

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

Analisi fluidodinamica del comportamento di una presa d'aria supersonica



Relatore

Prof. Andrea Ferrero

Candidata

Giulia Barbero

Matricola: s280415

Anno Accademico 2021-2022

*A coloro che son fiera di chiamar Famiglia,
per aver sempre creduto in me.*

Indice

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Introduzione | 1 |
| 1.1 | Prese d'aria supersoniche a compressione esterna | 1 |
| 1.1.1 | Presenza tipo Pitot | 2 |
| 1.1.1.1 | Funzionamento fuori progetto | 4 |
| 1.1.2 | Prese supersoniche con rampa piana prominente | 6 |
| 1.1.2.1 | Condizioni di progetto | 7 |
| 1.1.2.2 | Condizioni fuori progetto | 9 |
| 1.1.2.3 | Off-design: caso critico | 9 |
| 1.1.2.4 | Off-design: caso supercritico | 10 |
| 1.1.2.5 | Off-design: caso subcritico | 11 |
| 1.1.2.6 | Instabilità nel funzionamento subcritico | 12 |
| 2 | Equazioni di governo | 13 |
| 2.1 | Legge di conservazione della massa | 15 |
| 2.2 | Legge di conservazione della quantità di moto | 17 |
| 2.2.1 | Tensore degli sforzi | 18 |
| 2.3 | Legge di conservazione dell'energia | 20 |
| 2.4 | Sistema di equazioni di Navier-Stokes | 22 |
| 3 | Metodi numerici di risoluzione delle Equazioni di governo: Metodo ai volumi finiti | 23 |
| 3.1 | Processo di discretizzazione | 24 |
| 3.1.1 | Generazione della griglia | 24 |
| 3.1.2 | Discretizzazione delle equazioni di governo | 25 |
| 4 | Reynolds-Averaged Navier–Stokes Model | 27 |
| 4.1 | Modello ad un'unica equazione: Spalart-Allmaras | 29 |
| 4.1.1 | Modellazione della viscosità turbolenta | 31 |
| 4.1.2 | Condizioni al contorno a parete | 31 |
| 4.1.3 | Modellazione del trasferimento convettivo di calore e massa | 31 |
| 4.2 | Modelli a due equazioni | 32 |
| 4.2.1 | Standard $k - \varepsilon$ Model | 33 |
| 4.2.2 | RNG $k - \varepsilon$ Model | 34 |
| 4.2.3 | Realizable $k - \varepsilon$ Model | 36 |
| 4.2.4 | Standard $k - \omega$ Model | 37 |
| 4.2.5 | Shear-Stress Transport (SST) $k - \omega$ Model | 39 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 5 | Analisi CFD: Geometria e Meshing | 40 |
| 5.1 | Introduzione | 40 |
| 5.2 | Generazione della geometria | 41 |
| 5.3 | Meshing | 42 |
| 5.3.1 | Costruzione di una griglia di circa 400000 elementi | 42 |
| 5.3.2 | Verifica della precisione della mesh nel calcolo | 46 |
| 5.3.2.1 | Simulazioni a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$ | 47 |
| 5.3.2.2 | Simulazioni a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$ | 48 |
| 5.3.2.3 | Confronto dei risultati ottenuti con i dati sperimentali . | 49 |
| 5.4 | Scelta del meshing | 50 |
| 5.4.1 | Costruzione di una griglia di circa 100000 elementi | 50 |
| 5.4.1.1 | Simulazioni a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$ | 52 |
| 5.4.1.2 | Simulazioni a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$ | 53 |
| 5.4.1.3 | Confronto dei risultati ottenuti con i dati sperimentali e con quelli ottenuti dalla griglia a circa 400000 elementi | 55 |
| 5.4.2 | Costruzione di una griglia di circa 25000 elementi | 55 |
| 5.4.2.1 | Simulazioni a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$ | 57 |
| 5.4.2.2 | Simulazioni a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$ | 58 |
| 5.4.2.3 | Confronto dei risultati ottenuti con i dati sperimentali e con le tre mesh analizzate | 60 |
| 6 | Analisi CFD: simulazioni con diversi Modelli RANS e geometrie | 62 |
| 6.1 | Geometria CA | 62 |
| 6.1.1 | Metodo Realizable $k - \varepsilon$ | 63 |
| 6.1.1.1 | Simulazioni a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$ | 63 |
| 6.1.1.2 | Simulazioni a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$ | 65 |
| 6.1.1.3 | Confronto dei risultati ottenuti con il Metodo <i>Spalart-Allmaras</i> e con il Metodo <i>Realizable $k - \varepsilon$</i> | 66 |
| 6.1.2 | Metodo SST $k - \omega$ | 67 |
| 6.1.2.1 | Simulazioni a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$ | 67 |
| 6.1.2.2 | Simulazioni a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$ | 68 |
| 6.1.2.3 | Confronto tra i Modelli <i>Spalart-Allmaras</i> , <i>Realizable $k - \varepsilon$</i> e <i>SST $k - \omega$</i> | 70 |
| 6.2 | Geometria BC | 71 |
| 6.2.1 | Simulazioni a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$ | 72 |
| 6.2.2 | Simulazioni a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$ | 73 |
| 6.2.3 | Confronto tra i dati sperimentali e risultati numerici della simu- lazione | 75 |

Sommario

Il presente lavoro di tesi riporta i risultati e le metodologie utilizzate per simulare il campo di moto in prese d'aria supersoniche di differenti geometrie. In particolare si è utilizzato il software Ansys Fluent per valutare i risultati ottenuti con diversi modelli di turbolenza RANS e per confrontarli con i dati sperimentali a disposizione. Lo studio in oggetto si è focalizzato sull'analisi del sistema di urti che viene a verificarsi all'interno di alcuni modelli di presa d'aria supersonica allo scopo di indagare i fenomeni di interazione urto/urto e urto/strato limite e il loro effetto sulle prestazioni.

Capitolo 1

Introduzione

La Fluidodinamica Computazionale (CFD, *Computational Fluid Dynamics*) è un ramo della fluidodinamica che si pone l'obiettivo di risolvere le equazioni di governo che dettano il comportamento dei fluidi nel loro moto, sfruttando metodi numerici che modellano il caso reale. Mediante il suo utilizzo, è stato possibile giungere a simulazioni particolarmente dettagliate di fenomeni fisici complessi nel campo delle turbomacchine e in numerose altre realtà, fornendo risultati precisi di comportamenti precedentemente descrivibili solo tramite sperimentazione in galleria del vento. Questo non solo ha comportato un guadagno in termini economici e tempistici, ma ha anche consentito lo studio di fenomeni in passato difficili o addirittura impossibili da analizzare.

L'evoluzione negli anni delle analisi CFD ha portato ad un grado di precisione molto elevato e, al giorno d'oggi, risulta in molti casi più accurata e preferibile alle sperimentazioni stesse. Ovviamente, trattandosi di un processo basato su solutori matematici e modelli fisici preimpostati, ha necessariamente la limitazione di esser affetta da errori di approssimazione che rischiano di condurre a risultati inaffidabili, se non correttamente trattati.

Lo scopo del presente lavoro di tesi è condurre un'analisi CFD di un flusso all'interno di modelli di presa d'aria supersonica, al fine di valutare l'accuratezza delle simulazioni numeriche confrontandole con i risultati sperimentali sviluppati da Schneider, Koschel e Wolfgang [9].

1.1 Prese d'aria supersoniche a compressione esterna

Le prese d'aria rappresentano la prima interfaccia tra il flusso esterno e il motore che fornisce la spinta all'aeromobile. I fenomeni che si innescano al suo interno, specialmente in campo supersonico, influenzano in modo preponderante le prestazioni complessive dell'intero motore, pertanto la sua progettazione risulta di vitale importanza al fine di evitare perdite e consumi eccessivi. In particolare, alle prese d'aria è richiesto di fornire al motore una portata \dot{m} sufficiente a garantire la spinta necessaria al volo, trasformare l'energia cinetica in modo tale da ridurre al minimo le perdite di pressione totale e minimizzare la possibilità di distorsioni di flusso che potrebbero

indurre instabilità nel compressore.

Le prese d'aria supersoniche, tipiche dei velivoli militari, hanno subito una notevole evoluzione nel corso dei decenni e, al giorno d'oggi, la maggior parte di tali velivoli monta una presa a rampe mobili e a compressione esterna ed interna.

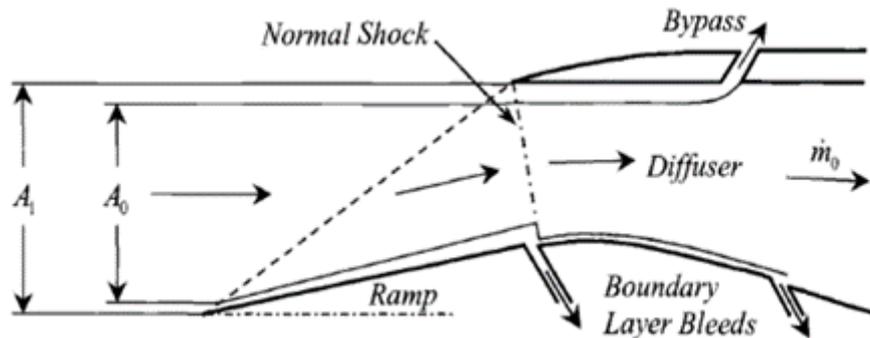


Figura 1.1: Presa d'aria supersonica [7]

Spesso in letteratura si incorre nel termine *resistenza addizionale*. La resistenza addizionale non rappresenta altro che la forza esercitata dal fluido che non entra nella presa sul tubo di flusso entrante in quest'ultima. Se un motore è ben progettato questa viene recuperata attraverso la carenatura del motore: sotto l'ipotesi di flusso reversibile, andando a progettare opportunamente quest'ultima, è possibile generare una forza che vada a compensare la resistenza addizionale.

Quest'operazione purtroppo non si può effettuare in regime supersonico poiché la nascita di urti non è un fenomeno reversibile, di conseguenza nascerà sempre una forza frenante che non sarà possibile recuperare.

Lo studio di una presa d'aria in volo supersonico è inoltre un'operazione piuttosto complessa dal momento che nascono onde d'urto oblique e rette e che l'interazione fra esse e la parte esterna del motore può portare alla separazione dello strato limite o alla nascita fenomeni di forte instabilità (buzz).

In ragione di quanto appena esposto, risulta fondamentale progettare la presa d'aria in modo tale da ridurre al minimo la separazione dello strato limite e da rendere uniformi la velocità del flusso e la sua direzione in uscita dalla presa, poiché se così non fosse si rischierebbe di alterare il comportamento del compressore che si trova a valle della presa d'aria aumentando il rischio dell'instaurarsi dello stallo o di pericolose vibrazioni.

1.1.1 Presa tipo Pitot

La presa tipo Pitot costituisce la tipologia più semplice di presa d'aria supersonica e si presenta come un condotto divergente con un labbro aguzzo che, in condizioni supersoniche e a progetto ($M_0 = M_{OD} > 1$), presenta come mezzo di compressione un urto retto all'ingresso della presa, come in *Figura 1.2*.

Valutando il suo funzionamento critico, cioè il comportamento della presa in presenza

di un urto retto al suo ingresso, il tubo di flusso entrante raggiunge la presa entrando-
vi indisturbato, di conseguenza, essendo la sezione d'ingresso della presa coincidente
con la sezione di ingresso del tubo di flusso, il *coefficiente di portata* sarà:

$$\varphi_d = \frac{\dot{m}_{reale}}{\dot{m}_{id}} = \frac{A_0}{A_i} = 1 \quad (1.1)$$

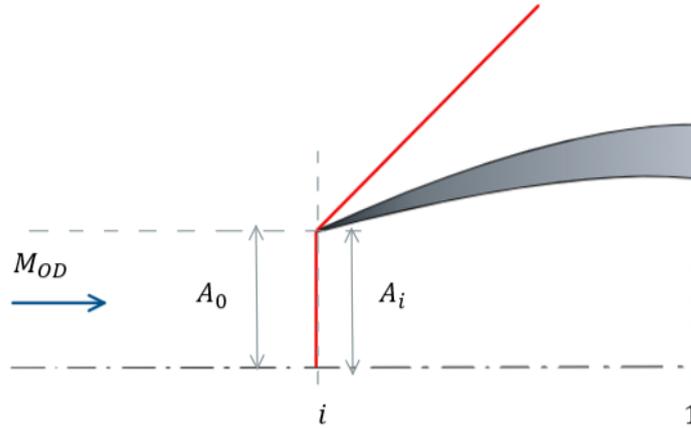


Figura 1.2: Sistema d'urto in una presa d'aria critica tipo Pitot

In termini di perdite di pressione, trascurando quelle dovute all'attrito, si manifestano
quelle dovute al *normal shock*; di conseguenza, dalle relazioni dell'urto retto è possibile
ricavare la *perdita di pressione totale legata al normal shock* in funzione del *Mach di volo*
 M_0 come:

$$\varepsilon_{d_{NS}}(M_0) = \left[\frac{(\gamma + 1)M_0^2}{(\gamma - 1)M_0^2 + 2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left[\frac{\gamma + 1}{2\gamma M_0^2 - (\gamma - 1)} \right]^{\frac{1}{\gamma+1}} = \frac{p_1^o}{p_0^o}(M_0) \quad (1.2)$$

dove γ rappresenta il rapporto tra il calore specifico del flusso a pressione costante e
quello a volume costante.

Supponendo che l'urto abbia un volume infinitesimo e che, dunque, si possa ridurre
ad una superficie, esso comporterà una discontinuità del *numero di Mach* per via delle
perdite di pressione, tale per cui a monte di esso sarà riscontrabile il *Mach di volo*
 M_0 di valore differente rispetto al *Mach a valle dell'urto*. Quest'ultimo è esprimibile in
funzione del primo come:

$$M_v = M_i = \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_0^2}{\gamma M_0^2 - \frac{\gamma-1}{2}}} \quad (1.3)$$

In termini di valutazione delle prestazioni, la spinta che il motore sarà in grado di
fornire all'aeromobile dipenderà dalla portata che la presa d'aria sarà in grado di ga-
rantire. Questa è strettamente correlata alla geometria della presa [6] e, in particolare,
al rapporto $\frac{A_1}{A_i}$ secondo:

$$\dot{m} = \frac{p^o A}{\sqrt{RT^o}} f(M) \quad (1.4)$$

dove $f(M)$ è la *Funzione portata corretta* esprimibile come:

$$f(M) = \frac{\sqrt{\gamma}M}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} \quad (1.5)$$

Per via della conservazione della massa, la portata nella sezione di ingresso \dot{m}_i coincide con quella nella sezione di uscita dalla presa \dot{m}_1 , pertanto:

$$\frac{p_0^o A_i}{\sqrt{RT_0^o}} \frac{\sqrt{\gamma}M_0}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_0^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} = \frac{p_1^o A_1}{\sqrt{RT_1^o}} \frac{\sqrt{\gamma}M_1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_1^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} \quad (1.6)$$

Considerando un flusso adiabatico, la temperatura totale si conserva tra la sezione di ingresso e di uscita della presa ($T_i^o = T_1^o$). Di conseguenza:

$$\frac{A_i}{A_1} = \frac{p_1^o}{p_0^o} \cdot \frac{f(M_1)}{f(M_0)} = \epsilon_d \cdot \frac{f(M_1)}{f(M_0)} \quad (1.7)$$

1.1.1.1 Funzionamento fuori progetto

In campo supersonico la presa può lavorare in tre differenti modalità:

- presa subcritica: con l'urto al di fuori della presa, *Figura 1.3(a)*
- presa critica: con l'urto nei pressi dell'ingresso della presa, *Figura 1.3(b)*
- presa supercritica: con l'urto all'interno della presa, *Figura 1.3(c)*

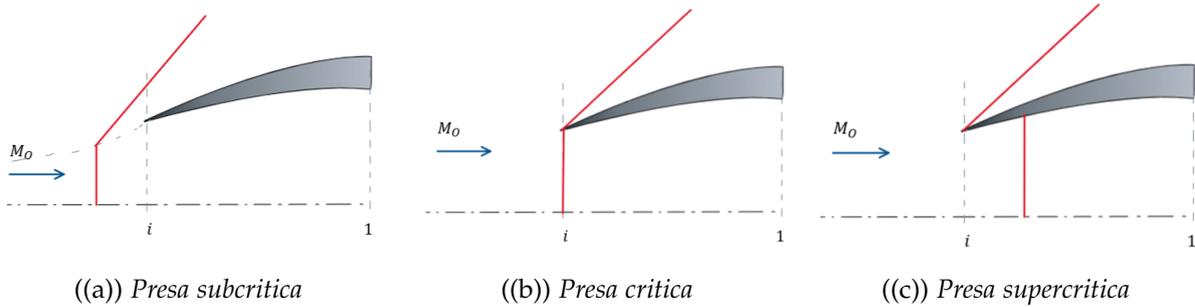


Figura 1.3: *Classificazione delle prese d'aria in base alla posizione del sistema d'urti*

Avendo già analizzato il caso critico (*Figura 1.2*), nel caso subcritico il motore richiede una portata corretta inferiore e, di conseguenza, un M_1 minore. Data la geometria della presa e un flusso adiabatico, si ha che:

$$f(M) \propto \frac{\dot{m}}{p^o} \quad (1.8)$$

Di conseguenza, per ottenere una funzione portata corretta inferiore si necessita di una riduzione della portata o un aumento della pressione totale. Essendo quest'ultima

opzione fisicamente impossibile, al fine di ridurre \dot{m} è necessario un rifiuto di portata (Figura 1.3(a)). Affinché ciò accada, il flusso deve avvertire la presenza della presa attraverso la manifestazione di un urto a monte di essa.

Avendo quindi un rifiuto di portata, nel caso subcritico si manterrà una $\varepsilon_d = \frac{p_1^0}{p_0^0}$ costante all'aumentare del Mach e pari a quella del caso critico, mentre a variare sarà il coefficiente di portata $\varphi_d = \frac{\dot{m}_{reale}}{\dot{m}_{id}} = \frac{A_0}{A_i}$ secondo quanto riportato in Figura 1.4.

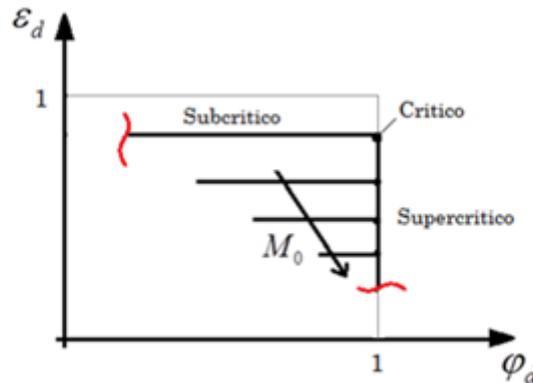


Figura 1.4: Andamento di ε_d al variare di φ_d parametrizzato con il numero Mach [7]

Nel caso opposto di funzionamento supercritico della presa, il motore richiede una portata corretta superiore e, di conseguenza, un M_1 maggiore. Pertanto, facendo ancora riferimento all'Equazione 1.8, per aumentare la funzione portata corretta, non essendo possibile l'aumento di \dot{m} per l'impossibilità di effettuare un richiamo supersonico, è necessario ridurre la p_1^0 . Affinché ciò accada, l'urto deve entrare nel divergente così che il Mach di monte sia maggiore del M_0 e p_1^0 scenda rispetto al caso di progetto. Analogamente a quanto già specificato, è fondamentale che l'urto non avanzi eccessivamente nella presa poiché all'interno del condotto l'urto non è semplicemente retto per via dell'interazione tra strato limite e urto che comporta delle distorsioni.

In questo caso, siccome il flusso entra indisturbato all'interno della presa, si ha che $\varphi_d = 1$, ma all'aumentare del M_1 la pressione totale p_1^0 si riduce, pertanto si ridurrà anche ε_d (Figura 1.4).

In generale è possibile affermare che all'aumentare del Mach di monte gli urti diventano sempre più intensi e quindi l'efficienza della presa $\varepsilon_d = \frac{p_1^0}{p_0^0}$ diminuisce a parità di coefficiente di portata $\varphi_d = \frac{\dot{m}_{reale}}{\dot{m}_{id}} = \frac{A_0}{A_i}$, come evincibile dalla Figura 1.4.

1.1.2 Prese supersoniche con rampa piana prominente

La presenza dell'urto retto nella presa tipo Pitot genera delle perdite di pressione totale uguali a quelle del *normal shock* ($\varepsilon_d = \varepsilon_{d_{NS}}$) rendendo questo tipo di presa particolarmente dissipativo. Questo comporta, a Mach elevati, una spinta del motore scadente rispetto al requisito minimo richiesto dalla normativa *MIL-E-5008B*. Dalla *Figura 1.5* è evincibile che per la curva che descrive il comportamento della presa Pitot ($N = 0$, dove N è il numero di urti obliqui presenti nella presa), per Mach superiori a valori nell'intorno di 1.3 si ha una rapida decadenza dell'efficienza ε_d per via di perdite inaccettabili.

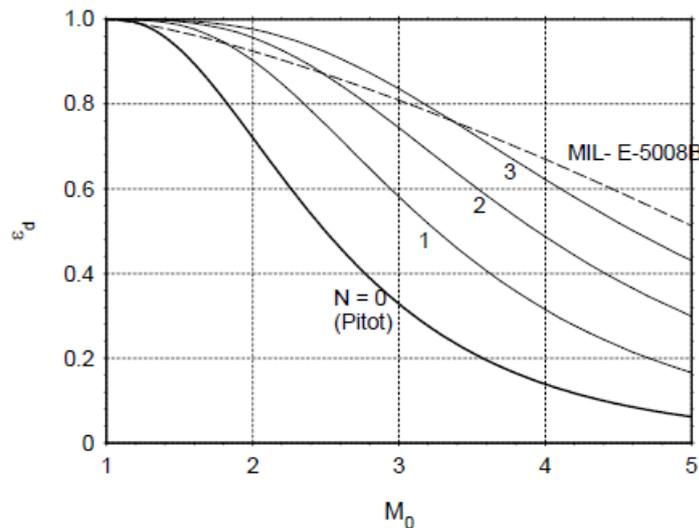


Figura 1.5: Andamento di ε_d al variare di M_0 e del numero di urti obliqui N [7]

Per far fronte a questa problematica, è necessario sfruttare la presenza di due urti per precomprimere il flusso prima che esso arrivi alla presa. Si nota infatti che tale configurazione ($N = 1$ in *Figura 1.5*) consente di soddisfare correttamente i criteri della normativa *MIL-E-5008B* fino ad un Mach di circa 1.8.

Un'eventuale alternativa per rispettare al meglio le norme imposte sarebbe quella di introdurre due urti obliqui ($N = 2$) tramite l'uso di due rampe per poi ottenere a valle un urto retto. Questa strategia presenta tuttavia due problematiche (che si manifestano anche nel caso più complesso di $N = 3$):

1. il flusso è deviato maggiormente a mano a mano che il numero di urti obliqui aumenta, pertanto si manifesterà la necessità di indirizzarlo verso l'asse motore con conseguenti problemi di ingombro, peso e perdite.
2. la presa non sarà altrettanto efficiente per Mach bassi, poiché il secondo urto obliquo non rimarrà attaccato alla seconda rampa, inficiandone il funzionamento.

Tornando alla casistica più semplice di un sistema costituito da un urto obliquo e uno retto, ciò è effettuabile attraverso l'inserimento, nella geometria della presa, di una rampa piana prominente come visibile in *Figura 1.6*. La rampa, in particolare, gioca

un ruolo fondamentale nel manifestarsi dell'urto obliquo nella posizione corretta: in condizioni di progetto, l'urto avrà un'inclinazione σ_D e intercetterà il labbro superiore della presa (Figura 1.6).

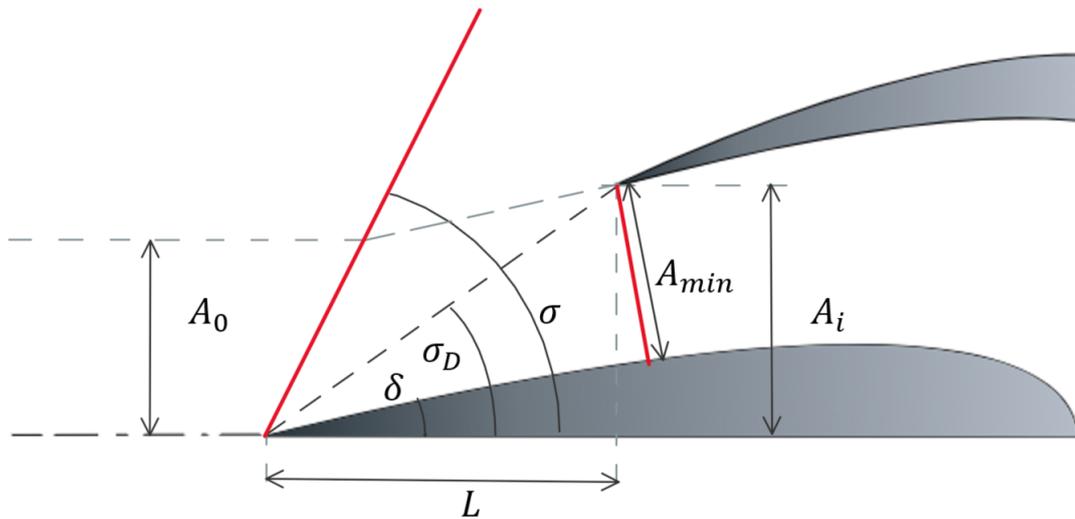


Figura 1.6: Presa supersonica con rampa piana prominente

Geometricamente si individuano:

- A_i : sezione d'ingresso della presa senza rampa
- A_{min} : sezione d'ingresso fisico della presa
- A_0 : sezione del tubo di flusso
- δ : angolo di inclinazione della rampa
- σ_D : angolo di inclinazione dell'urto nel caso *on-design*
- σ : angolo di inclinazione dell'urto nel caso generale
- L : lunghezza della rampa che sporge all'esterno rispetto al labbro superiore

1.1.2.1 Condizioni di progetto

Essendo che la geometria della rampa ricopre un ruolo fondamentale nelle effettive prestazioni della presa stessa, noto il Mach di progetto M_{OD} , è necessario stabilire i valori di δ e L che garantiscono un'efficienza massima ε_{max} . In questo caso, a differenza di quanto avveniva nella presa tipo Pitot in cui $\varepsilon_d = \varepsilon_{d_{NS}}$, si ha:

$$\varepsilon_d = \varepsilon_{d_{OS}} \cdot \varepsilon_{d_{NS}} \quad (1.9)$$

dove $\varepsilon_{d_{OS}}$ rappresenta il contributo all'efficienza dato dall'urto obliquo che precomprime il flusso. Il contributo $\varepsilon_{d_{NS}}$ rimane invece presente per via della compressione generata dall'urto retto che, dall'estremo superiore del labbro della presa, intercetta perpendicolarmente il piano della rampa (Figura 1.7).

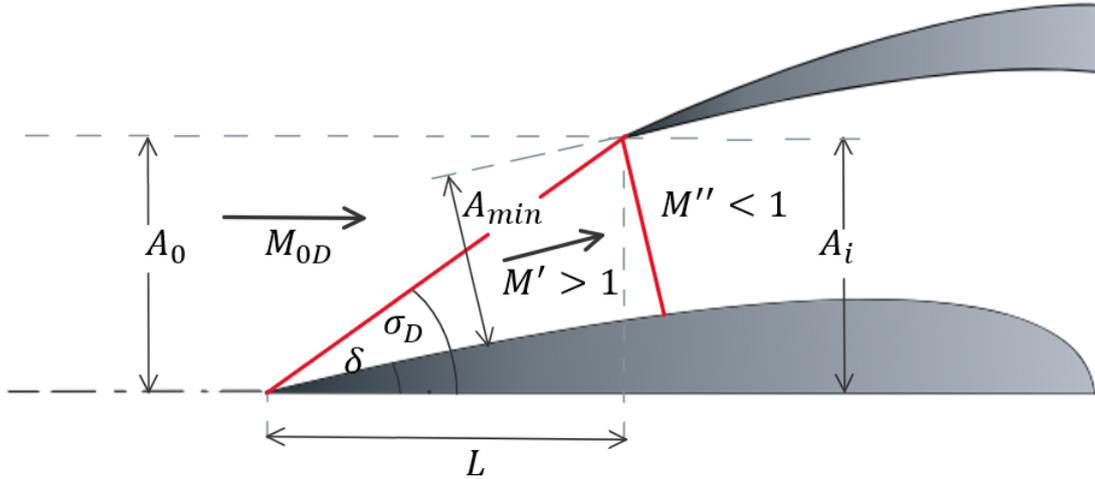


Figura 1.7: Presa supersonica con rampa piana prominente in condizioni di progetto

Tale soluzione, costituita da un sistema a due urti, rende la presa meno dissipativa rispetto al caso della presa di tipo Pitot e l'efficienza compressiva diminuisce più lentamente all'aumentare del M_0 (Figura 1.5, $N = 1$).

