

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

A.a. 2021/2022



Tesi di Laurea Magistrale

Analisi di vulnerabilità sismica di edifici storici in muratura: la basilica di S. Nicola a Tolentino

Relatore

Prof. Donato Sabia

Candidata

Claudia Montenovo

Correlatore

Ing. Antonino Quattrone

Luglio 2022

*Non si tratta di conservare il passato,
ma di realizzare le sue speranze.*
T. Adorno

Sommario

Il terremoto è un fenomeno naturale, ma i suoi effetti catastrofici dipendono da una serie di fattori prettamente umani. L'Italia è infatti un territorio ad alta sismicità ma i danni provocati dai sismi avvenuti sono tanto più gravi quanto più pensiamo al nostro patrimonio costruttivo. Chiese, torri, palazzi storici o semplicemente aggregati urbani storici caratterizzano il nostro paese ma lo rendono fragile nei confronti dei terremoti. Queste strutture hanno molti punti di debolezza intrinseci ai quali si aggiungono l'incuria del tempo, la mancata tutela da parte delle istituzioni e interventi di consolidamento realizzati con tecniche ormai superate. Tuttavia tali edifici posseggono un enorme valore storico e comunitario. Non si tratta di salvare una bellezza astratta, ma di tutelare un patrimonio diffuso che rappresenta la forma dei nostri luoghi, la nostra identità culturale e la nostra dimensione comunitaria.

Per questo motivo la moderna Ingegneria Strutturale sta focalizzando la sua attenzione sullo studio della vulnerabilità sismica degli edifici storici in muratura. La vulnerabilità è la propensione di una struttura a subire un danno di un determinato livello, a fronte di un evento sismico di una data intensità, ed esistono diversi metodi per la sua valutazione. La scelta di uno in luogo di un altro dipende essenzialmente dalla scala della valutazione e dal livello di affidabilità dei risultati che si vogliono ottenere. Sicuramente per le strutture storiche in muratura di particolari dimensioni, il procedimento oggi più utilizzato è quello dell'analisi dei cinematismi di collasso dei vari macro-elementi. Tuttavia, nel nostro caso, si è deciso di utilizzare un approccio diverso e quindi di eseguire su un modello numerico globale della costruzione le analisi strutturali, di tipo lineare e non lineare e di natura statica o dinamica.

L'edificio preso in considerazione è la basilica di San Nicola a Tolentino (MC), costruita in più secoli fin dalla fine del 1200 e pesantemente danneggiata dall'ultimo sisma che ha colpito l'Italia centrale nel 2016. La sua storia e la sua viva compresenza dei tempi le hanno garantito un importante ruolo di attrazione culturale e spirituale. In seguito all'ultimo evento sismico, il Politecnico di Torino ha portato avanti un'importante campagna di indagini per analizzare i danneggiamenti occorsi ed è anche stato installato un sistema di monitoraggio dinamico.

Dopo la fase di conoscenza preliminare della struttura è stato possibile realizzare un modello numerico agli elementi finiti nel software Midas Gen. Questo modello iniziale è stato poi migliorato tramite le tecniche di model updating, utilizzando i parametri dinamici ottenuti attraverso l'identificazione dinamica. In questo modo si sono stimate in maniera affidabile le caratteristiche meccaniche dei materiali e si sono ottenute informazioni più accurate sulle anomalie che influenzano il comportamento

strutturale. Sul modello aggiornato è stata dapprima eseguita un'analisi dinamica lineare. Si è quindi passati ad un'analisi statica non lineare (pushover). Inizialmente applicando alla struttura delle forze orizzontali proporzionali ai singoli modi di vibrare significativi e successivamente considerando il contributo di tutti i modi attraverso un'analisi pushover multimodale. In conclusione, si può affermare che l'analisi globale della basilica di Tolentino ha portato a risultati soddisfacenti per comprendere il comportamento d'insieme della struttura e i suoi elementi più deboli.

Indice

Elenco delle tabelle	IV
Elenco delle figure	VI
I Stato dell'arte	1
1 Chiese storiche in muratura	2
1.1 Muratura storica	2
1.2 Edifici speciali: le chiese	7
1.3 Macroelementi e meccanismi di collasso	8
2 Conoscenza della struttura	13
2.1 Fasi della conoscenza	13
2.2 Monitoraggio strutturale	15
2.2.1 Definizione ed obiettivi del monitoraggio strutturale	16
2.2.2 Tipologie di monitoraggio	17
2.3 Identificazione dinamica	18
2.3.1 Generalità	18
3 Modellazione strutturale	21
3.1 Elementi bidimensionali	22
3.2 Modellazione della muratura	27
3.2.1 Modello CDP	30
4 Model Updating	35
4.1 Descrizione della procedura	35
4.2 Confronto tra parametri modali e variazione manuale delle variabili	37
4.3 Analisi di sensitività	39
4.4 Tecniche di Model Updating	40
4.4.1 Algoritmo di <i>Douglas e Reid</i>	41

5	Analisi statica non lineare	47
5.1	Metodologia	47
5.2	Tipologie di analisi	48
5.2.1	Pushover multi-modale	49
5.3	Sistema SDOF equivalente	52
5.4	Bilinearizzazione e valutazione del punto di funzionamento	53
5.5	Discussione critica sulla procedura	55
II	Caso studio	57
6	Caso studio: la basilica di S. Nicola a Tolentino	58
6.1	Localizzazione e classificazione sismica	58
6.2	Descrizione generale del complesso	63
6.3	Storia e fasi costruttive	64
6.3.1	Evoluzione generale del complesso	64
6.3.2	Interventi recenti	70
6.4	Opere d'arte	74
6.5	Condizioni attuali	79
6.5.1	Ispezione visiva dei danni	80
6.5.2	Rilievo metrico 3D	82
6.5.3	Analisi spaziali dei modelli 3D continui	85
7	Monitoraggio e Identificazione dinamica della basilica di S. Nicola	89
7.1	Sistema di monitoraggio della basilica di S.Nicola a Tolentino	89
7.2	Identificazione dinamica della basilica di S.Nicola a Tolentino	91
8	Costruzione del modello strutturale	97
8.1	Modelli strutturali già realizzati della basilica	97
8.2	Definizione del modello geometrico	99
8.3	Definizione del modello strutturale	107
8.3.1	Importazione da Revit e mesh automatica	107
8.3.2	Modifica del modello	109
8.3.3	Definizione dei materiali	110
8.3.4	Vincoli	111
8.3.5	Carichi	114
9	Model Updating	115
9.1	Manual tuning	115
9.1.1	Modello iniziale	116
9.1.2	Modello finale	116
9.2	Analisi di sensitività	119

9.3	Applicazione dell'algoritmo di Douglas & Reid	120
9.3.1	Modifica dell'algoritmo	121
9.3.2	Test su modelli dai parametri noti	122
9.3.3	Applicazione al caso studio	125
9.4	Risultati analisi dinamica lineare	128
10	Analisi statica non lineare	132
10.1	Impostazione procedura nel programma di calcolo	132
10.2	Distribuzioni uni-modali	135
10.2.1	Modo 1	139
10.2.2	Modo 2	141
10.2.3	Modo 3	143
10.2.4	Modo 4	146
10.2.5	Individuazione del punto di prestazione	148
10.3	Distribuzioni multi-modali	154
10.3.1	Direzione X	155
10.3.2	Direzione Y	162
10.3.3	Individuazione del punto di prestazione	169
11	Analisi dinamica non lineare	173
11.1	Risultati con storia temporale 30 Ottobre 2016	173
11.2	Risultati con storie temporali incrementate	180
12	Conclusioni e sviluppi futuri	191
	Bibliografia	194

Elenco delle tabelle

6.1	Zona sismica ed accelerazione orizzontale massima, per l'OPCM 3274	61
6.2	Composizione reticolare delle capriate	72
7.1	Modi identificati - 9 settimane di registrazioni	92
7.2	Modi identificati - 3 anni di registrazioni	93
8.1	Proprietà meccaniche della muratura definite inizialmente in Midas	111
8.2	Proprietà meccaniche dell'acciaio definite inizialmente in Midas . .	111
9.1	Risultato del manual tuning sul modello iniziale	116
9.2	Moduli elastici modello finale	117
9.3	Frequenze modello finale	118
9.4	Matrice MAC per il modello finale	118
9.5	Indici di sensitività	120
9.6	Modello base	122
9.7	Variabili modelli test	123
9.8	Frequenza modelli test	123
9.9	Errori D&R standard	124
9.10	Errori D&R modificato	124
9.11	Confronto	124
9.12	Range delle variabili	125
9.13	Variabili ottimizzate	126
9.14	Frequenze ottimizzate	127
9.15	Matrice MAC ottimizzata	127
9.16	Risultati analisi dinamica	129
10.1	Parametri CDP adottati in Midas	134
10.2	Riassunto curve di capacità	139
10.3	Verifica numerica modo 1 +X	149
10.4	Verifica numerica modo 1 -X	150
10.5	Verifica numerica modo 2 +Y	150
10.6	Verifica numerica modo 2 -Y	151

10.7	Verifica numerica modo 3 +Y	152
10.8	Verifica numerica modo 3 -Y	152
10.9	Verifica numerica modo 4 +X	153
10.10	Verifica numerica modo 4 -X	154
10.11	Riassunto curve di capacità per distribuzioni multi-modali	155
10.12	Fattori di partecipazione modale equivalenti	170
10.13	Verifica numerica per distribuzione multi-modale in direzione +X	170
10.14	Verifica numerica per distribuzione multi-modale in direzione -X	171
10.15	Verifica numerica per distribuzione multi-modale in direzione +Y	172
10.16	Verifica numerica per distribuzione multi-modale in direzione -Y	172
11.1	Risultati pushover uni-modale	177
11.2	Risultati pushover multi-modale	177
11.3	Accelerazioni massime raggiunte	180

Elenco delle figure

1.1	Legame costitutivo monoassiale (a) e una sua semplificazione bilatera (b) ([1])	3
1.2	Influenza della dimensione degli elementi sulla diffusione di un carico concentrato su un pannello murario ([2])	4
1.3	Effetto incastro ([2])	5
1.4	Efficacia dei collegamenti tra pareti trasversali. a) Pareti ortogonali non ammortate, b) Pareti ortogonali ammortate, c) pareti ortogonali collegate tramite catene metalliche. ([2])	6
1.5	Abaco dei 28 meccanismi di collasso dei macroelementi ([4])	10
1.6	Abaco dei 28 meccanismi di collasso dei macroelementi ([4])	11
1.7	Abaco dei 28 meccanismi di collasso dei macroelementi ([4])	12
2.1	Classificazione delle tecniche di identificazione dinamica (Slide del corso di Sismica del Prof. D. Sabia)	20
3.1	Disposizione degli elementi <i>plate</i> e del loro ECS ([11])	23
3.2	Forze nodali su un elemento quadrangolare ([11])	24
3.3	Forze per unità di lunghezza dovute ad azioni nel piano nei punti di uscita ([11])	24
3.4	Momenti per unità di lunghezza dovuti ad azioni di flessione fuori piano nei punti di uscita ([11])	25
3.5	Convenzione di segni per le tensioni([11])	25
3.6	Esempio di infittimento della mesh in una zona critica([11])	26
3.7	Angoli tra due elementi <i>plate</i> quando si modella una struttura curva([11])	27
3.8	Strategie di modellazione della muratura: (a)campione di muratura; (b) micro-modellazione dettagliata; (c) micro-modellazione semplificata;(d) macro-modellazione ([12])	28
3.9	Legame costitutivo del Concrete Damage Plasticity. A destra a trazione, a sinistra a compressione ([11])	31

3.10	Superficie di snervamento nel piano deviatorico (a) ed in stato di sforzo biassiale (b)	33
4.1	Diagramma di flusso seguito nella procedura di model updating . .	36
4.2	Correlazione delle forme modali con l'indice MAC. a) Ottima correlazione, b) debole correlazione ([17])	38
4.3	Parametri di input che influenzano la risposta dinamica delle strutture ([17])	39
4.4	Legge quadratica del modello "quasistrutturale" ([16])	43
5.1	Curve di capacità MDOF e SDOF: a) Curva di capacità taglio alla base e spostamento in testa per il sistema MDOF; b) Curva di capacità derivata per il sistema SDOF equivalente	52
5.2	Bilinearizzazione equivalente	54
5.3	Individuazione del punto di prestazione nello spazio ADRS	55
6.1	Localizzazione della basilica - Vista della città (Google Earth) . . .	59
6.2	Localizzazione del comune di Tolentino - Vista del Centro Italia (Google Earth)	59
6.3	Vista panoramica del Capoluogo da ovest ([27])	60
6.4	Mappa Classificazione Sismica 2021 per provincia ([30])	62
6.5	Planimetria del complesso della basilica e convento di S.Nicola ([31])	63
6.6	Spaccato assonometrico del Cappellone ([32])	65
6.7	Materiale di riporto nei quattro angoli di risulta della volta ([33]) .	66
6.8	Resti della porta per accedere al sottotetto ([33])	66
6.9	Progetto seicentesco della basilica ([32])	68
6.10	Evoluzione planimetrica del complesso nel corso dei secoli ([31]) . .	70
6.11	Fotografie del sopralluogo del Politecnico di Torino ([36])	71
6.12	Sezione trasversale degli ordini delle capriate metalliche ([31]) . . .	72
6.13	Particolare dei tiranti presenti sul campanile ([32])	73
6.14	Facciata ([32])	74
6.15	Portale di Nanni di Bartolo ([32])	74
6.16	Interno della basilica ([32])	75
6.17	Particolare del soffitto ligneo a cassettoni ([32])	75
6.18	Cappella di S.Anna ([32])	76
6.19	Cappellone di S. Nicola ([32])	77
6.20	Volta del cappellone di S. Nicola ([32])	78
6.21	Alcune opere d'arte all'interno della basilica ([32])	79
6.22	Lesioni in corrispondenza dei contrafforti del fronte([34])	80
6.23	Lesioni diffuse nelle strutture del complesso ([34])	81
6.24	Lesioni diffuse nelle strutture del complesso ([34])	82
6.25	Nuvole di punti 3D ([34])	83

6.26	Sezioni longitudinali e trasversali, derivate dalle nuvole UAV e TLS integrate, utilizzando piani sezione tipici della rappresentazione architettonica ([34])	84
6.27	Elaborati 2D ([34])	85
6.28	Analisi di scostamento del soffitto a cassettoni cassettoni a copertura della navata nel suo innesto con il presbiterio ([39])	86
6.29	Analisi dell'intradosso della cupola della Cappella del SS. Sacramento ([39])	87
7.1	Posizione dei sensori accelerometrici (in giallo) e delle termocoppie (in rosso) ([40])	90
7.2	Posizione dei sensori in pianta ed in prospetto (Slide del corso di Sismica del Prof. D. Sabia)	91
7.3	Diagrammi di stabilizzazione (a) e clustering (b) ([40])	92
7.4	Modo 1	94
7.5	Modo 2	94
7.6	Modo 3	95
7.7	Modo 4	95
7.8	Modo 5	96
8.1	Modello realizzato con elementi bidimensionali ([36])	98
8.2	Modello realizzato con elementi tridimensionali ([41])	98
8.3	Esportazione del modello di una volta da Revit a Midas Gen	100
8.4	Semplificazione della pianta della basilica	101
8.5	Semplificazione del prospetto della basilica	101
8.6	Modello geometrico della facciata	103
8.7	Modello geometrico della navata	103
8.8	Modello geometrico della navata e nuvola di punti con particolare delle cappelle laterali ([31])	104
8.9	Modello geometrico del presbiterio	104
8.10	Modello geometrico dell'abside	105
8.11	Modello geometrico della cappella del Santissimo Sacramento	105
8.12	Modello geometrico del campanile	106
8.13	Modello geometrico della basilica di San Nicola	106
8.14	Modello analitico della basilica di San Nicola	107
8.15	Interfaccia del link Revit-Midas	108
8.16	Modello strutturale importato con il link Revit-Midas	108
8.17	Modello strutturale modificato	109
8.18	Tabella C8.5.I ([42])	110
8.19	Incastri alla base del modello	112
8.20	Molle a comportamento elastico lineare	112

8.21	Schematizzazione dei link rigidi	113
8.22	Disposizione dei link rigidi nel modello iniziale	113
8.23	Assegnazione dei carichi	114
9.1	Rappresentazione grafica della matrice MAC per modello finale . . .	119
9.2	Esempio superfici con due parametri. a)Algoritmo standard; b)Algoritmo modificato	121
9.3	Rappresentazione grafica della matrice MAC ottimizzata	128
9.4	Modo 1 - campanile lungo x	129
9.5	Modo 2 - campanile lungo y	130
9.6	Modo 3 - navata trasversale	130
9.7	Modo 4 - facciata	131
9.8	Modo 5 - abside	131
10.1	Impostazioni analisi in Midas Gen	133
10.2	Legame costitutivo CDP	134
10.3	Posizione dei punti di controllo	135
10.4	Confronti tra curve di capacità per diversi punti di controllo	136
10.5	Curve di capacità ottenute con una distribuzione di forze proporzio- nale al primo modo	137
10.6	Curve di capacità ottenute con una distribuzione di forze proporzio- nale al secondo modo	137
10.7	Curve di capacità ottenute con una distribuzione di forze proporzio- nale al terzo modo	138
10.8	Curve di capacità ottenute con una distribuzione di forze proporzio- nale al quarto modo	138
10.9	Confronto sollecitazioni modo 1	140
10.10	Confronto sollecitazioni modo 1	141
10.11	Curve di capacità modo 1	141
10.12	Confronto sollecitazioni modo 2	142
10.13	Confronto sollecitazioni modo 2	143
10.14	Curve di capacità modo 2	143
10.15	Confronto sollecitazioni modo 3	144
10.16	Confronto sollecitazioni modo 3	145
10.17	Curve di capacità modo 3	145
10.18	Curve di capacità modo 3 considerando il solo taglio alla base sul campanile	146
10.19	Confronto sollecitazioni modo 4	146
10.20	Confronto sollecitazioni modo 4	147
10.21	Curve di capacità modo 2	148
10.22	PP modo 1 +X	149

10.23	PP modo 1 -X	149
10.24	PP modo 2 +Y	150
10.25	PP modo 2 -Y	151
10.26	PP modo 3 +Y	151
10.27	PP modo 3 -Y	152
10.28	PP modo 4 +X	153
10.29	PP modo 4 -X	153
10.30	Deformate statiche dovute a distribuzioni di forze orizzontali multi- modali	154
10.31	Curve di capacità con distribuzione multi-modale in direzione +X	155
10.32	Curve di capacità con distribuzione multi-modale in direzione -X	156
10.33	Curve di capacità con distribuzione multi-modale in direzione X	156
10.34	Confronto tra curve di capacità in direzione X	157
10.35	Sollecitazioni con distribuzione multi-modale in direzione X	157
10.36	Sollecitazioni con distribuzione multi-modale in direzione X	158
10.37	Confronto tra sollecitazioni in direzione +X	159
10.38	Confronto tra sollecitazioni in direzione +X	160
10.39	Confronto tra sollecitazioni in direzione -X	161
10.40	Confronto tra sollecitazioni in direzione -X	162
10.41	Curve di capacità con distribuzioni multi-modali in direzione Y	162
10.42	Curve di capacità con distribuzione multi-modale in direzione Y	163
10.43	Confronto tra curve di capacità in direzione Y	163
10.44	Sollecitazioni con distribuzione multi-modale in direzione Y	164
10.45	Sollecitazioni con distribuzione multi-modale in direzione Y	165
10.46	Confronto tra sollecitazioni in direzione +Y	166
10.47	Confronto tra sollecitazioni in direzione +Y	167
10.48	Confronto tra sollecitazioni in direzione -Y	168
10.49	Confronto tra sollecitazioni in direzione -Y	169
10.50	PP per distribuzione multi-modale in direzione +X	170
10.51	PP per distribuzione multi-modale in direzione -X	171
10.52	PP per distribuzione multi-modale in direzione +Y	171
10.53	PP per distribuzione multi-modale in direzione -Y	172
11.1	Storia temporale 30 Ottobre 2016	174
11.2	Sollecitazioni	175
11.3	Sollecitazioni	176
11.4	Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento campanile	178
11.5	Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento facciata	179
11.6	Confronti sollecitazioni analisi dinamica non lineare incrementale	181
11.7	Confronti sollecitazioni analisi dinamica non lineare incrementale	181

11.8	Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento campanile con fattore incrementale 1.2	182
11.9	Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento facciata con fattore incrementale 1.2	183
11.10	Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento campanile con fattore incrementale 1.4	184
11.11	Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento facciata con fattore incrementale 1.4	185
11.12	Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento campanile con fattore incrementale 1.6	186
11.13	Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento facciata con fattore incrementale 1.6	187
11.14	Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento campanile con fattore incrementale 1.8	188
11.15	Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento facciata con fattore incrementale 1.8	189
11.16	Confronti tra spettri	190

Parte I

Stato dell'arte

Capitolo 1

Chiese storiche in muratura

Ogni edificio storico rappresenta un elemento unico nella storia del costruire per via del modo in cui è stato concepito, realizzato e trasformato nel tempo. In quest'ottica, quindi, non ha molto senso parlare di tipologia costruttiva. Tuttavia nella maggior parte di questi edifici è possibile riconoscere caratteri ricorrenti e quindi può risultare utile analizzarli e comprenderli. Per questo ora andremo a descrivere alcune peculiarità proprie delle chiese storiche in muratura.

1.1 Muratura storica

Le chiese in muratura sono strutture a grande aula che presentano masse e volumi eccezionali. Non è lo scopo di questo lavoro studiare il sistema costruttivo della muratura, tuttavia per comprendere le fragilità intrinseche di questi edifici riporteremo alcune informazioni basilari.

La muratura è costituita dall'assemblaggio di elementi naturali e/o artificiali opportunamente ed efficacemente organizzati: blocchi in laterizio, conci in pietra squadrata, sbazzati o irregolari posti in opera secondo ricorsi il più possibile regolari, prevedendo generalmente la presenza di giunti di malta, sebbene vi siano molti esempi storici di murature a "secco". Si tratta quindi di un materiale composito, ove ciascuna componente conferisce all'insieme le sue specificità. Questo materiale ha numerosi pregi: apprezzate doti estetiche, buone caratteristiche di isolamento termoacustico, resistenza al fuoco, durabilità, semplicità di posa in opera, economicità, possibilità di ottenere efficaci prestazioni sismiche.

Dal punto di vista strutturale la muratura ha una resistenza a compressione molto maggiore di quella a trazione. È un materiale disomogeneo, anisotropo, inelastico. Per questi motivi la modellazione meccanica risulta complessa e quindi spesso si fa riferimento ad un materiale omogeneo equivalente dal quale è possibile ricavare il legame costitutivo mediante prove di compressione monoassiale. L'utilizzo di tali

legami però non implica l'isotropia del materiale in quanto non è da escludere la necessità di differenziare tali curve in funzione della direzione dello sforzo. Come riportano *P. Lenza and A. Ghersi* [1], la curva tipica fa riferimento ad un'azione verticale ortogonale ai filari di conci e assume l'andamento qualitativo rappresentato in Figura 1.1.

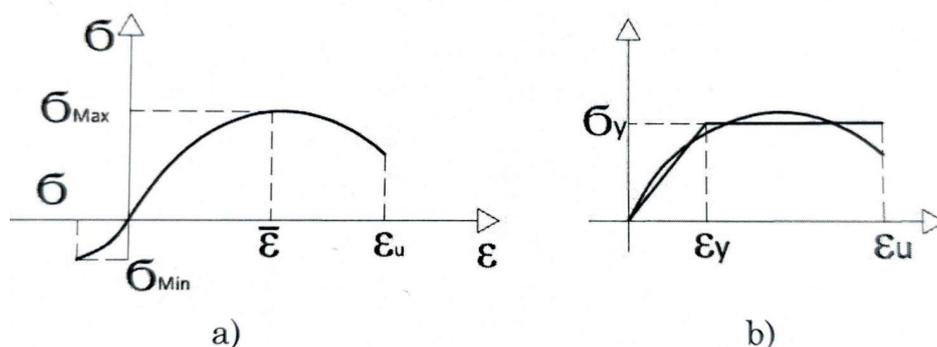


Figura 1.1: Legame costitutivo monoassiale (a) e una sua semplificazione bilatera (b) ([1])

Tale curva indica: una debole resistenza a trazione con rottura fragile, un andamento non lineare a compressione fino alla massima sollecitazione, un ramo discendente che si considera fino ad una assegnata riduzione della sollecitazione massima. Nelle applicazioni pratiche si può anche utilizzare un legame idealizzato con una bilatera elastoplastica equivalente. Nel Capitolo relativo alla modellazione strutturale vedremo quale tipo di legame è più opportuno da tenere in considerazione.

Al di là di questi aspetti, la risposta sismica delle strutture storiche in muratura dipende da una serie di fattori, tra i quali:

- il tipo di materiale impiegato;
- il tipo di tessitura muraria (che insieme al tipo di materiale definisce la qualità della muratura);
- la presenza di adeguate connessioni tra le diverse parti strutturali.

Anticamente infatti, l'opera muraria era il risultato dell'applicazione delle regole dell'arte, ovvero tutta quella serie di criteri esecutivi pratici e di proporzionamento geometrico a carattere empirico affinati progressivamente nel corso della storia e tramandate attraverso i secoli. Vale la pena specificare come tali regole mostrino sempre una specificità locale non facilmente categorizzabile, frutto di un progressivo affinamento nell'uso dei materiali disponibili in zona. Quindi, a dispetto di

costruzioni più recenti, le costruzioni storiche non sono state progettate utilizzando i principi della meccanica dei materiali e delle strutture bensì sulla base dell'intuizione e dell'osservazione, utilizzando i principi dell'equilibrio dei corpi rigidi e sperimentando il comportamento delle costruzioni già realizzate. Le regole dell'arte riguardano principalmente: le **caratteristiche meccaniche** dei blocchi e della malta; la **forma** e le **dimensioni** dei blocchi; la **tessitura muraria**. Per quanto riguarda la **dimensione**, più i blocchi sono grandi, minori saranno i potenziali piani di scorrimento orizzontale all'interno della compagine muraria e maggiore sarà la diffusione del carico verticale concentrato lungo la parete in presenza di un adeguato sfalsamento dei giunti verticali (Figura 1.2).

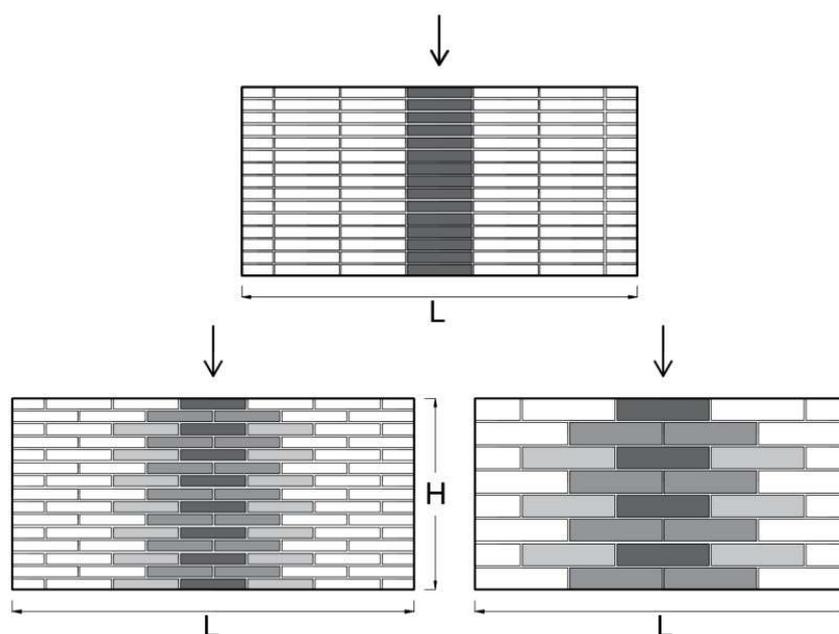


Figura 1.2: Influenza della dimensione degli elementi sulla diffusione di un carico concentrato su un pannello murario ([2])

La dimensione dei blocchi è molto importante anche nel caso di azioni sismiche complanari. Infatti, sempre in abbinamento con un adeguato sfalsamento dei giunti verticali, maggiore sarà la dimensione dei blocchi, maggiore sarà la porzione di parete che, nel piano, si opporrà al meccanismo (viene detto "effetto incastro", Figura 1.3: la porzione A per ruotare dovrà sollevare i blocchi della porzione B che si oppone al meccanismo. Supponendo uno sfalsamento corretto dei giunti verticali, tale porzione sarà tanto grande quanto più saranno grandi le dimensioni dei blocchi.). Viceversa, in presenza di pietre di piccole dimensioni e non squadrate come ciottoli o pietre arrotondate (murature irregolari e di bassa qualità) si viene

a determinare un'instabilità intrinseca del paramento. Tale instabilità può essere contrastata solo da una malta di buona qualità. La presenza di ricorsi orizzontali (listature), normalmente eseguiti con materiale diverso e di geometria regolare, permette di ripartire più uniformemente i carichi verticali.

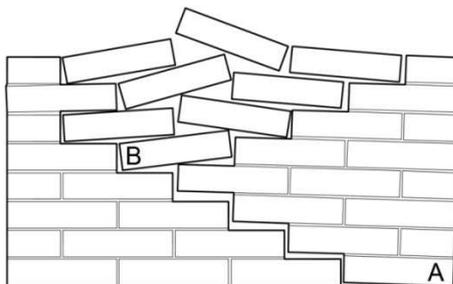


Figura 1.3: Effetto incastro ([2])

Mentre, per quanto concerne la **forma**, che spesso risulta essere il parametro più indicativo della qualità muraria, l'utilizzo di elementi squadrati è in genere espressione di una buona qualità, in quanto consentono di ottenere una tessitura muraria regolare e quindi migliore. Per buona **tessitura muraria** si intende la disposizione geometrica dei blocchi, la quale deve presentare filari orizzontali, giunti verticali sfalsati e compresenza di elementi longitudinali e trasversali. La presenza di filari orizzontali, ossia di blocchi disposti per strati successivi ad andamento orizzontale, assicura sia un appoggio regolare tra tutti gli elementi sia una buona distribuzione dei carichi verticali. Tale disposizione, in presenza di azioni sismiche, consente l'oscillazione di una parte del muro attorno a cerniere cilindriche orizzontali facilmente riconoscibili. In questo modo i giunti orizzontali sono ortogonali alle sollecitazioni di compressione sotto i carichi di esercizio, incrementando le proprietà attritive del giunto stesso. L'attrito che si genera durante l'azione sismica contribuisce alla resistenza e alla dissipazione del pannello murario. Va comunque evidenziato che, in presenza di sforzi di trazione e taglio, i giunti possono diventare piani preferenziali di rottura (o discontinuità), con conseguenze sulla resistenza del solido murario.

La perfetta aderenza a queste regole consente al pannello murario la corretta attivazione di meccanismi resistivi soprattutto nei confronti dei carichi verticali. Diverso è il funzionamento dello stesso elemento nei confronti dei carichi diretti orizzontalmente, quali quelli derivati dall'azione del vento e soprattutto dall'azione del sisma. In questi casi la parete, che tende ad esaurire rapidamente la capacità resistente, viene chiamata ad attivarsi anche orizzontalmente, sia in senso longitudinale che trasversale. La risposta dell'edificio in questi casi diventa funzione, oltre che della buona qualità della tessitura muraria della singola parete, anche

e soprattutto, dell'organizzazione spaziale dell'intero complesso. Generalmente agli edifici in muratura portante si attribuisce comunemente un elevato livello di vulnerabilità strutturale e sismica. Infatti il comportamento dei materiali lapidei è intrinsecamente fragile, caratterizzato dall'assenza di evidenti deformazioni plastiche e di una inaffidabile resistenza a trazione. Tuttavia edifici di buona fattura, realizzati in obbedienza alle regole dell'arte, hanno mostrato un ottimo comportamento, esplicando una buona duttilità. Anche la ricerca sperimentale ha messo in evidenza aspetti importanti del comportamento dei pannelli murari: risposta non lineare caratterizzata da un aumento progressivo del quadro fessurativo, degrado di rigidezza e resistenza, presenza di deformazioni inelastiche e dissipazione isteretica non trascurabili. L'elemento fondamentale che consente agli edifici in muratura di sfruttare al massimo le proprie risorse è la realizzazione di una buona connessione tra i vari elementi portanti, sia orizzontali che verticali (Figura 1.4).

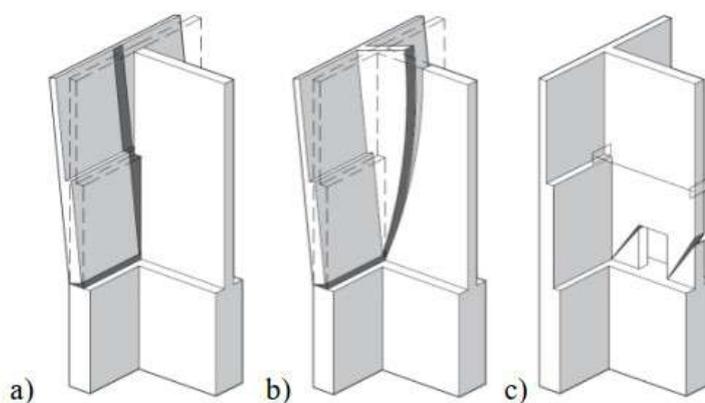


Figura 1.4: Efficacia dei collegamenti tra pareti trasversali. a) Pareti ortogonali non ammorsate, b) Pareti ortogonali ammorsate, c) pareti ortogonali collegate tramite catene metalliche. ([2])

Garantendo l'efficacia dei collegamenti, si innesca un comportamento di tipo scatolare della struttura dove viene chiamata in causa la resistenza a taglio dei pannelli disposti nella direzione più favorevole rispetto le forze agenti. La risposta strutturale, in questo caso, sarà funzione sia della capacità portante delle pareti sia della capacità del sistema di trasferire le azioni tra i vari elementi del sistema murario. Viceversa, in assenza di collegamenti tra le parti o in caso di inefficacia degli stessi, i primi meccanismi a manifestarsi saranno i cosiddetti meccanismi locali o di primo modo generalmente associati al ribaltamento fuori piano delle pareti o al danno localizzato in porzioni di struttura (risposta locale). Nel caso di ribaltamenti fuori piano, la porzione muraria che tende a ribaltare può coinvolgere porzioni murarie appartenenti alle pareti ammorsate ad essa (cunei di distacco, la

cui dimensione è generalmente funzione dalla presenza e dal grado di ammorsamento tra le pareti) e della presenza di aperture in prossimità degli spigoli. Il ribaltamento può avvenire attorno ad una cerniera orizzontale o inclinata e può essere innescato o aggravato a causa della presenza di strutture spingenti.

1.2 Edifici speciali: le chiese

Gli edifici di culto hanno una marcata specificità che li rende episodi architettonici unici, ciascuno diverso dall'altro. In essi l'ambiente più significativo è costituito dall'aula, articolata in una o più navate e spesso costituita da rami diversi che formano in pianta schemi a croce latina o greca. Si tratta di un ambiente a livello unico, di grandi dimensioni, con una copertura che non assicura mai un comportamento scatolare, sia che sia costituita da capriate lignee oppure da sistemi voltati, proprio per la mancanza di un impalcato rigido nel proprio piano. In genere affiancano l'aula locali ordinari minori costituenti le sagrestie, ma spesso anche strutture conventuali complesse con articolazioni multipiano arricchite da chiostrini. Un ulteriore elemento è costituito dal campanile che non sempre può considerarsi come una struttura staticamente indipendente dal resto dell'edificio. In definitiva l'edificio di culto si presenta come un particolarissimo aggregato edilizio ed ogni fabbrica deve considerarsi una specificità.

Sicuramente presentano una migliore fattura rispetto alle tradizionali costruzioni in muratura, in quanto realizzate con materiali più resistenti e con una maggiore attenzione alla regola dell'arte (conci di pietra squadrati o in laterizi pieni disposti secondo una tessitura regolare e concatenati tra loro), tuttavia in caso di eventi sismici, hanno un comportamento molto lontano dal teorico comportamento scatolare sopra descritto. Questo perché la struttura è formata da pannelli murari di grande estensione, sia longitudinalmente che in altezza, con pochissimi collegamenti trasversali rappresentati da: parete di facciata, parete di fondo e, quando presente, arco trionfale. Ma questi elementi, che dovrebbero funzionare da collegamento trasversale, sono tra loro a una distanza tale da rendere quasi ininfluenza la loro azione di trattenimento. Oltre alla mancanza di elementi di collegamento, non sono presenti neanche solai o irrigidimenti di piano. A questo si aggiunge la presenza di elementi spingenti quali volte, cupole e coperture.

Generalmente si ha una distribuzione degli elementi strutturali fortemente disomogenea e questo provoca una vulnerabilità più elevata per le parti dell'edificio più alte: elementi svettanti, cupole, campanili e vele campanarie. Queste, sottoposte ad azione sismica, oscillano in maniera libera e indipendente rispetto al corpo principale, determinando ingenti fessurazioni nelle zone di attacco tra le parti. Molto spesso, questa diversa distribuzione di masse e altezze comporta un trasferimento

fortemente disomogeneo del peso sulle fondazioni, che può portare a cedimenti fondali differenziati, più o meno evidenti a seconda del tipo di suolo.

Altra problematica è rappresentata dall'avvicinarsi delle fasi costruttive, che ha portato nel corso dei secoli all'aggiunta o alla modifica di alcune parti dell'impianto originario. Molto spesso le parti aggiunte (cappelle, sacrestie, canoniche) non sono state adeguatamente ammorsate alle precedenti e sono state realizzate con materiali e tecniche diverse. Ciò interrompe la continuità strutturale e provoca forti irregolarità e per questo è essenziale conoscere anche la storia della costruzione, così da poter individuare più facilmente le zone di fragilità. Talvolta anche gli interventi di consolidamento realizzati in precedenza hanno contribuito ad incrementare la vulnerabilità di tali edifici, anziché migliorarne il comportamento sismico, perché, pur muovendo da motivazioni valide e condivisibili, non hanno ben valutato gli "effetti collaterali" o altri aspetti, evidentemente non secondari, del comportamento strutturale.

1.3 Macroelementi e meccanismi di collasso

Per le complessità morfologiche e costruttive che abbiamo precedentemente presentato, per le chiese è alquanto difficile osservare un comportamento di tipo globale. Infatti, studiando i danni dei passati terremoti su questi edifici, sono stati evidenziati comportamenti ricorrenti, legati a danni locali e meccanismi di collasso tipici per le diverse parti che si comportano in modo dinamicamente indipendente. Vengono quindi definiti i macroelementi, ossia parti costruttivamente riconoscibili e compiute del manufatto, che possono coincidere, ma non necessariamente, con parti identificabili anche sotto l'aspetto architettonico e funzionale (es. facciata, abside, cappelle). Si intendono quindi le parti edilizie nell'ambito delle quali è osservabile e compiutamente descrivibile un comportamento unitario e riconoscibile nei meccanismi di insieme a seguito delle azioni sismiche [3]. Per ognuno di questi macroelementi esistono diversi meccanismi di collasso, ricondotti alla perdita di equilibrio di porzioni strutturali, sottoposte a slittamento o rotazione, più che al raggiungimento di valori limite di resistenza dei materiali. Infatti è importante sottolineare che affinché possa attivarsi un meccanismo di collasso, è necessario che la muratura sia di buona qualità, in caso contrario (p.es. paramenti non collegati con sacco interno) il meccanismo può essere preceduto dallo sgretolamento del materiale. Nell'allegato C delle *"Linee Guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale –allineamento alle nuove Norme tecniche per le costruzioni"* viene riportato l'abaco con i 28 possibili meccanismi di collasso dei vari macroelementi (Figure 1.5, 1.6, 1.7)

Il problema è quindi l'identificazione del macroelemento e del meccanismo che più probabilmente può coinvolgerlo. Lesioni e deformazioni esistenti aiutano

l'identificazione delle parti a rischio. Il rilievo critico delle lesioni è quindi un aspetto fondamentale, con l'analisi del danneggiamento pregresso che considera sia gli effetti di dissesti statici, terminati o in atto, sia quelli di origine dinamica per terremoti passati. Ogni danno presente, infatti, costituisce un allontanamento dell'edificio dalla sua completa efficienza strutturale, introducendo altre vulnerabilità. Tra i più comuni meccanismi di danno possiamo annoverare: il ribaltamento della facciata o di una parte di essa, spesso coincidente con il timpano; il ribaltamento delle pareti laterali dell'aula; la rotazione delle spalle dell'arco di trionfo (arco-piedritto o solo arco); la rottura della torre e/o della cella campanaria; la rottura della cupola e/o del tamburo.

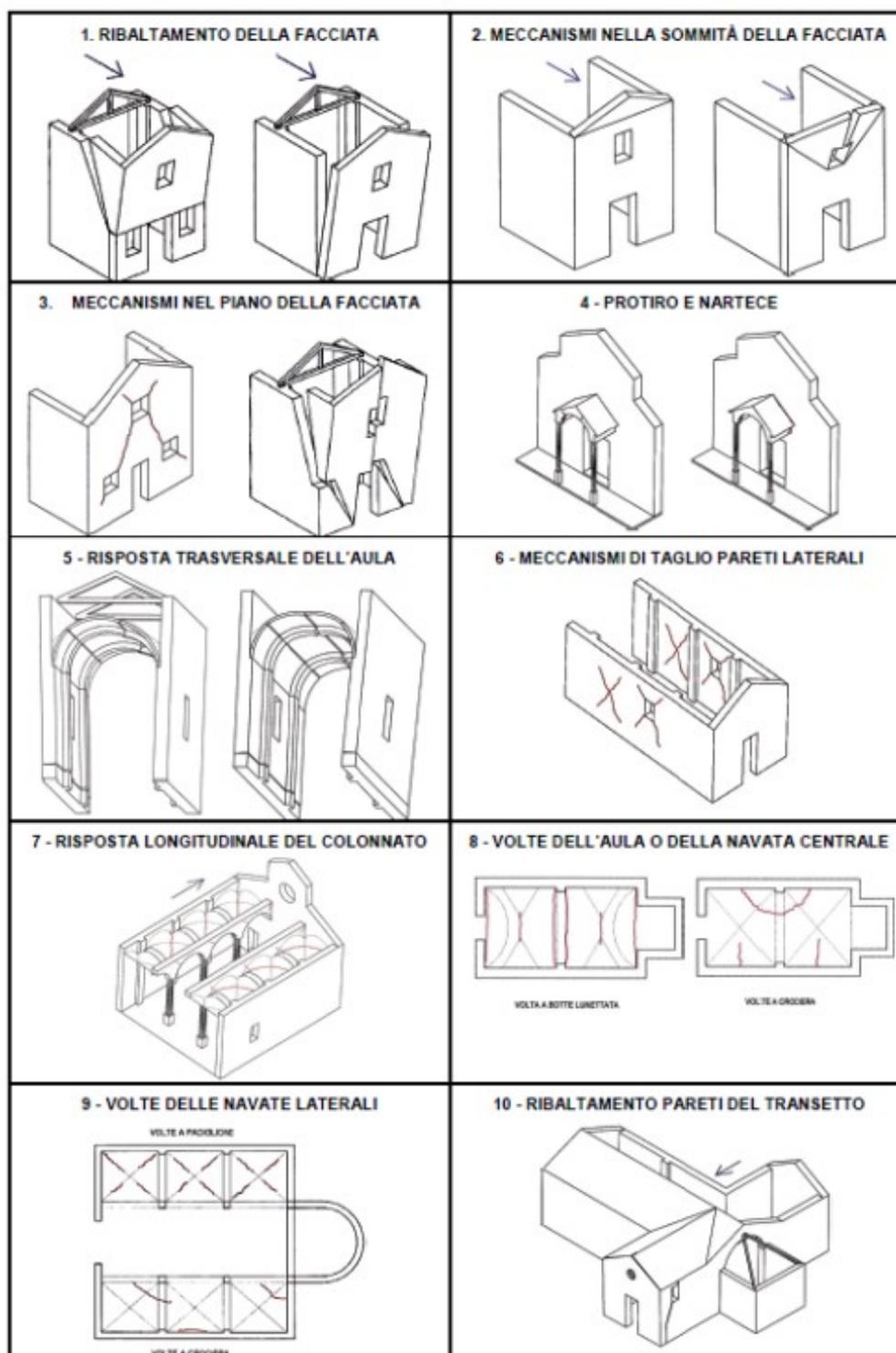


Figura 1.5: Abaco dei 28 meccanismi di collasso dei macroelementi ([4])

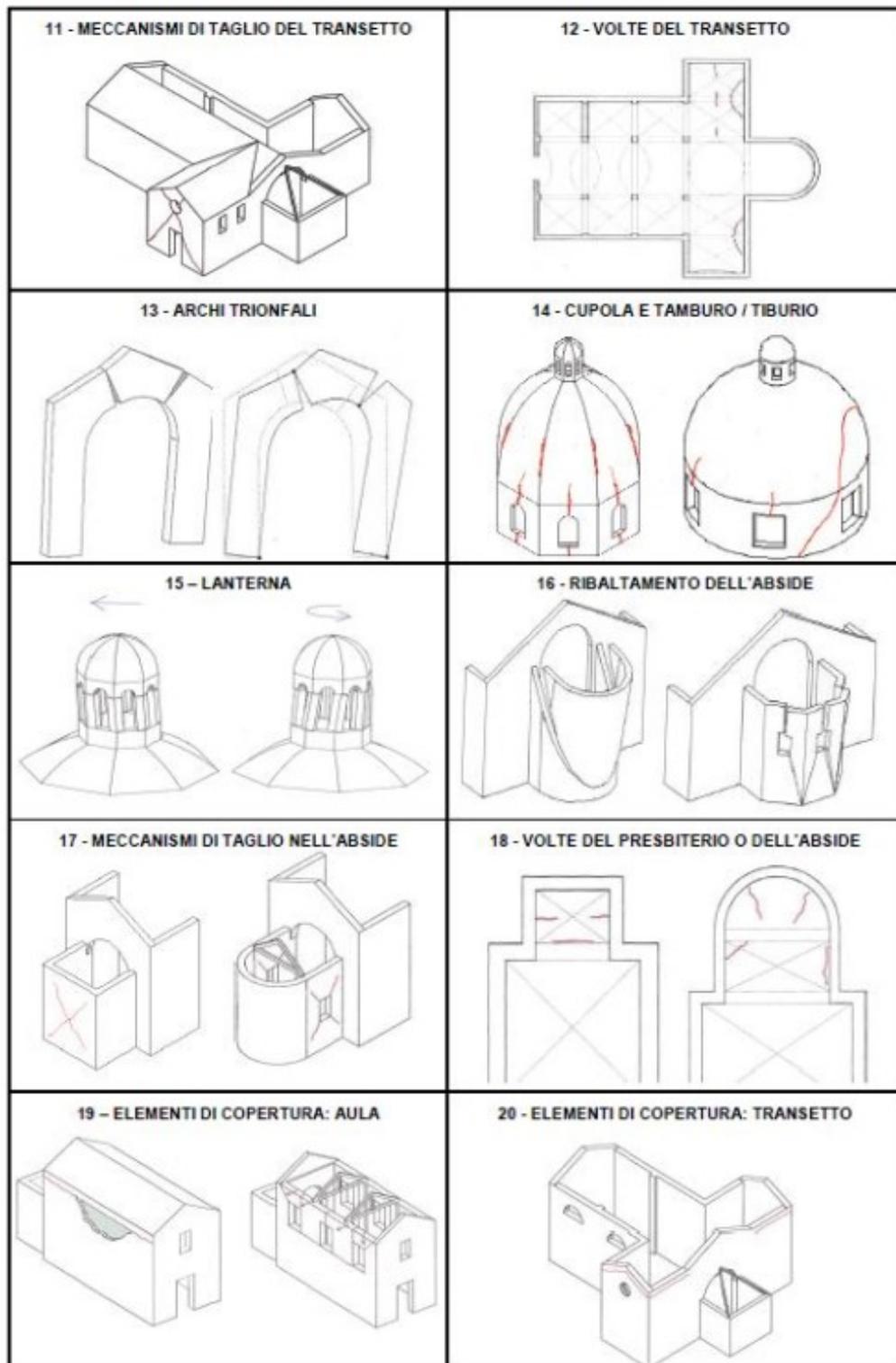


Figura 1.6: Abaco dei 28 meccanismi di collasso dei macroelementi ([4])

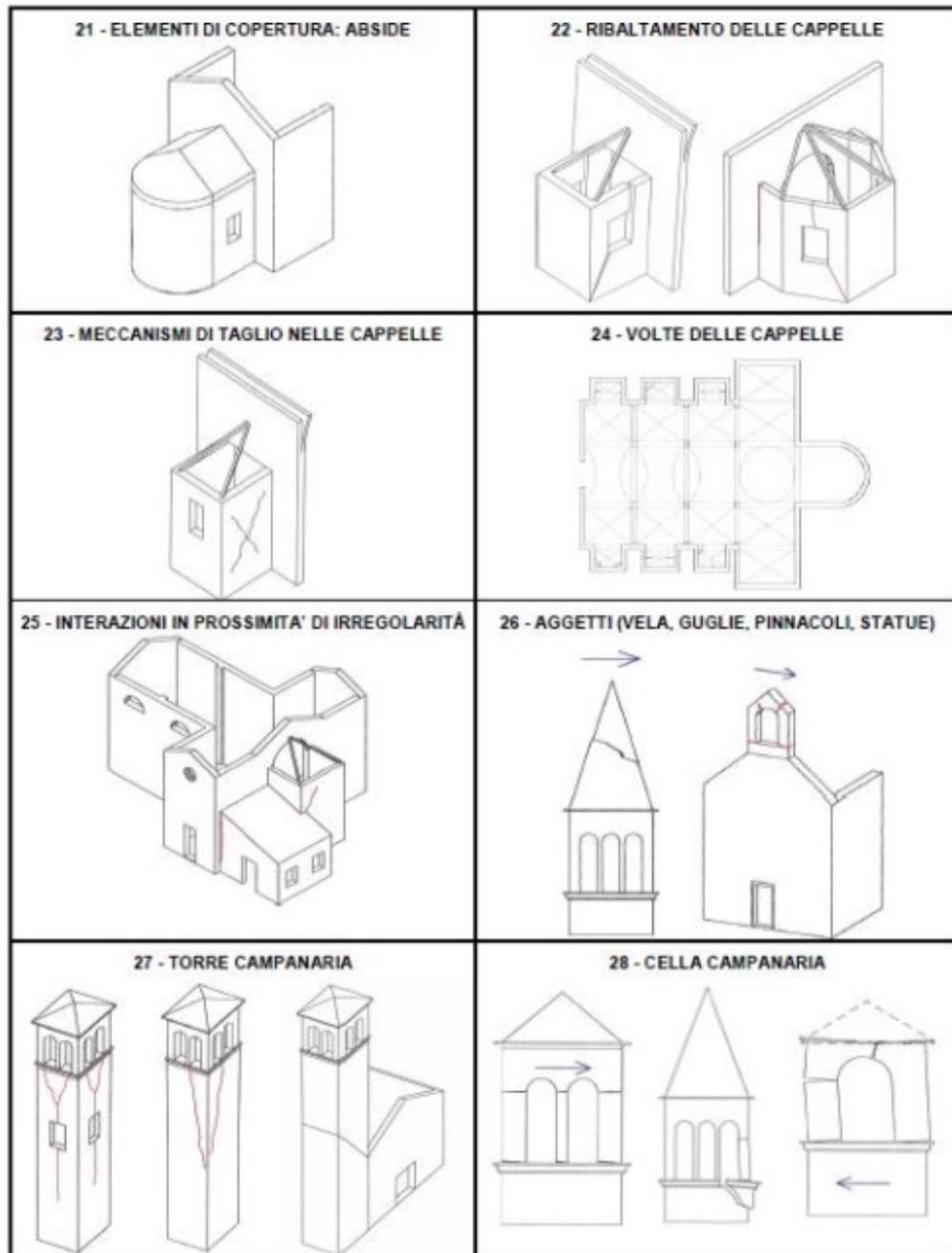


Figura 1.7: Abaco dei 28 meccanismi di collasso dei macroelementi ([4])

Capitolo 2

Conoscenza della struttura

Quando ci si approccia con lo studio delle strutture esistenti è fondamentale il percorso che ci porta alla conoscenza di tutti gli aspetti fondamentali del nostro edificio. In quanto una conoscenza approssimata potrebbe portare a valutazioni superficiali e di conseguenza ad interventi errati che potrebbero addirittura peggiorare la risposta strutturale in caso di sisma. Inoltre, nel caso di edifici a valenza monumentale, bisogna confrontarsi anche con i valori storici e artistici presenti, cercando di preservarli durante il processo di conoscenza e di intervento, che in alcune fasi possono risultare anche invasivi. Si ha pertanto la necessità di affinare tecniche di analisi ed interpretazione dei manufatti storici mediante fasi conoscitive dal diverso grado di attendibilità, anche in relazione al loro impatto

2.1 Fasi della conoscenza

In questo paragrafo vogliamo semplicemente descrivere i passaggi fondamentali del percorso di conoscenza, senza addentrarci nelle prescrizioni normative circa i vari livelli di conoscenza e gli associati fattori di confidenza. Per questo approfondimento rimandiamo ad altri lavori. Qui vogliamo solo sottolineare come la conoscenza della struttura sia uno dei requisiti fondamentali per capirne la vulnerabilità. Inoltre si desidera evidenziare la necessità di portare avanti un approccio multidisciplinare, in quanto la difficoltà nel reperire tutte le informazioni può essere aggirata solamente con il coinvolgimento di discipline e studiosi con bagagli diversi.

I principali aspetti su cui concentrarsi sono:

- **ANALISI STORICO - CRITICA:** va indagato il rapporto dell'edificio con il territorio circostante, localizzandolo e analizzandone i rapporti con l'intorno. Importante è anche studiare le regole dell'arte in vigore nel luogo della costruzione e osservare se sono o meno state applicate. Successivamente deve essere compresa l'evoluzione funzionale dell'edificio e delle sue articolazioni,

per capire quali parti si siano succedute nel tempo. Infatti, i rimaneggiamenti occorsi nella storia provocano stratificazioni di materiali e tecniche costruttive che possono indebolire la struttura. Vanno anche studiati tutti i possibili eventi che hanno provocato danni pregressi alla struttura. Questo anche per osservare come e se l'edificio è stato in grado di rispondere ai sismi del passato.

- **RILIEVO GEOMETRICO:** deve essere studiata sia la geometria complessiva dell'organismo che quella dei singoli elementi costruttivi, includendo anche i rapporti con gli eventuali edifici in aderenza. In questa fase si possono incontrare parecchie difficoltà legate principalmente all'accessibilità di alcuni spazi, quali sottotetti, volumi tra false volte o controsoffitti e coperture, oppure all'eccessiva altezza degli elementi, come nel caso di campanili, torri, volte in una navata. Tuttavia, sono disponibili strumenti che consentono un rapido rilievo e una restituzione accurata anche nel caso di elementi complessi, e tecniche di indagine diretta (endoscopia) o indiretta (termografia, georadar, ecc.) per gli spazi non accessibili. Molto importante può essere la restituzione tridimensionale dell'organismo, soprattutto ai fini della modellazione. Fondamentali per questo sono le moderne tecnologie utilizzate dalla geomatica. Possiamo in questo caso citare i sistemi aeromobili a pilotaggio remoto, cosiddetti droni, combinati con i principi della fotogrammetria aerea e gli algoritmi dell'image-matching. Si possono così produrre dati metrici a grandissima scala, da cui derivare modelli 3D dotati di textures ad alta risoluzione e precisione. Questi dati vengono ulteriormente completati da nuvole di punti acquisiti a terra, tramite i sistemi LIDAR, oggi unanimemente riconosciuti come il metodo più accurato e in grado di fornire modelli 3D caratterizzati da altissimi contenuti informativi sia geometrici sia, se integrati a progetti fotogrammetrici, anche dal punto di vista radiometrico e quindi largamente stimati per il rilievo 3D del patrimonio culturale.
- **INDIVIDUAZIONE DEL QUADRO FESSURATIVO:** è fondamentale indagare il quadro fessurativo e di degrado, che permette di determinare lo stato di salute dell'edificio sia nei confronti dei carichi di natura statica che dinamica. La presenza di lesioni pregresse può essere dovuta a diverse cause, come alla ridotta capacità dell'elemento strutturale rispetto alle sollecitazioni cui è stato sottoposto, all'attivazione di un meccanismo di collasso locale non del tutto sviluppato durante un passato terremoto, a cedimenti fondali in corso.
- **RILIEVO MATERICO:** in questa fase va valutata la qualità dei materiali e la tecnica costruttiva utilizzata. Quindi bisogna studiare la tipologia di conci e malta, la tessitura muraria, la presenza di diatoni nello spessore del muro, la tipologia di orizzontamenti, l'entità dell'ammorsamento tra le varie pareti. Queste attività richiedono l'acquisizione di informazioni spesso nascoste

(sotto intonaco, dietro a controsoffitti, ecc.), che può essere eseguita grazie a tecniche di indagine non distruttive di tipo indiretto (termografia, georadar, tomografia sonica, ecc.) o ispezioni dirette debolmente distruttive (endoscopie, scrostamento di intonaci, saggi, piccoli scassi, ecc.).

- **CARATTERIZZAZIONE MECCANICA DEI MATERIALI:** fondamentali da conoscere sono poi i parametri meccanici dei materiali utilizzati, soprattutto necessari nella fase di modellazione. Questa è la fase più delicata perché può comportare anche indagini di tipo distruttivo o semidistruttivo sulla costruzione. Molto spesso, però, questi edifici sono tutelati dalle Soprintendenze per il loro valore storico-artistico. Questo vuol dire che il più delle volte non è possibile eseguire prove distruttive. Come soluzione possono essere localizzati punti strategici della costruzione dove eseguire alcune prove ma il loro numero e la loro entità devono comunque essere limitati. Oppure si può far riferimento ai valori dei parametri meccanici messi a disposizione dalla letteratura scientifica, in questo modo non saranno necessarie prove di alcun genere.
- **INDAGINI GEOTECNICHE:** risulta fondamentale conoscere il tipo e la consistenza del sistema di fondazione e caratterizzare il terreno nel sottosuolo. Quest'ultima informazione può essere ricavata da indagini geognostiche e sismiche (MASW, HVSR) ed è particolarmente importante in quanto le condizioni del terreno possono essere all'origine di eventuali quadri fessurativi e di fenomeni di amplificazione sismica locale.
- **PROPRIETA' DINAMICHE:** le proprietà dinamiche della struttura (frequenze e forme proprie di vibrazione) sono anch'esse parametri significativi che devono essere conosciuti. Infatti in presenza di dissesti o trasformazioni della costruzione e del suo uso, queste grandezze subiscono delle alterazioni. Per questo devono essere programmate campagne di indagini sperimentali per comprendere il comportamento dinamico della struttura e per monitorarlo nel tempo. Questo argomento sarà trattato in maniera approfondita nei prossimi due paragrafi.

2.2 Monitoraggio strutturale

Una delle più importanti peculiarità delle strutture storiche è certamente rappresentata dalla necessità di coniugare la scelta degli interventi, volti alla riduzione della vulnerabilità, con il rispetto dell'integrità storica del bene da conservare. Quindi, a causa della sua non invasività, il monitoraggio strutturale (in inglese SHM-Structural Health Monitoring) è particolarmente apprezzato in questo campo. Infatti, grazie a questa metodologia non distruttiva si riescono ad avere informazioni

circa il comportamento strutturale, statico e dinamico, del manufatto e si può anche procedere al controllo nel tempo della risposta attraverso un monitoraggio dinamico continuo in grado di rilevare variazioni che possano aumentarne la vulnerabilità.

2.2.1 Definizione ed obiettivi del monitoraggio strutturale

Il processo di implementazione di una strategia di individuazione del danno su una struttura o infrastruttura civile, meccanica o aerospaziale è oggi definito come Structural Health Monitoring (SHM). I sistemi di SHM consentono di monitorare in maniera continua lo stato di salute delle strutture e quindi di programmare al meglio gli interventi di manutenzione ottimizzando tempistiche e costi. Il danno può essere invece definito come un'alterazione del sistema strutturale che va ad influenzare in maniera negativa le prestazioni in esercizio dello stesso [5]. Se una struttura è danneggiata significa che c'è stata una variazione del sistema dallo stato iniziale, stato considerato non danneggiato. Il danno strutturale, se degenera può causare dal non più corretto funzionamento della struttura fino alla riduzione della vita utile o addirittura al collasso.

L'SHM segue un modello che può essere rappresentato mediante quattro fasi: valutazione operativa, acquisizione, fusione e pre-trattamento dei dati, estrazione delle informazioni ed elaborazione delle stesse mediante opportuni modelli [6].

L'obiettivo del monitoraggio strutturale è lo studio delle condizioni strutturali dell'opera in esame e soprattutto la definizione dell'evoluzione nel tempo dei parametri e delle grandezze fisiche tenute sotto osservazione. Infatti, possono essere rilevate eventuali modifiche di comportamento strutturale imputabili a danneggiamenti provocati da eventi sismici ripetuti o dal decadimento delle caratteristiche meccaniche dei materiali. *K. Worden e G.Manson* [7] riportano due grandi classi di metodi per l'individuazione del danno:

- **Model-driven approach:** si stabilisce un modello fisico ad alta fedeltà della struttura, di solito mediante analisi agli elementi finiti, e poi viene definita una metrica di confronto tra il modello e i dati misurati dalla struttura reale. Se il modello è per un sistema o una struttura in condizioni normali (cioè senza danni), qualsiasi scostamento indica che la struttura ha deviato dalle condizioni normali e il danno viene identificato.
- **Data-driven approach:** anche in questo caso viene stabilito un modello, ma questo è di solito una rappresentazione statistica del sistema (una funzione di densità di probabilità della condizione normale). Si ha dunque un riferimento non rappresentativo della natura fisico-meccanica della struttura ma solo della relazione azioni-risposte.

Di solito, gli approcci *data-driven* necessitano di un'enorme quantità di informazioni provenienti da sistemi di monitoraggio permanenti o da simulazioni, quando il

comportamento dinamico della struttura può essere facilmente identificato e riprodotto. In questi approcci, i modelli statistici del sistema sono facilmente definiti, e i livelli di rumore e le variazioni ambientali sono stabiliti naturalmente. Al contrario, gli approcci *model-driven*, guidati da modelli ad alta fedeltà della struttura, possono potenzialmente funzionare senza un modello di danno convalidato, ma il rumore e altri effetti ambientali sono difficili da incorporare. L'identificazione del sistema è il nucleo di qualsiasi approccio SHM *model-driven*. Infatti, tecniche e algoritmi di identificazione sono indispensabili per produrre un modello realistico di una struttura, specialmente quando si ha a che fare con materiali e schemi strutturali che non possono essere facilmente identificati. Nei sistemi di monitoraggio permanente, i parametri variati o anomali sono direttamente associati al danno, e l'affidabilità può essere definita come una funzione di quantità identificate che riflettono il danno, denominate sintomi. In alternativa, soprattutto quando gli edifici analizzati presentano uno schema strutturale complesso, un modello numerico può essere aggiornato sulla base dei parametri identificati utilizzando tecniche di *model updating*, al fine di simulare il reale comportamento della struttura e per ridurre l'incertezza [8].

2.2.2 Tipologie di monitoraggio

In base a differenti classificazioni, si possono individuare varie tipologie di sistemi di monitoraggio.

In funzione della durata e della frequenza delle misurazioni possiamo dividere in *monitoraggio a breve termine* e *monitoraggio a lungo termine*. Generalmente si ricorre al primo quando il fenomeno strutturale deve essere valutato in un momento specifico e non è necessario avere un monitoraggio permanente. In questo caso la mole di dati da analizzare è di molto inferiore rispetto al monitoraggio a lungo termine e questo comporta una più facile gestione. Se però si vogliono indagare i cambiamenti del comportamento strutturale nel tempo o seguire l'evoluzione dei danneggiamenti allora è auspicabile un monitoraggio a lungo termine.

In funzione dei carichi applicati si può ricorrere al *monitoraggio statico* o al *monitoraggio dinamico*. Si ricorre ad un monitoraggio statico nel caso in cui si intendano controllare dei parametri variabili lentamente durante il periodo di osservazione. Si andranno quindi a misurare le variazioni nel tempo di quelle grandezze considerate significative nello specifico caso. Questo ci fornisce delle misure puntuali e non globali della struttura e risulta idoneo per la valutazione della variazione nel tempo di danneggiamenti localizzati come ad esempio l'apertura di una fessura. Il monitoraggio dinamico, che è quello di cui ci occuperemo, è invece mirato alla misura delle vibrazioni della struttura mediante il posizionamento, di un opportuno numero ed in opportune posizioni, di accelerometri, velocimetri o sismometri. L'eccitazione da fornire alla struttura per consentire le misurazioni

può essere di due tipologie differenti: ambientale ed artificiale. Con il termine eccitazione ambientale ci si riferisce a tutte le vibrazioni dovute ai cosiddetti carichi ambientali come traffico veicolare, sia stradale che ferroviario e sia in superficie che in sottterraneo; rientrano in questi carichi anche le attività industriali, il vento ed i terremoti. Mentre l'eccitazione artificiale è realizzabile mediante l'utilizzo di particolari dispositivi, anche di grosse dimensioni e per questo non sempre è possibile farne uso. Si ricorre ad essa quando l'eccitazione ambientale è assente oppure poco consistente per ottenere risultati significativi. L'utilizzo di queste eccitazioni comporta chiaramente dei costi più o meno elevati, tuttavia, conoscere e stabilire l'input dinamico permette di poter indagare sulla banda delle frequenze di interesse. Un vantaggio del monitoraggio dinamico rispetto a quello statico è che i parametri che si ottengono sono rappresentativi della risposta globale della struttura.

2.3 Identificazione dinamica

Dal sistema di monitoraggio dinamico, di cui abbiamo precedentemente discusso nel Paragrafo 2.2, acquisiamo delle accelerazioni. Queste devono essere opportunamente trattate per poter identificare le caratteristiche modali principali (in termini di frequenze proprie, smorzamenti modali e forme modali) della struttura che si sta studiando. Si deve quindi procedere con le tecniche di identificazione dinamica.

