



**Politecnico  
di Torino**

**Politecnico di Torino**

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Biomedica

A.a. 2020/2021

Sessione di Laurea Giugno 2022

**Validazione e verifica di strategie  
di modellazione del giunto  
intervertebrale**

Relatori:

Prof. Alberto Audenino

Ing. Mara Terzini

Ing. Simone Borrelli

Candidato:

Giovanna Gigante



# SOMMARIO

**Scopo:** L'obiettivo di questo lavoro di tesi è la formulazione di un modello che simuli il comportamento meccanico del disco intervertebrale durante i movimenti di flessione ed estensione e in particolare che simuli la non-linearità di tale comportamento.

**Metodi:** È stato costruito un modello multi-body della unità funzionale spinale (FSU) L4-L5 costituito dalle due vertebre lombari L4 ed L5 modellizzate come corpi rigidi e dalla giunzione intervertebrale modellata utilizzando due approcci differenti: un giunto rotoidale con rigidità passiva e un giunto a 6 gradi di libertà con comportamento non-lineare. La non-linearità nel piano sagittale è stata implementata all'interno del modello tramite un polinomio di terzo grado che esprime la componente di momento in funzione del range di movimento (ROM). Il modello della FSU è stato validato effettuando simulazioni numeriche dei movimenti di flessione ed estensione e confrontando i risultati con la letteratura. Inoltre è stato analizzato l'effetto dei principali legamenti spinali sul ROM della FSU durante i movimenti di flessione ed estensione, confrontando i risultati con lo stato dell'arte sperimentale. Infine, il modello della FSU L4-L5 è stato esteso a tutto il tratto lombosacrale ed è stata effettuata nuovamente la simulazione numerica del movimento di flessione ed estensione, confrontando successivamente i risultati ottenuti con la letteratura.

**Risultati:** Entrambi gli approcci di modellazione della giunzione intervertebrale nel modello multi-body della FSU hanno fornito risultati in linea con la letteratura di riferimento. L'estensione del modello a tutto il rachide lombare ha fornito risultati in linea con la letteratura soprattutto per bassi livelli di carico, mentre se ne discostano all'aumentare dei carichi.

**Conclusioni:** Entrambi gli approcci di modellazione della giunzione intervertebrale permettono di descrivere il comportamento meccanico non-lineare che essa esibisce *in vitro*. La modellazione puntuale come un giunto a 6 gradi di libertà con comportamento non-lineare presenta il vantaggio di consentire l'analisi degli effetti dei principali legamenti spinali sul ROM. La

modellazione globale come un giunto rotoidale, comprendendo i contributi di tutti gli elementi passivi in un solo componente, permette invece una modellazione più immediata senza perdere accuratezza.

# INDICE

ELENCO DELLE TABELLE .....	7
ELENCO DELLE FIGURE .....	8
INTRODUZIONE.....	11
CAPITOLO 1.....	13
1.1 Definizione dei piani e degli assi anatomici .....	13
1.2 La colonna vertebrale.....	15
1.2.1 Le vertebre.....	17
1.2.3 Articolazioni e dischi intervertebrali .....	20
1.2.4 I legamenti.....	22
1.3 I movimenti del rachide.....	26
CAPITOLO 2.....	29
2.1 Analisi dinamica multi-body .....	29
2.1.1 Le fasi della simulazione multi-body.....	30
2.2 MSC ADAMS .....	30
2.2.1 Sistemi di coordinate.....	30
2.2.2 Vincoli.....	32
2.2.3 Forze.....	33
2.2.4 Misure.....	35
2.2.5 Simulazione .....	36
CAPITOLO 3.....	37
3.1 Modellazione della giunzione intervertebrale come un giunto rotoidale con rigidità passiva.....	39

3.1.1	Verifica del modello .....	42
3.2	Modellazione della giunzione intervertebrale come un giunto a 6 gradi di libertà con comportamento non-lineare.....	44
3.2.1	Modellazione del disco intervertebrale.....	45
3.2.2	Modellazione dei legamenti.....	49
3.2.3	Modellazione delle faccette articolari .....	52
3.2.4	Validazione del modello .....	54
3.2.5	Contributo dei legamenti.....	55
3.3	Confronto con la letteratura.....	60
CAPITOLO 4 .....		63
4.1	Modellazione della giunzione intervertebrale come un giunto rotoidale con rigidità passiva.....	64
4.2	Modellazione della giunzione intervertebrale come un giunto a sei gradi di libertà con comportamento non-lineare.....	68
4.2.1	Disco intervertebrale .....	69
4.2.2	Legamenti e faccette articolari .....	70
4.3	Confronto con la letteratura.....	71
4.3.1	Confronto con Guan e Panjabi.....	71
4.3.2	Confronto con Yamamoto.....	74
4.3.3	Confronto con Renner.....	76
4.3.4	Confronto con Rohlmann.....	77
4.3.5	Confronto con Kelly .....	78
CAPITOLO 5 .....		81
BIBLIOGRAFIA.....		83

# ELENCO DELLE TABELLE

Tabella 2.1 Tipi di vincolo e gradi di libertà vincolati. ....	32
Tabella 3.1 Valori (Momento;ROM) Heuer FSU integra.....	40
Tabella 3.2 Coefficienti polinomi terzo grado Heuer e Zhang.....	42
Tabella 3.3 Rigidezze e smorzamento lineari del disco intervertebrale.....	46
Tabella 3.4 Rigidezze e smorzamento angolari del disco intervertebrale.....	47
Tabella 3.5 Valori (Momento;ROM) Heuer FSU senza legamenti.....	48
Tabella 3.6 Coefficienti del polinomio di quarto grado .....	48
Tabella 3.7 Valori di pre-strain e $\epsilon_r$ dei legamenti .....	51
Tabella 3.8 Lunghezza a riposo e rigidezza dei legamenti L4-L5.....	51
Tabella 4.1 Coefficienti di Zhang per tutti i livelli.....	65
Tabella 4. 2 Coefficienti di Heuer per tutti i livelli.....	66
Tabella 4.3 Rigidezze e smorzamenti disco intervertebrale.....	69
Tabella 4.4 Rigidezze dei legamenti e delle faccette articolari .....	70

# ELENCO DELLE FIGURE

Figura 1.1 Pani e assi anatomici.....	14
Figura 1.2 Anatomia della colonna vertebrale .....	16
Figura 1.3 Quarta vertebra lombare.....	19
Figura 1.4 Disco intervertebrale .....	21
Figura 1.5 Curva sforzo-deformazione di un legamento.....	23
Figura 1.6 Legamenti vertebrali della regione lombare .....	25
Figura 1.7 Movimenti del rachide.....	27
Figura 2.1 Sistemi di riferimento.....	31
Figura 2.2 Misure. ....	35
Figura 3.1 Modelli M1 e M2.....	39
Figura 3.2 Grafici di Heuer.....	40
Figura 3.3 Curva Momento-ROM interpolazione M1.....	41
Figura 3.4 Curve Momento-ROM M1 e M2.....	43
Figura 3.5 Modello M3 .....	44
Figura 3.6 Curva Momento-ROM interpolazione M3 .....	49
Figura 3.7 Curve selezione rigidità faccette articolari .....	53
Figura 3.8 Curve Momento-ROM M3.....	54
Figura 3.9 Prova di stepwise reduction .....	56
Figura 3.10 Forza legamenti spinali in flessione .....	58
Figura 3.11 Forza legamenti spinali in estensione.....	59

