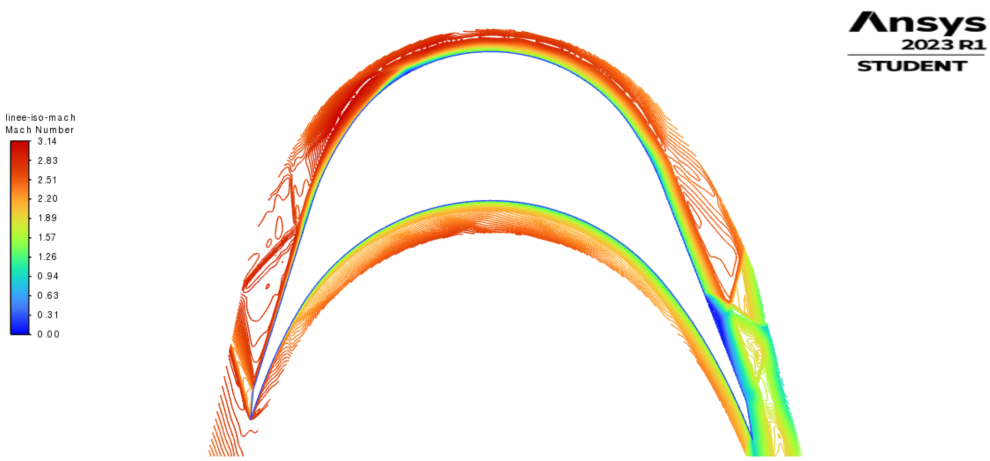

Figura 6.6. Riflessione delle linee caratteristiche nella parete ventrale - Griglia con $y^+ < 1$ (SA).

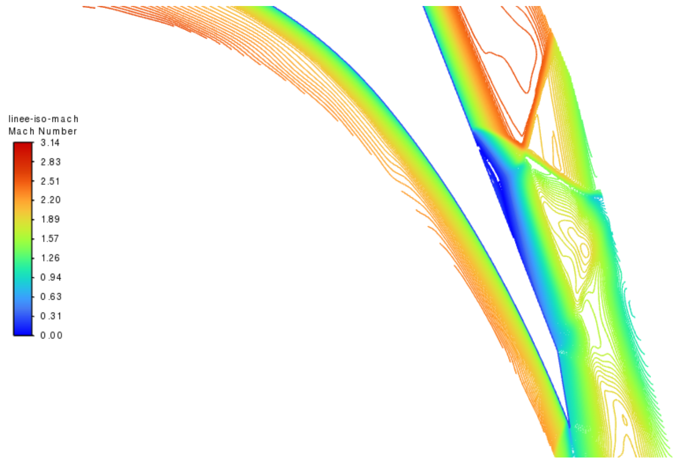

Figura 6.7. Interazione urto-strato limite e zona di separazione nella parte finale del dorso - Griglia con $y^+ < 1$ (SA).

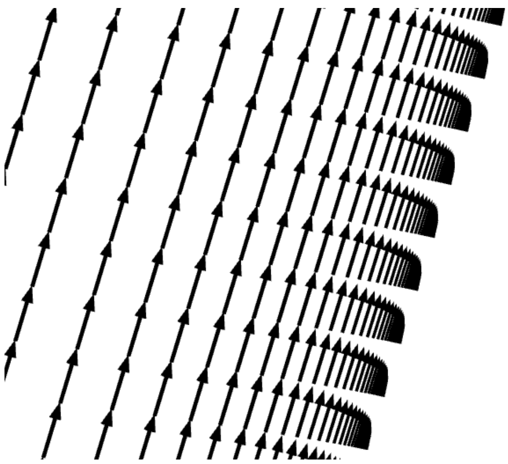

Figura 6.8. Profilo di velocità nello strato limite nella prima parte dell'arco dorsale - Griglia con $y^+ < 1$ (SA).

Una griglia più fitta in prossimità della parete ha permesso una migliore risoluzione del profilo di velocità, riuscendo a catturare in maniera più corretta gli elevati gradienti.