2.3.1 Generalità

In generale si indicano come identificazione dinamica tutte quelle tecniche che consentano la definizione dei parametri dinamici di una struttura. Si distinguiamo due tipi di approcci [9]:

- Approccio analitico: questo è l'approccio classico che si risolve con un problema agli autovalori. Conoscendo tutte le caratteristiche della struttura (masse, rigidzze, geometria...) è possibile costruire un sistema matriciale accurato che, mediante il disaccoppiamento modale, consente di ricavare i parametri modali (frequenze, smorzamenti relativi, forme modali);
- Approccio sperimentale: in questo caso si sfruttano le registrazioni delle vibrazioni delle strutture ad un input noto o meno e partendo da queste risposte, mediante opportune operazioni, si ricavano i parametri modali. Il vantaggio di questo approccio è che si va a definire il reale comportamento della struttura partendo da ciò che è stato registrato.

Nel caso in cui si conosce l'input e si conosce la struttura si parla di problema diretto mentre nel caso di analisi modale sperimentale si parla di problema inverso, in

quanto si parte dalla risposta strutturale per definire i parametri che la influenzano. Il principale motivo di interesse nei riguardi dell'analisi modale sperimentale è legato alla considerazione che il comportamento dinamico di una struttura dipende solo dalle sue caratteristiche intrinseche (masse, rigidità, smorzamenti, grado di vincolo, ecc...) e non dall'entità e/o dal tipo di carico applicato. Pertanto, se non intervengono modificazioni interne al manufatto (come, per esempio, dei danni strutturali), il comportamento della struttura rimane inalterato; in caso contrario, si noterà una variazione delle frequenze e dei modi propri di vibrare.

Una prima distinzione tra le varie tecniche di identificazione dinamica sperimentale va fatta per quanto riguarda il dominio in cui operano, infatti si riconoscono tre differenti soluzioni:

- Soluzioni nel dominio del tempo (SSI, ERA ...);
- Soluzioni nel dominio delle frequenze (FDD...);
- Soluzioni nel dominio misto tempo – frequenza (TFIE...)

Le tecniche di identificazione dinamica possono ancora essere distinte in funzione della conoscenza o meno dell'input che genera una determinata risposta:

- **Tecniche Input – Output:** le tecniche di questo tipo richiedono che per la definizione dei parametri modali, e quindi l'identificazione strutturale, sia noto sia l'input che causa la vibrazione che l'output (risposta strutturale). Queste tecniche rientrano nella categoria di analisi modale sperimentale (EMA);
- **Tecniche Output – Only:** le tecniche appartenenti a questa categoria sono delle tecniche che hanno trovato una grande applicazione perché più economiche e più semplici da utilizzare rispetto alle precedenti. Il vantaggio principale è che non è necessario conoscere l'input che genera la vibrazione ma solo la risposta strutturale. La non necessità di registrare e di eccitare la struttura con apposite attrezzature è un grande vantaggio economico ed applicativo. Questi metodi si basano sull'ipotesi che l'input che genera la risposta strutturale sia rumore bianco Gaussiano. Queste tecniche rientrano nella categoria di analisi modale operativa o operativa (OMA).

L'analisi modale sperimentale è di difficile applicazione su molte strutture in quanto è necessario applicare un input noto e quindi spesso si opta per l'analisi modale operativa, evitando così il ricorso a particolari attrezzature necessarie per registrare ed applicare una vibrazione alla struttura in esame. L'idea fondamentale delle tecniche output-only è dunque che la struttura esaminata sia eccitata da un certo tipo di azione che abbia approssimativamente le caratteristiche del rumore bianco. Il rumore bianco ha una potenza spettrale distribuita su un'ampia banda di frequenza che copre il range di frequenze delle caratteristiche modali della struttura.

Non è condizionante il fatto che effettivamente la struttura non sia eccitata da un'azione che rispetti le caratteristiche del rumore bianco, in quanto quello che è veramente importante è che tutti i modi di interesse siano propriamente eccitati così che il loro contributo possa essere colto dalle misurazioni [10].

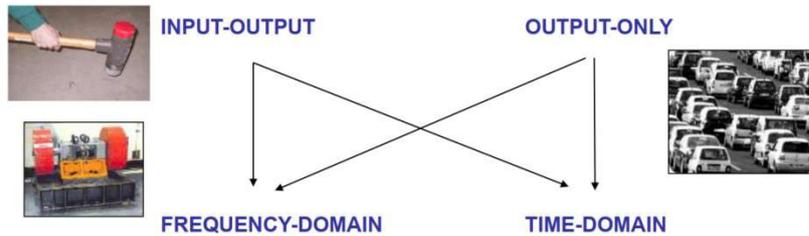


Figura 2.1: Classificazione delle tecniche di identificazione dinamica (Slide del corso di Sismica del Prof. D. Sabia)

Quando si interpretano i risultati dell'analisi modale, si deve considerare che non tutti i modi che vengono individuati sono dei modi di vibrare reali della struttura: alcuni modi derivano dal fatto che l'eccitazione della struttura sia colorata (non è mai realmente rumore bianco), altri possono essere dovuti al rumore. Nella pratica si ottengono molti più modi di vibrare di quelli fisici che ci si aspetta e si deve trovare un modo per indicare quali modi sono effettivamente dei modi di vibrare del sistema strutturale e quali non lo sono.

Capitolo 3

Modellazione strutturale

Oggi l'analisi strutturale viene eseguita attraverso l'analisi a elementi finiti (FEA), cioè la simulazione di qualsiasi fenomeno fisico utilizzando la tecnica numerica chiamata metodo agli elementi finiti (FEM). La suddetta tecnica è una procedura numerica per risolvere equazioni differenziali (parziali), con una precisione accettabile per gli ingegneri. Il dominio è infatti diviso in un sistema equivalente di corpi o unità più piccole (elementi finiti), interconnessi in punti comuni a due o più elementi (nodi o punti nodali). In questo modo viene approssimata la funzione incognita sul singolo elemento finito con funzioni predefinite. Così, il sistema di equazioni differenziali viene trasformato in un insieme di equazioni algebriche lineari o non lineari.

Il punto centrale di questo procedimento è costituito dalla modellazione strutturale, intendendo, con tale terminologia, il processo mediante il quale una struttura e le azioni su essa agenti sono ridotte ad uno schema più o meno semplificato. Il processo di modellazione dev'essere una procedura di sintesi che consiste nell'individuare quali variabili influiscono in modo rilevante sul comportamento della struttura, da quelle che lo sono meno. Ciò è essenziale per poter cogliere gli aspetti più importanti del sistema fisico da analizzare, trascurando, invece, quelli che non danno contributi significativi a questo scopo.

La definizione di uno schema strutturale che sia al tempo stesso abbastanza semplice da essere agevolmente calcolabile e sufficientemente complesso da mettere in conto l'effetto delle variabili più importanti, è un altro problema cruciale della progettazione, in quanto da tale definizione dipende, più ancora che l'esattezza numerica dell'analisi, l'attendibilità dei risultati. Va tenuto in conto che ogni struttura è di per se solida, e a rigore richiederebbe un'analisi tridimensionale. Risulta tuttavia più agevole, ed anche più significativo, fare riferimento a modelli ridotti che, in forma sintetica, siano in grado di cogliere gli aspetti più specifici della struttura da analizzare. Si può quindi discretizzare la struttura reale utilizzando

vari tipi di elementi finiti: monodimensionali (*beam o truss*), bidimensionali (*plate, plane, shell*) o nei casi più complessi tridimensionali.

3.1 Elementi bidimensionali

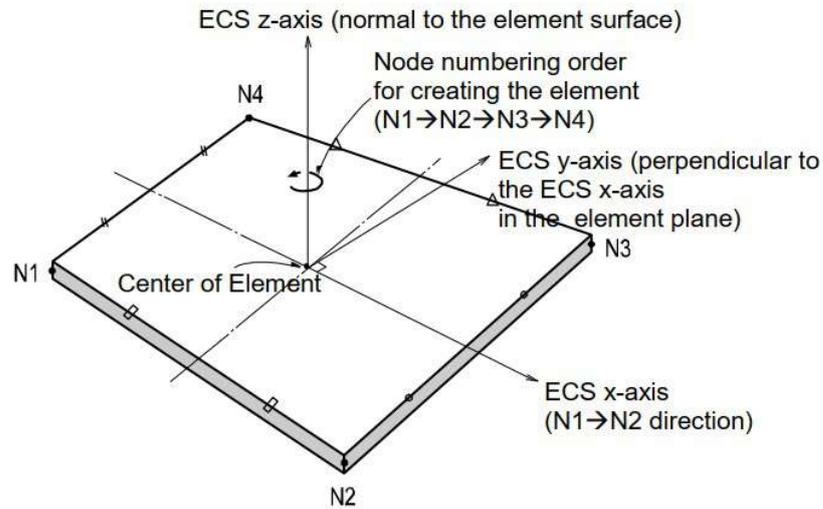
Nel nostro caso studio abbiamo scelto di schematizzare la struttura con elementi bidimensionali (Capitolo 8) e quindi di seguito andremo ad elencarne alcune delle caratteristiche fondamentali.

Partendo dall'assunto che gli elementi bidimensionali hanno una dimensione (spessore) trascurabile rispetto le altre due, possiamo però distinguere vari tipi di tali elementi in base al loro comportamento:

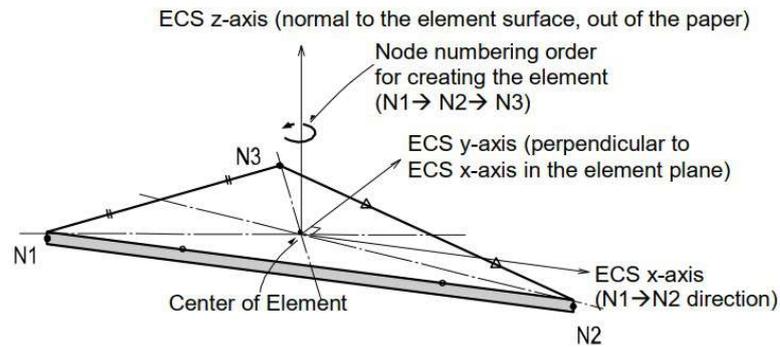
- comportamento FLESSIONALE: è proprio di elementi sollecitati da carichi perpendicolari al piano medio
- comportamento MEMBRANALE: in questo caso gli elementi sono sollecitati da carichi agenti nel piano medio
- comportamento MISTO: presentano un comportamento sia membranale che flessionale.

Nella nostra ricerca sono stati utilizzati elementi *plate*, cioè in grado di tenere in considerazione comportamenti di tensione-compressione sul piano, taglio sul piano e fuori dal piano e flessione fuori dal piano.

Possiamo avere elementi triangolari o quadrilateri che sono definiti da tre o quattro nodi su una superficie curva. Sono spesso usati per modellare muri, tubi di grande diametro o altre strutture di piccolo spessore soggette a sollecitazioni di flessione. Di fondamentale importanza è definire il sistema di riferimento locale dell'elemento (ECS), utilizzato dal programma per calcolare le matrici di rigidezza e per visualizzare graficamente le componenti di stress nella modalità di post-elaborazione. Generalmente l'ECS usa gli assi x , y e z nel sistema di coordinate cartesiane, seguendo la cosiddetta "regola della mano destra". Nel caso di un elemento quadrilatero (4 nodi), l'asse z ha origine dal centro della superficie dell'elemento ed è perpendicolare alla superficie stessa. La linea che collega il punto medio di $N1$ e $N4$ al punto medio di $N2$ e $N3$ definisce la direzione dell'asse x . La direzione perpendicolare all'asse x nel piano dell'elemento diventa ora l'asse y per la regola della mano destra. Mentre per un elemento triangolare (3 nodi), la linea parallela alla direzione da $N1$ a $N2$, originata dal centro dell'elemento diventa l'asse x dell'ECS. Gli assi y e z sono definiti identicamente a quelli dell'elemento quadrilatero. Questi concetti sono chiariti nella Figura 3.1:



(a) ECS di un elemento quadrilatero



(b) ECS di un elemento triangolare

Figura 3.1: Disposizione degli elementi *plate* e del loro ECS ([11])

Seguendo questo sistema di riferimento, ogni nodo ha cinque gradi di libertà: tre traslazioni lungo x,y,z e due rotazioni lungo le direzioni x ed y.

Come output dal programma di calcolo possiamo avere:

- Forze nei nodi di collegamento
- Forze per unità di lunghezza nei nodi di collegamento e al centro dell'elemento
- Le tensioni sulla superficie superiore ed inferiore sia nei nodi di collegamento che al centro dell'elemento.

In un nodo di collegamento, moltiplicando ogni componente di spostamento nodale per la corrispondente componente di rigidità dell'elemento otteniamo le forze dell'elemento stesso. Invece, per calcolare le forze per unità di lunghezza in un nodo di collegamento o nel centro dell'elemento, le sollecitazioni vengono calcolate separatamente per i comportamenti in piano e fuori piano e integrate nella direzione dello spessore. Per le tensioni, si estrapolano quelle calcolate nei punti di integrazione (punti Gauss). Nelle Figure sottostanti possiamo vedere le varie convenzioni dei segni, per comodità si riportano gli esempi solo sugli elementi quadrangolari.

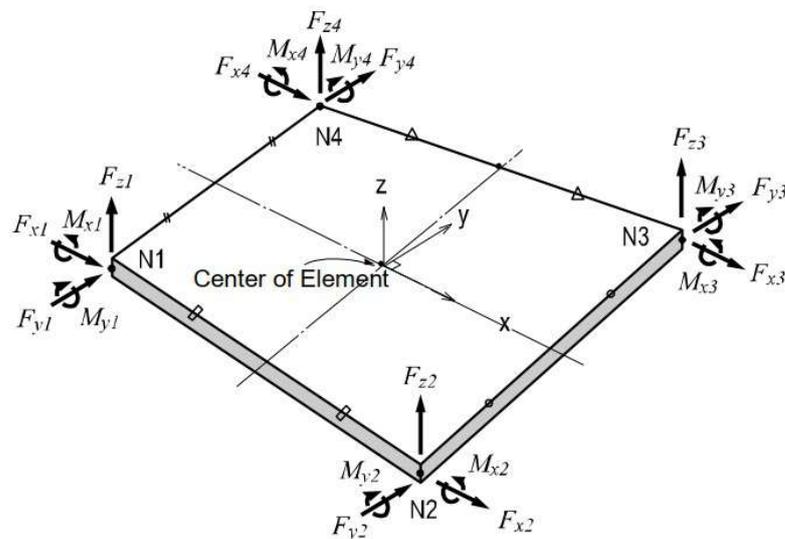


Figura 3.2: Forze nodali su un elemento quadrangolare ([11])

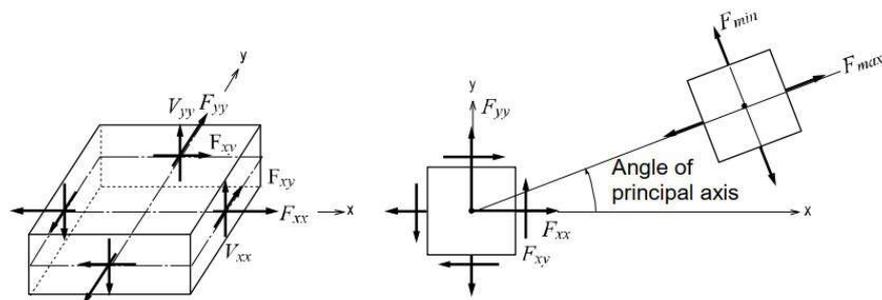


Figura 3.3: Forze per unità di lunghezza dovute ad azioni nel piano nei punti di uscita ([11])

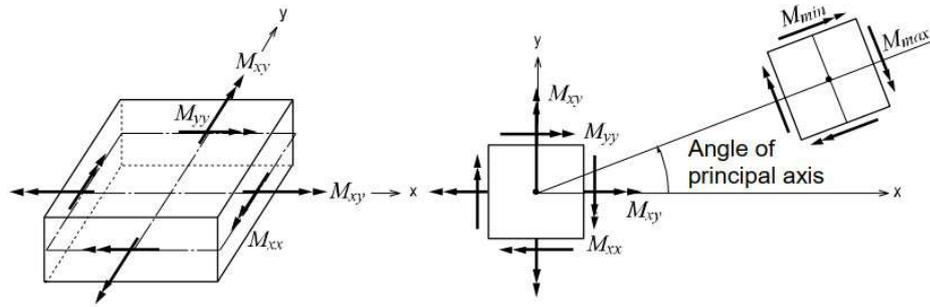


Figura 3.4: Momenti per unità di lunghezza dovuti ad azioni di flessione fuori piano nei punti di uscita ([11])

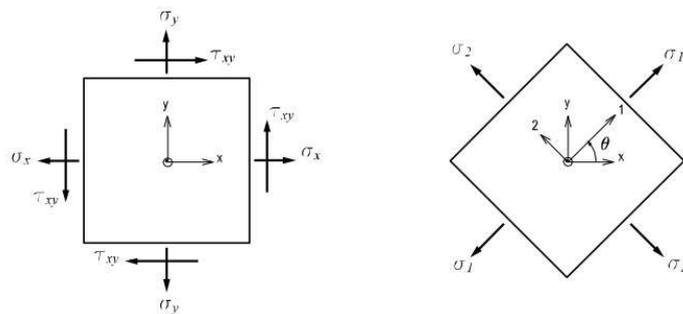


Figura 3.5: Convenzione di segni per le tensioni([11])

Per quanto riguarda le tensioni, ricordiamo che:

- σ_x : tensione assiale in direzione x
- σ_y : tensione assiale in direzione y
- σ_{xy} : tensione di taglio nel piano x-y
- σ_1 : tensione principale massima
- σ_2 : tensione principale minima
- θ : angolo tra l'asse x e l'asse principale 1

La rigidezza degli elementi *plate* è formulata in due direzioni: rigidezza assiale e di taglio in direzione del piano; rigidezza di flessione e di taglio fuori dal piano. Per la rigidezza fuori dal piano abbiamo un'ulteriore suddivisione in elementi *thin* ed *thick*. I primi sono stati sviluppati sulla base della teoria di Kirchoff-Love in cui le deformazioni trasversali di taglio sono trascurate. I secondi invece si basano sulla teoria Mindlin-Reissner, che si traduce in prestazioni superbe, incorporando campi di deformazione di taglio appropriati. Mentre, la rigidezza nel piano dell'elemento triangolare è formulata secondo la teoria Linear Strain Triangle (LST), invece la formulazione isoparametrica delle sollecitazioni piane con modi incompatibili è usata per l'elemento quadrilaterale. Nel codice di calcolo agli elementi finiti, l'utente può inserire separatamente diversi spessori per un elemento in modo da calcolare la rigidezza nel piano e fuori dal piano. In generale, il peso proprio e la massa sono calcolati dallo spessore specificato per la rigidezza nel piano. Tuttavia, se è specificato solo lo spessore per la rigidezza fuori piano, sono calcolati sulla base di tale spessore.

L'accuratezza del risultato in termini di deformazioni e tensioni di un elemento bidimensionale, dipende dalla dimensione dei singoli elementi che compongono la mesh. Più fitta è la discretizzazione, più accurati saranno i risultati. Di contro però saranno più lunghi i tempi di risoluzione in quanto all'aumentare dei nodi dell'elemento aumenterà la dimensione della matrice di rigidezza. Per zone in cui il gradiente di deformazione e tensione è più elevato, è bene infittire la mesh. Ciò accade in corrispondenza di zone critiche dell'elemento quali: spigoli, fori, discontinuità, cambi di sezione, applicazione di carichi concentrati. All'interno di uno stesso elemento *plate* si può adottare un diverso infittimento della mesh.

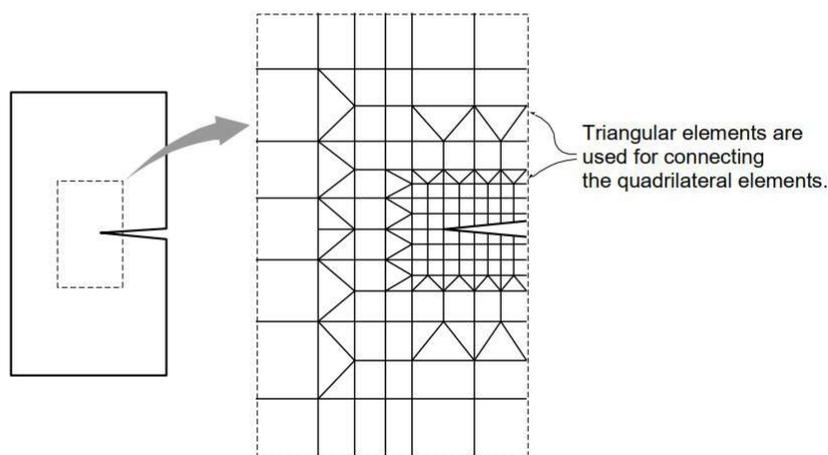


Figura 3.6: Esempio di infittimento della mesh in una zona critica([11])

I software di calcolo sono solitamente dotati di un algoritmo automatico che crea la mesh dell'elemento sulla base del passo scelto. In generale però il progettista dovrebbe cercare di avere elementi con un rapporto tra i lati (aspect ratio) molto vicino all'unità, garanzia di regolarità. Inoltre quando si modella una struttura curva, gli angoli tra due elementi adiacenti (Figura 3.6) dovrebbero rimanere inferiori a 10° . Inoltre, gli angoli non dovrebbero superare i $2^\circ - 3^\circ$ nelle regioni in cui sono richiesti risultati precisi.

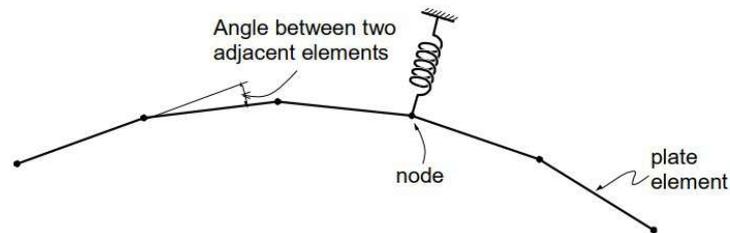


Figura 3.7: Angoli tra due elementi *plate* quando si modella una struttura curva([11])

Fondamentale è anche controllare la congruenza fra i nodi di due elementi bidimensionali collegati fra loro. Questo può verificarsi quando abbiamo due elementi con un passo di discretizzazione diverso o quando la mesh non si collega ad un nodo che giace nel suo piano. Vanno anche evitati elementi eccessivamente distorti, con lati e angoli ai vertici molto disuguali fra loro.

3.2 Modellazione della muratura

Oggi abbiamo strumenti numerici sofisticati che sono in grado di prevedere il comportamento della struttura dalla fase lineare, attraverso la fessurazione e la degradazione fino alla completa perdita di resistenza. Questo risultato può essere raggiunto solo se modelli costitutivi accurati e robusti sono integrati con procedure avanzate di soluzione del sistema di equazioni che risulta dalla discretizzazione degli elementi finiti. Quindi risulta di fondamentale importanza scegliere un accurato legame costitutivo con cui tradurre in termini matematici le caratteristiche fenomenologiche della muratura. Va tuttavia ricordato che non è realistico cercare di formulare modelli costitutivi che incorporino completamente tutti i meccanismi di interazione di un materiale specifico, perché qualsiasi modello o teoria costitutiva è una rappresentazione semplificata della realtà.

Come già detto nel Capitolo 1, la muratura è un materiale eterogeneo che consiste di blocchi, detti unità, e giunti (Figura 3.8 a). I primi possono essere costituiti da mattoni, conci o pietre irregolari. I giunti invece possono essere di malta, argilla, bitume, gesso o altro. Il grande numero di combinazioni dovute alla geometria, al posizionamento dei blocchi e alle caratteristiche dei giunti, rende difficoltoso studiare una risposta meccanica univoca.

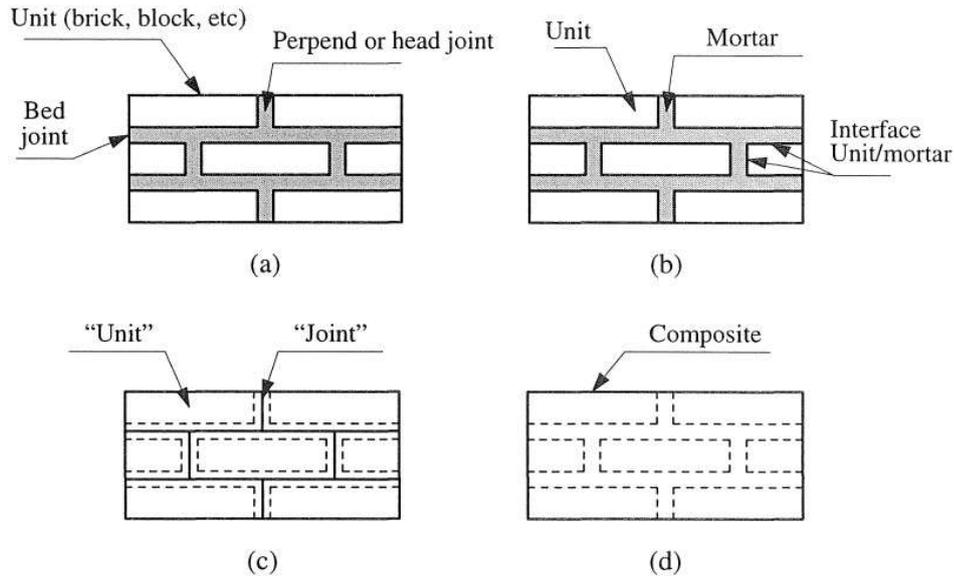


Figura 3.8: Strategie di modellazione della muratura: (a) campione di muratura; (b) micro-modellazione dettagliata; (c) micro-modellazione semplificata; (d) macro-modellazione ([12])

PB. Laurenco, J.Rots e J.Blaauwendraad [12] classificano in questo modo i vari approcci per la modellazione:

- **MICRO-MODELLAZIONE DETTAGLIATA** (Figura 3.8 b): bisogna includere una rappresentazione delle unità, della malta e dell'interfaccia unità/malta. In questo caso le unità e la malta nei giunti sono rappresentati da elementi continui mentre l'interfaccia unità/malta è rappresentata da elementi discontinui. Vengono prese in considerazione sia il modulo di Young che il rapporto di Poisson e, opzionalmente, le proprietà anelastiche sia dell'unità che della malta. L'interfaccia rappresenta una potenziale fessura / piano di scorrimento con rigidità iniziale fittizia per evitare la penetrazione del continuo.
- **MICRO-MODELLAZIONE SEMPLIFICATA** (Figura 3.8 c): in questo caso le unità espanse sono rappresentate da elementi continui mentre il comportamento

dei giunti di malta e dell'interfaccia unità-malta è unito in elementi discontinui. La muratura è quindi considerata come un insieme di blocchi elastici legati da potenziali linee di frattura/scivolamento nei giunti. Viene meno l'accuratezza poiché l'effetto di Poisson della malta non è incluso.

- **MACRO-MODELLAZIONE** (Figura 3.8 d): dove non è fatta una distinzione tra unità e giunti. Il materiale è quindi considerato come un composito anisotropo e viene stabilita una relazione tra le deformazioni medie e le sollecitazioni medie della muratura. Un macro-modello completo deve riprodurre un materiale ortotropo con diverse resistenze a trazione e compressione lungo gli assi del materiale così come un diverso comportamento anelastico per ogni asse del materiale. Proprio a causa di questa intrinseca complessità sono stati sviluppati pochi modelli di questo genere.

Gli approcci di micro-modellazione sono adatti per piccoli elementi strutturali con particolare interesse per stati fortemente eterogenei di stress e deformazione. L'obiettivo primario della micro-modellazione è quello di rappresentare la muratura a partire dalla conoscenza delle proprietà di ogni costituente e dell'interfaccia. Mentre, nelle analisi di grandi dimensioni e orientate alla pratica, la conoscenza dell'interazione tra unità e malta è, generalmente, trascurabile per il comportamento strutturale globale. In questi casi viene preferito un macro-modello.

Va fatto notare come non si può preferire una strategia di modellazione rispetto all'altra poiché esistono diversi campi di applicazione. Gli studi di micro-modellazione sono necessari per dare una migliore comprensione del comportamento locale delle strutture in muratura. I macro-modelli, invece, sono applicabili quando la struttura è composta da pareti solide con dimensioni sufficientemente grandi in modo che le sollecitazioni attraverso o lungo una macro-lunghezza saranno essenzialmente uniformi. Questo tipo di modellazione è più utile quando è necessario un compromesso tra precisione ed efficienza.

In base al tipo di approccio di modellazione scelto esistono varie leggi costitutive da poter adottare. Tuttavia questa scelta deve tenere in conto anche di altri fattori, come: il tipo di analisi che si vuole svolgere e il software utilizzato. Come è già stato detto, per questo lavoro si è deciso di utilizzare Midas GEN e la libreria al suo interno offre i seguenti modelli di legame costitutivo per materiali plastici: Tresca e Von Mises indicati per materiali con comportamento duttile, Mohr-Coulomb e Drucker-Prager indicati per materiali con natura fragile, Masonry ("STRUMAS") e Concrete Damage Plasticity (CDP).

In letteratura per analisi non lineari in strutture religiose storiche in muratura per lo più sono stati utilizzati gli ultimi due modelli.

La legge costitutiva non lineare STRUctural MASonry, detta più semplicemente STRUMAS, è basata su un approccio micro-macro intrinsecamente accoppiato. La muratura viene assunta come un materiale omogeneo anisotropo e vengono modellati

tutti i suoi costituenti (blocchi, giunti di malta di letto e di testa), prendendo in considerazione la loro disposizione geometrica, le dimensioni e le loro specifiche leggi costitutive. A livello macro si sviluppa una tecnica di omogeneizzazione per identificare un modello continuo ortotropo equivalente con criterio di rottura elastico-plastico a trazione. A compressione il materiale presenta una resistenza infinita. Questa legge costitutiva presenta l'indubbio vantaggio di richiedere parametri fisici facilmente reperibili, evitando di dover interpretare l'angolo di attrito e consentendo di descrivere il comportamento anisotropo della muratura. Inoltre va sottolineata l'estrema rapidità e stabilità di convergenza del modello, che richiede bassi oneri computazionali e non necessita di approfondite esperienze in problemi di convergenza. Tuttavia per strutture complesse, prive di piani rigidi e con molte particolarità, questo legame può presentare dei problemi e non fornisce risultati molto veritieri in termini di tensioni e deformazioni.

Infatti svolgendo delle prove su strutture più semplici dai parametri noti e poi sulla struttura del caso studio, è risultato più vantaggioso utilizzare il modello CDP e quindi di seguito ne descriveremo brevemente le caratteristiche.

3.2.1 Modello CDP

Il legame costitutivo Concrete Damage Plasticity (CDP) venne ideato da *J. Lee e G. Fenves* basandosi su un modello di danno e plasticità isotropo. Infatti tale legame descrive il comportamento non lineare del materiale, distinguendo il danneggiamento a compressione e a trazione mediante l'impiego di diverse variabili di danno.

Come indica il nome stesso, originariamente nasce per descrivere il comportamento del calcestruzzo ma comunque può essere esteso, con i dovuti accorgimenti, anche ad altri materiali fragili.

Le principali caratteristiche del Concrete Damage Plasticity sono:

- Modalità di rottura per formazione di fessure in trazione e per schiacciamento in compressione;
- Diverse tensioni di snervamento a trazione e a compressione, di conseguenza diverso comportamento (Fig 3.9): a trazione si ha un incrudimento negativo (softening) mentre a compressione un incrudimento positivo (hardening) seguito da softening fino a rottura;
- La risposta del materiale è uguale in tutte le direzioni (isotropia);
- Diverso degrado della rigidezza elastica a trazione e compressione.

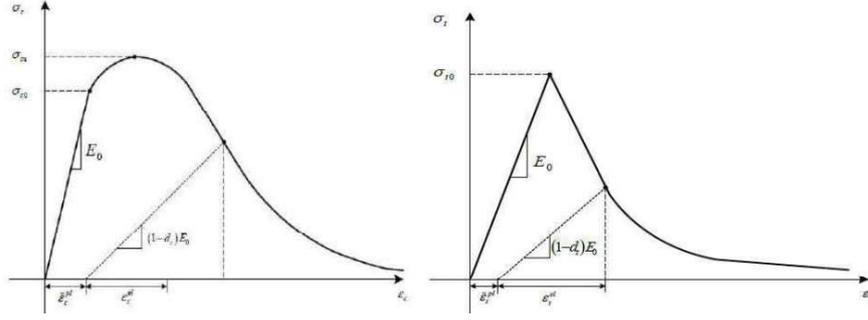


Figura 3.9: Legame costitutivo del Concrete Damage Plasticity. A destra a trazione, a sinistra a compressione ([11])

Nel ramo di softening, in entrambe le relazioni sforzo-deformazione di compressione e di trazione, le variabili di danno (d_c e d_t) sono adottate per ridurre il modulo elastico iniziale utilizzando le seguenti relazioni standard:

$$\begin{aligned}\sigma_c &= (1 - d_c)E_0(\epsilon_c - \epsilon_c^{pl}) \\ \sigma_t &= (1 - d_t)E_0(\epsilon_t - \epsilon_t^{pl})\end{aligned}\quad (3.1)$$

dove σ_c e σ_t sono gli sforzi di compressione e di trazione uniassiale, E_0 è il modulo elastico iniziale, ϵ_c e ϵ_t sono le deformazioni uniassiali in compressione e in trazione, ϵ_c^{pl} e ϵ_t^{pl} sono le deformazioni totali plastiche in compressione e trazione.

I rispettivi tensori degli sforzi efficaci in trazione e compressione sono:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_c &= \frac{\sigma_c}{(1 - d_c)} = E_0(\epsilon_c - \tilde{\epsilon}_c^{pl}) \\ \bar{\sigma}_t &= \frac{\sigma_t}{(1 - d_t)} = E_0(\epsilon_t - \tilde{\epsilon}_t^{pl})\end{aligned}\quad (3.2)$$

in cui $\tilde{\epsilon}_c^{pl}$ e $\tilde{\epsilon}_t^{pl}$ rappresentano le deformazioni plastiche equivalenti in compressione e trazione rispettivamente. Queste variabili controllano l'evoluzione della superficie di snervamento e la degradazione della rigidità elastica.

Il parametro di danno d è quindi assunto come funzione degli sforzi efficaci $\bar{\sigma}$ e delle deformazioni plastiche equivalenti $\tilde{\epsilon}^{pl}$.

Lubiner et al. proposero un modello di danno semplificato, basato sulla degradazione plastica in fase di scarico solo sul ramo di softening ed una rigidità proporzionale alla coesione del materiale stesso, esprimendo la riduzione del modulo elastico data in termini di degradazione scalare d :

$$\begin{aligned}E &= (1 - d)E_0 \\ \frac{E}{E_0} &= \frac{c}{c_{max}} = 1 - d\end{aligned}\quad (3.3)$$

dove c è la coesione nel criterio di snervamento, proporzionale allo stato di sforzo; mentre c_{max} è la coesione proporzionale alla resistenza del materiale.

Nel caso di sforzo monoassiale si può anche scrivere l'equazione precedente come:

$$d = 1 - \frac{\sigma}{f} \quad (3.4)$$

in cui f è la resistenza del materiale in esame.

Dal punto di vista pratico, i valori dei parametri di danno d sono 0 all'inizio del softening e 0,99 alla fine. Nel presente lavoro, come suggerito da *R. Olivito e S. Porzio* [13], il danno è assunto attivo solo in tensione, poiché la resistenza a trazione del materiale è molto bassa, soprattutto in confronto alla compressione (circa un ordine di grandezza in meno).

Per simulare il comportamento plastico del materiale devono essere introdotti, oltre alle leggi costitutive, anche un criterio di snervamento per definire l'inizio della deformazione plastica e una legge di flusso che scrive il legame tra la superficie di snervamento e la direzione del vettore delle deformazioni plastiche.

Nel modello CDP si utilizza la seguente regola del flusso plastico potenziale non associato:

$$\dot{\epsilon}_p = \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \sigma} \quad (3.5)$$

dove σ e ϵ_p denotano rispettivamente i tensori di sollecitazione e di deformazione plastica, λ è un moltiplicatore plastico; G è il potenziale plastico, definito dalla funzione iperbolica di Drucker-Prager:

$$G = \sqrt{(e\sigma_{t0}\tan\psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p}\tan\psi \quad (3.6)$$

con \bar{p} e \bar{q} rispettivamente la sollecitazione idrostatica e la sollecitazione equivalente di von-Mises; il parametro ψ è l'angolo di dilatanza trovato nel piano $\bar{p} - \bar{q}$; e denota l'eccentricità della superficie potenziale plastica, definita come la velocità con cui la funzione raggiunge la tensione uniassiale; mentre σ_{t0} è la tensione di trazione uniassiale di rottura.

La funzione di snervamento, invece, descrive una superficie nel piano degli sforzi efficaci che determina la condizione di snervamento e lo stato di danno del materiale. La superficie utilizzata nel modello CDP è di tipo Drucker-Prager modificata, capace di considerare il diverso comportamento del materiale a trazione e compressione:

$$F = \frac{1}{1 - \alpha} (\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta\sigma_{max} - \gamma - \bar{\sigma}_c) \quad (3.7)$$

dove:

$$\alpha = \frac{(f_{bo}/f_{co}) - 1}{2(f_{bo}/f_{co}) - 1}; \beta = \frac{\bar{\sigma}_c}{\bar{\sigma}_t} (1 - \alpha) - (1 + \alpha); \gamma = \frac{3(1 - K_c)}{2K_c - 1} \quad (3.8)$$

f_{bo} e f_{co} sono rispettivamente gli sforzi di snervamento a compressione biassiale e monoassiale; σ_{max} è la tensione principale massima; \bar{p} , \bar{q} , $\bar{\sigma}_c$, $\bar{\sigma}_t$ sono stati definiti in precedenza; K_c è il rapporto della distanza tra l'asse idrostatico e rispettivamente la generatrice delle trazioni e delle compressioni. Può assumere dei valori compresi tra 0.5 e 1. Nel caso in cui $K_c = 1$ si ha una superficie di snervamento di Von-mises, con una sezione deviatorica che diventa una circonferenza. Quando $k_C = 0.5$ abbiamo una superficie di Rankine. Sperimentalmente è stato osservato che il valore di K_c tende a 0.6. Il Concrete Damage Plasticity indica generalmente di assumere questo parametro pari a $2/3$, così da avere una superficie di snervamento simile a quella formulata da William e Warnke che la vedono costituita da tre ellissi tangenti tra loro.

Le superfici di snervamento nel piano deviatorico e in stato di sforzo biassiale sono rappresentate nella Figura 3.10.

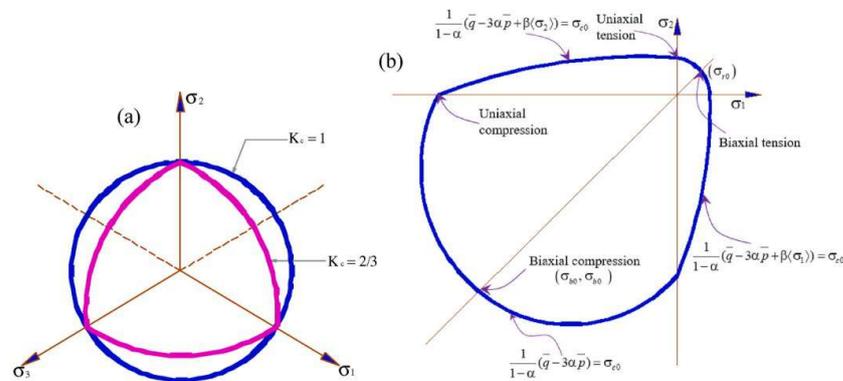


Figura 3.10: Superficie di snervamento nel piano deviatorico (a) ed in stato di sforzo biassiale (b)

La risposta secondo il modello CDP in Midas è influenzata dai seguenti parametri principali, oltre agli indici di danno e l'identificazione di una legge costitutiva:

- l'angolo di dilatanza ψ
- l'eccentricità e
- il rapporto f_{bo}/f_{co}
- coefficiente K_c
- parametro di viscosità μ

Tutti questi parametri, eccetto la viscosità, sono stati definiti nelle equazioni sovrastanti. La viscosità, invece, rappresenta il tempo di rilassamento del sistema viscoplastico e permette alle tensioni di superare localmente la superficie di

snervamento. Al crescere di μ il comportamento sotto carichi statici cambia: il danneggiamento risulta diffuso su una zona più ampia, alterando i risultati dell'analisi; per questo motivo si usano valori del parametro molto piccoli. In questo modo si aiuta anche la convergenza senza alterare i risultati, dato che i modelli che presentano softening e progressivo degrado della rigidezza sono soggetti a problemi di convergenza nei programmi di analisi.

Il corretto valore da assegnare a questi parametri è fondamentale per poter utilizzare anche per la muratura il modello CDP. In letteratura esistono numerosi lavori su cui potersi basare, come quelli di: *M. Resta et al.* [14], *R. Olivito e S. Porzio* [13], *M. Kujawa et al.* [15].

Tutte le scelte effettuate per il nostro caso studio, prendendo spunto degli studi di letteratura citati e effettuando prove nel software, sono riportate nel Capitolo 10.

Capitolo 4

Model Updating

Nel capitolo precedente abbiamo discusso della modellazione strutturale, va ora sottolineato come il metodo agli elementi finiti (FEM) non è in grado di prevedere la risposta dinamica delle strutture con completa accuratezza a causa della presenza di alcuni errori nel modello. Le ragioni sono molteplici, tra queste: condizioni al contorno difettose, valori errati delle proprietà dei materiali, mesh di scarsa qualità, difficoltà nella modellazione di forme complesse, assunzioni a scopo di semplificazione, modellazione errata dei giunti, uso di metodi di arrotondamento nei calcoli.

Quindi c'è la necessità di correggere il modello FE in modo che il suo comportamento vibratorio corrisponda alla risposta dinamica reale ottenuta sperimentalmente. La procedura utilizzata per aggiornare il modello è chiamata in inglese FE model updating (FEMU). Nel model updating, i risultati sperimentali sono considerati come obiettivi e gli input del modello agli elementi finiti sono regolati in modo tale che gli output abbiano una migliore corrispondenza con le loro controparti sperimentali.

4.1 Descrizione della procedura

Nel corso degli anni vari ricercatori hanno proposto diverse tecniche FEMU, che poi verranno brevemente presentate, e tra queste la nostra scelta è ricaduta sul metodo diretto semplificato di *B. Douglas e W.Reid* [16]. Tuttavia prima di procedere con l'updating è necessario svolgere una serie di passaggi. Inizialmente bisogna capire se il modello FE realizzato è abbastanza solido. Devono essere quindi confrontate e correlate le risposte sperimentali e le risposte FEM in modo da garantire che il modello si qualifichi per un'ulteriore aggiornamento e non sia richiesto un modello concettualmente nuovo. Successivamente deve essere effettuata un'analisi di sensitività (SA) per determinare quali parametri sono più influenti in

un modello in modo tale da convalidare la capacità del modello stesso di catturare certi fenomeni fisici o tendenze. Nel diagramma di flusso presente nella Figura 4.1 sono riportati tutti gli step necessari per la procedura FEMU ed ora andremo ad approfondirli nei paragrafi successivi.

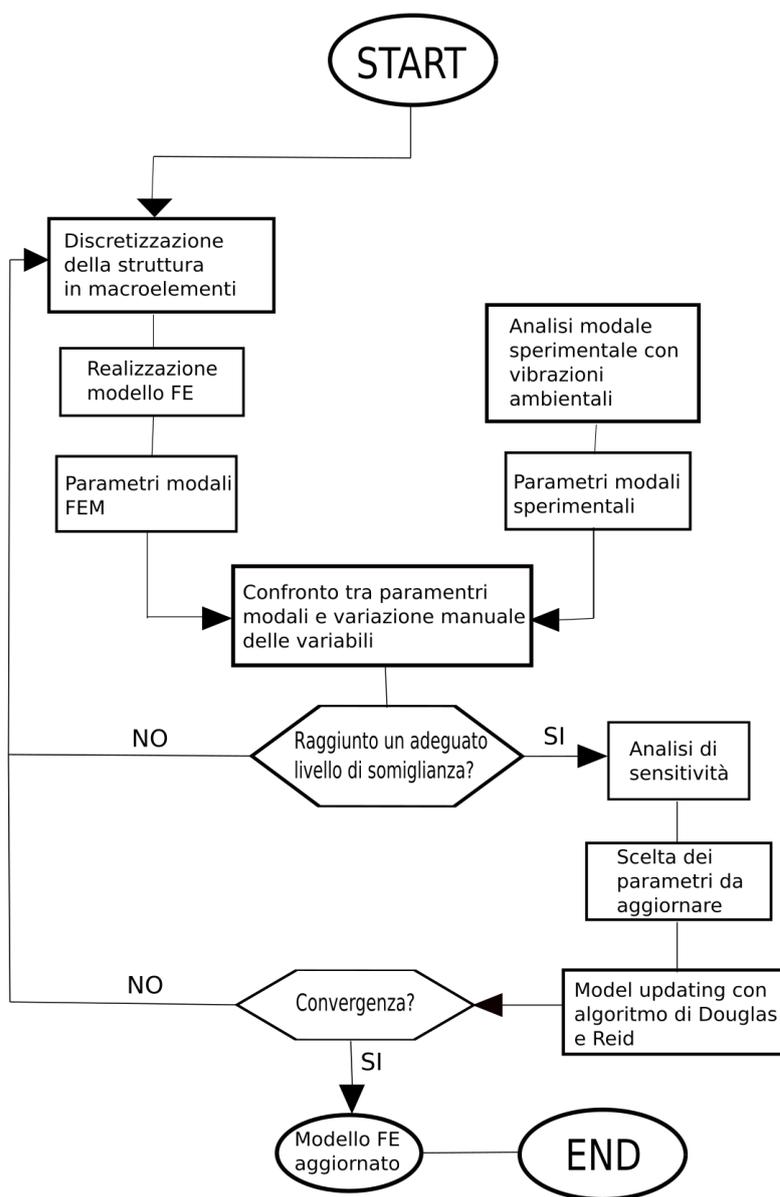


Figura 4.1: Diagramma di flusso seguito nella procedura di model updating

4.2 Confronto tra parametri modali e variazione manuale delle variabili

La risposta dinamica è generalmente misurata in termini di frequenze naturali e forme modali. La frequenza a cui una struttura vibra naturalmente una volta messa in movimento è chiamata la sua frequenza naturale. Mentre la forma modale di un particolare modo definisce la configurazione di spostamento della struttura alla frequenza naturale corrispondente. Noi possiamo ottenere questi valori sia attraverso l'analisi modale sperimentale con vibrazioni ambientali, come visto nel Capitolo 2, sia attraverso un'analisi agli autovalori del modello FE. Tali proprietà dinamiche sono intrinseche alla struttura: non dipendono da forze o carichi che agiscono. Cambieranno se le proprietà dei materiali (massa, rigidità, smorzamento), o le condizioni di vincolo cambiano. I dati sperimentali e i set di dati FE devono essere confrontati in modo da garantire l'esistenza di una qualche correlazione tra le risposte sperimentali e risposte FE e anche per determinare se vale la pena aggiornare il modello FE proposto o ripensare un modello completamente nuovo. Per fare questo esistono una serie di indici da poter calcolare.

Per quanto riguarda il confronto fra le **frequenze naturali**, possiamo calcolare la differenza in percentuale tra la due:

$$\Delta_{f_i} = 100 * \frac{f_{spe} - f_{FEM}}{f_{spe}} \quad (4.1)$$

Se gli errori percentuali sono piccoli, si può aggiornare il modello FE della struttura per minimizzare tali errori. Ma se gli errori sono molto grandi allora è preferibile creare un nuovo modello. Decidere un range di errori accettabili è compito della sensibilità e dell'esperienza del progettista.

Mentre per la correlazione delle **forme modali**, abbiamo bisogno di qualche misura quantitativa (numerica) di correlazione, che può essere facilmente implementata attraverso un codice di calcolo. Tra queste possiamo citare MSF (Modal Scale Factor), MAC (Modal Assurance Criterion), NMAC (Normalised Modal Assurance Criterion), COMAC (Coordinate Modal Assurance Criterion). Noi abbiamo deciso di utilizzare il MAC che è una misura della dispersione dei punti dalla linea retta di correlazione e può essere calcolato come segue:

$$MAC(\{\Phi_{spe}\}_i, \{\Phi_{FEM}\}_j) = \frac{|\{\Phi_{spe}\}_i^T \{\Phi_{FEM}\}_j|^2}{(\{\Phi_{spe}\}_i^T \{\Phi_{spe}\}_i)(\{\Phi_{FEM}\}_j^T \{\Phi_{FEM}\}_j)} \quad (4.2)$$

dove $\{\Phi_{spe}\}_i$ e $\{\Phi_{FEM}\}_j$ rappresentano l'i-esima forma modale sperimentale e la j-esima forma modale analitica rispettivamente. Un valore del MAC uguale all'unità è indice di una perfetta correlazione, mentre un valore pari a zero indica nessuna

correlazione tra i due parametri. La Figura 4.2a mostra un tipico diagramma del MAC con una perfetta correlazione tra le forme modali sperimentali e analitiche. Si può vedere come tutti gli elementi diagonali hanno valore unitario, mentre gli elementi fuori diagonale sono nulli. Un caso di debole correlazione è invece rappresentato nella Figura 4.2b, dove nessun elemento diagonale è unitario mentre fuori diagonale i valori non sono nulli. Alcune delle maggiori limitazioni di questo indice è che non riesce ad identificare le deviazioni sistematiche e che non è un vero controllo di ortogonalità a causa dell'assenza della matrice di massa o di rigidezza nella formula.

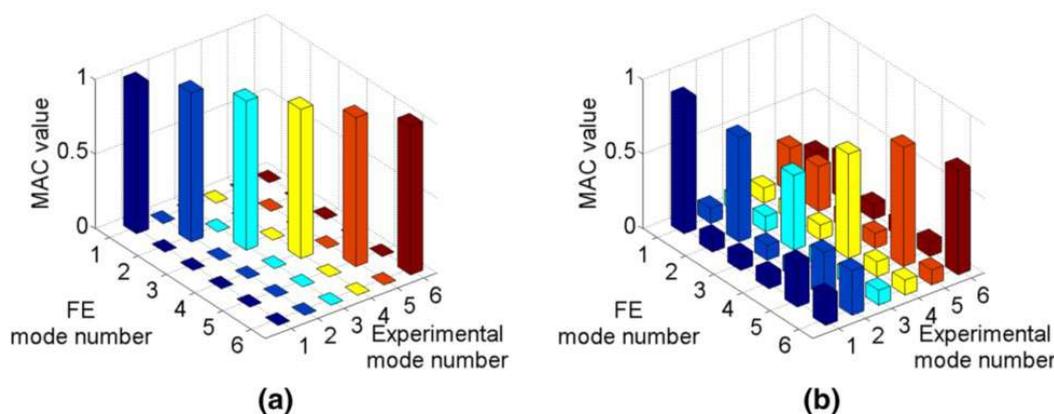


Figura 4.2: Correlazione delle forme modali con l'indice MAC. a) Ottima correlazione, b) debole correlazione ([17])

Fatta questa prima correlazione, ci si può rendere conto di quanto il nostro modello sia accurato. Tuttavia prima di procedere con il model updating vero e proprio, si può provvedere con una variazione manuale (manual tuning) delle variabili che entrano in gioco nella definizione del modello. Infatti, come già precisato, in un modello FE la risposta dinamica delle strutture (output) dipende da una serie di variabili (input), come ad esempio: le caratteristiche del materiale, le proprietà geometriche della struttura, la discretizzazione utilizzata e il tipo di calcolo scelto. *S. Sehgal e H. Kumar* [17] riassumono in un diagramma causa-effetto (Figura 4.3) i principali tipi di input. Quindi agendo su queste variabili manualmente si può andare a migliorare il modello FE, eliminando eventuali errori grossolani che si sono potuti commettere nella prima fase di modellazione. Inoltre per limitare il numero di variabili su cui agire si può suddividere la nostra struttura in macro-elementi o regioni che hanno le stesse caratteristiche meccaniche o fisiche. Questa fase manuale è regolata dalla sensibilità del progettista che deciderà di passare allo step successivo quando il modello FE avrà raggiunto un buon grado di somiglianza con il comportamento reale della struttura.

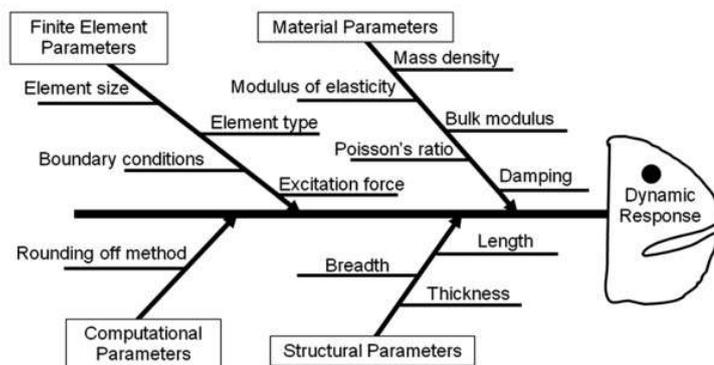


Figura 4.3: Parametri di input che influenzano la risposta dinamica delle strutture ([17])

4.3 Analisi di sensitività

Come detto sopra, possono essere molte le variabili che entrano in gioco nella risposta dinamica delle strutture. Eseguendo un'analisi di sensitività (SA) possiamo tenere in considerazione solo le variabili che influenzano maggiormente il modello e ridurre così l'onere computazionale dell'algoritmo di model updating. Infatti, la SA può essere utile per vari scopi come: l'aumento della robustezza di un modello, l'ottimizzazione del progetto, l'identificazione di parametri che richiedono ulteriore ricerca, semplificazione del modello/eliminazione delle variabili, comprensione dell'interazione tra modello e variabili. Come sottolineano *G.Boscato et al.* [18] questo approccio è particolarmente significativo nelle strutture storiche in muratura dove molte delle variabili del modello sono sconosciute. Infatti a causa della grande eterogeneità della muratura, della presenza di danneggiamenti, della difficoltà di interpretare correttamente tutte le funzioni strutturali abbiamo una grande incertezza sia nell'attribuzione delle proprietà meccaniche dei materiali, sia nello stabilire condizioni di vincolo adeguate.

Esistono diversi tipi di analisi di sensitività, la classificazione più comune è quella che distingue tra SA locale e SA globale. Il primo approccio è chiamato locale perché solo una piccola regione del dominio dei parametri di input viene analizzata. Questo significa che se un'elevata incertezza (o non linearità) è legata ad alcune delle relazioni input-output, l'indice di sensibilità è affidabile solo nelle vicinanze della funzione. Invece, la SA globale è basata sulla varianza e indaga l'intero dominio di esistenza dei fattori di input. Inoltre, mentre la SA locale è spesso effettuata con un fattore alla volta, la SA globale permette una stima

multidimensionale, perché i singoli fattori possono essere valutati variando anche tutti gli altri fattori.

Generalmente la SA locale è la procedura tipica quando non si hanno incertezze sulle proprietà fisiche e meccaniche della struttura. Infatti, molti autori concordano sul fatto che gli indici di sensibilità locale dipendono intrinsecamente dai valori dei parametri scelti e quindi quando i valori iniziali dei parametri sono basati su valori di letteratura, l'approccio locale può portare a risultati discutibili. Si può quindi preferire l'applicazione di tecniche di SA globali ed in letteratura ne esistono molti esempi. Nel nostro lavoro, nonostante molti dei valori di input derivino da valori di letteratura, per la semplicità e l'immediatezza abbiamo optato per l'utilizzo di un'analisi di sensitività locale. Questa scelta è dettata anche dal futuro utilizzo di un algoritmo di model updating semplificato.

Quindi per calcolare quanto l'output y_j del modello sia sensibile alla variazione dell'input x_i l'approccio seguito in un'analisi di sensitività locale è quello basato sulle derivate. La derivata parziale $\frac{\partial y_i}{\partial x_i}$ rappresenta l'indice di sensitività del modello nel punto osservato. Diversi autori fanno riferimento a indici di sensitività normalizzati, perché le diverse quantità di input possono avere diversi ordini di grandezza:

$$SLS, ij = \frac{x_i}{y_i} * \frac{\partial y_i}{\partial x_i} \quad (4.3)$$

N.M.M. Maia e J.M.M. Silva [19] propongono una rielaborazione del coefficiente di sensitività, che nel loro caso rappresenta la variazione percentuale nel parametro modale R_i^{num} a seguito di una variazione percentuale della variabile X_j :

$$SLS, ij = 100 * \frac{X_j}{R_i^{num}} * \frac{\Delta R_i^{num}}{\Delta X_j} \quad (4.4)$$

Spetta al progettista decidere la percentuale di variazione della variabile.

Nel nostro caso si è scelto di usare quest'ultima formulazione. In generale va ricordato che essendo un'analisi locale solo una variabile alla volta verrà cambiata, mentre le altre saranno mantenute costanti. Si otterranno così diversi indici di sensitività, quelli al di sotto di un determinato valore (generalmente dal 3% al 5%) vengono scartati. Ciò vuol dire che le variabili associate a quegli indici non danno un contributo significativo all'output del modello e non verranno quindi considerate nell'algoritmo di model updating.

4.4 Tecniche di Model Updating

Una volta svolti tutti i passaggi preliminari, sopra presentati, è necessario procedere con il model updating vero e proprio. Esistono svariate tecniche, che possono essere principalmente divise in due categorie: **tecniche dirette** e **tecniche iterative**.

Le prime forniscono la soluzione al problema dell'aggiornamento del modello in un solo passo; quindi sono computazionalmente molto efficienti, e non si verificano problemi di divergenza. Un'altra importante caratteristica delle tecniche dirette è che riproducono esattamente i dati misurati: tengono quindi in considerazione anche il rumore di misura e le modalità spurie. Pertanto, sono richieste procedure di analisi e test modali di ottima qualità. In generale si procede calcolando una soluzione in forma chiusa per le matrici del sistema utilizzando le equazioni strutturali del moto e le proprietà di ortogonalità dei modi. Queste tecniche sono anche chiamate tecniche matriciali, perché trovano la soluzione sotto forma di matrici di sistema aggiornate risolvendo un insieme di equazioni matriciali. Lo svantaggio principale è che le matrici di massa e rigidità aggiornate possono non essere simmetriche e definite positivamente. Diventa quindi molto difficile comprendere questo tipo di matrici di sistema su base fisica.

Invece le tecniche iterative calcolano i valori aggiornati delle variabili materiali e strutturali del modello FE in modo tale che durante ogni iterazione la discrepanza tra la risposta sperimentale e quella FE sia ridotta. Queste tecniche sono anche chiamate tecniche basate sul gradiente. Le iterazioni si fermano quando i valori dei parametri di aggiornamento smettono di convergere o la funzione di errore si riduce a un livello tollerabile. Quest'ultima è generalmente una funzione non lineare delle risposte sperimentali e FE come autovalori, autovettori o FRF. Le tecniche iterative danno come risultato solo matrici di sistema aggiornate simmetriche e definite positivamente, che possono essere facilmente comprese su base fisica. Tuttavia queste tecniche richiedono un certo numero di iterazioni prima di arrivare al risultato finale: sono computazionalmente meno efficienti e possono presentare problemi di divergenza.

Diversi studi hanno evidenziato come i risultati del metodo iterativo sono meno vulnerabili alle influenze dei diversi valori di riferimento iniziali, rispetto a quanto succede per il metodo diretto. In generale quindi utilizzando metodi iterativi le soluzioni dei parametri di aggiornamento sono generalmente più accurate. Tuttavia come fanno notare *Fa, Guanzhe, et al* [20], entrambe le tecniche possono portare a modelli con risultati modali soddisfacenti rispetto ai dati sperimentali, se viene fatta una buona scelta dei valori di riferimento.

Nel nostro caso, come già detto, abbiamo optato per una tecnica diretta semplificata presentata nel 1982 da *B. Douglas e W.Reid* [16]. Di seguito ne descriveremo i passaggi.

4.4.1 Algoritmo di *Douglas e Reid*

La tecnica di model updating proposta da *Douglas e Reid* è molto apprezzata per la sua semplicità ed efficienza numerica. Consiste nell'introdurre un sistema di funzioni quadratiche per approssimare le frequenze modali numeriche intorno

a valori di riferimento scelti dei parametri strutturali. Poi si deve applicare un algoritmo di ottimizzazione per risolvere il problema di minimizzazione della differenza tra le frequenze modali numeriche e sperimentali. Il modello FE non deve essere richiamato nella procedura di ottimizzazione, per questo il metodo viene considerato diretto. Inoltre risulta un metodo semplificato in quanto la ricerca dei parametri che minimizzano l'errore non investigherà tutte le possibili combinazioni dei parametri, come ad esempio avviene con l'utilizzo di metodi basati su algoritmi genetici, ma l'analisi sarà limitata ad un intorno del valore dei parametri di riferimento. Negli ultimi anni, il metodo di *Douglas e Reid* è stato adottato da vari ricercatori per eseguire il model updating di differenti strutture, dai ponti in acciaio ai campanili in muratura. Si rimanda quindi alla letteratura scientifica per approfondire e studiare tutti i vari esempi.

Di seguito andremo a presentare più nel dettaglio i passaggi del metodo. In un modello agli elementi finiti la relazione che lega l' i -esimo output $f_{FEM,i}$, in questo caso l' i -esima frequenza risultante dall'analisi modale, alle N variabili strutturali significative X_k , può essere scritta come segue:

$$f_{FEM,i} = f_{FEM,i}(X_1, X_2, X_3, \dots, X_K, \dots, X_N) \quad (4.5)$$

Per far coincidere i parametri modali f_{FEM} con quelli analitici f_{spe} , ricavati dall'identificazione dinamica, servirebbero procedure di analisi in batch. Per ovviare al problema si può realizzare un modello "quasistrutturale" che riesce a rappresentare adeguatamente il comportamento del modello FE in un intorno del valore di riferimento X_k . Questo si ottiene definendo per ogni $f_{FEM,i}$ la seguente funzione di approssimazione quadratica:

$$f_i^*(X_1, X_2, \dots, X_N) = \sum_{k=1}^N [A_{i,k}X_k + B_{i,k}X_k^2] + C_i \quad (4.6)$$

per $i = 1, 2, \dots, N_f$, con N_f il numero totale dei parametri modali trovati. Nell'Eq. 4.6, f_i^* rappresenta l'output relativo al modello "quasistrutturale" mentre $A_{i,k}$, $B_{i,k}$, C_i sono le $(2N + 1)$ costanti da determinare.

L'approssimazione con una parabola è tanto più efficace tanto più il range della variabile X_k è ridotto, per tale motivo è fondamentale una prima operazione di taratura per stimare i valori di riferimento dei parametri strutturali X_k^0 . Vanno poi decisi i rispettivi intervalli in cui tali parametri possono esistere, andando a denotare quindi i limiti inferiore X_k^L e superiore X_k^U :

$$X_k^L \leq X_k \leq X_k^U \quad (4.7)$$

La natura dell'approssimazione quadratica può essere visualizzata graficamente nella Figura 4.4, che mostra la variazione di f_i^* e $f_{FEM,i}$ al variare del singolo

parametro X_k . Come si può notare, f_i^* rappresenta la legge quadratica che è vincolata a passare tra i due limiti.

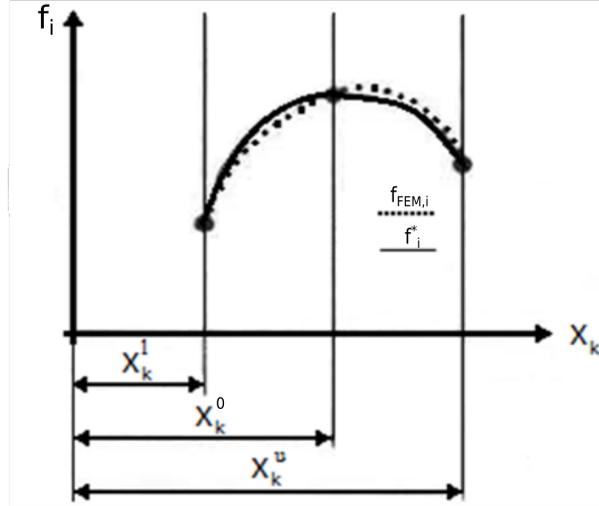


Figura 4.4: Legge quadratica del modello "quasistrutturale" ([16])

Le $(2N + 1)$ costanti $A_{i,k}$, $B_{i,k}$, C_i sono quindi determinate attraverso un sistema di equazioni dove si eguagliano le frequenze ottenute dal modello "quasistrutturale" f_i^* con quelle ottenute dal modello FE vero e proprio $f_{FEM,i}$. Entrambi questi parametri modali diventano funzione delle $2N+1$ combinazioni delle variabili strutturali X_k^0 , X_k^L , X_k^U :

$$\begin{cases} f_{FEM,i}(X_1^0, X_2^0, \dots, X_N^0) & = f_i^*(X_1^0, X_2^0, \dots, X_N^0) \\ f_{FEM,i}(X_1^L, X_2^0, \dots, X_N^0) & = f_i^*(X_1^L, X_2^0, \dots, X_N^0) \\ f_{FEM,i}(X_1^U, X_2^0, \dots, X_N^0) & = f_i^*(X_1^U, X_2^0, \dots, X_N^0) \\ f_{FEM,i}(X_1^0, X_2^0, \dots, X_N^L) & = f_i^*(X_1^0, X_2^0, \dots, X_N^L) \\ f_{FEM,i}(X_1^0, X_2^0, \dots, X_N^U) & = f_i^*(X_1^0, X_2^0, \dots, X_N^U) \end{cases} \quad (4.8)$$

La prima riga del sistema di equazioni 4.8 corrisponde ai parametri modali ottenuti considerando come variabile X_k^0 ; poi ciascun parametro strutturale viene variato, uno alla volta, dal suo valore di riferimento ai limiti superiore e inferiore, rispettivamente.

