

Politecnico di Torino

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Gestionale

A.a 2021/2022



L'efficienza dei mercati finanziari internazionali: una verifica con le reti neurali

Relatrice:

Prof.ssa Laura Rondi

Co-relatore:

Prof. Franco Varetto

Candidata:

Alice d'Onofrio

Sessione di Laurea Luglio 2022

*Alla mia famiglia,
per aver sempre creduto in me,
A Matteo,
per non avermi mai fatto sentire sola,
A me stessa,
per averci creduto fino in fondo senza mai mollare*

Premessa

Il tema dell'efficienza dei mercati finanziari internazionali è da sempre oggetto di studio e ricerche.

Lo scopo di questo elaborato è quello di scoprire sperimentalmente le differenze relative al grado di efficienza dei mercati di paesi appartenenti a due categorie diverse. In particolare ci si vuole concentrare sull'analisi dei paesi sviluppati e su quella dei paesi in via di sviluppo caratterizzati, dunque, da diversi livelli di qualità della vita, sviluppo sociale, economico ed industriale.

Nello specifico si considerano quattro nazioni sviluppate, quali l'Italia, gli Stati Uniti, il Regno Unito e il Giappone, e quattro in via di sviluppo, quali il Brasile, la Cina, l'India e la Turchia e i relativi principali indici di borsa: FTSE MIB, S&P 500, FTSE 100, NIKKEI 225, Bovespa, Shanghai Composite, Nifty 50 e BIST 100.

Per effettuare un'analisi approfondita e completa, dunque, vengono prese in esame le quotazioni giornaliere delle borse nell'arco temporale che inizia a gennaio 2015 e termina nel primo trimestre del 2021 e, dopo una prima analisi statistica, utilizzando il linguaggio di programmazione Python, viene sviluppata, addestrata e testata una rete neurale multistrato che, applicata ad ogni indice, proverà ad effettuare previsioni a breve termine sull'andamento dei prezzi di mercato, cercando di capire se la variazione futura del prezzo sarà positiva o negativa. Analizzando e valutando, infine, alcuni indicatori di performance, risultanti dall'implementazione dell'algoritmo, è possibile ottenere ulteriori indicazioni e conferme in merito all'efficienza dei mercati relativi ai paesi in via di sviluppo rispetto a quelli appartenenti alla categoria dei paesi sviluppati.

Per una comprensione approfondita dell'argomento, nel primo capitolo è descritto il tema dell'efficienza del mercato azionario, delineando le linee di pensiero di famosi economisti come Eugene Fama e Burton Malkiel.

Il secondo capitolo ha lo scopo di fornire una panoramica della situazione economica degli otto paesi considerati, presentando per ognuno i principali indicatori economici e mostrando l'andamento dei relativi indici di borsa.

Nel terzo capitolo, invece, emerge una prima verifica dell'efficienza dei mercati analizzati che, attraverso lo strumento della regressione, cerca di comprendere il grado di efficienza delle due diverse classi di paesi.

Nel quarto capitolo, partendo dall'intelligenza artificiale e dal machine learning, è presentato il tema delle reti neurali, mostrando una panoramica del loro funzionamento, delle diverse tipologie esistenti e dei diversi metodi di apprendimento.

Nel quinto e ultimo capitolo viene descritta l'implementazione della rete neurale creata con Python che prova a prevedere l'andamento positivo o negativo del prezzo degli indici, al fine di analizzare l'efficienza di mercato relativa ai paesi in via di sviluppo rispetto a quelli già sviluppati.

Indice

1	<i>Teoria dei mercati finanziari</i>	1
1.1	Analisi tecnica e analisi fondamentale	2
1.2	I diversi tipi di efficienza	3
1.3	Efficienza in forma debole.....	5
1.4	Efficienza in forma semi-forte	5
1.5	Efficienza in forma forte.....	6
1.6	Diverse anomalie dei mercati.....	6
1.7	Modellistica Random Walk	7
2	<i>Analisi di campioni di paesi sviluppati e in via di sviluppo</i>	10
2.1	Paesi sviluppati.....	14
2.1.1	Italia.....	14
2.1.2	Stati Uniti	20
2.1.3	Regno Unito	25
2.1.4	Giappone.....	30
2.2	Paesi in via di sviluppo	36
2.2.1	Brasile.....	36
2.2.2	Cina	41
2.2.3	India.....	46
2.2.4	Turchia	51
3	<i>Modello di random walk</i>	56
3.1	Stima del modello <i>random walk</i> applicato per ciascun paese	57
3.1.1	Analisi della regressione tra log-rendimenti relativi a t e $t-3$	59
3.1.1.1	FTSE MIB	59
3.1.1.2	S&P 500	60
3.1.1.3	FTSE 100	60
3.1.1.4	NIKKEI 225	61
3.1.1.5	Bovespa	61
3.1.1.6	Shanghai Composite	62
3.1.1.7	Nifty 50	62
3.1.1.8	BIST 100.....	63
3.1.2	Analisi della regressione tra log-rendimenti relativi a t e $t-1$	63
4	<i>Reti neurali</i>	66
4.1	Intelligenza artificiale, Machine Learning e Deep Learning	66
4.2	Reti neurali artificiali	67
4.2.1	Diversi tipi di reti neurali artificiali.....	69
4.2.2	Funzionamento di un neurone artificiale	71
4.2.3	Addestramento e apprendimento della rete neurale	74
4.2.3.1	Back propagation.....	75
4.2.4	Ambiti di applicazione delle reti neurali	76
5	<i>Implementazione di una rete neurale con Python</i>	78
5.1	Preparazione e raccolta dei dati	79
5.2	Librerie installate.....	79

5.3	Importazione ed analisi dei dati	80
5.4	Scelta degli iper-parametri da utilizzare nella rete neurale.....	82
5.5	Architettura della rete utilizzata e metodi di valutazione	84
5.6	Valutazioni di performance sugli indici azionari	89
5.6.1	FTSE MIB	90
5.6.2	S&P 500	91
5.6.3	FTSE 100	93
5.6.4	NIKKEI 225	94
5.6.5	Bovespa	96
5.6.6	Shanghai Composite	97
5.6.7	Nifty 50	99
5.6.8	BIST 100	100
6	<i>Conclusioni e analisi dei risultati.....</i>	103
7	<i>Bibliografia e sitografia</i>	107

Elenco delle figure

Figura 1 - Mappa che evidenzia i paesi in via di sviluppo e i paesi sviluppati secondo il Fondo monetario internazionale	11
Figura 2 - Esempi di curve mesocurtica, lepicurtica e platicurtica	14
Figura 3 - Esempi di curve asimmetriche	14
Figura 4 - Andamento PIL a prezzi correnti relativo all'Italia.....	15
Figura 5 - Andamento del tasso di crescita del PIL reale relativo all'Italia	16
Figura 6 - Andamento del Debito pubblico/PIL relativo all'Italia.....	16
Figura 7 - Andamento del tasso di inflazione relativo all'Italia	16
Figura 8 - Andamento del tasso d'interesse deciso dalla Banca Centrale relativo all'Italia	17
Figura 9 - Andamento dei prezzi dell'indice di borsa FTSE MIB	18
Figura 10 - Andamento log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa FTSE MIB	18
Figura 11 - Istogramma con frequenza dei log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa FTSE MIB	19
Figura 12 - Andamento del PIL a prezzi correnti relativo agli Stati Uniti.....	21
Figura 13 - Andamento del tasso di crescita del PIL reale relativo agli Stati Uniti	21
Figura 14 - Andamento del tasso di inflazione relativo agli Stati Uniti	22
Figura 15 - Andamento del tasso d'interesse deciso dalla Banca Centrale relativo agli Stati Uniti	22
Figura 16 - Andamento del tasso di inflazione relativo agli Stati Uniti	22
Figura 17 - Andamento dei prezzi dell'indice di borsa S&P 500.....	23
Figura 18 - Andamento log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa S&P 500.....	24
Figura 19 - Istogramma con frequenza dei log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa S&P 500	24
Figura 20 - Andamento del PIL a prezzi correnti relativo al Regno Unito.....	26
Figura 21 - Andamento del tasso di crescita del PIL reale relativo al Regno Unito	26
Figura 22 - Andamento del tasso di inflazione relativo al Regno Unito	27
Figura 23 - Andamento del tasso di interesse deciso dalla Banca Centrale relativo al Regno Unito	27
Figura 24 - Andamento del Debito pubblico/PIL relativo al Regno Unito.....	27
Figura 25 - Andamento dei prezzi dell'indice di borsa FTSE 100.....	28
Figura 26 - Andamento log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa FTSE 100.....	29
Figura 27 - Istogramma con frequenza dei log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa FTSE 100	29
Figura 28 - Andamento del PIL a prezzi correnti relativo al Giappone	31
Figura 29 - Andamento del tasso di crescita del PIL reale relativo al Giappone.....	32
Figura 30 - Andamento del tasso di inflazione relativo al Giappone.....	32
Figura 31 - Andamento del tasso d'interesse deciso dalla Banca Centrale relativo al Giappone.....	32
Figura 32 - Andamento del Debito pubblico/PIL relativo al Giappone	33
Figura 33 - Andamento dei prezzi dell'indice di borsa NIKKEI 225.....	34
Figura 34 - Andamento log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa NIKKEI 225.....	34
Figura 35 - Istogramma con frequenza dei log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa NIKKEI 225	35
Figura 36 - Andamento del PIL a prezzi correnti relativo al Brasile	37
Figura 37 - Andamento del tasso di crescita del PIL reale relativo al Brasile	37
Figura 38 - Andamento del tasso di inflazione relativo al Brasile.....	37
Figura 39 - Andamento del tasso d'interesse deciso dalla Banca centrale relativo al Brasile.....	38
Figura 40 - Andamento del Debito pubblico/PIL relativo al Brasile	38
Figura 41 - Andamento dei prezzi dell'indice di borsa Bovespa.....	39
Figura 42 - Andamento log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa Bovespa.....	39
Figura 43 - Istogramma con frequenza dei log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa Bovespa	40
Figura 44 - Andamento del PIL a prezzi correnti relativo alla Cina	42
Figura 45 - Andamento del tasso di crescita del PIL reale relativo alla Cina	42
Figura 46 - Andamento del tasso di inflazione relativo alla Cina	42
Figura 47 - Andamento del tasso d'interesse deciso dalla Banca Centrale relativo alla Cina	43
Figura 48 - Andamento del Debito pubblico/PIL relativo alla Cina.....	43
Figura 49 - Andamento dei prezzi dell'indice di borsa Shanghai Composite	44
Figura 50 - Andamento log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa Shanghai Composite	44
Figura 51 - Istogramma con frequenza dei log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa Shanghai Composite	45
Figura 52 - Andamento PIL a prezzi correnti relativo all'India.....	47

Figura 53 - Andamento del tasso di crescita del PIL reale relativo all'India	47
Figura 54 - Andamento del tasso di inflazione relativo all'India	47
Figura 55 - Andamento del tasso d'interesse deciso dalla Banca Centrale relativo all'India	48
Figura 56 - Andamento del Debito pubblico/PIL relativo all'India	48
Figura 57 - Andamento dei prezzi dell'indice di borsa Nifty 50	49
Figura 58 - Andamento log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa Nifty 50.....	49
Figura 59 - Istogramma con frequenza dei log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa Nifty 50	50
Figura 60 - Andamento del PIL a prezzi correnti relativo alla Turchia.....	52
Figura 61 - Andamento del tasso di crescita del PIL reale relativo alla Turchia	52
Figura 62 - Andamento del tasso di inflazione relativo alla Turchia	52
Figura 63 - Andamento del tasso d'interesse deciso dalla Banca Centrale relativo alla Turchia	53
Figura 64 - Andamento Debito pubblico/PIL relativo alla Turchia	53
Figura 65 - Andamento dei prezzi dell'indice di borsa BIST 100	54
Figura 66 - Andamento log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa BIST 100	54
Figura 67 - Istogramma con frequenza dei log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa BIST 100	55
Figura 68 - Dispersione log-rendimenti.....	59
Figura 69 - Intelligenza artificiale, Machine learning, Deep Learning	67
Figura 70 - Strati di una rete neurale.....	68
Figura 71 - Percettrone	70
Figura 72 - Rete neurale ricorrente.....	70
Figura 73 - Funzionamento neurone artificiale.....	72
Figura 74 - Esempio rete Multi Layer Perceptron	78
Figura 75 - Librerie Python.....	80
Figura 76 - Codice Python per lettura e normalizzazione dei dati e creazione del dataset.....	82
Figura 77 - Codice Python per suddivisione dei dati in training set e testing set	83
Figura 78 - Possibili combinazioni di parametri della rete.....	84
Figura 79 - Esempio MLP basata sulla classificazione con un solo hidden layer	84
Figura 80 - Architetture della rete	85
Figura 81 - Codice Python per addestramento della rete neurale.....	86
Figura 82 - Codice Python per testare la rete neurale	87
Figura 83 - Matrice di confusione	87
Figura 84 - Schema riassuntivo delle diverse tipologie di elementi	88
Figura 85 - Codice Python per produrre la matrice di confusione e gli indicatori di performance.....	89
Figura 86 - Matrice di confusione relativa all'indice FTSE MIB.....	91
Figura 87 - Output Python relativo all'indice FTSE MIB	91
Figura 88 - Matrice di confusione relativa all'indice S&P 500	92
Figura 89 - Output Python relativo all'indice S&P 500.....	93
Figura 90 - Matrice di confusione relativa all'indice FTSE 100	94
Figura 91 - Output Python relativo all'indice FTSE 100.....	94
Figura 92 - Matrice di confusione relativa all'indice NIKKEI 225	95
Figura 93 - Output Python relativo all'indice NIKKEI 225	96
Figura 94 - Matrice di confusione relativa all'indice Bovespa	97
Figura 95 - Output Python relativo all'indice Bovespa.....	97
Figura 96 - Matrice di confusione relativa all'indice Shanghai Composite.....	98
Figura 97 - Output Python relativo all'indice Shanghai Composite	99
Figura 98 - Matrice di confusione relativa all'indice Nifty 50	100
Figura 99 - Output Python relativo all'indice Nifty 50	100
Figura 100 - Matrice di confusione relativa all'indice BIST 100	101
Figura 101 - Output Python relativo all'indice BIST 100	102

Elenco delle tabelle

<i>Tabella 1 - Paesi analizzati e rispettivi indici di borsa.....</i>	<i>10</i>
<i>Tabella 2 - Esempio di tabella contenente la serie storica dell'indice FTSE 100.....</i>	<i>13</i>
<i>Tabella 3 - Media, deviazione standard, curtosi e asimmetria dei log-rendimenti dell'indice FSTE MIB.....</i>	<i>19</i>
<i>Tabella 4 - Media, deviazione standard, curtosi e asimmetria dei log-rendimenti dell'indice S&P 500.....</i>	<i>25</i>
<i>Tabella 5 - Media, deviazione standard, curtosi e asimmetria dei log-rendimenti dell'indice FTSE 100.....</i>	<i>30</i>
<i>Tabella 6 - Media, deviazione standard, curtosi e asimmetria dei log-rendimenti dell'indice NIKKEI 225.....</i>	<i>35</i>
<i>Tabella 7 - Media, deviazione standard, curtosi e asimmetria dei log-rendimenti dell'indice Bovespa.....</i>	<i>40</i>
<i>Tabella 8 - Media, deviazione standard, curtosi e asimmetria dei log-rendimenti dell'indice Shanghai Composite.....</i>	<i>45</i>
<i>Tabella 9 - Media, deviazione standard, curtosi e asimmetria dell'indice Nifty 50.....</i>	<i>50</i>
<i>Tabella 10 - Media, deviazione standard, curtosi e asimmetria dei log-rendimenti dell'indice BIST 100.....</i>	<i>55</i>
<i>Tabella 11 - Valori della regressione relativa all'indice FTSE MIB con lag pari a 3.....</i>	<i>59</i>
<i>Tabella 12 - Valori della regressione relativa all'indice S&P 500 con lag pari a 3.....</i>	<i>60</i>
<i>Tabella 13 - Valori della regressione relativa all'indice FTSE 100 con lag pari a 3.....</i>	<i>60</i>
<i>Tabella 14 - Valori della regressione relativa all'indice NIKKEI 225 con lag pari a 3.....</i>	<i>61</i>
<i>Tabella 15 - Valori della regressione relativa all'indice Bovespa con lag pari a 3.....</i>	<i>61</i>
<i>Tabella 16 - Valori della regressione relativa all'indice Shanghai Composite con lag pari a 3.....</i>	<i>62</i>
<i>Tabella 17 - Valori della regressione relativa all'indice Nifty 50 con lag pari a 3.....</i>	<i>62</i>
<i>Tabella 18 - Valori della regressione relativa all'indice BIST 100 con lag pari a 3.....</i>	<i>63</i>
<i>Tabella 19 - Valori della regressione relativa all'indice FTSE MIB con lag pari a 1.....</i>	<i>63</i>
<i>Tabella 20 - Valori della regressione relativa all'indice S&P 500 con lag pari a 1.....</i>	<i>63</i>
<i>Tabella 21 - Valori della regressione relativa all'indice FTSE 100 con lag pari a 1.....</i>	<i>64</i>
<i>Tabella 22 - Valori della regressione relativa all'indice NIKKEI 225 con lag pari a 1.....</i>	<i>64</i>
<i>Tabella 23 - Valori della regressione relativa all'indice Bovespa con lag pari a 1.....</i>	<i>64</i>
<i>Tabella 24 - Valori della regressione relativa all'indice Shanghai Composite con lag pari a 1.....</i>	<i>64</i>
<i>Tabella 25 - Valori della regressione relativa all'indice Nifty 50 con lag pari a 1.....</i>	<i>64</i>
<i>Tabella 26 - Valori della regressione relativa all'indice BIST 100 con lag pari a 1.....</i>	<i>64</i>
<i>Tabella 27 - Risultati relativi ai paesi sviluppati.....</i>	<i>103</i>
<i>Tabella 28 - Risultati relativi ai paesi in via di sviluppo.....</i>	<i>104</i>

1 Teoria dei mercati finanziari

La Teoria dei Mercati Efficienti afferma che il mercato è guidato da dinamiche che, avendo tutte le informazioni disponibili, tendono a portarlo sempre verso una condizione di stabilità e crescita.

L'Efficient Market Hypothesis (EMH) ha origini molto antiche ed è stata analizzata, studiata e riformulata da tantissimi esperti.

Due economisti molto famosi e noti in questo settore sono Eugene Fama e Paul Anthony Samuelson. Quest'ultimo nel 1970 ha dimostrato un teorema fondamentale in cui l'andamento del prezzo è collegato all'andamento dell'arrivo delle nuove informazioni sul mercato finanziario, dimostrando che le variazioni di un prezzo che si muove su un mercato finanziario efficiente dal punto di vista informativo, seguono un comportamento stocastico e, di conseguenza, casuale. Questo concetto è stato successivamente formalizzato da Fama, il quale afferma che *“Un mercato finanziario è efficiente se i prezzi riflettono sempre pienamente le informazioni disponibili”*. Ciò non vuole dire che i prezzi riflettano il valore di un'impresa in modo corretto, né tantomeno implica che un mercato efficiente sia in grado di esprimere una giusta anticipazione del futuro, ma vuol dire che i prezzi includono e sono il frutto di tutte le informazioni disponibili sul mercato, il quale è capace di fare la migliore previsione possibile.

Andando avanti con gli anni, nel 1992, emerse un altro famoso economista, Burton Malkiel che fornì una definizione di mercato molto più precisa, affermando che *“un mercato dei capitali si dice efficiente se riflette pienamente e correttamente tutte le informazioni rilevanti nel determinare i prezzi dei titoli. Formalmente, il mercato si dice efficiente rispetto a un certo insieme di informazioni se i prezzi dei titoli non sono influenzati dalla rivelazione di tali informazioni a tutti i partecipanti. Inoltre, l'efficienza rispetto a un insieme di informazioni implica che è impossibile ottenere profitti economici negoziando sulla base di quelle informazioni”*¹.

Sicuramente il pensiero di Malkiel riprende quello di Fama, ma il concetto di “mercato efficiente” viene ampliato in modo significativo. Secondo Malkiel, infatti, esistono due

¹ John Y. Campobell, Andrew W. Lo, A. Craig MacKinlay, *“The Econometrics of Financial Markets”*, Princeton, New Jersey, Princeton University Press

modi per comprendere se un mercato è efficiente o meno. Il primo metodo consiste nel divulgare le informazioni e studiare come variano i prezzi dei titoli. Se la rivelazione delle informazioni non causa oscillazioni dei prezzi, allora il mercato può essere considerato efficiente. Un altro modo per testare l'efficienza del mercato, invece, è quella di misurare i profitti economici negoziando su determinate informazioni.

1.1 Analisi tecnica e analisi fondamentale

Una premessa fondamentale prima di entrare nello specifico dello studio delle varie forme di efficienza è la definizione dei concetti di analisi fondamentale e analisi tecnica. Coloro che portano avanti e si basano su queste due analisi contrappongono il loro pensiero alla teoria dell'efficienza di mercato.

L'analisi fondamentale consiste nell'identificare e nel prevedere tutte quelle variabili economiche che condizionano il trend del prezzo delle azioni, cercando di comprendere se i titoli sono scambiati a prezzi superiori o inferiori rispetto al loro valore effettivo, oppure se l'azione è valutata correttamente: l'obiettivo è quello di capire lo scostamento tra il prezzo e il suo valore reale e, se sono individuate delle discrepanze, l'analista dovrà procedere alla vendita o all'acquisto di un'azione. È, dunque, un metodo per valutare il prezzo delle azioni di una società quotata in borsa utilizzando, però, i dati di bilancio oltre che i dati della borsa stessa.

Essa si basa su un approccio di medio-lungo periodo, sulle effettive potenzialità di crescita delle società quotate e sulla loro intrinseca capacità di produrre reddito. Si attua attraverso l'analisi dei bilanci e di tutte le informazioni che si hanno a disposizione sull'attività di un'azienda.

I principali problemi dell'analisi funzionale possono essere individuati nelle informazioni false e incomplete, negli errori di valutazione ed eventi inattesi.

È, inoltre, un'analisi costosa e poco praticata perché consiste nel fare un continuo searching sul mercato finanziario per individuare i gap tra valore e prezzo più ampi per ripagare i costi dell'analisi fondamentale.

L'analisi tecnica, invece, ipotizza che il mercato non sia efficiente e che il passato sia importante in quanto permette di effettuare lo studio sistematico del comportamento dei

mercati finanziari, in particolar modo con l'uso di grafici per prevedere l'andamento futuro.

Grazie alle informazioni riguardanti il prezzo, il rendimento e il volume delle azioni, infatti, consente di identificare le diverse opportunità presenti nel mercato, valutando i differenti investimenti, solitamente a breve termine, con lo scopo di individuare il giusto momento per comprare o vendere un'azione riuscendo a sovraperformare il mercato. Ipotizza, quindi, che esistono investitori ben informati e che si possa battere il mercato realizzando rendimenti maggiori della media.

Neppure l'analisi tecnica, però, riesce sistematicamente a battere il mercato nel lungo periodo, ma ci sono dei motivi per i quali essa potrebbe funzionare: gli incrementi dei prezzi si auto-alimentano, ossia la domanda aumenta con l'aumentare di essi, il che fa salire ancora di più i prezzi, le asimmetrie informative e i tempi di reazione degli investitori, i quali non reagiscono prontamente alle nuove informazioni.

Se l'analisi fondamentale si basa principalmente sui dati finanziari di una società, i quali possono essere vendite o guadagni, quella tecnica analizza in particolar modo l'andamento dei prezzi.

1.2 I diversi tipi di efficienza

James Tobin, macroeconomista keynesiano premio Nobel dell'Economia, è stato il primo ad occuparsi dei mercati finanziari dal punto di vista dell'efficienza macroeconomica e ne ha individuati diversi tipi. In primo luogo l'efficienza può essere suddivisa in:

1. *Efficienza allocativa - funzionale*: questo tipo di efficienza si riflette nella capacità del mercato finanziario di concentrare le risorse finanziarie verso gli impieghi più redditizi che, quindi, comportano il miglior tasso di crescita e sviluppo del PIL. Di conseguenza in un mercato efficiente dal punto di vista allocativo, il benessere complessivo cresce per tutti. Il prezzo di un'azione in un mercato caratterizzato da questo tipo di efficienza riflette rischio e flussi di rendimento attesi futuri.
2. *Efficienza tecnico - operativa*: facilità, dovuta a bassi costi e alta velocità di transazione, grazie alla quale si riescono ad ottenere le risorse. Secondo Tobin,

infatti, un mercato caratterizzato da questo tipo di efficienza lavora “senza sabbia negli ingranaggi”, ossia ha costi di transazione molto bassi.

3. *Efficienza informativa*: i prezzi rispecchiano le informazioni disponibili, e di conseguenza il valore di mercato è simile al valore reale. Il loro ruolo è, infatti, proprio quello di aggregare le diverse informazioni in modo efficiente. L'efficienza informativa è fondamentale perché se i prezzi sono relativi ad un mercato finanziario efficiente dal punto di vista informativo, possono essere dati per veri e si possono prendere decisioni sulla base di essi. In caso contrario, si potrebbero prendere delle decisioni sbagliate.

L'economista Samuelson, come già accennato in precedenza, in merito a questo tipo di efficienza, ha portato avanti il ragionamento secondo il quale se il prezzo racchiude tutte le informazioni disponibili, il mercato deve reagire in modo istantaneo alle nuove informazioni, che per definizione sono casuali. Al contrario, se queste fossero prevedibili, non sarebbero nuove e sarebbero già incorporate nella formazione del prezzo. Se, quindi, i prezzi variano in base alle nuove informazioni e queste ultime sono stocastiche, di conseguenza, anche il prezzo deve variare in maniera casuale.

Questo concetto è stato, poi, formalizzato da Fama, le cui considerazioni non portano ad affermare che i prezzi racchiudano tutta la realtà, ma semplicemente che il prezzo non incorpora distorsioni sistematiche.

L'efficienza informativa, in base alle diverse ampiezze di informazioni, può essere suddivisa in:

- Efficienza in forma **debole**: il prezzo di mercato riflette tutte le informazioni che includono la storia dei prezzi del titolo.
- Efficienza in forma **semi-forte**: il prezzo di mercato riflette qualsiasi informazione pubblica.
- Efficienza in forma **forte**: il prezzo di mercato riflette tutte le informazioni, sia pubbliche sia private.

1.3 Efficienza in forma debole

In un mercato efficiente in forma debole i prezzi delle azioni incorporano tutte le informazioni storiche e i prezzi del passato, dunque si afferma che le variazioni dei prezzi nel passato, la quantità e i dati sugli utili non possono essere utilizzati per prevedere il prezzo di un'azione.

La teoria porta avanti il concetto di "casualità" dei prezzi che rende impossibile analizzare il loro andamento storico per ottenere maggiori profitti, dunque le variazioni sono totalmente indipendenti e una crescita degli utili del passato non causa una crescita attuale degli utili. La principale caratteristica di un mercato finanziario efficiente almeno dal punto di vista della forma debole è, dunque, quella per cui non si può individuare nessun tipo di trend.

Considerando l'efficienza debole, si comprende come sia molto difficile, soprattutto nel breve termine, sovraperformare il mercato e, di conseguenza, è possibile intuire come i trading systems non dovrebbero essere in grado di "battere" il mercato e, i prezzi dei titoli dovrebbero aggiustarsi istantaneamente e senza distorsioni a nuove informazioni.

Inoltre, non conta il passato, e il coefficiente di autocorrelazione tra i rendimenti a t e a $t-1$ deve essere nullo: se, infatti, la correlazione fosse positiva o negativa si andrebbe a creare un trend chiaramente individuabile, mentre nel caso in questione si è impossibilitati a trovare un chiaro pattern.

I sostenitori di questa teoria, infatti, credono che avere un consulente finanziario non abbia alcun senso e che si possa scegliere a caso un investimento, in quanto non è possibile ottenere rendimenti più alti utilizzando l'analisi tecnica, considerata priva di qualsiasi utilità.

A differenza di essi, invece, molti economisti che si occupano di analisi tecnica affermano come sia possibile individuare un trend nell'andamento dei prezzi, portando avanti l'idea secondo la quale la conoscenza del passato sia importante.

1.4 Efficienza in forma semi-forte

L'efficienza semi-forte afferma che i prezzi correnti delle azioni sono influenzati dalle informazioni pubbliche: prezzi, bilanci, dichiarazioni dell'amministratore delegato ecc. I

suoi sostenitori portano avanti la teoria secondo la quale l'analisi fondamentale e l'analisi tecnica non possono essere utilizzate per ottenere guadagni superiori, nonostante le informazioni non disponibili al pubblico riescano comunque ad agevolare gli investitori e a far avere loro rendimenti superiori a quelli del mercato.

1.5 Efficienza in forma forte

L'efficienza in forma forte afferma che il prezzo di mercato incorpora tutte le informazioni, sia pubbliche che private. In questo contesto i profitti che superano i rendimenti normali non possono essere realizzati, indipendentemente dalla quantità e dal tipo di informazioni a disposizione degli investitori.

Fama sostiene che in un mercato caratterizzato da questo tipo di efficienza non si potrebbero sfruttare le informazioni private e ciò non consentirebbe agli insider trades di fare profitti.

I servizi di consulenza, l'analisi tecnica e lo studio delle informazioni sono stati definiti "inutili" da Malkiel, il quale afferma anche che i portafogli costruiti dagli esperti non dovrebbero essere migliori di quelli creati da una "blindfolded monkey". Anche se si conoscessero informazioni private, infatti, esse essendo già incorporate nel prezzo dell'azione, non permetterebbero di ottenere dei profitti superiori e, quindi, nessuna informazione può dare all'investitore vantaggio sul mercato.

Analizzando le tre diverse tipologie di efficienza si può arrivare alla conclusione che il mercato finanziario è complessivamente efficiente nella forma debole, sufficientemente efficiente nella forma semi-forte, ma non è efficiente in forma forte.

1.6 Diverse anomalie dei mercati

All'interno dei mercati efficienti in forma debole, semi-forte o forte, possono essere presenti varie anomalie, ossia il fenomeno per cui la variazione dei prezzi è diversa da quella attesa. Ne esistono di diversi tipi, ma le principali possono essere individuate in:

- *Calendar effect*:
 - *January effect*: in questo mese si verifica un aumento dei prezzi delle azioni e, di conseguenza, i rendimenti sono maggiori. Ciò potrebbe essere dovuto

al fatto per cui a dicembre gli investitori vendono posizioni in perdita, realizzando quindi delle perdite effettive, per poi riacquistarle a gennaio, mese nel quale c'è un eccesso su quel titolo, che fa salire i rendimenti.

- *Weekend effect*: il rendimento dei titoli il lunedì è più basso rispetto a quello del venerdì e, quindi, i prezzi sono minori. Ciò potrebbe essere dovuto al fatto che è proprio nel weekend che vengono diffuse le notizie più significative.
- *Turn of the month effect*: il rendimento delle azioni è superiore a cavallo del cambio del mese, più precisamente nell'ultimo giorno lavorativo del mese corrente e nei primi 3 giorni del mese successivo. Ciò potrebbe essere causato dall'erogazione dei salari a fine mese che condizionano la domanda dei titoli.
- *Holiday effect*: nei giorni precedenti ai festivi è possibile notare una variazione dei prezzi, in particolare ne emerge una crescita.
- *Small-firm effect*: mostra come tra il 1936 e il 1975 tra la dimensione dell'impresa e il rendimento ci sia stata una relazione inversa. Investendo, infatti, nelle piccole aziende furono ottenuti rendimenti più alti di quelli conseguiti nelle imprese più grandi. Questa anomalia è scomparsa negli anni successivi in quanto, essendosi tutti riversati sulle aziende più piccole, questo effetto è sparito.
- *Value effect*: i portafogli con azioni con basso price earnings generano rendimenti statisticamente maggiori rispetto a quelli costituiti con alto price earnings
- *Momentum effect*: variazioni positive dei prezzi azionari tendono ad essere seguite da variazioni positive, mentre variazioni negative sono di solito seguite da ulteriori variazioni negative.

1.7 Modellistica Random Walk

Il modello del “*random walk*”, detto anche “*camminata dell'ubriaco*” è una teoria che parte dall'idea che, in un mercato efficiente, i prezzi si muovono in modo casuale e che le loro variazioni non siano prevedibili, ossia che l'andamento dei prezzi passati presenti sul mercato non possa essere utilizzato per capire e prevederne l'andamento futuro. Questa teoria, ideata da Louis Bachelier, è stata successivamente ripresa da Malkiel, il quale ha

portato avanti il pensiero secondo il quale la probabilità che il prezzo di un'azione diminuisca è uguale alla probabilità che quello stesso prezzo aumenti. Ciò accade perché, come detto precedentemente, in un mercato efficiente il prezzo di un'azione include già tutte le informazioni disponibili.

Secondo questo modello, quindi, non è possibile sovra-performare il mercato azionario senza assumersi un elevato grado di rischio e l'analisi tecnica e l'analisi fondamentale sono considerate inutili e inaffidabili. Di conseguenza si ritiene che i consulenti per gli investimenti non apportino alcun vantaggio a chi decide di investire.

Oltre ai sostenitori, come per ogni teoria, esistono anche coloro che sono discordanti e si distaccano leggermente da queste convinzioni, credendo e sostenendo che sia possibile avere performance migliori del mercato, nonostante questo sia possibile solo applicando uno sforzo e sostenendo un costo non indifferenti. Si dovrebbero, infatti, selezionare accuratamente i punti di entrata e di uscita degli investimenti azionari e, attraverso le analisi tecniche e fondamentali, si giungerebbe all'identificazione di tendenze e modelli dei prezzi. Tutto ciò non elimina il comportamento casuale del mercato, ma aiuta sicuramente l'investitore a fare delle scelte più strategiche e a tutelarsi.

Il processo stocastico *Random Walk* è un processo "senza memoria": non conta, quindi, cosa è successo nel passato, ma solo la situazione attuale e si ipotizza che le variazioni dei prezzi e dei rendimenti siano identicamente e indipendentemente distribuite.

I sostenitori del *random walk* portano avanti elementi che non depongono a favore dell'analisi tecnica. Secondo loro, infatti, le inversioni di tendenza possono avvenire drasticamente e all'improvviso e ciò fa sì che l'analista tecnico perda la sua occasione. Inoltre, l'analisi tecnica è definita "auto-distruttiva": ciò vuol dire che una volta che le persone vengono a conoscenza di tecniche efficienti iniziano a farsi concorrenza a vicenda rendendo il processo meno efficace.

Dal punto di vista economico, il processo *random walk* porta avanti l'idea secondo la quale dato un preciso momento, le variazioni dei prezzi al momento successivo sono casuali rispetto alle informazioni disponibili attualmente e identicamente distribuite.

È possibile affermare che il modello del *random walk* rappresenti un'ipotesi sufficiente ma non necessaria in un mercato efficiente anche solo debolmente. Sembrerebbe, quindi, che in un mercato efficiente sia inutile cercare e studiare informazioni nei prezzi passati, in quanto le variazioni seguono un percorso casuale.

Le diverse evidenze empiriche riguardanti la dinamica casuale dei prezzi mostrano come il *random walk* sia approssimativamente vero, ma mettono in luce la presenza di un'autocorrelazione positiva tra i rendimenti a breve termine, riguardati quindi settimane o mesi.

Un aspetto importante da tenere in considerazione per analizzare e studiare le ipotesi del modello di random walk è quello di capire bene le dipendenze e le relazioni tra i rendimenti r_t e r_{t+k} , ossia i rendimenti al tempo t e al tempo $t+k$, definendo le variabili casuali $f(r_t)$ e $g(r_{t+k})$.

Il modello random walk si basa, dunque, sull'ipotesi di rendimenti indipendentemente e identicamente distribuiti. La formula che regola il principio che c'è alla base del ragionamento è:

$$P_t = \mu + P_{t-1} + \epsilon_t \quad (1.1)$$

$\mu = \text{variazione dei prezzi prevista o drift}$

$$\epsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$$

L'indipendenza dei rendimenti oltre a rendimenti non correlati, implica che qualsiasi funzione non lineare dei rendimenti non sia correlata.

In questo modello sono definite la media e la varianza di un prezzo al tempo t conoscendo il prezzo iniziale P_0 :

$$E[P_t | P_0] = P_0 + \mu t \quad (1.2)$$

$$Var[P_t | P_0] = \sigma^2 t \quad (1.3)$$

Una delle possibili generalizzazioni di questo modello è:

$$\Delta X = \begin{cases} +\Delta X & \text{con probabilità } 0,5 \\ -\Delta X & \text{con probabilità } 0,5 \end{cases} \quad (1.4)$$

Nel quale $E(\Delta X) = 0$, mentre $Var(\Delta X) = (\Delta X)^2$

È possibile notare come la media e la varianza del prezzo al tempo t , conoscendo il prezzo iniziale, siano entrambe lineari nel tempo, mentre la media della variazione del prezzo sia uguale a 0.

2 Analisi di campioni di paesi sviluppati e in via di sviluppo

Per capire e analizzare come funzionano i mercati più in generale, per dimostrare quali sono efficienti e quali sono le conseguenze derivanti da questa caratteristica si analizzeranno, di seguito, otto nazioni. In particolare, si porrà l'attenzione su quattro paesi sviluppati e quattro paesi in via di sviluppo (*Tabella 1*), classificati come tali grazie alla tassonomia standard dei mercati finanziari che procede con questa suddivisione (*Figura 1*) a causa dello stato di sviluppo delle diverse nazioni. Si andranno ad evidenziare i loro principali indicatori economici² e i dati di borsa giornalieri³ relativi all'arco temporale che parte dal 2015 e termina nel primo trimestre del 2021 e che, quindi, riesce a racchiudere gli anni antecedenti alla pandemia, l'anno in cui è esplosa la crisi sanitaria e l'anno immediatamente successivo.

Tabella 1 - Paesi analizzati e rispettivi indici di borsa

Paesi sviluppati	Indice di Borsa	Valuta
Italia	FTSE MIB	EUR
Stati Uniti	S&P 500	USD
Regno Unito	FTSE 100	GBP
Giappone	NIKKEI 225	JPY

Paesi in via di sviluppo	Indice di Borsa	Valuta
Brasile	Bovespa	BRL
Cina	Shanghai Composite	CNY
India	Nifty 50	INR
Turchia	BIST 100	TRY

² Fonti dei dati: Trading Economics, FxEmpire, Data Commons.

