



POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

OTTIMIZZAZIONE DI UN CODICE PER LA SIMULAZIONE DELL'USURA PIN-ON-DISC CON IL METODO NUMERICO GIWM

Relatore

Prof. Mura Andrea

Prof.ssa Cura' Francesca Maria

Prof. Mazza Luigi

Prof. Goti Edoardo

Candidato

Rebola Simone

Matr. S255430

Anno 2021-2022

Alla mia famiglia e agli amici.

SOMMARIO

1 INTRODUZIONE	1
2 CONTATTO TRA CORPI	2
2.1 Contatto elastoplastico e completamente plastico.....	2
2.2 Contatto fragile	3
2.3 Risposta del materiale alla tensione di contatto	4
2.4 Rugosità superficiale	5
2.5 Area di contatto reale	7
3 L'USURA DELLE SUPERFICI.....	9
3.1 I meccanismi di usura.....	9
3.1.1 Abrasione.....	9
3.1.2 Adesione	10
3.1.3 Fatica superficiale	10
3.1.4 Tribo-ossidazione.....	12
3.2 Equazioni di usura	12
3.2.1 Modello di Quinn per Tribo-ossidazione ad alte temperature	12
3.2.2 Modello di Quinn	13
3.2.3 Modello di Stott per Tribo-ossidazione a basse velocità di strisciamento.....	14
3.2.4 Abrasione di materiali duttili	15
3.2.5 Legge di usura di Archard	17
3.2.6 Legge di usura di Sarkar	17
3.3 Curve di usura	18
4 MODELLO GIWM PER TRIBOMETRO PIN-ON-DISC	20
4.1 Volume di usura per la punta	22
5 CASE STUDY.....	24
5.1 Implementazione del modello GIWM per prove pin-on-disc – caso di usura solo del disco	24
5.2 Codice base	30

6 IPOTESI CORRETTIVE	36
6.1 Rimozione del vincolo su “ <i>d</i> ”	37
6.2 Profilo ellittico della traccia di usura	38
6.3 Legge di Archard applicata in modo locale	43
6.4 Influenza della sfera sulla pista di usura	46
6.4.1 Calcolo del volume di usura sulla sfera	46
6.4.2 Risultati dell’interazione sfera e disco.....	48
7 CONCLUSIONI	53

1 INTRODUZIONE

Nel campo della meccanica diversi componenti funzionano sulla base della trasmissione del moto mediante il contatto tra due superfici sotto carico. In queste condizioni si generano tensioni di contatto, un chiaro esempio sono i corpi volventi e le piste dei cuscinetti a rotolamento.

Il lavoro svolto si propone di ricreare, attraverso l'utilizzo del software Matlab™, una prova tribologica effettuata nei laboratori del dipartimento di meccanica al Politecnico di Torino.

Il testo è suddiviso in due porzioni principali. La prima, una parte teorica volta ad introdurre il lettore ai principi fisici di cui si farà uso e al metodo GIWM (*Global Increment Wear Model*), il modello con cui è possibile ricreare una prova di usura partendo dalle condizioni di prova. La seconda parte dello studio espone il problema preso in esame e la discussione dei risultati ottenuti.

Uno dei motivi che ha spinto ad occuparsi del problema dell'usura è il fatto che non sia facilmente misurabile a priori. Nonostante gli enormi passi fatti dalla tecnologia e dai calcolatori, ad esempio il metodo FEM, simulare una prova di usura richiede un contributo molto importante. Ad ogni ciclo si pone il problema di valutare la geometria del caso in esame ed eseguire una mesh consona, eventualmente andando a spegnere o ad accendere nuovi nodi ad ogni iterazione. Con questo studio si cerca di ricreare una geometria di riferimento da cui partire per agevolare la trattazione del problema.

2 CONTATTO TRA CORPI

Quando due corpi elastici con superfici convesse vengono premuti l'uno contro l'altro si deformano localmente e il punto (o la linea) iniziale di contatto diventa una superficie di contatto a causa della deformazione elastica.

In seguito, vengono esposti i tre principali tipi di contatto a cui può essere sottoposto un componente e i fattori che ne influenzano la risposta.

2.1 CONTATTO ELASTOPLASTICO E COMPLETAMENTE PLASTICO

In caso di un contatto non conforme tra materiali duttili lo snervamento inizia ad una profondità z_m quando la τ_{Max} raggiunge il limite di snervamento di taglio pari $\sigma_y/2$ secondo la teoria di Tresca. Questo implica che lo snervamento localizzato sub-superficiale inizia quando la pressione di contatto raggiunge valori di $1,61-1,67\sigma_y$, a seconda della geometria del contatto.

La Fig. 1 mostra le condizioni di un contatto elasto-plastico nel caso di un contatto non conforme (nella condizione in cui il piano abbia una durezza inferiore alla sfera). Aumentando il carico applicato incrementano le dimensioni della zona plastica. Successivamente, carichi di minore entità daranno luogo a sole deformazioni elastiche.

Se il carico applicato cresce ancora la deformazione plastica raggiunge la superficie e il contatto diventa completamente plastico (caso (b)). Questo incremento della zona plastica è reso più difficile dalla distribuzione triassiale delle tensioni. Il contatto interamente plastico è raggiunto quando la pressione nominale (p_0) raggiunge un valore critico chiamato pressione di snervamento p_y maggiore del valore di tensione di snervamento uniassiale. Tipicamente $p_y=b\sigma_y$ con b maggiore di 1, che tiene conto della difficoltà del propagarsi della zona plastica (funzione della geometria del contatto, dal carico applicato e dalle proprietà dei materiali). Nel caso specifico, e di nostro interesse, di una sfera in contatto con un

piano, la costante risulta pari a 2.8 usando la teoria del campo di slittamento. (Straffelini 2015).

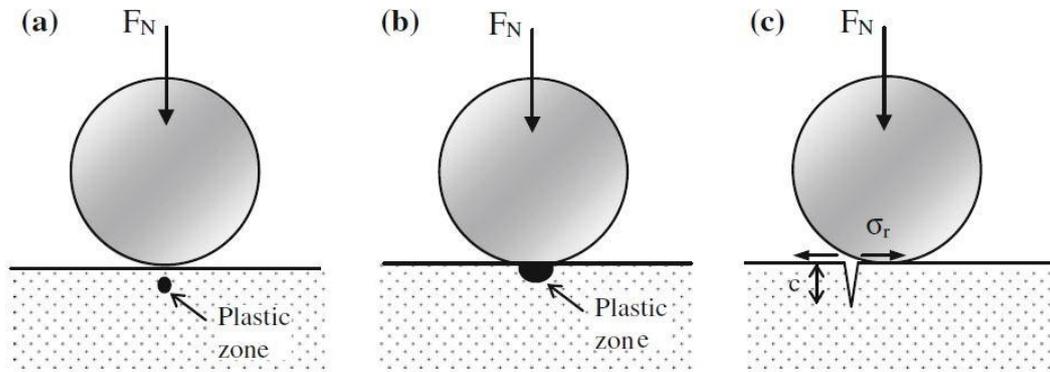


Figura 1 (a) contatto elasto-plastico, (b) il contatto si è sviluppato ed è completamente plastico, (c) contatto tra corpi fragili e creazione di una microcricca. Immagine tratta da: "Friction and wear" Straffelini G. (2015).

2.2 CONTATTO FRAGILE

Nel caso in cui la tensione di snervamento di un materiale è alta ma la sua resistenza a frattura è bassa, siamo nella condizione di contatto fragile: l'aumentare del carico può indurre a fratture fragili nella zona di contatto.

Possono verificarsi delle microfratture nei limiti della zona di contatto. A causa del contatto, nel corpo si sviluppa un sistema di tensioni. Di nostro interesse, in questo caso, è la tensione radiale, quella tensione che si sviluppa in ogni direzione uscente dal punto di contatto. Il contatto fragile ha luogo quando la tensione radiale (σ_r) è maggiore di un valore critico σ_F , definito come segue:

$$\sigma_r = p_{max} \frac{1 - 2\nu}{3}$$

(1)

con ν modulo di Poisson del materiale.

$$\sigma_F = \frac{K_{IC}}{1.12\sqrt{\pi c}}$$

(2)

Dove c rappresenta la lunghezza della micro-cricca e K_{IC} la resistenza a frattura del materiale di cui è costituito il piano. Questo tipo di fratture sono chiamate C-cricche, siccome la loro forma è conica. Il contatto fragile può esistere anche senza la presenza di micro-cricche se il carico applicato è concentrato in una zona molto ristretta, come nel caso di un contatto con una particella ceramica.

Secondo il meccanismo proposto da Lawn e Swain, se la tensione di compressione cresce al di sopra di un valore critico si crea una cricca che propaga in direzione perpendicolare alla superficie. Quando viene rimosso il carico, le tensioni residue portano alla formazione di cricche radiali che propagano in direzione parallela alla superficie. Per dare luogo alle prime micro-cricche il carico applicato deve superare un valore critico, proporzionale all'indice di fragilità, dato dal rapporto H/K_{IC} , dove H rappresenta la durezza del materiale. (Straffelini 2015).

2.3 RISPOSTA DEL MATERIALE ALLA TENSIONE DI CONTATTO

I materiali costituenti dei corpi in contatto possono reagire in diversi modi. Il tipo di risposta dipende dalla forza applicata, le proprietà dei materiali e la geometria dei corpi a contatto. Le proprietà più importanti sono quelle elastiche, come il modulo di elasticità E ed il coefficiente di Poisson, la tensione di snervamento, durezza e resistenza a frattura. In Fig. 2 sono riportate le proprietà per alcuni dei materiali di interesse ingegneristico come metalli e ceramici.

Materials	E (GPa)	σ_Y (MPa)	H (kg/mm ²)	K_{IC} , (MPa m ^{1/2})	E/ σ_Y	E/H	E/ K_{IC} (m ^{-1/2})	H/ K_I (m ^{-1/2})
<i>Metals</i>								
Ferritic-pearlitic steel	207	400	200	140	517.5	103.5	1478	14.3
Heat treated steel	207	1200	430	80	172.5	49	2600	54
Phosphorus bronze	110	350	120	70	314.3	91.7	1571	17.1
Aluminum alloys 6061 T6	70	275	100	25	254.5	71.3	2800	39.2
<i>Ceramics</i>								
Glass	72	3600	500	0.7	20	14.4	102,800	7140
Alumina	380	5230	1400	4	72.6	27.1	95,000	3500
Si nitride	310	4250	1800	4	72.9	17.2	77,500	4500
Si carbide	410	10,000	3000	4	41	13.7	102,500	7500

Figura 2 Proprietà meccaniche dei materiali di interesse ingegneristico, metalli, materiali ceramici e polimeri. Immagine tratta da: "Friction and wear" Straffelini G. (2015).

Per distinguere più chiaramente la situazione in cui si trova un componente è utile considerare alcuni rapporti caratteristici:

E/σ_y (o E/H) chiamato indice di plasticità, indicato per materiali duttili.

E/K_{IC} (o σ_y/K_{IC}) entrambi indici di rigidità, nel caso in cui sia riconducibile a un punto di contatto.

Si può notare che i metalli tendono a dare contatti elastoplastici, mentre i materiali ceramici tendono a dare un contatto di tipo fragile.

2.4 RUGOSITÀ SUPERFICIALE

Le considerazioni fatte finora sono valide per superfici idealmente lisce. I corpi reali presentano sempre delle asperità superficiali di dimensione nell'ordine del micrometro, che formano la cosiddetta rugosità superficiale. Oltre a questa soglia, si parla di veri e propri difetti come graffi, fori, cricche o inclusioni che possono arrivare a dieci micrometri e oltre. Per cui ogni superficie ha la propria rugosità.

Uno dei parametri più utilizzato in ambito ingegneristico per definire le caratteristiche della superficie è la rugosità media R_a , conosciuta anche come CLA (Center Line Average).

$$R_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y^i| \quad (3)$$

Un altro parametro ingegneristico è la rugosità quadratica media R_q (o RMS) definita da:

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y^i|^2} \quad (4)$$

Per una distribuzione Gaussiana delle distanze dalla linea mediana il rapporto $R_q/R_a \approx 1,25$.

Le altezze delle creste (e delle valli) vengono misurate con un profilometro a stilo e vengono espresse tipicamente in micrometri. Oltre allo stilo a forma di diamante sono state sviluppate diverse tecniche, senza contatto, per calcolare la rugosità superficiale, come tecniche ottiche o capacitive, le quali danno risultati migliori per materiali teneri. La rugosità superficiale è una caratteristica influenzata molto dal processo produttivo che ha subito il componente e può variare dalle decine di micrometri, per esempio in un componente forgiato, fino ad arrivare a centesimi di micrometro con metodi di superfinitura.

I risultati ottenuti vengono poi utilizzati per calcolare altri parametri di rugosità. Questi parametri di ampiezza possono essere combinati con parametri, come lo spazio medio tra due creste successive, ottenendo dei parametri ibridi. Un esempio è la pendenza media del profilo, che di solito si assesta tra 1° e 5° e viene calcolata prendendo la media delle pendenze tra due picchi successivi del profilo. Quando è ottenuta in questo modo viene anche indicata con $\Delta\alpha$.