In particolare, l'urto obliquo riduce il valore del Mach da M_{0D} a $M' > 1$. Infine, l'ultimo urto retto genererà un'ulteriore riduzione del Mach, dovuta alla compressione, fino a $M'' < 1$. All'ingresso della presa vi è dunque una discontinuità del Mach tra monte e valle dell'urto retto ($M' \neq M''$), in particolare nella sezione minima A_{min} .

In ambito progettuale, si può dimostrare che per ogni valore di Mach valutato (M_{0D}) esistono valori ottimali di δ ed L che massimizzano il parametro ε_d .

Nello specifico, si progetta in modo tale che l'urto obliquo non vada ad intercettare esattamente il labbro della presa, poiché questo rischia di generare separazioni di flusso da evitare; si protende dunque la rampa in avanti, aumentando L rispetto al caso rappresentato in Figura 1.7, facendo in modo che tra l'angolo σ dell'urto e la congiungente tra l'estremità aguzza del labbro e quella della rampa sussista un angolo di almeno 1° . Per semplicità, in seguito si considererà L tale per cui l'urto obliquo intercetta il labbro della presa.

Trattando il caso di una geometria fissata e nota la portata, è necessario valutare l'area minima A_{min} considerando la situazione a valle dell'urto retto, in cui la condizione di pressione totale coincide con quella che si verifica nella sezione di uscita dalla presa (A_1). Considerando solo le perdite legate agli urti (si trascurino quelle dovute all'attrito) e una trasformazione adiabatica, vale che a valle dell'urto si ottiene:

$$\begin{aligned} p^\circ &= p_1^\circ \\ T^\circ &= T_1^\circ \end{aligned} \quad (1.10)$$

Nella sezione minima A_{min} con Mach M'' , è presente la portata:

$$\dot{m} = \frac{p_1^\circ A_{min}}{\sqrt{RT_1^\circ}} f(M'') \quad (1.11)$$

Sfruttando la conservazione della portata tra le sezioni A_{min} e A_0 che presentano stesse temperature totali, ma differenti pressioni totali:

$$\frac{p_1^\circ A_{min}}{\sqrt{RT_1^\circ}} f(M'') = \frac{p_0^\circ A_0}{\sqrt{RT_0^\circ}} f(M_{0D}) \quad (1.12)$$

Il progetto della geometria della presa sarà tale per cui:

$$\begin{aligned} \frac{A_{min}}{A_0} &= \frac{f(M_{0D})}{\varepsilon_d f(M'')} \\ \frac{A_{min}}{A_1} &= \frac{f(M_{1D})}{f(M'')} \end{aligned} \quad (1.13)$$

Infine, dal punto di vista del coefficiente di portata:

$$\varphi_d = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{REF}} = \frac{\rho_0 u A_0}{\rho_0 u A_i} = \frac{A_0}{A_i} = 1 \quad (1.14)$$

1.1.2.2 Condizioni fuori progetto

Modificando i valori del Mach di volo M_0 o del Mach di uscita dalla presa M_1 , si esce dalle condizioni di progetto.

In particolare, considerando una geometria costante, il M_1 è legato alla portata corretta dall'equazione 1.4. Nel caso in studio, rispetto alla presa tipo Pitot, vi è la presenza della rampa, dunque M_0 , ad una data geometria δ , determinerà l'angolo dell'urto obliquo σ che verrà a formarsi.

Considerato un flusso libero, l'urto obliquo che si stabilisce sulla rampa è debole, di conseguenza l'angolo σ aumenta al diminuire del M_0 ; si ha una condizione limite per valori di M_0 molto bassi, per cui l'urto si stacca dalla rampa.

1.1.2.3 Off-design: caso critico

Imponendo un Mach di volo inferiore rispetto a quello di progetto ed essendo l'urto obliquo debole, si avrà un'inclinazione σ dell'urto maggiore rispetto al caso di design. Come evidenziato in *Figura 1.8*, il tubo di flusso a valle dell'urto obliquo, prosegue parallelamente alla rampa, fino ad intercettare il labbro superiore e generare un urto retto che raggiunge ortogonalmente la rampa sottostante.

In questo caso, la sezione di ingresso di riferimento A_i è superiore rispetto a quella del tubo di flusso entrante A_0 . Questo è dovuto ad un rifiuto di portata. Infatti, a differenza di quanto espresso nell'equazione 1.14, si ha in questo caso:

$$\varphi_{d_{cr}} = \frac{A_0}{A_i} < 1 \quad (1.15)$$

Nello specifico, essendo nota la geometria e, dunque, l'angolo di inclinazione δ della rampa e fissato l'angolo σ_D di inclinazione dell'urto obliquo in condizioni di design, è possibile ottenere il valore esatto del coefficiente di portata in condizioni critiche attraverso la formula:

$$\varphi_{d_{cr}} = \frac{\cot \delta - \cot \sigma_D}{\cot \delta - \cot \sigma} \quad (1.16)$$

in cui σ è l'angolo di inclinazione dell'urto obliquo nella casistica in studio.

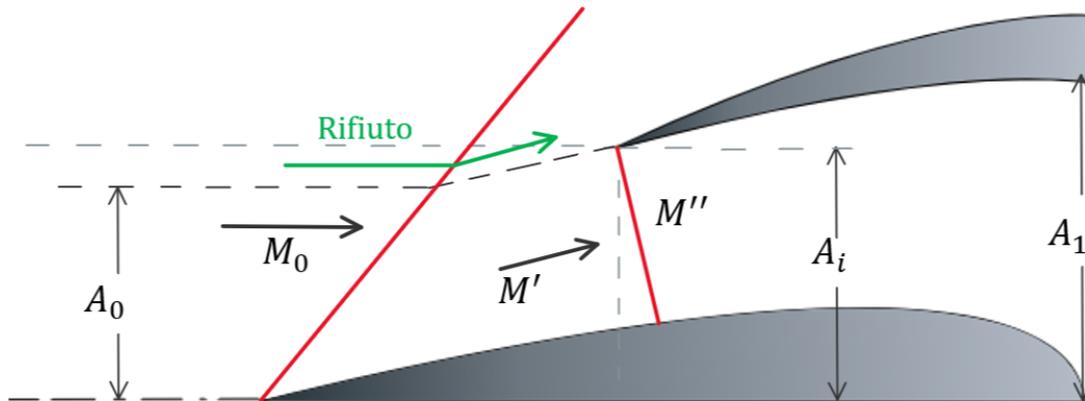


Figura 1.8: Presa supersonica con rampa piana prominente in condizioni di off-design critico

1.1.2.4 Off-design: caso supercritico

Nel caso supercritico il Mach nella sezione 1 e la relativa portata corretta aumentano rispetto al valore di progetto.

Essendo il flusso supersonico, non è possibile richiamare la portata, pertanto per ottenere un aumento di $f(M_1)$ è necessario ridurre il valore della pressione totale nella sezione A_1 , dal momento che non è possibile aumentare \dot{m} . Affinché ciò avvenga, è fondamentale spostare l'urto retto in una sezione a valle rispetto al caso critico (Figura 1.8) come mostrato in Figura 1.9. Ciò comporta che l'urto retto veda un Mach superiore rispetto al M' del caso critico.

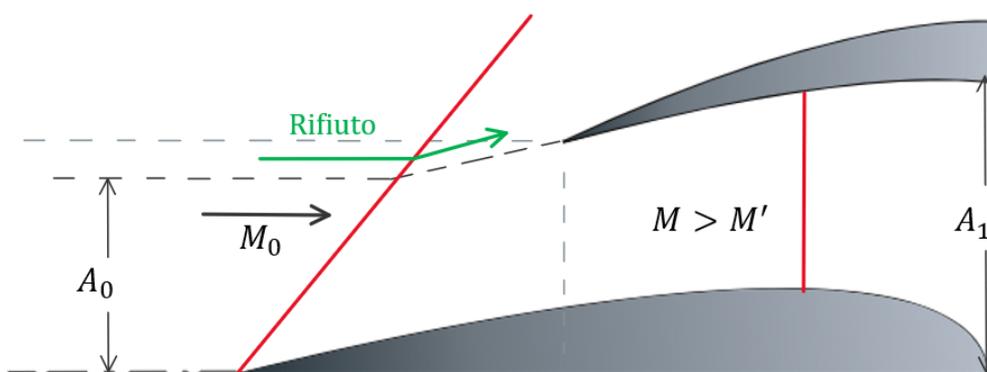


Figura 1.9: Presa supersonica con rampa piana prominente in condizioni di off-design supercritico

Si evidenzia che la geometria della presa deve essere tale da impedire un avanzamento eccessivo dell'urto al suo interno, al fine di evitare che la sua presenza comprometta il funzionamento del compressore a valle della presa.

Infine, in termini di efficienza, rispetto al caso critico in cui sia ε_d che il coefficiente di portata φ_d risultano inferiori ad 1, nel caso supercritico φ_d mantiene lo stesso valore delle condizioni critiche, mentre ε_d diminuisce per via della riduzione di p_1^0 indotta dall'avanzamento dell'urto nella presa (Figura 1.10).

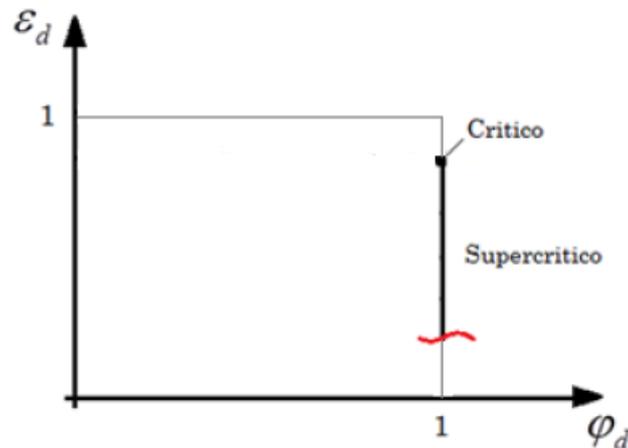


Figura 1.10: Andamento di ε_d in funzione di φ_d in condizioni di off-design supercritico [7]

1.1.2.5 Off-design: caso subcritico

Nel caso subcritico si ha l'obiettivo di ridurre la funzione portata corretta $f(M_1)$. Dal momento che, come già specificato nei paragrafi precedenti, non è fisicamente possibile che la pressione totale alla sezione A_1 aumenti, in virtù dell'equazione 1.8, è necessario far sì si riduca la portata \dot{m} . Affinché ciò avvenga, la presa deve rifiutare portata e questo avviene quando l'urto retto esce da essa. (Figura 1.11).

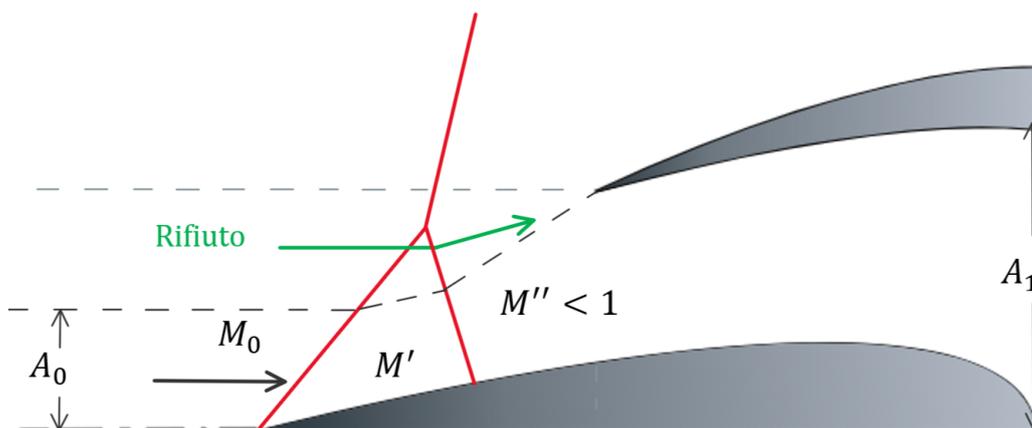


Figura 1.11: Presa supersonica con rampa piana prominente in condizioni di off-design subcritico

In questo caso specifico, il tubo di flusso viene, compresso e rallentato, garantendo un maggior rifiuto di portata rispetto ai casi precedenti. Inoltre, nel tratto compreso tra l'urto obliquo e quello retto il tubo di flusso risulta perfettamente parallelo alla rampa per via del fatto che, in tale zona, il flusso ha carattere supersonico ($M' > 1$), pertanto presenta una sezione A_0 minore rispetto a quella dei casi critico e subcritico.

Per via del maggiore rifiuto di portata, si registra una diminuzione di A_0 che porta ad una conseguente riduzione del coefficiente di portata φ_d rispetto al caso critico (Figura 1.12).

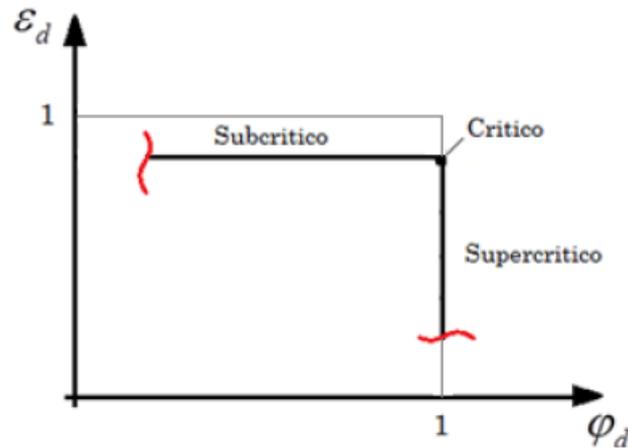


Figura 1.12: Andamento di ε_d in funzione di φ_d in condizioni di off-design subcritico [7]

Infine, si specifica che è di fondamentale importanza garantire che non avvenga un eccessivo rifiuto di portata onde evitare problemi di instabilità.

1.1.2.6 Instabilità nel funzionamento subcritico

In condizioni subcritiche, la presa può incorrere in una pericolosa instabilità nota come *buzz instability* o, più semplicemente, *buzzing* (Figura 1.13).

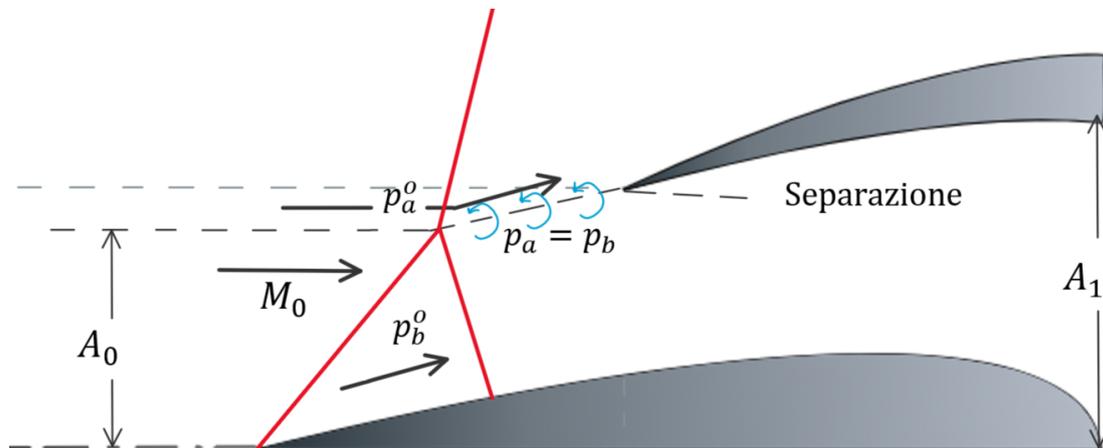


Figura 1.13: Presa supersonica con rampa piana prominente in condizione instabile di *buzzing*

In letteratura si distinguono due tipologie di instabilità: *little buzz* e *big buzz*. La prima tipologia è legata all'interazione dello *shear layer* generato nel punto triplo con il labbro superiore della presa. La seconda è invece legata all'interazione dell'urto retto con lo strato limite sulla rampa che può separare, portando ad intense oscillazioni nella configurazione del flusso.

Capitolo 2

Equazioni di governo

Al fine di studiare i fenomeni fisici risultanti dall'attraversamento della presa d'aria supersonica da parte del flusso in moto, è necessario avvalersi di un modello matematico adatto. In questo senso, è possibile affidarsi alla formulazione esatta rappresentata dalle equazioni di Navier-Stokes, basata sull'ipotesi del continuo. In particolare, è fondamentale assicurare che il volume finito del fluido considerato abbia dimensioni abbastanza ridotte rispetto a quelle del problema e abbastanza estese da poter contenere un numero di particelle elementari sufficiente da consentire di considerare le grandezze medie durante l'analisi fluidodinamica.

La derivazione delle principali equazioni della fluidodinamica si basa sul fatto che il comportamento dinamico di un fluido è determinato da tre fondamentali leggi fisiche:

- Legge di conservazione della massa
- Legge di conservazione della quantità di moto
- Legge di conservazione dell'energia

Queste fanno riferimento ad un modello di fluido incompressibile e possono essere espresse attraverso due metodi differenti del tutto interscambiabili:

- *Metodo lagrangiano*: considerato un elemento infinitesimo di fluido di dimensioni sufficienti da poter contenere un numero di particelle fluide tale da soddisfare l'ipotesi di continuo, prevede di suddividere il fluido in particelle di esso, ognuna delle quali viene seguita mentre si muove nello spazio e nel tempo. In particolare, queste particelle vengono definite da un campo vettoriale di posizione x_0 indipendente dal tempo, di solito scelto come centro di massa delle particelle stesse in un certo istante iniziale t_0 . Il flusso viene quindi descritto dalla funzione $x(t, x_0)$. La traiettoria descritta dalla particella di fluido (*Figura 2.1*) si ottiene in definitiva come insieme di posizioni occupate in istanti differenti.

Si tratta tuttavia di un approccio poco pratico poiché necessita dell'osservazione del comportamento di ogni singola particella elementare all'interno del fluido.

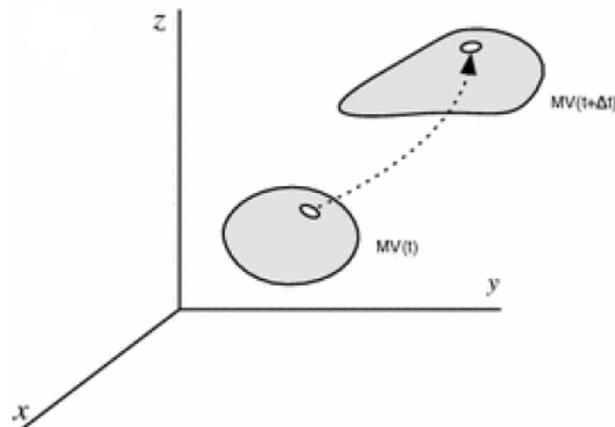


Figura 2.1: Campo di flusso nell'approccio lagrangiano [1]

- *Metodo euleriano*: fissa un punto nello spazio e, assegnando un volume di controllo attraversato dal moto del fluido, consente un'analisi dettagliata delle sue proprietà (Figura 2.2).

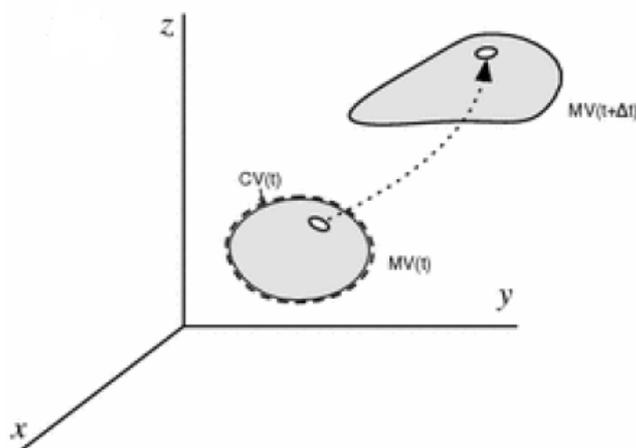


Figura 2.2: Campo di flusso nell'approccio euleriano [1]

Le variabili del flusso sono quindi funzioni della posizione x e del tempo t e la velocità del flusso è rappresentata da:

$$v(t, x(x_0, t)) = \frac{\partial}{\partial t} x(t, x_0) \quad (2.1)$$

Inoltre, il flusso descritto dalle leggi di conservazione può essere scomposto in due contributi distinti: il primo dovuto al moto convettivo e il secondo dovuto al moto molecolare presente nel fluido in quiete. Quest'ultimo, essendo diffusivo, è proporzionale al gradiente della quantità considerata, di conseguenza si annulla per una distribuzione omogenea.

L'applicazione delle leggi di conservazione porta alla divisione del campo di moto in un certo numero di volumi di controllo attraverso i quali studiare il comportamento del fluido.

2.1 Legge di conservazione della massa

Dato un volumetto infinitesimo di materia di spigoli dx , dy e dz , la *Legge di conservazione della massa* stabilisce che l'accumulo o la riduzione di massa all'interno del volume elementare di riferimento varia nel tempo per effetto del flusso netto di massa attraverso le superfici che delimitano il volume stesso. Pertanto, essendo:

- ρ la densità del fluido
- $\vec{q} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$ il vettore velocità del flusso

è possibile fare riferimento alla *Figura 2.3* e valutare il flusso di massa attraverso le superfici del volume di controllo.

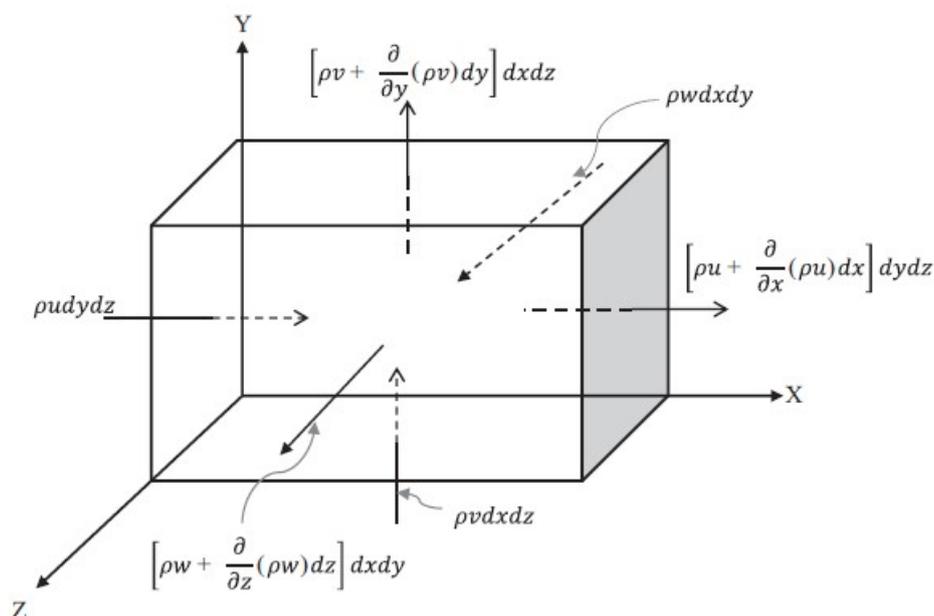


Figura 2.3: Volume di controllo per la derivazione della Legge di conservazione della massa [8]

In particolare, analizzando il flusso attraverso le pareti perpendicolari all'asse X , su quella di ingresso si avrà un flusso entrante pari a $\rho u dy dz$, mentre su quella opposta si avrà un flusso uscente dato da $\left(\rho u + \frac{\partial \rho u}{\partial x} dx\right) dy dz$.

Per definizione, si considera positivo il flusso entrante in quanto introduce un aumento di massa all'interno del volume di controllo. Siccome il flusso netto descritto dalla *Legge di conservazione della massa* si ottiene come differenza tra flusso entrante e flusso uscente, si avrà:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho dx dy dz) &= \rho u dy dz - \left(\rho u + \frac{\partial \rho u}{\partial x} dx \right) dy dz + \\ &+ \rho v dx dz - \left(\rho v + \frac{\partial \rho v}{\partial y} dy \right) dx dz + \\ &+ \rho w dx dy - \left(\rho w + \frac{\partial \rho w}{\partial z} dz \right) dx dy \end{aligned} \quad (2.2)$$

Dalla quale si ottiene *Equazione di continuità in forma differenziale*:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \left(\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} \right) \quad (2.3)$$

Essendo stata ottenuta a partire da un sistema di riferimento cartesiano, l'equazione 2.3 ne è dipendente, pertanto nasce la necessità di sfruttare gli operatori differenziali. In tal modo, è possibile riscriverla così da renderla indipendente dal sistema di riferimento utilizzato come segue:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \bar{q}) = 0 \quad (2.4)$$

Al fine di poter introdurre le grandezze medie, è spesso opportuno scrivere l'equazione di continuità in forma integrale come:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \int_{\partial\Omega} \rho \bar{q} \cdot \bar{n} dS = 0 \quad (2.5)$$

Essa fa riferimento al modello di fluido con volume di controllo Ω fisso nello spazio, delimitato dalla superficie di controllo $\partial\Omega$ con normale \bar{n} uscente da essa, rappresentato in *Figura 2.4*.