In forma compatta possiamo scrivere:

$$\{f_{FEM,i}\} = [C] \times \{K_i\} \quad (4.9)$$

con la matrice $[C]$, contenente le combinazioni delle variabili, e il vettore $\{K_i\}$ dei coefficienti incogniti, così definiti:

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & X_1^0 & X_1^{0^2} & \dots & X_N^0 & X_N^{0^2} \\ 1 & X_1^U & X_1^{U^2} & \dots & X_N^0 & X_N^{0^2} \\ 1 & X_1^L & X_1^{L^2} & \dots & X_N^0 & X_N^{0^2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & X_1^0 & X_1^{0^2} & \dots & X_N^U & X_N^{U^2} \\ 1 & X_1^0 & X_1^{0^2} & \dots & X_N^L & X_N^{L^2} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$\{K_i\} = \begin{Bmatrix} C_{i,1} \\ A_{i,1} \\ B_{i,1} \\ \dots \\ A_{i,N} \\ B_{i,N} \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

Come variabili strutturali X_k possiamo scegliere varie grandezze, ognuna con una differente unità di misura: modulo elastico E [MPa], rigidezza del terreno o di parti della struttura [kN/m], coefficiente di Poisson ν . Per tenere in conto di questa differenza di ordini di grandezza è opportuno normalizzare ogni variabile rispetto al proprio valore nominale. Inoltre va sottolineato che la matrice $[C]$ risulta costante per tutti le N_f osservazioni sperimentali.

Il sistema lineare dell'eq. 4.9 risulta facilmente invertibile, così da poter ricavare il vettore dei coefficienti incogniti $\{K_i\}$:

$$\{K_i\} = \frac{[C]}{\{f_{FEM,i}\}} \quad (4.12)$$

Possiamo poi assemblare tutte le N_f osservazioni sperimentali andando a definire una matrice delle costanti $[K]$ che contiene tutti i vettori $\{K_i\}$:

$$[K] = \begin{bmatrix} \{K_1\} \\ \{K_2\} \\ \dots \\ \{K_{N_f}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1,1} & A_{1,1} & B_{1,1} & \dots & A_{1,N} & B_{1,N} \\ C_{2,1} & A_{2,1} & B_{2,1} & \dots & A_{2,N} & B_{2,N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{N_f,1} & A_{N_f,1} & B_{N_f,1} & \dots & A_{N_f,N} & B_{N_f,N} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

A questo punto l'equazione che rappresenta il modello quasistrutturale è definita come:

$$\{f_i^*\} = [K] \times \{x\} \quad (4.14)$$

con il vettore $\{x\}$ incognito formulato nel seguente modo:

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ X_1 \\ X_i^2 \\ \dots \\ X_N \\ X_N^2 \end{Bmatrix} \quad (4.15)$$

Ora il nostro scopo diventa trovare il miglior set di variabili che minimizza la differenza tra le frequenze naturali previste numericamente dal modello quasistrutturale e le loro controparti misurate sperimentalmente. Si tratta di un problema di ottimizzazione dove si ricerca il valore da assegnare ad una variabile per ottenere il miglior valore possibile di una funzione che soddisfi particolari condizioni. Questo si traduce nella ricerca del minimo assoluto di tale funzione, detta funzione obiettivo, in un intervallo determinato. La nostra funzione obiettivo è la seguente:

$$J = \sum_{i=1}^{N_f} w_i \epsilon_i \quad (4.16)$$

$$\epsilon_i = |f_{i,spe} - f_i^*(X_1, X_2, \dots, X_N)|$$

dove w_i è una costante introdotta per bilanciare i contributi di ogni ϵ_i nella funzione obiettivo. Nel nostro caso viene posta uguale a:

$$w_i = \frac{1}{f_{i,spe}} \quad (4.17)$$

Per risolvere un problema di ottimizzazione, come quello presentato sopra, si possono implementare diversi algoritmi; in letteratura sono presenti svariati esempi, come quello proposto da Rosenbrock nel 1960. Noi, anche basandoci sul lavoro svolto nella tesi di *G. Sforza* [21], abbiamo deciso di utilizzare una funzione presente in ambiente MATLAB: *fminsearch*, che tratta problemi di ottimizzazione multiparametrica vincolata in cui una o più delle variabili di ottimizzazione devono soddisfare particolari vincoli.

Il problema generale risolto dalla funzione *fminsearch* è il seguente:

$$\min f(x) \text{ tale che } \begin{cases} c(x) \leq 0 & \text{vincolo non lineare di disuguaglianza} \\ c_{eq}(x) = 0 & \text{vincolo non lineare di uguaglianza} \\ A * x \leq b & \text{vincolo lineare di disuguaglianza} \\ A_{eq} * x = b_{eq} & \text{vincolo lineare di uguaglianza} \\ l_b \leq x \leq u_b & \text{limiti superiore e inferiore} \end{cases} \quad (4.18)$$

dove b e b_{eq} sono vettori, A e A_{eq} sono matrici, $c(x)$ e $c_{eq}(x)$ sono funzioni che restituiscono vettori, e $f(x)$ è una funzione che restituisce uno scalare. Mentre x , l_b e u_b possono essere passati come vettori o matrici.

La forma più semplice del comando è:

$$x = fmincon(fun, x_0, A, b, A_{eq}, b_{eq}, lb, ub, nonlcon) \quad (4.19)$$

in cui fun rappresenta la funzione da minimizzare, $nonlcon$ invece i vincoli non lineari contenuti in $c(x)$ e $c_{eq}(x)$.

Nella Capitolo 9 della seconda parte di questo lavoro vedremo l'applicazione dei concetti teorici sopra riportati.

Capitolo 5

Analisi statica non lineare

Per ottenere una previsione accurata e realistica della risposta sismica di una struttura è necessario disporre di strumenti di analisi che permettano di coglierne il comportamento non lineare e la sua evoluzione nel tempo. L'analisi dinamica non lineare al passo è indubbiamente lo strumento più completo ed efficace e consiste nell'integrazione diretta delle equazioni del moto del sistema forzato da una storia di accelerazioni alla base. Tale metodologia tuttavia presenta diverse difficoltà nella sua pratica applicazione, prima fra tutti l'onere computazionale e quindi il tempo richiesto per l'esecuzione delle analisi. E' inoltre necessario definire con una certa precisione un significativo numero di parametri, non facilmente stimabili e che in particolar modo regolano il comportamento isteretico dei materiali e delle zone di plasticizzazione. La risposta dinamica che infine si ottiene, è inoltre fortemente dipendente dall'accelerogramma, ossia dal terremoto scelto. Per conseguire risultati attendibili è necessario quindi ripetere le analisi per un numero di accelerogrammi sufficientemente rappresentativo della sismicità del sito. Una valida alternativa è costituita dall'analisi statica lineare che, pur conservando la notevole semplicità d'uso e di interpretazione dei risultati tipica delle analisi statiche lineari, consentono stime più realistiche ed affidabili della risposta strutturale anche in campo non lineare. Di seguito discuteremo brevemente sulla procedura per poi poterla applicare al modello della nostra struttura, come sarà riportato al Capitolo 10.

5.1 Metodologia

L'analisi statica non lineare, detta anche analisi pushover, consiste in una analisi incrementale iterativa in cui la struttura viene spinta sino ad una soglia di spostamento prefissata o sino al raggiungimento della sua capacità deformativa ultima.

In maniera pratica si applica un profilo laterale di forze (o spostamenti) monotonicamente crescente e si monitora la risposta della struttura attraverso un semplice legame forza-spostamento, detto curva di capacità. La risposta della struttura viene quindi ricondotta a quella di un sistema ad un singolo grado di libertà equivalente alla struttura di partenza. Si può così valutare lo spostamento massimo o punto di funzionamento (performance point) che viene raggiunto dalla struttura a fronte di un evento sismico definito tramite uno spettro di risposta elastico in accelerazione.

E' chiaro che perché di fatto vi sia una risposta non lineare, la non linearità meccanica dei materiali e delle sezioni deve essere insita all'interno del modello strutturale, modellando opportunamente le zone in cui si prevede che si concentri la maggiore plasticizzazione e quindi il maggior accumulo di danneggiamento.

Per descrivere il comportamento dell'intero sistema è necessario scegliere un solo parametro di forza ed uno solo di spostamento. La scelta di tali parametri non è univoca e può dar luogo a differenti legami forza-spostamento ossia a differenti legami costitutivi del sistema SDOF equivalente. I parametri più comunemente monitorati durante l'analisi sono il taglio alla base del fabbricato e lo spostamento di un punto di controllo, assunto in genere in corrispondenza nel baricentro dell'impalcato più alto.

Si può ulteriormente semplificare il problema linearizzando a tratti la curva di capacità, adottando approssimazioni bilineari o trilineari. In generale non esiste un unico criterio di linearizzazione, tuttavia va tenuto in conto che l'approssimazione è tanto più accurata quanto più il tratto lineare segue da vicino il reale andamento curvilineo nell'intorno del punto che rappresenta la risposta attesa.

5.2 Tipologie di analisi

L'analisi statica di pushover non ha un fondamento teorico rigoroso cosicché procedure differenti, che pur conducono a risultati abbastanza diversi tra loro, sono largamente usate ed accettate.

Il sistema di forze che porta a collasso la struttura deve simulare nel modo più realistico possibile gli effetti d'inerzia prodotti dal sisma nel piano orizzontale. Tali effetti dipendono dalla risposta della struttura e quindi le forze applicate dovrebbero poter variare durante le analisi. In questo caso si parla di *pushover adattivo*. Tuttavia per semplicità si può anche applicare una distribuzione di forze costante durante l'intera storia temporale indipendente dal livello di deformazione (*pushover non adattivo*). Inoltre le forze laterali dovrebbero essere proporzionali all'andamento delle forze di richiamo interne che si attingono per effetto del moto sismico. Nel caso più comune si assume che queste forze siano proporzionali all'autovettore associato al primo modo di vibrare, che possiede la più alta percentuale di massa partecipante (*pushover uni-modale*). Tuttavia in strutture alte ed irregolari la

deformata della struttura e la distribuzione di forze inerziali possono discostarsi dalla forma del primo modo, quindi si possono considerare nell'analisi di spinta anche modi di vibrare superiori (*pushover multi-modale*).

Si può quindi comprendere come il grado di accuratezza dell'analisi è sensibile al profilo di carico applicato. In maniera riassuntiva possiamo distinguere tre diversi profili:

- Profilo di carico fisso: con forze di piano proporzionali alle masse di piano, che esaltano le richieste nei piani più bassi rispetto a quelle nei piani più alti ed accresce l'importanza delle forze di taglio di piano rispetto ai momenti ribaltanti.
- Profilo di carico uni-modale: si utilizza una distribuzione rappresentativa delle forze associate alla prima forma modale (distribuzione modale fondamentale), che corrisponde alle forze di inerzia che si sviluppano nella struttura in campo elastico. Generalmente si utilizza la seguente formulazione:

$$F_i = m_i \phi_{1,i} \tag{5.1}$$

dove F_i è la forza orizzontale da applicare all' i -esimo nodo della struttura; m_i è la massa dell' i -esimo nodo e $\phi_{1,i}$ è l'autovettore del primo modo di vibrare in corrispondenza dell' i -esimo nodo.

- Profilo di carico multi-modale: si utilizzano profili di carico invarianti derivati dalle forme modali ed utilizzando le regole di combinazione modale elastica. In questo caso sono state proposte varie formulazioni che andremo ad approfondire nel seguito.

La normativa italiana, per tenere in conto dell'incertezza derivante da tutte le semplificazioni effettuate, assume di eseguire una doppia analisi, considerando almeno due distribuzioni di forze d'inerzia ricadenti l'una nelle distribuzioni principali (Gruppo 1) e l'altra nelle distribuzioni secondarie (Gruppo 2). Solamente nel caso di analisi evolutiva, è permesso applicare la sola distribuzione di forze modali (eventualmente prendendo in considerazione l'effetto di più modi di vibrare). Per ulteriori riferimenti si rimanda alle "*Norme Tecniche per le costruzioni*" [22].

5.2.1 Pushover multi-modale

Come fanno notare *G. Testa et al.* [23] la risposta statica di una struttura a comportamento non lineare è fortemente influenzata dalla forma del profilo di forze applicato. Per questo motivo molti ricercatori hanno tentato di sviluppare nuovi criteri con cui distribuire le forze lungo l'altezza della struttura in modo da tenere

in considerazione la grande variabilità della risposta dinamica da riprodurre in relazione alle caratteristiche dell'eccitazione sismica.

I profili di forze proposti nei codici normativi (profilo di carico fisso e profilo uni-modale) non solo non tengono in conto delle modifiche delle proprietà dinamiche della struttura ma non riescono a cogliere gli effetti dei modi superiori che influenzano significativamente la risposta di edifici di notevole altezza o con forti irregolarità strutturali. Infatti in strutture come quella analizzata, non esiste un modo principale significativo e quindi nella previsione delle modalità di crisi attraverso l'analisi pushover si deve necessariamente tenere in conto dell'effetto di più modi significativi.

In letteratura sono state presentate molte procedure per sviluppare un'analisi multi-modale, anche se in generale tutti i casi studio fanno riferimento ad edifici multi-piano intelaiati.

Chopra e Goel (2002) [24] hanno sviluppato dapprima una procedura di analisi modale pushover (MPA) per edifici linearmente elastici e hanno dimostrato che è equivalente alla ben nota procedura di analisi con spettro di risposta. Successivamente hanno esteso la MPA agli edifici inelastici e hanno valutato gli errori rispetto ad una rigorosa procedura di analisi dinamica non lineare.

Il metodo da loro sviluppato consiste nel sviluppare tante analisi pushover quanti sono i modi significativi della struttura. Queste analisi forniscono delle risposte di picco in termini di: spostamenti di piano, rotazione dei nodi, rotazioni delle cerniere plastiche. Queste risposte vengono combinate utilizzando un'appropriata regola di combinazione modale, CQC O SRSS, per ottenere una stima del valore di picco della risposta totale. Questa applicazione delle regole di combinazione modale ai sistemi anelastici manca ovviamente di una base teorica. Tuttavia, fornisce risultati per edifici elastici che sono identici alla nota procedura con spettro di risposta.

Confrontando la risposta inelastica di picco di un edificio in acciaio di 9 piani, determinata dalla procedura MPA approssimata con l'analisi dinamica non lineare, i due autori hanno dimostrato che la procedura approssimata fornisce buone stime degli spostamenti di piano e che la posizione della maggior parte delle cerniere plastiche è stata ben definita. Tuttavia, le rotazioni delle cerniere plastiche sono risultate meno accurate.

Mentre *Kunnath (2004)* [25] suggeriva di non considerare i modi indipendentemente, ma in una combinazione appropriata, che rappresentasse ragionevolmente i modi significativi per la risposta finale.

Per questo motivo propone di condurre un'unica analisi pushover, assumendo un profilo di forze ottenuto da un'opportuna combinazione dei vettori dell'espansione modale delle forze sismiche secondo lo spazio degli autovettori del sistema elastico.

In generale, il vettore spaziale delle forze da applicare viene computato con la seguente formulazione:

$$F_i = \sum_{n=1}^N \alpha_n * \Gamma_n * N \phi_n S a_n(\xi_n, T_n) \quad (5.2)$$

dove F_i è la forza laterale da applicare all' i -esimo nodo della struttura, N è il numero totale dei modi considerati, il fattore α_n è un coefficiente che permette di controllare l'effetto relativo di ogni modo incluso nella combinazione. Possiamo assegnargli un valore positivo o negativo, sebbene la risposta possa essere sensibile a questo parametro se la partecipazione di massa del modo è piccola ma la richiesta di accelerazione spettrale è significativa per i modi più alti.

Tale formulazione può includere tanti modi quanti sono quelli che contribuiscono alla definizione della risposta totale. Quindi comunque questa procedura richiede di effettuare varie analisi, in base a come viene definita la combinazione. Per arrivare alle stime delle richieste di deformazione e forza, è necessario considerare le richieste di picco a ciascun nodo e quindi stabilire un inviluppo di valori di richiesta da utilizzare per la valutazione delle prestazioni.

Le risposte ottenute sono state confrontate con i risultati di un'analisi time history ed l'autore è arrivato alla conclusione che la sua formulazione permette una buona rappresentazione dei tagli di piano lungo l'altezza della struttura.

Valles (*Valles et al., 1996*) [26] in maniera simile a *Kunnath* propose la combinazione dei modi significativi in modo tale da ottenere una forza orizzontale totale da applicare alla struttura e ottenere poi i risultati totali. Tuttavia il suo metodo si differenzia dagli altri perché definisce direttamente un modo fondamentale equivalente.

Infatti le forme modali dei modi più significativi sono combinate con il metodo SRSS (radice quadrata della somma dei quadrati) e scalate in base al loro fattore di partecipazione modale. L'autovettore di questo modo equivalente relativo all' i -esimo nodo della struttura risulta essere:

$$\phi_{eq,i} = \sqrt{\sum_{n=1}^N (\phi_{n,i} * \Gamma_n)^2} \quad (5.3)$$

con $\phi_{n,i}$ l'autovettore dell' n -esimo modo di vibrare relativo all' i -esimo nodo della struttura e Γ_n il fattore di partecipazione modale dell' n -esimo modo.

Successivamente questo autovettore equivalente viene moltiplicato per la massa dell' i -esimo nodo in modo tale da ottenere la forza equivalente da applicare al nodo della struttura. L'applicazione di questo profilo di forze permetterà di effettuare una sola analisi pushover e di ottenere in maniera semplice i risultati totali.

Valles ha applicato questo metodo ad un edificio in c.a. multipiano ed i risultati ottenuti sono in linea con quelli dell'analisi dinamica non lineare.

Nel presente lavoro di tesi si è deciso di utilizzare proprio quest'ultima metodologia, in quanto richiede l'esecuzione di una sola analisi ed è di facile applicazione in una struttura complicata come quella in esame.

Si fa comunque notare che in nessuno di questi lavori sono state proposte delle formulazioni per il calcolo del nuovo fattore di partecipazione modale. Quindi nella parte di applicazione abbiamo fatto delle assunzioni per effettuare questo calcolo.

5.3 Sistema SDOF equivalente

Una volta applicata la distribuzione di forze alla struttura si ottiene la curva di capacità. Questa, come descrive il nome, definisce la capacità della struttura indipendentemente da qualsiasi specifica richiesta sismica (infatti non si fa riferimento alcuno all'azione sismica) e quindi descrive le caratteristiche intrinseche del sistema resistente; in altre parole è una sorta di legame costitutivo semplificato della struttura.

Trattandosi di un legame scalare forza-spostamento il comportamento del sistema MDOF viene così ricondotto sostanzialmente a quello di un sistema SDOF che può ragionevolmente definirsi equivalente dato che la curva di capacità è stata costruita tenendo conto del comportamento dell'intero sistema MDOF (Figura 5.1).

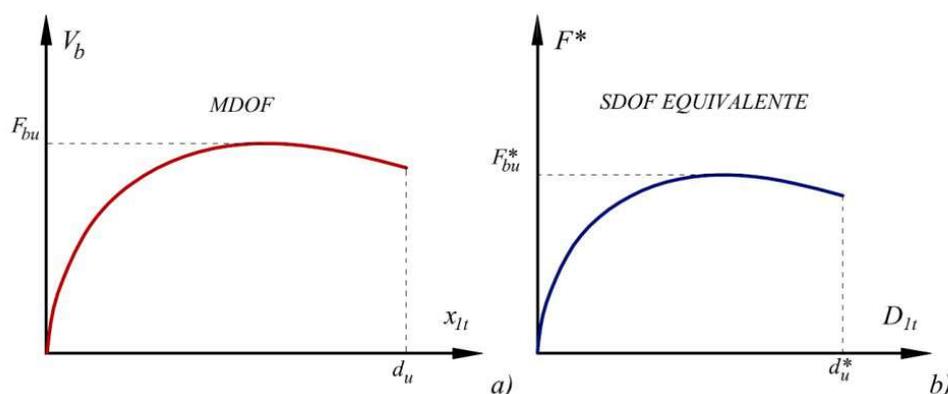


Figura 5.1: Curve di capacità MDOF e SDOF: a) Curva di capacità taglio alla base e spostamento in testa per il sistema MDOF; b) Curva di capacità derivata per il sistema SDOF equivalente

In campo elastico, la forza F^* e lo spostamento d^* del sistema equivalente sono legati alle corrispondenti grandezze dell'edificio dalle relazioni:

$$F_{bu}^* = F_{bu} / \Gamma_i \quad (5.4)$$

$$d_u^* = d_u / \Gamma_i \quad (5.5)$$

con Γ_i che rappresenta il coefficiente di partecipazione modale dell' i -esimo modo di vibrare.

5.4 Bilinearizzazione e valutazione del punto di funzionamento

Ai fini operativi, per poter determinare in forma chiusa l'energia dissipata dal sistema e quindi lo smorzamento equivalente, è utile sostituire alla curva di capacità del sistema equivalente una curva bilineare. Le tecniche di bilinearizzazione si basano ugualmente su principi di equivalenza energetica, imponendo che le aree sottese della curva bilineare e della curva F^* - d^* siano uguali.

Successivamente per la valutazione del punto di prestazione della struttura è possibile seguire uno dei due seguenti metodi, presentati anche nelle normative internazionali e nazionali:

- Metodo A: basato sull'individuazione della domanda anelastica attraverso il principio di uguali spostamento o uguale energia.
- Metodo B: basato sulla costruzione di uno spettro di capacità.

In questo lavoro di tesi è stato seguito il metodo B, che prevede l'individuazione del PP grazie ad una procedura iterativa che cicla attorno allo smorzamento efficace del sistema SDOF equivalente.

Si innesca il processo iterativo ipotizzando che lo spostamento massimo d_{max}^* sia pari a quello di una struttura elastica avente la stessa rigidezza iniziale della struttura analizzata:

$$d_{max}^{*0} = d_e \quad (5.6)$$

Una volta stimato il punto di prestazione (F_{max}^*, d_{max}^*) si può costruire l'approssimazione bilineare della curva di capacità secondo il criterio di uguale energia. Questa bilineare equivalente (Figura 5.2) avrà un primo tratto con pendenza pari alla rigidezza iniziale della struttura e un secondo tratto incrudente, con pendenza ricavata dall'uguaglianza delle aree sottese alle due curve.

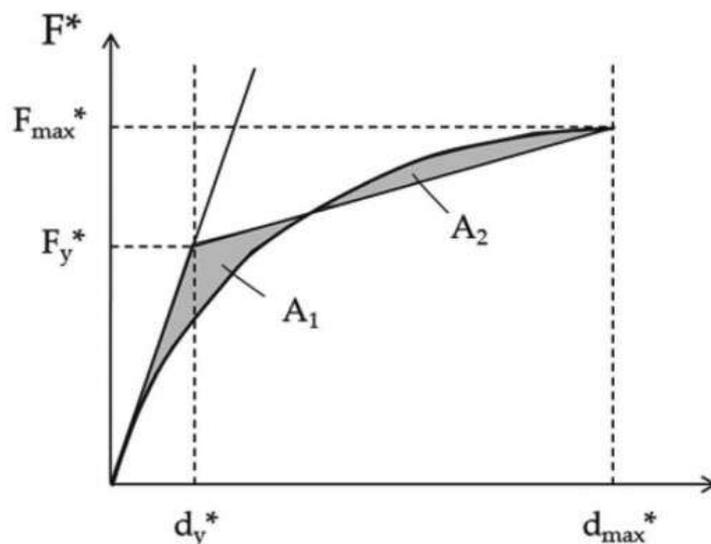


Figura 5.2: Bilinearizzazione equivalente

I successivi passaggi vengono eseguiti operando nello spazio ADRS (Acceleration Displacement Response Spectrum) e quindi descrivendo la curva di capacità e lo spettro di risposta in termini di accelerazioni e spostamento spettrali. Lo spettro elastico in spostamento è ricavabile a partire dello spettro elastico in accelerazione poiché legato dalla seguente formulazione:

$$\frac{S_{ae}}{S_{de}} = \frac{4\pi^2}{T^2} = \omega_0^2 \quad (5.7)$$

Mentre è possibile riportare la curva di capacità nel piano ADRS semplicemente dividendo le ordinate della bilineare equivalente, dimensionalmente delle forze, per la massa m^* dello SDOF, ottenendo accelerazioni.

Successivamente si calcola lo smorzamento viscoso equivalente associato, espresso in percentuale, attraverso la seguente espressione:

$$\xi_{eq}^1 = k \frac{63.7(F_y^{*0} d_{max}^{*0} - F_{max}^{*0} d_y^{*0})}{F_{max}^{*0} d_{max}^{*0}} + 5 \quad (5.8)$$

dove k è un coefficiente che tiene conto delle capacità dissipative della struttura e nel nostro caso è stato utilizzato il valore di 0.33 consigliato per strutture a bassa capacità dissipativa.

Il valore dello smorzamento è utilizzato per calcolare il fattore di riduzione spettrale η che moltiplicato per lo spettro elastico definisce lo spettro ridotto.

Lo spostamento d_{max}^{*1} del punto di funzionamento si ricava nel piano ADRS come punto di intersezione dello spettro di capacità con lo spettro di domanda ridotto (Figura 5.3). Se questo spostamento coincide con lo spostamento di primo tentativo, a meno di una tolleranza prefissata, allora lo spostamento del PP risulta d_{max}^{*1} altrimenti questo diventa il nuovo spostamento di tentativo e si ricomincia con il procedimento.

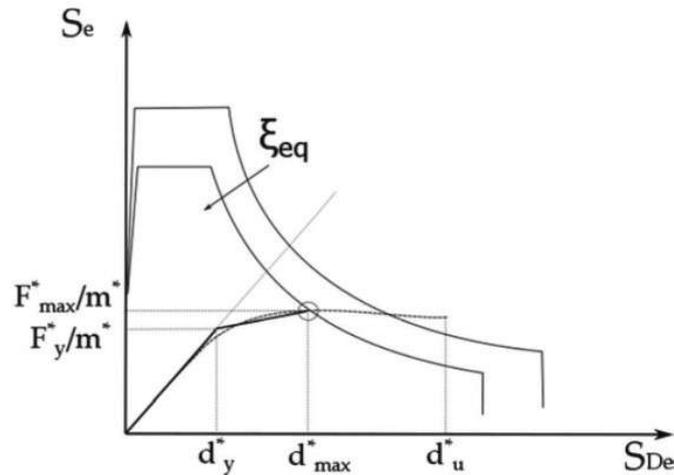


Figura 5.3: Individuazione del punto di prestazione nello spazio ADRS

5.5 Discussione critica sulla procedura

Oggi l'analisi di pushover, così come è stata descritta nei paragrafi precedenti, è molto utilizzata tuttavia tale approccio richiede non solo l'utilizzo di legami costitutivi con rami softening ma anche la presenza di piani rigidi ed è quindi concepita per telai di cemento armato o per nuovi edifici in muratura, dove la schematizzazione con il cosiddetto telaio equivalente è ammessa.

Nel caso di strutture storiche in muratura, come la nostra, difficilmente si può definire un piano rigido e quindi l'unica analisi possibile risulta quella in controllo di forze che non permette di cogliere anche il ramo di softening della curva di capacità. A ciò si aggiunge la difficoltà di trovare nei codici di calcolo per modelli bidimensionali dei legami costitutivi adeguati per la muratura che abbiano anche un ramo discendente.

L'assenza di piani rigidi inoltre rende insignificante la definizione di un solo punto di controllo. Si dovranno quindi identificare diversi punti rappresentativi delle varie porzioni della struttura, ognuno dei quali porterà alla definizione di una curva di capacità diversa.

Tuttavia in letteratura sono presenti svariati lavori di ricerca che conducono delle analisi statiche non lineari su edifici monumentali in muratura, modellando il materiale con un legame elastico-perfettamente plastico. Chiaramente le analisi andranno condotte fino a "spostamenti significativi", senza la necessità di definire lo spostamento ultimo corrispondente allo spostamento raggiunto in corrispondenza ad una caduta pre-assegnata delle curve di pushover globali. Tutto ciò è anche consentito dalle *Linee Guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale –Allineamento alle nuove Norme tecniche per le costruzioni* [4].

In conclusione quindi, l'analisi statica non lineare su strutture storiche in muratura è molto impegnativa dal punto di vista computazionale e richiede tecnici esperti in procedure incrementali non lineari, ma può fornire un'indicazione interessante dei reali meccanismi di rottura attivi sulla struttura in studio. Tutte le ipotesi e le semplificazioni fatte limitano fortemente l'applicazione ad una identificazione molto preliminare delle zone più critiche della chiesa. Tuttavia, quando tali zone sono assunte come critiche, analisi più sofisticate su singole porzioni sono ancora possibili per raffinare le accelerazioni stimate al collasso e i modelli reali di cedimento attivo.

Parte II
Caso studio

Capitolo 6

Caso studio: la basilica di S. Nicola a Tolentino

Il caso studio scelto è la basilica di S. Nicola a Tolentino, in provincia di Macerata. Infatti, subito dopo gli eventi sismici che hanno colpito l'Italia Centrale nel 2016, il Politecnico di Torino si è rapidamente attivato per mettere a disposizione le proprie competenze tecniche e scientifiche per la ricostruzione delle zone colpite. Una delle tante strutture che si è deciso di analizzare nell'ambito di quelle attività è stata proprio la basilica di S. Nicola, a causa della sua notevole importanza per la comunità non solo locale. Il lavoro svolto ha portato a diversi risultati, che verranno anche citati nel corso di questo capitolo. Scopo di questa tesi è proseguire la ricerca per giungere ad una più completa conoscenza della risposta della basilica nei confronti dell'azione sismica. Dato che è fondamentale un approccio multidisciplinare nello studio degli effetti del sisma sul territorio e sulle costruzioni, nel seguito ci sarà una presentazione quanto più esaustiva dei vari aspetti che riguardano il caso studio: dalle vicissitudini storiche alla descrizione delle opere d'arte.

6.1 Localizzazione e classificazione sismica

La basilica di S. Nicola si trova nel centro storico di Tolentino, in una piccola piazza formata dall'incrocio tra Via Oberdan e Via S. Nicola (Figura 6.1) All'interno del contesto amministrativo e urbanistico, come riportato nel *Piano Regolatore Generale* [27], l'intero complesso basilicale risulta essere nell'area A1, cioè area soggetta a restauro e risanamento conservativo del centro storico.

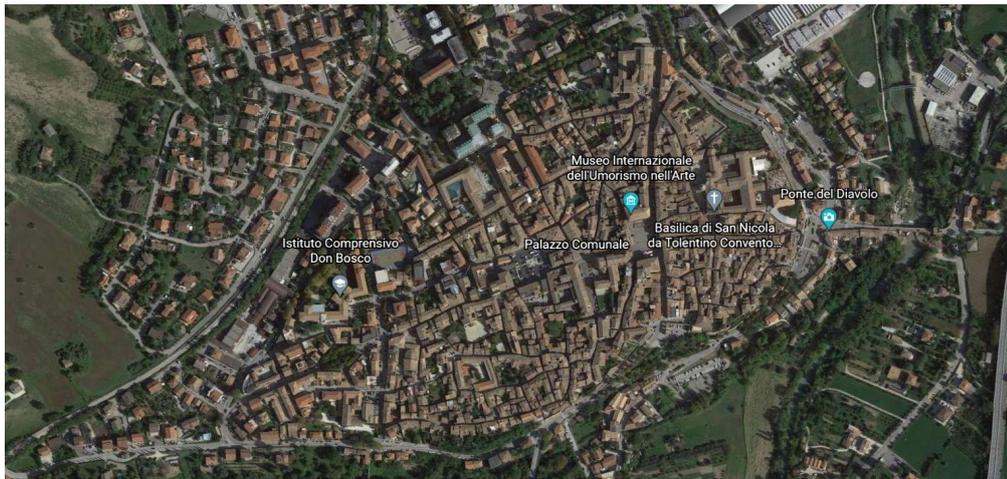


Figura 6.1: Localizzazione della basilica - Vista della città (Google Earth)

Il comune di Tolentino è localizzato nella parte centrale delle Marche, in provincia di Macerata. Essendo al centro della vallata del Chienti, è in una posizione geografica territorialmente favorevole e per questo motivo ha sempre rappresentato uno snodo importante tra la costa e la zona montana delle Marche (Figura 6.2).



Figura 6.2: Localizzazione del comune di Tolentino - Vista del Centro Italia (Google Earth)

Dal punto di vista morfologico il territorio comunale è caratterizzato da un paesaggio tipicamente collinare, con versanti debolmente acclivi che si raccordano gradualmente con i fondivalle (Figura 6.3).



Figura 6.3: Vista panoramica del Capoluogo da ovest ([27])

Ci sono anche punti più depressi in corrispondenza della piana alluvionale del Fiume Chienti e del Fiume Potenza. Tutta la zona è caratterizzata da fasi tettoniche che hanno avuto un inizio recente (in riferimento alla scala temporale geologica) e non hanno ancora esaurito la loro attività. Questo, unito ai processi morfogenetici che modellano il rilievo, dà origine alle attuali forme del paesaggio, in lenta e continua evoluzione [27].

Nel passato la classificazione sismica del territorio è stata per lungo tempo strettamente legata agli eventi sismici che si verificavano. Così per esempio si è proceduto a classificare come sismiche zone della Calabria e della Sicilia dopo il terremoto di Messina del 1908 e dell'Italia Centrale dopo il terremoto di Avezzano del 1915. Nel tempo si è provveduto a diversificare le zone in funzione dell'intensità del terremoto previsto. Si è così introdotta una seconda zona, di intensità leggermente minore della prima, a partire dal 1927 e successivamente una terza zona, con intensità prevista ancora minore. Erano stati così classificati, complessivamente, 2.965 comuni italiani su di un totale di 8.102, che corrispondono al 45% della superficie del territorio nazionale, nel quale risiede il 40% della popolazione.

Un approccio scientifico per la valutazione della potenzialità distruttiva del terremoto atteso in qualsiasi area, cioè della pericolosità sismica del sito, è stato sviluppato solo dopo il terremoto del Friuli, con il Progetto Finalizzato Geodinamica promosso dal CNR. Partendo dallo studio geologico, dall'individuazione delle sorgenti sismiche (zone di faglia), dalla ricorrenza degli eventi sismici e dall'attenuazione delle onde sismiche con la distanza, si è arrivati a definire la probabilità di avere assegnate accelerazioni in ciascun sito. Sulla base di questi dati l'Ordinanza

3274 del 2003 ha suddiviso l'Italia in quattro zone, per ciascuna delle quali era definita l'accelerazione orizzontale massima a_g (più propriamente PGA) avente probabilità di superamento del 10% in 50 anni, ovvero periodo di ritorno di 475 anni, da utilizzare per verifiche allo stato limite ultimo per strutture ordinarie:

Zona	Pericolosità sismica	a_g
1	Alta	0.35g
2	Media	0.25g
3	Bassa	0.15g
4	Molto Bassa	0.05g

Tabella 6.1: Zona sismica ed accelerazione orizzontale massima, per l'OPCM 3274

A partire da questi valori si poteva definire, con il coefficiente di importanza γ_I , l'accelerazione da utilizzare per strutture di altre classi; l'accelerazione a_{gd} da utilizzare per verifiche allo stato limite di danno era invece ottenuta dividendo a_g per 2.5. La trattazione probabilistica degli eventi sismici viene fatta ipotizzando che un evento di intensità pari o superiore ad un assegnato valore a_g possa accadere in un qualsiasi istante e che l'occorrenza di tale evento in un determinato intervallo di tempo sia indipendente da quanto avviene in un qualsiasi altro intervallo [28]. La versione 2008 delle Norme Tecniche per le Costruzioni (NTC) ha superato questa suddivisione e ha decretato il passaggio alla determinazione dell'accelerazione di picco al suolo mediante una selezione puntuale tramite latitudine e longitudine, per ogni punto del territorio nazionale su una maglia quadrata di 5 km di lato, sulla base della mappa di pericolosità sismica redatta dall'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia e pubblicata con l'O.P.C.M. n. 3519 del 28 Aprile 2006. Questa mappa è riportata in Figura 6.4. Si può notare come, nel rispetto degli indirizzi e criteri stabiliti a livello nazionale, alcune Regioni hanno classificato il territorio nelle quattro zone proposte, altre Regioni invece hanno diviso diversamente il proprio territorio, ad esempio adottando solo tre zone e introducendo, in alcuni casi, delle sottozone per meglio adattare le norme alle caratteristiche di sismicità. Qualunque sia stata la scelta regionale, a ciascuna zona o sottozona è attribuito un valore di pericolosità di base, espressa in termini di accelerazione massima (a_g); tale valore di pericolosità di base non ha però influenza sulla progettazione. Infatti le NTC evidenziano l'opportunità di valutare espressamente l'influenza delle particolari condizioni locali, cioè delle caratteristiche topografiche e stratigrafiche del sottosuolo e delle proprietà fisiche e meccaniche dei terreni e degli ammassi rocciosi di cui è costituito. In questo modo però, la classificazione sismica ha perso la sua funzione principale, ovvero la valutazione dell'azione sismica, e ha mantenuto solo

le funzioni di determinazione delle modalità dei controlli e l'individuazione delle priorità d'intervento [29]. Sulla base della già citata mappa di pericolosità sismica, Tolentino risulta essere in zona 2 (pericolosità sismica media). Infatti a seguito degli eventi sismici del 26 e 30 Ottobre 2016 tutto il Comune venne compreso nell'area del cosiddetto cratere, riportando notevoli danni a strutture pubbliche e private.

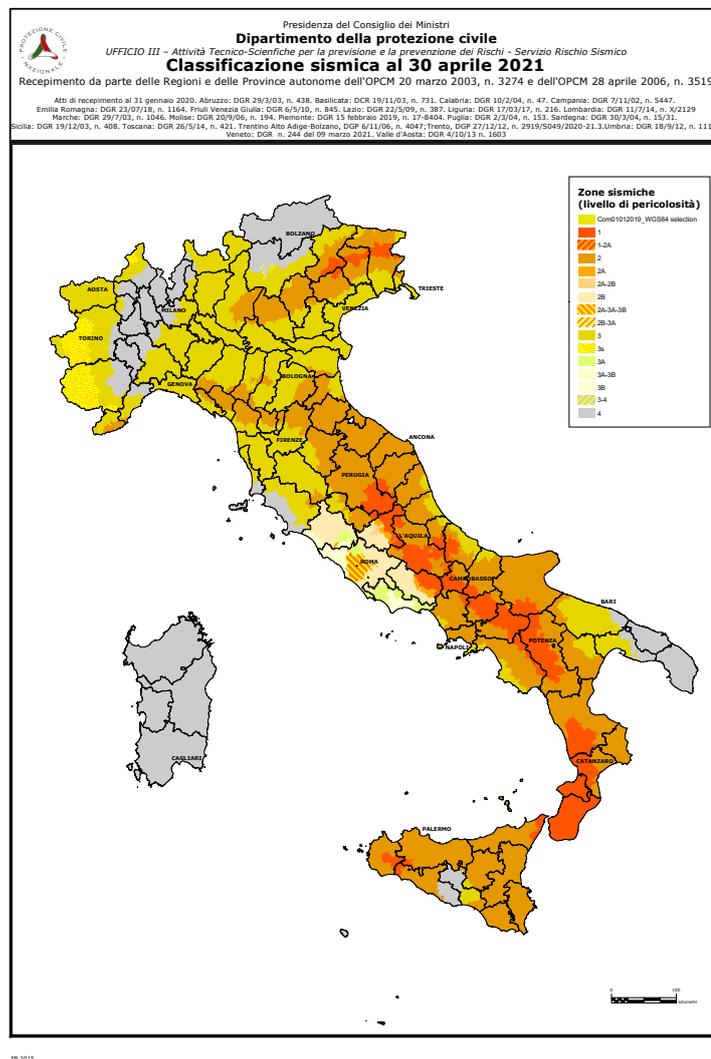


Figura 6.4: Mappa Classificazione Sismica 2021 per provincia ([30])

6.2 Descrizione generale del complesso

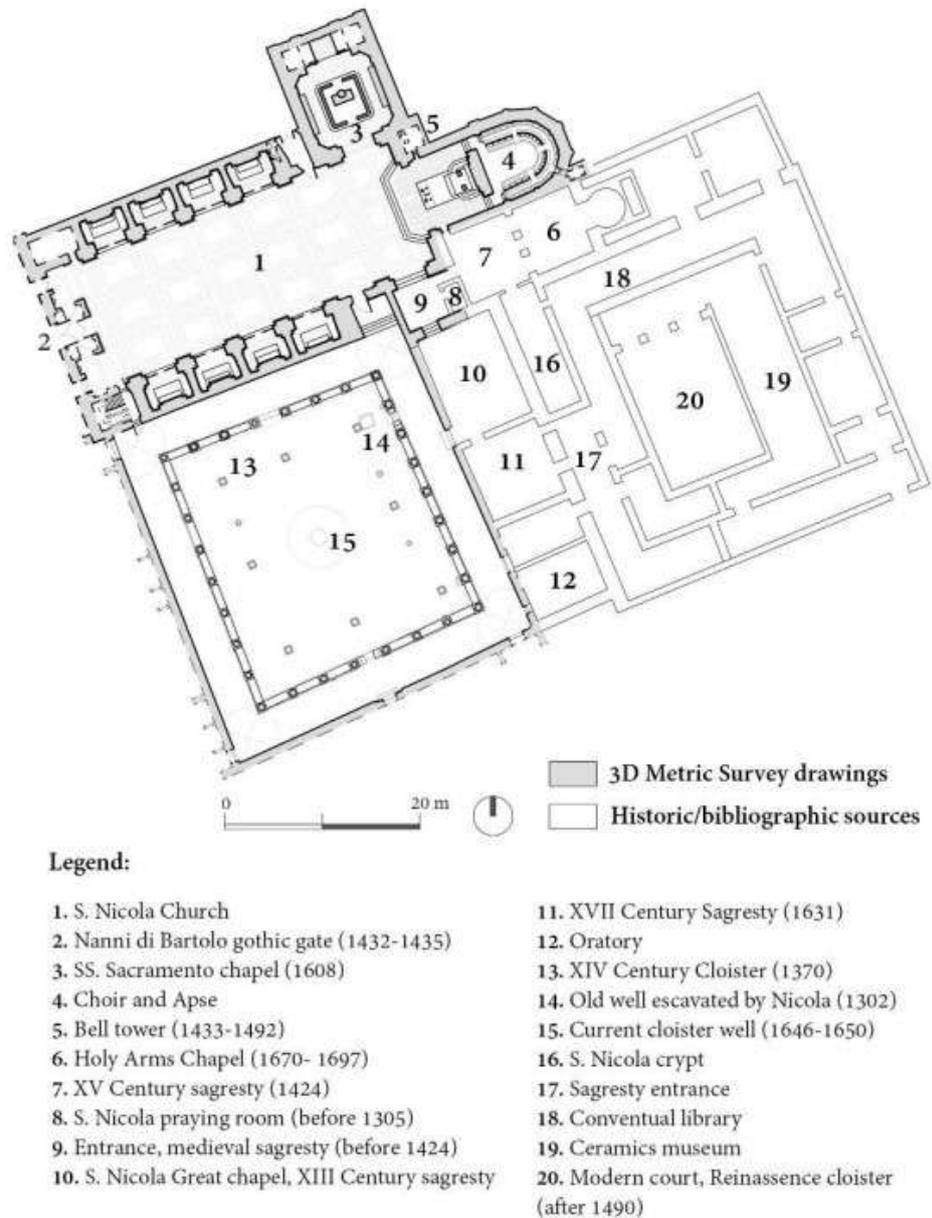


Figura 6.5: Planimetria del complesso della basilica e convento di S.Nicola ([31])

La basilica ha sede nell'antico complesso agostiniano di cui fanno parte anche il chiostro ed il convento. La chiesa è costituita da un'unica navata con quattro

cappelle per lato (descritte a partire dalla prima a destra della porta principale): Cappella di S. Anna, Cappella del Sacro Cuore, Cappella della Vergine del Buon Consiglio, Cappella della Vergine della Pace, Cappella della Madonna dei Miracoli, Cappella di S. Rita, Cappella della Madonna della Consolazione, Cappella di S. Tommaso da Villanova. Inoltre nella parte destra della zona del transetto troviamo la Cappella del SS. Sacramento, mentre dal lato opposto vi è un atrio che fa da andito alla Cappella delle Sante Braccia e al Cappellone di S. Nicola. Nella parete fondale della navata si apre il presbiterio, costituito da una campata quadrangolare e da un'abside semicircolare. Infine, al fianco settentrionale dell'antico presbiterio si incastona il campanile

6.3 Storia e fasi costruttive

Ai fini di una corretta individuazione del sistema resistente e del suo stato di sollecitazione è importante la ricostruzione dell'intera storia costruttiva del bene culturale tutelato, ossia del processo di costruzione e delle successive modificazioni nel tempo del manufatto. In particolare, si andrà ad evidenziare la successione realizzativa delle diverse porzioni di fabbrica, al fine di individuare le zone di possibile discontinuità e disomogeneità materiale, sia in pianta che in alzato. Questa operazione è stata possibile grazie alla rielaborazione delle informazioni contenute in: *La Basilica di San Nicola a Tolentino. Guida all'arte e alla storia* [32]

6.3.1 Evoluzione generale del complesso

Non abbiamo fonti documentarie per ricostruire le fasi di acquartieramento della comunità mendicante degli Agostiniani a Tolentino, tuttavia sembra che si siano stabiliti nel 1265 su un terreno in forte pendio a quel tempo ancora esterno alle mura della città. Fu in questo primo convento, già ben organizzato con tutte le strutture essenziali, che nel 1275 arrivò S. Nicola. Da documenti di archivio sappiamo che già dal 1284 si avviarono i lavori di costruzione del complesso conventuale e della Chiesa. Quest'ultima, dedicata a Sant'Agostino, rispettava i canoni di chiesa mendicante: navata unica con capriate lignee a vista, presbiterio rettangolo voltato a crociera, abside piatta. Va però segnalata un'anomalia planimetrica che si discosta dalla prassi comune per i complessi mendicanti: l'ala conventuale non si addossa direttamente al coro della chiesa, ma risulta ad esso collegata mediante un ambiente quadrato confinante sul lato orientale con la presunta cella del santo, oggi la Cappella delle Sante Braccia. Si ritiene infatti che questa variante sia stata studiata per salvaguardare il luogo di asceti penitenziale di S. Nicola. Tuttavia l'unitarietà dell'impianto architettonico fa pensare che la soluzione adottata fosse

stata predisposta già ad avvio cantiere per non ostacolare la vita appartata e volta alla meditazione della Comunità Agostiniana.

Lo sviluppo successivo del complesso conventuale e chiesastico è dovuto unicamente a S. Nicola, che già in vita era ritenuto santo, ma la cui fama esplose nelle Marche e fuori, dopo la sua morte nel 1305. Proprio per creare una cappella-memoriale dedicata al santo fu pensata l'evoluzione progettuale del Cappellone. Tanto le caratteristiche iconografiche del vano, quanto la sua posizione nel braccio conventuale sottolineano un'iniziale destinazione a sacrestia, in virtù delle similitudini che l'impianto del convento tolentino possiede con l'organizzazione di altri insediamenti tardo duecenteschi dell'Ordine in Italia centro-settentrionale. Questa originale sacrestia, rispettando i dettami dell'architettura mendicante, era molto imponente con una larga pianta rettangolare (11.50m x 8.65m) e un notevole sviluppo in alzata, tale da occupare entrambi i piani dell'ala residenziale e facendo quindi ipotizzare una chiusura a capriate che proseguisse il tetto a doppia falda del contiguo dormitorio. Così l'intervento di modifica interessò l'inserimento di una volta in muratura. Per predisporre l'imposta della crociera a forte costolonatura torica furono sagomate all'interno le pareti perimetrali, come documentano i tagli angolari visibili nella cortina, quindi si armò una leggera copertura in laterizio con estradosso cupolato. L'operazione rese necessaria la sopraelevazione dei muri d'ambito che rialzarono leggermente l'ingombro del Cappellone sulla fabbrica conventuale. Per contenere le spinte della volta sull'unico cantone dell'ala conventuale a rimanere svincolato, fu realizzato un arco di rinforzo, a forma di arco-diaframma, che legava l'angolo nordorientale del Cappellone alla parete meridionale dell'abside della chiesa.

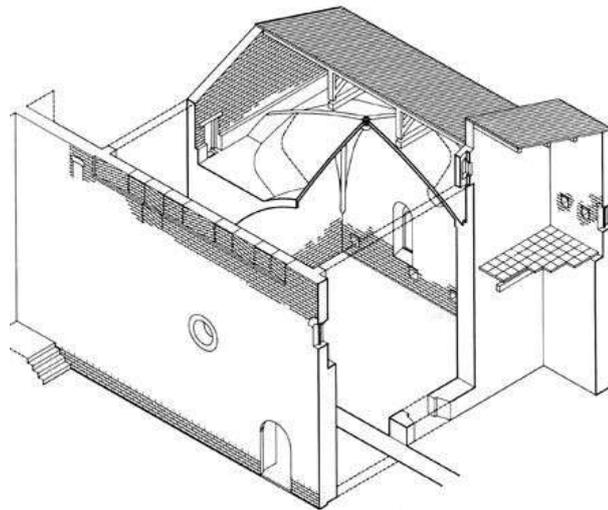


Figura 6.6: Spaccato assometrico del Cappellone ([32])

Secondo quanto riportato da *P.F.Pistilli* [33], il Cappellone risulta da tempo gravato sulle strutture portanti da una considerevole quantità di materiale di riporto, accumulatosi a mo' di interro nei quattro angoli di risulta della volta (Figura 6.7). Si tratta di una sedimentazione antica, prodotta a più riprese e senza un'apparente motivazione tranne quella statica, utilizzando quanto si aveva a disposizione: soprattutto materiale di scarto di cantiere, ma anche elementi in cotto provenienti dallo smantellamento dell'ala conventuale. Al di sotto di questo deposito si cela ancora gran parte dell'estradosso della cupola trecentesca. In principio quindi la volta affiorava con maggior risalto e doveva essere percorribile tutt'intorno, dato che il sottotetto era accessibile sul lato settentrionale da una porta, di cui sono conservate sia la soglia in arenaria che l'architrave ligneo (Figura 6.8). In altre parole, il Cappellone di San Nicola era stato dotato di accorgimenti tali da consentire la continua manutenzione della copertura, il che, in prospettiva dell'affrescatura, la preservava anche da ristagni di umidità. Infatti fu realizzato un ciclo di affreschi che occupa tutta la vasta aula, dal culmine della volta a crociera alle pareti. Inizialmente qui fu posizionato il sepolcro del santo. Tuttavia in un anno imprecisato tra il 1389 e il 1443 ci fu il tentativo di profanare la salma, tagliando le braccia e la tradizione riporta che da questo taglio scaturì del sangue vivo. Così si decise di interrare e nascondere il corpo senza le braccia in un luogo imprecisato ma che, come si tramandava, doveva essere all'interno del Cappellone. Mentre le braccia del santo furono sistemate provvisoriamente nell'antica sacrestia.



Figura 6.7: Materiale di riporto nei quattro angoli di risulta della volta ([33])



Figura 6.8: Resti della porta per accedere al sottotetto ([33])

Originariamente la facciata era a capanna, ma fu abbellita nel 1432 dal portale in stile gotico fiorito attribuito allo scultore fiorentino, discepolo di Donatello, Nanni di Bartolo detto “il rosso”.

Dal 1450 S. Nicola è venerato come martire e viene proclamato, insieme a S. Catervo, coprotettore di Tolentino. Fu così che la chiesa e il convento furono dedicati, non più a Sant’Agostino, ma a S. Nicola.

Nel gennaio del 1485 tutto il complesso fu occupato, sotto decisione papale, dalla Congregazione agostiniana osservante di Lombardia, con frati piemontesi, lombardi ed emiliani. I vecchi inquilini marchigiani, provenienti dalla Provincia Picena, furono invece collocati in altri conventi agostiniani della regione. I religiosi della Congregazione di Lombardia rimasero a Tolentino, quasi ininterrottamente, fino alla soppressione del 1810. La loro permanenza fu straordinariamente feconda per lo sviluppo della devozione a S. Nicola e per l’ampliamento e l’abbellimento del complesso architettonico, aiutati da abili artigiani di provenienza lombarda. Infatti intorno al 1503 ci fu un rinnovamento complessivo dell’assetto parietale della navata, con l’aggiunta di nuove cappelle laterali e sepolture lungo il fianco sinistro (Nord). Va sottolineata nel 1510 la costruzione della Cappella Maggiore, cioè il prolungamento del complesso absidale: poligonale a sette facce e archeggiato a tutto sesto. Poi, dal 1605 al 1628 fu realizzato il nuovo soffitto ligneo a lacunari cassettonati.

A partire dal 1608, su commissione del comune di Tolentino, si iniziò la costruzione di una nuova ricca ed ampia cappella sul lato nord del transetto rinascimentale, con l’intenzione iniziale di collocarvi le Sante Braccia di S. Nicola, ma che poi fu dedicata al SS. Sacramento. I lavori iniziarono abbattendo quattro cappelle e numerose sepolture e poi proseguirono, con varie interruzioni, con la realizzazione della cupola sferica e del lanternino su tiburio ottagonale.

Nel 1630 si rimise mano alla facciata, chiamando Florindo Orlandi di Cagli ad inquadrare il portale quattrocentesco in un plastico prospetto tardomanierista in travertino fino al cornicione del primo ordine. L’impatto di questa nuova facciata monumentale ebbe un’influenza anche urbanistica sulla città: gli Agostiniani acquistarono una casa di fronte alla chiesa, per demolirla e allargare così la piazza.

Del 1631 conserviamo un disegno d’archivio (Figura 6.9) relativo al progetto di costruzione sia di nuove cappelle laterali della navata che di una copertura a cupola nella zona del transetto. Purtroppo, dato l’ingente impegno tecnico e finanziario che una tale opera avrebbe comportato, l’idea non fu mai attuata. Quindi, abbandonando l’ipotesi di ricavare le nuove cappelle sui lati interni della chiesa, dal 1632 al 1634, gli Agostiniani decidono di estradossarle allargando il fianco destro della chiesa a scapito del portico settentrionale del chiostro antico, che venne così ridotto di una campata. Proprio questo intervento suggerisce l’introduzione di una criticità costruttiva che verrà discussa come un elemento di vulnerabilità nel seguito della struttura [34].

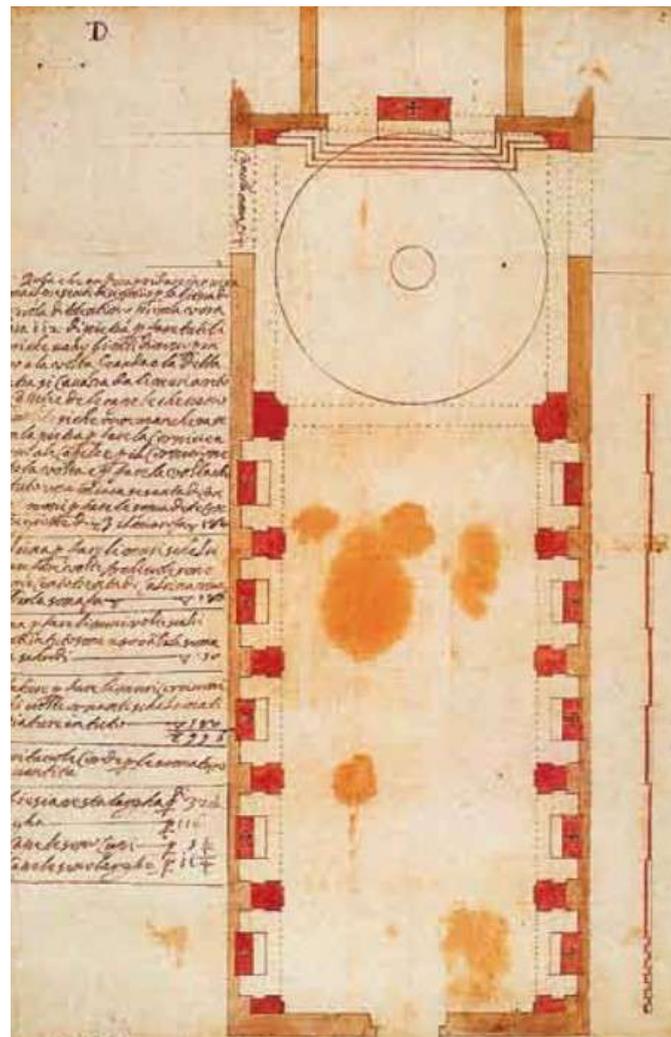


Figura 6.9: Progetto seicentesco della basilica ([32])

Nel 1631 si iniziò la ristrutturazione della sacrestia a pianta quadrata che conteneva le reliquie delle Sante Braccia. Fu allargata la porta di comunicazione verso la chiesa, che avveniva attraversando il Cappellone, e furono introdotte delle volte a lunette, che inglobarono il precedente soffitto piano. Dato l'afflusso crescente di fedeli, già nel 16° secolo, si decise di aprire verso oriente un nuovo vano a pianta quadrata, voltato a cupola su pennacchi sferici e separato dal precedente da una elegante serliana su colonne in marmo con ricca trabeazione corinzia. Ricche decorazioni, pitture, affreschi, stucchi ed incrostazioni marmoree pregiate arricchirono ripetutamente nel tempo questa cappella. Quando fu abbandonata l'idea di trasferire le reliquie delle Sante Braccia nella nuova cappella sul lato nord del transetto, si preferì, nel 1670, ingrandire ulteriormente verso est il santuario

creando un terzo e ultimo vano a pianta ottagonata con volta ribassata, dotandolo di un nuovo altare contenente le reliquie. L'effetto finale di spazio espanso a cannocchiale, filtrato dalle trasparenze della serliana e ridondante di rimandi cromatici dai ricchissimi e varianti decori, rende la Cappella delle Sante Braccia uno degli spazi più suggestivi del complesso basilicale.

Nel 1757 avvenne il completamento della facciata: lo scalpellino Giovanni Andrea Ascani da Sant'Ippolito si impegnò nel restauro del preesistente e nel completamento dell'ordine superiore incompiuto del prospetto. Come sottolineato anche in [34], tutti questi rifacimenti della facciata hanno probabilmente influito sulle criticità strutturali, riscontrate anche nell'attacco fronte e navata centrale.

Sempre nel Settecento fu completato il campanile con un ulteriore ordine sopra il cornicione e la copertura a cuspide mistilinea con la sfera. La parte già esistente del campanile ha forme tardogotiche, leggibili nelle finestrate ogivali trilobate della cella. Secondo i documenti storici, fu iniziato nel corso del Trecento ma risultava ancora in costruzione nel 1433. Nel 1519 ne fu ricostruito il pinnacolo, danneggiato da un fulmine.

L'odierna immagine architettonica dell'interno della chiesa è il frutto dei significativi interventi di restauro e di riforma condotti dal 1856 al 1859 dall'architetto fermano Giambattista Carducci. Il suo intervento consistette nella demolizione dell'antica volta a crociera del presbiterio e la sua sostituzione con una nuova cupola a vela sovrapposta di circa 6 metri; nella chiusura delle due finestre a targa rettangolari ai lati del presbiterio e la riapertura nel muro di sopraelevazione di tre nuovi finestroni a tutto sesto; nel ridisegno della spartizione architettonica dei fornicelli della navata in sette nuovi archi per lato, sobriamente unificati con le loro nuove cinte, pilastri crociati, specchiature e piedistalli, il che comportò la riduzione delle cappelle laterali da dieci ad otto; nell'apertura di quattordici finestroni centinati nel cleristorio per fornire adeguata ed omogenea illuminazione allo splendido lacunare del soffitto. Quest'opera di restauro evidenzia tutti i limiti dell'ideologia eclettica e dell'interpretazione stilistica dell'Ottocento. Infatti nello spazio antico del tempio vennero abolite e mitigate con nuove linee le dissonanze e le incongruenze accumulate nel tempo. Il fine era quello di dare una chiarezza comunicativa alla forma tipologica, fornendo nuova visibilità e intelligenza prospettica alla navata. In realtà evidenzia solo "la paura della complessità storica, l'incapacità di capire che l'Italia non è un ordinato manuale di storia dell'arte, ma un palinsesto in cui la stratificazione contraddittoria delle varie eredità storiche è insieme rappresentazione e ispirazione della pacifica convivenza delle nostre mille diversità" [35].

Nel 1926 fu ritrovato il corpo di S. Nicola e questo permise di completare lo schema tipologico di un tempio dedicato al santo, con la creazione della cripta sotterranea. Questa, il cui accesso avviene attraverso un'ampia scalea a doppia rampa direttamente dalla sagrestia quattrocentesca, venne edificata nel 1932 esattamente

sotto il pavimento del Cappellone. Il progetto fu elaborato dall'architetto della Soprintendenza dell'Umbria che, riferendosi all'epoca della morte del santo, non volle discostarsi dallo schema gotico della cripta con volte a crociera costolonate su pilastri a fascio polistili.

Per meglio comprendere l'evoluzione planimetrica dei processi costruttivi che hanno portato al complesso così come lo vediamo oggi è esplicativo l'elaborato grafico riportato da *C.Boriello* [31]:

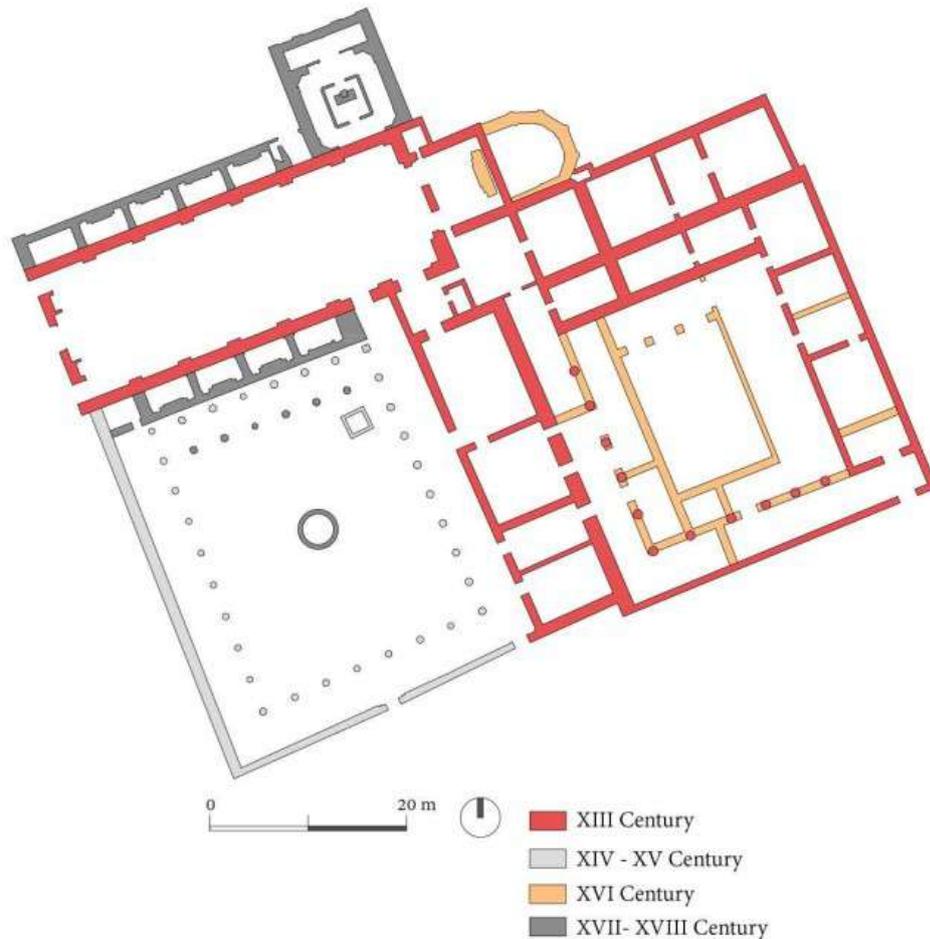


Figura 6.10: Evoluzione planimetrica del complesso nel corso dei secoli ([31])

6.3.2 Interventi recenti

Come sottolineato nel Capitolo 1, anche interventi di consolidamento realizzati negli ultimi decenni possono contribuire ad aumentare la vulnerabilità degli edifici storici. Per tale motivo in questa sezione si vogliono descrivere due interventi

strutturali recenti, di cui però non si hanno notizie certe nelle fonti, che interessano il sottotetto ed il campanile. Queste opere aggiuntive devono essere tenute in considerazione nella fase di modellazione, per effettuare un' analisi più accurata della struttura e per valutare la loro effettiva utilità.

Per quanto riguarda il sottotetto, a seguito del sopralluogo effettuato dal Politecnico di cui si parlerà ampiamente nel paragrafo 6.5, è stato osservato che sono presenti tre ordini di capriate, di cui due metalliche e uno ligneo. Tutte le informazioni riportate di seguito sono riprese da *A. Pascale* [36].



(a) Vista generale

(b) Capriata lignea disattivata



(c) Primo ordine di capriate

(d) Secondo ordine di capriate

Figura 6.11: Fotografie del sopralluogo del Politecnico di Torino ([36])

L'ordine ligneo (Figura 6.11 b), composto da 6 capriate, è presumibilmente il sistema strutturale originario che, in epoca recente ma imprecisata, è stato disattivato, come è evidente dal taglio presente in corrispondenza del colmo.

Mentre, per i due ordini in metallo (Figura 6.11 c,d), è stato osservato che entrambi sono composti da 6 capriate ma differiscono per disposizione, funzione e

geometria dei profilati. La composizione della reticolare delle capriate è riassunta nella tabella seguente:

-	Primo ordine		Secondo ordine	
	numero	tipo	numero	tipo
corrente superiore	2	T10	2	IPE160
corrente inferiore	1	T10	1	IPE120
diagonali	10	L50X50	15	PN60

Tabella 6.2: Composizione reticolare delle capriate

Il primo ordine (Figura 6.12a) ha la funzione di sorreggere il cassettonato ligneo sottostante. Questo scopo è evidente oltre che dai collegamenti tra i due sistemi, non presenti negli altri ordini, anche dal fatto che il colmo della reticolare non è ammortato in corrispondenza del profilato metallico presente nel colmo della tettoia, ma esclusivamente nelle pareti laterali. Mentre, il secondo ordine (Figura 6.12b) è quello che ha la funzione di sorreggere il tetto a falde.

