

# POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale



Tesi di Laurea Magistrale

## Analisi delle Prestazioni di una Presa d'Aria Supersonica Senza Divertore

Relatore

Prof. Andrea FERRERO

Candidato

Nicolas LAVACCA

Anno accademico 2022/2023



# Sommario

Questo lavoro è dedicato alla progettazione e all'analisi prestazionale di una presa supersonica senza divertore. Viene mostrato il processo di generazione di una superficie di compressione a forma di dosso che consente la formazione di un urto conico e la deviazione dello strato limite. Sono state quindi realizzate quattro diverse tipologie di dosso, al fine di comprendere quali siano i fattori geometrici che massimizzano la deviazione dello strato limite. La geometria più promettente è stata infine studiata mediante un'analisi RANS e modificata per ottimizzarne le prestazioni in termini di pressione totale e di uniformità del flusso.





# Ringraziamenti

*Grazie ai miei genitori, Raffaele e Daniela,  
e a mio fratello Mattia, per tutto il supporto e la pazienza.  
Grazie ad Anna per l'amore infinito che mi dedica ogni giorno.*



# Indice

<b>Elenco delle tabelle</b>	7
<b>Elenco delle figure</b>	8
<b>1 Introduzione</b>	11
1.1 Prese d'aria . . . . .	11
1.1.1 Prese d'aria subsoniche . . . . .	11
1.1.2 Prese d'aria supersoniche . . . . .	12
1.2 Problematiche relative allo strato limite . . . . .	14
1.2.1 Prese supersoniche con divertore . . . . .	15
1.2.2 Prese supersoniche senza divertore . . . . .	15
<b>2 Modelli matematici</b>	17
2.1 Equazioni di Navier-Stokes . . . . .	18
2.1.1 Equazione di conservazione della massa . . . . .	18
2.1.2 Equazione di conservazione della quantità di moto . . . . .	19
2.1.3 Equazione di conservazione dell'energia . . . . .	20
2.1.4 Chiusura del problema . . . . .	21
2.2 Equazioni di Eulero . . . . .	22
2.3 Modelli RANS . . . . .	24
2.3.1 Decomposizione di Reynolds . . . . .	24
2.3.2 Decomposizione di Favre . . . . .	25
2.3.3 Equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds . . . . .	26
2.3.4 Chiusura del problema . . . . .	28
2.4 Modello Spalart-Allmaras . . . . .	29
<b>3 Discretizzazione spaziale</b>	31
3.1 Metodo ai volumi finiti . . . . .	33
<b>4 Geometria del Bump</b>	37
4.1 Onde d'urto oblique e coniche . . . . .	37
4.2 Generazione superficie del Bump . . . . .	38
4.3 Costruzione dei bump . . . . .	44
<b>5 Analisi fluidodinamica dei Bump</b>	45
5.1 Analisi con modello Inviscido . . . . .	45
5.1.1 Soluzioni del modello inviscido . . . . .	46
5.1.2 Analisi della deviazione delle linee di corrente . . . . .	51

5.2	Analisi con modello RANS . . . . .	52
5.2.1	Soluzioni del modello RANS . . . . .	53
5.3	Modifica dei bump . . . . .	55
<b>6</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>63</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>65</b>

# Elenco delle tabelle

2.1	Chiusura del problema di Navier-Stokes . . . . .	22
2.2	Chiusura del problema di Eulero . . . . .	23
4.1	Parametri geometrici dei bump . . . . .	41
4.2	Dimensioni caratteristiche dei bump . . . . .	42
5.1	Deviazione streamlines . . . . .	52

# Elenco delle figure

1.1	Rolls-Royce Trent900. Copyright©[21 May 2006] [Kolossos]	12
1.2	Dassault MD 454 Mystère IV. Copyright©[27 December 2010] [Matthew Harrigan]	13
1.3	Eurofighter Typhoon. Copyright©[9 luglio 2014] [Steve Lynes]	13
1.4	MiG-21 Copyright©[14 July 2020] [JoonasJJ]	14
1.5	Differenza prese d'aria con divertore (F-22) e senza divertore (F-35)[2].	15
1.6	Lockheed Martin F-35 Lightning II. Copyright©[15 May 2013] [Donald R. Allen]	16
1.7	Chengdu J-10. Copyright©[1 November 2018] [Alert5]	16
2.1	Definizione del volume di controllo [3]	18
2.2	Decomposizione di Reynolds [5]	25
3.1	Tipologie di griglia strutturata [8]	31
3.2	Griglia strutturata multiblocco [9]	32
3.3	Griglia non strutturata[10]	32
3.4	Griglia ibrida[10]	33
3.5	A sinistra uno schema cella centrato, a destra uno schema cella al vertice [3]	34
4.1	Onde d'urto generate da un cuneo e un cono.	37
4.2	Superficie di compressione a valle dell'urto conico [14].	39
4.3	Superficie di compressione ( $h = 1$ , $\delta = \pi/28$ )	40
4.4	Superficie di compressione ( $h = 1.3$ , $\delta = \pi/28$ )	40
4.5	Superficie di compressione ( $h = 1.3$ , $\delta = \pi/16$ )	40
4.6	Narrow soft bump	42
4.7	Narrow blunt bump	42
4.8	Wide soft bump	43
4.9	Wide blunt bump	43
4.10	Differenza tra i bump wide e quelli narrow	43
4.11	Differenza tra i bump soft e quelli blunt	44
4.12	Wide blunt bump on Solidworks	44
5.1	Numero di Mach del bump Narrow Soft (EULERO)	47
5.2	Pressione statica del bump Narrow Soft (EULERO)	47
5.3	Numero di Mach del bump Blunt Soft (EULERO)	48
5.4	Pressione statica del bump Blunt Soft (EULERO)	48
5.5	Numero di Mach del bump Wide Soft (EULERO)	49
5.6	Pressione statica del bump Wide Soft (EULERO)	49
5.7	Numero di Mach del bump Wide Blunt (EULERO)	50
5.8	Pressione statica del bump Wide Blunt (EULERO)	50

5.9	Deviazione delle streamlines alla base del bump . . . . .	51
5.10	Focus della griglia in prossimità della parete . . . . .	52
5.11	Numero di Mach del bump Wide Soft (RANS) . . . . .	53
5.12	Pressione statica del bump Wide Blunt (RANS) . . . . .	53
5.13	Numero di Mach del bump Wide Blunt (RANS) . . . . .	54
5.14	Pressione statica del bump Wide Blunt (RANS) . . . . .	54
5.15	Mod-1 bump . . . . .	55
5.16	Differenza tra il bump Wide-Soft e il bump mod-1 . . . . .	56
5.17	Numero di Mach del bump mod-1 (RANS) . . . . .	57
5.18	Pressione statica del bump mod-1 (RANS) . . . . .	57
5.19	Mod-2 bump . . . . .	58
5.20	Differenza tra i bump Wide-Soft, mod-1 e mod-2 . . . . .	59
5.21	Numero di Mach del bump mod-2 (RANS) . . . . .	60
5.22	Pressione statica del bump mod-2 (RANS) . . . . .	60
5.23	In alto il campo di pressione totale a valle del bump mod-1, in basso il campo di pressione totale a valle del bump mod-2 . . . . .	61





# Capitolo 1

## Introduzione

### 1.1 Prese d'aria

La presa d'aria di un propulsore aeronautico è il componente che fa da interfaccia tra l'ambiente esterno e l'interno del propulsore stesso. Questa consente al compressore di operare su una portata di fluido con velocità non troppo elevata (generalmente i compressori necessitano di Mach in ingresso compresi tra 0.4 e 0.6).

Il compito della presa d'aria è quindi quello di rallentare il flusso in ingresso al compressore, conservando il più possibile la sua pressione totale e riducendo al minimo la sua distorsione.

Risulta inoltre di fondamentale importanza che la presa assolva questi compiti minimizzando la resistenza aerodinamica, il peso e la lunghezza.

#### 1.1.1 Prese d'aria subsoniche

Le prese d'aria subsoniche sono sostanzialmente dei condotti divergenti, cioè con una sezione d'ingresso minore di quella di uscita. Questo è necessario in quanto è noto dalle relazioni del flusso quasi-unidimensionale isentropico, che nel caso di flusso subsonico, ad un incremento di sezione del condotto corrisponde un rallentamento del flusso e un conseguente aumento di pressione statica. Idealmente la compressione nella presa avviene tramite una trasformazione isentropica, ma nella realtà, il flusso in un condotto presenta perdite di pressione totale date dall'attrito e da possibili separazioni.

La presenza di queste perdite porta alla necessità di definire una geometria che determini un compromesso ottimale tra le possibili sorgenti di perdite. Una strategia potrebbe essere quello di ridurre il più possibile la lunghezza del condotto per limitare le perdite per attrito, tuttavia è necessario tenere in conto anche le potenziali separazioni del flusso. Per questo motivo il condotto divergente non può presentare angoli di apertura troppo elevati (che favorirebbero la separazione) e quindi non essere più corto di un determinato limite.



**Figura 1.1:** Rolls-Royce Trent900.  
Copyright©[21 May 2006] [Kolossos]

### 1.1.2 Prese d'aria supersoniche

Dalle relazioni del flusso quasi-unidimensionale, isentropico e supersonico si osserva che il condotto, a differenza del caso subsonico, per rallentare il flusso debba essere convergente. Risulta pertanto necessario un condotto convergente-divergente che sia in grado di rendere il flusso sonico con il convergente e di rallentarlo ulteriormente una volta subsonico con il divergente. Questa tipologia di presa, detta convergente divergente, presenta delle problematiche di avviamento che vengono risolte aumentando la sezione di gola come previsto nella presa di Kantrowitz-Donaldson.

Non potendo rallentare un flusso supersonico senza generare onde d'urto, sono state pensate diverse tipologie di prese che generano onde d'urto il più possibile efficienti dal punto di vista della perdita di pressione totale. Le possibili configurazioni sono quella ad onda d'urto normale (presa Pitot) e quella ad onda d'urto obliqua o conica (presa con rampa prominente).

#### Presa Pitot

La presa di tipo Pitot (visibile in figura 1.2 per il Dassault MD 454 Mystère IV) è il più semplice tipo di presa supersonica, in quanto è costituita da un condotto divergente analogo a quello delle prese subsoniche, con l'unica accortezza di avere un labbro aguzzo.

Questa presa sfrutta la formazione di un'onda d'urto normale per rallentare e comprimere il fluido. La perdita di pressione totale può essere calcolata attraverso la relazione di salto dell'urto normale.

Questa tipologia di presa risulta essere accettabile solo nel caso in cui la velocità di volo sia di poco superiore a Mach 1, in quanto per numeri di Mach più elevati le perdite di pressione totale diventano troppo elevate e si perde molto in termini di prestazioni dell'intero motore.



**Figura 1.2:** Dassault MD 454 Mystère IV.  
Copyright©[27 December 2010] [Matthew Harrigan]

### **Presa con rampa prominente**

Le onde d'urto oblique sono meno intense di quelle normali e per questo motivo risulta essere conveniente, specialmente per Mach di volo elevati, generare questa tipologia di onde d'urto. Inoltre, con le onde d'urto oblique, il flusso a valle non risulta essere per forza subsonico e questo può essere sfruttato per rallentarlo con più urti obliqui in serie al fine di ridurre ulteriormente le perdite di pressione totale.

Per questi motivi sono state realizzate delle prese con una o più rampe prominenti e di tipo piano (Eurofighter Typhoon, riportato in figura 1.3) o assialsimmetrico (Mig-21, riportato in figura 1.4).



**Figura 1.3:** Eurofighter Typhoon.  
Copyright©[9 luglio 2014] [Steve Lynes]



**Figura 1.4:** MiG-21  
Copyright©[14 July 2020] [JoonasJJ]

## 1.2 Problematiche relative allo strato limite

Considerando che le prestazioni dei propulsori sono dipendenti dalle efficienze dei singoli componenti, risulta evidente comprendere che è di fondamentale importanza massimizzare l'efficienza della presa d'aria. Come già detto in precedenza, una presa è tanto efficiente quanto più inalterata è la pressione totale del flusso che la attraversa. Tuttavia risulta essere fondamentale anche che il flusso non presenti perdite di pressione totale, per via di altri componenti dell'aeromobile, prima di raggiungere l'ingresso della presa.

Questa considerazione porta a ricercare una posizione del propulsore che consenta alla corrente in ingresso di essere il più possibile simile a quella indisturbata a monte del velivolo.

Per questo motivo le posizioni migliori sono sotto le ali o sulla prua del velivolo, come per il Mig-21 riportato in figura 1.4 . Tuttavia, considerando i velivoli militari, entrambe queste posizioni portano a problematiche di gestione dei sistemi di bordo e l'installazione degli armamenti.

Queste problematiche hanno portato quindi ad optare per un posizionamento delle prese d'aria ai lati della fusoliera o sotto di essa. La conseguenza della scelta di queste posizioni è che lo strato limite che lambisce la fusoliera entra nella presa d'aria. Il flusso d'aria nello strato limite, a causa delle perdite per attrito viscoso presenta una pressione totale ridotta che inficia le prestazioni della presa. Inoltre si deve anche considerare che lo strato limite cresce di spessore lungo la parete della fusoliera.

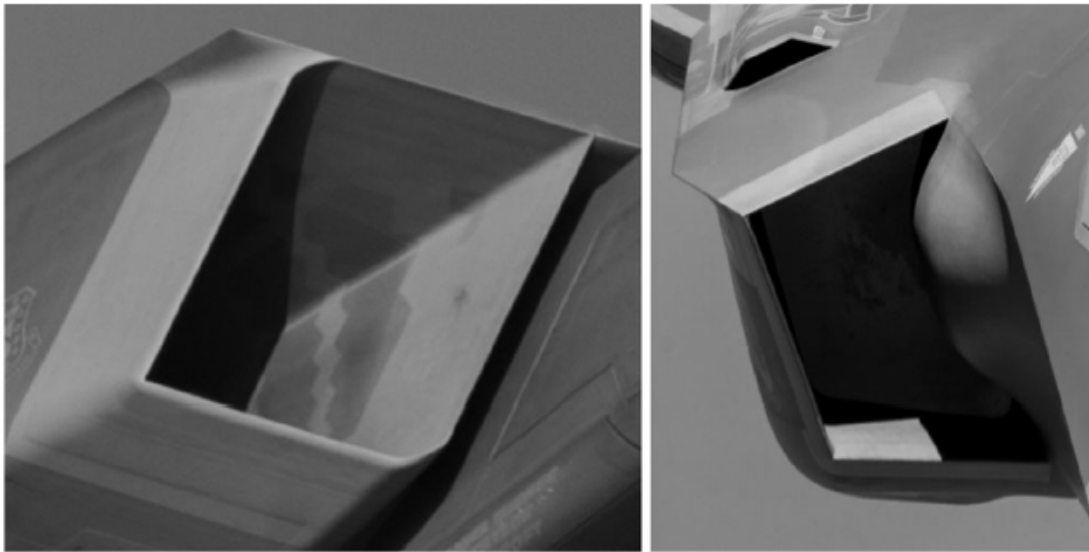
### 1.2.1 Prese supersoniche con divertore

La principale soluzione adottata per evitare l'ingresso dello strato limite nel motore è quella di allontanare la presa d'aria dalla fusoliera di una distanza dell'ordine dello spessore dello strato limite. Le prese d'aria di questo tipo sono dette con divertore e pur essendo perfettamente funzionanti, presentano alcune problematiche quali l'aumento della resistenza aerodinamica, un incremento del peso e una maggiore tracciabilità radar.

### 1.2.2 Prese supersoniche senza divertore

Una possibile soluzione alla problematica dell'ingresso dello strato limite nel motore è quella di utilizzare una presa d'aria senza il divertore ma con una protuberanza, tipicamente indicata con il termine bump, che ha la funzione di comprimere l'aria in modo analogo alla rampa ma con in più la capacità di deviare lo strato limite ed impedirne l'ingresso nel motore.

Questa configurazione consente quindi di annullare le problematiche delle prese con divertore, riducendone il peso e la resistenza aerodinamica, e migliorando le capacità stealth[1].



**Figura 1.5:** Differenza prese d'aria con divertore (F-22) e senza divertore (F-35)[2].

Due dei principali velivoli in attività che utilizzano le prese d'aria supersoniche senza divertore sono il Lockheed Martin F-35 Lightning II (1.6) e il Chengdu J-10 (1.7).