Osservando la superficie più attentamente si possono distinguere tre strati distinti (Fig. 3):

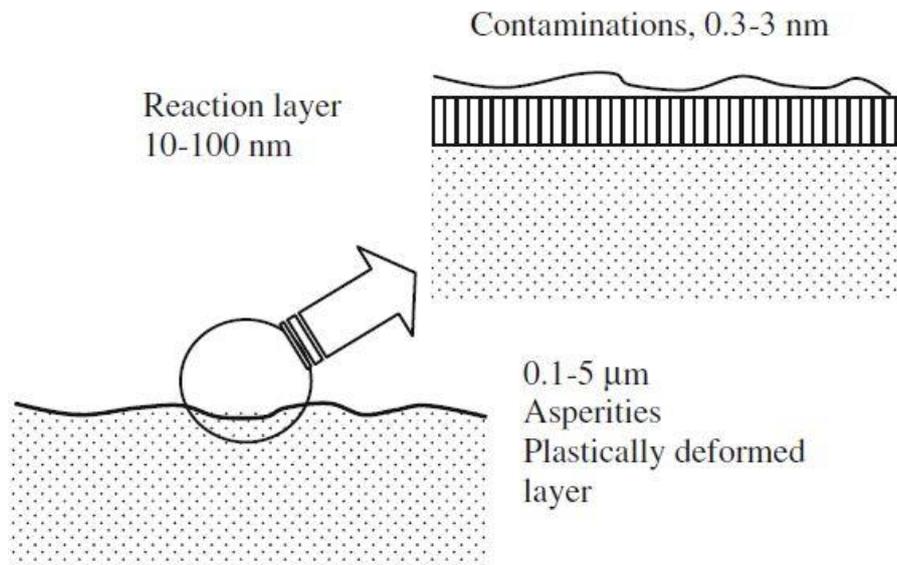


Figura 3 Rappresentazione dei tre strati distinti in un componente. Immagine tratta da: "Friction and wear" Straffelini G. (2015).

Uno strato deformato. Si tratta di deformazioni plastiche dovute al processo produttivo, si possono avere anche delle modifiche microstrutturali. La rugosità prevista è dell'ordine di 1 micrometro.

Uno strato di reazione. Questo strato si forma spontaneamente per l'esposizione all'ambiente esterno, i prodotti più comuni sono gli ossidi, dovuti alla presenza di ossigeno che reagisce con il metallo in superficie. Presenta delle dimensioni minori rispetto a prima, dell'ordine di 10-100 nanometri.

Uno strato contaminato. È lo strato più esterno ed ha delle dimensioni molto minori dei precedenti, circa due nanometri. Si forma per la contaminazione dovuta al vapore acqueo, idrocarburi ed altri gas presenti nell'ambiente esterno. Presenta dei deboli legami di Van der Waals in seguito all'adsorbimento delle sostanze gassose circostanti.

2.5 AREA DI CONTATTO REALE

Quando due corpi sono premuti uno a contatto con l'altro, il contatto diretto esiste solo a livello di un numero finito di asperità, per cui l'area di contatto reale è data dalla somma delle singole aree in contatto locale:

$$A_r = \sum_{i=1}^N A^i \quad (5)$$

Il reale valore dell'area di contatto è minore di diversi ordini di grandezza rispetto a quello apparente, da $A_r = 10^{-2}$ a $10^{-6} A_n$.

Il contatto tra le creste potrebbe essere elastico, plastico o misto. Greenwood e Williamson proposero un modello semplificato assumendo un contatto tra asperità sferiche aventi lo stesso raggio di curvatura, la distribuzione delle altezze segue una distribuzione Gaussiana. Essi proposero l'indice:

$$\Psi = \frac{E^*}{H} \sqrt{\frac{\sigma_s}{R_s}} \quad (6)$$

3 L'USURA DELLE SUPERFICI

A causa delle dimensioni ridotte della superficie di contatto, le pressioni locali che si scambiano i due corpi sono elevate ed in prossimità del contatto si genera uno stato di tensione di compressione triassiale. Il livello di pressione è funzione del carico applicato, delle caratteristiche fisiche dei due materiali e della geometria dei componenti in esame. Se prolungato nel tempo, questo tipo di tensione può portare il componente a collassare per i meccanismi di usura descritti in seguito.

3.1 I MECCANISMI DI USURA

Il problema dell'usura è molto complesso, per questo, a partire dagli anni '50 si è deciso di suddividere il comportamento in quattro categorie. I meccanismi di usura elementare sono: abrasione, adesione, fatica superficiale e tribo-ossidazione. Si introducono ora a livello qualitativo i meccanismi di usura.

3.1.1 Abrasione

Esistono due tipi di abrasione: l'abrasione a due o tre corpi. Nel primo caso, una particella dura penetra plasticamente la superficie opposta formando un solco. Queste particelle dure possono essere presenti nella matrice del materiale metallico, ad esempio un acciaio indurito per precipitazione.

Nell'abrasione a tre corpi, le particelle dure intrappolate tra le due superfici contrapposte, sono libere di ruotare e la loro azione abrasiva è dunque ridotta, un esempio tipico è la presenza di sabbia in un sistema tribologico. In ogni caso, questi meccanismi sono possibili solo se la durezza delle particelle è circa 1.3 volte la durezza della superficie più morbida. Si tende a dare più importanza all'abrasione a due corpi perché porta ad un'azione usurante più intensa. Nel caso in cui sia presente un'interazione chimica tra i materiali a contatto, si osserva un incremento del tasso di usura. Questo fenomeno prende il nome di "Effetto

Rebinder” ed è attribuito al fatto che l’abrasione genera nuove superfici facilmente ossidabili.

3.1.2 Adesione

Per il fenomeno di usura adesiva è bene richiamare il concetto di area reale di contatto. Dalla geometria si ricava l’area di contatto ideale ma, come descritto in precedenza, le superfici di cui ci occupiamo non sono idealmente lisce. Per questo motivo si deve distinguere la vera area di contatto da quella apparente, cioè quei punti in cui le asperità superficiali sono in contatto. In questi punti si verificano delle microsaldature, che con il proseguire dello strisciamento, culminano nell’asportazione di materiale da una delle due superfici. L’usura adesiva è influenzata da diversi fattori. Il primo è la forza attrattiva all’interfaccia, più è bassa e meno sarà l’usura adesiva che ne risulta. Materiali simili legano con più facilità e, quindi, anche la forza di adesione sarà più alta. Un altro fattore che favorisce questo meccanismo di usura è l’energia superficiale dei corpi, più bassa è l’energia superficiale e meno adesione si sviluppa. L’adesione è il meccanismo principale dell’usura da strisciamento.

3.1.3 Fatica superficiale

La fatica superficiale si verifica nel caso in cui un corpo sia sottoposto a carichi ripetuti nel tempo che si traducono in tensioni cicliche. Questo tipo di sollecitazione porta ad una progressiva perdita di materiale dalla superficie.

Un modo per attivare questo meccanismo di usura è lo strisciamento ripetuto, caso che prendiamo in esame per la prova pin-on-disc. La fatica superficiale, come la fatica, ha una fase di nucleazione della cricca seguita dalla sua propagazione. La differenza è nella definizione del periodo di incubazione, per la fatica superficiale esso include la propagazione della cricca fino alla superficie e, spesso, anche la perdita di materiale. Una considerazione importante è che non importa l’entità del carico applicato, se un corpo subisce carichi ciclici in superficie esibirà il fenomeno della fatica superficiale.

La fatica superficiale è un meccanismo che può essere suddiviso in tre fasi caratteristiche. Durante la prima fase si notano delle striature nella direzione di strisciamento senza perdita di materiale. Aumentando la distanza di strisciamento, aumenta il numero delle striature fino ad arrivare nella seconda fase del processo. In questa fase si apprezzano dei danneggiamenti in direzione perpendicolare allo strisciamento e, anche in questo caso, senza perdita di materiale. Infine, si arriva al punto in cui il materiale si distacca e si conclude così la fase di nucleazione.

Il sistema di tensioni sviluppate a seguito di un contatto può essere scomposto in due componenti. La prima fa riferimento alla macro-geometria, la forma dei corpi e, dunque, l'area di contatto apparente. La seconda componente, le microtensioni, sono da imputare alla presenza della geometria locale del contatto, governata dalle asperità superficiali.

Nel dettaglio, la macro-geometria rientra in due gruppi di contatto: il contatto conforme e quello non conforme. Nel primo caso si indicano i contatti del tipo piano-piano oppure sfera-incavo, con lo stesso raggio di curvatura. Nel secondo, rientrano i casi più disparati, ad esempio, un contatto cilindro-piano, cilindro-cilindro, ecc. Per un contatto conforme, la distribuzione di pressioni all'interno del materiale è uniforme con il massimo valore che si registra in superficie. Mentre, per un contatto non conforme, si evince dalla teoria di Hertz per i contatti superficiali, che il valore massimo di pressioni è massimo nella mezzeria del contatto e in una zona sub-superficiale.

Questo comportamento si può estendere anche al contatto tra le asperità superficiali. Nel caso in cui siano deformate plasticamente il campo di tensioni generate avrà le caratteristiche di un contatto conforme. Nel caso di deformazione elastica, invece, le caratteristiche saranno quelle di un contatto non conforme.

Si è osservato che un sistema di tipo non conforme rimane tale per la sola durata di incubazione della cricca, successivamente, l'asportazione di materiale porterà il contatto ad una situazione di tipo conforme. Questo fenomeno comporta una riduzione dello stato di tensioni dovute all'aumento dell'area di contatto.

3.1.4 Tribo-ossidazione

Il meccanismo si basa sul distacco e continuo rinnovamento dello strato di ossido superficiale a causa dello strisciamento. Il tasso di usura è generalmente basso e il punto più debole risulta essere l'interfaccia tra ossido e substrato. Per questo, quando due asperità entrano in contatto, lo strato di ossido si distacca generando una superficie in grado di ossidare nuovamente.

Il meccanismo di usura ossidativa è un meccanismo di usura per strisciamento e generalmente non si verifica in presenza di lubrificazione. Infine, si nota che la formazione di un ossido su una superficie metallica tende a ridurre il fenomeno di usura.

3.2 EQUAZIONI DI USURA

In seguito, vengono riportate una serie di equazioni che nel corso degli anni hanno provato a descrivere il comportamento ad usura dei componenti (Straffelini 2015).

3.2.1 Modello di Quinn per Tribo-ossidazione ad alte temperature

Questo tipo di usura può verificarsi in due casi:

A velocità di strisciamento elevate, tipicamente maggiori di 1 m/s nel caso degli acciai;

In un ambiente che si trova ad alta temperatura.

In entrambi i casi le temperature raggiunte in superficie sono sufficienti per ossidare le asperità dei corpi a contatto. Per l'acciaio è sufficiente una temperatura media in superficie nell'ordine dei 300-400 °C, lo strisciamento è in grado di innalzare ancora la temperatura. Si raggiunge così, nei punti di contatto, una temperatura, T_f , dell'ordine di 700° C in grado di ossidare l'acciaio. Lo strato di ossido cresce sulla superficie più esterna e viene rimosso una volta che ha raggiunto uno spessore critico, Z_c , circa 10 μm per l'acciaio. L'asportazione dell'ossido crea dei frammenti e genera nuove superfici che possono essere ossidate nuovamente e continuare così il processo di usura.

Il tasso di usura, W_s , è direttamente proporzionale all'area di contatto, A_r , e viene espresso come:

$$W_s = \frac{V}{s} = \frac{Z_c \cdot A_r}{v \cdot t_c} \quad (7)$$

3.2.2 Modello di Quinn

Si indica con v la velocità di strisciamento, t_c il tempo necessario all'ossido per ottenere lo spessore critico.

Nel caso degli acciai, il processo di ossidazione segue una legge parabolica del tipo $\Delta m^2 = kt$, dove Δm è l'incremento di massa per unità di superficie e k è il tasso costante:

$$k = A \cdot \exp\left[-\frac{Q}{RT_f}\right] \quad (8)$$

Si indica con A la costante di Arrhenius, Q l'energia necessaria per l'ossidazione, R la costante dei gas reali e T_f la temperatura di contatto tra le asperità.

L'incremento di massa è legato alla stechiometria della reazione di ossidazione, ad esempio, negli acciai si forma Fe_3O_4 . Per cui il volume di ossidazione, ΔV_{FE} , è legato alla densità del ferro ed al peso molecolare di ferro e ossigeno. Trascurando l'espansione che avviene nella fase di ossidazione, lo spessore dell'ossido, Z , è uguale allo spessore da cui si genera, per cui a ΔV_{FE} .

Dalle equazioni precedenti, si ottiene che:

$$W_s = \frac{C \cdot k}{v \cdot Z_c} \frac{F_N}{H} = K_{OX} \frac{F_N}{H} \quad (9)$$

La costante K_{OX} è il coefficiente di usura nel caso di tribo-ossidazione, è dell'ordine di 10^{-5} ed è fortemente influenzato dalla temperatura di flash.

È importante chiarire il ruolo dei vari parametri di strisciamento:

Il carico normale F_N , come evidenziato nella precedente relazione, è direttamente proporzionale al tasso di usura, per cui, se aumenta il carico applicato, cresce anche quest'ultimo. Se il carico normale supera un valore critico, si potrebbe avere contatto diretto metallo-metallo con la possibilità di generare usura adesiva.

La velocità di strisciamento v . Quando v è più bassa di un valore critico (circa 1 m/s per gli acciai), la temperatura in superficie è troppo bassa per attivare il fenomeno di usura tribo-ossidativa. Allo stesso modo, se la velocità incrementa oltre una soglia massima, circa 10 m/s in questo caso, l'ossidazione in superficie è molto marcata. L'ossido che ne deriva è spesso e malleabile. Esso inizia a fluire tra le due superfici isolandole e proteggendole dall'usura.

La temperatura T_0 , se sale, anche il coefficiente K_{ox} risulta maggiore. Una crescita eccessiva della temperatura può portare ad un substrato metallico più morbido e, di conseguenza, non più in grado di sostenere lo strato di ossido protettivo. Si può assistere ad un incremento del tasso di usura dovuto all'attivazione del meccanismo di usura adesiva.

Si può verificare una condizione particolare in caso di strisciamenti ripetuti, nel caso di utensili da lavoro a caldo ad esempio. Nel periodo senza contatto la superficie del materiale si ossida. Con il passaggio dell'utensile questo ossido viene asportato creando delle nuove superfici pronte per l'ossidazione una volta terminato il contatto. Questo meccanismo di usura prende il nome di ossidazione-rimozione-reossidazione, il tasso di usura dipende dalla cinetica di accrescimento dell'ossido.

3.2.3 Modello di Stott per Tribo-ossidazione a basse velocità di strisciamento

Il modello proposto da Stott viene riportato in seguito:

Nei punti di contatto si generano particelle metalliche dovute all'usura adesiva. Alcune restano intrappolate tra i due corpi, altre lasciano il sistema.