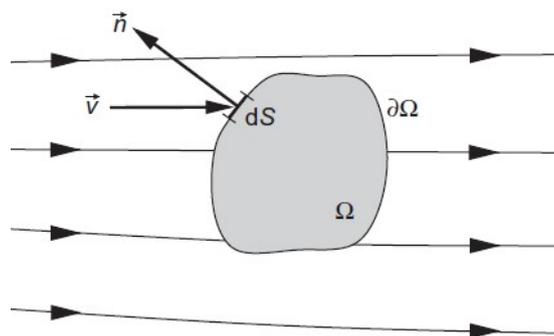


Figura 2.4: Volume di controllo fisso nello spazio [5]

2.2 Legge di conservazione della quantità di moto

Riprendendo nuovamente il volumetto infinitesimo di materia di spigoli dx , dy e dz , la massa ottenuta al suo interno si esprime come:

$$m = \rho dx dy dz \quad (2.6)$$

Inoltre, la *Legge di conservazione della quantità di moto* è anche nota come *Seconda Legge di Newton* ed è esprimibile come segue:

$$\bar{F} = m\bar{a} \quad (2.7)$$

Sostituendo l'espressione 2.6 nella 2.7 ed esprimendo l'accelerazione \bar{a} come la derivata prima rispetto al tempo t del vettore velocità $\bar{q} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$, si ottiene:

$$(\rho dx dy dz) \frac{d\bar{q}}{dt} = \bar{F} \quad (2.8)$$

Considerando per il momento un fluido ideale, le forze agenti sul volumetto infinitesimo di materia saranno quelle di pressione, come si evince dalla *Figura 2.5*, e l'equazione 2.8 diventa:

$$\begin{aligned} (\rho dx dy dz) \frac{d\bar{q}}{dt} = & \left[p dy dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz \right] \hat{i} + \\ & \left[p dx dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y} dy \right) dx dz \right] \hat{j} + \\ & \left[p dx dy - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) dx dy \right] \hat{k} \end{aligned} \quad (2.9)$$

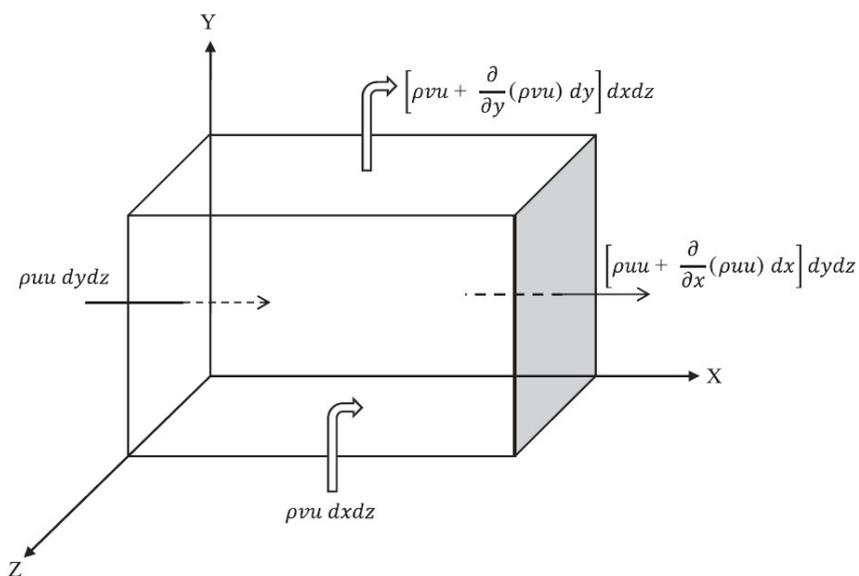


Figura 2.5: Volume di controllo per la derivazione della Legge di conservazione della quantità di moto [8]

In definitiva, è possibile scrivere la *Legge di conservazione della quantità di moto in forma differenziale*, con ipotesi di fluido ideale (assenza di forze viscosi):

$$\rho \frac{d\bar{q}}{dt} = -\nabla p \quad (2.10)$$

Esplicitando la derivata totale e sommando a primo membro la *Legge di conservazione della massa* moltiplicata per il vettore \bar{q} si ottiene:

$$\rho \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \bar{q} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \bar{q} \right) + \rho \bar{q} \cdot \nabla \bar{q} = -\nabla p \quad (2.11)$$

Di conseguenza, si può scrivere:

$$\rho \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \bar{q} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{q} \nabla \cdot \rho \bar{q} + \rho \bar{q} \cdot \nabla \bar{q} = -\nabla p \quad (2.12)$$

Si ha quindi:

$$\frac{\partial \rho \bar{q}}{\partial t} + \nabla (\rho \bar{q} \cdot \bar{q}) = -\nabla p \quad (2.13)$$

Applicando il *Teorema di Gauss* al volume di controllo Ω fisso nello spazio, delimitato dalla superficie di controllo $\partial\Omega$ con normale \bar{n} uscente da essa (*Figura 2.4*), si ottiene la *Legge di conservazione della quantità di moto in forma integrale con ipotesi di fluido ideale*:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \bar{q} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho \bar{q} \cdot \bar{q} \cdot \bar{n} dS = - \oint_{\partial\Omega} p \cdot \bar{n} dS \quad (2.14)$$

Nella casistica più generale in cui le forze agenti sul volume di controllo sono date dalla somma delle forze di volume che agiscono direttamente sulla massa e le forze di superficie che agiscono sulle pareti esterne, si ottiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \bar{q} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho \bar{q} \cdot \bar{q} \cdot \bar{n} dS = - \oint_{\partial\Omega} p \cdot \bar{n} dS + \int_{\Omega} \rho \bar{f}_e d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \bar{\tau} \cdot \bar{n} dS \quad (2.15)$$

dove $\bar{\tau}$ è il tensore degli sforzi viscosi.

2.2.1 Tensore degli sforzi

Facendo riferimento alle forze superficiali agenti sul volume di controllo (*Figura 2.6*), lo sforzo superficiale del fluido si definisce come la somma di due componenti:

$$\bar{\sigma} = -p_n \cdot \bar{n} + \bar{\tau} \quad (2.16)$$

- p_n : componente normale alla superficie; si tratta fondamentalmente della pressione. Dal *Principio di Pascal* si deduce che essa non dipende dalla direzione lungo cui viene osservata, pertanto è indipendente dal versore \bar{n} ed è uguale per ogni piano passante per il punto analizzato. Siccome un fluido non è in grado di sopportare la trazione, ma solo la compressione, la p_n agirà in direzione opposta rispetto alla componente di $\bar{\sigma}$ perpendi-

colare alla superficie del volume di controllo (*Figura 2.6*), pertanto presenterà un segno negativo.

- $\bar{\tau}$: componente tangenziale, nonché sforzo di attrito viscoso; nasce per effetto del moto relativo di due strati di fluido che scorrono l'uno rispetto all'altro con velocità differenti comportando uno scambio di quantità di moto. Si annulla solo in caso di fluido in quiete o di ipotesi di fluido ideale.

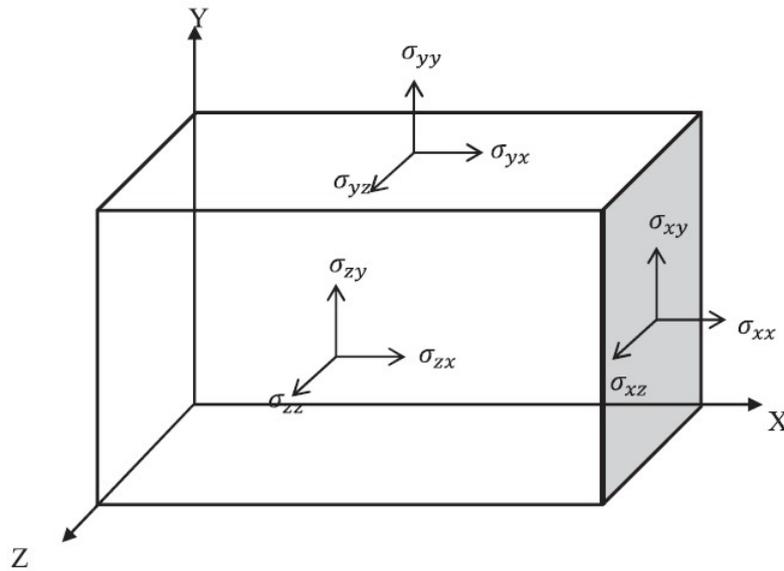


Figura 2.6: Forze di superficie sul volume di controllo [8]

In particolare, in riferimento alla *Figura 2.6*, il tensore degli sforzi superficiali è costituito da 9 componenti, di cui solo 6 indipendenti, in quanto si esprime come la seguente matrice simmetrica rispetto alla diagonale principale:

$$\bar{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Il corrispondente tensore degli sforzi d'attrito viscosi avrà come componenti:

$$\tau_{xx} = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.18)$$

$$\tau_{yy} = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.19)$$

$$\tau_{zz} = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.20)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (2.21)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (2.22)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (2.23)$$

in cui μ rappresenta la viscosità dinamica e λ un coefficiente tale da soddisfare l'espressione di Stokes:

$$\lambda + \frac{2}{3}\mu = 0 \quad (2.24)$$

2.3 Legge di conservazione dell'energia

Riconsiderando l'elemento di fluido di cui si segue l'evoluzione nel tempo lungo la sua traiettoria (Figura 2.7), è possibile definire:

- E l'energia dell'elemento all'unità di massa
- e l'energia interna

in modo tale da esprimere:

$$E = e + \frac{1}{2}q^2 \quad (2.25)$$

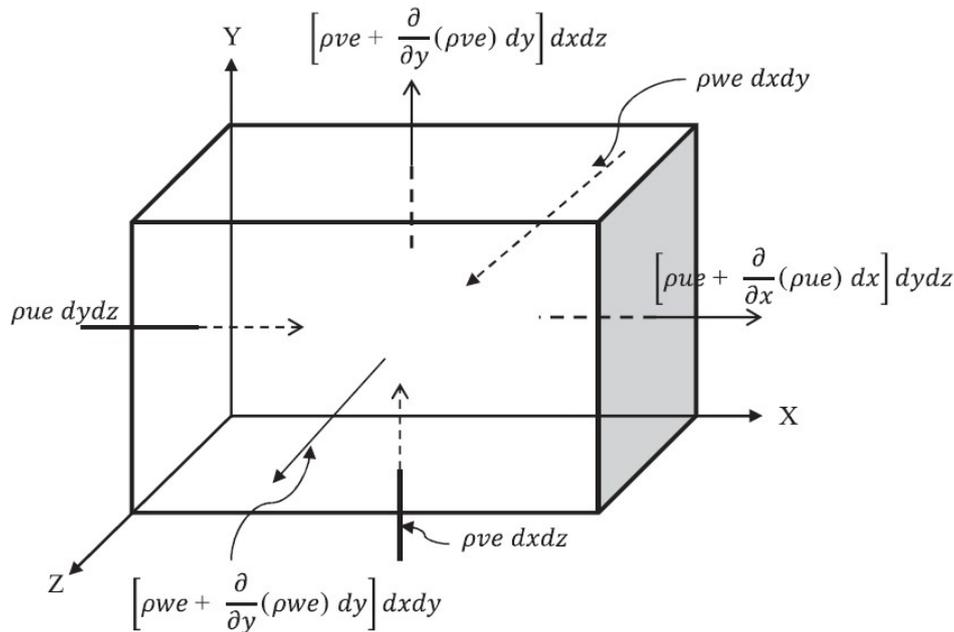


Figura 2.7: Volume di controllo per la derivazione della Legge di conservazione dell'energia [8]

In particolare, la Legge di conservazione dell'energia specifica che per una qualsiasi trasformazione l'energia del sistema può variare per effetto di scambi di calore o di lavoro in accordo al Primo Principio della Termodinamica:

$$dE = dQ + dL \quad (2.26)$$

Per semplicità, si considera in prima istanza il caso di fluido ideale ($\bar{\tau} = 0$) e adiabatico ($dQ = 0$). In questo caso, moltiplicando l'equazione 2.26 per la massa (espressione 2.6) e facendo riferimento alla Figura 2.7 si ottiene:

$$\begin{aligned} \rho dx dy dz \frac{dE}{dt} = & p u dy dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right) dy dz + \\ & + p v dx dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y} dy \right) \left(v + \frac{\partial v}{\partial y} dy \right) dx dz + \\ & + p w dx dy - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) \left(w + \frac{\partial w}{\partial z} dz \right) dx dy \end{aligned} \quad (2.27)$$

dalla quale si può ricavare la *Legge di conservazione dell'energia in forma differenziale per un fluido ideale in condizioni adiabatiche*:

$$\rho \frac{dE}{dT} = -\nabla \cdot (p\bar{q}) \quad (2.28)$$

Si faccia riferimento un'ultima volta al volume di controllo Ω fisso nello spazio, delimitato dalla superficie di controllo $\partial\Omega$ con normale \bar{n} uscente da essa (Figura 2.4). In questo caso, abbandonando l'ipotesi di fluido ideale e adiabatico, è possibile ottenere dall'equazione 2.28 la *Legge di conservazione dell'energia in forma integrale a carattere generale*:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho E d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho E \bar{q} \cdot \bar{n} dS = & \int_{\Omega} (\rho \bar{f}_e \cdot \bar{q} + \dot{q}_h) d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (-p\bar{q} \cdot \bar{n} + \bar{\tau} \cdot \bar{q} \cdot \bar{n}) dS + \\ & + \oint_{\partial\Omega} k(\nabla T \cdot \bar{n}) dS \end{aligned} \quad (2.29)$$

di cui:

- $\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho E d\Omega$ è la variazione di energia della massa contenuta all'interno del volume di controllo;
- $\oint_{\partial\Omega} \rho E \bar{q} \cdot \bar{n} dS$ è il flusso di energia attraverso la superficie di controllo;
- $\int_{\Omega} (\rho \bar{f}_e \cdot \bar{q} + \dot{q}_h) d\Omega$ è il calore volumico che tiene conto delle forze di volume;
- $\oint_{\partial\Omega} (-p\bar{q} \cdot \bar{n} + \bar{\tau} \cdot \bar{q} \cdot \bar{n}) dS$ è il lavoro complessivo svolto dalle forze di pressione e da quelle viscosive;
- $\oint_{\partial\Omega} k(\nabla T \cdot \bar{n}) dS$ è il termine che tiene conto della diffusione molecolare nel volume di controllo.

2.4 Sistema di equazioni di Navier-Stokes

In definitiva, si possono riunire le equazioni di Navier-Stokes nel sistema sottostante:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \bar{W} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (\bar{F}_C - \bar{F}_V) dS = \int_{\Omega} \bar{Q} d\Omega \quad (2.30)$$

in cui si possono definire

- Il vettore delle grandezze conservative \bar{W}

$$\bar{W} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

- Il vettore dei flussi convettivi \bar{F}_C

$$\bar{F}_C = \begin{pmatrix} \rho V \\ \rho u V + n_x p \\ \rho v V + n_y p \\ \rho w V + n_z p \\ \rho \left(E + \frac{p}{\rho} \right) V \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

- Il vettore dei flussi viscosi

$$\bar{F}_V = \begin{pmatrix} 0 \\ n_x \tau_{xx} + n_y \tau_{xy} + n_z \tau_{xz} \\ n_x \tau_{yx} + n_y \tau_{yy} + n_z \tau_{yz} \\ n_x \tau_{zx} + n_y \tau_{zy} + n_z \tau_{zz} \\ n_x \Theta_x + n_y \Theta_y + n_z \Theta_z \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

in cui

$$\begin{aligned} - \Theta_x &= u \tau_{xx} + v \tau_{xy} + w \tau_{xz} + k \frac{\partial T}{\partial x} \\ - \Theta_y &= u \tau_{yx} + v \tau_{yy} + w \tau_{yz} + k \frac{\partial T}{\partial y} \\ - \Theta_z &= u \tau_{zx} + v \tau_{zy} + w \tau_{zz} + k \frac{\partial T}{\partial z} \end{aligned}$$

- La sorgente

$$\bar{Q} = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho f_{e_x} \\ \rho f_{e_y} \\ \rho f_{e_z} \\ \rho \bar{f}_e \cdot \bar{q} + q_h \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

Capitolo 3

Metodi numerici di risoluzione delle Equazioni di governo: Metodo ai volumi finiti

Affinché sia computazionalmente efficiente la risoluzione delle *Equazioni di Navier-Stokes*, è necessario utilizzare un modello matematico che sfrutti variabili descritte per punti e che abbandoni l'approccio del continuo. Per far ciò, è necessario discretizzare il sistema di equazioni attraverso due fasi:

- la discretizzazione dello spazio: prevede di definire un dominio finito e continuo all'interno del quale costruire una griglia di calcolo. Da quest'ultima e dalla quantità dei suoi elementi dipenderà l'accuratezza del calcolo stesso; infatti l'errore di approssimazione risulterà tanto minore quanto maggiore è il numero degli elementi della griglia su cui vengono poi definite le variabili dipendenti.
- la discretizzazione delle equazioni: consiste nel sostituire le derivate parziali o gli integrali presenti nelle *Equazioni di Navier-Stokes* con relazioni algebriche che legano le variabili dipendenti nei diversi punti del dominio, ottenendo sistemi algebrici lineari o non lineari.

Per raggiungere la soluzione numerica è possibile applicare la discretizzazione attraverso tre metodi fondamentali:

- *Metodo alle differenze finite*: prevede l'approssimazione delle derivate parziali spaziali e temporali presenti nelle equazioni di governo tramite le *Espansioni in serie di Taylor*. Inoltre, è principalmente impiegato su geometrie cartesiane, ma poiché la maggior parte dei problemi ingegneristici è associata a geometrie molto complesse, tale metodo diventa limitato nel campo delle analisi CFD.
- *Metodo agli elementi finiti*: è molto flessibile in termini di geometria ed elementi della mesh, pertanto è particolarmente usato nel campo delle analisi strutturali legate a problemi di meccanica dei solidi. In particolare, prevede un dominio discretizzato per elementi, ad ognuno dei quali viene assunta una funzione semplice per approssimare la soluzione.

Tuttavia, i problemi legati ai flussi di fluidi sono di norma governati da una conservazione locale e globale (si basti pensare che la *Legge di continuità* descrive una conservazione locale della massa). Poiché con il *Metodo agli elementi finiti* la differenza tra le funzioni di base e la soluzione esatta è minimizzata globalmente, la conservazione locale potrebbe essere non ottenibile e, siccome in campo CFD, ci si dirige verso l'ottenimento della conservazione locale, tale metodo non viene particolarmente utilizzato [8].

- *Metodo ai volumi finiti*: rappresenta il metodo più sfruttato nel campo della CFD poiché legato alla conservazione locale. Si basa sulla discretizzazione del dominio computazionale in sottovolumi infinitesimi denominati *celle* e studia i flussi che attraversano le facce di ognuna di esse. In tal modo, impone una conservazione correlata direttamente alle grandezze fisiche e assicura un equilibrio di flusso locale e globale.

Poiché il software *Ansys Fluent* sfrutta il *Metodo ai volumi finiti*, nel presente lavoro di tesi sarà trattato esclusivamente quest'ultimo. Grazie al suo impiego e alla discretizzazione che prevede è possibile risalire alla soluzione del problema calcolando i flussi convettivi e diffusivi e i termini sorgente.

3.1 Processo di discretizzazione

Al fine di raggiungere la soluzione numerica il più possibile vicina a quella reale delle equazioni differenziali parziali rappresentate dalle *equazioni di Navier-Stokes*, il *Metodo a volumi finiti* si focalizza sul calcolo delle incognite in determinati punti, a partire dai quali si può costruire la sua distribuzione sul dominio di interesse. I punti appena menzionati vengono denominati *elementi* o *nodi* della griglia e derivano dalla discretizzazione della geometria del problema di partenza in un insieme di elementi discreti non sovrapposti, attraverso il processo di *meshing*.

I nodi e le variabili risultanti sono generalmente posizionati ai centroidi delle celle o ai vertici, a seconda della procedura di discretizzazione scelta.

In particolare, il focus è incentrato sulla sostituzione della soluzione esatta continua dell'equazione differenziale parziale con valori discreti. La soluzione viene quindi discretizzata e calcolata risolvendo un insieme di equazioni algebriche che mettono in relazione i valori di elementi di griglia vicini tra loro; queste sono derivate dall'equazione di conservazione.

3.1.1 Generazione della griglia

Il primo step per l'applicazione del *Metodo ai volumi finiti* prevede la discretizzazione del dominio fisico tramite la generazione di una griglia sulla quale vengono risolte le equazioni di conservazione. Ciò richiede la suddivisione del dominio in celle o elementi discreti, privi di spazi vuoti e non sovrapposti che riempiono completamente il dominio di calcolo così da ottenere un sistema di maglie.

Dalla definizione delle celle, verranno generati i volumi infinitesimi necessari al calcolo del flusso attraverso le loro facce.

In particolare, la griglia può esser di tipo strutturato o non strutturato. Nel primo caso i suoi nodi vengono ottenuti come intersezione di linee coordinate e verrà descritta univocamente dalle coordinate x , y e z e dai corrispettivi indici i , j e k . Nel secondo caso invece, non è possibile descrivere la griglia tramite indici, ma si sfrutta una numerazione sequenziale che richiede la disposizione delle informazioni legate agli elementi vicini.

La generazione della griglia comporterà la suddivisione del dominio in elementi quadrilaterali o triangolari nel caso bidimensionale ed elementi esaedrici, tetraedrici, prismatici, piramidali o poliedrici nel caso tridimensionale.

La generazione della *mesh* impostata per il presente lavoro di tesi viene esposta nel dettaglio al *Capitolo 5*.

3.1.2 Discretizzazione delle equazioni di governo

Una volta definita la griglia, alle sue celle va imposta la forma discreta delle equazioni applicate ai volumi elementari. In particolare, la derivata parziale nel tempo della generica variabile conservativa \bar{W} può esser riscritta come:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \bar{W} d\Omega = \Omega \frac{\partial \bar{W}}{\partial t} \quad (3.1)$$

Pertanto, l'equazione 2.30 riassuntiva di tutte le equazioni di Navier-Stokes, può esser riscritta a sua volta come [5]:

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial t} = -\frac{1}{\Omega} \left[\oint_{\partial\Omega} (\bar{F}_C - \bar{F}_V) dS - \int_{\Omega} \bar{Q} d\Omega \right] \quad (3.2)$$

in cui i pedici I , J e K tengono conto del riferimento spaziale nel dominio di calcolo. Tale espressione, se riferita al volume di controllo indicato come Ω_{IJK} , diventa:

$$\frac{\partial \bar{W}_{IJK}}{\partial t} = -\frac{1}{\Omega_{IJK}} \left[\sum_{m=1}^{N_F} (\bar{F}_C - \bar{F}_V)_m \Delta S_m - (\bar{Q}\Omega)_{IJK} \right] \quad (3.3)$$

in cui il secondo membro rappresenta il residuo e, al suo interno, si possono identificare:

- N_F : numero di superfici nel volume di controllo;
- ΔS_m : area della superficie m -esima.

Applicando l'equazione 3.3 ad ogni volume del dominio di calcolo si raggiunge un sistema di equazioni differenziali ordinarie al primo ordine iperboliche nel tempo.

Nel presente lavoro di tesi, attraverso il software *Ansys Fluent*, in termini di condizioni al contorno legate ai flussi convettivi, è stato applicato uno schema *cell-centered*, tale per cui le variabili conservative del flusso vengono calcolate in corrispondenza del centro della cella della griglia costruita e il singolo volume di controllo Ω_{IJK} coincide con la cella stessa. Tale schema, è attualmente il più utilizzato nel campo del Metodo

3. Metodi numerici di risoluzione delle Equazioni di governo: Metodo ai volumi finiti

ai Volumi Finiti poiché garantisce un'accuratezza del secondo ordine. Inoltre, consente l'utilizzo di elementi poligonali generici senza la necessità di funzioni di forma predefinite [1].

Il comportamento dei flussi è regolamentato dal valore delle variabili conservative in corrispondenza dei centri cella; quest'ultimo non è noto. Pertanto, al fine di valutare i flussi convettivi all'interfaccia dei volumi di controllo e risolvere al meglio il sistema di urti, è stato sfruttato il solutore del secondo ordine *Roe upwind*, con un'integrazione nel tempo di tipo implicito. In tal modo, le variabili dipendenti vengono trattate come incognite e unite per formare un insieme di equazioni, utilizzando un metodo di soluzione di tipo iterativo.

Infine, per il calcolo dei gradienti è stato utilizzato il metodo ai minimi quadrati poiché più flessibile per quanto riguarda l'ordine di precisione da raggiungere.

Capitolo 4

Reynolds-Averaged Navier–Stokes Model

Nel caso di flussi turbolenti, la risoluzione del sistema delle equazioni di governo è particolarmente complessa e computazionalmente molto pesante. Di conseguenza, spesso si fa ricorso alle *equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds* (RANS, *Reynolds-Averaged Navier–Stokes Model*). Tale modello matematico fu introdotto da Osborne Reynolds nel 1895 e prevede la trattazione delle equazioni di Navier-Stokes tramite grandezze non più istantanee, ma mediate in un determinato intervallo di tempo sufficientemente ridotto rispetto al problema in analisi e sufficientemente esteso rispetto alle fluttuazioni delle variabili di flusso.

Questa strategia diminuisce notevolmente il costo computazionale del problema, riducendo il moto turbolento ad una sovrapposizione di un moto medio e di uno fluttuante nel tempo.

Si consideri un fluido newtoniano compressibile privo di termini sorgente. In questo caso le equazioni di Navier-Stokes possono esser riportate in coordinate cartesiane come segue:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \\ \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \\ \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j H)}{\partial x_j} = \frac{\partial u_i \tau_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \end{cases} \quad (4.1)$$

dove

- $\tau_{ij} = 2\mu \cdot \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}$
- $E = e + \frac{1}{2} u_i u_i$
- $H = h + \frac{1}{2} u_i u_i$

Al fine di ottenere le *Reynolds-Averaged Navier–Stokes equations* è necessario affidarsi alla *decomposizione di Reynolds*. Questa suddivide una variabile generica Q del flusso in una componente mediata nel tempo \bar{Q} e una fluttuante Q' . In particolare, considerando per esempio la velocità u , essa sarà definibile come:

$$u(\mathbf{x}, t) = \bar{u}(\mathbf{x}) + u'(\mathbf{x}, t) \quad (4.2)$$

Per definizione, la media temporale di una quantità fluttuante è nulla, pertanto $\overline{u'} = 0$. Inoltre, le grandezze mediate presentano alcune proprietà fondamentali alla comprensione del RANS model e, date due funzioni f e g , vengono di seguito riportate:

$$\begin{aligned} \overline{\bar{f}g'} &= 0 \\ \overline{f + g} &= \bar{f} + \bar{g} \\ \overline{\bar{f}g} &= \bar{f}\bar{g} \\ \overline{f'f'} &\neq 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Applicando tali proprietà è possibile risolvere le equazioni di Navier-Stokes per i moti turbolenti, attraverso i *RANS modes*.

In particolare, all'interno del software *ANSYS Fluent* i modelli di turbolenza basati sui *RANS modes* vengono riassunti nella *Tabella 4.1* e descritti nei paragrafi successivi.

| | | |
|-----------------------------|---------------------------------|---------------------------|
| RANS based models | 1 equazione | Spalart - Allmaras |
| | 2 equazioni | Standard k - ϵ |
| | | RNG k - ϵ |
| | | Realizable k - ϵ |
| | | Standard k - ω |
| | | SST k - ω |
| | Reynolds Stress Model (RSM) | |
| | k-kl- ω transition model | |
| | SST transition model | |
| | Detached eddy simulation (DES) | |
| Large eddy simulation (LES) | | |

Tabella 4.1: Modelli matematici basati sul *RANS model*

Siccome per il presente lavoro di tesi sono state sperimentate simulazioni CFD ad una sola o a due equazioni, di seguito verranno trattati i seguenti modelli:

- *Spalart-Allmaras*
- *Standard k - ϵ*
- *RNG k - ϵ*
- *Realizable k - ϵ*

- *Standard $k - \omega$*
- *SST $k - \omega$*

4.1 Modello ad un'unica equazione: Spalart-Allmaras

Il modello *Spalart-Allmaras* costituisce il più semplice tra i modelli di turbolenza a disposizione e, grazie al suo ridotto costo computazionale, consente di risolvere con buona approssimazione problemi inerenti a flussi confinati nel campo aerospaziale e in casi di flusso con gradiente di pressione negativo. Prevede una singola equazione di trasporto per una *modified eddy viscosity*.

Presenta, inoltre, l'ulteriore vantaggio di esser utilizzabile per griglie strutturate e non strutturate e non necessita di un infittimento elevato in corrispondenza delle pareti del sistema. Tuttavia, il modello è stato ideato per flussi con fenomeni di separazione o ricircolo molto lievi, pertanto risulta limitante nel caso di un sistema di urti piuttosto complesso con interazione tra urti e strato limite [3].

Il modello *Spalart-Allmaras* è stato implementato all'interno del software *Ansys Fluent* con un trattamento a parete y^+ -insensitive, anche noto come *Enhanced Wall Treatment (EWT)*.

Al fine di rappresentare nel modo più preciso possibile il caso reale, il Modello *Spalart-Allmaras* sfrutta la variabile di trasporto $\tilde{\nu}$ che rappresenta la viscosità cinematica turbolenta. Questa si inserisce all'interno dell'equazione di trasporto di riferimento [2] come:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{\nu}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\tilde{\nu}u_i) = G_\nu + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \rho\tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] + C_{b2}\rho \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right\} - Y_\nu + S_{\tilde{\nu}} \quad (4.4)$$

in cui:

- G_ν rappresenta la produzione della viscosità turbolenta;
- Y_ν è l'effetto sulla viscosità turbolenta che si manifesta in corrispondenza della regione vicina alla parete per via dello smorzamento viscoso;
- $\sigma_{\tilde{\nu}}$ e C_{b2} sono costanti, rispettivamente pari a $\frac{2}{3}$ e 0.1355;
- $S_{\tilde{\nu}}$ è un termine sorgente definito da utente.