**Figura 1.6:** Lockheed Martin F-35 Lightning II.  
Copyright©[15 May 2013] [Donald R. Allen]



**Figura 1.7:** Chengdu J-10.  
Copyright©[1 November 2018] [Alert5]

## Capitolo 2

# Modelli matematici

Per poter descrivere il comportamento di un fluido, risulta necessario l'utilizzo di un modello fisico, ossia di una rappresentazione concettuale del fenomeno fisico. Il modello fisico viene descritto attraverso la formulazione di un modello matematico, ossia una collezione di equazioni.

La descrizione del comportamento di un fluido quindi, è tanto più accurata quanto più accurati sono il modello fisico e matematico che lo descrivono. Risulta anche fondamentale considerare che, nella fluidodinamica, generalmente la risoluzione delle equazioni del modello matematico non è analitica ma di tipo numerico. Pertanto la soluzione numerica, è dipendente dal modello fisico, dal modello matematico e dal metodo di discretizzazione delle equazioni e del dominio di calcolo. Di seguito verranno illustrati tre modelli fisici e matematici utilizzati nella fluidodinamica computazionale. Questi modelli sono pensati per flussi che rispettano la validità dell'ipotesi del continuo. Un fluido è definito continuo se, il numero di particelle al suo interno è sufficientemente elevato da poter considerare le sue grandezze intensive macroscopicamente continue.

Questa ipotesi è dettata dal numero di Knudsen ( $Kn$ ), che è un gruppo adimensionale definito come il rapporto tra il cammino libero medio molecolare ( $\lambda$ ) e una lunghezza caratteristica ( $L$ ) del fenomeno fisico osservato.

$$Kn = \frac{\lambda}{L} \quad (2.1)$$

A seconda del valore del numero di Knudsen, risulta possibile identificare tre diversi regimi di flusso:

- Regime continuo  $Kn < 0.01$
- Regime transizionale  $0.01 < Kn < 1$
- Regime molecolare  $Kn > 1$

Risulta rilevante anche affermare che i modelli che verranno descritti in seguito potrebbero anche essere sfruttati per gas chimicamente reagenti e con presenza di cariche elettriche. In questi casi le equazioni di questi modelli devono essere affiancate ad altre equazioni che descrivano le possibili reazioni chimiche e il comportamento delle particelle cariche.

Tipicamente il gas va considerato chimicamente reagente quando le temperature sono elevate, come nel caso dei flussi nei combustori o nel caso di flussi ad alte velocità.

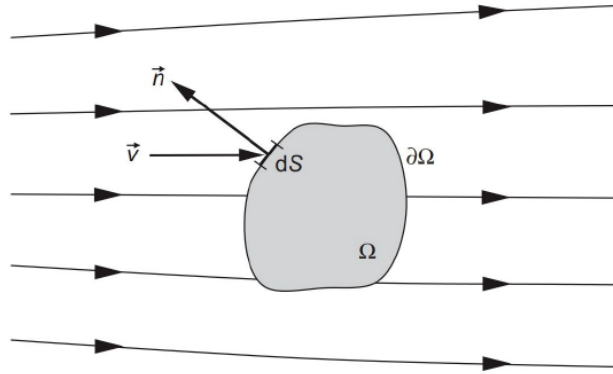
Se le temperature sono ancora più elevate, tali da generare plasma, è necessario associare le equazioni di Maxwell, a quelle dei modelli fluidodinamici (magnetofluidodinamica).

## 2.1 Equazioni di Navier-Stokes

Le equazioni di Navier-Stokes sono tre equazioni alle derivate parziali che descrivono un fluido con viscosità lineare (fluido Newtoniano) e conducibilità termica.

Queste equazioni rappresentano delle leggi di conservazione, per le quali la variazione di una proprietà intensiva del fluido, all'interno di un volume specificato, è dovuta al contributo di sorgenti della quantità ed al bilancio netto tra il flusso in ingresso e quello in uscita della quantità.

Per la scrittura delle leggi, si considera il volume di controllo finito  $\Omega$ , con superficie  $\partial\Omega$ . L'elemento infinitesimo di superficie  $dS$  è definito dal versore  $\vec{n}$ , normale alla superficie e assunto positivo nella direzione uscente dal volume di controllo.



**Figura 2.1:** Definizione del volume di controllo [3]

### 2.1.1 Equazione di conservazione della massa

Considerando la massa per unità di volume  $\rho$  come variabile intensiva, in assenza di sorgenti di massa volumiche e superficiali, risulta possibile scrivere la formulazione integrale della conservazione della massa

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho(\vec{V} \cdot \vec{n}) dS = 0 \quad (2.2)$$

Per valori positivi di  $\vec{V} \cdot \vec{n}$  si ha una portata uscente di fluido che determina una diminuzione di massa.

Se il volume di controllo oltre ad essere finito, fosse anche non dipendente dal tempo, risulta possibile invertire le operazioni di derivazione nel tempo e di integrazione di volume del primo termine. Applicando il teorema di Gauss al secondo termine della (2.2), si ottiene

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \cdot (\rho \vec{V}) d\Omega = 0$$

Essendo il volume  $\Omega$  arbitrario, la relazione precedente è soddisfatta se in ogni punto è soddisfatta la relazione

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.3)$$

Si è quindi ottenuta l'equazione di conservazione della massa in forma differenziale.



### 2.1.2 Equazione di conservazione della quantità di moto

Considerando la quantità di moto per unità di volume  $\rho\bar{V}$  come variabile intensiva, le sue variazioni sono dettate dal bilancio tra il flusso di quantità di moto  $\rho\bar{V}\bar{V}$ , l'azione delle forze di superficie o interne (di pressione  $p$  e viscosi  $\bar{\tau}$ ) e l'azione delle forze di campo o esterne  $\rho\bar{f}$ . La formulazione integrale della conservazione della quantità di moto è

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho\bar{V} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho\bar{V}(\bar{V} \cdot \bar{n}) dS = - \oint_{\partial\Omega} p\bar{n} dS + \oint_{\partial\Omega} (\bar{\tau} \cdot \bar{n}) dS + \int_{\Omega} \rho\bar{f} d\Omega \quad (2.4)$$

In modo analogo all'equazione di conservazione della massa, se il volume di controllo oltre ad essere finito, fosse anche non dipendente dal tempo, applicando il teorema di Gauss, la (2.4) può essere riscritta nella forma differenziale

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\bar{V}) + \nabla \cdot (\rho\bar{V}\bar{V}) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\tau} + \rho\bar{f} \quad (2.5)$$

La grandezza  $\bar{\tau}$  è detta tensore degli sforzi viscosi, e come conseguenza dell'equilibrio alla rotazione risulta essere simmetrico ( $\tau_{ij} = \tau_{ji}$ ), quindi costituito solamente da sei elementi.

$$\bar{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{bmatrix}$$

Considerando un fluido viscoso lineare (newtoniano), l'espressione generale dello sforzo viscoso risulta essere

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \bar{V} \delta_{ij} \quad (2.6)$$

dove  $\mu$  indica la viscosità dinamica del fluido e  $\delta_{ij}$  il delta di Kronecker (tensore di ordine 2 tale che  $\delta_{ij} = 1$  se  $i = j$  e  $\delta_{ij} = 0$  se  $i \neq j$ ).

Quindi le sei diverse componenti del tensore degli sforzi viscosi sono

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \bar{V} \\ \tau_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \bar{V} \\ \tau_{zz} &= 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \bar{V} \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \tau_{xz} &= \tau_{zx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

Si noti che la viscosità di un fluido è generalmente una grandezza dipendente dalla temperatura del fluido stesso. Occorre quindi conoscere il legame tra la viscosità dinamica e la temperatura

del fluido. Tra le diverse possibili relazioni che possono essere sfruttate, quella tipicamente più utilizzata è la legge di Sutherland

$$\mu = \mu_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \left( \frac{T_0 + S}{T + S} \right) \quad (2.7)$$

dove  $\mu_0 = 1.716 \cdot 10^{-5}$ ,  $T_0 = 273,15 \text{ K}$  e  $S = 110.33 \text{ K}$ .

### 2.1.3 Equazione di conservazione dell'energia

L'energia totale per unità di massa è definita come la somma  $E = \epsilon + V^2/2$  dell'energia interna  $\epsilon$  e dell'energia cinetica  $V^2/2$ . Le variazioni di energia totale per unità di volume  $\rho E$  sono dettate dal bilancio tra il flusso di energia  $\rho E \bar{V}$ , il lavoro nell'unità di tempo delle forze superficiali (di pressione  $p$  e viscosi  $\bar{\tau}$ ) e delle forze di campo ( $\rho \bar{f} \cdot \bar{V}$ ), i flussi di calore nell'unità di tempo ( $-\bar{q} \cdot \bar{n}$ ) e le sorgenti volumiche di calore ( $Q_v$ ).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho E d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho E (\bar{V} \cdot \bar{n}) dS = & - \oint_{\partial\Omega} p (\bar{V} \cdot \bar{n}) dS + \oint_{\partial\Omega} (\bar{\tau} \cdot \bar{V}) \cdot \bar{n} dS \\ & + \int_{\Omega} \rho (\bar{f} \cdot \bar{V}) d\Omega - \oint_{\partial\Omega} \bar{q} \cdot \bar{n} dS + \int_{\Omega} Q_v d\Omega \end{aligned} \quad (2.8)$$

In modo analogo alle altre equazioni di conservazione, se il volume di controllo oltre ad essere finito, fosse anche non dipendente dal tempo, applicando il teorema di Gauss alla (2.8), si ottiene l'equazione dell'energia in forma differenziale

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \nabla \cdot (\rho E \bar{V}) = -\nabla \cdot (p \bar{V}) + \nabla \cdot (\bar{\tau} \cdot \bar{V}) + \rho (\bar{f} \cdot \bar{V}) - \nabla \cdot \bar{q} + Q_v \quad (2.9)$$

La grandezza  $\bar{q}$  rappresenta il flusso di calore descritto dall'equazione generale di Fourier

$$\bar{q} = -k \nabla T \quad (2.10)$$

dove  $k$  indica la conducibilità termica del fluido. Questa grandezza è dipendente dalla temperatura del fluido, e una legge empirica che la lega ad essa è quella di Hansen

$$k = 1.993 \cdot 10^{-3} \frac{T^{1.5}}{T + 112.0} \quad (2.11)$$

Le diverse componenti del vettore flusso di calore sono

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z}$$

### 2.1.4 Chiusura del problema

Le equazioni di Navier-Stokes sono quindi le tre leggi di conservazione della massa, della quantità di moto e dell'energia. Si possono scrivere, come visto in precedenza, con la formulazione integrale

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \, d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho(\bar{V} \cdot \bar{n}) \, dS &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \bar{V} \, d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho \bar{V}(\bar{V} \cdot \bar{n}) \, dS &= - \oint_{\partial\Omega} p \bar{n} \, dS + \oint_{\partial\Omega} (\bar{\tau} \cdot \bar{n}) \, dS + \int_{\Omega} \rho \bar{f} \, d\Omega \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho E \, d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (\rho E + p)(\bar{V} \cdot \bar{n}) \, dS &= \oint_{\partial\Omega} (\bar{\tau} \cdot \bar{V}) \cdot \bar{n} \, dS + \int_{\Omega} \rho(\bar{f} \cdot \bar{V}) \, d\Omega - \oint_{\partial\Omega} \bar{q} \cdot \bar{n} \, dS + \int_{\Omega} Q_v \, d\Omega\end{aligned}$$

o con la formulazione differenziale

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{V}) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{V}) + \nabla \cdot (\rho \bar{V} \bar{V}) &= -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\tau} + \rho \bar{f} \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot (\rho E \bar{V}) &= -\nabla \cdot (p \bar{V}) + \nabla \cdot (\bar{\tau} \cdot \bar{V}) + \rho(\bar{f} \cdot \bar{V}) - \nabla \cdot \bar{q} + Q_v\end{aligned}$$

A queste equazioni vanno aggiunte la legge di Stokes e la legge di Fourier. Tuttavia il numero di equazioni risulta essere insufficiente alla chiusura del problema di determinazione del campo di moto del fluido.

Per la chiusura del problema occorrono quindi due ulteriori equazioni, che possono essere la legge dei gas perfetti

$$\frac{p}{\rho} = R T \quad (2.12)$$

e la legge dei gas caloricamente perfetti

$$e = c_v T = \frac{R}{\gamma - 1} T \quad (2.13)$$

Nel caso in cui la pressione del fluido fosse molto elevata, in alcuni punti del campo, risulterebbe più accurato l'utilizzo della legge dei gas reali o legge di Van der Waals, al posto della legge di stato dei gas perfetti.

In modo analogo, nel caso in cui le temperature del fluido fossero in alcuni punti molto elevate, sarebbe opportuno sostituire la legge dei gas caloricamente perfetti con una legge per cui il calore specifico sia dipendente dalla temperatura.

La chiusura del problema è rappresentata dalla tabella 2.1.

equazioni	incognite
massa (1)	$\rho$ (1)
qdm (3)	$\bar{V}$ (3)
energia (1)	$T$ (1)
Stokes (6)	$e$ (1)
Fourier (3)	$p$ (1)
gas term. perfetti	$\bar{\tau}$ (6)
gas cal.perfetti	$\bar{q}$ (3)
16 equazioni totali	16 incognite totali

**Tabella 2.1:** Chiusura del problema di Navier-Stokes

La risoluzione del sistema di equazioni porta a soluzioni diverse a seconda delle condizioni iniziali e delle condizioni al contorno imposte. Le condizioni iniziali sono necessarie solo per problemi di evoluzione temporale, mentre le condizioni al contorno sono sempre necessarie. Queste ultime possono ad esempio essere le grandezze della corrente all'infinito a monte, la geometria del corpo immerso nel fluido e la sua temperatura o il flusso di calore scambiato tra corpo e fluido. Per le equazioni di Navier-Stokes la superficie del corpo viene interpretata come condizione di velocità nulla (condizione di aderenza).

## 2.2 Equazioni di Eulero

Prima di presentare le equazioni di Eulero, risulta necessario introdurre un parametro detto numero di Reynolds, definito come

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu} \quad (2.14)$$

dove  $L$  è la dimensione caratteristica del problema.

Questo gruppo adimensionale, che prende il nome dall'ingegnere britannico Osborne Reynolds, è proporzionale al rapporto tra le forze di inerzia e le forze viscose ed è utile per determinare l'importanza della viscosità in un flusso.

Oltre ad essere utilizzato in ogni applicazione sperimentale, al fine di identificare il numero di Reynolds critico (valore del numero di Reynolds per il quale il flusso passa dal regime laminare a quello turbolento), risulta essere di fondamentale importanza nella scelta del modello fisico e matematico da utilizzare per una determinata applicazione. Infatti per correnti caratterizzate da elevati numeri di Reynolds gli effetti della viscosità, così come quelli della conducibilità termica, risultano essere trascurabili in gran parte del dominio. La viscosità non è trascurabile nella regione detta strato limite in prossimità di un confine solido o, più in generale, nelle regioni con grandi gradienti di velocità.