³ Fonte dei dati: Investing.com

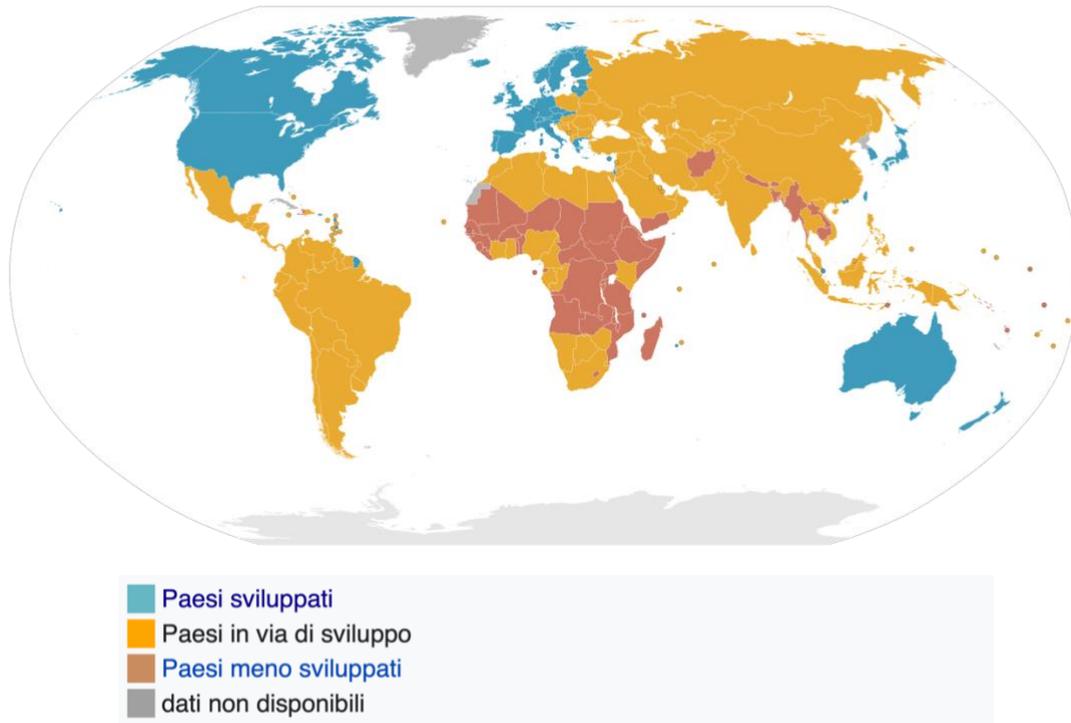


Figura 1 - Mappa che evidenzia i paesi in via di sviluppo e i paesi sviluppati secondo il Fondo monetario internazionale

Per comprendere la stabilità, la grandezza e l’impatto di un paese sulle altre nazioni è utile conoscere la sua forza economica e per fare ciò si ricorre all’analisi di diversi indicatori economici, in particolar modo del più importante tra tutti, il *Prodotto Interno Lordo*. Il PIL altro non è che l’insieme di beni e servizi finali prodotti in uno Stato in un determinato periodo e ha la capacità di rivelarne robustezza, salute, crescita e indipendenza economica. Di conseguenza, il suo valore influenza significativamente le scelte del mercato, il quale reagisce ad ogni sua variazione. Valori positivi del PIL riflettono un’espansione economica, contrariamente, se il suo valore diminuisce è facile intuire come il paese stia vivendo un momento di recessione.

Altro dato fondamentale e strettamente legato al PIL è il *tasso di inflazione*, percentuale che esprime un aumento o un calo dei prezzi di un paniere di beni e servizi. Questo indicatore è definito “*in ritardo*”, in quanto viene calcolato alla fine del periodo al quale si riferisce: un tasso di inflazione positivo sta a significare un aumento dei prezzi del paniere, viceversa un tasso negativo indica una diminuzione dei prezzi.

Il tasso d'inflazione è utile alla Banca Centrale per decidere quale politica monetaria utilizzare, che punta ad avere sempre un tasso di inflazione costante. Quest'ultimo è osservato e analizzato anche da coloro che vogliono investire.

La Banca Centrale, dunque, applica un determinato tasso di interesse, ossia il tasso al quale le banche prendono in prestito il denaro da essa, anche in base al tasso di inflazione desiderato, oltre che cercando di arrivare all'obiettivo di avere un elevato PIL.

Il *tasso di interesse* minimo all'interno di qualsiasi paese è deciso dalla sua Banca Centrale, la quale eroga prestiti alle banche nazionali che, a loro volta, concedono prestiti ai loro clienti con costi di indebitamento legati al tasso di interesse: se quest'ultimo è basso, anche i prestiti concessi dalle banche avranno tassi agevolati e ciò farà crescere l'economia, viceversa tassi molto elevati porteranno ad una diminuzione di richiesta di debiti. Se, infatti, l'economia di un Paese è in una fase di recessione, la Banca Centrale può attuare una diminuzione dei tassi di interessi che porterà ad una politica monetaria espansiva, la quale tenderà a far crescere e rafforzare l'economia.

Per capire la stabilità economica di un paese può essere utile esaminare anche il *debito pubblico*, valutato in rapporto al prodotto interno lordo. Esso può essere definito come il debito contratto da una nazione per soddisfare il proprio fabbisogno ed è fondamentale per finanziare la crescita economica di qualsiasi Stato. Anche qui, sono impattanti le decisioni di politica monetaria effettuate, in quanto una diminuzione dei tassi di interesse causa una riduzione del costo del debito pubblico.

Per ciò che riguarda le analisi delle serie storiche degli indici di borsa dei vari paesi, invece, sono stati costruiti dei grafici partendo da tabelle (*Tabella 2*) in cui sono riportati i seguenti dati: "Data", "Valore di apertura", "Valore di Chiusura", "Valore massimo", "Valore minimo", "Volume", "Variazione %", "Variazione"⁴. Per la visualizzazione grafica degli andamenti dei prezzi degli indici, però, tra tutti i valori sono stati considerati soltanto quelli di chiusura. Tali dati sono stati utilizzati per realizzare grafici aventi sull'asse delle ascisse le date relative ai record rilevati, mentre sull'asse delle ordinate il prezzo dell'indice assegnato ad una precisa data. Questo è interessante perché ci permette di capire in quali periodi i valori hanno raggiunto picchi di massimo e in quali picchi di minimo, ma non ci permette di capire il rendimento dei titoli. Per far ciò sono stati fatti altri grafici che

⁴ Fonte dei dati: Investing.com

mostrano i log-rendimenti giornalieri dei diversi indici: usare una scala logaritmica permette, infatti, di rappresentare variazioni percentuali uguali tra loro con stessi movimenti sull'asse delle ordinate. Ciò non sarebbe possibile se si andassero a considerare variazioni assolute dei prezzi dei due indici al posto di variazioni percentuali. L'asse delle ordinate presenta, dunque, valori ottenuti mediante la seguente formula:

$$r_t = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right) \quad (2.1)$$

p_t = prezzo dell'indice al tempo t

p_{t-1} = prezzo dell'indice al tempo $t - 1$

Tabella 2 - Esempio di tabella contenente la serie storica dell'indice FTSE 100

Data	Chiusura	Apertura	Massimo	Minimo	Volume	Var. %	Variazione
13.01.2015	18.708,93	18.251,29	18.790,39	18.229,34	721,97M	1,96%	359,78
14.01.2015	18.410,68	18.451,36	18.849,02	18.400,66	817,26M	-1,59%	-298,25
15.01.2015	18.844,52	18.646,93	18.970,97	18.066,31	989,43M	2,36%	433,84

Dopo aver calcolato i log-rendimenti giornalieri, sono stati costruiti degli istogrammi in cui ne viene mostrata la frequenza e la distribuzione. Per fare ciò sono stati calcolati quattro indicatori, grazie ai quali si è dimostrato che i log-rendimenti giornalieri seguono una distribuzione normale, conclusione che permette di beneficiare di tutte le semplificazioni del caso per i modelli applicati in seguito.

Le variabili calcolate sono la media μ , la deviazione standard σ , la curtosi e l'asimmetria.

La curtosi è la massima altezza raggiunta dalla curva delle frequenze e può essere positiva o negativa: nel primo caso la curva è più alta della gaussiana ottenuta con la stessa media e la stessa deviazione standard ed è detta *leptocurtica*, nel secondo caso la curva è più bassa ed è detta *platicurtica*. Nel caso in cui la curtosi abbia valore pari a zero, la curva ha la stessa altezza della gaussiana ed è detta *mesocurtica* (Figura 2).

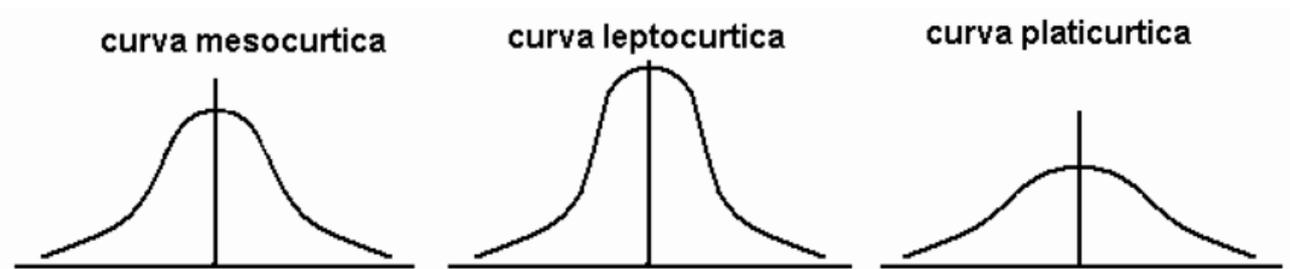


Figura 2 - Esempi di curve mesocurtica, leptocurtica e platicurtica

L'asimmetria di una distribuzione (Figura 3) indica, invece, l'assenza di specularità della stessa rispetto ad un asse verticale. Se il valore risultante dall'analisi è positivo, la distribuzione sarà caratterizzata da una coda di destra più lunga, viceversa se il valore dell'asimmetria è negativo la curva sarà caratterizzata da una coda sinistra più lunga.

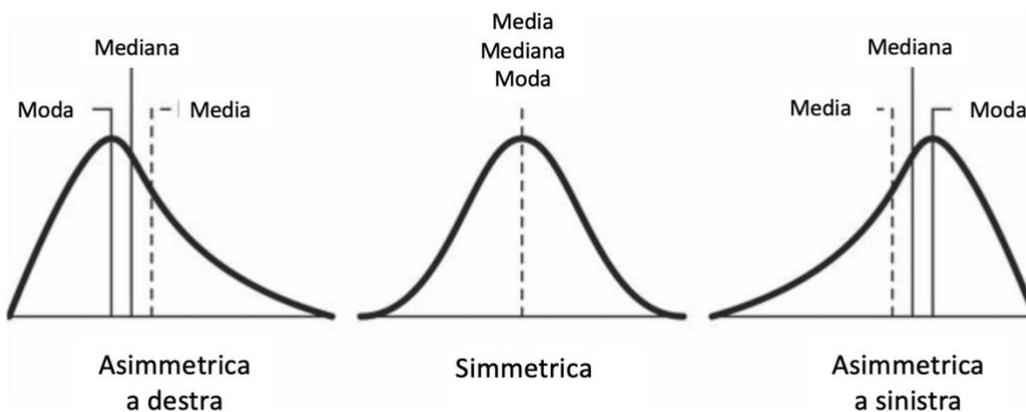


Figura 3 - Esempi di curve asimmetriche

2.1 Paesi sviluppati

2.1.1 Italia

L'Italia può essere considerata a tutti gli effetti una nazione sviluppata. Osservando l'andamento del PIL a prezzi correnti (Figura 4) è possibile notare un trend principalmente costante, in leggero aumento. Analizzando anche l'andamento del tasso di crescita del PIL a prezzi costanti (Figura 5), uno dei principali indicatori economici, è possibile notare, infatti, come negli anni antecedenti alla pandemia da Covid-19, iniziata nel 2020, il PIL italiano sia rimasto per lo più costante, generando una fase di quasi ristagno per l'economia

del paese: dai dati si evince come nel 2019 ci sia stata addirittura una decelerazione di crescita del PIL rispetto al 2018. Dall'analisi dei numeri, però, si evidenzia anche come, nel 2021, l'economia italiana sia cresciuta del 6,5%, risolleandosi parzialmente dalla contrazione dell'8,9% subita dal PIL del paese nel 2020 a causa della crisi sanitaria.

L'emergenza da Covid-19 che ha colpito tutto il mondo, ha avuto influenza anche sul debito pubblico italiano (*Figura 6*): la situazione macroeconomica di questa nazione è sempre stata caratterizzata da livelli molto elevati di debito pubblico, il quale, però, dal 2015 al 2019 aveva subito, seppur in maniera lenta e contenuta, un leggero calo. Questo ribasso, purtroppo, è stato velocemente seguito nel 2020 da un netto rialzo.

L'arrivo della pandemia ha avuto effetti anche sul livello dei prezzi. Se dal 2017, infatti, il tasso d'inflazione (*Figura 7*) si è sempre mantenuto positivo, nel 2020, la riduzione della domanda ha portato effetti deflativi che, a partire da maggio fino ad arrivare a dicembre dello stesso anno, hanno fatto osservare un tasso di inflazione negativo fino a -0,60%, valore che non si raggiungeva da giugno 2015. Questo indicatore ha, però, subito una vertiginosa crescita a partire da gennaio 2021, e ha toccato il suo apice a dicembre 2021 raggiungendo il valore di +3,90%.

Se un tasso di inflazione alto ha portato la Banca Centrale a definire bassi tassi di interesse, addirittura pari allo 0% (*Figura 8*), la crescita dei prezzi potrà portare in futuro ad un aumento del costo del prestito.

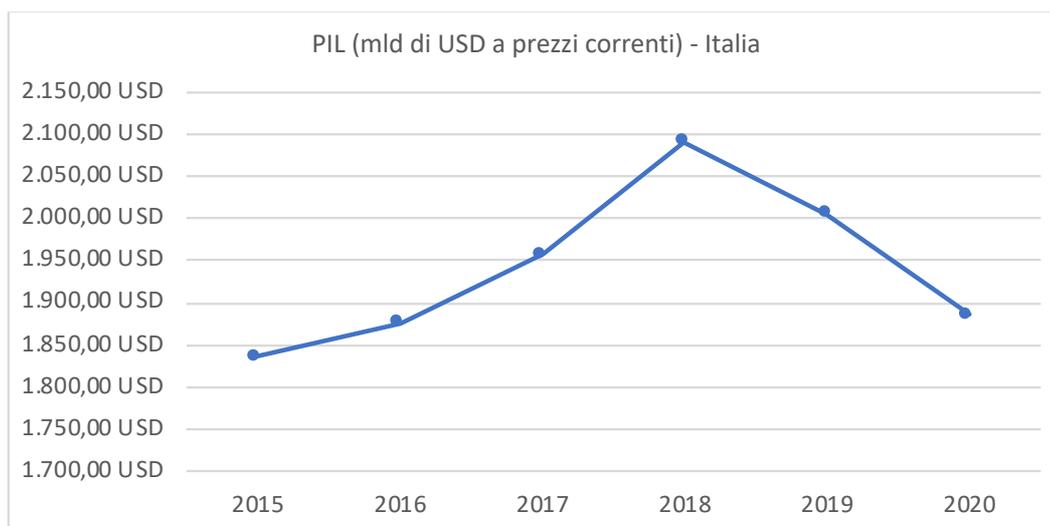


Figura 4 - Andamento PIL a prezzi correnti relativo all'Italia

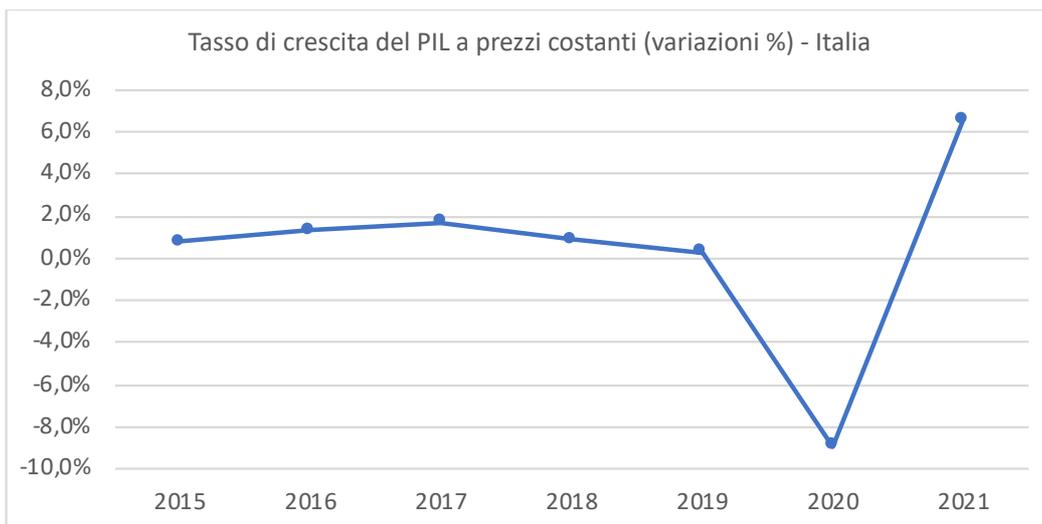


Figura 5 - Andamento del tasso di crescita del PIL reale relativo all'Italia

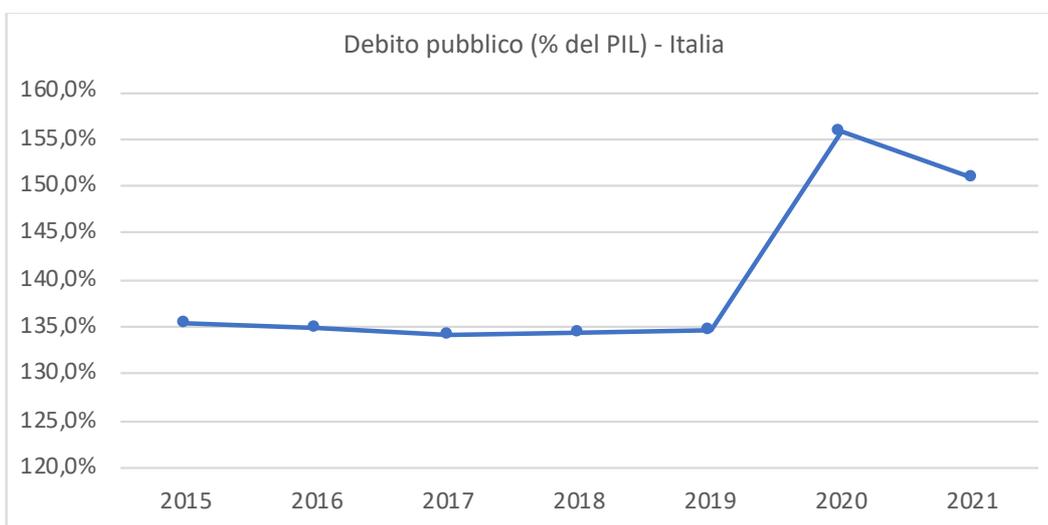


Figura 6 - Andamento del Debito pubblico/PIL relativo all'Italia

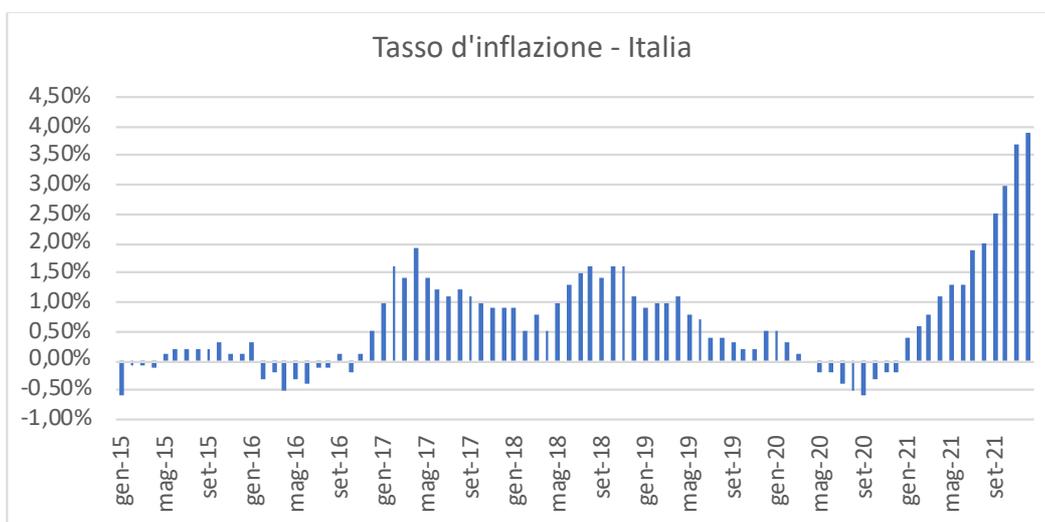


Figura 7 - Andamento del tasso di inflazione relativo all'Italia

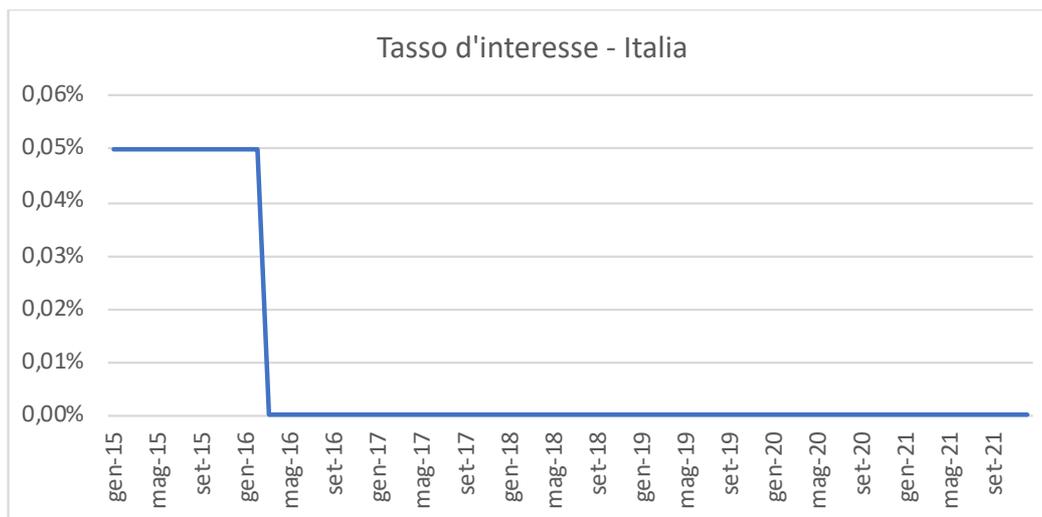


Figura 8 - Andamento del tasso d'interesse deciso dalla Banca Centrale relativo all'Italia

L'andamento del prezzo dell'indice FTSE MIB, che misura la performance di 40 titoli italiani, nell'intervallo di tempo che parte da gennaio 2015 e arriva fino a marzo 2021 è, invece, osservabile nel grafico sottostante (Figura 9). I picchi più alti sono stati raggiunti nel secondo trimestre del 2015, nel secondo trimestre del 2018, nel primo trimestre del 2020 e anche alla fine del periodo analizzato. Il valore massimo degli ultimi anni è stato raggiunto il 19/02/2020 con una chiusura pari a 25477,55 EUR, mentre le cifre più basse sono state toccate nel primo semestre del 2016 e alla fine del primo trimestre del 2020, immediatamente dopo il picco verificatosi nello stesso periodo, assumendo un valore di circa 15000 EUR.

Ancora più utile dell'andamento dei prezzi è quello dei log-rendimenti giornalieri (Figura 10): le cifre più elevate sono state registrate ad agosto 2015, nel primo trimestre del 2016 e a novembre e a marzo 2020, in cui si è raggiunto il picco dell'8,55%. Ci sono stati giorni, invece, dove il prezzo dell'indice di borsa è calato percentualmente tantissimo, diminuendo a giugno 2016 del 13,33% e a marzo 2020 addirittura del 18,54%.

È interessante osservare anche quanto spesso si verificano questi log-rendimenti percentuali così alti in valore assoluto: dall'istogramma realizzato (Figura 11) è possibile notare come valori percentuali così estremi si verificano molto meno frequentemente di valori intermedi, come ad esempio quelli compresi nell'intervallo tra -0,60% e 0,70%, che sono quelli che si registrano più abitualmente e che racchiudono più del 48% del totale dei dati osservati.

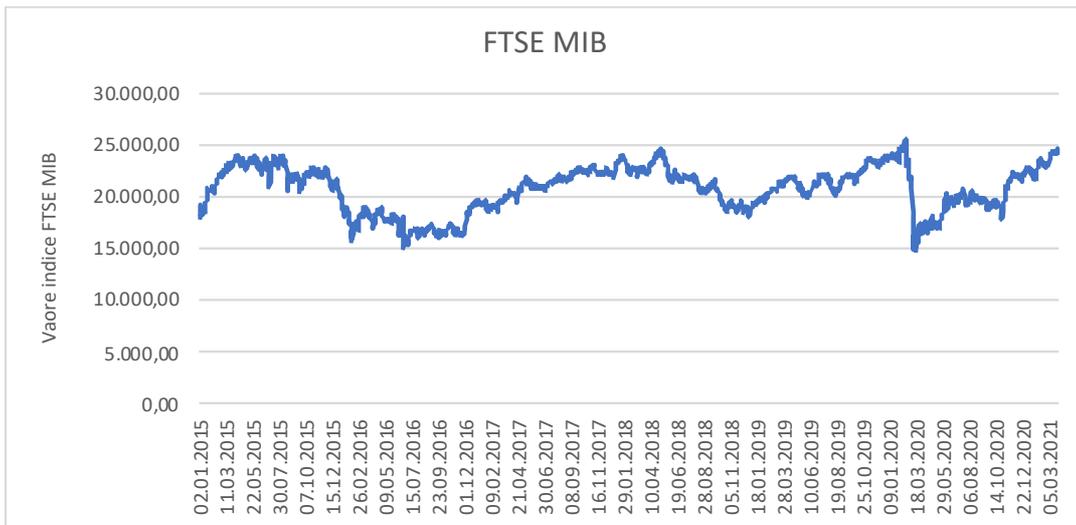


Figura 9 - Andamento dei prezzi dell'indice di borsa FTSE MIB

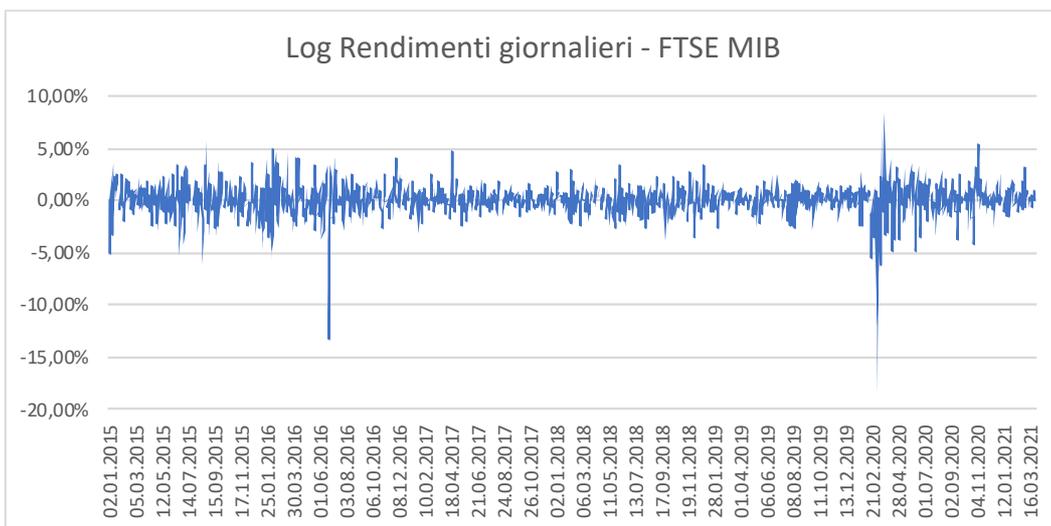


Figura 10 - Andamento log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa FTSE MIB

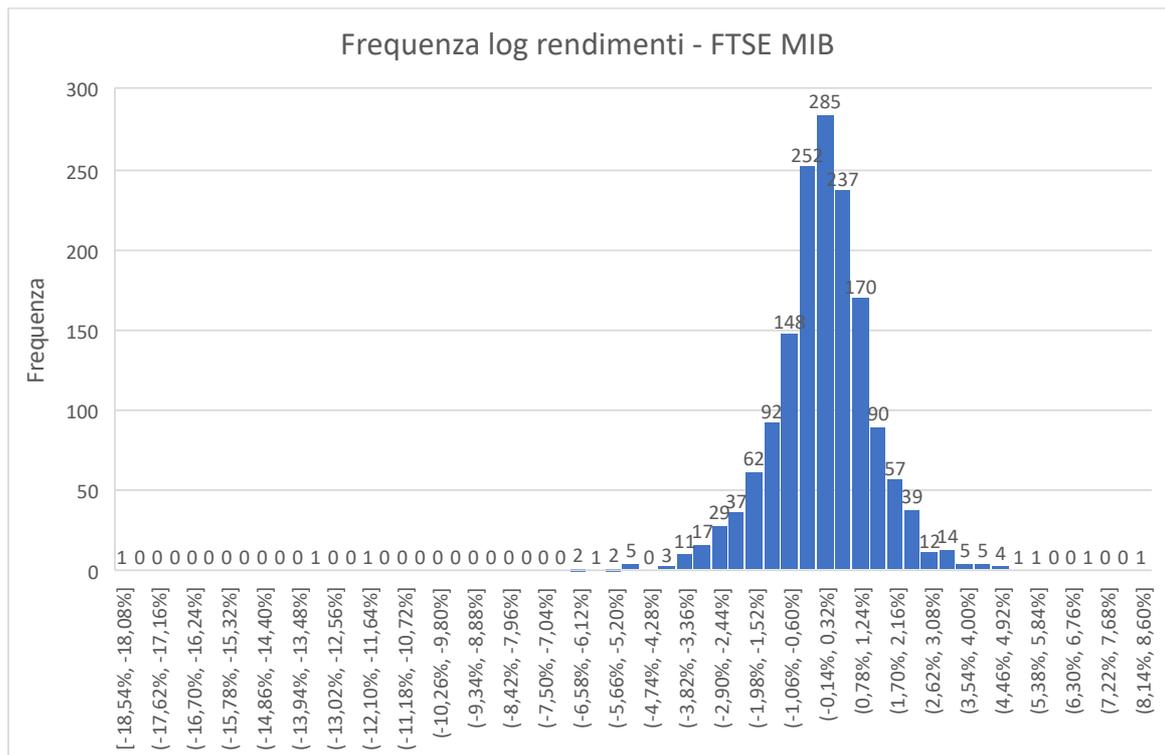


Figura 11 - Istogramma con frequenza dei log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa FTSE MIB

Osservando la *figura 11* a primo impatto la distribuzione dei log-rendimenti sembra seguire una distribuzione normale, ma per determinare se ciò è vero è importante osservare i valori della media, della deviazione standard, della curtosi e dell'asimmetria, mostrati nella *tabella 3*.

La media e la varianza sono prossime allo zero e, nel complesso, i log-rendimenti dell'indice presentano una curtosi positiva e un'asimmetria solo leggermente negativa che, dunque, permette di ritenere la distribuzione simmetrica, senza troppi errori, e considerarla normale.

Tabella 3 - Media, deviazione standard, curtosi e asimmetria dei log-rendimenti dell'indice FSTE MIB

Media	0,000159803
Dev. Standard	0,015314345
Curtosi	20,65178238
Asimmetria	-1,841444524

2.1.2 Stati Uniti

Gli Stati Uniti sono il paese con il PIL più alto al mondo, in costante crescita negli ultimi anni (*Figura 12*). Nel 2019 il prodotto interno lordo ha superato addirittura i 21000 miliardi di dollari.

Nonostante ciò, la pandemia ha fatto sì che nel 2020 si verificasse un calo del PIL del 3,5%, una contrazione mai così grande dalla Seconda Guerra Mondiale.

L'emergenza sanitaria, inizialmente, aveva portato ad una diminuzione del PIL molto importante in termini percentuali, seguita però fortunatamente, da un aumento nei trimestri successivi, con un conseguente miglioramento delle condizioni previste durante le prime fasi della pandemia. Osservando il comportamento di questo indicatore economico durante la presenza del Covid-19 (*Figura 13*), è possibile affermare e capire quanto gli Stati Uniti siano in grado di reagire e affrontare situazioni di emergenza come quella causata dal virus: sicuramente il governo del paese non ha imposto misure troppo restrittive, così come è accaduto in altre nazioni, ma è evidente anche che è riuscito a reagire in maniera pronta e veloce alle difficoltà economiche previste.

Joe Biden, il presidente degli Stati Uniti d'America, ha infatti affermato che nel 2021 il paese ha avuto la crescita più veloce dal 1984 e per la prima volta nell'ultimo ventennio la crescita economica ha superato quella della Cina.

Anche i prezzi negli Stati Uniti sono aumentati vertiginosamente: se, infatti, dal 2015 al 2020, i prezzi sono cresciuti ma il tasso di inflazione si è mantenuto sempre non troppo alto, non superando il 2,90%, a fine 2021 esso è schizzato al 7%, raggiungendo un valore che non si registrava da 40 anni.

La pandemia ha avuto ripercussioni anche sul debito pubblico che, se negli ultimi anni si è mantenuto per lo più costante rapportato al prodotto interno lordo del paese, nel 2020 è aumentato fino a raggiungere una percentuale di circa il 128% (*Figura 14*).

Nel 2021 questo indicatore è continuato a crescere raggiungendo e superando addirittura i valori toccati a causa della Seconda guerra mondiale. Nonostante il debito stia aumentando, non è ancora ai livelli di quello di molti altri paesi sviluppati, come l'Italia e il Giappone. Inoltre, la grandezza e la robustezza della nazione, dal punto di vista della produttività, dell'economia e dell'innovazione consentono agli Stati Uniti di riuscire a sostenere il loro debito a costi ridotti e contenuti.

L'andamento di un altro indicatore economico che può risultare interessante da analizzare è quello del tasso di interesse corrente: questo, infatti, dopo anni di aumenti, nell'aprile del 2020 è sceso allo stesso valore osservato nel 2015 e si è mantenuto costante e basso per tutto il 2021 (Figura 15), a differenza del tasso di inflazione che, se fino al 2019 ha mantenuto valori per lo più costanti, dopo una contrazione nel 2020, ha subito un forte aumento nel 2021 fino a raggiungere il 7% a settembre dello stesso anno (Figura 16). Ciò, come annunciato dalle autorità di competenza, potrebbe provocare a breve il rialzo dei tassi di interesse.