Modellazione del termine di produzione di viscosità turbolenta

Il termine di produzione della viscosità turbolenta presente nell'equazione 4.4, viene modellato come segue:

$$G_\nu = C_{b1}\rho\tilde{S}\tilde{\nu} \quad (4.5)$$

in cui, sia S la misura scalare del tensore di deformazione e C_{b1} una costante, si ha:

$$\tilde{S} = S + \frac{\tilde{v}}{\kappa^2 d^2} f_{v_2} \quad (4.6)$$

dove κ è una costante, d è la distanza dalla parete e

$$f_{v_2} = 1 - \frac{X}{1 + X f_{v_1}} \quad (4.7)$$

S si basa sulla grandezza della vorticità e può esser espressa come $S = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$ e Ω_{ij} rappresenta il tensore medio del tasso di rotazione esprimibile come:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.8)$$

Tuttavia, al fine di tener conto dell'effetto della deformazione media sulla produzione di turbolenza, all'interno del software *Ansys Fluent* è stata implementata una versione dell'espressione di S più precisa e vicina alla realtà. Tale grandezza è stata definita come:

$$S = |\Omega_{ij}| + C_{prod} \min(0, |S_{ij}| - |\Omega_{ij}|) \quad (4.9)$$

in cui

$$C_{prod} = 2, \quad |\Omega_{ij}| = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}, \quad |S_{ij}| = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$$

dove S_{ij} è definita come:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (4.10)$$

Modellazione del termine Y_v

Il termine Y_v che compare all'interno dell'equazione di trasporto 4.4, viene trattata all'interno del modello *Spalart-Allmaras* come:

$$Y_v = C_{w_1} \rho f_w \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 \quad (4.11)$$

in cui C_{w_1} è una costante e f_w è esprimibile come:

$$f_w = g \left[\frac{1 + C_{w_3}^6}{g^6 + C_{w_3}^6} \right] \quad (4.12)$$

dove C_{w_3} è una costante, mentre g è data da:

$$g = r + C_{w_2} (r^6 - r) \quad (4.13)$$

con

$$r = \frac{\tilde{v}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2} \quad (4.14)$$

in cui \tilde{S} è ottenibile dall'equazione 4.6.

4.1.1 Modellazione della viscosità turbolenta

All'interno del modello matematico *Spalart-Allmaras* la viscosità turbolenta μ_t viene modellata come segue:

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{v_1} \quad (4.15)$$

in cui la funzione di smorzamento viscoso f_{v_1} è esprimibile come:

$$f_{v_1} = \frac{X^3}{X^3 + C_{v_1}^3} \quad (4.16)$$

con

$$X = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad (4.17)$$

4.1.2 Condizioni al contorno a parete

In corrispondenza della parete, la variabile di trasporto $\tilde{\nu}$ è impostata a zero. Siano u la componente della velocità del flusso parallela a parete e u_τ la velocità di taglio. Quando la griglia risulta sufficientemente densa da risolvere correttamente il sottostrato viscoso, lo sforzo di taglio è fornito dall'equazione [4]:

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \quad (4.18)$$

Nel caso opposto in cui invece la griglia sia grossolana, si assume che il centroide della cella adiacente alla parete rientri nella regione logaritmica dello strato limite, grazie all'equazione:

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln E \left(\frac{\rho u_\tau y}{\mu} \right) \quad (4.19)$$

in cui:

- y rappresenta la distanza dalla parete;
- κ è la costante di Von-Karman, pari a 0.4187;
- E è una costante di valore 9.793.

4.1.3 Modellazione del trasferimento convettivo di calore e massa

Risulta di fondamentale importanza sottolineare che il modello *Spalart-Allmaras* non calcola l'energia cinetica di turbolenza k . Tuttavia, all'interno del software *Ansys Fluent* si sfrutta l'analogia di Reynolds al fine poter descrivere fedelmente il trasferimento convettivo di calore. In particolare l'equazione dell'energia risulta come segue:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_i}[u_i(\rho E + p)] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(k + \frac{c_p \mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x_j} + u_i(\tau_{ij})_{eff} \right] + S_h \quad (4.20)$$

in cui, in questo caso specifico:

- k è la conduttività termica;
- E è l'energia totale;
- $(\tau_{ij})_{eff}$ è il tensore degli sforzi che ingloba sia i termini viscosi che quelli turbolenti, espresso come:

$$(\tau_{ij})_{eff} = \mu_{eff} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \mu_{eff} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \cdot \delta_{ij} \quad (4.21)$$

4.2 Modelli a due equazioni

I modelli matematici a due equazioni sono tutt'oggi i più sfruttati nel campo della CFD industriale e prevedono la risoluzione di due equazioni di trasporto e la modellazione dei *Reynolds Stresses* utilizzando l'approccio *Eddy Viscosity*. Restituiscono, infine, due scale indipendenti per il calcolo della viscosità turbolenta μ_t .

Al fine di perseguire tale obiettivo, viene sempre utilizzata l'Equazione di trasporto dell'energia cinetica turbolenta [3]:

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P - \rho \varepsilon \quad (4.22)$$

in cui il termine $\rho \varepsilon$ rappresenta la dissipazione e P la *production*, esprimibile come:

$$P = \mu_t S^2 (ske), \quad S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (4.23)$$

Per la seconda equazione sono state proposte diverse variabili di trasporto, tra cui:

- Rateo di dissipazione specifica ω per cui vale:

$$\begin{aligned} \mu_t &\propto \frac{\rho k}{\omega} \\ l &\propto \frac{\sqrt{k}}{\omega} \\ k &\propto \frac{\varepsilon}{\omega} \end{aligned} \quad (4.24)$$

- Rateo di dissipazione di energia cinetica turbolenta ε tale per cui

$$\begin{aligned} \mu_t &\propto \frac{\rho k^2}{\varepsilon} \\ l &\propto \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \end{aligned} \quad (4.25)$$

- Scala di lunghezza della turbolenza l che si basa sulle proporzionalità:

$$\begin{aligned}\mu_t &\propto \rho\sqrt{kl} \\ \varepsilon &\propto \frac{k^{3/2}}{\varepsilon}\end{aligned}\quad (4.26)$$

4.2.1 Standard $k - \varepsilon$ Model

Il modello Standard $k - \varepsilon$ è ad oggi diventato uno dei più utilizzati nel calcolo del campo di moto di flussi per problemi ingegneristici. Tale popolarità è giustificata da una ragionevole precisione nello studio di un'ampia gamma di flussi turbolenti e dall'efficienza e dalla robustezza computazionale che presenta. Per contro, alcuni modelli $k - \varepsilon$ risultano insensibili ai gradienti di pressione avversi e alla separazione dello strato limite. Prevedono infatti una separazione ritardata e ridotta rispetto al caso reale, pertanto vengono di norma evitati nell'analisi dell'aerodinamica esterna legata a flussi attorno a superfici lisce (profili alari, diffusori ecc...) in cui si manifestano le precitate casistiche [4].

Il modello matematico *Standard $k - \varepsilon$* è un modello semi-empirico basato sull'assunzione che il flusso sia completamente turbolento. Si basa, nello specifico, sull'*Equazione di trasporto dell'energia cinetica turbolenta*:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (4.27)$$

e sull'*Equazione di trasporto del suo rateo di dissipazione*:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (4.28)$$

in cui:

- G_k è la generazione di energia cinetica della turbolenza dovuta ai gradienti di velocità media;
- G_b è la generazione di energia cinetica della turbolenza dovuta alla *buoyancy*;
- Y_M è il contributo della dilatazione fluttuante all'*overall dissipation rate*;
- $C_{1\varepsilon}$ è una costante che, in *Ansys Fluent*, è pari a 1.44;
- $C_{2\varepsilon}$ è una costante che, in *Ansys Fluent*, assume il valore di default 1.92;
- $C_{3\varepsilon}$ è una costante;
- σ_k e σ_ε sono i numeri di Prandtl legati alla turbolenza rispettivamente per k ed ε e valgono $\sigma_k = 1$ e $\sigma_\varepsilon = 1.3$;
- S_k e S_ε sono i termini sorgente rispettivamente per k ed ε .

Per quanto riguarda invece la viscosità turbolenta μ_t viene modellata come:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4.29)$$

dove C_μ è una costante che, in *Ansys Fluent*, assume il valore 0.09.

4.2.2 RNG $k - \varepsilon$ Model

Derivato dalla Teoria *Renormalization Group (RNG) Theory*, il modello RNG $k - \varepsilon$, si basa su meccanismi molto simili a quelli che governano lo *Standard $k - \varepsilon$ Model*, ma è stato perfezionato come segue [4]:

- è stato inserito nell'equazione di riferimento un termine aggiuntivo che migliora l'accuratezza del modello per i *rapidly strained flows*;
- è stato incluso l'effetto dei vortici sulla turbolenza;
- La teoria RNG fornisce una formula analitica per i numeri di Prandtl turbolenti, mentre lo *Standard $k - \varepsilon$ Model* utilizza valori costanti specificati dall'utente;
- Mentre lo *Standard $k - \varepsilon$ Model* è un modello ad alto numero di Reynolds, la teoria RNG fornisce una formula differenziale analitica per la viscosità effettiva che tiene conto degli effetti del basso numero di Reynolds. L'uso efficace di questa caratteristica dipende, tuttavia, da un'analisi approfondita della regione vicino alla parete.

Per le ragioni precedentemente citate, quindi, il RNG $k - \varepsilon$ Model risulta più affidabile e preciso per una gamma di flussi più estesa rispetto allo *Standard $k - \varepsilon$ Model*.

In questo caso specifico, l'Equazione di trasporto dell'energia cinetica turbolenta sfruttata dal modello matematico diventa:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (4.30)$$

e sull'Equazione di trasporto del suo rateo di dissipazione:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha_\varepsilon \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon + S_\varepsilon \quad (4.31)$$

dove G_k , G_b , Y_M , $C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$, $C_{3\varepsilon}$, σ_k , σ_ε , S_k e S_ε sono gli stessi termini già trattati nel *Paragrafo 4.2.1*, con le uniche varianti dei valori di $C_{1\varepsilon}$ e $C_{2\varepsilon}$ che, in questo caso specifico, valgono 1.42 e 1.68 rispettivamente.

Infine, le grandezze α_k e α_ε sono i numeri di Prandtl inversi effettivi, rispettivamente per k ed ε . Queste ultime, in particolare, sono calcolate attraverso un'equazione derivante dalla *RNG Theory* [4]:

$$\left| \frac{\alpha - 1.3929}{\alpha_0 - 1.3929} \right|^{0.6321} \left| \frac{\alpha + 2.3929}{\alpha_0 - 2.3929} \right|^{0.3679} = \frac{\mu_{mol}}{\mu_{eff}} \quad (4.32)$$

in cui $\alpha_0 = 1$.

Affinché il modello matematico possa gestire accuratamente i flussi a basso numero di Reynolds e quelli in prossimità della parete, è necessario descrivere al meglio la variazione del trasporto turbolento effettivo con il numero di Reynolds effettivo (o *eddy scale*) attraverso l'equazione:

$$d\left(\frac{\rho^2 k}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\right) = 1.72 \frac{\bar{v}}{\sqrt{\bar{v}^3 - 1 + C_v}} d\bar{v} \quad (4.33)$$

in cui

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{\mu_{eff}}{\mu} \\ C_v &\approx 100 \end{aligned} \quad (4.34)$$

Nel campo degli alti numeri di Reynolds l'equazione 4.33 porta alla 4.29, in cui $C_\mu = 0.0845$, derivata dall'utilizzo della *RNG Theory*, è molto vicina al valore empirico di 0.09 usato nello *Standard $k - \varepsilon$ Model*.

Per quanto riguarda l'affidabilità del modello nella descrizione degli effetti turbolenti e vorticosi sul flusso, il software *Ansys Fluent* consente di modificare appropriatamente la viscosità turbolenta come segue:

$$\mu_t = \mu_{t_0} f\left(\alpha_s, \Omega, \frac{k}{\varepsilon}\right) \quad (4.35)$$

in cui:

- μ_{t_0} rappresenta la viscosità turbolenta calcolata senza tener conto della modifica del vortice usando l'equazione 4.33 o la 4.29;
- Ω è il numero caratteristico di vorticità valutato da *Ansys Fluent*;
- α_s è una costante di velocità che assume valori differenti a seconda del tipo di flusso. La modifica del vortice ha sempre effetto per i flussi assialsimmetrici e vorticosi e per i flussi tridimensionali quando si seleziona il modello RNG. Per i flussi leggermente vorticosi (l'impostazione predefinita in *Ansys Fluent*), α_s è impostato a 0,07. Per i flussi fortemente vorticosi, invece, il termine assume valori più alti.

Infine, in riferimento all'equazione 4.31, è di fondamentale importanza evidenziare la presenza del termine R_ε che costituisce la principale differenza tra il modello *Standard $k - \varepsilon$* e il *RNG $k - \varepsilon$ Model*. Tale grandezza è espressa come [4]:

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right)}{1 + \beta \eta^3} \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (4.36)$$

in cui $\eta = S_\varepsilon^k$, $\eta_0 = 4.38$ e $\beta = 0.012$.

In particolare, nei *rapidly strained flows* il *RNG $k - \varepsilon$ Model* produce una viscosità turbolenta inferiore a quella dello *Standard $k - \varepsilon$ Model*. Pertanto, il modello RNG è più sensibile agli effetti della *rapid strain* e della curvatura della linea di flusso rispetto al modello *Standard $k - \varepsilon$* , il che spiega le prestazioni superiori del modello RNG per alcune classi di flussi.

4.2.3 Realizable $k - \varepsilon$ Model

Sviluppato attraverso studi successivi allo *Standard $k - \varepsilon$ Model*, il *Realizable $k - \varepsilon$ Model* implementa alcuni miglioramenti quali una nuova formulazione per la viscosità turbolenta e una nuova equazione di trasporto per il *dissipation rate*. Inoltre, rispetto ai modelli *Standard $k - \varepsilon$* e *RNG $k - \varepsilon$* , quello in oggetto soddisfa determinati vincoli matematici sui *Reynolds stresses*, coerenti con la fisica dei flussi. Tale vicinanza alla casistica reale giustifica pertanto il termine *Realizable* utilizzato per definirlo.

Inoltre, un grande vantaggio del modello consiste in una maggiore accuratezza della previsione sia dei *planar* che dei *round jets* e nella modellazione di flussi i cui strati limite sono soggetti a forti gradienti di pressione avversi, separazioni e ricircoli [4].

Tuttavia, una limitazione del Modello *Realizable $k - \varepsilon$* risiede nella simulazione di viscosità turbolente non fisiche in situazioni in cui il dominio computazionale racchiude zone di flusso sia rotante che stazionario. Ciò è dovuto al fatto che il modello include gli effetti della rotazione media nella definizione della viscosità turbolenta generando un effetto di rotazione superiore rispetto al caso reale che discosta il calcolo dal fenomeno fisico.

Per mettere in relazione i *Reynolds stresses* con i gradienti di velocità media, si sfrutta l'equazione di Boussinesq:

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (4.37)$$

Questa, combinata con l'equazione 4.29, consente di ottenere il *normal Reynolds stress* in un flusso incompressibile:

$$\overline{u^2} = \frac{2}{3}k - 2\nu_t \frac{\partial U}{\partial x} \quad (4.38)$$

In particolare, usando l'equazione 4.29 per $\nu_t = \mu_t/\rho$, si ottiene che $\overline{u^2}$, che per definizione è una grandezza positiva, diventa negativa e, di conseguenza *non realizzabile* quando la deformazione è sufficientemente grande da realizzare [2]:

$$\frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial x} > \frac{1}{3C_\mu} \approx 3.7 \quad (4.39)$$

L'equazione di trasporto utilizzata dal Modello *Realizable k – ε* per k è

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (4.40)$$

e sull'Equazione di trasporto del suo rateo di dissipazione:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \varepsilon u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_{1\varepsilon} S_\varepsilon - \rho C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b + S_\varepsilon \quad (4.41)$$

dove G_k , G_b , Y_M , $C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$, $C_{3\varepsilon}$, σ_k , σ_ε , S_k e S_ε sono gli stessi termini già trattati nel Paragrafo 4.2.1, con le uniche varianti dei valori di $C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$ e σ_ε che, in questo caso specifico, valgono 1.44, 1.9 e 1.2 rispettivamente.

Infine, la viscosità turbolenta viene modellata con l'equazione 4.29, con l'unica modifica riguardante il parametro C_μ che, in questo caso, diventa:

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{k U^*}{\varepsilon}} \quad (4.42)$$

dove:

$$U^* = \sqrt{S_{ij} S_{ij} + (\Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk} \omega_k)(\overline{\Omega_{ij}} - \varepsilon_{ijk} \omega_k)} \quad (4.43)$$

e

$$\begin{aligned} A_0 &= 4.04 \\ A_s &= \sqrt{6} \cos \left[\frac{1}{3} \arccos \left(\sqrt{6} \frac{S_{ij} S_{jk} S_{kj}}{(\sqrt{S_{ij} S_{ij}})^3} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.44)$$

4.2.4 Standard $k – \omega$ Model

Il modello *Standard k – ω* differisce rispetto ai metodi matematici precedentemente esposti nella formulazione della viscosità turbolenta, modificata per tenere conto degli effetti di trasporto dello sforzo di taglio turbolento. Allo stesso tempo vi è un passaggio graduale dal modello *SST k – ω* nella regione interna dello strato limite a una versione ad alto numero di Reynolds del modello $k – \varepsilon$ nella parte esterna dello strato limite.

In *Ansys Fluent* il modello $k – \omega$ standard si basa su quello studiato da Wilcox, un modello empirico basato su equazioni di trasporto k e ω . Esso prevede la presenza di termini di produzione nelle equazioni di k e ω , per incrementare l'accuratezza del modello nel campo della previsione dei *free shear flow*.

In particolare, il modello presenta delle modifiche che tengono conto degli effetti del basso numero di Reynolds, della compressibilità e della diffusione del *shear flow* ed è

applicabile a flussi delimitati da pareti.

L'equazione di trasporto per l'energia in questo caso diventa:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k + S_k \quad (4.45)$$

in cui:

- G_k rappresenta la generazione di energia cinetica turbolenta, dovuta ai gradienti di velocità media;
- Γ_k è l'effettiva diffusività di k ;
- Y_k costituisce la dissipazione di k per via della turbolenza;
- S_k è il termine sorgente.

Analogamente, l'equazione di trasporto per ω è

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \quad (4.46)$$

dove:

- G_ω rappresenta la generazione di ω dovuta ai gradienti di velocità media;
- Γ_ω è l'effettiva diffusività di ω ;
- Y_ω costituisce la dissipazione di ω dovuta alla turbolenza;
- S_ω è il termine sorgente.

Per quanto riguarda la modellazione della turbolenza, questa viene presa come:

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega} \quad (4.47)$$

in cui il coefficiente α^* tiene conto della correzione necessaria a descrivere correttamente il flusso a bassi numeri di Reynolds e viene espressa come:

$$\alpha^* = \alpha_\infty^* \left(\frac{\alpha_0^* + Re_t / R_k}{1 + Re_t / R_k} \right) \quad (4.48)$$

in cui:

$$\begin{aligned} Re_t &= \frac{\rho k}{\mu \omega} \\ R_k &= 6 \\ \alpha_\infty^* &= \frac{\beta_i}{3} \\ \beta_i &= 0.072 \end{aligned} \quad (4.49)$$

indi per cui, nella casistica di alti numeri di Reynolds $\alpha^* = \alpha_\infty^* = 1$.

4.2.5 Shear-Stress Transport (SST) $k - \omega$ Model

Il modello *SST* $k - \omega$, sviluppato da Menter, somma il $k - \varepsilon$ al modello $k - \omega$ dopo averli precedentemente moltiplicati per una funzione di fusione che garantisce una maggiore accuratezza del modello in corrispondenza della parete e nel *farfield*. Tale funzione risulta esser pari a 1 nelle regioni in prossimità della parete (attivando il modello $k - \omega$) e a 0 nelle zone lontane da essa (che attiva il modello $k - \varepsilon$).

Rispetto al caso dello *Standard* $k - \omega$ Model, lo *Shear-Stress Transport* $k - \omega$ contiene un termine derivativo di diffusione nell'equazione di ω , inoltre la viscosità turbolenta viene modificata per tenere conto del trasporto dello *Shear-Stress Transport* da cui prende il nome il modello stesso.

Per i motivi sopra menzionati si può concludere che lo *SST* $k - \omega$ Model è più affidabile e applicabile ad una più ampia gamma di flussi rispetto al caso dello *Standard* $k - \omega$. Similmente al Modello *Standard* $k - \omega$, l'equazione di trasporto per k si presenta come:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tilde{G}_k - Y_k + S_k \quad (4.50)$$

in cui \tilde{G}_k rappresenta la generazione di energia cinetica della turbolenza dovuta ai gradienti di velocità e risulta differente rispetto alla G_k del Modello *Standard* $k - \omega$.

Allo stesso modo, l'equazione di trasporto per ω è

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \quad (4.51)$$

in cui, rispetto al caso del Modello *Standard* $k - \omega$, è stato aggiunto il termine di diffusione incrociata D_ω .

La turbolenza, in questo caso, viene modellata come:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \cdot \frac{1}{\max \left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{S F_2}{\alpha_1 \omega} \right]} \quad (4.52)$$

in cui:

- S è la *strain rate magnitude*;
- α^* è il coefficiente espresso dall'equazione 4.48;
- F_2 è la precedentemente citata funzione di fusione che garantisce una maggiore accuratezza del modello in corrispondenza della parete e nel *farfield*;
- α_1 è una costante pari a 0.31.

Capitolo 5

Analisi CFD: Geometria e Meshing

5.1 Introduzione

Allo *Special Collaborative Research Center on Hypersonic (SFB 253) at Aachen University of Technology* è stata effettuata da Schneider, Koschel e Wolfgang un'analisi [9] del comportamento fluidodinamico del flusso attraverso modelli di presa d'aria a geometria differente, con lo scopo di individuare quella più efficiente in assenza di spillamenti. Lo studio si è focalizzato, nello specifico sull'interazione urto/urto e urto/strato limite su una presa d'aria ipersonica a compressione mista connessa ad un compressore. Quest'ultimo fornisce alla geometria test un flusso di massa continua di 5.5 kg/s . Inoltre, viene garantito un gap di temperatura totale compreso tra i 290 K e i 380 K e l'intero sistema viene investito da un flusso la cui velocità registra valori di Mach compresi tra 2.5 e 3.

Tale sistema sperimentale innesca fenomeni di onde d'urto, espansioni e strati limite, la cui interazione genera effetti tridimensionali fortemente impattanti il campo di moto del flusso.

Come già evidenziato nel *Capitolo 1*, il comportamento del flusso in prossimità e attraverso la presa d'aria dipende fortemente dalle condizioni al contorno e dalla geometria della presa.

Il presente lavoro di tesi si prefigge l'obiettivo non solo di confrontarsi con i dati sperimentali ottenuti da Schneider, Koschel e Wolfgang [9] attraverso l'utilizzo dei Modelli RANS appartenenti al campo della CFD, ma anche di individuare la strategia di calcolo più efficiente al fine di simulare al meglio il caso reale. Sotto questo punto di vista, si prevede inanzitutto di individuare il miglior compromesso tra una griglia il più precisa possibile ed una computazionalmente meno impattante, ma anche di stabilire il Modello RANS migliore ai fini del calcolo numerico.

Per perseguire tale obiettivo, sono state sperimentate tre griglie, a parità di geometria e di Modello RANS, a differenti ordini di grandezza (400000, 100000 e 25000 elementi). Individuata quella più efficiente ai fini del calcolo, è stata utilizzata per verificare quale tra i Modelli RANS *Spalart-Allmaras*, *Realizable $k - \epsilon$* e *SST $k - \omega$* si avvicini maggiormente ai dati sperimentali a disposizione [9].

5.2 Generazione della geometria

Sfruttando il *Design Modeler* interno al software *Ansys Fluent* è stato possibile generare le geometrie oggetto dell'analisi CFD. In particolare, è stato eseguito un primo *Sketch* quotato secondo quanto riportato nel paper di riferimento [9].

Prendendo come riferimento la geometria CA [9], il risultato viene mostrato in *Figura 5.1*.

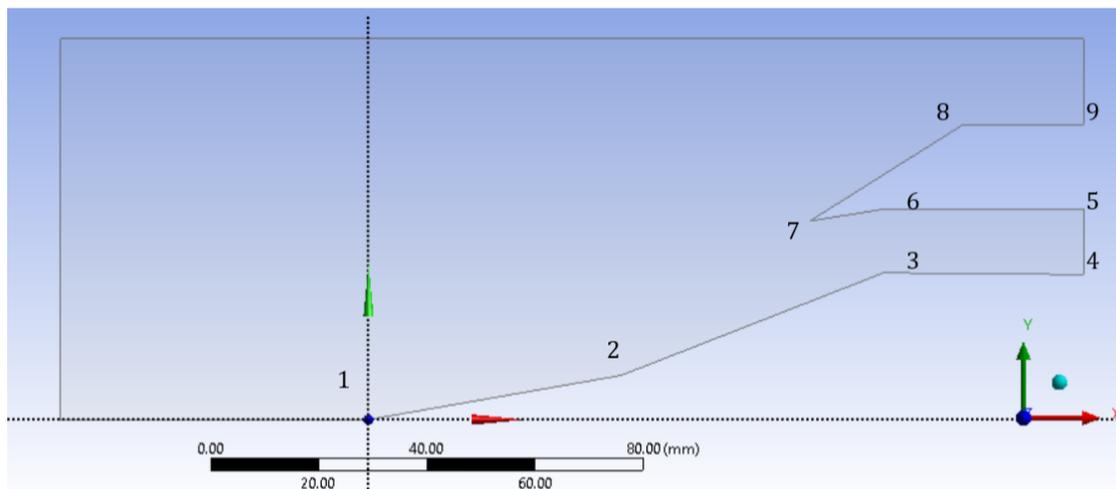


Figura 5.1: Geometria CA

Nel dettaglio, facendo nuovamente riferimento alla *Figura 5.1*, le quotature inserite seguono il sistema di riferimento arbitrario visibile sopra e sono registrate nella *Tabella 5.1*.

| Geometria della presa CA | | |
|--------------------------|--------|--------|
| Posizione | X [mm] | Y [mm] |
| Rampa | | |
| 1 | 0 | 0 |
| 2 | 46.73 | 8.24 |
| 3 | 95.27 | 27.36 |
| 4 | 132.26 | 27.03 |
| Labbro | | |
| 5 | 142.45 | 39.32 |
| 6 | 95.64 | 39.32 |
| 7 | 81.63 | 37.00 |
| 8 | 110.00 | 55.00 |
| 9 | 142.45 | 55.00 |

Tabella 5.1: Geometria CA

Una volta definita la geometria si è passati alla suddivisione del dominio tramite la funzione *FaceSplit*, al fine di favorire il successivo processo di *meshing*. Nello specifico, sono state usate 7 suddivisioni, localizzate nelle zone di variazione di geometria, così

che ogni sottodominio potesse esser discretizzato nel modo più preciso possibile. In definitiva, si è ottenuto quanto rappresentato in *Figura 5.2*.

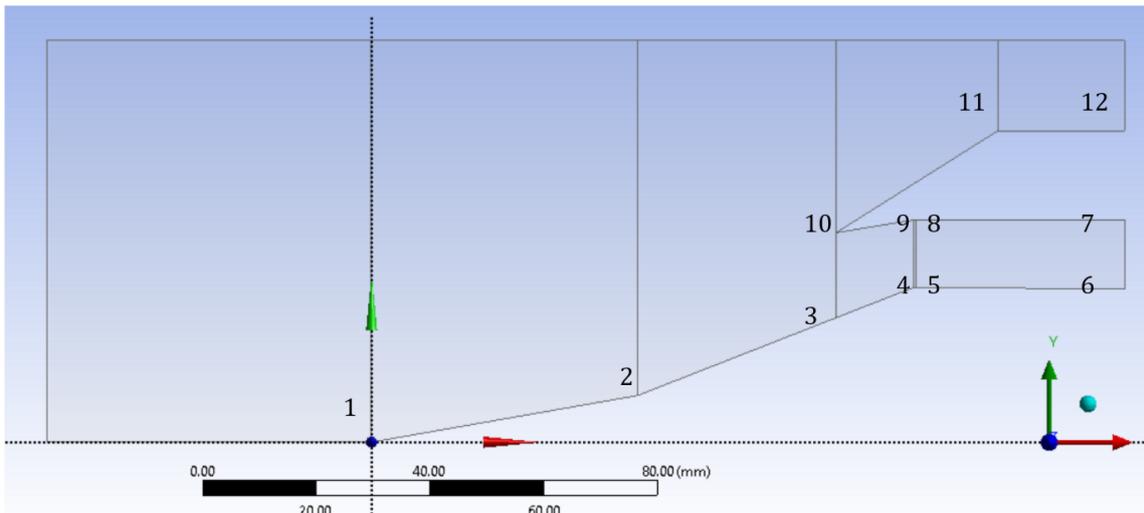


Figura 5.2: *Suddivisione del dominio di calcolo*

5.3 Meshing

Lo step successivo, iniziando la fase di *Meshing*, ha previsto l'*Edge Sizing* dei tratti della rampa e del labbro, al fine di rendere la griglia quanto più fitta e precisa possibile.