Eliminando gli effetti viscosi e di conducibilità termica e rimuovendo le sorgenti volumetriche di calore, le equazioni di Navier-Stokes in forma integrale (2.2), (2.4), (2.8) si riducono alle equazioni di Eulero

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho(\bar{V} \cdot \bar{n}) dS = 0 \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \bar{V} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho \bar{V}(\bar{V} \cdot \bar{n}) dS = - \oint_{\partial\Omega} p \bar{n} dS + \int_{\Omega} \rho \bar{f} d\Omega \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho E d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho E(\bar{V} \cdot \bar{n}) dS = - \oint_{\partial\Omega} p(\bar{V} \cdot \bar{n}) dS + \int_{\Omega} \rho(\bar{f} \cdot \bar{V}) d\Omega \quad (2.17)$$

che devono il loro nome al matematico e fisico svizzero Leonhard Euler. Queste equazioni possono anche essere scritte in forma differenziale come segue

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{V}) = 0 \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{V}) + \nabla \cdot (\rho \bar{V} \bar{V}) = -\nabla p + \rho \bar{f} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot (\rho E \bar{V}) = -\nabla \cdot (p \bar{V}) + \rho(\bar{f} \cdot \bar{V}) \quad (2.20)$$

Le equazioni di Eulero per un caso tridimensionale sono cinque, due scalari (conservazione della massa e dell'energia) e una vettoriale (conservazione della quantità di moto). Tuttavia come per le equazioni di Navier-Stokes il numero delle incognite è maggiore di quello delle equazioni, quindi per la chiusura del problema occorrono quindi due ulteriori relazioni che possono essere la legge di stato dei gas termicamente perfetti (2.12) e la legge dei gas caloricamente perfetti (2.13). La chiusura del problema è rappresentata dalla tabella 2.2.

equazioni	incognite
massa (1)	$\rho$ (1)
qdm (3)	$\bar{V}$ (3)
energia (1)	$T$ (1)
gas term. perfetti (1)	$e$ (1)
gas cal. perfetti (1)	$p$ (1)
7 equazioni totali	7 incognite totali

**Tabella 2.2:** Chiusura del problema di Eulero

Per la risoluzione del sistema di equazioni sono necessarie le condizioni iniziali e le condizioni al contorno. Risulta fondamentale notare che come conseguenza dell'aver trascurato gli effetti della viscosità, la condizione al contorno di parete sulla velocità non sarà più quella di aderenza, bensì di tangenza.

## 2.3 Modelli RANS

Le soluzioni delle equazioni di Navier-Stokes descrivono delle correnti in regime laminare. Tuttavia, è noto che tali correnti si sviluppano solo nel caso in cui le inevitabili perturbazioni sono smorzate. Per numeri di Reynolds bassi, infatti, l'effetto della viscosità di smorzare le fluttuazioni è sufficiente a rendere il regime di moto laminare. Nel caso invece di numeri di Reynolds elevati l'effetto smorzante della viscosità diminuisce e la corrente passa dal regime laminare a quello turbolento. Lo studio della tipologia di corrente, in relazione al numero di Reynolds, avviene attraverso ad una analisi di stabilità, non trattata nel presente lavoro.

Una corrente in regime turbolento, è caratterizzata dal moto caotico delle particelle del fluido, a differenza del regime laminare in cui queste seguono traiettorie ordinate. Il moto caotico, si traduce nella formazione di vortici e nel manifestarsi di fluttuazioni, sia spaziali che temporali, nei campi di velocità, pressione e temperatura.

Per via della natura multiscale del regime turbolento risulta troppo costoso, dal punto di vista computazionale, effettuare una simulazione numerica diretta della turbolenza attraverso le equazioni di Navier-Stokes quando il numero di Reynolds è elevato.

La soluzione a questa problematica risulta essere l'utilizzo della decomposizione di Reynolds [4], descritta nella sezione successiva.

### 2.3.1 Decomposizione di Reynolds

Un moto turbolento, statisticamente stazionario, può essere scomposto in un moto medio e nelle fluttuazioni, mediante la decomposizione di Reynolds. In generale, la generica variabile  $f$  può essere scomposta come

$$f = \bar{f} + f' \quad (2.21)$$

dove  $\bar{f}$  indica il valore medio della grandezza e  $f'$  la sue fluttuazioni. La figura 2.2 illustra la tipica variazione di una variabile  $f$  in un punto fisso, assimilabile ad esempio alla velocità o alla pressione. Il valore medio, può essere espresso in tre differenti modi:

- *Media temporale*

$$\bar{f} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} f dT \quad (2.22)$$

Il valore medio, definito in questo modo, varia solo nello spazio, mentre resta costante nel tempo. Questa definizione si presta quindi molto bene alla descrizione di una corrente con turbolenze stazionarie.

- *Media spaziale*

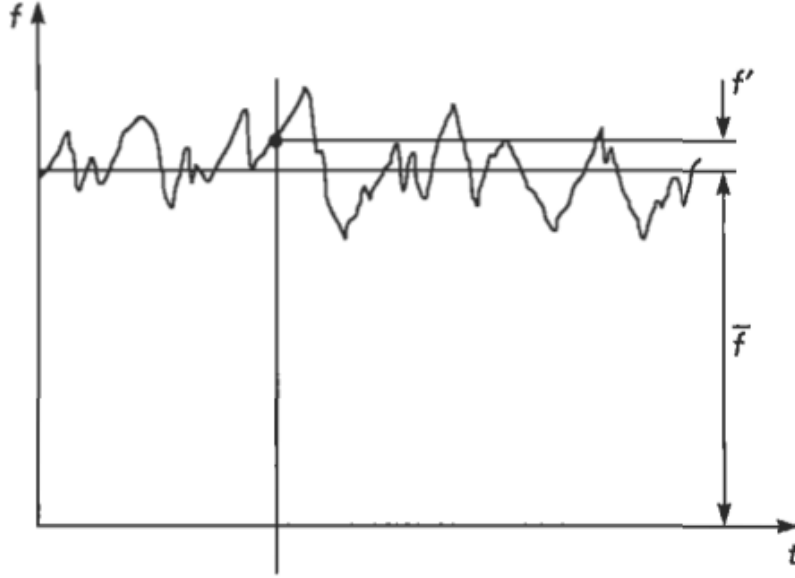
$$\bar{f} = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} f d\Omega \quad (2.23)$$

Il parametro  $\Omega$  rappresenta il volume di controllo, quindi in questo caso il valore medio varia nel tempo ma non nello spazio. Questa definizione si presta quindi molto bene alla descrizione di una corrente con turbolenze omogenee.

- *Media aritmetica*

$$\bar{f} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f \quad (2.24)$$

Il parametro  $n$  indica il numero della generica variabile  $f$ , mentre il parametro  $N$  indica il numero totale di variabili che si intende mediare. Questa rappresentazione del valore medio è quella valida nel caso più generale.



**Figura 2.2:** Decomposizione di Reynolds [5]

### 2.3.2 Decomposizione di Favre

Nel caso in cui la densità non sia costante, è possibile sfruttare una decomposizione diversa da quella di Reynolds, detta decomposizione di Favre.

Il valore medio della generica variabile  $f$ , con la decomposizione di Favre, è valutabile come

$$\tilde{f} = \frac{1}{\bar{\rho}} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \rho f dT \quad (2.25)$$

dove  $\bar{\rho}$  è la densità mediata alla Reynolds.

La generica variabile  $f$  viene quindi scomposta come

$$f = \tilde{f} + f'' \quad (2.26)$$

### 2.3.3 Equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds

In questa sezione sono presentate le equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds per i casi di flusso incomprimibile e di flusso comprimibile.

Per il primo caso si considera il sistema di equazioni di Navier-Stokes per un flusso incomprimibile, in forma differenziale e in componenti cartesiane

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.27)$$

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad (2.28)$$

$$\rho \frac{\partial E}{\partial t} + \rho u_i \frac{\partial E}{\partial x_i} = -\frac{\partial}{\partial x_i}(p u_i) + \mu u_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (2.29)$$

che per semplicità è stato scritto in assenza di forze di campo esterne e di sorgenti di calore volumetriche.

Nel caso di fluido incomprimibile è importante notare che le equazioni di conservazione della massa e della quantità di moto sono disaccoppiate da quella di conservazione dell'energia. Quindi nella risoluzione del campo di moto, i campi di velocità e di pressione possono essere ricavati attraverso la risoluzione del sistema ridotto alle leggi di conservazione della massa e della quantità di moto, mentre il campo di temperatura può essere ricavato a posteriori conoscendo il campo di velocità.

Applicando la decomposizione di Reynolds alle variabili delle equazioni (2.27) e (2.28), si ottengono le equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds (RANS) per un flusso comprimibile

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.30)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} - \rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (2.31)$$

Queste equazioni sono formalmente uguali a quelle di Navier-Stokes, ad eccezione del termine  $\tau_{ij}^R = -\rho \overline{u'_i u'_j}$ , definito tensore degli sforzi di Reynolds, esplicitabile come

$$\tau_{ij}^R = \rho \overline{u'_i u'_j} = \begin{bmatrix} \rho \overline{(u'_1)^2} & \rho \overline{u'_1 u'_2} & \rho \overline{u'_1 u'_3} \\ \rho \overline{u'_2 u'_1} & \rho \overline{(u'_2)^2} & \rho \overline{u'_2 u'_3} \\ \rho \overline{u'_3 u'_1} & \rho \overline{u'_3 u'_2} & \rho \overline{(u'_3)^2} \end{bmatrix}$$

Il tensore degli sforzi di Reynolds è un tensore simmetrico ( $\rho \overline{u'_i u'_j} = \rho \overline{u'_j u'_i}$ ), quindi è costituito da solamente sei componenti indipendenti. Queste componenti rappresentano gli sforzi turbolenti medi, risultato degli effetti delle fluttuazioni turbolente sul campo di moto medio [6].

Per un moto turbolento stazionario di una corrente incomprimibile si hanno quindi quattro equazioni indipendenti, l'equazione scalare (2.30) e l'equazione vettoriale (2.31). Tuttavia, oltre alle incognite che definiscono il campo di velocità (campo vettoriale la cui incognita ha tre componenti) e il campo di pressione (campo scalare), ci sono anche i sei termini del tensore di Reynolds. Per la chiusura del problema, come spiegato alla sezione 2.3.4, occorre introdurre delle relazioni aggiuntive.



Nel caso di flussi comprimibili, si considerano le equazioni di Navier-Stokes in forma differenziale e in componenti cartesiane

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j H) = \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i \tau_{ij}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(k \frac{\partial T}{\partial x_j}) \quad (2.34)$$

anche in questo caso scritte in assenza di forze di campo esterne e di sorgenti di calore. Per modellare un flusso turbolento, è possibile assumere l'ipotesi di Morkovin, secondo cui le fluttuazioni della densità non influenzano significativamente la struttura delle fluttuazioni turbolente delle altre grandezze. Applicando quindi la decomposizione di Reynolds su densità e pressione, e la decomposizione di Favre sulle altre variabili, le equazioni di Navier-Stokes (2.32),(2.33),(2.34) diventano

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho} \tilde{u}_j) = 0 \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{u}_i) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\tau}_{ij} - \bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_j''}) \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} \tilde{E}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{H}) &= \frac{\partial}{\partial x_j}(k \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} - \bar{\rho} \widetilde{u_j'' h''} + \bar{\tau}_{ij} \widetilde{u_i''} - \bar{\rho} \widetilde{u_j'' K}) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \tilde{u}_i (\bar{\tau}_{ij} - \bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_j''}) \right] \end{aligned} \quad (2.37)$$

dove  $K$  è l'energia cinetica turbolenta, definita come

$$K = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'} = \frac{1}{2} [(\overline{u_1'})^2 + (\overline{u_2'})^2 + (\overline{u_3'})^2] \quad (2.38)$$

Queste equazioni sono le equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds comprimibili, dette anche equazioni di Navier-Stokes mediate alla Favre.

Il termine  $\tau_{ij}^F$  detto tensore degli sforzi turbolenti mediato alla Favre, ed è analogo del tensore degli sforzi turbolenti mediato alla Reynolds.

$$\tau_{ij}^F = -\bar{\rho} \widetilde{u_i u_j} \quad (2.39)$$

In modo analogo al flusso incomprimibile, anche in questo caso più generale sono necessarie delle relazioni ulteriori per la chiusura del problema. Oltre alle sei relazioni che descrivono gli sforzi turbolenti (sezione 2.3.4) è necessaria l'introduzione di tre relazioni che definiscano le componenti del vettore di flusso di calore turbolento.

### 2.3.4 Chiusura del problema

Considerando che gli sforzi turbolenti possono essere messi in analogia agli sforzi viscosi in quanto hanno un'influenza simile sul campo di moto, è possibile definire gli sforzi totali  $(\tau_{ij})_{tot}$  come somma dei due contributi

$$(\tau_{ij})_{tot} = \tau_{ij} - \overline{\rho u'_i u'_j} \quad (2.40)$$

Tuttavia questa interpretazione non porta ad una semplificazione o alla chiusura del problema. Per poter chiudere il problema, occorre introdurre un modello di turbolenza che leghi gli sforzi turbolenti con il campo di velocità media. Boussinesq nel 1877 introdusse un coefficiente  $\mu_T$  che consente di esprimere gli sforzi turbolenti in funzione del gradiente di velocità media. Nel caso semplificato di una corrente in cui la velocità sia solo funzione della coordinata  $y$ , si può scrivere

$$\tau^T = \mu_T \frac{du}{dy} \quad (2.41)$$

e quindi

$$\tau_{tot} = \mu \frac{du}{dy} - \overline{\rho u'_i u'_j} = (\mu + \mu_T) \frac{du}{dy} \quad (2.42)$$

Il coefficiente  $\mu_T$  definito come viscosità turbolenta o eddy viscosity, a differenza della viscosità  $\mu$  che è una proprietà del fluido, dipende dalla velocità media del fluido. Applicando l'ipotesi di Boussinesq ad un flusso incomprimibile, descritto dalle equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds, gli sforzi turbolenti possono essere espressi come

$$\tau_{ij}^R = -\overline{\rho u'_i u'_j} = 2\mu_T \bar{S}_{ij} - \frac{2}{3}\rho K \delta_{ij} \quad (2.43)$$

dove  $K$  è l'energia cinetica turbolenta e  $\bar{S}_{ij}$  rappresenta il tensore degli sforzi di taglio mediati alla Reynolds

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.44)$$

Nel caso delle equazioni RANS comprimibili, l'ipotesi di Boussinesq permette di rappresentare il tensore degli sforzi di taglio mediati alla Favre come

$$\tau_{ij}^F = -\widetilde{\bar{\rho} u'_i u'_j} = 2\mu_T \tilde{S}_{ij} - \left( \frac{2\mu_T}{3} \right) \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - \frac{2}{3} \bar{\rho} \tilde{K} \delta_{ij} \quad (2.45)$$

L'approssimazione più comunemente usata per la modellazione del vettore di flusso di calore turbolento, si basa sulla analogia di Reynolds. Quindi si considera che

$$\widetilde{\bar{\rho} u'_j h''} = -k_T \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \quad (2.46)$$

con il coefficiente di conducibilità termica turbolenta definito come

$$k_T = c_p \frac{\mu_T}{Pr_T} \quad (2.47)$$

dove il termine  $c_p$  denota il calore specifico a pressione costante e  $Pr_T$  è il numero di Prandtl turbolento (generalmente assumibile come costante per l'aria:  $Pr_T = 0.9$ ).

L'ipotesi di Boussinesq non è tuttavia sufficiente per la chiusura del problema, in quanto occorre correlare la viscosità turbolenta alla velocità media. La correlazione che viene utilizzata per la chiusura del problema definisce il modello di turbolenza. Esistono diversi modelli di turbolenza, definiti da una o più equazioni, ognuno dei quali è in grado di descrivere in modo accurato la turbolenza sotto determinate condizioni del flusso. Pertanto a seconda del problema che si intende risolvere, dovrà essere scelto il modello che meglio descrive la relazione tra la viscosità turbolenta e la velocità media.

Nel seguito è descritto il modello Spalart-Allmaras, che risulta essere molto accurato per il caso descritto in questo lavoro.

## 2.4 Modello Spalart-Allmaras

Il modello di Spalart-Allmaras è un modello basato su un'equazione di trasporto modellata per la viscosità turbolenta. Questo modello è stato progettato specificamente per applicazioni aerospaziali che coinvolgono flussi delimitati da pareti [7].

Questo modello ad una equazione è basato sulla relazione

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + u_j \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} = c_{b1}(1 - f_{t2})\tilde{S}\tilde{\nu} - \left[ c_{w1}f_w - \frac{c_{b1}}{k^2}f_{t2} \right] \left( \frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 \\ + \frac{1}{\sigma} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + c_{b2} \frac{\partial^2 \tilde{\nu}}{\partial x_i^2} \right] \end{aligned} \quad (2.48)$$

e la viscosità turbolenta può essere calcolata come

$$\mu_T = \rho \tilde{\nu} f_{v1} \quad (2.49)$$

dove

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3} \quad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$$

e  $\nu = \mu/\rho$  è la viscosità cinematica molecolare.