I frammenti, induriti per snervamento e ossidati, formano degli agglomerati.

Se le condizioni di carico e strisciamento sono notevoli, si forma uno strato compatto.

Se la temperatura di contatto è sufficientemente alta, il deposito subisce una sinterizzazione formando uno strato altamente protettivo, simile ad uno smalto.

Una frattura fragile del suddetto strato può portare ad una nuova generazione di particelle metalliche.

L'intensità dell'usura è data da un equilibrio dinamico delle condizioni a), d) ed e) della Fig. 4. In questi casi il coefficiente K_{ox} si trova sperimentalmente con prove del tipo pin-on-disc e, in generale, l'aumento di temperatura determina una diminuzione del tasso di usura, poiché essa garantisce una situazione favorevole all'ossidazione del materiale.

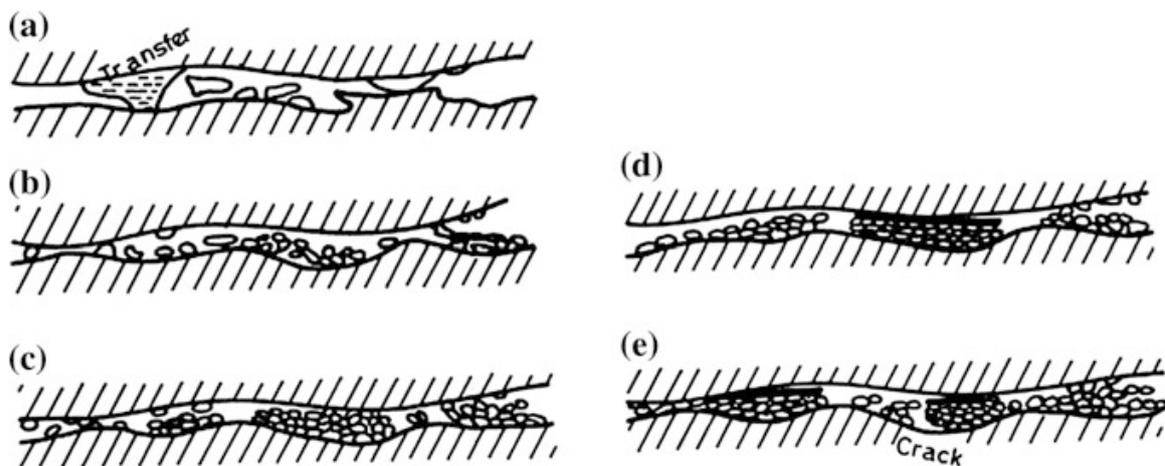


Figura 4 Tribo-ossidazione a basse velocità di scorrimento. Rappresentazione del modello di Stott. Immagine tratta da: "Friction and wear" Straffelini G. (2015).

3.2.4 Abrasione di materiali duttili

Nel caso di materiali duttili si possono distinguere due condizioni a seconda del comportamento del materiale deformato plasticamente. Se tutto il materiale che subisce la deformazione è rimosso, l'usura è massima e segue un processo simile all'asportazione di truciolo. Nell'altro caso, tutto il materiale deformato plasticamente fluisce ai lati della gola e il tasso di usura, intesa come pura asportazione di materiale, è nullo.

Consideriamo il primo caso di usura abrasiva, il tasso di usura W è dato dalla sezione del cono, generato dalla particella dura, A_p . Dalla geometria si trova $A_p = r^2 tg\vartheta$; mentre dall'equilibrio di forze $F_N = p_Y \pi r^2 / 2 = H \pi r^2 / 2$, perché solo la metà anteriore del cono sopporta il carico. Per cui, il tasso di usura è:

$$W_s = \frac{2tg\vartheta}{\pi} \cdot \frac{F_N}{H} \quad (10)$$

O, in forma più generale:

$$W_s = K_{abr} \cdot \frac{F_N}{H} \quad (11)$$

Dove K_{abr} è il coefficiente di usura abrasiva dato da:

$$K_{abr} = \Phi \cdot \frac{2tg\vartheta}{\pi} \quad (12)$$

Il coefficiente Φ varia tra 0, nella condizione ideale di flusso plastico, e 1, in caso di micro-asportazione di truciolo. Per cui K_{abr} dipende dal coefficiente Φ e dall'angolo di attacco delle particelle ϑ , a sua volta figlio di diversi fattori come:

La forma delle particelle dure, cioè se sono più o meno arrotondate. Ovviamente più le particelle sono spigolose più Φ sarà elevato (Fig. 5).

La taglia delle particelle. Come nel caso precedente, Φ cresce con la dimensione delle particelle;

La durezza delle particelle in relazione alla durezza del materiale abraso;

Il rinnovamento, o meno, delle particelle abrasive. Si osserva una netta diminuzione del coefficiente Φ nel caso in cui queste particelle non si rinnovino, o nel caso in cui si distaccano dalla matrice metallica.

La presenza di un lubrificante. Il flusso di un lubrificante può rimuovere l'accumulo di materiale asportato, che andrebbe a diminuire l'azione abrasiva. In aggiunta, la lubrificazione diminuisce l'attrito tra le superfici favorendo l'usura per asportazione di truciolo. (Straffelini 2015).

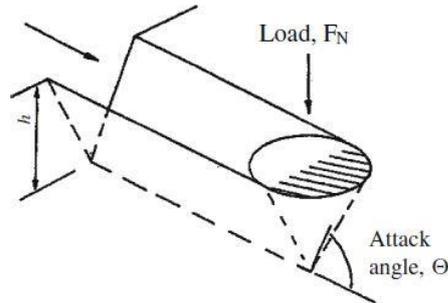


Figura 5 Schema del meccanismo di usura a due corpi. La particella dura è rappresentata come un cono con angolo di attacco θ . Immagine tratta da: "Friction and wear" Straffelini G. (2015).

3.2.5 Legge di usura di Archard

Entrando più nel dettaglio, si evidenziano alcune delle equazioni che verranno utilizzate nel modello matematico. A partire dalla legge di Archard, così definita:

$$\frac{W}{s} = k \frac{F_N}{H}$$

(13)

Si tratta di un modello fenomenologico, relazione lineare tra il volume asportato V , per una distanza di strisciamento s , un carico normale F_N e la durezza del materiale più morbido H . Una costante di proporzionalità k , il coefficiente di usura, che determina la resistenza all'usura del materiale.

3.2.6 Legge di usura di Sarkar

$$\frac{W}{s} = k \frac{F_N}{H} \sqrt{1 + 3\mu^2}$$

(14)

Una modifica della legge di Archard, per tenere in considerazione il comportamento elastico o pseudo elastico, proposta da Sarkar. L'equazione modificata mette in relazione il volume di materiale asportato e il coefficiente di attrito μ . Nonostante questa equazione sia stata introdotta per descrivere correttamente il comportamento microscopico dell'usura, essa si è rivelata piuttosto precisa nel descrivere il comportamento globale.

3.3 CURVE DI USURA

Mettendo in relazione il volume di usura, W , e la distanza di strisciamento, s , si ottengono le cosiddette curve di usura. Le curve di usura mostrano tre comportamenti tipici:

Run-in. In questa fase iniziale il tasso di usura, W_s , dato dal rapporto $\Delta W / \Delta s$, è molto elevato. Le superfici non hanno un contatto ideale e, per cui, le asperità presenti vengono smussate, in aggiunta vengono rimosse le possibili contaminazioni presenti sullo strato più esterno del materiale. Si tratta di un processo piuttosto rapido che si esaurisce in una distanza breve rispetto alla totalità della prova.

Fase 1. Esaurito il processo di run-in si entra in una fase a regime stazionario. Il tasso di usura è solitamente più basso rispetto alla fase iniziale e molto spesso si tratta dello stadio principale in cui avvengono i processi usuranti. Si tratta di una fase controllata da fenomeni di adesione, tribo-ossidazione o una combinazione dei due.

Fase 2. In alcuni casi si può assistere ad una transizione del comportamento ad usura dopo una certa distanza di strisciamento. Il tasso di usura può aumentare o può diminuire, nella Fig. 6 sono riportati degli esempi appositi. Questo comportamento è da attribuire ad un differente meccanismo di usura e può essere accompagnato da un diverso coefficiente di attrito.

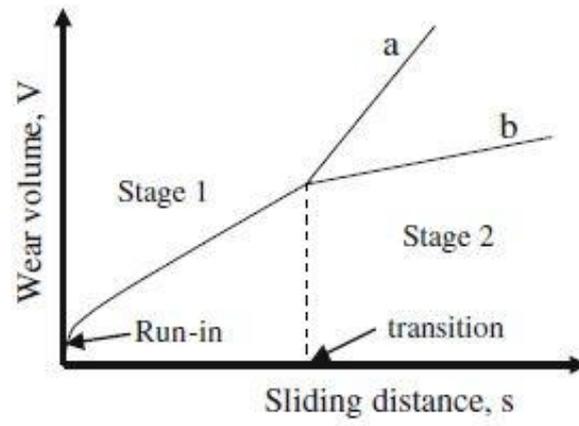


Figura 6 Tipico schema delle curve di usura da strisciamento. Immagine tratta da: "Friction and wear" Straffelini G. (2015).

4 MODELLO GIWM PER TRIBOMETRO PIN-ON-DISC

Una volta identificato il modello fisico di usura più adatto, si deve stabilire lo schema di calcolo per applicare il danneggiamento a passi discreti, ovvero il modello matematico. Si utilizza, perciò, il modello GIWM (*Global incremental wear model*) che in seguito viene descritto.

Ipotesi iniziali:

- Strisciamento unidirezionale
- Punta sferica

La stima dell'area di contatto prende in considerazione la deformazione elastica e l'usura. Dal carico normale applicato e dall'area di contatto attesa, viene poi calcolata una distribuzione di pressione lungo la superficie. In seguito, si utilizza un modello di usura per determinare l'usura dovuta ad una distanza di scorrimento prestabilita. Infine, la profondità di usura è integrata sulla lunghezza di scorrimento per ricavarne le curve caratteristiche.

Si riporta in seguito il diagramma a blocchi del metodo GIWM (Fig. 7) pensato per determinare l'usura superficiale della punta sferica (Hegadekatte, et al. 2008). In questa configurazione si fa riferimento anche alla deformazione elastica dei componenti, vedremo in seguito che, almeno inizialmente, questa ipotesi è stata trascurata nel codice.

I dati di input sono:

la pressione di contatto p , il carico normale applicato F_N , il raggio di contatto a , dovuto alla deformazione elastica e all'usura, lo spostamento totale della punta h , il raggio di curvatura della sfera R_p , la deformazione elastica h_e , la profondità di usura corrente h_w , il coefficiente di usura dimensionale $k_D = k/H$, l'intervallo della distanza di strisciamento Δs , la massima distanza di strisciamento s_{max} , il numero corrente di incrementi i e, infine, il modulo elastico equivalente E_c , calcolato come segue:

$$\frac{1}{E_c} = \frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_d^2}{E_d}$$

(15)

con i pedici p e d sono indicate le proprietà elastiche della punta e del disco.

Il punto di partenza è determinare il valore del raggio di contatto iniziale a_0 e della deformazione elastica nell'area di contatto, utilizzando la teoria di Hertz si trova:

$$a_0 = \sqrt[3]{\frac{3F_N R_p}{4E_c}}$$

(16)

Mentre per la deformazione elastica si utilizza la relazione seguente:

$$h_e^{i+1} = \frac{F_N}{2E_c a^{i+1}}$$

(17)

Dopo ogni incremento della distanza di strisciamento, il raggio di contatto corrente a^i è calcolato dalla geometria del contatto, sommando gli effetti della profondità di usura e della deformazione elastica normale alla superficie di contatto. La profondità di usura si ricava partendo dall'incremento di distanza di scorrimento con il metodo di Eulero esplicito, fino al raggiungimento della distanza massima s_{max} :

$$h_w^{i+1} = k_D p^i \Delta s^i + h_w^i$$

(18)

Il codice Matlab che è stato implementato fa riferimento ad una situazione in parte diversa.

Dapprima, la lunghezza di strisciamento totale è stata suddivisa in segmenti della lunghezza di 16 mm, ovvero la corsa dello strumento lineare alternato. Da questa grandezza è facilmente calcolabile il numero di step necessari al raggiungimento dei 1000 m previsti dalla prova.

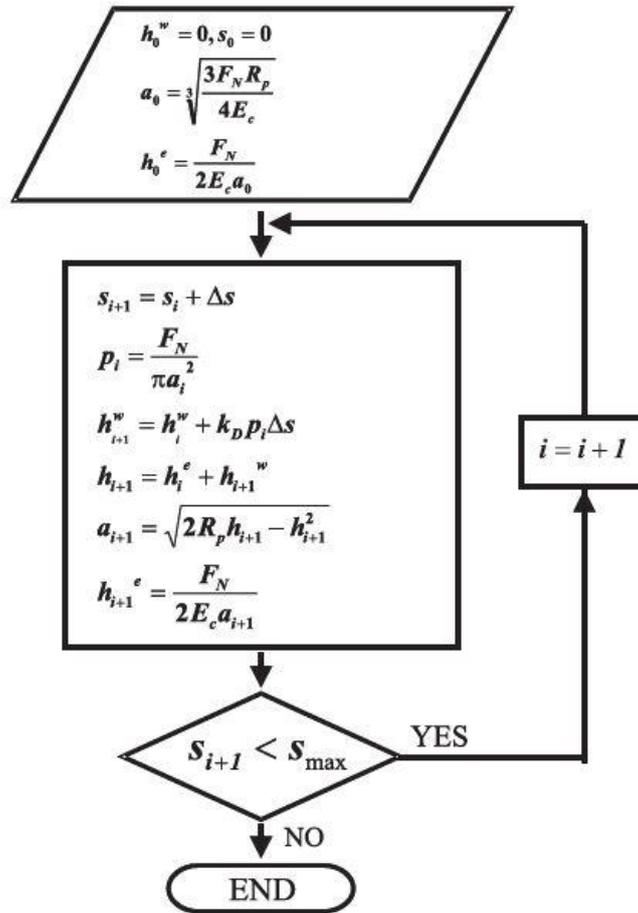


Figura 7 Schema funzionale del metodo GIWM (Hegadekotte, et al. 2008).