5.3.1 Costruzione di una griglia di circa 400000 elementi

L'obiettivo iniziale è stato la generazione di una griglia con un numero di elementi dell'ordine di 400000; pertanto, in riferimento alla *Figura 5.2*, si è effettuata la suddivisione riportata in *Tabella 5.2*.

Al fine di risolvere correttamente lo strato limite e il comportamento del flusso a parete, si è usata successivamente la funzione *Inflation* per infittire la griglia in corrispondenza della regione vicina alla zona di *wall*. Onde garantire un $y^+ \leq 1$, è stato sviluppato un codice *Matlab* che restituisse i seguenti valori:

- y_1 : l'altezza del primo strato dell'*inflation*;
- y_n : l'altezza dell'ultimo strato dell'*inflation*;
- il Growth Rate;

una volta presi in input:

- la lunghezza della lamina;
- il numero di strati dell'*inflation* (arbitrario), in questo caso posto pari a 20;
- la pressione statica di monte;

- il Mach di monte;
- la temperatura statica di monte;
- il valore massimo imposto ad y^+ , preso pari a 1.

| Edge Sizing | | |
|---------------|--------------------------|---------------------|
| Tratto | Lunghezza del tratto [m] | Numero di divisioni |
| Rampa | | |
| 1-2 | 142.45e-002 | 700 |
| 2-3 | 3.75e-002 | 700 |
| 3-4 | 7.70e-003 | 200 |
| 4-5 | 6.84e-003 | 5 |
| 5-6 | 3.66e-002 | 700 |
| Labbro | | |
| 7-8 | 3.66e-002 | 700 |
| 8-9 | 6.93e-003 | 5 |
| 9-10 | 7.26e-003 | 200 |
| 10-11 | 3.35e-002 | 700 |
| 11-12 | 2.22e-002 | 700 |

Tabella 5.2: Edge Sizing per la geometria CA, mesh con numero di elementi dell'ordine di 400000

Lo studio è stato effettuato per ognuno dei tratti di parete ottenuti dalla suddivisione del dominio (Figura 5.2) e riportati nella Tabella 5.2. Messi a confronto i risultati ottenuti, si è scelto il caso del y_1 minore, al fine di garantire un calcolo più conservativo e lo si è applicato a tutti i tratti di rampa e di labbro presenti nel dominio, come riportato in Tabella 5.3.

| inflation | |
|--------------------|------------------|
| Grandezza | Valore impostato |
| First Layer Height | 9.93e-008 m |
| Maximum Layers | 20 |
| Growth Rate | 1.5325 |

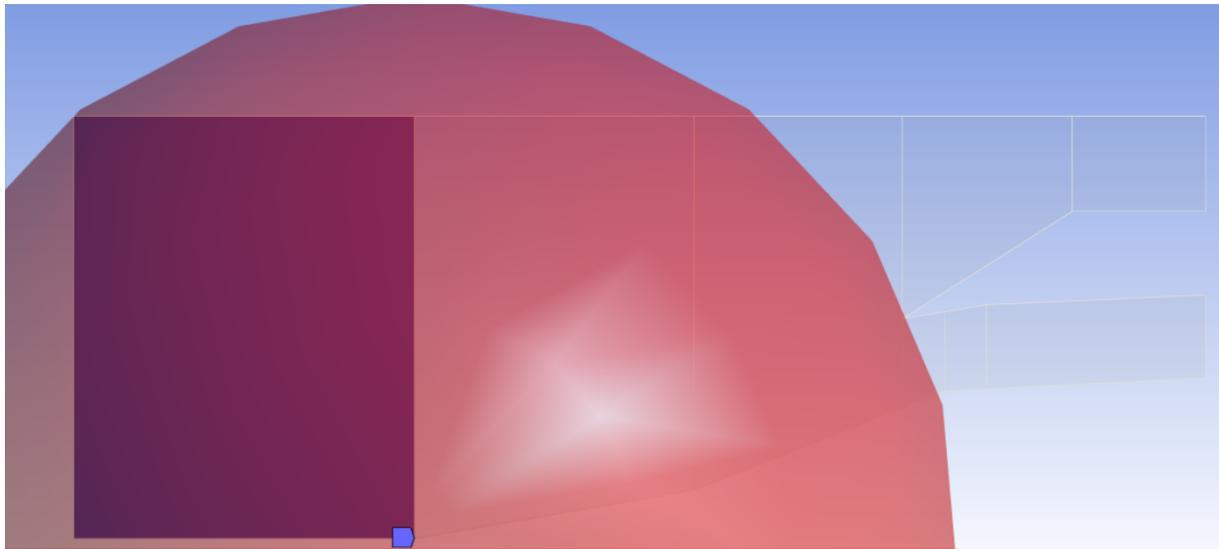
Tabella 5.3: Impostazioni per l'inflation layer

Successivamente, è stato imposto, tramite il comando *Method*, che tutti gli elementi della griglia fossero triangolari, escluse le celle dello strato limite che, invece, sono state imposte rettangolari.

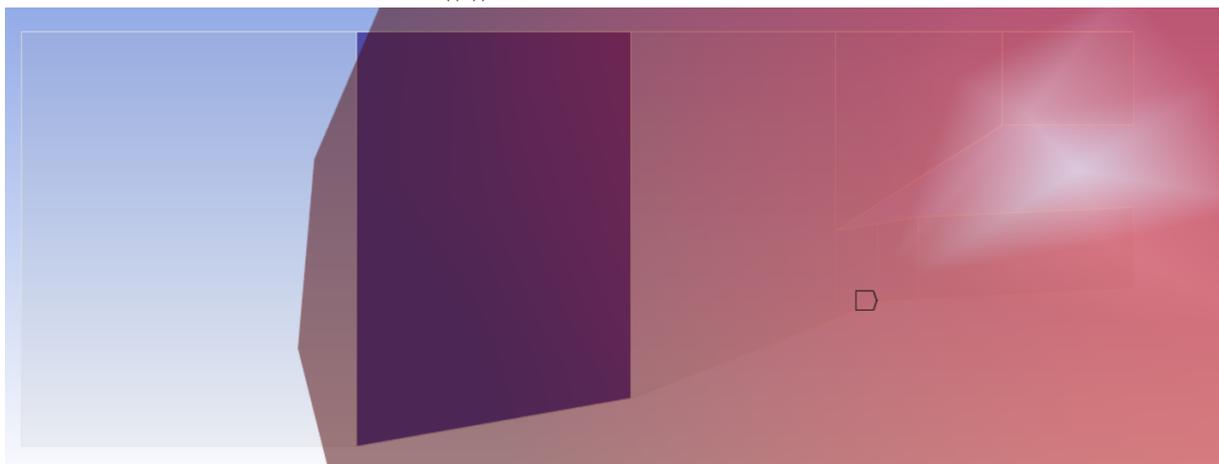
Infine, per infittire maggiormente le zone della griglia lontane da parete, specialmente nella regione interna alla presa in cui ci si aspetta di simulare un sistema di urti piuttosto complesso, sono state usate le *Sfere di influenza*. In particolare, ne sono state usate tre, come riportato in Figura 5.3.

Il raggio di ogni sfera è stato impostato in modo da ricoprire l'intero dominio. Invece,

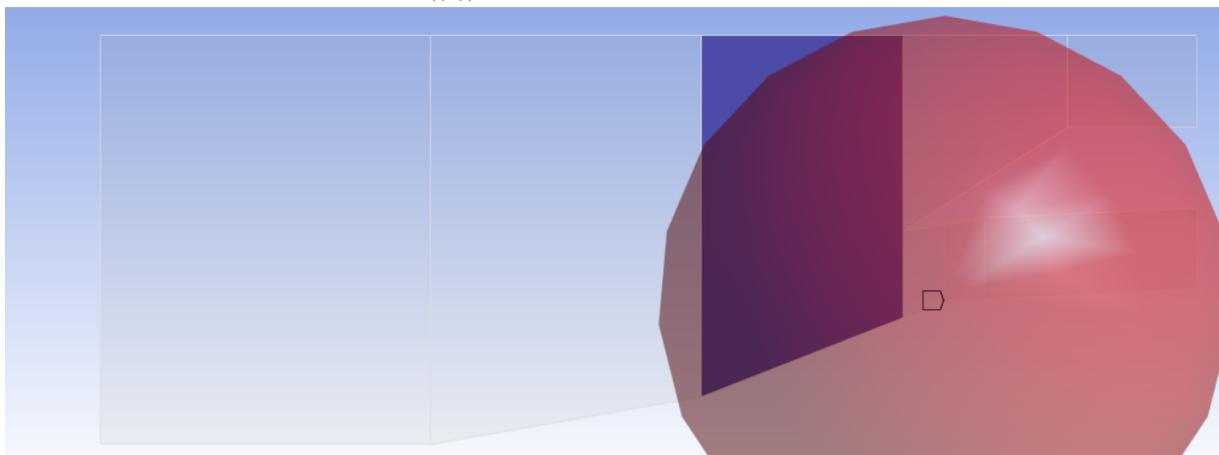
la dimensione degli elementi costituenti è stata imposta uguale per tutti e tre i casi, in modo tale da non generare distorsioni che avrebbero provocato un innalzamento dei residui.



((a)) Prima sfera di influenza



((b)) Seconda sfera di influenza



((c)) Terza sfera di influenza

Figura 5.3: Utilizzo delle sfere di influenza

Per il dimensionamento, in particolare, si è fatto riferimento ai risultati del sopraccitato codice *Matlab* e si è scelto di imporre un valore comparabile, ma non inferiore, a quello ottenuto per y_n , in modo che, nel passaggio tra la griglia costruita per l'*inflation layer* e quella per il resto del dominio, non si generino deformazioni delle celle.

Avendo ottenuto, nel caso più conservativo, un $y_n = 3.14 \cdot 10^{-4} \text{ m}$, è stato imposto per il dimensionamento degli elementi di tutte e tre le sfere un valore pari a $3.2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$.

Si è ottenuta in definitiva la griglia destrutturata di 396977 elementi rappresentata nelle Figure 5.4, 5.5, 5.6 e 5.7. Da queste ultime si nota chiaramente l'addensamento di griglia generata in corrispondenza della parete dalla funzione *inflation* e il passaggio tra le celle rettangolari dello strato limite a quelle triangolari del resto del dominio.

Si premette che la griglia corrispondente ha garantito per tutte le simulazioni un valore di y^+ inferiore a 1 in tutto il dominio.

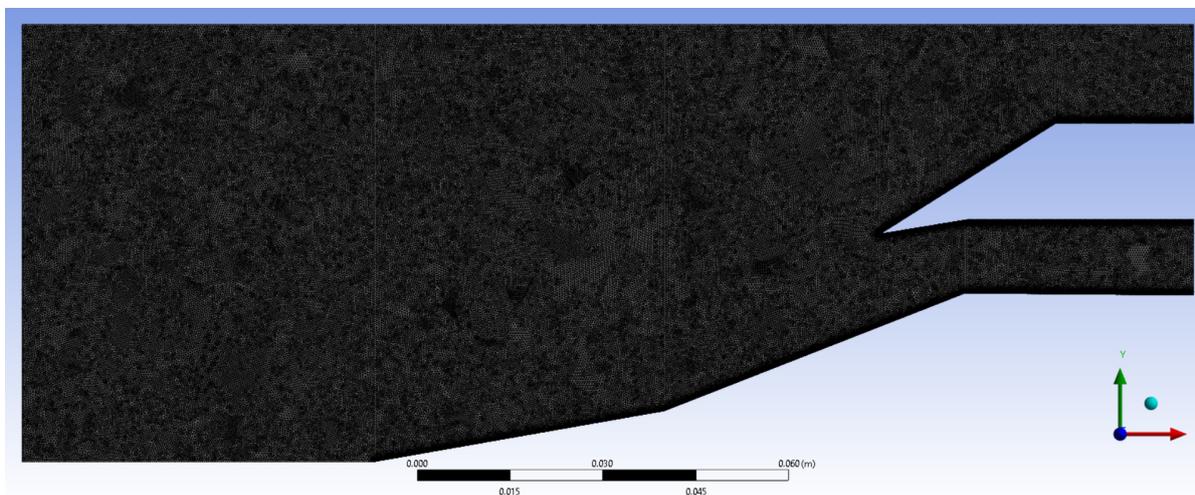


Figura 5.4: Griglia con un numero di elementi dell'ordine di 400000

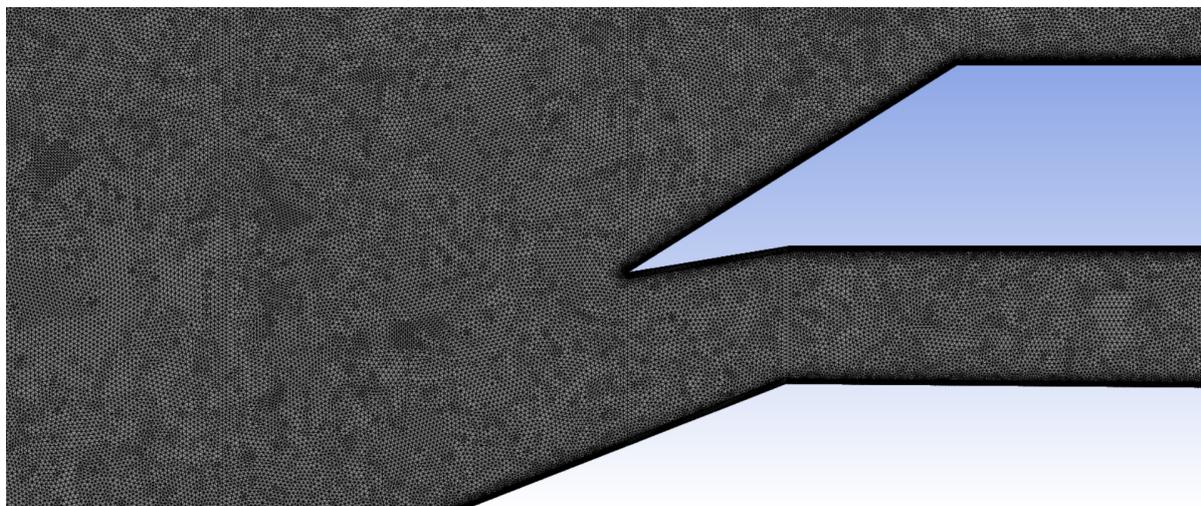


Figura 5.5: Visione di dettaglio del meshing utilizzato per la griglia di circa 400000 elementi

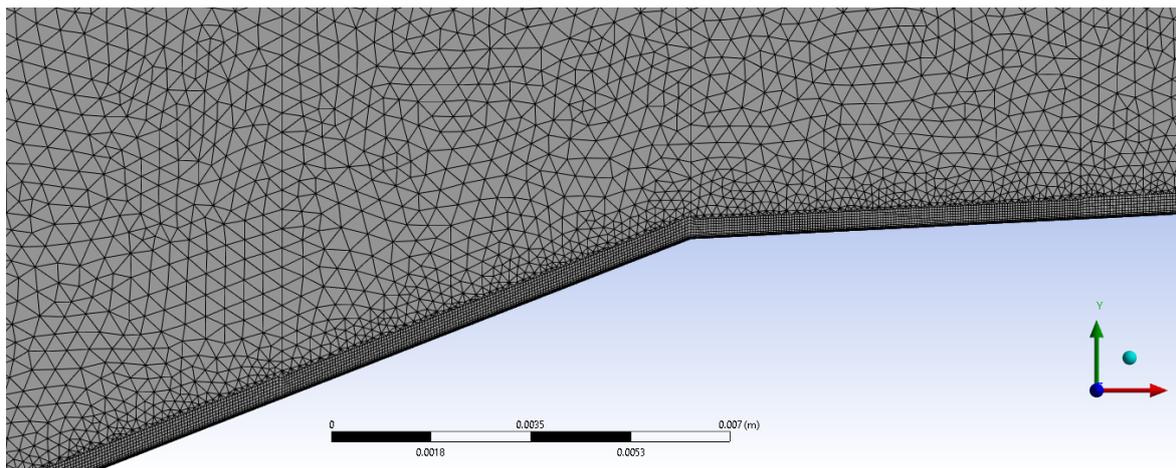


Figura 5.6: Focus sulla zona vicina a parete per la griglia di circa 400000 elementi

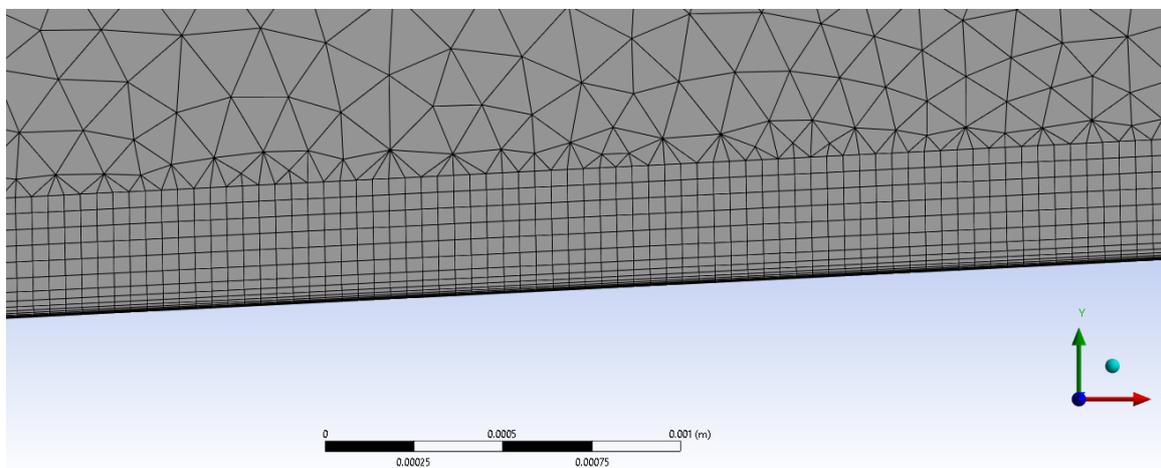


Figura 5.7: Dettaglio dell'inflation layer per la griglia di circa 400000 elementi

5.3.2 Verifica della precisione della mesh nel calcolo

Per assicurarsi che la mesh costruita sia in grado di garantire una sufficiente precisione della simulazione numerica, si è passati al calcolo del campo di moto del flusso attraverso la presa d'aria in corrispondenza di due casistiche differenti espletate in *Tabella 5.4*.

| Condizioni al contorno | | | |
|------------------------|---------------|---------------------------------|----------------------------------|
| Caso | Mach di monte | Pressione statica di monte [Pa] | Temperatura statica di monte [K] |
| 1 | 2.5 | 33000 | 137.7778 |
| 2 | 3.0 | 15000 | 110.7143 |

Tabella 5.4: Casi studio

Impostando i dati nei *settings* di riferimento sono state ottenute le simulazioni riportate ai *Paragrafi 5.3.2.1* e *5.3.2.2*.

5.3.2.1 Simulazioni a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$

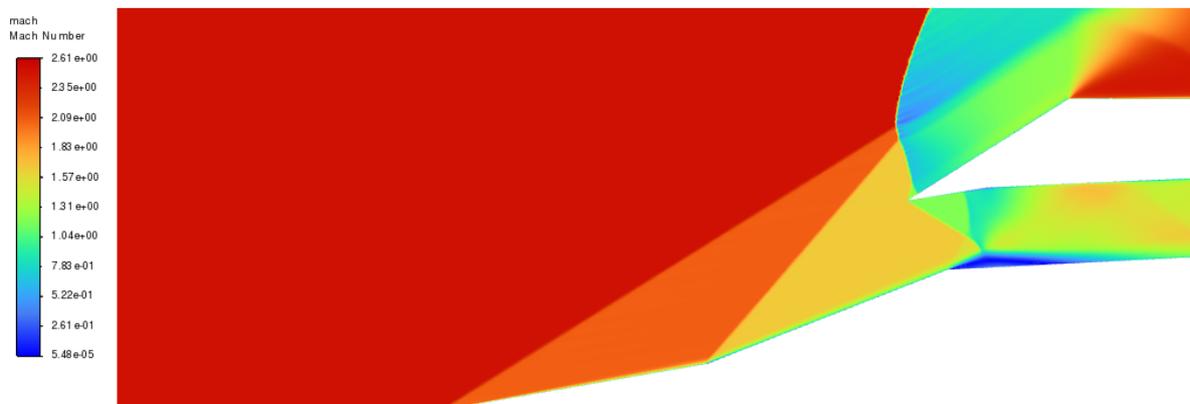


Figura 5.8: Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello Spalart-Allmaras



Figura 5.9: Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello Spalart-Allmaras



Figura 5.10: Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello Spalart-Allmaras

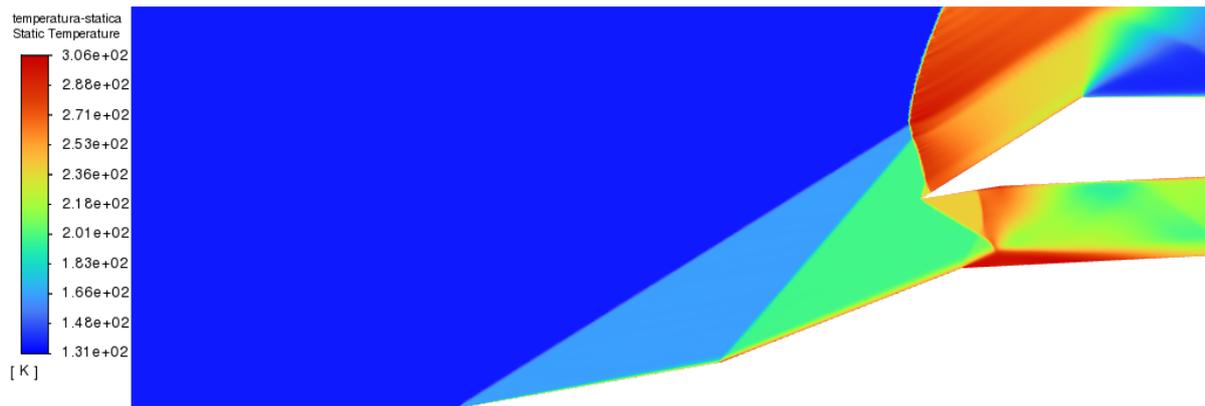


Figura 5.11: *Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Spalart-Allmaras*

5.3.2.2 Simulazioni a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa



Figura 5.12: *Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Spalart-Allmaras*



Figura 5.13: *Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Spalart-Allmaras*



Figura 5.14: *Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Spalart-Allmaras*

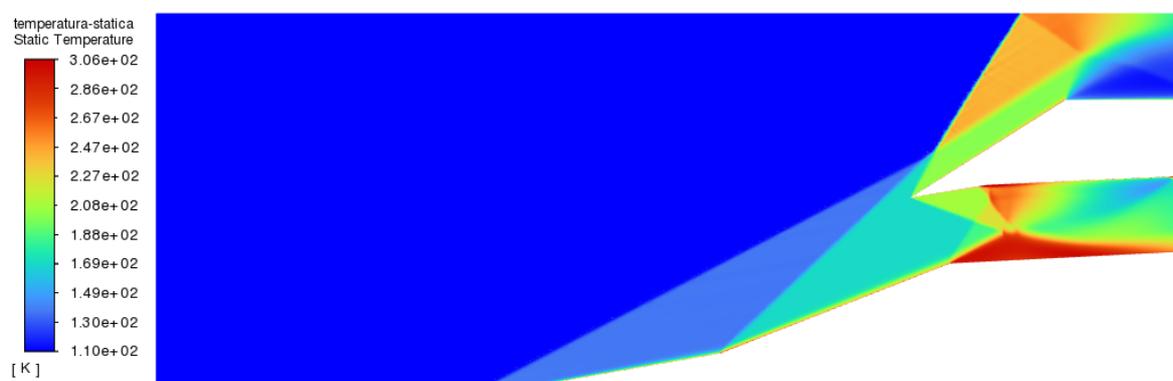


Figura 5.15: *Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Spalart-Allmaras*

5.3.2.3 Confronto dei risultati ottenuti con i dati sperimentali

Avendo a disposizione i dati sperimentali ottenuti da Schneider, Koschel e Wolfgang [9] in corrispondenza di un Mach di monte pari a 3 (caso 2, Tabella 5.4), per valutare la correttezza dei risultati numerici derivanti dalla simulazione CFD si è plottato l'andamento della pressione statica lungo la rampa, normalizzata rispetto alla pressione totale di monte. Tale grafico è stato poi messo a confronto con i dati puntuali degli esperimenti.

Come evincibile dalla Figura 5.16, la griglia costruita (Paragrafo 5.3.1) approssima correttamente i dati sperimentali. Inoltre, la simulazione è giunta a convergenza con residui inferiori a 10^{-3} e Courant pari a 10, valori che garantiscono una sufficiente precisione.

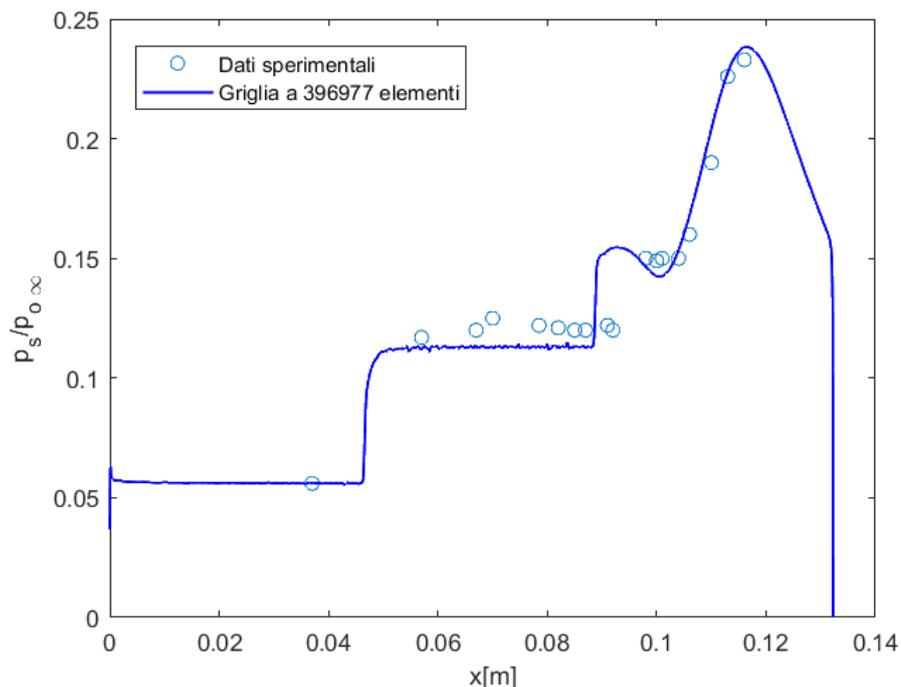


Figura 5.16: Confronto tra l'andamento dei dati sperimentali del rapporto $p_s/p_{0\infty}$ lungo la rampa e di quello calcolato attraverso una griglia a 396977 elementi

5.4 Scelta del meshing

Al fine di ottimizzare non soltanto l'accuratezza di calcolo, ma anche il tempo computazionale che esso richiede, si è optato per uno studio di 3 mesh a differente ordine di grandezza. Nello specifico, oltre alla griglia di circa 400000 elementi precedentemente illustrata *Paragrafo 5.3.1*, sono state sperimentate altre due mesh: una di circa 100000 elementi ed un'altra di circa 25000 elementi.

Con l'obiettivo di valutare quale delle tre fosse la più efficiente, sono state analizzate in simulazioni a parità di geometria (CA) e di Modello RANS (*Spalart-Allmaras*).

5.4.1 Costruzione di una griglia di circa 100000 elementi

Ripercorrendo il processo esplicito al *Paragrafo 5.3.1* si è costruita una mesh di 114531 elementi.