Figura 3.12 Confronto con Kelly 1.....	60
Figura 3.13 Confronto con Kelly 2. ....	61
Figura 4.1 Modello del rachide lombare M1 e M2.....	64
Figura 4. 2 Polinomi di Zhang e Heuer per tutti i livelli .....	67
Figura 4.3 Modello del rachide lombare M3.....	68
Figura 4.4 Set-up sperimentali utilizzati da Guan Panjabi .....	72
Figura 4.5 Confronto con Guan e Panjabi.....	73
Figura 4. 6 Set-up sperimentale utilizzato da Yamamoto.....	74
Figura 4.7 Confronto con Yamamoto.....	75
Figura 4.8 Confronto con Renner.....	76
Figura 4.9 Confronto con Rohlmann.....	78
Figura 4.10 Confronto con Kelly.....	79

---

# INTRODUZIONE

La lombalgia è considerata una delle principali cause di disabilità in tutto il mondo e si stima che circa l'80% della popolazione mondiale sperimenti, nel corso della propria vita, episodi gravi di lombalgia. Le cause di tale condizione possono essere diverse: difetti congeniti (es. scoliosi, spina bifida), traumi, condizioni degenerative (es. degenerazione del disco intervertebrale, spondilosi, malattie infiammatorie), problemi associati ai nervi spinali e al midollo e altre ancora. Tra quelle citate, la degenerazione del disco intervertebrale è una delle più comuni.

Il disco intervertebrale possiede una struttura ripartita in un nucleo polposo avvolto da un anello fibroso e, interponendosi tra due vertebre adiacenti, costituisce una sinfisi che rende possibile i movimenti di flessione e torsione della colonna vertebrale ed è, per tale motivo, il principale oggetto di fenomeni di degradazione meccanica quali degenerazione, erniazione, delaminazione dell'anello fibroso e altre.

La modellazione *in silico*, mediante la creazione di modelli computerizzati (numerici) che catturano le caratteristiche fisiologiche e patologiche del corpo umano, si configura come uno strumento utile per la comprensione delle modalità con cui gli elementi che costituiscono un sistema meccanico complesso come il corpo umano interagiscono tra loro e con l'ambiente.

I vantaggi nell'utilizzo di modelli numerici sono molteplici. In primo luogo, si può creare un numero illimitato di modelli per testare diverse condizioni e, a differenza dei tessuti biologici, i primi non vanno incontro a degradazione, pertanto uno stesso modello può essere utilizzato per effettuare esperimenti ripetuti. Inoltre, i modelli computerizzati forniscono informazioni non facilmente estrapolabili mediante altri tipi di modelli, quali la distribuzione dei carichi, lo stato di sollecitazione interna dei materiali, le forze di reazione vincolare nei giunti e le forze muscolari. Infine, i modelli numerici permettono una riduzione dei costi relativi agli esperimenti, in quanto uno stesso modello può essere utilizzato infinite volte e può essere modificato al fine di simulare

---

diverse situazioni come incidenti, condizioni patologiche e movimenti fisiologici.

In letteratura, le tecniche di modellazione numerica utilizzate per studiare la biomeccanica del rachide lombare sono principalmente due: la modellazione agli elementi finiti (FEM, *Finite Element Method*) e la modellazione multi-body.

I modelli FEM sono realizzati discretizzando la geometria di interesse mediante piccoli elementi geometrici e sono in grado di restituire informazioni circa lo stato di sollecitazione interna dei materiali e di simularne in maniera dettagliata il comportamento meccanico. Essi forniscono risultati accurati sotto carichi quasi-statici, ma non sono in grado di fornire risultati altrettanto accurati riguardo alla cinematica e alla risposta dinamica del modello.

I modelli multi-body sono costituiti da corpi rigidi interconnessi mediante giunti che ne limitano il relativo movimento. Tali modelli sono utili nell'analisi cinematica e dinamica, le quali sono di fondamentale importanza nella comprensione delle modalità con cui le parti in movimento interagiscono tra loro e con l'ambiente.

L'obiettivo di questo lavoro di tesi è la formulazione di un modello che simuli il comportamento meccanico del disco intervertebrale e, in particolare, che simuli la non linearità di tale comportamento. Il Capitolo 1 fornisce cenni riguardo l'anatomia e la biomeccanica del rachide lombare, esaminandone i diversi componenti con particolare riferimento al loro comportamento biomeccanico. Nel Capitolo 2 viene fornita una descrizione del metodo di analisi e del software utilizzato, con particolare riferimento ai componenti adottati nella caratterizzazione del modello. Il Capitolo 3 presenta la caratterizzazione del modello multi-body della unità funzionale spinale L4-L5, costituita dalle due vertebre lombari L4 ed L5 modellizzate come corpi rigidi e dalla giunzione intervertebrale modellata mediante due approcci differenti. Nel Capitolo 4, il modello presentato nel Capitolo precedente è stato esteso a tutto il tratto lombosacrale della colonna vertebrale. Infine, il Capitolo 5 presenta la discussione conclusiva riassumendo i principali risultati ottenuti in questo lavoro di tesi.

# CAPITOLO 1

## Cenni di anatomia e biomeccanica del rachide lombare

*In questo capitolo verrà fornita una descrizione del rachide lombare dal punto di vista anatomico e biomeccanico, esaminandone i diversi componenti con particolare riferimento al loro comportamento biomeccanico. Saranno inoltre illustrati i principali movimenti consentiti dalla colonna vertebrale.*

### 1.1 Definizione dei piani e degli assi anatomici

Al fine di evitare ambiguità, tutte le descrizioni anatomiche vengono fatte assumendo il corpo umano in una posizione anatomica di riferimento: posizione eretta, talloni uniti, braccia distese e palmi delle mani rivolti in avanti. Rispetto a tale posizione vengono definiti i piani anatomici e gli assi anatomici.

I piani anatomici sono tre:

- il piano sagittale o mediale individua le metà destra e sinistra del corpo;
- il piano frontale o coronale individua le metà anteriore e posteriore del corpo;
- il piano trasversale o orizzontale individua le metà superiore e inferiore del corpo.

Una volta definiti i piani anatomici, è possibile individuare tre assi anatomici, ognuno dei quali è perpendicolare a uno dei piani anatomici:

- l'asse longitudinale è perpendicolare al piano trasversale;
- l'asse trasversale è perpendicolare al piano sagittale;
- l'asse antero-posteriore è perpendicolare al piano frontale.

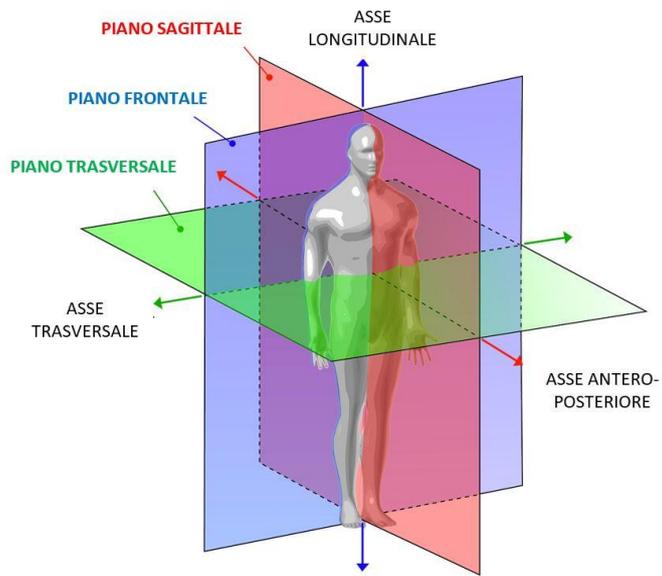


Figura 1.1 Piani e assi anatomici.

