

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

Studio della scia del propulsore aeronautico CFM56-3



Relatori

prof. Francesco Larocca
prof. Andrea Ferrero

Candidato

Emanuele De Lorenzo

Anno Accademico 2022-2023

*Alla mia Famiglia,
che ha sempre creduto in me,
per tutto, per sempre.*

Indice

Premessa	7
1 Introduzione	9
1.1 Formazione delle scie di condensazione	9
2 Leggi di conservazione	13
2.1 Leggi di conservazione in forma integrale	13
2.1.1 Conservazione della massa	13
2.1.2 Conservazione della quantità di moto	14
2.1.3 Conservazione dell'energia	16
2.2 Equazioni di Navier-Stokes	16
3 Teoria della turbolenza e modelli computazionali	18
3.1 Descrizione statistica della turbolenza	18
3.2 Equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds-Favre	19
3.3 Modelli di chiusura	20
3.3.1 Spalart - Allmaras	21
3.3.2 Standard k - ϵ	22
3.3.3 RNG k - ϵ	22
3.3.4 Realizable k - ϵ	23
3.3.5 Standard k - ω	25
3.3.6 Shear-Stress Transport (SST) k - ω	26
3.4 Legge di parete per la velocità	28
4 Simulazione numerica	30
4.1 Uno sguardo al motore: il CFM56-3	30
4.2 Creazione del CAD della geometria	31
4.2.1 Dimensioni del motore	31
4.2.2 Dominio di calcolo	32
4.3 Creazione della griglia di calcolo	32
4.4 Simulazione	37
4.4.1 Impostazione del problema	37
4.4.2 Condizioni al contorno	37
5 Risultati	39
5.1 Confronto tra i vari modelli	39
5.2 Risultati sulla griglia 3 per la scia	40
5.2.1 Spalart - Allmaras	40

5.2.2	Realizable $k - \epsilon$	41
5.2.3	SST $k - \omega$	42
5.3	Risultati sulla griglia 3 per il punto di separazione	44
5.3.1	Spalart - Allmaras	44
5.3.2	Realizable $k - \epsilon$	45
5.3.3	SST $k - \omega$	46
6	Conclusioni	48
A	Calcolo dei parametri di parete per lo strato limite	49
	Bibliografia	51
	Ringraziamenti	52
	Elenco delle figure	54
	Elenco delle tabelle	56

Premessa

Nel corso degli anni, le emissioni prodotte dai propulsori aeronautici hanno vissuto una forte evoluzione, grazie a diversi fattori come combustori sempre più efficienti, combustibili più ecologici, o il progressivo alleggerimento dei propulsori stessi, che ha comportato minori consumi. Ad ogni modo, le emissioni prodotte vengono trasportate verso l'esterno dai gas di scarico in uscita dai motori; in determinati casi, si formano anche delle scie di condensazione, dette in inglese *contrails* (*condensation trails*) che permangono nell'area in cui si sono formate, come delle nuvole, per poi dissolversi dopo un certo lasso di tempo. Negli ultimi decenni, è maturato un forte interesse riguardo il contributo all'effetto serra di queste particolari scie, e ciò ha dato spunto per effettuare diversi studi con l'obiettivo di valutarne l'impatto ambientale. Questa tesi è focalizzata sullo studio della scia del propulsore CFM56-3 in condizioni di crociera che è stata simulata mediante il software Ansys Fluent. Lo scopo di questo lavoro è caratterizzare la scia e i fenomeni turbolenti che vi si manifestano, in maniera da favorire studi futuri che includano modelli per la formazione e il trasporto delle scie di condensazione.

Capitolo 1

Introduzione

Da quando è nata l'aviazione agli inizi del XX secolo grazie all'invenzione dell'aereo, è cambiato radicalmente il modo di muoversi; l'aspetto che maggiormente ha colpito era, ed è tutt'ora, la forte diminuzione del tempo necessario a percorrere distanze anche molto lunghe. Ad ogni modo, la novità di questo mezzo di trasporto rivoluzionario, unita alla conseguente influenza nella cultura di massa, ha suscitato un interesse sempre più forte nelle persone, che mosse dalla curiosità si sono avvicinate a questo tipo di veicolo, così innovativo per quei tempi. Come tutti i veicoli, anche gli aeroplani producono emissioni, che contribuiscono all'inquinamento atmosferico.

Se inizialmente l'aviazione non era così diffusa, nei decenni successivi si è verificata una fortissima crescita del numero di aerei in servizio, favorendone un utilizzo sempre più intenso; si stima infatti, che questa crescita sia stata di circa il 5% ogni anno [11]. In conseguenza di ciò, anche le emissioni prodotte dagli aerei sono aumentate in maniera consistente; la motivazione, infatti, non risiede nella qualità di combustione, peraltro migliorata molto con motori più efficienti e combustibili più ecologici; ciò ha determinato una riduzione delle emissioni di CO₂. Le emissioni dei motori aeronautici includono anche il vapore acqueo che può portare a scie di condensazione facilmente distinguibili a occhio nudo. Tali scie bianche, nelle giuste condizioni di temperatura ambiente e quota di volo, si formano per condensazione, ragione per cui sono dette "contrail" e possono anche perdurare a lungo.

1.1 Formazione delle scie di condensazione

Per comprendere il meccanismo di formazione della scia, si parte dalla composizione chimica dei gas di scarico emessi dai motori dei velivoli; sono presenti particelle di fuliggine, risultato della combustione, altre molecole che possiedono un'elevata temperatura, e vapore acqueo. Quest'ultimo è presente sia nei gas di scarico che nell'aria ambiente. Se ci si trova ad una quota pari o superiore a 25000 piedi, e ad una temperatura pari o inferiore a -40°C, il vapore acqueo presente sia nel gas di scarico che nell'aria umida, condensa sotto forma di gocce d'acqua al di sopra delle particelle di fuliggine e di altri combustibili; per via della bassa temperatura, nel giro di pochi secondi queste gocce d'acqua congelano fino a diventare ghiaccio.

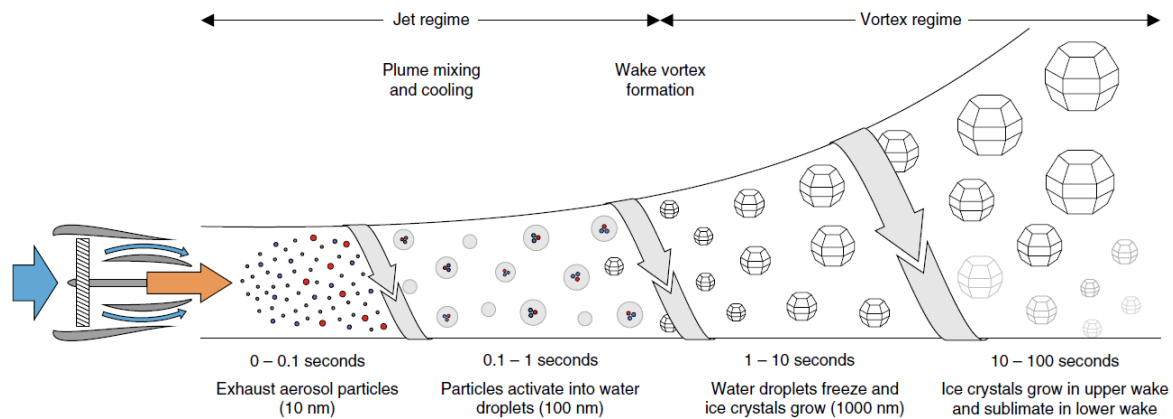


Figura 1.1: Rendering che mostra la formazione del ghiaccio [8]

Il risultato macroscopico di questo processo è una o più (a seconda della quantità dei motori) contrail, che gradualmente si allargano dando origine a delle nuvole di ghiaccio, come dei cirri; per questo motivo sono anche chiamate *contrail cirrus clouds* [10], e rientrano nella categoria delle AIC (*Aircraft-Induced Clouds*). Si può quindi affermare che le contrails sono delle nuvole artificiali. Se però l'aria non è sufficientemente umida, questi cirri artificiali potrebbero scomparire dopo pochi secondi, o addirittura non formarsi.



Figura 1.2: Contrails nei cieli di Lisbona, Portogallo, nel Febbraio 2000. Fonte [NASA](#)

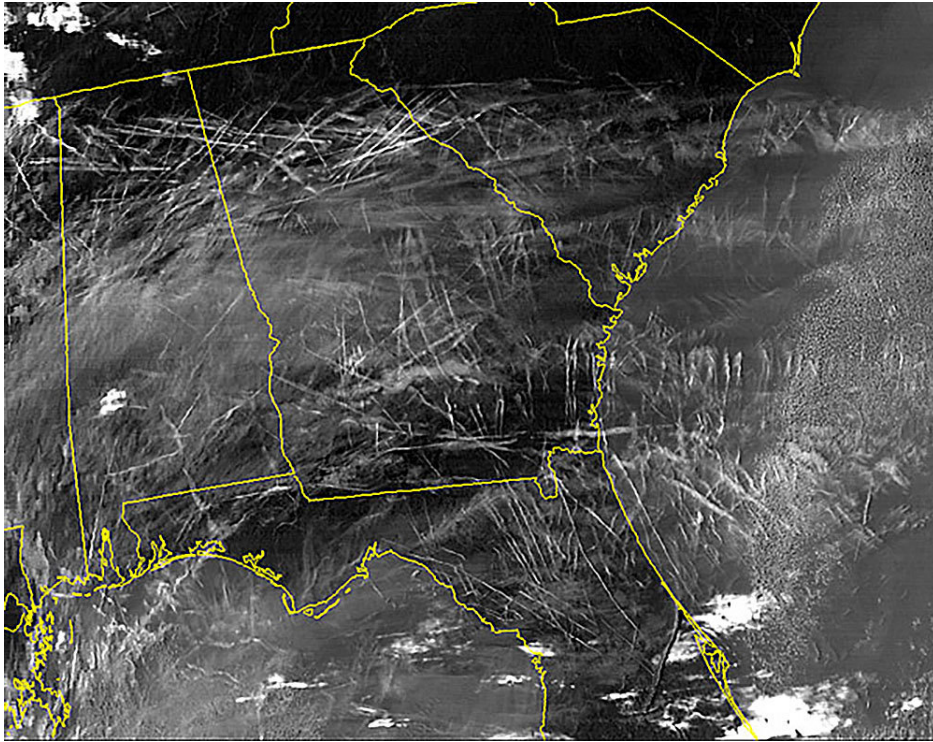


Figura 1.3: Immagine satellitare a infrarossi che evidenzia dozzine di contrails in una sola mattina nel sud-est degli USA. Gennaio 2004. Fonte [NASA](#)

Attualmente, gli aerei civili emettono il 2% della CO₂ emessa dall'uomo ogni giorno, ed unendo anche l'effetto delle contrails, il contributo finale al riscaldamento globale è pari al 5%. Le contrails tuttavia, agiscono in maniera duplice:

- riflettono verso lo spazio la radiazione solare, e questo tende a far diminuire l'effetto serra
- riflettono verso terra la radiazione infrarossa che arriva dal suolo, e questo tende a far aumentare l'effetto serra

Facendo un bilancio complessivo nell'arco della giornata, sembra che prevalga il secondo effetto.

C'è tuttavia una differenza: se la CO₂ prodotta dall'uomo si accumula nell'atmosfera, la sua presenza genera un effetto a lunga durata; le contrails invece, rimangono nell'area in cui si sono formate per un arco di tempo relativamente più breve [10].

Ad ogni modo le contrails, a prescindere da quanto tempo rimangano prima di dissolversi, contribuiscono all'effetto serra. Alcune valutazioni mostrano che l'impatto ambientale si aggira attorno al $3 \div 9 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$, quello delle AIC può arrivare ad essere 10 volte maggiore, che corrisponde a 3 volte l'impatto della CO₂ emessa nella sola aviazione [11].

Recenti studi [8] hanno mostrato l'influenza delle contrails sul riscaldamento globale tramite una misura chiamata *forzante radiativo* (RF); essa rappresenta un'eventuale alterazione nell'equilibrio termico tra terra ed atmosfera. Un RF positivo è associato ad un riscaldamento, mentre un RF negativo ad un raffreddamento.

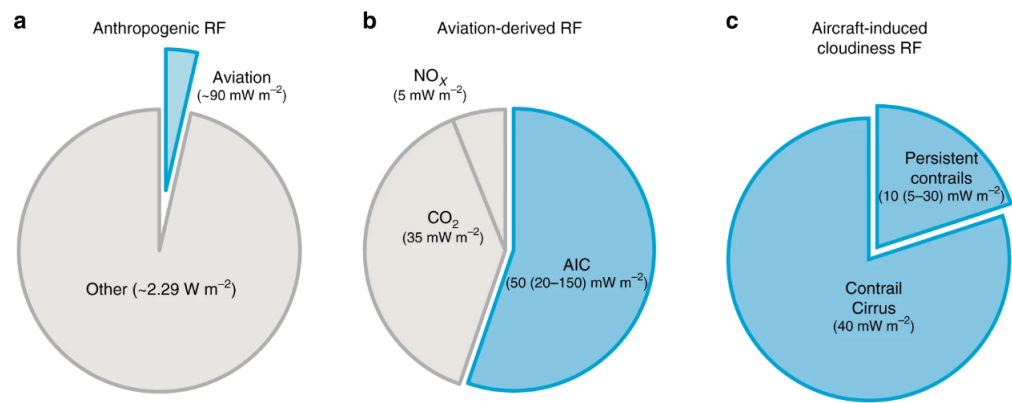


Figura 1.4: Forzante radiativo (RF): a) rispetto a quello antropico (CO₂ da respirazione); b) composizione dell’RF da aviazione; c) suddivisione dell’RF tra cirri e contrail a lunga durata [8]

AIC	Durata breve	Durata lunga	
Tipologia	Contrail	Contrail persistente	Cirro da contrail
Morfologia	Longilinea	Longilinea	Forma irregolare
Condizioni meteorologiche	Ghiaccio sottosaturato	Ghiaccio sovrassaturato	
Durata	0.1 - 10 min	10 min - 10 ore	
Profondità	100 m	100 - 1000 m	
Larghezza	10 - 100 m	0.1 - 10 km	< 100 km
Lunghezza	0.1 - 10 km	0.1 - 10 km	< 100 km
Potenziale RF	Trascurabile	Piccolo	Grande

Tabella 1.1: Caratteristiche di contrail e cirri [8]

Capitolo 2

Leggi di conservazione

Ciò che avviene a valle del propulsore è sostanzialmente il mescolamento di tre flussi, che nello specifico sono il flusso dovuto al volo di crociera o *freestream*, il flusso in uscita dall'ugello di bypass (o anche *flusso freddo*) e quello in uscita dall'ugello del core (o anche *flusso caldo*); si tratta quindi di un fenomeno fluidodinamico. Per studiarne la fisica, si utilizzano le *equazioni di Navier-Stokes*, che descrivono un fluido viscoso lineare; tale modello è una formulazione matematica esatta, e vale se sono verificate le ipotesi di:

- fluido continuo
- fluido chimicamente omogeneo (non reagente)
- assenza di cariche elettriche

Il punto di partenza per arrivare a questa formulazione sono le leggi di conservazione, che descrivono il comportamento di un volume (finito od infinitesimo) di fluido dal punto di vista di tre grandezze quali massa, quantità di moto ed energia. All'interno di queste equazioni sono presenti dei termini temporali, di flusso, sorgenti interne e forze interne ed esterne che agiscono sul volume. Gli approcci utilizzati per scrivere le leggi di conservazione sono due:

- *Euleriano*: si studia il comportamento del fluido all'interno di un volume di controllo fissato;
- *Lagrangiano*: si segue un volumetto di fluido e se ne studia l'evoluzione

Per semplicità si considera l'approccio euleriano, e si scrive solo la forma integrale per un volume finito di fluido.

2.1 Leggi di conservazione in forma integrale

2.1.1 Conservazione della massa

Si richiama il principio che "nulla si crea, nulla si distrugge, ma tutto si trasforma" (Lavoisier), quindi si parte da un volume V , con S la superficie, e \hat{n} la normale ad essa; si escludono tutti i fenomeni sorgenti, e si esprime la velocità \vec{q} come

$$\vec{q} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k} \quad (2.1)$$

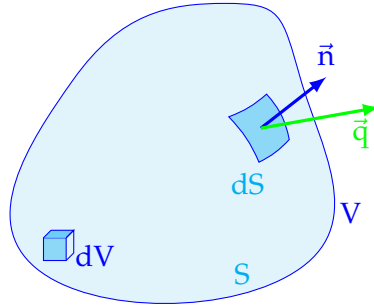


Figura 2.1: Volume di controllo per la conservazione della massa [9]

La legge di conservazione della massa in forma integrale quindi sarà

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \int_S (\rho \vec{q}) \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (2.2)$$

2.1.2 Conservazione della quantità di moto

Si procede come per la conservazione della massa, e in questo caso il punto di partenza è la seconda legge di Newton, così espressa:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{q}}{dt} \quad (2.3)$$

dove m è la massa e \vec{q} la velocità.