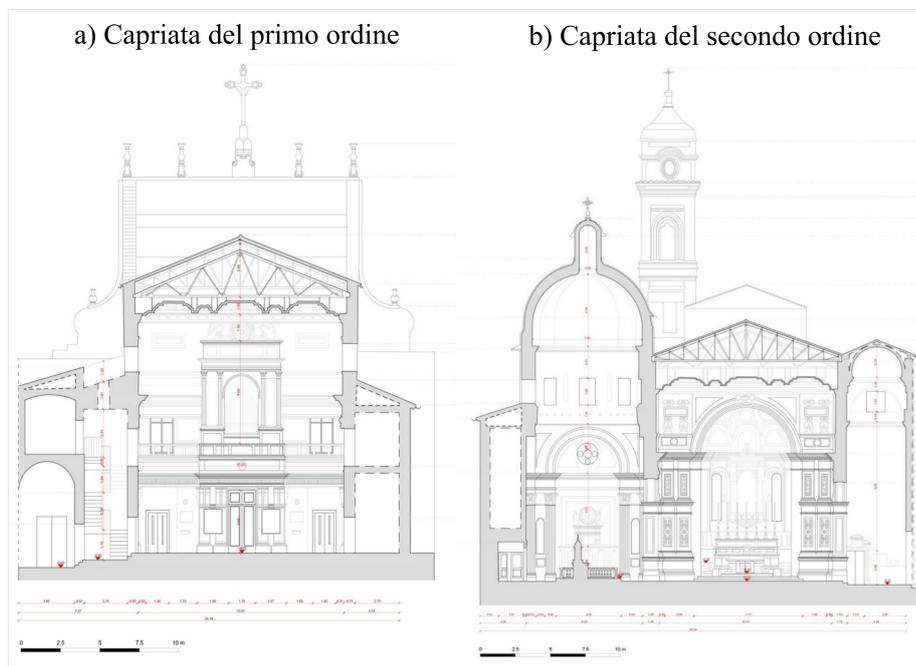


Figura 6.12: Sezione trasversale degli ordini delle capriate metalliche ([31])

Invece, per quanto riguarda il campanile si possono osservare due diversi ordini di tiranti metallici posti all'altezza di 21 e 27 metri, in corrispondenza delle aperture principali su tutti i lati (Figura 6.13). Come per il sottotetto non sappiamo quando sono stati inseriti. Dalle discipline ingegneristiche sappiamo però che tali dispositivi non solo contrastano le spinte orizzontali su archi e volte, ma riescono a collegare le varie pareti murarie favorendo un comportamento scatolare. L'uso di tiranti metallici è uno dei modi più efficaci di aumentare la collaborazione tra pareti e di evitare il meccanismo di ribaltamento fuori dal piano. Inoltre sono presidi facilmente removibili e quindi permettono di migliorare la risposta sismica senza alterare le funzioni strutturali originarie.



Figura 6.13: Particolare dei tiranti presenti sul campanile ([32])

6.4 Opere d'arte

Nel caso di edifici tutelati esiste un rapporto obbligato e ineludibile tra struttura e oggetti d'arte in essa contenuti. Si rende quindi necessario conoscere il valore delle opere presenti. Per questo si procederà a una breve descrizione del patrimonio artistico presente all'interno della chiesa, dalla scultura alla pittura.



Figura 6.14: Facciata ([32])

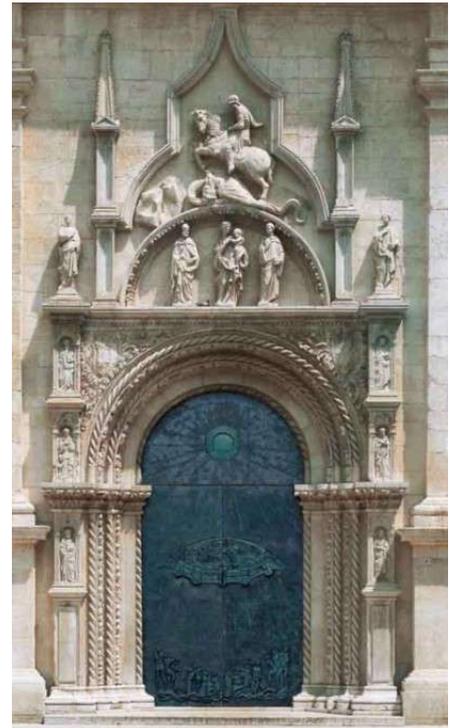


Figura 6.15: Portale di Nanni di Bartolo ([32])

Partiamo dall'esterno, cioè dalla facciata (Figura 6.14). La parte inferiore risulta spartita in cinque campate da paraste tuscaniche, su alto piedistallo, che sorreggono il fregio recante l'intitolazione della chiesa ed un cornicione dal pronunciato aggetto; mentre la campata centrale ospita il portale, quelle laterali sono occupate dalle due porte secondarie, sormontate da un timpano spezzato. Sopra di esse due alti finestroni, con timpano centinato su mensole, che denunciano la fattezza barocca soltanto da due timide coppie di orecchioni laterali appena pronunciati. Le due piccole campate terminali sono occupate da nicchie emisferiche e da targhe con stemmi. L'ordine superiore della facciata ha una spartizione a tre campate, affiancate e strette da volute esterne, con cornicione e paraste in opera ionica che

dividono i due nicchioni laterali dal gran rosone centrale, formato da un originale sole raggiato, simbolo di S. Nicola. Il coronamento retto dell'attico con una balaustra, schema piuttosto inusuale nelle Marche, si conclude con quattro candelabri marmorei ed un trimonte sormontato dalla croce. L'opera più rilevante è il portale gotico di Nanni di Bartolo (Figura 6.15) che, oltre alla cornice architettonica, comprende sei rilievi nei pilastri raffiguranti santi. Sopra i piloni ad ogni lato stanno l'Angelo e la Vergine Annunziata, mentre al centro della lunetta sta la Madonna col Bambino accompagnata alla sua destra da Sant'Agostino e a sinistra da S. Nicola da Tolentino. Sopra la lunetta è raffigurato San Giorgio e il drago e sopra la trabeazione campeggia la statua dell'Eterno Padre. Tutti gli elementi architettonici e le figure sono in pietra d'Istria ed inoltre tracce numerose di pigmenti e oro riflettono la distribuzione originale del colore. Il vocabolario decorativo, come le foglie mosse dal vento nei capitelli, le colonnine a spirale e gli archi mistilinei, testimoniano l'assimilazione del repertorio dell'ornamentazione gotica flamboyant. Mentre, ridotti a piccole scale e confinanti nei punti sussidiari, ci sono elementi architettonici di gusto classicheggiante come i pilastri scanalati dalle nicchie dei piloni e il coronamento a forma di conchiglia.



Figura 6.16: Interno della basilica ([32])



Figura 6.17: Particolare del soffitto ligneo a cassettoni ([32])

Per quanto riguarda l'interno (Figura 6.16), abbiamo il soffitto cassettonato (Figura 6.17) che si sviluppa per una lunghezza di più di 38 metri ed è spartito in ventuno cassettoni su file di tre e perimetrato da una ricca trabeazione ad ovoli e dentelli. Sul fondo dei lacunari, alcuni scorniciati ad ottagono, risaltano alternativamente ora lo stemma vescovile ora diciotto statue di santi a grandezza superiore al naturale, oltre a quella centrale del Cristo Redentore e quella della Madonna. Questo capolavoro di ebanisteria barocca è unico nelle Marche e qualifica

definitivamente l'intero spazio della navata con il suo riflesso aureo che rende unica la suggestione luministica del tempio.

All'interno delle Cappelle troviamo numerosi capolavori realizzati a più riprese nel corso dei secoli. Particolarmente significativa è la pala d'altare della Cappella di S. Anna raffigurante la Visione di S. Anna realizzata da Giovanni Francesco Barbieri detto "il Guercino" (Figura 6.18). La madre della Vergine è dipinta nell'atto di ricevere dall'angelo l'annuncio della sua prossima maternità e nel fondo il suo sposo, Gioacchino, presenta la propria offerta al tempio. Questo tema era piuttosto desueto in epoca barocca ed è stato quindi ipotizzato che sia da porre in rapporto con il matrimonio di uno dei membri della nobile famiglia che aveva finanziato la Cappella. Accedendo al raro soggetto, il Guercino ne organizza gli episodi salienti entro la struttura della pala d'altare controriformata, che privilegia l'elemento dimostrativo e allegorico a scapito di quello narrativo. Il dipinto va senz'altro considerato uno dei capolavori del maestro centese che in queste date ha ormai abbandonato il naturalismo della fase giovanile in favore di una calibrata adesione al classicismo, percepibile nella retorica dei gesti e nella gamma cromatica attutita.



(a) Pala d'altare



(b) Vista della Cappella

Figura 6.18: Cappella di S. Anna ([32])

Va poi citato il ciclo di affreschi del Cappellone che si estende dal culmine della volta alle pareti. Nei quattro spicchi della volta trovano posto gli Evangelisti accoppiati ciascuno ad uno dei Dotti della Chiesa, colti nell'atto di scrivere sotto loro dettatura: l'intenzione è quella di rimarcare la funzione dei Vangeli come fonte di ispirazione di tutta la Chiesa. I personaggi sono individuati da scritte e,

per quanto riguarda gli Evangelisti, dai rispettivi simboli, posti sopra di essi. Le membrature della volta sono sottolineate da fasce con motivi decorativi e polilobi contenenti figure di Santi a mezzo busto. Invece le pareti sono suddivise in tre ordini che contengono, i primi due, episodi della Vita della Vergine (dall'Annunciazione alla Morte e al suo ricongiungimento con il Figlio) e di Cristo; quello inferiore, le Storie della Vita di S. Nicola, interrotte in corrispondenza dell'altare dalla scena della Crocifissione. Se quest'ultima scelta obbedisce a ovvie esigenze liturgiche, meno chiaro è il criterio eseguito per disporre le scene sulle pareti: l'inizio e la fine della narrazione cade, nei tre ordini, su pareti diverse. Recentemente, quindi, alla lettura orizzontale si è aggiunta l'ipotesi della lettura verticale: in ogni parete viene illustrato uno dei temi fondamentali della teologia che permette una giusta lettura della vita del santo.



Figura 6.19: Cappellone di S. Nicola ([32])

Non ci sono documenti comprovati che consentano di datare il ciclo pittorico e quindi sono state proposte diverse alternative, tra queste la più accreditata risulta essere quella che ipotizza che il lavoro sia iniziato qualche anno dopo la morte di Nicola, non aspettando il processo di canonizzazione. Infatti gli affreschi raffigurano il frate tolintinate già con l'aureola della santità in quanto santo è proclamato sia dagli umili fedeli che da documenti ufficiali pontifici, anche se il decreto di canonizzazione arriverà più di un secolo dopo, nel 1446. Non si hanno notizie certe neanche sull'autore, tuttavia contrariamente a quanto si era pensato in passato, l'intera decorazione mostra di essere stata progettata ed eseguita unitariamente.

Uno dei restauri ha rivelato che i lavori procedettero molto speditamente (le giornate di intonaco sono molto estese) e che, nell'intento di terminare prima possibile, vi presero parte, come era anche consuetudine del tempo, numerosi esecutori coordinati da un unico Capo bottega. La critica è concorde nell'attribuire l'impresa alla scuola riminese, che ebbe un grande impulso dalla presenza di Giotto a Rimini nel 1300 circa, ed in particolare a Pietro da Rimini, anche se all'interno degli affreschi abbiamo una grande quantità di sfumature espressive. L'ipotesi è che, come si è detto, una sola è la mente che organizza il lavoro ma ci sono molti aiutanti di diverso livello, quindi la statura qualitativa del capo bottega risulta altissima in numerosi passi della volta e delle Storie di Cristo mentre in altri episodi sono all'opera aiutanti di livello talora modesto che, con la loro calligrafia stentata, rischiano di compromettere la lettura dell'insieme. In tutto il ciclo risulta avvincente la libertà con cui è articolato il racconto, di cui il pittore riesce a sottolineare sempre gli aspetti umani: variando dai toni composti e severi delle raffigurazioni contenute nella volta a quelli affettuosi della Natività, a quelli drammatici ed efferati della Strage degli Innocenti, fino al composito realismo delle Nozze di Cana. Va sottolineato poi che il referente del pittore non sembra essere solo Giotto: qui egli dimostra anche la conoscenza degli affreschi eseguiti da Pietro Lorenzetti ad Assisi sul finire del secondo decennio.



Figura 6.20: Volta del cappellone di S. Nicola ([32])

Non è lo scopo di questo lavoro presentare minuziosamente tutte le opere d'arte presenti nella basilica e per questo si è deciso di descrivere solo le più significative, per testimoniare la ricchezza del nostro patrimonio. Tuttavia occorre ricordare che la storia dell'arte non è fatta solamente dai grandi e dai loro capolavori, ma soprattutto da tutti quei piccoli artisti e artigiani che hanno disseminato i nostri territori con testimonianze del loro tempo. Occorre quindi apprezzare tutte le loro

opere, anche quelle che ci appaiono insignificanti e prive di nota, ed apprendere quante più cose riescono a trasmetterci.



(a) Cappella Sante Braccia



(b) Cappella SS. Sacramento



(c) Cupola della Cappella delle Sante Braccia



(d) Sacrestia seicentesca

Figura 6.21: Alcune opere d'arte all'interno della basilica ([32])

6.5 Condizioni attuali

La sequenza sismica che ha colpito il Centro Italia tra la fine del 2016 e l'inizio del 2017 deriva dall'attività delle faglie appenniniche che, con una frequenza relativamente elevata, si riattivano causando terremoti di intensità medio-elevata. In particolare la scossa principale del 24 agosto 2016, ha indotto la devastazione di diversi comuni causando 299 vittime e la perdita dell'abitazione per diverse migliaia di abitanti. Le successive scosse dell'ottobre 2016, insistendo su costruzioni già in parte danneggiate, hanno portato alla distruzione quasi totale del tessuto urbano in molti comuni ed estesi danneggiamenti in un'area molto più vasta. La scossa più importante è stata quella del 30 ottobre 2016 che, con magnitudo 6.5, è stata la più distruttiva avvenuta in Italia dopo quella di magnitudo 6.9 in Irpinia nel 1980.

Oltre ai servizi di soccorso ed emergenza, gestiti in modo esemplare dalla Protezione Civile, nelle fasi immediatamente successive ad un evento sismico assume fondamentale importanza la ricognizione degli effetti e la pianificazione degli interventi. Per questo motivo il Politecnico di Torino ha messo a disposizione immediatamente le proprie competenze, come già precedentemente detto, creando un gruppo multidisciplinare composto da specialisti di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, di Geofisica e di Geomatica. Il risultato di tutte le attività svolte è stato pubblicato [37], dando soprattutto attenzione alla salvaguardia e alla conservazione dei beni architettonici monumentali, settore in cui opera da tempo il Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Edile e Geotecnica. In particolare per la basilica di S. Nicola è anche stato stipulato un "Accordo di Cooperazione Strategica" tra il Politecnico di Torino, la Nagoya City University e il comune di Tolentino, nel febbraio 2017.

Ora andremo brevemente a riassumere gli studi compiuti sulla basilica, per comprendere al meglio le condizioni in cui attualmente versa il monumento.

6.5.1 Ispezione visiva dei danni

A causa degli evidenti danni ed in seguito al sopralluogo del MIBACT del Dicembre 2016, la basilica è stata dichiarata inagibile. Dopo un primo intervento di messa in sicurezza effettuato in somma urgenza, l'intero complesso è stato oggetto di un secondo intervento di messa in sicurezza per la riapertura al culto che è avvenuta nel Dicembre 2018 [38].



(a) Vista aerea del fronte con ponteggi

(b) Vista ravvicinata della lesione

Figura 6.22: Lesioni in corrispondenza dei contrafforti del fronte([34])

Tra i danni riscontrati nella basilica, accuratamente descritti da *D. Sabia et al.* [34] e dal *Comune di Tolentino* [38], dobbiamo citare le lesioni in corrispondenza dei

contrafforti della facciata a livello della copertura (Figura 6.22). La loro entità ha fatto propendere per l'installazione di un sistema provvisorio in acciaio, finalizzato alla protezione della caduta di elementi murari e decorativi distaccati. Il possibile meccanismo di distacco della facciata dipende, non solo dalle lesioni appena citate, ma anche dallo stato fessurativo che è presente nella parte inferiore, in direzione della cornice decorativa interna, su ambo i lati della navata.

Diffuse fessurazioni erano presenti nelle murature d'ambito della navata, all'altezza della cornice marcapiano che si sviluppa al di sotto delle ampie aperture che danno luce alla chiesa, e in corrispondenza degli archi delle cappelle laterali (Figura 6.23).



Figura 6.23: Lesioni diffuse nelle strutture del complesso ([34])

Le volte presenti nei vari ambienti della basilica presentavano un importante quadro fessurativo lungo tutta la loro curvatura. Tali lesioni descrivono un forte movimento della volta e dei maschi murari sottostanti, i quali hanno portato ad un allargamento dei conci della volta e quindi alla formazione di fessure sia all'estradosso che all'intradosso. Mentre fessurazioni di lieve entità hanno interessato le volte del chiostro (Figura 6.24 d).

I danni più rilevanti hanno interessato le strutture del presbiterio, in particolare della volta e dei pennacchi. A ridosso dell'altare e del coro sulle pareti laterali sono presenti lesioni profonde che fanno ipotizzare un probabile distacco dell'abside dal corpo centrale della basilica (Figura 6.24 a,b,c).

Per quanto riguarda il sistema di copertura si sottolinea un dissesto del solaio della navata centrale realizzato con capriate metalliche e un'orditura secondaria in tralicci metallici e tavelloni in laterizio. Proprio di questi ultimi si sono verificati crolli che si sono depositati al di sopra del cassettonato in legno, provocando il distacco di alcuni elementi decorativi.



(a) Vista d'insieme della cupola centrale (b) Abside: setto centrale del sistema poligonale a sette lati



(c) Arco di scarico della muratura che divide la prima porzione di chiesa e l'area absidale del chiostro; prima campata, in prossimità successiva (d) Volta del loggiato, nel lato settentrionale del chiostro; prima campata, in prossimità della zona facciata-controfacciata

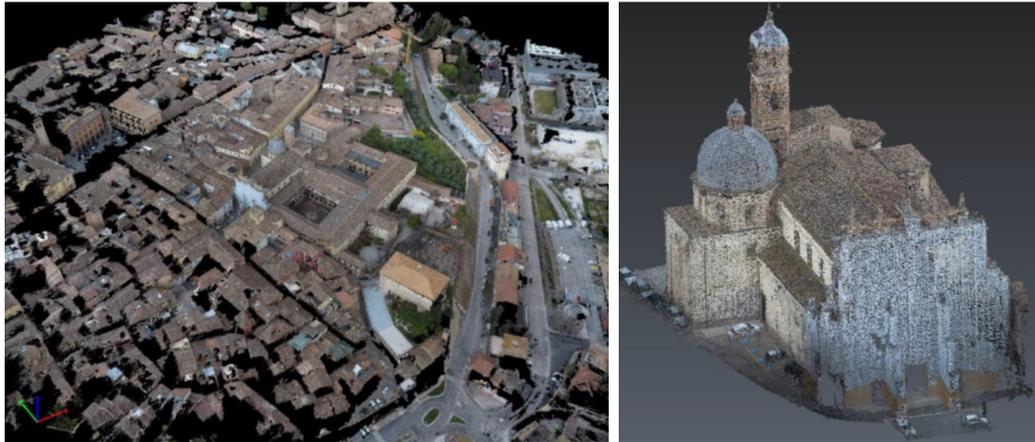
Figura 6.24: Lesioni diffuse nelle strutture del complesso ([34])

6.5.2 Rilievo metrico 3D

Le operazioni di rilievo metrico 3D in sito si sono svolte nel febbraio del 2017, configurate come stage didattico del team studentesco DIRECT. Hanno coinvolto un gruppo di circa 12 persone tra professori e studenti, tra i quali molti hanno svolto successivamente tesi di laurea che sono state prese come riferimento anche

in questo lavoro. Tutte le elaborazioni 3D dei modelli sono state poi svolte presso il Laboratorio di Geomatica del DAD e del DIATI del Politecnico di Torino.

Queste attività sono state programmate sia per delineare le relazioni spaziali nel contesto estremamente fitto del tessuto storico del centro urbano, sia per consentire la successiva analisi dello stato di conservazione della fabbrica dal punto di vista geometrico e strutturale.



(a) Nuvola densa alla scala urbana

(b) Segmentazione della sola nuvola riguardante la basilica

Figura 6.25: Nuvole di punti 3D ([34])

Per garantire un'acquisizione completa della geometria della struttura sono state utilizzate diverse metodologie: quelle topografiche tradizionali (Total Station, GPS/GNSS) e quelle di recente tecnologia *image based* (UAV) e *range based* (TLS, SLAM). Infatti, le superfici esterne (dalle coperture al chiostro, e sostanzialmente i corpi di fabbrica dell'intero complesso architettonico) sono state rilevate mediante la fotogrammetria UAV. Mentre gli ambienti interni di pregio, o che presentavano danni che necessitavano di una attenzione particolare (sostanzialmente la basilica, il chiostro e il cappellone) sono stati rilevati mediante TLS e fotogrammetria terrestre integrata. Infine, gli ambienti del convento, dell'attuale sacrestia e della cripta sono stati affrontati utilizzando il più speditivo rilievo basato su SLAM, che offre nuvole di punti meno dense e accurate se confrontate con la tecnica TLS, ma che garantisce sicuramente una buona restituzione degli aspetti formali e morfologici delle strutture storiche, comprese le consistenze delle masse murarie. L'acquisizione con UAV e TLS è proposta come soluzione integrata efficace in architetture complesse, difatti consente di rilevare le porzioni interne ed esterne del corpo di fabbrica, ma anche di completare il rilievo di porzioni difficili da rilevare come sottosquadri e aggetti.

Dovendo affrontare una documentazione completa tra interno ed esterno, per consentire il riferimento reciproco di tutte le acquisizioni del rilievo 3D e per garantire la georeferenziazione di tutti i prodotti derivati, è stato seguito un approccio misto che ha previsto la realizzazione di una rete d'inquadramento con tecnica GPS/GNSS nella parte esterna al complesso, mentre negli ambienti interni è stata realizzata una rete di raffittimento topografico con vertici misurati mediante tecnica classica con l'uso della stazione totale.



Figura 6.26: Sezioni longitudinali e trasversali, derivate dalle nuvole UAV e TLS integrate, utilizzando piani sezione tipici della rappresentazione architettonica ([34])

Le elaborazioni portate a termine in queste prime fasi hanno consentito di ottenere delle nuvole di punti 3D complete esterno-interno della basilica (Figura 6.25). A partire da questi dati è stata eseguita la parte di lettura architettonica e la relativa rappresentazione che ha consentito di estrarre le tradizionali viste in proiezione ortogonale (Figura 6.26) utili alla generazione degli elaborati 2D (Figura 6.27). Questi sono poi stati utilizzati per le analisi legate allo stato di conservazione della fabbrica e la creazione del successivo modello FEM.

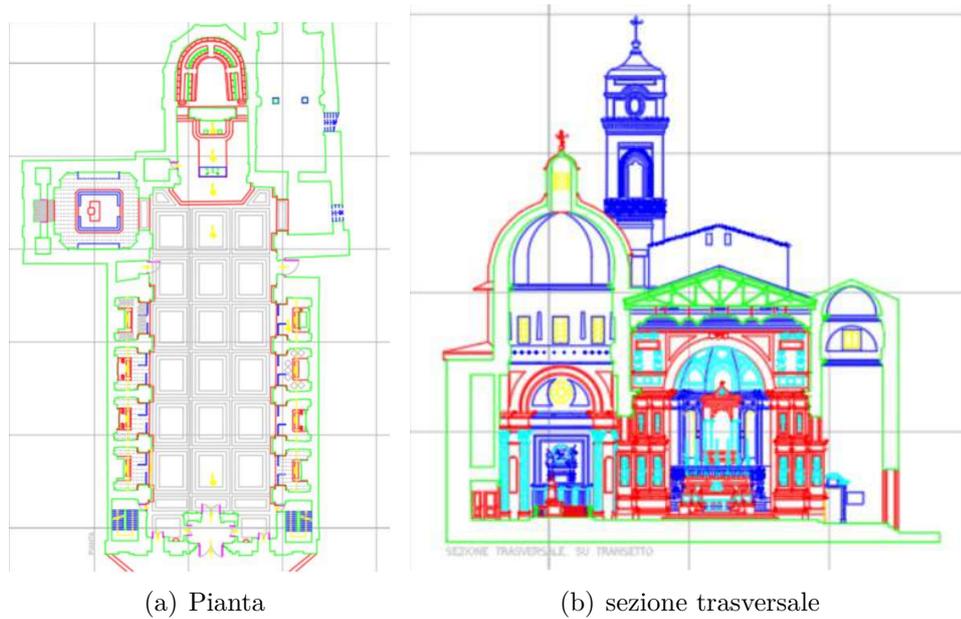


Figura 6.27: Elaborati 2D ([34])

6.5.3 Analisi spaziali dei modelli 3D continui

A partire dalla nuvola di punti è possibile estrarre superfici continue Triangulated irregular network (TIN), comunemente note come mesh, ottenute grazie all'impiego di software specifici. A seguito della generazione della mesh, alcune operazioni consentono il riempimento di lacune, la correzione di imprecisioni e la riduzione del rumore al fine di completare, pulire e raffinare ciascuna mesh per poi unirle e ottenere un modello 3D unico. Le potenzialità di indagine offerte da un modello 3D così ottenuto non sono limitate agli elaborati bidimensionali: infatti l'uso di nuvole di punti e TIN permette varie analisi. Calcolo di volumi, analisi di scostamenti, differenze cioè, tra le superfici considerate e altre che corrispondono a una geometria di progetto, anomalie di forma che possono essere ricondotte a dissesti strutturali sono alcune delle possibili applicazioni che offrono un sensibile supporto allo studio dei Beni architettonici, anche post-sisma.

D. Einaudi et al. [39] hanno deciso di indagare, con il metodo precedentemente illustrato, gli scostamenti della porzione di muratura laterale del presbiterio all'innesto con il transetto e la porzione del soffitto a cassettoni a copertura della navata nel suo innesto con il presbiterio. La valutazione degli scostamenti da geometrie semplici di pareti o partizioni orizzontali può essere eseguita attraverso l'estrazione di profili di sezione, andando a quantificare l'angolo di inclinazione che le porzioni di superficie assumono rispetto a piani o assi adottati come riferimenti (per esempio

scostamenti dalla verticale per valutare i fuori piombo); ciò può avvenire utilizzando la nuvola di punti oppure la TIN. Tali analisi sono utili anche per valutare quanto le anomalie possano configurarsi come deformazioni occorse alla struttura. Le analisi eseguite su base TIN indagano lo scostamento dell'intera superficie rilevata da un piano scelto dall'utente tramite una valutazione delle distanze. Per quanto riguarda la parete del presbiterio è risultato che il 63% dei punti della parete coincide sostanzialmente con la superficie verticale, ed escludendo le cornici aggettanti, una percentuale di circa il 20% devia dal piano verticale per valori sino a poco più di 5 cm. Mentre, per quanto riguarda lo scostamento del soffitto a cassettoni della navata, possiamo riferirci alla seguente immagine:

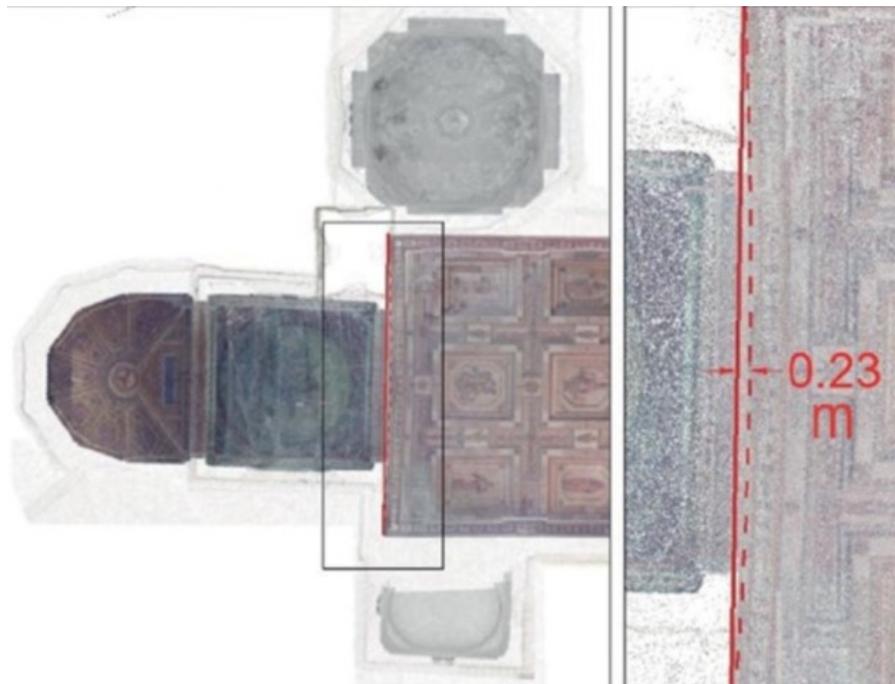
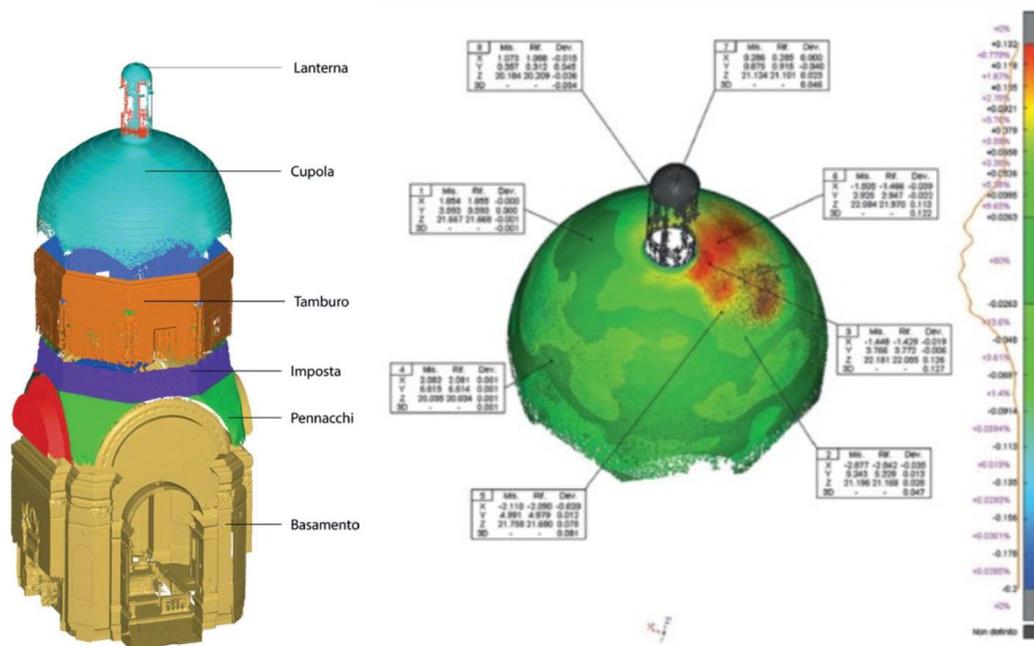


Figura 6.28: Analisi di scostamento del soffitto a cassettoni a copertura della navata nel suo innesto con il presbiterio ([39])

Sempre *D. Einaudi et al.* [39], per quanto riguarda geometrie più complesse, riportano il caso della superficie dell'intradosso della cupola emisferica della Cappella del SS. Sacramento. In un primo momento è stata eseguita la classificazione della TIN in elementi architettonici semplici (Figura 6.29 a). Le analisi eseguibili possono riguardare le deviazioni delle superfici stimate analiticamente, ma anche semplici estrazioni di profili di sezione. È stata definita per via analitica la geometria sferica ideale in grado di ridurre le deviazioni al minimo e adattarsi al meglio alla geometria reale della cupola. Quest'analisi ha permesso di ottenere una mappatura

cromatica per facilitare l'identificazione delle aree che presentano uno scostamento tra la geometria rilevata e quella analitica di riferimento (Figura 6.29 b). Mentre in alcuni casi, le cause di scostamenti si possono imputare a una messa in opera non perfetta, nel caso presente (massimo 13 cm), alla luce anche delle osservazioni strutturali del team del monitoraggio, si riconosce il cedimento post-sisma.



(a) Segmentazione modello 3D (b) Mappatura cromatica del discostamento tra la geometria rilevata e la sfera



(c) Analisi di un profilo di sezione. Analisi delle deviazioni tra la superficie di rilievo e semisfera analitica.

Figura 6.29: Analisi dell'intradosso della cupola della Cappella del SS. Sacramento ([39])

L'estrazione invece di sezioni a passo costante permette di ottenere un controllo accurato dell'andamento delle superfici in diverse direzioni, in generale orizzontale

e verticale. La scelta del passo di estrazione risulta di fondamentale importanza in base alle finalità dell'indagine eseguita: nel caso in esame si è optato per una equidistanza di 30 cm, consentendo la comparazione della sezione reale con l'ipotetica geometria ideale e la valutazione dell'andamento delle discontinuità sezione per sezione (Figura 6.29 c).

Capitolo 7

Monitoraggio e Identificazione dinamica della basilica di S. Nicola

Nel Capitolo 2 abbiamo discusso dei principi teorici che guidano il monitoraggio e l'identificazione dinamica delle strutture storiche in muratura. Ora ne vedremo l'applicazione sulla basilica di San Nicola a Tolentino.

7.1 Sistema di monitoraggio della basilica di S. Nicola a Tolentino

Come ben descritto nel paragrafo 6.5, a seguito dello sciame sismico del 2016, la basilica ha presentato un notevole stato di danneggiamento. Si è così deciso nel 2017 di installare un sistema di monitoraggio dinamico continuo con lo scopo di acquisire il comportamento dinamico globale e di valutare l'attivazione o l'evoluzione dei meccanismi di danno individuati, soprattutto di quei macro-elementi che costituiscono il corpo centrale della basilica (facciata, navata, abside, torre campanaria).

L'intero sistema (Figura 7.1) è costituito da 20 accelerometri monoassiali capacitivi, di cui 17 installati sulle strutture portanti lungo gli assi principali della Basilica e 3 alla base della torre campanaria, assunti come terna accelerometrica di riferimento al suolo. Il sistema è completato da 3 termocoppie per la misura delle temperature interne, nella navata e nel sottotetto, ed esterna [40].

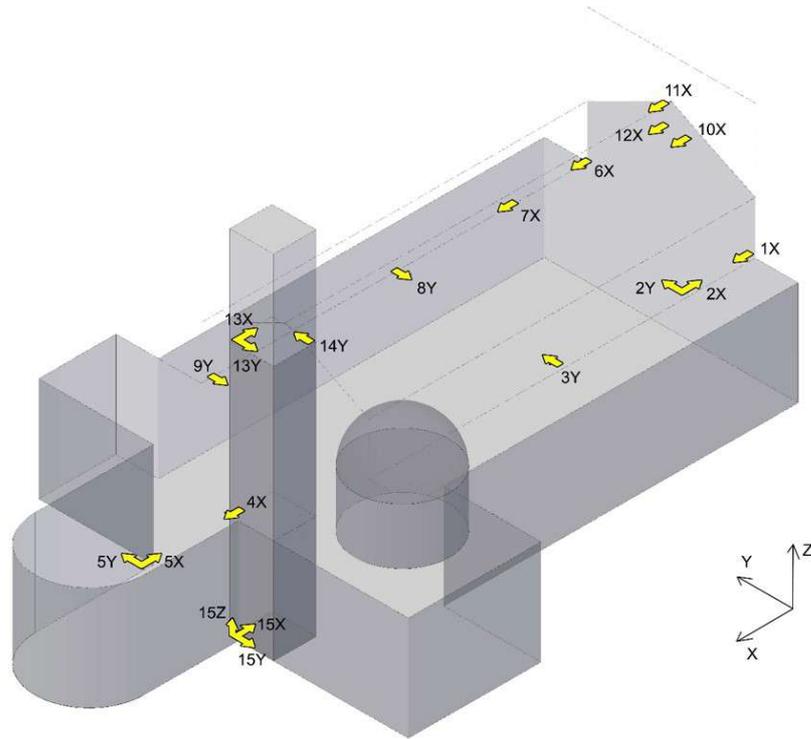


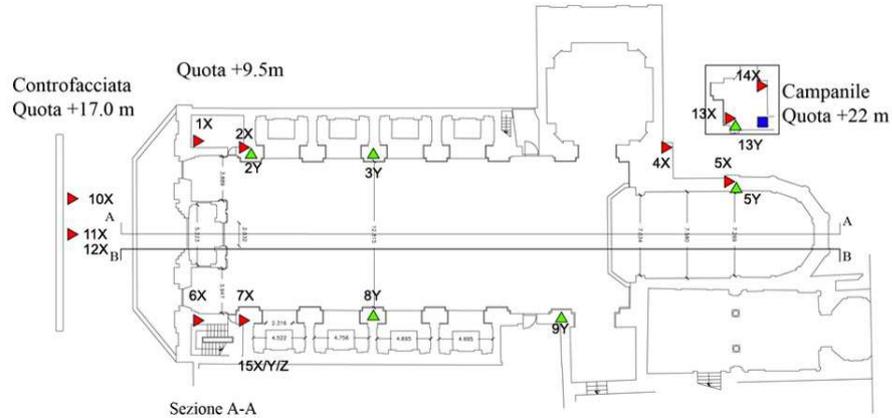
Figura 7.1: Posizione dei sensori accelerometrici (in giallo) e delle termocoppie (in rosso) ([40])

In maniera più dettagliata, sono stati disposti 11 accelerometri mono-assiali sulla cornice della navata centrale ad una quota di circa 9.5 m dal piano del pavimento; 3 accelerometri mono-assiali sulla controfacciata, al di sopra del piano del soffitto a cassettoni; 3 accelerometri sulla torre campanaria ad una quota di 22 metri dal piano del pavimento (Figura 7.2).

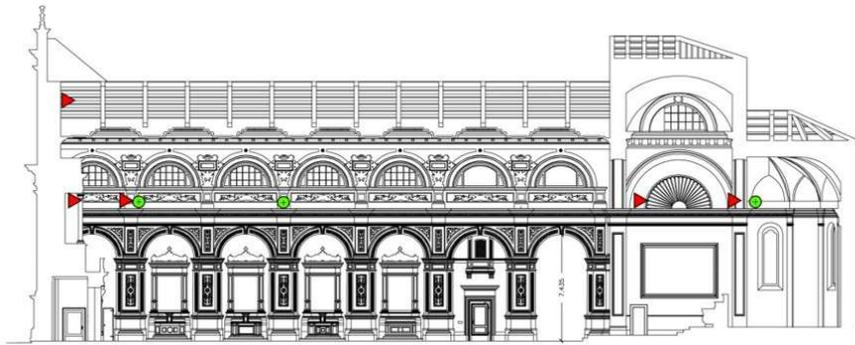
Si sottolinea in particolare l'importanza delle due coppie di accelerometri sulla facciata e sui muri longitudinali della basilica (posizioni 1X e 2X, 6X e 7X in Figura 7.1 e 7.2) per controllare l'efficacia del collegamento, valutare l'effetto di eventuali eventi sismici e, seguendone l'evoluzione nel tempo, prevenire il meccanismo di ribaltamento. Analoga funzione è affidata alla coppia 4X e 5X, collocata a cavallo della lesione rilevata sull'abside.

I sensori sono collegati a un sistema di acquisizione a 24 bit e i dati sono registrati in continuo con frequenza di campionamento di 100 Hz per gli accelerometri e di 1 Hz per le temperature. I dati sono quindi salvati in locale e accessibili in remoto. Il sistema installato non è invasivo e potrà rimanere in funzione sia durante gli interventi sulla struttura che durante il normale utilizzo della stessa.

Dalle ultime analisi effettuate è emerso il mancato funzionamento del sensore 7x, che quindi è stato escluso dalle analisi.



(a) Pianta



(b) Prospetto

Figura 7.2: Posizione dei sensori in pianta ed in prospetto (Slide del corso di Sismica del Prof. D. Sabia)

7.2 Identificazione dinamica della basilica di S. Nicola a Tolentino

Ora andremo ad applicare quanto precedentemente riportato (Paragrafo 2.3) al nostro caso studio, seguendo il lavoro svolto da *Sabia et al.* [40] nel 2017 e i recenti aggiornamenti sviluppati dal correlatore di tale tesi, l'Ing. Quattrone.

La prima identificazione è avvenuta sulla base di segnali acquisiti per intervalli di tempo di un'ora selezionati a distanza di una settimana, per un totale di 9 settimane. Per prima cosa questi dati sono stati preliminarmente analizzati per individuare

il dominio di frequenze significativo. I segnali sono stati quindi pretrattati per la rimozione di trend, filtrati e decampionati in modo da poter eseguire l'identificazione dei parametri modali principali. Successivamente si è deciso di utilizzare l'algoritmo SSI, andando ad incrementare progressivamente l'ordine del modello. I modi reali della struttura sono stati individuati applicando i già citati criteri di stabilizzazione: la variazione della frequenza tra ordini successivi deve essere inferiore all'1%; la variazione dello smorzamento tra ordini successivi deve risultare inferiore al 10%; vengono esclusi i modi con $\zeta > 10\%$ e $\zeta < 0\%$; il MAC (Modal Assurance Criterion) deve essere maggiore del 95%. In questo modo sono stati creati i diagrammi di stabilizzazione e di clusterizzazione visibili in Figura 7.3.

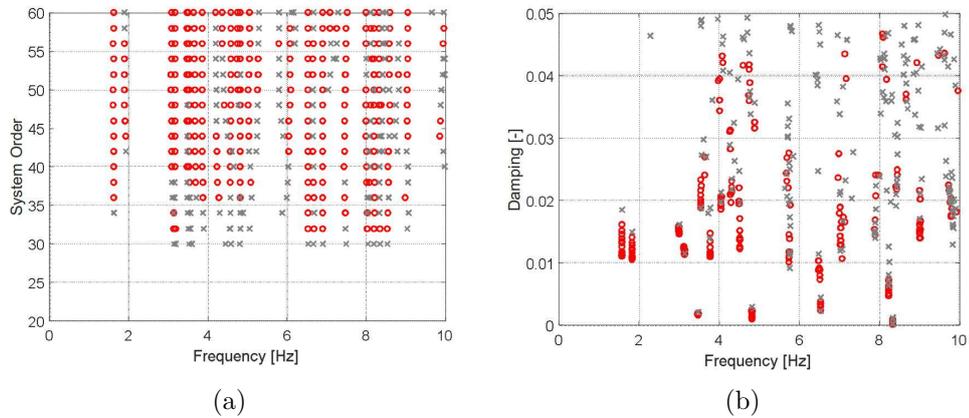


Figura 7.3: Diagrammi di stabilizzazione (a) e clustering (b) ([40])

Di seguito una tabella riassuntiva (Tabella 7.1) dei parametri modali medi ricavati e del loro scarto quadratico medio.

Modo	Frequenza [Hz]	ζ [%]	Descrizione
1	1.581 (0.018)	1.16 (0.22)	Flex. X
2	1.849 (0.021)	1.39 (0.84)	Flex. Y
3	2.997 (0.046)	1.45 (0.29)	Aula Y
4	3.124 (0.026)	1.18 (0.20)	Aula X
5	3.791 (0.043)	1.73 (0.42)	Facciata

Tabella 7.1: Modi identificati - 9 settimane di registrazioni

Dalla rappresentazione delle forme modali si può evincere che i primi due modi identificati fanno riferimento alla torre campanaria, mentre il terzo ed il quarto sono i modi globali della basilica nelle due direzioni orizzontali. Infine il quinto mette in evidenza il modo di vibrare della facciata principale.

Questi risultati si riferiscono ad un periodo di tempo limitato, quindi per comprendere il comportamento globale della struttura l'Ing. Quattrone ha sviluppato un algoritmo di machine learning per studiare l'evoluzione delle proprietà dinamiche della struttura con i dati ricavati dal Gennaio 2017 al Gennaio 2020. Il maggior numero di dati ha portato ad ottenere dei risultati leggermente diversi da quelli della prima identificazione, soprattutto a causa della variazione dei parametri in concomitanza con la variazione della temperatura.

I valori individuati sono le medie calcolate su tutti i modi classificati nei cinque cluster associati alle forme modali riportate. Si sottolinea che tali risultati possono essere ulteriormente affinati, ma possono comunque essere utilizzati per lo scopo di questo lavoro di tesi.

Nella Tabella 7.2 troviamo i parametri modali, mentre la rappresentazione delle forme modali è riportata nelle Figure 7.4, 7.5, 7.6, 7.7, 7.8. Da questi dati si può evincere che i primi due modi fanno riferimento alla torre campanaria, mentre il terzo coinvolge trasversalmente la navata. Il quarto riguarda principalmente la facciata e la navata longitudinalmente. Infine il quinto mette in evidenza il modo di vibrare dell' abside.

Modo	Frequenza [Hz]	ζ [%]	Descrizione
1	1.639	1.28	Campanile x
2	1.848	0.62	Campanile Y
3	3.004	1.16	Aula y
4	3.115	0.71	Facciata
5	3.352	1.24	Abside

Tabella 7.2: Modi identificati - 3 anni di registrazioni

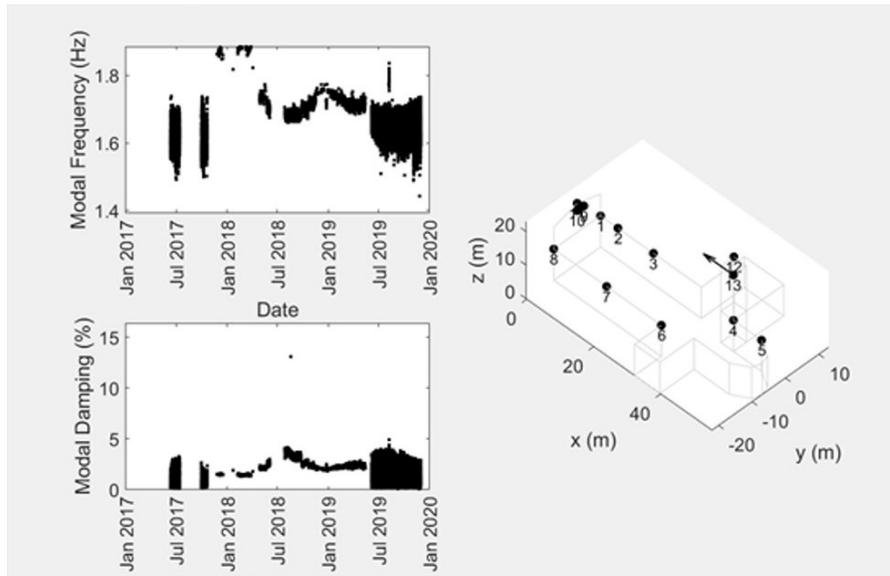


Figura 7.4: Modo 1

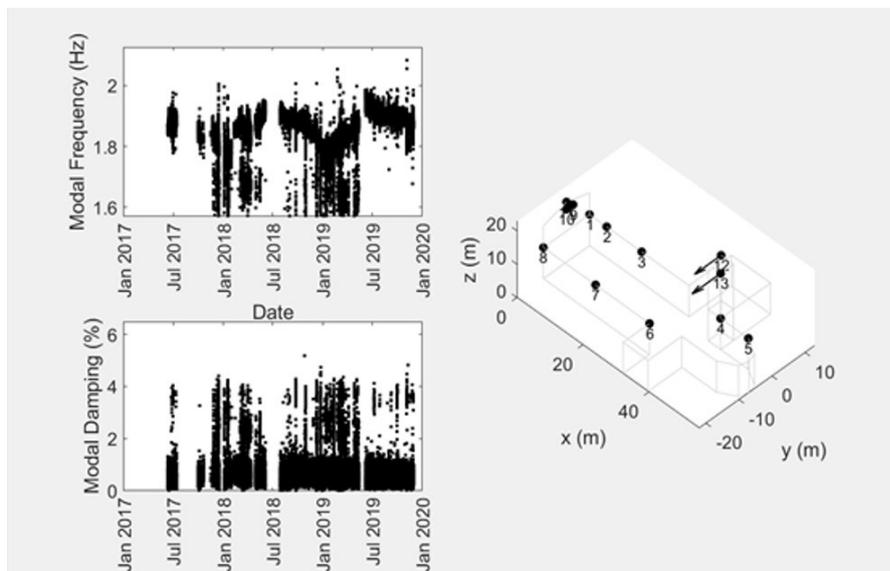


Figura 7.5: Modo 2

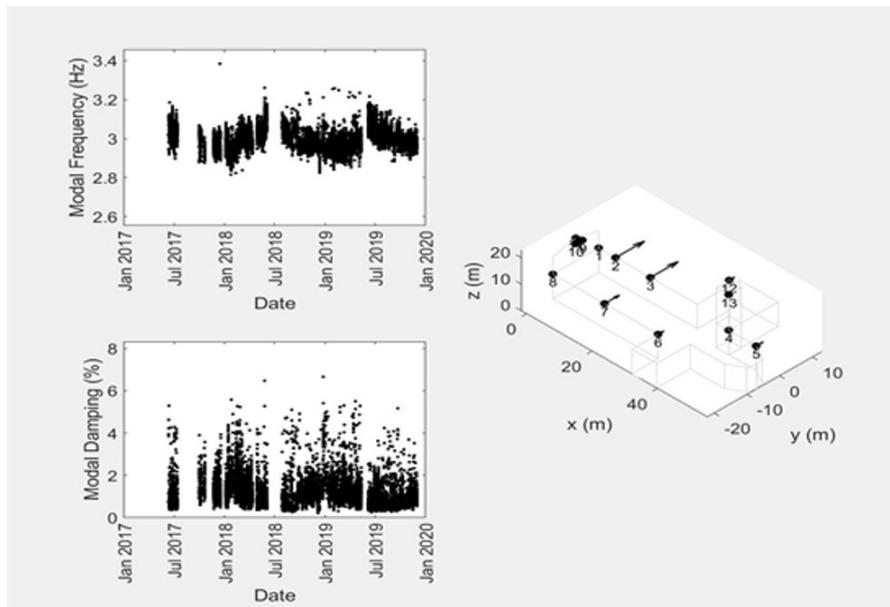


Figura 7.6: Modo 3

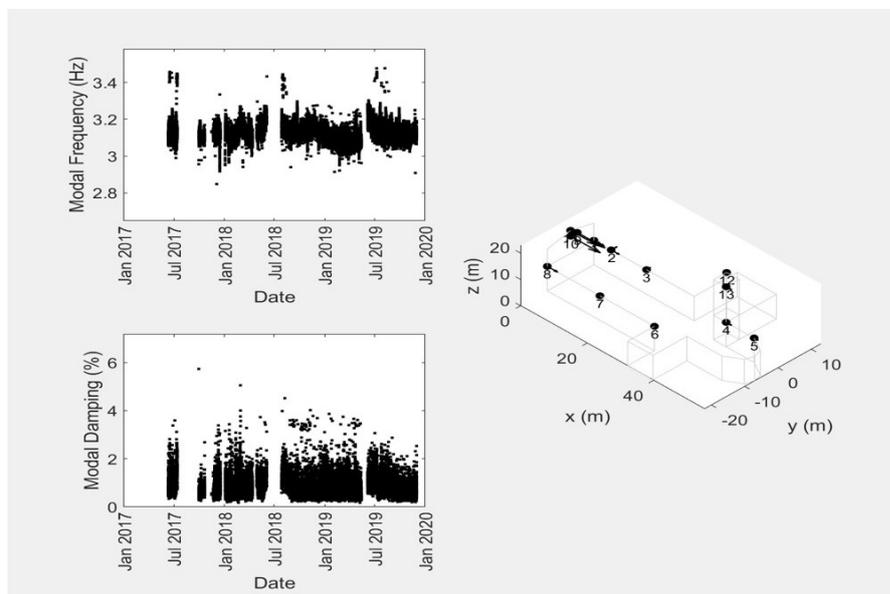


Figura 7.7: Modo 4

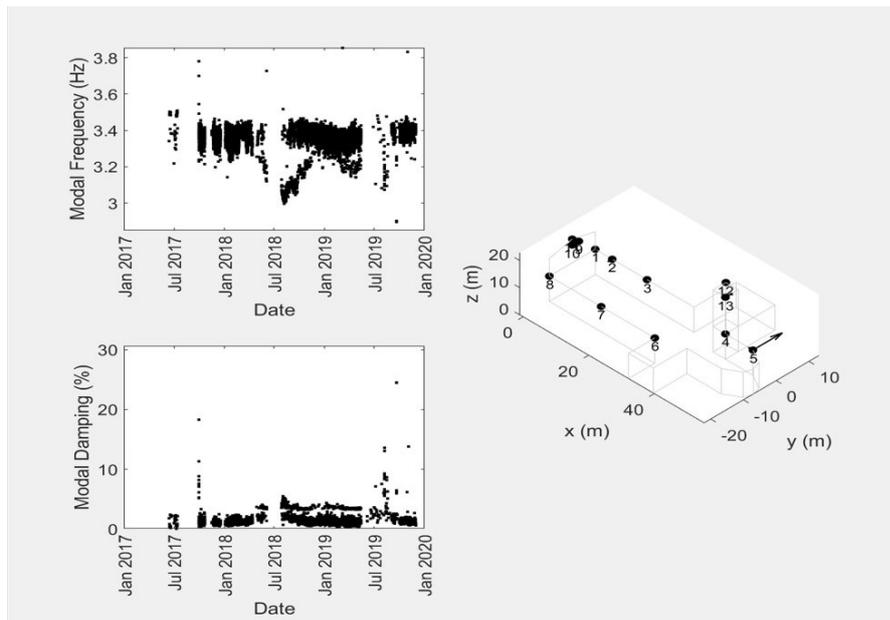


Figura 7.8: Modo 5

Capitolo 8

Costruzione del modello strutturale

In questa parte del lavoro andremo a descrivere i passaggi necessari per la creazione di un modello strutturale accurato della basilica di S. Nicola a Tolentino, seguendo tutte le indicazioni teoriche date nel Capitolo 3. Il modello geometrico è stato realizzato su Revit, e grazie ad un link diretto è stato trasferito in Midas Gen, il software scelto per il calcolo strutturale.

8.1 Modelli strutturali già realizzati della basilica

A seguito della campagna di rilievo eseguita dal Politecnico di Torino ed esaustivamente descritta nel paragrafo 6.5, sono stati realizzati due diversi modelli strutturali della basilica: uno, elaborato da *A. Pascale* [36], con elementi bidimensionali e l'altro, di *V. Orlando* [41], con elementi 3D. Qui riporteremo delle brevi descrizioni delle caratteristiche principali dei due modelli già realizzati, in modo tale da fare tesoro di tutte le tecniche più funzionali da poter poi implementare nel modello che siamo andati a realizzare.

Per quanto riguarda il modello di *A. Pascale*, dalle planimetrie fornite dal rilievo geomatico sono stati individuati i piani medi degli elementi strutturali principali e gli spessori ad essi associati. Si è quindi deciso di modellare le strutture principali tramite elementi bidimensionali di tipo *plate*, assumendo inizialmente proprietà meccaniche elastiche ed isotrope. Il grado di interconnessione tra i diversi elementi strutturali è stato tenuto in conto nella modellazione attraverso elementi fittizi di differente rigidità. Il modello risulta essere costituito da circa 10000 elementi bidimensionali (Figura 8.1).

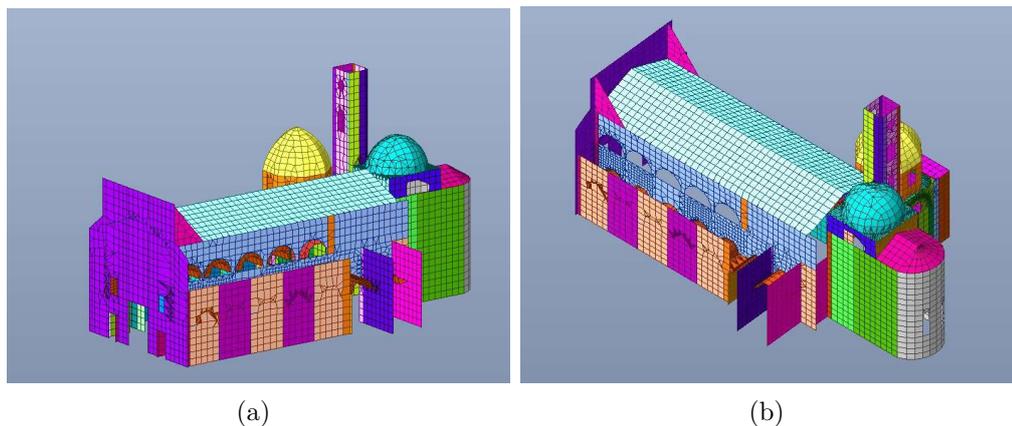


Figura 8.1: Modello realizzato con elementi bidimensionali ([36])

Anche per l'altro modello sono partiti dalla pianta della struttura, estraendo i singoli elementi secondo la loro propria geometria. Tuttavia in questo caso si è deciso di modellare le strutture principali con elementi tridimensionali di tipo *solid*. In questo caso sono stati utilizzati più di 40000 elementi tridimensionali, accoppiati con quasi 600 elementi *plate* (Figura 8.2).

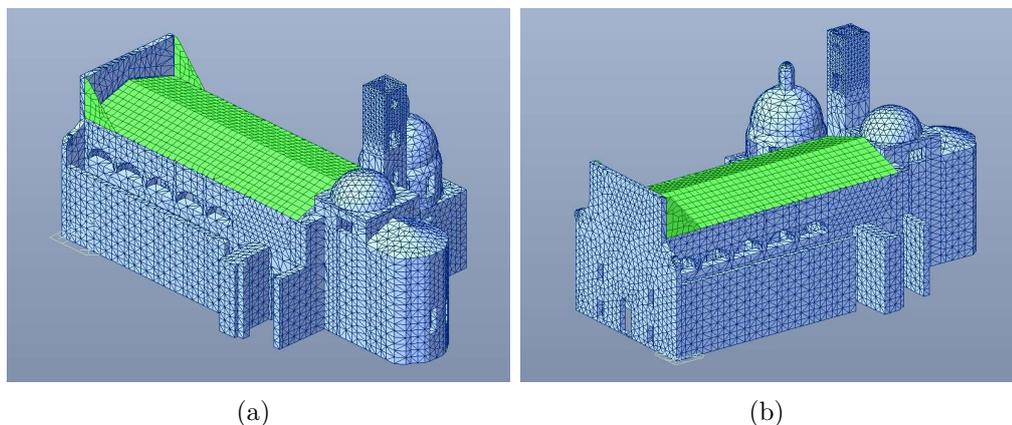


Figura 8.2: Modello realizzato con elementi tridimensionali ([41])

Mentre sul modello 2D sono state svolte le analisi dinamica modale, statica non lineare e dinamica non lineare; sul modello 3D solamente l'analisi dinamica modale e la modale con spettro. Andando a confrontare i risultati ottenuti dall'analisi dinamica modale, in termini di frequenze relative ai modi di vibrare della struttura, si è verificato come quelli ottenuti dal modello 2D siano molto prossimi a quelli del modello 3D. Dal punto di vista teorico il modello realizzato con elementi

tridimensionali è sicuramente più rappresentativo del comportamento reale della struttura, tuttavia risulta anche essere troppo complesso per svolgere alcuni tipi di analisi, in particolare l'analisi dinamica non lineare, ed è quindi per questo motivo che per gli sviluppi futuri del progetto di monitoraggio si è deciso di proseguire utilizzando un modello realizzato con elementi *plate*.

8.2 Definizione del modello geometrico

Con la diffusione della modellazione digitale nelle discipline del AEC, secondo il paradigma del Building Information Modeling (BIM), accade sempre più spesso che le diverse figure coinvolte nel progetto impieghino lo stesso modello implementandolo con le informazioni relative ad ogni campo della progettazione. Per gli edifici esistenti e in particolare quelli storici, questa procedura risulta complessa per diversi ragioni, tra cui la complessità della reale geometria. È importante per questo motivo all'inizio della modellazione occuparsi non solo di una perfetta riproduzione della forma ma anche valutare il soddisfacimento dei requisiti richiesti per il modello strutturale, in modo che il modello architettonico 3D si presti al meglio al modello a elementi finiti (FEM) al fine di ottenere una mesh compatibile e regolare. Quindi risulta fondamentale razionalizzare le forme e geometrie da includere nel modello, distinguendo le complessità che possono influenzare il comportamento meccanico di un elemento (volte, pareti irregolari,..) dalle piccole irregolarità non rilevati dal punto di vista strutturale.

Nel nostro caso, per avere un modello base da cui partire e per comprendere meglio la metodologia BIM, si è deciso di utilizzare il software Autodesk Revit nella sua versione strutturale. Sapendo fin dall'inizio che il software per il calcolo strutturale sarebbe stato Midas Gen, si sono valutati tutti i vantaggi e gli svantaggi di utilizzarlo in combinazione con Revit. Infatti esiste un link diretto che connette i due programmi: Midas Link per Revit Structure, che ci consente di trasferire direttamente i dati degli elementi strutturali da un modello Revit a modelli Midas e successivamente, dopo aver apportato eventuali modifiche, di restituirli a Revit aggiornando così il modello originale. Questa funzione è fornita come modulo aggiuntivo (plugin) in Revit Structure. Come file di interscambio in andata e in ritorno, viene utilizzato il file di testo di Midas Gen (.mgt). Tuttavia questo passaggio diretto non funziona con elementi curvi, come volte o cupole, essenziali per strutture come la nostra. Quindi, una volta esportato il modello in Midas, è necessario ricostruire tutti gli elementi che non sono stati riconosciuti. Nella Figura 8.3 è presentato un esempio di modellazione di una volta in Revit con il conseguente passaggio in Midas, come si può notare la volta non è stata esportata.

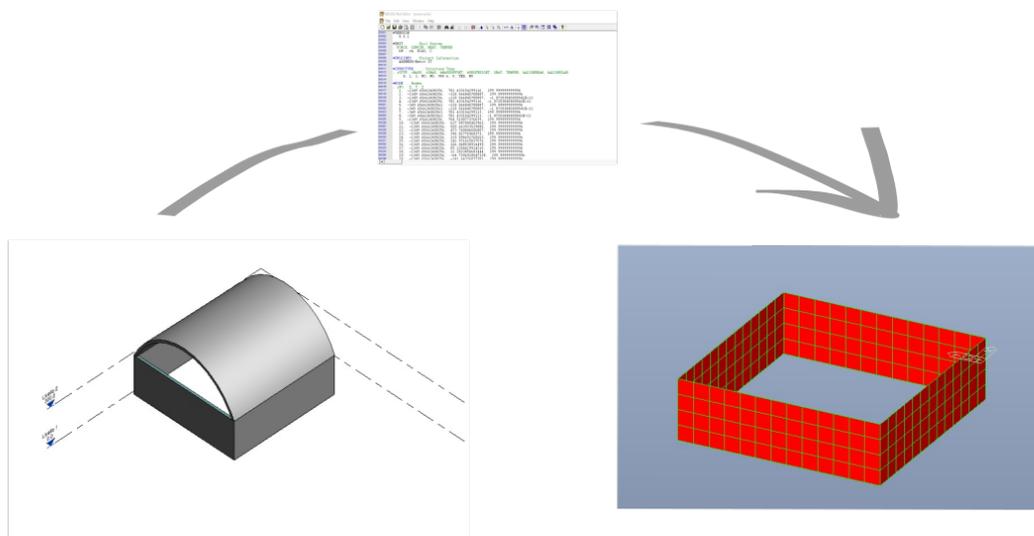


Figura 8.3: Esportazione del modello di una volta da Revit a Midas Gen

Preso atto delle funzionalità dei due programmi scelti, va studiata a fondo la geometria della struttura da analizzare e vanno trovate le tecniche migliori per la modellazione. Ricordiamo che le strutture storiche si presentano genericamente molto complesse in quanto la costruzione va estratta da sistemi più grandi e vanno quindi definiti i vincoli, ed inoltre ci sono numerose irregolarità dovute all'accumulo di modifiche nel tempo.

In questo lavoro le tavole dei rilievi effettuati dal Politecnico sono state il punto di partenza e da queste si è cercato di definire i confini della struttura e di semplificare il più possibile le geometrie (Figure 8.4, 8.5). Va sottolineato il fatto che la basilica fa parte del più ampio complesso conventuale, tuttavia si modellerà solo la struttura principale della chiesa. L'interazione con il convento è tenuta in conto attraverso due muri trasversali che fanno da collegamento tra le due costruzioni. Nel modello strutturale verranno studiati appositi vincoli per tenere in considerazione la reciproca influenza.