Fonte: <https://unostudentediscienzemotorie.it/anatomia-il-corpo-umano-nello-spazio-termini-di-posizione-e-movimento#post0>

## 1.2 La colonna vertebrale

La colonna vertebrale (o rachide) è costituita dalla successione di singoli elementi ossei collegati tra loro detti vertebre. Essa assolve diverse importanti funzioni quali il supporto del tronco, la protezione del midollo spinale e dei nervi e permette il movimento fisiologico tra testa, tronco e pelvi.

Negli adulti, la colonna vertebrale è costituita da 33 vertebre: 7 cervicali (C1 – C7), 12 toraciche (T1 – T12), 5 lombari (L1 – L5), 5 sacrali (fuse in S1) e 4 coccigee (fuse in S2). Nei maschi adulti ha una lunghezza di circa 70 cm, mentre nelle femmine di circa 60 cm.

La morfologia del rachide è influenzata da fattori ambientali, meccanici, genetici, metabolici e ormonali. In generale, se osservato sul piano frontale il rachide appare dritto e simmetrico, mentre sul piano sagittale presenta quattro curve fisiologiche: due curve convesse anteriormente (lordosi) nei tratti lombare e cervicale, due convesse posteriormente (cifosi) nei tratti toracico e sacrale. Tali curvature fisiologiche sono il risultato dell'adattamento dell'uomo all'andatura bipede e conferiscono al rachide flessibilità e resistenza agli urti, pur garantendo adeguate stabilità e rigidità dell'articolazione intervertebrale.

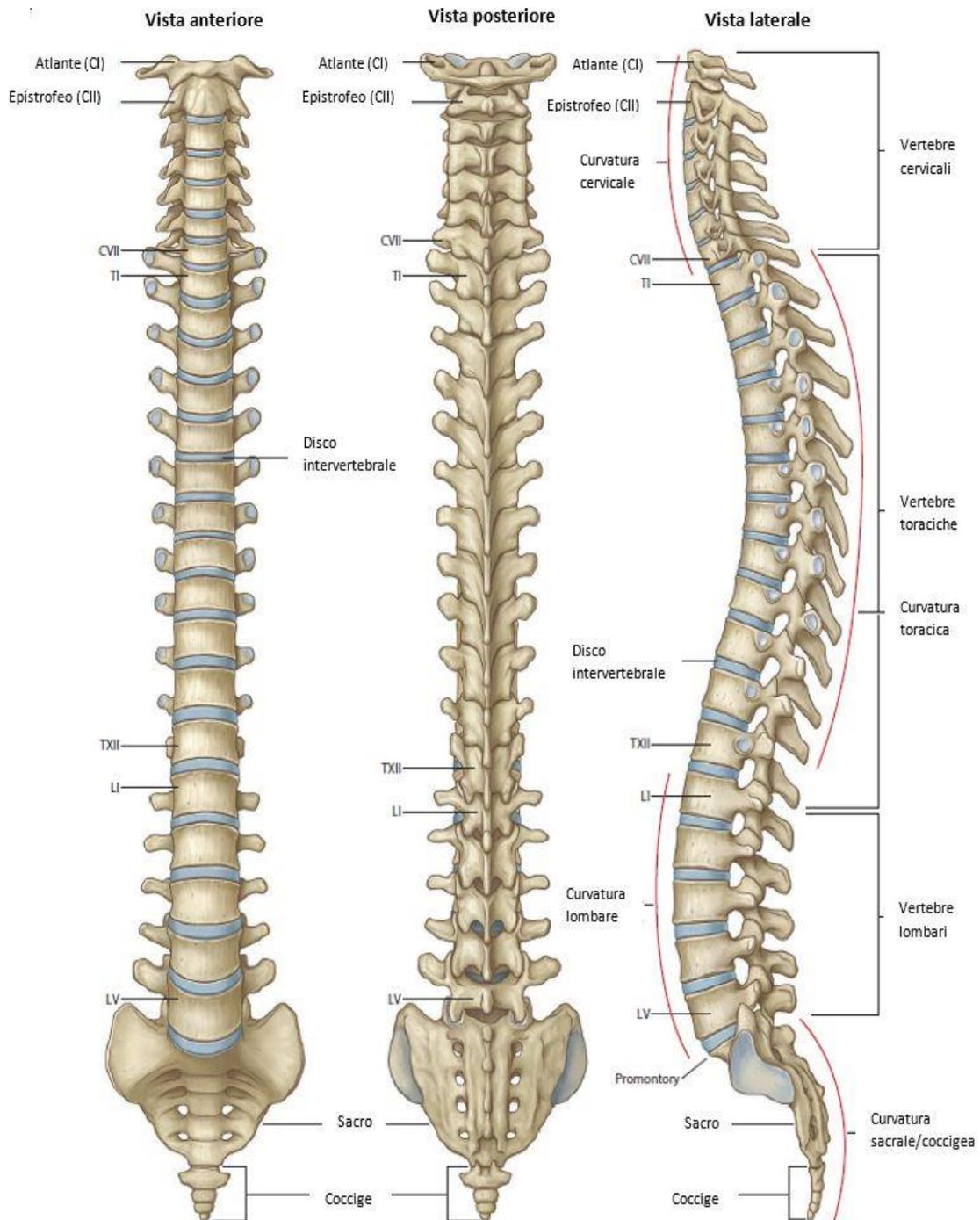


Figura 1.2 Anatomia della colonna vertebrale in vista anteriore, posteriore e laterale (adattata da [22]).

## 1.2.1 Le vertebre

Le vertebre sono costituite da:

- un *corpo vertebrale* di dimensione e forma variabile a seconda della regione della colonna vertebrale
- un *arco vertebrale* (neurale) che consta di:
  - due *peduncoli*, i quali sono proiezioni dorsali corte, spesse e arrotondate che contribuiscono alla formazione di un forame intervertebrale, cavità adibita al passaggio e alla protezione del canale midollare;
  - due *lamine*, le quali sono la continuazione dei peduncoli e sono piatte verticalmente e curve dorso-medialmente;
  - un *processo spinoso*, il quale si proietta dorsalmente e spesso caudalmente dalla giunzione delle lamine e funge da leva per i muscoli che controllano la postura e i movimenti attivi di flesso-estensione, rotazione assiale e flessione laterale;
  - due *processi trasversi*, i quali si proiettano lateralmente dalle giunzioni peduncolo-laminari e fungono da leve principalmente per i muscoli e i legamenti coinvolti nei movimenti di rotazione assiale e flessione laterale;
  - quattro *processi articolari*, i quali hanno origine in corrispondenza delle giunzioni peduncolo-laminari e permettono piccoli movimenti tra le vertebre.

Le vertebre sono composte da osso trabecolare all'interno e da uno strato di osso corticale all'esterno il quale è più sottile in corrispondenza delle superfici superiore e inferiore del corpo vertebrale e si ispessisce nell'arco vertebrale.

Il collegamento e il movimento relativo tra le vertebre avvengono per mezzo dei dischi intervertebrali, delle faccette articolari e dei legamenti (elementi passivi) e di un complesso di muscoli e fasce (elementi attivi).