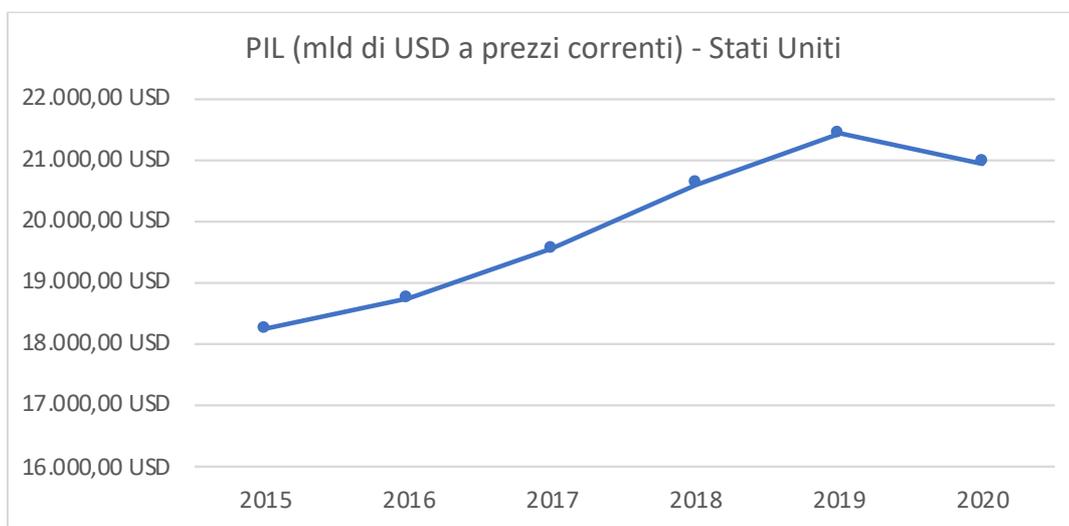


Figura 12 - Andamento del PIL a prezzi correnti relativo agli Stati Uniti

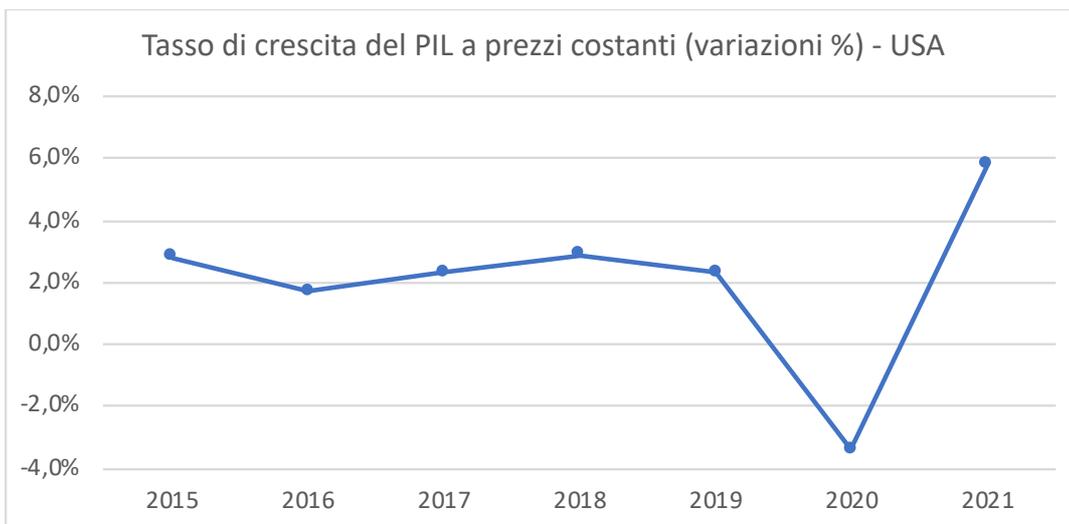


Figura 13 - Andamento del tasso di crescita del PIL reale relativo agli Stati Uniti

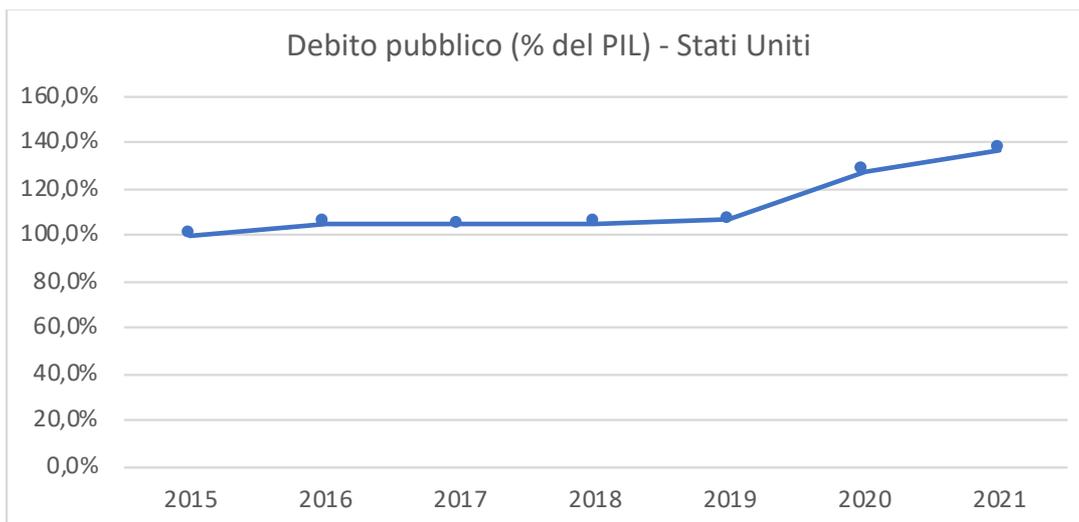


Figura 14 - Andamento del tasso di inflazione relativo agli Stati Uniti

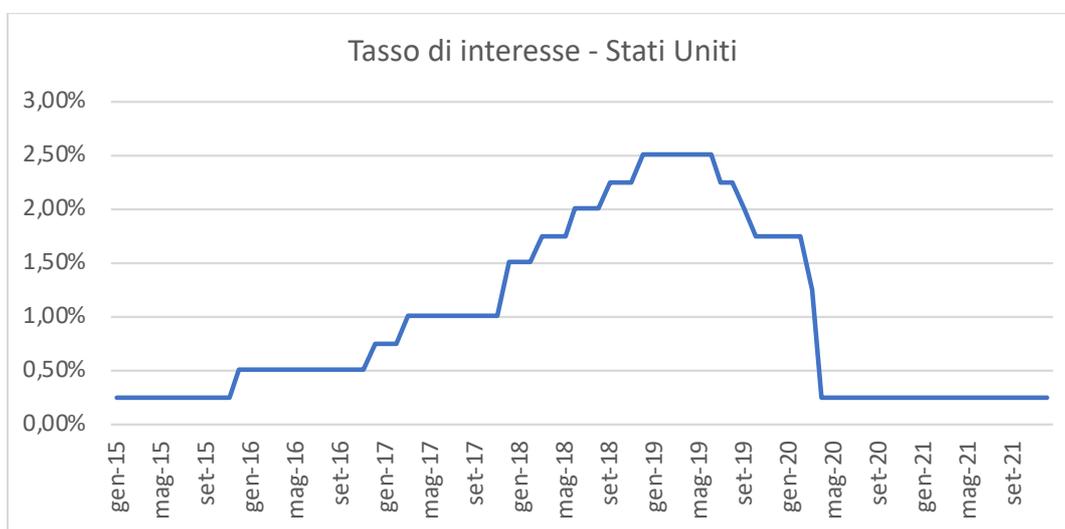


Figura 15 - Andamento del tasso d'interesse deciso dalla Banca Centrale relativo agli Stati Uniti

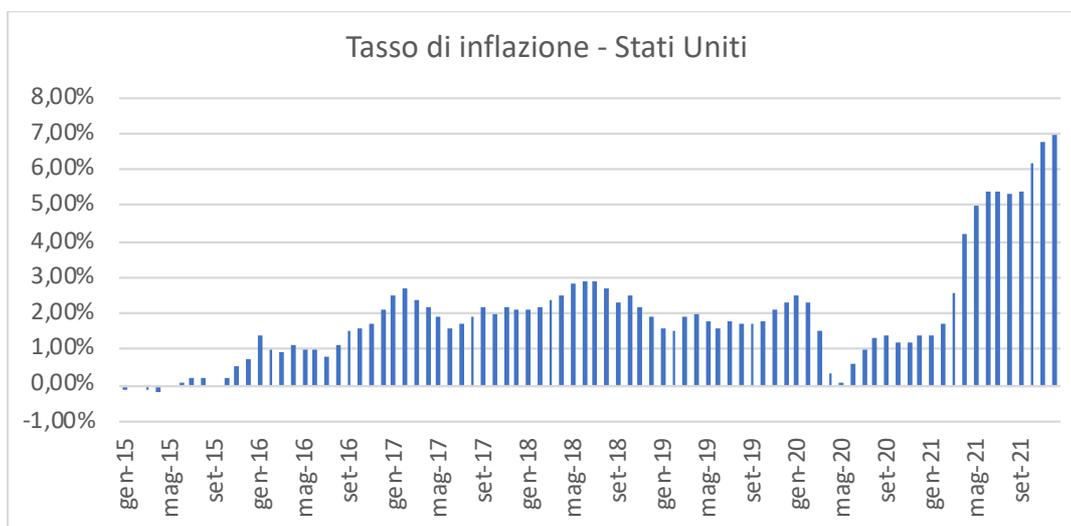


Figura 16 - Andamento del tasso di inflazione relativo agli Stati Uniti

L'indice di borsa analizzato per gli Stati Uniti, S&P 500, il quale contiene 500 titoli azionari di altrettante società quotate a New York, nell'intervallo di tempo che parte da gennaio 2015 e termina a marzo 2021 assume un andamento principalmente crescente (*Figura 17*): i valori più alti, infatti, compaiono a marzo 2021 superando 3974 USD. Se, complessivamente, il trend è crescente, non mancano rapide diminuzioni, come quella avvenuta tra fine 2018 e inizio 2019 e quella di marzo 2020, nonostante i valori più bassi si registrino comunque all'inizio del periodo di tempo analizzato, precisamente a febbraio 2016 e ad agosto 2015 quando si sono registrati rispettivamente i valori di 1829,08 USD e di 1867,61 USD.

Osservando il grafico dei log-rendimenti giornalieri (*Figura 18*), invece, è possibile notare come variazioni percentuali maggiori si siano verificate ad agosto 2015, tra la fine del 2018 e l'inizio del 2019 e nel primo trimestre del 2020: durante quest'ultimo periodo, infatti, si sono raggiunti i valori più alti e più bassi di log-rendimenti giornalieri, rispettivamente pari all'8,97% e a -12,77%.

Dall'istogramma realizzato (*Figura 19*) è possibile notare che i log-rendimenti ampi in valore assoluto sono rari e che la maggior parte di essi siano, invece, compresi in un intervallo che va da -0,52% a 0,53%: più del 55% delle osservazioni, infatti, cade all'interno di questo range.

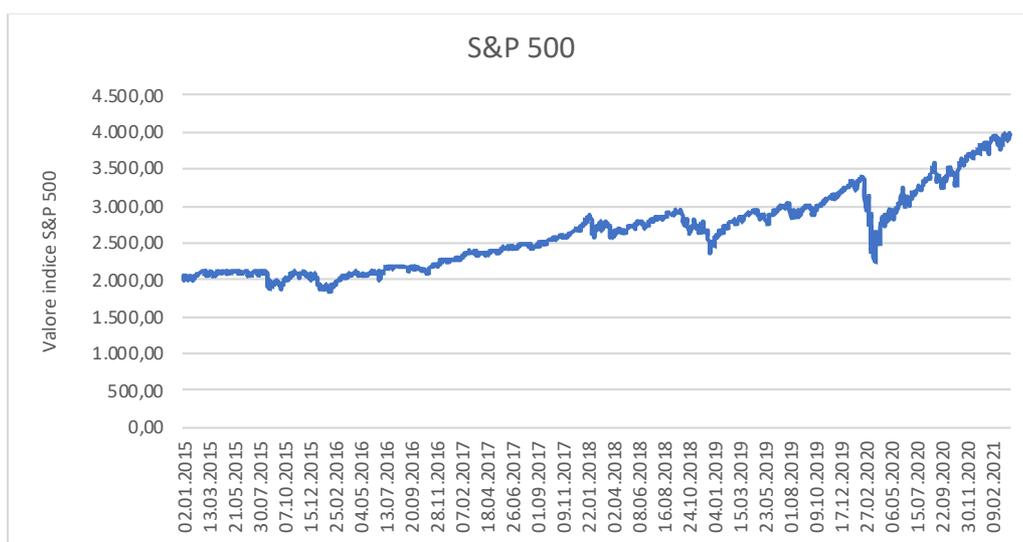


Figura 17 - Andamento dei prezzi dell'indice di borsa S&P 500

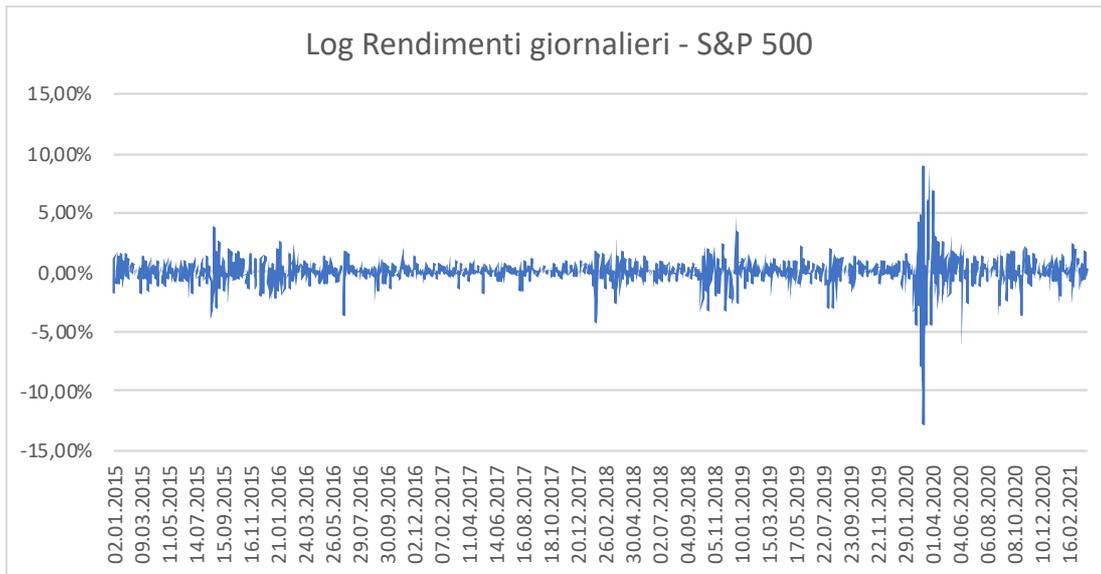


Figura 18 - Andamento log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa S&P 500

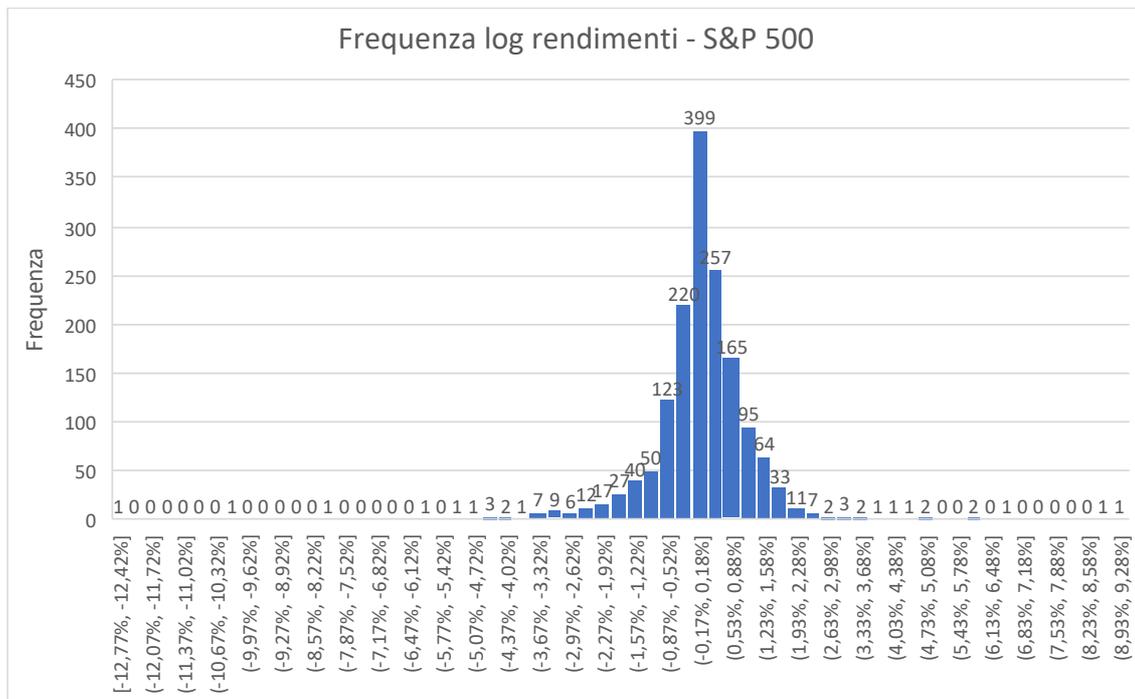


Figura 19 - Istogramma con frequenza dei log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa S&P 500

Osservando la *figura 17* a primo impatto la distribuzione dei log-rendimenti sembra seguire una distribuzione normale, ma per determinare se ciò è vero è importante osservare i valori della media, della deviazione standard, della curtosi e dell'asimmetria, mostrati nella *tabella 4*.

La media e la varianza sono prossime allo zero e, nel complesso, i log-rendimenti dell'indice presentano una curtosi positiva e un'asimmetria solo leggermente negativa che, dunque,

permette di ritenere la distribuzione simmetrica, senza troppi errori, e considerarla normale.

Tabella 4 - Media, deviazione standard, curtosi e asimmetria dei log-rendimenti dell'indice S&P 500

Media	0,000418626
Dev. Standard	0,011747494
Curtosi	20,60611441
Asimmetria	-1,038959843

2.1.3 Regno Unito

Il Regno Unito fa parte del grande insieme dei paesi sviluppati: la sua economia, infatti, è la seconda in classifica in Europa e addirittura ricopre il quinto posto a livello mondiale. Il PIL nominale si è mantenuto sempre abbastanza alto, calando leggermente nel 2016, ma risollevandosi comunque nel 2018 quando ha toccato i 2857 miliardi di dollari (*Figura 20*). Nonostante ciò, il tasso di crescita del PIL a prezzi costanti mostra come il Regno Unito stia leggermente rallentando la sua crescita economica (*Figura 21*), dovuta probabilmente anche alla sua uscita dall'Unione Europea. Se nel 2017, infatti, questo indicatore economico ha registrato un valore di +2,1%, nel 2018 e nel 2019 è stato seguito da un valore pari a +1,7%, fino a raggiungere il -9,4% nel 2020, anno della crisi da Covid-19. Nel 2021, per fortuna, questo valore si è nettamente risollevato, arrivando a +7,2%.

Anche il tasso di inflazione britannico (*Figura 22*) si è mantenuto sempre piuttosto alto: ha avuto un periodo di calo nel 2019, continuato poi nel 2020 a causa della pandemia, ma successivamente il tasso è iniziato a crescere vertiginosamente toccando, a dicembre 2021, il +5,4%, valore mai più raggiunto dal 1992.

La Banca Centrale crede che, purtroppo, il tasso di inflazione tornerà al 2%, valore prefissato come obiettivo, non prima del 2024. Per cercare di tenerlo sotto controllo, essa ha deciso di aumentare i tassi di interesse, sperando di riabbassarli una volta essere riusciti a contenere l'inflazione. A partire dal 2016 i tassi di interesse non hanno mai superato lo 0,75%, riducendosi, nel 2021, addirittura allo 0,10% (*Figura 23*).

Indicatore critico per questa nazione è il debito pubblico (*Figura 24*) in forte aumento, cresciuto enormemente a causa della spesa pubblica sostenuta durante l'emergenza sanitaria.

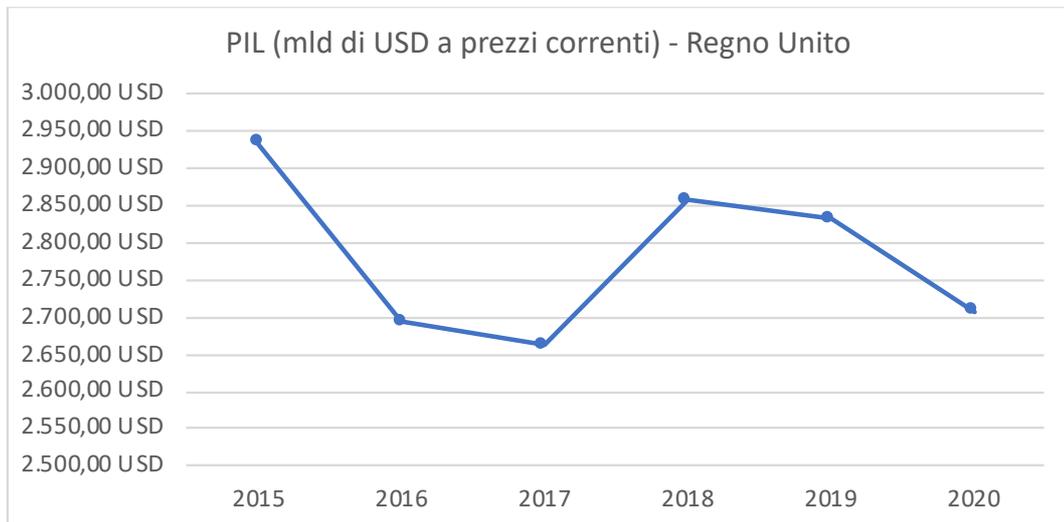


Figura 20 - Andamento del PIL a prezzi correnti relativo al Regno Unito

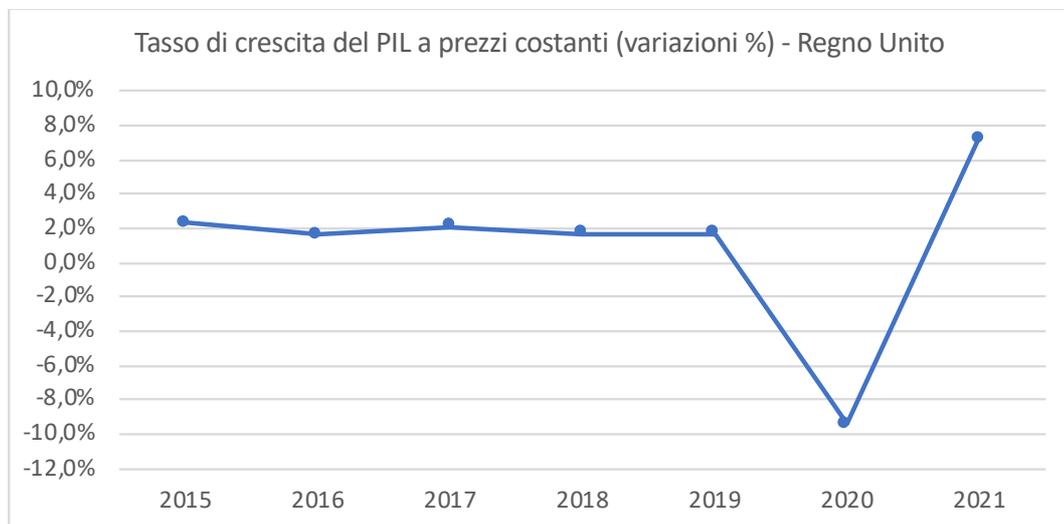


Figura 21 - Andamento del tasso di crescita del PIL reale relativo al Regno Unito

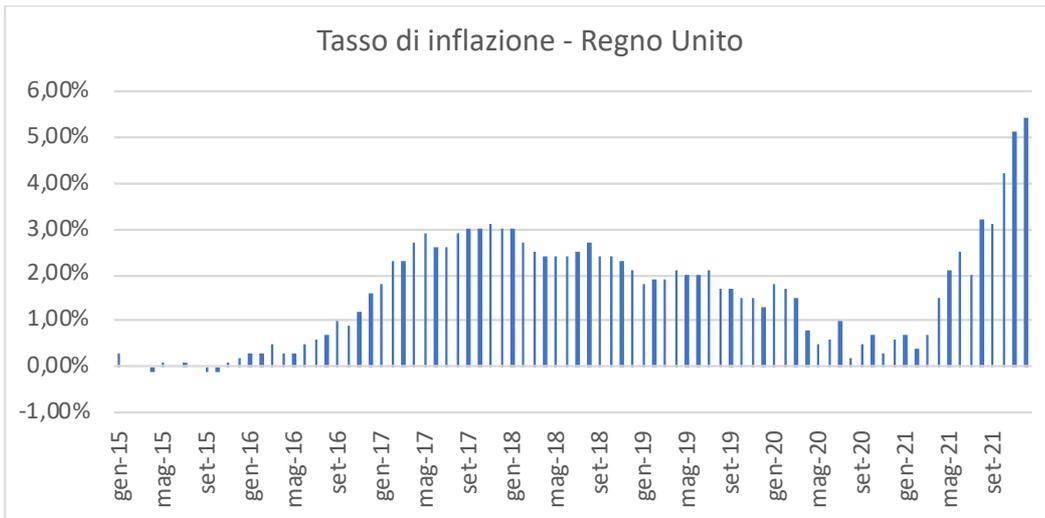


Figura 22 - Andamento del tasso di inflazione relativo al Regno Unito

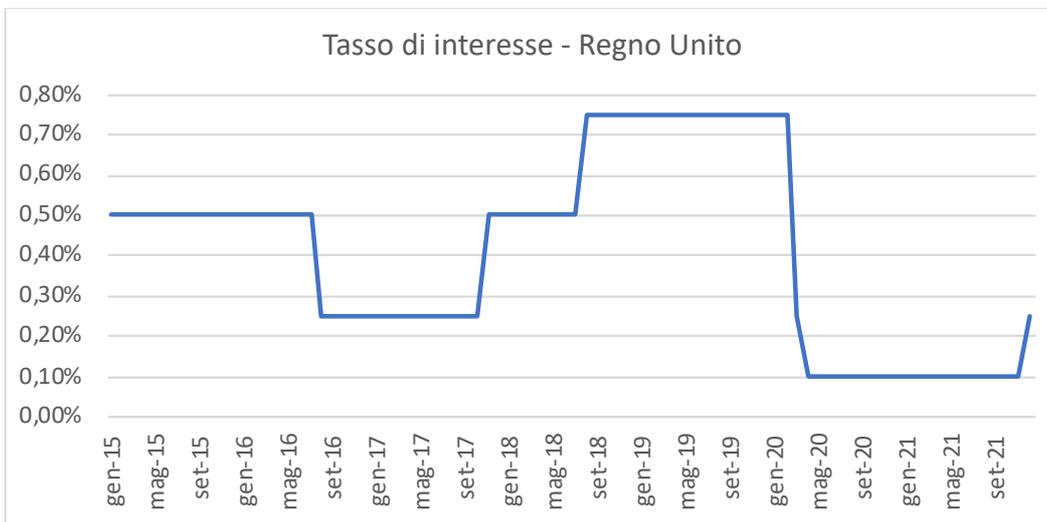


Figura 23 - Andamento del tasso di interesse deciso dalla Banca Centrale relativo al Regno Unito

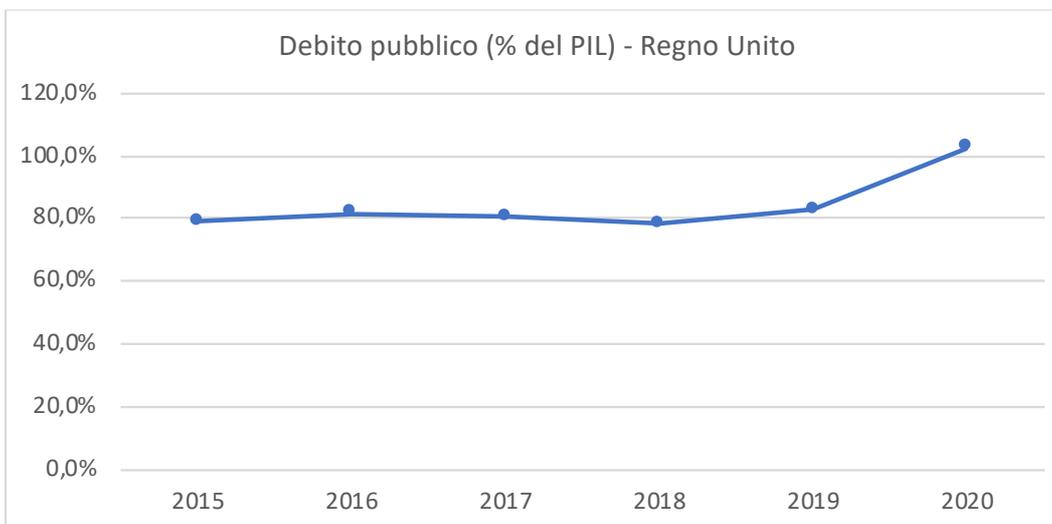


Figura 24 - Andamento del Debito pubblico/PIL relativo al Regno Unito

L'andamento dell'indice di borsa analizzato relativo al Regno Unito, FSTE 100, indice azionario delle 100 società più capitalizzate quotate al London Stock Exchange, nell'intervallo di tempo compreso tra gennaio 2015 e marzo 2021 è osservabile nel grafico sottostante (*Figura 25*). I valori più alti sono stati raggiunti a gennaio 2018, nel periodo che va da maggio ad agosto 2018, a luglio 2019 e a cavallo tra la fine del 2019 e l'inizio del 2020. Il valore massimo degli ultimi anni è stato toccato il 22/05/2018, giorno che ha visto un valore di chiusura pari a 7877,45 GBP, mentre le cifre più basse sono state toccate a febbraio 2016 e a marzo 2020: il 23/03/2020, infatti, si è verificato il minimo degli ultimi anni, pari a 4993,89 GBP.

Osservando il grafico dei log-rendimenti (*Figura 26*), invece, è possibile notare come le cifre più elevate sono state registrate ad agosto 2015, giugno 2016 e novembre e marzo 2020, mese in cui è stato raggiunto il picco del 8,67%. Ci sono stati giorni, invece, in cui il prezzo dell'indice di borsa è calato percentualmente moltissimo: a marzo 2020 è stato registrato un minimo del -11,51%.

Dall'istogramma realizzato (*Figura 27*) si evince come i log-rendimenti molto ampi in valore assoluto sono davvero pochi e che quelli che, invece, si verificano più frequentemente (più del 35% del totale) sono compresi nell'intervallo che va da -0,29% a 0,37%.

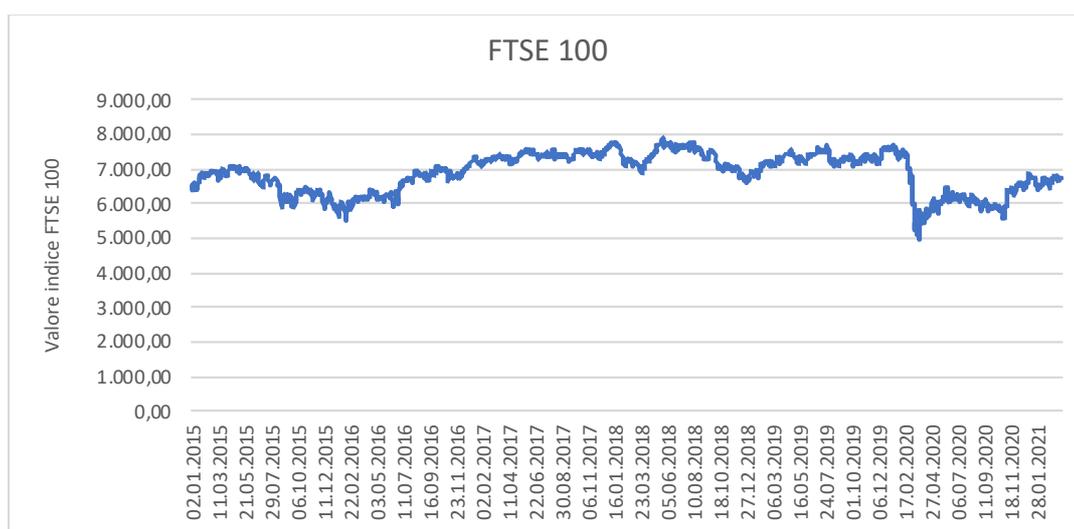


Figura 25 - Andamento dei prezzi dell'indice di borsa FTSE 100

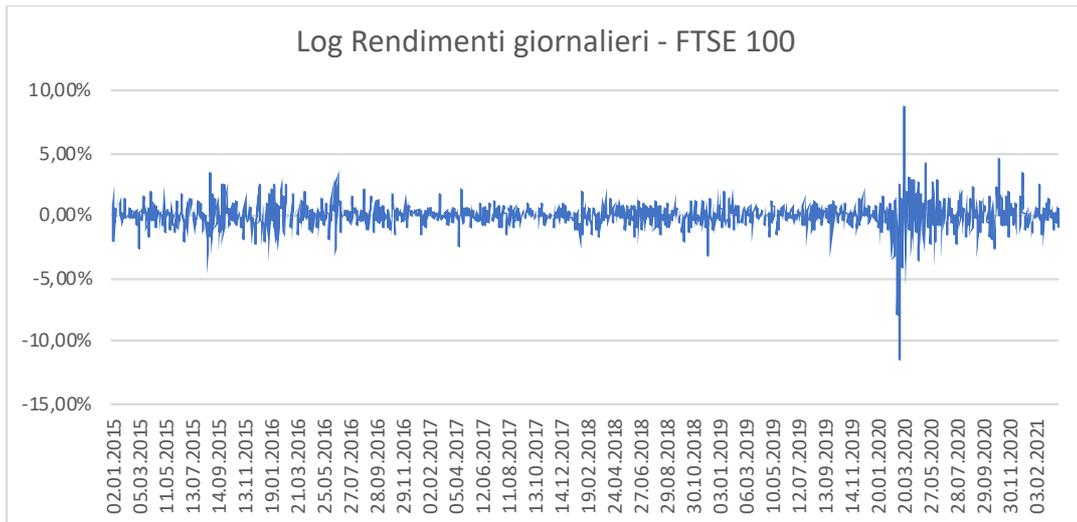


Figura 26 - Andamento log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa FTSE 100

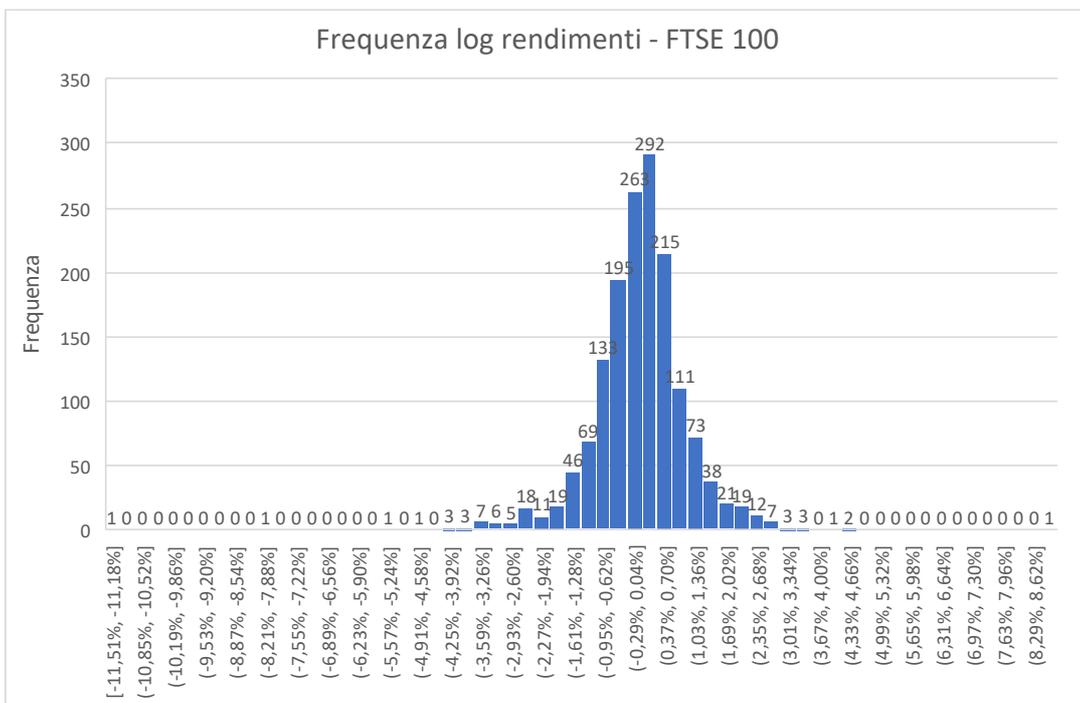


Figura 27 - Istogramma con frequenza dei log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa FTSE 100

Osservando la *figura 27* a primo impatto la distribuzione dei log-rendimenti sembra seguire una distribuzione normale, ma per determinare se ciò è vero è importante osservare i valori della media, della deviazione standard, della curtosi e dell'asimmetria, mostrati nella *tabella 5*.

La media e la varianza sono prossime allo zero e, nel complesso, i log-rendimenti dell'indice presentano una curtosi positiva e un'asimmetria solo leggermente negativa che, dunque,

permette di ritenere la distribuzione simmetrica, senza troppi errori, e considerarla normale.

Tabella 5 - Media, deviazione standard, curtosi e asimmetria dei log-rendimenti dell'indice FTSE 100

Media	1,58295E-05
Dev. Standard	0,010926116
Curtosi	13,63564504
Asimmetria	-0,920434216

2.1.4 Giappone

Il Giappone è la terza potenza economica del mondo, nonostante la sua ripresa dopo la crisi sanitaria sia stata meno forte rispetto a quelle delle altre grandi economie.

Se dal 2015 al 2016 il PIL della nazione ha avuto un importante aumento, successivamente è rimasto per lo più costante e nel 2020 è stato enormemente influenzato dalla pandemia (*Figura 28*). Considerando, invece, l'indicatore del tasso di crescita del prodotto interno lordo a prezzi costanti (*Figura 29*), si può notare che dopo due anni consecutivi in cui il suo valore è stato negativo, finalmente nel 2021 è tornato positivo, raggiungendo la cifra del 2,0%, prevedendo un ulteriore aumento nel 2022, fino al raggiungimento del 3,2%.

Continuando a crescere, comincerà una sorta di rinascita per il paese, che gode già di moltissimi vantaggi competitivi che è riuscito ad ottenere grazie a diversi accordi commerciali, come l'importantissimo *Economic Partnership Agreement* (EPA) avvenuto tra l'Unione Europea e il Giappone.

Il tasso di inflazione negli ultimi anni ha raggiunto i suoi valori più alti nel 2015, per poi avere sempre valori più bassi e raggiungere il suo minimo nell'aprile 2021, toccando il -1,10%. Da quel momento questo indicatore economico è ricominciato a salire fino a raggiungere lo 0,8% a fine 2021, valore comunque non paragonabile a quello di molte altre importanti nazioni come gli Stati Uniti, che registrano un tasso molto più elevato a parità di intervallo di tempo (*Figura 30*). Nonostante il tasso di inflazione stia aumentando, la Banca Centrale del Giappone continua a mantenere un tasso di interesse negativo, precisamente pari al -0,10% ormai dal 2016, continuando a portare avanti la sua politica monetaria espansiva (*Figura 31*).

Uno degli indicatori economici più importante di questo Paese resta, però, il debito pubblico rapportato al PIL: il Giappone, infatti, detiene il valore di debito pubblico più alto del mondo. Esso è cresciuto costantemente fino al 2019, quando ha raggiunto il valore del 238% del PIL, per poi schizzare, nel 2020, a circa il 266% (Figura 32). Nonostante il debito pubblico sia così alto, la nazione non può essere paragonata ad altri paesi in crisi a causa dell'elevato debito e quest'ultimo non ha mai suscitato un senso di sfiducia dei mercati finanziari. Ciò accade in quanto una grossa fetta del debito pubblico appartiene al settore pubblico, in quanto lo Stato è come se emettesse titoli che poi vengono acquistati da investitori istituzionali. Tutto ciò, quindi, fa sì che il Giappone continui ad essere un paese sviluppato e robusto dal punto di vista economico.