Per la risoluzione dell'equazione occorrono ulteriori relazioni:

$\tilde{S} = \Omega + \frac{\tilde{\nu}}{k^2 d^2} f_{v2}$     dove     $\Omega = \sqrt{2W_{ij}W_{ij}}$     è la magnitudine della vorticità  
e  $d$  è la distanza tra il punto in esame e la parete più vicina

$$f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}$$

$$f_w = g \left[ \frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{1/6}$$

$$g = r + c_{w2}(r^6 - r)$$

$$r = \min \left[ \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} k^2 d^2} 10 \right]$$

$$f_{t2} = c_{t3} \exp(-c_{t4} \chi^2)$$

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Le condizioni al contorno sono

$$\tilde{\nu}_{wall} = 0 \qquad \tilde{\nu}_{farfield} = 3\nu_\infty : \text{to} : 5\nu_\infty$$

Le costanti sono

$$c_{b1} = 0.1355 \qquad \sigma = 2/3 \qquad c_{b2} = 0.622 \qquad k = 0.41$$

$$c_{w2} = 0.3 \qquad c_{w3} = 2 \qquad c_{w1} = 7.1 \qquad c_{t3} = 1.2 \qquad c_{t4} = 0.5$$

$$c_{w1} = \frac{c_{b1}}{k^2} + \frac{1 + c_{b2}}{\sigma}$$

## Capitolo 3

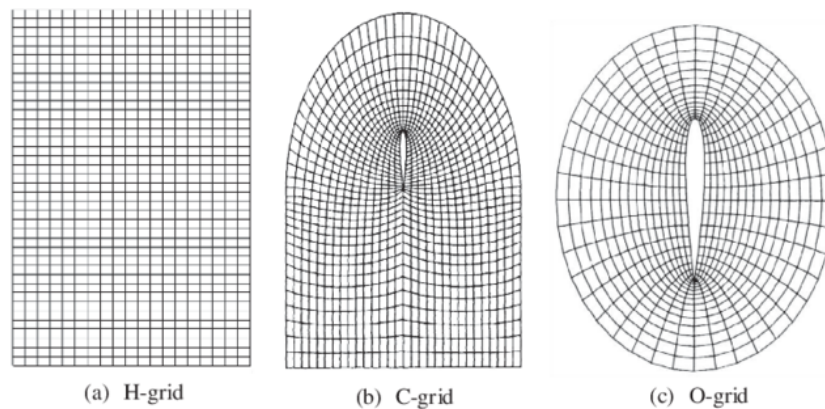
# Discretizzazione spaziale

Le equazioni di Navier-Stokes (anche nel caso in cui siano mediate alla Reynolds) sono risolvibili per via analitica solamente per casi semplificati. L'enorme complessità di queste equazioni porta inevitabilmente alla loro risoluzione per via numerica invece che per via analitica.

Per poter risolvere queste equazioni numericamente, occorre discretizzarle sia nello spazio che nel tempo (nel caso di problemi non stazionari). La discretizzazione spaziale è una suddivisione del dominio di calcolo in una serie di elementi geometrici in cui risolvere le equazioni di conservazione. Questa suddivisione del dominio definisce la griglia di calcolo (mesh) che può essere di tre tipologie differenti.

### Griglie strutturate

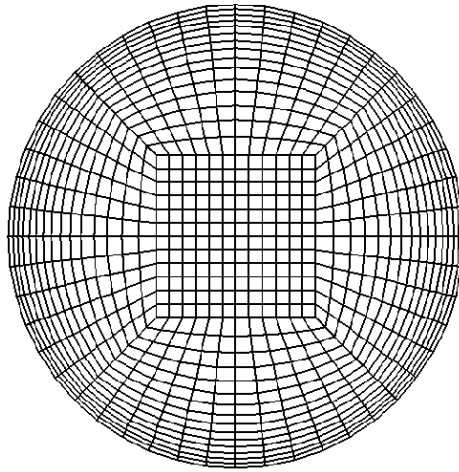
Per una griglia strutturata ogni cella è identificata da una terna  $(i,j,k)$ , e il metodo di costruzione identifica una delle tre sottocategorie rappresentate in figura 3.1.



**Figura 3.1:** Tipologie di griglia strutturata [8]

Il punto di forza di questa tipologia di griglia è la semplicità di memorizzazione delle variabili fluidodinamiche. Per contro, all'aumentare della complessità della geometria dell'oggetto che si intende studiare, l'utilizzo di questa tecnica si complica molto, e per questo motivo vengono

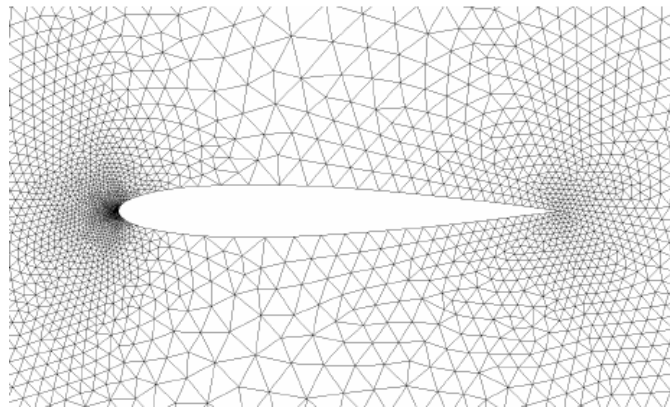
utilizzate solamente per geometrie semplici. Una possibile soluzione a questa problematica è l'utilizzo delle griglie multiblocco (3.2).



**Figura 3.2:** Griglia strutturata multiblocco [9]

### Griglie non strutturate

In una griglia non strutturata, come quella riportata in figura 3.3, le celle sono organizzate in modo arbitrario, ossia non è definita una terna  $(i,j,k)$  che identifica la singola cella. La forma delle celle, in questo tipo di griglia, risulta essere più complessa rispetto al caso strutturato.

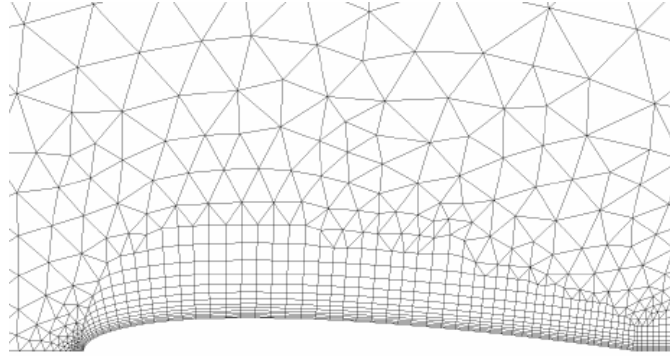


**Figura 3.3:** Griglia non strutturata[10]

### Griglie ibride

Le griglie ibride, come quella riportata in figura 3.4, sono invece delle griglie che combinano diversi tipi di cella a seconda delle necessità. Per applicazioni di tipo fluidodinamico risulta spesso conveniente adottare questa tipologia di griglia, con una parte strutturata sulla parete del corpo e una non strutturata nel resto del volume di controllo. Questa scelta deriva dal fatto che in questo

modo si riescono a sfruttare i vantaggi di entrambe le tipologie di celle. Le griglie strutturate garantiscono una maggiore precisione del risultato ottenuto dalla simulazione, mentre le griglie non strutturate sono di facile generazione.



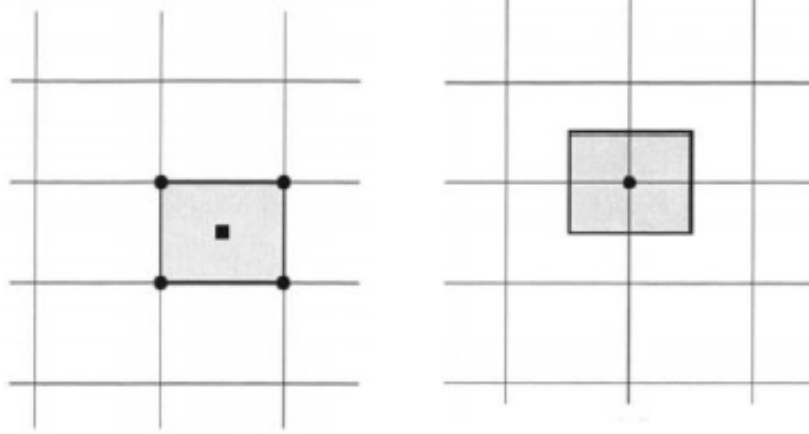
**Figura 3.4:** Griglia ibrida[10]

### 3.1 Metodo ai volumi finiti

La discretizzazione spaziale di equazioni differenziali alle derivate parziali (PDE) può essere effettuata con tre diversi metodi: differenze finite, volumi finiti e elementi finiti. Nel seguito verrà descritto il metodo agli elementi finiti, in quanto quello utilizzato per il presente lavoro di tesi. La discretizzazione delle PDE, con il metodo ai volumi finiti, avviene attraverso la suddivisione del dominio fisico in un numero arbitrario di volumetti di controllo, con i quali è possibile approssimare gli integrali di superficie come somma dei flussi che attraversano le superfici dei volumetti. La valutazione dei flussi sulle interfacce dei volumetti, richiede un opportuno schema numerico. Esistono due tipologie di schemi numerici:

- Schema con celle centrate, con il quale i flussi sono valutati con le variabili conservative allocate a centro cella.
- Schema con celle al vertice, con il quale i flussi sono calcolati con le variabili conservative allocate ai vertici delle celle di calcolo.

Queste due tipologie di schemi sono riportate in figura 3.5.



**Figura 3.5:** A sinistra uno schema cella centrato, a destra uno schema cella al vertice [3]

Per rendere più compatta la descrizione del metodo, la scrittura delle leggi di conservazione (2.2), (2.4), (2.8) può essere sostituita con un'equazione generale del tipo

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} W d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (\bar{F}_c - \bar{F}_v) dS = \int_{\Omega} Q d\Omega \quad (3.1)$$

dove  $W$  è il vettore delle variabili conservative,  $\bar{F}_c$  e  $\bar{F}_v$  sono i vettori di flusso convettivo e viscoso, e  $Q$  è il vettore dei termini sorgente.

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{bmatrix}$$

$$\bar{F}_c = \begin{bmatrix} \rho \bar{V} \\ \rho u \bar{V} + n_x p \\ \rho v \bar{V} + n_y p \\ \rho w \bar{V} + n_z p \\ (\rho E + p) \bar{V} \end{bmatrix}$$

$$\bar{F}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ n_x \tau_{xx} + n_y \tau_{xy} + n_z \tau_{xz} \\ n_x \tau_{yx} + n_y \tau_{yy} + n_z \tau_{yz} \\ n_x \tau_{zx} + n_y \tau_{zy} + n_z \tau_{zz} \\ n_x \Theta_x + n_y \Theta_y + n_z \Theta_z \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho 0 \\ \rho f_x \\ \rho f_y \\ \rho f_z p \\ \rho \bar{f} \cdot \bar{q} \end{bmatrix}$$

I termini  $\Theta$  rappresentano il lavoro dell'attrito viscoso e della conduzione di calore.



Per semplicità di trattazione, è possibile considerare il volume di controllo come costante nel tempo. Pertanto, la derivata temporale del vettore  $\bar{W}$  è riscrivibile come

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \bar{W} d\Omega = \Omega \frac{\partial \bar{W}}{\partial t}$$

L'equazione 3.1 diventa quindi

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial t} = -\frac{1}{\Omega} \left[ \oint_{\partial\Omega} (\bar{F}_c - \bar{F}_v) dS - \int_{\Omega} \bar{Q} d\Omega \right] \quad (3.2)$$

L'integrale di superficie dei flussi convettivo e diffusivo può essere approssimato dalla sommatoria dei flussi che attraversano le facce del volume di controllo. Questa approssimazione è detta discretizzazione spaziale.

Risulta possibile supporre che il flusso sia costante lungo la singola faccia e che sia valutato nel punto medio della faccia. Il vettore dei termini sorgente generalmente è considerato costante all'interno del volume di controllo tuttavia, nei casi in cui questo diventi dominante, è consigliabile valutarlo come una media dei valori dei volumi di controllo vicini.

Quindi l'equazione 3.2 può essere riscritta come

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial t} = -\frac{1}{\Omega_I} \left[ \sum_{m=1}^{NF} (\bar{F}_c - \bar{F}_v)_m \Delta S_m - (\bar{Q}\Omega)_I \right] \quad (3.3)$$

dove  $\Omega_I$  è uno specifico volume di controllo (in generale questo volume di controllo può non coincidere con quello della griglia, come nel caso di schema con celle al vertice),  $NF$  è il numero totale delle facce del volume di controllo e  $S_m$  è la m-esima faccia del volume di controllo.

L'equazione 3.3 può pertanto essere riscritta come

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial t} = -\frac{1}{\Omega_I} \bar{R}_I \quad (3.4)$$

Il termine nella parentesi quadra dell'equazione 3.3 è detto residuo, pertanto abbreviato con la notazione  $\bar{R}_I$ .

Considerando l'equazione 3.4 per ogni volume di controllo  $\Omega_I$  si ottiene un sistema di equazioni differenziali ordinarie del primo ordine. Queste equazioni sono però iperboliche nel tempo, pertanto occorre imporre delle condizioni iniziali, da cui derivare le soluzioni successive.

Per risolvere numericamente questo sistema di equazioni discretizzate occorre aver definito, come già illustrato in precedenza, i volumi di controllo e la loro posizione.

Nel seguito verrà illustrato il metodo ai volumi finiti con schema a celle centrate, in quanto è quello utilizzato per il presente lavoro.



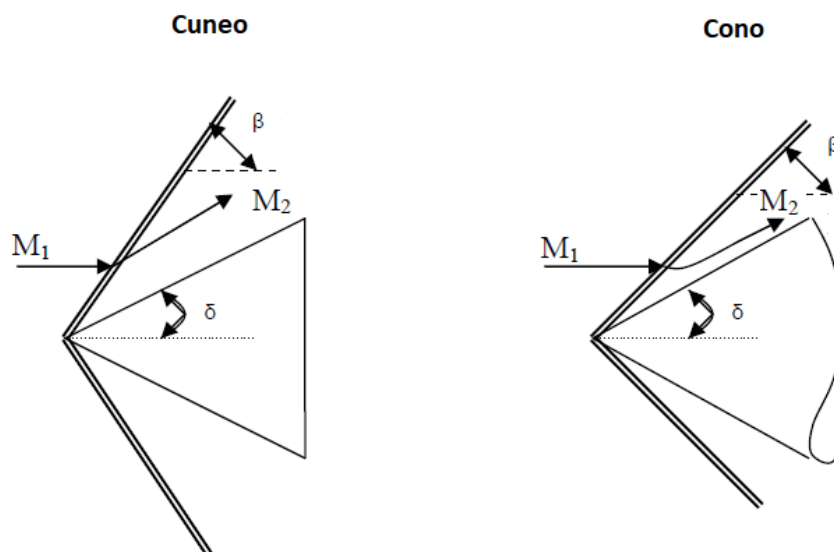
## Capitolo 4

# Geometria del Bump

### 4.1 Onde d'urto oblique e coniche

Un flusso supersonico, che lambisce una parete che varia la sua inclinazione genera un'onda d'urto obliqua.

Un caso bidimensionale in cui si ha la generazione di un'onda d'urto obliqua attaccata è quello relativo ad un cuneo con un angolo di inclinazione minore dell'angolo di massima deflessione della corrente. Nel caso in cui, invece del cuneo, la corrente lambisse un cono, si formerebbe un'onda d'urto conica che è una configurazione tridimensionale. Questo è schematizzato nella figura 4.1.



**Figura 4.1:** Onde d'urto generate da un cuneo e un cono.

Risulta di fondamentale importanza l'analisi delle differenze tra l'urto obliquo generato da un cuneo e l'urto conico generato da un cono. Questo per via del fatto che il primo è un caso bidimensionale mentre il secondo è tridimensionale.

La differenza sostanziale tra i due urti è che nel caso di urto obliquo il flusso a valle è uniforme

mentre nel caso di urto conico questa condizione non è verificata.

Come dimostrato dagli studi di G. I. Taylor e J. W. Maccoll [11] [12], un flusso uniforme subito a valle dell'urto attaccato conico non è possibile come nel caso di un urto obliquo, perché un tale campo di moto non soddisferebbe l'equazione di continuità.

Una linea di corrente che parte dalla posizione immediatamente dietro l'urto deve curvare gradualmente per rispettare la condizione di tangenza imposta dalla parete del cono e questo comporta una variazione continua e isentropica di tutte le proprietà del campo.