---

### 1.2.1.1 Le vertebre lombari

Le vertebre lombari possono essere divise in tre zone funzionali:

- *Corpo vertebrale*: supporta i carichi longitudinali, in particolare grazie alla sua struttura costituita da una parte interna di osso spongioso racchiusa in un guscio esterno di osso corticale. Sono proprio le trabecole verticali e trasverse dell'osso spongioso che conferiscono al corpo vertebrale resistenza ai carichi e resilienza.
- *Peduncoli*: permettono la trasmissione di tutti i carichi tra gli elementi posteriori e il corpo vertebrale essendo gli unici collegamenti tra questi. Per assolvere a tale funzione, la struttura dei peduncoli è cava, avvolta da uno spesso strato di osso. In questo modo, quando un peduncolo è sottoposto a flessione, una parte risulta in trazione mentre l'altra in compressione (se viene flesso verso il basso si avrà la parte superiore in trazione e quella inferiore in compressione, mentre se viene flesso medialmente le pareti risulteranno in trazione mentre la parte centrale in compressione). La presenza di una cavità all'interno dei peduncoli si può spiegare mediante il principio secondo il quale una trave sottoposta a flessione resiste alla deformazione tramite le sue pareti esterne, mentre la tensione al centro è nulla.
- Elementi posteriori, che comprendono:
  - le *lamine*, le quali svolgono due importanti funzioni. In primo luogo, forniscono protezione al contenuto neurale all'interno del canale vertebrale. Inoltre, alle lamine vengono trasmesse tutte le forze agenti sui processi articolari e spinoso e tali forze vengono poi trasmesse al corpo vertebrale permettendo il movimento o fornendo stabilità;
  - i *processi articolari inferiori e superiori*, i quali formano giunti sinoviali (faccette articolari) tra vertebre adiacenti che resistono allo slittamento in avanti e alla torsione dei corpi vertebrali e limitano il range di movimento durante l'estensione;
  - il *processo spinoso* e i *processi trasversi*, che fungono da leve che migliorano l'azione dei muscoli che si inseriscono su di essi.

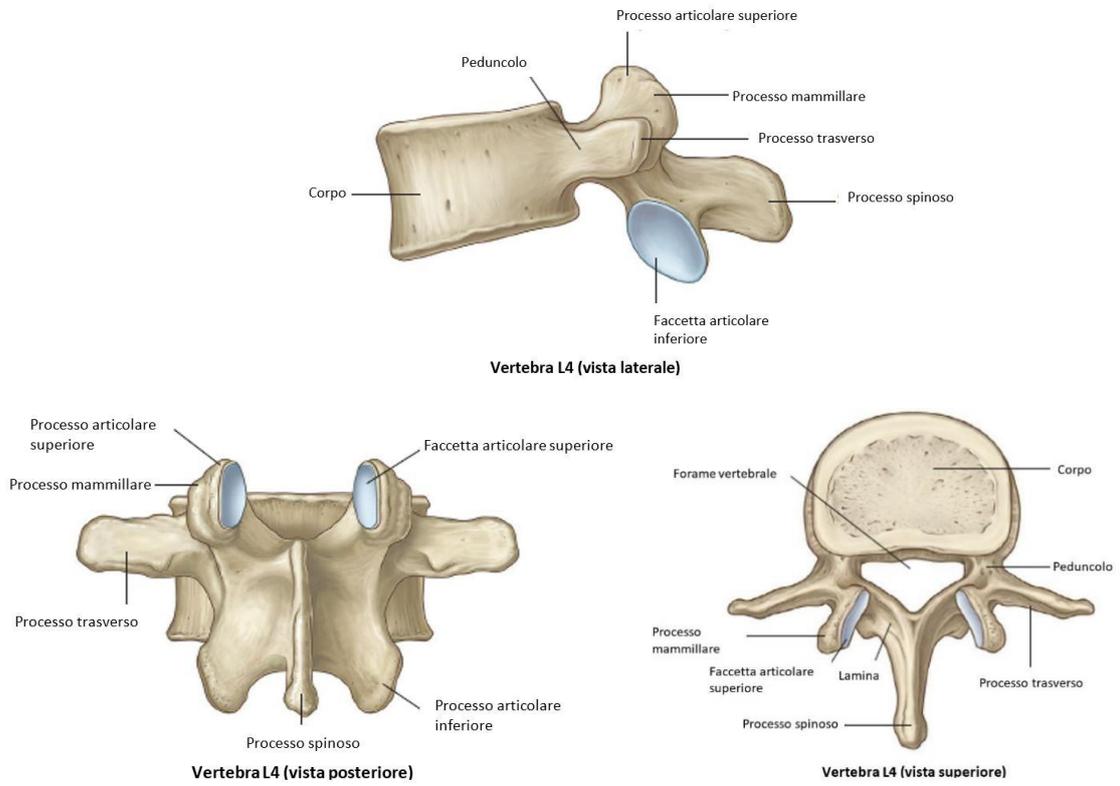


Figura 1.3 Quarta vertebra lombare in vista laterale, posteriore e superiore (adattata da [22]).

---

### 1.2.3 Articolazioni e dischi intervertebrali

Due vertebre adiacenti formano tra loro tre articolazioni:

- un'*articolazione intervertebrale* (o intersomatica) tra i corpi vertebrali delle due vertebre;
- due *articolazioni zigoapofisarie* (o faccette articolari), formate dall'articolazione dei processi articolari superiori della vertebra caudale con i processi articolari inferiori della vertebra craniale. Nelle vertebre lombari le faccette articolari superiori presentano una superficie concava, mentre quelle inferiori convessa e sono orientate circa perpendicolarmente rispetto al piano trasversale. Tali articolazioni proteggono il disco dalle lesioni torsionali in quanto limitano la rotazione assiale a cui esso può essere sottoposto; inoltre offrono resistenza agli sforzi di taglio anteriore, i quali vengono supportati per un terzo dalle faccette quando i carichi sono applicati improvvisamente ma se invece vengono applicati lentamente, essi vengono supportati principalmente da queste.

Il disco intervertebrale è situato tra i corpi vertebrali di due vertebre adiacenti e, insieme alle faccette articolari, supporta tutti i carichi di compressione a cui è sottoposto il tronco. Per assolvere questa funzione, esso deve essere in grado di resistere a tali carichi senza collassare e deve garantire un certo grado di deformazione per assecondare i movimenti tra le vertebre.

La struttura del disco intervertebrale è composta da due elementi:

- *Nucleo polposo*: si trova tra la porzione centrale del disco e la superficie posteriore. È una massa semifluida costituita da una rete di filamenti fibrosi immersa in un gel di mucoproteine, avente un contenuto di acqua compreso tra il 70 e il 90%. Tale struttura lo rende deformabile se sottoposto a pressione, ma in virtù della sua natura fluida il volume risulta incompressibile. Nelle vertebre lombari il nucleo polposo rappresenta circa il 30-50% della sezione trasversale del disco.

*Anello (anulus) fibroso*: composto da fibre di collagene organizzate in 10-20 lamelle concentriche. Lo strato più esterno dell'anulus presenta fibre di collagene più dense e compatte, garantendo resistenza agli sforzi di trazione agenti sul disco intervertebrale. Le fibre di collagene all'interno delle lamelle presentano un orientamento di circa 65°-70° rispetto alla verticale che si

alterna da destra a sinistra in lamelle successive e la cui inclinazione aumenta progressivamente nelle lamelle più interne (Figura 1.4b). Tale organizzazione delle fibre garantisce un efficace contenimento del nucleo. Lo strato più interno è invece costituito da tessuto fibrocartilagineo.