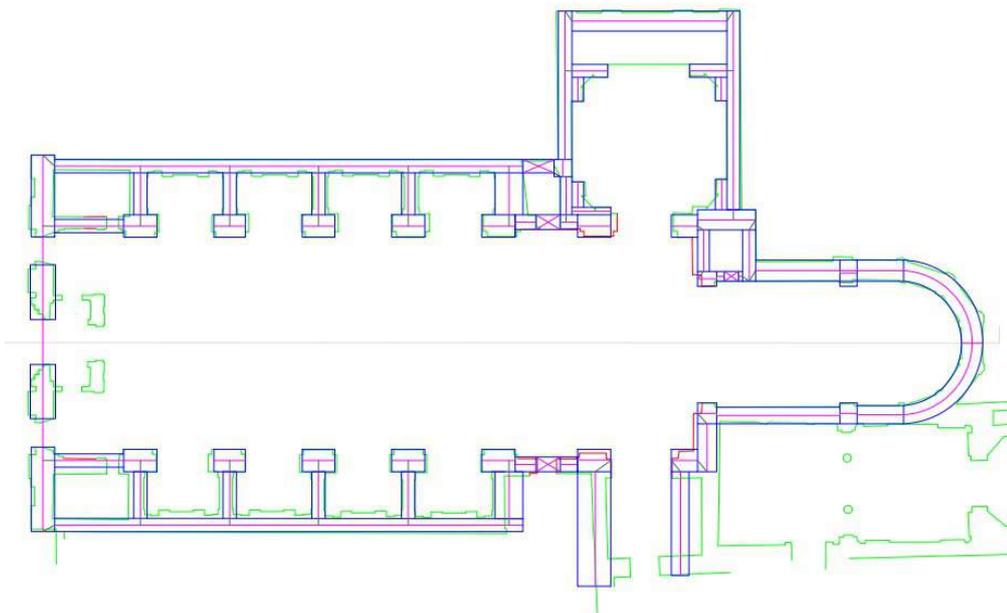


Figura 8.4: Semplificazione della pianta della basilica



Figura 8.5: Semplificazione del prospetto della basilica

Osservando anche i meccanismi di danno occorsi, l'intera struttura è stata suddivisa in macroelementi, ciascuno dei quali è stato modellato con le proprie peculiarità. Di seguito ne andremo a fare una breve descrizione:

- **Facciata** (Figura 11.5): è stata rappresentata come un'unica parete di spessore variabile. C'è molta incertezza riguardo gli spessori di questo elemento in quanto è presente sia un rivestimento esterno in marmo, sia una controfacciata in muratura piena. La forma geometrica è stata semplificata e razionalizzata.
- **Navata** (Figura 8.7): i muri della navata sono stati realizzati su più livelli, tenendo in considerazione anche le eventuali aperture. Inoltre, per maggiore completezza, si è deciso di modellare il tetto a falde, il sistema di reticolari in acciaio presenti nel sottotetto e i contrafforti all'interfaccia con la facciata.
- **Cappelle laterali** (Figura 8.8): sono state realizzate attraverso setti in muratura e volte a botte. Tuttavia, osservando attentamente le elaborazioni delle nuvole di punti, ci si è resi conto che non tutte le cappelle laterali sono voltate. La prima e l'ultima di ogni lato non presentano un soffitto con una volta a botte, in quanto sono adibite all'entrata/uscita in ambienti diversi da quelli della chiesa.
- **Presbiterio** (Figura 8.9): l'ambiente è stato modellato con muri e rispettive aperture. Si è dibattuto molto sulla presenza di una cupola o di una volta a vela. Osservando poi i rilievi e le fotografie si è optato per la modellazione di una volta a vela, scelta corroborata anche dalle informazioni sulla storia del complesso riportate al Paragrafo 6.3.
- **Abside** (Figura 8.10): è stata modellata in maniera semplificata attraverso un muro semicircolare ed una semi-cupola.
- **Cappella del Santissimo Sacramento** (Figura 8.11): come si può osservare sui rilievi effettuati in quest'ambiente (Figura 6.29) oltre ai muri del basamento abbiamo pennacchi, tamburo e cupola con lanterna. Si è quindi cercato di riprodurre tutti questi elementi in maniera semplificata senza però stravolgere le loro funzioni strutturali.
- **Campanile** (Figura 11.4): osservando le tavole architettoniche si è deciso di addossare il campanile alla parete del presbiterio. Sicuramente nella fase di modellazione strutturale dovrà essere capito il livello in cui il campanile è svincolato dal resto della struttura. Si è deciso di modellare solo le aperture significative e in questa fase sono state tralasciate le catene metalliche, che verranno invece aggiunte nel modello strutturale.

- **Collegamento con il convento:** come già detto si è deciso di modellare solo due muri trasversali, che appartengono ad un ambiente di passaggio tra la chiesa ed il convento. Nella parte di modellazione strutturale verrà studiato un apposito vincolo per simulare l'interazione tra le due parti.

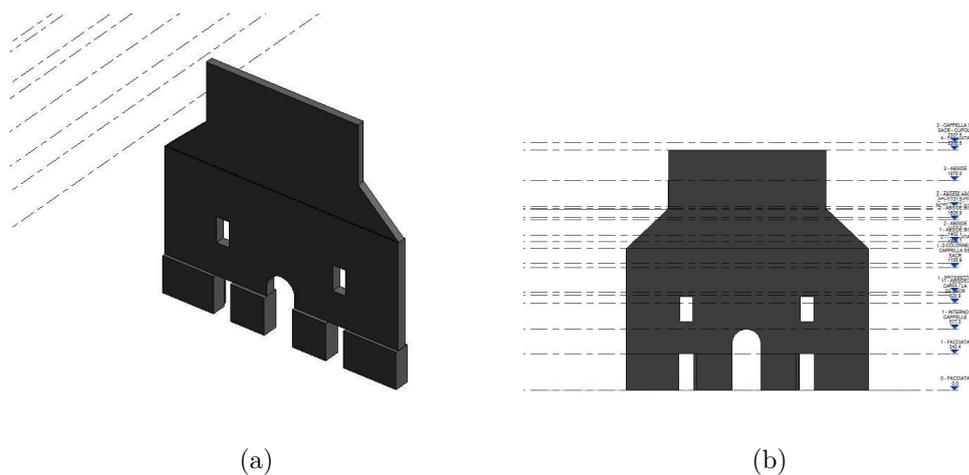


Figura 8.6: Modello geometrico della facciata

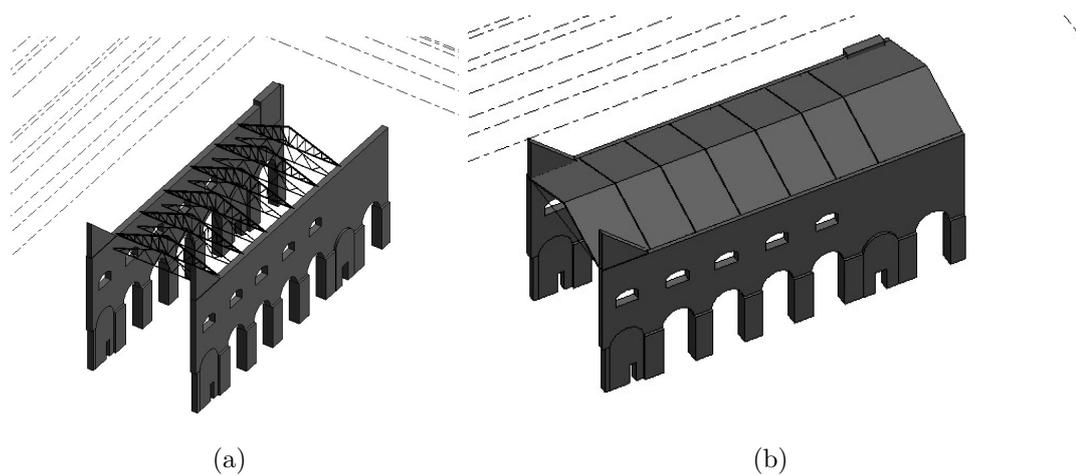


Figura 8.7: Modello geometrico della navata



Figura 8.8: Modello geometrico della navata e nuvola di punti con particolare delle cappelle laterali ([31])

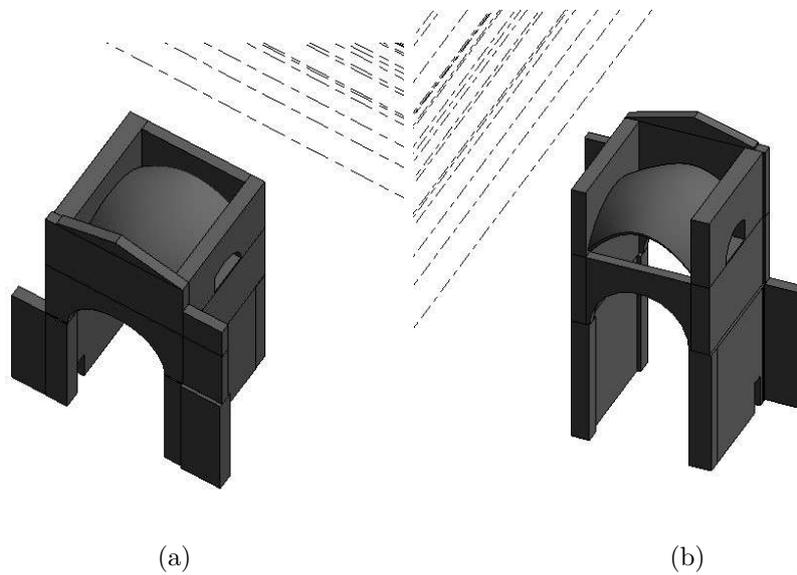


Figura 8.9: Modello geometrico del presbiterio

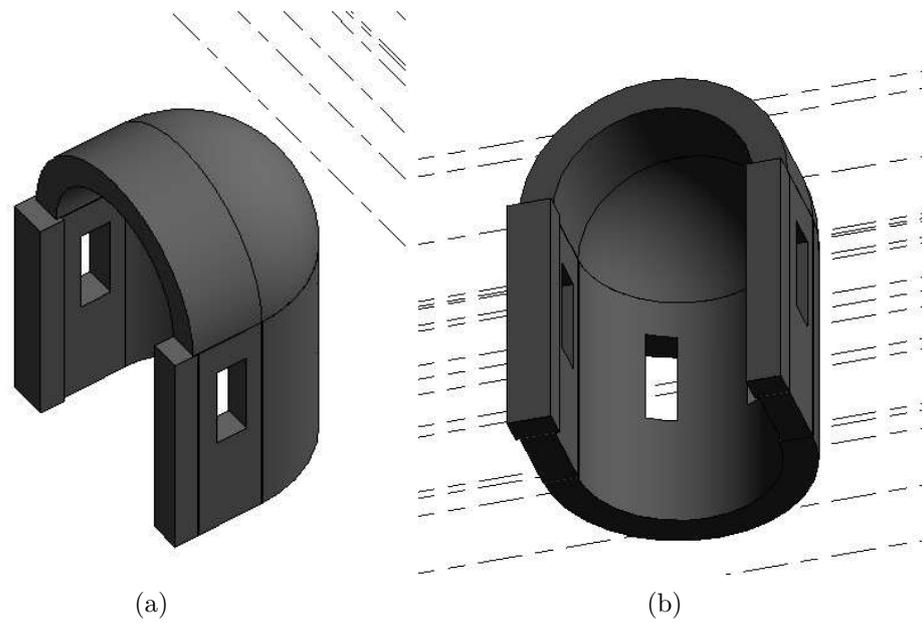


Figura 8.10: Modello geometrico dell'abside

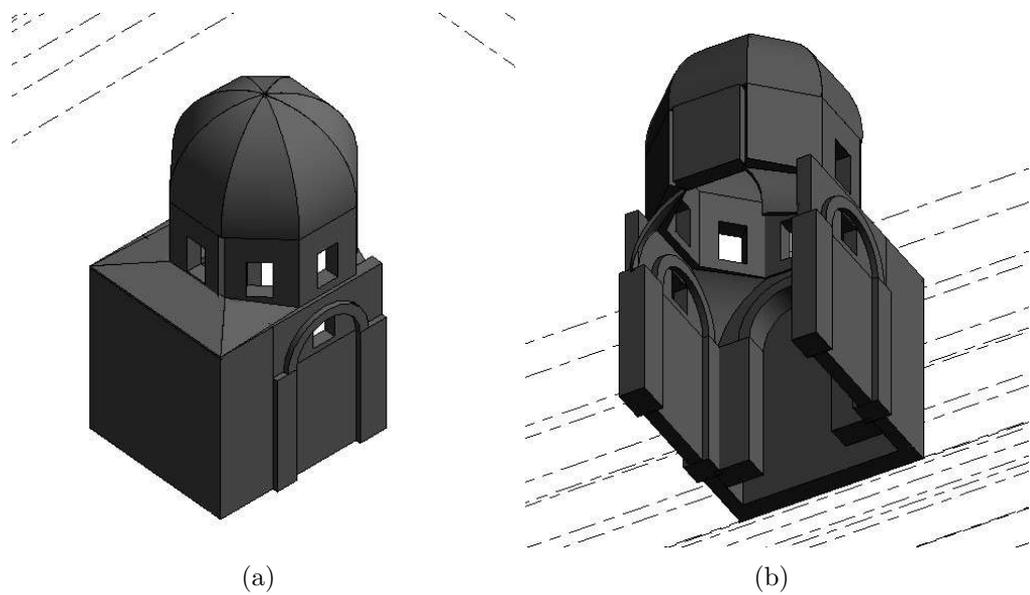


Figura 8.11: Modello geometrico della cappella del Santissimo Sacramento

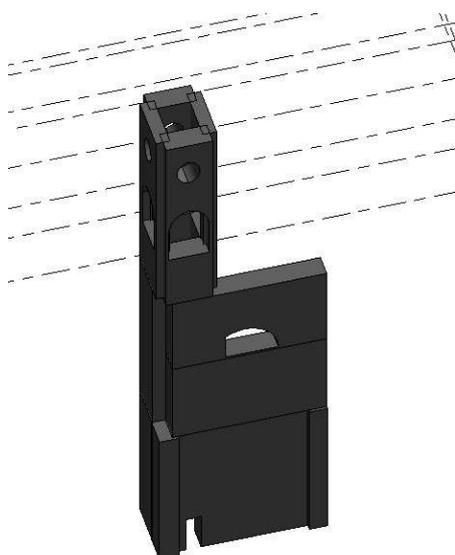


Figura 8.12: Modello geometrico del campanile

Dopo aver descritto tutti i macroelementi, nella Figura 8.13 è riportata un immagine completa del modello geometrico.

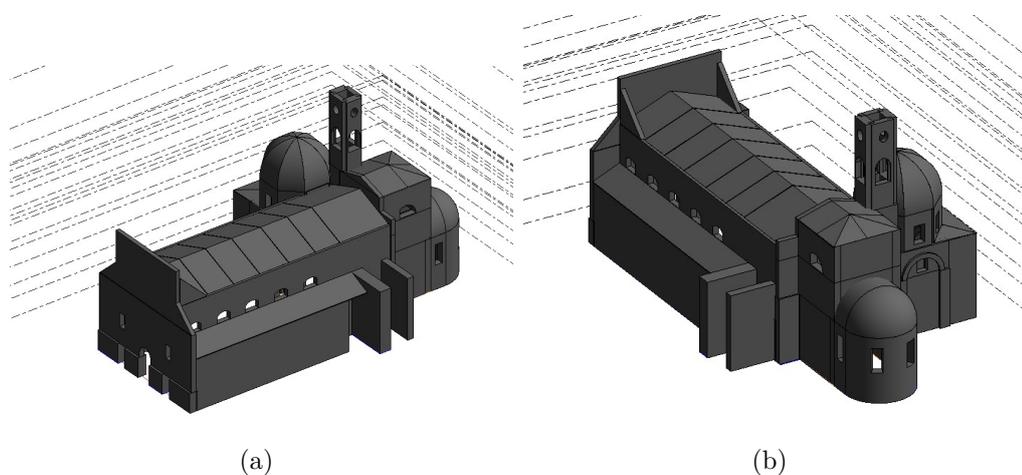


Figura 8.13: Modello geometrico della basilica di San Nicola

Tuttavia il modello che verrà utilizzato da Revit per lo scambio con Midas è il modello analitico, riportato nella Figura 8.14. Come si può notare e come già anticipato, in questo modello non vengono riconosciute le forme curve e quindi non sono presenti le volte e le cupole.

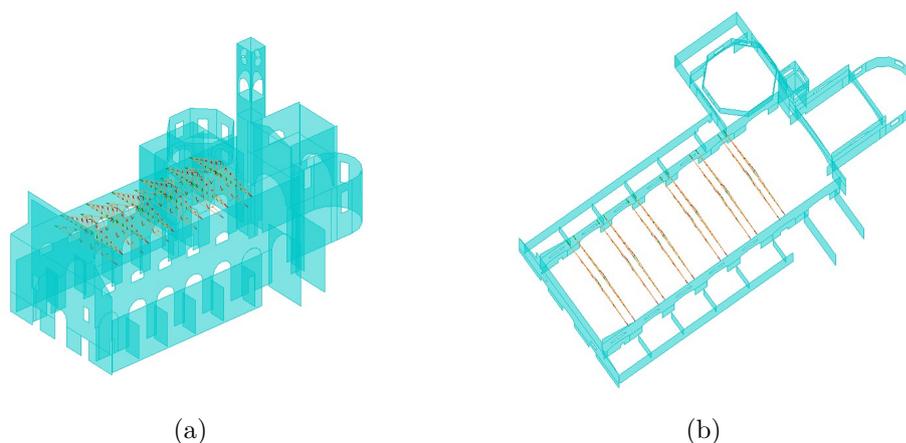


Figura 8.14: Modello analitico della basilica di San Nicola

8.3 Definizione del modello strutturale

Come già anticipato per l'analisi strutturale è stato scelto il software Midas Gen, che permette di risolvere le problematiche di analisi e progettazione di qualsiasi tipologia di struttura. Vanno sottolineate in particolare le molte funzionalità non lineari, sia in termini di carichi, materiali e vincoli, che consentono molteplici tipologie di analisi con diversi criteri di convergenza. I passaggi effettuati in Midas sono stati molteplici e verranno di seguito descritti.

8.3.1 Importazione da Revit e mesh automatica

Per prima cosa è stato necessario utilizzare il link diretto tra Revit e Midas. Gli elementi strutturali, tranne le capriate e le catene, sono stati modellati come muri nel modello geometrico, quindi in Midas saranno automaticamente presi in considerazione come elementi *plate*. Tali elementi dovranno essere discretizzati e proprio in questa fase viene chiesto di definire la dimensione della mesh, da passare in Midas. Sicuramente la discretizzazione deve essere accurata ma non troppo elevata, altrimenti i tempi di analisi risulterebbero troppo onerosi. In generale il passo della mesh non dovrebbe essere minore dello spessore degli elementi strutturali che rappresenta. Per questo motivo si è scelto una discretizzazione media tra "fine" e "normal". Essendo questa una fase di meshatura automatica sicuramente andrà controllata e modificata in base a considerazioni progettuali.

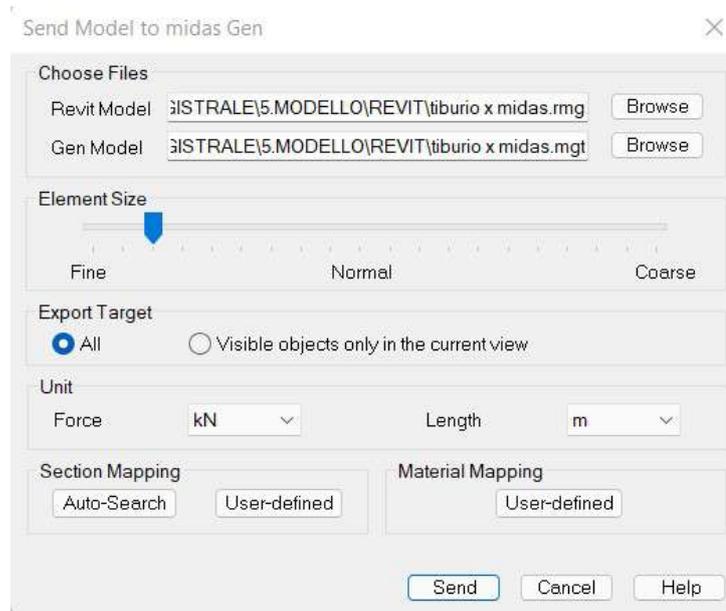


Figura 8.15: Interfaccia del link Revit-Midas

Il modello così importato in Midas risulta il seguente (Figura 8.16), suddiviso per colori in base agli spessori dei vari elementi:

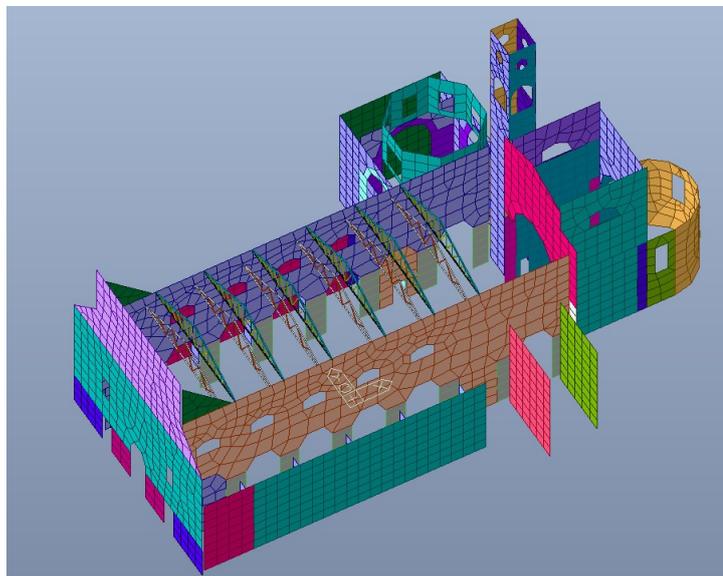


Figura 8.16: Modello strutturale importato con il link Revit-Midas

Soprattutto nelle zone di interfaccia è stato necessario correggere manualmente

la mesh e fare in modo che ogni elemento fosse in continuità con quelli adiacenti.

8.3.2 Modifica del modello

Come già detto e come si può notare anche dalla figura precedente, nel modello strutturale mancano tutte le superfici curve che devono quindi essere ricreate direttamente su Midas. Naturalmente andando ad aggiungere degli elementi, in alcuni punti la mesh è stata infittita e modificata.

Sono inoltre state apportate modifiche alla geometria precedentemente definita: le aperture del campanile sono state rimpicciolite; i muri di collegamento con il convento sono stati alzati fino al livello della falda del tetto della navata; le capriate sono state semplificate il più possibile, le capriate del primo ordine sono state rappresentate solo attraverso il corrente inferiore mentre quelle del secondo ordine sia con il corrente inferiore che superiore.

Si riporta in Figura 8.17 il modello strutturale completo:

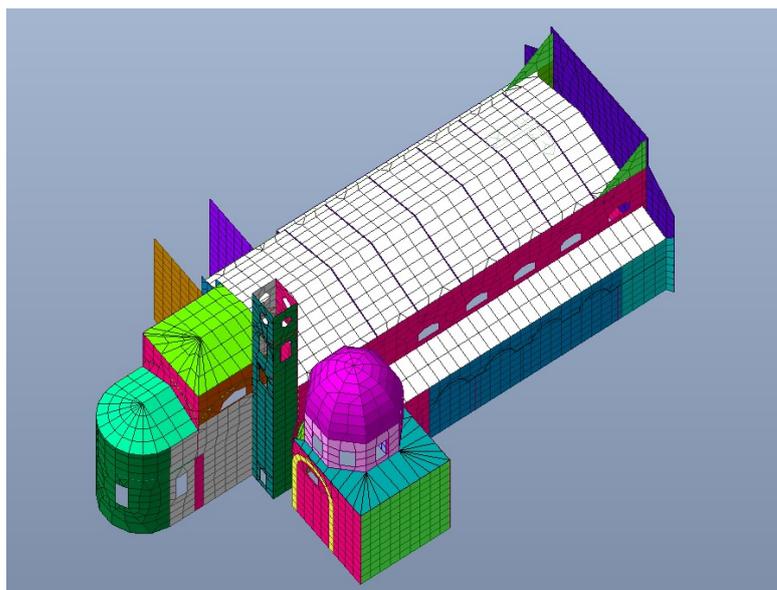


Figura 8.17: Modello strutturale modificato

In totale il modello è costituito da 5528 elementi, di cui 104 elementi *beam* e i restanti 5424 elementi *plate*. La prima tipologia è stata utilizzata per modellare le capriate e le catene metalliche. Mentre tutti gli altri elementi strutturali sono stati modellati come elementi *plate*.

8.3.3 Definizione dei materiali

In questa prima fase vengono definite le proprietà elastiche dei materiali. Tutta la struttura, ad eccezione delle capriate, è realizzata in muratura di cui però non sappiamo le caratteristiche in quanto il livello di conoscenza raggiunto è LC1, non si sono infatti realizzate prove di alcun tipo sui materiali. Per ovviare a questo problema, nella "CIRCOLARE 21 gennaio 2019, n. 7 C.S.LL.PP" [42] è consigliato adottare i valori presenti nella tabella C8.5.I (Figura 8.18), qualora ovviamente il materiale in esame possa essere ricondotto alle tipologie murarie presenti nella tabella. Noi abbiamo scelto di riferirci ai valori della muratura in mattoni pieni e malta di calce. In particolare, nel caso di LC1, come resistenze devono essere presi i valori minimi degli intervalli, mentre come moduli elastici i valori medi.

Tabella C8.5.I -Valori di riferimento dei parametri meccanici della muratura, da usarsi nei criteri di resistenza di seguito specificati (comportamento a tempi brevi), e peso specifico medio per diverse tipologie di muratura. I valori si riferiscono a: f = resistenza media a compressione, τ_0 = resistenza media a taglio in assenza di tensioni normali (con riferimento alla formula riportata, a proposito dei modelli di capacità, nel §C8.7.1.3), f_{v0} = resistenza media a taglio in assenza di tensioni normali (con riferimento alla formula riportata, a proposito dei modelli di capacità, nel §C8.7.1.3), E = valore medio del modulo di elasticità normale, G = valore medio del modulo di elasticità tangenziale, w = peso specifico medio.

Tipologia di muratura	f (N/mm ²)	τ_0 (N/mm ²)	f_{v0} (N/mm ²)	E (N/mm ²)	G (N/mm ²)	w (kN/m ³)
	min-max	min-max		min-max	min-max	
Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)	1,0-2,0	0,018-0,032	- -	690-1050	230-350	19
Muratura a conci sbozzati, con paramenti di spessore disomogeneo (*)	2,0	0,035-0,051	- -	1020-1440	340-480	20
Muratura in pietre a spacco con buona tessitura	2,6-3,8	0,056-0,074	- -	1500-1980	500-660	21
Muratura irregolare di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.)	1,4-2,2	0,028-0,042	- -	900-1260	300-420	13 ÷ 16(**)
Muratura a conci regolari di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.) (**)	2,0-3,2	0,04-0,08	0,10-0,19	1200-1620	400-500	
Muratura a blocchi lapidei quadrati	5,8-8,2	0,09-0,12	0,18-0,28	2400-3300	800-1100	22
Muratura in mattoni pieni e malta di calce (***)	2,6-4,3	0,05-0,13	0,13-0,27	1200-1800	400-600	18
Muratura in mattoni semipièni con malta cementizia (es.: doppio UNI foratura ≤40%)	5,0-8,0	0,08-0,17	0,20-0,36	3500-5600	875-1400	15

Figura 8.18: Tabella C8.5.I ([42])

Inizialmente quindi, per tenere poi in conto dei danneggiamenti e dei meccanismi di danno che si sono verificati, si è suddiviso il modello in macroelementi (facciata, navata, campanile, presbiterio, abside, cappella) e per ognuno di questi è stato creato un materiale muratura con le seguenti caratteristiche:

Muratura in mattoni pieni e malta di calce	
Modulo elastico [GPa]	1.5
Coefficiente di Poisson [-]	0.25
Peso specifico medio [kN/m^3]	18

Tabella 8.1: Proprietà meccaniche della muratura definite inizialmente in Midas

Mentre per gli elementi metallici, catene nel campanile e capriate nel sottotetto, si è scelto di utilizzare l'acciaio *S450*, i cui parametri sono automaticamente definiti in Midas in questo modo:

Acciaio <i>S450</i>	
Modulo elastico [GPa]	$2.1 * 10^2$
Coefficiente di Poisson [-]	0.3
Peso specifico medio [kN/m^3]	76.98

Tabella 8.2: Proprietà meccaniche dell'acciaio definite inizialmente in Midas

Successivamente nella fase di manual tuning e model updating i valori dei parametri meccanici saranno variati per permettere al modello fem di aderire al comportamento rilevato dall'identificazione dinamica.

8.3.4 Vincoli

Altro passaggio importante è la definizione dei vincoli della struttura.

Per prima cosa sono stati imposti degli incastri alla base di tutto il modello, alla quota $z=0$ (Figura 8.19).

Si deve poi tenere in considerazione l'interazione tra la chiesa e il convento. Per questo motivo nei muri di collegamento (gli unici elementi modellati del convento) si è deciso di inserire delle molle a comportamento elastico lineare con rigidità comparabile a quella della parete, facendo quindi l'ipotesi di collegamento efficace (Figura 8.20a). Dato che le pareti di collegamento si sviluppano in direzione y , si è deciso di attribuire una rigidità solo in di direzione y con un valore che poi verrà modificato tramite il processo di model updating. Mentre la direzione x è stata fissata e la direzione z è stata lasciata libera. Tutte queste impostazioni sono riportate nella Figura 8.20b.

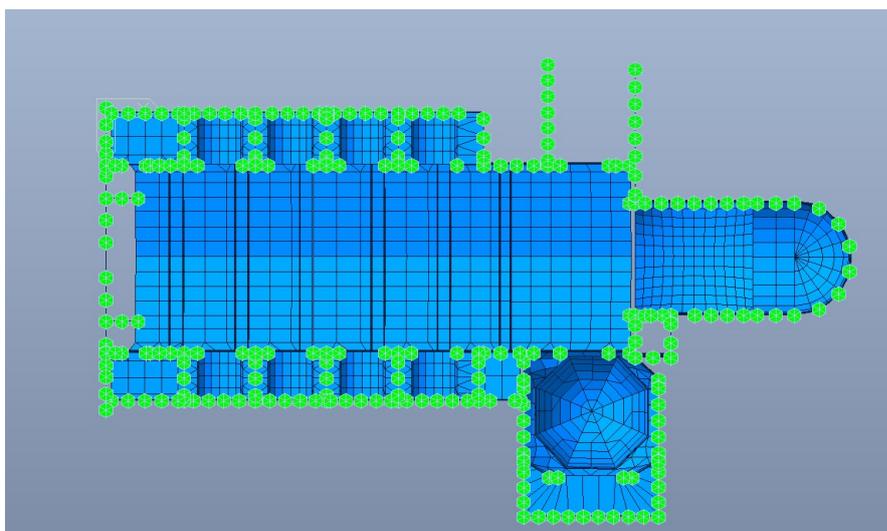
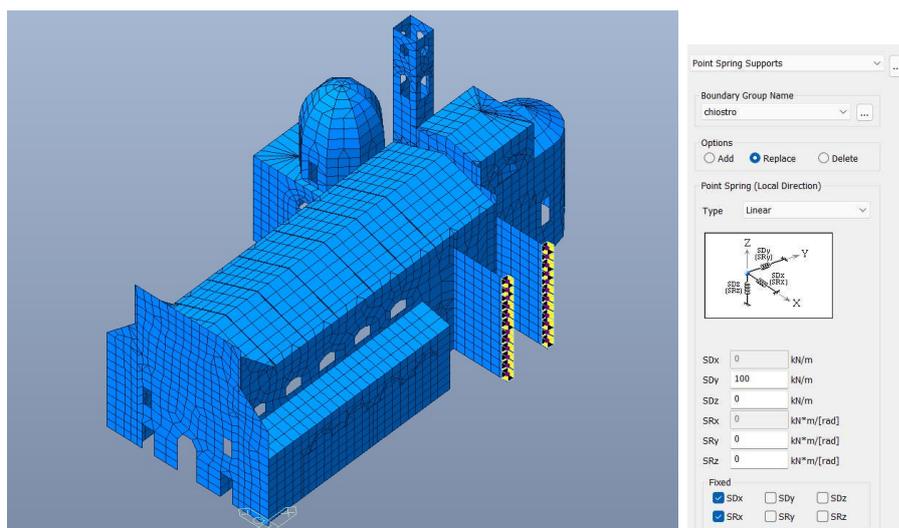


Figura 8.19: Incastri alla base del modello



(a) Disposizione molle sul modello

(b) Impostazioni

Figura 8.20: Molle a comportamento elastico lineare

Oltre a questi vincoli, è opportuno tenere in considerazione la zona di connessione tra un muro e l'altro. Trasformando gli elementi solidi del modello geometrico in superfici piane del modello strutturale, è necessario modellare anche il collegamento tra le due superfici, nella figura 8.21 rappresentata attraverso un segmento rosso.

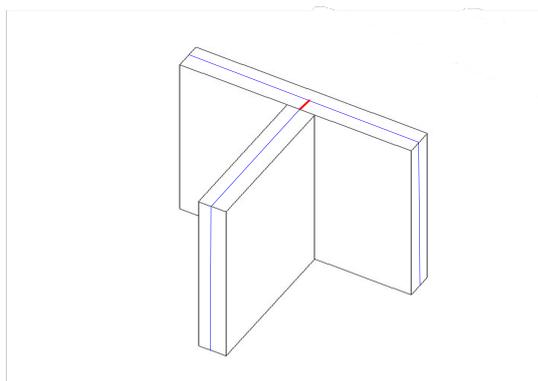


Figura 8.21: Schematizzazione dei link rigidi

Si è deciso quindi di inserire dei link rigidi, per farlo esistono due metodi: utilizzare i link rigidi presenti in Midas, che sono rappresentati da elementi truss rigidi, oppure modellare la superficie di intersezione con elementi plate ai quali assegnare un modulo elastico molto alto, generalmente di due ordini di grandezza maggiore rispetto a quello del materiale muratura considerato. Dato che la maggior parte degli elementi del modello sono plate, si è deciso di utilizzare quest'ultima metodologia. Inizialmente si è deciso di disporre i link rigidi in tutte le zone di intersezione tra due muri ortogonali e nelle superfici di raccordo delle volte delle cappelle laterali, come è rappresentato in figura 8.22. Successivamente, durante la fase di manual tuning, questa disposizione verrà variata in base alla risposta del modello.

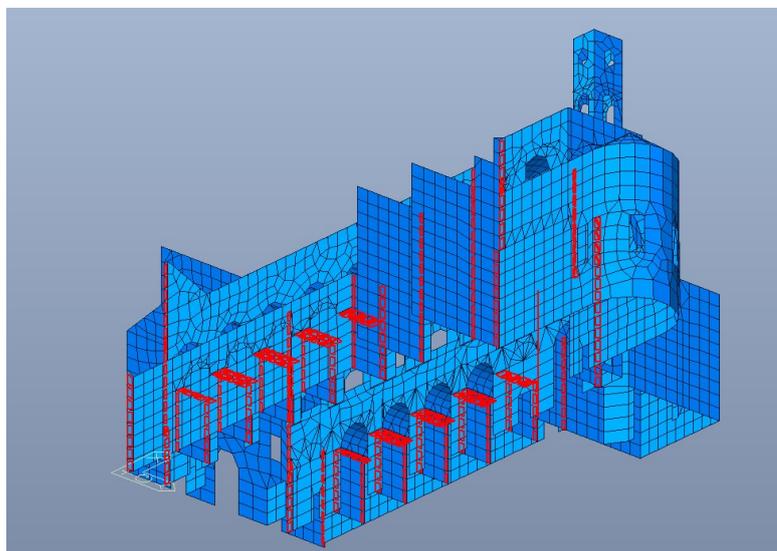


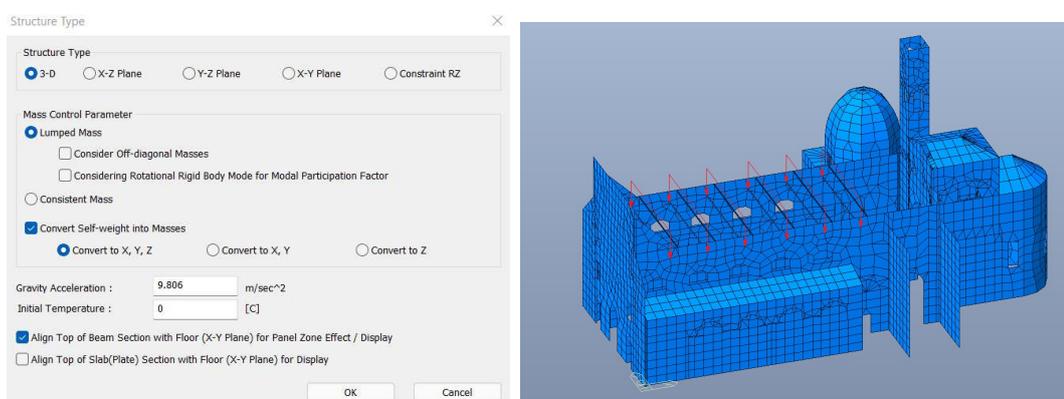
Figura 8.22: Disposizione dei link rigidi nel modello iniziale

8.3.5 Carichi

L'ultima fase è quella della definizione dei carichi della struttura in modo da poter avviare l'analisi modale.

Per prima cosa bisogna fare in modo che il programma trasformi il peso proprio di ogni elemento strutturale in massa attraverso il comando "Convert self weight into masses" (Figura 8.23a). Va fatto notare che in Midas si può scegliere di definire due tipi di massa: "Lumped Mass" o "Consistent Mass". Nel nostro caso è stato scelto il primo tipo in modo tale che la massa totale di un elemento è direttamente distribuita ai punti nodali dello stesso. In generale solo i termini diagonali della matrice "lumped mass" sono considerati per il calcolo della massa, in quanto i termini fuori diagonale sono zero. Quindi andando a convertire il peso proprio in "lumped mass" nelle tre direzioni X, Y,Z, il peso viene diviso per l'accelerazione di gravità e la massa è così automaticamente considerata. Il peso stesso è ottenuto automaticamente moltiplicando il peso volumetrico (densità) inserito nelle proprietà dei materiali per il volume dell'elemento.

Vanno poi definiti i carichi da assegnare alla struttura. Dato che il cassettonato ligneo non si è modellato, si è convertito in carico e si è assegnato ai 6 correnti inferiori delle capriate metalliche che lo reggono. Da un calcolo approssimativo si è deciso di assegnare ad ognuna delle sei aste un carico lineare uniformemente distribuito di $4.22kN/m$ (Figura 8.23b).



(a) Impostazioni

(b) Carichi lineari uniformemente distribuiti

Figura 8.23: Assegnazione dei carichi

Anche i carichi poi devono essere convertiti in massa grazie al comando "loads into masses". La fase di definizione dei carichi è così conclusa.

Capitolo 9

Model Updating

Il modello descritto al capitolo precedente non può essere direttamente sottoposto alle varie analisi sismiche, in quanto prima è necessario assicurarsi che si comporti coerentemente con la risposta reale della struttura. Questo vuol dire che i parametri modali ottenuti dall'identificazione dinamica devono corrispondere a quelli ottenuti da un'analisi agli autovalori del modello FE. Nel nostro caso quest'ultima è stata impostata in Midas Gen utilizzando il metodo di Lanzos.

A causa delle numerose incertezze sui materiali e sulle condizioni di vincolo, non vi sarà una corrispondenza tra il modello FE e i valori sperimentali. Si è quindi deciso di applicare la tecnica del model updating, descritta dal punto di vista teorico nel Capitolo 4.

Nei paragrafi successivi viene riportata una panoramica di tutti i passaggi necessari per arrivare ad avere un modello FE corretto e pronto per essere sottoposto alle analisi.

9.1 Manual tuning

Per prima cosa è necessario confrontare i parametri modali sperimentali e FEM attraverso gli indici riportati al Paragrafo 4.2 per verificare che effettivamente ci sia una minima corrispondenza o se il modello strutturale va completamente ripensato. Successivamente per far coincidere il più possibile le due risposte dinamiche si deve procedere con una variazione manuale delle variabili strutturali (manual tuning). Di seguito, per brevità, descriveremo solo il modello di partenza e il modello finale, dal quale si partirà per applicare l'algoritmo di model updating.

9.1.1 Modello iniziale

Il modello da cui si è partiti è quello descritto al capitolo precedente. Si sono svolte numerose analisi modali andando a variare solamente i valori dei moduli elastici così da provare a ridurre le differenze tra le risposte FEM e quelle sperimentali. Tuttavia in questo primo modello non si è raggiunto un buon livello di convergenza. Infatti, come si nota nella Tabella 9.1, le differenze tra le frequenze sono ancora molto alte, a fronte dell'utilizzo di moduli elastici piuttosto bassi. Per quanto riguarda le forme modali, mentre le prime due (quelle che riguardano il campanile) risultano quasi aderenti a quelle sperimentali; le restanti si discostano molto e per questo non si è neanche proceduto con l'analisi del MAC.

Macro elementi	E
-	[GPa]
Facciata	1.3
Navata	1.1
Contrafforti	1.2
Presbiterio	1
Abside	1
Campanile	1
Cappella	1
Convento	1
Tetto navata	10
Link rigidi	100

Modo	f	Differenze
-	[Hz]	[%]
1	1.8732	18.48
2	2.0543	11.10
3	2.3813	20.54
4	2.9498	5.58
5	3.6186	4.55
Differenza max [%]		20.54
Differenza media [%]		12.05

Tabella 9.1: Risultato del manual tuning sul modello iniziale

9.1.2 Modello finale

Dato che i risultati ottenuti dal modello iniziale non sono molto soddisfacenti si è deciso di ricontrollare l'intera struttura per cercare possibili errori geometrici e per stabilire nuovi tipi di vincoli. Di seguito un elenco riassuntivo delle modifiche apportate:

- l'altezza della facciata è stata ridotta, conformemente alle misure presenti nelle tavole dei rilievi:

- lo spessore della facciata è stato portato da 1.2 m a 1.5 m, non avendo una misura precisa e tenendo in conto della presenza sia del rivestimento in marmo che della controfacciata in muratura;
- i tetti delle coperture, tranne quello della navata, sono in legno e quindi sono stati modellati con un modulo elastico molto basso;
- tutte le coperture sono state staccate dal corpo centrale della basilica;
- il campanile risulta svincolato dal presbiterio a partire dalla base dell'apertura posta all'altezza di 15 metri, tuttavia nel modello è vincolato fino alla fine del presbiterio ad un'altezza di 19.75m. Quindi si è deciso di porre dei link flessibili come connessione tra il campanile ed il presbiterio a partire dalla base dell'apertura fino alla fine del presbiterio;
- i link rigidi utilizzati per modellare le connessioni tra due o più setti murari, in alcune posizioni costringevano i movimenti della struttura in una direzione prevalente e questo portava a non ottenere le forme modali esatte. Per questo si è provato ad eliminarne alcuni e tenerne in considerazione altri;
- nelle zone dove si sono riscontrate delle fratture evidenti della muratura (contrafforti e abside) sono stati inseriti degli elementi plate con un modulo elastico molto basso;

Con queste modifiche i valori dei moduli elastici risultano più accettabili ed in linea con quanto ci si aspetta da questa tipologia di muratura (Tabella 9.2), mentre le frequenze sono molto vicine a quelle sperimentali (Tabella 9.3).

Macro elementi	E	Macro elementi	E
-	[GPa]	-	[GPa]
Facciata	1.2	Tetto navata	15
Navata	1.3	Tetto legno	$1.2 * 10^{-2}$
Contrafforti	1.2	Link rigidi cappelle laterali	$1.3 * 10^2$
Presbiterio	1.3	Link navata	1.3
Abside	1.3	Link cappella	$1.3 * 10^{-2}$
Campanile	1.3	Link contrafforti	0.8
Cappella	1.3	Link abside	0.8
Convento	1.2	Link flessibili	$1.2 * 10^{-2}$

Tabella 9.2: Moduli elastici modello finale

Modo	Frequenze	Differenze
-	[Hz]	[%]
1	1.6316	0.48
2	1.938	4.85
3	2.9227	2.71
4	3.0389	2.45
5	3.3494	0.08
Differenza max [%]		4.85
Differenza media [%]		2.11

Tabella 9.3: Frequenze modello finale

Inoltre, in questo caso, anche le forme modali sembrano aderire a quelle sperimentali e quindi si è deciso di procedere con il calcolo del MAC. La matrice del MAC è riportata nella Tabella 9.4 e nella Figura 9.1.

Si può osservare che le forme modali che riguardano il campanile (il primo e il secondo modo) hanno una perfetta aderenza tra modello FE e valori sperimentali. Anche la forma modale del quarto modo (facciata) è ben rappresentata. Il terzo modo e il quinto modo, che riguardano rispettivamente tutta la navata in direzione trasversale e l'abside, presentano invece dei problemi soprattutto dovuti alla modellazione della zona absidale. C'è da considerare infatti che in quella porzione di struttura è stata posizionata solo una coppia di accelerometri e quindi i dati sperimentali a disposizione non sono sufficienti a darci un'idea generale del suo comportamento.

-	Modi Sperimentali				
Modi FEM	<i>modo 1</i>	<i>modo 2</i>	<i>modo 3</i>	<i>modo 4</i>	<i>modo 5</i>
<i>modo 1</i>	0.95	0.01	0.00	0.00	0.01
<i>modo 2</i>	0.00	0.97	0.00	0.00	0.00
<i>modo 3</i>	0.01	0.12	0.64	0.01	0.10
<i>modo 4</i>	0.00	0.00	0.00	0.84	0.04
<i>modo 5</i>	0.04	0.19	0.10	0.00	0.42

Tabella 9.4: Matrice MAC per il modello finale

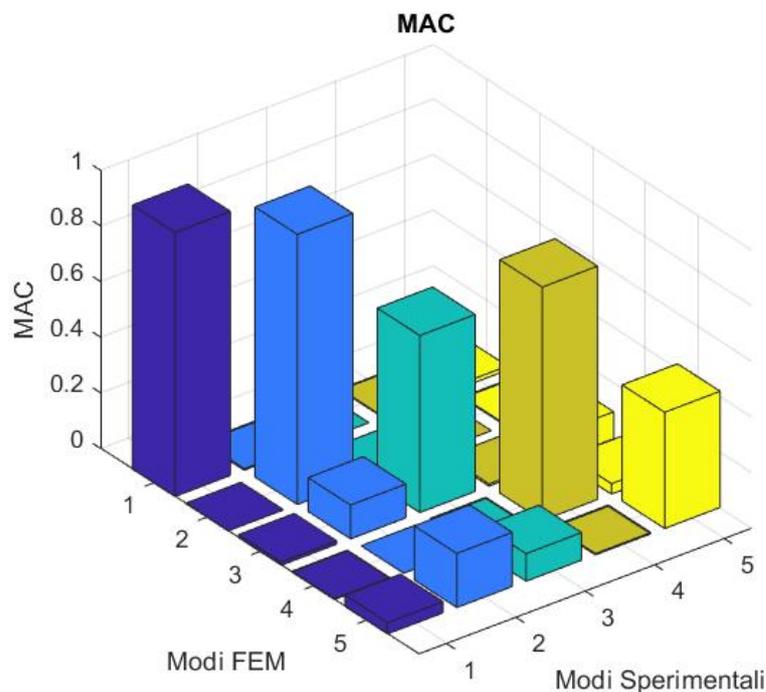


Figura 9.1: Rappresentazione grafica della matrice MAC per modello finale

9.2 Analisi di sensitività

I risultati raggiunti sembrano soddisfacenti e si è quindi proceduto ad un'analisi di sensitività (secondo quanto riportato al Paragrafo 4.3) per capire quali parametri siano significativi e quali no, anche in prospettiva dell'applicazione del metodo di Douglas & Reid. Data la complessità del modello, si è deciso di sviluppare l'analisi solo per i moduli elastici della muratura e per la rigidezza delle molle posizionate sulla porzione di convento. Gli indici di sensitività trovati sono riportati nella Tabella 9.5. Si è deciso di tenere in considerazione tutti gli indici maggiori del 4%.

I valori trovati sono in accordo con quanto già studiato nelle forme modali, infatti per ogni modo l'indice di sensitività più alto è proprio quello del macro-elemento più coinvolto nel movimento. Però va fatto osservare che l'analisi è stata condotta per semplicità sulle frequenze, non tenendo in considerazione l'influenza di tali parametri sulle forme modali. Infatti le variazioni dei link inseriti nei contrafforti e nell'abside sono importanti per avere determinate forme modali, ma influiscono poco sulle frequenze.

Un dato inaspettato è la mancata influenza della rigidezza delle molle laterali: hanno un indice di sensitività quasi nullo per tutti e cinque i modi. Dopo aver

verificato che sono ininfluenti anche per le forme modali, si è deciso di eliminare questi elementi dal modello, lasciando però vincolati nella direzione x i muri del convento.

-	Modi FEM				
	Modo 1	Modo 2	Modo3	Modo 4	Modo 5
Indici di sensitività					
<i>S(E facciata)</i>	0.0%	0.1%	6.4%	30.8%	4.0%
<i>S (E navata)</i>	2.9%	11.8%	13.7%	9.1%	9.5%
<i>S (E contrafforti)</i>	0.0%	0.0%	1.1%	4.6%	0.5%
<i>S (E presbiterio)</i>	12.1%	7.7%	3.1%	0.1%	8.9%
<i>S (E abside)</i>	2.3%	0.6%	1.6%	0.1%	8.9%
<i>S (E campanile)</i>	31.8%	26.3%	6.6%	0.1%	7.5%
<i>S (E cappella)</i>	0.4%	1.9%	4.5%	0.3%	3.0%
<i>S (E convento)</i>	0.0%	2.2%	3.5%	0.0%	1.3%
<i>S (E tetto navata)</i>	0.0%	0.2%	5.0%	1.9%	3.3%
<i>S (tetto legno)</i>	0.1%	0.2%	0.3%	0.0%	0.2%
<i>S (E link rigidi)</i>	0.0%	0.0%	0.1%	0.1%	0.0%
<i>S (link navata inizio)</i>	0.0%	0.0%	0.3%	0.2%	0.1%
<i>S (link navata fine)</i>	0.0%	0.0%	0.2%	0.1%	0.1%
<i>S (link flessibili)</i>	4.2%	2.7%	0.7%	0.0%	1.0%
<i>S (link contrafforti)</i>	0.0%	0.0%	0.8%	1.2%	0.3%
<i>S (link cappella)</i>	5.6%	1.9%	4.0%	0.3%	6.3%
<i>S (link abside danni)</i>	1.8%	0.2%	0.4%	0.0%	1.8%
<i>S (link convento)</i>	0.0%	0.2%	0.2%	0.1%	0.1%
<i>S (K convento)</i>	0.0%	0.1%	0.0%	0.0%	0.0%

Tabella 9.5: Indici di sensitività

9.3 Applicazione dell'algoritmo di Douglas & Reid

Stabilita una certa corrispondenza tra il modello e la struttura fisica e avendo definito i parametri significativi per il modello, possiamo ora passare all'applicazione della tecnica di update sviluppata da *B. Douglas e W.Reid*. [16], descritta accuratamente al paragrafo 4.4.1.

Tuttavia prima di applicare l'algoritmo sulla nostra struttura è necessario testarlo su dei modelli dai parametri noti, in modo tale da verificarne la correttezza e le potenzialità.

Inoltre si è deciso di modificare la procedura per ampliare lo spettro di indagine ed avere così dei parametri aggiornati il più precisi possibile.

Di seguito si descriveranno tutti i passaggi effettuati

9.3.1 Modifica dell'algoritmo

Sostanzialmente nella procedura elaborata da Douglas & Reid viene creata una superficie grazie alla variazione delle variabili tra i limiti scelti. Gli autori specificano che per creare questa superficie deve essere cambiato un parametro alla volta, poiché le variabili vengono considerate indipendenti. Questo vuol dire che la matrice $[C]$ (vedi eq. 4.10) normalizzata che contiene le combinazioni delle variabili è una matrice bi-diagonale quadrata. Si è tentato di creare una superficie più complessa andando a variare più di un parametro alla volta, creando quindi una matrice $[C]$ normalizzata non più quadrata.

Per capire meglio il problema, si può fare un esempio adottando solo due variabili. Seguendo l'algoritmo tradizionale si devono variare i parametri uno alla volta ponendoli uguali ai valori limiti del range di variabilità. La superficie così individuata sarà un rombo (Figura 9.2a). Tutto quello che succede al di fuori non viene indagato. Quindi, per rendere il modello più completo, si può ampliare questa superficie variando i due parametri contemporaneamente. La superficie risultante sarà quindi un quadrato (Figura 9.2b).

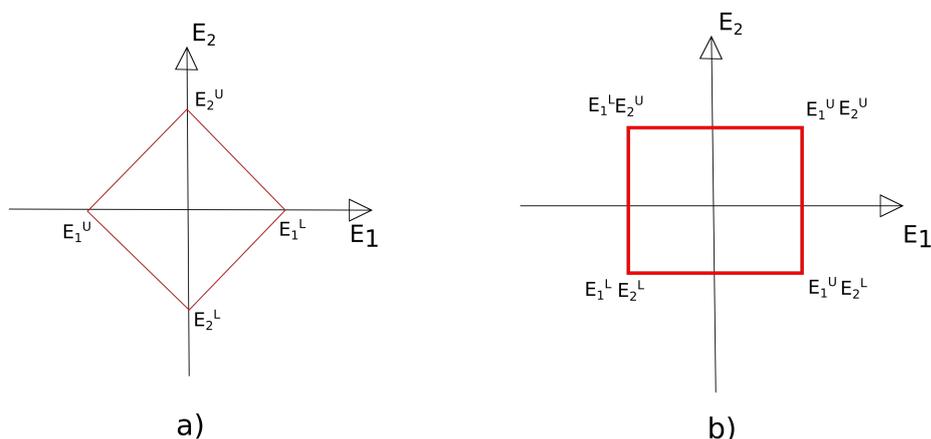


Figura 9.2: Esempio superfici con due parametri. a) Algoritmo standard; b) Algoritmo modificato

9.3.2 Test su modelli dai parametri noti

Come descritto già, l'algoritmo trova un set di variabili X_k in modo tale che le risposte modali FE, nel nostro caso le frequenze, combacino con quelle sperimentali. In questi test i target da raggiungere non sono i dati sperimentali, ma i valori di altri modelli FE dai parametri noti. In questo modo si può calcolare la precisione con cui la procedura determina i valori delle variabili. Si ricorda che nel nostro caso le variabili sono i moduli elastici dei vari macro-elementi più significativi in base all'analisi di sensitività.

Prima di tutto va definito un **modello base** con le sue variabili di riferimento e le sue frequenze, riassunte nella Tabella 9.6 sottostante:

Variabili	Valori base	Modo	frequenze
-	[GPa]	-	[Hz]
Facciata	1.2	1	1.635
Navata	1.3	2	1.898
Presbiterio	1.3	3	2.992
Abside	1.3	4	3.041
Campanile	1.3	5	3.538
Link Cappella	0.013		

Tabella 9.6: Modello base

Poi si scelgono dei **modelli test**, ottenuti variando tutte le variabili del modello base di percentuali note che devono comunque risultare all'interno della superficie individuata dall'algoritmo di D&R (ottenuta variando le variabili del $\pm 15\%$). Applicando queste variazioni alle variabili del modello base, in Midas Gen si possono ricavare le frequenze dei modelli test che diventeranno quindi le frequenze target del nostro algoritmo. Tutte le caratteristiche dei modelli test sono riassunte nelle Tabelle 9.7 e 9.8.

-	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4
Variabili [GPa]	-7%	-5%	5%	7%
$E_{facciata}$	1.116	1.14	1.26	1.284
E_{navata}	1.209	1.235	1.365	1.391
$E_{presbiterio}$	1.209	1.235	1.365	1.391
E_{abside}	1.209	1.235	1.365	1.391
$E_{campanile}$	1.209	1.235	1.365	1.391
$E_{linkcappella}$	0.01209	0.01235	0.01365	0.01391

Tabella 9.7: Variabili modelli test

-	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4
Frequenze [Hz]	-7%	-5%	5%	7%
Modo 1	1.576	1.592	1.670	1.686
Modo 2	1.876	1.894	1.981	1.998
Modo 3	2.854	2.874	2.969	2.988
Modo 4	2.951	2.976	3.100	3.123
Modo 5	3.255	3.283	3.414	3.439

Tabella 9.8: Frequenza modelli test

Si deve poi creare per ciascun modello test, il modello quasi strutturale richiesto dalla procedura di Douglas & Reid. In questo caso abbiamo svolto un'analisi seguendo la procedura standard descritta dai due autori: creando cioè il modello quasi strutturale variando una variabile alla volta all'interno del range definito. Poi si è implementata la modifica dell'algoritmo: ampliando il modello quasi strutturale attraverso la variazione di due parametri contemporaneamente, sostanzialmente creando una superficie di ricerca più ampia.

Implementando l'algoritmo in Matlab abbiamo ottenuto i valori che le variabili del modello base dovrebbero assumere per far in modo che le frequenze del modello base e dei modelli test coincidano. Ma noi conosciamo già i valori che le variabili assumono nei modelli test e quindi si può calcolare l'errore percentuale tra i valori proposti dall'algoritmo e quelli già noti. Di seguito riportiamo gli errori ottenuti sia per l'algoritmo di D&R standard (Tabella 9.9) che per quello modificato (Tabella 9.10).

D&R standard	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4
$E_{facciata}$	0.14%	0.08%	0.01%	0.02%
E_{navata}	0.12%	0.06%	0.14%	0.22%
$E_{presbiterio}$	1.08%	0.96%	0.90 %	1.05%
E_{abside}	0.35%	0.40%	0.65%	0.87%
$E_{campanile}$	0.52%	0.40%	0.23%	0.23%
$E_{linkcappella}$	4.22%	2.83%	1.10%	0.07%
MEDIA	1.07%	0.79%	0.50%	0.41%

Tabella 9.9: Errori D&R standard

D&R modificato	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4
$E_{facciata}$	0.13%	0.07%	0.01%	0.04%
E_{navata}	0.12%	0.07%	0.14%	0.21%
$E_{presbiterio}$	1.17%	0.96%	0.92 %	1.04%
E_{abside}	0.36%	0.38%	0.63%	0.82%
$E_{campanile}$	0.52%	0.38%	0.21%	0.20%
$E_{linkcappella}$	4.22%	2.83%	1.10%	0.07%
MEDIA	1.09%	0.78%	0.50%	0.40%

Tabella 9.10: Errori D&R modificato

Confrontando i risultati ottenuti con l’algoritmo originale e quelli con l’algoritmo modificato si evincono delle differenze minime, come si può osservare dalla Tabella 9.11.

Confronto	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4
$E_{facciata}$	0.02%	0.01%	0.02%	0.02%
E_{navata}	0.00%	0.01%	0.00%	0.01%
$E_{presbiterio}$	0.08%	0.01%	0.02%	0.01%
E_{abside}	0.01%	0.02%	0.02%	0.05%
$E_{campanile}$	0.00%	0.02%	0.01%	0.03%
$E_{linkcappella}$	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%

Tabella 9.11: Confronto

Quindi concludiamo che sia l'algoritmo standard che quello modificato possono essere impiegati sul nostro modello, viste le percentuali molto basse di errori nell'approssimazione delle variabili. Naturalmente dobbiamo tenere in considerazione che la condizione che permette di raggiungere tale precisione è la perfetta analogia tra i modelli test e il modello base, ciò corrisponderebbe ad una perfetta modellazione della struttura, che nella realtà difficilmente è raggiungibile.

9.3.3 Applicazione al caso studio

Una volta verificata la correttezza della procedura mediante i test si procede con la sua applicazione al nostro modello definitivo. Vista la sua correttezza, abbiamo deciso di applicare l'algoritmo modificato in modo tale da studiare l'interazione fra più variabili.

Riprendendo gli indici ottenuti dall'analisi di sensitività e facendo alcune considerazioni sulle forme modali, si sono scelte le 12 variabili da aggiornare. Poi va scelto il range entro cui possono variare, andando a definire i limiti inferiori e superiori (Tabella 9.12). In questo caso si è deciso di adottare per le murature delle variazioni del 15%, per i link delle variazioni del 30%.

Variabili		Valori iniziali	Limite inferiore	Limite superiore
-		[GPa]	[GPa]	[GPa]
k_1	$E_{facciata}$	1.2	1.02	1.38
k_2	E_{navata}	1.3	1.105	1.495
k_3	$E_{contrafforti}$	1.2	1.02	1.38
k_4	$E_{presbiterio}$	1.3	1.105	1.495
k_5	E_{abside}	1.3	1.105	1.495
k_6	$E_{campanile}$	1.3	1.105	1.495
k_7	$E_{cappella}$	1.3	1.105	1.495
k_8	$E_{tettonavata}$	15	12.75	17.25
k_9	$E_{linkflessibili}$	0.012	0.0084	0.0156
k_{10}	$E_{linkcappella}$	0.013	0.0091	0.0169
k_{11}	$E_{linkcontrafforti}$	0.8	0.56	1.04
k_{12}	$E_{linkabside}$	0.8	0.56	1.04

Tabella 9.12: Range delle variabili

Successivamente si deve procedere alla creazione della superficie. Prima si fa variare una variabile alla volta ponendola uguale ai valori estremi del range. Poi,

visto che applichiamo l'algoritmo modificato, dobbiamo ricercare le combinazioni di parametri da variare insieme. Per evitare un eccessivo numero di permutazioni, si sono scelte sei coppie di variabili da permutare secondo i valori estremi dei range. In particolare osservando l'analisi di sensitività e i movimenti del modello le coppie scelte sono

- campanile - presbiterio
- navata - campanile
- navata - facciata
- navata - abside
- campanile - link flessibili
- campanile - link cappella

Fornendo all'algoritmo tutti i dati necessari, compresi i valori target delle frequenze sperimentali, avremo come risultato i valori che dovrebbero assumere le variabili (Tabella 9.13).

Variabili		Valori ottimizzati	Differenze
-		[GPa]	[%]
k_1	$E_{facciata}$	1.3052	8.77
k_2	E_{navata}	1.2226	5.95
k_3	$E_{contrafforti}$	1.2415	3.46
k_4	$E_{presbiterio}$	1.3258	1.98
k_5	E_{abside}	1.1988	7.78
k_6	$E_{campanile}$	1.3118	0.91
k_7	$E_{cappella}$	1.3742	5.71
k_8	$E_{tettonavata}$	16.3301	8.87
k_9	$E_{linkflessibili}$	0.0119	0.83
k_{10}	$E_{linkcappella}$	0.0154	18.46
k_{11}	$E_{linkcontrafforti}$	0.8603	7.54
k_{12}	$E_{linkabside}$	0.8785	9.81

Tabella 9.13: Variabili ottimizzate

Inserendo questi valori nel modello realizzato in Midas Gen si ottengono delle frequenze praticamente uguali a quelle dell'identificazione, ad eccezione del modo

2 in cui persiste un errore percentuale del 4.66% anche se la media degli errori è molto bassa. Tuttavia va sottolineato come già prima dell'updating avessimo degli errori molto bassi.

Modo	Frequenze [Hz]	Differenze [%]
1	1.6394	0.00
2	1.9345	4.66
3	2.9431	2.03
4	3.1147	0.02
5	3.3513	0.02
Massima differenza [%]		4.66
Media delle differenze [%]		1.35

Tabella 9.14: Frequenze ottimizzate

Abbiamo anche calcolato la matrice MAC (Tabella 9.15, Figura 9.3). Gli indici risultano del tutto simili a quelli calcolati prima dell'aggiornamento anche se si nota per il modo 3 e il modo 5 una leggera diminuzione. Questo risultato non è nuovo ed è già stato studiato in letteratura, anche utilizzando dei metodi di updating diversi dal nostro. Come riportano *T. Aoki et al.* [43] c'è differenza nell'applicare procedure di updating che utilizzano le frequenze o le forme modali. Se si sviluppano le prime, gli errori che riguarderanno le frequenze saranno molto bassi mentre le differenze tra i modi misurati e quelli analitici ottimizzati aumenteranno e quindi i valori del MAC diminuiranno. Invece se nelle procedure di updating si utilizzano le forme modali, si otterranno dei buoni risultati sia per gli errori nelle frequenze che per il MAC. Quindi si può concludere che l'influenza delle forme modali è significativa per ottenere buoni risultati nel model updating, tuttavia nel nostro caso tenerle in considerazione avrebbe richiesto un onere computazionale troppo elevato.

-	Modi Sperimentali				
Modi FEM	<i>modo 1</i>	<i>modo 2</i>	<i>modo 3</i>	<i>modo 4</i>	<i>modo 5</i>
<i>modo 1</i>	0.95	0.00	0.00	0.00	0.02
<i>modo 2</i>	0.00	0.97	0.00	0.00	0.00
<i>modo 3</i>	0.01	0.13	0.61	0.01	0.12
<i>modo 4</i>	0.00	0.00	0.00	0.84	0.04
<i>modo 5</i>	0.03	0.16	0.14	0.01	0.40

Tabella 9.15: Matrice MAC ottimizzata

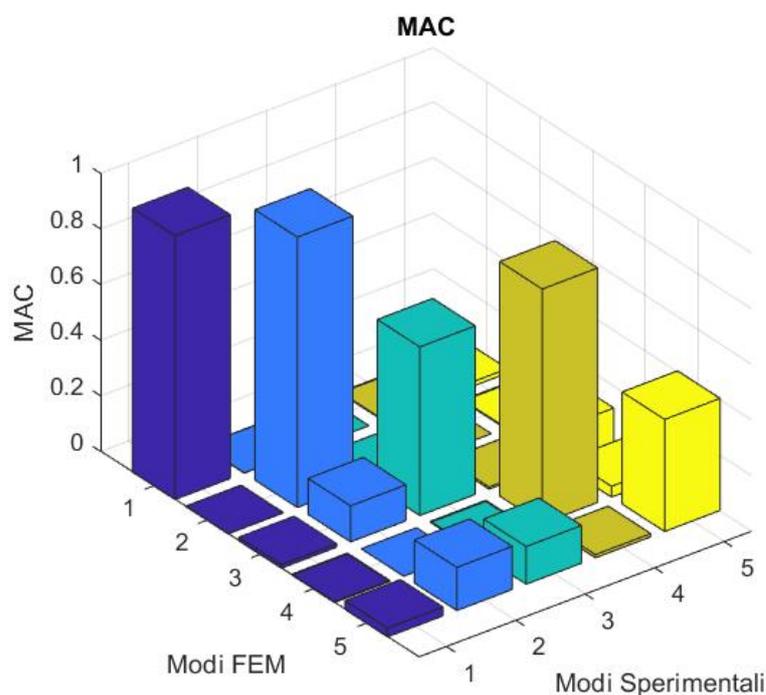


Figura 9.3: Rappresentazione grafica della matrice MAC ottimizzata

9.4 Risultati analisi dinamica lineare

Per completezza e chiarezza riportiamo in questo paragrafo i risultati dell'analisi dinamica effettuata sul modello aggiornato con la procedura precedentemente descritta.