A valle dell'urto sul cono la pressione aumenta attraverso un comportamento a “gradino” e tale rimane il livello fino al raggiungimento della parete (compressione solo attraverso l'urto). Subito a valle dell'urto conico, la pressione aumenta attraverso un primo comportamento a “gradino” dovuto all'urto (compressione di urto), mentre a distanza maggiore a valle dall'urto la pressione cresce con continuità per effetto della compressione isoentropica legata alla successiva evoluzione senza dissipazione della corrente. Questo comportamento del flusso porta a concludere che a parità di angolo di deflessione del cono e della rampa, e a parità di velocità della corrente a monte, un urto conico è meno intenso di un urto obliquo (perdite di pressione totale minori).

## 4.2 Generazione superficie del Bump

Nel presente studio, le geometrie dei bump tridimensionali sono state modellate attraverso un'approssimazione iperbolica delle linee di corrente del flusso conico. La formulazione matematica di questo modello è quella presentata da Seddon e Goldsmith [13].

Riferendosi alla figura 3, l'equazione del piano è

$$z = h = \text{const}$$

e se  $\beta$  è l'angolo dell'urto conico, si ha

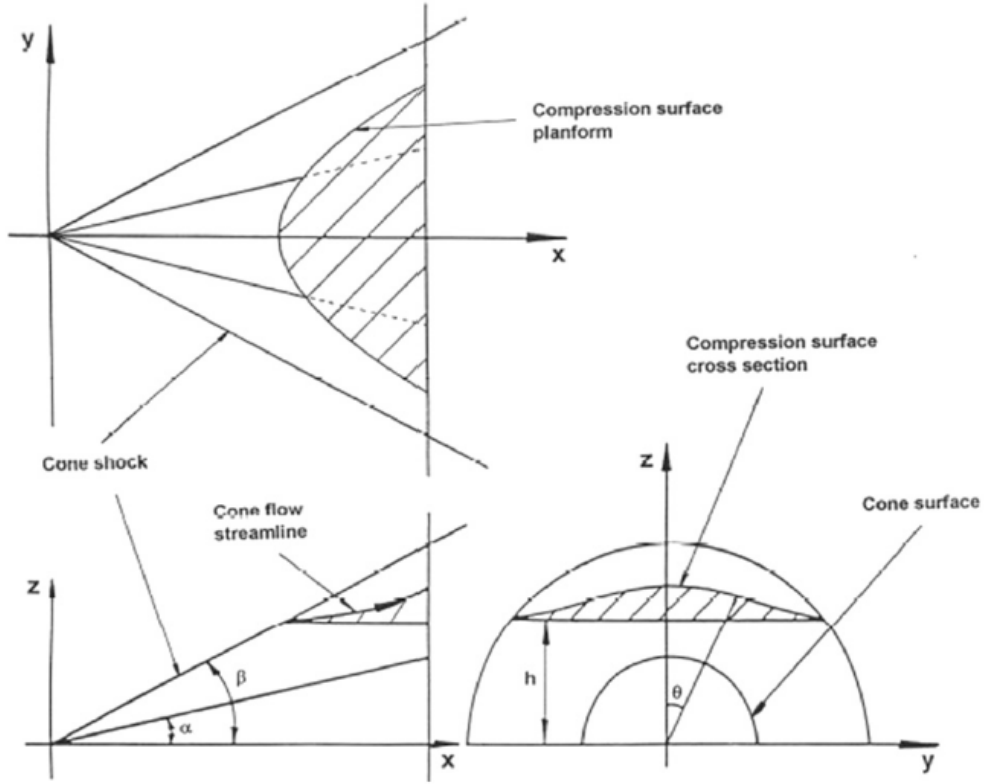
$$\tan \beta = \frac{z \sec \theta}{x}$$

Le equazioni per l'intersezione del piano e della superficie d'urto sono

$$x = h \cot \beta \sec \theta; \quad y = h \tan \theta$$

che consentono di ricavare

$$x^2 \tan^2 \beta - y^2 = h^2$$



**Figura 4.2:** Superficie di compressione a valle dell'urto conico [14].

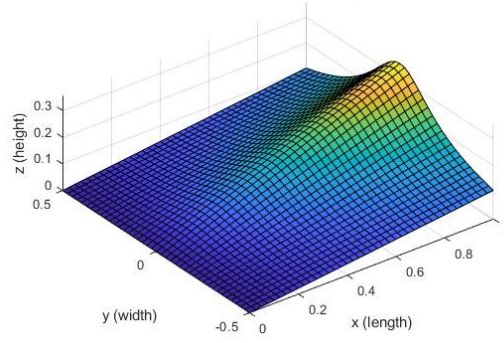
L'equazione della generica linea di corrente (dove  $\delta$  è l'angolo di semiapertura del cono) è

$$r^2 = z^2 \sec^2 \theta = x^2 \tan^2 \delta$$

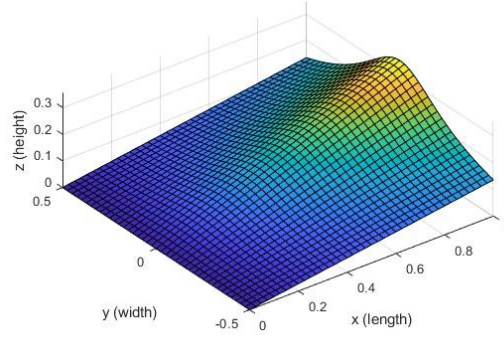
e può essere risolta per la coordinata  $z$  ottenendo l'espressione della superficie di compressione

$$z = \sqrt{\frac{x^2 \tan^2 \delta}{\left(1/\cos(\tan^{-1}(\frac{1}{h}))\right)^2}} \quad (4.1)$$

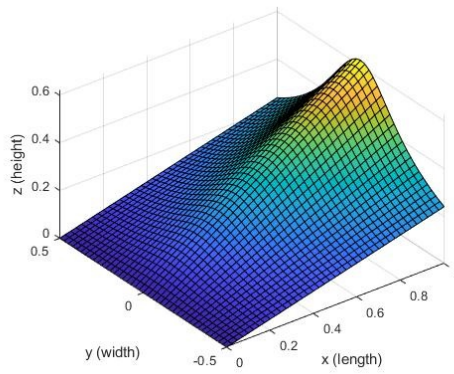
Attraverso l'utilizzo di MATLAB® è stata risolta l'espressione della superficie di compressione, con il piano intercettore di dimensione 1x1. La forma della superficie di compressione è riportata nella figure 4.3, 4.4 e 4.5 per tre possibili combinazioni dei valori di  $h$  e  $\delta$  al fine di mostrare l'influenza di queste due grandezze.



**Figura 4.3:** Superficie di compressione ( $h = 1$ ,  $\delta = \pi/28$ )



**Figura 4.4:** Superficie di compressione ( $h = 1.3$ ,  $\delta = \pi/28$ )



**Figura 4.5:** Superficie di compressione ( $h = 1.3$ ,  $\delta = \pi/16$ )

Per sfruttare la superficie di compressione nella generazione di un bump, come proposto da Svensson [15], è possibile ricorrere all'utilizzo di due funzioni trigonometriche che vengono moltiplicate per la funzione di  $z$ .

Nel dettaglio, la superficie di compressione deve essere adattata sui bordi laterali e sul lato posteriore. Il problema sui bordi laterali è risolto attraverso la funzione  $A$ , mentre quello relativo al lato posteriore attraverso la funzione  $B$  (è necessario notare che la funzione  $B$  oltre a risolvere il problema relativo alla parte posteriore, modifica anche la parte frontale del bump).

Pertanto l'espressione della superficie di compressione (4.1), può essere convertita in quella della superficie del bump

$$z = \sqrt{\frac{x^2 \tan^2 \delta}{(1/\cos(\tan^{-1}(\frac{1}{h})))^2}} * A * B \quad (4.2)$$

Nel presente lavoro sono state realizzate quattro diverse superfici di bump, che differiscono per larghezza e tipologia di raccordo con la fusoliera nella parte posteriore.

Nella tabella 4.1 sono riportati i valori dei parametri  $h, \delta, A, B$  utilizzati per la generazione delle quattro geometrie.

Bump Name	$h$	$\delta$	$A$	$B$
Narrow Soft	1.2	$\pi/13.5$	$\sin x$	$\sin(\frac{y+\pi}{2}) \frac{\sin(x)}{2}$
Narrow Blunt	1.2	$\pi/28$	$\sin x$	$\sin(\frac{y+\pi}{2})$
Wide Soft	1.8	$\pi/13.5$	$\sin x$	$\sin(\frac{y+\pi}{2}) \frac{\sin(x)}{2}$
Wide Blunt	1.8	$\pi/28$	$\sin x$	$\sin(\frac{y+\pi}{2})$

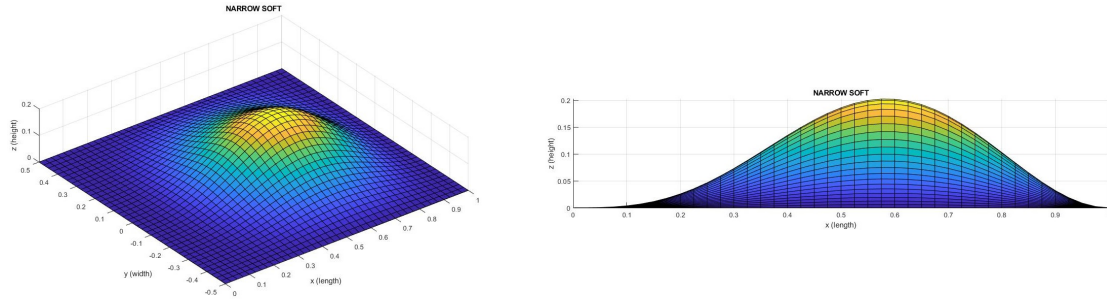
**Tabella 4.1:** Parametri geometrici dei bump

Nella tabella 4.2 sono invece riportate le dimensioni e la coordinata del punto di massimo dei diversi bump. Come si può vedere l'altezza dei diversi bump è molto simile per evitare di modificare il campo di moto attorno ai bump in funzione di questo parametro. Si è scelto di valutare l'influenza sul campo di moto, della larghezza e del tipo di raccordo posteriore.

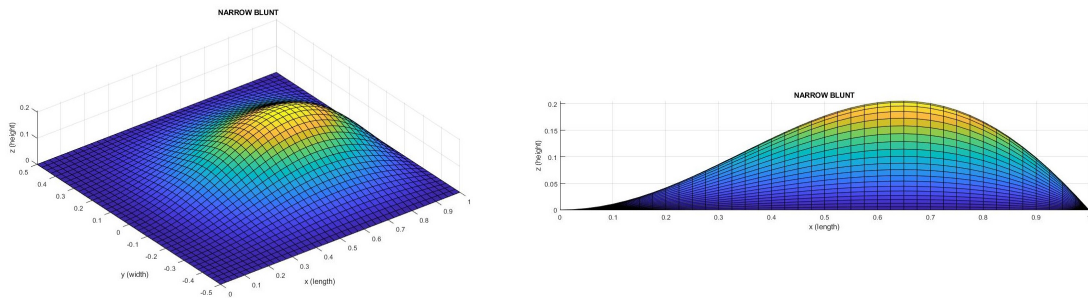
Bump Name	length	width	height	x-position peak
Narrow Soft	1	1	0.2024	0.575
Narrow Blunt	1	1	0.2050	0.650
Wide Soft	1	1	0.2024	0.575
Wide Blunt	1	1	0.2050	0.650

**Tabella 4.2:** Dimensioni caratteristiche dei bump

Attraverso l'utilizzo di MATLAB® è stata risolta l'espressione della superficie del bump, con il piano intercettore di dimensione 1x1, che rappresenta la fusoliera del velivolo. Le superfici dei quattro diversi bump sono riportate nelle figure seguenti.

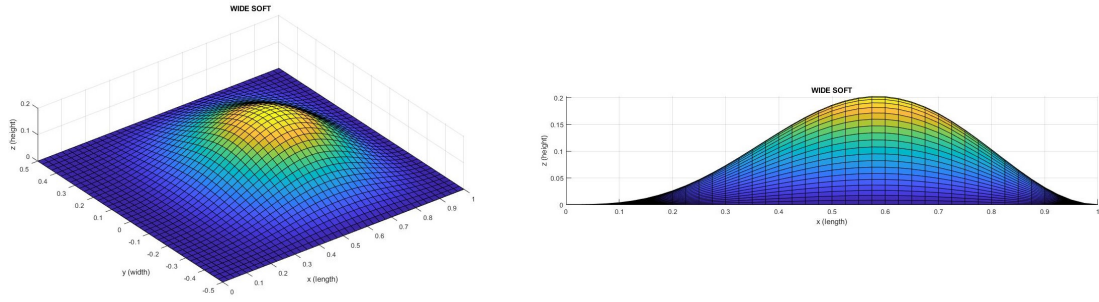


**Figura 4.6:** Narrow soft bump

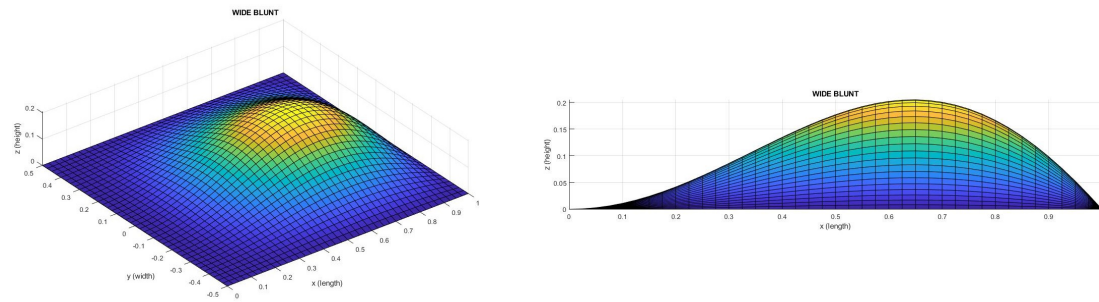


**Figura 4.7:** Narrow blunt bump



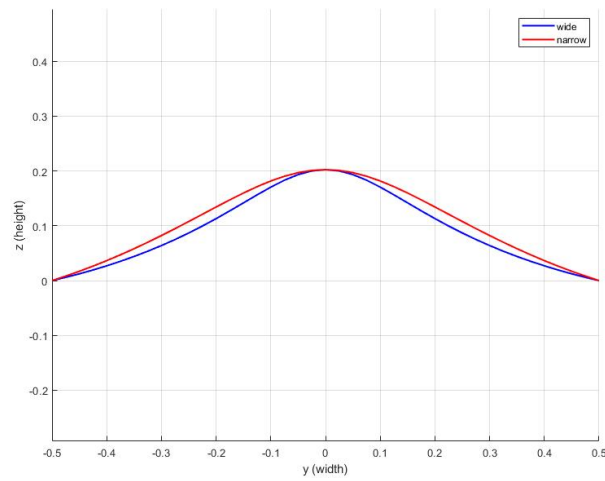


**Figura 4.8:** Wide soft bump

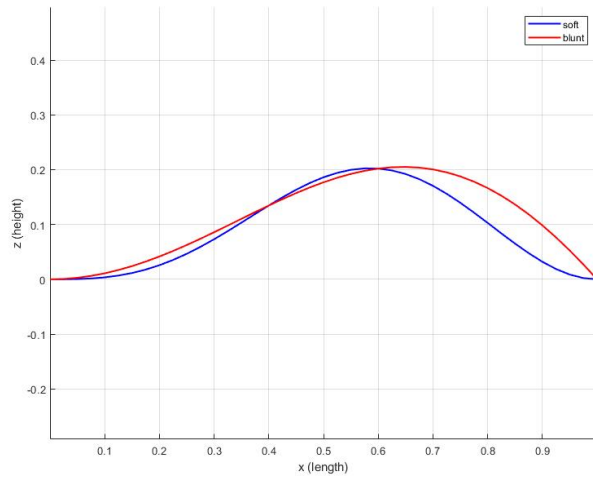


**Figura 4.9:** Wide blunt bump

La differenza tra i bump wide e quelli narrow è riportata in figura (4.10), così come la differenza tra quelli soft e quelli blunt è ben visibile nella figura (4.11).