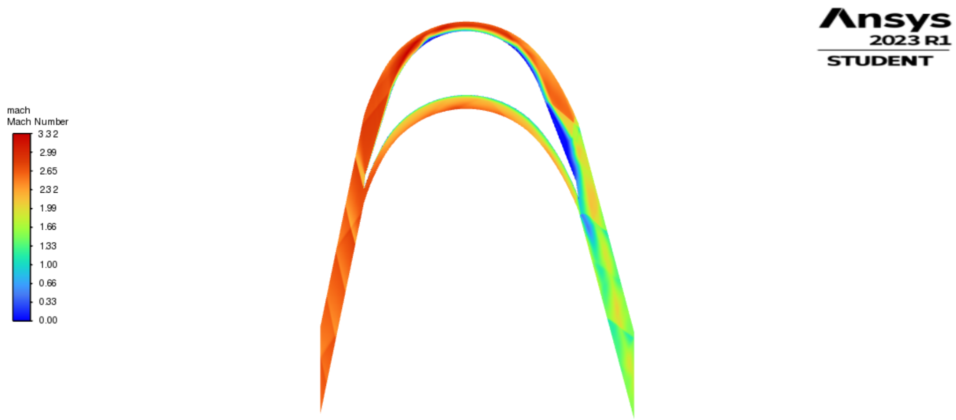

Figura 6.9. Campo di Mach - Griglia con $y^+ < 1$ (SST k-ω).

Anche in questo caso il modello SST k-ω è caratterizzato da zone di separazione più ampie rispetto a Spalart-Allmaras.

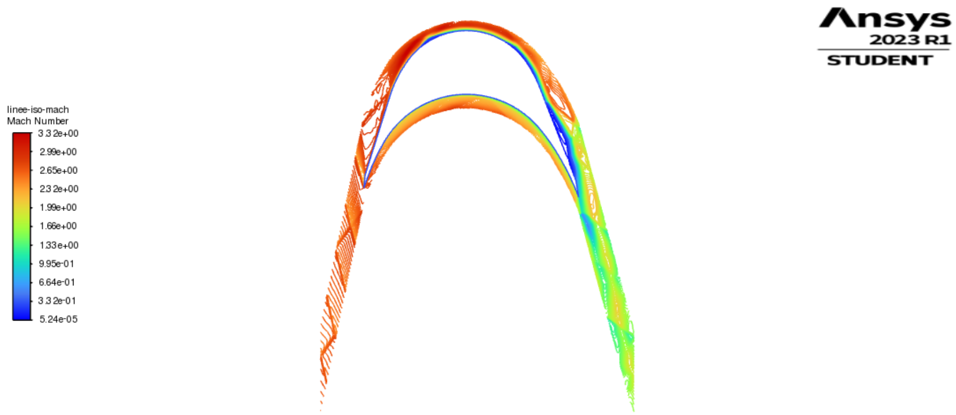

Figura 6.10. Linee iso-Mach - Griglia con $y^+ < 1$ (SST k-ω).

Figura 6.11. Close-up delle linee iso-Mach nei condotti iniziale e finale - Griglia con $y^+ < 1$ (SST k-ω).

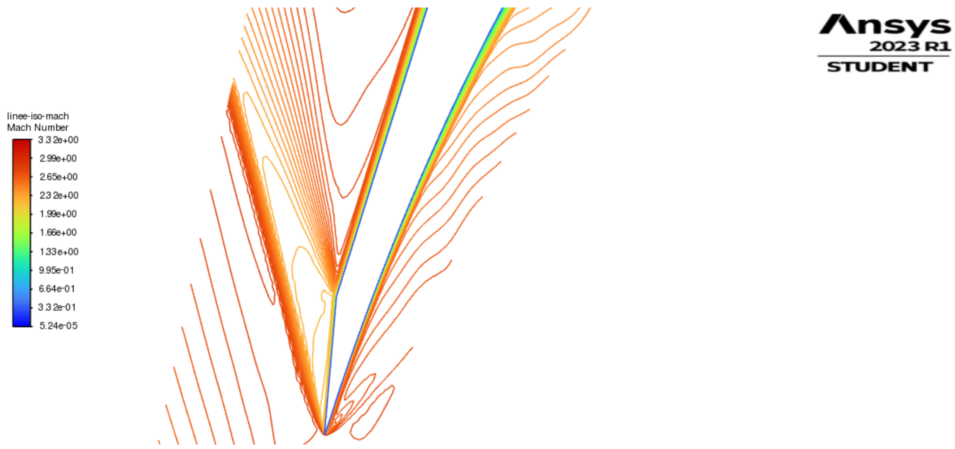

Figura 6.12. Urto al bordo d'attacco e successivo ventaglio d'espansione - Griglia con $y^+ < 1$ (SST k-ω).