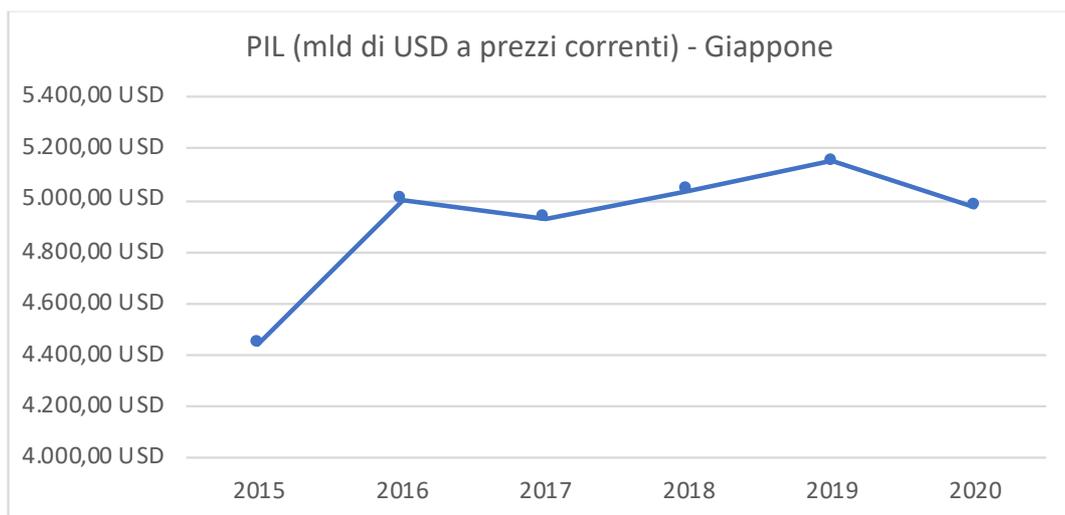


Figura 28 - Andamento del PIL a prezzi correnti relativo al Giappone

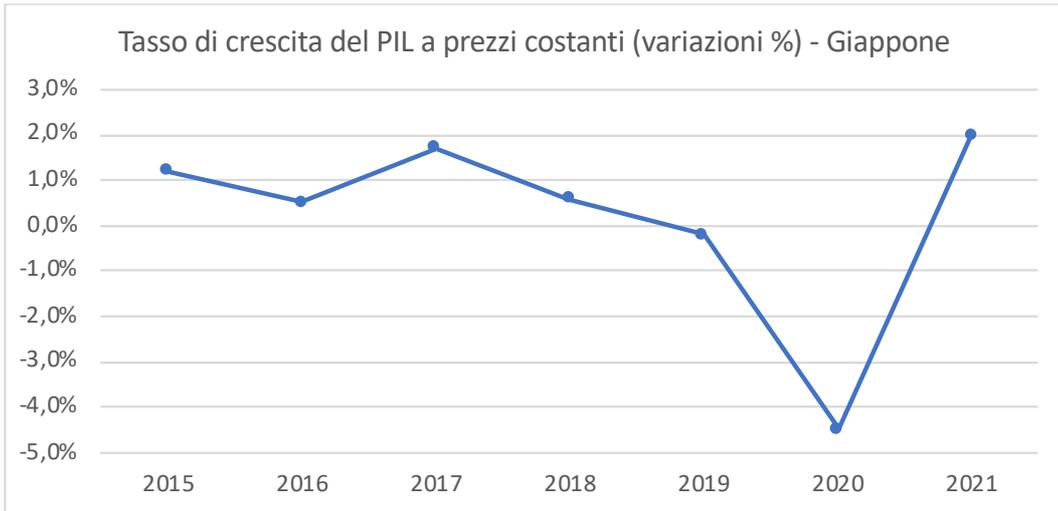


Figura 29 - Andamento del tasso di crescita del PIL reale relativo al Giappone

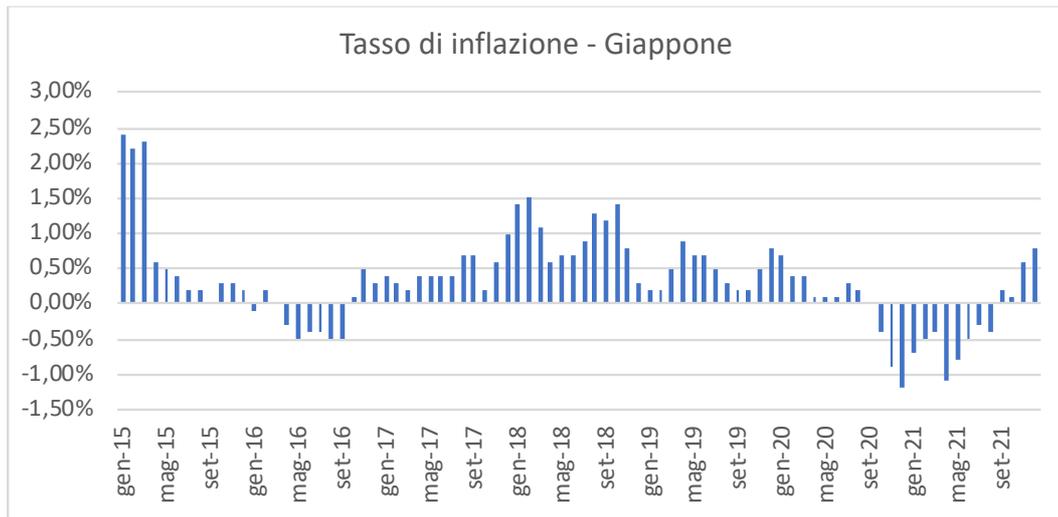


Figura 30 - Andamento del tasso di inflazione relativo al Giappone

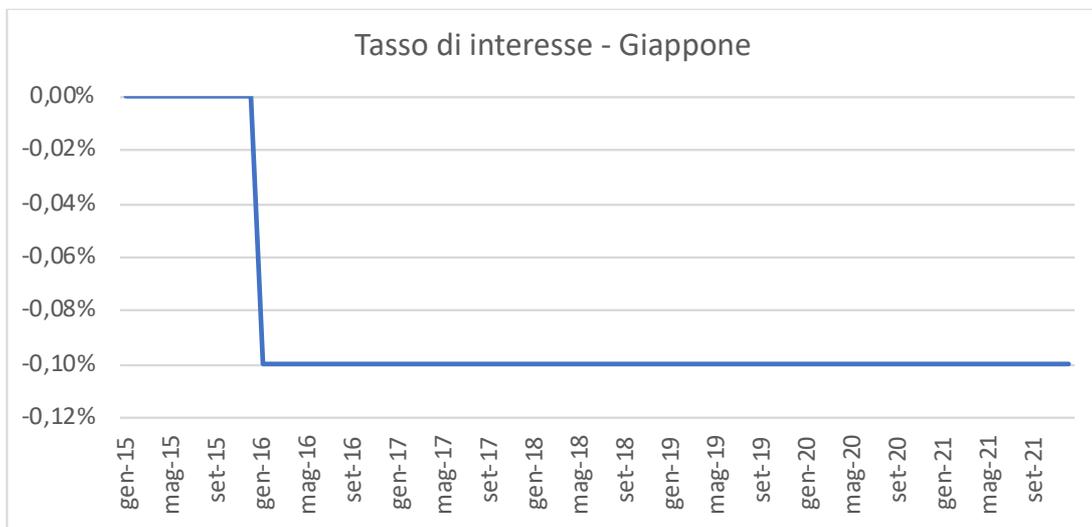


Figura 31 - Andamento del tasso d'interesse deciso dalla Banca Centrale relativo al Giappone

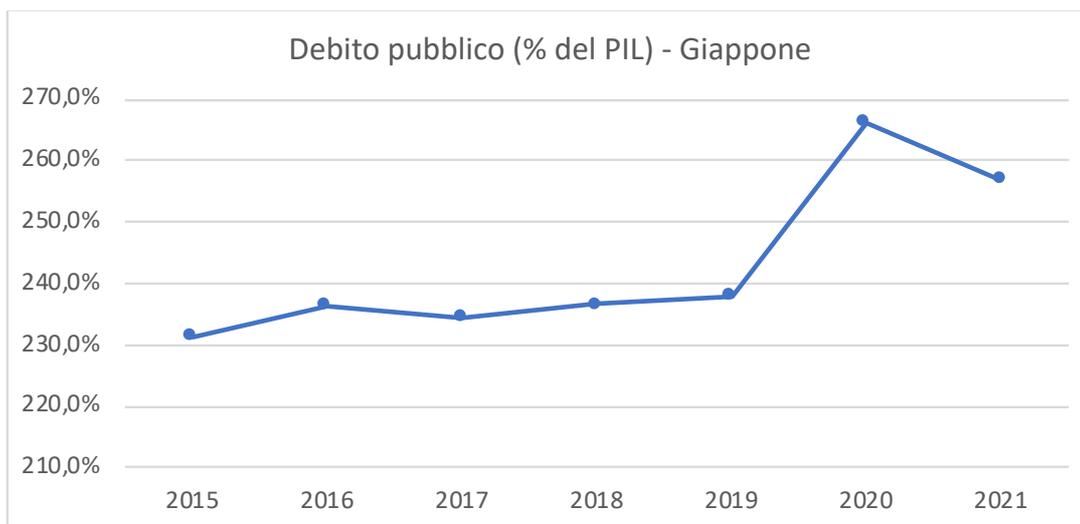


Figura 32 - Andamento del Debito pubblico/PIL relativo al Giappone

Il prezzo dell'indice di borsa analizzato per il Giappone, NIKKEI 225, che contiene i 225 titoli delle maggiori 225 compagnie quotate alla Borsa di Tokyo, nell'intervallo di tempo che parte da gennaio 2015 e termina a marzo 2021 può essere osservato nel grafico sottostante (Figura 33). I valori più alti sono stati raggiunti a gennaio 2018, a ottobre 2018, nel trimestre che va da dicembre 2019 a febbraio 2020, ma soprattutto nel primo trimestre del 2021: il 16/02/2021 è stata toccata, infatti, la cifra di 30467,75 JPY, prezzo più alto raggiunto nell'intervallo considerato. I prezzi minimi si sono, invece, verificati nel 2016: in particolar modo il 24/06/2016 e il 12/02/2016 sono stati registrati i due prezzi più bassi rispettivamente pari a 14952,02 JPY e 14952,61 JPY.

Per ciò che concerne il grafico dei log-rendimenti giornalieri (Figura 34) troviamo picchi registrati a gennaio e febbraio 2016 e a marzo 2020, mese nel quale si è verificato il maggior log-rendimento giornaliero, pari al 7,73%. Ci sono stati anche giorni in cui il prezzo dell'indice di borsa è diminuito tantissimo in percentuale al valore precedente come a giugno 2016, in cui si è registrato il minimo di -8,25% e a marzo 2020 dove il log-rendimento è stato di -6,27%.

Dall'istogramma che rappresenta quanto frequentemente si verificano determinati intervalli di log-rendimenti (Figura 35) è interessante osservare come i valori compresi tra -0,45% e 0,33% siano quelli che si toccano più spesso: all'interno di questo range, infatti, cade circa il 35% dei valori osservati.

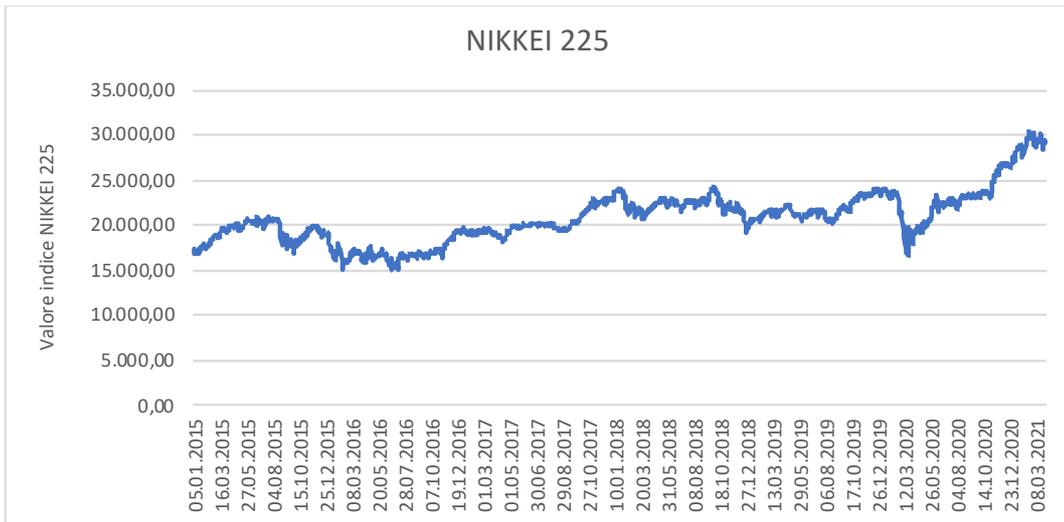


Figura 33 - Andamento dei prezzi dell'indice di borsa NIKKEI 225

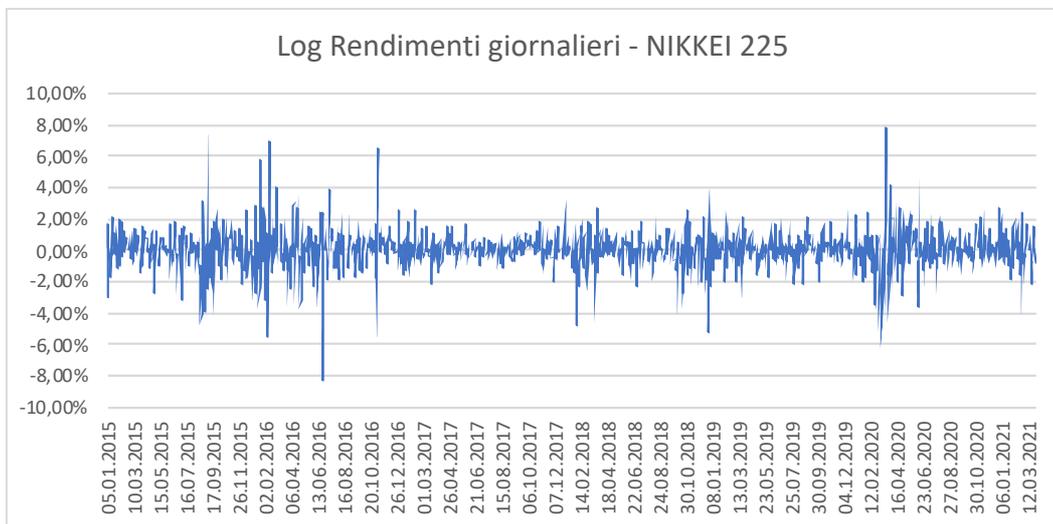


Figura 34 - Andamento log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa NIKKEI 225

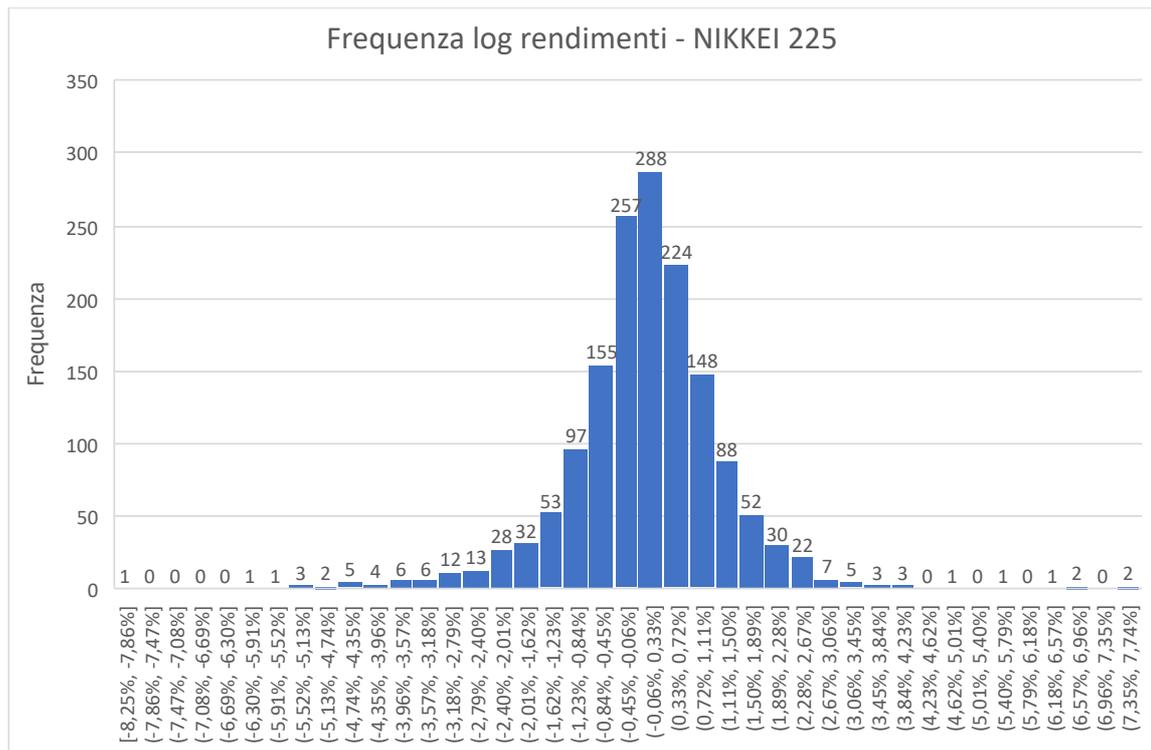


Figura 35 - Istogramma con frequenza dei log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa NIKKEI 225

Osservando la *figura 35* a primo impatto la distribuzione dei log-rendimenti sembra seguire una distribuzione normale, ma per determinare se ciò è vero è importante osservare i valori della media, della deviazione standard, della curtosi e dell'asimmetria, mostrati nella *tabella 6*.

La media e la varianza sono prossime allo zero e, nel complesso, i log-rendimenti dell'indice presentano una curtosi positiva e un'asimmetria solo leggermente negativa che, dunque, permette di ritenere la distribuzione simmetrica, senza troppi errori, e considerarla normale.

Tabella 6 - Media, deviazione standard, curtosi e asimmetria dei log-rendimenti dell'indice NIKKEI 225

Media	0,000332564
Dev. Standard	0,012863576
Curtosi	5,957608888
Asimmetria	-0,186155604

2.2 Paesi in via di sviluppo

2.2.1 Brasile

Il Brasile fa parte dell'insieme di quei paesi che possono essere considerati in via di sviluppo. Nel corso della storia ha alternato momenti di crescita a momenti di recessione economica. Negli anni Novanta, infatti, il Brasile ha attraversato una vera e propria stagnazione economica, seguita, poi, da un forte progresso, il quale è rallentato nuovamente nel 2012. Negli anni 2015 e 2016 la nazione ha vissuto un'importante recessione che ha portato un peggioramento della situazione. Fortunatamente, negli anni immediatamente successivi, il Brasile ha ricominciato a crescere, anche se più lentamente del solito a causa delle incertezze politiche che lo caratterizzano. L'andamento del PIL del paese (*Figura 36*) mostra come dal 2015 al 2017 esso sia cresciuto, per poi scendere di nuovo fino ai giorni nostri. Analizzando, poi, il tasso di crescita del prodotto interno lordo a prezzi costanti (*Figura 37*) si nota come il PIL reale abbia subito un forte ribasso nel 2015 e nel 2016 e un lieve aumento negli anni prima della pandemia, periodo nel quale l'indicatore è crollato nuovamente, segnando un valore pari a -4,2%. Nel 2021, fortunatamente, il tasso di crescita del PIL è rappresentato da un valore nuovamente positivo, pari a +4,8%.

Anche l'andamento dell'inflazione (*Figura 38*) mostra come dallo scoppio della pandemia i prezzi dei beni e servizi siano aumentati vertiginosamente con una crescita superiore al 10%, valore che ha superato di gran lunga l'inflazione della fine del primo trimestre 2020 pari al 3,3%, il quale era in linea con l'obiettivo di politica monetaria espansiva. Tutto ciò è stato dovuto ad una crescita dei prezzi delle materie prime, dei beni alimentari e delle risorse di energia, a una maggiore domanda e ad un minore offerta. A causa di ciò, la Banca Centrale del Brasile si è vista costretta ad aumentare i tassi d'interesse che, a partire dal 2% sono saliti fino a raggiungere il 9,25% a fine 2021 (*Figura 39*). L'obiettivo di questa decisione è proprio quello di provare a riportare l'inflazione ai valori di inizio 2020.

Per quanto concerne, invece, l'indicatore relativo al rapporto tra il debito pubblico e il PIL, è possibile notare (*Figura 40*) come esso sia in un leggero continuo aumento, ma come, nonostante ciò, l'onere degli interessi sia in calo: questo ha fatto sì che il debito possa essere ancora sostenibile da parte del paese e che nel mercato finanziario non si sia diffuso senso di sfiducia.

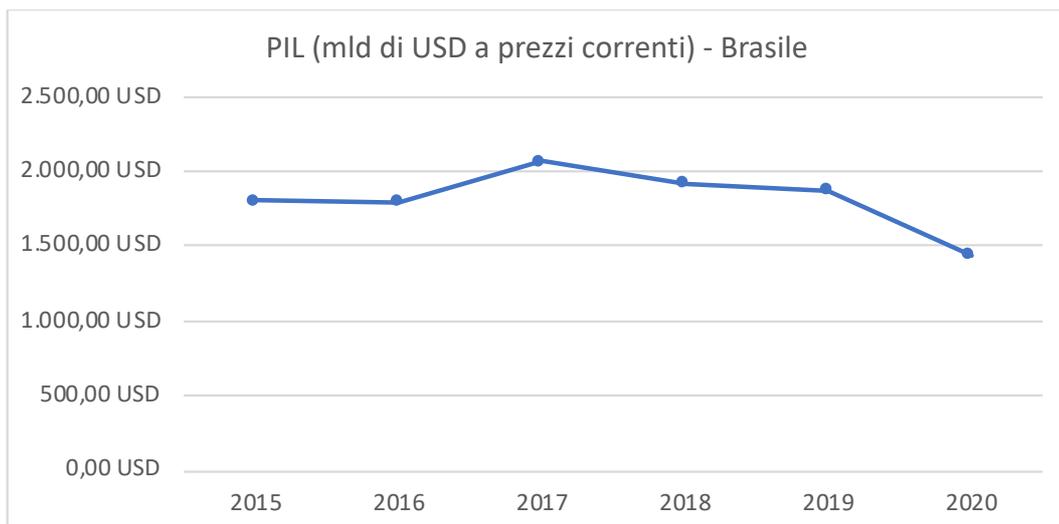


Figura 36 - Andamento del PIL a prezzi correnti relativo al Brasile



Figura 37 - Andamento del tasso di crescita del PIL reale relativo al Brasile

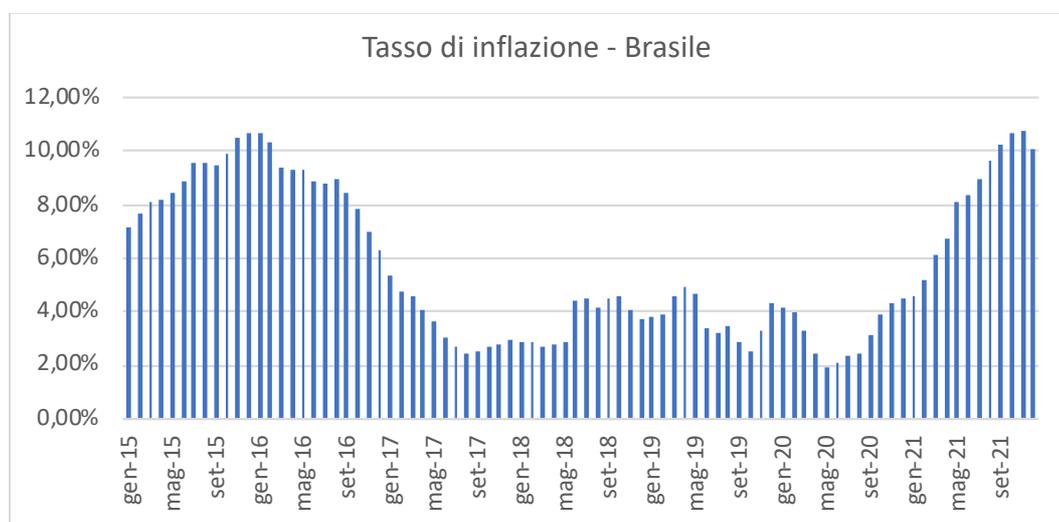


Figura 38 - Andamento del tasso di inflazione relativo al Brasile

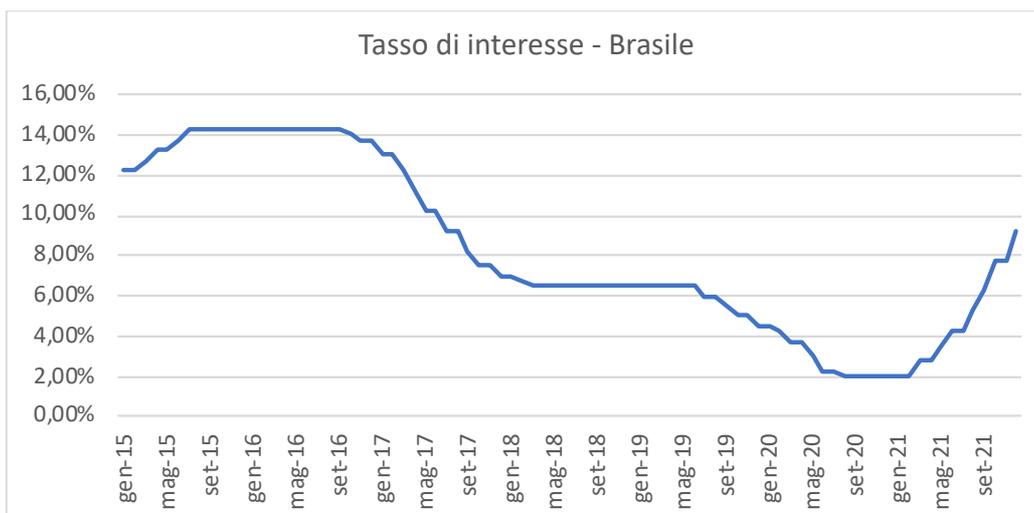


Figura 39 - Andamento del tasso d'interesse deciso dalla Banca centrale relativo al Brasile

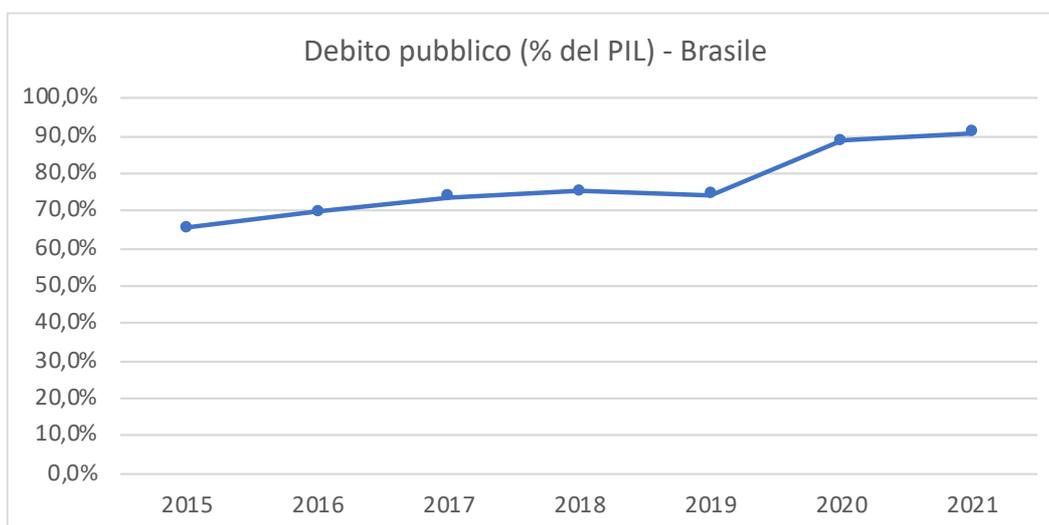


Figura 40 - Andamento del Debito pubblico/PIL relativo al Brasile

L'indice di borsa del Brasile, Bovespa, nell'intervallo di tempo che parte da gennaio 2015 e termina a marzo 2021, assume un andamento principalmente crescente (Figura 41): i prezzi più alti, infatti, compaiono nel primo trimestre del 2021 superando i 125mila BRL.

Se complessivamente il trend è crescente, non mancano rapide diminuzioni, come quella avvenuta a marzo 2020, nonostante i prezzi più bassi si registrino comunque all'inizio del periodo analizzato, precisamente a gennaio 2016 quando il valore è sceso a 37497 BRL.

Osservando il grafico dei log-rendimenti giornalieri (Figura 42), invece, è possibile notare come variazioni percentuali maggiori si siano verificate a marzo 2016, a maggio 2017 e a marzo 2020: in quest'ultimo mese sono stati registrati i log-rendimenti più alti e più bassi,

rispettivamente pari a 13,02% e a -15,99%. In corrispondenza di questo mese, infatti, nel grafico relativo all'andamento dei prezzi è possibile notare una diminuzione a picco dell'indice analizzato.

Dall'istogramma relativo alla frequenza dei valori dei log-rendimenti giornalieri (*Figura 43*) si evince come le percentuali più abituali (circa il 33,5% del totale) siano quelle comprese tra il -0,39% e lo 0,65%.

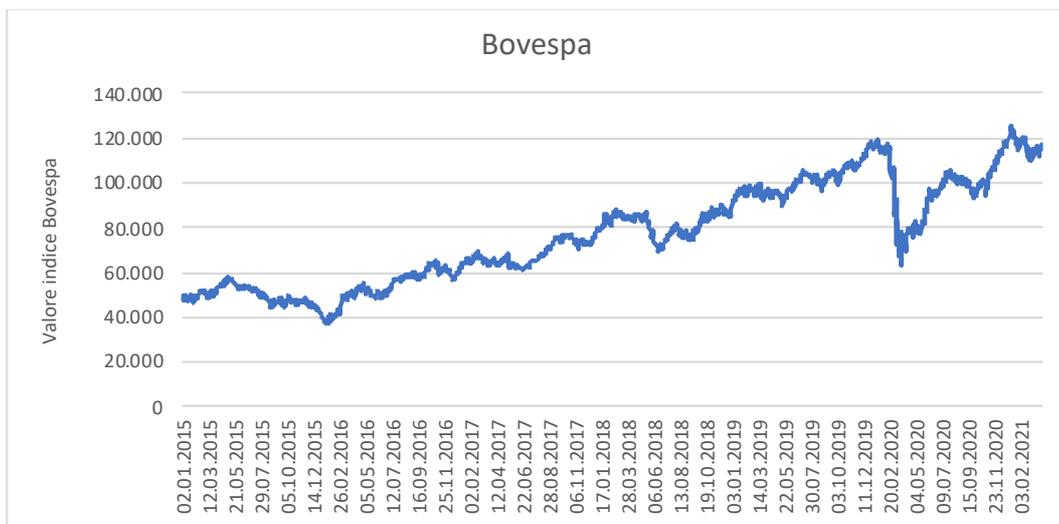


Figura 41 - Andamento dei prezzi dell'indice di borsa Bovespa

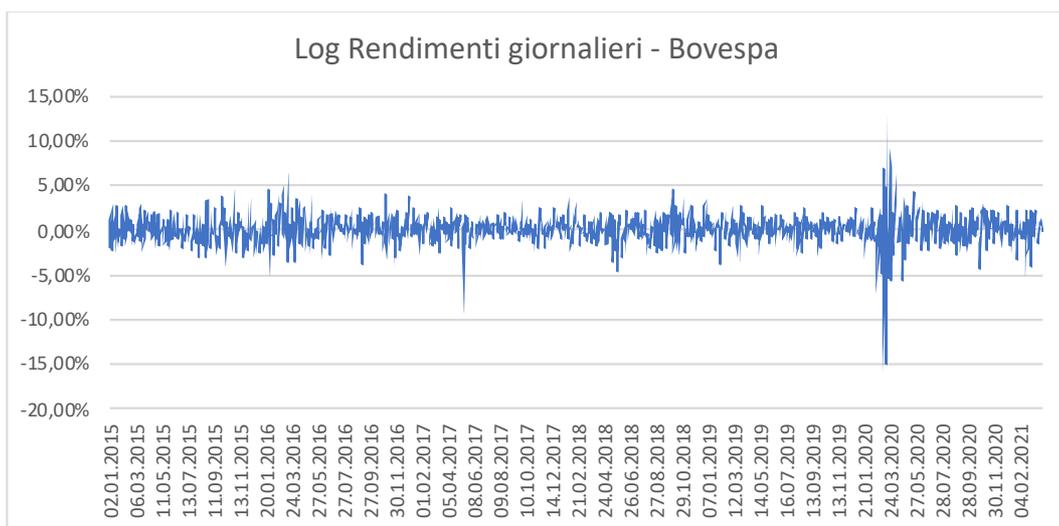


Figura 42 - Andamento log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa Bovespa

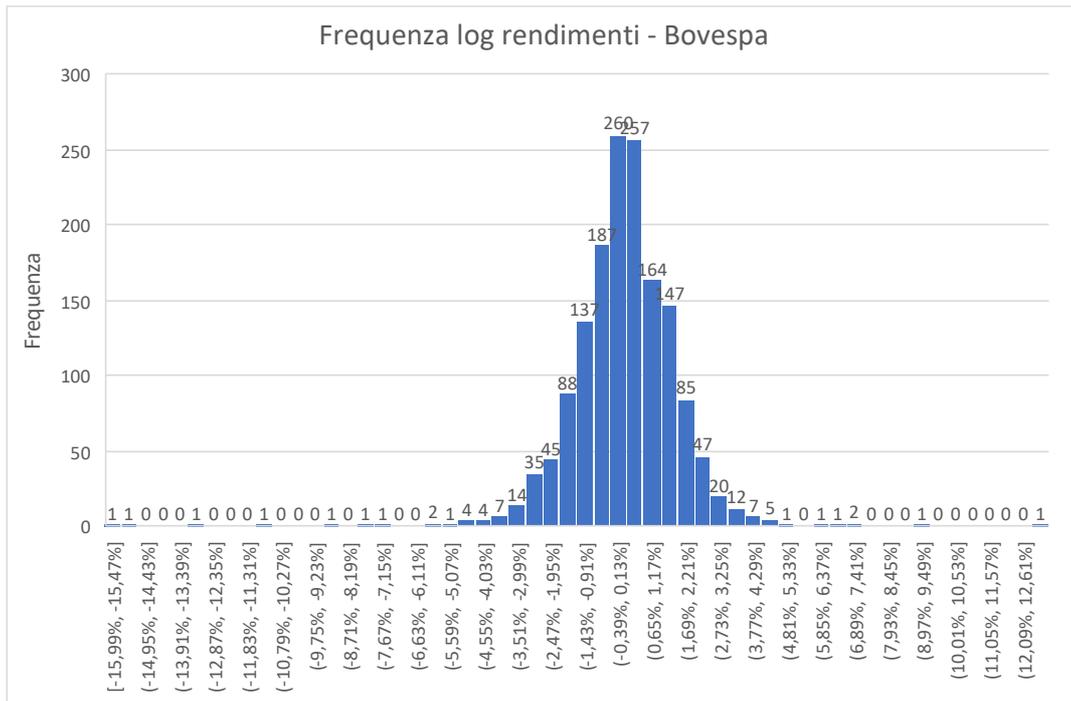


Figura 43 - Istogramma con frequenza dei log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa Bovespa

Osservando la *figura 43* a primo impatto la distribuzione dei log-rendimenti sembra seguire una distribuzione normale, ma per determinare se ciò è vero è importante osservare i valori della media, della deviazione standard, della curtosi e dell'asimmetria, mostrati nella *tabella 7*.

La media e la varianza sono prossime allo zero e, nel complesso, i log-rendimenti dell'indice presentano una curtosi positiva e un'asimmetria solo leggermente negativa che, dunque, permette di ritenere la distribuzione simmetrica, senza troppi errori, e considerarla normale.

Tabella 7 - Media, deviazione standard, curtosi e asimmetria dei log-rendimenti dell'indice Bovespa

Media	0,000568891
Dev. Standard	0,017184246
Curtosi	15,20704118
Asimmetria	-1,168208271

2.2.2 Cina

La Cina è la seconda potenza economica al mondo dopo gli Stati Uniti. Può essere considerata un paese in via di sviluppo, in quanto negli ultimi trent'anni ha attraversato un periodo di crescita economica mai visto nella storia, che ha consentito ad una grande fetta della popolazione di uscire dalla povertà e di aumentare notevolmente il benessere dei cittadini.

Il PIL della Cina è in continua crescita (*Figura 44*), toccando nel 2020 il valore di 14720 miliardi di dollari. L'indicatore che, però, meglio esprime il vigoroso sviluppo di questo Stato è il tasso di crescita del PIL a prezzi costanti (*Figura 45*), il quale mostra che dal 2015 al 2019 il PIL è aumentato notevolmente ogni anno superando sempre i sei punti percentuali, arrestando leggermente il suo incremento nel 2020, ma riprendendolo nel 2021 con un tasso di crescita pari all'8,1%. Nonostante questo indicatore diffonda ottimismo e un miglioramento della situazione, le ripercussioni legate all'avvento del Covid-19 e le misure di prevenzione molto rigide e restrittive applicate in Cina rendono ovviamente più critica e delicata la ripresa veloce dell'economia del Paese.

Per ciò che riguarda l'inflazione, invece, il tasso, negli anni pre-pandemici, si è mantenuto sempre abbastanza costante, tra l'1% e il 2%, per poi cominciare a salire e raggiungere il suo apice a gennaio 2020 sfiorando il 5,40% (*Figura 46*). Questo indicatore ha cominciato, fortunatamente abbastanza in fretta, a diminuire e tornare ai suoi valori storici e ciò potrebbe consentire alla Banca Centrale di effettuare tagli dei tassi di interesse, i quali però mostrano un andamento abbastanza costante (*Figura 47*): a partire da metà 2020, infatti, il tasso di interesse è rimasto regolare e pari a 3,85%.

Anche il debito pubblico cinese rapportato al PIL del paese cresce costantemente (*Figura 48*), ma il suo valore si mantiene sempre discretamente basso se si paragona a quello di altri stati come gli Stati Uniti, l'Italia o il Giappone: nel 2020, esso ha infatti raggiunto il poco meno del 67% del prodotto interno lordo nazionale.