**Figura 4.10:** Differenza tra i bump wide e quelli narrow

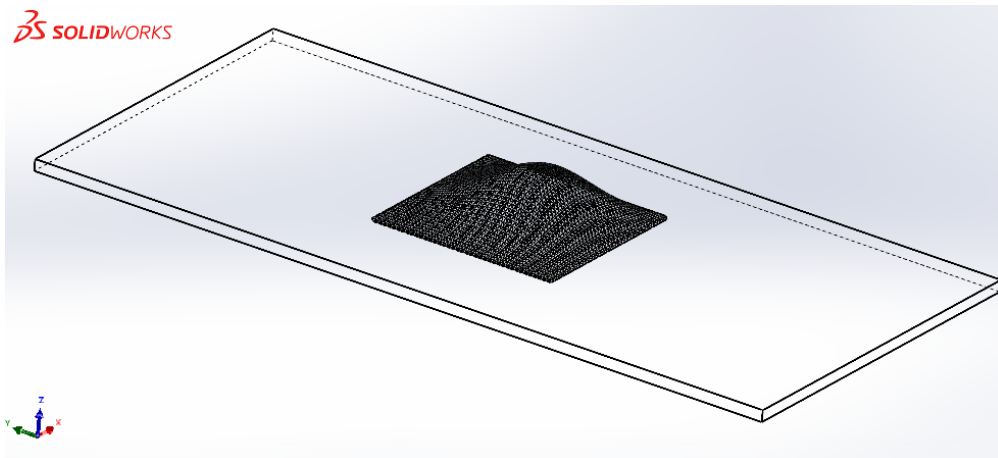


**Figura 4.11:** Differenza tra i bump soft e quelli blunt

### 4.3 Costruzione dei bump

Le superfici create con MATLAB® sono state importate nel software CAD SolidWorks® al fine di costruire degli oggetti solidi tridimensionali.

Dopo aver importato la superficie del bump in formato .stl, questa è stata ridimensionata al fine di ottenere una base quadrata con lato di 50 cm. La scelta di questa dimensione è legata alle dimensioni reali dei bump nel caso dei velivoli che tutt'ora sfruttano questa tipologia di presa. Quindi attraverso la funzione ispessimento e alla costruzione di una lamina piana (di dimensione 1m x 2m) che simuli la parete della fusoliera si sono ottenuti gli oggetti tridimensionali sui quali sono state effettuate le simulazioni fluidodinamiche. In figura (4.12) è riportato il bump wide blunt ottenuto in questo modo.



**Figura 4.12:** Wide blunt bump on Solidworks

## Capitolo 5

# Analisi fluidodinamica dei Bump

La quattro geometrie dei bump ottenute con Solidworks® sono state importate sul software di simulazione Ansys® .

In questo capitolo la prima sezione (5.1) è dedicata all'analisi delle quattro diverse geometrie, attraverso il modello inviscido, molto semplice dal punto di vista computazionale. Da considerazioni sulla capacità di deflessione della corrente sono stati scelti due dei quattro bump iniziali, che sono quindi stati nuovamente analizzati nella sezione (5.2) con un modello RANS. Nella terza sezione (5.3) il bump più promettente è stato modificato per risolvere la problematica della separazione.

### 5.1 Analisi con modello Inviscido

I passaggi eseguiti per svolgere le simulazioni, sono la costruzione del volume di controllo, la generazione della mesh e l'impostazione dei modelli fisico-matematici, delle condizioni al contorno e degli schemi numerici che discretizzano il modello matematico.

Considerando che la scelta del tipo di bump da andare ad installare insieme alla presa d'aria dipende dalla sua capacità di deviare il flusso, è stata eseguita una prima simulazione che utilizza le equazioni di Eulero. Questa scelta è stata fatta per la sua notevole semplicità di calcolo e per mantenere ridotto il numero di celle della griglia di calcolo.

#### Costruzione del volume di controllo

Avendo scelto come modello fisico quello dell'aria inviscida, non risulta fondamentale considerare un volume di controllo che sia molto ampio nella zona a monte dei bump. Questo perchè, come descritto in seguito il flusso è supersonico e in assenza di viscosità, lo strato limite non si genera. Nelle successive simulazioni che utilizzeranno come modello matematico le RANS, verrà scelto un volume di controllo più ampio sia nella parte a monte dei bump, per consentire una sufficiente generazione dello strato limite, che in quella a valle per poter analizzare l'eventuale separazione e la scia.

#### Definizione della mesh

La mesh generata per questa simulazione è di tipo non strutturato, e per poter limitare il numero di celle ma avere una buona rappresentazione del campo di moto nell'intorno del bump, si è

sfruttata la funzione *sfera di influenza* che ha permesso di generare una sfera centrata nel centro della base del bump, all'interno della quale le celle erano di dimensione ridotta rispetto a quelle scelte per il resto del volume di controllo.

## Setup

Il setup corrisponde alla scelta del modello matematico (che come detto in precedenza è stato quello relativo ad un flusso inviscido), delle condizioni al contorno e dello schema numerico che discretizza le equazioni di bilancio.

Le condizioni al contorno sono state calcolate considerando le condizioni di volo seguenti:

- Numero di Mach:  $M = 1.6$
- Quota:  $z = 10km$

Con la scelta di questi parametri e considerando l'*Atmosfera Standard Internazionale ICAO* ( $T_0 = 298.15 K$ ,  $p_0 = 101\,325 Pa$ ), è possibile ricavare le grandezze utilizzate come condizioni al contorno:

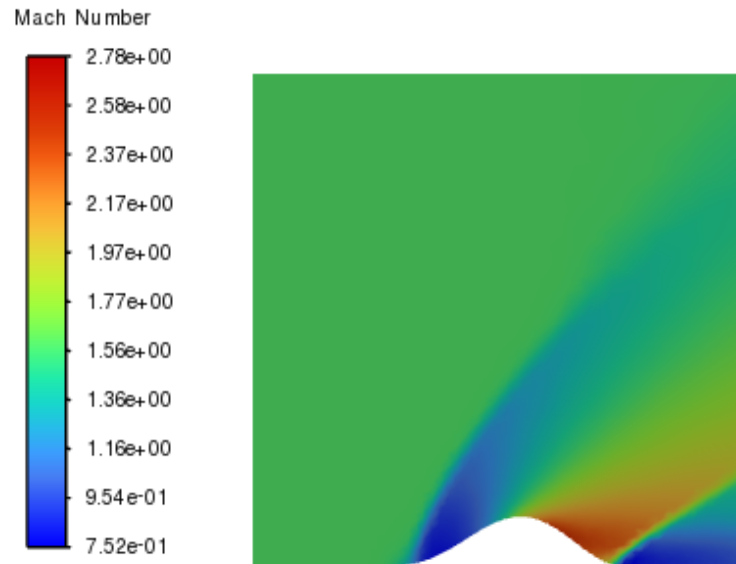
- temperatura statica:  $T = T_0 - 6.5 z = 223.15 K$
- pressione statica:  $p = p_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{5.25} = 26\,434 Pa$
- temperatura totale:  $T^\circ = T \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) = 337.4 K$
- pressione totale:  $p^\circ = p \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\gamma/(\gamma-1)} = 112\,355 Pa$

Lo schema numerico utilizzato è di tipo implicito con calcolo dei flussi mediante il metodo Roe-FDS.

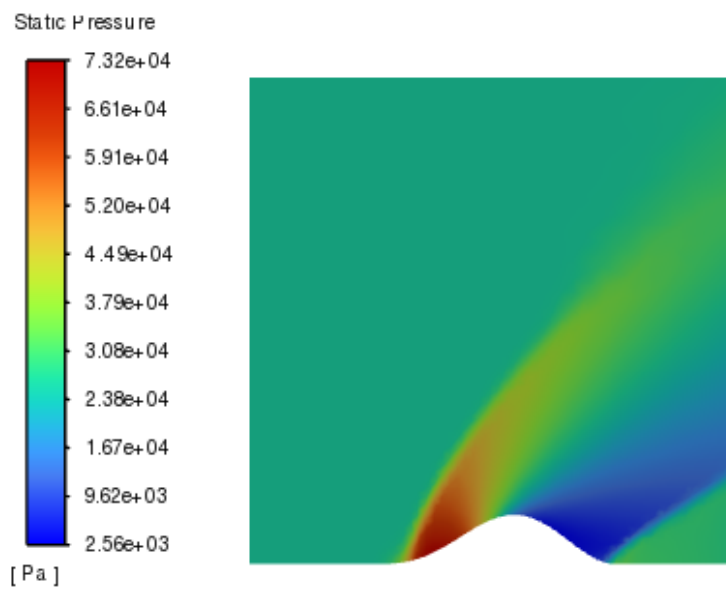
### 5.1.1 Soluzioni del modello inviscido

Di seguito sono riportati per ognuno dei bump i campi di Mach e di pressione statica.