4.1 VOLUME DI USURA PER LA PUNTA

Nel caso in esame, si è concentrata l'attenzione su una punta sferica che appoggia su un piano. In seguito, vengono riportate le relazioni per determinare il volume di usura e la profondità di usura della sfera.

$$V_p = \frac{\pi h}{6} \left(\frac{3D^2}{4} + h^2 \right) \tag{19}$$

$$h = R - \sqrt{R^2 - \frac{D^2}{4}} \tag{20}$$

Secondo la normativa ASTM G133. Con R il raggio della punta e D il diametro della superficie di usura della sfera.

La distanza di strisciamento, s , viene calcolata come: $s = 2ML$. Con $M = N/2$, che rappresenta il numero di cicli e la lunghezza della corsa, L .

La zona di contatto tra una superficie piana ed una punta sferica è approssimata ad un'area circolare nel caso in cui l'usura si concentri solo sulla sfera o, se essa si concentra solamente sul piano di appoggio, un'area ellittica.

5 CASE STUDY

5.1 IMPLEMENTAZIONE DEL MODELLO GIWM PER PROVE PIN-ON-DISC – CASO DI USURA SOLO DEL DISCO

L'algoritmo GIWM simula in modo semplificato l'usura da prove pin-on-disc lineari alternate. Secondo questo modello l'usura del pin viene trascurata, essendo una sfera in materiale duro, e si ipotizza che tutto il danneggiamento misurato si concentri sul provino piano, di materiale più tenero. L'ampiezza di oscillazione (stroke) è indicata con l e ogni ciclo equivale a $2l$.

La simulazione viene eseguita applicando l'equazione di Archard:

$$\Delta V = kF_N \Delta s \quad (21)$$

Dove k è il coefficiente di usura dimensionale [$m^3/(mN)$], F_N la forza normale al contatto, p è la pressione media di contatto, A è l'area di contatto e Δs è l'incremento di distanza percorsa.

Il coefficiente k è ricavato sperimentalmente linearizzando a tratti le curve di incremento del volume di usura rispetto alla distanza percorsa. Nel caso specifico, si sono utilizzati i valori ottenuti testando un dischetto in acciaio temprato contro una sfera in allumina di raggio $r_s=10\text{mm}$, sotto 5 N di carico applicato.

In Fig. 8 sono mostrate le rilevazioni del coefficiente dimensionale di usura ricavate a partire da una prova sperimentale in cui il sistema è rappresentato da un disco di acciaio 100Cr6 ed una sfera in allumina (Al_2O_3) indeformati.

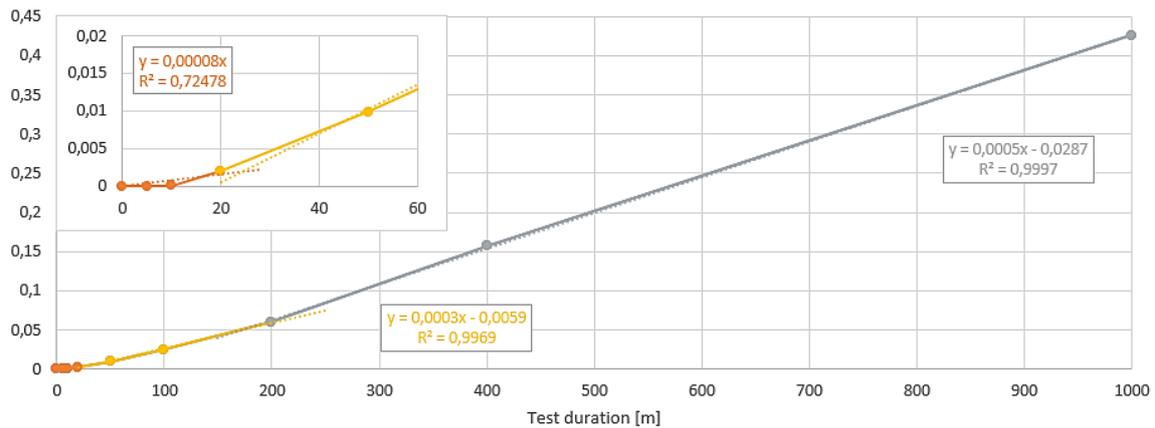


Figura 8 Risultati sperimentali del calcolo del coefficiente di usura adimensionale del disco. Si noti come vi siano tre fasi distinte di evoluzione del suddetto coefficiente (Goti 2020).

Da questo esperimento si ricavano tre coefficienti per le tre fasi di cui si compone l'usura nell'arco dei 1000 metri di strisciamento (Tab. 1):

Durata test [m]	Fase di usura	Coefficiente di usura dimensionale [m ³ /(m*N)]
0 – 23	Wear-in	$K_1=8*10^{-15}$
23 – 175	Fase I di usura	$K_2=3*10^{-14}$
175 – 1000	Stabilizzazione in fase II di usura	$K_3=5*10^{-14}$

Tabella 1 Tabella riassuntiva dei coefficienti di usura dimensionale nelle tre fasi distinte di usura.

In virtù della simmetria del problema e di come i coefficienti k sono ricavati dai dati sperimentali, il problema dell'usura può essere ridotto da 3D a 2D. In una prova pin-on-disc lineare alternata ogni volume di usura V può essere considerato come un prisma retto, con base pari alla sezione trasversale media della traccia di usura A_w ed altezza pari alla lunghezza di strisciamento Δs che ha prodotto quel volume.

La legge di Archard può essere quindi scritta come:

$$\frac{\Delta V}{\Delta s} = \Delta A_w = k F_N$$

(22)

Questa legge empirica, per sua natura, descrive la quantità di materiale asportato complessivamente al contatto, sotto un certo carico applicato e per via di un certo strisciamento Δs , senza dare informazioni sulla distribuzione spaziale di tale materiale asportato all'interfaccia di usura. Bisogna quindi introdurre un'ipotesi arbitraria su come il materiale viene asportato: l'ipotesi avanzata è di traccia di usura con profilo ad arco di cerchio a completo recupero delle deformazioni elastiche, come mostrato in Fig. 9.

Consideriamo il calcolo dell'area di un segmento di cerchio:

$$\begin{cases} A_w = \frac{1}{2} r^2 (2\vartheta - \text{sen}2\vartheta) \\ r = \frac{d}{2} \frac{1}{\text{sen}\vartheta} \end{cases}$$

(23)

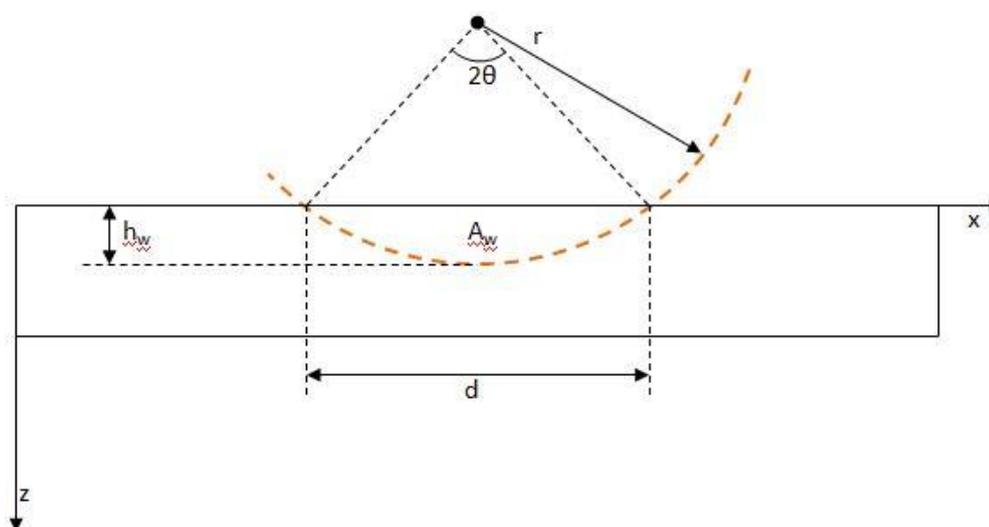


Figura 9 Rappresentazione schematica del modello utilizzato.

Il sistema è di 2 equazioni in 3 incognite d, r, ϑ (A_w è nota con Archard): occorre identificare una delle 3 incognite in modo più o meno arbitrario per risolvere. Sostituendo:

$$A_w = \frac{1}{2} \frac{d^2}{4} \frac{1}{\text{sen}^2 \vartheta} (2\vartheta - \text{sen} 2\vartheta) \quad (24)$$

Sviluppo di Taylor al 2° ordine (Goti 2020): $\text{sen}(\varphi) \approx \varphi - \varphi^3/6 + o(\varphi^5)$ (25)

Si ottiene:

$$\frac{6A_w}{d^2} \left(1 + \frac{\vartheta^4}{36} - \frac{\vartheta^2}{3} \right) - \vartheta = 0 \quad (26)$$

Imposto il valore di d , l'equazione in ϑ ha 2 soluzioni complesse e 2 reali, di cui una positiva e una negativa. Esiste dunque un'unica soluzione accettabile dal punto di vista fisico. Nota ϑ è possibile calcolare il raggio r della pista di usura, la profondità della traccia di usura e la lunghezza dell'arco:

$$h_w = r(1 - \cos \vartheta) \quad (27)$$

$$\text{arc} = 2r\vartheta \quad (28)$$

Il codice applica iterativamente la legge di usura considerando un passo di iterazione $\Delta s = l$, pari a mezzo ciclo (stroke) del moto oscillatorio del pin sul campione piano. L'usura viene descritta in modo discretizzato: si ipotizza che ad ogni passo di iterazione (durante lo stroke) la forma della traccia di usura e la condizione di contatto non varino, per poi essere aggiornati solo a fine corsa, ovvero all'inizio dell'iterazione successiva, come mostrato in Fig. 10.

$$\begin{cases} A_w^i = \Delta A_w^i + A_w^{i-1} = \frac{1}{2} r^{i2} (2\vartheta^i - \text{sen} 2\vartheta^i) \\ r^i = \frac{d^i}{2} \frac{1}{\text{sen} \vartheta^i} \end{cases} \quad (29)$$

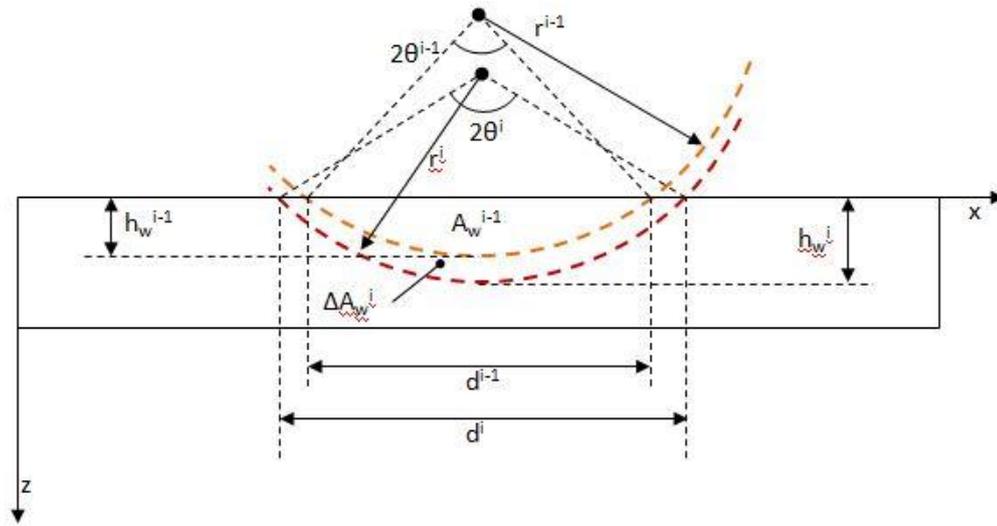


Figura 10 Rappresentazione schematica del modello utilizzato, si evidenziano due iterazioni successive.

In questa versione del codice si è scelto di imporre il valore di d^i ad ogni iterazione, altrimenti ad ogni valore A_w^i possono corrispondere infinite combinazioni di ϑ^i , d^i e r^i .

La grandezza d (larghezza della traccia di usura) è stimata alla prima iterazione mediante la teoria del contatto elastico di Hertz per la geometria di contatto sfera-piano: si assume cioè che laddove esiste pressione di contatto esiste usura. Per questo calcolo si utilizzano le formule seguenti (Meerkamm 2014), dove a è il semiasse maggiore dell'ellisse di contatto:

$$d^i = 2a_{sfera-piano} \tag{30}$$

Dalla seconda iterazione, d viene identificato con il doppio del semiasse maggiore dell'impronta di contatto ellittica tra una sfera e un solco cilindrico (la pista di usura). Si considera che il solco cilindrico abbia raggio pari al raggio della pista di usura all'iterazione precedente ed il calcolo è eseguito con una funzione basata sulle formule di approssimazione di Hamrock et al. degli integrali ellittici.

$$d^i = 2a^{i-1} \tag{31}$$

Bisogna notare che a stretto rigore la teoria di Hertz non potrebbe essere applicata: nel calcolo vengono considerati il raggio della sfera (r_s) e il raggio della pista di usura (r), tuttavia

il provino usurato non potrebbe essere descritto come un semi-spazio elastico con profilo di raggio r nell'intorno della regione di contatto. I bordi della traccia di usura introducono una discontinuità con brusca variazione di profilo da circolare ad orizzontale che la teoria di Hertz non contempla. Per via di questa discontinuità, le formule di Hertz predicono che il contatto tra la sfera e la traccia di usura avvenga anche fuori dalla traccia di usura stessa, condizione chiaramente inverosimile dal punto di vista fisico, ma che può essere sfruttata per posizionare i limiti della traccia di usura nell'interazione successiva.