Questi risultati sono utili non solo per la caratterizzazione dinamica dell'edificio ma anche per le successive analisi statiche non lineari che verranno effettuate.

Nella tabella 9.16 sono riassunte le caratteristiche dei primi cinque modi di vibrare: la frequenza f , il periodo T , la massa partecipante M^* e il fattore di partecipazione modale Γ .

Tutti questi valori sono stati calcolati in maniera automatica da Midas. C'è però da fare una precisazione per quanto riguarda il fattore di partecipazione modale. Questo infatti, viene calcolato secondo la nota formula per la direzione con la massa partecipante maggiore. Nella direzione in cui la massa partecipante risulta minore viene normalizzato. Per questo motivo alcuni dei valori riportati sono negativi.

Modo	f	T	M*		Γ	
	[Hz]	[sec]	[%]		[-]	
1	1.64	0.61	4.05	0.0002	18.56	-0.11
2	1.93	0.5169	0.002	9.92	0.43	29.04
3	2.94	0.3398	0.0078	36.96	0.82	56.06
4	3.11	0.3211	12.46	0.019	32.55	-1.27
5	3.35	0.2984	0.097	1.01	-2.87	9.27

Tabella 9.16: Risultati analisi dinamica

Come si può osservare dalla tabella i modi sono disaccoppiati ed in particolare nei modi 1 e 4 prevale la direzione X, mentre nei modi 2 e 3 la Y. In modo del tutto prevedibile per quanto discusso in precedenza, il modo 5 coinvolge poco la struttura sia in direzione X che Y.

Di seguito riportiamo anche la visualizzazione in Midas delle forme modali (Figure 9.4, 9.5, 9.6, 9.7, 9.8).

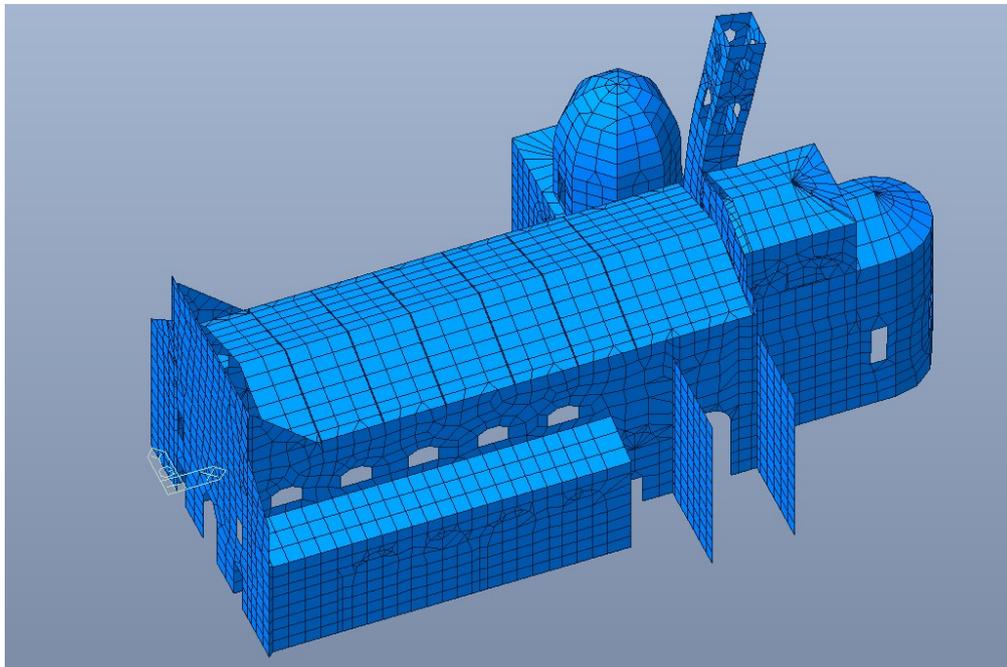


Figura 9.4: Modo 1 - campanile lungo x

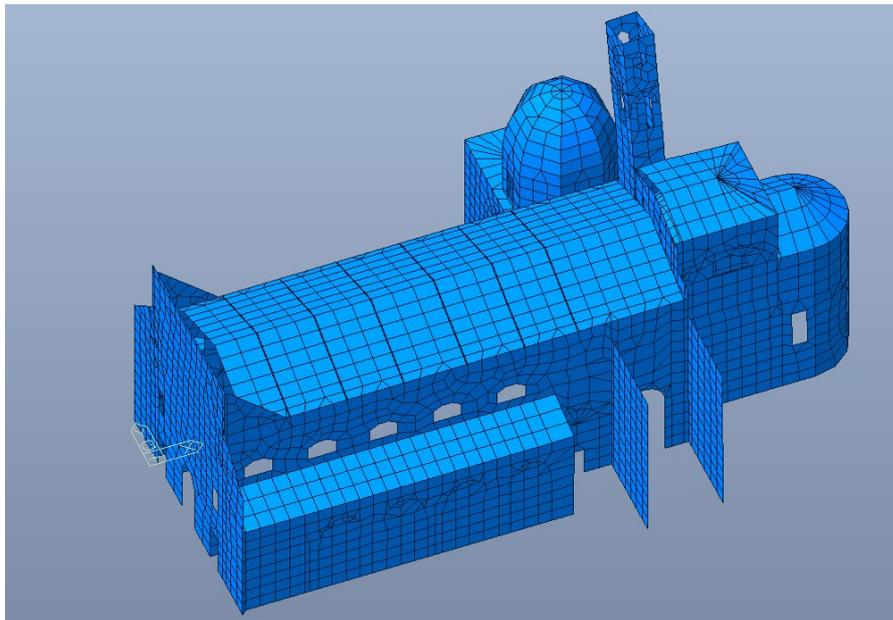


Figura 9.5: Modo 2 - campanile lungo y

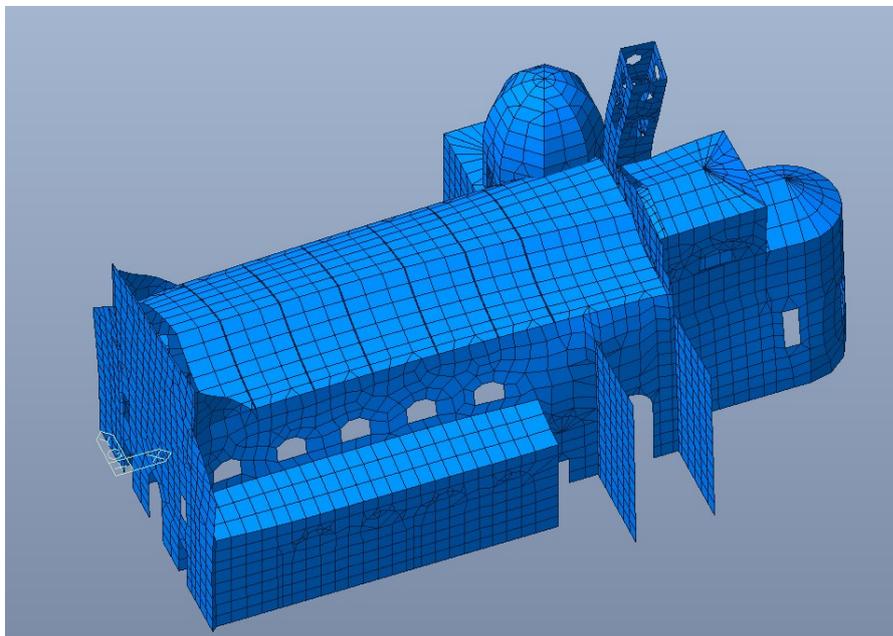


Figura 9.6: Modo 3 - navata trasversale

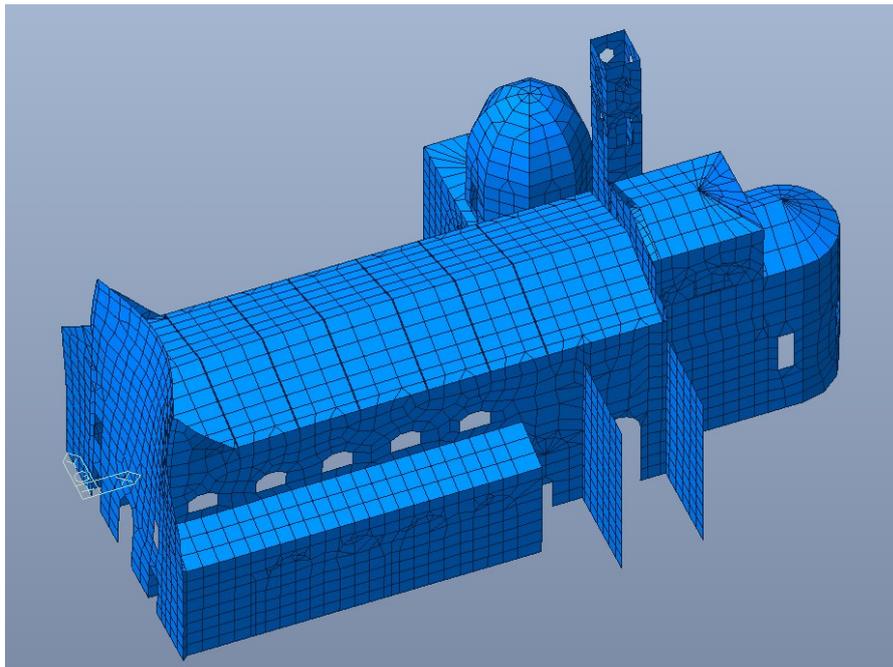


Figura 9.7: Modo 4 - facciata

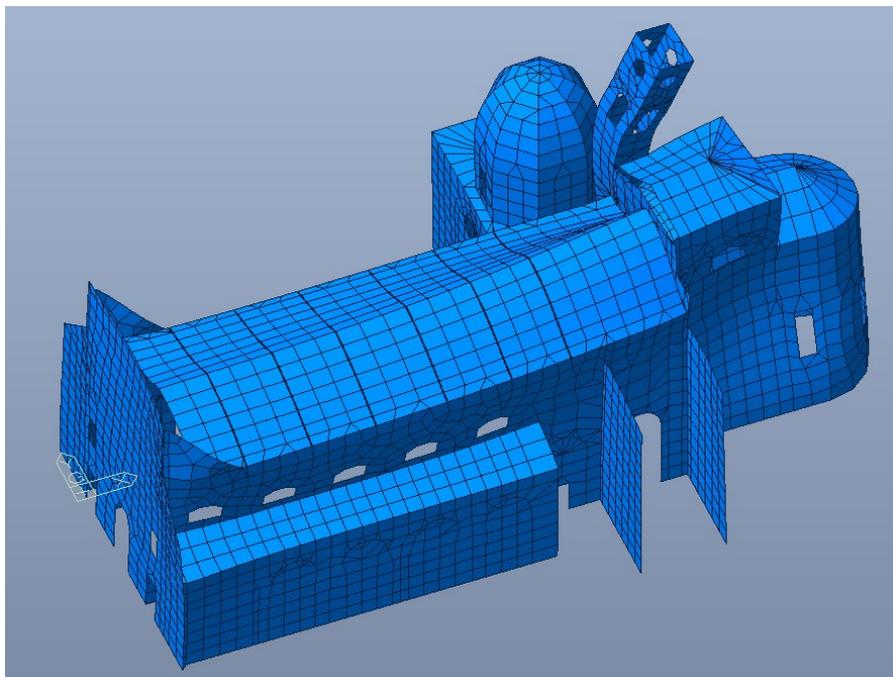


Figura 9.8: Modo 5 - abside

Capitolo 10

Analisi statica non lineare

Giunti a questo punto, si è deciso di procedere con un'analisi statica non lineare, andando a considerare solo la non linearità del materiale. Lo scopo è quello di scegliere una adeguata legge costitutiva, e di condurre un'analisi incrementale del carico sismico per comprendere a quale moltiplicatore di carico corrisponde il superamento di resistenza del materiale e quindi la plasticizzazione.

In base alle dissertazioni teoriche riportate nel Capitolo 5, si è deciso di applicare alla struttura delle distribuzioni di forze orizzontali proporzionali ai modi di vibrare, dapprima considerando tante analisi quanti sono i modi studiati nell'analisi dinamica e poi combinando tutte le forme modali e svolgendo un'analisi pushover multi-modale.

10.1 Impostazione procedura nel programma di calcolo

Il programma di calcolo, come già detto, è Midas Gen. L'analisi è stata svolta applicando dapprima il peso proprio in un unico step e poi applicando le forze orizzontali scalate con moltiplicatori di carico crescenti. Quindi il primo passaggio consiste nell'impostare la sequenza di carico "Load Sequence for Non linear", ossia stabilire l'ordine secondo il quale verranno applicati i carichi alla struttura.

Successivamente, l'impostazione dell'analisi comporta la scelta di un metodo di iterazione ed un criterio di convergenza; il superamento della resistenza del materiale coincide con lo step di mancata convergenza dell'analisi.

Per la nostra struttura dobbiamo scegliere un metodo in controllo di forza, a causa di quanto spiegato in precedenza. In Midas sono disponibili il metodo di "Newton-Raphson", molto diffuso per trovare soluzioni alle equazioni di equilibrio non lineari di problemi tipici, e il metodo "Arc-Lenght" che invece è utilizzato per problemi più specifici come quelli di Snapthrough o Snap-back. Abbiamo quindi

scelto di utilizzare il primo metodo che riesce a calcolare lo spostamento in equilibrio con il carico esterno dato, andando a riorganizzare in ogni ciclo di calcolo la matrice di rigidezza. Si fa notare come questo metodo non riesce a cogliere il ramo di softening della curva, ma si ferma nel punto di picco. Nel programma di calcolo devono essere impostati il numero di step e per ognuno di questi il moltiplicatore di carico ed il numero di iterazioni. Chiaramente è consigliato avere un numero di step di carico abbastanza alto in modo da ricavare una curva ben delineata.

La convergenza è stata valutata sulla base degli spostamenti. Nella figura 10.1 troviamo un esempio delle impostazioni scelte.

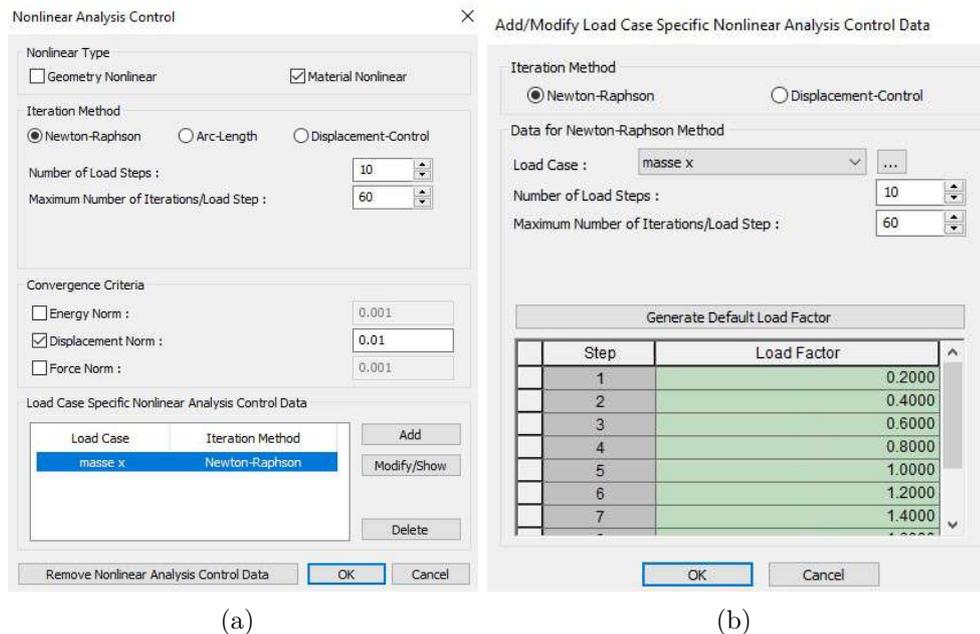


Figura 10.1: Impostazioni analisi in Midas Gen

Per quanto concerne il materiale, come già riferito al Paragrafo 3.2.1 Midas Gen propone varie alternative. Per le motivazioni precedentemente riportate si è scelto di utilizzare il CDP, sempre descritto al Paragrafo 3.2.1.

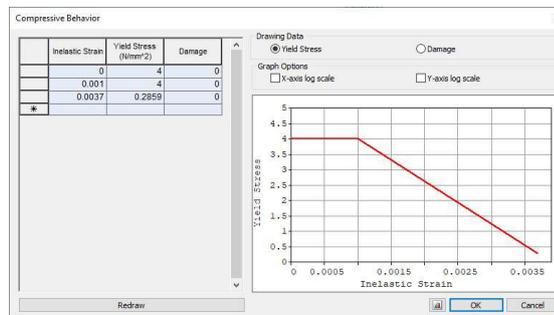
Si è comunque deciso di applicare tale non linearità solamente agli elementi principali della chiesa. Quindi tutti i materiali utilizzati per modellare i vari link, sia rigidi che flessibili, e i materiali per modellare le coperture sono stati lasciati in campo elastico. In questo modo trovare la convergenza è risultato più agevole e i tempi per l'analisi si sono ridotti notevolmente.

I valori dei parametri utilizzati per modellare la non linearità sono stati ricavati grazie ai numerosi esempi di letteratura studiati e riportati nel precedente paragrafo e sono riassunti nella Tabella 10.1:

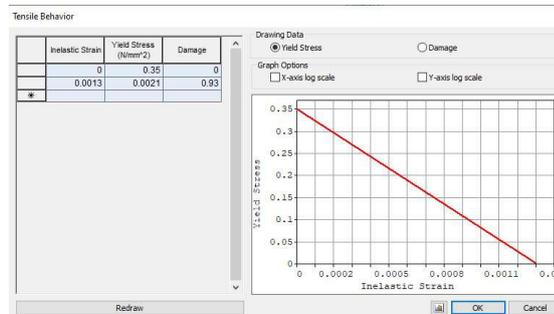
Angolo di dilatanza [deg]	10
Eccentricità	0.1
f_{bo}/f_{co}	1.16
K_c	0.667
Viscosità	0.0002

Tabella 10.1: Parametri CDP adottati in Midas

Mentre la parte plastica delle leggi costitutive e i parametri di danno utilizzati sia in compressione che in trazione, sono riportati nella Figura 10.2:



(a) Compressione



(b) Trazione

Figura 10.2: Legame costitutivo CDP

I punti di controllo scelti per ricavare le curve di capacità sono la facciata, la navata e il campanile. Di seguito la visualizzazione della loro posizione (Figura 10.3):

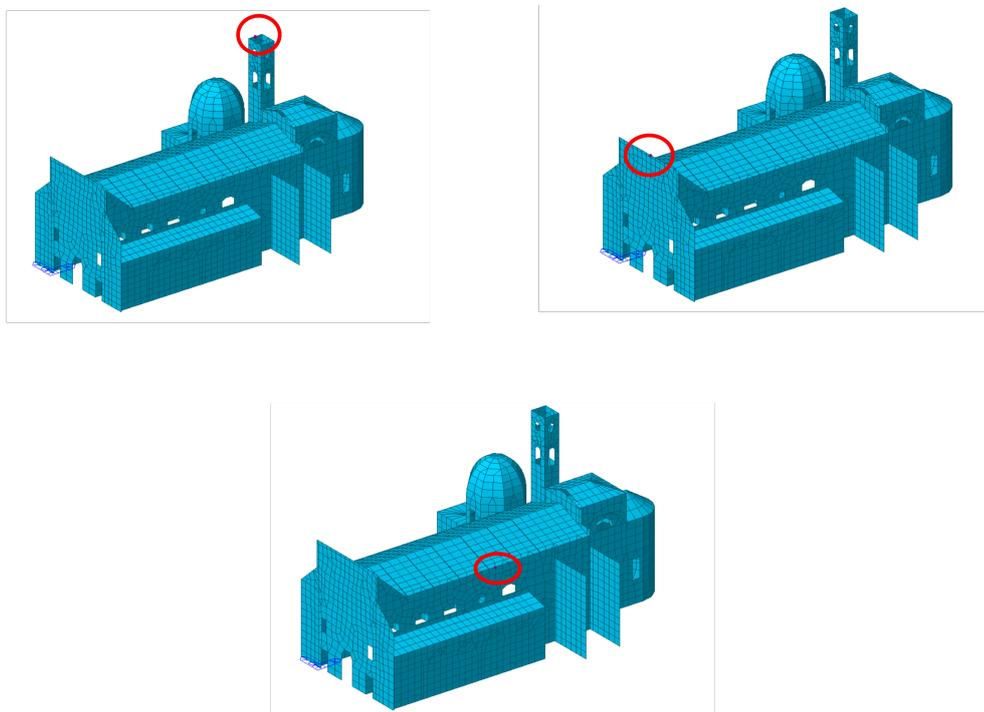


Figura 10.3: Posizione dei punti di controllo

10.2 Distribuzioni uni-modali

In questo paragrafo studieremo i risultati ottenuti applicando di volta in volta alla struttura delle distribuzioni di forze proporzionali ai vari modi di vibrare. In questo modo si riesce a comprendere la capacità della struttura e il macro-elemento più debole per ogni modo.

La formulazione adottata per calcolare le forze da applicare ai nodi è la seguente:

$$F_{i,j} = m_i \phi_{i,j} \quad (10.1)$$

con $F_{i,j}$ la forza da applicare all' i -esimo nodo e proporzionale al j -esimo modo, m_i la massa nodale ed $\phi_{i,j}$ l'autovettore dell' i -esimo nodo del j -esimo modo di vibrare. Va fatto notare però che si è deciso di normalizzare gli autovettori rispetto al loro valore massimo e quindi sono stati ricalcolati i fattori di partecipazione modale.

Dato che Midas fornisce gli autovettori sia in direzione X che in direzione Y abbiamo calcolato le distribuzioni di forze per ogni modo nelle quattro direzioni:

+X, -X, +Y, -Y. Una volta applicate alla struttura è stato possibile anche controllare che i modi siano davvero disaccoppiati.

Inoltre va sottolineato il fatto che, come era prevedibile, i vari punti di controllo generano curve di capacità differenti. In accordo con i risultati dell'analisi dinamica lineare, nei primi due modi la curva da considerare è quella del campanile in quanto le altre rimangono pressoché lineari fino alla convergenza dell'analisi. Nel modo 3 invece, ci aspettavamo di trovare la curva più importante sulla navata ma anche in questo caso è quella del campanile la curva da considerare. Mentre per il modo 4 la curva di riferimento è quella della facciata, in quanto il modo interessa prevalentemente questo elemento strutturale. Per far comprendere meglio quanto descritto, riportiamo a titolo di esempio le curve per diversi punti di controllo per il modo 2 e per il modo 3 in direzione Y. Come si vede dalla Figure 10.4 nel modo 2 le curve di navata e facciata rimangono sostanzialmente lineari, mentre nel modo 3, anche se la prevalente rimane la curva del campanile, comunque navata e facciata presentano un comportamento non lineare.

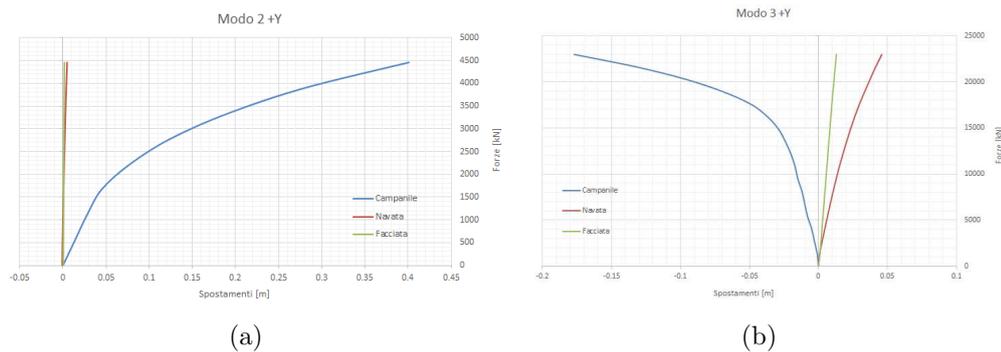


Figura 10.4: Confronti tra curve di capacità per diversi punti di controllo

Fatta questa precisazione, si riportano di seguito le curve di capacità, dei punti di controllo scelti per ogni modo, ricavate per tutti e quattro i modi nelle 4 direzioni (Figure 10.5, 10.6, 10.7, 10.8). Come è chiaramente visibile i modi sono disaccoppiati e quindi per l'analisi si prenderanno in considerazione solo le direzioni con la massa partecipante maggiore e la corrispettiva negativa. Quindi per i modi 1 e 4 si studieranno solo le direzioni +X, -X; mentre per i modi 2 e 3 le direzioni +Y, -Y. Tali analisi saranno riportate dettagliatamente nei paragrafi successivi.

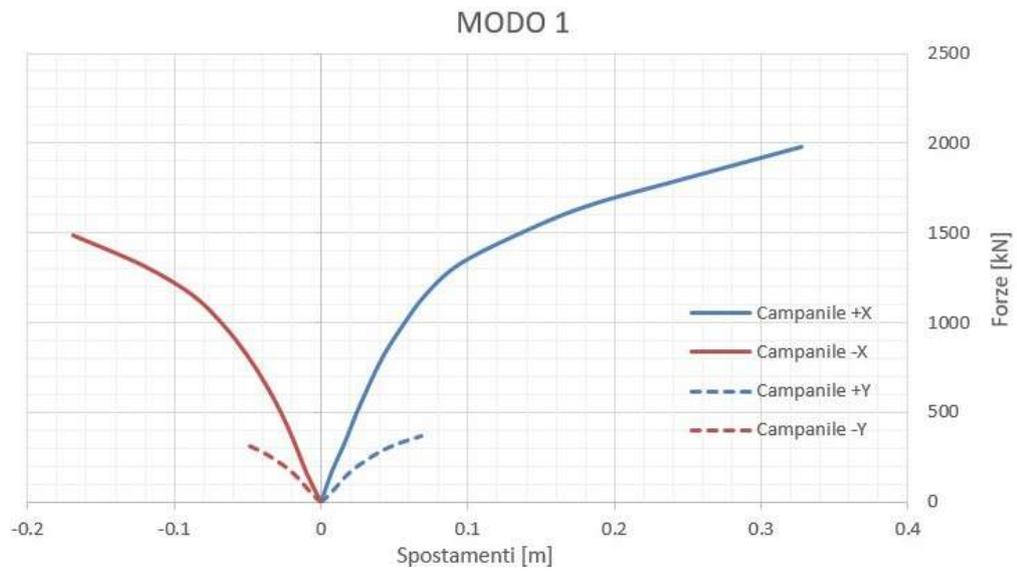


Figura 10.5: Curve di capacità ottenute con una distribuzione di forze proporzionale al primo modo

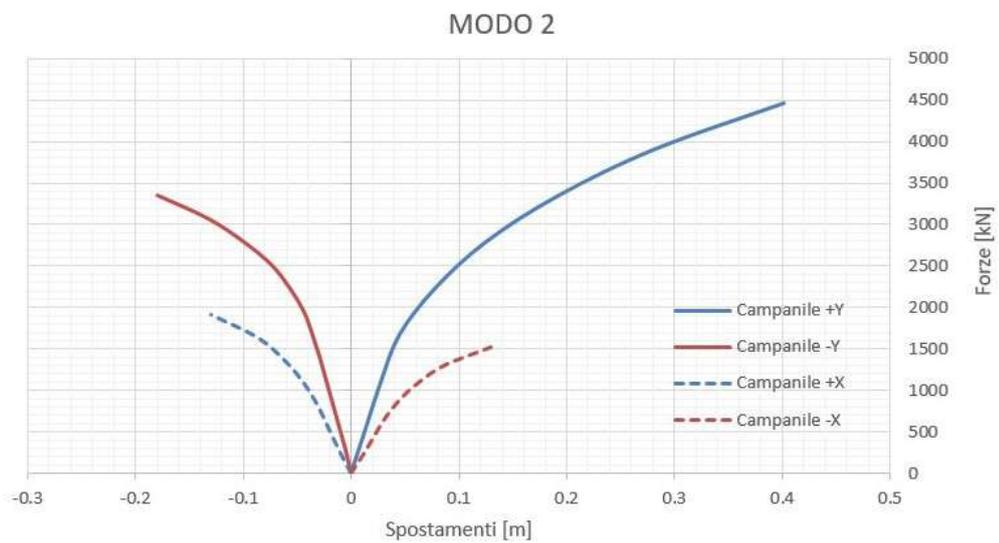


Figura 10.6: Curve di capacità ottenute con una distribuzione di forze proporzionale al secondo modo

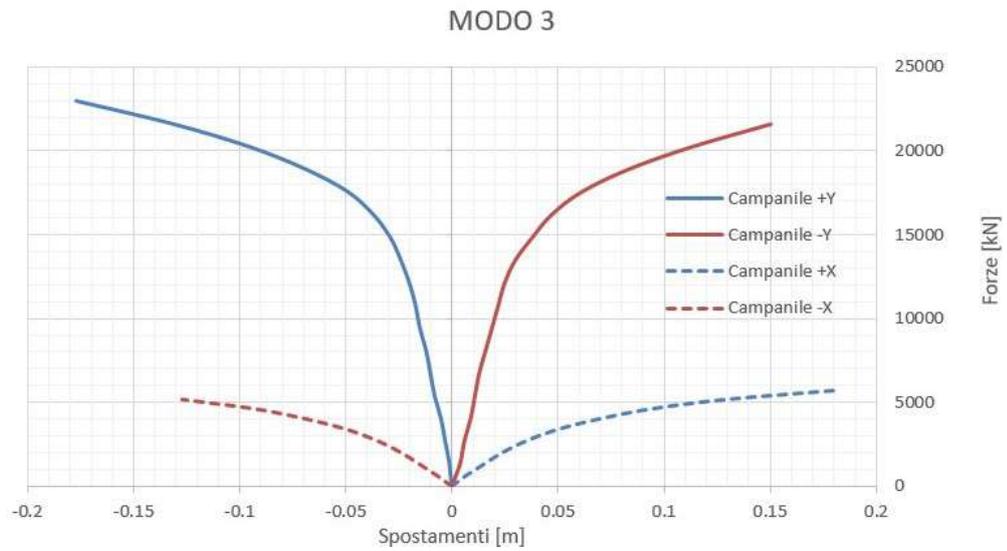


Figura 10.7: Curve di capacità ottenute con una distribuzione di forze proporzionale al terzo modo

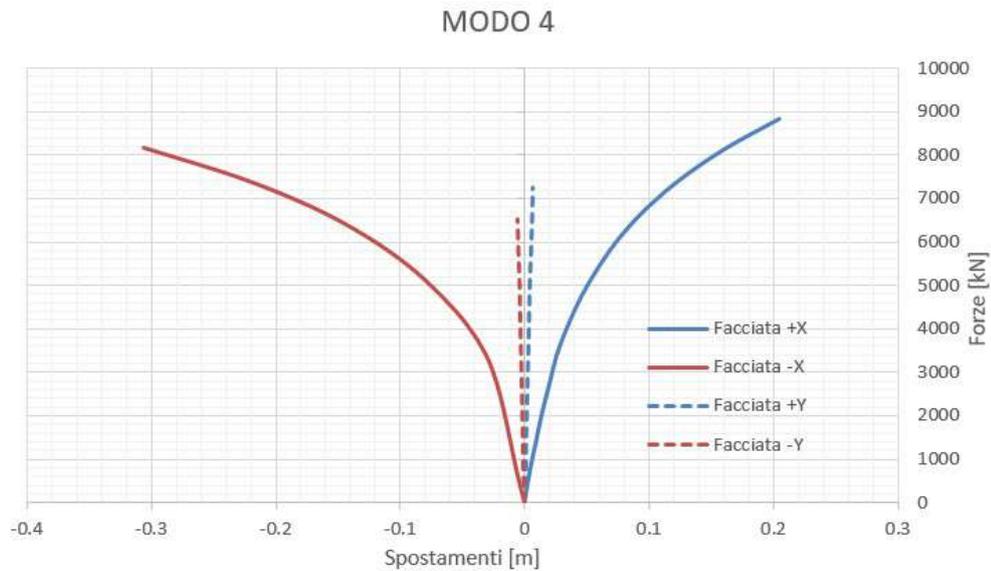


Figura 10.8: Curve di capacità ottenute con una distribuzione di forze proporzionale al quarto modo

Nella Tabella 10.2 si riporta la forza massima e lo spostamento ultimo trovati per ogni modo nelle direzioni principali, considerando come punto di controllo quello più significativo per ogni modo.

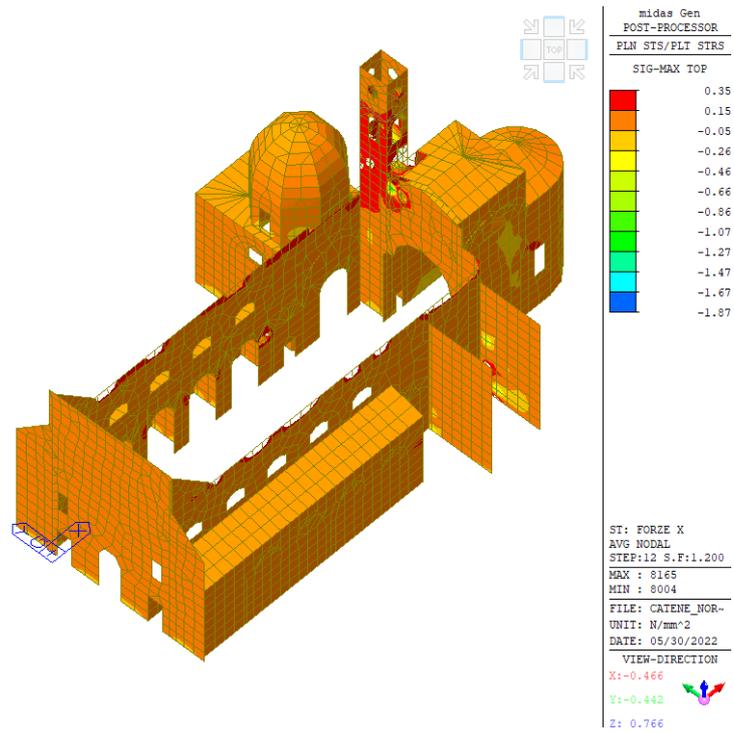
Modo	d_u [m]	F_u [kN]	punto
1 +X	0.327	1997	campanile
1 -X	-0.169	1483	campanile
2 +Y	0.401	4460	campanile
2 -Y	-0.18	3345	campanile
3 +Y	-0.177	22967	campanile
3 -Y	0.15	21616	campanile
4 +X	0.205	8843	facciata
4 -X	-0.306	8163	facciata

Tabella 10.2: Riassunto curve di capacità

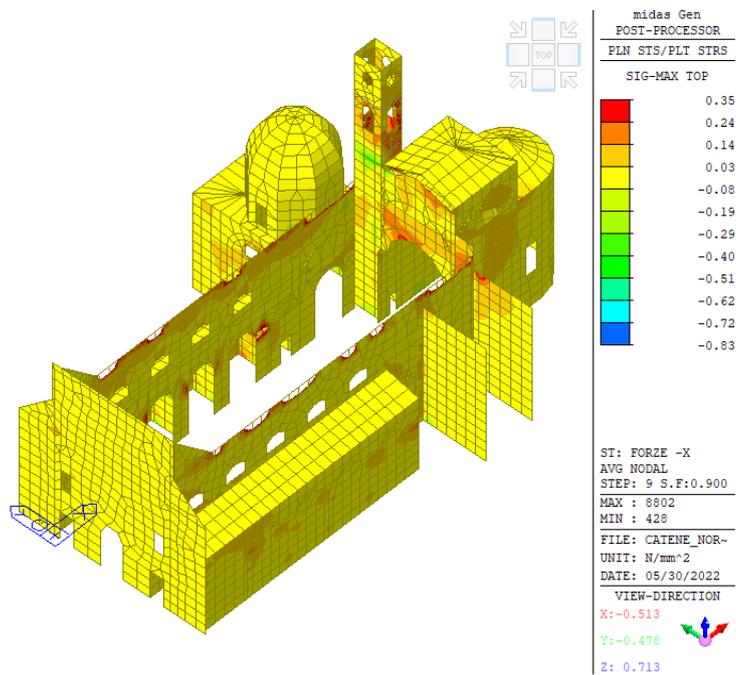
Ora per ciascun modo e nelle due direzioni principali riporteremo in maniera più approfondita i risultati ottenuti dal software in termini di curva di capacità e di livelli di sollecitazione. In relazione a questi ultimi, per mostrare in maniera più significativa gli output del software è stato anche settato un limite di tensione, corrispondente alla tensione di snervamento a trazione del legame. In questo modo tutti gli elementi che hanno superato tale livello e si sono quindi plasticizzati vengono eliminati dal modello. Si fa notare che la copertura della navata è stata eliminata manualmente dalla visualizzazione per permettere di osservare meglio i livelli di sollecitazione all'interno del modello.

10.2.1 Modo 1

Nelle Figure 10.9, 10.10 sono confrontate le sollecitazioni raggiunte all'ultimo step di carico con delle forze orizzontali proporzionali al primo modo di vibrare sia in direzione +X che -X. Come si può osservare il macro-elemento più danneggiato risulta il campanile, dove troviamo zone anche plasticizzate. Mentre in direzione +X oltre al campanile non sono coinvolte anche altre zone nel raggiungimento della tensione massima, nella situazione -X è coinvolta maggiormente anche la parte absidale.



(a) 1 +X



(b) 1-X

Figura 10.9: Confronto sollecitazioni modo 1

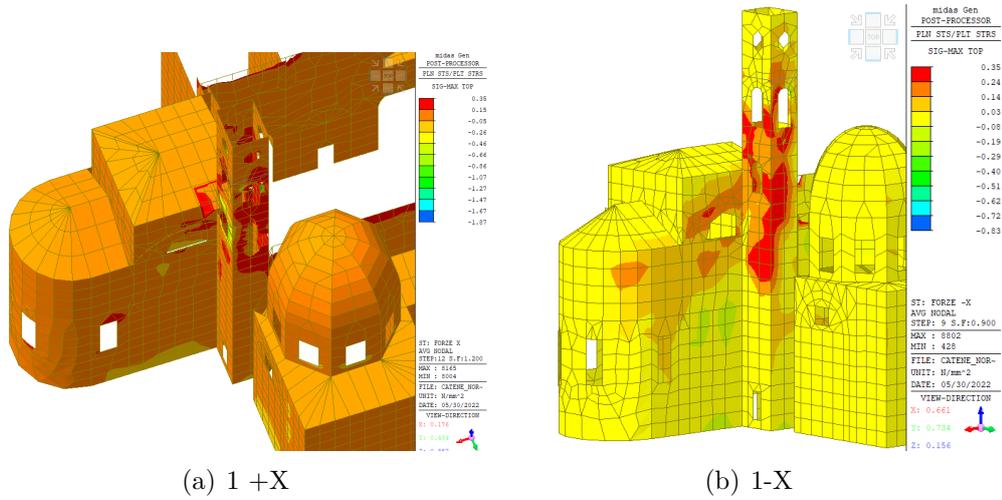


Figura 10.10: Confronto sollecitazioni modo 1

Le rispettive curve di capacità sono rappresentate nella Figura 10.11 ed evidenziano come in direzione -X si abbia una curva ridotta in quanto l’analisi si blocca prima rispetto a +X:

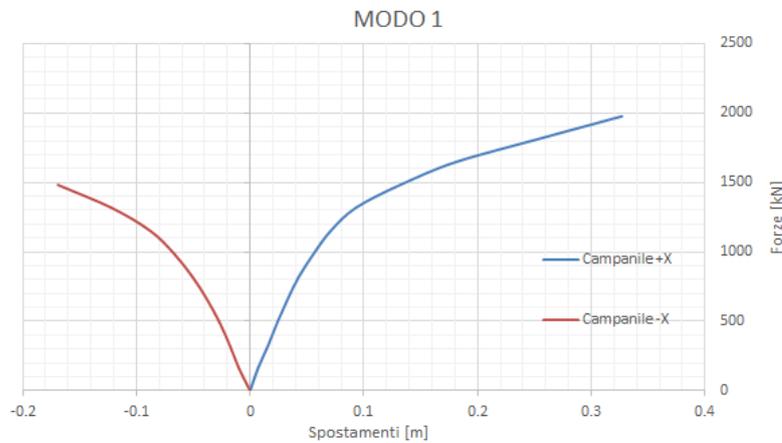
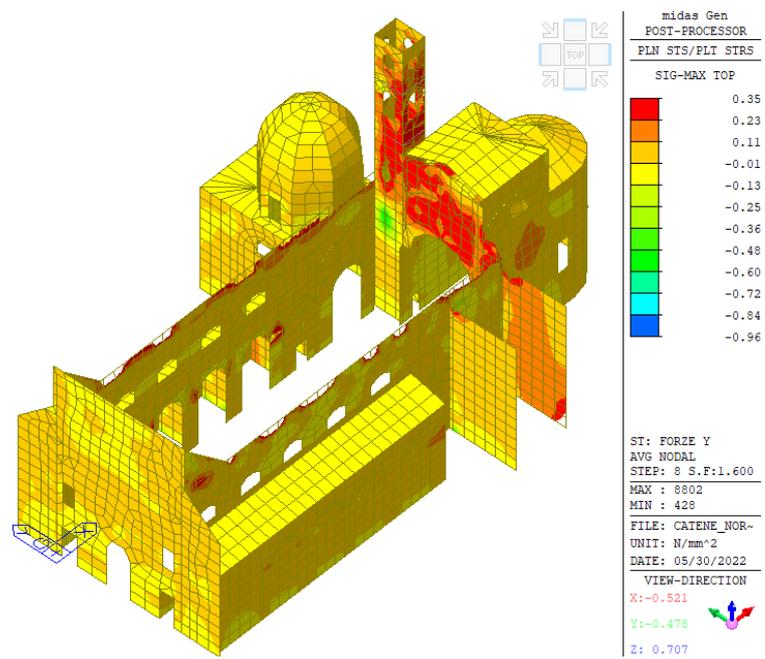


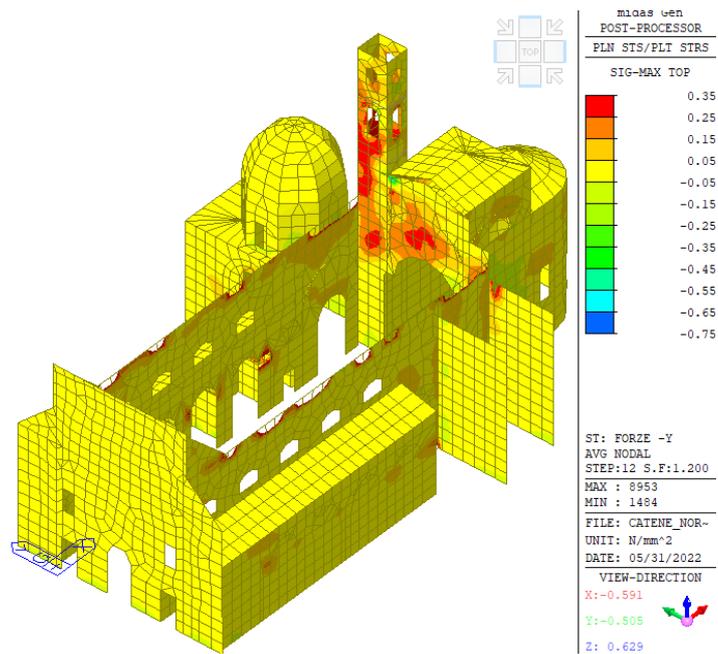
Figura 10.11: Curve di capacità modo 1

10.2.2 Modo 2

Nelle Figure 10.12, 10.13 sono confrontate le sollecitazioni raggiunte all’ultimo step di carico per una distribuzione di forze proporzionale al secondo modo sia in direzione +Y che -Y.



(a) 2+Y



(b) 2-Y

Figura 10.12: Confronto sollecitazioni modo 2

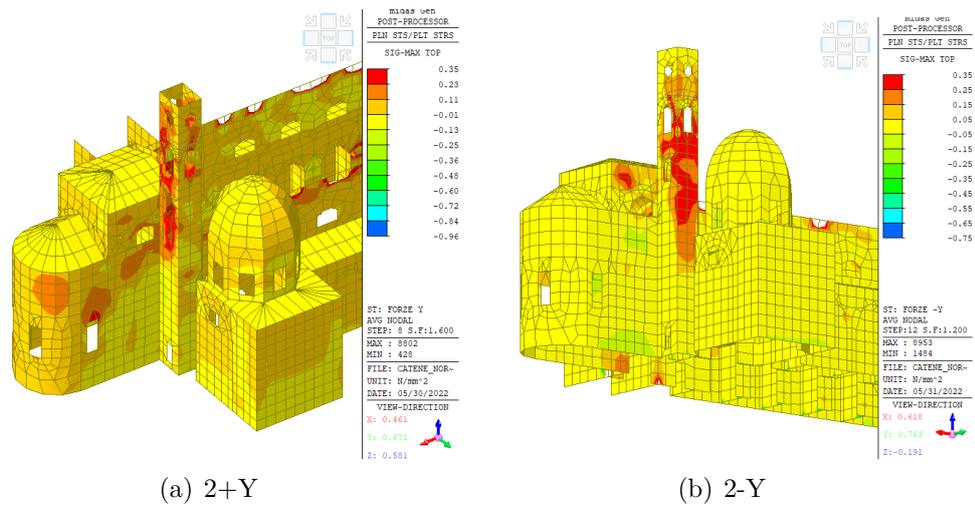


Figura 10.13: Confronto sollecitazioni modo 2

Anche in questo caso il macro-elemento più danneggiato risulta il campanile. Tuttavia, dato che la deformata modale presenta degli spostamenti trasversali del campanile che coinvolgono nel movimento complessivo anche la parte del presbiterio collegata, in questa zona risultano valori tensionali elevati.

Le rispettive curve di capacità sono rappresentate nella Figura 10.14 ed anche in questo caso si ha una curva ridotta per la direzione negativa:

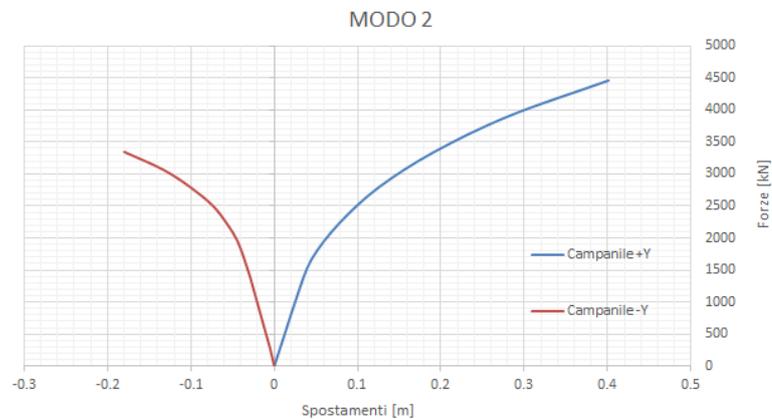
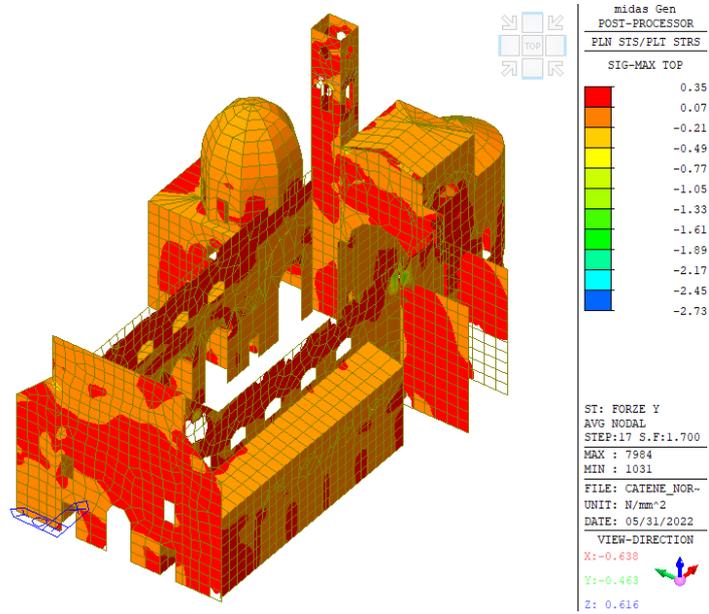


Figura 10.14: Curve di capacità modo 2

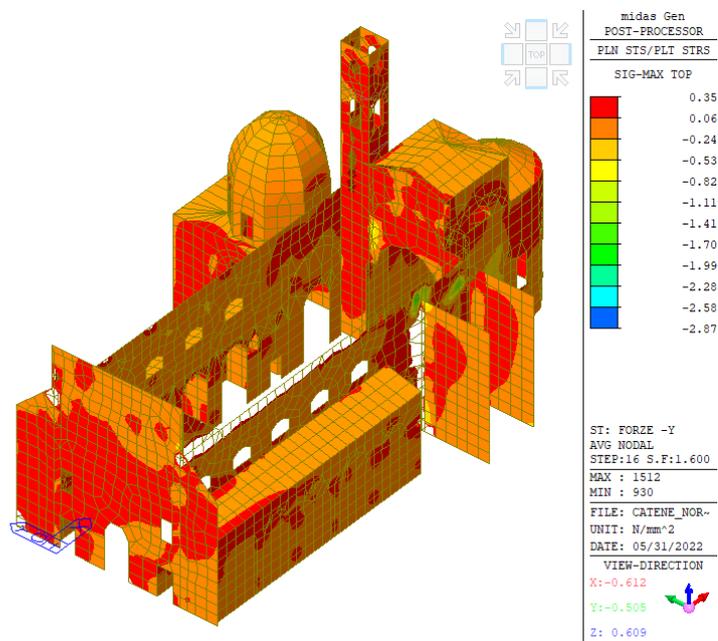
10.2.3 Modo 3

Nelle Figure 10.15, 10.16 sono confrontate le sollecitazioni raggiunte all'ultimo step di carico per una distribuzione di forze proporzionale al terzo modo sia in direzione

+Y che -Y.



(a) 3+Y



(b) 3-Y

Figura 10.15: Confronto sollecitazioni modo 3

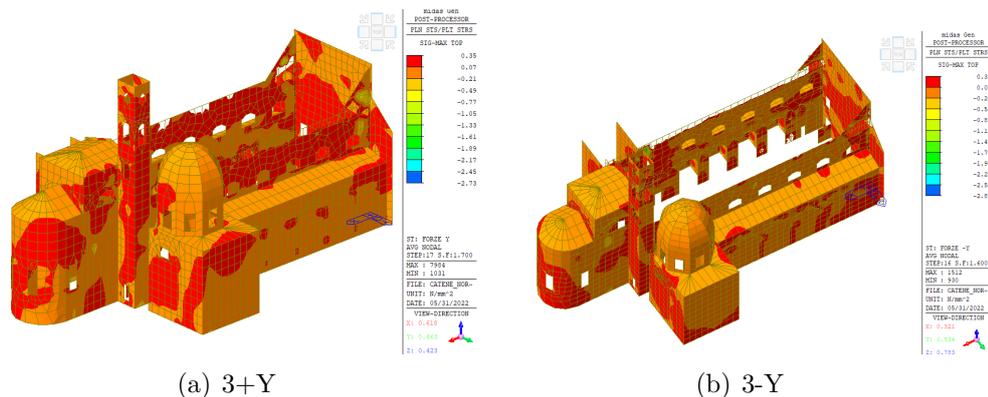


Figura 10.16: Confronto sollecitazioni modo 3

In questo caso oltre al campanile risultano con tensioni limite anche altri elementi della struttura. Si fa notare in particolar modo la plasticizzazione dei contrafforti della facciata che coincide con i danni effettivamente rilevati.

Le rispettive curve di capacità sono rappresentate nella Figura 10.17:

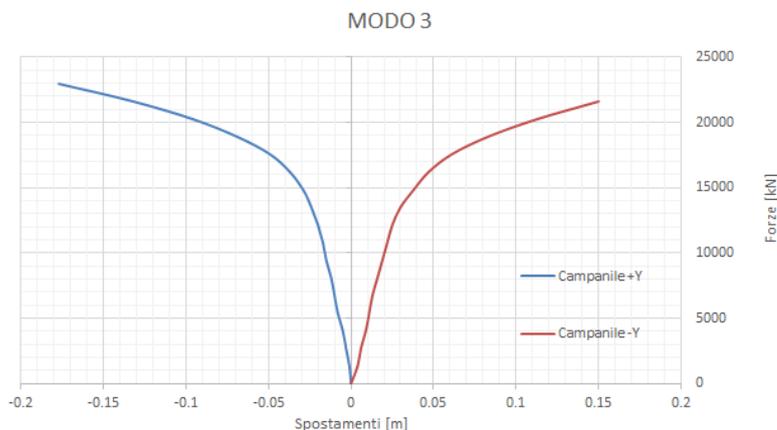


Figura 10.17: Curve di capacità modo 3

I valori elevati raggiunti possono essere giustificati dal fatto che sull'ascissa viene riportato il taglio alla base rilevato sull'intera struttura, prendendo però in considerazione come punto di controllo la sommità del campanile. Va ricordato infatti che la deformata modale di questo modo coinvolge in realtà soprattutto la navata e non il campanile come i primi due modi. Tuttavia per effettuare un confronto con gli altri modi che coinvolgono il campanile, è stato ricavato il taglio alla base solo su questo macro-elemento. Le curve di capacità risultanti sono le seguenti (10.18) e si rilevano valori in linea con gli altri due modi:

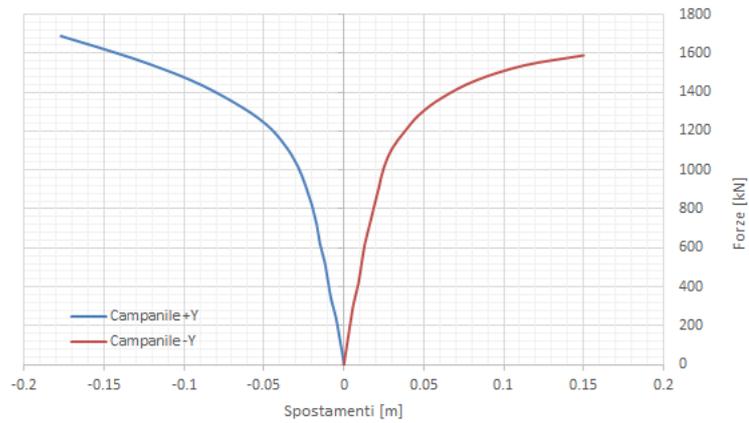


Figura 10.18: Curve di capacità modo 3 considerando il solo taglio alla base sul campanile

10.2.4 Modo 4

Nelle Figure 10.20, 10.19 sono confrontate le sollecitazioni raggiunte all'ultimo step di carico per una distribuzione di forze proporzionale al secondo modo sia in direzione +Y che -Y.

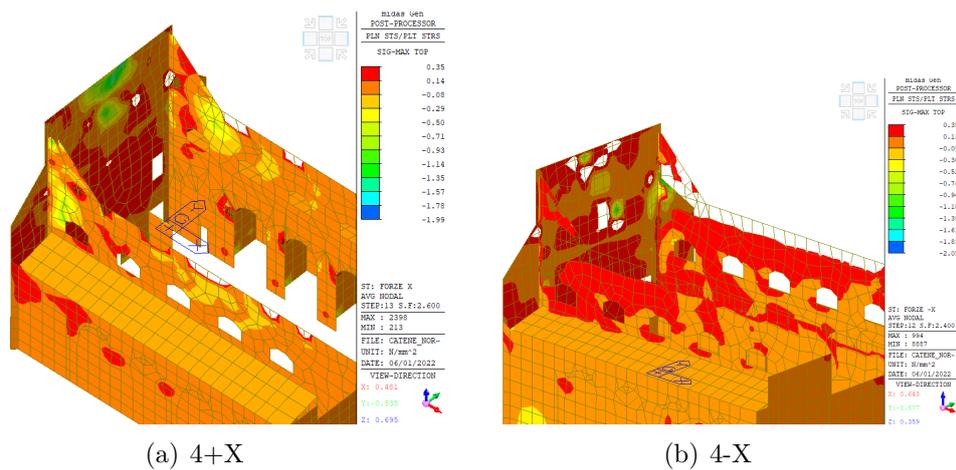
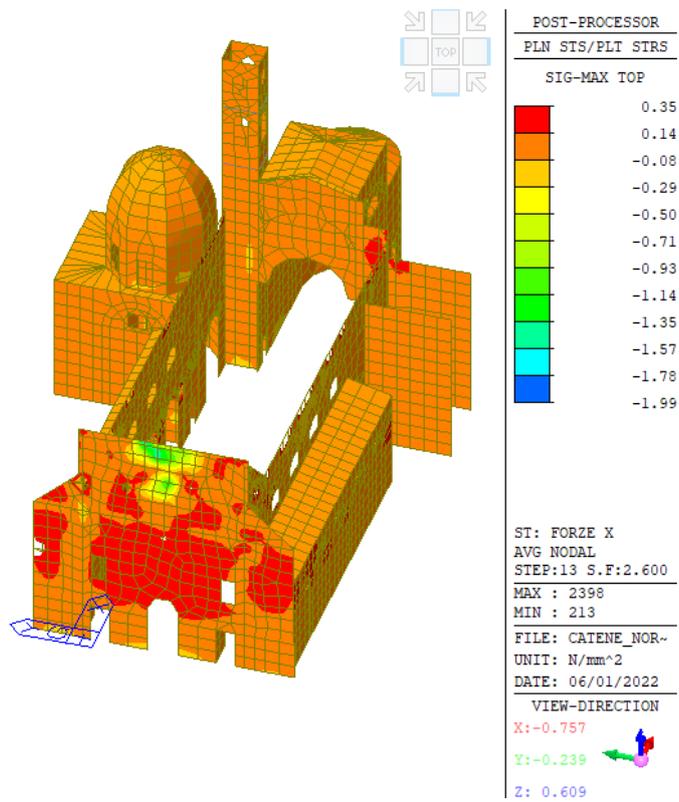
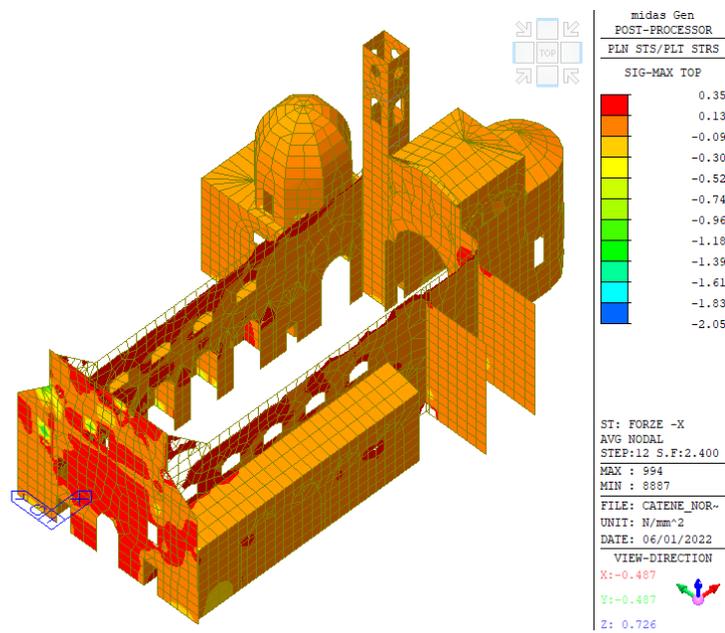


Figura 10.19: Confronto sollecitazioni modo 4



(a) 4+X



(b) 4-X

Figura 10.20: Confronto sollecitazioni modo 4
147

Come ci si aspettava, le sollecitazioni maggiori sono concentrate sulla facciata e sui relativi contrafforti. Il caso -X è il più penalizzante in quanto i contrafforti sono per la maggior parte plasticizzati. Questa situazione è difficile da ritrovare nelle curve di capacità in quanto l'analisi numerica si interrompe prima per la direzione +X a causa di problemi di convergenza numerica. Tuttavia nella direzione -X si ottiene comunque un valore di taglio minore.

Tali curve sono rappresentate nella Figura 10.21:

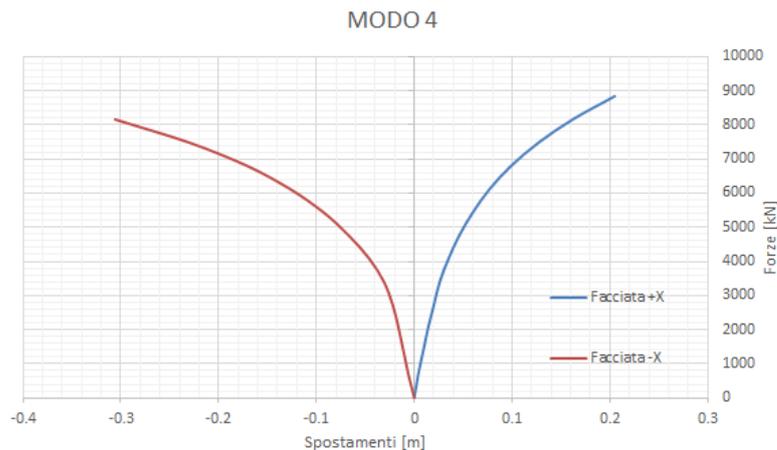


Figura 10.21: Curve di capacità modo 2

10.2.5 Individuazione del punto di prestazione

Come accuratamente descritto nel Capitolo 5, abbiamo applicato il METODO B proposto dalla Normativa Italiana per ricavare il punto di prestazione (PP) raggiunto dalla struttura.

La domanda è rappresentata da uno spettro elastico allo SLV con riferimento ai valori di accelerazione al suolo di Tolentino. Si è scelto di utilizzare una vita utile di 100 anni e di assegnare alla struttura un coefficiente d'uso pari ad 1. La categoria di sottosuolo scelta è la C, mentre quella topografica la T1.