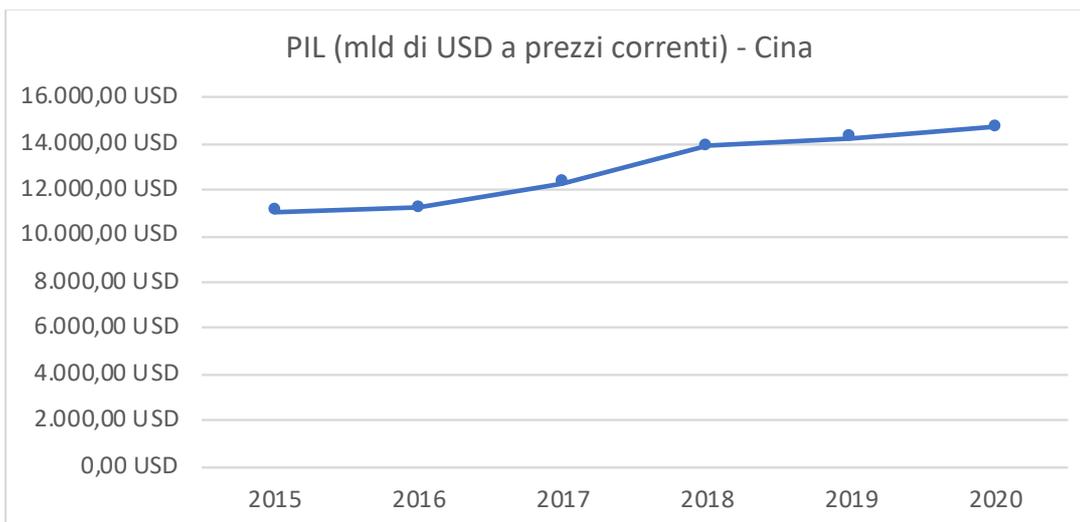


Figura 44 - Andamento del PIL a prezzi correnti relativo alla Cina

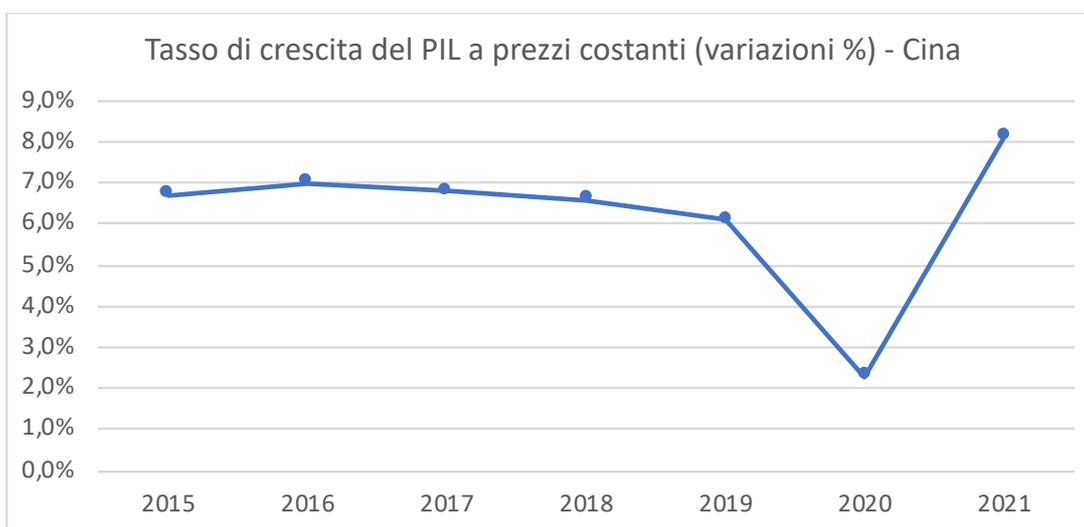


Figura 45 - Andamento del tasso di crescita del PIL reale relativo alla Cina

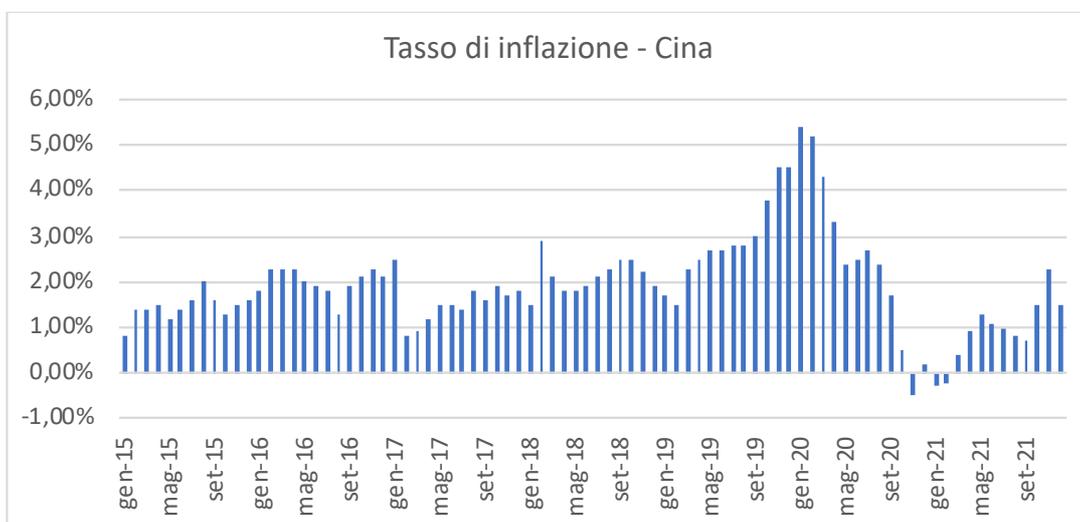


Figura 46 - Andamento del tasso di inflazione relativo alla Cina

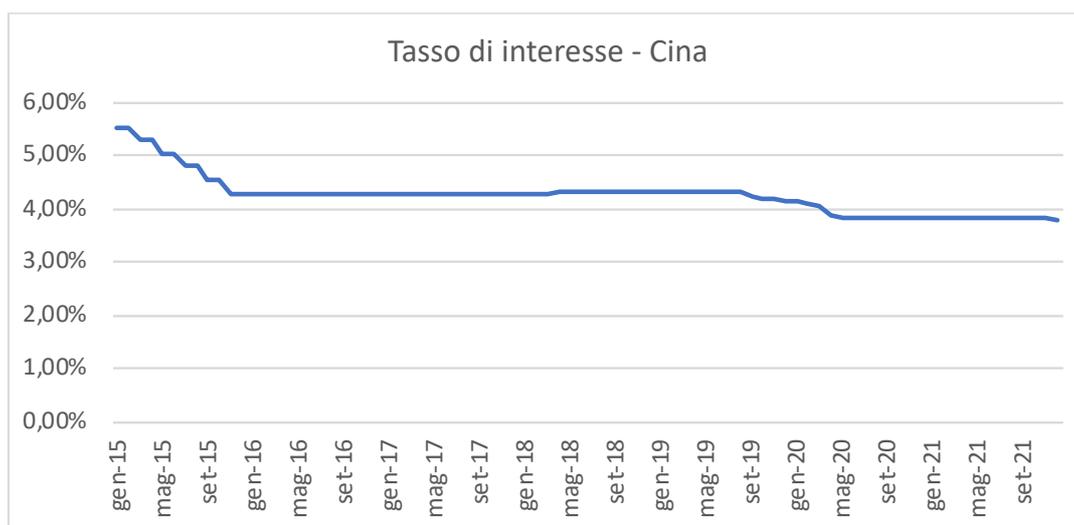


Figura 47 - Andamento del tasso d'interesse deciso dalla Banca Centrale relativo alla Cina



Figura 48 - Andamento del Debito pubblico/PIL relativo alla Cina

L'indice di riferimento scelto per l'analisi relativa alla Cina è Shanghai Composite: esso comprende tutti i titoli di classe A e di classe B che sono negoziati alla borsa di Shenzhen. La prima categoria comprende le azioni ordinarie quotate in valuta locale, la seconda, invece, quelle privilegiate, quotate in dollari statunitensi riservate sia agli investitori cinesi sia a quelli stranieri. L'andamento del prezzo, nell'intervallo di tempo che inizia a gennaio 2015 e finisce a marzo 2021, può essere osservato nel grafico sottostante (Figura 49), dal quale emerge che il valore più alto è stato raggiunto il 12/06/2015 ed è stato pari a 5166,35 CNY. Escluso questo picco, l'andamento del prezzo è per lo più costante. Il valore più basso è stato, invece, rilevato a gennaio 2019 quando l'indice ha toccato i 2464,36 CNY.

Dal grafico relativo ai log-rendimenti giornalieri (*Figura 48*) si nota come si alternino piuttosto frequentemente rendimenti positivi a rendimenti negativi: i picchi principali ci sono stati nell'estate del 2015, tra febbraio e marzo 2019, a gennaio 2020 e a luglio 2020. Il log-rendimento più alto è stato registrato a luglio 2015 ed è stato pari al 5,60%, mentre il più basso si è verificato ad agosto 2015, quando ha toccato il -8,87%.

Dall'istogramma (*Figura 49*) è possibile notare come valori percentuali così alti o così bassi si verificano molto meno frequentemente rispetto ai valori compresi nell'intervallo che va da -0,51% a 0,81%: su 1521 osservazioni più della metà cadono in quel range.



Figura 49 - Andamento dei prezzi dell'indice di borsa Shanghai Composite

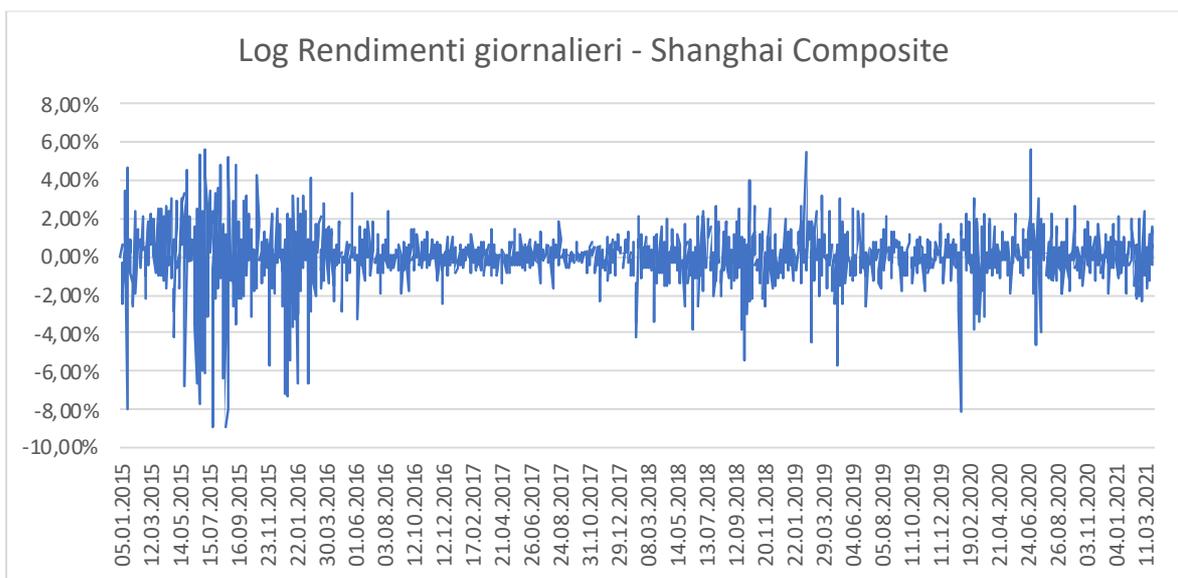


Figura 50 - Andamento log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa Shanghai Composite

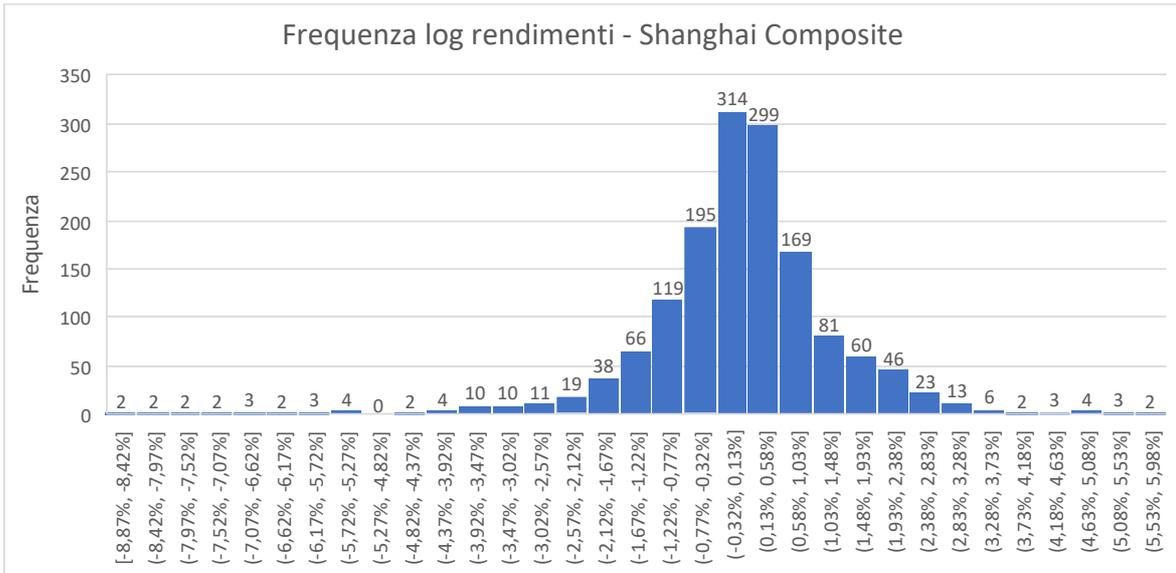


Figura 51 - Istogramma con frequenza dei log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa Shanghai Composite

Osservando la figura 51 a primo impatto la distribuzione dei log-rendimenti sembra seguire una distribuzione normale, ma per determinare se ciò è vero è importante osservare i valori della media, della deviazione standard, della curtosi e dell'asimmetria, mostrati nella tabella 8.

La media e la varianza sono prossime allo zero e, nel complesso, i log-rendimenti dell'indice presentano una curtosi positiva e un'asimmetria solo leggermente negativa che, dunque, permette di ritenere la distribuzione simmetrica, senza troppi errori, e considerarla normale.

Tabella 8 - Media, deviazione standard, curtosi e asimmetria dei log-rendimenti dell'indice Shanghai Composite

Media	1,77163E-05
Dev. Standard	0,014665843
Curtosi	7,052191479
Asimmetria	-1,171512364

2.2.3 India

L'India, nazione in via di sviluppo, è sicuramente destinata a diventare una forte potenza economica mondiale e ricoprire un posto accanto alle nazioni più robuste e sviluppate.

La politica attuata dal paese è quella di cercare di attrarre il più possibile gli investimenti esteri e di rilanciare il settore manifatturiero aumentando di gran lunga la competitività dell'India.

L'andamento del PIL a prezzi correnti (*Figura 52*) mostra come dal 2015 al 2019 ci sia stata una crescita di questo indicatore che, nel 2020, invece, mostra un'inversione di tendenza. Ciò è visibile anche analizzando il tasso di crescita del PIL a prezzi costanti (*Figura 53*), dal quale emerge una contrazione del 7,4% del prodotto interno lordo reale nel 2020, a differenza degli anni precedenti in cui il tasso si è mantenuto sempre positivo.

Questo calo è dovuto sicuramente alle restrizioni causate dalla pandemia e alla conseguente contrazione della domanda. Per fortuna, nei mesi successivi, la situazione è migliorata e nel 2021 il tasso di crescita del PIL ha toccato l'8,2%.

Durante la pandemia l'inflazione ha raggiunto picchi del 7,61% (*Figura 54*), probabilmente dovuti all'aumento dei prezzi dei prodotti agricoli, per poi calare leggermente e raggiungere il 5,66% a fine 2021, valore in linea con gli obiettivi della politica economica indiana. La *Reserve Bank of India*, ossia la Banca Centrale del paese, ha, infatti, l'obiettivo di mantenere stabili i prezzi e ridurre l'inflazione e, allo stesso tempo, concedere prestiti alle banche per provare ad aumentare il PIL. Per questo, se ad inizio 2015 il grafico dei tassi di interesse (*Figura 55*) mostra un valore pari a 7,75%, con lo scorrere degli anni ed in particolare con l'arrivo della pandemia, questo valore è sceso e si è stabilizzato al 4%.

Il debito pubblico rapportato al prodotto interno lordo (*Figura 56*), invece, può essere considerato in linea con quello degli altri paesi in via di sviluppo. Sicuramente l'emergenza sanitaria ha fatto sì che esso sia leggermente cresciuto fino a toccare il 73,95% del PIL, ma questo dato non è affatto preoccupante.

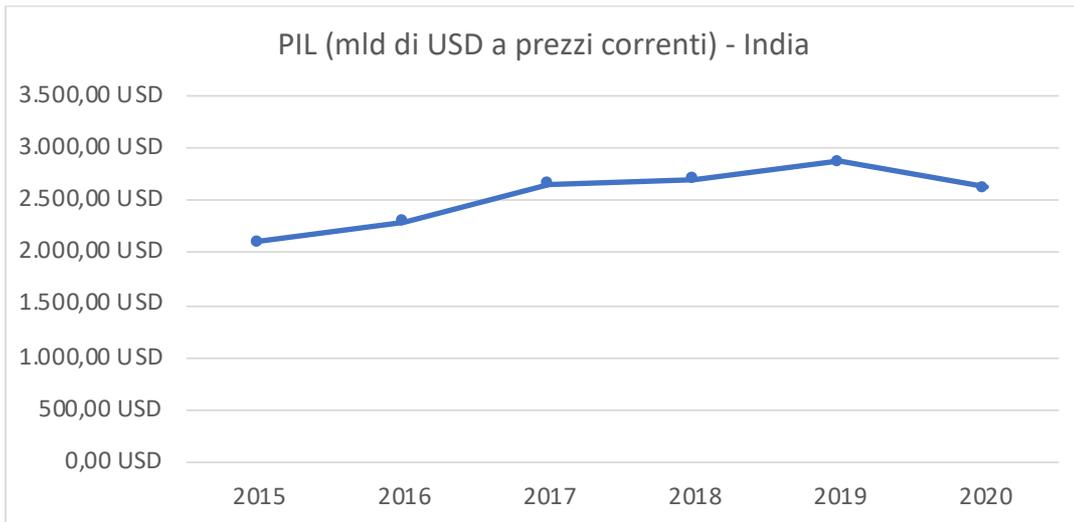


Figura 52 - Andamento PIL a prezzi correnti relativo all'India

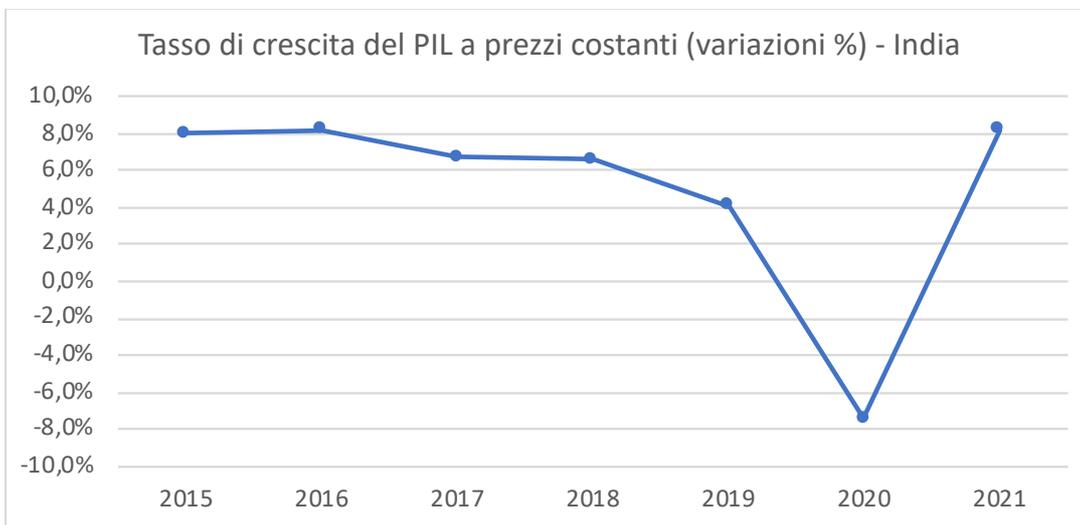


Figura 53 - Andamento del tasso di crescita del PIL reale relativo all'India

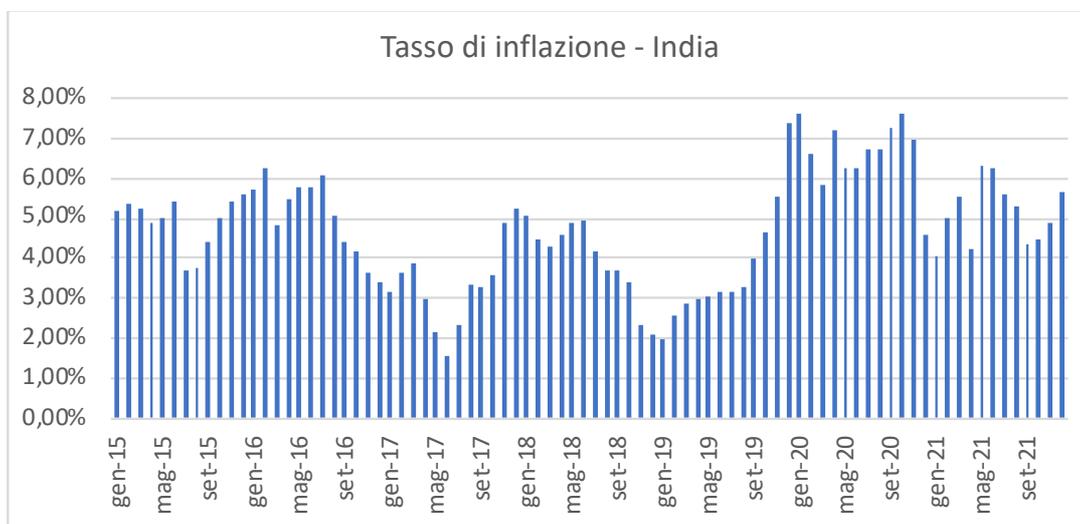


Figura 54 - Andamento del tasso di inflazione relativo all'India

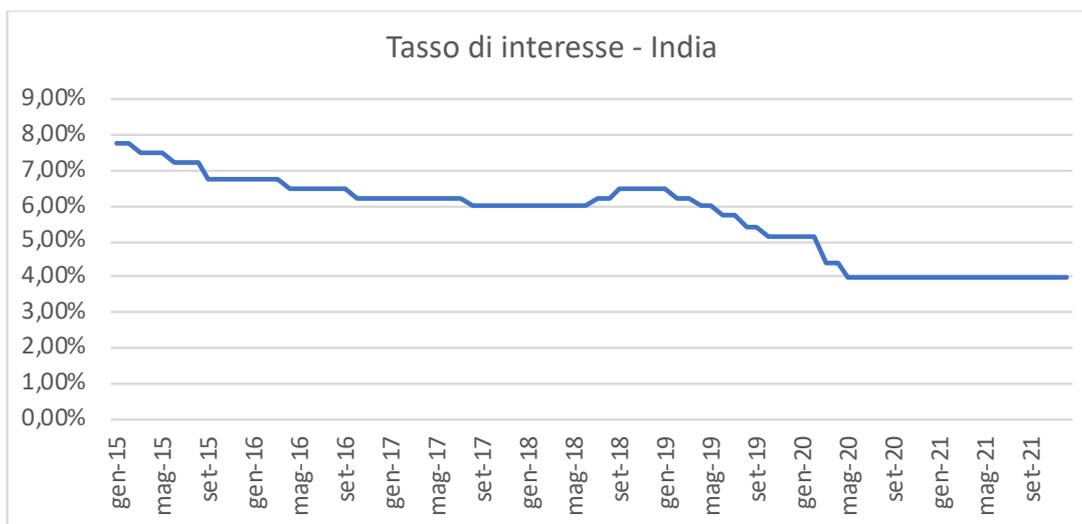


Figura 55 - Andamento del tasso d'interesse deciso dalla Banca Centrale relativo all'India

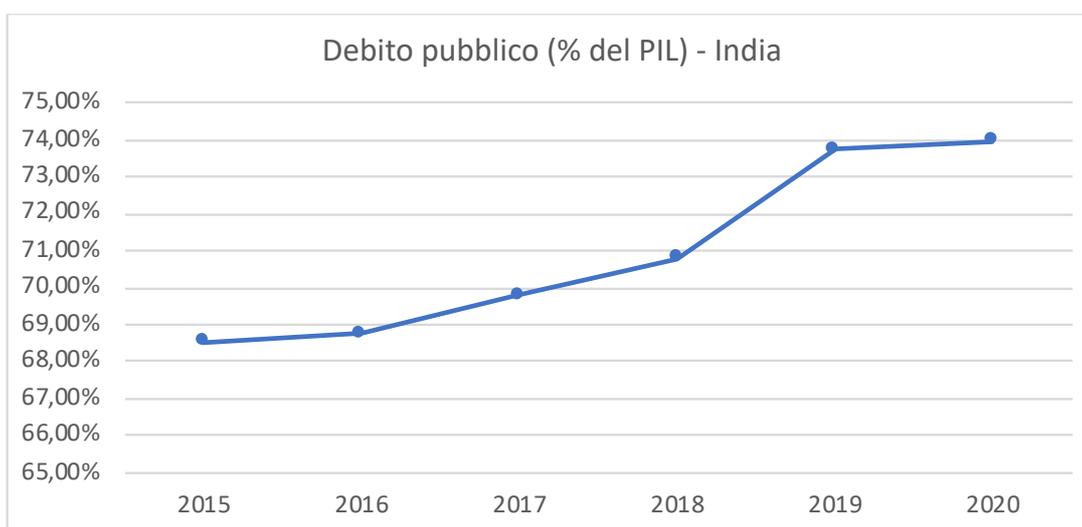


Figura 56 - Andamento del Debito pubblico/PIL relativo all'India

L'andamento del prezzo dell'indice di borsa considerato relativo all'India, Nifty 50, che raccoglie le 50 aziende più grandi provenienti dal National Stock Exchange, nell'intervallo di tempo che parte da gennaio 2015 e arriva a marzo 2021 (Figura 55), mostra che i picchi più alti sono stati raggiunti a settembre 2018, tra giugno e luglio 2019, nel primo trimestre del 2020, ma soprattutto alla fine del periodo analizzato. Il valore massimo degli ultimi anni è, infatti, stato registrato il 15/02/2021 ed è pari a 15314,70 INR. Le cifre più basse, invece, sono state toccate tra febbraio e marzo 2016 e marzo 2020: il valore minimo in assoluto è emerso il 25/02/2016 ed è pari a 6970,6 INR.

Dal grafico sull'andamento dei log-rendimenti giornalieri (*Figura 56*) emerge come i valori più alti e più bassi siano stati rilevati tra marzo e maggio 2020, intervallo di tempo in cui si è verificato un massimo dell'8,40% e un minimo del -13,90%.

Dall'istogramma (*Figura 57*) relativo alla frequenza dei valori dei log-rendimenti si evince come le percentuali più abituali cadano all'interno dell'intervallo che va dallo 0,10% all'1,15%: più del 35% delle osservazioni, infatti, è compreso in questo range.

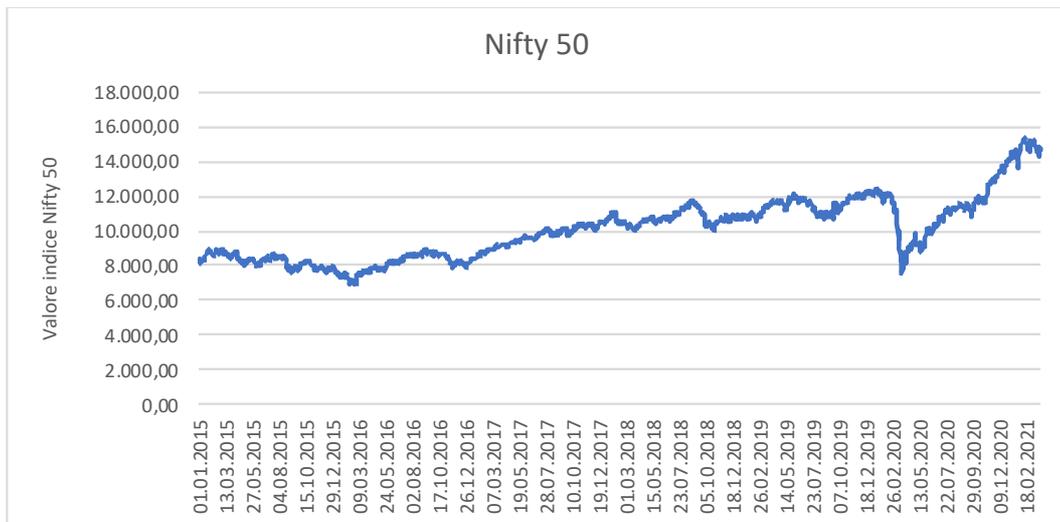


Figura 57 - Andamento dei prezzi dell'indice di borsa Nifty 50

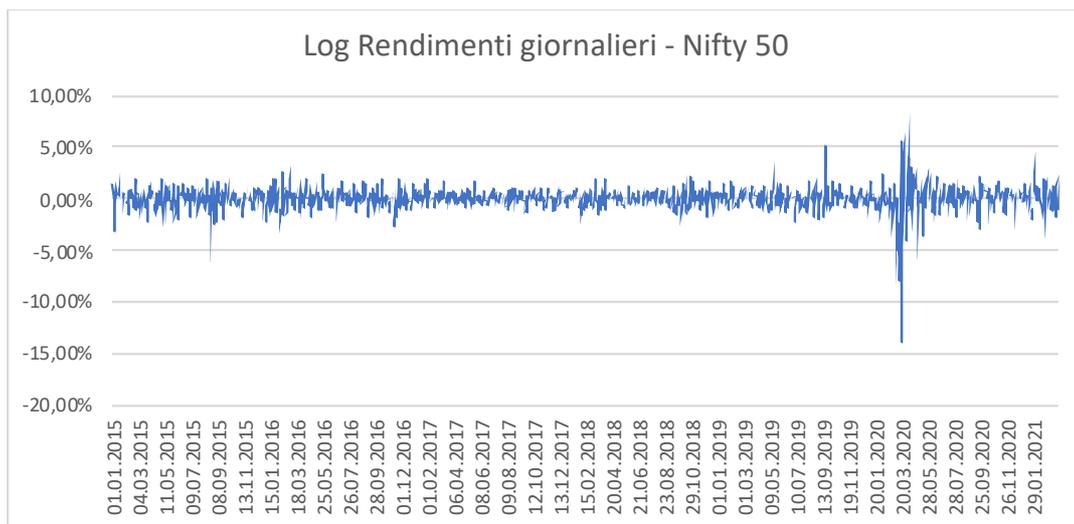
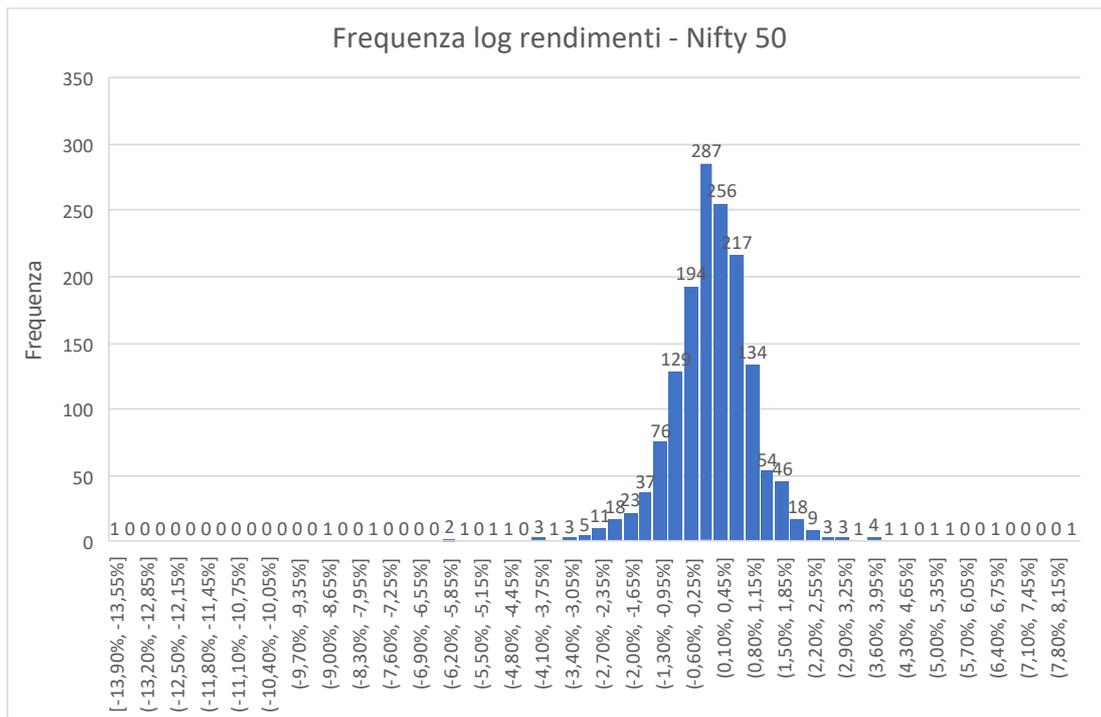


Figura 58 - Andamento log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa Nifty 50



2.2.4 Turchia

Sono anni che ormai la Turchia si dirige verso un'economia sempre più robusta e vigorosa. Nell'ultimo ventennio è cresciuta enormemente e, andando ad analizzare gli ultimi anni, è possibile notare un andamento più o meno costante del PIL nominale del Paese (*Figura 60*). L'indicatore che mostra l'effettiva crescita della Turchia è, però, il tasso di crescita del prodotto interno lordo a prezzi costanti (*Figura 61*): da qui si evince come l'aumento percentuale del PIL reale abbia toccato il 7,4% nel 2017. Purtroppo, l'andamento del grafico mostra anche come l'indicatore abbia subito una decelerazione nel 2019 e nel 2020, anno della pandemia, dovuta probabilmente alla politica monetaria restrittiva intrapresa dalla Banca centrale turca per frenare l'inflazione. Questa diminuzione è stata seguita, però, da un rialzo del tasso che ha sfiorato il 10%.

Il principale problema della Turchia, ormai da anni, continua ad essere l'altissima inflazione (*Figura 62*): prima della pandemia, precisamente nell'ottobre del 2018, il tasso relativo all'aumento dei prezzi aveva superato il 25% e, dopo una sua diminuzione, con l'avvento dell'emergenza sanitaria è salito nuovamente, raggiungendo circa il 36% a dicembre 2021. La Banca Centrale ha l'obiettivo di controllare la stabilità dei prezzi provando a esercitare una politica monetaria restrittiva. Ciò emerge dagli elevati tassi di interessi decisi (*Figura 63*), che tra il 2018 e il 2019 hanno addirittura raggiunto il 24%, valore altissimo per questo indicatore, per poi diventare in media il 10,5% nel 2020 e il 17,58% nel 2021. Nonostante queste cifre possano sembrare molto alte, non sono così elevate e sufficienti per bloccare l'inflazione.

Per quanto riguarda l'andamento del debito pubblico rapportato al PIL (*Figura 64*), invece, è possibile notare dal grafico come esso si mantenga decisamente più basso rispetto a quello degli altri paesi analizzati, raggiungendo, nel 2020, un massimo del 39,5%.

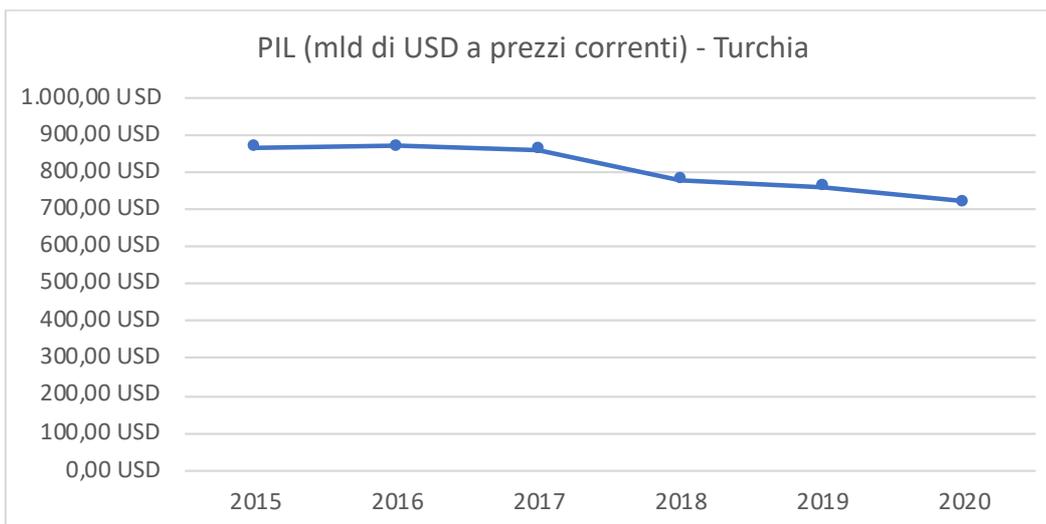


Figura 60 - Andamento del PIL a prezzi correnti relativo alla Turchia



Figura 61 - Andamento del tasso di crescita del PIL reale relativo alla Turchia

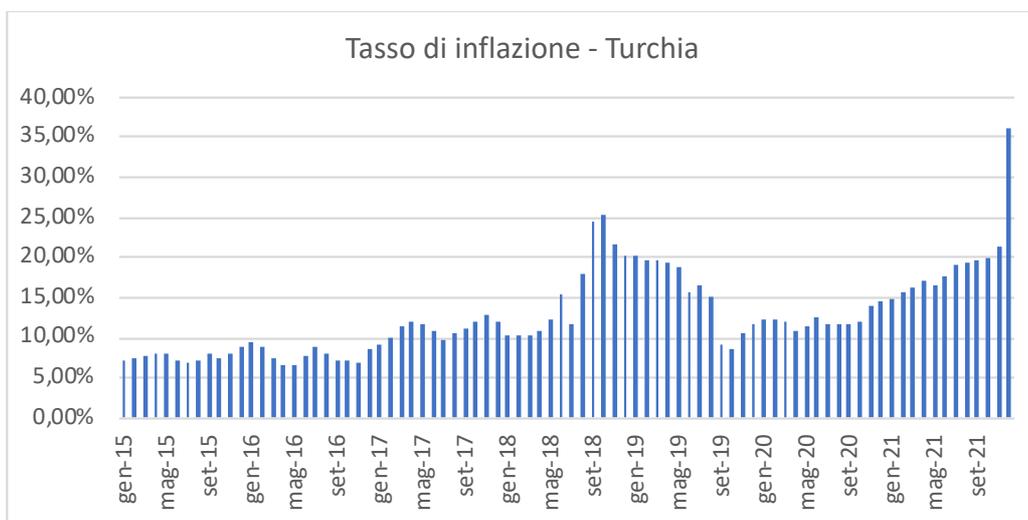


Figura 62 - Andamento del tasso di inflazione relativo alla Turchia

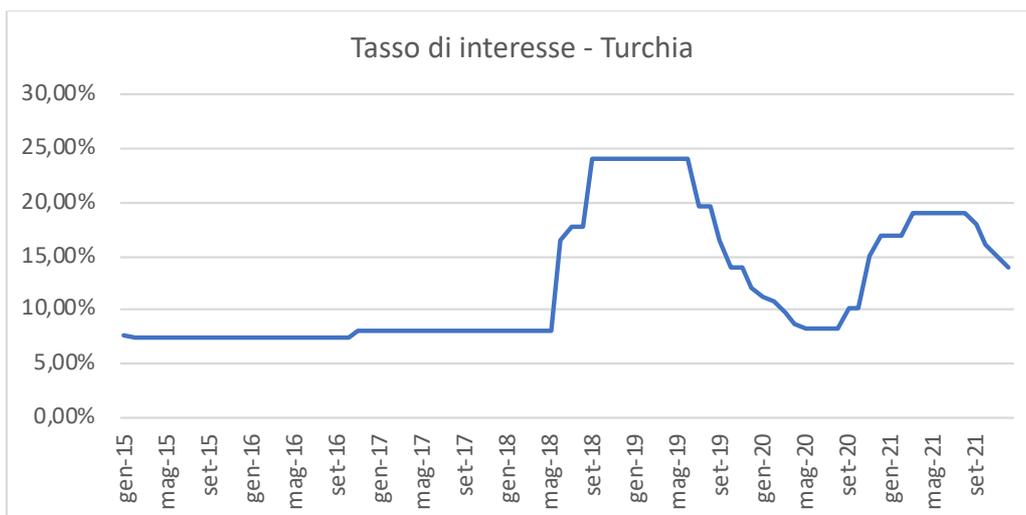


Figura 63 - Andamento del tasso d'interesse deciso dalla Banca Centrale relativo alla Turchia

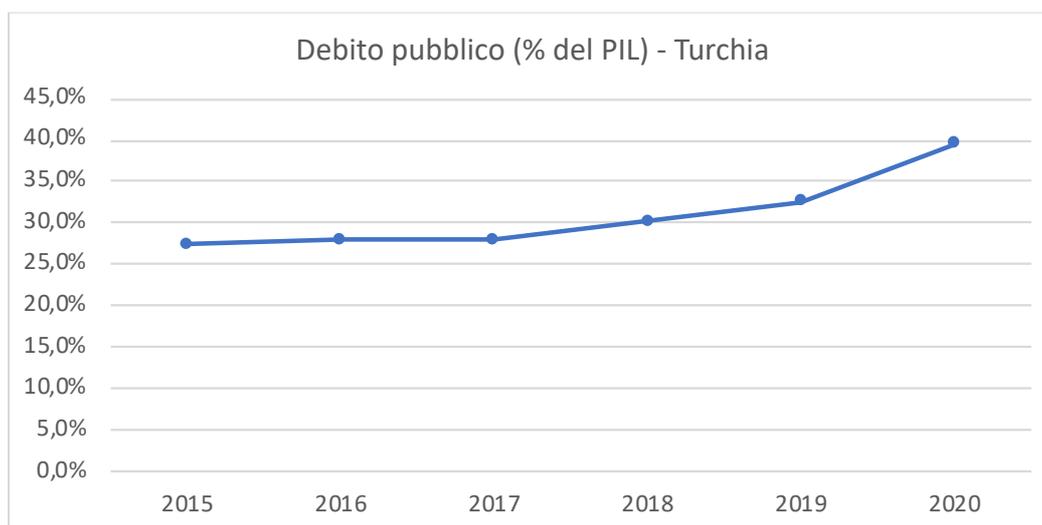


Figura 64 - Andamento Debito pubblico/PIL relativo alla Turchia

L'indice di riferimento scelto per l'analisi relativa alla Turchia è BIST 100: esso è l'indice di riferimento di tutta la borsa turca che combina tutti i titoli più importanti. I prezzi dell'indice, registrati da gennaio 2015 a marzo 2021 (Figura 65), mostrano picchi nel periodo che va da gennaio a marzo 2019, a gennaio e febbraio 2020 e al termine dell'intervallo di tempo analizzato, dove si raggiunge il valore massimo di 1570,42 TRY. I valori minimi, invece, si toccano a maggio 2019, a marzo 2020, ma soprattutto all'inizio del periodo: precisamente il valore più basso, registrato a gennaio 2016, è pari a 658,68 TRY. Nel complesso è possibile affermare che il prezzo dell'indice alla fine dell'intervallo di tempo considerato sia superiore rispetto all'inizio dello stesso.