Al progredire dell'usura aumenta la curvatura del profilo della traccia di usura. Questo porta le formule di Hertz a predire che il contatto tra sfera e provino si estenda molto al di fuori del solco cilindrico e al limite di $r \rightarrow r_s$ si avrebbe che $a \rightarrow r_s$. Questa condizione sarebbe del tutto irrealistica, perciò bisogna imporre un valore massimo che può assumere la larghezza della traccia di usura ad ogni iterazione. Nella presente versione del codice viene avanzata l'ipotesi arbitraria che:

$$d^i < arc^{i-1} \tag{32}$$

Ovvero la larghezza della traccia di usura alla fine di una certa iterazione i non può eccedere la lunghezza dell'arco di profilo della traccia di usura all'iterazione *precedente* $i-1$.

Inoltre, la traccia di usura non può avere raggio r inferiore al raggio r_s del corpo abrasivo (sfera), per via dell'ipotesi che la sfera non si usura: $r < r_s$ non è fisicamente accettabile. La condizione limite è rappresentata da $r = r_s$, ovvero traccia di usura che si conforma al profilo della sfera, e non è risolvibile con la teoria di Hertz per contatti non conformi. Per poter risolvere la simulazione è necessario introdurre un'ulteriore condizione:

$$r \geq 1.001r_s \tag{33}$$

Se nel corso delle iterazioni questa ipotesi non venisse più rispettata, si impone che $r = r_s$ e il seguente sistema di equazioni diventa di due equazioni in due incognite (d^i, ϑ^i) . Entrambe le incognite possono quindi essere risolte analiticamente e l'ipotesi su d può essere rilasciata.

5.2 CODICE BASE

Il codice di partenza, precedentemente implementato in Matlab e sul quale si è operato il lavoro di ottimizzazione in esame, risolve un sistema di 3 equazioni in tre incognite in modo iterativo.

In seguito, le caratteristiche fisiche dei due materiali.

L'impronta di contatto iniziale è calcolata grazie alla teoria di Hertz per il caso di contatto sfera-piano:

$$a_0 = \sqrt[3]{\frac{3F_N R_p}{4E_r}}$$

(34)

Il codice poi risolve in modo iterativo, fino al raggiungimento della massima distanza di strisciamento, il sistema di 3 equazioni:

$$\begin{cases} A_w = \frac{1}{2} r^2 (2\vartheta - \text{sen}2\vartheta) \\ r = \frac{d}{2} \frac{1}{\text{sen}\vartheta} \\ \frac{6A_w}{d^2} \left(1 + \frac{\vartheta^4}{36} - \frac{\vartheta^2}{3} \right) - \vartheta = 0 \end{cases}$$

(35)

Il valore di input ad ogni passo iterativo è l'incremento di area di usura, calcolata secondo l'equazione di Archard:

$$\frac{\Delta V}{\Delta S} = \Delta A_w^i = k^i F_N$$

(36)

Da cui:

$$A_w^i = \frac{1}{2} r^{i2} (2\vartheta^i - \text{sen}2\vartheta^i) = A_w^{i-1} + \Delta A_w^i$$

(37)

Si impone un vincolo geometrico sulla pista di usura, per cui il raggio di curvatura della suddetta pista non può essere minore di quello della sfera da cui viene generato.

Dal codice originario, con le ipotesi semplificative di una pista di usura a traccia circolare e senza considerare il volume di usura della punta, si possono evidenziare alcuni risultati interessanti.

Come prima grandezza di riferimento troviamo l'area trasversale simulata confrontata con i punti ricavati dall'esperimento di laboratorio, riportata in Fig. 11. Si utilizza l'area trasversale poiché si ipotizza la forma della traccia di usura come un prisma retto, ad ogni ciclo cioè le condizioni di partenza e di arrivo sono le stesse. Questo permette di tenere sotto controllo l'andamento descritto dalla formula di Archard, a meno della lunghezza della traccia di usura.

È interessante fare notare come nella prima metà dell'esperimento i valori simulati e quelli reali abbiano una buona corrispondenza per poi divergere alla fine del test.

Si trova un valore simulato dell'area di usura asportata pari a $28746 \mu m^2$ in contrapposizione ai $24077 \mu m^2$ della prova sperimentale. Si ha un errore relativo del 24% nel caso iniziale. Come detto in precedenza, il modello interpola meglio nella prima parte di prova. Si trova, su una durata di 400 m, un valore simulato di $9996 \mu m^2$, mentre il valore sperimentale risulta essere di $9801 \mu m^2$ con uno scostamento del 2%.

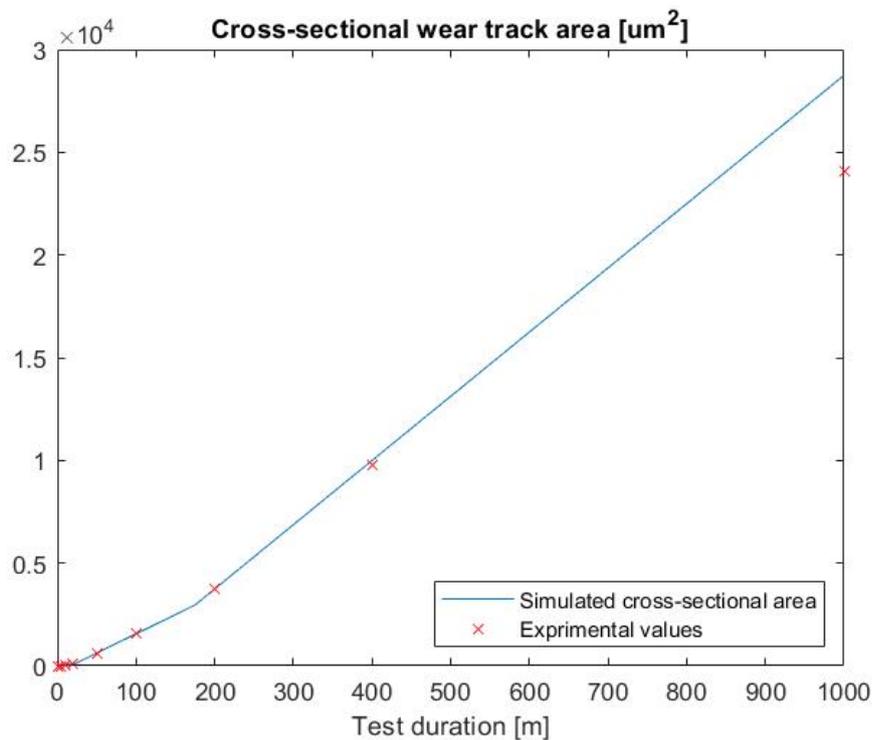


Figura 11 In blu, evoluzione dell'area totale della traccia di usura calcolata con il modello a geometria circolare. In rosso i risultati sperimentali.

Si riporta in Fig. 12 l'andamento del raggio di curvatura con il procedere della prova.

Inizialmente si ha una condizione in cui il disco è indeformato e per cui il suo raggio di curvatura tende ad infinito, con l'aumentare dello strisciamento questo valore inizia a scendere.

Si può notare dal grafico doppio logaritmico che la condizione in cui viene imposta la correzione sulle dimensioni della pista di usura arriva poco prima della decina di metri percorsi per poi conservarsi fino alla fine della prova.

È un limite che viene imposto al codice per non andare contro alla realtà fisica del problema che altrimenti non sarebbe rispettata.

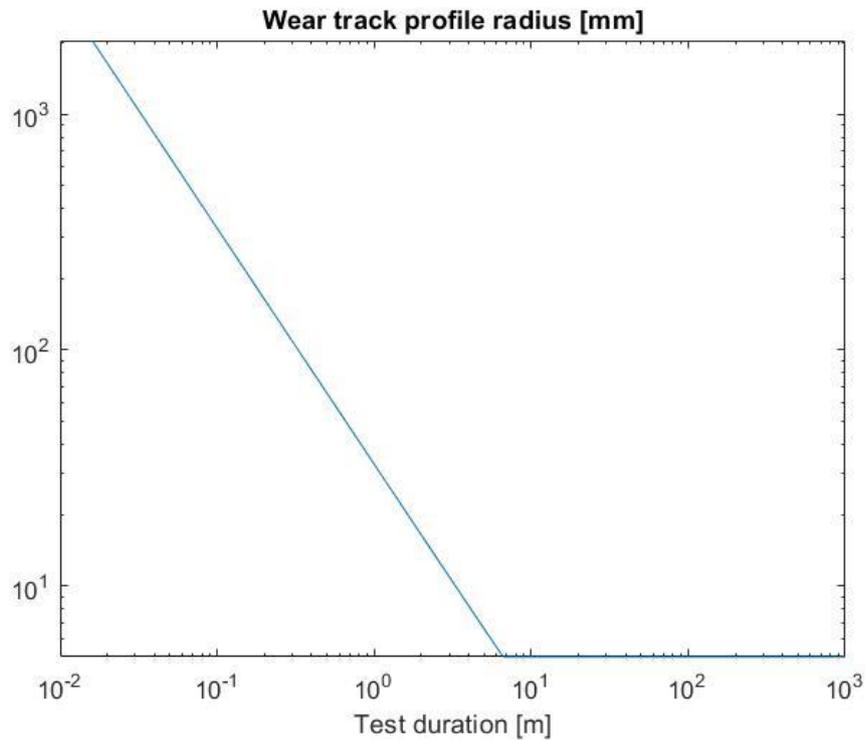


Figura 12 In blu, evoluzione della curvatura della traccia di usura calcolata con il modello a geometria circolare.

Come terzo indicatore si prende in considerazione la larghezza della traccia di usura riportata in Fig. 13.

Si possono distinguere chiaramente quattro fasi di accrescimento delle dimensioni della pista di usura. Una prima fase fino a circa 8 m in cui l'accrescimento sembra bloccato. Da qui parte la seconda fase in cui c'è un rapido aumento del diametro della pista di usura che si prolunga fino ai 23 m della prova. La terza fase ricalca la precedente ma con una pendenza maggiore e si estende fino a 175 m. Infine si trova la quarta fase di accrescimento che, come le precedenti, sembra avere l'andamento di una parabola con asse parallelo all'asse delle ascisse e presenta una pendenza minore delle due fasi che la precedono. Il comportamento differente di accrescimento della traccia di usura è imputabile alla variazione del coefficiente dimensionale di usura. Come indicato in tabella 1 si può notare che tale coefficiente varia in modo discontinuo e repentino a seconda della fase di usura in cui ci si trova.

Alla fine della prova il valore simulato della larghezza della pista di usura risulta essere di 1.19 mm contro un valore ricavato della prova sperimentale di 1.40 mm. Per la larghezza della traccia di usura dopo 1000m di strisciamento si trova dunque uno scostamento iniziale del 15%.

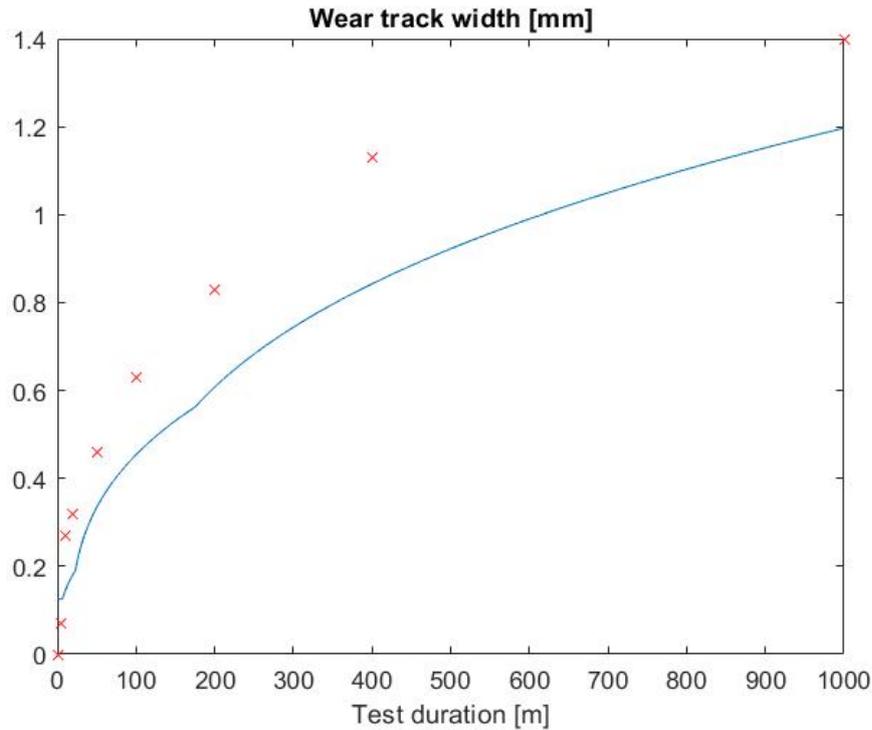


Figura 13 In blu, evoluzione della larghezza della traccia di usura calcolata con il modello a geometria circolare. In rosso i risultati sperimentali.

Come ultimo riferimento si riporta la massima profondità della traccia di usura riportata in Fig. 14.

L'andamento simulato ripercorre quello visto per l'accrescimento della larghezza della pista di usura ma in questo caso è utile far notare che le dimensioni di riferimento sono più piccole di almeno due ordini di grandezza.

Sul grafico sono riportati anche i punti sperimentali ricavati dalla prova fisica. Si può notare come la traccia simulata è ben approssimabile ai valori reali per i primi 200 m della prova mentre poi tende a divergere come evidenziato in precedenza. Si trova un valore simulato sui 400 m di 17.76 μm contro i 14.71 μm sperimentali, con un errore relativo del 20.7%. Al

termine della prova si trova un valore simulato di $35.90 \mu\text{m}$ e sperimentale di $28.75 \mu\text{m}$. Sui 1000 m di prova si ha dunque un errore relativo del 25.1%.