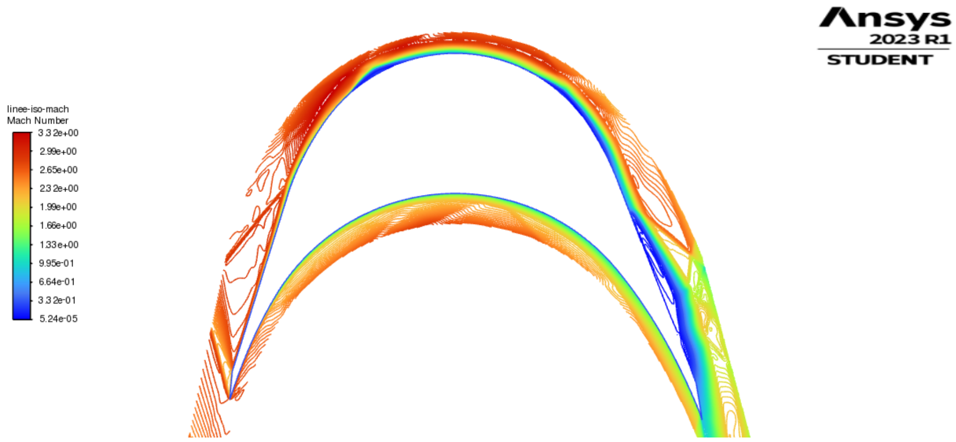

Figura 6.13. Riflessione delle linee caratteristiche nella parete ventrale - Griglia con $y^+ < 1$ (SST k-ω).

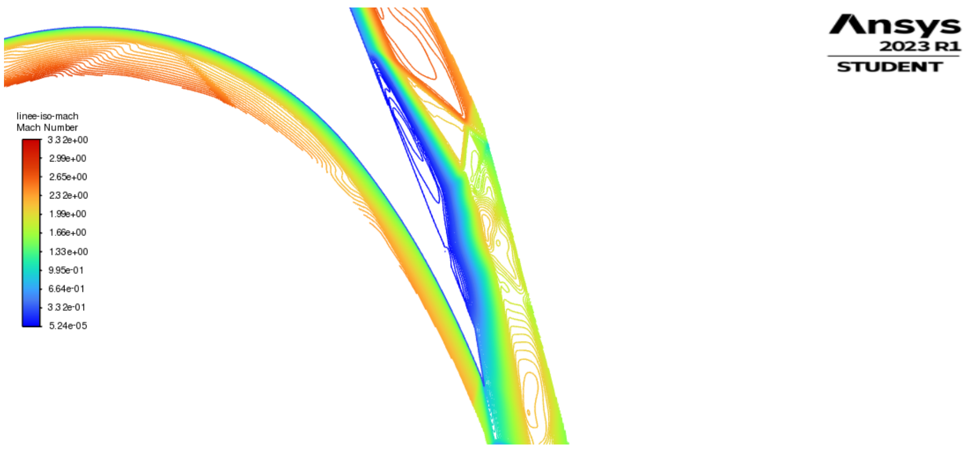

Figura 6.14. Interazione urto-strato limite e zona di separazione nella parte finale del dorso - Griglia con $y^+ < 1$ (SST k-ω).