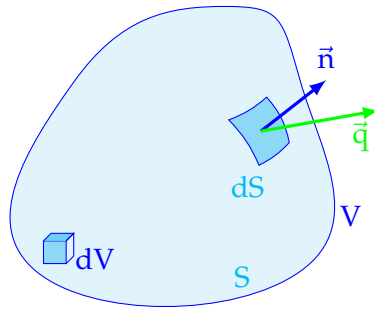


Figura 2.2: Volume di controllo per la conservazione della quantità di moto [9]

Anche qui si escludono i termini sorgenti e sono presenti le forze sia volumiche che superficiali, le prime espresse con il generico integrale:

$$\vec{F}_V = \int_V \rho \vec{f}_e dV \quad (2.4)$$

Le forze superficiali si dividono in due parti, una relativa alla pressione normale p_n , l'altra relativa all'attrito viscoso normale τ_n ; sommando questi contributi si ottiene

$$\vec{\sigma}_n = -p_n \vec{n} + \tau_n \vec{\tau} = -P\vec{I} + \vec{\tau} \quad (2.5)$$

La forza di superficie quindi sarà

$$\vec{F}_S = \int_S \vec{\sigma}_n dS \quad (2.6)$$

Si possono esprimere \vec{n} e $\vec{\sigma}_n$ come

$$\begin{aligned} \vec{n} &= n_x \hat{i} + n_y \hat{j} + n_z \hat{k} \\ \vec{\sigma}_n &= \vec{\sigma}_x n_x + \vec{\sigma}_y n_y + \vec{\sigma}_z n_z \end{aligned}$$

È possibile definire il tensore $\vec{\sigma}$

$$\vec{\sigma} = (\vec{\sigma}_x, \vec{\sigma}_y, \vec{\sigma}_z) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

La matrice del tensore è simmetrica; su 9 elementi, solo 6 sono indipendenti. La legge di conservazione della quantità di moto si può scrivere come:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \vec{q} dV + \int_S (\rho \vec{q} \vec{q}) \cdot \vec{n} dS = \int_S \vec{\sigma} \cdot \vec{n} dS + \int_V \rho \vec{f}_e dV \quad (2.7)$$

Tornando all'equazione 2.5, il termine viscoso τ_{ij} si può riscrivere così

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \vec{q}) \delta_{ij} \quad (2.8)$$

con δ_{ij} delta di Kroneker, che vale

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{se } i \neq j \\ 1 & \text{se } i = j \end{cases}$$

Mentre μ è la viscosità dinamica del fluido, e può essere espressa con la legge di Sutherland a 2 coefficienti:

$$\mu = S \frac{T^{3/2}}{T + \chi}; \quad \left(S = 1.46 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{msK}^{0.5}}, \quad \chi = 110 \text{ K} \right) \quad (2.9)$$

La legge di conservazione della quantità di moto può essere scritta anche nella forma seguente:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \vec{q} dV + \int_S (\rho \vec{q} \vec{q}) \cdot \vec{n} dS = - \int_S P \cdot \vec{n} dS + \int_S \vec{\tau} \cdot \vec{n} dS + \int_V \rho \vec{f}_e dV \quad (2.10)$$

2.1.3 Conservazione dell'energia

Si utilizza il primo principio della termodinamica, secondo cui l'energia nel tempo cambia in base al flusso attraverso la superficie del volume di fluido, al lavoro delle forze superficiali volumiche (queste grandezze sono già state esaminate per la conservazione della quantità di moto), e ad eventuali sorgenti termiche.

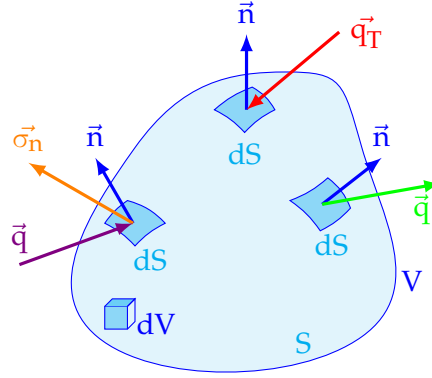


Figura 2.3: Volume di controllo per la conservazione dell'energia [9]

Scrivendo l'energia totale massica come

$$E = c_v T + \frac{|\vec{q}|^2}{2} = e + \frac{|\vec{q}|^2}{2} \quad (2.11)$$

si procede analogamente a quanto fatto in precedenza, riprendendo la relazione 2.5 e scrivendo la legge di Fourier $\vec{q}_T = -K\nabla T$, si ottiene la conservazione dell'energia in forma integrale:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho E \vec{q} dV + \int_S \rho E (\vec{q} \cdot \vec{n}) dS = \int_S (\vec{\sigma} \cdot \vec{q} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{q} dS + \int_V \rho \vec{f}_e \cdot \vec{q} dV - \int_S K (\nabla T \cdot \vec{n}) dS + \int_V q_h dV \quad (2.12)$$

2.2 Equazioni di Navier-Stokes

Le equazioni di Navier-Stokes si ottengono proiettando lungo le rispettive direzioni cartesiane tutti i vettori contenuti nelle leggi di conservazione; aggiungendo le equazioni del tensore degli sforzi viscosi, la legge di Fourier, l'equazione di stato e la definizione di energia, si ottiene un sistema di 16 equazioni in 16 variabili. Mantenendo le relazioni vettoriali, si può scrivere il sistema di Navier-Stokes nella forma matriciale. Definendo

$$\vec{U} = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho \vec{q} \\ \rho E \end{Bmatrix}; \quad \vec{F}_c = \begin{Bmatrix} \rho \vec{q} \\ \rho \vec{q} \cdot \vec{q} + p \\ (\rho E + p) \vec{q} \end{Bmatrix}; \quad \vec{F}_\tau = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vec{\tau} \\ \vec{\tau} \cdot \vec{q} + K \nabla T \end{Bmatrix}; \quad \vec{Q} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \rho \vec{f}_e \\ \rho \vec{f}_e \cdot \vec{q} + q_h \end{Bmatrix}$$

si ha il sistema di Navier-Stokes in forma compatta

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \vec{U} dV + \int_S (\vec{F}_c + \vec{F}_\tau) dS = \int_V \vec{Q} dV \quad (2.13)$$

Scrivendo il sistema per esteso, si ottiene:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \int_S \rho \vec{q} dS = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \vec{q} dV + \int_S (\rho \vec{q} \cdot \vec{q} + p) dS + \int_S \vec{\tau} dS = \int_V \rho \vec{f}_e \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho E dV + \int_S (\rho E + p) \vec{q} dS + \int_S (\vec{\tau} \cdot \vec{q} + K \nabla T) dS = \int_V (\rho \vec{f}_e \cdot \vec{q} + \rho \dot{q}_h) dV \end{cases} \quad (2.14)$$

Capitolo 3

Teoria della turbolenza e modelli computazionali

In un qualsiasi fluido, la turbolenza è un fenomeno caratterizzato da particelle che si muovono in modo molto caotico. Estremamente non lineare, porta con sé forti dissipazioni e fluttuazioni, sia spaziali che temporali, di vorticità; tali fluttuazioni rendono il moto tridimensionale e non stazionario, anche con condizioni al contorno stazionarie o 2D. Per capire quando nasce turbolenza, si utilizza il numero di Reynolds, che rappresenta il rapporto tra termini convettivi e termini diffusivi nelle equazioni di governo; se il suo valore supera un certo valore critico (ovvero quando le forze inerziali nel flusso sono molto grandi rispetto a quelle viscosi), si innesca un processo transitorio in cui le perturbazioni presenti, inizialmente piccole, evolvono linearmente aumentando di intensità fino a svilupparsi in modo non lineare, arrivando proprio alla turbolenza, che è l'ultima fase di questa transizione. Nel moto turbolento è possibile notare, a causa delle fluttuazioni di vorticità, delle regioni in cui sono concentrati gli sforzi (*strain region*), o regioni vorticosi (*swirl*), che interagiscono tra loro e si modificano di conseguenza, mantenendo la caoticità. Si osservano inoltre delle strutture, dette *eddy*, in cui le particelle hanno velocità angolare; il rapporto tra la dimensione delle strutture turbolente più grandi e la dimensione di quelle più piccole cresce col numero di Reynolds. Si osserva che la turbolenza è molto diffusiva, perché le fluttuazioni presenti fanno sì che i vari eddy si mescolino, scambiando tra loro massa, quantità di moto ed energia. [1] Il moto turbolento è descritto dalle equazioni di Navier-Stokes, ma la natura multiscala del fenomeno rende la soluzione diretta delle NS eccessivamente onerosa dal punto di vista computazionale quando il Reynolds è elevato.

3.1 Descrizione statistica della turbolenza

Per spiegare la natura aleatoria della turbolenza, si introduce una descrizione statistica per tracciare tutte le variabili del moto; un esempio sono la velocità media e la sua varianza, che hanno un comportamento temporale e spaziale ordinato. Per questa caratteristica, tutte le variabili del moto sono dette *stocastiche*.

A titolo di esempio si può introdurre la generica variabile stocastica $u(x,t)$, e si definisce una serie di N realizzazioni indipendenti di u . È possibile procedere statisticamente in 2 modi:

- *media d'insieme*, ovvero la media aritmetica delle N realizzazioni:

$$\bar{u}(x, t) \equiv \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u(x, t; n) \quad (3.1)$$

in questo caso, per $N \rightarrow \infty$ la media d'insieme coincide con il valore atteso.

- *media temporale*, ottenuta con $T = N\Delta T$:

$$\bar{u}(x) \equiv \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(x, t) dt \quad (3.2)$$

3.2 Equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds-Favre

Un moto turbolento statisticamente stazionario, può essere scomposto in due componenti mediante la *decomposizione di Reynolds* [1]; ogni grandezza può essere scritta come la somma del suo valore medio temporale e della sua fluttuazione istantanea.

Considerando la velocità

$$u_i(\vec{x}, t) = U_i(\vec{x}) + u_i'(\vec{x}, t) \quad (3.3)$$

Dove $U_i(\vec{x})$ è il campo medio stazionario, mentre il termine $u_i'(\vec{x}, t)$ rappresenta le fluttuazioni:

$$U_i(\vec{x}) \equiv \bar{u}_i(\vec{x}) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u_i(\vec{x}, t) dt$$

$$u_i'(\vec{x}, t) \equiv u_i(\vec{x}, t) - U_i(\vec{x})$$

Dalla definizione di valor medio e per le proprietà dell'operatore di media si ha:

$$\begin{aligned} \bar{U}_i(\vec{x}) &= U_i(\vec{x}) \\ \bar{u}_i' &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} [u_i(\vec{x}, t) - U_i(\vec{x})] dt = U_i(\vec{x}) - \bar{U}_i(\vec{x}) = 0 \end{aligned}$$

Procedendo analogamente per pressione e temperatura si ha:

$$\begin{aligned} p(\vec{x}, t) &= P(\vec{x}) + p'(\vec{x}, t) \\ T(\vec{x}, t) &= \Theta(\vec{x}) + T'(\vec{x}, t) \end{aligned}$$

Considerando il sistema istantaneo di Navier-Stokes 2.14, esso può essere riscritto per un flusso compressibile usando le operazioni di media di Favre, analoghe alla decomposizione di Reynolds, ottenendo quindi le *equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds-Favre*, oppure *Reynolds averaged Navier-Stokes equations (RANS)*, di seguito richiamate [4]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{u}_i) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\tau}_{ij} - \overline{\rho u_j'' u_i''}) \\ \frac{\partial}{\partial t} \left[\bar{\rho} \left(\tilde{e} + \frac{\tilde{u}_i \tilde{u}_i}{2} \right) + \frac{\overline{\rho u_i'' u_i''}}{2} \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{\rho} \tilde{u}_j \left(\tilde{h} + \frac{\tilde{u}_i \tilde{u}_i}{2} \right) + \tilde{u}_j \frac{\overline{\rho u_i'' u_i''}}{2} \right] = \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[-q_{Lj} - \overline{\rho u_j'' h''} + \bar{\tau}_{ji} u_j'' - \overline{\rho u_j'' \frac{1}{2} u_i'' u_i''} \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\tilde{u}_i (\bar{\tau}_{ij} - \overline{\rho u_i'' u_j''}) \right] \end{cases} \quad (3.4)$$

Il termine $-\overline{\rho u_i'' u_i''}$ è il tensore degli sforzi di Reynolds:

$$\bar{\rho} \tau_{ij}^F = -\overline{\rho u_i'' u_j''} \quad (3.5)$$

che rappresenta gli effetti delle fluttuazioni del moto turbolento. Il tensore è simmetrico, con i termini diagonali che sono gli sforzi normali, mentre tutti gli altri sono gli sforzi di taglio. Il termine $q_{Tj} = \overline{\rho u_j'' h''}$ rappresenta gli effetti delle fluttuazioni turbolente sul flusso di calore.

3.3 Modelli di chiusura

Nell'ambito della simulazione numerica, il sistema delle RANS è aperto, perché oltre alle incognite \vec{U} e P si aggiungono quelle del tensore di Reynolds. Servono quindi equazioni aggiuntive per chiudere il sistema e risolverlo, con particolare attenzione allo strato limite; si usa infatti il parametro adimensionale y^+ per dimensionare la griglia di calcolo in modo da risolvere il sottostrato viscoso (vedi paragrafo 3.4). Nel corso degli anni, sono stati formulati diversi *modelli di chiusura*, che hanno visto migliorie e cambiamenti, fino ad arrivare ad essere dei veri e propri standard a livello commerciale in moltissimi software di simulazione numerica. Tali modelli sono:

RANS based	1 equazione	Spalart - Allmaras
	2 equazioni	Standard k - ϵ
		RNG k - ϵ
		Realizable k - ϵ
		Standard k - ω
		SST k - ω
	Reynolds Stress Model (RSM)	
	k-kl- ω Transition Model	
	SST Transition model	
Detached Eddy Simulation (DES)		
Large Eddy Simulation (LES)		

Tabella 3.1: Modelli di chiusura presenti nei software commerciali [6].

Il costo computazionale di ogni modello cresce andando verso il basso nella tabella. In questa tesi, ci si concentra solo sui modelli a 1 e 2 equazioni, le cui informazioni più importanti sono richiamate brevemente nei paragrafi successivi.

3.3.1 Spalart - Allmaras

Questo modello è stato ideato per risolvere l'equazione di trasporto della viscosità turbolenta. Progettato per applicazioni aerospaziali che riguardano flussi a parete, mostra buoni risultati anche con gradienti di pressione avversi [5]. Inizialmente era richiesta una mesh molto fitta a parete con $y^+ \leq 1$, ora in Ansys Fluent questo requisito non è più necessario. Ciò è possibile grazie all'inserimento di un trattamento di parete chiamato Enhanced Wall Treatment, che rende il modello indipendente dalla risoluzione della griglia a parete; vengono combinati automaticamente la formulazione del sottostrato viscoso con la formulazione logaritmica di y^+ [5] (vedi paragrafo 3.4). Il metodo mantiene la propria validità anche per griglie intermedie ($1 < y^+ < 30$), fornendo risultati di stress a parete e coefficienti di scambio termico. È tuttavia raccomandata una adeguata risoluzione di griglia a parete (10/15 celle circa) per risolvere lo strato limite.

L'equazione di trasporto è la seguente

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{\nu}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\tilde{\nu}u_i) = G_\nu + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \rho\tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + C_{b2}\rho \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right] - Y_\nu + S_{\tilde{\nu}} \quad (3.6)$$

Dove:

- G_ν = produzione di viscosità turbolenta
- Y_ν = distribuzione di viscosità turbolenta a parete dovuta a smorzamento viscoso
- $\sigma_{\tilde{\nu}}, C_{b2}$ = costanti
- ν = viscosità cinematica
- $S_{\tilde{\nu}}$ = termini sorgenti

La viscosità turbolenta è espressa come:

$$\mu_t = \rho\tilde{\nu}f_{v1} \quad (3.7)$$

con

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3}; \quad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad (3.8)$$

$$G_\nu = C_{b1}\rho\tilde{S}\tilde{\nu} \quad (3.9)$$

$$\tilde{S} = S \frac{\tilde{\nu}}{k^2 d^2} f_{v2}; \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}; \quad S = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}; \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.10)$$

3.3.2 Standard k - ε

Questo modello è molto usato in ingegneria, e la sua popolarità in campo industriale è dovuta alla sua robustezza, al basso costo computazionale ed ai risultati affidabili [5]. Poiché le sue equazioni derivano anche da considerazioni fenomenologiche, lo standard k - ε è considerato semi-empirico. Le equazioni base sono quella di trasporto dell'energia cinetica turbolenta k e quella del suo rateo di dissipazione ε. Si assume che il flusso sia completamente turbolento, e si trascurano gli effetti della viscosità molecolare.