Nello specifico, le modifiche apportate rispetto al caso precedente riguardano esclusivamente il numero degli elementi delle zone del dominio non prossime a parete, poiché la discretizzazione dello strato limite è stata mantenuta per garantire un $y^+ \leq 1$. Infatti, i valori dell'*inflation* sono gli stessi visibili in *Tabella 5.3*. A variare, invece, è stato il numero di suddivisione degli elementi a parete che, facendo riferimento allo schema di *Figura 5.2* è variato come rappresentato in *Tabella 5.5*.

| Edge Sizing | | |
|---------------|--------------------------|---------------------|
| Tratto | Lunghezza del tratto [m] | Numero di divisioni |
| Rampa | | |
| 1-2 | 4.7451e-002 | 600 |
| 2-3 | 3.751e-002 | 600 |
| 3-4 | 1.466e-002 | 200 |
| 4-5 | 3.7001e-004 | 5 |
| 5-6 | 3.6621e-002 | 600 |
| Labbro | | |
| 7-8 | 3.662e-002 | 600 |
| 8-9 | 3.7504e-004 | 5 |
| 9-10 | 1.3826e-002 | 200 |
| 10-11 | 3.3598e-002 | 600 |
| 11-12 | 2.226e-002 | 600 |

Tabella 5.5: Edge Sizing per la geometria CA, mesh con numero di elementi dell'ordine di 100000

Infine, gli elementi delle sfere di influenza sono stati aumentati in dimensione a $9.5 \cdot 10^{-4} m$ ed è stata eliminata la sfera rappresentata in *Figura 5.3(a)* poiché ricoprente la parte del dominio di monte in cui il flusso risulta ancora indisturbato, come da *Figura 5.17*.

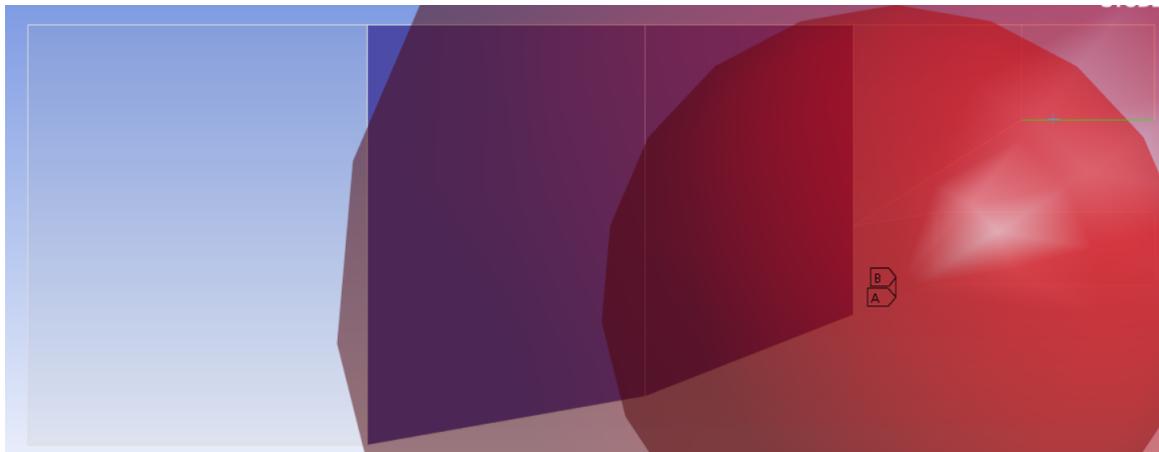


Figura 5.17: Utilizzo delle sfere di influenza per una griglia di circa 100000 elementi

Il risultato complessivo è rappresentato in *Figura 5.18* dalla quale è immediatamente evincibile la diradazione della griglia rispetto al caso di mesh di 400000 elementi (*Figura 5.4*). Attraverso di essa, impostando le simulazioni per i due casi della *Tabella 5.4*, è stato possibile raggiungere i risultati riportati nei *Paragrafi 5.4.1.1* e *5.4.1.2*.

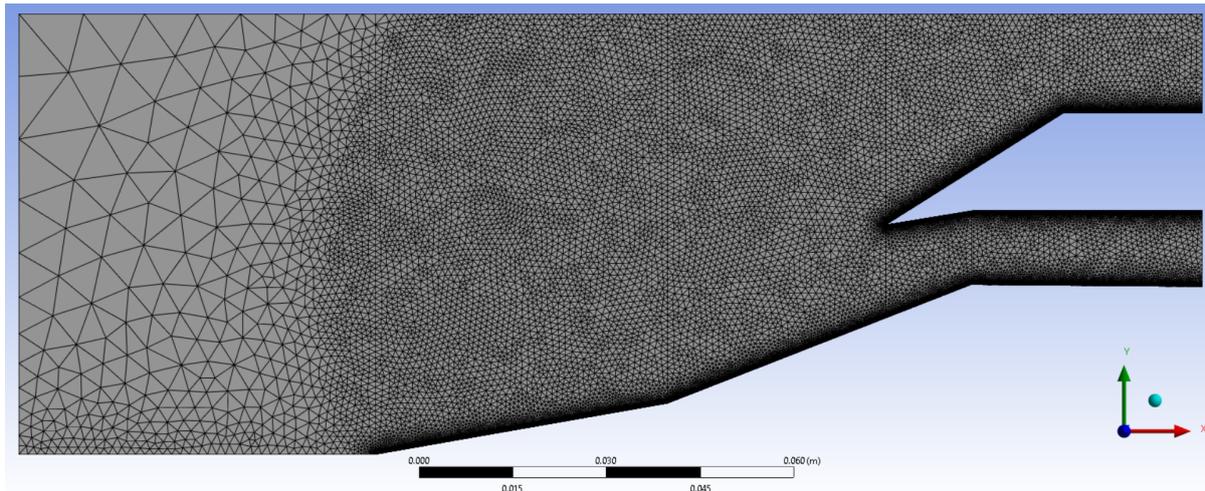


Figura 5.18: Griglia con un numero di elementi dell'ordine di 100000

5.4.1.1 Simulazioni a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$

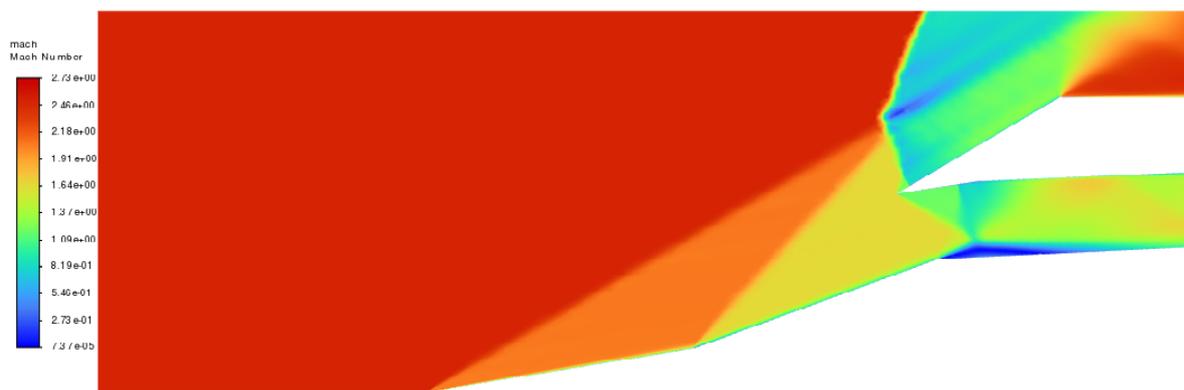


Figura 5.19: Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 114531 elementi, Modello Spalart-Allmaras

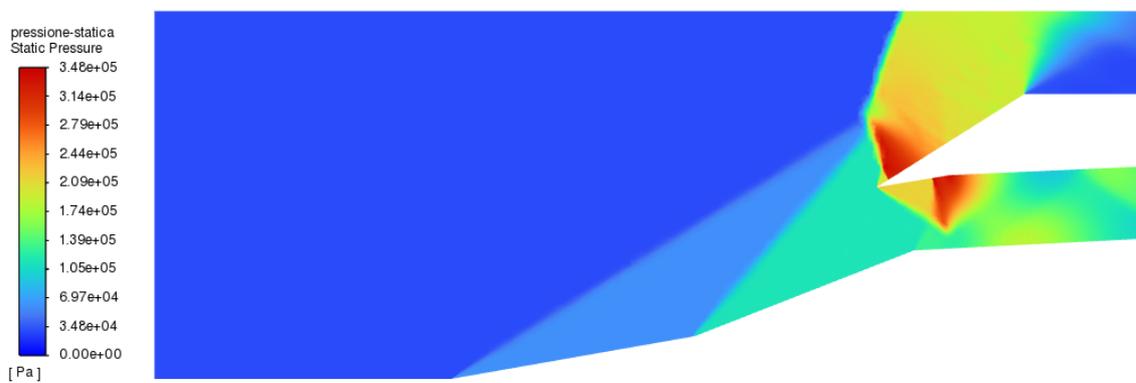


Figura 5.20: Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 114531 elementi, Modello Spalart-Allmaras



Figura 5.21: *Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 114531 elementi, Modello Spalart-Allmaras*

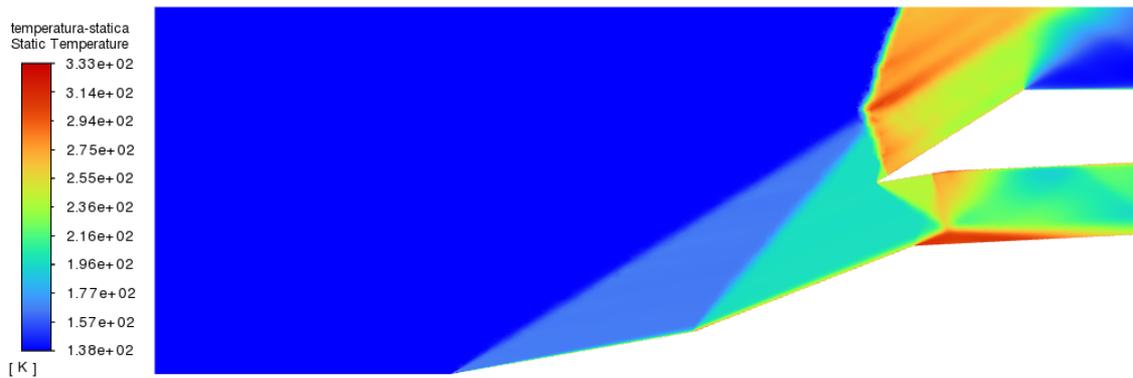


Figura 5.22: *Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 114531 elementi, Modello Spalart-Allmaras*

5.4.1.2 Simulazioni a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$

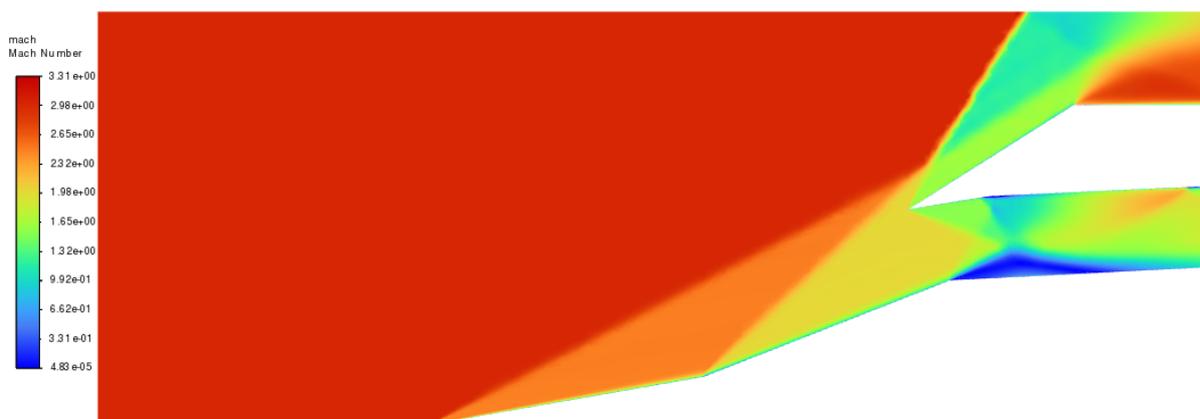


Figura 5.23: *Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$, con griglia di 114531 elementi, Modello Spalart-Allmaras*

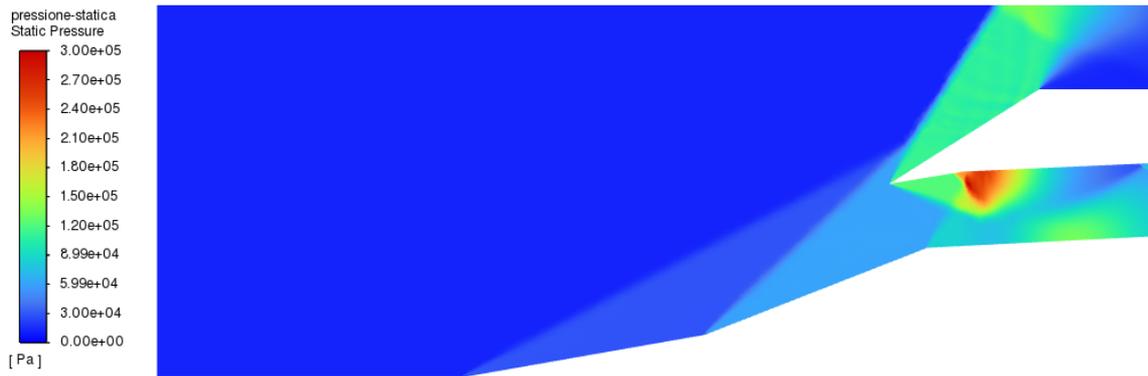


Figura 5.24: *Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$, con griglia di 114531 elementi, Modello Spalart-Allmaras*



Figura 5.25: *Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$, con griglia di 114531 elementi, Modello Spalart-Allmaras*

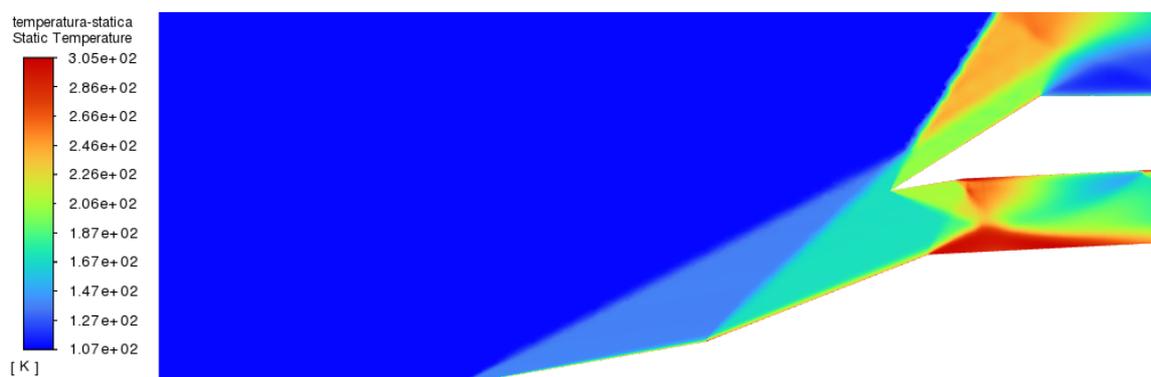


Figura 5.26: *Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$, con griglia di 114531 elementi, Modello Spalart-Allmaras*

5.4.1.3 Confronto dei risultati ottenuti con i dati sperimentali e con quelli ottenuti dalla griglia a circa 400000 elementi

Onde valutare la bontà della griglia a circa 100000 elementi, si è deciso di sovrapporre al grafico di *Figura 5.16* l'andamento dei dati ottenuti dalle simulazioni ai *Paragrafi 5.4.1.1* e *5.4.1.2*. Come evincibile dalla *Figura 5.27*, i risultati ottenuti, a parità di Modello RANS, dalla griglia a 100000 elementi ricalcano fedelmente quelli ricavati dal calcolo con la griglia a 400000. Pertanto, si potrebbe pensare di utilizzare la prima, al fine di ridurre il tempo computazionale del calcolo, essendo che esso debba esser effettuato per un numero decisamente inferiore di celle.

Tuttavia, se nel caso della griglia a 400000 elementi è bastato un numero di iterazioni dell'ordine di 10^4 per giungere a convergenza con un Courant di 10, nel caso della griglia più diradata a 100000 elementi, sono state necessarie molte più iterazioni (circa $3 \cdot 10^4$), benché il tempo di calcolo legato ad ognuna fosse più breve.

Inoltre, dalle simulazioni riportate ai *Paragrafi 5.4.1.1* e *5.4.1.2*, si nota come la risoluzione grafica del sistema di urti sia meno precisa nel caso di griglia a circa 100000 elementi, rispetto a quella di 400000.

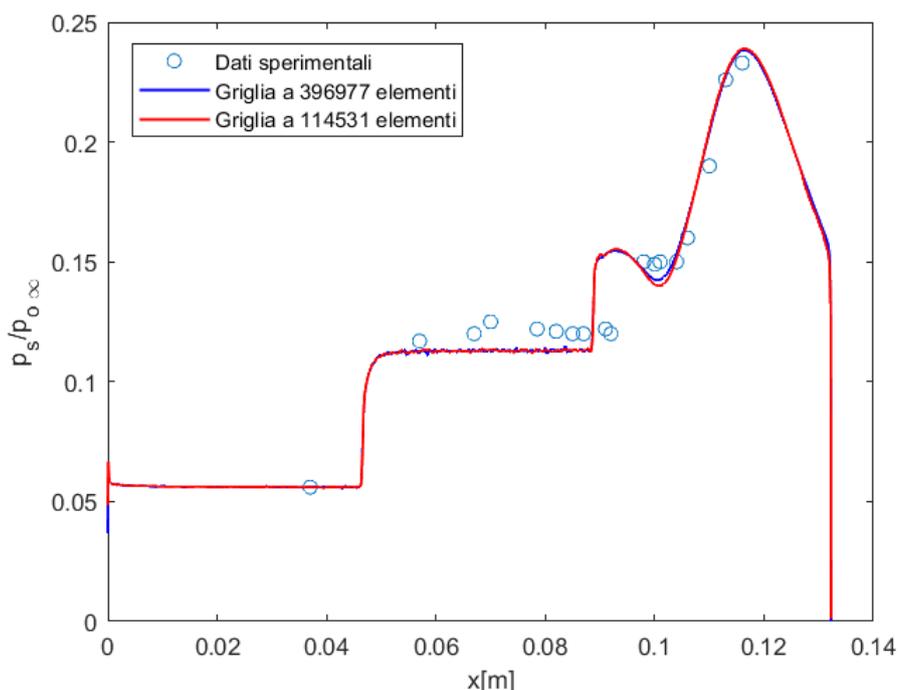


Figura 5.27: Andamento del rapporto $p_s / p_{o\infty}$ lungo la rampa calcolato attraverso due griglie differenti

5.4.2 Costruzione di una griglia di circa 25000 elementi

Per verificare se è possibile ridurre il tempo di calcolo pur mantenendo risultati precisi e coerenti con il caso sperimentale [9], si è fatto un ulteriore tentativo, applicando il processo di *Meshing* ad una griglia di ordine di grandezza ancora inferiore rispetto a quella precedente.

Con l'obiettivo di generare una mesh di circa 25000 elementi, si è applicato nuovamente il procedimento già esplicito per i due casi precedenti (400000 e 100000 elementi), mantenendo le stesse impostazioni per l'*inflation layer* e imponendo invece la suddivisione delle pareti riportata in *Tabella 5.6*, sempre riferita allo schema di dominio di *Figura 5.2*.

| Edge Sizing | | |
|---------------|--------------------------|---------------------|
| Tratto | Lunghezza del tratto [m] | Numero di divisioni |
| Rampa | | |
| 1-2 | 4.7451e-002 | 220 |
| 2-3 | 3.751e-002 | 200 |
| 3-4 | 1.466e-002 | 50 |
| 4-5 | 3.7001e-004 | 5 |
| 5-6 | 3.6621e-002 | 220 |
| Labbro | | |
| 7-8 | 3.662e-002 | 220 |
| 8-9 | 3.7504e-004 | 5 |
| 9-10 | 1.3826e-002 | 50 |
| 10-11 | 3.3598e-002 | 200 |
| 11-12 | 2.226e-002 | 190 |

Tabella 5.6: Edge Sizing per la geometria CA, mesh con numero di elementi dell'ordine di 25000

Analogamente a quanto fatto per la griglia a 100000 elementi, sono state lasciate solo due sfere, eliminando quella ricomprensiva del dominio in corrispondenza del flusso indisturbato di monte ed aumentando la dimensione delle rispettive celle a $9.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. Applicando queste modifiche si è ottenuta la griglia con 30148 elementi rappresentata in *Figura 5.28*.

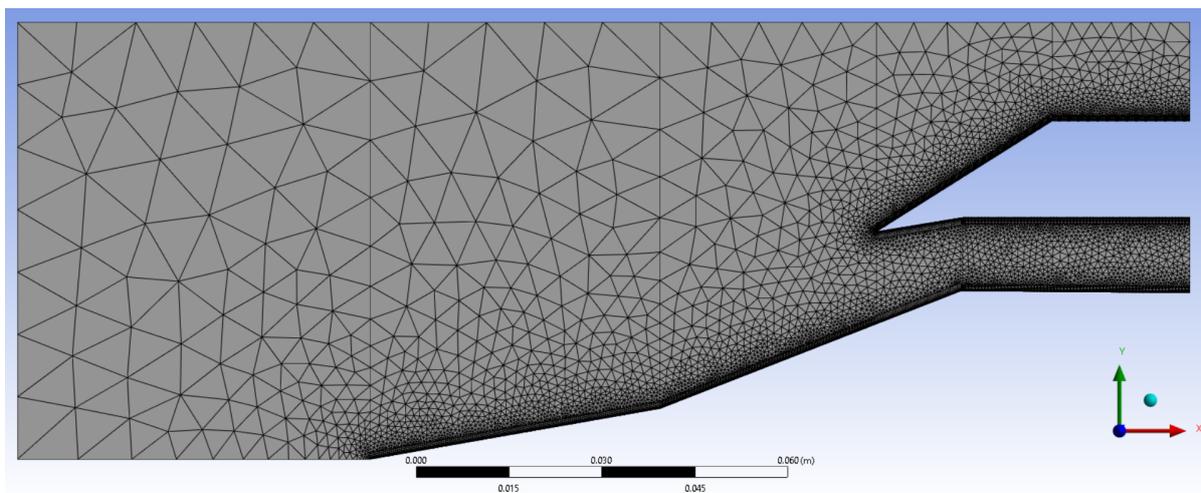


Figura 5.28: Griglia con un numero di elementi dell'ordine di 25000

Le corrispondenti simulazioni a $M = 2.5$ e $M = 3$ con il Modello *Spalart-Allmaras* vengono riportati nei Paragrafi 5.4.2.1 e 5.4.2.2.

5.4.2.1 Simulazioni a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$

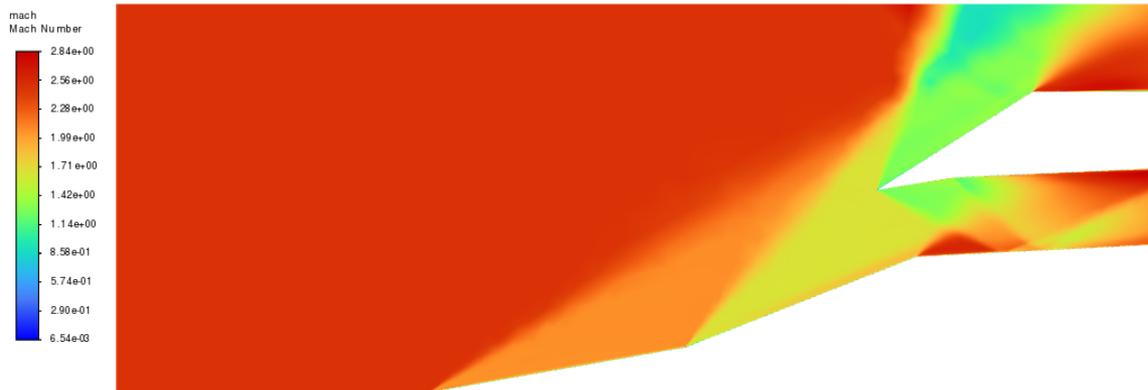


Figura 5.29: *Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 30148 elementi, Modello Spalart-Allmaras*

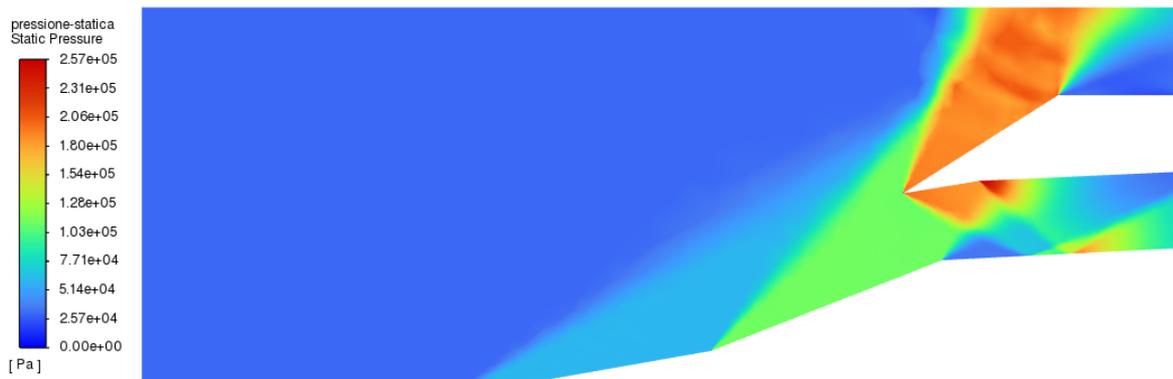


Figura 5.30: *Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 30148 elementi, Modello Spalart-Allmaras*

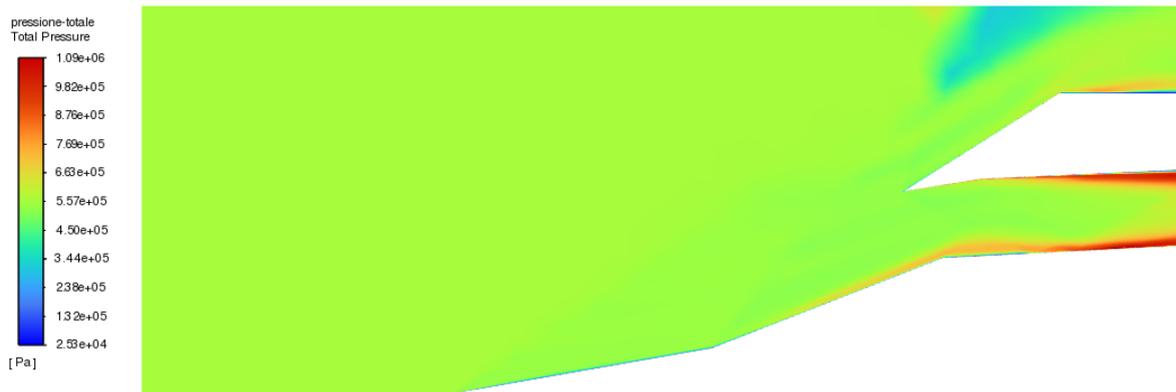


Figura 5.31: *Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 30148 elementi, Modello Spalart-Allmaras*



Figura 5.32: *Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 30148 elementi, Modello Spalart-Allmaras*

5.4.2.2 Simulazioni a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$

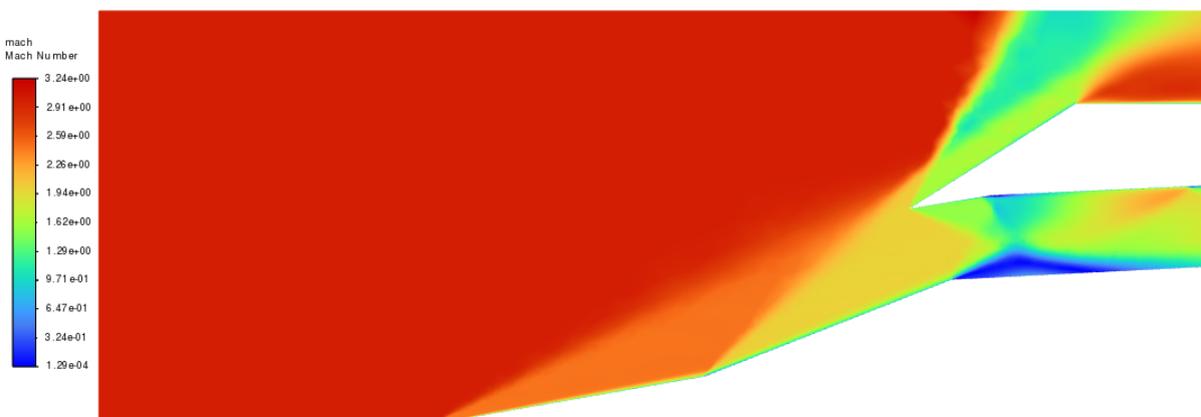


Figura 5.33: *Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$, con griglia di 30148 elementi, Modello Spalart-Allmaras*