## Narrow Soft Bump

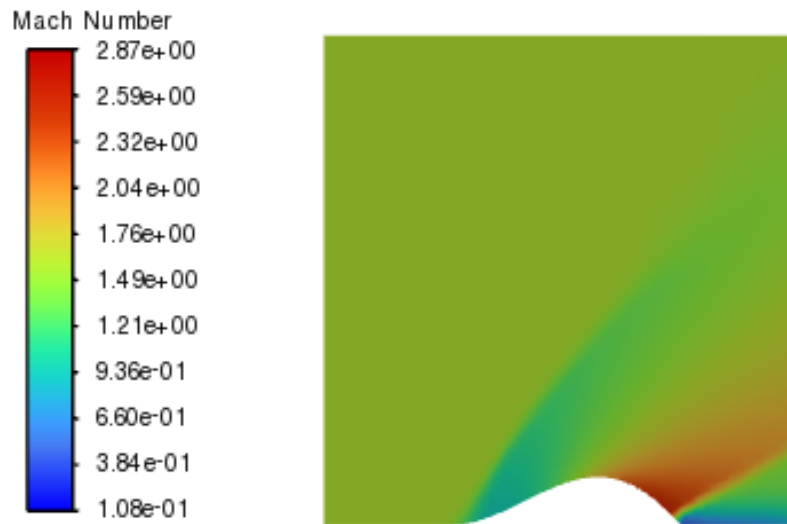


**Figura 5.1:** Numero di Mach del bump Narrow Soft (EULERO)

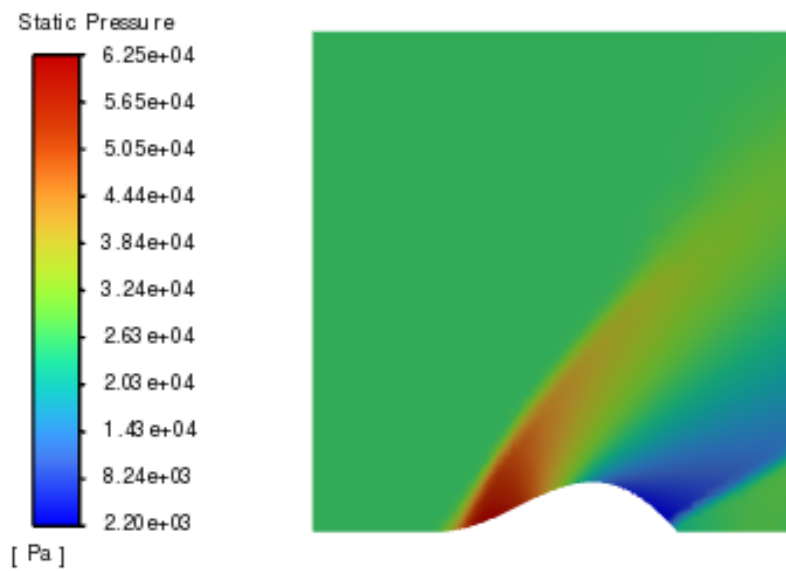


**Figura 5.2:** Pressione statica del bump Narrow Soft (EULERO)

### Narrow Blunt Bump

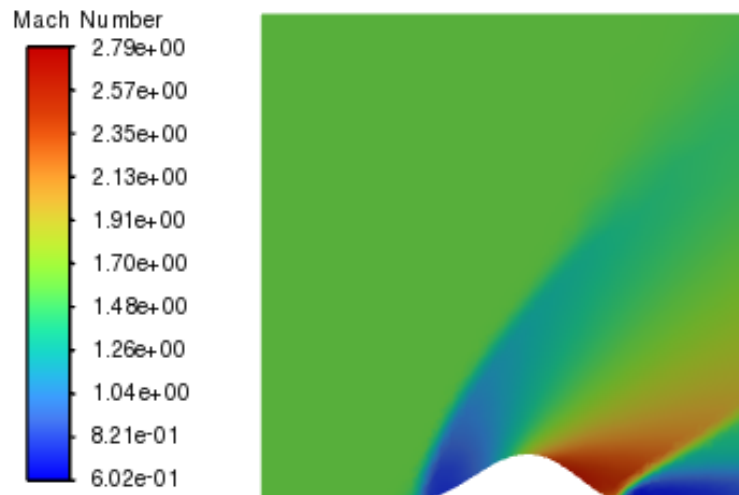


**Figura 5.3:** Numero di Mach del bump Blunt Soft (EULERO)

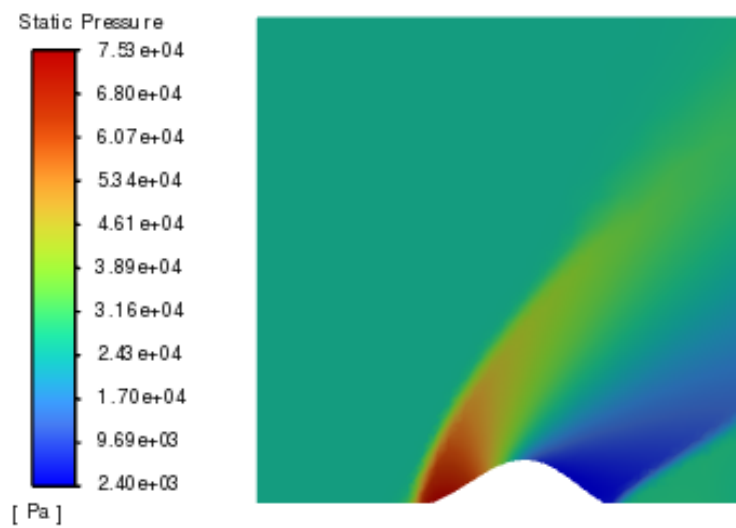


**Figura 5.4:** Pressione statica del bump Blunt Soft (EULERO)

## Wide Soft Bump

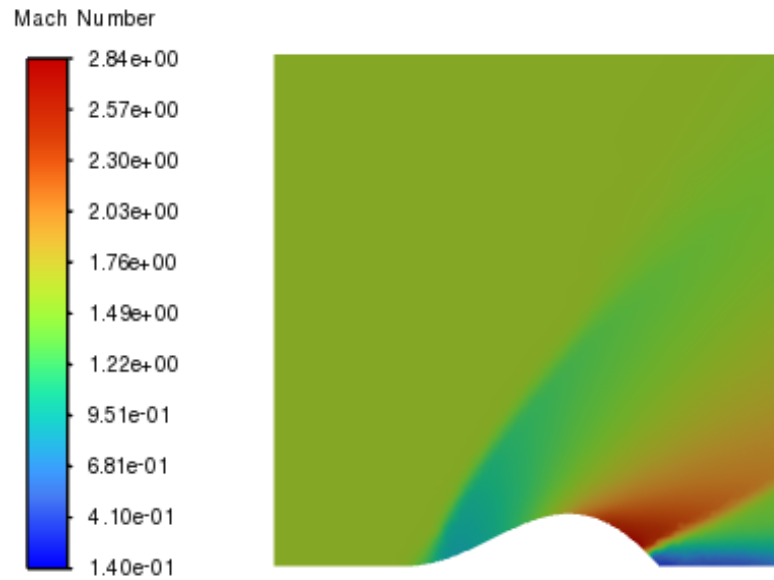


**Figura 5.5:** Numero di Mach del bump Wide Soft (EULERO)

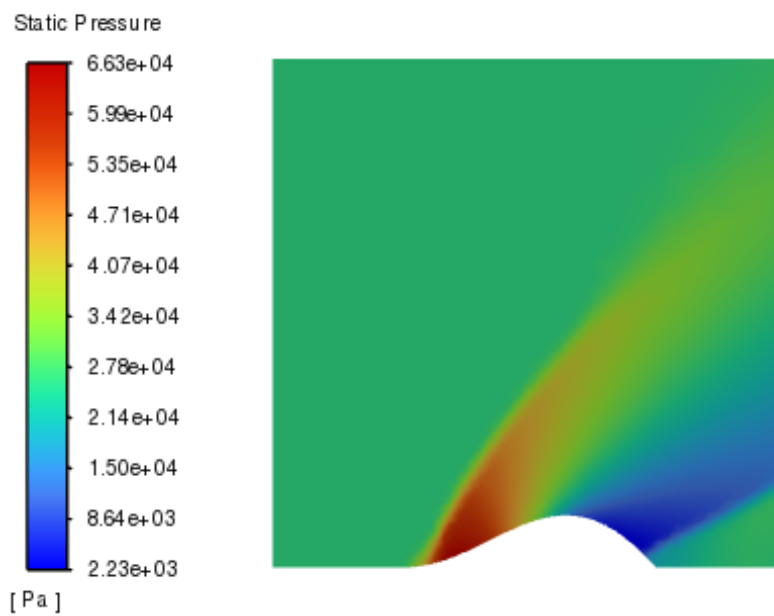


**Figura 5.6:** Pressione statica del bump Wide Soft (EULERO)

## Wide Blunt Bump



**Figura 5.7:** Numero di Mach del bump Wide Blunt (EULERO)



**Figura 5.8:** Pressione statica del bump Wide Blunt (EULERO)

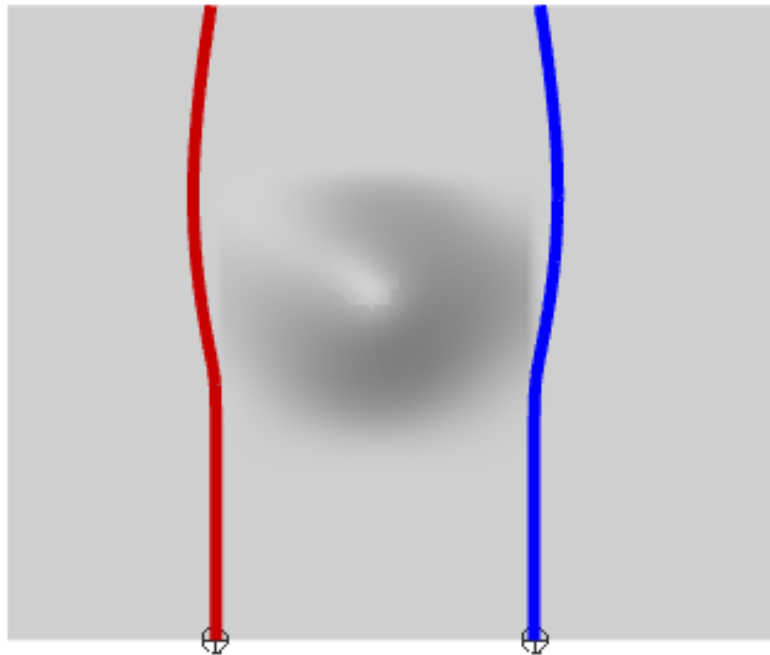


Dalle rappresentazioni dei campi di moto dei quattro diversi bump è possibile osservare la formazione degli urti e delle zone di espansione. Una prima onda d'urto curva si genera sul bordo d'attacco del bump. A valle di questa il flusso subisce un'espansione continua, fino al bordo di fuga del bump dove un'onda d'urto obliqua comprime nuovamente il fluido.

### 5.1.2 Analisi della deviazione delle linee di corrente

Per comprendere la capacità di deviare la corrente in direzione trasversale alla presa d'aria e in prossimità della parete (lo strato limite nel caso di simulazioni con modelli RANS), sono state costruite le streamlines che definiscono il percorso di una particella molto prossima a parete e che si trova esattamente sul confine laterale della base dei bump ( $y = 0.25\text{ m}$ ).

Nella figura (5.9) è riportata, come esempio, la rappresentazione delle due linee di corrente che partono a monte del bump wide soft e ne lambiscono i lati.



**Figura 5.9:** Deviazione delle streamlines alla base del bump

Nella tabella seguente sono riportate le deviazioni delle streamlines, in termini di cm per cui le particelle fluide si allontanano dalla coordinata  $y$  che avevano a monte del bump. La scelta del bump da prediligere in questa fase preliminare dello studio, ricade sui due bump wide che deviano la corrente in maniera simile tra loro ma maggiore rispetto ai due bump narrow.

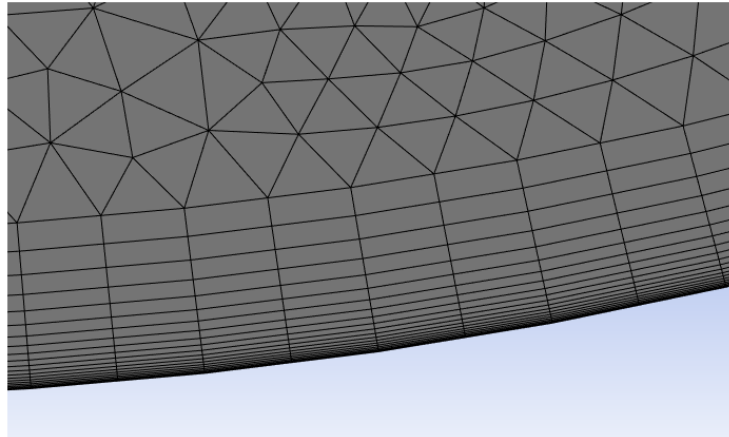
Bump Name	$y_0$ [cm]	$y_{max}$ [cm]	$\Delta y$ [cm]
Narrow Soft	25	28.3417	3.3417
Narrow Blunt	25	28.2333	3.2333
Wide Soft	25	28.7162	3.7162
Wide Blunt	25	28.6191	3.6191

**Tabella 5.1:** Deviazione streamlines

## 5.2 Analisi con modello RANS

In questa sezione vengono analizzati con simulazioni RANS i due bump ottimali scelti nella fase precedente dello studio. Come detto in precedenza per le simulazioni con il modello inviscido, in questo caso il volume di controllo è stato aumentato in dimensione per avere un completo sviluppo dello strato limite nella parte frontale e per poter analizzare meglio la scia e l'eventuale separazione del flusso.

Per la generazione della mesh è stata utilizzata la funzione *sfera di influenza* come in precedenza, ma anche la funzione *inflation* per generare una griglia molto fitta in prossimità della parete (come riportato in figura 5.10) dove occorre risolvere in modo accurato lo strato limite.

**Figura 5.10:** Focus della griglia in prossimità della parete

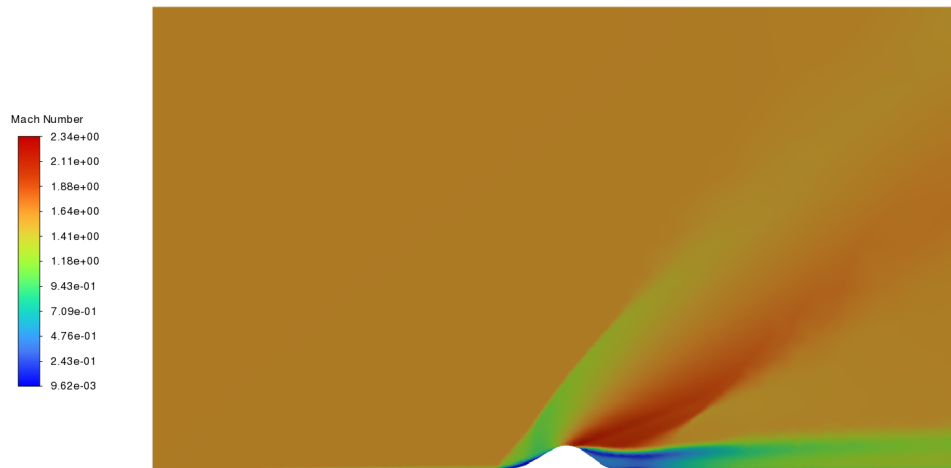
Il modello matematico utilizzato è il modello RANS Spalart-Allmaras (descritto nella sezione 2.4) e lo schema numerico che discretizza le equazioni di bilancio, è analogo a quello delle

simulazioni con il modello inviscido.

### 5.2.1 Soluzioni del modello RANS

Di seguito sono riportati per i bump wide, i campi di Mach e di pressione statica.

#### Wide Soft Bump

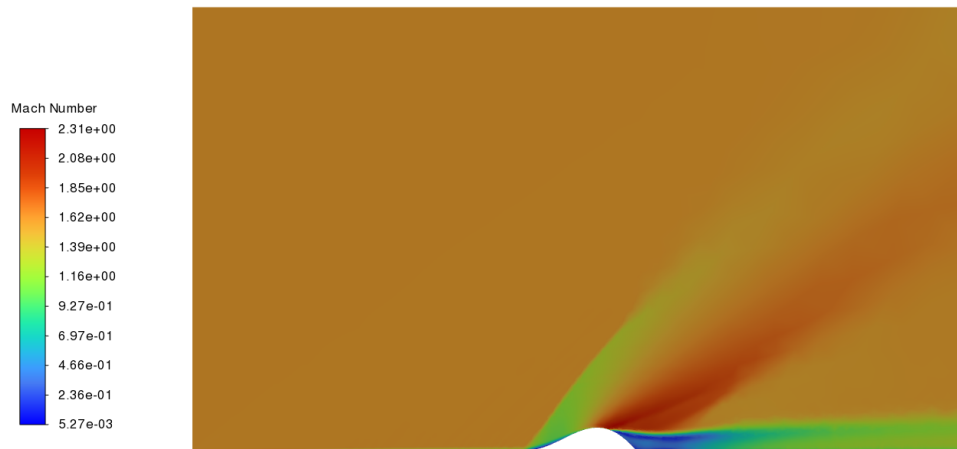


**Figura 5.11:** Numero di Mach del bump Wide Soft (RANS)



**Figura 5.12:** Pressione statica del bump Wide Blunt (RANS)

## Wide Blunt Bump



**Figura 5.13:** Numero di Mach del bump Wide Blunt (RANS)



**Figura 5.14:** Pressione statica del bump Wide Blunt (RANS)

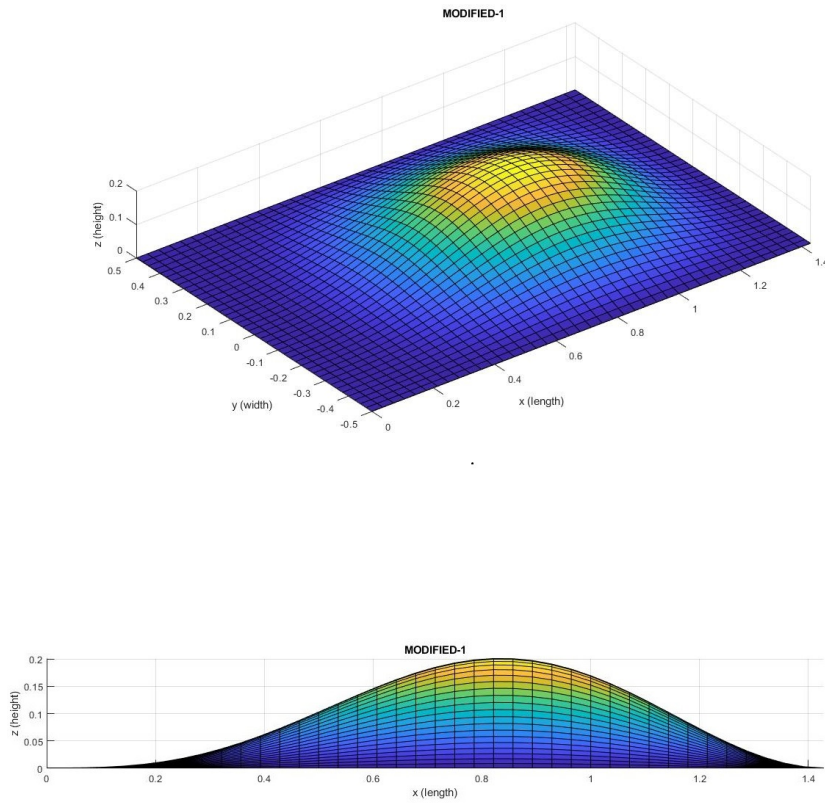
Dalle rappresentazioni dei campi di moto è possibile osservare oltre alla formazione degli urti e dei ventagli di espansione anche la generazione di due zone di separazione. Queste sono ben visibili nel campo di Mach. La separazione nella parte frontale è di entità ridotta ed è leggermente più accennata per il bump soft, mentre quella nella zona posteriore è molto sviluppata in entrambi i bump.

La generazione di una zona di separazione è una problematica molto rilevante in termini di pressione totale e di disuniformità del flusso. Per impedire la separazione, si è pensato ad una modifica del bump, descritta nella sezione 5.3

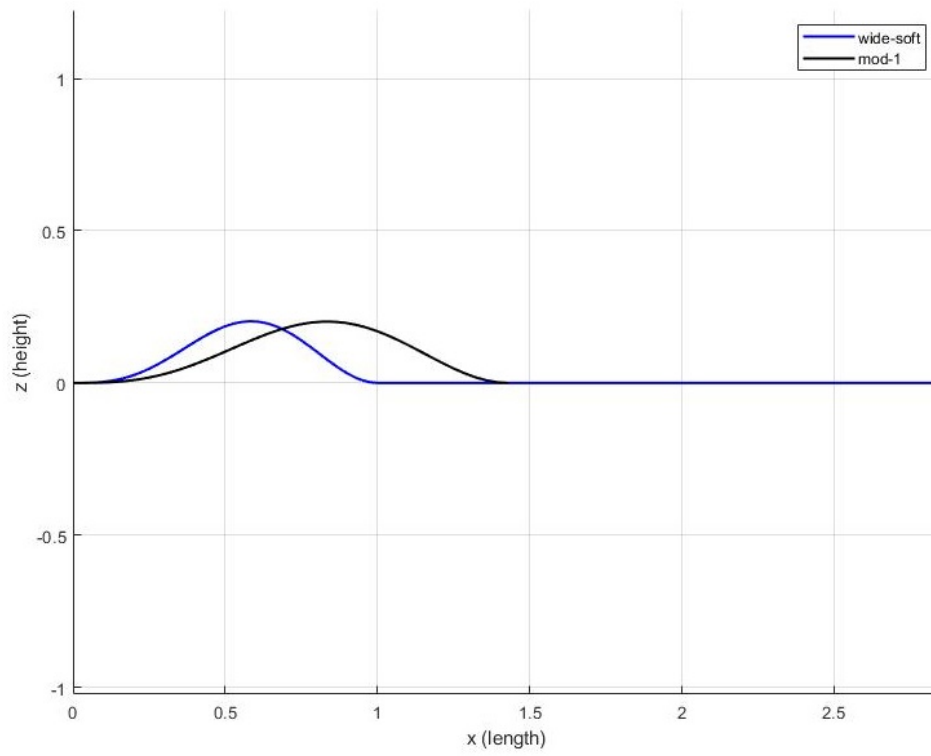
### 5.3 Modifica dei bump

Per effettuare la modifica al fine di risolvere la problematica della separazione si è scelto di operare sul bump soft in quanto più promettente dal punto di vista della generazione della zona di separazione nella parte posteriore, rispetto al bump blunt.

La modifica apportata consiste in un'allungamento del bump, mantenendo fissa la sua altezza. La geometria del bump (denominato mod-1) così ottenuta è riportata in figura 5.15, mentre le differenze tra questo bump e quello di partenza (wide-soft) sono visualizzabili in figura 5.16.