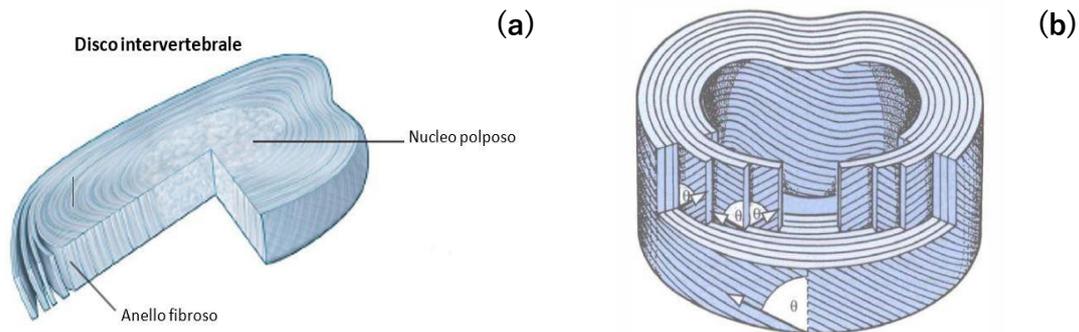


Figura 1.4 Struttura del disco intervertebrale (a) (adattata da [22]) e organizzazione delle fibre di collagene che compongono le lamelle dell'anulus (b) [19].

### 1.2.3.1 Movimenti del disco intervertebrale

Quando viene applicato un carico di compressione, il nucleo si deforma riducendo la sua altezza, e si espande radialmente esercitando una pressione sull'anulus le cui lamelle si distendono fino a raggiungere un equilibrio tra la pressione esercitata dal nucleo e la tensione sviluppata nell'anulus stesso. Inoltre, il nucleo esercita una pressione anche sui piatti vertebrali e questi ultimi oppongono resistenza alla sua deformazione.

Se il disco viene sottoposto a trazione (allontanamento dei corpi vertebrali di due vertebre adiacenti) la sua altezza aumenta e le fibre di collagene dell'anulus si allungano e si tendono resistendo così al moto di allontanamento.

Durante i movimenti di scivolamento (taglio) le fibre dell'anello fibroso sono in parte tese e in parte rilassate, a seconda della loro posizione all'interno dell'anulus e della direzione del moto (le fibre orientate nella direzione del moto saranno tese mentre le altre rilassate).

Se sottoposto a flessione (abbassamento di un'estremità del corpo vertebrale e conseguente innalzamento dell'estremità opposta), l'anulus

---

viene compresso nella direzione del moto mentre va in trazione nella parte opposta in quanto si oppone al moto del nucleo che cerca di muoversi nella direzione opposta a quella del moto.

Infine, se il disco viene sottoposto a torsione si ha un comportamento simile al taglio: le fibre dell'anulus orientate nella direzione del moto si tendono mentre le altre si rilassano.

## 1.2.4 I legamenti

I legamenti spinali sono strutture uniassiali che collegano tra loro i segmenti ossei che compongono il rachide. Essi svolgono quattro importanti funzioni:

1. Consentono movimenti fisiologici con il minimo dispendio di energia da parte dei muscoli.
2. Proteggono il midollo spinale limitando il range dei movimenti.
3. Insieme ai muscoli forniscono stabilità alla colonna.
4. Proteggono il midollo spinale da eventuali lesioni a seguito di carichi elevati applicati ad alte velocità.

I legamenti spinali presentano una curva sforzo-deformazione non lineare che può essere suddivisa in tre regioni (Figura 1.5)

- Zona neutra (NZ) – lo spostamento dalla posizione neutra dovuto all'applicazione di una piccola forza. In questa regione della curva sforzo-deformazione basse tensioni producono grandi deformazioni.
- Zona elastica (EZ) – lo spostamento che va dalla zona neutra fino al limite fisiologico. Questa zona è invece caratterizzata da un'elevata resistenza al movimento.
- Zona plastica (PZ) – lo spostamento oltre la zona elastica fino alla rottura.

La somma della zona neutra e della zona elastica rappresenta il range di movimento (ROM, range of motion) fisiologico, mentre la zona plastica rappresenta il range traumatico.

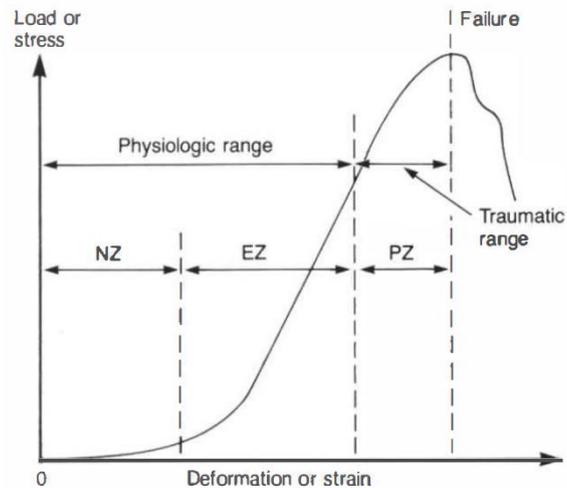


Figura 1.5 Tipica curva sforzo-deformazione di un legamento [24].

Nelle vertebre lombari i legamenti possono essere classificati in quattro gruppi:

1. Legamenti che collegano i corpi vertebrali:
  - *Legamento longitudinale anteriore*: è una lunga banda situata sulle superfici anteriori dei corpi vertebrali e dei dischi intervertebrali. È costituito da diversi strati di fibre di lunghezza crescente, le quali possono estendersi anche fino a cinque articolazioni intervertebrali. Tali fibre sono legate saldamente ai corpi vertebrali mentre lo sono meno ai dischi intervertebrali. Data la sua disposizione longitudinale, il legamento longitudinale anteriore assolve principalmente la funzione di resistere alla separazione delle estremità anteriori dei corpi vertebrali, agendo durante l'estensione e limitando l'incurvamento anteriore del rachide lombare;
  - *Legamento longitudinale posteriore*: è una banda che si estende lungo tutta la colonna vertebrale situata in corrispondenza delle superfici posteriori dei corpi vertebrali. Ha un'ampiezza maggiore in corrispondenza dei dischi vertebrali mentre è più stretto a livello dei corpi vertebrali. Questo legamento oppone resistenza alla separazione delle estremità posteriori dei corpi vertebrali;

- 
2. Legamenti che collegano gli elementi posteriori:
    - *Legamento giallo* (o flavo): è corto e spesso e collega le lamine di vertebre adiacenti. È composto per l'80% da elastina e per il restante 20% da collagene. Tale legamento limita la flessione e favorisce il ritorno alla posizione eretta dopo la flessione, limitando il rischio di lesioni;
    - *Legamento interspinosa*: connette processi spinosi adiacenti e si estende ventralmente fino al legamento giallo mentre dorsalmente fino al legamento sopraspinoso;
    - *Legamento sopraspinoso*: è un forte cordone fibroso che connette le punte dei processi spinosi da C7 fino a L3 o L4;
  3. Legamenti ileo-lombari: sono presenti da entrambi i lati della vertebra L5 e ne collegano il processo trasverso all'ileo. Si dividono in legamento ileo-lombare anteriore, superiore, posteriore, inferiore e verticale;
  4. Falsi legamenti: sono i legamenti intertrasversari, transforaminali e il legamento mammillo-accessorio. I primi collegano processi trasversi adiacenti, i secondi attraversano l'estremità esterna del forame intervertebrale, l'ultimo collega le punte dei processi mammillare e accessorio.