Le equazioni di trasporto sono:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (3.12)$$

La viscosità turbolenta è espressa come

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad C_\mu = \text{costante} \quad (3.13)$$

Le costanti del modello invece valgono

$$C_{1\varepsilon} = 1.44; \quad C_{2\varepsilon} = 1.92; \quad C_\mu = 0.09; \quad \sigma_k = 1.0; \quad \sigma_\varepsilon = 1.3; \quad (3.14)$$

3.3.3 RNG k - ε

È ricavato mediante la teoria statistica RNG (ReNormalization Group) [5]; molto simile allo standard, ma include anche [5]:

- un termine aggiuntivo all'equazione di ε che migliora l'accuratezza per i flussi
- l'effetto vorticoso sulla turbolenza, per risultati più accurati
- formule analitiche per i numeri di Prandtl turbolenti
- con la teoria RNG si fornisce una formula della viscosità effettiva ricavata analiticamente; tale formula dipende dal trattamento della zona a parete.

Questo modello deriva dalle equazioni di Navier-Stokes esatte. Le costanti sono diverse dal modello standard.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha_k \mu_{\text{eff}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha_\varepsilon \mu_{\text{eff}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon + S_\varepsilon \quad (3.16)$$

Nella teoria RNG a viscosità cinematica turbolenta viene schematizzata dalla seguente equazione differenziale:

$$d \left(\frac{\rho^2 k}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \right) = 1.72 \frac{\hat{\nu}}{\sqrt{\hat{\nu}^3 - 1 + c_\nu}} d\hat{\nu} \quad (3.17)$$

Dove

$$\hat{\nu} = \frac{\mu_{\text{eff}}}{\nu}; \quad c_\nu = 100 \quad (3.18)$$

Tale formulazione serve a descrivere il fenomeno con il numero di Reynolds effettivo. Per alti numeri di Reynolds invece si ha

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}; \quad C_\mu = 0.0845; \quad (3.19)$$

Le costanti del modello valgono

$$C_{1\varepsilon} = 1.42; \quad C_{2\varepsilon} = 1.68; \quad (3.20)$$

3.3.4 Realizable k - ε

Il termine "realizzabile" deriva dal fatto che il modello rispetti i vincoli dello stress di Reynolds [5]. Differisce dal k - ε standard per due motivi [5]:

- diversa formulazione della viscosità turbolenta
- l'equazione di trasporto di ε è derivata dall'equazione esatta della fluttuazione della vorticità quadratica media

La formulazione deriva dal combinare la relazione di Boussinesq e la definizione di viscosità vorticoso, ottenendo lo stress di Reynolds per un flusso compressibile.

$$\overline{u^2} = \frac{2}{3} - 2\nu_t \frac{\partial U}{\partial x} \quad (3.21)$$

Tale relazione mostra che $\overline{u^2}$ diventa negativa (cioè "non realizzabile") se

$$\frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial x} > \frac{1}{3C_\mu} \simeq 3.7 \quad (3.22)$$

Per assicurare "realizzabilità", si deve assumere il coefficiente C_μ non più costante, ma sensibile al flusso principale ed ai fenomeni turbolenti.

Questo modello si propone di risolvere un'anomalia del modello standard $k - \varepsilon$, detta "round-jet"; essa riguarda il getto assialsimmetrico e si ritiene dovuta all'equazione di dissipazione del modello. Tale anomalia è stata risolta come segue:

- nuova formula della viscosità che coinvolga la variabile C_μ
- nuova equazione per ε , basata sull'equazione dinamica della fluttuazione della vorticità quadratica media

Un limite è la produzione di viscosità turbolenta non fisica se il dominio contiene zone sia di fluido rotante che stazionario. Ciò si spiega col fatto che tale modello include gli effetti della rotazione media nella definizione di viscosità turbolenta. Va quindi usato con cautela se nel dominio ci sono sistemi di riferimento multipli.

Le equazioni di trasporto sono:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \varepsilon u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S_\varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b + S_\varepsilon \quad (3.24)$$

Dove

- G_k = generazione di energia cinetica turbolenta dovuta ai gradienti di velocità media
- G_b = generazione di energia cinetica turbolenta dovuta al galleggiamento
- Y_M = contributo al rateo di dissipazione da parte della dilatazione fluttuante
- $C_{1\varepsilon}, C_2$ = costanti
- $\sigma_k, \sigma_\varepsilon$ = parametri di turbolenza
- S_k, S_ε = termini sorgenti

Questo modello rappresenta al meglio il trasferimento spettrale di energia; il termine distruttivo, inoltre, non presenta singolarità: il denominatore non si annulla, anche se k si annulla o diventa negativo. Questo modello vale per molti casi, come strati limite omogenei rotanti, flussi separati, strati limite e flussi liberi con getti e mescolamenti.

La viscosità turbolenta è così schematizzata:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}; \quad C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{k U^*}{\varepsilon}}; \quad (3.25)$$

$$U^* \equiv \sqrt{S_{ij} S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij} \tilde{\Omega}_{ij}}; \quad \tilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk} \omega_k; \quad \Omega_{ij} = \overline{\Omega_{ij}} - \varepsilon_{ijk} \omega_k; \quad (3.26)$$

$$A_0 = 4.04; \quad A_s = \sqrt{6} \cos \varphi; \quad (3.27)$$

$$\varphi = \frac{1}{3} \arccos \left(\sqrt{6}W \right); \quad W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\tilde{S}^3}; \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (3.28)$$

Le costanti del modello valgono

$$C_{1\varepsilon} = 1.44; \quad C_2 = 1.9; \quad \sigma_k = 1.0; \quad \sigma_\varepsilon = 1.2 \quad (3.29)$$

3.3.5 Standard k - ω

Proposto da Wilcox, incorpora modifiche per gli effetti del basso numero di Reynolds, della compressibilità e la diffusione di flusso di taglio [5]. Un punto debole è la sensibilità della soluzione ai valori di k e ω al di fuori dello strato limite. Il modello è empirico, basato sulle equazioni di trasporto di k e ω (analogo a ε). Nel corso degli anni ci sono state modifiche, aggiungendo dei termini di produzione sia per k che per ω ; ciò ha permesso maggiore accuratezza nel prevedere lo strato limite.

Le equazioni di trasporto sono:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k + S_k \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \quad (3.31)$$

Dove:

- G_k = generazione di energia cinetica turbolenta a causa dei gradienti di velocità media
- G_ω = generazione di dissipazione ω
- Γ_k, Γ_ω = diffusività di k e ω
- Y_k, Y_ω = dissipazione di k e ω dovuta a turbolenza
- S_k, S_ω = termini sorgenti

La diffusività effettiva è così schematizzata

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}; \quad \Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \quad (3.32)$$

Dove σ_k e σ_ω sono i numeri di Prandtl turbolenti. Per la viscosità si ha la correzione per bassi numeri di Reynolds:

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega}; \quad \alpha^* = \alpha_\infty^* \left(\frac{\alpha_0^* + Re_t/R_k}{1 + Re_t/R_k} \right) \quad (3.33)$$

Dove

$$Re_t = \frac{\rho k}{\omega \mu}; \quad R_k = 6; \quad \alpha_0^* = \beta_i/3; \quad \beta_i = 0.072 \quad (3.34)$$

Le costanti del modello valgono:

$$\begin{array}{llllll} \alpha_\infty^* = 1; & \alpha_\infty = 0.52; & \alpha_0 = 1/9; & \beta_\infty^* = 0.09; & \beta_i = 0.072; & R_\beta = 8; \\ R_k = 6; & R_\omega = 2.95; & \xi^* = 1.5; & M_{t0} = 0.25; & \sigma_k = 2.0; & \sigma_\omega = 2.0 \end{array}$$

3.3.6 Shear-Stress Transport (SST) k - ω

Sviluppato da Menter per assemblare una formulazione del modello k - ω nella regione a ridosso della parete insieme al modello k - ϵ per il campo lontano [5]. Rispetto al k - ω standard, l'accuratezza di questo modello è portata dalle seguenti aggiunte [5]:

- sia lo standard k - ω che il k - ϵ sono moltiplicati per una funzione assemblante, che vale 1 a parete e 0 in campo lontano
- nell'equazione di ω , c'è il termine derivato dalla diffusione incrociata smorzata
- la viscosità turbolenta è modificata per descrivere il trasporto dello sforzo di taglio turbolento
- le costanti sono modificate

Le equazioni di trasporto sono le seguenti

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k + S_k \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \omega u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \quad (3.36)$$

Dove

- G_k e G_ω sono definite come nel modello standard
- Γ_k, Γ_ω = diffusività effettive
- Y_k, Y_ω = dissipazione di k e ω dovuta a turbolenza
- D_ω = termine di diffusione incrociata
- S_k, S_ω = termini sorgenti

La diffusività effettiva è calcolata come per lo schema standard:

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}; \quad \Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}; \quad \mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max \left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{a_1 \omega} \right]} \quad (3.37)$$

α^* è calcolato come nel modello standard, mentre S rappresenta il modulo della velocità di deformazione. I numeri di Prandtl turbolenti sono espressi come:

$$\sigma_k = \frac{1}{F_1/\sigma_{k,1} + (1-F_1)/\sigma_{k,2}} \quad \sigma_\omega = \frac{1}{F_1/\sigma_{\omega,1} + (1-F_1)/\sigma_{\omega,2}} \quad (3.38)$$

con F_1 e F_2 funzioni assemblanti:

$$F_1 = \tanh \left(\Phi_1^4 \right); \quad \Phi_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega} \right), \frac{4\rho k}{\sigma_{\omega,2} D_\omega^+ y^2} \right] \quad (3.39)$$

$$F_2 = \tanh \left(\Phi_2^2 \right); \quad \Phi_2 = \max \left[2 \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega} \right] \quad (3.40)$$

$$D_\omega^+ = \max \left[2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right] \quad (3.41)$$

La turbolenza è formulata come il modello standard per il termine G_k , mentre per il termine G_ω si procede come segue:

$$G_\omega = \frac{\alpha}{\nu_t} G_k \quad (3.42)$$

La differenza però risiede nel termine α_∞ , così definito:

$$\alpha_\infty = F_1 \alpha_{\infty,1} + (1-F_1) \alpha_{\infty,2} \quad (3.43)$$

Dove

$$\alpha_{\infty,1} = \frac{\beta_{i,1}}{\beta_\infty^*} - \frac{k^2}{\sigma_{w,1} \sqrt{\beta_\infty^*}}; \quad \alpha_{\infty,2} = \frac{\beta_{i,2}}{\beta_\infty^*} - \frac{k^2}{\sigma_{w,2} \sqrt{\beta_\infty^*}}; \quad k = 0.41 \quad (3.44)$$

Le dissipazioni di k e ω sono trattate in modo diverso dal modello standard, dove sono presenti delle funzioni a tratti f_{β^*} e f_β , rispettivamente di k e ω . In questo modello, tali funzioni valgono 1, quindi:

$$Y_k = \rho \beta^* k \omega; \quad Y_\omega = \rho \beta \omega^2 \quad (3.45)$$

$$\beta_i = F_1 \beta_{i,1} + (1-F_1) \beta_{i,2} \quad (3.46)$$

La modifica sulla diffusione incrociata è così descritta

$$D_\omega = 2(1 - F_1)\rho \frac{1}{\omega\sigma_{\omega,2}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (3.47)$$

Le costanti del modello valgono:

$$\begin{aligned} \sigma_{k,1} &= 1.176; & \sigma_{\omega,1} &= 2.0; & \sigma_{k,2} &= 1.0; & \sigma_{\omega,2} &= 1.168; \\ a_1 &= 0.31; & \beta_{i,1} &= 0.075; & \beta_{i,2} &= 0.0828; \end{aligned}$$

3.4 Legge di parete per la velocità

Nei paragrafi precedenti è stato citato il termine y^+ nell'ambito della risoluzione della griglia di calcolo; esso è un parametro di parete adimensionale, che insieme ad altri parametri dello stesso tipo, aiuta a definire la legge di parete [1]:

$$y^+ = \frac{yu_\tau}{\nu}; \quad U^+ = \frac{U}{u_\tau}; \quad \overline{u'v'}^+ = \frac{\overline{u'v'}}{u_\tau^2} \quad (3.48)$$

Dove $u_\tau = \sqrt{|\tau_w|/\rho}$ è la velocità di attrito.

Nella regione a ridosso della parete si ha $y^+ = O(1)$, quindi l'equazione 3.48 si riduce a

$$\frac{dU^+}{dy^+} - \overline{u'v'}^+ = 1 \quad (3.49)$$

e gli sforzi di parete non dipendono dalla geometria (Re_τ). Per questo motivo la legge 3.49 è detta *di equilibrio universale*.

La regione dove $\frac{dU^+}{dy^+} \gg -\overline{u'v'}^+$ e $y^+ \ll 10$, è chiamata *sottostrato viscoso*, dove vale

$$\frac{dU^+}{dy^+} \approx 1 \quad \rightarrow \quad U^+ = y^+ \quad (3.50)$$

Se ci si allontana dalla parete in modo che $1 \ll y^+ \ll Re_\tau$, si osserva che lo sforzo turbolento è costante; per valutare la velocità si osservano densità, viscosità, distanza dalla parete; si formano i gruppi adimensionali $\delta_v = \nu/u_\tau$, $Re_\tau = (y/\delta_v)/(y/H)$ e si ottiene [1]:

$$U = u_\tau f\left(\frac{y}{\delta_v}, \frac{y}{H}\right) \quad \rightarrow \quad \frac{dU}{dy} = \frac{u_\tau}{y} F\left(\frac{y}{\delta_v}, \frac{y}{H}\right) \quad (3.51)$$

Si utilizza l'ipotesi di Prandtl, secondo cui nella regione di parete, la velocità non dipenda da H :

$$\frac{dU}{dy} = \frac{u_\tau}{y} F_I\left(\frac{y}{\delta_v}\right) \quad \rightarrow \quad \frac{dU^+}{dy^+} = \frac{1}{y^+} F_I(y^+) \quad (3.52)$$

Gli effetti viscosi non influiscono, quindi $F_I \approx \text{cost} = 1/\kappa$, quindi

$$\frac{dU^+}{dy^+} = \frac{1}{\kappa y^+}$$

κ è la costante di Von Karman. Integrando si ottiene la legge logaritmica:

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B \quad (3.53)$$

La regione di raccordo tra le leggi 3.50 e 3.53, dove $y^+ \approx 10 \div 15$, è detta *buffer layer*.

Si è dimostrato sperimentalmente che per una vastissima gamma di correnti turbolente le costanti valgono:

$$\kappa = 0.41 \quad B = 5.2$$

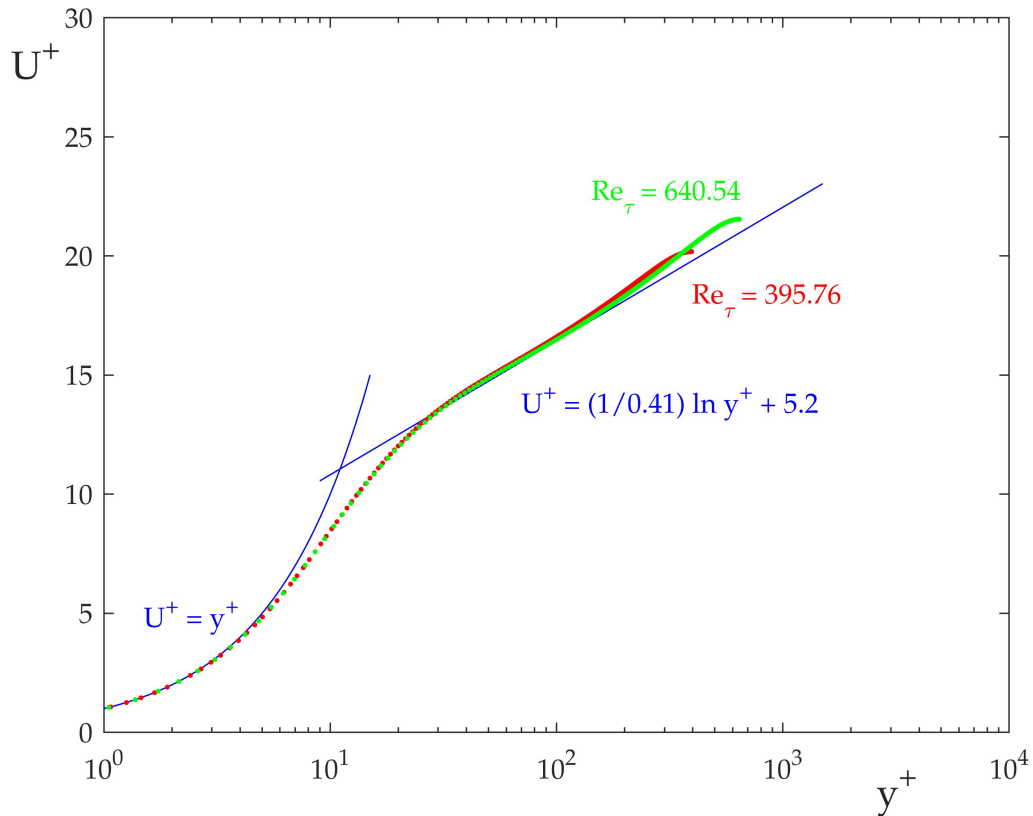


Figura 3.1: Confronto tra leggi di parete analitiche 3.50 e 3.53 (in blu) e dati numerici ottenuti per DNS (Direct Numerical Simulation) [7].