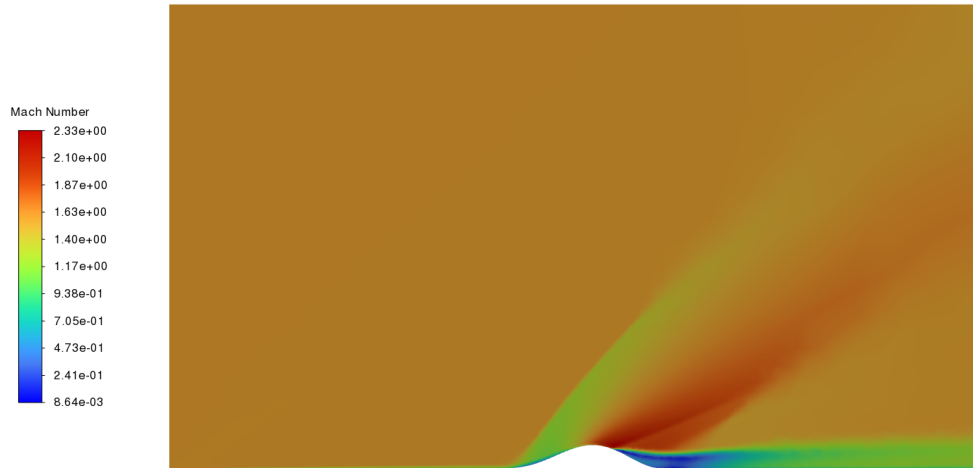
**Figura 5.15:** Mod-1 bump



**Figura 5.16:** Differenza tra il bump Wide-Soft e il bump mod-1

Di seguito sono riportati i campi di Mach e di pressione statica, ottenuti attraverso una simulazione RANS, del bump mod-1.

### Bump mod-1

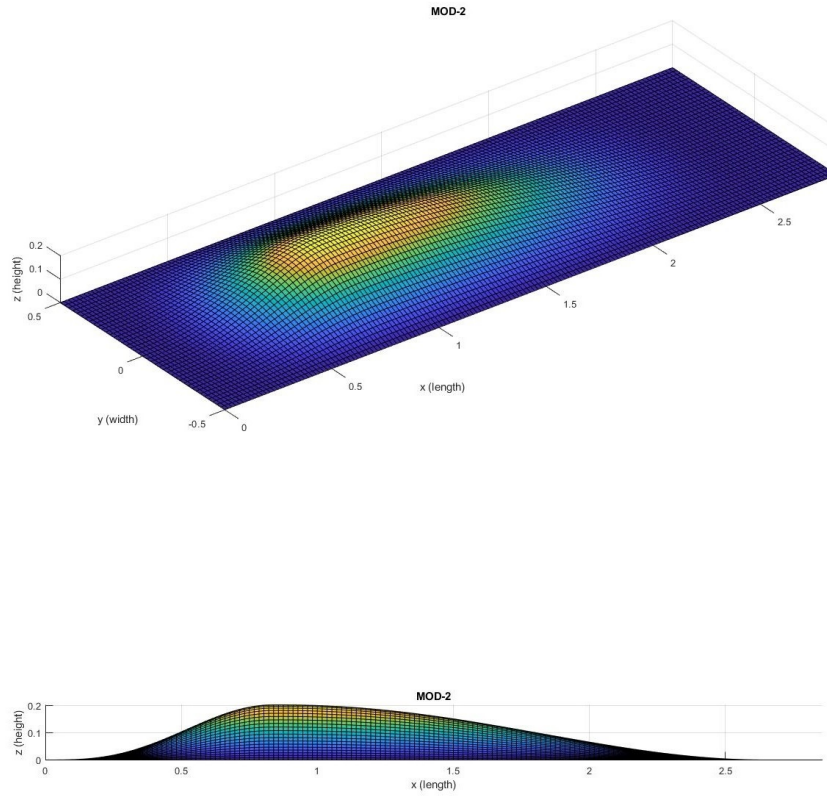


**Figura 5.17:** Numero di Mach del bump mod-1 (RANS)



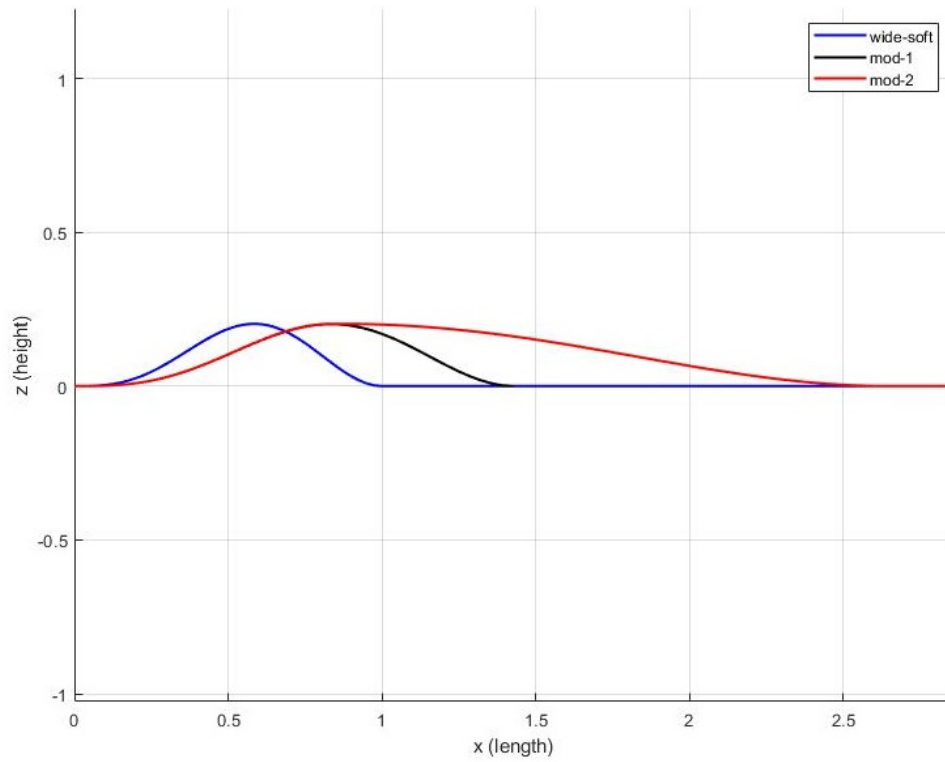
**Figura 5.18:** Pressione statica del bump mod-1 (RANS)

Risulta evidente dal campo di Mach che la problematica della separazione nella parte frontale è stata risolta mentre nella parte posteriore del bump il flusso separa ancora. Si è apportata quindi un'ulteriore modifica al bump mod-1, tenendolo invariato nella parte frontale (sino al punto di massima altezza) e allungandolo nella parte posteriore. La geometria del bump (denominato mod-2) così ottenuta è riportata in figura 5.19, mentre le differenze tra i bump modificati (mod-1 e mod-2) e il bump di partenza (wide-Soft) sono riportate in figura 5.20.



**Figura 5.19:** Mod-2 bump

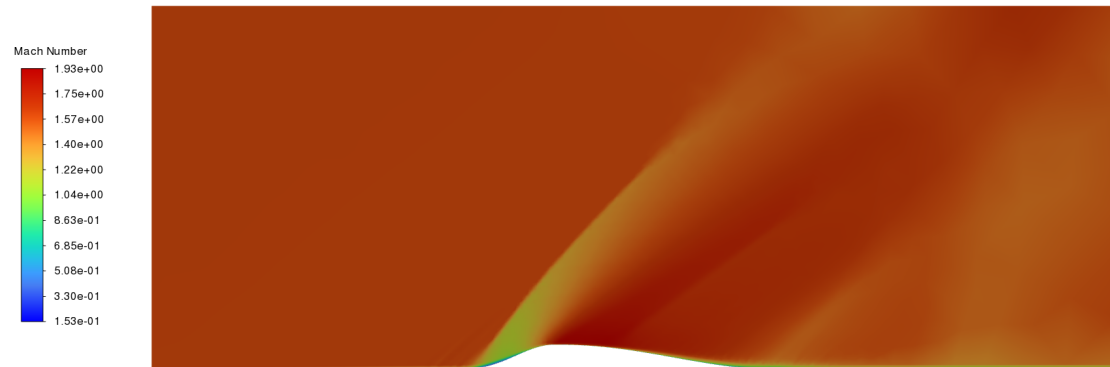




**Figura 5.20:** Differenza tra i bump Wide-Soft, mod-1 e mod-2

Di seguito sono riportati i campi di Mach e di pressione statica, ottenuti attraverso una simulazione RANS, del bump mod-2.

### Bump mod-2

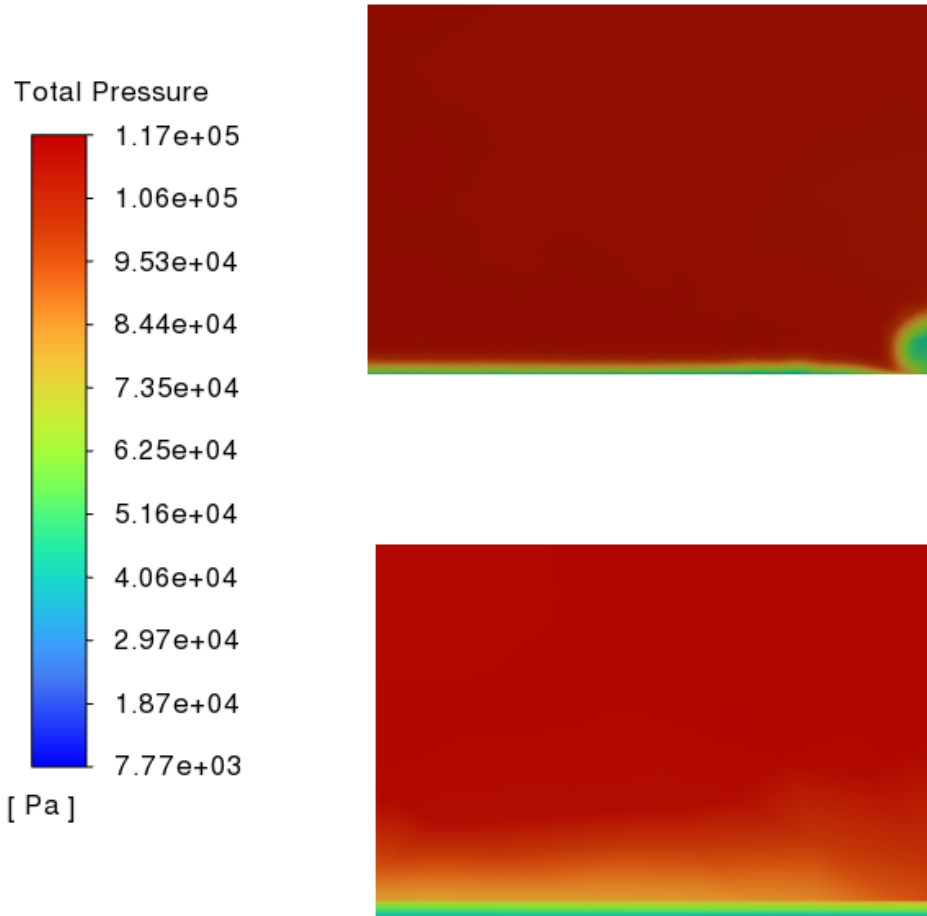


**Figura 5.21:** Numero di Mach del bump mod-2 (RANS)



**Figura 5.22:** Pressione statica del bump mod-2 (RANS)

Con il bump mod-2 anche la problematica della separazione nella parte posteriore è risolta. L'assenza di separazione del flusso porta ad avere una pressione totale a valle del bump (in ingresso compressore) maggiore e una disuniformità minore. Nella figura 5.23 sono mostrate due sezioni trasversali poste entrambe a 50 cm dal punto più arretrato dei bump mod-1 e mod-2. Quello che si può vedere è che per il bump mod-1 la separazione porta ad avere una regione di fluido a bassa pressione totale, in ingresso del compressore, mentre per il bump mod-2 questo non si verifica e l'unica regione con ridotta pressione totale è quella dello strato limite.



**Figura 5.23:** In alto il campo di pressione totale a valle del bump mod-1, in basso il campo di pressione totale a valle del bump mod-2



## Capitolo 6

# Conclusioni

Attraverso le simulazioni fluidodinamiche presentate in questa tesi, è possibile comprendere il funzionamento di una presa d'aria supersonica senza divertore. In particolare si può comprendere l'influenza della geometria del bump sul campo di moto dell'aria in ingresso al propulsore.

Nel dettaglio è stato mostrato come un bump largo sia capace di deflettere la corrente più di uno stretto. Questa caratteristica però andrebbe analizzata ulteriormente, studiando il bump in combinazione alla presa d'aria, al fine di considerare come parametro anche la portata d'aria in ingresso al motore.

Un altro aspetto geometrico analizzato è la forma che il bump deve avere in direzione longitudinale, al fine di evitare separazioni del flusso nella parte anteriore e in quella posteriore. Si è dimostrato come la parte anteriore ma soprattutto quella posteriore debbano avere delle geometrie che siano il più possibile regolari nel cambio di pendenza. Infatti se si considerano i bump wide soft, mod-1 e mod-2 è possibile comprendere come il profilo longitudinale del bump influisca sul fenomeno della separazione.

Questo lavoro potrebbe essere ampliato ulteriormente considerando modelli RANS diversi, al fine di verificare che non vi siano differenze sostanziali nelle soluzioni al variare del modello di turbolenza utilizzato. Inoltre si potrebbe effettuare uno studio approfondito sull'influenza della griglia di calcolo, con l'obiettivo di trovare una griglia sufficientemente fine da non rendere onerose le simulazioni ma da garantire una soluzione sufficientemente accurata.

Infine sarebbe opportuno testare il bump mod-2 in combinazione a diverse geometrie di prese d'aria e a velocità di volo che differiscono da quella di progetto utilizzata in questa tesi. In questo modo si potrebbe comprendere l'esatto funzionamento di una presa d'aria supersonica senza il divertore e sarebbe possibile confrontarla con quelle che invece lo utilizzano.



# Bibliografia

- [1] Shixin Cheng Huayu Fan Hao Zhan e Baigang Mi. «Aerodynamic and Stealth Integrated Design of DSI Inlet by Surrogate-Based Multi-Objective Optimization with EHVI Infill Criterion». In: The Northwestern Polytechnical University, Volume 37 (2019) (cit. a p. 15).
- [2] Anthony Hays Eiman Saheby Huang Gouping. «Design of top mounted supersonic inlets for a cylindrical fuselage». In: Proc IMechE Part G: J Aerospace Engineering, Vol. 233(8) 2956–2979 (2019) (cit. a p. 15).
- [3] J. Blazek. *"Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications"*. First edition, Elsevier, 2001. ISBN: 0 08 043009 0 (cit. alle pp. 18, 34).
- [4] Osborne Reynolds. «On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion». In: (1895), pp. 123–164 (cit. a p. 24).
- [5] E.L. Houghton e P.W. Carpenter. *"Aerodynamics for Engineering Students"*. Fifth edition published by Butterworth-Heinemann, 2003. ISBN: 0 7506 5111 3 (cit. a p. 25).
- [6] R.Arina. *"Fondamenti di Aerodinamica"*. Levrotto & Bella, 2015. ISBN: 978-88-8218-187-1 (cit. a p. 26).
- [7] P. Spalart e S. Allmaras. «A one-equation turbulence model for aerodynamic flows». In: Technical Report AIAA-92-0439. American Institute of Aeronautics and Astronautics (1992) (cit. a p. 29).
- [8] Mato F. Siladic. «Numerical grid generation and potential airfoil analysis and design». In: MSc thesis, The University of Texas at Austin (1988) (cit. a p. 31).
- [9] R. M. Roberts P. Zhang Y. Gros e A. Bénard. «Modeling of Turbulent Flow with Particle Deposition in Curved Pipes». In: (2010) (cit. a p. 32).
- [10] Jan Nordström. «Accuracy evaluation of the unstructured node-centered finite volume method in aerodynamic computations». In: (2007) (cit. alle pp. 32, 33).
- [11] G. I. Taylor e J. W. Maccoll. «The Air Pressure on a Cone Moving at High Speeds». In: (1933), pp. 1–16 (cit. a p. 38).
- [12] J. W. Maccoll. «The Conical Shock Wave formed by a Cone moving at a High Speed». In: (1936), pp. 1–17 (cit. a p. 38).
- [13] Seddon J e Goldsmith EL. *Intake Aerodynamics*. Second edition. Virginia: AIAA Education Series, 1999. ISBN: 0-632-04963-4 (cit. a p. 38).
- [14] Hassan Iftikhar Irsalan Arif e Ali Javed. «Design and optimization of bump (compression surface) for diverterless supersonic inlet». In: Vol. 0(0) (2021), pp. 1–16 (cit. a p. 39).
- [15] Marlene Svensson. «A CFD Investigation of a Generic Bump and its Application to a Diverterless Supersonic Inlet». In: Linköpings Universitet (2008) (cit. a p. 41).