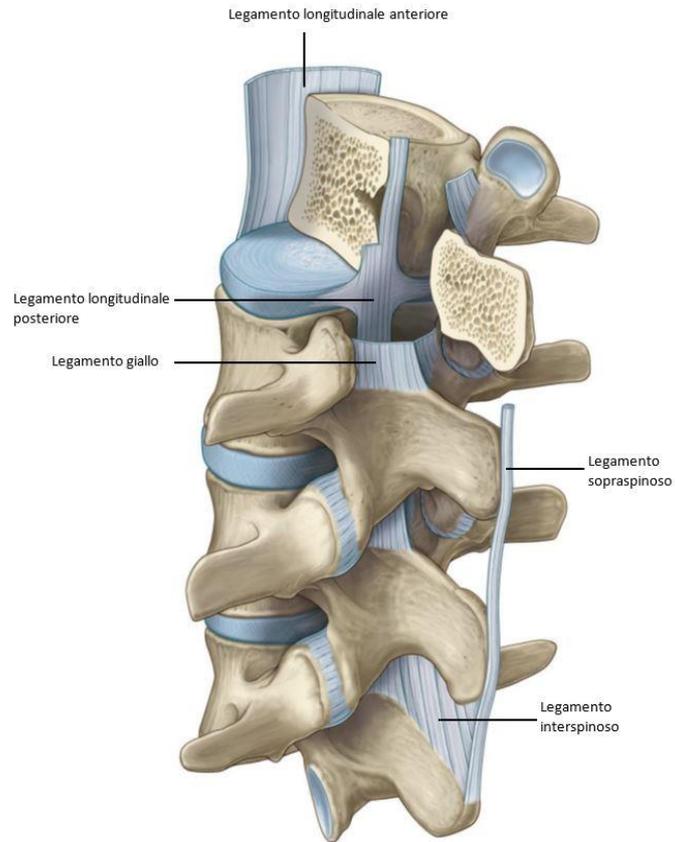


Figura 1.6 Legamenti vertebrali della regione lombare (vista posteriore obliqua) (adattata da [22]).

---

## 1.3 I movimenti del rachide

La colonna vertebrale permette quattro movimenti:

- *Flessione*: avviene sul piano sagittale ed è la combinazione di rotazione e traslazione anteriore di una vertebra rispetto alla vertebra sottostante. Essa comporta una diminuzione dello spessore della parte anteriore del disco intervertebrale e un aumento nella parte posteriore, con conseguente spostamento posteriore del nucleo polposo e tensione delle fibre della parte posteriore dell'anello fibroso e rilassamento di quelle anteriori. La stabilità del rachide durante la flessione è garantita da:
  - le articolazioni zigoapofisarie, le quali resistono sia alla rotazione anteriore nel piano sagittale sia alla traslazione anteriore nello stesso piano grazie all'impatto tra le faccette articolari delle vertebre adiacenti da una parte e alla tensione che si genera all'interno della capsula articolare dall'altra;
  - i legamenti longitudinale posteriore, sopraspinoso, interspinoso e giallo, i quali vengono tesi durante la flessione limitando di fatto il movimento.
- *Estensione*: è l'opposto della flessione e consiste nella rotazione e (piccola) traslazione posteriore nel piano sagittale di una vertebra rispetto alla vertebra sottostante. Essa comporta una diminuzione dello spessore della parte posteriore del disco intervertebrale e un aumento nella parte anteriore, con conseguente spostamento anteriore del nucleo polposo e tensione delle fibre della parte anteriore dell'anello fibroso e rilassamento di quelle posteriori. L'estensione è limitata in primo luogo dall'impatto tra i processi spinosi delle due vertebre, ma in alcuni individui può essere arrestata anche prima dell'impatto tra i processi spinosi dal contatto tra i processi articolari inferiori della vertebra in movimento con la lamina sottostante.
- *Inclinazione laterale*: è l'inclinazione verso destra o sinistra nel piano frontale di una vertebra rispetto a quella sottostante. È caratterizzata da una diminuzione dello spessore del disco vertebrale nella direzione del movimento e un aumento nella parte opposta, con leggero spostamento del nucleo polposo verso quest'ultima e conseguente tensione delle fibre laterali dell'anello fibroso da tale

parte. Inoltre si ha un abbassamento del processo articolare della vertebra in movimento che si trova nella direzione del moto e un innalzamento del processo articolare situato dalla parte opposta.

- *Rotazione assiale* (torsione): è la rotazione nel piano orizzontale di una vertebra rispetto a quella sottostante. In questa condizione le fibre dell'anello fibroso che si trovano nella direzione del moto sono tese, mentre l'altra metà è rilassata. Durante la rotazione assiale i legamenti sopraspinoso e interspinoso sono leggermente in tensione e, a seconda della direzione del moto, il processo articolare inferiore della vertebra in movimento impatta con il processo articolare superiore della vertebra sottostante, creando uno spazio vuoto in corrispondenza dell'articolazione zigoapofisaria opposta. Pertanto si ha compressione in corrispondenza dell'articolazione zigoapofisaria in cui avviene l'impatto, il disco intervertebrale è sottoposto a sforzi di torsione e taglio laterale e la capsula articolare dell'articolazione zigoapofisaria opposta è in tensione.

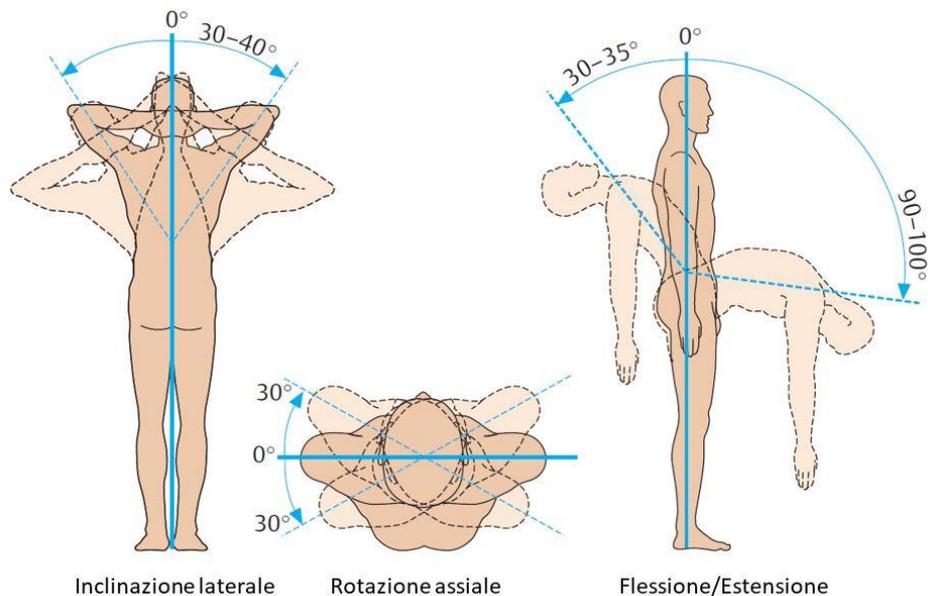


Figura 1.7 Movimenti del rachide [25].

---

# CAPITOLO 2

## Metodi

*In questo capitolo verrà inizialmente fornita una descrizione del metodo di analisi utilizzato in questo lavoro di tesi; successivamente verrà presentata una descrizione del software utilizzato, con particolare riferimento ai componenti adottati nella caratterizzazione del modello.*

### 2.1 Analisi dinamica multi-body

Un sistema dinamico multi-body è costituito da corpi solidi interconnessi mediante giunti che ne limitano il relativo movimento. L'*analisi dinamica diretta* è lo studio di come questi sistemi si muovono sotto l'influenza di specifiche forze, mentre l'*analisi dinamica inversa* è lo studio di quali forze sono necessarie a far muovere il sistema meccanico in un modo specifico. L'analisi dinamica è di fondamentale importanza in quanto la progettazione di prodotti richiede spesso la comprensione delle modalità con cui le parti in movimento interagiscono tra loro e con l'ambiente.