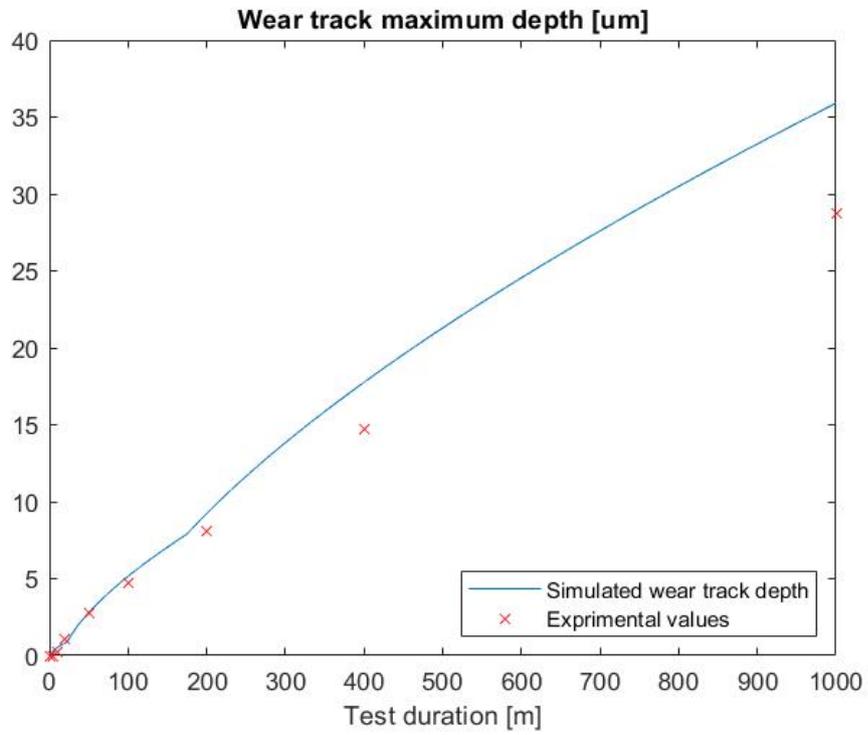


Figura 14 In blu, evoluzione della massima profondità della traccia di usura calcolata con il modello a geometria circolare. In rosso i risultati sperimentali.

6 IPOTESI CORRETTIVE

Partendo dal codice base si implementano le seguenti ipotesi correttive al codice GIWM:

- 1) Migliorare l'identificazione delle dimensioni della traccia di usura, ovvero le ipotesi su d . Il metodo utilizzato consiste nel modificare il sistema di equazioni per renderlo di 5 equazioni in 5 incognite, come segue:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_w^i = A_w^{i-1} + \Delta A_w^i = \frac{1}{2} r^{i2} (2\vartheta^i - \text{sen}2\vartheta^i) \\ r^i = \frac{d^i}{2} \frac{1}{\text{sen}\vartheta^i} \\ h_w^i = r^i (1 - \text{cos}\vartheta^i) = h_w^{i-1} + \Delta h_w^i \\ \Delta A_w^i = kF \\ \Delta h_w = kF \Delta S / \Delta S r \vartheta = kF / r \vartheta \end{array} \right.$$

(38)

In questo caso si introduce l'ipotesi che l'andamento dell'area della traccia di usura corrisponda all'andamento della sua profondità massima e che la distribuzione di pressione di contatto rimanga invariata ad ogni iterazione.

- 2) Introdurre l'ipotesi di traccia a profilo ellittico al posto che circolare, in assenza ed in presenza della precedente ipotesi migliorativa su h_w^i .
- 3) Eliminare l'ipotesi di conoscere a priori la forma della traccia di usura, applicando in modo locale la legge di Archard per dare forma alla traccia di usura per punti. Anche in questo caso si ipotizza che la distribuzione di pressione di contatto rimanga invariata ad ogni iterazione:

$$\Delta h(x) = \text{rand}(0.9 < m < 1.1) * kp(x) \Delta s$$

(39)

Si introduce inoltre un coefficiente m di dispersione statistica per simulare l'irregolarità nell'asportazione di materiale responsabile dell'aumento di rugosità all'interno della traccia.

- 4) Introdurre le variazioni di forma della sfera, ovvero la spianatura non trascurabile della sfera in materiale più duro.

6.1 RIMOZIONE DEL VINCOLO SU "D"

Lo scopo di questa prima ipotesi migliorativa è quello di trovare un'equazione aggiuntiva per chiudere il problema di partenza senza introdurre ipotesi arbitrarie sulle grandezze.

Per fare ciò si utilizza l'equazione di Archard in due forme. La prima è quella utilizzata finora, con le ipotesi fatte per la simulazione della pista di usura (non cambia forma all'interno del ciclo) si può ricondurre il volume di usura asportato ad un'area di usura:

$$\Delta A_w^i = k^i F \tag{40}$$

Da cui si trova:

$$A_w^i = A_w^{i-1} + \Delta A_w^i \tag{41}$$

Come seconda forma dell'equazione di Archard invece, si pone l'attenzione ad una grandezza lineare riconducibile alla profondità della pista di usura:

$$\Delta h_w = kF\Delta S / \Delta S r \vartheta = kF / r \vartheta \tag{42}$$

Il termine a numeratore rappresenta il volume di usura imputabile ad il singolo ciclo, mentre al denominatore si trova la descrizione di una porzione di una corona circolare.

Si trova in questo modo l'ultima equazione per completare il set che descrive il sistema nel caso di questa prima ipotesi migliorativa:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_w^i = \frac{1}{2} r^{i2} (2\vartheta^i - \text{sen}2\vartheta^i) = A_w^{i-1} + \Delta A_w^i \\ \Delta A_w^i = k^i F \\ r^i = \frac{d^i}{2} \frac{1}{\text{sin}\vartheta^i} \\ h_w^i = r^i (1 - \text{cos}\vartheta) = h_w^{i-1} + \Delta h_w^i \\ \Delta h_w^i = k^i F \Delta S / \Delta S r^i \vartheta^i = k^i F / r^i \vartheta^i \end{array} \right. \quad (43)$$

Questo perché l'equazione di Archard può essere anche elaborata come segue:

$$\frac{\Delta V}{A} = k \frac{F_N}{A} \Delta s = k \bar{p}_l \Delta s \quad (44)$$

Con A^i :

$$A^i = r^i \vartheta^i \quad (45)$$

Ad indicare una porzione ϑ^i di una corona circolare descritta dal raggio r^i

Da cui si ricava la pressione media distribuita \bar{p}_l :

$$\bar{p}_l = \frac{F_N}{r^i \vartheta^i} \quad (46)$$

Si è provato dapprima a risolvere il sistema analiticamente, per poi passare ad una soluzione numerica attraverso il calcolatore di Matlab. In entrambi i casi non è stato possibile ricavare delle soluzioni al sistema.

6.2 PROFILO ELLITTICO DELLA TRACCIA DI USURA

Dai grafici ricavati con il codice di partenza si nota che vi sia una piccola sovrastima della quota di affondamento, specie per distanze di strisciamento elevate. Per questo si è pensato ad una diversa formulazione della geometria imposta della traccia di usura ovvero un'ellisse con asse maggiore parallelo all'asse delle ascisse.

La porzione dell'area interessata sarà la sola metà inferiore dell'ellisse, la formulazione del problema viene rivista nel seguente modo:

Area di una semiellisse:

$$A_w^i = \frac{1}{2} \pi a^i b^i \quad (47)$$

In questo modo vengono introdotte due nuove quantità, a^i che rappresenta il semiasse maggiore dell'ellisse e b^i per rappresentare il semiasse minore, serve per cui una nuova equazione che leghi queste quantità ed avere un sistema chiuso e risolvibile.

A tale scopo è utile definire il grado di eccentricità dell'ellisse ε definito da:

$$\varepsilon = \frac{c}{a} \quad (48)$$

Con c semi distanza focale ricavata come: $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

(49)

In questo caso abbiamo un set di 4 equazioni per risolvere le 4 incognite del problema, di seguito il sistema utilizzato nella sezione dedicata del codice:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_w^i = \frac{1}{2} \pi a^i b^i = A_w^{i-1} + \Delta A_w^i \\ \Delta A_w^i = k^i F \\ c^i = \sqrt{a^{i2} - b^{i2}} \\ e = \frac{c^i}{a^i} \end{array} \right.$$

(50)

Come fatto in precedenza si presentano i grafici con i risultati ottenuti.

Il grado di eccentricità è imposto all'inizio della simulazione e si è trovato che i coefficienti per cui il codice risponde meglio sono molto prossimi a 1, rappresentante il caso di una circonferenza. I risultati esposti sono calcolati con un valore di eccentricità pari a 0.995.

Come fatto per il caso di profilo ad arco circolare si pone una condizione massima sulla curvatura del disco, ovvero non può risultare inferiore al valore del diametro della sfera da cui viene generata.

Il primo grafico di interesse rappresenta la grandezza di input del nostro codice numerico, ovvero l'area di usura asportata e l'evoluzione della sua storia (Fig. 15).

Nel codice per la simulazione della traccia di usura a profilo ellittico viene rappresentata l'area di una semiellisse con l'asse maggiore parallelo all'asse delle ascisse: $A_w^i = \frac{1}{2}\pi a^i b^i$.

Come nel caso precedente, si evidenzia una buona interpolazione dei risultati sperimentali da parte del codice di calcolo per la prima metà della prova. Sulle grandi distanze di strisciamento il modello matematico sovrastima l'area di usura presente sul disco. Questo comportamento è imputabile all'usura della sfera che si sta trascurando. In questa condizione si trova un valore della traccia d'usura simulato pari a $28746 \mu m^2$ ed un errore relativo del 19.4%, in miglioramento rispetto al caso iniziale pari a 24%.

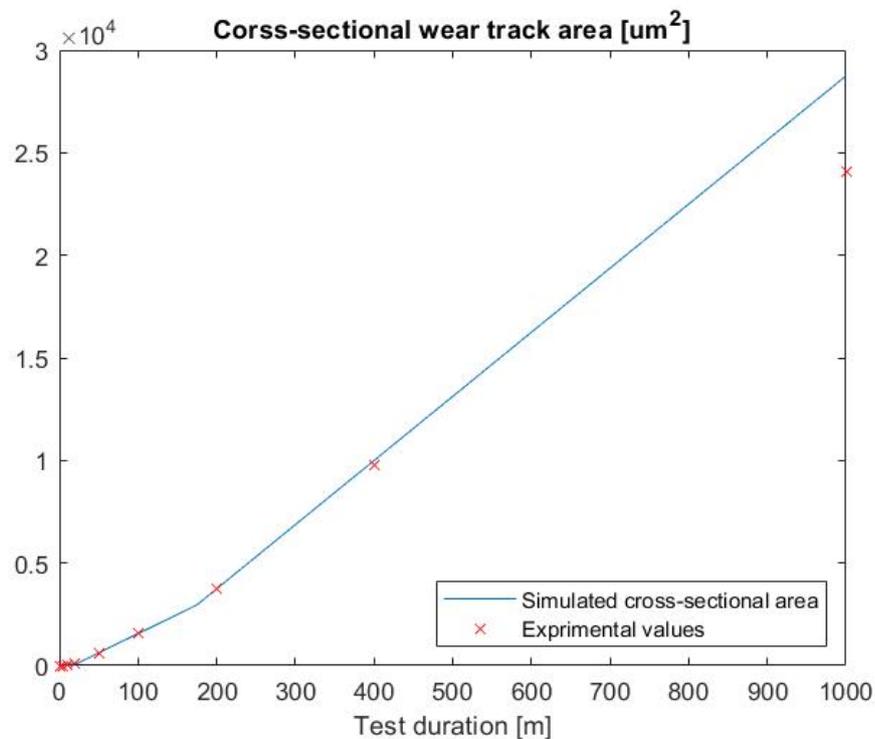


Figura 15 In blu, evoluzione dell'area totale della traccia di usura calcolata con il modello a geometria ellittica. In rosso i risultati sperimentali.

Nel codice per la simulazione della pista di usura a profilo ellittico la larghezza della traccia di usura viene indicata come due volte il semiasse maggiore a . Per cui, quella grandezza che in precedenza veniva rappresentata con d ora risulta: $d^i = 2a^i$.

Nel caso rappresentato si notano due migliorie rispetto al caso precedente. La prima è una rappresentazione più veritiera nella zona iniziale della prova, ovvero una larghezza della traccia di usura che parte dallo zero piuttosto che da un valore non nullo come in precedenza. Il fenomeno è imputabile al fatto che in precedenza si utilizzava come valore di primo tentativo il diametro della zona iniziale di contatto.

La seconda miglioria è nella zona finale della prova, dove si raggiunge, per 1000 m di prova, un valore della larghezza della traccia di usura pari a 1,28 mm, superiore del precedente modello del 7,5%. Tuttavia, si noti come il valore sperimentale si trova a 1,4 mm con un errore relativo del 9,5%. L'incremento della larghezza della traccia di usura aiuta ad avere una descrizione migliore dell'affondamento totale della traccia di usura.

Come in precedenza si è imposto che la larghezza della traccia di usura non ecceda il valore del raggio della sfera da cui è generata. Contemporaneamente la curvatura di tale traccia non può risultare minore di quella della sfera.

Si presentano in Fig.16 i risultati della larghezza della traccia d'usura.