Per ciò che riguarda i log-rendimenti giornalieri, dal grafico (Figura 66) emergono molti picchi, sia positivi, che negativi: il valore più alto è stato registrato il 24/03/2020 ed è pari al 5,81%, mentre il più basso il 22/03/2021 e ha raggiunto la cifra del -10,31%.

Dall'istogramma (Figura 67) è possibile conoscere la frequenza con la quale sono rilevati i valori dei log-rendimenti analizzati. Si evince come valori percentuali così alti o così bassi si verificano molto meno frequentemente rispetto ai valori compresi nell'intervallo che va da -0,65% a 1,03%: su 1572 osservazioni, infatti, più del 55% cadono in quel range.

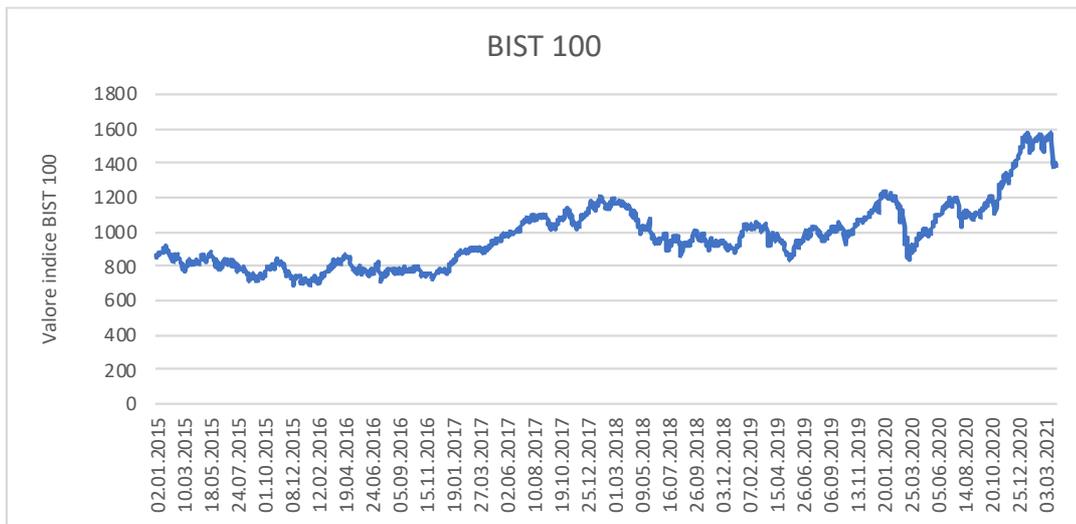


Figura 65 - Andamento dei prezzi dell'indice di borsa BIST 100

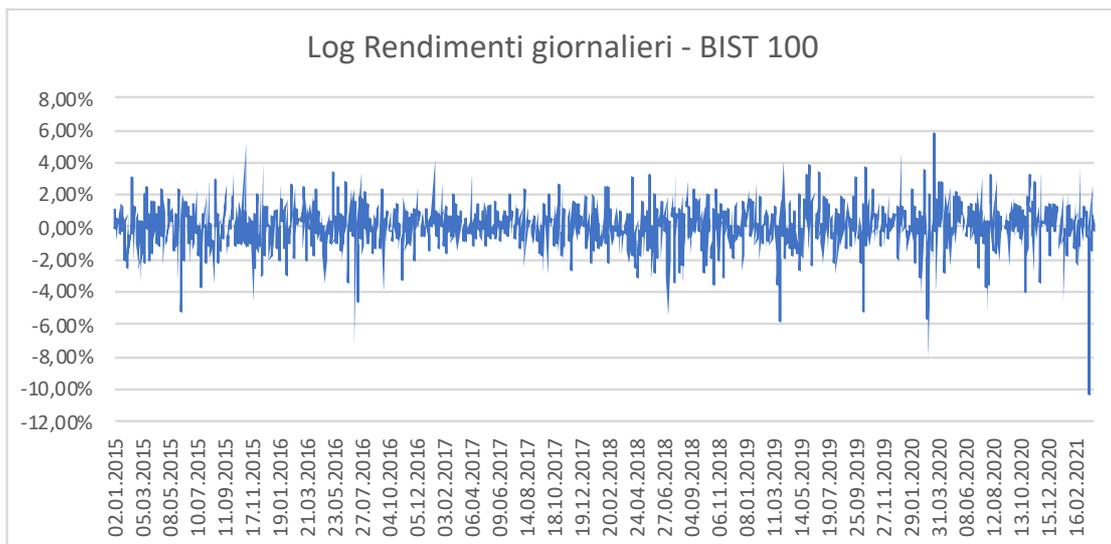


Figura 66 - Andamento log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa BIST 100

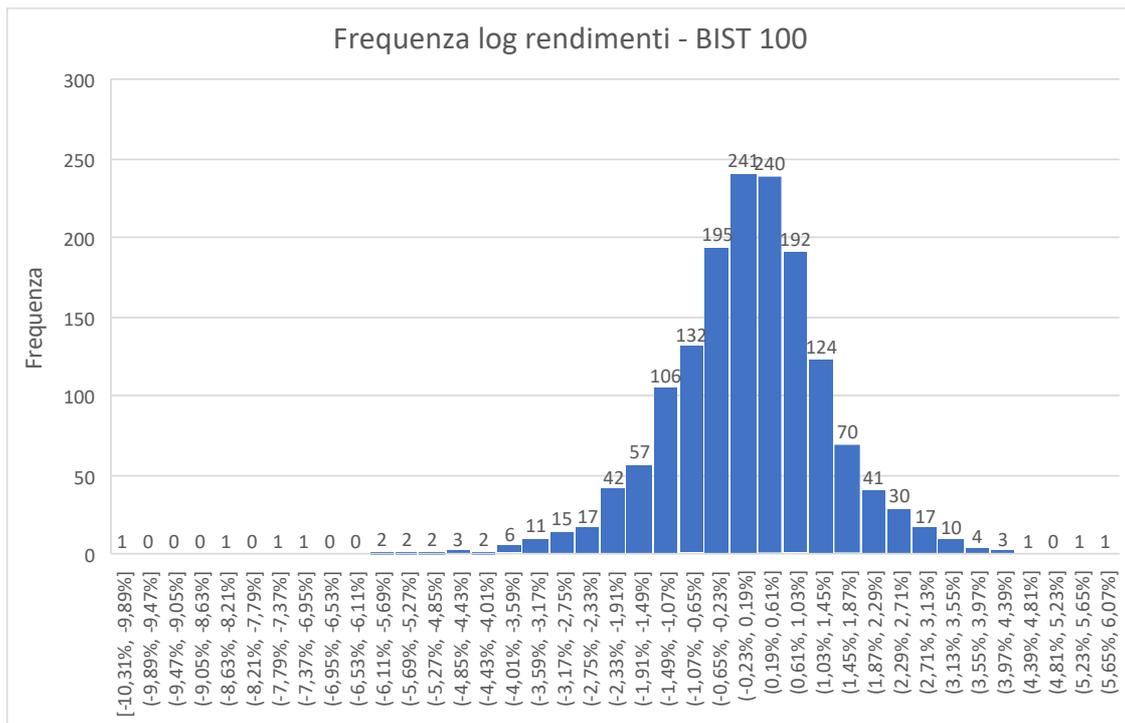


Figura 67 - Istogramma con frequenza dei log rendimenti giornalieri dell'indice di borsa BIST 100

Osservando la figura 67 a primo impatto la distribuzione dei log-rendimenti sembra seguire una distribuzione normale, ma per determinare se ciò è vero è importante osservare i valori della media, della deviazione standard, della curtosi e dell'asimmetria, mostrati nella tabella 10.

La media e la varianza sono prossime allo zero e, nel complesso, i log-rendimenti dell'indice presentano una curtosi positiva e un'asimmetria solo leggermente negativa che, dunque, permette di ritenere la distribuzione simmetrica, senza troppi errori, e considerarla normale.

Tabella 10 - Media, deviazione standard, curtosi e asimmetria dei log-rendimenti dell'indice BIST 100

Media	0,000310427
Dev. Standard	0,013822389
Curtosi	4,894938646
Asimmetria	-0,850061353

3 Modello di random walk

In questo capitolo si andrà a stimare un modello random walk per ognuno degli otto paesi oggetto di studio, per conoscere quanto il loro mercato sia efficiente in forma debole. Nel capitolo 2 si è già dimostrato come i log-rendimenti degli indici considerati seguano una distribuzione normale e ciò porterà a poter usufruire di tutte le semplificazioni del caso.

Come già accennato nel paragrafo 1.7 le variazioni dei prezzi e, nel caso in questione, i log-rendimenti giornalieri seguono un processo *Random walk* se sono indipendentemente e identicamente distribuiti (*IID*). Se ciò fosse vero, rappresenterebbe un'ipotesi sufficiente affinché il mercato possa essere considerato efficiente anche solo debolmente, con la conseguenza che i rendimenti seguono un percorso casuale: i valori passati non servono per provare a predire i valori futuri e non si può battere sistematicamente il mercato.

Con ogni modello stimato di random walk sarà possibile verificare se c'è o meno correlazione tra un log-rendimento e quello precedente.

Passando ad un approccio più matematico è possibile sostenere, quindi, che un random walk può essere rappresentato da una somma di n variabili *IID*, come espresso dalla formula:

$$S_n = \sum_{i=1}^n X_i \quad (3.1)$$

La serie temporale non stazionaria descritta da questo modello può essere genericamente definita come:

$$X_t = \mu + X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.2)$$

$\mu = \text{costante}$

$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$

Per verificare se l'andamento della variabile presa in esame segue un modello di random walk è utile e necessario esprimere la formula (3.2) nel seguente modo:

$$X_t = \mu + \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.3)$$

A questo punto bisogna verificare che il coefficiente ρ sia pari ad uno. Per fare ciò si sottrae da entrambi i membri della (3.3) la variabile X_{t-1} in modo tale da ottenere:

$$\Delta X_t = \mu + \gamma X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.4)$$

dove $\gamma = \rho - 1$

Con la (3.4) è facile formulare il seguente test di ipotesi con il quale è possibile provare a dimostrare se una variabile segue il modello random walk:

$$\begin{cases} H_{p_0}: \gamma = 0 \\ H_{p_1}: \gamma \neq 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

L'ipotesi nulla rappresenta il modello stocastico, che porterebbe alla conclusione che la variabile segue un modello di camminata casuale. Viceversa, l'ipotesi alternativa mostra la non casualità dell'andamento della variabile considerata.

3.1 Stima del modello *random walk* applicato per ciascun paese

Si andrà ora a dimostrare con il test di ipotesi (3.5) se, a partire dai dati raccolti per ciascun indice, i prezzi seguono una camminata casuale e, di conseguenza, i mercati sono debolmente efficienti. Per svolgere questa analisi sono state eseguite delle regressioni lineari, relative ai log-rendimenti giornalieri, con singolo regressore mediante Excel e sono stati analizzati i risultati. Precisamente sono state eseguite due verifiche riferite a due lag temporali differenti: una riguardante la correlazione di due log-rendimenti leggermente più lontani temporalmente e, precisamente, con un $\Delta t = 3$ e un'altra relativa alla correlazione di log-rendimenti di due giorni successivi, quindi con $\Delta t = 1$.

$$r_t = \beta_0 + \beta_1 r_{t-3} + \varepsilon_t \quad (3.6)$$

$$r_t = \beta_0 + \beta_1 r_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.7)$$

$r_t = \log - \text{rendimento al tempo } t$

r_{t-1} = log – rendimento al tempo $t - 1$

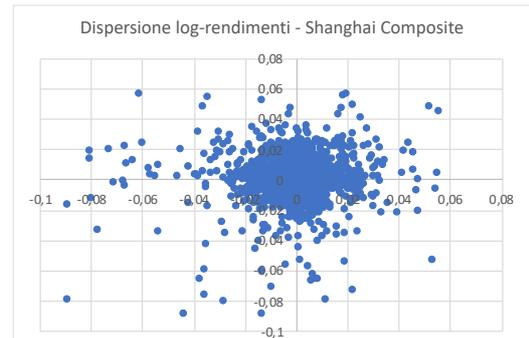
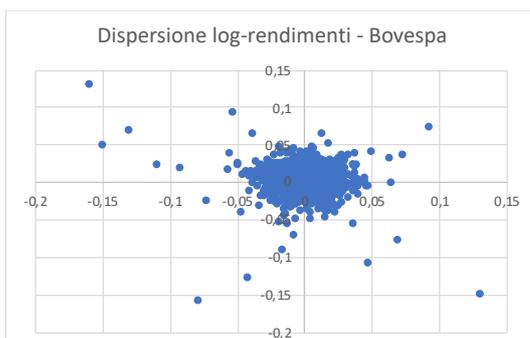
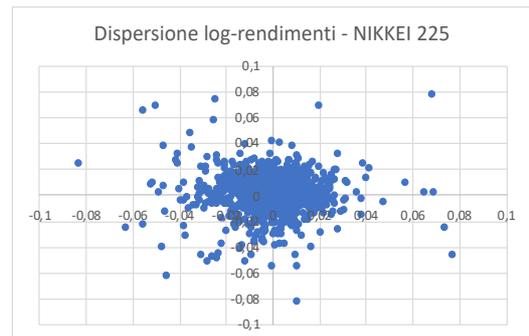
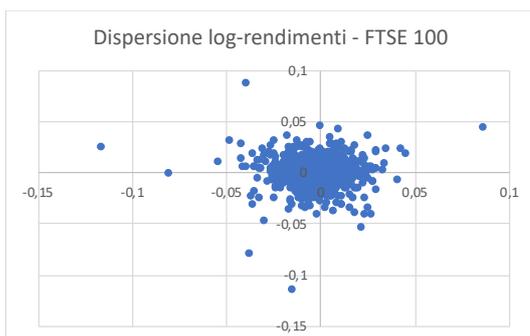
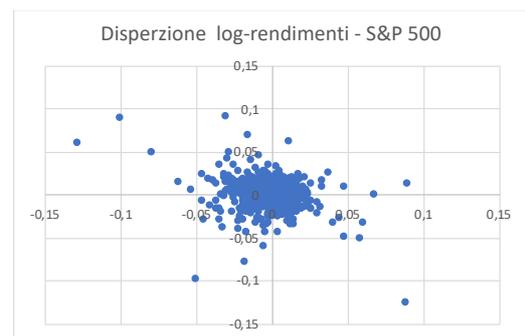
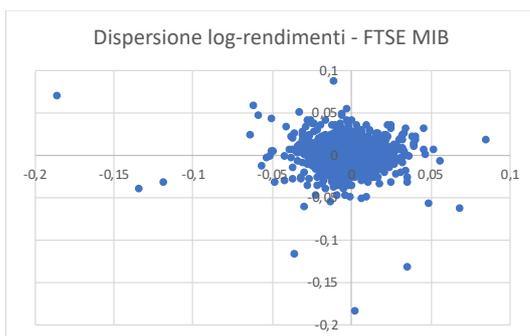
r_{t-3} = log – rendimento al tempo $t - 3$

β_0 = intercetta

β_1 = pendenza

ε_t = errore

Prima di fare l'analisi statistica sono stati creati dei grafici a dispersione (Figura 68) (asse delle x log-rendimenti a $t-1$, asse delle y log-rendimenti a t) che già permettono di capire la non correlazione dei log-rendimenti: se ci fosse stata una correlazione, infatti, la nuvola dei punti si sarebbe concentrata nei quadranti in alto a destra e in basso a sinistra (nel caso di correlazione positiva) o in alto a sinistra e in basso a destra (nel caso di correlazione negativa). Poiché dai grafici non è possibile individuare un preciso andamento, allora si può già intuire l'assenza di correlazione.



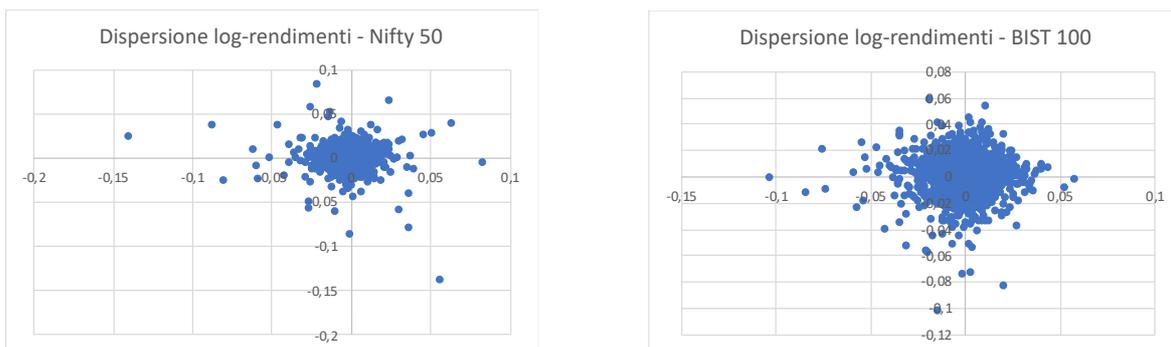


Figura 68 - Dispersione log-rendimenti

Un'ulteriore osservazione da fare prima di effettuare l'analisi è la presenza di outlier verificatisi in particolari periodi che potrebbero deviare il test e influenzare fortemente i risultati della regressione: è necessario quindi soffermarsi su questi valori e, eventualmente, trascurarli.

Dopo aver fatto ciò sono state eseguite le regressioni e sono stati trovati il coefficiente di $X_{t-\Delta t}$ e R^2 . L'assenza di correlazione tra i rendimenti e, dunque, la mancanza di memoria si ha quando il coefficiente stimato e R^2 sono prossimi allo zero.

È stato effettuato anche un ulteriore controllo riguardante il test t e il valore di significatività. Il primo, essendo svolto con un livello di fiducia del 95%, porta ad accettare l'ipotesi nulla qualora esso risulti compreso nell'intervallo $[-1,96; +1,96]$ con un conseguente $p - value > 0,05$.

3.1.1 Analisi della regressione tra log-rendimenti relativi a t e $t-3$

3.1.1.1 FTSE MIB

Tabella 11 - Valori della regressione relativa all'indice FTSE MIB con lag pari a 3

	Coefficienti	Errore standard	Stat t	R^2
Intercetta	0,00039538	0,000334088	1,18346688	0,00000869
Variabile $r(t-3)$	0,00293797	0,025178378	0,11668605	

La prima regressione effettuata sull'indice FTSE MIB (relativa ai rendimenti al tempo t e al tempo $t-3$) porta ai risultati presenti nella tabella 11 dove, tralasciando i valori

dell'intercetta, è possibile notare un valore del coefficiente stimato per r_{t-3} molto basso e un R^2 quasi pari a zero.

Inoltre, il test t assume un valore di circa 0,1167 compreso, dunque, nell'intervallo di accettazione. Questi risultati non permettono di rifiutare l'ipotesi nulla e di conseguenza implicano l'assenza di correlazione tra i log-rendimenti considerati.

3.1.1.2 S&P 500

Tabella 12 - Valori della regressione relativa all'indice S&P 500 con lag pari a 3

	Coefficienti	Errore standard	Stat t	R^2
Intercetta	0,000433088	0,000296836	1,45901126	0,00007265
Variabile r(t-3)	-0,008512525	0,025237327	-0,337299	

La prima regressione effettuata sull'indice S&P 500 (relativa ai rendimenti al tempo t e al tempo $t-3$) porta ai risultati presenti nella *tabella 12*, dove è possibile notare un valore del coefficiente stimato per r_{t-3} molto basso e un R^2 quasi pari a zero.

Inoltre, il test t assume un valore di circa -0,337. Questi risultati non permettono di rifiutare l'ipotesi nulla e di conseguenza implicano l'assenza di correlazione tra i log-rendimenti considerati.

3.1.1.3 FTSE 100

Tabella 13 - Valori della regressione relativa all'indice FTSE 100 con lag pari a 3

	Coefficienti	Errore standard	Stat t	R^2
Intercetta	0,00005593	0,000253451	0,2206782	0,00004483
Variabile r(t-3)	-0,0066993	0,025258553	-0,2652289	

La prima regressione effettuata sull'indice FTSE 100 (relativa ai rendimenti al tempo t e al tempo $t-3$) porta ai risultati presenti nella *tabella 13* dove è possibile notare un valore del coefficiente stimato per r_{t-3} molto basso e un R^2 quasi pari a zero.

Inoltre, il test t assume un valore di circa -0,265. Questi risultati non permettono di rifiutare l'ipotesi nulla e di conseguenza implicano l'assenza di correlazione tra i log-rendimenti considerati.

3.1.1.4 NIKKEI 225

Tabella 14 - Valori della regressione relativa all'indice NIKKEI 225 con lag pari a 3

	<i>Coefficienti</i>	<i>Errore standard</i>	<i>Stat t</i>	<i>R²</i>
Intercetta	0,0002398	0,000315842	0,75924002	0,00004596
Variabile r(t-3)	-0,006915	0,025973491	-0,2662311	

La prima regressione effettuata sull'indice NIKKEI 225 (relativa ai rendimenti al tempo t e al tempo $t-3$) porta ai risultati presenti nella *tabella 14* dove è possibile notare un valore del coefficiente stimato per r_{t-3} molto basso e un R^2 quasi pari a zero.

Inoltre, il test t assume un valore di circa -0,27. Questi risultati non permettono di rifiutare l'ipotesi nulla e di conseguenza implicano l'assenza di correlazione tra i log-rendimenti considerati.

3.1.1.5 Bovespa

Tabella 15 - Valori della regressione relativa all'indice Bovespa con lag pari a 3

	<i>Coefficienti</i>	<i>Errore standard</i>	<i>Stat t</i>	<i>R²</i>
Intercetta	0,00069051	0,000425456	1,62299515	0,00204157
Variabile r(t-3)	-0,0446644	0,025196483	-1,7726426	

La prima regressione effettuata sull'indice Bovespa (relativa ai rendimenti al tempo t e al tempo $t-3$) porta ai risultati presenti nella *tabella 15* dove è possibile notare un valore del coefficiente stimato per r_{t-3} molto basso e un R^2 quasi pari a zero.

Inoltre, il test t assume un valore di circa -1,77. Questi risultati non permettono di rifiutare l'ipotesi nulla e di conseguenza implicano l'assenza di correlazione tra i log-rendimenti considerati.

3.1.1.6 Shanghai Composite

Tabella 16 - Valori della regressione relativa all'indice Shanghai Composite con lag pari a 3

	Coefficienti	Errore standard	Stat t	R ²
Intercetta	0,00003059	0,000376592	0,08122905	0,00240632
Variabile r(t-3)	0,049032176	0,025666226	1,91037727	

La prima regressione effettuata sull'indice Shanghai Composite (relativa ai rendimenti al tempo t e al tempo $t-3$) porta ai risultati presenti nella *tabella 16* dove è possibile notare un valore del coefficiente stimato per r_{t-3} molto basso e un R^2 quasi pari a zero.

Inoltre, il test t assume un valore di circa 1,91. Questi risultati non permettono di rifiutare l'ipotesi nulla e di conseguenza implicano l'assenza di correlazione tra i log-rendimenti considerati.

3.1.1.7 Nifty 50

Tabella 17 - Valori della regressione relativa all'indice Nifty 50 con lag pari a 3

	Coefficienti	Errore standard	Stat t	R ²
Intercetta	0,00037108	0,000290569	1,27708397	0,00125714
Variabile r(t-3)	0,03542607	0,025436439	1,39272921	

La prima regressione effettuata sull'indice Nifty 50 (relativa ai rendimenti al tempo t e al tempo $t-3$) porta ai risultati presenti nella *tabella 17* dove è possibile notare un valore del coefficiente stimato per r_{t-3} molto basso e un R^2 quasi pari a zero.

Inoltre, il test t assume un valore di circa 1,39. Questi risultati non permettono di rifiutare l'ipotesi nulla e di conseguenza implicano l'assenza di correlazione tra i log-rendimenti considerati.

3.1.1.8 BIST 100

Tabella 18 - Valori della regressione relativa all'indice BIST 100 con lag pari a 3

	Coefficienti	Errore standard	Stat t	R ²
Intercetta	0,00028941	0,000349247	0,82865841	0,00149506
Variabile r(t-3)	0,03866023	0,025247248	1,531265	

La prima regressione effettuata sull'indice BIST 100 (relativa ai rendimenti al tempo t e al tempo $t-3$) porta ai risultati presenti nella *tabella 18* dove è possibile notare un valore del coefficiente stimato per r_{t-3} molto basso e un R^2 quasi pari a zero.

Inoltre, il test t assume un valore di circa 1,53. Questi risultati non permettono di rifiutare l'ipotesi nulla e di conseguenza implicano l'assenza di correlazione tra i log-rendimenti considerati.

3.1.2 Analisi della regressione tra log-rendimenti relativi a t e $t-1$

Per avere una dimostrazione ancora più forte della non correlazione tra i prezzi si passa ora alla seconda regressione, che mette in relazione i log-rendimenti di due osservazioni successive. Per verificare ciò si andranno nuovamente ad analizzare gli R^2 delle regressioni, in quanto permettono di capire la forza della relazione tra la variabile indipendente e quella dipendente. Più il valore dell'indicatore si avvicina allo zero, e più la relazione tra i log-rendimenti è minore.

Tabella 19 - Valori della regressione relativa all'indice FTSE MIB con lag pari a 1

	Coefficienti	Errore standard	Stat t	R ²
Intercetta	0,00037208	0,00033515	1,11019592	0,00056118
Variabile r(t-1)	-0,0237195	0,025270939	-0,9386061	

Tabella 20 - Valori della regressione relativa all'indice S&P 500 con lag pari a 1

	Coefficienti	Errore standard	Stat t	R ²
Intercetta	0,000381927	0,000285707	1,33677842	0,00043596
Variabile r(t-1)	-0,020926249	0,025694251	-0,8144331	

Tabella 21 - Valori della regressione relativa all'indice FTSE 100 con lag pari a 1

	Coefficienti	Errore standard	Stat t	R ²
Intercetta	0,00005839	0,00025318	0,23063828	0,00048127
Variabile r(t-1)	-0,0219567	0,025245314	-0,8697353	

Tabella 22 - Valori della regressione relativa all'indice NIKKEI 225 con lag pari a 1

	Coefficienti	Errore standard	Stat t	R ²
Intercetta	0,00035948	0,000326167	1,102128	0,00042332
Variabile r(t-1)	-0,0205394	0,025351104	-0,8101984	

Tabella 23 - Valori della regressione relativa all'indice Bovespa con lag pari a 1

	Coefficienti	Errore standard	Stat t	R ²
Intercetta	0,00061889	0,000418899	1,47742629	0,00145982
Variabile r(t-1)	-0,0383309	0,025570893	-1,4990056	

Tabella 24 - Valori della regressione relativa all'indice Shanghai Composite con lag pari a 1

	Coefficienti	Errore standard	Stat t	R ²
Intercetta	0,000016609	0,000376276	0,04414133	0,00207362
Variabile r(t-1)	0,045538271	0,025657357	1,77486215	

Tabella 25 - Valori della regressione relativa all'indice Nifty 50 con lag pari a 1

	Coefficienti	Errore standard	Stat t	R ²
Intercetta	0,00037469	0,000290922	1,28794805	0,00110335
Variabile r(t-1)	-0,0332125	0,02544027	-1,3055103	

Tabella 26 - Valori della regressione relativa all'indice BIST 100 con lag pari a 1

	Coefficienti	Errore standard	Stat t	R ²
Intercetta	0,00031951	0,000342804	0,9320396	0,00100551
Variabile r(t-1)	0,03201415	0,025524097	1,25427152	

Osservando l'R² di ogni indice, essendo tutti prossimi allo zero, è possibile confermare l'ipotesi secondo la quale non c'è correlazione seriale dei prezzi, i quali seguono il modello di random walk. Ciò vuol dire che i prezzi passati non possono essere usati per prevedere

variazioni future, la conoscenza della serie storica non permette di sovraperformare il mercato e, dunque, tutti i paesi sono efficienti almeno in forma debole.

Interessante da analizzare è, però, il diverso grado di efficienza, in quanto, seppure di poco, i valori dell' R^2 sono più bassi per gli indici FTSE MIB, S&P 500, FTSE 100 e NIKKEI 225, mentre risultano leggermente superiori per gli indici Bovespa, Shanghai Composite, Nifty 50 e BIST 100. Da un punto di vista statistico, questo risultato potrebbe portare alla conclusione che, per tutti gli indici sia difficile e quasi impossibile prevedere in modo sistematico l'andamento dei prezzi basandosi esclusivamente sui suoi valori storici, in quanto essi rispecchiano l'efficienza in forma debole, ma per gli ultimi quattro indici, relativi ai paesi in via di sviluppo, ciò potrebbe essere leggermente più facile.

4 Reti neurali

4.1 Intelligenza artificiale, Machine Learning e Deep Learning

L'*intelligenza artificiale* è “una disciplina che studia se e in che modo si possano riprodurre i processi mentali più complessi mediante l'uso di un computer. Tale ricerca si sviluppa secondo due percorsi complementari: da un lato l'intelligenza artificiale cerca di avvicinare il funzionamento dei computer alle capacità dell'intelligenza umana, dall'altro usa le simulazioni informatiche per fare ipotesi sui meccanismi utilizzati dalla mente umana”⁵.

Nell'ultimo lasso di tempo l'intelligenza artificiale ha avuto un incredibile successo, grazie anche alla presenza di algoritmi di *machine learning*. Uno degli approcci più importanti relativi all'apprendimento automatico è il *deep learning*, definito anche “approccio approfondito”, grazie al quale è possibile creare delle reti neurali che hanno la capacità di estrarre delle informazioni e delle conoscenze a partire da un enorme set di dati. Per capire bene come funziona l'intelligenza artificiale, dunque, è utile capire appieno questi concetti. Nel senso più generico del termine, l'intelligenza artificiale racchiude lo studio della programmazione di sistemi che hanno l'obiettivo di conferire alle macchine una o più caratteristiche proprie dell'uomo, permettendo loro di realizzare tutti quei ragionamenti complessi tipici dell'essere umano.

Considerando ciò, il machine learning o “apprendimento automatico” può essere definito come la strada per l'applicazione dell'intelligenza artificiale. Può essere considerato a tutti gli effetti un sottogruppo dell'intelligenza artificiale (*Figura 69*) che include la capacità delle macchine di ricevere informazioni e modificare gli algoritmi in base alla quantità di dati che hanno elaborato: sono sistemi capaci di “imparare dall'esperienza”, proprio come avviene negli esseri umani e si servono di reti neurali e di modelli statistici.

Le differenti tipologie di apprendimento automatico possono condurre a diverse applicazioni, una delle quali è, come detto precedentemente, il deep learning.

Esso ricorda molto la struttura del cervello umano e racchiude tutte quelle tecniche che servono per simulare i processi di apprendimento per mezzo delle reti neurali organizzate in diversi strati, dette anche *reti neurali profonde*: ogni strato intermedio calcola i valori per quello successivo conferendo alla rete un alto potere di apprendimento.

⁵ Definizione riportata dal dizionario *Treccani*

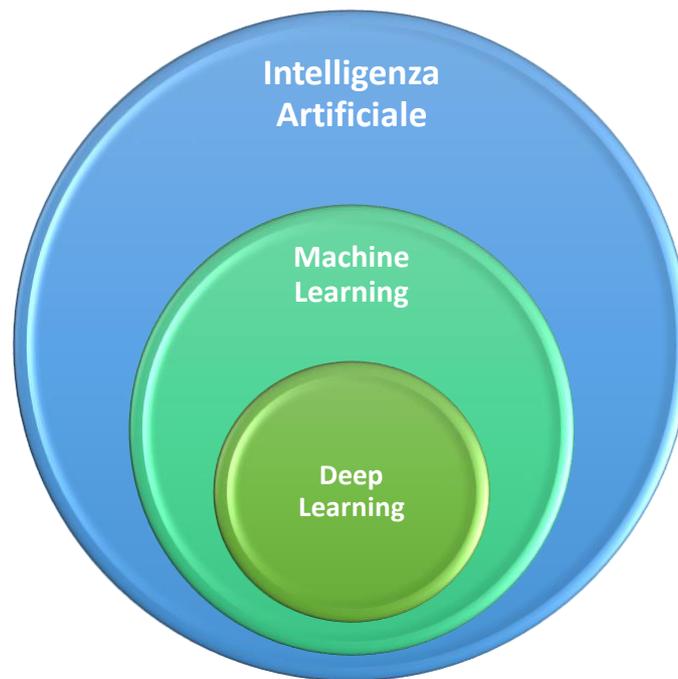


Figura 69 - Intelligenza artificiale, Machine learning, Deep Learning

4.2 Reti neurali artificiali

Le reti neurali sono “modelli basati su tecniche di ottimizzazione numerica ispirate a strutture biologiche, di cui si vuole riprodurre il comportamento, al fine di elaborare l’informazione disponibile e riconoscere legami complessi tra variabili”⁶.

Sono, dunque, modelli matematici formati da neuroni artificiali che si rifanno al funzionamento del cervello dell’essere umano e al giorno d’oggi sono fondamentali per risolvere tutti quei problemi inerenti all’intelligenza artificiale.

Le reti neurali sono formate da neuroni (nodi), ossia da unità elementari di calcolo, collegati tra loro da canali di comunicazione indipendenti: essi simulano i neuroni biologici che, connessi tra loro, formano le reti neurali cerebrali, le quali permettono all’essere umano di ragionare, fare operazioni e calcoli, riconoscere volti, suoni, immagini, imparare e ricordare situazioni e conoscenze.

Esse sono modelli costituiti da interconnessioni di informazioni e possono essere paragonate ad un sistema capace di modificare la sua struttura, composta, come detto precedentemente, da nodi e interconnessioni.

⁶ Definizione riportata dal dizionario *Treccani*

Nell'essere umano e, quindi, in una rete neurale biologica, i neuroni ricevono, grazie ai sensi, segnali dall'esterno che trasformano poi in informazioni: essi sono interconnessi tra di loro in una struttura non-lineare che si modifica al variare dei dati ricevuti. Similmente le reti neurali artificiali rappresentano una classe di modelli statistici non lineare e sono formate da uno strato di input, uno strato di output e uno o più strati interni nascosti (Figura 70): l'*input layer* (strato di input) raccoglie segnali esterni e li adatta alle richieste dei neuroni, l'*hidden layer* (strato nascosto) è lo strato in cui avviene il vero processo di elaborazione e l'*output layer* (strato di output) riceve i risultati forniti dallo strato precedente e genera quello finale.