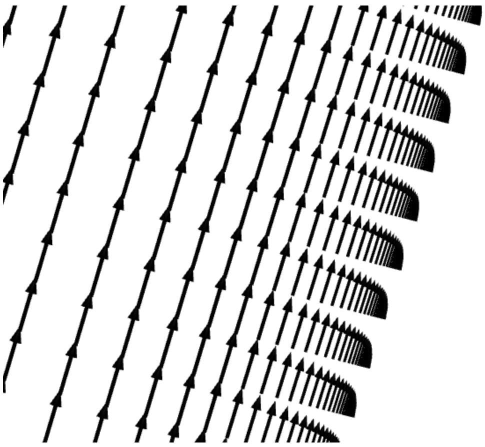

Figura 6.15. Profilo di velocità nello strato limite nella prima parte dell'arco dorsale - Griglia con $y^+ < 1$ (SST k-ω).

6.3 Prestazioni

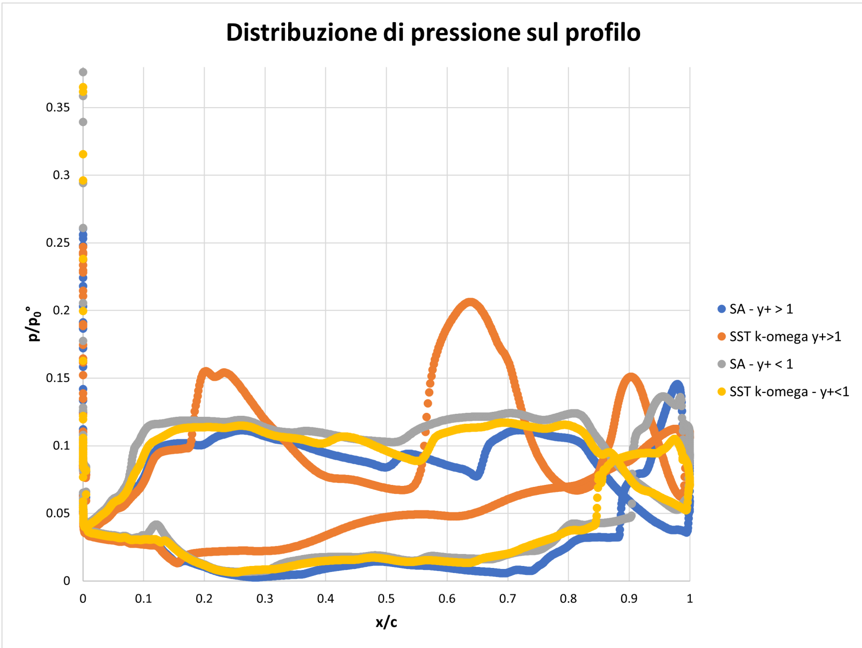

Figura 6.16. Distribuzione di pressione statica nel profilo - Rifinimento griglia di strato limite.

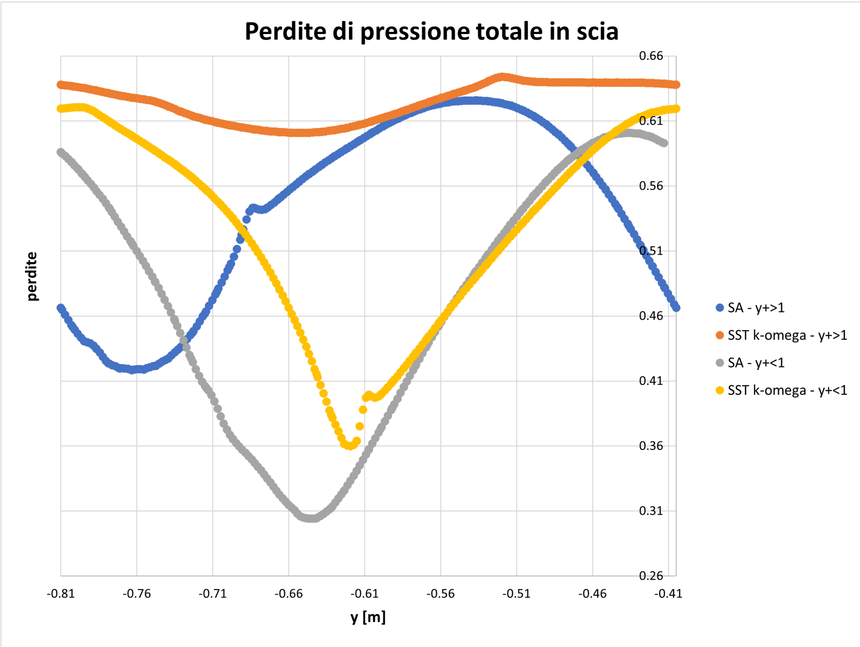

Figura 6.17. Perdite di pressione totale in scia - Rifinimento griglia di strato limite.