Si osserva che i dati sperimentali offrono una buona corrispondenza con le leggi analitiche.

Capitolo 4

Simulazione numerica

Sebbene il problema studiato sia di natura e geometria tridimensionali, per semplicità si è scelta una modellizzazione bidimensionale, con l'ipotesi di fenomeno assialsimmetrico. Lo studio è stato suddiviso in varie fasi, a cominciare dal disegno CAD della geometria, passando alla creazione della griglia di calcolo, fino ad arrivare alla vera e propria simulazione CFD, mediante il software Ansys Fluent. L'obiettivo è valutare sia la scia a valle del propulsore, sia il punto di separazione a valle del bypass, per studiare più precisamente cosa succede nell'intorno del motore.

4.1 Uno sguardo al motore: il CFM56-3

Il propulsore scelto per la simulazione è il CFM56, costruito nel 1974 dalla CFM International, azienda nata dalla joint venture tra la statunitense GE Aviation e la francese Safran (nota in precedenza come Snecma). Si tratta di una famiglia di turbofan ad alto rapporto di bypass a flussi separati che dal 1982, anno di ingresso in servizio, ha trovato applicazione sui velivoli commerciali quali:

- Airbus A320 family
- Airbus A340-200/-300
- Boeing 737 Classic / Next Gen
- Boeing KC-135R Stratotanker
- McDonnell Douglas DC-8-70

Nello specifico, la versione CFM56-3 ha un rapporto di bypass pari a 5.9/6, ed è stata progettata per equipaggiare i Boeing 737 Classic (737-300/-400/-500). Rispetto alle altre varianti, questa presenta una carenatura differente, in particolare nella parte in basso; si nota infatti un appiattimento, dovuto allo spostamento di gearbox ed altri accessori ai lati del motore. Questa variazione rispetto alle altre versioni è dovuta al fatto che l'ala del Boeing 737 Classic sia posizionata più in basso rispetto agli altri velivoli a cui il CFM56 era destinato.

(a) Vista frontale (fonte [Wikipedia](#))(b) Vista di profilo (fonte [Wikipedia](#))

Figura 4.1: Viste del CFM56-3. Si noti l'appiattimento in basso della carenatura.

4.2 Creazione del CAD della geometria

4.2.1 Dimensioni del motore

Il motore è il primo oggetto ad essere disegnato. Viene rappresentato di profilo perché la simulazione è in 2D. Si parte dai diametri esterni degli ugelli di core e bypass, che sono rispettivamente $D_c = 0.646$ m e $D_b = 1.586$ m [11]. Il disegno CAD è stato realizzato per punti, fissando l'origine del sistema di riferimento sulla punta del plug in uscita dal core:

Punti	A	B	C	D	E	F	G
x	-3.013	-2.141	-1.269	-1.269	-0.397	-0.397	0
y	0.952	0.912	0.793	0.625	0.323	0.107	0

Tabella 4.1: Coordinate dei punti del motore [11] [3]

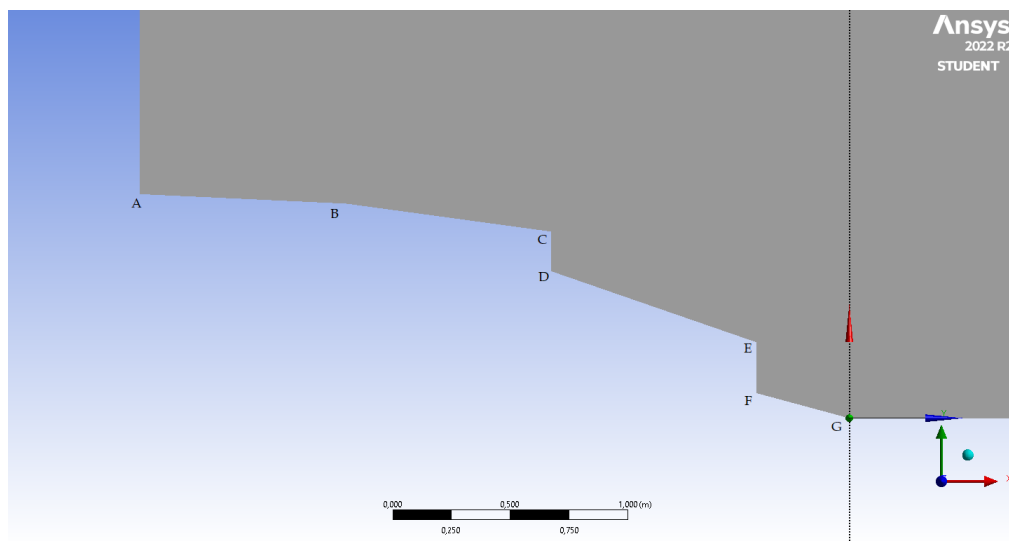


Figura 4.2: Disegno CAD del motore

4.2.2 Dominio di calcolo

Il dominio è stato impostato abbastanza grande da poter imporre la soluzione di campo lontano al contorno di uscita [11]; le dimensioni quindi, essendo il dominio assialsimmetrico, vedono un'estensione radiale di $R = 5D_b$ e un'estensione assiale $L = 76D_b$. Poiché ciò che interessa riguarda il campo di moto a valle del motore, il dominio di calcolo è stato disegnato estrudendo la forma dello stesso motore.

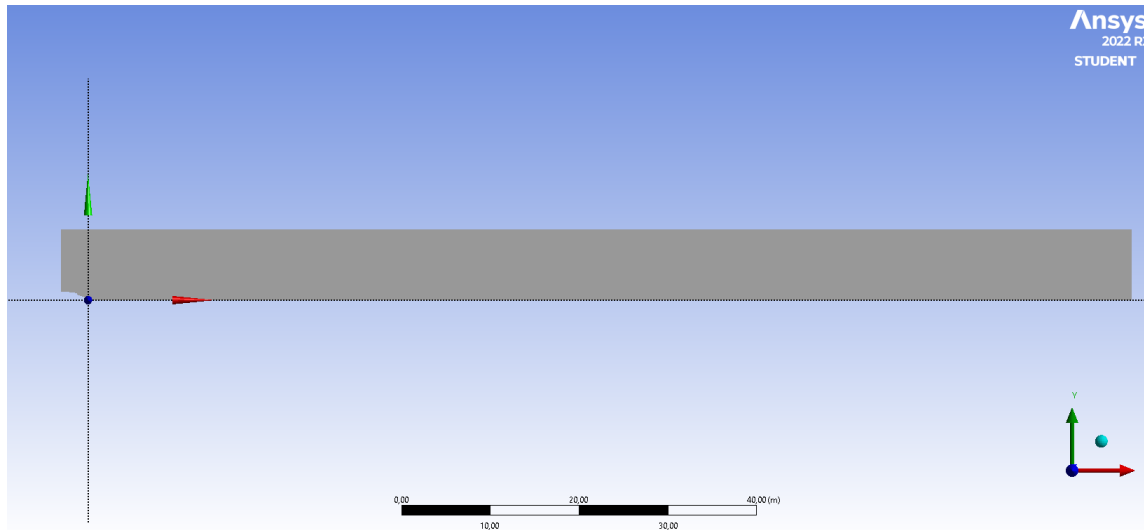


Figura 4.3: Disegno CAD del dominio

4.3 Creazione della griglia di calcolo

La griglia di calcolo (mesh) è stata costruita in modo che risultasse il più possibile isotropa. È stato quindi scelto di usare una griglia non strutturata, infittita solo a valle del propulsore ed in corrispondenza delle pareti del motore, per simulare al meglio sia l'interazione fluido-parete, sia gli strati limite. Tutti gli elementi hanno forma triangolare, tranne negli strati limite, dove invece si adotta una griglia strutturata raffinata in prossimità della parete. Dovendo valutare il costo computazionale e la qualità della soluzione in base alla griglia, si è scelto di realizzare 3 griglie diverse, una più fitta dell'altra; questa scelta è valsa sia per la scia che per il punto di separazione. Gli strati limite sono stati realizzati uguali per tutte le griglie, garantendo $y^+ \leq 1$ per risolvere il sottostrato viscoso. Purtroppo non si è potuto realizzare griglie con un numero troppo alto di elementi, perché la versione di Ansys Fluent utilizzata in questa tesi è quella gratuita per studenti, che fissa un tetto massimo a 512000 elementi.