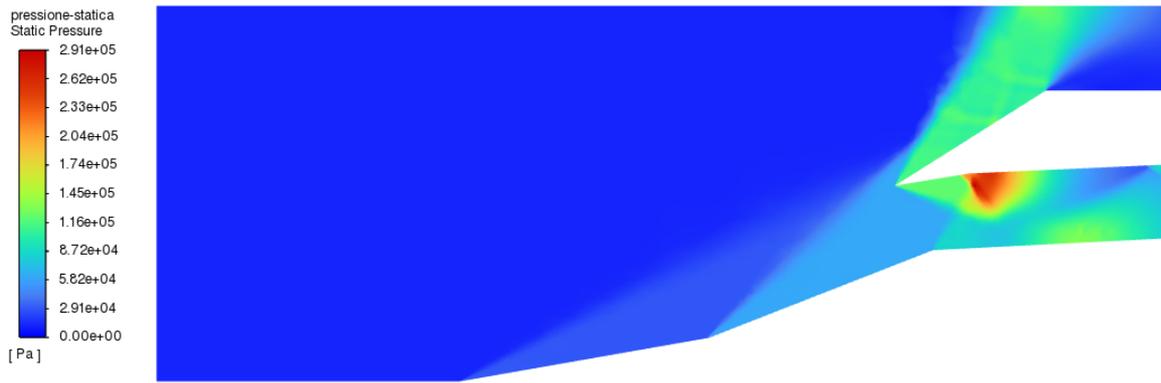


Figura 5.34: *Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$, con griglia di 30148 elementi, Modello Spalart-Allmaras*



Figura 5.35: *Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$, con griglia di 30148 elementi, Modello Spalart-Allmaras*

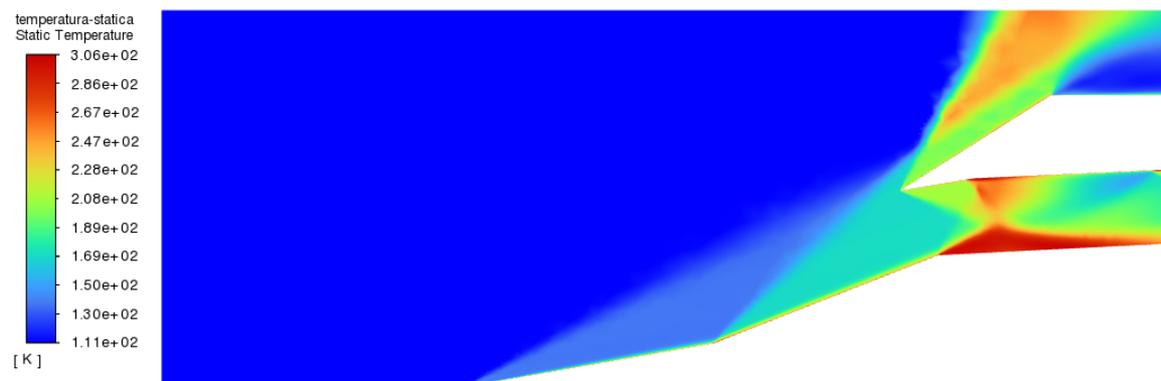


Figura 5.36: *Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$, con griglia di 30148 elementi, Modello Spalart-Allmaras*

5.4.2.3 Confronto dei risultati ottenuti con i dati sperimentali e con le tre mesh analizzate

Riunendo in un solo grafico gli andamenti ottenuti per le tre griglie di circa 400000, 100000 e 25000 elementi (Figura 5.37), si nota sin da subito che anche la griglia di 30148 riproduce con una buona approssimazione i dati sperimentali. Inoltre, le tre curve quasi si sovrappongono, pertanto qualsiasi scelta tra le tre approssimerebbe correttamente il caso reale. Tuttavia, in corrispondenza dell'intorno di $x = 0.1 \text{ m}$ è riscontrabile che la curva corrispondente alla mesh dell'ordine di 400000 elementi si avvicina maggiormente ai dati sperimentali.

Inoltre, sebbene il passo temporale tra un'iterazione e l'altra nel caso della griglia di circa 25000 elementi fosse decisamente inferiore rispetto a quello delle altre due, il numero di iterazioni richiesto per arrivare a convergenza con residuo massimo di 10^{-3} e Courant 10 è stato decisamente superiore, come riportato in Tabella 5.7.

Infine, come riscontrabile ai Paragrafi 5.4.2.1 e 5.4.2.2, la risoluzione grafica delle simulazioni del campo di moto del fluido risulta particolarmente approssimativa nel caso di una griglia dell'ordine di 25000 elementi.

A seguito delle opportune considerazioni sopra citate, si è quindi optato per scegliere la griglia a 400000 elementi per il proseguimento dell'analisi CFD.

Nel capitolo successivo verrà quindi studiato il confronto, a parità di griglia, tra i risultati ottenuti con diversi Modelli RANS, al fine di individuare il più adatto alla simulazione del campo di moto in oggetto.

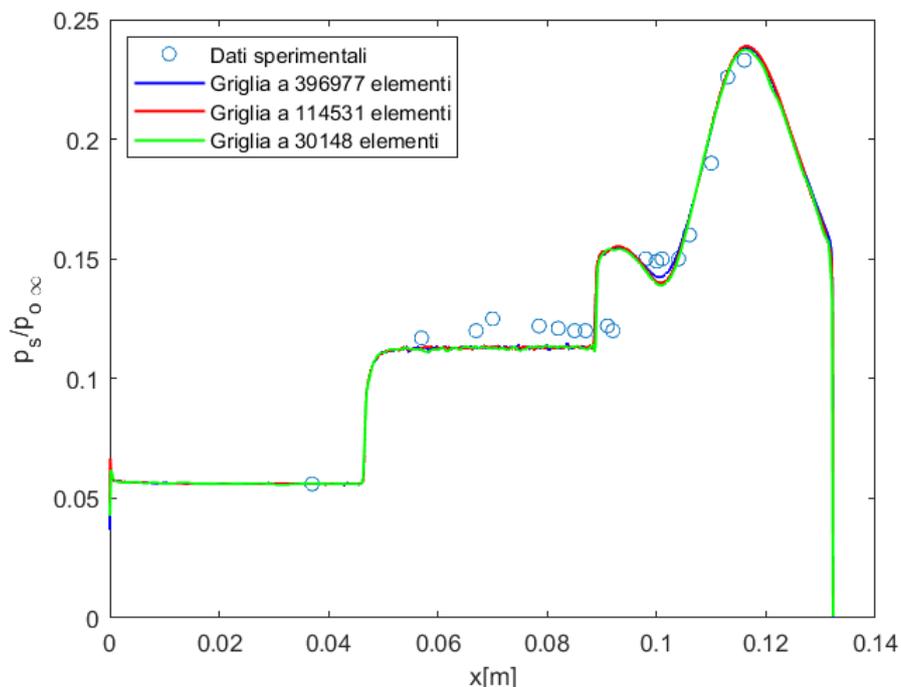


Figura 5.37: Andamento del rapporto $p_s/p_{0\infty}$ lungo la rampa calcolato attraverso tre griglie differenti

| Numero di elementi della griglia | Numero di iterazioni necessarie |
|---|--|
| 400000 | circa 10000 |
| 100000 | circa 30000 |
| 25000 | circa 35000 |

Tabella 5.7: Confronto tra il numero delle iterazioni richieste a convergenza per le tre griglie in studio

Capitolo 6

Analisi CFD: simulazioni con diversi Modelli RANS e geometrie

6.1 Geometria CA

Nell'ottica di individuare il Modello RANS più efficace per la risoluzione del campo di moto del flusso in studio, si è scelto di effettuare le simulazioni per le condizioni al contorno di $M = 2.5$ e $M = 3$ (riassunte in *Tabella 5.4*) sia per il Metodo *Realizable $k - \epsilon$* che per il Modello *SST $k - \omega$* a parità di geometria scelta.

In particolare, lo studio di Schneider, Koschel e Wolfgang [9] si è focalizzato sull'analisi di alcune configurazioni geometriche di cui si riportano i riferimenti nelle *Figure 6.1* e *6.2*.

A seguito di quanto emerso dall'analisi effettuata nel *Capitolo 5*, è stata scelta la geometria CA (rampa di tipo C e labbro della presa di tipo A, si faccia riferimento alla *Figura 6.2*) con griglia di circa 400000 elementi. Tale strategia consente di confrontare al meglio i sopracitati Modelli RANS con il già simulato *Spalart-Allmaras* (*Paragrafi 5.3.2.1, 5.3.2.2 e 5.3.2.3*).

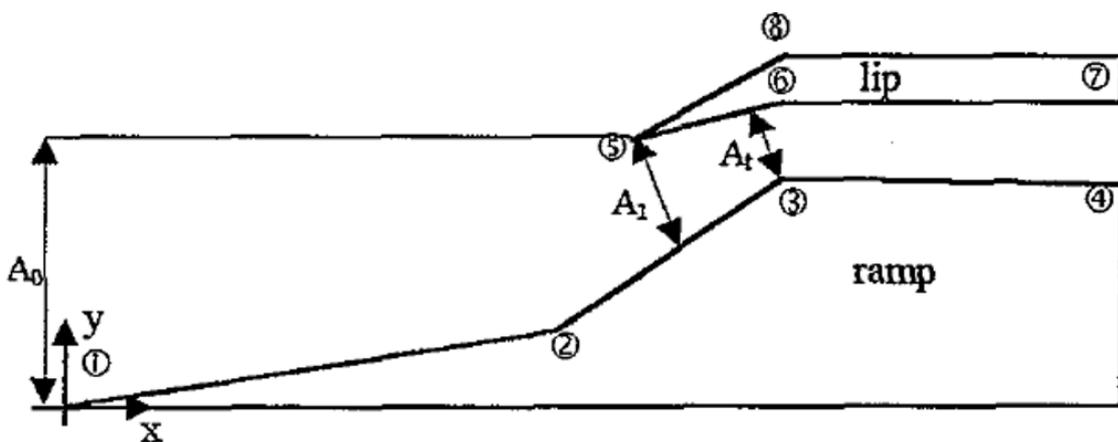


Figura 6.1: Geometria di riferimento per la presa d'aria in studio [9]

| intake geometry (model V) | | | |
|---------------------------|-----------|-----------|-----------|
| location (fig. 4) | X [mm] | Y [mm] | variation |
| ramp | | | |
| ① | 0 | 0 | all |
| ② | 46.73 | 8.24 | all |
| ③ | 88.8 | 24.81 | A |
| | 92.04 | 26.08 | B |
| | 95.27 | 27.36 | C |
| ④ | 125.79 | 24.49 | A |
| | 129.03 | 25.76 | B |
| | 132.26 | 27.03 | C |
| lip | | | |
| ⑤ | 81.63 | 37.00 | all |
| ⑥ | 95.64 | 39.32 | A |
| | 100.46 | 40.15 | B |
| | 105.45 | 40.98 | C |
| ⑦ | 142.45 | 39.32 | A |
| | 142.45 | 40.15 | B |
| | 142.45 | 40.98 | C |
| ⑧ | 110.00 | 55.00 | all |

Figura 6.2: Quatatura della geometria di riferimento per la presa d'aria in studio per un sistema di riferimento xy [9]

6.1.1 Metodo Realizable $k - \varepsilon$

6.1.1.1 Simulazioni a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$

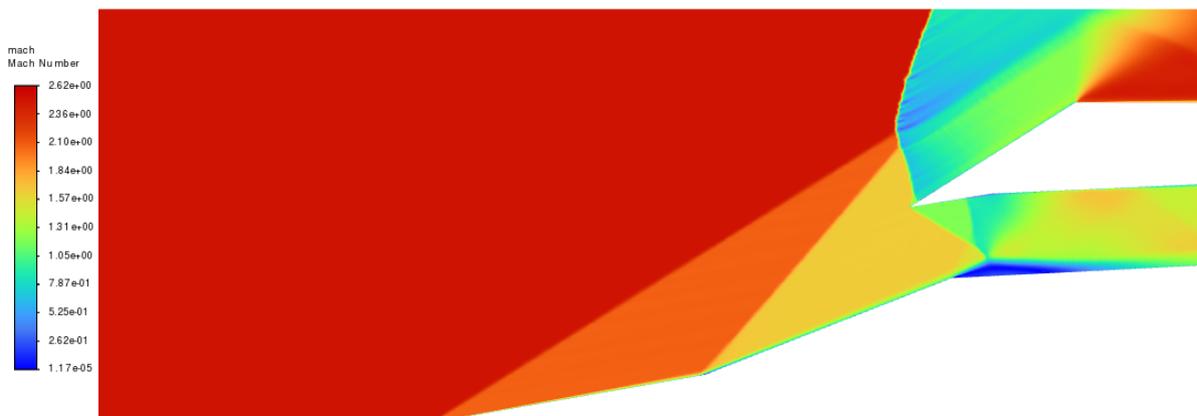


Figura 6.3: Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello Realizable $k - \varepsilon$



Figura 6.4: Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Realizable $k - \epsilon$



Figura 6.5: Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Realizable $k - \epsilon$

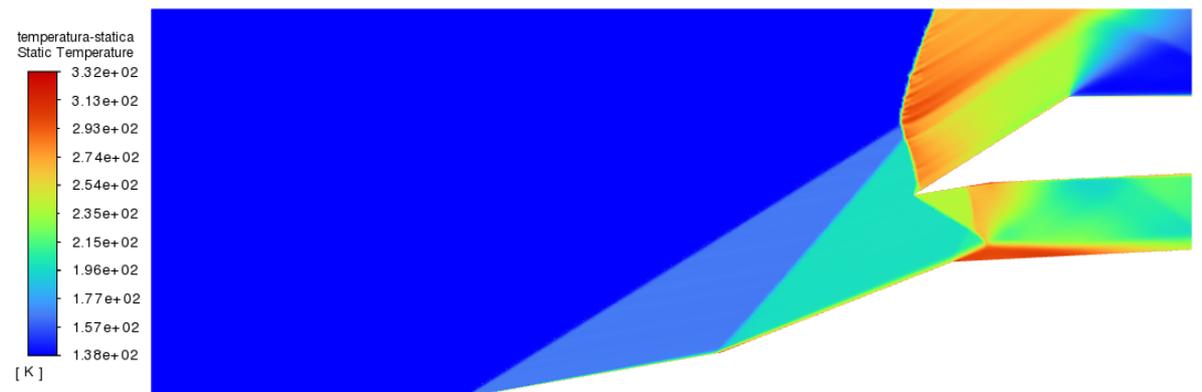


Figura 6.6: Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Realizable $k - \epsilon$

6.1.1.2 Simulazioni a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$

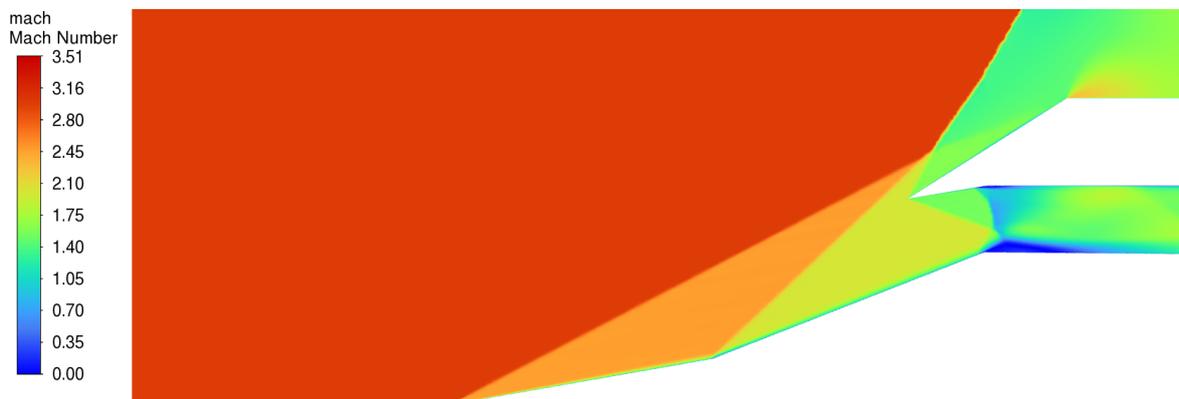


Figura 6.7: Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello Realizable $k - \epsilon$



Figura 6.8: Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello Realizable $k - \epsilon$

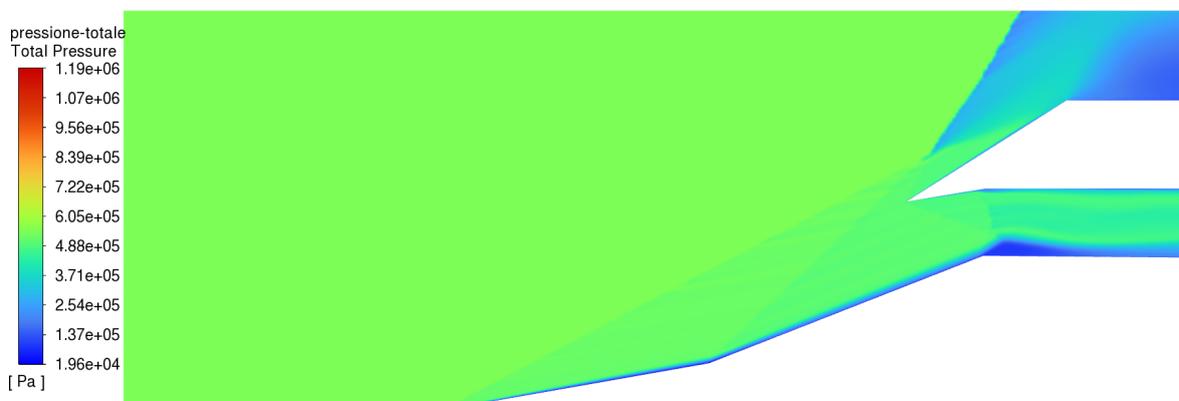


Figura 6.9: Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello Realizable $k - \epsilon$

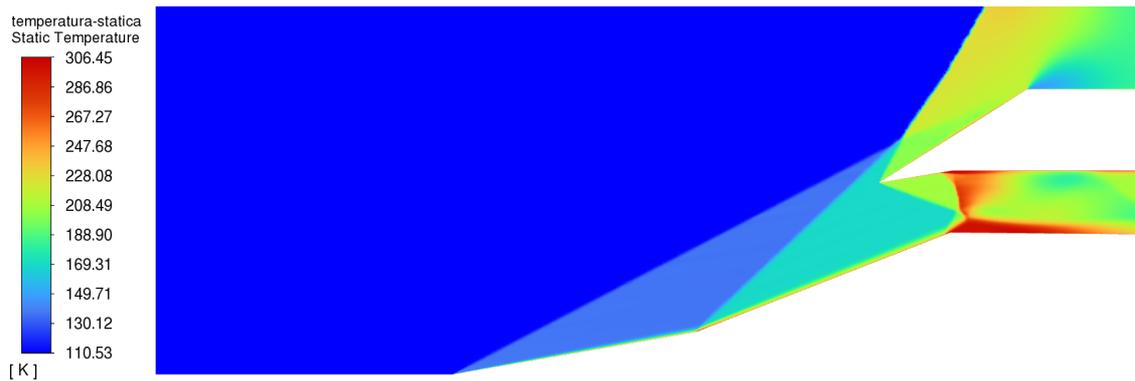


Figura 6.10: Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000 \text{ Pa}$, con griglia di 396977 elementi, Modello Realizable $k - \epsilon$

6.1.1.3 Confronto dei risultati ottenuti con il Metodo Spalart-Allmaras e con il Metodo Realizable $k - \epsilon$

Sovrapponendo i risultati ottenuti nel Paragrafo 6.1.1.2 all'andamento di quelli ottenuti attraverso il Metodo Spalart-Allmaras a parità di griglia e di geometria, si ottiene il grafico rappresentato in Figura 6.11.

Come si nota, il Metodo Realizable $k - \epsilon$ risolve bene la zona di flusso all'esterno della presa. Lo stesso non si può dire invece della regione interna, in corrispondenza della quale, l'andamento dei risultati si discosta visibilmente dai valori ottenuti sperimentalmente.

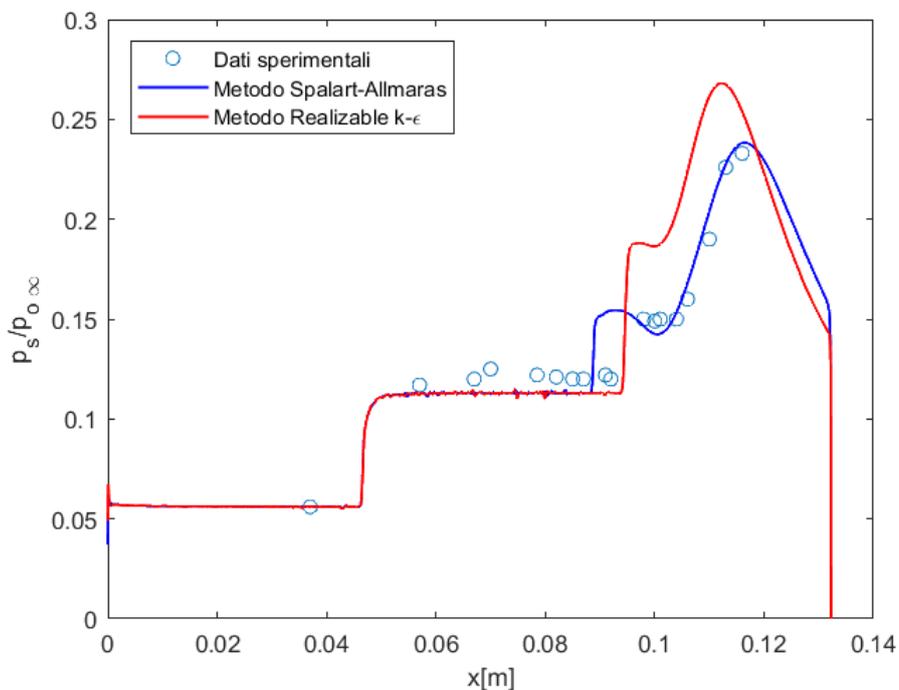


Figura 6.11: Confronto tra gli andamenti del rapporto $p_s / p_{0\infty}$ lungo la rampa nel caso sperimentale, nel calcolo tramite Metodo Spalart-Allmaras e tramite Realizable $k - \epsilon$

Alla luce di tale analisi, si preferisce scartare tale Modello RANS per lo studio della presa d'aria in oggetto.

6.1.2 Metodo SST $k - \omega$

Si riportano di seguito i risultati ottenuti dalle simulazioni per il campo di moto a $M = 2.5$ e $M = 3$ nel caso di utilizzo del Metodo SST $k - \omega$.

6.1.2.1 Simulazioni a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$

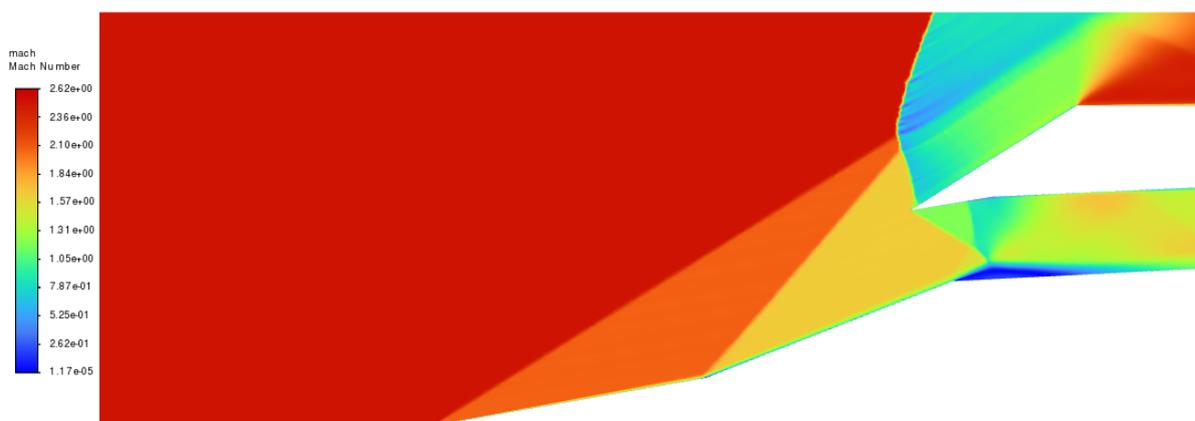


Figura 6.12: Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$



Figura 6.13: Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$



Figura 6.14: Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$

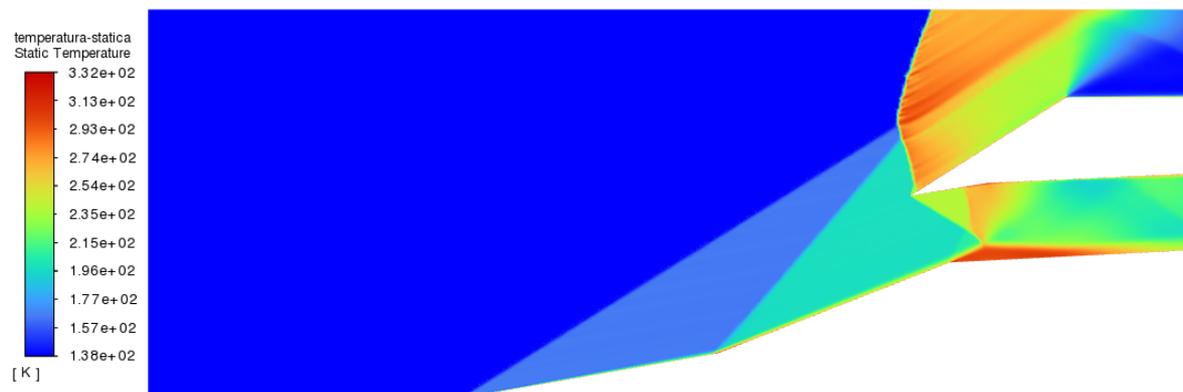


Figura 6.15: Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$

6.1.2.2 Simulazioni a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$

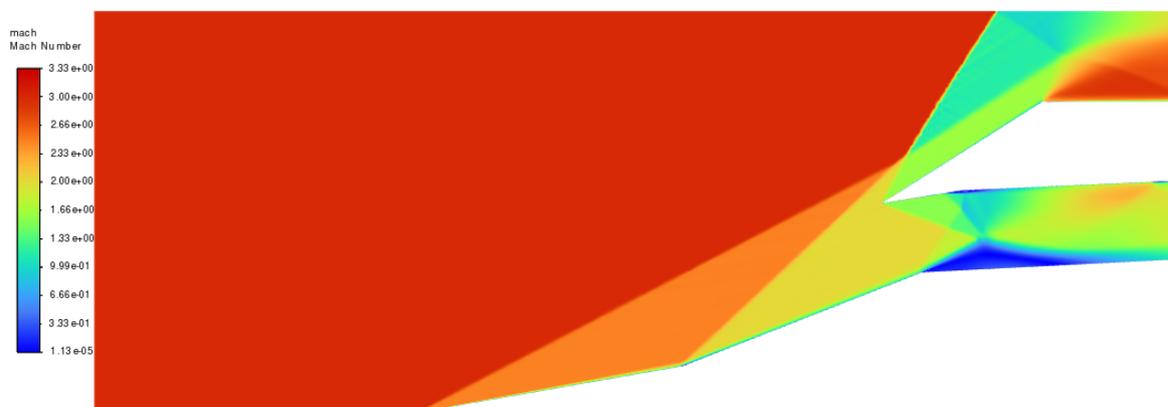


Figura 6.16: Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$



Figura 6.17: Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$



Figura 6.18: Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$

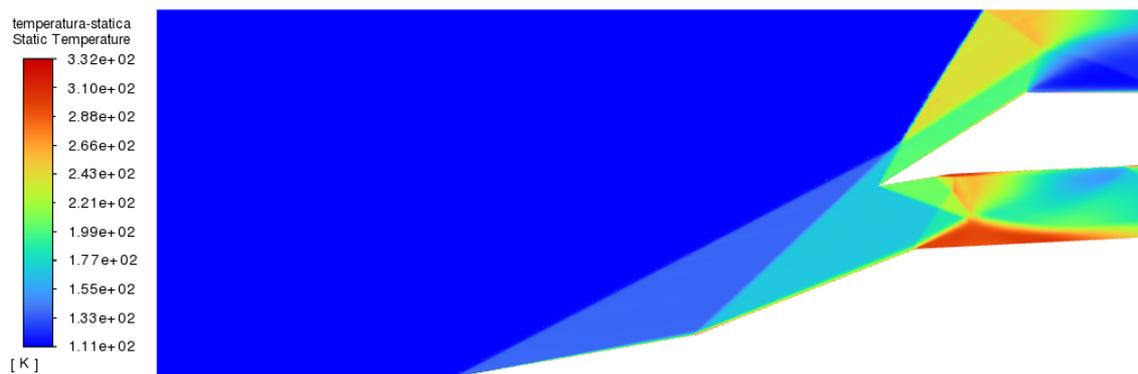


Figura 6.19: Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$

6.1.2.3 Confronto tra i Modelli *Spalart-Allmaras*, *Realizable $k - \epsilon$* e *SST $k - \omega$*

Sovrapponendo agli andamenti di *Figura 6.11* quelli appena ottenuti dal Metodo *SST $k - \omega$* si ottiene in definitiva la *Figura 6.20*. Da essa si evince che il Modello *SST $k - \omega$* si presta bene alla simulazione del campo di moto e segue fedelmente i dati sperimentali. In particolare, nell'intorno di $x = 0.1 \text{ m}$ approssima i risultati del caso reale meglio del Modello *Spalart-Allmaras*.