Il PP è stato calcolato per ogni modo analizzato e di seguito riporteremo sia la verifica grafica eseguita sul piano ADRS sia la verifica numerica. Abbiamo inoltre calcolato l'indice di vulnerabilità sismica ξ_E , definito nell'NTC18 [42] come il rapporto tra l'azione sismica massima sopportabile dalla struttura e l'azione sismica massima che si utilizzerebbe nel progetto di una nuova costruzione sul medesimo suolo e con le medesime caratteristiche. Nella verifica numerica riportiamo anche il fattore di riduzione η utilizzato per ridurre lo spettro elastico

Modo 1 +X

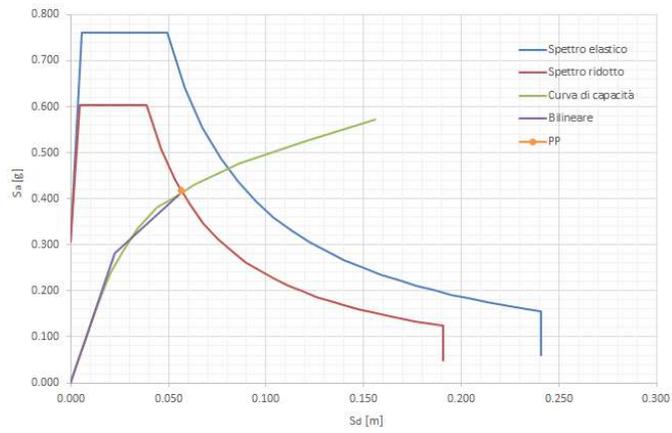


Figura 10.22: PP modo 1 +X

d_u^*	d_{max}^*	d_u	d_{max}	ξ_E	η
[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]
0.156	0.057	0.327	0.118	2.48	0.79

Tabella 10.3: Verifica numerica modo 1 +X

Modo 1 -X

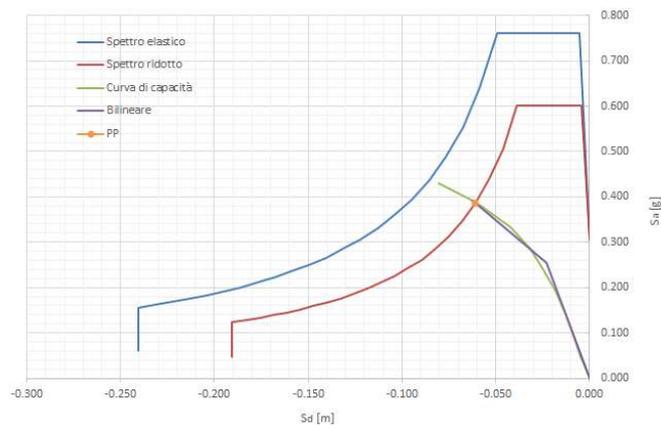


Figura 10.23: PP modo 1 -X

d_u^*	d_{max}^*	d_u	d_{max}	ξ_E	η
[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]
-0.081	-0.061	-0.169	-0.128	1.27	0.79

Tabella 10.4: Verifica numerica modo 1 -X

Modo 2 +Y

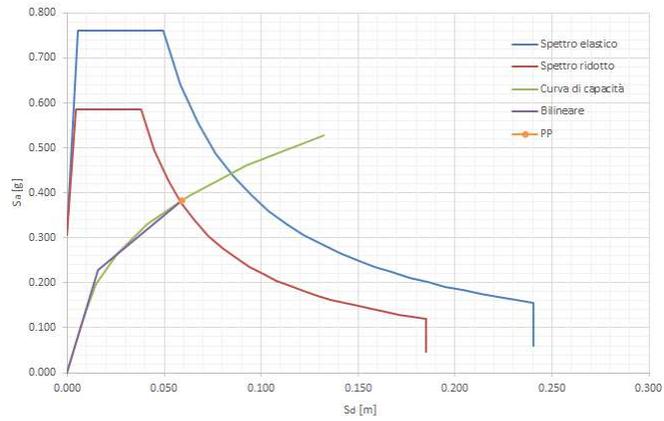


Figura 10.24: PP modo 2 +Y

d_u^*	d_{max}^*	d_u	d_{max}	ξ_E	η
[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]
0.132	0.059	0.401	0.180	1.97	0.77

Tabella 10.5: Verifica numerica modo 2 +Y

Modo 2 -Y

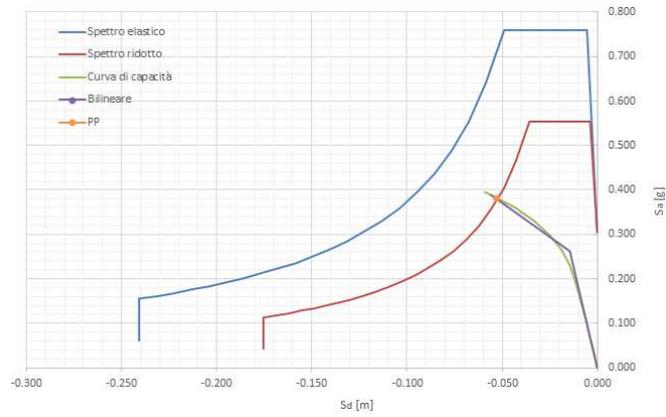


Figura 10.25: PP modo 2 -Y

d_u^*	d_{max}^*	d_u	d_{max}	ξ_E	η
[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]
-0.059	-0.053	-0.18	-0.16	1.2	0.729

Tabella 10.6: Verifica numerica modo 2 -Y

Modo 3 +Y

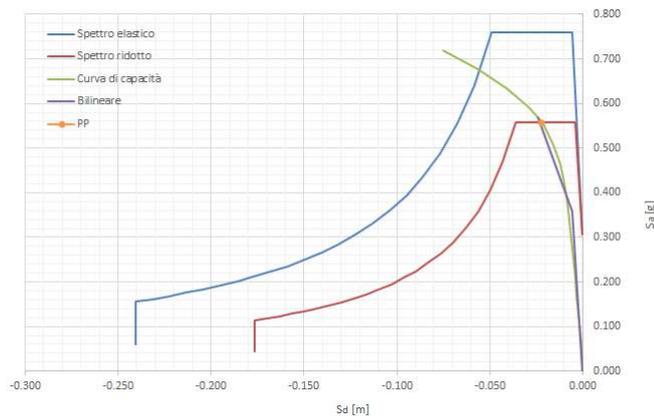


Figura 10.26: PP modo 3 +Y

d_u^*	d_{max}^*	d_u	d_{max}	ξ_E	η
[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]
-0.075	-0.022	-0.132	-0.05	2.8	0.734

Tabella 10.7: Verifica numerica modo 3 +Y

Modo 3 -Y

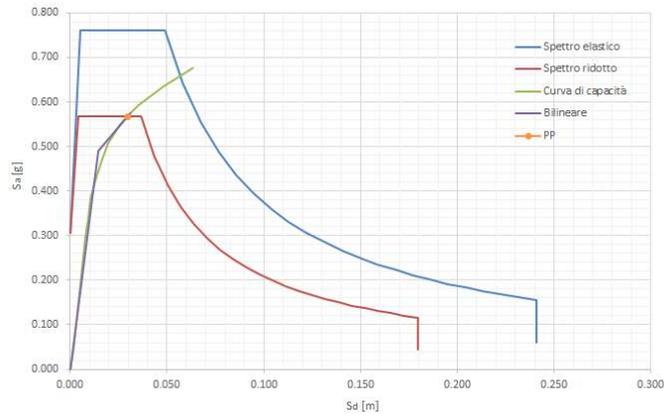


Figura 10.27: PP modo 3 -Y

d_u^*	d_{max}^*	d_u	d_{max}	ξ_E	η
[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]
0.064	0.029	0.15	0.07	2.18	0.746

Tabella 10.8: Verifica numerica modo 3 -Y

Modo 4 +X

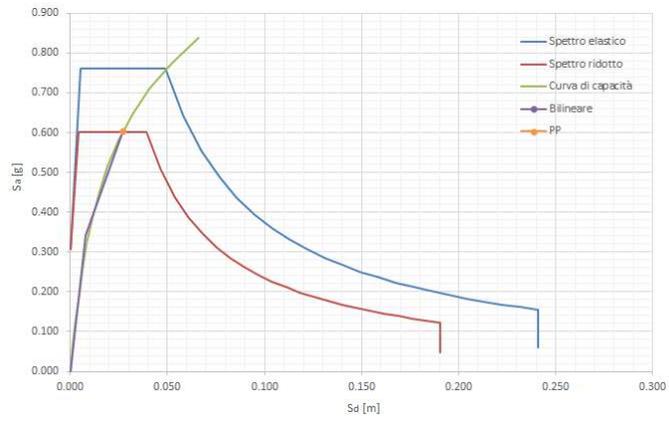


Figura 10.28: PP modo 4 +X

d_u^*	d_{max}^*	d_u	d_{max}	ξ_E	η
[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]
0.066	0.027	0.205	0.084	2.03	0.792

Tabella 10.9: Verifica numerica modo 4 +X

Modo 4 -X

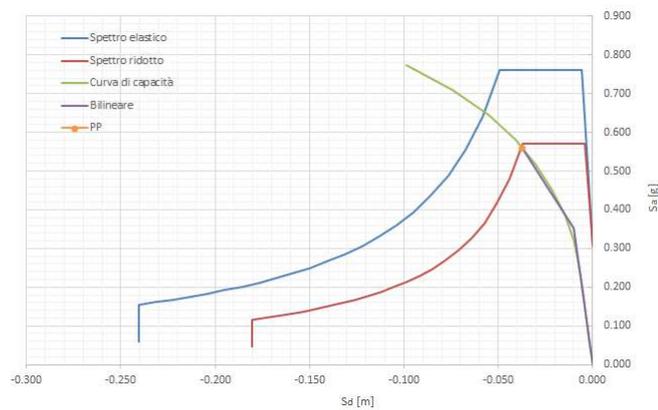


Figura 10.29: PP modo 4 -X

d_u^*	d_{max}^*	d_u	d_{max}	ξ_E	η
[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]
-0.099	-0.037	-0.306	-0.12	2.39	0.75

Tabella 10.10: Verifica numerica modo 4 -X

Come si evince dalle figure e dalle tabelle soprastanti le verifiche sono sempre soddisfatte, ossia il PP risulta sempre minore dello spostamento ultimo della struttura.

10.3 Distribuzioni multi-modali

Successivamente per tenere in considerazione l'effetto di tutti i modi di vibrare è stata eseguita un'analisi pushover multi-modale, secondo quanto descritto nel Paragrafo 5.2.1.

Per comprendere la distribuzione delle forze orizzontali applicate, abbiamo condotto un'analisi statica sui modelli caricati con tali forze e abbiamo ricavato le conseguenti deformate (Figura 10.30).

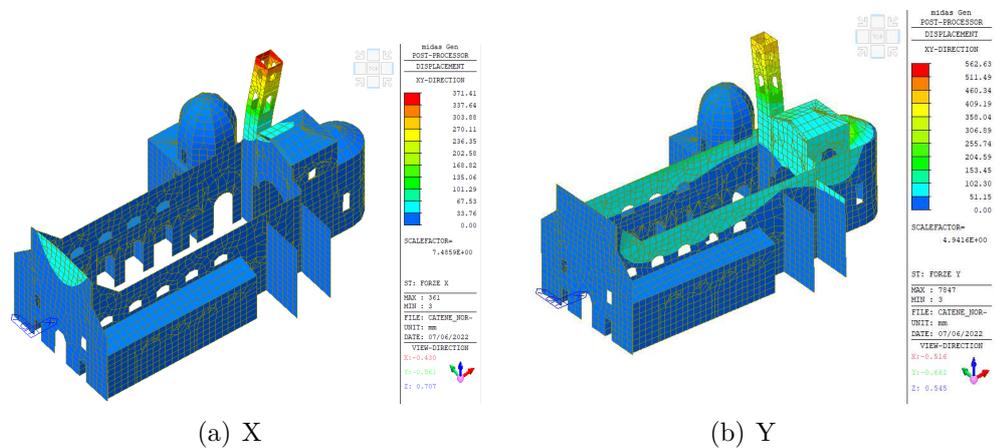


Figura 10.30: Deformate statiche dovute a distribuzioni di forze orizzontali multi-modali

Come si può osservare la distribuzione di forze, per come è stata decisa la combinazione dei modi, coinvolge principalmente il campanile e in misura molto minore la facciata e l'aula.

Di seguito commenteremo nel dettaglio le curve di capacità e le sollecitazioni ottenute per ogni direzione analizzata (+X, -X, +Y, -Y), ma per riassumere nella Tabella 10.11 sono riportate la forza massima e lo spostamento ultimo trovati per ogni modo nelle direzioni principali, considerando come punto di controllo quello più significativo per ogni modo.

Direzione	d_u [m]	F_u [kN]	punto
+X	0.31	5699	campanile
-X	-0.24	4654	campanile
+Y	0.28	9289	campanile
-Y	-0.17	9289	campanile

Tabella 10.11: Riassunto curve di capacità per distribuzioni multi-modali

Si può notare che tali valori risultano in linea con quelli ricavati nell'analisi uni-modale (cfr Tabella 10.2) sia in termini di taglio alla base che in termini di spostamenti.

10.3.1 Direzione X

I punti di controllo utilizzati sono gli stessi scelti per l'analisi uni-modale. Come si evince dalle Figure 10.31, 10.32 la curva principale è quella del campanile, poiché le altre rimangono pressoché lineari.

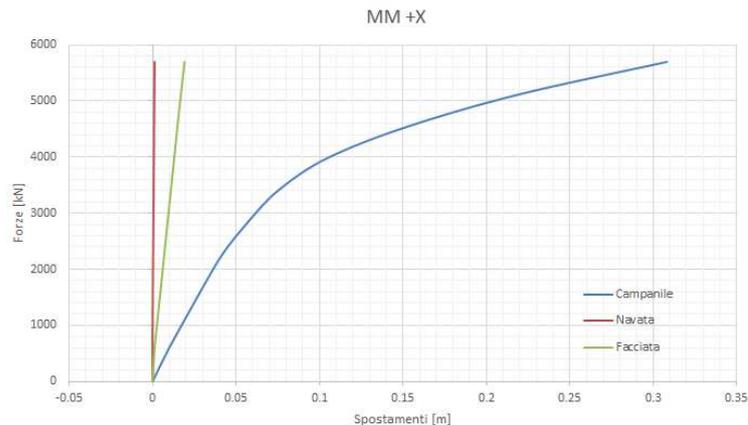


Figura 10.31: Curve di capacità con distribuzione multi-modale in direzione +X

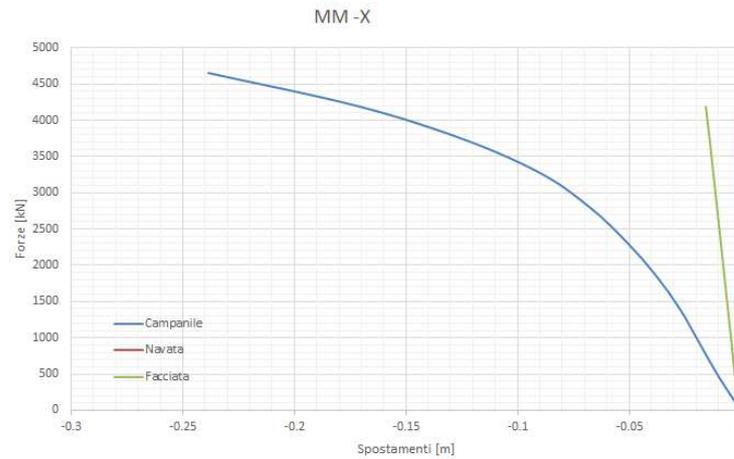


Figura 10.32: Curve di capacità con distribuzione multi-modale in direzione -X

Le curve del campanile in direzione +X e -X sono messe a confronto nella Figura 10.33:

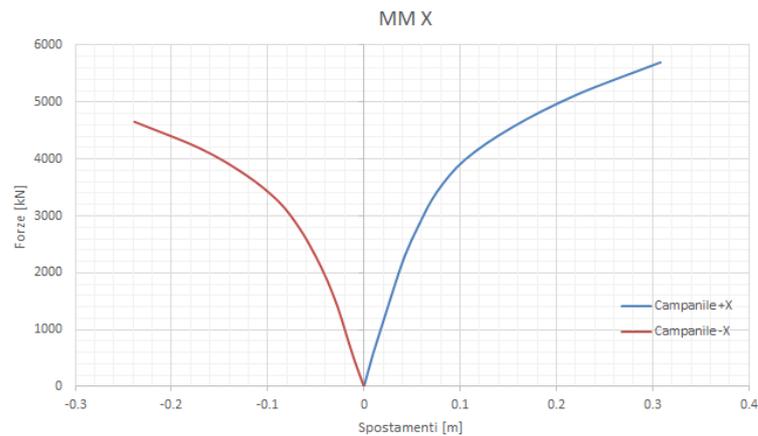


Figura 10.33: Curve di capacità con distribuzione multi-modale in direzione X

Di seguito riportiamo anche il confronto fra le curve di pushover ricavate nelle analisi uni-modali e in quelle multi-modali. In direzione x nelle analisi uni-modali avevamo sia la curva del campanile, dovuta al primo modo, che quella della facciata, dovuta al quarto modo. Nelle analisi multi-modali non si riesce a cogliere il comportamento della facciata perché l'analisi si blocca prima, essendo guidata dalle curve del campanile. Questo è dovuto anche alle forze applicate, che sono concentrate per lo più sul campanile.

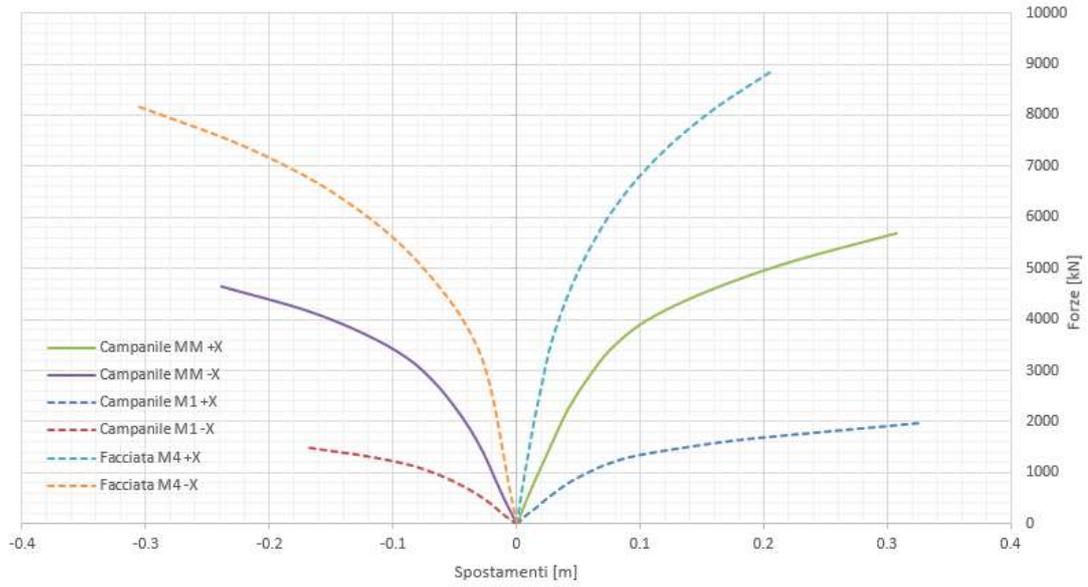


Figura 10.34: Confronto tra curve di capacità in direzione X

Le sollecitazioni raggiunte all'ultimo step di carico sono invece presentate nelle Figure 10.35,10.36

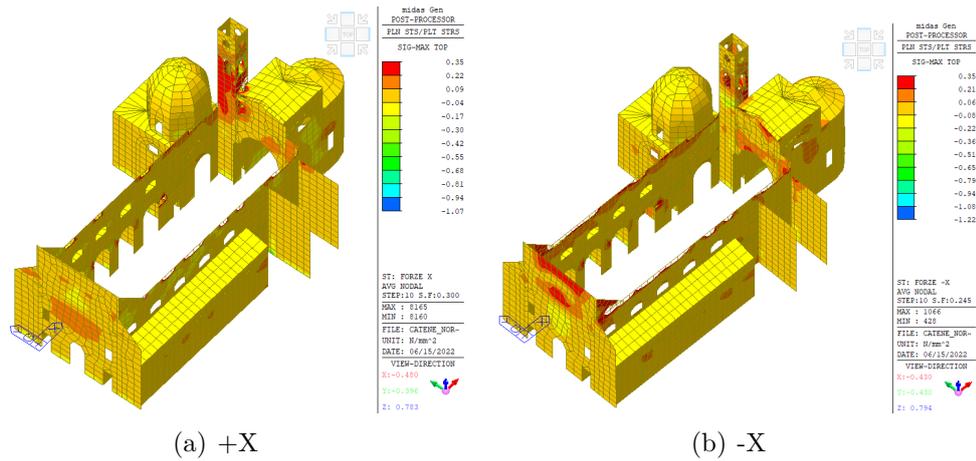
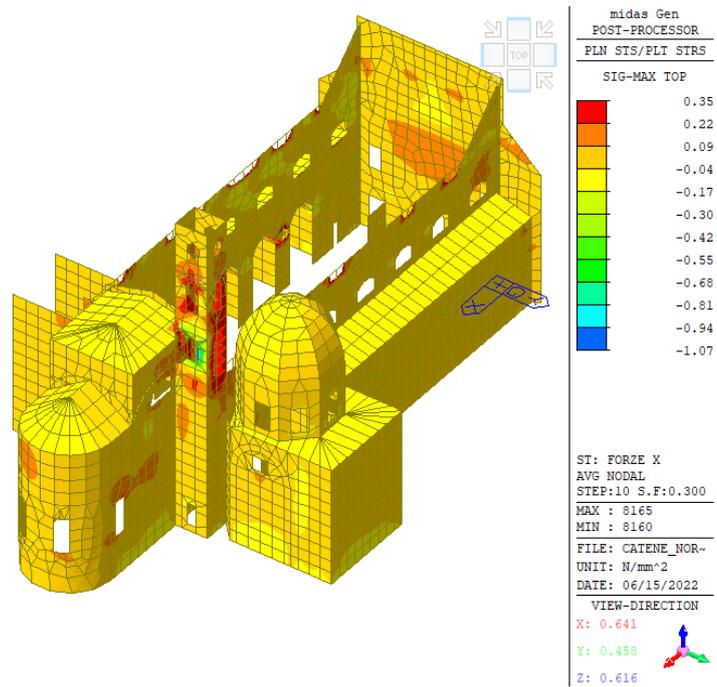
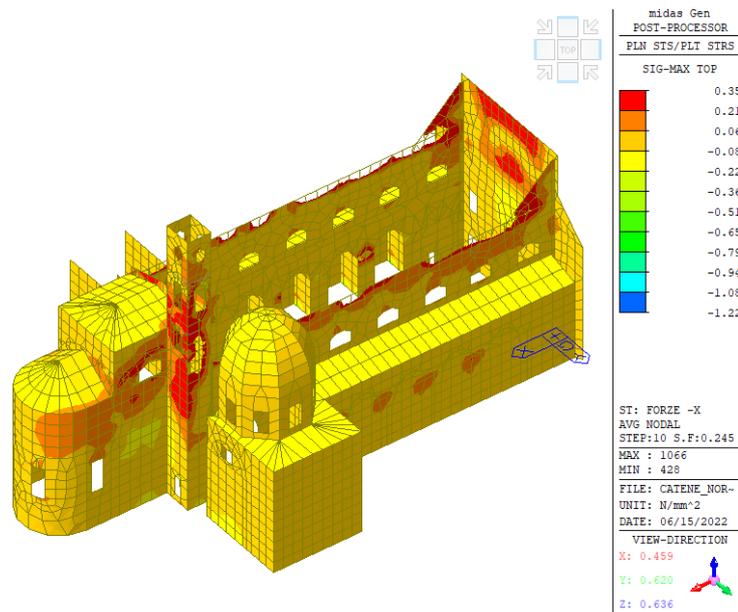


Figura 10.35: Sollecitazioni con distribuzione multi-modale in direzione X



(a) +X



(b) -X

Figura 10.36: Sollecitazioni con distribuzione multi-modale in direzione X

Per chiarezza e per far comprendere adeguatamente i risultati raggiunti riportiamo dei confronti fra le sollecitazioni ottenute dall'analisi uni-modale e quelle dall'analisi multi-modale (Figure 10.38,10.40). Per la direzione X si utilizzano le analisi del primo modo e del quarto modo.

Si può osservare come le sollecitazioni delle distribuzioni multi-modale sono le combinazioni delle sollecitazioni delle distribuzioni uni-modali. In particolare nel modo 1 risultava particolarmente sollecitato il campanile, mentre nel modo 4 la facciata. Nell'analisi multi-modale entrambi i macro-elementi riportano alti livelli di tensione. Come ci si aspettava, la direzione peggiore risulta la -X, in quanto porta ad una estesa plasticizzazione delle zone di controvento.

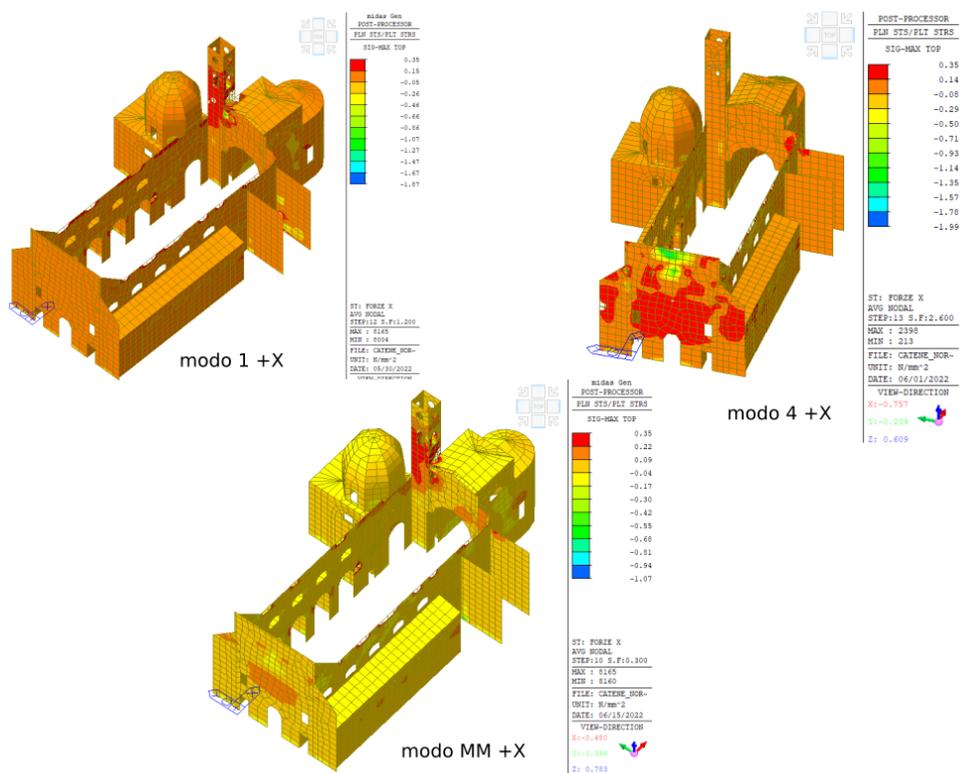


Figura 10.37: Confronto tra sollecitazioni in direzione +X

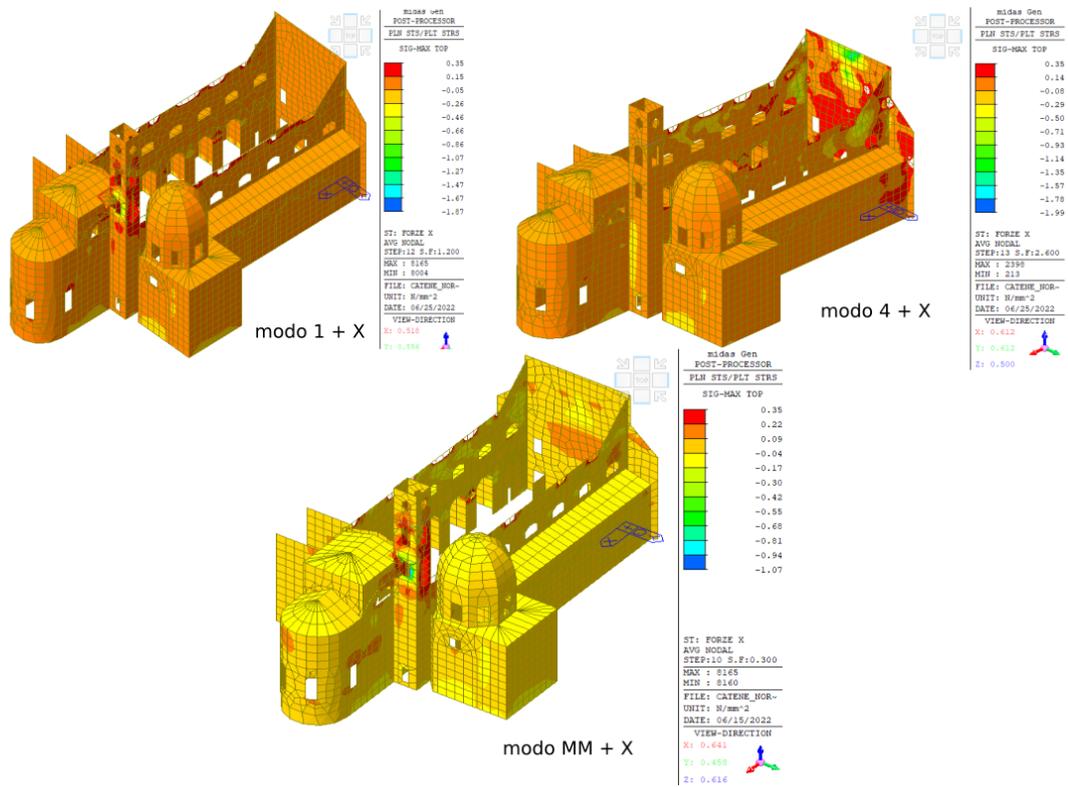


Figura 10.38: Confronto tra sollecitazioni in direzione +X

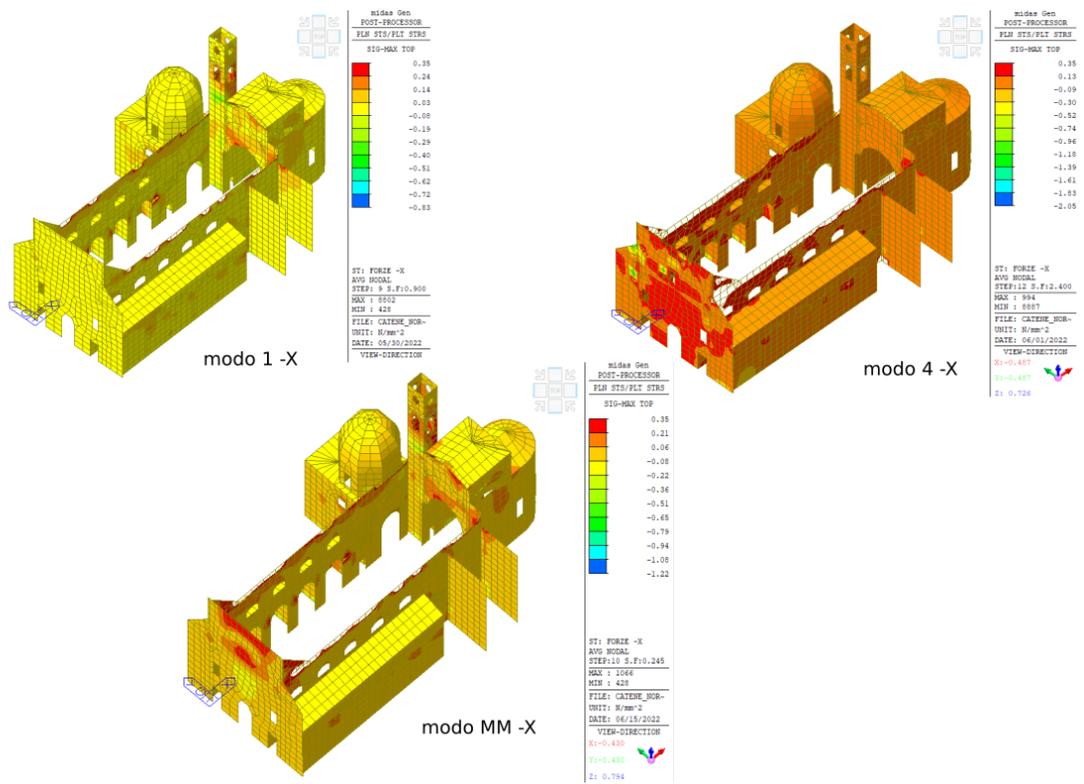


Figura 10.39: Confronto tra sollecitazioni in direzione -X

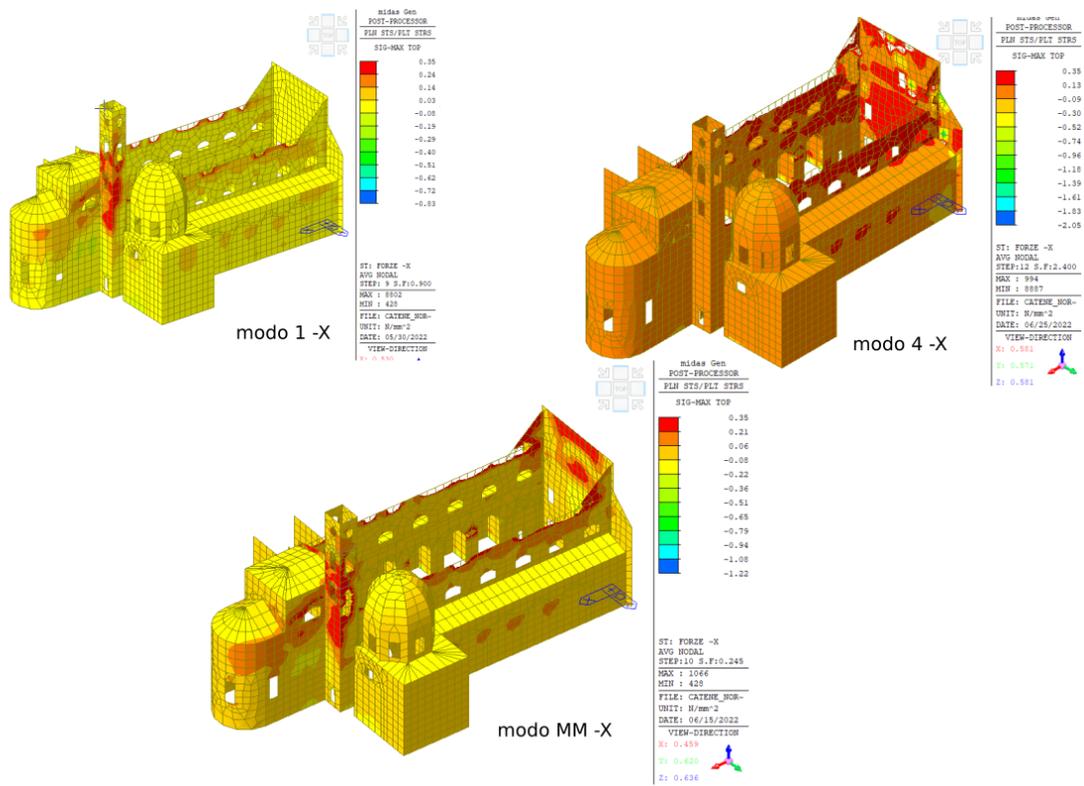
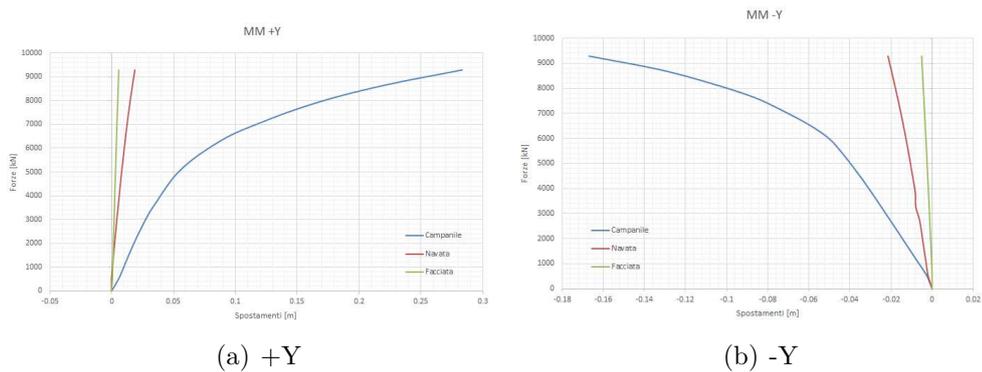


Figura 10.40: Confronto tra sollecitazioni in direzione -X

10.3.2 Direzione Y

Le curve ottenute per i vari punti di controllo evidenziano, anche in questo caso, la prevalenza della curva del campanile (Figura 10.41):



(a) +Y

(b) -Y

Figura 10.41: Curve di capacità con distribuzioni multi-modali in direzione Y

Le curve del campanile sono messe a confronto nella Figura 10.42:

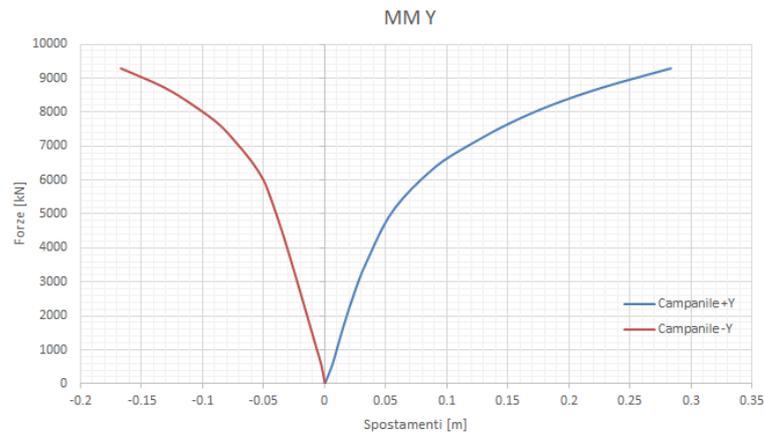


Figura 10.42: Curve di capacità con distribuzione multi-modale in direzione Y

Di seguito riportiamo anche il confronto fra le curve di pushover ricavate nelle analisi uni-modali e in quelle multi-modali, in questo caso solo per il macro-elemento campanile. Ricordiamo comunque che nel caso del modo 3 i tagli sono elevati perché questo modo coinvolge tutta la struttura, infatti i tagli alla base del solo campanile sono nell'ordine dei 2000 kN.

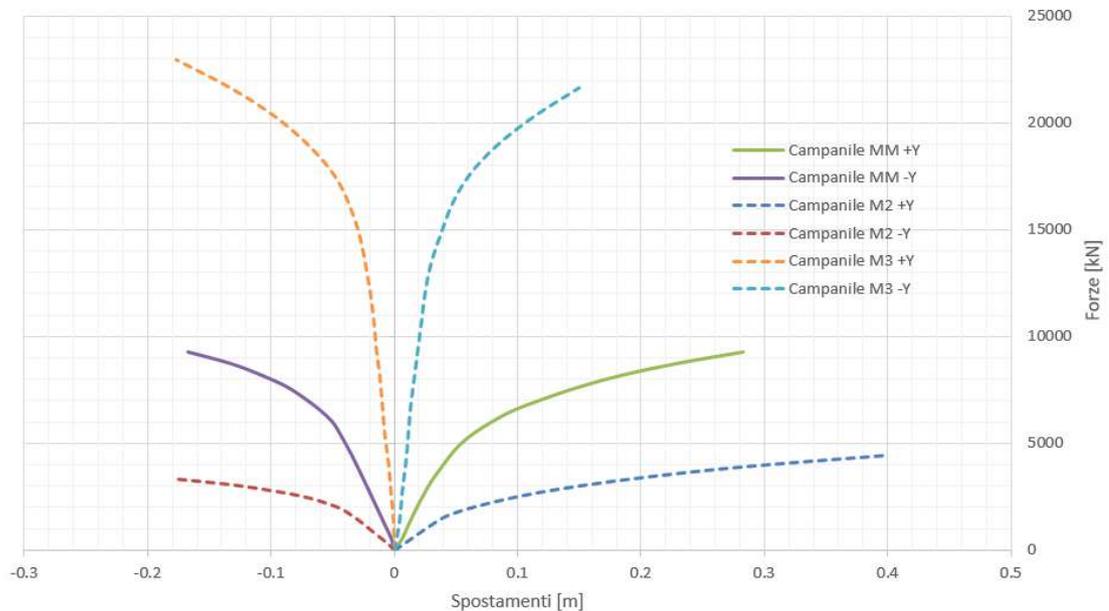
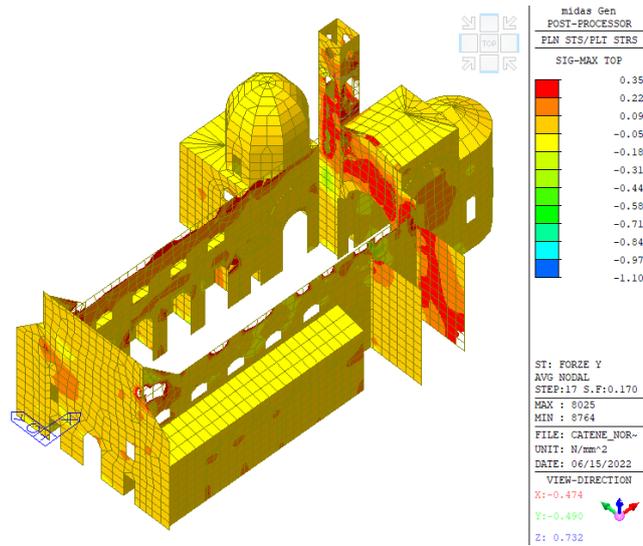
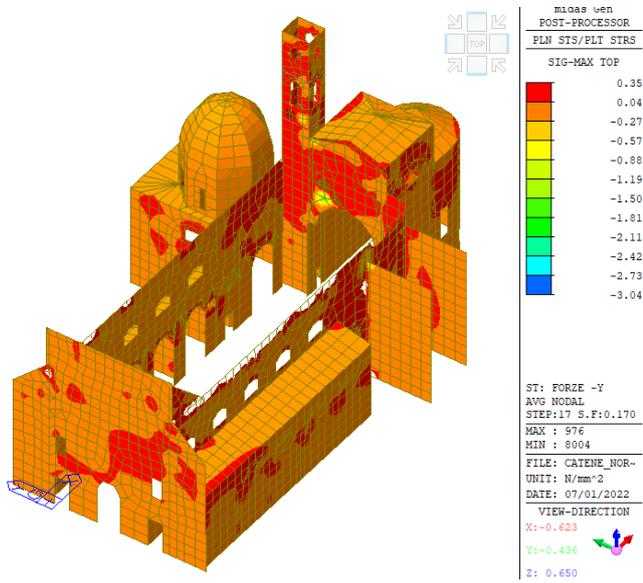


Figura 10.43: Confronto tra curve di capacità in direzione Y

Le sollecitazioni raggiunte all'ultimo step di carico sono invece presentate nelle Figure 10.44,10.45

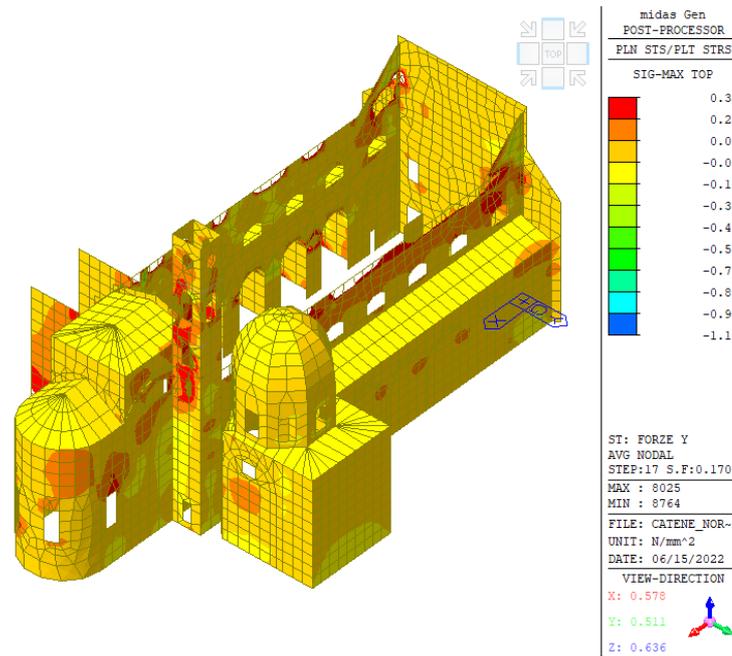


(a) +Y

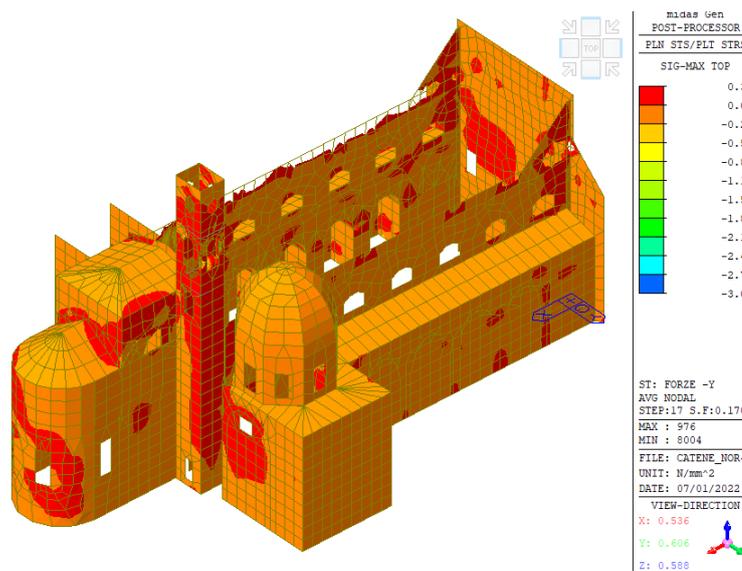


(b) -Y

Figura 10.44: Sollecitazioni con distribuzione multi-modale in direzione Y



(a) +Y



(b) -Y

Figura 10.45: Sollecitazioni con distribuzione multi-modale in direzione Y

Per chiarezza e per far comprendere adeguatamente i risultati raggiunti riportiamo dei confronti fra le sollecitazioni ottenute dall'analisi uni-modale e quelle dall'analisi multi-modale (Figure 10.47,10.49). Per la direzione Y si utilizzano le

analisi del secondo e del terzo modo.

Anche in questo caso le sollecitazioni delle distribuzioni multi-modali coincidono con le combinazioni delle delle sollecitazioni delle distribuzioni uni-modali. In particolare nel modo 2 risultavano coinvolti il campanile ed il presbiterio, mentre nel modo 3 la parte absidale e la facciata. Quindi nell'analisi multi-modale tutti questi macro-elementi vengono coinvolti.

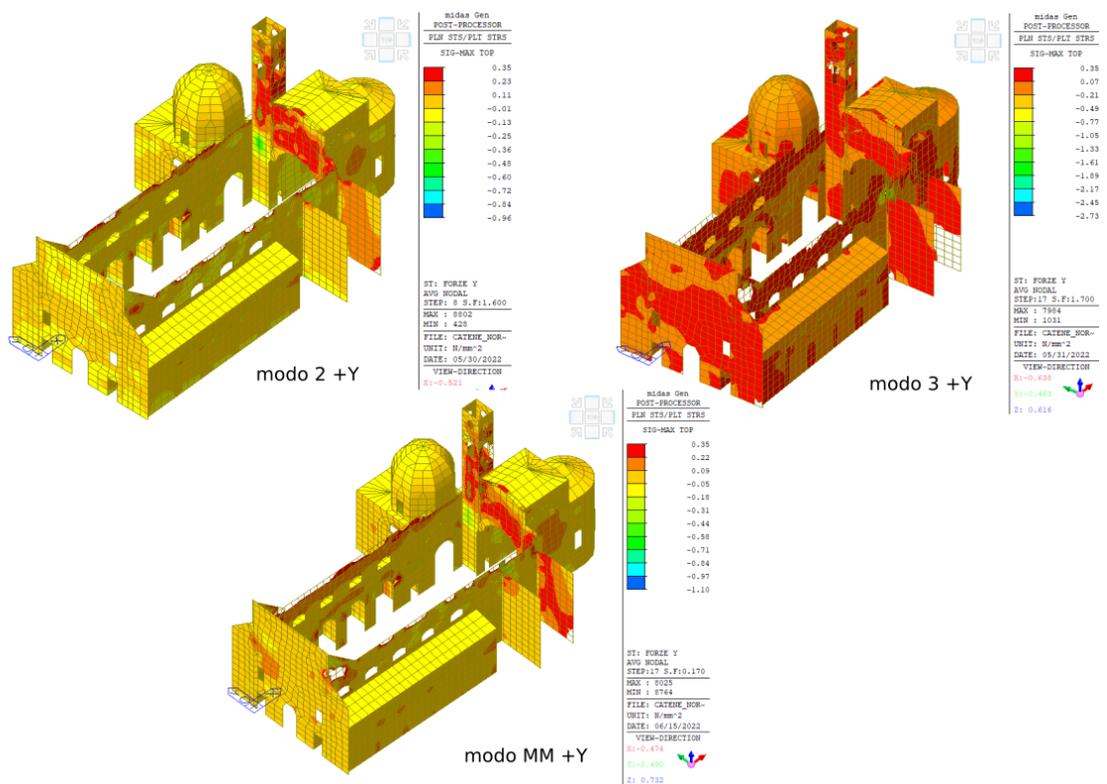


Figura 10.46: Confronto tra sollecitazioni in direzione +Y

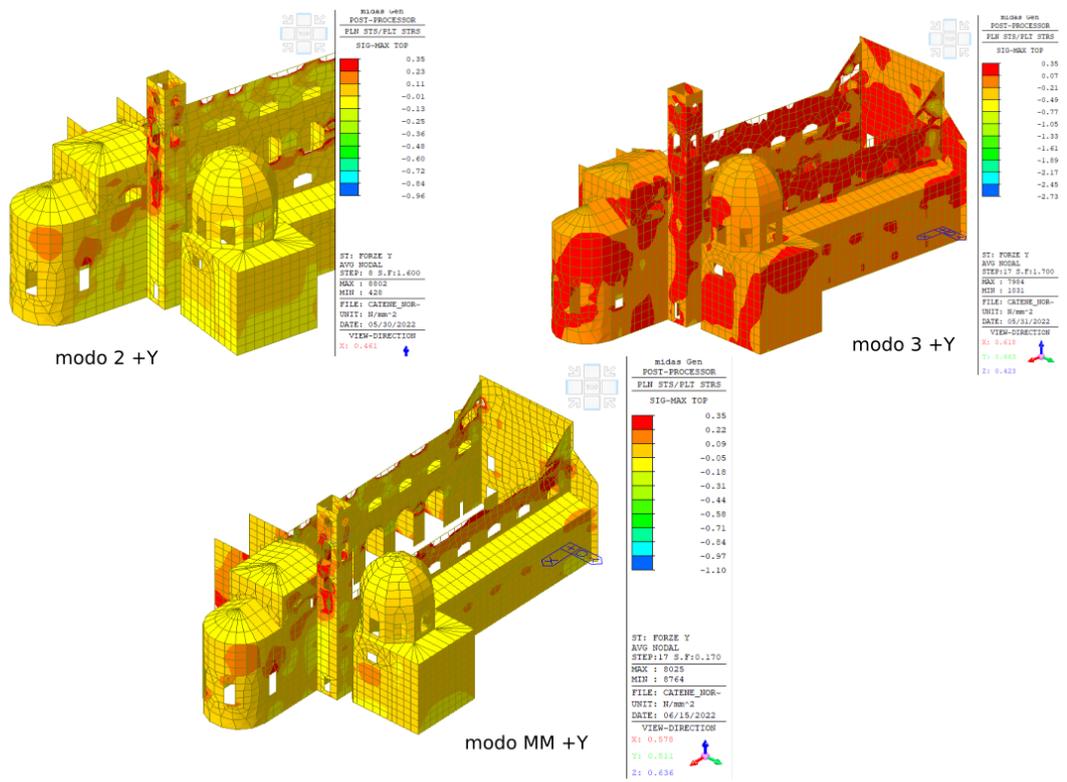


Figura 10.47: Confronto tra sollecitazioni in direzione +Y

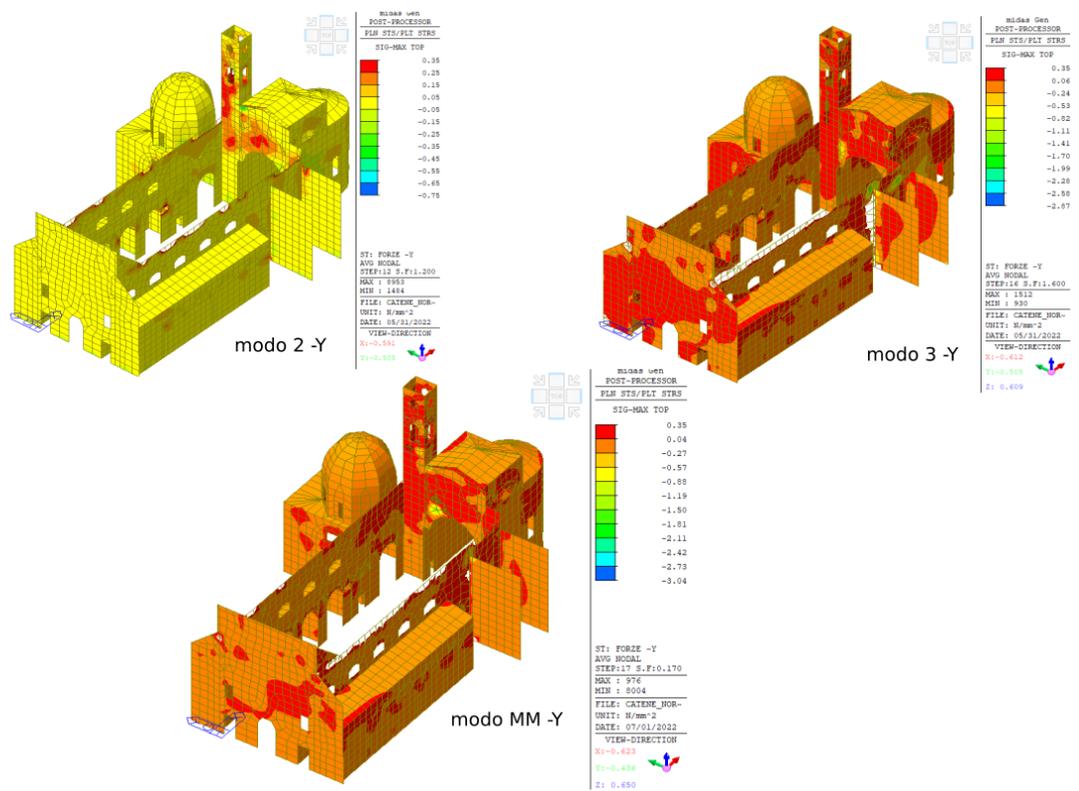


Figura 10.48: Confronto tra sollecitazioni in direzione -Y

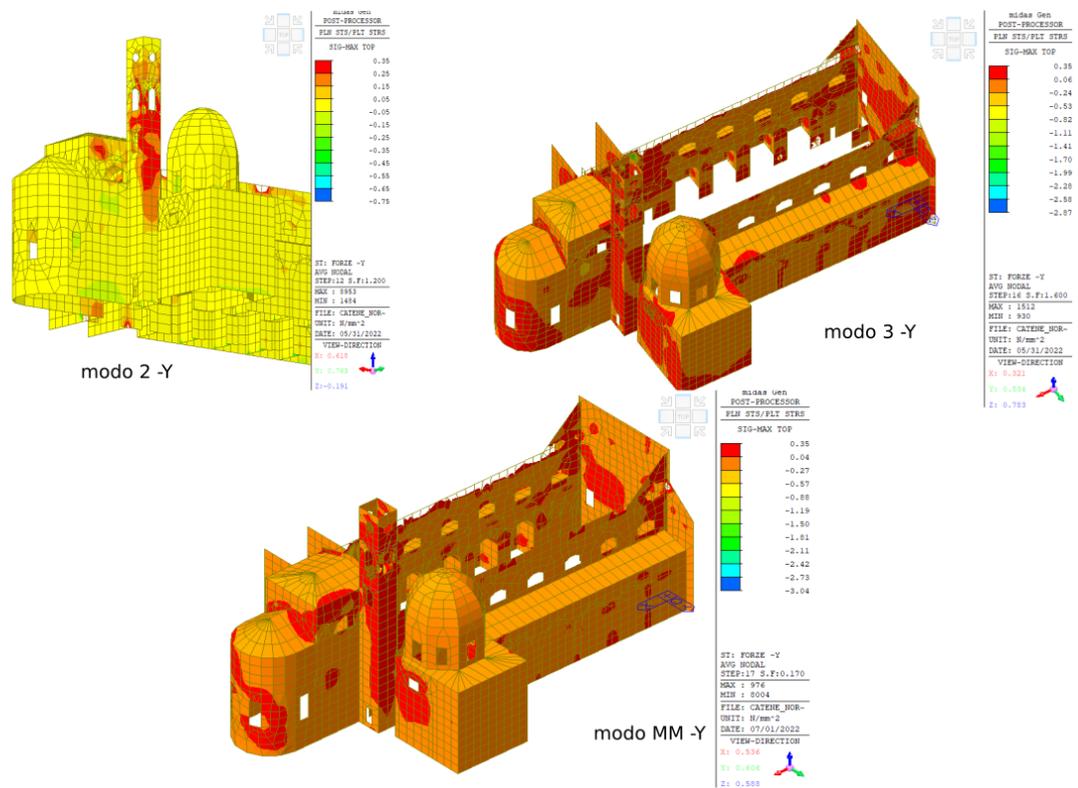


Figura 10.49: Confronto tra sollecitazioni in direzione -Y

10.3.3 Individuazione del punto di prestazione

Si è poi proceduto con l'individuazione del punto di prestazione con il METODO B anche per le curve di capacità ottenute dall'analisi multi-modale. Tuttavia nella letteratura studiata, non si fa riferimento ad un metodo per il calcolo di un fattore di partecipazione equivalente. Quindi è stato deciso di calcolarlo con lo stesso metodo utilizzato per ricavare l'autovettore equivalente: attraverso una combinazione lineare (Eq 10.2).

$$\Gamma_{eq} = \sqrt{\sum_{n=1}^N \Gamma_n^2} \quad (10.2)$$

con n pari al numero di modi principali che si vogliono combinare. Abbiamo quindi ricavato:

$$\Gamma_{eq,x} \quad 3.83$$

$$\Gamma_{eq,y} \quad 4.61$$

Tabella 10.12: Fattori di partecipazione modale equivalenti

Di seguito verranno riportati le verifiche grafiche nello spazio ADRS e le verifiche numeriche.

Direzione +X

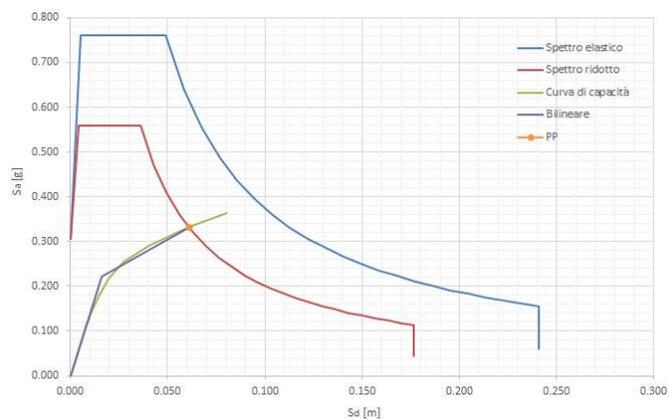


Figura 10.50: PP per distribuzione multi-modale in direzione +X

d_u^*	d_{max}^*	d_u	d_{max}	ξ_E	η
[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]
0.08	0.061	0.308	0.233	1.38	0.734

Tabella 10.13: Verifica numerica per distribuzione multi-modale in direzione +X

Direzione -X

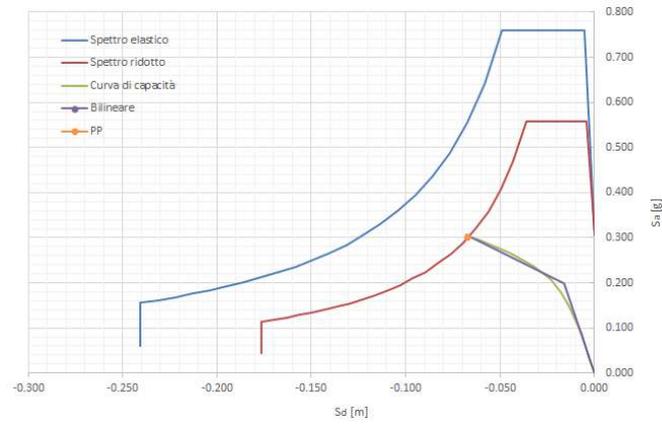


Figura 10.51: PP per distribuzione multi-modale in direzione -X

d_u^*	d_{max}^*	d_u	d_{max}	ξ_E	η
[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]
-0.062	-0.067	-0.239	-0.257	0.93	0.733

Tabella 10.14: Verifica numerica per distribuzione multi-modale in direzione -X

Direzione +Y

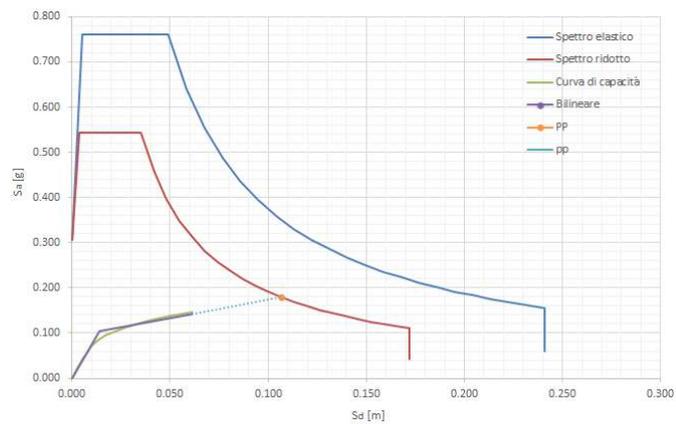


Figura 10.52: PP per distribuzione multi-modale in direzione +Y

d_u^*	d_{max}^*	d_u	d_{max}	ξ_E	η
[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]
0.062	0.107	0.229	0.491	0.78	0.714

Tabella 10.15: Verifica numerica per distribuzione multi-modale in direzione +Y

Direzione -Y

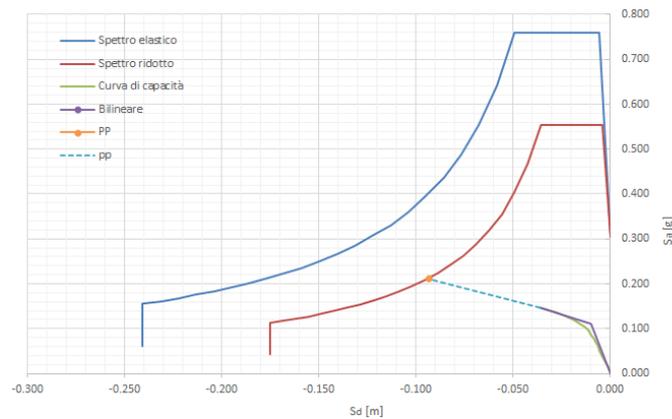


Figura 10.53: PP per distribuzione multi-modale in direzione -Y

d_u^*	d_{max}^*	d_u	d_{max}	ξ_E	η
[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]
-0.089	-0.093	-0.132	-0.429	0.56	0.728

Tabella 10.16: Verifica numerica per distribuzione multi-modale in direzione -Y

Tranne che per la direzione +X, le altre direzioni non risultano verificate: il PP è maggiore dello spostamento ultimo raggiunto dalla struttura.

Capitolo 11

Analisi dinamica non lineare

Nei capitoli precedenti si è studiato il comportamento della basilica attraverso vari tipi di analisi. Come però è già stato detto, l'analisi più completa che permette di ottenere una valutazione realistica del comportamento della struttura è quella dinamica non lineare. Ossia si calcola la risposta sismica della struttura mediante integrazione diretta delle equazioni del moto, utilizzando un modello non lineare della struttura e delle storie temporali del moto del terreno che siano sufficientemente rappresentative della sismicità del luogo.

Chiaramente questo tipo di approccio è molto complesso e richiede un alto onere computazionale al software di calcolo. Tuttavia si è deciso di implementarla per poter confrontare e validare appropriatamente tutti i risultati fin qui ottenuti.

Siamo partiti dal modello strutturale non lineare della basilica e inizialmente abbiamo applicato la storia temporale relativa al sisma del 30 Ottobre 2016, che ha provocato i danni più ingenti alla struttura. Successivamente si è passati ad incrementare questi accelerogrammi per poter verificare fino a quale intensità la struttura avrebbe continuato ad esercitare le sue funzioni. Nei paragrafi seguenti verranno presentati tutti i risultati raggiunti.

11.1 Risultati con storia temporale 30 Ottobre 2016

Come già detto, la storia temporale utilizzata è quella relativa alle registrazioni effettuate il 30 Ottobre 2016 dalla stazione di Tolentino in concomitanza con il sisma di magnitudo 6.5 con epicentro tra i paesi di Norcia e Castelsantangelo (PG), che si è rivelato essere la scossa più intensa tra quelle che hanno colpito l'Italia centrale nel 2016.

Le tre componenti dell'accelerazione (nelle tre direzioni X, Y,Z) sono state opportunamente decampionate e sono stati aggiunti 100 punti a valore nullo

all'inizio e alla fine per evitare impulsi alla struttura non voluti (Figura 11.1). Come si evince, l'accelerazione massima a cui viene sottoposta la struttura è di 0.11g.

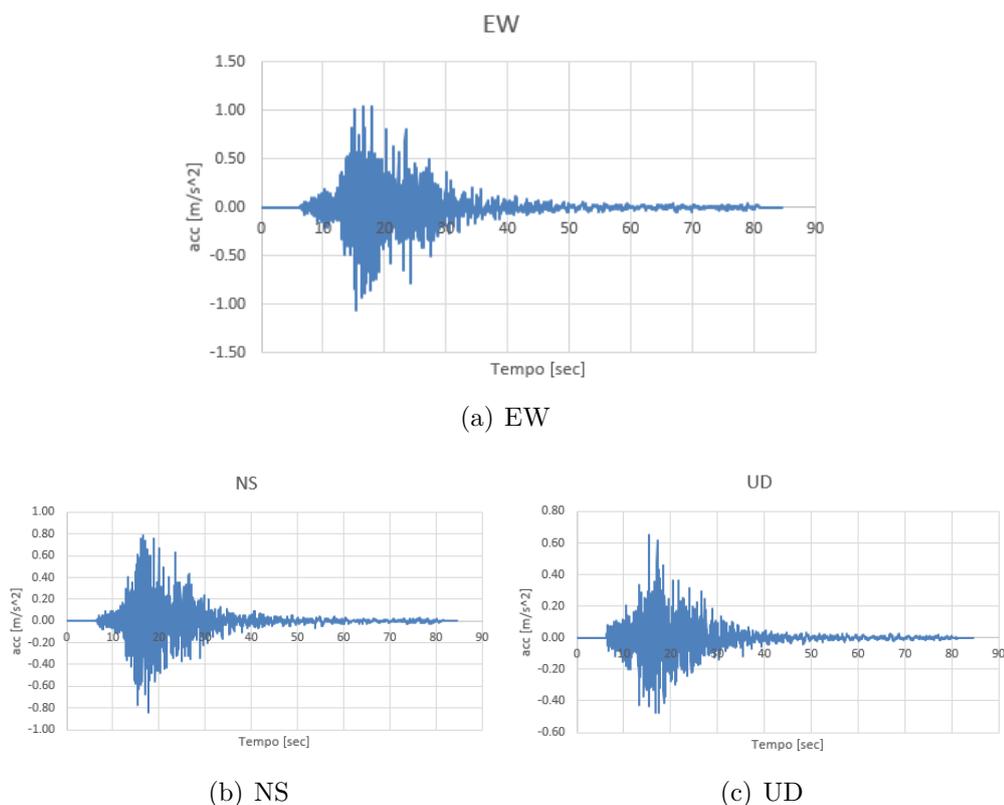
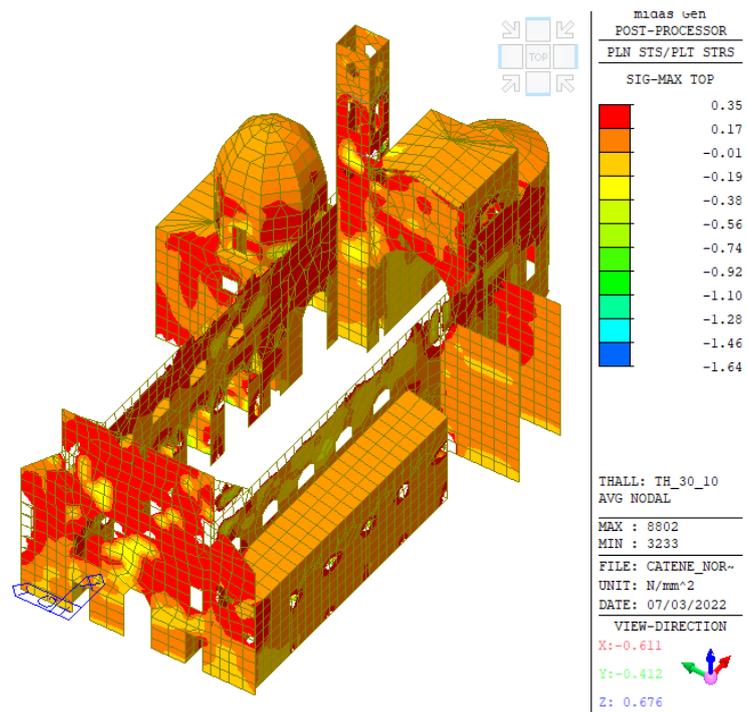


Figura 11.1: Storia temporale 30 Ottobre 2016

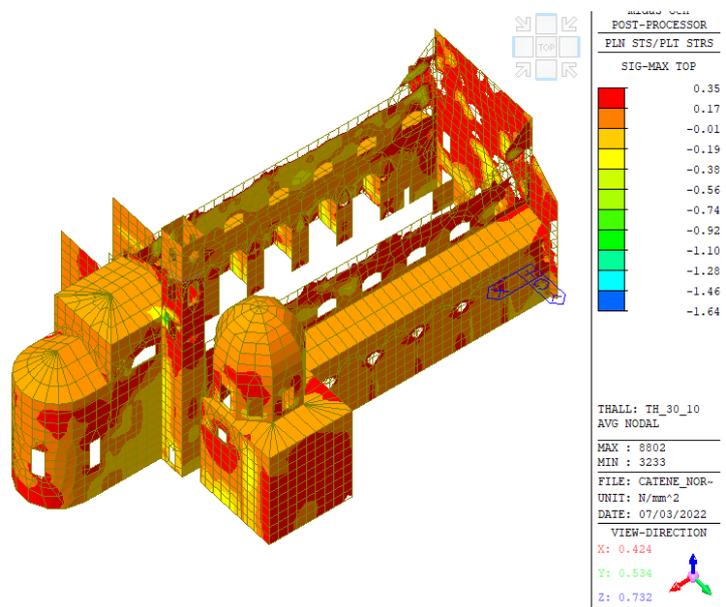
Le analisi sono state quindi condotte con un End Time di 50 s e un Time Increment di 0.02 s e per l'integrazione è stato scelto il metodo di Newmark.