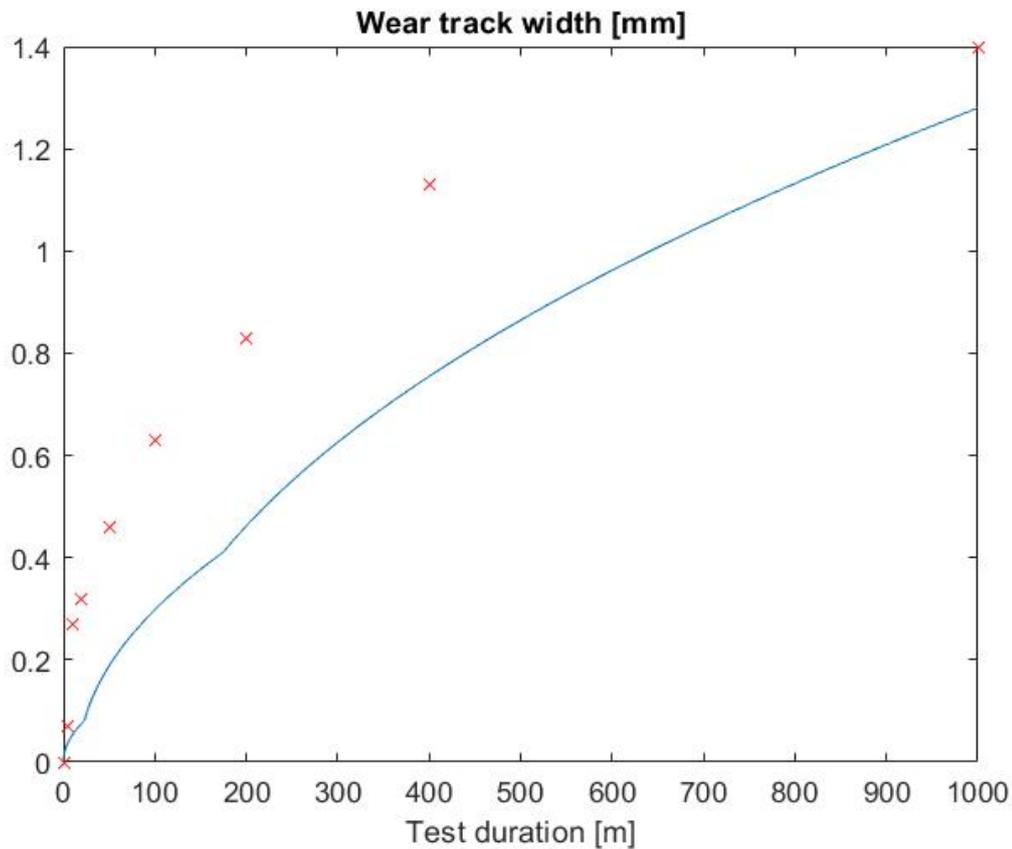


Figura 16 In blu, evoluzione della larghezza della traccia di usura calcolata con il modello a geometria ellittica. In rosso i risultati sperimentali.

Infine, si riporta l'evoluzione della profondità totale della pista di usura in Fig. 17.

Nel codice per la simulazione della pista di usura a profilo ellittico l'affondamento della traccia di usura viene indicato come il semiasse minore b . Per cui, quella grandezza che in precedenza veniva rappresentata con h_w ora risulta: $h_w^i = b^i$.

Come preventivato dall'evoluzione della traccia di usura si nota un comportamento migliorato nella zona finale della prova, con il valore simulato che si sovrappone molto bene al valore sperimentale in rosso; questo fenomeno è dovuto alla nuova geometria della traccia di usura che risulta "spianata" rispetto al caso precedente, per cui leggermente più larga e meno accentuata nella zona di affondamento massimo.

Di contro, si nota come i valori simulati per durate della prova intermedie risultino di poco sovrastimati, questo fatto suggerisce che il modello utilizzato sia da privilegiare per lunghezze di strisciamento elevate.

Anche in questo caso si ha un netto miglioramento con un valore simulato di $28641 \mu m^2$ ed un errore inferiore all'1%.

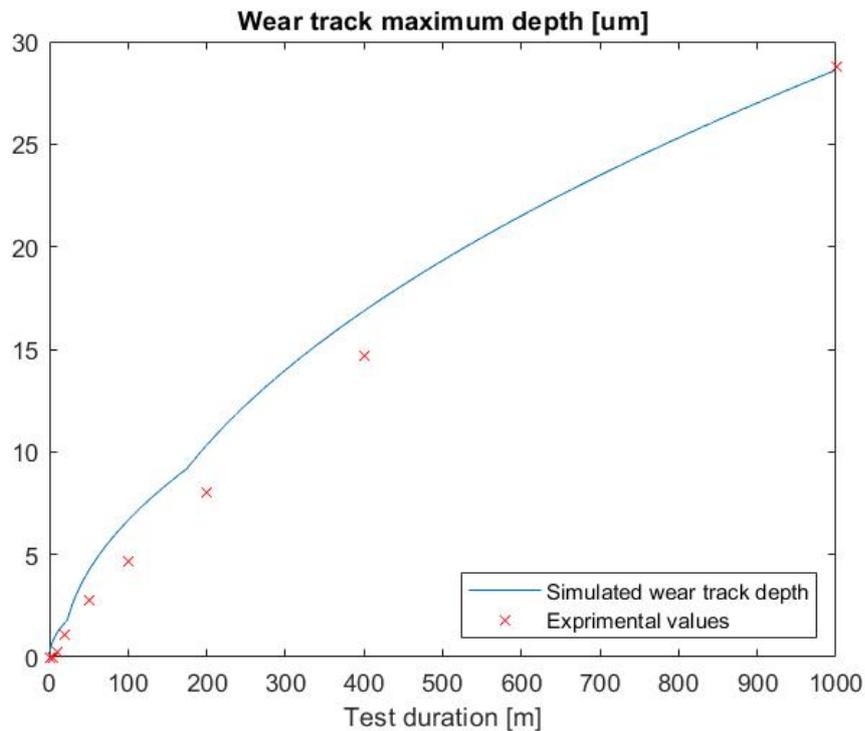


Figura 17 In blu, evoluzione della massima profondità della traccia di usura calcolata con il modello a geometria ellittica. In rosso i risultati sperimentali.

6.3 LEGGE DI ARCHARD APPLICATA IN MODO LOCALE

Ai fini di migliorare l'accuratezza del modello, si propone una formulazione del problema che va ad applicare la legge di usura formulata da Archard in modo locale.

Le equazioni di partenza del sistema sono quelle utilizzate nel modello di partenza, ovvero la traccia imposta a profilo circolare, per una questione di semplicità e velocità di esecuzione del modello. Si noti l'introduzione di un coefficiente m , compreso tra 0.9 e 1.1, per simulare l'aleatorietà del problema.

Di seguito, le equazioni dedicate alla simulazione della legge di Archard applicate in locale:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_w^i = \frac{1}{2} r^{i2} (2\vartheta^i - \text{sen}2\vartheta^i) = A_w^{i-1} + \Delta A_w^i \\ r^i = \frac{d^i}{2} \frac{1}{\text{sen}\vartheta^i} \\ \frac{6A_w^i}{d^{i2}} \left(1 + \frac{\vartheta^{i4}}{36} - \frac{\vartheta^{i2}}{3} \right) - \vartheta^i = 0 \\ \Delta A_w^i = k^i F_N m^i \end{array} \right.$$

(51)

In questo caso però si suddivide la traccia di usura in più settori, ognuno con la sua evoluzione, i cui risultati vengono condensati nella mezzeria del settore di riferimento.

Più nel dettaglio la struttura del codice, in questa sezione il modello matematico si compone di due parti.

La prima, quella che rappresenta il codice portante, ovvero un modello simile a quello utilizzato nel codice di partenza per ricavare la geometria macroscopica del problema, come affondamento massimo h_w e dimensioni massime della traccia di usura d .

Dal codice portante si ricavano dei settori di grandezza imposta, ognuno dei quali evolverà nel tempo senza influenzare il comportamento degli altri settori. Questa volta si ha l'introduzione di un coefficiente randomico m per simulare l'aleatorietà del problema.

In partenza, si simula l'evoluzione che per primo subisce il carico del sistema, ovvero il settore che racchiude al suo interno l'area di contatto iniziale tra sfera e disco. Per chiarezza esplicativa il settore centrale viene rinominato settore 0. Nel settore in questione il contatto è garantito per l'intera durata della prova, l'evoluzione dunque avverrà per un numero di cicli pari a N_{TOT} .

In seguito, dal codice portante, si ricava l'indicazione circa la larghezza della traccia di usura.

Essa è la grandezza che viene utilizzata come riferimento per l'inizio della simulazione dei settori successivi al primo.

Quando la larghezza della traccia di usura è tale da entrare nell'area imputabile al settore adiacente a quello centrale inizia il calcolo di tale settore, che per maggiore chiarezza chiameremo 1.

Il settore 1 simula i cicli a partire da quando è stato "acceso", per cui il suo numero di cicli di evoluzione è pari a:

$$N_1 = N_{TOT} - N_{01} \quad (52)$$

Con N_{tot} numero totale di cicli della prova e N_{01} numero in cui viene attivato il settore 1.

A questo punto nuovamente dalla geometria macroscopica si ricava il ciclo in cui si passa ad avere una larghezza della traccia di usura tale per cui è affetto anche il terzo settore dalla presenza del carico e il codice prosegue come descritto in precedenza fino al raggiungimento del termine della durata di strisciamento prefissata.

In questa sezione è interessante andare a valutare la geometria finale della traccia di usura. Per fare ciò la quota parte imputabile ad ogni settore viene condensata in un punto rappresentante la quota massima di affondamento raggiunta dal settore stesso. In questo modo risulta possibile avere i risultati su un singolo grafico che ben rappresenta la situazione finale della traccia di usura del disco come mostrato in Fig. 18.

Si può notare che la curva non è più liscia ma rappresentata da una spezzata, questo è imputabile al coefficiente di dispersione m che permette ad ogni punto della pista di usura di avere la sua evoluzione randomica rispetto ai punti adiacenti. Sebbene l'effetto sia visibile non è così marcato come ci si poteva aspettare.

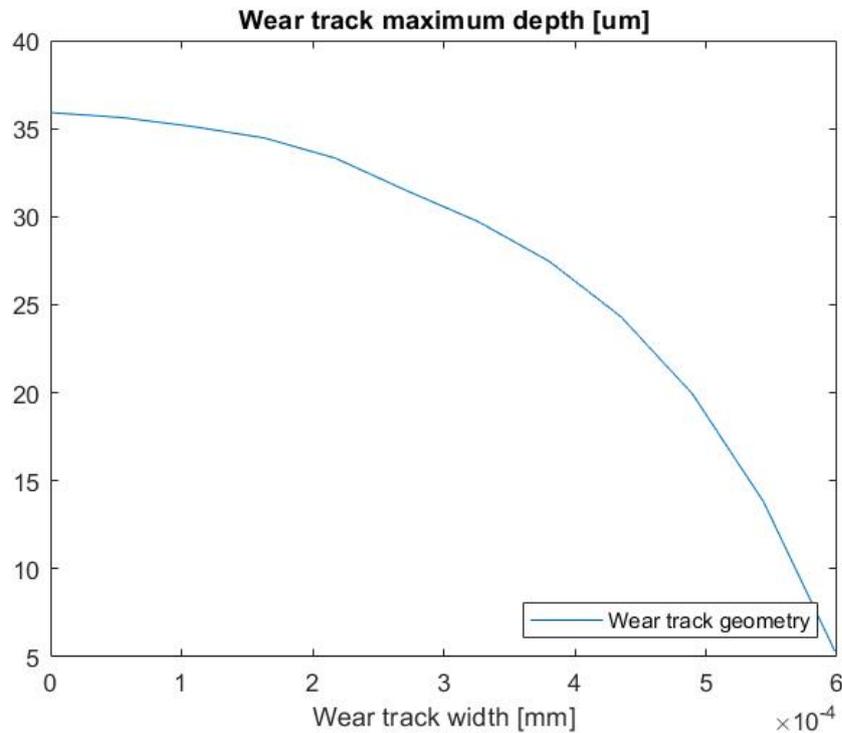


Figura 18 Rappresentazione della geometria finale della traccia d'usura calcolata con l'applicazione della legge di Archard in modo locale.

6.4 INFLUENZA DELLA SFERA SULLA PISTA DI USURA

6.4.1 Calcolo del volume di usura sulla sfera

Il calcolo dell'usura sulla sfera si basa sulla stesura di un codice aggiuntivo, reso necessario dal fatto che la geometria del volume asportato per usura sulla sfera non è ricavabile dai codici utilizzati finora.

Per prima cosa si aggiornano le caratteristiche del materiale: la sfera è fatta in Allumina (Al_2O_3) e presenta un coefficiente di usura adimensionale k_{pin} di molto inferiore a quello del disco in acciaio con un valore che oscilla tra 10^{-15} e 10^{-16} , valore ricavato dalla letteratura. Vengono aggiornati anche il modulo elastico ed il coefficiente di Poisson del materiale, rispettivamente pari a $E_{pin} = 390 \text{ GPa}$ e $\nu_{pin} = 0,26$.

Si riporta ora il calcolo effettivo del volume di usura: esso è assimilabile ad una calotta sferica che viene asportata dalla sfera in allumina, il che porta ad avere una sfera spianata nella zona di contatto.

L'impronta iniziale della superficie di contatto è valutata a partire dalla teoria di Hertz per il caso sfera-piano con la formula:

$$a_0 = \sqrt[3]{\frac{3F_N R_p}{4E_r}} \quad (53)$$

In seguito, vengono calcolate le grandezze in gioco nel sistema e risolte con il metodo di Eulero esplicito fino al raggiungimento della massima lunghezza di strisciamento s_{max} :

$$\begin{cases} p^i = \frac{F_N}{\pi a^{i2}} \\ h_w^{i+1} = h_w^i + k_D p^i \Delta s \\ a^{i+1} = \sqrt{2R_p h_w^{i+1} - h_{(w)}^{i+1}{}^2} \end{cases} \quad (54)$$

Con a raggio della calotta sferica, p pressione di contatto, h_w altezza della calotta sferica, R_p raggio della sfera e k_D coefficiente di usura dimensionale della sfera.

Il codice lavora in parallelo al codice visto nel paragrafo precedente: anche in questo caso abbiamo un codice portante per ricavare la geometria e la forma macroscopica del sistema ed un secondo codice per analizzare ciò che avviene da un punto di vista puntuale.

Come fatto per il disco, anche la sfera viene suddivisa in settori della stessa grandezza dei precedenti. In questo modo si possono confrontare i due volumi di usura nel medesimo punto ed avere così l'interazione sfera-disco. Più precisamente si ricava dal codice di calcolo per l'usura del pin la quota parte di usura che va a spianare la sfera e che quindi non può essere imputata a danneggiare il disco. Si ha in questo modo una redistribuzione del volume di usura che si sposta così dal centro del primo contatto verso la zona più esterna della traccia di usura.