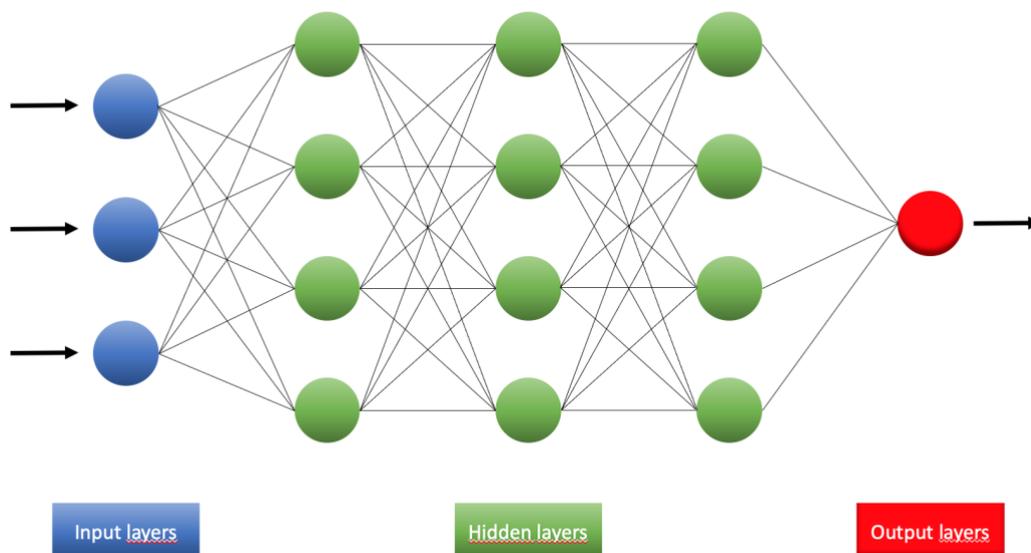


Figura 70 - Strati di una rete neurale

Affinché le reti neurali riescano a risolvere un problema devono essere “addestrate” per capire cosa fare e come agire una volta ricevuti i dati di input. Entrano qui in gioco gli algoritmi di machine learning, i quali sono utilizzati per “apprendere” informazioni dall'esperienza. I più importanti modelli di machine learning sono quattro e in particolar modo sono:

- *Apprendimento supervisionato*: alla rete sono forniti sia i dati di input che i corrispondenti dati di output, con lo scopo di riuscire a farle trovare il nesso tra di

essi in modo da poter applicare e generalizzare la regola estrapolata per nuovi set di dati e arrivare, quindi, ad ulteriori risultati.

- *Apprendimento non supervisionato*: alla rete sono forniti solo i dati di input e non i corrispondenti dati di output, con lo scopo di fare in modo che essa riesca a trovare modelli nascosti identificando nei dati forniti delle regole logiche nonostante i risultati desiderati non siano a disposizione.
- *Apprendimento per rinforzo*: le reti ricevono come input l'obiettivo che devono raggiungere ed imparano grazie all'interazione con l'ambiente attraverso le cosiddette "ricompense" e "penalizzazioni". Alle reti, infatti, non viene detto cosa fare, ma sono esse stesse a dover scoprire quali sono le azioni da svolgere per avere una più grande "ricompensa". La rete, dunque, non sa raggiungere subito il suo obiettivo e quindi la funzione di rinforzo ha il compito di dare un feedback positivo o negativo all'azione intrapresa. Nel primo caso la funzione di rinforzo conferisce un premio, nel secondo una punizione, in modo tale che il sistema possa imparare dai suoi errori.
- *Apprendimento semi-supervisionato*: è un modello ibrido tra quello supervisionato e quello non supervisionato. Al sistema, infatti, sono forniti da una parte dati di input con i corrispettivi dati di output, dall'altra dati di input senza informazioni dei risultati desiderati. Lo scopo principale, però, non cambia in quanto si cerca di generare regole per risolvere problemi e raggiungere gli obiettivi prefissati.

4.2.1 Diversi tipi di reti neurali artificiali

Le reti neurali possono essere classificate in diverse tipologie a seconda del metodo di apprendimento che le caratterizza e lo scopo per il quale sono utilizzate. I quattro principali tipi di reti identificate e analizzate sono:

- *Percettrone*: esso oltre ad essere la più antica rete neurale è anche la più semplice, in quanto è formata da un solo neurone. Più precisamente, così come spiegato più dettagliatamente nel capitolo 4.2.2 *Funzionamento di un neurone artificiale*, esso è composto da almeno due input, un nucleo di calcolo e un'uscita (*Figura 71*).

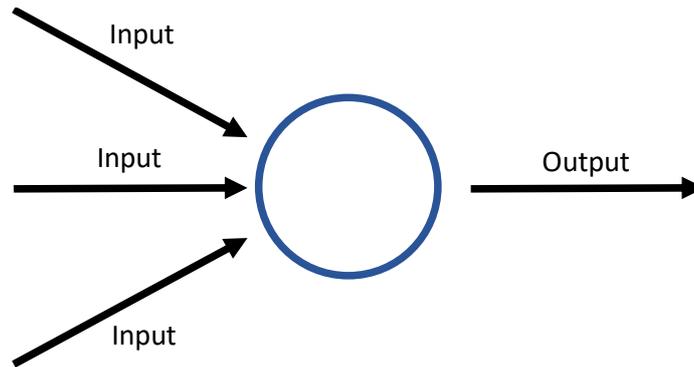


Figura 71 - Perceptrone

- *Multi Layer Perceptron (MLP)*: sono un modello di rete *feed forward*, sono composte da un input layer, uno o più hidden layer e un output layer e possono far viaggiare l'informazione in una sola direzione. Di conseguenza l'output di uno strato può essere l'input unicamente di uno strato successivo. Sono categorizzate tra i modelli *Fully Connected* in quanto ogni neurone di uno strato è collegato ad ogni neurone dello strato successivo
- *Reti neurali ricorrenti (RNN)*: all'interno di queste reti i valori di uscita di uno strato di un livello superiore possono essere informazioni necessarie per uno strato di un livello inferiore che le utilizza per elaborare i suoi risultati (Figura 72) e ciò permette di creare una sorta di memoria all'interno del sistema.

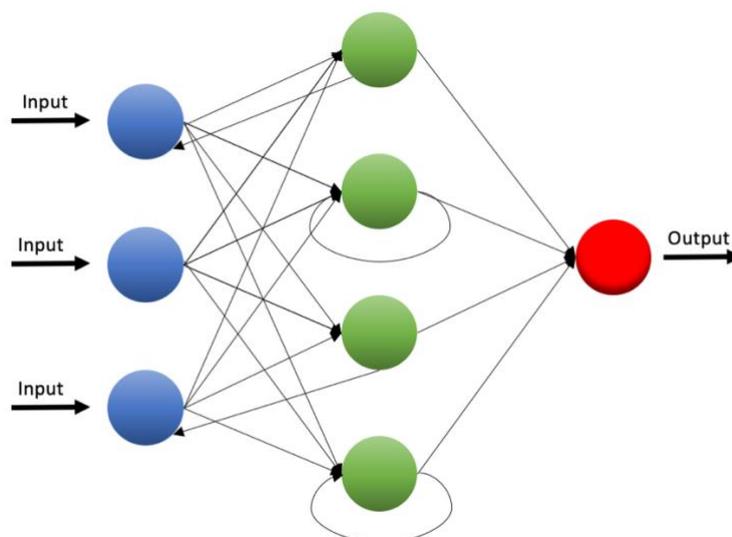


Figura 72 - Rete neurale ricorrente

- *Reti neurali convoluzionali (CNN)*: sono un sottogruppo delle reti neurali feed forward e sono utilizzate principalmente per la classificazione e riconoscimento di immagini. Esse, infatti, ricevono come input delle immagini rappresentate da matrici di numeri e trasmettono l'informazione agli strati successivi. Non sono reti fully connected in quanto non è detto che ogni neurone sia collegato a tutti quelli seguenti. Inoltre esse sono caratterizzate da due tipologie di strati nascosti: il layer convoluzionale e il layer di Pooling. Il primo cerca di elaborare una limitata porzione dell'input, scansionando l'immagine e mettendo in rilievo i suoi dettagli, mentre il secondo, una volta aver ricevuto le porzioni elaborate prova a diminuirne le dimensioni, sintetizzandole e mantenendo le loro caratteristiche principali.

Le strutture di reti appena analizzate rappresentano le principali tipologie utilizzate per provare a fare una previsione in merito all'andamento dei prezzi degli indici di borsa. Sono tutte state utilizzate in diverse ricerche ottenendo valori interessanti e soddisfacenti. Nell'analisi in questione, che non mira a trovare la rete che da i risultati migliori, ma ha l'obiettivo di sviluppare una rete che evidenzi possibili differenze tra i paesi sviluppati e quelli in via di sviluppo, si è deciso di indirizzarsi verso una MLP con un'architettura tale da mostrare queste diversità.

4.2.2 Funzionamento di un neurone artificiale

Come accennato in precedenza il percettrone è l'unità che compone le reti neurali artificiali. Ogni *layer* è composto da un determinato numero di neuroni artificiali, i quali ricevono informazioni di input dallo strato precedente ed elaborano un risultato che trasmettono al livello successivo della rete neurale oppure generano un valore di output se appartengono all'ultimo strato.

Una rete neurale può essere vista, dunque, come un grafo orientato in cui i nodi sono rappresentati dai neuroni e gli archi dalle sinapsi che li legano. Ogni arco è caratterizzato da un preciso peso, indicato successivamente con w , che permette al modello di apprendere e memorizzare le informazioni e di conseguenza rappresenta la capacità operativa del sistema.

Analizzando il singolo percettrone (Figura 73) è possibile capire come esso acquisisca informazioni e come, a partire da esse, elabori l'output.

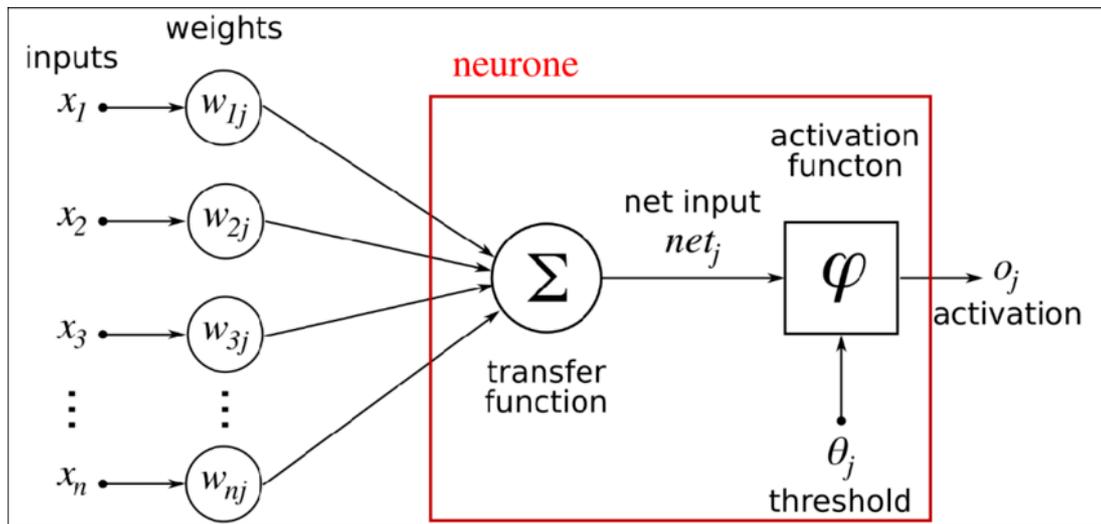


Figura 73 - Funzionamento neurone artificiale

Si evidenzia come il neurone riceva un vettore di input a partire dal quale riesce a calcolare la somma pesata degli ingressi, definita "potenziale di attivazione". Esso viene ottenuto sommando tutti i segnali di input (x_i) moltiplicati per i rispettivi pesi mediante la formula:

$$net_j = \left(\sum_{i=1}^n x_i * w_{ji} \right) + b_j \quad (4.1)$$

Riassumendo, è possibile notare come questa formula sia data dalla somma pesata negli n input, alla quale viene aggiunto il termine noto b_j , detto *bias del percettrone*.

Dopo aver fatto ciò, entra in gioco la "funzione di attivazione φ " che confronta il risultato ottenuto dalla (4.1) con una soglia stabilita in precedenza detta "soglia di attivazione". Se il valore calcolato supera la suddetta soglia il neurone si attiva, altrimenti si inibisce. Il caso favorevole fa sì che si determini l'output del neurone che è trasmesso allo strato successivo e che è ottenuto mediante la formula:

$$O = \varphi(net_j) \quad (4.2)$$

La funzione φ è una funzione non lineare e questo è molto importante perché fa in modo che l'output O non possa essere ottenuto come combinazione lineare degli input forniti. Essa incide notevolmente sul modo in cui la rete neurale apprende le informazioni e sull'output generato e può essere di diversi tipi.

La più semplice tra tutte è la *funzione soglia* che restituisce 1 se la sommatoria pesata degli input è maggiore o uguale a zero, mentre restituisce 0 in caso contrario e, quindi, può essere descritta dalla formula:

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

È usata principalmente quando l'output generato dalla rete deve essere di tipo binario.

La funzione di attivazione può essere anche rappresentata da una *sigmoide* (o funzione di Sigmund):

$$\varphi(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \quad (4.4)$$

Così come la funzione precedentemente descritta, ha codominio compreso tra 0 e 1 ma, a differenza della funzione soglia conferisce all'output un carattere probabilistico, ossia fa in modo che il valore dell'output non sia altro che la probabilità che esso sia uguale a 1.

La funzione di attivazione più utilizzata è, però, rappresentata dalla *funzione rettificatrice*, la quale restituisce 0 se la sommatoria pesata degli input è minore o uguale a zero, mentre restituisce proprio il valore della somma pesata in caso contrario e, quindi, può essere descritta dalla formula:

$$\varphi(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

Un'altra funzione di attivazione è rappresentata dalla *tangente iperbolica* che, se nella forma ricorda molto la funzione di Sigmund, nel codominio differisce da essa in quanto è un intervallo continuo compreso tra -1 e +1. Essa può essere descritta dalla formula:

$$\varphi(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (4.6)$$

Tra tutte le funzioni descritte non ce n'è una migliore di un'altra, ma sicuramente la funzione rettificatrice è usata maggiormente nei neuroni che compongono l'hidden layer, mentre la funzione di Sigmund è più frequente nell'output layer.

4.2.3 Addestramento e apprendimento della rete neurale

Dopo aver stabilito tutte le caratteristiche della rete neurale, diventa molto importante capire quale peso attribuire alle varie connessioni tra i neuroni per addestrare la rete e ottenere l'output desiderato.

Inizialmente la rete attribuisce valori del tutto casuali ai pesi e soltanto in un secondo momento, utilizzando un preciso algoritmo, definisce in modo corretto i valori, i quali permettono di generare il risultato che si vuole raggiungere. Esistono, infatti, variabili di input più significative, alle quali verranno assegnati pesi maggiori e variabili di input marginali, alle quali saranno assegnati pesi minori.

Innanzitutto è fondamentale definire una loss function (o funzione di costo) che misura gli scostamenti tra i valori predetti e i valori obiettivo. Le funzioni di errore più utilizzate sono la *somma quadratica degli errori* e la *cross-entropy*. Per quanto riguarda la prima, dopo aver definito con $z=[z_1, z_2, \dots, z_s]$ l'output prodotto dalla rete, con $x=[x_1, x_2, \dots, x_d]$ il pattern fornito in input e con $t=[t_1, t_2, \dots, t_s]$ l'output desiderato, la funzione può essere definita come:

$$J(w, x) = \frac{1}{2} \sum_{c=1 \dots s} (t_c - z_c)^2 \quad (4.7)$$

La cross-entropy loss, invece, è data dalla formula:

$$H(p, q) = - \sum_x p(x) * \log(q(x)) \quad (4.8)$$

In questo caso $p(x)$ rappresenta la distribuzione di probabilità dell'output desiderato, mentre $q(x)$ è la distribuzione di probabilità dell'output prodotto dalla rete.

La maggior parte degli algoritmi agisce minimizzando l'errore provando ad arrivare, dopo diversi passaggi, alla convergenza verso il minimo globale della funzione di costo e alla determinazione dei pesi e dei bias corretti. Uno tra gli algoritmi più famosi e più utilizzati è l'algoritmo di *back propagation*: esso confronta l'output elaborato dal sistema con l'output "obiettivo" e, sulla base di questa differenza, modifica i pesi della rete neurale.

4.2.3.1 Back propagation

Il primo passaggio dell'algoritmo è l'inizializzazione dei "pesi" in modo del tutto casuale. Si passa, poi, ad un primo giro di addestramento della rete e si confrontano i risultati ottenuti con quelli desiderati. Facendo ciò, si riesce a valutare l'errore e di conseguenza capire quanto i pesi utilizzati siano corretti. Dopo quest'ultimo passaggio, arriva la fase dell'effettivo aggiustamento dei pesi se ritenuto necessario. Importante precisazione da fare è che i pesi possono essere aggiornati alla fine di un ciclo di addestramento completo (che prende il nome di epoca) oppure essere modificati precedentemente specificando un ulteriore parametro della rete (che prende il nome di batch). L'algoritmo, infine, può essere interrotto quando l'errore diventa così piccolo da essere ritenuto irrilevante. Il passaggio più delicato è quello della minimizzazione della loss function e, quindi, dell'errore: per far ciò è necessario calcolare la derivata parziale della funzione perdita rispetto ad ognuno dei pesi e al bias e utilizzare l'algoritmo della "discesa del gradiente"⁷ (*gradient-descent*).

Quest'ultimo rappresenta la direzione verso la quale spostarsi e lungo la quale si ha maggior incremento o decremento e, ad ogni passaggio, il vettore contenente tutti i pesi è modificato nella direzione che modifica maggiormente il gradiente, finché esso non diventa

⁷ Gradiente di una funzione: vettore che ha per componenti cartesiane le derivate parziali della funzione.

nullo. L'incremento o il decremento, però, non deve essere pari al valore della derivata, ma solo ad una parte di essa, definita *Learning Rate (LR)*. Quest'ultimo caratterizza la velocità di apprendimento della rete neurale: maggiore è il learning rate più rapido sarà l'apprendimento spesso a discapito dell'ottimizzazione della minimizzazione della loss function, viceversa un learning rate più basso determinerà un più lento raggiungimento dell'obiettivo ma con una perdita minore. Quindi, se w_1 è il peso da aggiornare, il nuovo peso, utilizzando l'algoritmo della "discesa del gradiente", sarà calcolato come segue:

$$w_1^{new} = w_1^{old} - LR * \nabla LOSS_{w_1} \quad (4.9)$$

w_1^{new} = peso aggiornato

w_1^{old} = peso precedente

LR = tasso di apprendimento

LOSS = funzione di costo

$\nabla LOSS_{w_1}$ = gradiente della funzione LOSS rispetto al parametro w_1

Dopo aver calcolato i nuovi parametri si prosegue con l'addestramento ripercorrendo gli stessi passaggi descritti fino al completamento del numero di epoche stabilite.

Riassumendo l'algoritmo di *back propagation* prevede due fasi:

- *forward pass*: è una fase che procede in avanti, in quanto l'input in ingresso è trasmesso ai livelli successivi. Si genera l'output e si calcola l'errore commesso rispetto al risultato desiderato.
- *backward pass*: è una fase che procede all'indietro propagando gli errori in questa direzione e modificando i pesi.

4.2.4 Ambiti di applicazione delle reti neurali

Gli ambiti di applicazione delle reti neurali sono molteplici e spaziano in diversi ambiti: esse sono adatte, infatti, a risolvere problemi di previsione, classificazione, controllo e ottimizzazione.

Uno dei principali settori dove sono utilizzate le reti neurali è sicuramente quello riguardante i sistemi di riconoscimento facciale, elaborazione di immagini e analisi e

riconoscimento vocale, ma c'è ampia applicazione anche in campo medico per effettuare diagnosi, per referti di TAC e risonanze magnetiche.

Un altro settore in cui le reti neurali compaiono in larga scala è quello finanziario ed economico: esse sono utilizzate, infatti, per analizzare dati e soprattutto per prevedere l'andamento dei prezzi di mercato, creare e gestire portafogli, svolgere l'analisi del rischio di credito, stimare i rendimenti futuri e molto altro.

5 Implementazione di una rete neurale con Python

Nel precedente capitolo sono stati spiegati e analizzati i diversi tipi di reti neurali, il loro funzionamento e l'ambito in cui sono utilizzate. In questo capitolo si andrà a creare ed implementare una rete neurale con il linguaggio di programmazione Python per ciascuno degli otto paesi analizzati, per provare a dimostrare che un buon algoritmo riesce ad avviare in modo migliore ad una minore efficienza di mercato. Nonostante tutti i paesi, come dimostrato nel *capitolo 3*, siano debolmente efficienti, dovrebbe essere possibile prevedere in modo leggermente migliore la variazione dei prezzi azionari dei paesi caratterizzati da un mercato meno efficiente.

Per far ciò si è deciso di utilizzare una rete *Multi Layer Perceptron* (Figura 74), ossia, come già accennato precedentemente, una rete composta da uno strato di input, uno o più strati nascosti e uno strato di output. Questa tipologia di rete si classifica come *feed forward*, in cui l'informazione viaggia in una sola direzione e l'algoritmo di apprendimento utilizzato è quello della *backpropagation*, il quale modifica i pesi durante il periodo di addestramento della rete per minimizzare l'errore. Si è deciso di utilizzare l'architettura di *backpropagation* in quanto, anche se ne esistono tantissime, questa è la più diffusa per risolvere problemi in ambito finanziario.

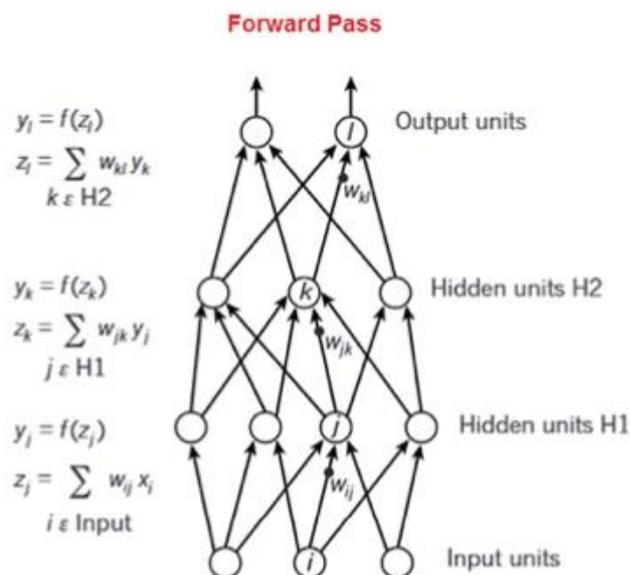


Figura 74 - Esempio rete Multi Layer Perceptron

Inoltre, si è preferito puntare su una rete basata sulla *classificazione* che, quindi, permetta di capire le fluttuazioni del mercato, cercando di prevedere se ci sarà un aumento o una

diminuzione del prezzo dell'azione e non di predirne il valore esatto. Si è optato per questa scelta in quanto l'arco di tempo considerato è caratterizzato dalla pandemia da Covid-19 che ha causato, a volte, prezzi e rendimenti anomali e la costruzione di una rete che abbia lo scopo di prevedere le fluttuazioni, obiettivo meno complesso di prevedere il prezzo reale, probabilmente avrebbe portato a dei risultati più soddisfacenti dal punto di vista della bontà del modello.

5.1 Preparazione e raccolta dei dati

Per creare delle reti neurali la prima cosa da fare è raccogliere e preparare i dati nel modo corretto: il set di dati in questione è stato scaricato dal sito <https://it.investing.com> ed è stato inserito in un Excel composto da 8 sheet, ognuno relativo ad un indice azionario contenente le osservazioni giornaliere disponibili del prezzo di chiusura a partire da gennaio 2015 fino ad arrivare al primo trimestre del 2021. I dati non sono stati normalizzati in anticipo, in quanto è l'algoritmo implementato, grazie a precisi comandi, a provvedere a questo compito. Il file sarà, poi, trasmesso alla rete che elaborerà l'output relativo alla fluttuazione, positiva o negativa, del prezzo di chiusura della borsa di ciascun paese. Ciò che l'algoritmo proverà a fare è, infatti, capire se il valore di chiusura aumenterà o diminuirà, basandosi sui dati relativi a t giorni precedenti.

5.2 Librerie installate

Prima di iniziare a capire più dettagliatamente il modello della rete implementato per effettuare le previsioni, è necessario definire le librerie da installare sul software, che consentiranno di importare i comandi adatti per la creazione dell'algoritmo. Un modulo fondamentale utilizzato è *Sklearn*, che contiene diverse funzioni molto utili per il machine learning e la creazione di reti neurali. Sono poi state installate la libreria *Numpy*, necessaria per eseguire i calcoli scientifici anche su vettori e matrici e la libreria *Pandas*, molto utile per la lettura e l'analisi dei dati. Le righe del codice per eseguire ciò che è stato appena descritto sono le seguenti:

```

import pandas_datareader as pdr
import pandas as pd
import numpy as np
import random

from sklearn.model_selection import train_test_split
from sklearn.metrics import accuracy_score
from sklearn.neural_network import MLPClassifier
from sklearn.metrics import f1_score
from sklearn import metrics
from sklearn.metrics import accuracy_score
from sklearn.metrics import classification_report
from sklearn.metrics import confusion_matrix

```

Figura 75 - Librerie Python

5.3 Importazione ed analisi dei dati

Dopo aver importato le librerie sono fondamentali l'importazione e la lettura dei dati.

Per fare ciò, è necessario che l'algoritmo, per ogni indice azionario, vada a leggere sul file Excel i dati presenti nel relativo sheet e prenda la colonna di nostro interesse, ossia "Chiusura". Nel caso di variabili continue, come quella in questione, è utile eseguire un processo di normalizzazione dei dati di input per velocizzare l'addestramento della rete. Il modo utilizzato per normalizzare i dati è stato cercare il valore massimo e minimo tra le osservazioni, sottrarre da ogni dato il valore minimo e dividere per la differenza tra minimo e massimo.

È necessario anche poi fare la differenza tra due valori successivi ed etichettare con "0" le variazioni negative e con "1" quelle positive. Il dataset creato sarà, dunque, così composto: ogni variabile x sarà costituita da un numero t di osservazioni definito *input_size*, mentre la y sarà un valore pari a "0" o "1" rispettivamente se il valore successivo ai valori appartenenti all'input è maggiore o minore dell'ultimo dato contenuto all'interno del vettore x . La rete, quindi, elaborerà l'output e proverà a prevedere se esso aumenta o

diminuisce rispetto all'osservazione precedente non servendosi soltanto di quest'ultima, ma utilizzando un numero di dati precedenti pari all'*input_size*.

È necessario anche utilizzare il metodo *seed()* per personalizzare il numero iniziale del generatore dei numeri casuali utilizzati per stabilire i primi pesi da utilizzare per l'addestramento della rete.

Inoltre è utile stampare le percentuali di output relativi rispettivamente a fluttuazioni positive e negative. Per il modello in questione le righe di codice utilizzate sono le seguenti:

```
index = {"INDICE":{"Contry":"Paese"}}
```

```
ididx = "INDICE"
```

```
rng = ["2015-01-01", "2021-03-31"]
```

```
def load_data(ididx, rng, xls=None):
```

```
    df = pd.read_excel('Raccolta dati.xlsx', ididx)
```

```
    df = df['Chiusura']
```

```
    df = df.astype(float).interpolate().reset_index()['Chiusura']
```

```
    return df.to_numpy().reshape(-1)
```

```
def create_dataset(df, input_size, dsname=""): 
```

```
    dataset=[]
```

```
    for i in range(len(df)-(input_size+1)):
```

```
        dataset.append([df[i:i+input_size], np.sign(df[i+input_size]-df[i+(input_size-1)])])
```

```
    x=np.array([x for x,_ in dataset])
```

```
    y=np.array([y for _, y in dataset])
```

```
    y[y<0] = 0
```

```
    print(f"Dataset {dsname} distribution: positive {sum(y)/len(y)} negative {1-sum(y)/len(y)}")
```

```
    return split_and_normalize(x,y)
```

```
def split_and_normalize(x,y):
```

```
    X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(x,y,test_size=0.2,shuffle=True)
```

```
    XM=X_train.max()
```

```
    Xm=X_train.min()
```

```
    X_train=(X_train-Xm)/(XM-Xm+1e-15)
```

```
    X_test=(X_test-Xm)/(XM-Xm+1e-15)
```

```
    return [[X_train,y_train],[X_test,y_test]]
```

```

def set_seed(SEED):
    random.seed(SEED)
    np.random.seed(SEED)
    return SEED

xls = pd.ExcelFile('Raccolta dati.xlsx')

try:
    index[ididx]["data"] = load_data(ididx, rng, xls)
    index[ididx]["dataset_classification"] = create_dataset(index[ididx]["data"], input_size, ididx)
except Exception as e:
    print(e)

```

Figura 76 - Codice Python per lettura e normalizzazione dei dati e creazione del dataset

5.4 Scelta degli iper-parametri da utilizzare nella rete neurale

La costruzione della rete neurale necessita del passaggio fondamentale di fissare i parametri utili per il suo addestramento e, quindi, di un'architettura adatta al problema. Innanzitutto, è importante decidere come dividere i dati, che andranno a costituire rispettivamente il *training set* e il *testing set*, ossia la percentuale di dati con i quali la rete svolgerà l'addestramento e la restante parte sulla quale verrà effettuato il test per verificare quanto essa riesce a predire le fluttuazioni dei prezzi. Come già si è potuto intravedere leggendo il codice appena illustrato, per questo modello si è optato per una suddivisione secondo la quale l'80% dei dati è destinato alla fase di addestramento, mentre il 20% alla fase di test. Non esistono scelte valide a priori per la creazione di questi sottoinsiemi, ma la soluzione scelta è una delle più adottate da sempre. Inoltre si è deciso di conferire al parametro *shuffle* il valore *True*: questo fa sì che durante la fase di addestramento il modello non prenda i dati in ordine fino ad arrivare all'80% del totale, ma li prenda casualmente. È stato possibile fare ciò in quanto all'interno della rete neurale il valore della variabile *x* non è un singolo numero, ma un insieme di dati corrispondenti a *t* osservazioni precedenti (valore definito all'interno della variabile *input_size*) rispetto a quella relativa al valore di output. Di conseguenza, i valori inseriti all'interno della variabile *x* continueranno ad essere in ordine cronologico.

Si è optato per questa scelta in quanto l'arco di tempo analizzato è caratterizzato dal periodo in cui si è verificato il Covid-19, il quale ha portato a delle oscillazioni leggermente anomale della variazione dei prezzi azionari. In questo modo la rete non è addestrata solo sul periodo antecedente alla pandemia, ma casualmente può essere addestrata anche su intervalli temporali caratterizzati da oscillazioni diverse. Sicuramente l'obiettivo di questa scelta è provare a far "imparare" al modello a riconoscere questi andamenti insoliti, correndo, però, il rischio che esso possa reputarli "abituati". Oltre a portare a questa scelta, far sì che il periodo pandemico non influenzasse troppo il modello, è stata anche la motivazione che ha portato a creare una rete neurale basata sulla classificazione. Essa, infatti, secondo diversi esperti, non cercando di prevedere il prezzo preciso, ma soltanto le fluttuazioni positive o negative di esso e, dunque, facendo un lavoro di minor complessità, dovrebbe riuscire all'incirca allo stesso modo a cogliere parzialmente le variazioni di valori.

```
#estrae l'80% dei dati per creare il set per l'addestramento e il 20% per creare il
#set per il test
X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(x,y,test_size=0.2,shuffle=True)
```

Figura 77 - Codice Python per suddivisione dei dati in training set e testing set

Come appena anticipato l'*input_size* rappresenta la numerosità dei dati che comporrà la variabile *x*, necessari per effettuare un'osservazione futura. Per provare ad individuare la rete ottimale, si è deciso di non scegliere soltanto un valore, ma di testare diverse configurazioni, procedendo per tentativi e, scegliendo poi, quelle che danno risultati migliori: precisamente sono stati scelti rispettivamente i valori 25, 30, e 60. Ciò significa che se si decide di predire l'output utilizzando i dati relativi a 25 giorni precedenti, il modello si aspetta come input una sequenza di 25 numeri inserita all'interno di un vettore.

Sono stati definiti anche i parametri da assegnare alle cosiddette *epochs*: di solito l'intero set di training non è elaborato dal modello tutto insieme, ma è suddiviso in sottogruppi chiamati *batch* di cui sono stati definiti i valori assegnati. Una volta concluso ogni batch la rete provvederà ad eseguire l'aggiornamento dei pesi. Quando tutti i dati, ossia tutti i batch, sono stati passati alla rete, allora si ha un *epoch*, che dunque corrisponde ad un ciclo completo di addestramento.

Per ciò che riguarda, invece, la generazione di numeri casuali per stabilire i pesi che man mano andranno a modificarsi e ad aggiustarsi per diminuire l'errore saranno impostati in

modo totalmente casuale 3 seed (sono stati scelti multipli di sette, ma poteva essere scelto qualsiasi valore).

```
#input_size contiene il numero di osservazioni contenute all'interno della variabile x
input_size = [25,30,60]
```

```
#epochs contiene il numero di epoche che si utilizzano
epochs = [20,300]
```

```
#batch_size contiene le dimensioni del batch utilizzate dalla rete
batch_size = [64,128]
```

```
#seeds contiene i numeri utilizzati per randomizzare la scelta dei pesi iniziali della
#rete neurale
seeds = [7,49,343]
```

Figura 78 - Possibili combinazioni di parametri della rete

5.5 Architettura della rete utilizzata e metodi di valutazione

Dopo aver fatto l'ulteriore passaggio di importare, leggere ed analizzare i dati si può passare alla descrizione della rete neurale vera e propria. Come detto precedentemente si è deciso di utilizzare una *Multi Layer Perceptron*, con approccio basato sulla classificazione (Figura 75), implementata grazie al comando `MLPClassifier()`: facendo ciò la rete etichetterà i valori di output assegnandoli ad una delle due classi definite, e denominate con "1" se la fluttuazione rispetto al periodo precedente è positiva, e "0" se essa è negativa, ossia il prezzo di chiusura dell'indice azionario diminuisce.

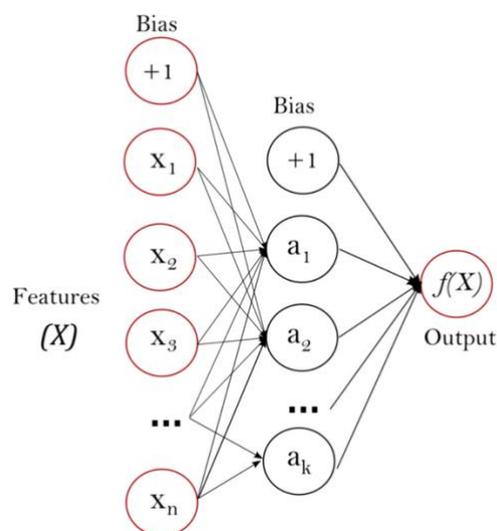


Figura 79 - Esempio MLP basata sulla classificazione con un solo hidden layer

Questa rete utilizza l'algoritmo *Adaptive Moment Estimation* (ADAM), che è un'estensione del classico algoritmo di ottimizzazione della "discesa del gradiente" descritto nel capitolo 4.

Inoltre, per provare ad individuare la rete migliore, si è deciso di non provare soltanto un'architettura, ma di testare diverse configurazioni, scegliendo poi quella che restituisce il risultato migliore. Numerosi studi hanno dimostrato come sia sufficiente anche un solo hidden layer per avere reti neurali accurate, ma ciò comporterebbe la presenza di un altissimo numero di neuroni che potrebbe limitare il processo di apprendimento e per questo si è deciso di utilizzare strutture con più strati nascosti. Inoltre l'esperienza ha anche mostrato come un numero di strati nascosti superiore a due o tre non produca effettivi miglioramenti nei risultati del modello. In particolare, sono state scelte 6 configurazioni diverse: le prime due son costituite da due hidden layer, le successive due sono formate da 3 hidden layer, mentre le restanti sono composte rispettivamente da tre, quattro e cinque strati nascosti e sono implementate con il seguente codice:

```
models_conf = {  
    "MLP1": [200,200],  
    "MLP2": [100,100],  
    "MLP3": [100,200,100],  
    "MLP4": [200,200,200],  
    "MLP5": [100,200,500,100],  
    "MLP6": [100,300,100,300,100]  
}
```

Figura 80 - Architetture della rete

Per implementare il vero e proprio algoritmo di apprendimento, invece, come funzione di attivazione per gli strati nascosti è stata scelta la *funzione rettificatrice*, già descritta nel capitolo precedente, in quanto è la più usata e la più comune per questo genere di approccio alle reti neurali. La rete, dunque, utilizzerà questa funzione per gli hidden layer, ma utilizzerà la funzione di Sigmund per l'output layer: per la classificazione binaria, infatti, il modello utilizza questa funzione che gli permette di ottenere valori di uscita compresi tra 0 e 1. Mediante una soglia impostata su 0,5, saranno poi assegnati alla classe positiva gli output maggiori o uguali alla soglia, mentre alla classe negativa i restanti. Il valore d'uscita,

infatti, altro non è che la probabilità che lo stesso sia pari ad 1. Di conseguenza il codice utilizzato per l'apprendimento della rete è il seguente:

```
index[ididx]["Result"] = {"Classification":{}}
index[ididx]["Predictions"] = {"Classification":{}}
for mname, mconf in models_conf.items():
    accs = []
    for seed in seeds:
        seed = set_seed(seed)

# Classification
# Training
X_train, y_train = index[ididx]["dataset_classification"][0]
clf = MLPClassifier(solver='adam',activation="relu", max_iter=epochs, batch_size=64,
                   hidden_layer_sizes=tuple(mconf), random_state=seed)
for k in range(epochs):
    clf.fit(X_train, y_train)
```

Figura 81 - Codice Python per addestramento della rete neurale

Per ciò che riguarda la fase di test e di verifica, invece, l'algoritmo va a confrontare i valori di output predetti con i valori di output reali e, per mezzo del comando *accuracy_score*, restituisce il grado di bontà del modello:

```
# Testing
X_test, y_test = index[ididx]["dataset_classification"][1]
out = clf.predict(X_test)
accs.append(accuracy_score(y_test,out))
print(classification_report(y_test,out))

print(f"{ididx} - {mname} - {seed}")

index[ididx]["Result"]["Classification"][mname] = {i:v for i,v in enumerate(accs)}
```

```

results = index[ididx]["Result"]["Classification"]

resdf = pd.DataFrame(results)

resdf

```

Figura 82 - Codice Python per testare la rete neurale

Per valutare al meglio questo approccio è stata sviluppata anche una *matrice di confusione*, nella quale sono inseriti i valori correttamente previsti (veri positivi e veri negativi) e i valori non correttamente predetti (falsi positivi e falsi negativi) (Figura 83).