In termini di tensioni si sono ottenuti i risultati riportati nella Figura 11.2. Anche in questo caso si è deciso di tagliare le tensioni in base al legame costitutivo e pertanto tutte le parti non colorate della struttura sono quelle in cui si è andati oltre al limite sopportabile della muratura.

Come è possibile notare, i macro-elementi più danneggiati risultano la facciata con i contrafforti, la zona absidale e la parte della navata centrale al di sopra delle aperture. Questo risultato coincide con quanto rilevato in loco dalle squadre del Politecnico e opportunamente descritto nel Paragrafo 6.5. In particolare nella Figura 11.3 si fa un confronto diretto tra i principali danneggiamenti riscontrati e i livelli tensionali ottenuti dall'analisi dinamica non lineare.



(a)



(b)

Figura 11.2: Sollecitazioni

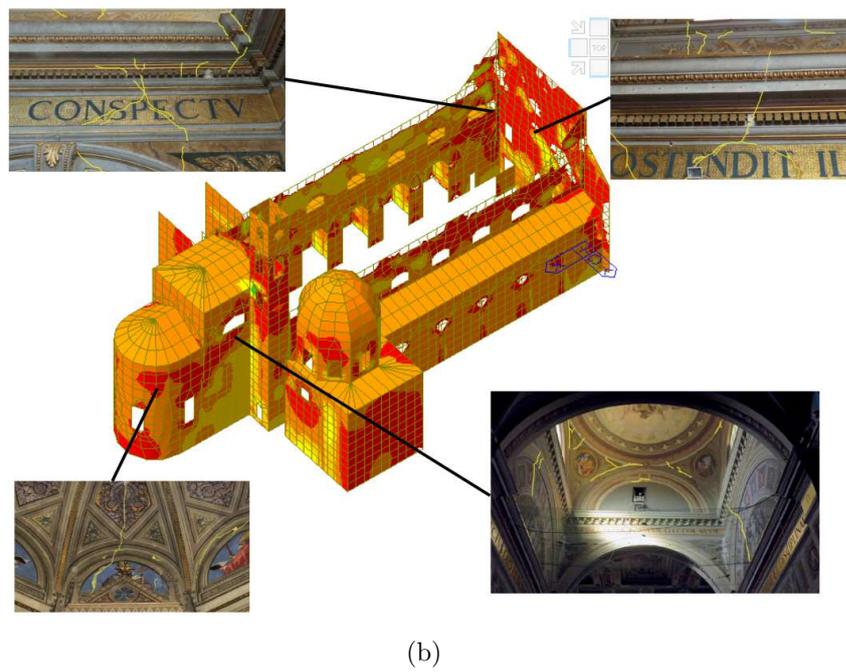
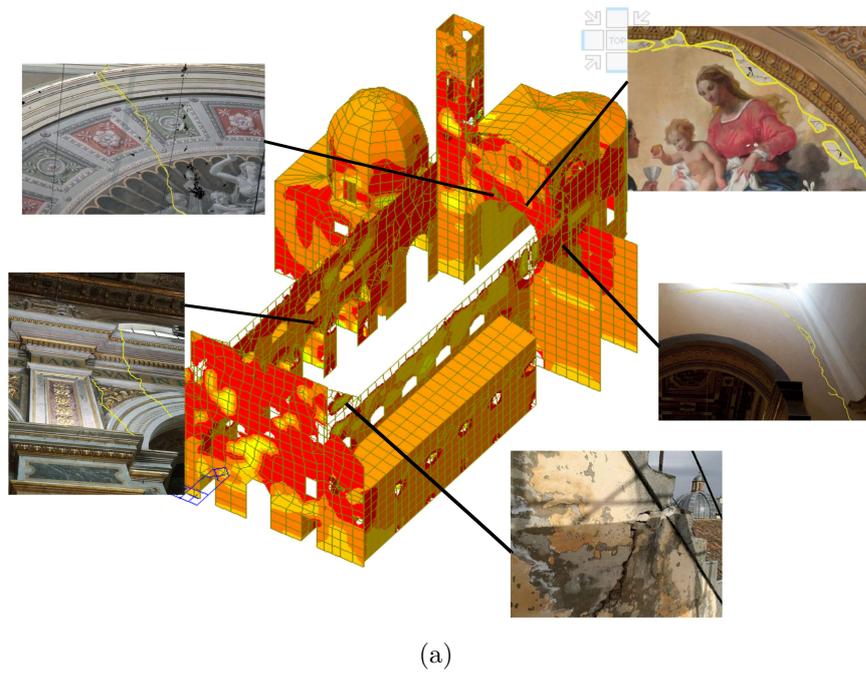


Figura 11.3: Sollecitazioni

Si fa notare che nelle analisi statiche lineari abbiamo trovato riscontro con i danneggiamenti effettivi della struttura. Ma nel caso delle analisi uni-modali, ogni

modo evidenziava un macro-elemento danneggiato singolarmente. Mentre nel caso delle multi-modali si sono ottenuti dei danneggiamenti che coinvolgono più parti, anche se tali livelli di sollecitazione non sono mai stati raggiunti.

Abbiamo anche estratto i risultati relativi agli spostamenti e alle accelerazioni massime riscontrate nei macro-elementi della struttura indagati nell'analisi statica non lineare (Figure 11.4, 11.5). Nel campanile in direzione x troviamo un'accelerazione pari a 0.68g, mentre in direzione y pari a 0.51g. Mentre sulla facciata in direzione x è stata registrata un'accelerazione pari a 0.93g, e nell'altra direzione di 0.2g. Ricordiamo che i grafici sono troncati al 50esimo secondo perchè l'analisi della struttura è stata condotta fino a quel punto.

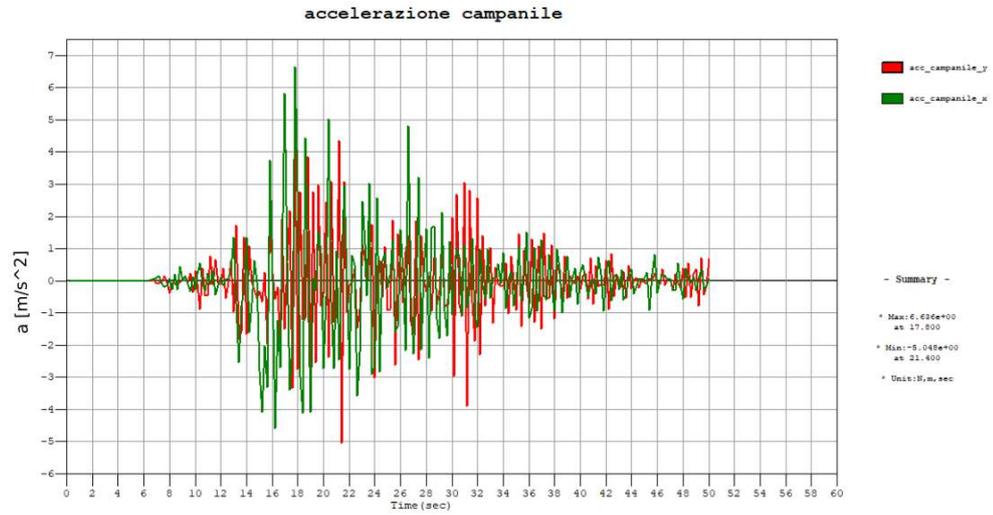
Riportiamo nelle Tabelle 11.1,11.2 , le accelerazioni e gli spostamenti massimi ricavati nell'analisi statica non lineare rispettivamente uni-modale e multi-modali.

Direzione	a	d	macro-elemento
-	[g]	[m]	-
1 +X	0.572	0.327	campanile
1 -X	0.429	-0.170	campanile
2 +Y	0.572	0.401	campanile
2 -Y	0.395	-0.179	campanile
3 +Y	0.72	-0.177	campanile
3 -Y	0.677	0.149	campanile
4 +X	0.839	0.205	facciata
4 -X	0.775	-0.307	facciata

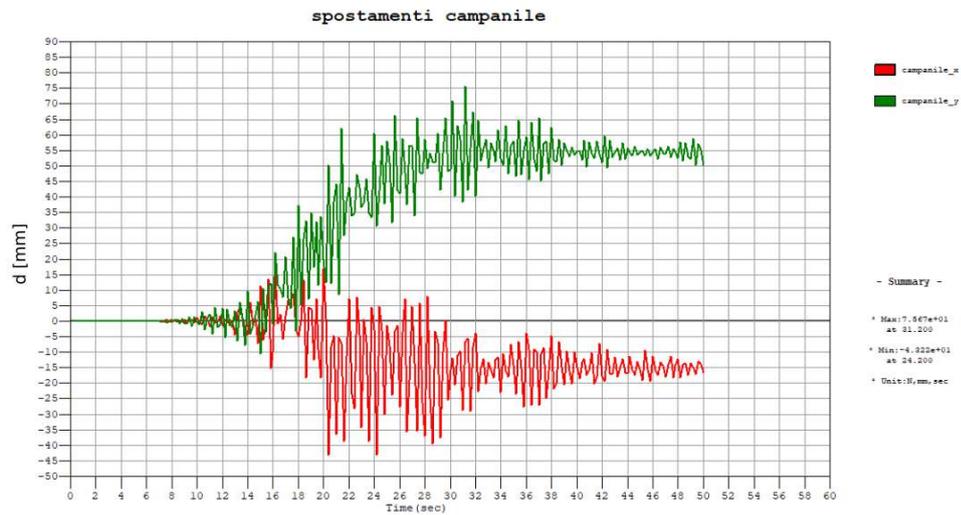
Tabella 11.1: Risultati pushover uni-modale

Direzione	a	d	macro-elemento
-	[g]	[m]	-
+X	0.363	0.308	campanile
-X	0.297	-0.238	campanile
+Y	0.146	0.286	campanile
-Y	0.146	-0.166	campanile

Tabella 11.2: Risultati pushover multi-modale

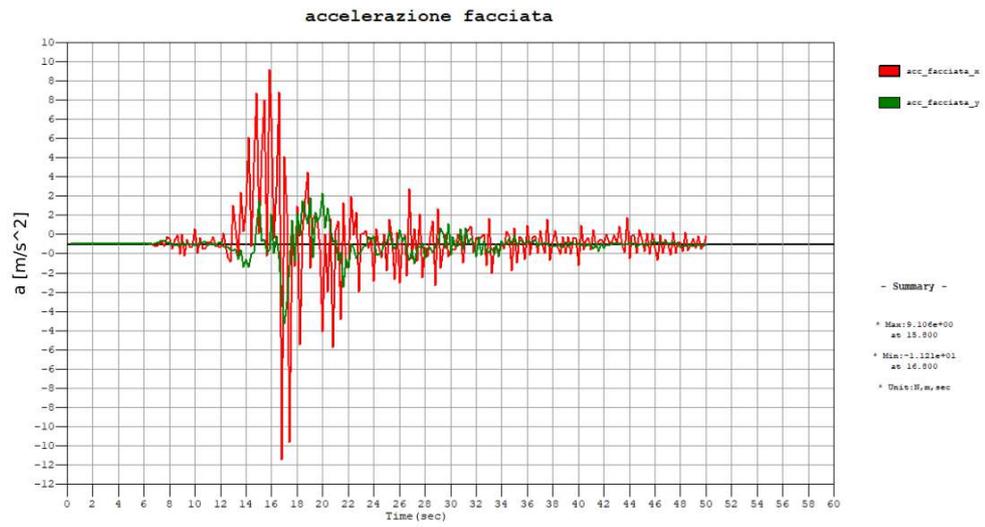


(a)

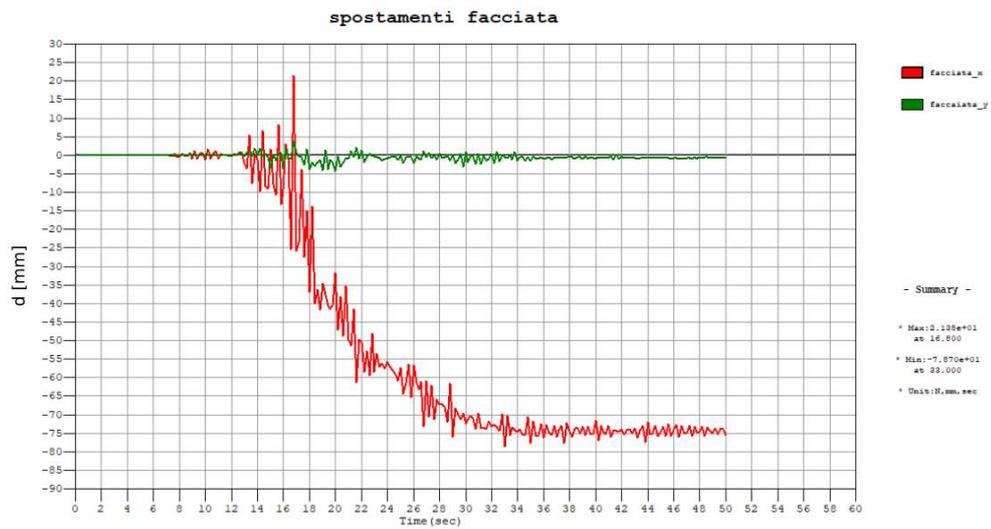


(b)

Figura 11.4: Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento campanile



(a)



(b)

Figura 11.5: Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento facciata
179

Come risulta da questi valori, l'accelerazione totale a cui la struttura è sottoposta (0.11g) risulta più compatibile con i valori ottenuti dall'analisi multi-modale. Mentre i valori della analisi uni-modali sono più confrontabili con quelli dei singoli macro-elementi.

11.2 Risultati con storie temporali incrementate

Successivamente, si è cercato di incrementare la storia temporale del 30 Ottobre 2016 in modo tale da verificare fino a che accelerazione massima la struttura sarebbe stata in grado ancora di lavorare.

Si sono quindi incrementati gli accelerogrammi dei fattori: 1.2 , 1.4, 1.6, 1.8. L'incremento di 1.8 è stato l'ultimo che ha portato a convergenza l'analisi, da qui in poi non si è riusciti a portare a termine la simulazione.

Nella tabella 11.3 sono presentati i valori massimi di accelerazione ottenuti in ciascuna delle analisi incrementali effettuate. Si nota come con l'incremento di 1.4 l'accelerazione massima coincide con quella ricavata nell'analisi multimodale in direzione Y.

Incremento	a [g]
1.2	0.128
1.4	0.145
1.6	0.171
1.8	0.193

Tabella 11.3: Accelerazioni massime raggiunte

Nelle Figure 11.6, 11.7 sono riportati i livelli tensionali raggiunti, che aumentano con l'aumentare del fattore incrementale fino a giungere alla situazione peggiore con la maggior parte della muratura che ha superato il limite di trazione.

Riportiamo inoltre tutti gli spostamenti e le accelerazioni ricavate sul campanile e sulla facciata, in modo da poterli confrontare con le Tabelle 11.1,11.2 dei risultati dell'analisi pushover.

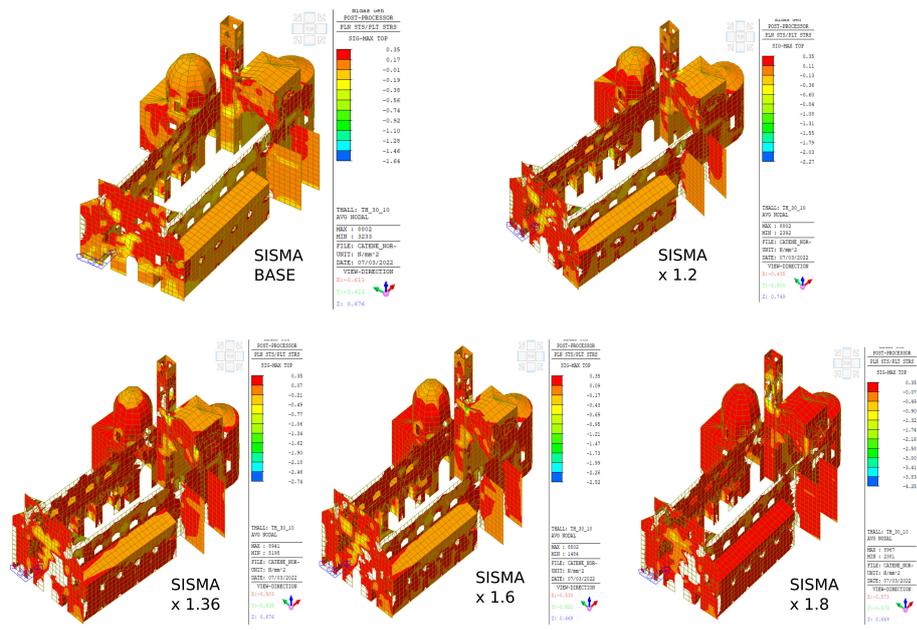


Figura 11.6: Confronti sollecitazioni analisi dinamica non lineare incrementale

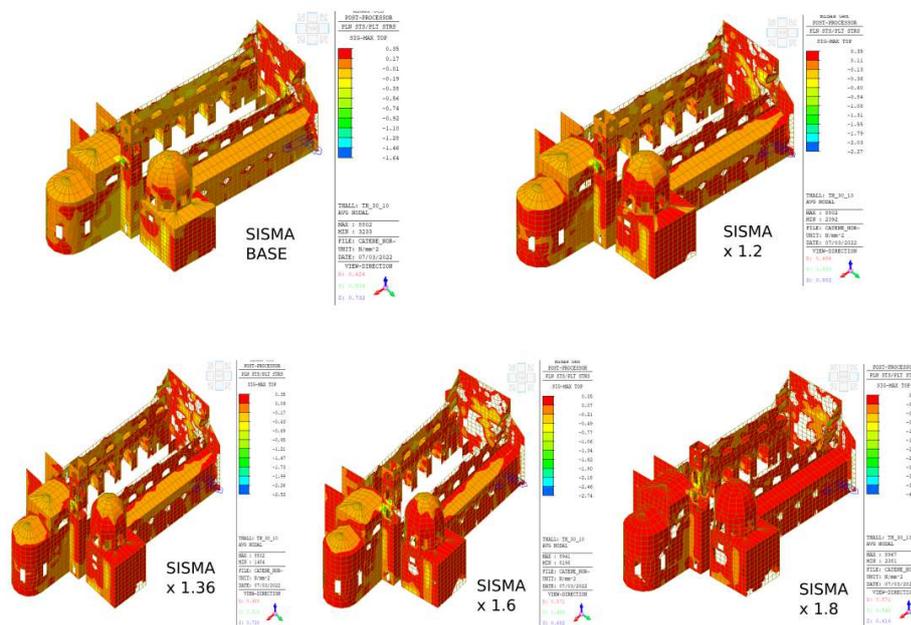
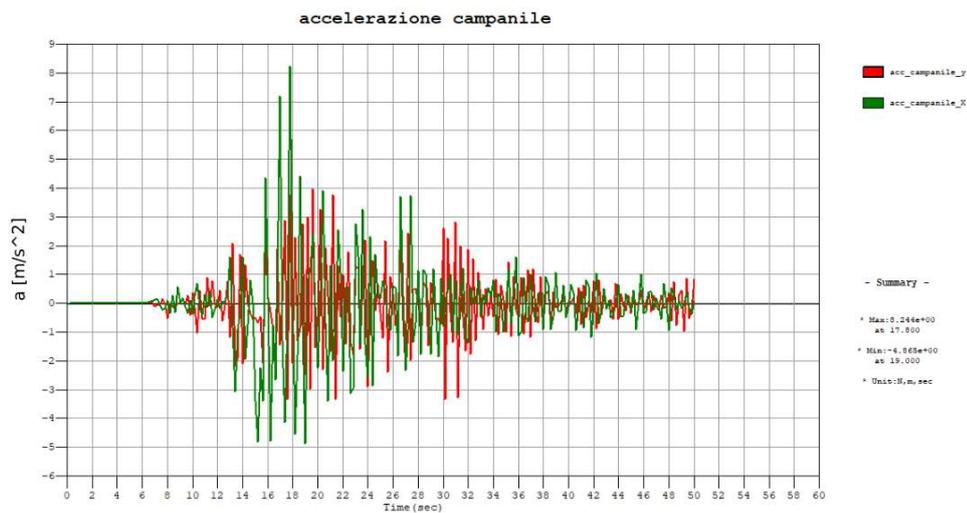
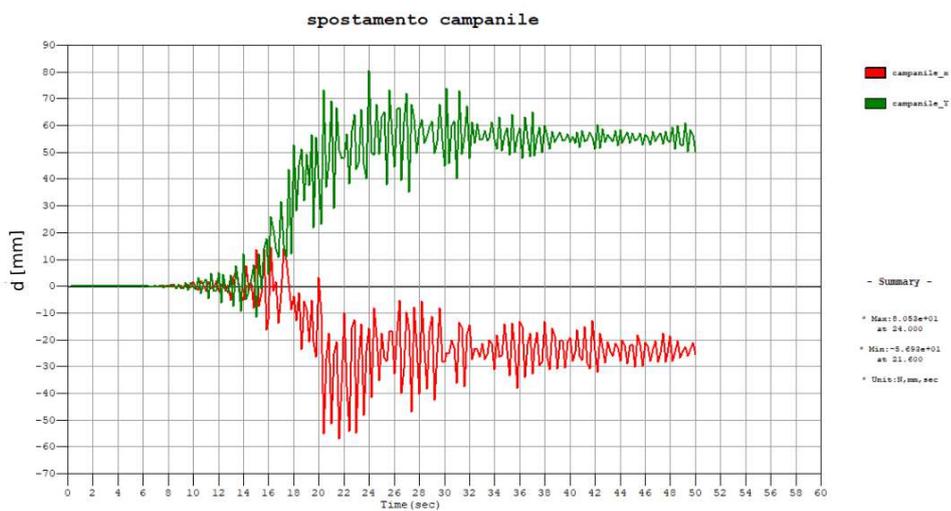


Figura 11.7: Confronti sollecitazioni analisi dinamica non lineare incrementale

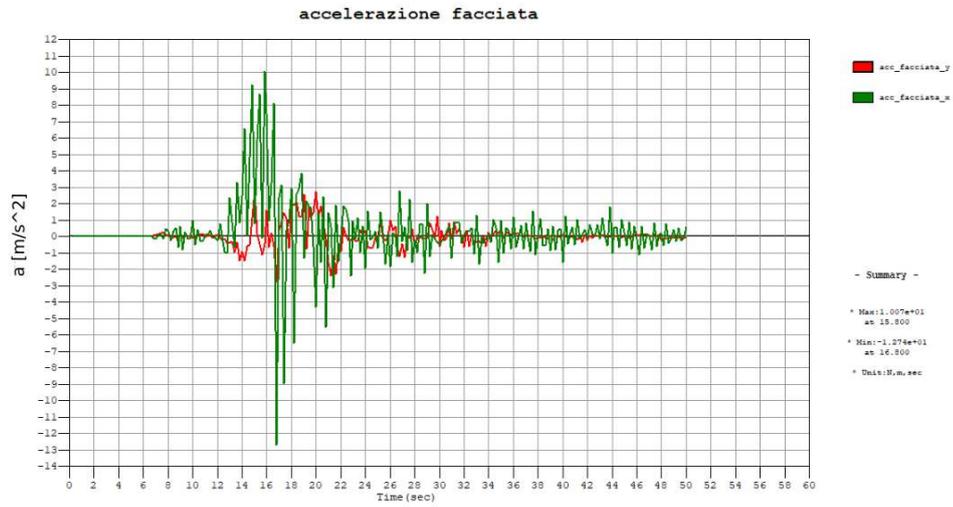


(a)

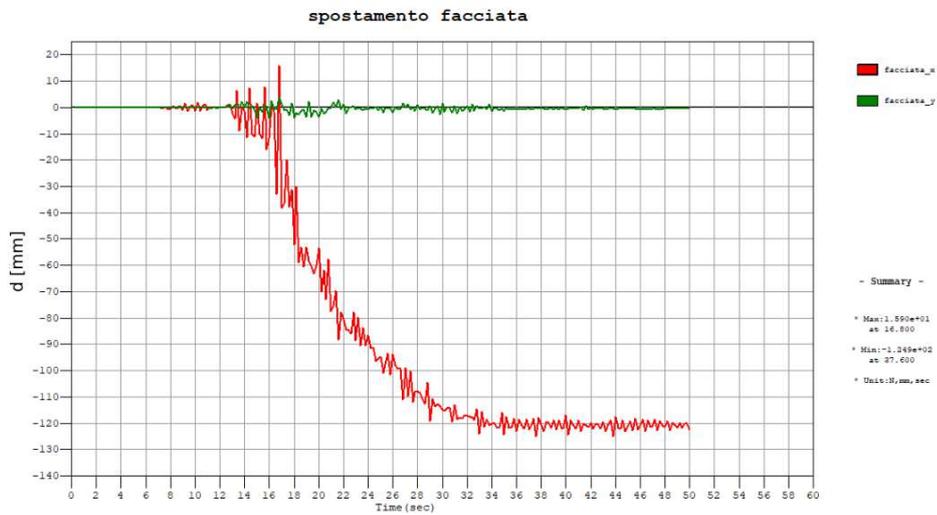


(b)

Figura 11.8: Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento campanile con fattore incrementale 1.2

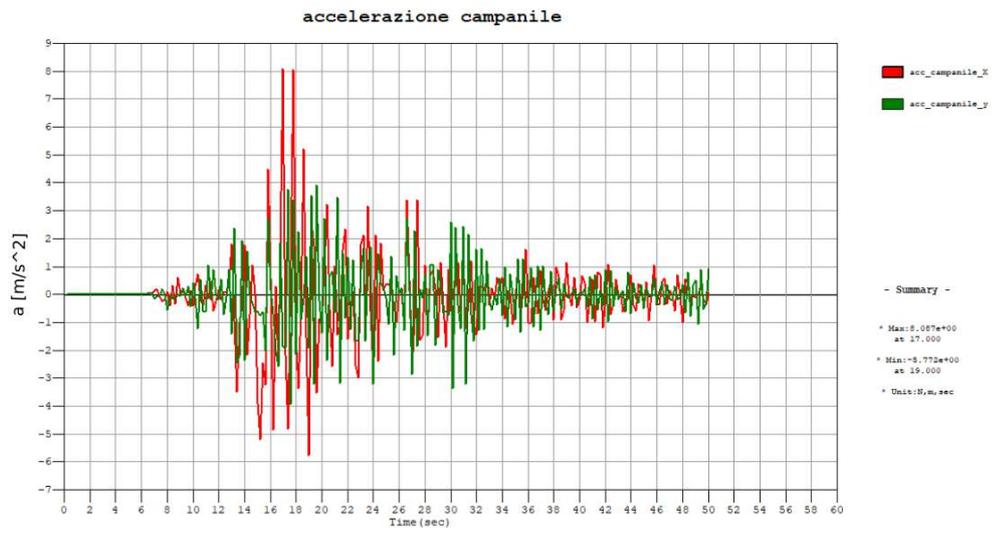


(a)

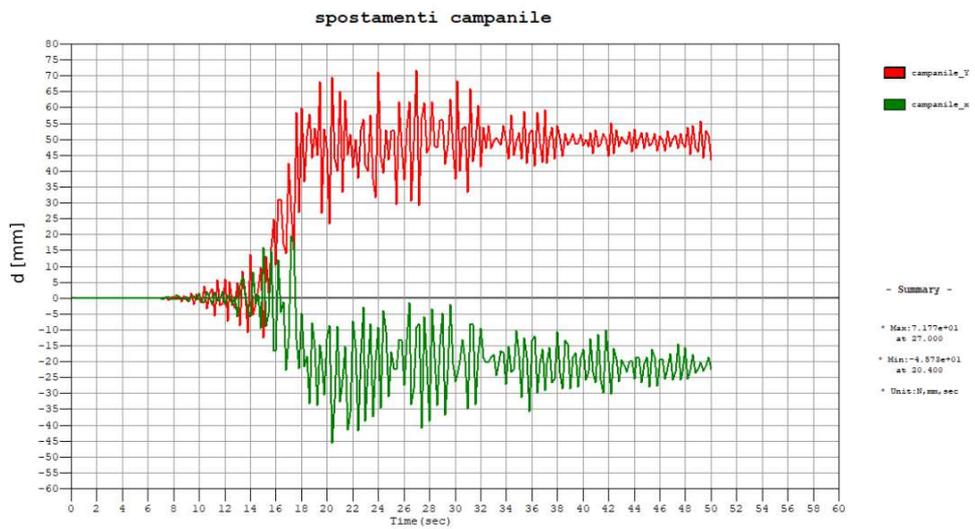


(b)

Figura 11.9: Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento facciata con fattore incrementale 1.2

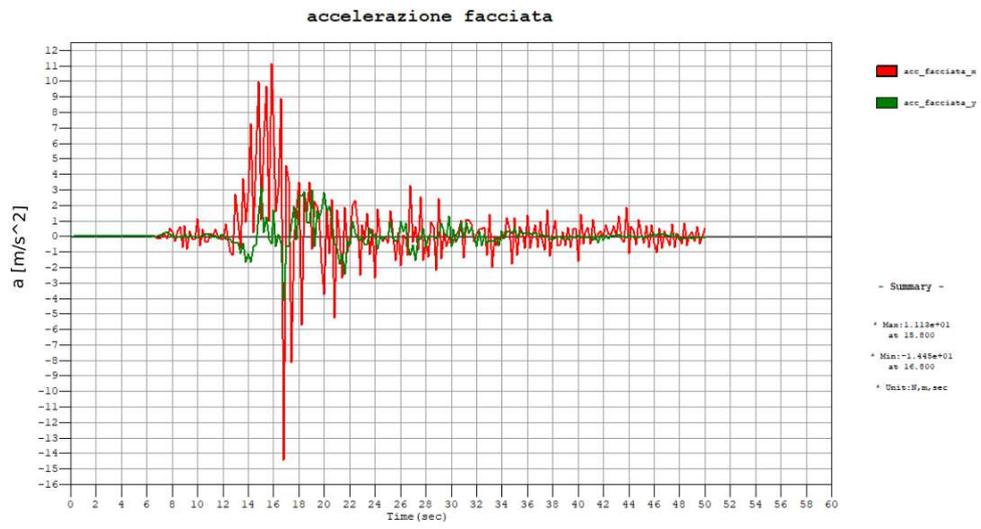


(a)

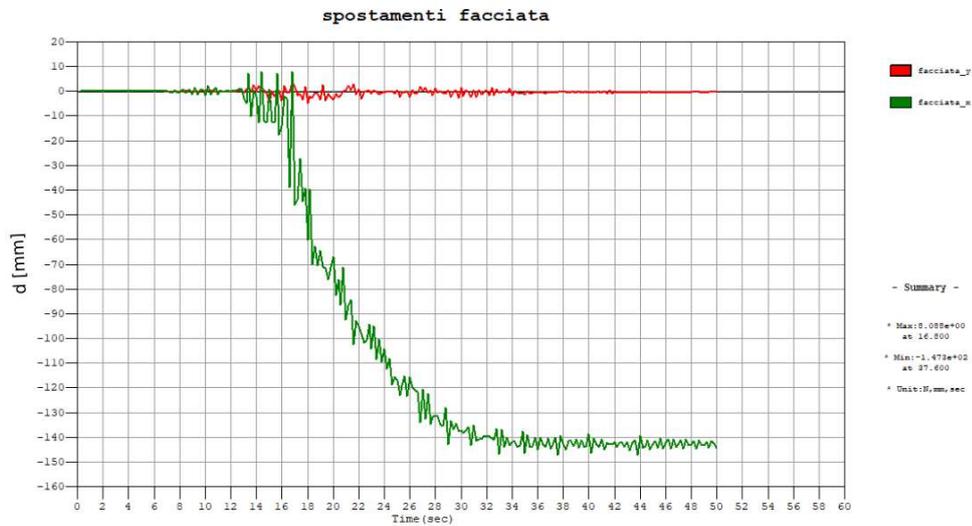


(b)

Figura 11.10: Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento campanile con fattore incrementale 1.4

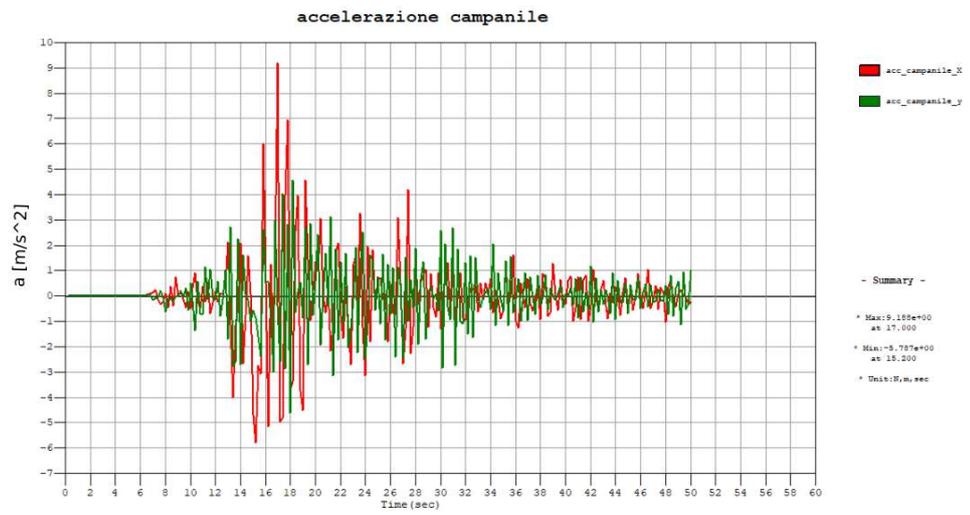


(a)

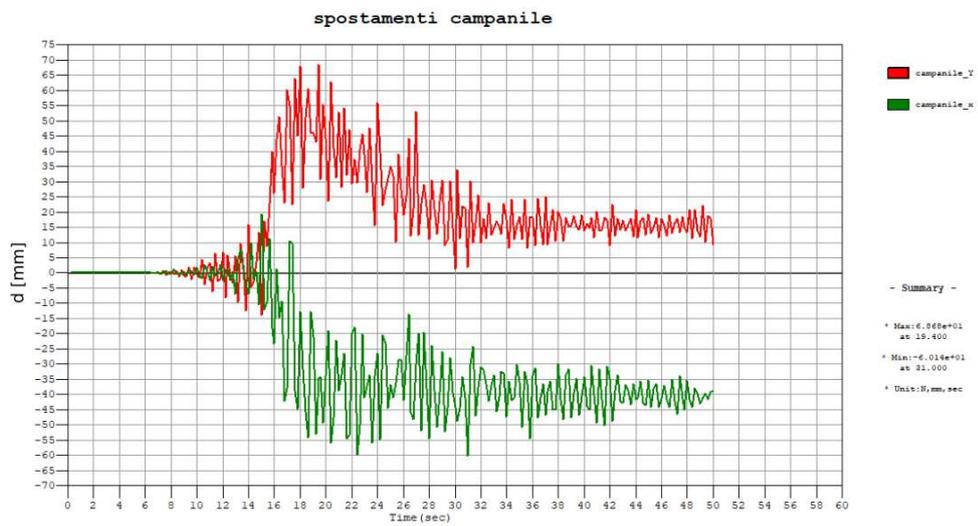


(b)

Figura 11.11: Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento facciata con fattore incrementale 1.4

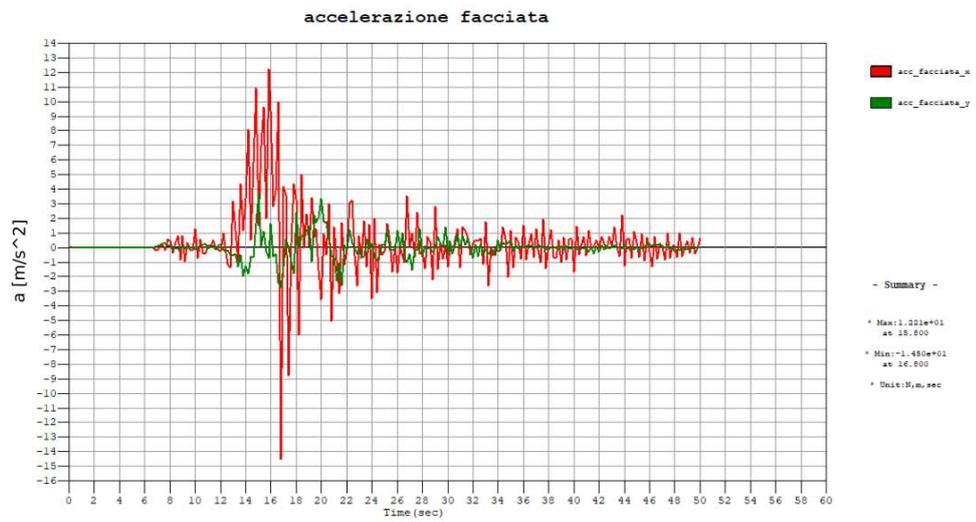


(a)

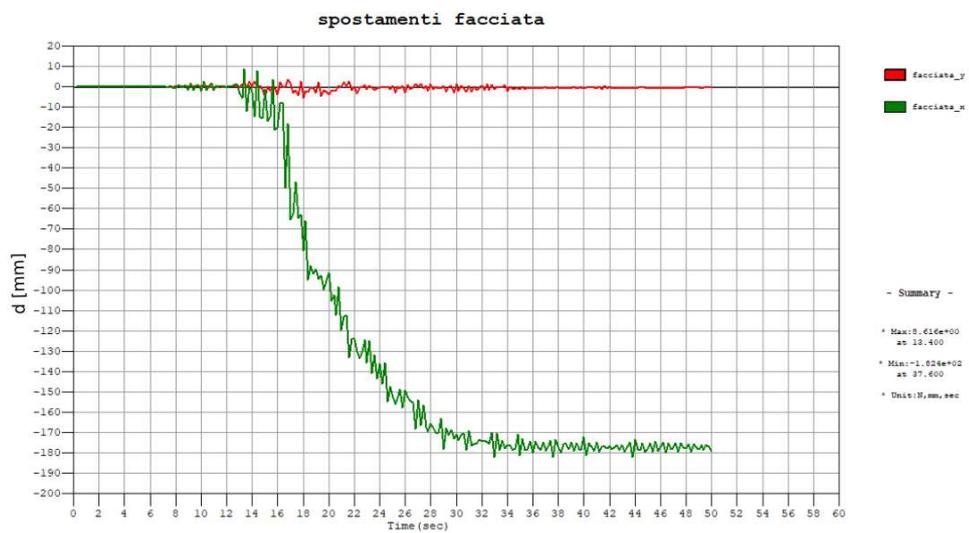


(b)

Figura 11.12: Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento campanile con fattore incrementale 1.6

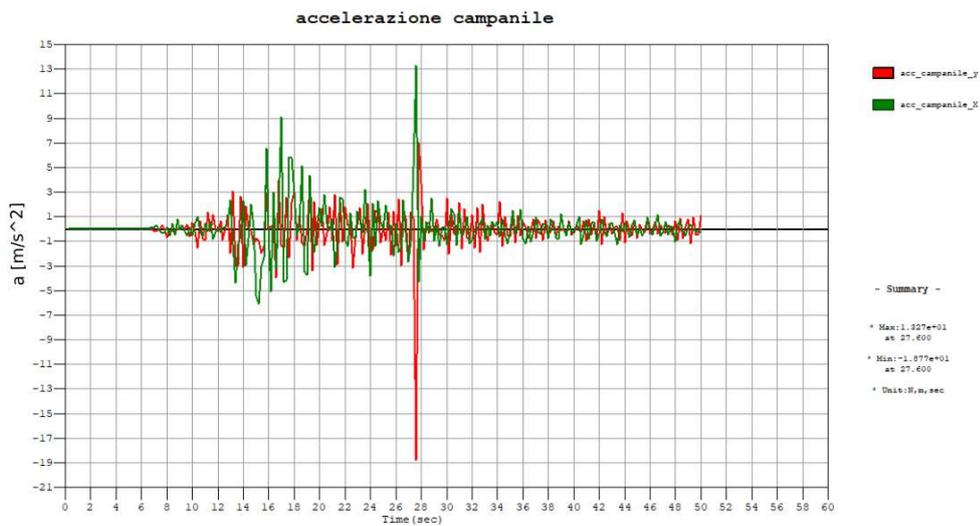


(a)

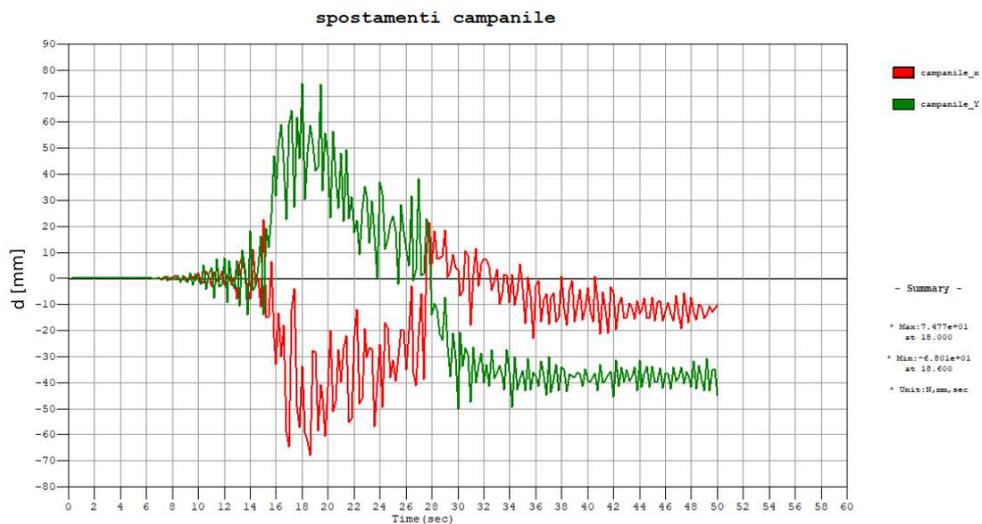


(b)

Figura 11.13: Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento facciata con fattore incrementale 1.6

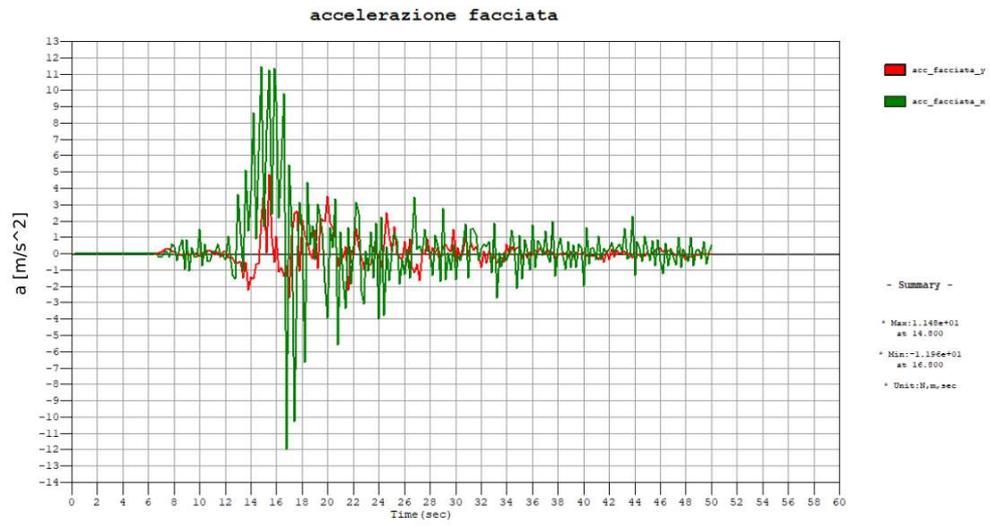


(a)

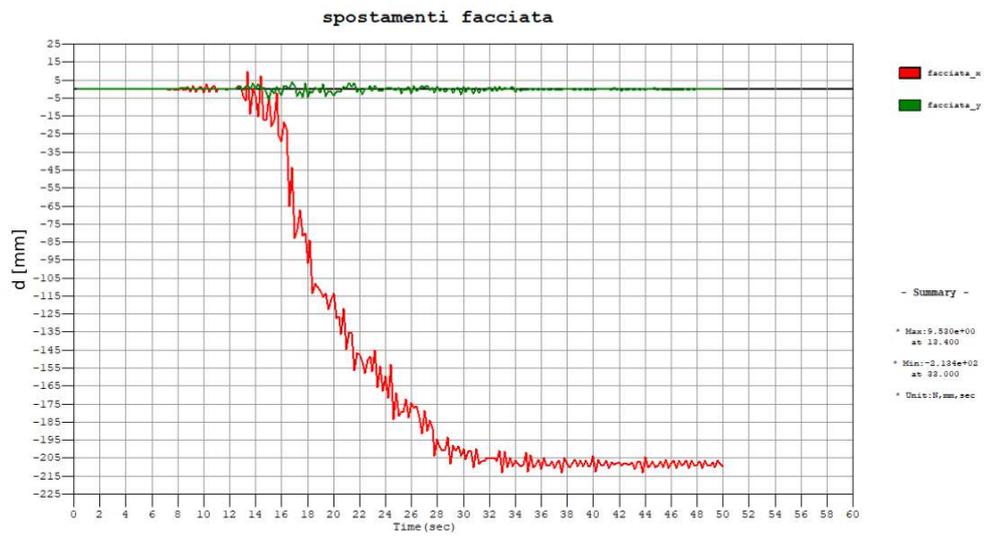


(b)

Figura 11.14: Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento campanile con fattore incrementale 1.8



(a)



(b)

Figura 11.15: Accelerazioni e spostamenti del macro-elemento facciata con fattore incrementale 1.8
189

In questi casi possiamo osservare come procedendo con le analisi incrementali gli spostamenti e le accelerazioni del campanile tendono ad assestarsi mentre i valori sulla facciata aumentano. Nell'ultima analisi incrementale la facciata risulta essere quindi l'elemento più penalizzato.

Dagli accelerogrammi utilizzati abbiamo ricavato gli spettri di risposta tramite un algoritmo matlab, in modo da poterli confrontare con lo spettro calcolato secondo le regole dell'NTC ed utilizzato nell'analisi pushover. Nella Figura 11.16 sono riportati gli spettri relativi all'accelerogramma del 30 Ottobre e all'accelerogramma incrementato del fattore 1.8. Troviamo inoltre l'accelerogramma elastico di normativa ed i riferimenti ai periodi proprio della nostra struttura.

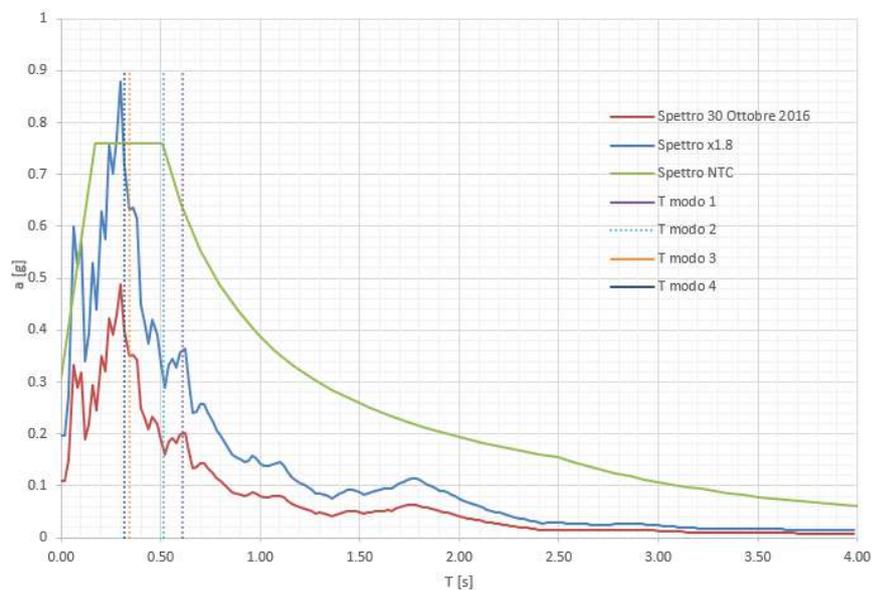


Figura 11.16: Confronti tra spettri

Come si può notare per il periodo del quarto modo, che è quello che coinvolge la facciata, lo spettro dell'accelerogramma moltiplicato per 1.8 è maggiore rispetto a quello di normativa. Mentre per i periodi dei modi che coinvolgono il campanile gli spettri ricavati dagli accelerogrammi risultano sempre inferiori rispetto a quello di normativa.

Sicuramente va sottolineato che queste analisi sono state svolte con un solo accelerogramma e per andare a definire uno spettro di progetto ne servirebbero molti altri. Queste analisi potranno quindi essere sviluppate ulteriormente in futuro per avere più termini di confronto.

Capitolo 12

Conclusioni e sviluppi futuri

L'analisi strutturale di un edificio storico è sempre un'indagine storica, in quanto tali strutture sono il risultato di trasformazioni durate secoli. Risulta quindi necessario conoscere la storia evolutiva dell'edificio, quali traumi ha subito nel tempo, quali modifiche. Va sottolineato inoltre che le tipologie edilizie storiche si ripetono ed ugualmente si ripetono i meccanismi di dissesto. In particolare per le chiese si fa sempre riferimento all'abaco dei meccanismi di collasso. È sulla base di tali meccanismi che oggi vengono sviluppati i calcoli numerici, che in genere sono di semplice equilibrio cinematico. Infatti l'individuazione delle criticità strutturali locali è fondamentale e molto significativa in edifici che difficilmente manifestano un comportamento d'insieme.

Tuttavia nell'ingegneria strutturale i modelli numerici sono diventati un valido strumento di ausilio per comprendere le criticità di un edificio. Tenendo però in considerazione che i risultati ottenuti devono sempre essere analizzati in maniera critica in quanto non prescindono da ipotesi e scelte semplificate.

Date tutte queste premesse, in questo lavoro di tesi si è deciso di analizzare le vulnerabilità sismiche della basilica di San Nicola a Tolentino con un modello globale agli elementi finiti. Alla fine dello studio, si può affermare che tutte le analisi svolte sono riuscite a farci comprendere in maniera adeguata il comportamento globale della struttura. Va però ricordato che questo è un lavoro di tesi, che si colloca nell'ambito della sperimentazione e quindi i risultati raggiunti non sono assolutamente utilizzabili per la progettazione di interventi di recupero della basilica.

Per prima cosa si è proceduto con una conoscenza approfondita dell'edificio, studiando: le fasi costruttive, le modifiche intercorse nei secoli, i quadri fessurativi e le criticità locali. Tutto ciò è stato reso possibile grazie all'intensa campagna di indagini del Politecnico di Torino a seguito del sisma del 2016.

Sulla base di queste prime informazioni è stato realizzato un modello preliminare. Successivamente, con i dati a disposizione del sistema di monitoraggio dinamico installato sulla basilica, si è applicata una procedura di model updating. In questo

modo il modello numerico è stato aggiornato ed il suo comportamento è stato reso coincidente con quello effettivamente misurato nell'edificio.

Il modello così aggiornato è stato poi sottoposto alle analisi dinamica lineare e statica non lineare.

Nell'analisi dinamica lineare sono stati individuati cinque modi di vibrare, ma nessuno risulta principale rispetto agli altri. Infatti non vengono mai coinvolti tutti i macro-elementi presenti, ma sempre porzioni specifiche della struttura. In particolare, i primi due modi coinvolgono il campanile, il terzo la navata, il quarto la facciata e il quinto la parte absidale.

Particolare attenzione si deve porre sui risultati ottenuti dall'analisi statica non lineare. Infatti, non esistendo un modo di vibrare principale rispetto ad altri, all'inizio sono state eseguite tante analisi quanti erano i modi significativi. Questa procedura richiede molto tempo, in quanto va trovata la convergenza per ogni analisi effettuata. Quindi si è pensato di applicare alla struttura un'analisi di pushover multi-modale, andando cioè ad identificare un modo di vibrare equivalente complessivo che producesse delle distribuzioni di forze equivalenti. In questo modo sono state svolte solo 4 analisi, nelle direzioni principali: +X, -X, +Y, -Y. I risultati ottenuti da queste distribuzioni di forze, in termini di sollecitazioni e curve di capacità, sono le combinazioni dei risultati ottenuti nelle analisi uni-modali. Inoltre i livelli di tensione raggiunti nelle analisi coincidono con i danneggiamenti realmente visibili nella basilica. Quindi questa metodologia potrebbe rappresentare uno strumento più gestibile e semplice, ma comunque efficace, per analizzare strutture come quella scelta in questo lavoro.

Per poter confrontare tutti i risultati raggiunti si è deciso inoltre di effettuare un'analisi dinamica non lineare. Dapprima alla struttura è stata applicata la storia temporale registrata il 30 Ottobre 2016 e poi si è cercato di incrementarla fino ad un fattore di 1.8. Abbiamo estratto i risultati in termini di tensioni, accelerazioni e spostamenti, in modo da fare un primo paragone con i risultati ottenuti nelle analisi pushover.

Sicuramente in futuro le analisi dinamiche non lineari potranno essere svolte con molti più set di accelerogrammi, in modo da poter definire uno spettro di progetto. Inoltre potranno essere correlati in maniera più sistematica i risultati ottenuti dalle analisi TH e dalle analisi pushover. Per quanto riguarda queste ultime e in particolare per le analisi multi-modali, si potranno ricercare dei criteri di combinazione diversi in modo da cogliere meglio il comportamento globale della struttura.

In conclusione possiamo affermare che in questo lavoro di tesi sono state esplorate nuove metodologie per poter studiare il comportamento globale di strutture storiche in muratura. Nonostante le assunzioni fatte, i risultati sembrano essere conformi con quanto riscontrato sull'edificio reale. Chiaramente serviranno nuovi studi per confermare quanto trovato e poter così ampliare la ricerca su questi temi.

Bibliografia

- [1] P. Lenza e A. Ghersi. *Edifici in muratura alla luce della nuova normativa antisismica*. Dario Flaccovio Editore, 2011 (cit. a p. 3).
- [2] A. Borri, C. Donà e A. De Maria. *Manuale delle murature storiche*. DEI, 2011 (cit. alle pp. 4–6).
- [3] *Manuale per la compilazione della scheda per il rilievo del danno ai beni culturali, Chiese MODELLO A – DC*. Rapp. tecn. Presidenza del Consiglio dei Ministri, Dipartimento della protezione civile, 2011 (cit. a p. 8).
- [4] *Linee Guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale –Allineamento alle nuove Norme tecniche per le costruzioni*. Rapp. tecn. Ministero per i beni e le attività culturali, 2010 (cit. alle pp. 10–12, 56).
- [5] C. Farrar e K. Worden. «An introduction to structural health monitoring». In: *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 365.1851 (2007), pp. 303–315 (cit. a p. 16).
- [6] H. Sohn, C. Farrar, F. Hemez, D. Shunk, D. Stinemas, B. Nadler e J. Czarnecki. «A review of structural health monitoring literature: 1996–2001». In: *Los Alamos National Laboratory, USA* 1 (2003) (cit. a p. 16).
- [7] K. Worden e G. Manson. «The application of machine learning to structural health monitoring». In: *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 365.1851 (2007), pp. 515–537 (cit. a p. 16).
- [8] C. Rosario, G. De Lucia, E. Lenticchia e G. Miraglia. «Seismic structural health monitoring of cultural heritage structures». In: *Seismic Structural Health Monitoring*. Springer, 2019, pp. 51–85 (cit. a p. 17).
- [9] G. Fabbrocino, C. Rainieri e G. Verderame. «L’analisi dinamica sperimentale e il monitoraggio delle strutture esistenti». In: *Controllo e monitoraggio di edifici in Calcestruzzo Armato: il caso-studio di Punta Perotti Giornata di Studio ENEA* (2007) (cit. a p. 18).
- [10] R. Brincker e C. Ventura. *Introduction to operational modal analysis*. John Wiley & Sons, 2015 (cit. a p. 20).

-
- [11] MIDAS GEN. *Analysis Manual*. MIDAS Family Program (cit. alle pp. 23–27, 31).
- [12] P.B. Laurenco, J.Rots e J.Blaauwendraad. «Two approaches for the analysis of masonry structures: micro and macro-modeling». In: *HERON*, 40 (4), 1995 (1995) (cit. a p. 28).
- [13] R.Olivito e S.Porzio. «A new multi-control-point pushover methodology for the seismic assessment of historic masonry buildings». In: *Journal of Building Engineering* 26 (2019), p. 100926 (cit. alle pp. 32, 34).
- [14] M.Resta, A.Fiore e P.Monaco. «Non-linear finite element analysis of masonry towers by adopting the damage plasticity constitutive model». In: *Advances in Structural Engineering* 16.5 (2013), pp. 791–803 (cit. a p. 34).
- [15] M.Kujawa, I.Lubowiecka e C.Szymczak. «Finite element modelling of a historic church structure in the context of a masonry damage analysis». In: *Engineering Failure Analysis* 107 (2020), p. 104233 (cit. a p. 34).
- [16] B. Douglas e W.Reid. «Dynamic tests and system identification of bridges». In: *Journal of the Structural Division* 108.10 (1982), pp. 2295–2312 (cit. alle pp. 35, 41, 43, 120).
- [17] S.Sehgal e H. Kumar. «Structural dynamic model updating techniques: a state of the art review». In: *Archives of Computational Methods in Engineering* 23.3 (2016), pp. 515–533 (cit. alle pp. 38, 39).
- [18] G.Boscato, S. Russo, R. Ceravolo e L. Zanotti Fragonara. «Global sensitivity-based model updating for heritage structures». In: *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering* 30.8 (2015), pp. 620–635 (cit. a p. 39).
- [19] N.M.M. Maia e J.M.M. Silva. *Theoretical and experimental modal analysis*. Research Studies Press, Taunton, 1997 (cit. a p. 40).
- [20] G.Fa, L.He, L. Fenu, E.Mazzarolo, B.Briseghella e T.Zordan. «Comparison of direct and iterative methods for model updating of a curved cable-stayed bridge using experimental modal data». In: *Proceedings of the IABSE Conference, Guangzhou, China*. 2016, pp. 8–11 (cit. a p. 41).
- [21] G. Sforza. «Model updating attraverso misurazioni ambientali e comportamento dinamico della Torre Smeducci a San Severino Marche». Tesi di laurea mag. Torino: Politecnico di Torino - Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile, 2018 (cit. a p. 45).
- [22] *Norme tecniche per le costruzioni. Approvate con Decreto Ministeriale 17 gennaio 2018*. Rapp. tecn. Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici, 2018 (cit. a p. 49).
- [23] G. Testa, P. Colajanni e C. Cucchiara. «Tecniche di analisi statica non lineare multimodale per strutture intelaiate». In: *ANIDIS 2015*. 2015 (cit. a p. 49).

- [24] A.K. Chopra and R.K. Goel. «A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings». In: *Earthquake engineering & structural dynamics* 31.3 (2002), pp. 561–582 (cit. a p. 50).
- [25] S.K. Kunnath. «Identification of modal combinations for nonlinear static analysis of building structures». In: *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering* 19.4 (2004), pp. 246–259 (cit. a p. 50).
- [26] R. Valless, M. Reinhorn, S.K. Kunnath, C. Li e A. Madan. *A computer program for the inelastic damage analysis of buildings*. Rapp. tecn. Technical Report, 1996 (cit. a p. 51).
- [27] *Piano Regolatore generale - Adeguamento al P.T.C.* Rapp. tecn. Comune di Tolentino, Luglio 2017 (cit. alle pp. 58, 60).
- [28] A. Ghersi e P. Lenza. *Edifici antisismici in cemento armato. Nuove normative tecniche, Eurocodici e classi di rischio sismico*. Dario Flaccovio Editore, 2018 (cit. a p. 61).
- [29] R. Pinho, F. Bianchi e R. Nascimbene. *Valutazione sismica e tecniche di intervento per edifici esistenti in c.a.* Maggioli Editore, 2019 (cit. a p. 62).
- [30] *Classificazione sismica*. Dipartimento della protezione civile - Presidenza del consiglio dei Ministri. 2021. URL: <https://rischi.protezionecivile.gov.it/it/sismico/attivita/classificazione-sismica> (cit. a p. 62).
- [31] C. Boriello. «From point cloud based models to VR visualization for Cultural Heritage at risk: St. Nicola Church in Tolentino». Tesi di laurea mag. Torino: Politecnico di Torino - Facoltà di Architettura, 2018 (cit. alle pp. 63, 70, 72, 104).
- [32] Centro Studi Agostino Trapè. *La Basilica di San Nicola a Tolentino. Guida all'arte e alla storia*. Tolentino: Biblioteca Egidiana, 1995 (cit. alle pp. 64, 65, 68, 73–79).
- [33] P.F. Pistilli. *Identità nella forma. Gli Eremitiani agli albori e la serialità di un'architettura conventuale*. Tolentino: Biblioteca Egidiana, 2020 (cit. a p. 66).
- [34] D. Sabia et al. «Studio e monitoraggio del patrimonio costruito alla scala dei beni: modellazione 3D per l'analisi sismica della basilica di San Nicola a Tolentino». In: *Atti e rassegna tecnica della società degli ingegneri e degli architetti in Torino* 3 (Dicembre 2019), pp. 102–117 (cit. alle pp. 67, 69, 80–85).
- [35] T. Montanari. *Chiese chiuse*. Torino: Einaudi, 2021 (cit. a p. 69).
- [36] A. Pascale. «Analisi Sismica della basilica di S. Nicola a Tolentino». Tesi di laurea mag. Torino: Politecnico di Torino - Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile, 2017 (cit. alle pp. 71, 97, 98).

- [37] *L'esperienza interdisciplinare della task force del Politecnico di Torino per il terremoto del Centro Italia (2016-2017). Sviluppi e prospettive*. Torino: Atti e rassegna tecnica della società degli ingegneri e degli architetti in Torino, 2019 (cit. a p. 80).
- [38] *Approvazione del progetto di fattibilità tecnico-economica per i lavori di restauro e miglioramento sismico della basilica di S. Nicola*. Comune di Tolentino. Giugno 2020. URL: <https://www.comune.tolentino.mc.it/comunicati-cms/approvato-il-progetto-di-fattibilita-tecnico-economica-per-i-lavori-di-restauro-e-miglioramento-sismico-della-basilica-di-san-nicola/> (cit. a p. 80).
- [39] D. Einaudi et al. «Nuvole di punti, rappresentazione architettonica e analisi dei modelli 3D ottimizzati per lo studio della basilica di S. Nicola a Tolentino». In: *Atti e rassegna tecnica della società degli ingegneri e degli architetti in Torino 3* (Dicembre 2019), pp. 102–117 (cit. alle pp. 85–87).
- [40] D.Sabia, T. YAoki, D. Costanzo, R. Lancellotta e A. Quattrone. «Post-earthquake dynamic monitoring of Basilica of St. Nicholas of Tolentino». In: *Post-earthquake dynamic monitoring of Basilica of St. Nicholas of Tolentino* (2017), pp. 109–115 (cit. alle pp. 89–92).
- [41] V. Orlando. «Analisi della vulnerabilità sismica di edifici storici in muratura. Caso studio: la Basilica di San Nicola a Tolentino (MC)». Tesi di laurea mag. Torino: Politecnico di Torino - Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile, 2018 (cit. alle pp. 97, 98).
- [42] Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti. *CIRCOLARE 21 gennaio 2019, n. 7 C.S.LL.PP. Istruzioni per l'applicazione dell'«Aggiornamento delle "Norme tecniche per le costruzioni"» di cui al decreto ministeriale 17 gennaio 2018*. 2019 (cit. alle pp. 110, 148).
- [43] T. Aoki, D. Sabia e D.Rivella. «Influence of experimental data and FE model on updating results of a brick chimney». In: *Advances in Engineering Software* 39.4 (2008), pp. 327–335 (cit. a p. 127).