Mesh	Numero di elementi
1	~ 25000
2	~ 100000
3	~ 400000

Tabella 4.2: Numero di elementi per le griglie utilizzate nelle simulazioni

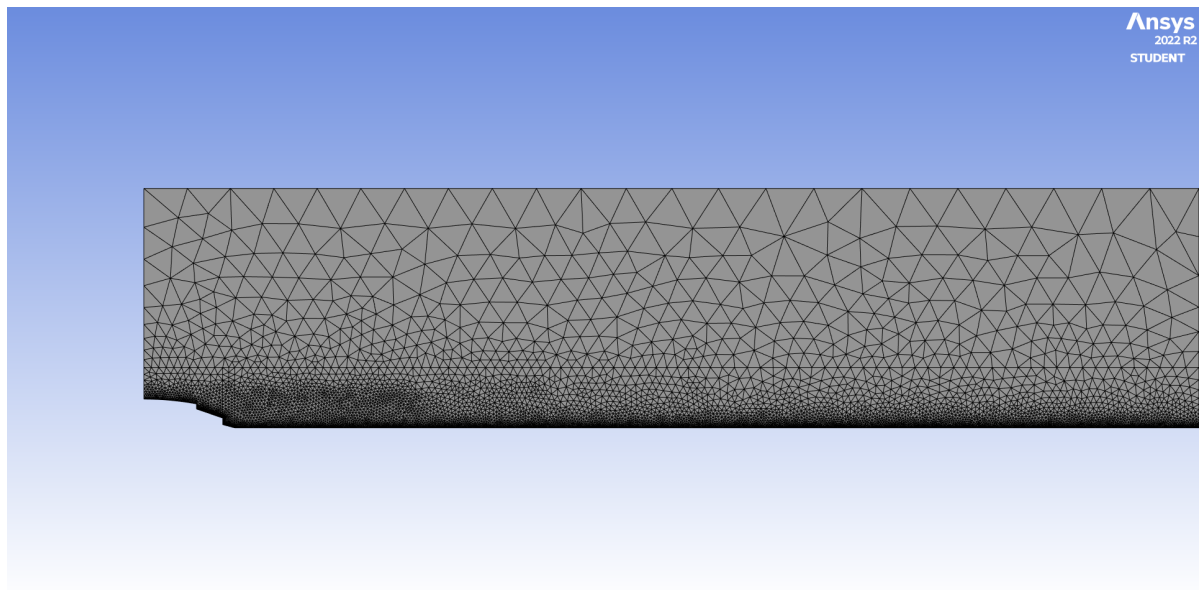


Figura 4.4: Griglia 1 per la scia nella zona a valle del motore

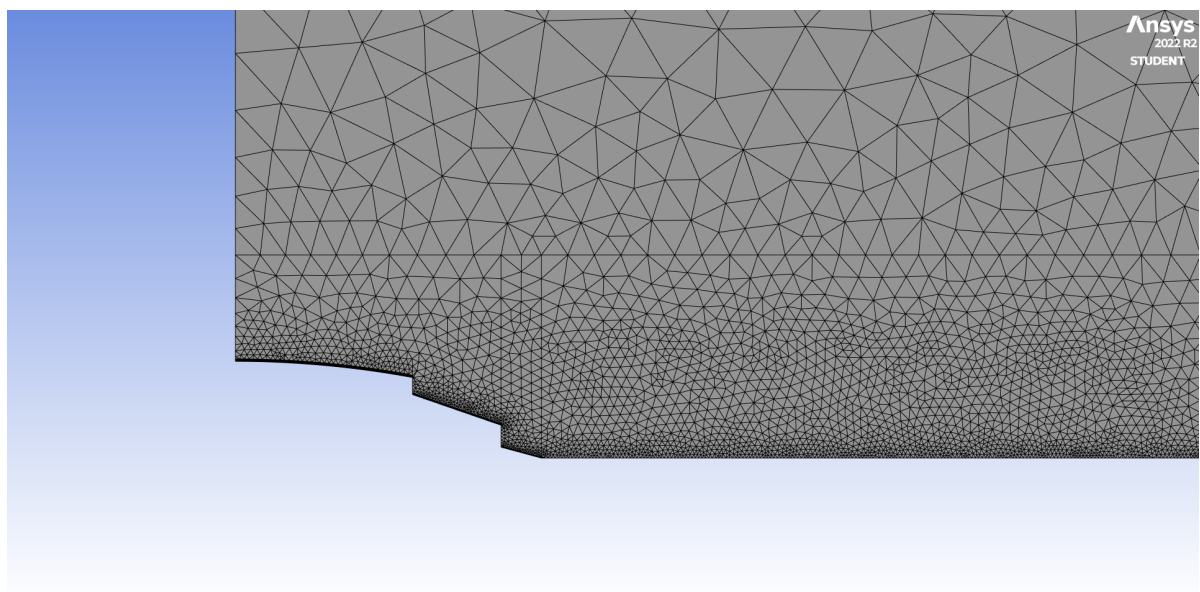


Figura 4.5: Dettaglio della griglia 1 per la scia vicino al motore

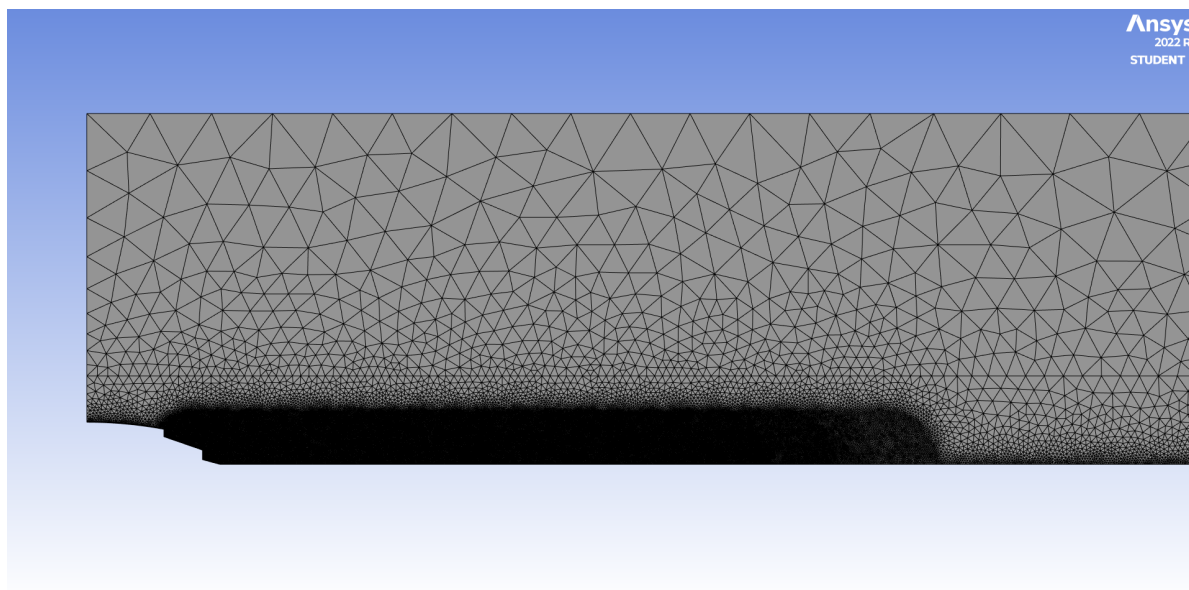


Figura 4.6: Griglia 2 per la scia nella zona a valle del motore

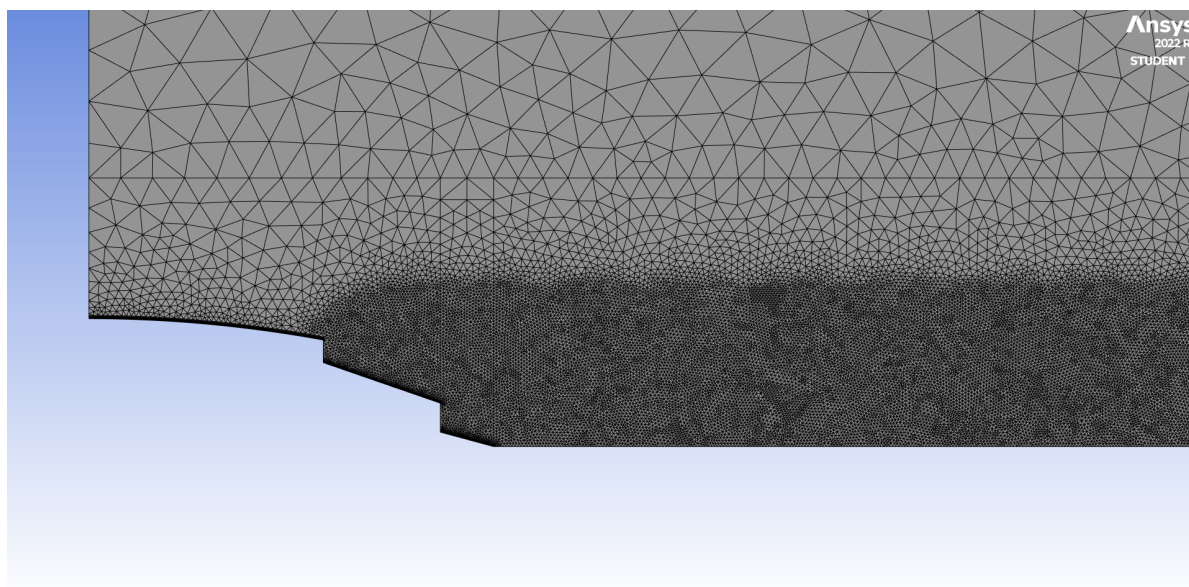


Figura 4.7: Dettaglio della griglia 2 per la scia vicino al motore

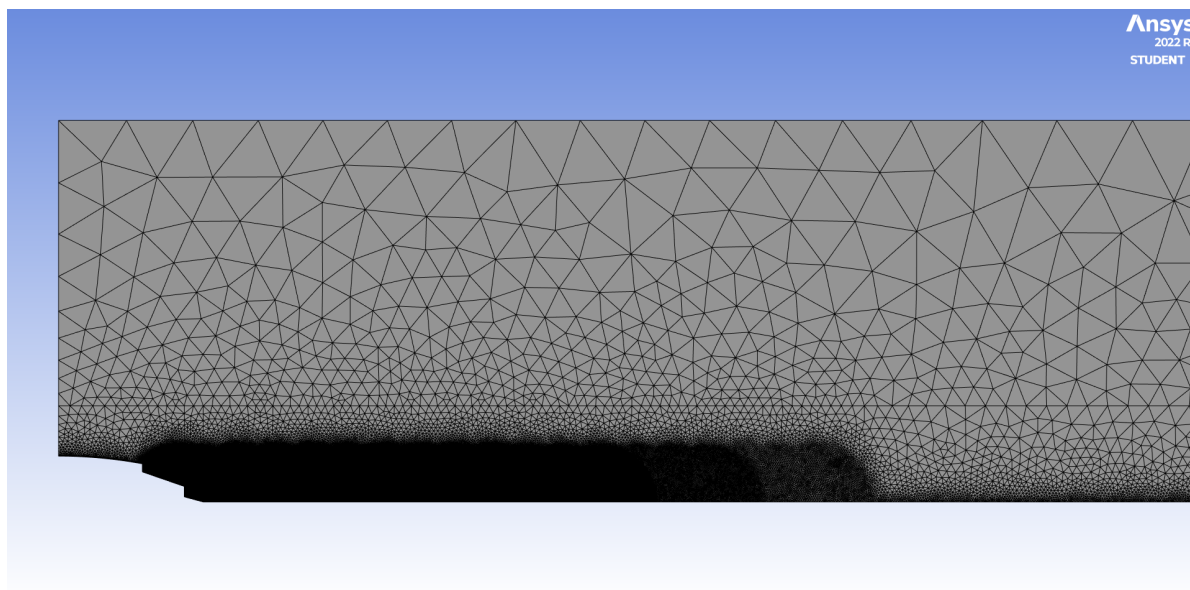


Figura 4.8: Griglia 3 per la scia nella zona a valle del motore

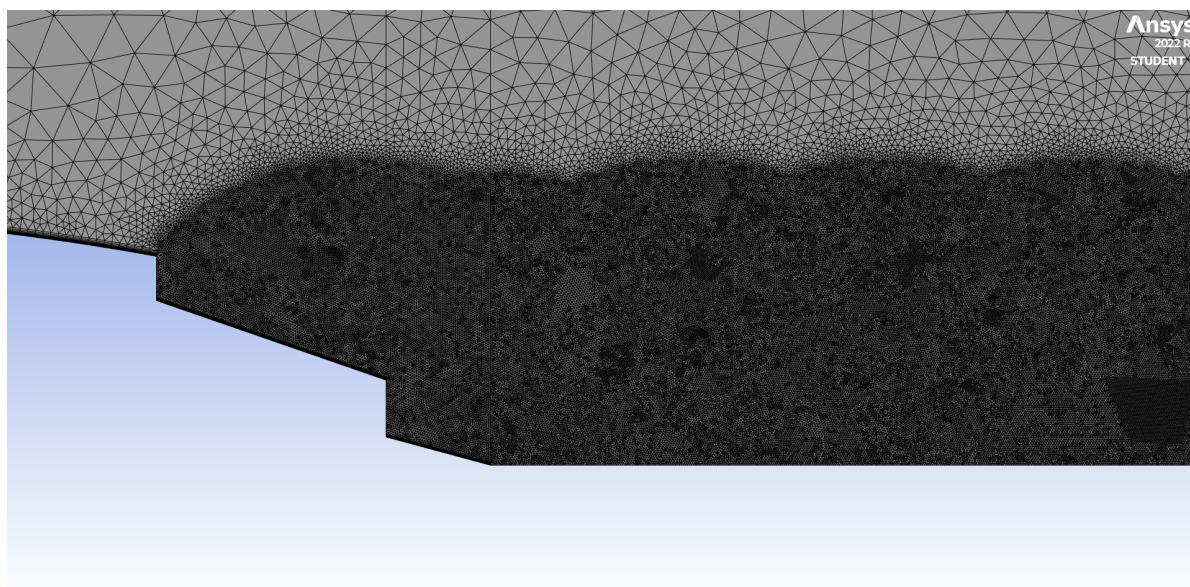


Figura 4.9: Dettaglio della griglia 3 per la scia vicino al motore

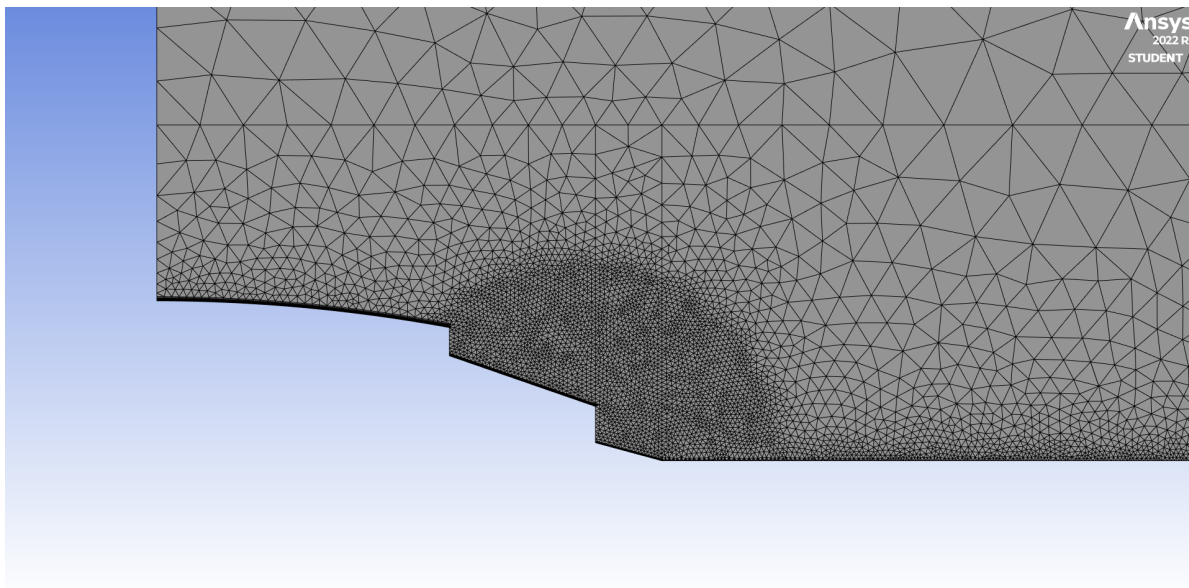


Figura 4.10: Griglia 1 per il punto di separazione

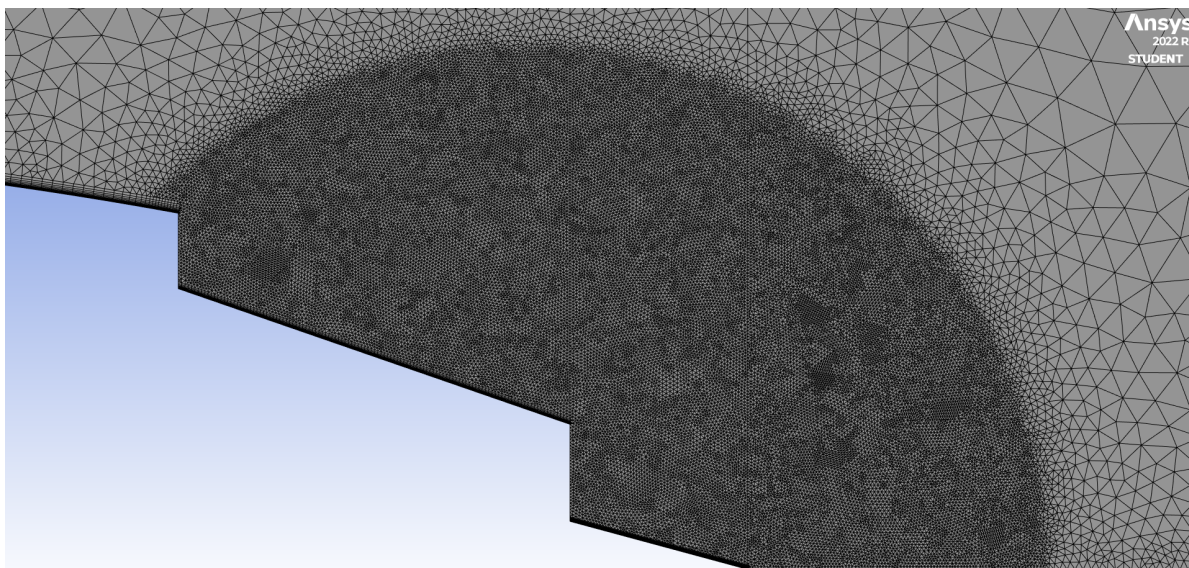


Figura 4.11: Griglia 2 per il punto di separazione

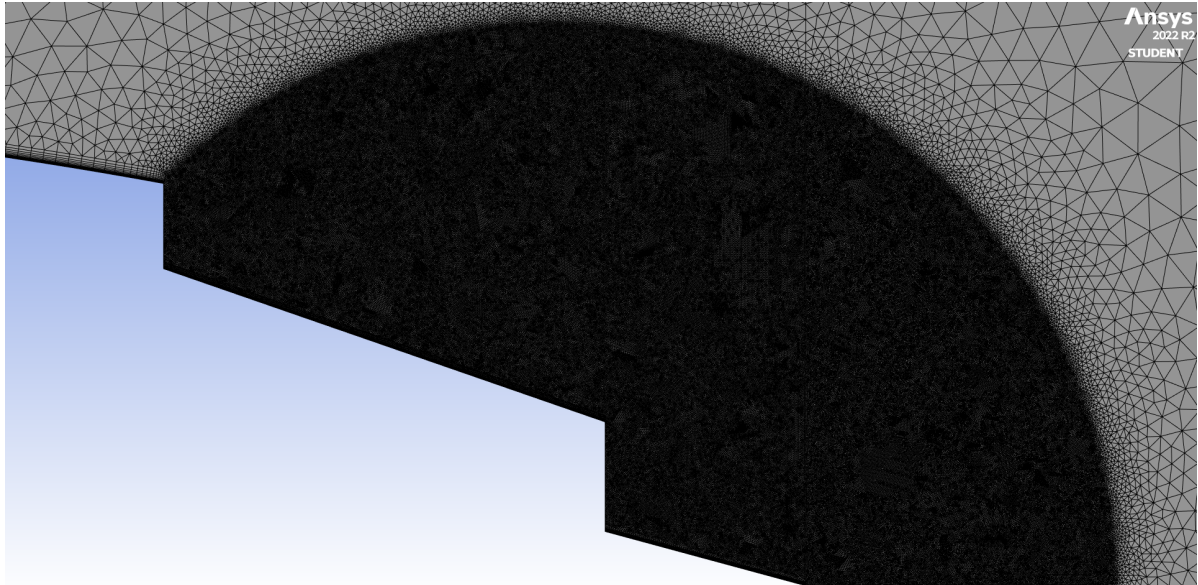


Figura 4.12: Griglia 3 per il punto di separazione

4.4 Simulazione

4.4.1 Impostazione del problema

Si sceglie una soluzione di tipo density-based e stazionario, con uno schema assialsimmetrico. Anche se nella realtà sono presenti sia getti d'aria che di gas combust, qui vengono simulati tutti come getti d'aria.

Per l'aria si sceglie un modello di gas ideale, per avere densità variabile in virtù della compressibilità; la viscosità viene espressa dalla legge di Sutherland a 2 coefficienti (vedi eq. 2.9). I modelli di chiusura scelti sono Spalart-Allmaras, Realizable $k-\varepsilon$ e SST $k-\omega$.

I termini convettivi sono calcolati mediante il Roe flux-difference splitting (Roe-FDS). Per lo spazio si utilizza un metodo di upwind implicito, con una discretizzazione del secondo ordine, mentre il numero di Courant viene fatto variare manualmente da 1 verso valori via via maggiori.

4.4.2 Condizioni al contorno

Le condizioni dei flussi sono:

Core	Mach	1
	Pressione statica (Pa)	24000
	Temperatura statica (K)	580
	u_p (m/s)	480.3
	c_p (m/s)	480.3
	Area (m ²)	0.292
	AFR (air fuel ratio)	60/1
	Portata (kg/s)	20.2
Bypass	Mach	1
	Pressione statica (Pa)	31700
	Temperatura statica (K)	242
	u_s (m/s)	311.6
	c_s (m/s)	311.6
	Area (m ²)	0.749
	Portata (kg/s)	106.5
Condizioni di volo	Mach	0.85
	Pressione statica (Pa)	23800
	Temperatura statica (K)	219
	u (m/s)	252
	c (m/s)	296.6

Tabella 4.3: Condizioni dei flussi per il CFM56-3 [3]

Si individuano 3 flussi, che nel problema sono impostati tutti come pressure inlet. Il lato sottostante viene impostato come asse di simmetria. Le pareti del motore sono impostate come pareti adiabatiche no-slip. Il lato sovrastante e quello di uscita sono impostati come far-field (p e T ambiente e mach di volo). Per i flussi di bypass e core è stata impostata un'intensità di turbolenza pari al 10%, mentre per le condizioni di volo e far-field lo 0.1%.

Capitolo 5

Risultati

5.1 Confronto tra i vari modelli

Le simulazioni sono state eseguite impostando, come criterio per la convergenza, i valori dei residui a 10^{-3} . Mettendo a confronto i costi computazionali ottenuti sia per la scia che per il punto di separazione, si riportano le seguenti tabelle, dove è possibile leggere il numero di iterazioni necessarie alla convergenza di tutte le simulazioni effettuate.