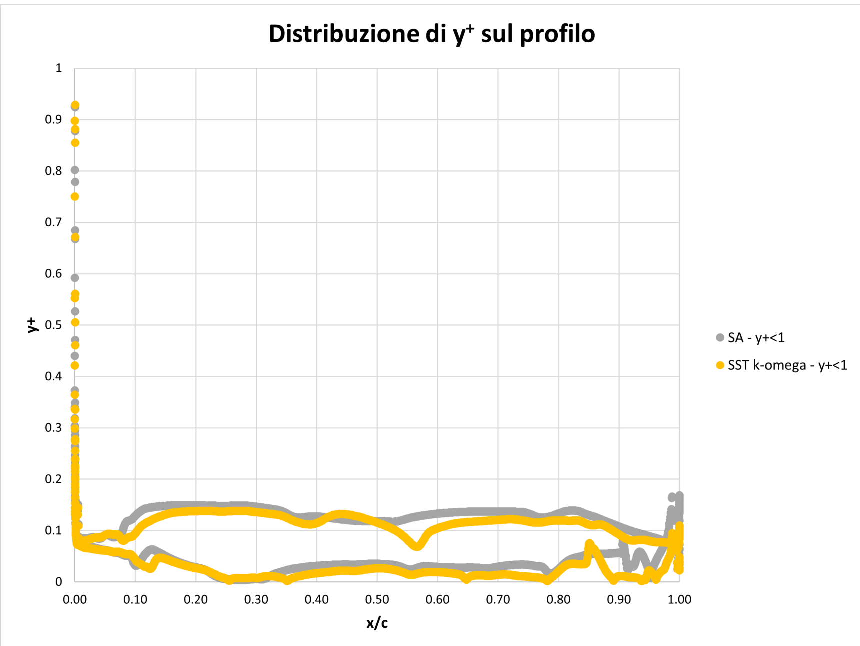

Figura 6.18. Valori di y^+ - Rifinimento griglia di strato limite.

Prestazioni mediate					
β_{in}	$M_{is,e}$	y^+	**Modello**	p^o_{outlet}/p^o_∞	**Perdite**
79.32°	2.09	> 1	S-A	0.4687	0.533
79.32°	2.09	> 1	SST k-ω	0.3839	0.623
79.32°	2.09	< 1	S-A	0.5127	0.473
79.32°	2.09	< 1	SST k-ω	0.5119	0.514

Tabella 6.2.

I risultati precedenti permettono di fare le seguenti considerazioni:

- Vi è una sovrastima delle perdite quando i modelli vengono applicati a griglie con y^+ oltre i limiti teorici raccomandati;
- Una griglia più fitta ha permesso la corretta soluzione del profilo di velocità in prossimità della parete, mettendo meglio in evidenza gli elevati gradienti;
- La distribuzione di pressione sul profilo risulta abbastanza fedele nel caso di modello di turbolenza di Spalart-Allmaras applicato alle due griglie;
- Il modello SST k-ω simula delle perdite di quantità maggiore rispetto a quello di Spalart-Allmaras, portando anche a zone di separazione più ampie di quelle che si prevedono nelle condizioni di progetto.

Capitolo 7

Conclusioni

Il presente lavoro di tesi ha permesso di mettere alla luce le problematiche che coinvolgono lo studio delle turbine che lavorano in regime supersonico. Dopo la generazione della griglia di calcolo, è stata effettuata un'analisi attraverso la versione studenti del software di simulazione commerciale Ansys® Fluent, con la risoluzione del campo di moto opportunamente modellato. Si sono evidenziate dunque le stesse strutture già discusse in letteratura, nonché in analisi sperimentali e CFD per la stessa palettatura. Lo strumento numerico ha permesso la simulazione di svariate condizioni. La prima parte ha avuto come oggetto un'analisi di convergenza di griglia per la condizione di funzionamento a progetto, mentre la seconda parte un'analisi delle condizioni fuori progetto. Una valutazione qualitativa e quantitativa dei risultati ottenuti ha permesso un confronto sia dal punto di vista di un corretto funzionamento della schiera, sia in termini di perdite, che per questi problemi si è visto come possano essere molto significative. Nell'ultimo capitolo è stata effettuata una valutazione dell'incertezza delle soluzioni del caso a progetto, legato all'utilizzo di wall functions nei modelli di turbolenza.