		Valori predetti	
		Negativi (0)	Positivi (1)
Valori reali	Negativi (0)	Veri negativi	Falsi positivi
	Positivi (1)	Falsi negativi	Veri positivi

Figura 83 - Matrice di confusione

Grazie ai valori contenuti nella matrice è possibile calcolare *accuracy*, *recall*, *specificity*, *precision* e *negative predictive value (NPV)*, indicatori che danno molte informazioni sulla bontà del modello, consentendo di capire quali sono le previsioni sbagliate. Recall e specificity indicano la corretta identificazione delle variazioni positive e di quelle negative. Oltre all'accuracy, è infatti importante osservare gli altri due valori, in quanto se l'indicatore recall è pari, ad esempio, a 1, mentre quello specificity è pari a 0, vuol dire che la rete ha classificato correttamente la classe 1 al 100%, ma non è riuscita a prevedere correttamente nessun valore della classe 0 e, di conseguenza, il modello non può essere considerato come funzionante in quanto non coglie le fluttuazioni ma attribuisce alla previsione sempre lo stesso valore. A volte può essere utile analizzare anche gli indicatori *precision* e *NPV*: se, infatti, i due indicatori appena descritti indicano quanti elementi positivi (o negativi) sono

stati previsti correttamente rispetto al totale degli elementi effettivamente positivi (o negativi), la *precision* (o *NPV*) calcola la percentuale di valori effettivamente positivi (o negativi) rispetto al totale dei positivi (o negativi) previsti e, quindi, non effettivi. La *figura 84* mostra visivamente come si categorizzano le variabili utili per trovare gli indicatori descritti.

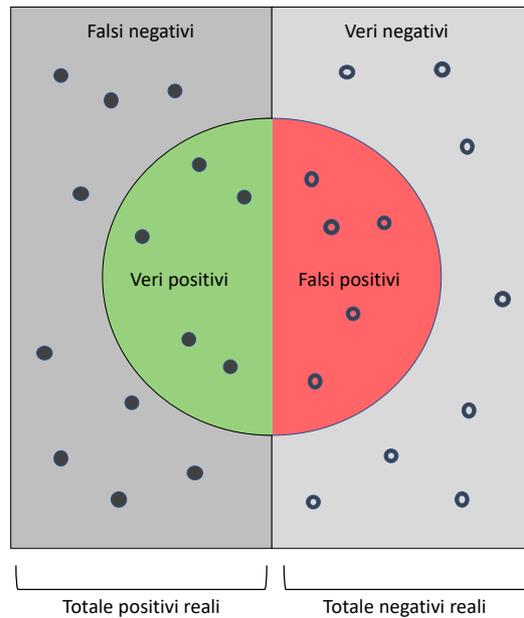


Figura 84 - Schema riassuntivo delle diverse tipologie di elementi

Questi indicatori sono, dunque, così definiti:

$$accuratezza = \frac{\text{veri positivi} + \text{veri negativi}}{\text{veri positivi} + \text{veri negativi} + \text{falsi positivi} + \text{falsi negativi}}$$

$$recall = \frac{\text{veri positivi}}{\text{veri positivi} + \text{falsi negativi}}$$

$$specificity = \frac{\text{veri negativi}}{\text{veri negativi} + \text{falsi positivi}}$$

$$precision = \frac{\text{veri positivi}}{\text{veri positivi} + \text{falsi positivi}}$$

$$NPV = \frac{\text{veri negativi}}{\text{veri negativi} + \text{falsi negativi}}$$

Le righe di codice necessarie per ottenerli sono:

```
conf_matrix = confusion_matrix(y_test,out)
true_neg, false_pos, false_neg, true_pos = conf_matrix.ravel()

acc=(true_pos + true_neg)/(true_neg + false_pos + false_neg + true_pos)
recall = (true_pos)/(true_pos+false_neg)
specificity = (true_neg)/(true_neg + false_pos)
precision = true_pos/(true_pos + false_pos)
NPV = true_neg/(true_neg + false_neg)

print(acc)
print(recall)
print(specificity)
print(precision)
print(NPV)
print(conf_matrix)
```

Figura 85 - Codice Python per produrre la matrice di confusione e gli indicatori di performance

5.6 Valutazioni di performance sugli indici azionari

Finita l'implementazione del modello per ogni indice azionario, si arriva finalmente al raggiungimento dei risultati che saranno analizzati di seguito. È importante anticipare che una rete neurale, seppur buona, non performa in modo ottimale sulle fluttuazioni del prezzo delle azioni dei mercati che, essendo debolmente efficienti, non permettono di effettuare la previsione dei prezzi. Per valutare l'approccio a classificazione utilizzato per ogni indice è necessario analizzare la matrice di confusione elaborata da Python e il conseguente valore di *accuracy* che il software ha riscontrato: se l'*accuracy* misura la bontà del modello, gli indicatori *recall* e *specificity* contenuti all'interno della matrice esprimono

la sensibilità dello stesso, rapportando le previsioni corrette per una classe (rispettivamente positiva o negativa) con il totale dei casi in cui effettivamente si verifica, mentre *precision* e *NPV* indicano quale percentuale degli elementi identificati rispettivamente come positivi o negativi sono effettivamente tali. Nei prossimi paragrafi saranno illustrati questi risultati per ogni indice azionario trattato.

5.6.1 FTSE MIB

Per quanto riguarda l'indice FTSE MIB il modello mostra come la percentuale degli output reali che rappresenta variazioni positive del prezzo e, quindi, una crescita, sia pari al 52,66%, mentre le fluttuazioni negative sono il 47,34% del totale.

`Dataset FTSE MIB distribution: positive 0.5265855221012171 negative 0.4734144778987829`

L'*accuracy*, indicatore principale per stimare la bontà del modello è pari al 53,04%, valore che mostra come solo poco più della metà delle variazioni di prezzo, siano esse positive o negative, è stata prevista correttamente.

Questo valore è in linea con quanto trovato nell'analisi statistica riguardante l'efficienza dei mercati: la casualità dei prezzi, infatti, dimostra come sia complesso prevederne l'andamento. La variazione del valore dell'indice, inoltre, può dipendere da tutta una serie di variabili, di eventi politici, di situazioni economiche non prevedibili o comunque non a disposizione della rete neurale.

Esaminando quanto riportato nella matrice di confusione (*Figura 86*) e nell'output prodotto dalla funzione *classification-report()* (*Figura 87*) è possibile analizzare gli indicatori *recall* e *specificity* pari rispettivamente a 53,09% e 52,98%: questi valori mostrano come non ci sia una netta differenza tra la corretta identificazione delle variazioni positive e di quelle negative.

Ciò è un ulteriore elemento che prova il fatto di come la rete neurale abbia avuto un corretto addestramento e, seppur nei suoi limiti, abbia provato a prevedere in modo coerente l'incremento o il decremento dei prezzi.

		Valori predetti	
		Negativi (0)	Positivi (1)
Valori reali	Negativi (0)	80	71
	Positivi (1)	76	86

Figura 86 - Matrice di confusione relativa all'indice FTSE MIB

	precision	recall	f1-score
0.0	0.51	0.53	0.52
1.0	0.55	0.53	0.54
accuracy			0.53
macro avg	0.53	0.53	0.53
weighted avg	0.53	0.53	0.53

FTSE MIB

Figura 87 - Output Python relativo all'indice FTSE MIB

5.6.2 S&P 500

Per quanto riguarda l'indice S&P 500 il modello mostra come la percentuale degli output reali che rappresenta variazioni positive del prezzo sia maggiore rispetto a quella relativa alle variazioni negative: la prima, infatti, è pari al 54,38%, mentre la seconda solo al 45,62% del totale.

Dataset S&P 500 distribution: positive 0.5438027255029202 negative 0.4561972744970798

L'*accuracy*, indicatore principale per stimare la bontà del modello è pari al 52,75%, valore che mostra come solo poco più della metà delle variazioni di prezzo, siano esse positive o negative, è stata prevista correttamente.

Questo valore è in linea con quanto trovato nell'analisi statistica riguardante l'efficienza dei mercati: la casualità dei prezzi e la non correlazione dei rendimenti, infatti, dimostrano quanto sia complesso prevederne l'andamento. La variazione del valore dell'indice, inoltre, può dipendere da tutta una serie di variabili, di eventi politici, di situazioni economiche non prevedibili o comunque non a disposizione della rete neurale.

Esaminando quanto riportato nella matrice di confusione (Figura 88) e nell'output prodotto dalla funzione *classification-report()* (Figura 89) è possibile analizzare gli indicatori *recall* e *specificity* pari rispettivamente a 58,82% e 45,32%: questi valori mostrano come ci sia una sostanziale differenza tra la corretta identificazione delle variazioni positive e di quelle negative. È possibile notare, infatti, come siano state identificate correttamente molte più fluttuazioni positive. Anche gli indicatori *precision* e *NPV* mostrano ciò: quello relativo ai valori negativi è pari solo al 47,36% in confronto al 56,82% riguardante gli incrementi di prezzo, con la conseguenza che è stato maggiore il numero delle variazioni previste come positive e poi rivelatesi tali, a differenza della previsione di quelle negative, la quale si è rivelata corretta per meno della metà dei valori.

Ciò può essere dovuto al fatto che probabilmente, come si può intuire anche dalla distribuzione dei valori, il *training set* contiene più output positivi e di conseguenza la rete ha imparato a riconoscere meglio questi tipi di fluttuazioni, in aggiunta al fatto che l'andamento dei prezzi è così casuale che il modello riesce a cogliere difficilmente tutti gli incrementi e i decrementi.

		Valori predetti	
		Negativi (0)	Positivi (1)
Valori reali	Negativi (0)	63	76
	Positivi (1)	70	100

Figura 88 - Matrice di confusione relativa all'indice S&P 500

	precision	recall	f1-score
0.0	0.47	0.45	0.46
1.0	0.57	0.59	0.58
accuracy			0.53
macro avg	0.52	0.52	0.52
weighted avg	0.53	0.53	0.53

S&P 500

Figura 89 - Output Python relativo all'indice S&P 500

5.6.3 FTSE 100

Per quanto riguarda l'indice FTSE 100 il modello mostra come la percentuale degli output reali che rappresenta variazioni positive del prezzo sia maggiore rispetto a quella relativa alle variazioni negative: la prima, infatti, è pari al 52,17%, mentre la seconda solo al 47,82% del totale.

Dataset FTSE 100 distribution: positive 0.5217105263157895 negative 0.4782894736842105

L'*accuracy*, indicatore principale per stimare la bontà del modello è pari al 52,96%, valore che mostra come solo poco più della metà delle variazioni di prezzo, siano esse positive o negative, è stata prevista correttamente.

Questo valore è in linea con quanto trovato nell'analisi statistica riguardante l'efficienza dei mercati: la casualità dei prezzi, infatti, dimostra come sia complesso prevederne l'andamento. La variazione del valore dell'indice, inoltre, può dipendere da tutta una serie di variabili, di eventi politici, di situazioni economiche non prevedibili o comunque non a disposizione della rete neurale.

Esaminando quanto riportato nella matrice di confusione (*Figura 90*) e nell'output prodotto dalla funzione *classification-report()* (*Figura 91*) è possibile analizzare gli indicatori *recall* e *specificity* pari rispettivamente a 54,94% e 50,70%: questi valori mostrano come non ci sia una netta differenza tra la corretta identificazione delle variazioni positive e di quelle negative e come più della metà del totale di entrambi i tipi di fluttuazioni sia stata prevista in modo giusto.

Ciò è un ulteriore elemento che prova il fatto di come la rete neurale abbia avuto un corretto addestramento e, seppur nei suoi limiti, abbia provato a prevedere in modo coerente l'incremento o il decremento dei prezzi.

		Valori predetti	
		Negativi (0)	Positivi (1)
Valori reali	Negativi (0)	72	70
	Positivi (1)	73	89

Figura 90 - Matrice di confusione relativa all'indice FTSE 100

	precision	recall	f1-score
0.0	0.50	0.51	0.50
1.0	0.56	0.55	0.55
accuracy			0.53
macro avg	0.53	0.53	0.53
weighted avg	0.53	0.53	0.53

FTSE 100

Figura 91 - Output Python relativo all'indice FTSE 100

5.6.4 NIKKEI 225

Per quanto riguarda l'indice NIKKEI 225, il modello mostra come la percentuale degli output reali che rappresenta variazioni positive del prezzo e, quindi, una crescita, sia pari al 53,27% mentre le fluttuazioni negative sono il 46,73% del totale.

Dataset NIKKEI 225 distribution: positive 0.5327225130890052 negative 0.4672774869109948

L'accuracy, indicatore principale per stimare la bontà del modello è pari al 52,94%, valore che mostra come solo poco più della metà delle variazioni di prezzo, siano esse positive o negative, è stata prevista correttamente.

Questo valore è in linea con quanto trovato nell'analisi statistica riguardante l'efficienza dei mercati: la casualità dei prezzi, infatti, dimostra come sia complesso prevederne l'andamento.

Esaminando quanto riportato nella matrice di confusione (Figura 92) e nell'output prodotto dalla funzione *classification-report()* (Figura 93) è possibile analizzare gli indicatori *recall* e *specificity* pari rispettivamente a 52,98% e 52,90%: questi valori mostrano come non ci sia una netta differenza tra la corretta identificazione delle variazioni positive e di quelle negative, anzi mettono in luce come la percentuale degli aumenti previsti in modo esatto sia stata quasi simile a quella delle diminuzioni.

Ciò è un ulteriore elemento che prova il fatto di come la rete neurale abbia avuto un corretto addestramento e, seppur nei suoi limiti, abbia provato a prevedere in modo coerente l'incremento o il decremento dei prezzi.

		Negativi (0)	Positivi (1)
Valori reali	Negativi (0)	82	73
	Positivi (1)	71	80

Figura 92 - Matrice di confusione relativa all'indice NIKKEI 225

	precision	recall	f1-score
0.0	0.54	0.53	0.53
1.0	0.52	0.53	0.53
accuracy			0.53
macro avg	0.53	0.53	0.53
weighted avg	0.53	0.53	0.53

NIKKEI 225

Figura 93 - Output Python relativo all'indice NIKKEI 225

5.6.5 Bovespa

Per quanto riguarda l'indice Bovespa, il modello mostra come la percentuale degli output reali che rappresenta variazioni positive del prezzo e, quindi, una crescita, sia pari al 53,04% mentre le fluttuazioni negative sono il 46,96% del totale.

Dataset Bovespa distribution: positive 0.5303643724696356 negative 0.46963562753036436

L'*accuracy*, indicatore principale per stimare la bontà del modello è pari al 58,25%, un valore non basso per una rete neurale utilizzata per predire variazioni di prezzo, considerando il fatto di quanto sia difficile con un modello di *neural network* prevedere le fluttuazioni dell'indice: esso, di conseguenza, mostra come quasi i 3/5 delle variazioni dei prezzi utilizzati per fare il test sono state previste correttamente.

Questo valore è in linea con quanto trovato nell'analisi statistica riguardante l'efficienza dei mercati: anche in quel caso, infatti, era emerso come, nonostante l'indice Bovespa rispettasse i requisiti per i quali potesse essere ritenuto appartenente ad un mercato almeno debolmente efficiente, apparteneva a quei paesi che mostravano un R^2 leggermente più alto.

Esaminando quanto riportato nella matrice di confusione (*Figura 94*) e nell'output prodotto dalla funzione *classification-report()* (*Figura 95*) è possibile analizzare gli indicatori *recall* e *specificity* pari rispettivamente a 57,80% e 58,24%: questi valori mostrano come non ci sia una netta differenza tra la corretta identificazione delle variazioni positive e di quelle

negative ma, anzi, come più della metà di entrambe le fluttuazioni sia stata prevista in modo coerente.

Ciò è un ulteriore elemento che prova il fatto di come la rete neurale abbia avuto un corretto addestramento e, seppur nei suoi limiti, abbia provato a prevedere in modo coerente l'incremento o il decremento dei prezzi.

		Valori predetti	
		Negativi (0)	Positivi (1)
Valori reali	Negativi (0)	73	51
	Positivi (1)	73	100

Figura 94 - Matrice di confusione relativa all'indice Bovespa

	precision	recall	f1-score
0.0	0.50	0.59	0.54
1.0	0.66	0.58	0.62
accuracy			0.58
macro avg	0.58	0.58	0.58
weighted avg	0.59	0.58	0.59

Bovespa

Figura 95 - Output Python relativo all'indice Bovespa

5.6.6 Shanghai Composite

Per quanto riguarda l'indice Shanghai Composite, il modello mostra come la percentuale degli output reali che rappresenta variazioni positive del prezzo e, quindi, una crescita, sia pari al 53,86% mentre le fluttuazioni negative sono il 46,14% del totale.

Dataset Shanghai Composite distribution: positive 0.5386165211551377 negative 0.4613834788448623

L'*accuracy*, indicatore principale per stimare la bontà del modello è pari al 56,04%, un valore non basso per una rete neurale utilizzata per predire variazioni di prezzo, considerando il fatto di quanto sia difficile con un modello di *neural network* prevedere le fluttuazioni dell'indice.

Questo valore è in linea con quanto trovato nell'analisi statistica riguardante l'efficienza dei mercati: anche in quel caso, infatti, era emerso come, nonostante l'indice Shanghai Composite rispettasse i requisiti per i quali potesse essere ritenuto appartenente ad un mercato almeno debolmente efficiente, comunque apparteneva a quei paesi caratterizzati da un mercato leggermente meno efficiente.

Esaminando quanto riportato nella matrice di confusione (*Figura 96*) e nell'output prodotto dalla funzione *classification-report()* (*Figura 97*) è possibile analizzare gli indicatori *recall* e *specificity* pari rispettivamente a 59,87% e 51,47%: questi valori mostrano come non ci sia una netta differenza tra la corretta identificazione delle variazioni positive e di quelle negative ma, anzi, come più della metà di entrambe le fluttuazioni siano state previste in modo coerente. Questo risultato è molto soddisfacente in quanto dimostra come il modello di rete neurale, seppur nei suoi limiti, sia stato correttamente addestrato a riconoscere entrambe le variazioni e non esclusivamente incrementi o decrementi.

		Valori predetti	
		Negativi (0)	Positivi (1)
Valori reali	Negativi (0)	70	66
	Positivi (1)	65	97

Figura 96 - Matrice di confusione relativa all'indice Shanghai Composite

	precision	recall	f1-score
0.0	0.52	0.51	0.52
1.0	0.60	0.60	0.60
accuracy			0.56
macro avg	0.56	0.56	0.56
weighted avg	0.56	0.56	0.56

Shanghai Composite

Figura 97 - Output Python relativo all'indice Shanghai Composite

5.6.7 Nifty 50

Per quanto riguarda l'indice Nifty, il modello mostra come la percentuale degli output reali che rappresenta variazioni positive del prezzo e, quindi, una crescita, sia pari al 53,97%, mentre le fluttuazioni negative sono il 46,03% del totale.

Dataset Nifty 50 distribution: positive 0.5397039030955586 negative 0.4602960969044414

L'*accuracy*, indicatore principale per stimare la bontà del modello è pari al 57,05%, un valore non basso per una rete neurale utilizzata per predire variazioni di prezzo, considerando il fatto di quanto sia difficile con un modello di *neural network* prevedere le fluttuazioni dell'indice.

Questo valore è in linea con quanto trovato nell'analisi statistica riguardante l'efficienza dei mercati: anche in quel caso, infatti, era emerso come, nonostante l'indice Nifty 50 rispettasse i requisiti per i quali potesse essere ritenuto appartenente ad un mercato almeno debolmente efficiente, comunque apparteneva a quei paesi caratterizzati da un R^2 più alto e, quindi, da un mercato leggermente meno efficiente.

Esaminando quanto riportato nella matrice di confusione (Figura 98) e nell'output prodotto dalla funzione *classification-report()* (Figura 99) è possibile analizzare gli indicatori *recall* e *specificity* pari rispettivamente a 63,82% e 50%: questi valori mostrano come siano state identificate correttamente più variazioni positive rispetto a quelle negative, ma come comunque le individuazioni esatte siano state almeno la metà per entrambe le categorie, portando ad un risultato soddisfacente.

Ciò è un ulteriore elemento che prova il fatto di come la rete neurale abbia avuto un corretto addestramento e, seppur nei suoi limiti, abbia provato a prevedere in modo coerente l'incremento o il decremento dei prezzi.

		Valori predetti	
		Negativi (0)	Positivi (1)
Valori reali	Negativi (0)	73	73
	Positivi (1)	55	97

Figura 98 - Matrice di confusione relativa all'indice Nifty 50

	precision	recall	f1-score
0.0	0.57	0.50	0.53
1.0	0.57	0.64	0.60
accuracy			0.57
macro avg	0.57	0.57	0.57
weighted avg	0.57	0.57	0.57

Nifty 50

Figura 99 - Output Python relativo all'indice Nifty 50

5.6.8 BIST 100

Per quanto riguarda l'indice BIST 100, il modello mostra come la percentuale degli output reali che rappresenta variazioni positive del prezzo e, quindi, una crescita, sia pari al 53,21%, mentre le fluttuazioni negative sono il 46,79% del totale.

Dataset BIST 100 distribution: positive 0.5320979483785573 negative 0.4679020516214427

L'*accuracy*, indicatore principale per stimare la bontà del modello è pari al 56,11%, un valore non basso per una rete neurale utilizzata per predire variazioni di prezzo, considerando il fatto di quanto sia difficile con un modello di *neural network* prevedere le fluttuazioni dell'indice.

Questo valore è in linea con quanto trovato nell'analisi statistica riguardante l'efficienza dei mercati: anche in quel caso, infatti, era emerso come, nonostante l'indice BIST 100 rispettasse i requisiti per i quali potesse essere ritenuto appartenente ad un mercato almeno debolmente efficiente, comunque faceva parte dell'insieme di quei paesi caratterizzati da un mercato leggermente meno efficiente.

Secondo quanto riportato dalla matrice di confusione (*Figura 100*) e nell'output risultante dalla funzione *classification-report()* (*Figura 101*) è possibile analizzare gli indicatori *recall* e *specificity* pari rispettivamente a 67,07% e 43,15%: questi valori mostrano come siano state identificate correttamente più variazioni positive rispetto a quelle negative, probabilmente perché il *training set* contiene più variazioni positive. Nonostante ciò, gli indicatori *precision* e *NPV* sono entrambi superiori al 50% e ciò vuol dire che degli elementi etichettati rispettivamente come positivi o negativi, almeno la metà sono giusti.

Complessivamente si può affermare che, seppur con qualche limite, la rete neurale applicata a quest'indice risulti avere un buon potere previsionale considerando il fatto che l'andamento dei prezzi dipende da tantissime variabili e non solo dai prezzi passati.

		Valori predetti	
		Negativi (0)	Positivi (1)
Valori reali	Negativi (0)	60	79
	Positivi (1)	54	110

Figura 100 - Matrice di confusione relativa all'indice BIST 100

	precision	recall	f1-score
0.0	0.53	0.43	0.47
1.0	0.58	0.67	0.62
accuracy			0.56
macro avg	0.55	0.55	0.55
weighted avg	0.56	0.56	0.55

BIST 100

Figura 101 - Output Python relativo all'indice BIST 100

6 Conclusioni e analisi dei risultati

Dopo aver concluso i test per ognuno degli indici relativi agli otto paesi in esame è possibile trarre delle conclusioni in merito allo studio effettuato.

Inizialmente si è stimato un modello random walk per ogni indice e, tramite una regressione lineare che utilizza come variabile dipendente i log-rendimenti giornalieri al tempo t e come variabile indipendente i log-rendimenti giornalieri al tempo $t-1$, non è stato possibile rifiutare l'ipotesi nulla secondo la quale i prezzi seguono un andamento casuale e, di conseguenza, tramite l'analisi statistica, si è arrivati alla prima conclusione secondo la quale tutti i paesi analizzati nel presente lavoro sono caratterizzati da un mercato efficiente almeno debolmente che, dunque, non dovrebbe permettere di poter battere sistematicamente il mercato, in quanto i prezzi seguono un andamento casuale e le osservazioni passate non servono per predire i valori futuri. Tutto ciò è stato confermato anche da un'altra regressione, in cui la variabile dipendente è rappresentata dai log-rendimenti giornalieri al tempo t e la variabile indipendente dai log-rendimenti giornalieri al tempo $t-3$. C'è, però, una precisazione da fare: gli indici FTSE MIB, S&P 500, FTSE 100 e NIKKEI 225 relativi rispettivamente all'Italia, agli Stati Uniti, al Regno Unito e al Giappone, considerati ormai paesi sviluppati, risultano avere un R^2 leggermente inferiore e, quindi, un'efficienza debole leggermente più forte rispetto agli indici Bovespa, Shanghai Composite, Nifty 50 e BIST 100 relativi rispettivamente al Brasile, alla Cina, all'India e alla Turchia, i quali sono ritenuti ancora paesi in via di sviluppo.

Si è deciso, dunque, di testare l'efficienza del mercato dei paesi in esame mediante la costruzione di una rete neurale multistrato, *Multi Layer Perceptron*, implementata utilizzando il linguaggio di programmazione Python e basata sul concetto di "classificazione", che prova a prevedere se il prezzo subirà una variazione positiva o negativa basandosi sull'andamento delle osservazioni passate. I risultati ottenuti sono stati i seguenti:

Tabella 27 - Risultati relativi ai paesi sviluppati

	FTSE MIB	S&P 500	FTSE 100	NIKKEI 225
Accuracy	53,04%	52,75%	52,96%	52,94%
Recall	53,09%	58,82%	54,94%	52,98%
Specificity	52,98%	45,32%	50,70%	52,90%

Tabella 28 - Risultati relativi ai paesi in via di sviluppo

	Bovespa	Shanghai Composite	Nifty 50	BIST 100
<i>Accuracy</i>	58,25%	56,04%	57,05%	56,11%
<i>Recall</i>	57,80%	59,87%	63,82%	67,07%
<i>Specificity</i>	58,24%	51,47%	50,00%	43,15%

Sicuramente è possibile affermare che una rete neurale, basandosi unicamente sui valori di chiusura degli indici passati, non riesce ad ovviare e risolvere il problema della previsione dei prezzi, in quanto essi sono condizionati da tutta una serie di fattori, da eventi politici, da notizie giornaliera, da situazioni economiche e sociali e informazioni pubbliche e private. I risultati ottenuti, però, sono comunque molto interessanti: dalle percentuali dell'*accuracy* relativa ad ogni indice e dai risultati dell'analisi statistica effettuata in precedenza, è possibile affermare che la rete neurale implementata riesce a prevedere in modo leggermente migliore le oscillazioni di prezzo dei paesi in via di sviluppo, caratterizzati da un mercato meno efficiente. Gli indici Bovespa, Shanghai Composite, Nifty 50 e BIST 100 presentano, infatti, un'*accuracy* superiore, seppur di poco. Questo conferma la teoria secondo la quale una rete neurale è in grado di predire in modo più corretto le variazioni e i prezzi di mercati in generale meno efficienti. Nel caso in analisi l'indicatore è solo leggermente superiore, in quanto i paesi risultano comunque essere tutti debolmente efficienti, così come il principale mercato azionario globale.

Nel complesso, si può essere molto soddisfatti del modello, che ha restituito risultati comunque apprezzabili e ha mostrato le differenze di bontà della rete tra le diverse previsioni, dimostrando come sia più difficile prevedere l'andamento dei paesi già sviluppati rispetto a quello dei paesi in via di sviluppo: ciò non è scontato considerando anche il fatto che i dati utilizzati sono riferiti ad un arco di tempo che abbraccia anche il periodo della pandemia da Covid-19. L'emergenza sanitaria ha sicuramente influenzato l'*accuracy* del modello, ma si è provato a limitare il suo effetto in due modi: innanzitutto è stata fondamentale la scelta di una rete basata sulla classificazione, il cui compito di prevedere le fluttuazioni è stato sicuramente meno complesso rispetto a predire il valore esatto del prezzo, con la conseguenza che la rete riesce ugualmente a cogliere parzialmente le fluttuazioni in modo corretto. Si è poi anche deciso di non selezionare il *training set* per addestrare la rete in ordine cronologico, ma di prendere una porzione di dati in ordine sparso provando a generalizzare gli andamenti: lo scopo di questa scelta è provare a far

“imparare” al modello a riconoscere variazioni di questo tipo. Ciò è stato possibile grazie alla tipologia di dataset creato che, come spiegato nel *capitolo 5*, non associa un singolo valore di chiusura ad un singolo output, ma un numero di valori di chiusura pari alle t osservazioni precedenti, permettendo dunque di non perdere l’ordine temporale di esse. Purtroppo è necessario anche riconoscere i limiti delle reti neurali: non esistono, infatti, modelli o teoremi che permettano di definire la rete ottima, non si conoscono in anticipo gli iper-parametri che permettono alla rete di performare al meglio, così come non si è a conoscenza di quale sia l’architettura migliore per la previsione. È necessario, quindi, procedere per tentativi, inserendo diverse combinazioni possibili, e scegliendo poi il modello di rete che arrivi ai risultati migliori. Le possibili prove da fare sarebbero, però, illimitate: è fondamentale scegliere, infatti, la tipologia di rete, il numero di *hidden layer* e il conseguente numero di perceptoroni che compone ogni strato, la dimensione dell’input, del batch e il numero delle epoche, l’algoritmo di ottimizzazione da usare e la funzione di attivazione e, di conseguenza, le combinazioni illimitate che possono essere generate non permettono di affermare di aver raggiunto i migliori risultati che una rete neurale può elaborare.

Un ulteriore problema delle reti neurali è il *black box problem*: la loro computazione, infatti, non è analizzabile in quanto non è possibile esaminare i singoli stadi di elaborazione. La rete, durante l’addestramento, prova a trovare una funzione tra i valori di input e quelli di output, ma non ci è permesso sapere in che modo lo faccia, quali pesi assegni e, di conseguenza, quali variabili consideri più importanti di altre.

Un altro limite di questi modelli è il tempo di elaborazione che può essere molto lungo e, spesso, dovendo provare diverse combinazioni e architetture, esso può diventare davvero molto esteso.

Tuttavia nel presente lavoro ci si può ugualmente ritenere soddisfatti in quanto il modello creato ha raggiunto l’obiettivo desiderato: esso, infatti, nonostante probabilmente non abbia raggiunto i migliori risultati possibili, ha fatto emergere una leggera differenza di bontà previsionale tra gli indici di mercato relativi ai quattro paesi sviluppati, ritenuti leggermente più efficienti, e gli indici dei paesi in via di sviluppo, confermando come questi ultimi siano caratterizzati da un mercato meno efficiente.

Dopo aver dimostrato tutto ciò, potrebbe essere interessante in futuro fare altri studi e approfondimenti sull’argomento: ci si potrebbe, ad esempio, concentrare su come

l'efficienza dei diversi mercati finanziari internazionali sia cambiata nella storia, andando ad analizzare diversi intervalli di tempo e soffermandosi sulle differenze riscontrate a livello temporale, oppure creare reti neurali di diverse tipologie e caratterizzate da un maggior numero di variabili di input, che possano accentuare la differenza di efficienza di mercato dei diversi paesi. Nonostante, quindi, in questo lavoro di tesi l'obiettivo sia stato raggiunto, questi possono essere sicuramente interessanti spunti per nuove ricerche future.

7 Bibliografia e sitografia

John Y. Campobell, Andrew W. Lo, A. Craig MacKinlay, *“The Econometrics of Financial Markets”*, Princeton, New Jersey, Princeton University Press

Jason Brownlee, Deep Learning for Time Series Forecasting. Predict the Future with MLPs, CNNs and LSTMs in Python

Yann LeCun, Yoshua Bengio, Geoffrey Hinton, Deep Learning, Nature 521 (7533)(2015) 436-444

<https://it.investing.com>

<https://www.fxempire.it>

<https://it.tradingeconomics.com>

<https://www.istat.it/it/>

<https://datacommons.org/?hl=it>

<https://www.infomercatiesteri.it>

<https://www.avatrade.it>

<https://www.borsaitaliana.it/homepage/homepage.htm>

<https://www.treccani.it>

<https://www.investopedia.com>

<https://infostat.bancaditalia.it/inquiry/home?spyglass/taxo:CUBESSET=&ITEMSELEZ=&OPEN=false/&ep:LC=IT&COMM=BANKITALIA&ENV=LIVE&CTX=DIFF&IDX=1&/view:CUBEIDS=&graphMode=>

https://it.wikipedia.org/wiki/FTSE_100

https://it.wikipedia.org/wiki/Nikkei_225

<https://it.wikipedia.org/wiki/Brasile#Economia>

https://it.wikipedia.org/wiki/SSE_Composite_Index

<https://www.startingfinance.com/approfondimenti/teoria-dei-mercati-efficienti/>

https://www.performancetrading.it/Documents/McAnalisi/McA_Mercati_efficienti.htm

<http://193.205.144.19/dipartimenti/distateq/garofalo/emh.pdf>

<https://www.borsaitaliana.it/borsa/glossario/efficienza-del-mercato.html>

<https://www.startingfinance.com/approfondimenti/efficienza-dei-mercati-definizioni-verifiche-anomalie/>

<https://www.imprenditoreglobale.com/effetto-gennaio/>

<https://www.ig.com/it/glossario-trading/definizione-di-random-walk>

<https://www.bancobpm.it/magazine/privati/investi-risparmia/cose-lanalisi-fondamentale-e-come-usarla-per-il-trading/>

https://www.traderlink.it/didattica/corso_analisi_tecnica/index.php

<https://www.money.it/Debito-pubblico-USA-al-125-del-PIL>

<https://www.ilsole24ore.com>

<https://www.ispionline.it/it/pubblicazione/brasile-allarme-inflazione-e-investimenti-31796>

<https://www.corriereasia.com/economia-della-cina/>

<https://www.investireoggi.it/finanza-borsa/cosa-sintende-per-efficienza-dei-mercati-finanziari/>

<https://www.bancobpm.it/magazine/privati/investi-risparmia/cose-lanalisi-fondamentale-e-come-usarla-per-il-trading/>

<https://www.bancobpm.it/magazine/privati/investi-risparmia/lanalisi-tecnica-per-il-trading/>

https://it.wikipedia.org/wiki/Paese_in_via_di_sviluppo#/media/File:IMF_advanced_UN_east_developed.svg

https://www.ilsole24ore.com/art/debito-pubblico-cos-e-e-perche-e-importante-calcolarlo-insieme-deficit-e-pil-ACfgrC2?refresh_ce=1

https://consdetroit.esteri.it/consolato_detroit/it/i_servizi/fare_affari_in_italia/quadro_macroeconomico

<https://www.ilsole24ore.com/art/debito-pubblico-cos-e-e-perche-e-importante-calcolarlo-insieme-deficit-e-pil-ACfgrC2>

<https://www.ispionline.it/it/pubblicazione/brasile-allarme-inflazione-e-investimenti-31796>

<https://www.corriereasia.com/economia-giappone/>
<https://st.ilsole24ore.com/art/notizie/2014-05-15/l-economia-giapponese-brilla-primo-trimestre-pil-sale-59percento-annualizzato-+15percento-trimestre-precedente-080145.shtml?uuid=ABtKWOIB>

<https://www.milanofinanza.it/news/inflazione-uk-al-top-da-30-anni-per-gli-esperti-salira-oltre-il-7-a-meta-anno-202202161221093204>

<https://www.commercioestero.net/trend-e-mercati/rallenta-leconomia-turca-ma-le-previsioni-restano-positive.kl>

<https://www.farodiroma.it/la-cina-e-ormai-la-seconda-economia-del-mondo-superata-con-un-balzo-la-ue/>

<https://www.ilsole24ore.com/art/cina-l-inflazione-rallenta-e-apre-nuovi-spazi-manovra-banca-centrale-AESTaa7>

<https://www.money.it/Il-debito-Cina-raggiunto-livelli-record>

https://www.ilsole24ore.com/art/tassi-interesse-reali-rialzo-livello-globale-suona-allarme-i-debiti-pubblici-AEBoObGB?refresh_ce=1

<https://paolapozzolo.it/coefficiente-determinazione-r-quadro/>

<https://www.idealista.it/news/finanza/economia/2022/04/01/158445-come-linflazione-influenza-i-tassi-di-interesse>

<https://www.innovationpost.it/2018/02/14/intelligenza-artificiale-deep-learning-e-machine-learning-quali-sono-le-differenze/>

<https://www.intesa.it/intelligenza-artificiale-machine-learning-e-deep-learning/>

https://machinelearningmastery.com.translate.google/adam-optimization-from-scratch/?_x_tr_sl=en&_x_tr_tl=it&_x_tr_hl=it&_x_tr_pto=sc

<https://machinelearningmastery.com/adam-optimization-algorithm-for-deep-learning/>

<https://machinelearningmastery.com/how-to-control-the-speed-and-stability-of-training-neural-networks-with-gradient-descent-batch-size/>

<https://machinelearningmastery.com/difference-between-a-batch-and-an-epoch/>

<https://www.andreaminini.com/ai/machine-learning/matrice-di-confusione>

https://scikit-learn.org/stable/modules/neural_networks_supervised.html

https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.neural_network.MLPClassifier.html

<https://www.developersmaggioli.it/blog/ia-un-po-di-nozioni-prima-della-pratica/>

https://www.okpedia.it/algorithmo_back_propagation_reti_neurali

https://www.researchgate.net/figure/Figura-13-Un-percetttrone-di-Rosenblatt-con-output-singolo-Le-j-indicano-che-loutput_fig5_340717681

https://blog.osservatori.net/it_it/intelligenza-artificiale-funzionamento-applicazioni

https://blog.osservatori.net/it_it/deep-learning-significato-esempi-applicazioni

<https://www.innovationpost.it/2018/02/14/intelligenza-artificiale-deep-learning-e-machine-learning-quali-sono-le-differenze/>

<http://www.newspazio.it/2019/07/intelligenza-artificiale-06-imitare-il.html>

<http://www.crescenzioallo.it/unifg/dottorato-medicina-traslazionale-2018/Reti%20neurali%20artificiali%20-%20Concetti%20base.pdf>

http://bias.csr.unibo.it/maltoni/ml/DispensePDF/8_ML_RetiNeurali.pdf

<https://www.intelligenzaartificialeitalia.net/post/cosa-sono-le-reti-neurali-convoluzionali-cnn-introduzione-alle-reti-neurali-convoluzionali>

<https://www.html.it/pag/405848/artificial-neural-networks/>

<https://www.developersmaggioli.it/blog/reti-convoluzionali/>

<https://it.cleanpng.com>

<https://www.intelligenzaartificiale.it/reti-neurali/#Limiti>