Scia			
Griglia	Spalart - Allmaras	Realizable k - ϵ	SST k - ω
1	4030	2550	2400
2	2400	1770	1730
3	2520	3670	2360

Tabella 5.1: Numeri di iterazioni sulle griglie usate per la scia

Punto di separazione			
Griglia	Spalart - Allmaras	Realizable k - ϵ	SST k - ω
1	4810	2960	2250
2	3930	5340	3320
3	3530	3840	3590

Tabella 5.2: Numeri di iterazioni sulle griglie usate per il punto di separazione

Facendo riferimento alla simulazione della scia usando la griglia più precisa (griglia 3), si osserva che a convergere prima è il modello SST k - ω , seguito dallo Spalart - Allmaras. Anche il realizable k - ϵ converge, ma sono necessarie parecchie iterazioni in più rispetto agli altri due modelli. Da un punto di vista più generico, si osserva che la rapidità di convergenza dipende non solo dal modello, ma anche dalla griglia che viene scelta. In ogni caso, si è scelto di riportare solo le soluzioni della griglia 3, in quanto più fitta e precisa, sia per la scia che per i punti di separazione. Nei paragrafi seguenti si possono visualizzare i campi di mach e temperatura statica per scia e punto di separazione.

5.2 Risultati sulla griglia 3 per la scia

5.2.1 Spalart - Allmaras

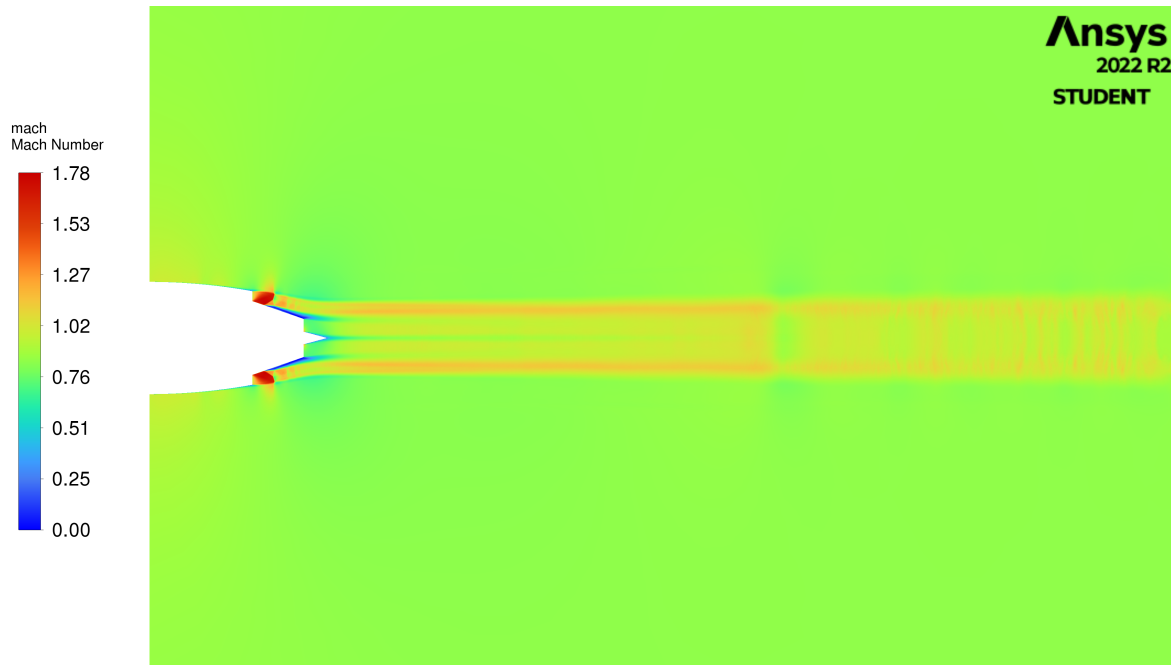


Figura 5.1: Campo di Mach con il modello Spalart - Allmaras

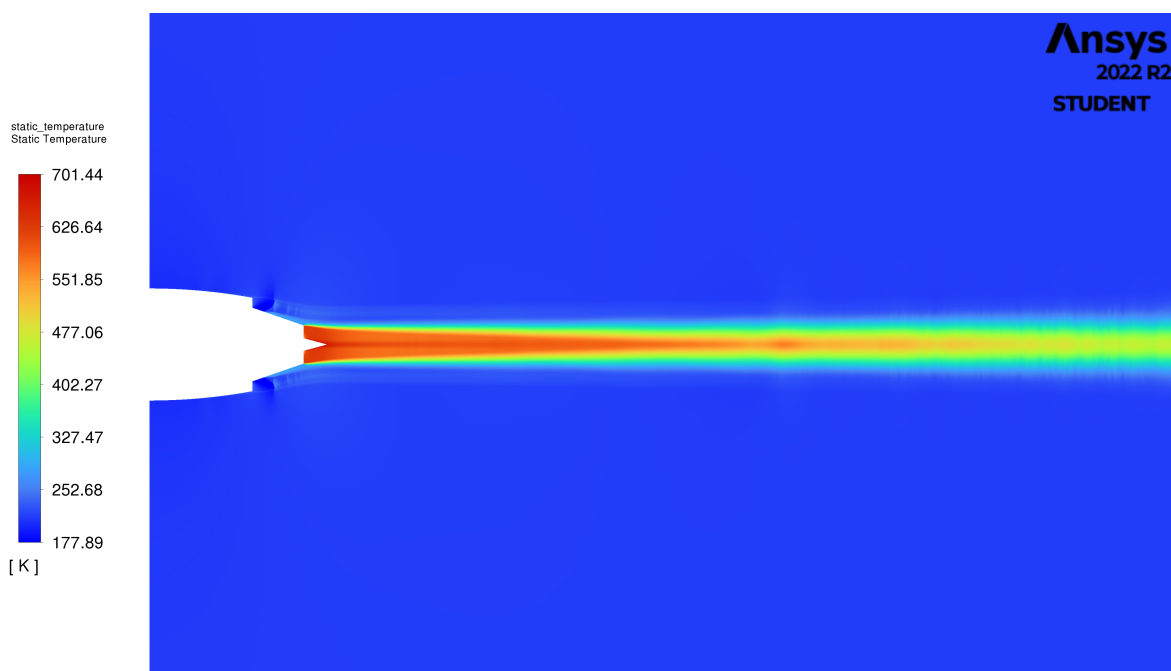


Figura 5.2: Campo di temperatura statica con il modello Spalart - Allmaras

5.2.2 Realizable k - ϵ

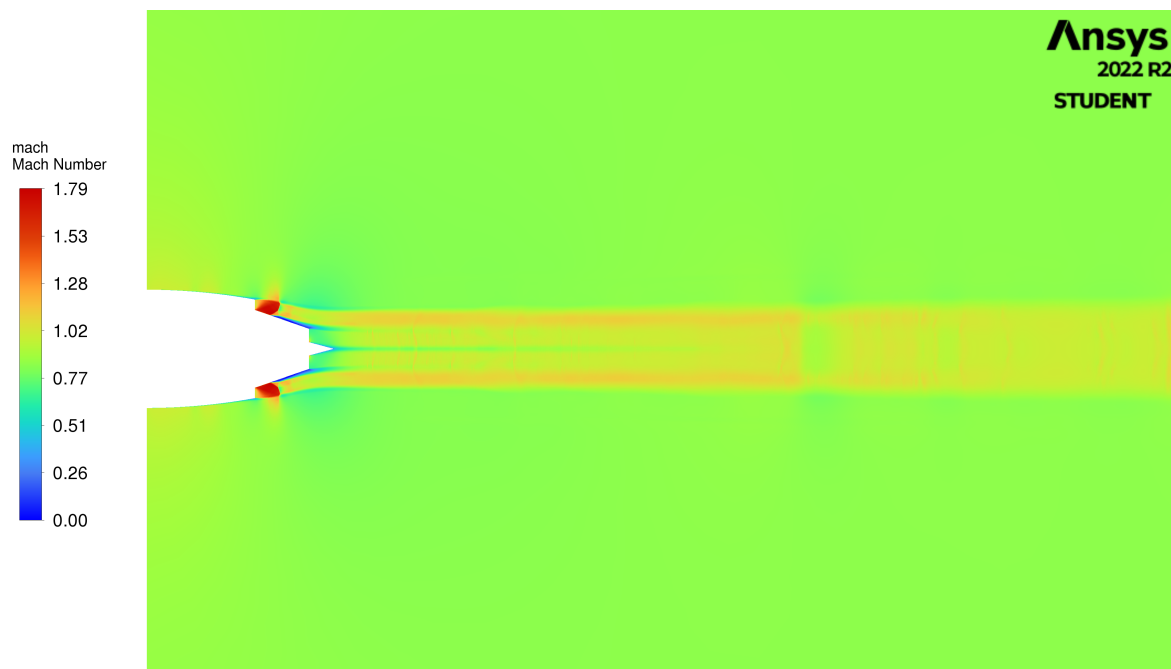


Figura 5.3: Campo di Mach con il modello Realizable k - ϵ

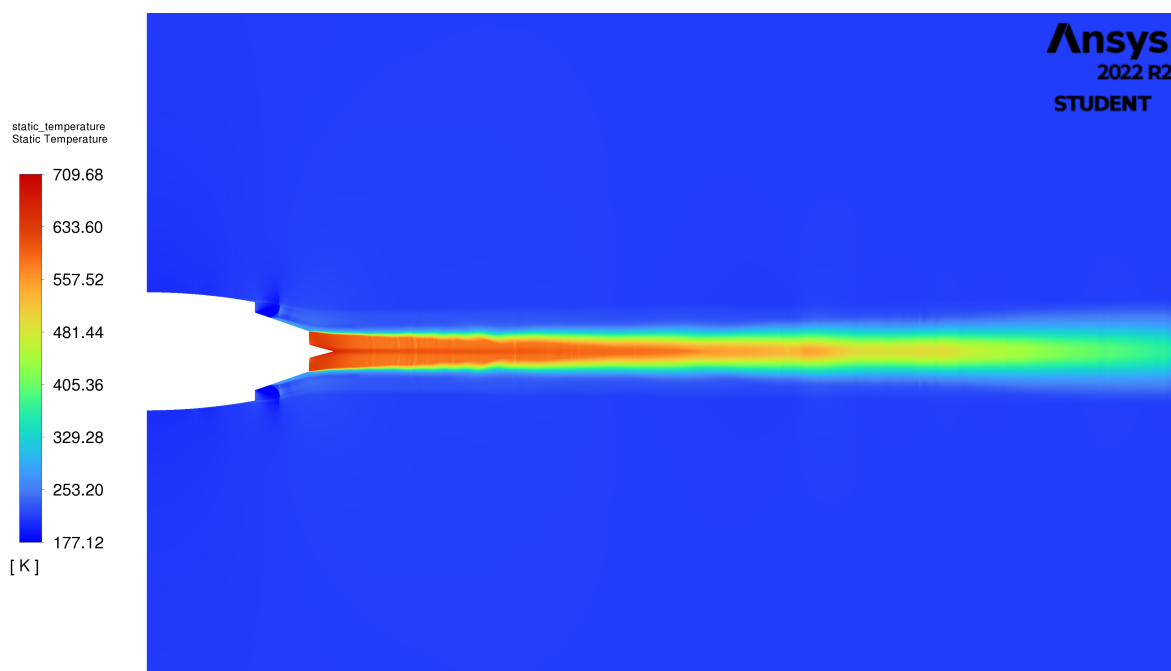


Figura 5.4: Campo di temperatura statica con il modello Realizable k - ϵ

5.2.3 SST k - ω

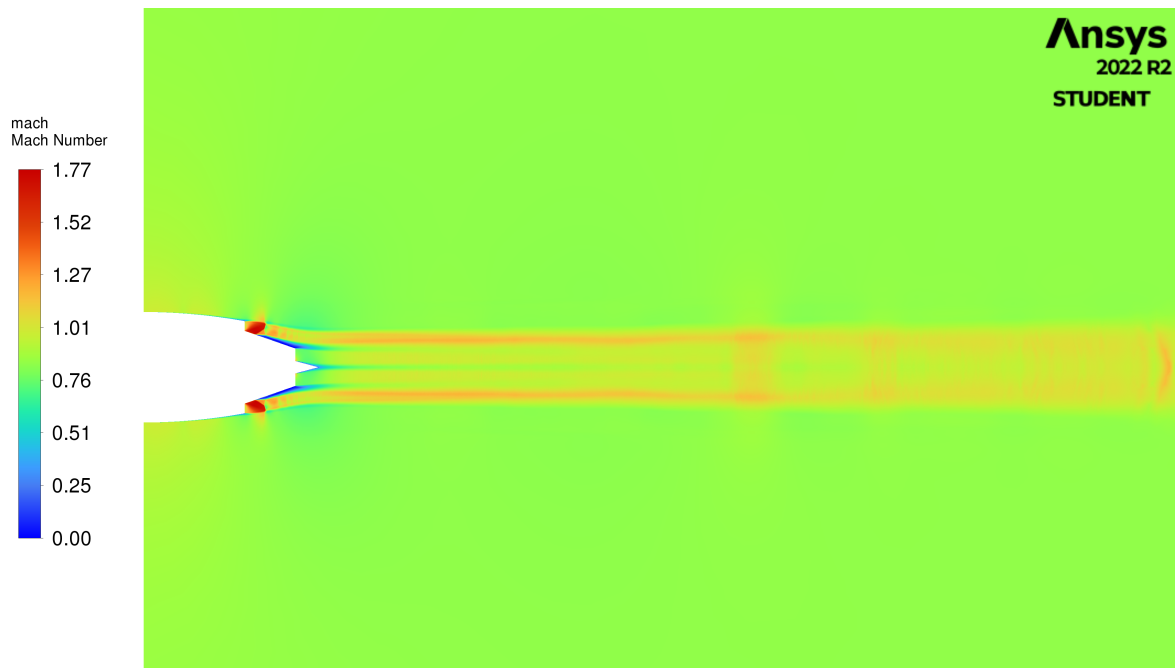


Figura 5.5: Campo di Mach con il modello SST k - ω

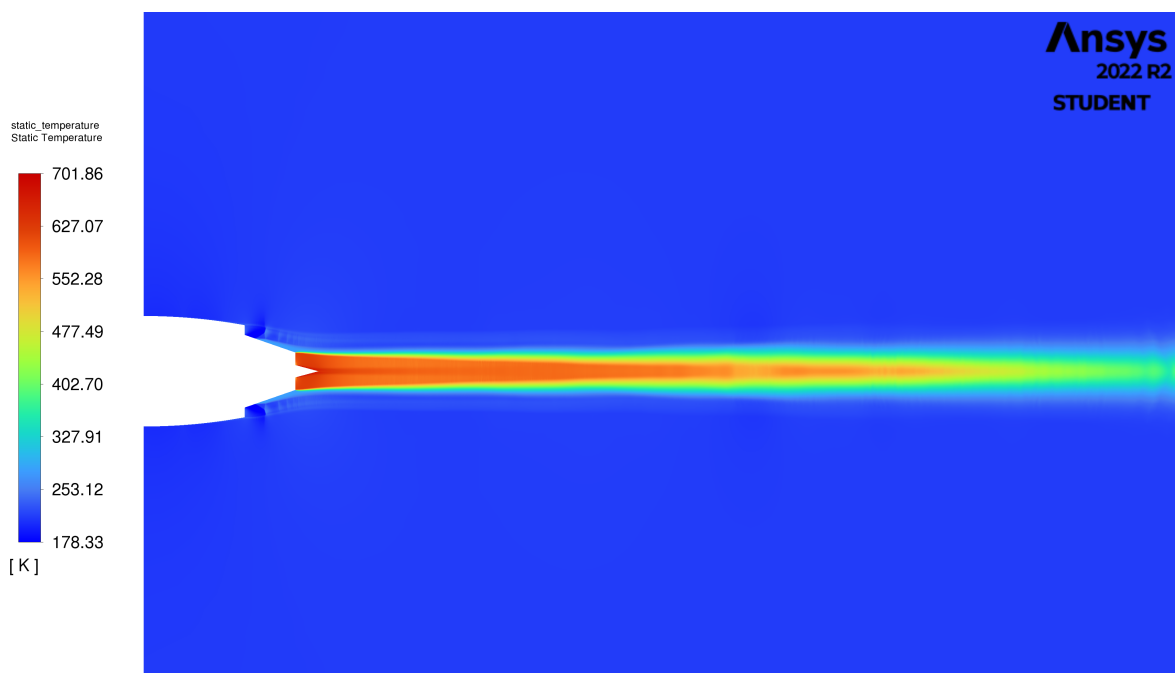


Figura 5.6: Campo di temperatura statica con il modello SST k - ω

Un altro aspetto da valutare è la formazione del ghiaccio, che avviene a temperature pari o inferiori a 0°C . Come riportato da Cantin et al. [11], il ghiaccio inizia a formarsi ad una distanza di 26 metri a valle del motore. Analizzando i risultati, si confrontano gli andamenti della temperatura lungo l'asse di simmetria del dominio di calcolo.