6.4.2 Risultati dell'interazione sfera e disco

Si nota dal grafico (Fig. 19) dell'evoluzione dell'area asportata per strisciamento che l'azione congiunta della sfera e del disco tende a sovrastimare leggermente il valore finale di area di usura. Un trend molto leggero che comunque non inficia la bontà del modello utilizzato.

La grandezza mostrata è l'evoluzione dell'area di usura:

$$A_w^i = A_w^{i-1} + \Delta A_w^i \quad (55)$$

Con ΔA_w^i dato da:

$$\Delta A_w^i = k^i F_N \quad (56)$$

Questo fenomeno però suggerisce che, per durate della prova elevate, entrino in gioco molteplici fattori responsabili dell'usura tra due corpi a contatto e spesso non facilmente quantificabili.

Il risultato su 1000 m di strisciamento è pari a $29876 \mu m^2$ con un errore rispetto al valore sperimentale del 24%. In leggero aumento rispetto al caso iniziale.

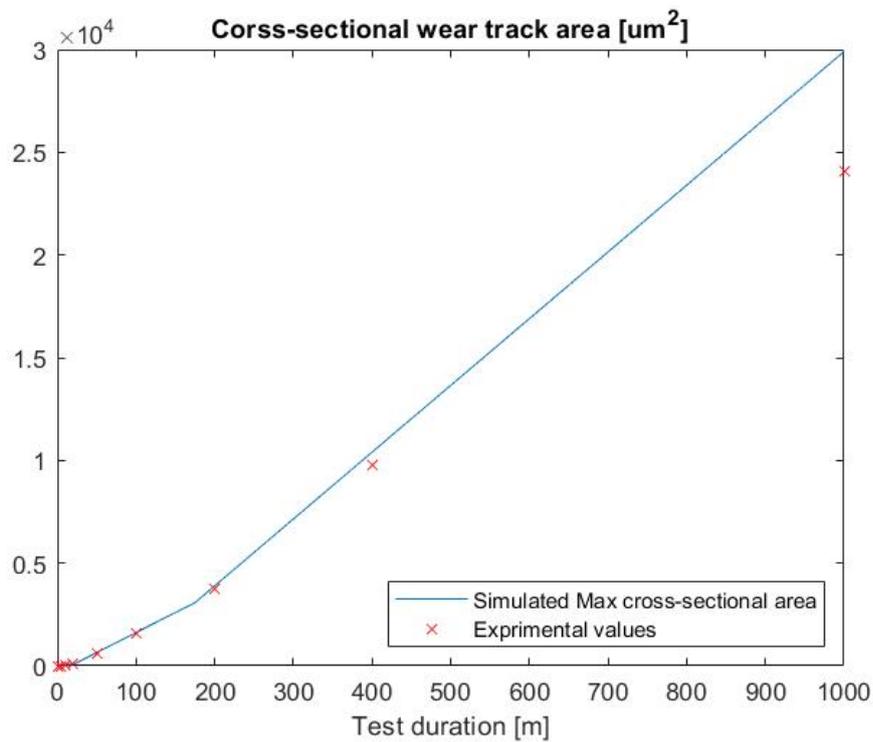


Figura 19 In blu, evoluzione dell'area totale della traccia di usura calcolata nel caso in cui ci sia interazione tra l'usura del disco e quella della sfera. In rosso i risultati sperimentali.

Un'altra grandezza d'interesse è la larghezza della traccia di usura, utile per andare a definire le dimensioni massime del problema.

Nella Fig. 20 si può notare come l'interazione dei due contributi non impatti molto sulla larghezza della zona di usura: la sua evoluzione ed il risultato finale sono in linea con i valori attesi. Si trova, per 1000 m di strisciamento un valore simulato di 1.2 mm contro i 1.4 mm della prova sperimentale.

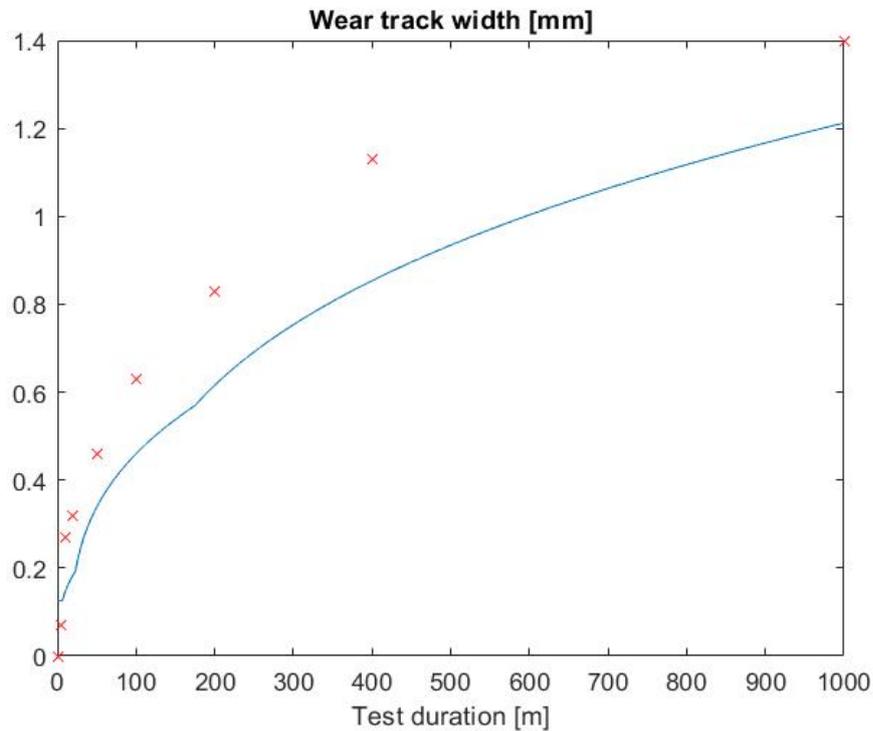


Figura 20 In blu, evoluzione della larghezza della traccia di usura calcolata nel caso in cui ci sia interazione tra l'usura del disco e quella della sfera. In rosso i risultati sperimentali.

Di maggiore interesse è la profondità massima della traccia dovuta all'usura del disco Fig. 21.

In questo caso i valori risultano leggermente superiori a quelli attesi per durate della prova elevate, il che suggerisce nuovamente che vi siano fattori che non vengono presi in considerazione con il modello utilizzato per il calcolo, ponendo quindi un limite al sistema utilizzato.

Sul finale della prova abbiamo un errore del 28.2% che sicuramente può essere migliorato ma in prima battuta è un valore buono se si prende in considerazione la aleatorietà del problema.

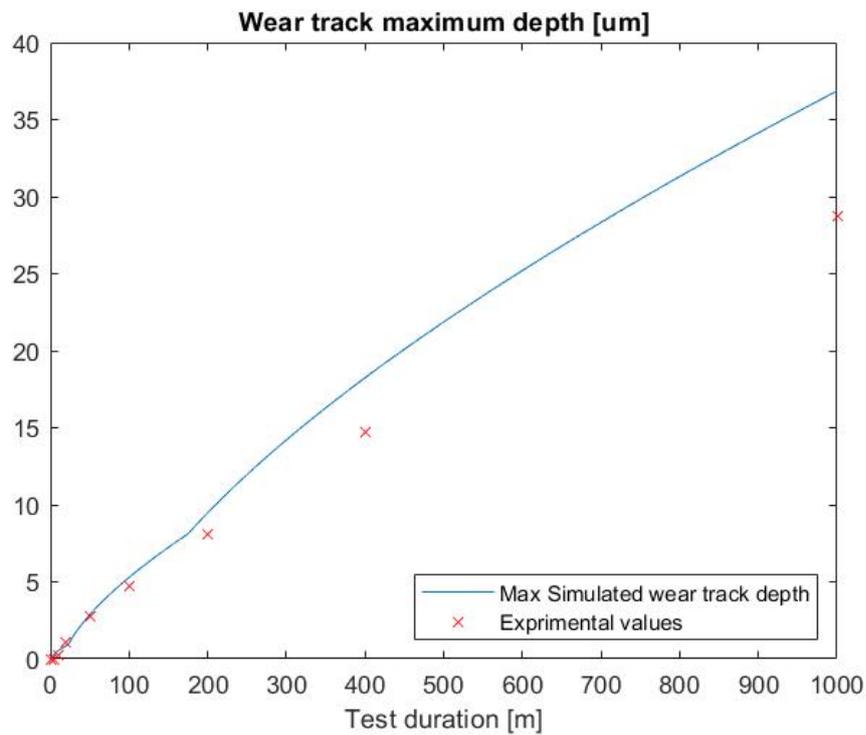


Figura 21 In blu, evoluzione della massima profondità della traccia di usura calcolata nel caso in cui ci sia interazione tra l'usura del disco e quella della sfera. In rosso i risultati sperimentali.

Infine, si mostra la geometria finale calcolata dal modello sfera e disco riportata in Fig. 22.

Come nel caso del solo disco si nota che la curva in questo caso risulti una spezzata, nata dall'interpolazione di tutti i valori ricavati dai singoli settori.

Lo "spianamento" nella zona centrale, ovvero quella del massimo, risulta poco accentuato. Questo è dovuto al coefficiente di usura per la sfera che è di almeno due ordini di grandezza inferiore a quello del disco e che quindi influisce poco sul risultato finale.

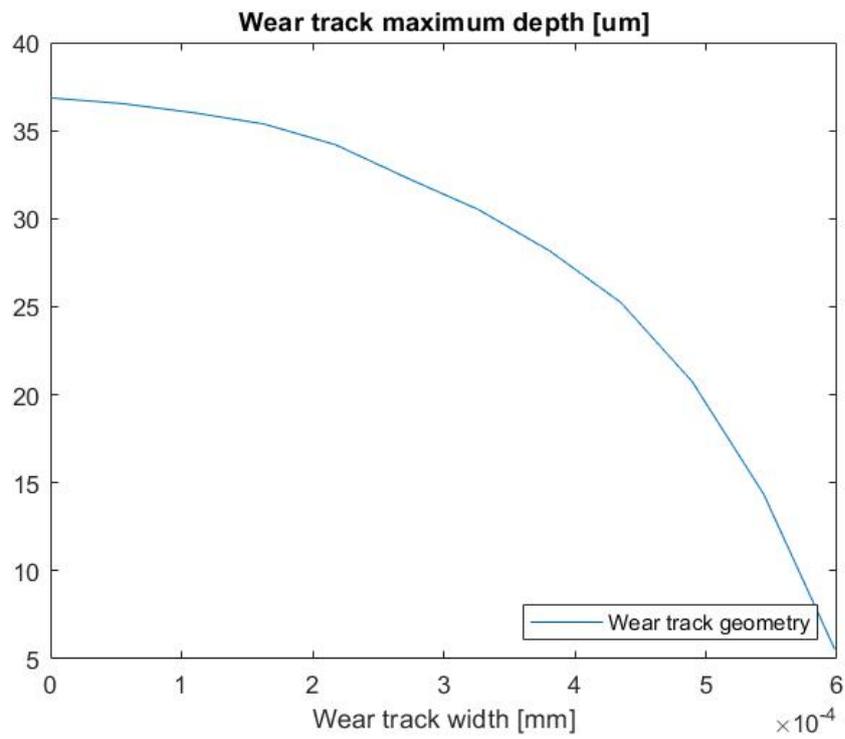


Figura 22 Geometria di metà traccia di usura calcolata nel caso in cui ci sia interazione tra l'usura del disco e quella della sfera.

7 CONCLUSIONI

Il punto di partenza di questo studio prende in considerazione un modello a geometria circolare imposta per descrivere la traccia di usura del disco. Con il presente lavoro si è implementato il suddetto modello introducendo dapprima una geometria ellittica. Successivamente è stato introdotto il coefficiente di aleatorietà a livello locale permettendo così di superare il limite di avere una traccia geometrica imposta e ideale.

Si è dimostrato che tali modelli mantengono una accuratezza prossima al modello di partenza, sebbene siano sovrastimati i risultati sperimentali. È necessario, tuttavia notare che queste due ipotesi non apportano un miglioramento sostanziale dell'accuratezza rispetto al caso di partenza, almeno per durate del test superiori a 500 m.

Nei precedenti studi, per modellare in maniera univoca la geometria della pista di usura circolare, si è reso necessario imporre un vincolo geometrico sulla larghezza pista d'usura, per cui il raggio di curvatura della suddetta pista non può essere minore di quello della sfera da cui viene generato. In questo lavoro si tentato di rimuovere questo vincolo, tuttavia i metodi utilizzati non hanno portato ad alcuna soluzione.

Infine, lo studio ha preso in considerazione non solo il caso di usura del disco, ma anche il caso dell'usura congiunta dei due corpi (disco + sfera) al fine di avere dei risultati che ripercorrono più fedelmente quelli sperimentali. L'usura della sfera è stata modellata secondo una spianatura. Inizialmente ci si attendeva che introducendo la variabile usura della sfera si riducesse l'usura del disco; tuttavia, usando il modello a spianatura si nota l'effetto contrario. Si propone quindi di usare un secondo modello, ipotizzando di usare una geometria ellittica per simulare l'usura della sfera. Ciò può essere implementato legando il grado di eccentricità ad una dimensione lineare della legge di Archard, come ad esempio la profondità di usura sulla sfera.

BIBLIOGRAFIA

Bayer, Raymond G. *Mechanical Wear Fundamentals and Testing*. New York: Marcel Dekker, Inc., 2004.

Goti, Edoardo. "Implementazione del modello GIWM per prove pin on disc." Torino, 2020.

Hegadekatte, V., S. Kurzenha, N. Huber, and O. Kraft. "A predictive modeling scheme for wear in tribometers." *Tribology international*. Elsevier Ltd, 2008.

Kurcharski, Stanislaw, and Mro'z Zenon. "Identification of wear process parameters in reciprocating ball-on-disc tests." *Tribology international*. Elsevier Ltd, 2010.

Meerkamm, Harald. *Schaeffler Technical pocket guide*. Herzogenaurach: Schaeffler Technologies AG & Co. KG, 2014.

Straffelini, Giovanni. *Friction and wear*. Springer International Publishing Switzerland , 2015.