Bibliografia

[1] U. Waahlen. The aerodynamic design and testing of a supersonic turbine for rocket engine application, Jul 1999.

[2] G. Paniagua, M.C. Iorio, N. Vinha, and J. Sousa. Design and analysis of pioneering high supersonic axial turbines. *International Journal of Mechanical Sciences*, 89:65–77, 2014.

[3] Jorge Sousa, Elena Collado-Morata, and Guillermo Paniagua. Design and optimization of supersonic turbines for detonation combustors. *Chinese Journal of Aeronautics*, 35(11):33–44, 2022.

[4] L. J. Goldman and V. J. Scullin. Analytical investigation of supersonic turbomachinery blading. 1 - computer program for blading design. *NASA Technical Report*, 1968.

[5] Jonathan Wlodarski, James R. Sterrett, and Emanuel Boxer. Application of supersonic vortex-flow theory to the design of supersonic impulse compressor- or turbine-blade sections. 1952.

[6] Arthur R. Kantrowitz and Coleman duP. Donaldson. Preliminary investigation of supersonic diffusers. 1945.

[7] Philip Levine. Two-Dimensional Inflow Conditions for a Supersonic Compressor With Curved Blades. 1956.

[8] H. J. Lichtfuss and H. Starken. Supersonic cascade flow. *Progress in Aerospace Sciences*, 15:37–149, January 1974.

[9] T C Adamson and A F Messiter. Analysis of two-dimensional interactions between shock waves and boundary layers. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 12(1):103–138, 1980.

[10] M. E. Goldstein, Willis Braun, and J. J. Adamczyk. Unsteady flow in a supersonic cascade with strong in-passage shocks. *Journal of Fluid Mechanics*, 83(3):569–604, 1977.

[11] J.D. Anderson. *Modern Compressible Flow: With Historical Perspective*. Aeronautical and Aerospace Engineering Series. McGraw-Hill Education, 2003.

[12] Jiri Blazek. Computational fluid dynamics: Principles and applications (third edition). Butterworth-Heinemann, Oxford, 2015.

[13] Osborne Reynolds. Iv. on the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1895.

[14] ANSYS® Inc. *Ansys Fluent Theory Guide*, 2022.

[15] Alexandre Favre. Equations statistiques des gaz turbulents-masse, quantite de mouvement. *Comptes Rendus Hebdomadaires Des Seances De L'Academie Des Sciences*, 246(18):2576–2579, 1958.

[16] Steven Allmaras, Forrester Johnson, and Philippe Spalart. Modifications and clarifications for the implementation of the spalart-allmaras turbulence model. *Seventh International Conference on Computational Fluid Dynamics (ICCFD7)*, pages 1–11, 01 2012.

[17] Philippe Spalart and Steven Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *AIAA*, 439, 01 1992.

[18] Florian R Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA journal*, 32(8):1598–1605, 1994.

[19] David C Wilcox et al. *Turbulence modeling for CFD*, volume 2. DCW industries La Canada, CA, 1998.

[20] H. Deconinck, P.L. Roe, and R. Struijs. A multidimensional generalization of roe's flux difference splitter for the euler equations. *Computers and Fluids*, 22(2):215–222, 1993.

[21] R. Courant, K. Friedrichs, and H. Lewy. On the partial difference equations of mathematical physics. *IBM J. Res. Dev.*, 11(2):215–234, mar 1967.

[22] Melania Del Pellaro. Studio fluidodinamico di palettatura supersonica. *Politecnico di Torino*, 2021.

[23] Christophe Geuzaine and Jean-François Remacle. Gmsh: A 3-d finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(11):1309–1331, 2009.