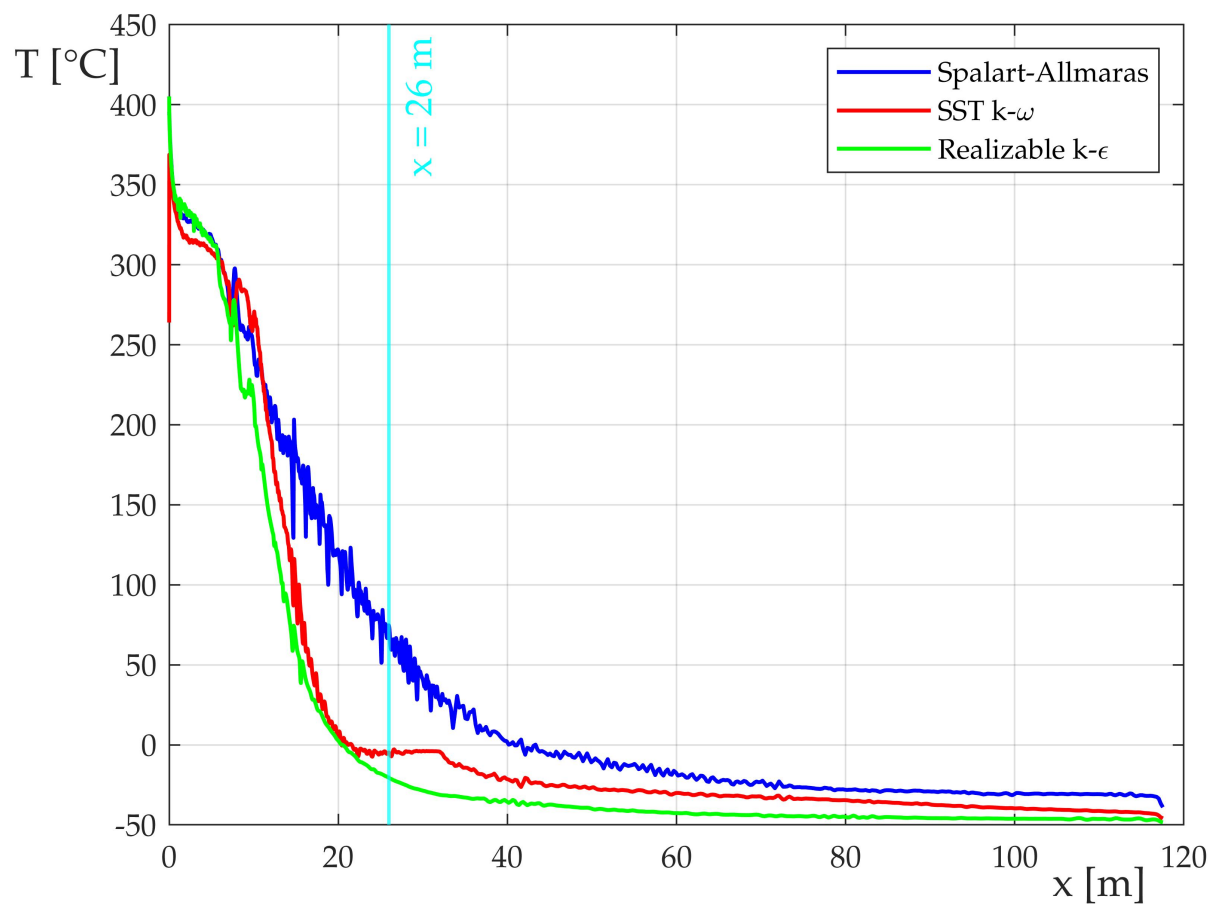


Figura 5.7: Temperatura statica lungo l'asse di simmetria secondo i modelli di chiusura scelti.

Si osserva che secondo il modello Spalart - Allmaras, la temperatura scende sotto 0°C a partire da una distanza di circa 40 metri dal motore. Realizable $k-\epsilon$ e SST $k-\omega$ invece, offrono risultati molto simili, mostrando il raggiungimento di tale temperatura ad una distanza compresa tra i 20 e i 22 metri.

5.3 Risultati sulla griglia 3 per il punto di separazione

5.3.1 Spalart - Allmaras

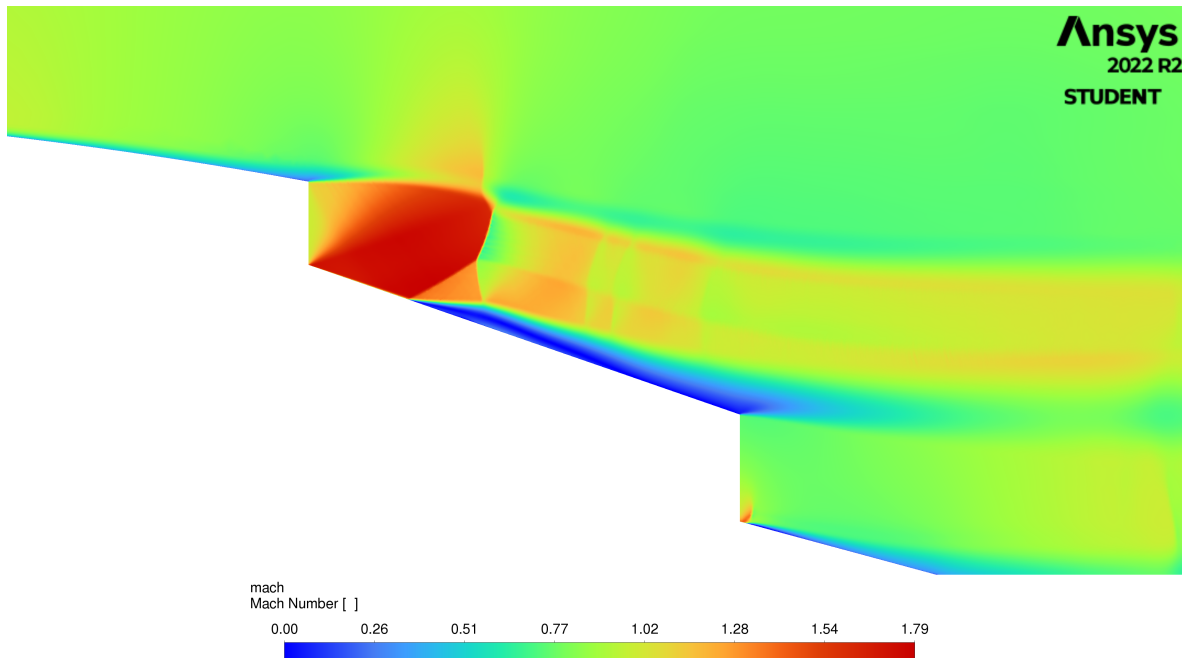


Figura 5.8: Campo di Mach nel dettaglio con il modello Spalart - Allmaras

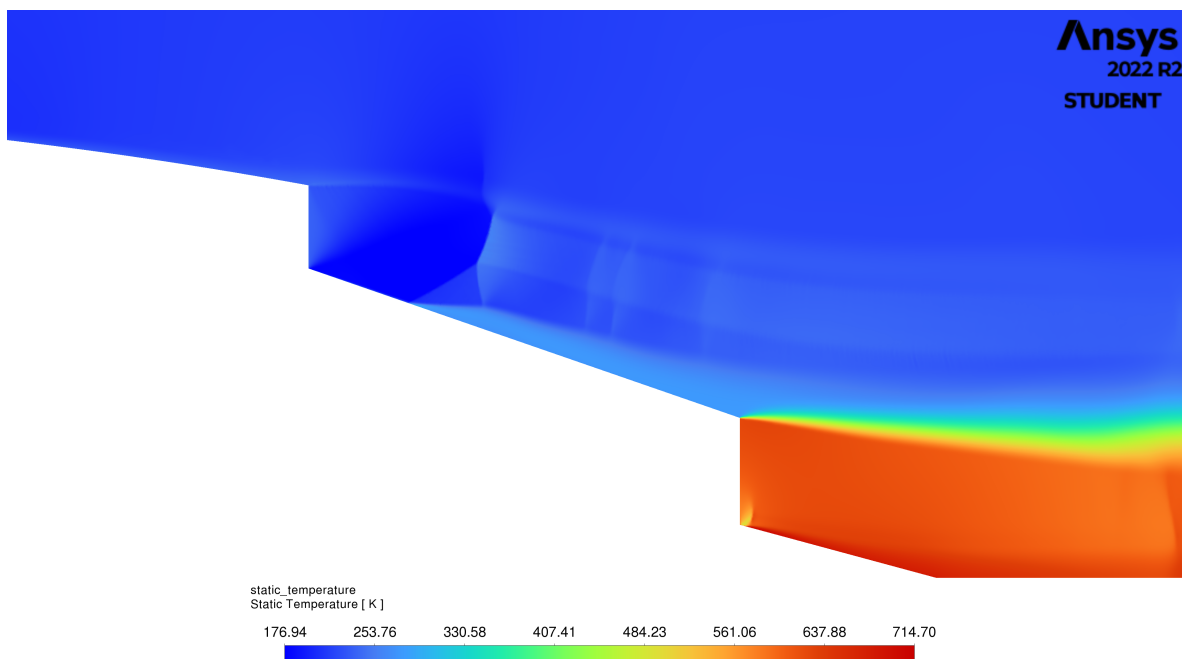


Figura 5.9: Campo di temperatura statica nel dettaglio con il modello Spalart - Allmaras

5.3.2 Realizable k - ϵ

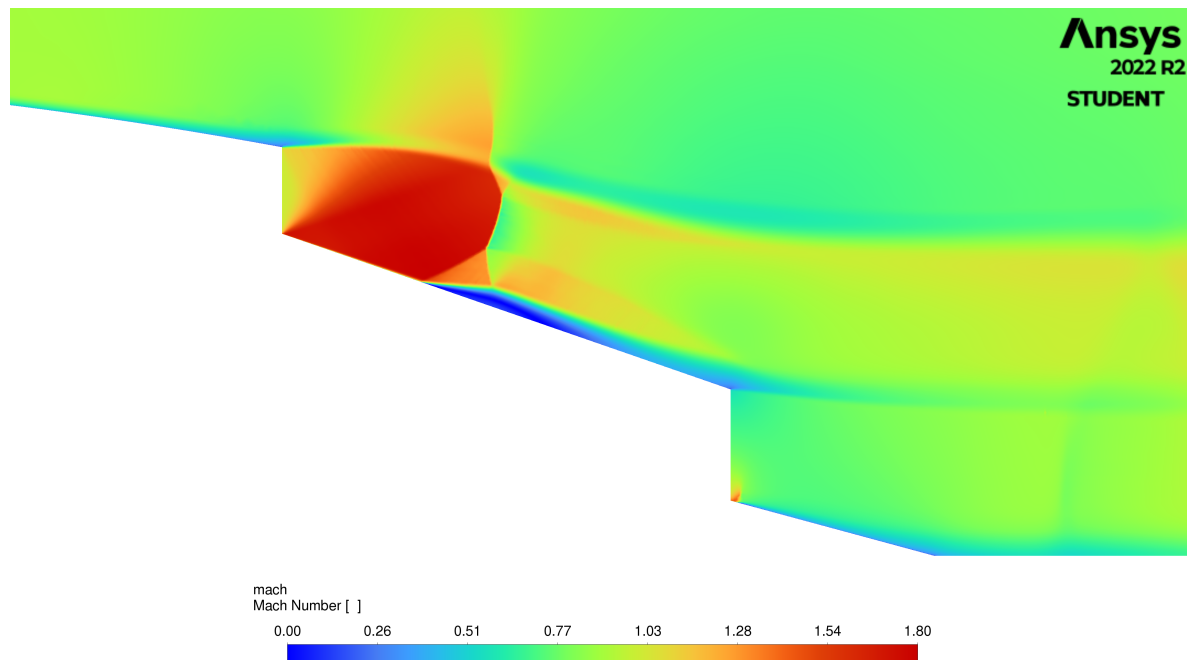


Figura 5.10: Campo di Mach nel dettaglio con il modello Realizable k - ϵ

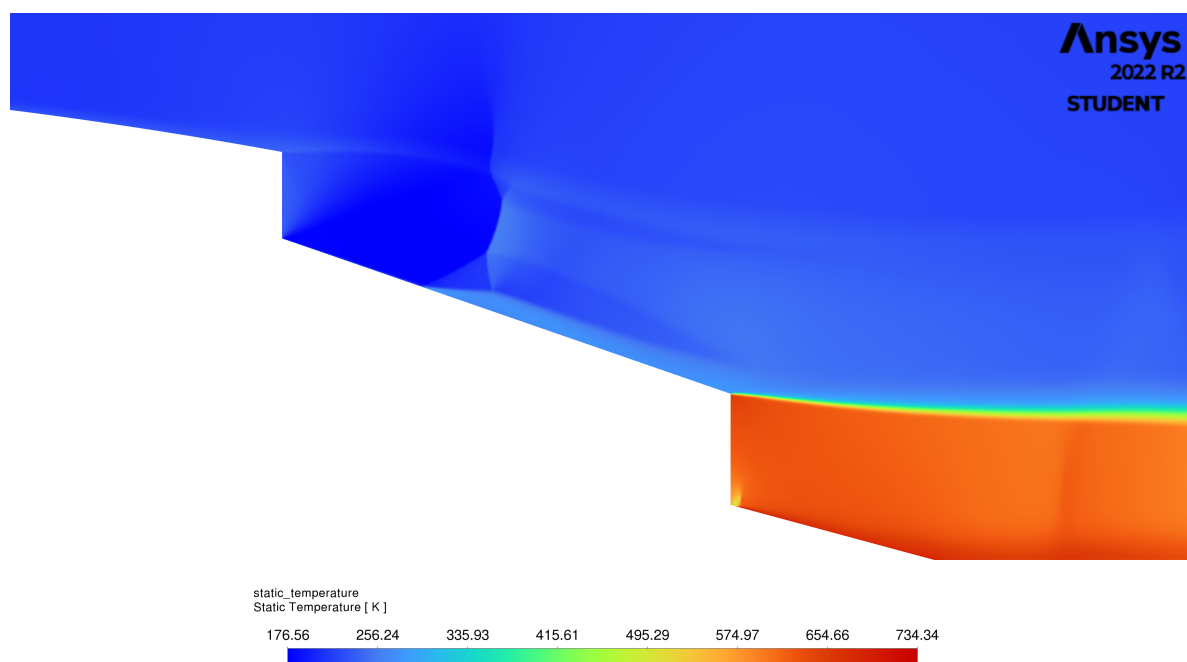


Figura 5.11: Campo di temperatura statica nel dettaglio con il modello realizable k - ϵ