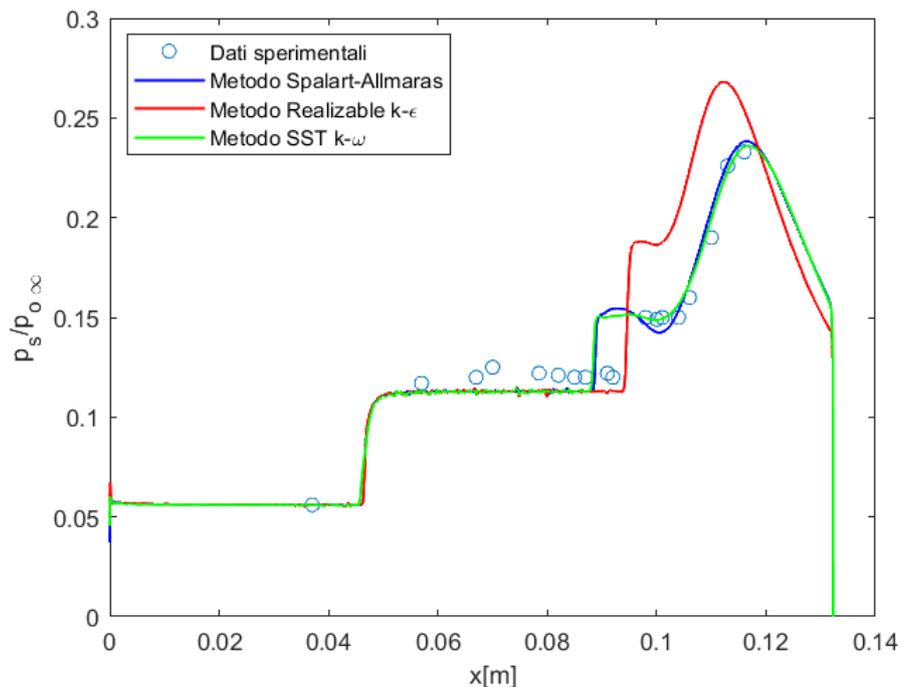


Figura 6.20: Confronto tra gli andamenti del rapporto $p_s/p_{0\infty}$ lungo la rampa calcolato attraverso tre Modelli RANS differenti

In ragione di quanto analizzato, è possibile elencare i tre Modelli in ordine dal più preciso al meno preciso come segue:

1. *SST $k - \omega$*
2. *Spalart-Allmaras*
3. *Realizable $k - \epsilon$*

6.2 Geometria BC

Una volta stabilito che la strategia più efficace risulta essere quella dell'analisi della geometria con la griglia più fitta (circa 400000 elementi) e con il Modello $SST k - \omega$, la si applica alla geometria BC (rampa di tipo B e labbro della presa di tipo C, si faccia riferimento alle *Figure 6.1 e 6.2*) per verificare che si adatti anche a geometrie di tipo differente. Ripercorrendo lo stesso processo precedentemente esposto (*Capitolo 5*), è stato possibile modificare lo *Sketch* impostando le quotature riportate in *Tabella 6.1* e riprese dal paper di riferimento [9].

| Geometria BC | | |
|--------------|--------|--------|
| Posizione | X [mm] | Y [mm] |
| Rampa | | |
| 1 | 0 | 0 |
| 2 | 46.73 | 8.24 |
| 3 | 92.04 | 26.08 |
| 4 | 129.03 | 25.76 |
| Labbro | | |
| 5 | 129.03 | 40.98 |
| 6 | 105.45 | 40.98 |
| 7 | 81.63 | 37.00 |
| 8 | 110.00 | 55.00 |
| 9 | 129.03 | 55.00 |

Tabella 6.1: Geometria BC

In tal modo, si è ottenuta la geometria rappresentata in *Figura 6.21*. Ad essa sono state poi applicate le stesse impostazioni per il *Meshing* scelte per la geometria CA (*Capitolo 5*). In particolare, essendo la mesh a 396977 elementi la più precisa a livello di risultati grafici ed essendo quella che, computazionalmente, richiede meno iterazioni per giungere a convergenza a parità di modello RANS utilizzato, è stata quella definitiva utilizzata per tutto il processo di simulazione.

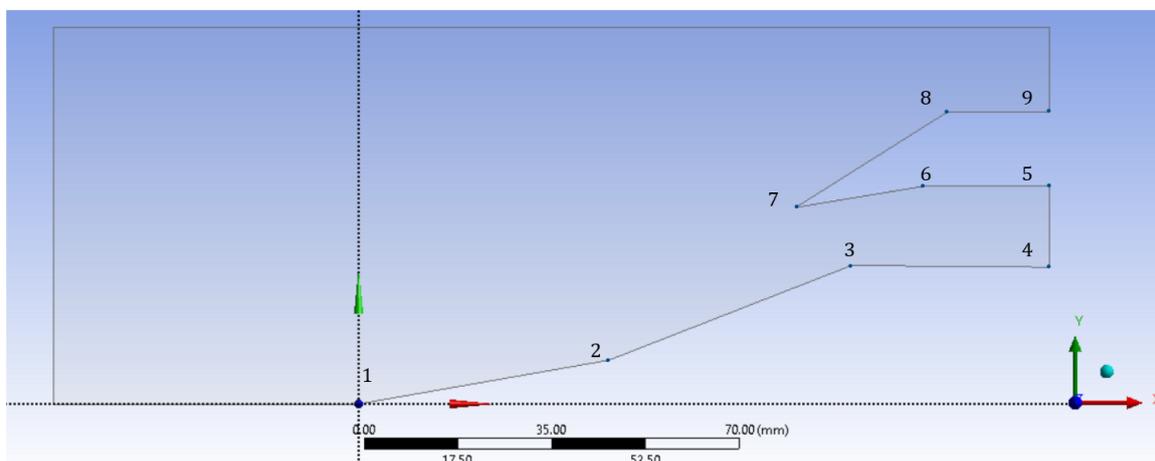


Figura 6.21: Geometria di presa BC

Infine, i risultati ottenuti per il calcolo a Mach 2.5 e Mach 3 sono collettati nelle figure presenti ai *Paragrafi 6.2.1 e 6.2.2*.

6.2.1 Simulazioni a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$



Figura 6.22: *Comportamento del numero di Mach per la geometria BC a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$*

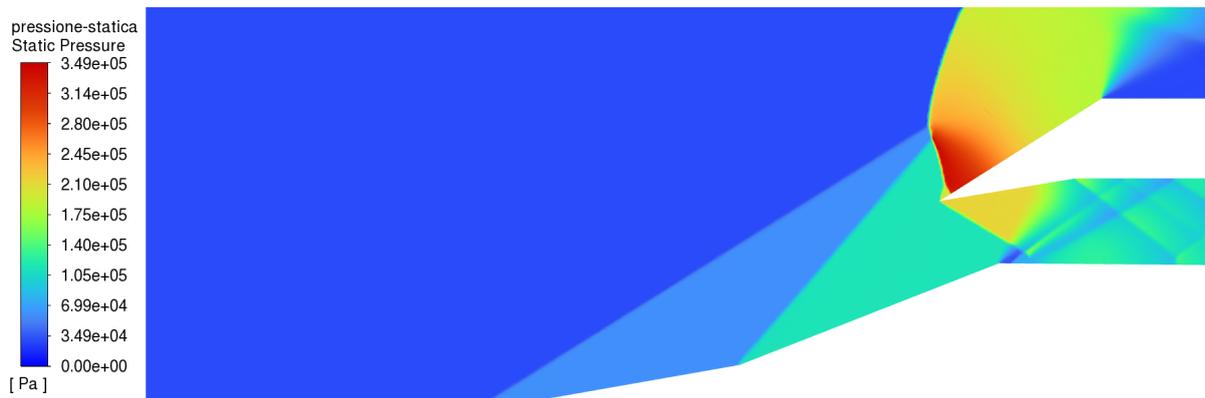


Figura 6.23: *Comportamento della pressione statica per la geometria BC a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$*



Figura 6.24: Comportamento della pressione totale per la geometria BC a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$

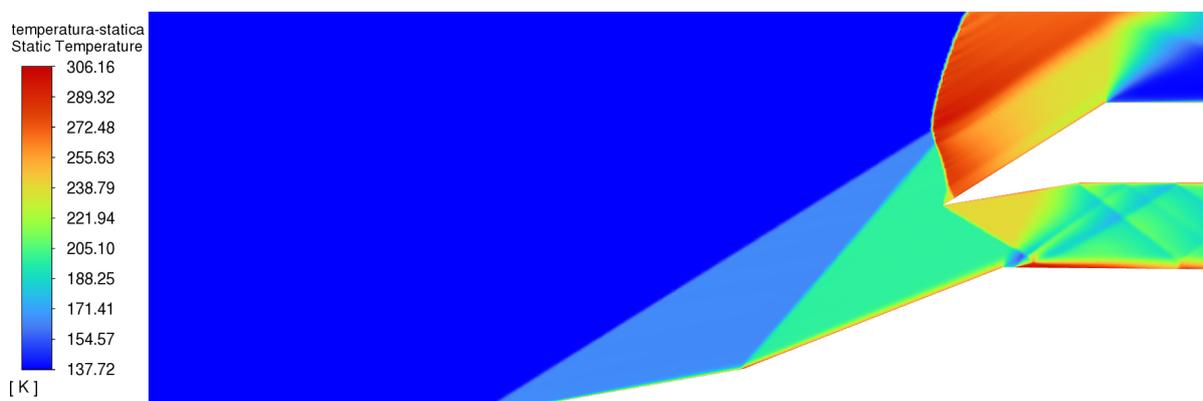


Figura 6.25: Comportamento della temperatura statica per la geometria BC a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$

6.2.2 Simulazioni a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$

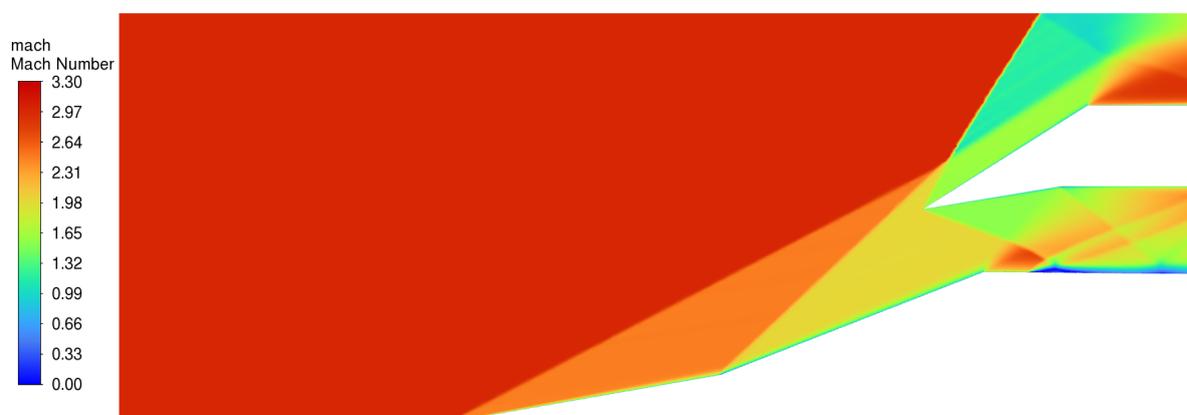


Figura 6.26: Comportamento del numero di Mach per la geometria BC a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$



Figura 6.27: Comportamento della pressione statica per la geometria BC a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$



Figura 6.28: Comportamento della pressione totale per la geometria BC a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$

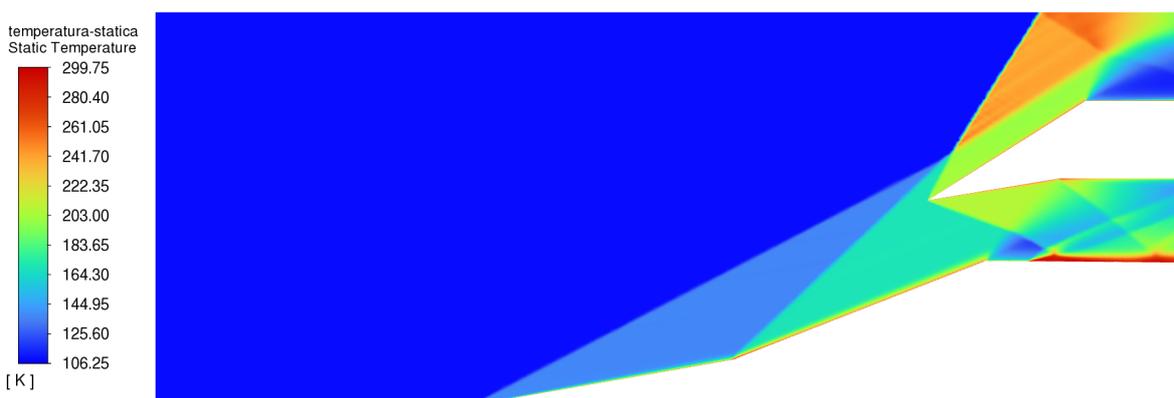


Figura 6.29: Comportamento della temperatura statica per la geometria BC a $M = 3$ e $p_0 = 15000 Pa$, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$

6.2.3 Confronto tra i dati sperimentali e risultati numerici della simulazione

Paragonando i valori sperimentali ottenuti da Schneider, Koschel e Wolfgang [9] con quelli calcolati durante l'analisi CFD per Mach pari a 3 e pressione statica d'ingresso di 15000 Pa, è possibile ottenere il grafico della pressione statica lungo la rampa normalizzata rispetto alla pressione totale di monte. Come evidenziato in *Figura 6.30*, ancora una volta il Modello $k - \omega$ approssima correttamente le valutazioni sperimentali.

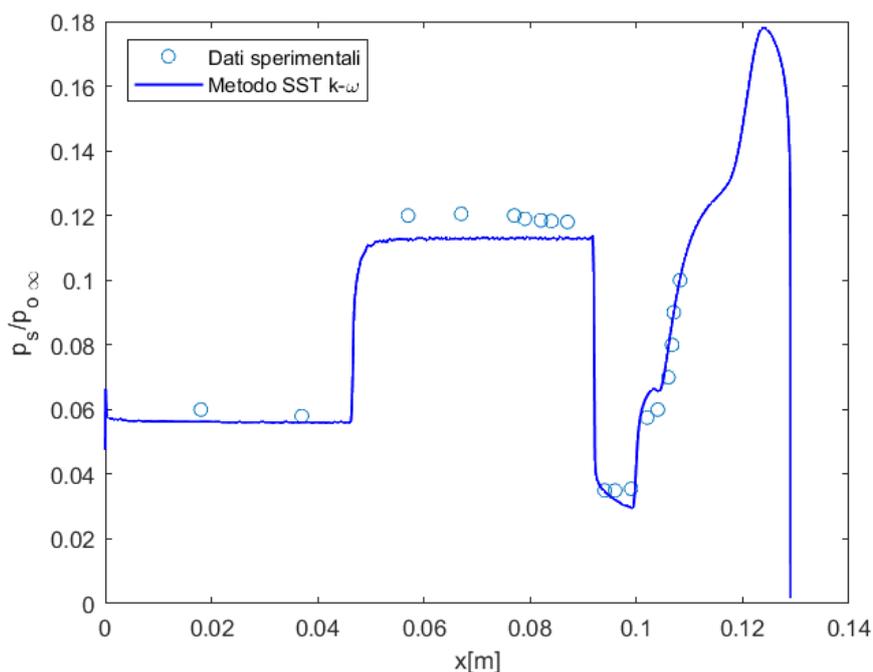


Figura 6.30: Andamento della pressione statica lungo la rampa normalizzata rispetto alla pressione totale di monte confrontata con i dati sperimentali

Ringraziamenti

Ringrazio il Prof. Ferrero per l'opportunità offertami di svolgere questo lavoro di tesi, per la disponibilità e il supporto dimostratomi durante la fase di calcolo e di simulazione e per l'attenzione dedicatami durante l'intero lavoro.

Ringrazio i miei genitori che hanno sempre creduto in me ogni giorno e mio fratello per avermi regalato le risate di cui avevo bisogno nei momenti più difficili.

Ringrazio i miei amici per aver percorso questa strada sempre al mio fianco e il mio ragazzo, per avermi mostrato la meta ogni volta che vedevo solo l'ostacolo.

Bibliografia

- [1] M. Darwish F. Moukalled L. Mangani. *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: An Advanced Introduction with OpenFOAM and Matlab*. Springer, 2015.
- [2] ANSYS Inc. *ANSYS Fluent 12.0 Theory Guide*. ANSYS, 2009.
- [3] ANSYS Inc. *ANSYS Fluent Guide, Lecture 7: Turbulence Modeling*. ANSYS, 2013.
- [4] ANSYS Inc. *ANSYS Fluent User's Guide*. ANSYS, 2013.
- [5] CFD Consulting Analysis Jiri Blazek PhD. *Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications*. Elsevier, 2007.
- [6] Prof. F. Larocca. *Lezioni di Fluidodinamica delle Turbomacchine*. Materiale didattico per il corso di laurea magistrale in Ingegneria Aerospaziale del Politecnico di Torino *Fluidodinamica delle Turbomacchine*, A.A. 2020 -2021.
- [7] Prof. D. Pastrone. *Cap 2 - Prese d'aria: Prestazioni e Prese Supersoniche a Compressione Esterna*. Materiale didattico per il corso di laurea magistrale in Ingegneria Aerospaziale del Politecnico di Torino *Motori per aeromobili*, A.A. 2018 -2019.
- [8] D. G. Roychowdhury. *Computational Fluid Dynamics for Incompressible Flow*. CRC Press, Taylor Francis Group, 2020.
- [9] Wolfgang W. Schneider A. Koschel. *Detailed analysis of a mixed compression hypersonic intake*. Conference: 14th International Symposium on Air Breathing Engines, Florence, Italy, Sept. 5-10, 1999.

Elenco delle figure

| | | |
|------|--|----|
| 1.1 | <i>Presa d'aria supersonica [7]</i> | 2 |
| 1.2 | <i>Sistema d'urti in una presa d'aria critica tipo Pitot</i> | 3 |
| 1.3 | <i>Classificazione delle prese d'aria in base alla posizione del sistema d'urti</i> | 4 |
| 1.4 | <i>Andamento di ε_d al variare di φ_d parametrizzato con il numero Mach [7]</i> | 5 |
| 1.5 | <i>Andamento di ε_d al variare di M_0 e del numero di urti obliqui N [7]</i> | 6 |
| 1.6 | <i>Presa supersonica con rampa piana prominente</i> | 7 |
| 1.7 | <i>Presa supersonica con rampa piana prominente in condizioni di progetto</i> | 8 |
| 1.8 | <i>Presa supersonica con rampa piana prominente in condizioni di off-design critico</i> | 10 |
| 1.9 | <i>Presa supersonica con rampa piana prominente in condizioni di off-design supercritico</i> | 10 |
| 1.10 | <i>Andamento di ε_d in funzione di φ_d in condizioni di off-design supercritico [7]</i> | 11 |
| 1.11 | <i>Presa supersonica con rampa piana prominente in condizioni di off-design subcritico</i> | 11 |
| 1.12 | <i>Andamento di ε_d in funzione di φ_d in condizioni di off-design subcritico [7]</i> . | 12 |
| 1.13 | <i>Presa supersonica con rampa piana prominente in condizione instabile di buzzing</i> | 12 |
| 2.1 | <i>Campo di flusso nell'approccio langragiano [1]</i> | 14 |
| 2.2 | <i>Campo di flusso nell'approccio euleriano [1]</i> | 14 |
| 2.3 | <i>Volume di controllo per la derivazione della Legge di conservazione della massa [8]</i> | 15 |
| 2.4 | <i>Volume di controllo fisso nello spazio [5]</i> | 16 |
| 2.5 | <i>Volume di controllo per la derivazione della Legge di conservazione della quantità di moto [8]</i> | 17 |
| 2.6 | <i>Forze di superficie sul volume di controllo [8]</i> | 19 |
| 2.7 | <i>Volume di controllo per la derivazione della Legge di conservazione dell'energia [8]</i> | 20 |
| 5.1 | <i>Geometria CA</i> | 41 |
| 5.2 | <i>Suddivisione del dominio di calcolo</i> | 42 |
| 5.3 | <i>Utilizzo delle sfere di influenza</i> | 44 |
| 5.4 | <i>Griglia con un numero di elementi dell'ordine di 400000</i> | 45 |
| 5.5 | <i>Visione di dettaglio del meshing utilizzato per la griglia di circa 400000 elementi</i> | 45 |
| 5.6 | <i>Focus sulla zona vicina a parete per la griglia di circa 400000 elementi</i> | 46 |
| 5.7 | <i>Dettaglio dell'inflation layer per la griglia di circa 400000 elementi</i> | 46 |
| 5.8 | <i>Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 47 |

| | | |
|------|---|----|
| 5.9 | <i>Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 47 |
| 5.10 | <i>Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 47 |
| 5.11 | <i>Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 48 |
| 5.12 | <i>Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 48 |
| 5.13 | <i>Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 48 |
| 5.14 | <i>Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 49 |
| 5.15 | <i>Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 49 |
| 5.16 | <i>Confronto tra l'andamento dei dati sperimentali del rapporto $p_s/p_{0\infty}$ lungo la rampa e di quello calcolato attraverso una griglia a 396977 elementi</i> | 50 |
| 5.17 | <i>Utilizzo delle sfere di influenza per una griglia di circa 100000 elementi</i> | 51 |
| 5.18 | <i>Griglia con un numero di elementi dell'ordine di 100000</i> | 52 |
| 5.19 | <i>Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 114531 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 52 |
| 5.20 | <i>Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 114531 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 52 |
| 5.21 | <i>Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 114531 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 53 |
| 5.22 | <i>Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 114531 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 53 |
| 5.23 | <i>Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 114531 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 53 |
| 5.24 | <i>Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 114531 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 54 |
| 5.25 | <i>Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 114531 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 54 |
| 5.26 | <i>Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 114531 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 54 |
| 5.27 | <i>Andamento del rapporto $p_s/p_{0\infty}$ lungo la rampa calcolato attraverso due griglie differenti</i> | 55 |
| 5.28 | <i>Griglia con un numero di elementi dell'ordine di 25000</i> | 56 |
| 5.29 | <i>Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 30148 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 57 |
| 5.30 | <i>Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 30148 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 57 |
| 5.31 | <i>Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 30148 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 58 |
| 5.32 | <i>Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 30148 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 58 |

| | | |
|------|---|----|
| 5.33 | <i>Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 30148 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 58 |
| 5.34 | <i>Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 30148 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 59 |
| 5.35 | <i>Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 30148 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 59 |
| 5.36 | <i>Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 30148 elementi, Modello Spalart-Allmaras</i> | 59 |
| 5.37 | <i>Andamento del rapporto $p_s / p_{0\infty}$ lungo la rampa calcolato attraverso tre griglie differenti</i> | 60 |
| 6.1 | <i>Geometria di riferimento per la presa d'aria in studio [9]</i> | 62 |
| 6.2 | <i>Quatatura della geometria di riferimento per la presa d'aria in studio per un sistema di riferimento xy [9]</i> | 63 |
| 6.3 | <i>Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Realizable $k - \epsilon$</i> | 63 |
| 6.4 | <i>Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Realizable $k - \epsilon$</i> | 64 |
| 6.5 | <i>Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Realizable $k - \epsilon$</i> | 64 |
| 6.6 | <i>Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Realizable $k - \epsilon$</i> | 64 |
| 6.7 | <i>Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Realizable $k - \epsilon$</i> | 65 |
| 6.8 | <i>Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Realizable $k - \epsilon$</i> | 65 |
| 6.9 | <i>Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Realizable $k - \epsilon$</i> | 65 |
| 6.10 | <i>Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello Realizable $k - \epsilon$</i> | 66 |
| 6.11 | <i>Confronto tra gli andamenti del rapporto $p_s / p_{0\infty}$ lungo la rampa nel caso sperimentale, nel calcolo tramite Metodo Spalart-Allmaras e tramite Realizable $k - \epsilon$</i> | 66 |
| 6.12 | <i>Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$</i> | 67 |
| 6.13 | <i>Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$</i> | 67 |
| 6.14 | <i>Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$</i> | 68 |
| 6.15 | <i>Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$</i> | 68 |
| 6.16 | <i>Comportamento del numero di Mach per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$</i> | 68 |
| 6.17 | <i>Comportamento della pressione statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$</i> | 69 |

| | | |
|------|--|----|
| 6.18 | <i>Comportamento della pressione totale per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$</i> | 69 |
| 6.19 | <i>Comportamento della temperatura statica per la geometria CA a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$</i> | 69 |
| 6.20 | <i>Confronto tra gli andamenti del rapporto $p_s/p_{0\infty}$ lungo la rampa calcolato attraverso tre Modelli RANS differenti</i> | 70 |
| 6.21 | <i>Geometria di presa BC</i> | 71 |
| 6.22 | <i>Comportamento del numero di Mach per la geometria BC a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$</i> | 72 |
| 6.23 | <i>Comportamento della pressione statica per la geometria BC a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$</i> | 72 |
| 6.24 | <i>Comportamento della pressione totale per la geometria BC a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$</i> | 73 |
| 6.25 | <i>Comportamento della temperatura statica per la geometria BC a $M = 2.5$ e $p_0 = 33000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$</i> | 73 |
| 6.26 | <i>Comportamento del numero di Mach per la geometria BC a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$</i> | 73 |
| 6.27 | <i>Comportamento della pressione statica per la geometria BC a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$</i> | 74 |
| 6.28 | <i>Comportamento della pressione totale per la geometria BC a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$</i> | 74 |
| 6.29 | <i>Comportamento della temperatura statica per la geometria BC a $M = 3$ e $p_0 = 15000$ Pa, con griglia di 396977 elementi, Modello SST $k - \omega$</i> | 74 |
| 6.30 | <i>Andamento della pressione statica lungo la rampa normalizzata rispetto alla pressione totale di monte confrontata con i dati sperimentali</i> | 75 |

Elenco delle tabelle

- 4.1 Modelli matematici basati sul *RANS model* 28
- 5.1 Geometria CA 41
- 5.2 Edge Sizing per la geometria CA, mesh con numero di elementi dell'ordine di 400000 43
- 5.3 Impostazioni per l'inflation layer 43
- 5.4 Casi studio 46
- 5.5 Edge Sizing per la geometria CA, mesh con numero di elementi dell'ordine di 100000 51
- 5.6 Edge Sizing per la geometria CA, mesh con numero di elementi dell'ordine di 25000 56
- 5.7 Confronto tra il numero delle iterazioni richieste a convergenza per le tre griglie in studio 61
- 6.1 Geometria BC 71