5.3.3 SST k - ω

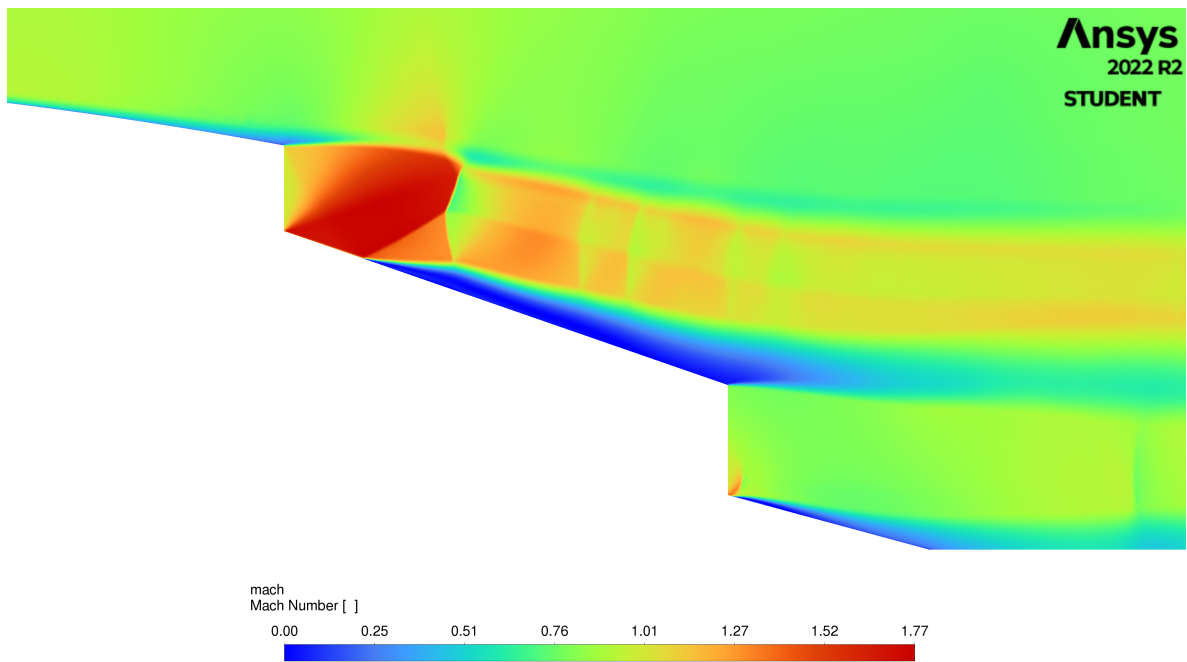


Figura 5.12: Campo di Mach nel dettaglio con il modello SST k - ω

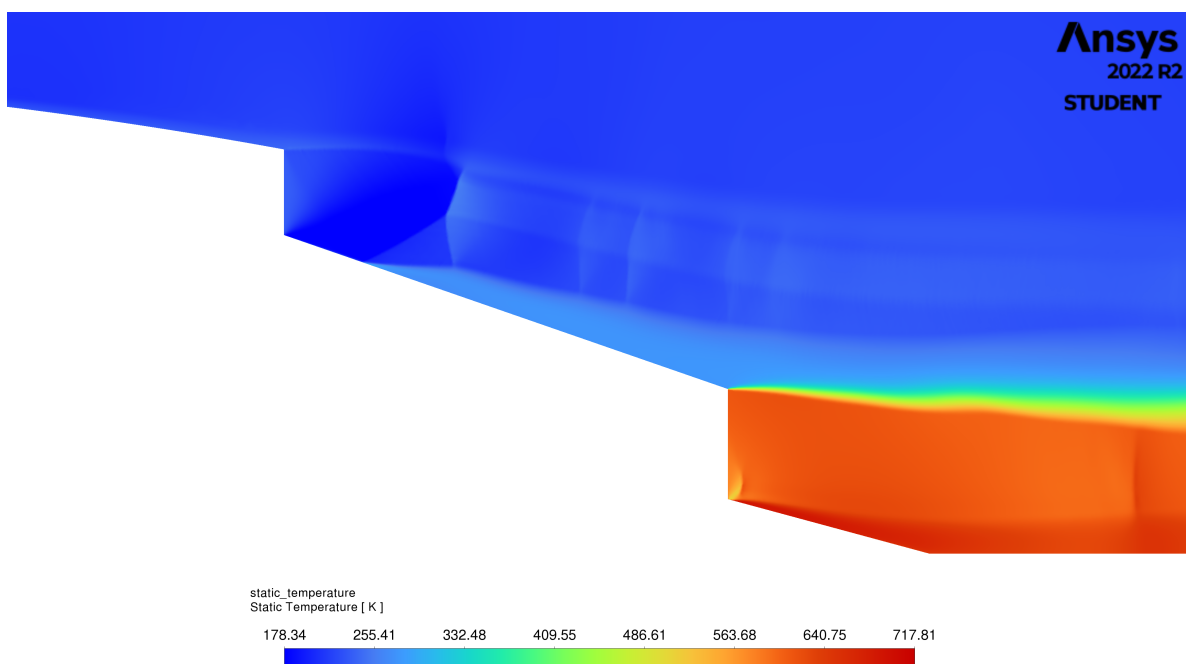


Figura 5.13: Campo di temperatura statica nel dettaglio con il modello SST k - ω

nella seguente tabella sono riportati i punti di separazione, anche per le griglie 1 e 2:

Punto di separazione x^* [m]			
Griglia	Spalart - Allmaras	Realizable k - ϵ	SST k - ω
1	-1.1154	-1.0718	-1.0936
2	-1.0936	-1.04273	-1.12267
3	-1.06889	-1.00349	-1.11976

Tabella 5.3: Punti di separazione a valle del bypass

Capitolo 6

Conclusioni

Con questa tesi si è dimostrata la fattibilità di una simulazione CFD semplificata per tracciare degli andamenti di massima del campo di moto a valle dello scarico del propulsore CFM56-3; utilizzando griglie di calcolo differenti, sono stati studiati gli effetti sulla soluzione al variare del modello di chiusura. Per entrare nel merito dei risultati, sia per la scia che per il punto di separazione, i modelli di chiusura utilizzati forniscono risultati abbastanza simili tra di loro. Si è poi valutato anche l'errore di discretizzazione andando a ripetere i calcoli per diversi livelli di griglia.

Nello specifico, si è inoltre osservato che a valle dello scarico di bypass è presente un urto, seguito da una regione, che in base al modello scelto è stata rappresentata in modo diverso; queste differenze sono dovute a:

- griglia di calcolo, che essendo un modello semplificato, e quindi approssimativo, per quanto possa essere precisa è già di per sé fonte di errore;
- modelli di chiusura, in quanto le equazioni di trasporto su cui si basano sono differenti per ciascuno di questi, e di conseguenza lo sono anche i risultati.

È quindi difficile stabilire, in assenza di dati sperimentali, quale modello di chiusura riproduca al meglio il fenomeno reale.

Pertanto, quanto svolto intende fare da spunto per eventuali studi futuri sul fenomeno della scia e sulla turbolenza che lo caratterizza.

Appendice A

Calcolo dei parametri di parete per lo strato limite

Per dimensionare correttamente la griglia di calcolo a ridosso di una parete, il parametro y^+ risulta fondamentale per quanto riguarda la descrizione dello strato limite. La griglia in questi casi si presenta particolarmente stratificata, con strati che crescono di spessore man mano che ci si allontana dalla parete; in particolare ci si sofferma sugli spessori del primo strato e dell'ultimo. Lo spessore totale è uguale allo spessore dello strato limite δ_{gg} [2]:

$$\delta_{gg} = \begin{cases} \frac{4.91L}{\sqrt{Re_L}} & Re < 5 \cdot 10^5 \\ \frac{0.38L}{Re_L^{1/5}} & Re > 5 \cdot 10^5 \end{cases} \quad (A.1)$$

Con L lunghezza caratteristica del corpo. Lo spessore del primo strato si calcola in base al valore richiesto di y^+ con la formula [6]

$$y = \frac{y^+ \mu}{u_\tau \rho} \quad (A.2)$$

Il termine u_τ è stato già definito nel paragrafo 3.4, ma si può calcolare anche con:

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{\frac{1}{2} c_f U_\infty^2} \quad (A.3)$$

Dove τ_w è lo sforzo di taglio a parete. c_f è il coefficiente d'attrito, così definito:

$$c_f = \begin{cases} 0.058 \cdot Re_1^{-0.2} & \text{per lamina piana} \\ 0.079 \cdot Re_1^{-0.25} & \text{per flusso in un tubo} \end{cases} \quad (A.4)$$

Lo spessore dell'ultimo strato va calcolato in base al numero di strati n , scelto in fase di

progetto, ed al fattore di crescita r , che indica quante volte lo strato i -esimo è più spesso rispetto al precedente. Si definisce lo spessore totale come:

$$y_T = \sum_{i=0}^{n-1} y_1 r^i \quad (\text{A.5})$$

dove y_1 è lo spessore del primo strato. Tale relazione può essere riformulata anche come una serie geometrica:

$$y_T = y_1 \frac{1 - r^n}{1 - r} \quad (\text{A.6})$$

A questo punto, è difficile stabilire aprioristicamente il valore di r ; per determinarlo è necessario imporre che lo spessore totale y_T sia pari allo spessore dello strato limite. Si scrive quindi

$$y_1 \frac{1 - r^n}{1 - r} - \delta_{gg} = 0 \quad (\text{A.7})$$

Tale equazione è non lineare, quindi può essere risolta con un processo iterativo, ad esempio il metodo di bisezione. Per automatizzare i calcoli, è stato utilizzato il software Matlab.

Bibliografia

- [1] Renzo Arina. *Fondamenti di Aerodinamica*. 2 ed. Levrotto & Bella, 2015.
- [2] John M. Cimbala. *The Turbulent Flat Plate Boundary Layer*. https://www.me.psu.edu/cimbala/me320web_Spring_2015/pdf/Flat_plate_turbulent_BL.pdf. 2015.
- [3] P. Woods F. Garnier C. Baudoin e N. Louisnard. "Engine emission alteration in the near field of an aircraft." In: *Atmospheric Environment*, Vol. 31 (1997), pp. 1767–1781.
- [4] J. Guerrero. *Turbulence and CFD models: Theory and applications*. <http://www.dicat.unige.it/guerrero/turbulence2020/slides/9additionaltopics.pdf>. 2020.
- [5] Ansys Inc. *Ansys Fluent Theory Guide*. 15.0 release, 2013.
- [6] Ansys Inc. *Introduction to Ansys Fluent, Turbulence modeling*. 15.0 release, 2013.
- [7] K. Iwamoto. *Database of fully developed channel flow*, THTLAB Internal Report No. ILR-0201. Dept. Mech. Eng., Univ. Tokyo, 2002.
- [8] Bernd Kärcher. "Formation and radiative forcing of contrail cirrus". In: *Nature communications* (2018). DOI: <http://dx.doi.org/10.1038/s41467-018-04068-0>.
- [9] Francesco Larocca. *Appunti delle lezioni del corso di Fluidodinamica computazionale dei sistemi propulsivi*. 2020.
- [10] Fred Pearce. *How Airplane Contrails Are Helping Make the Planet Warmer*. URL: <https://e360.yale.edu/features/how-airplane-contrails-are-helping-make-the-planet-warmer>. (Sito consultato il 22.02.2023).
- [11] F. Morency S. Cantin M. Chouak e F. Garnier. "Eulerian–Lagrangian CFD-microphysics modeling of a near-field contrail from a realistic turbofan". In: *SAGE Publishing* (2021), pp. 1–17. DOI: <http://dx.doi.org/10.1177/1468087421993961>.

Ringraziamenti

Questa tesi rappresenta la conclusione di un percorso di studi molto intenso ed impegnativo, ma allo stesso tempo meraviglioso; mi ritengo molto fortunato per tutte le opportunità che ho avuto finora. Ad ogni modo, e questo vale per tutte le cose belle, non sarei riuscito a raggiungere questo traguardo da solo. Ci sono tante persone che ho la fortuna di avere nella mia vita, da cui ho imparato molto e che mi hanno dato un grande aiuto; a loro va tutta la mia riconoscenza.

Prima di tutto voglio ringraziare la mia Famiglia, mio principale riferimento e colonna portante della mia vita. Mia Mamma Loredana, che per me farebbe qualsiasi cosa, ed è sempre pronta a dedicarmi del tempo ogni volta che ho bisogno di parlare di qualunque argomento, dal più casuale al più importante, ascoltandomi con pazienza e dandomi sempre i giusti consigli, rappresentando una figura su cui posso sempre contare. Mi hai insegnato tanto Mamma, ti devo molto. Mio Papà Sergio, che è sempre pronto ad aiutarmi per qualsiasi cosa, fornendomi le indicazioni ideali anche per imparare ad affrontare la quotidianità, cercando, come ha sempre fatto, di accontentarmi e venirmi incontro nel miglior modo possibile, come ogni papà farebbe. Grazie Papà per esserci sempre, e per i sacrifici che fai per me ogni giorno. Mia Sorella Benedetta, il mio regalo più bello, che mi ha fatto scoprire quanto sia meraviglioso vedere crescere una persona, ed accompagnarla in ogni momento della sua vita, facendomi diventare una persona migliore. Grazie di esistere amore mio, e per avere portato una gioia così grande nella mia vita. Ai motivi che ho appena scritto, ne vanno aggiunti ancora tantissimi, ma servirebbero infinite parole per spiegarli tutti; perciò dico semplicemente che se sono diventato ciò che volevo essere, è soprattutto grazie a voi. Se devo pensare all'amore, voi ne siete sicuramente l'esempio più bello.

Grazie ai miei nonni Marco e Renato, che non mi hanno mai fatto mancare il loro affetto, dandomi modo di renderli orgogliosi.

Il mio pensiero vola anche alle mie nonne Giovannina e Lina, che purtroppo ci hanno lasciato. Il mio rammarico è di non avere fatto in tempo a farle assistere a questa gioia, ma spero che da lassù siano ugualmente felici e orgogliose di me.

A mia zia Linda, per avermi fatto da seconda mamma per tutta la vita; a mio zio Tonino, che con il suo esempio e i suoi consigli mi ha dato tanto; a mio zio Mario, per il suo affetto, la sua disponibilità e la sua presenza discreta.

Alle mie cugine (più che cugine, sorelle) Lucia e Marcella, per avere condiviso la vita insieme, e per essere state riferimento ed accompagnamento nella mia crescita.

A Marco e Osea, che sono entrati a far parte della mia vita arricchendola, Marco con la sua proverbiale simpatia, e Osea con la sua infinita dolcezza.

Ad Annarita e Fabrizio, per avere sempre rappresentato un porto sicuro, ogni volta che avevo voglia di famiglia.

A tutti i miei amici di Torino: Emma, Morgana, Giulia, Gabriele, Anthony, Roberto L. e Roberto G., per avermi fatto capire l'importanza del reciproco sostegno nei momenti più difficili di questo percorso universitario, e chi come me viene da fuori sa cosa voglio dire.

A tutti i miei amici di Cellino San Marco: Francesco D.M., Marco, Fausto, Francesco C., Stefano e Davide, per tutto quello che mi avete dato ed insegnato in tutti questi anni, e per essere stati sostenitori delle mie scelte.

Il mio grazie va anche a tutti i parenti ed amici di famiglia che non ho nominato, ma che mi hanno seguito e visto crescere.

Desidero ringraziare di cuore i professori Francesco Larocca e Andrea Ferrero, i miei relatori, per la loro competenza ed il sostegno con cui mi hanno accompagnato durante lo svolgimento di questa tesi, facendo sì che venisse svolta nel migliore dei modi.

Per questo e molto altro ancora, che non posso esprimere attraverso le parole, a tutti voi va un grande e sincero grazie.

Elenco delle figure

1.1	Rendering che mostra la formazione del ghiaccio [8]	10
1.2	Contrails nei cieli di Lisbona, Portogallo, nel Febbraio 2000. Fonte NASA	10
1.3	Immagine satellitare a infrarossi che evidenzia dozzine di contrails in una sola mattina nel sud-est degli USA. Gennaio 2004. Fonte NASA	11
1.4	Forzante radiativo (RF): a) rispetto a quello antropico (CO ₂ da respirazione); b) composizione dell'RF da aviazione; c) suddivisione dell'RF tra cirri e contrail a lunga durata [8]	12
2.1	Volume di controllo per la conservazione della massa [9]	14
2.2	Volume di controllo per la conservazione della quantità di moto [9]	14
2.3	Volume di controllo per la conservazione dell'energia [9]	16
3.1	Confronto tra leggi di parete analitiche 3.50 e 3.53 (in blu) e dati numerici ottenuti per DNS (Direct Numerical Simulation) [7].	29
4.1	Viste del CFM56-3. Si noti l'appiattimento in basso della carenatura.	31
4.2	Disegno CAD del motore	31
4.3	Disegno CAD del dominio	32
4.4	Griglia 1 per la scia nella zona a valle del motore	33
4.5	Dettaglio della griglia 1 per la scia vicino al motore	33
4.6	Griglia 2 per la scia nella zona a valle del motore	34
4.7	Dettaglio della griglia 2 per la scia vicino al motore	34
4.8	Griglia 3 per la scia nella zona a valle del motore	35
4.9	Dettaglio della griglia 3 per la scia vicino al motore	35
4.10	Griglia 1 per il punto di separazione	36
4.11	Griglia 2 per il punto di separazione	36
4.12	Griglia 3 per il punto di separazione	37
5.1	Campo di Mach con il modello Spalart - Allmaras	40
5.2	Campo di temperatura statica con il modello Spalart - Allmaras	40
5.3	Campo di Mach con il modello Realizable k - ϵ	41
5.4	Campo di temperatura statica con il modello Realizable k - ϵ	41
5.5	Campo di Mach con il modello SST k - ω	42
5.6	Campo di temperatura statica con il modello SST k - ω	42
5.7	Temperatura statica lungo l'asse di simmetria secondo i modelli di chiusura scelti.	43
5.8	Campo di Mach nel dettaglio con il modello Spalart - Allmaras	44
5.9	Campo di temperatura statica nel dettaglio con il modello Spalart - Allmaras	44

5.10	Campo di Mach nel dettaglio con il modello Realizable $k - \varepsilon$	45
5.11	Campo di temperatura statica nel dettaglio con il modello realizable $k - \varepsilon$	45
5.12	Campo di Mach nel dettaglio con il modello SST $k - \omega$	46
5.13	Campo di temperatura statica nel dettaglio con il modello SST $k - \omega$	46

Elenco delle tabelle

1.1	Caratteristiche di contrail e cirri [8]	12
3.1	Modelli di chiusura presenti nei software commerciali [6].	20
4.1	Coordinate dei punti del motore [11] [3]	31
4.2	Numero di elementi per le griglie utilizzate nelle simulazioni	32
4.3	Condizioni dei flussi per il CFM56-3 [3]	38
5.1	Numeri di iterazioni sulle griglie usate per la scia	39
5.2	Numeri di iterazioni sulle griglie usate per il punto di separazione	39
5.3	Punti di separazione a valle del bypass	47