---

## 2.1.1 Le fasi della simulazione multi-body

Generalmente le fasi del processo di simulazione multi-body sono le seguenti:

1. *Pre-processing*: creazione delle geometrie, definizione dei componenti e dei loro parametri. Il pre-processor può interfacciarsi con altri software di analisi o sistemi CAD. I componenti del sistema includono:
  - corpi rigidi, per ognuno dei quali è necessario definirne la massa, la posizione del centro di massa e i momenti d'inerzia
  - giunti che collegano i diversi corpi, che di fatto vincolano uno o più gradi di libertà
  - forze agenti, che possono essere forze esterne oppure forze interne agenti tra due parti
  - contatti
  - generatori di moto
2. *Solving*: l'effettiva computazione dei risultati numerici basata su modelli matematici
3. *Post-processing*: calcolo di variabili dipendenti aggiuntive, visualizzazione e analisi dei risultati della simulazione

## 2.2 MSC ADAMS

Il software di simulazione dinamica multi-body utilizzato in questo lavoro di tesi è ADAMS (MSC Software Corporation, Newport Beach, California).

### 2.2.1 Sistemi di coordinate

In ADAMS (così come nei software di simulazione dinamica multi-body in generale) ogni corpo possiede un sistema di coordinate che può essere definito in un sistema di riferimento globale o locale:

- il *sistema di riferimento globale* definisce l'origine (0,0,0) del modello ed è il riferimento di tutti i sistemi di riferimento locali;
- i *sistemi di riferimento locali* vengono generati automaticamente quando viene creata una nuova parte del modello e in questo caso si parla di *sistema di riferimento locale della parte* oppure possono essere creati manualmente dall'utente utilizzando dei *marker*. La posizione e

l'orientamento del primo vengono espressi rispetto al sistema di riferimento globale, mentre per i marker possono venire espresse rispetto al sistema di riferimento globale o al sistema di riferimento locale di una parte. I marker sono utili quando è necessario definire una posizione o una direzione univoca (ad esempio la direzione di applicazione di una forza). In Figura 2.1 sono riportati alcuni esempi di sistemi di riferimento.

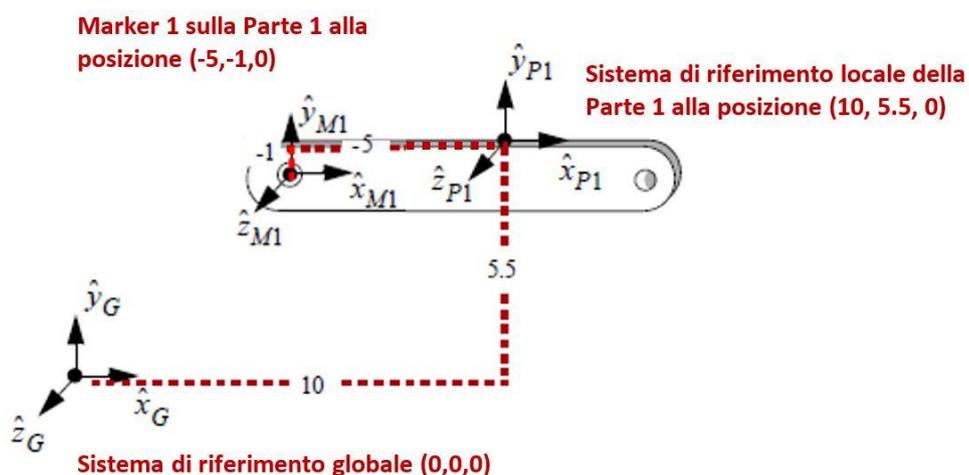


Figura 2.1 La posizione del sistema di riferimento locale della Parte 1 ( $\hat{x}_{P1}$ ,  $\hat{y}_{P1}$ ,  $\hat{z}_{P1}$ ) è riferita al sistema di riferimento globale ( $\hat{x}_G$ ,  $\hat{y}_G$ ,  $\hat{z}_G$ ), mentre la posizione del Marker 1 ( $\hat{x}_{M1}$ ,  $\hat{y}_{M1}$ ,  $\hat{z}_{M1}$ ) è riferita al sistema di riferimento locale della Parte 1.

Fonte: <https://www.mscsoftware.com/it/product/adams>

---

## 2.2.2 Vincoli

In ADAMS ogni corpo possiede sei gradi di libertà (DOF, *degrees of freedom*), tre traslazionali e tre rotazionali, i quali possono essere ridotti inserendo dei *vincoli* che possono configurarsi come *giunti*, ovvero connessioni ideali che limitano il movimento tra le parti, oppure come dei *generatori di moto* che impongono un movimento tra le parti. I vincoli sono rappresentati in ADAMS/Solver come equazioni algebriche che descrivono la relazione tra due marker.

### 2.2.2.1 Giunti

A seconda del tipo di giunto, possono essere rimossi uno o più gradi di libertà dal sistema. Nella Tabella 2.1 sono riportati i diversi tipi di vincolo presenti in ADAMS con i relativi gradi di libertà rimossi dal sistema.

	Traslazione lungo x	Traslazione lungo y	Traslazione lungo z	Rotazione attorno x	Rotazione attorno y	Rotazione attorno z	Totale
Incastro	✓	✓	✓	✓	✓	✓	6
Rotazionale	✓	✓	✓	✓	✓		5
Traslazionale	✓	✓		✓	✓	✓	5
Cilindrico	✓	✓		✓	✓		4
Universale/ gancio/ Velocità costante	✓	✓	✓			✓	4
Sferico	✓	✓	✓				3
Planare			✓	✓	✓		3

Tabella 2.1 Tipi di vincolo e gradi di libertà vincolati.

### 2.2.2.2 Moti

In ADAMS i moti possono essere di due tipi:

- **JOINT MOTIONS:** sono moti applicati ai vincoli che possono essere assimilati a dei vincoli in quanto pur non limitando il movimento, lo prescrivono e quindi rimuovono gradi di libertà dal sistema. Un joint motion può essere:
  - *Traslazionale:* applicato a giunti traslazionali o cilindrici (rimuove un DOF);
  - *Rotazionale:* applicato a giunti rotazionali o cilindrici (rimuove un DOF).
- **POINT MOTIONS:** sono moti applicati a un punto che impongono un movimento tra due parti. Quando viene generato un point motion, è necessario specificare la direzione lungo la quale avviene il moto. I point motions possono essere:
  - *Single point motions:* impongono il moto di due parti lungo o attorno un solo asse
  - *General point motions:* impongono il moto di due parti lungo o attorno i tre assi (6 DOF)

### 2.2.3 Forze

In ADAMS esistono tre tipi principali di forze:

- *Applied forces:* sono forze che definiscono carichi e compliance sulle parti del modello che sotto la loro azione si muovono in un certo modo. Possono avere una, tre o sei componenti che definiscono la forza risultante. Queste forze possono essere forze o coppie costanti, possono essere "*bushing/spring like*" oppure possono essere definite mediante una funzione.
- *Flexible connectors:* possono essere considerate forze intrinseche al modello (forze di azione-reazione). Alcuni esempi di flexible connectors sono:
  - **BUSHING:** è una forza predefinita che modella la compliance tra due corpi lungo o attorno tre vettori. Esso è costituito da sei sistemi molla-smorzatore disposti in parallelo e l'equazione costitutiva è la seguente:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ a \\ b \\ c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix}$$

dove:

- $F_x, F_y, F_z$  e  $T_x, T_y, T_z$  sono rispettivamente le componenti traslazionali e quelle rotazionali della forza.
  - $[K]$  è la matrice di rigidità (diagonale).
  - $x, y, z$  e  $a, b, c$  sono rispettivamente gli spostamenti traslazionali e rotazionali.
  - $[C]$  è la matrice di smorzamento (diagonale).
  - $v_x, v_y, v_z$  e  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  sono rispettivamente le derivate degli spostamenti traslazionali e rotazionali, ovvero le velocità e le velocità angolari.
  - $F_1, F_2, F_3$  e  $T_1, T_2, T_3$  sono rispettivamente le forze e le coppie di precarico (costanti).
- MOLLA – SMORZATORE: sono forze predefinite che rappresentano la compliance tra due corpi che si trovano a una certa distanza tra loro lungo o attorno una specifica direzione. L'equazione costitutiva può essere una funzione lineare basata sui coefficienti di rigidità e smorzamento oppure può essere non lineare basata su dati sperimentali.
- Gli elementi molla-smorzatore possono essere traslazionali o rotazionali (i primi danno origine a una coppia di forze mentre i secondi a due coppie)
- *Contatti*: specificano come i corpi reagiscono quando entrano in contatto tra loro quando il modello è in movimento

## 2.2.4 Misure

Le misure in ADAMS servono a rappresentare i dati che si vogliono quantificare durante una simulazione come spostamenti, velocità, accelerazioni, forze, angoli, ma anche altre grandezze che possono essere definite dall'utente mediante apposite funzioni. Nella Figura 2.2 ne sono riportati alcuni esempi. Tali misure catturano i valori dei dati in istanti di tempo differenti nel corso della simulazione e tramite queste è possibile generare dei grafici nella fase di post-processing.

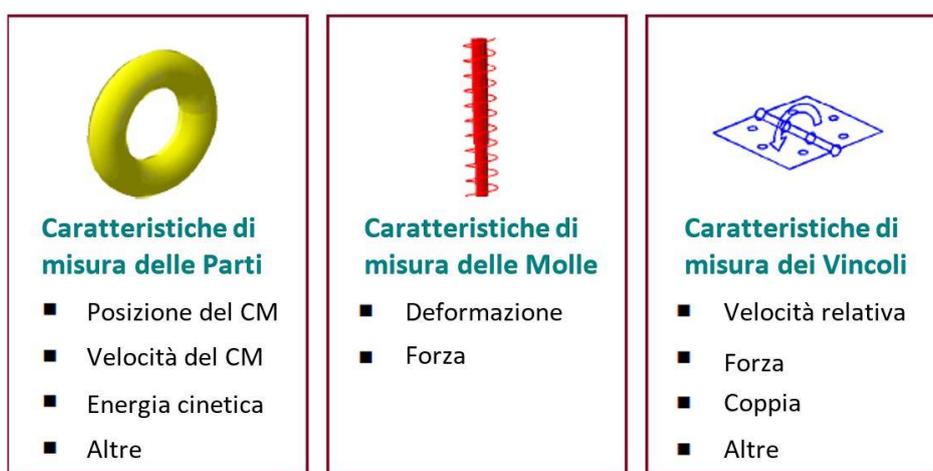


Figura 2.2 Esempi di misure relative a diversi componenti di un modello.

Fonte: <https://www.mscsoftware.com/it/product/adams>

---

## 2.2.5 Simulazione

La simulazione permette di valutare le performance del modello e la sua risposta a determinate condizioni operative. Durante la simulazione ADAMS verifica il modello e formula adeguate equazioni che predicono come le parti del modello si muoveranno quando verranno applicate ad esso le forze e i vincoli. Successivamente il software risolve tali equazioni e salva i risultati.

In ADAMS è possibile effettuare quattro tipi di simulazione:

- *Statica*: trova lo stato del modello in cui tutte le forze sono bilanciate in assenza di moti o forze d'inerzia. Tutte le velocità e le accelerazioni sono nulle. Una simulazione statica può essere condotta su modelli aventi un numero di gradi di libertà maggiore di zero, in modo tale che il solutore possa muovere le parti per trovare la condizione in cui tutte le forze sono bilanciate. Questo tipo di simulazione può fallire se la condizione di equilibrio è molto distante dalla condizione iniziale.
- *Cinematica*: determina il range di valori per spostamento, velocità e accelerazione di ogni punto di interesse nel modello, indipendentemente dalle forze che sono applicate ad esso (pertanto il movimento è guidato esclusivamente dai moti applicati ai giunti), quindi si può effettuare unicamente a modelli con zero gradi di libertà. Durante questo tipo di simulazione vengono risolte solo equazioni algebriche.
- *Dinamica*: è guidata da forze esterne ed eccitazioni e fornisce una soluzione cronologica per tutti gli spostamenti, le velocità, le accelerazioni e le forze interne di reazione all'interno del modello. Durante questo tipo di simulazione il solutore risolve equazioni algebriche e differenziali non lineari. Una simulazione dinamica può essere condotta su modelli aventi un numero di gradi di libertà maggiore di zero (perché il sistema deve essere in movimento sotto l'azione di forze esterne).
- *Lineare*: linearizza le equazioni dinamiche non lineari del movimento su un particolare punto operativo al fine di determinare le frequenze naturali e le forme modali corrispondenti.

# CAPITOLO 3

## Caratterizzazione del modello

L'obiettivo di questo lavoro di tesi è la formulazione di un modello che simuli il comportamento meccanico del disco intervertebrale durante i movimenti di flessione ed estensione e in particolare che simuli la non-linearità di tale comportamento.

A questo scopo è stato preso come riferimento il lavoro di [1], nel quale è stata studiata la variazione del range di movimento (ROM, range of motion) dell'unità funzionale spinale (FSU, functional spinal unit) L4-L5, a seguito di una rimozione progressiva dei componenti passivi quali legamenti, faccette articolati e nucleo polposo del disco intervertebrale interposto. Nello studio analizzato, è stato prodotto un difetto cumulativo sulla FSU secondo una sequenza ben precisa e, a seguito di ogni difetto prodotto, è stato applicato alla vertebra craniale un momento puro ( $\pm 1$ ,  $\pm 2.5$ ,  $\pm 5$ ,  $\pm 7.5$  e  $\pm 10$ Nm) in controllo di spostamento a una velocità costante di  $1.0^\circ/s$  al fine di valutare l'effetto biomeccanico di tale riduzione anatomica progressiva nei movimenti di flessione-estensione, lateral bending e rotazione assiale.

Il modello utilizzato per la simulazione multi-body consta pertanto di:

- due vertebre, L4 ed L5, modellizzate come corpi rigidi;
- la giunzione intervertebrale.

Nei modelli multi-body presenti in letteratura, la giunzione intervertebrale viene modellata utilizzando soluzioni differenti, alcune delle quali sono:

- GIUNTO SFERICO: il disco intervertebrale viene modellato mediante un giunto sferico a 3 gradi di libertà, trascurando il suo comportamento non-lineare e i legamenti. Questo tipo di modellazione viene spesso utilizzata nei modelli muscoloscheletrici [2], [3], i quali considerano in maniera dettagliata la muscolatura ma forniscono una rappresentazione

---

semplificata delle componenti legamentose e trascurano i gradi di libertà traslazionali dei dischi intervertebrali.

- BUSHING: il disco intervertebrale viene modellato come un giunto a 6 gradi di libertà per mezzo di matrici di rigidità e smorzamento lineari [4]. Questo tipo di modellazione tiene conto, pertanto, dei gradi di libertà rotazionali e traslazionali del disco intervertebrale, ma non permette di simularne il comportamento non-lineare.
- GIUNZIONE INTERVERTEBRALE NON-LINEARE A 6 GRADI DI LIBERTÀ: il disco intervertebrale viene modellato come un giunto a 6 gradi di libertà e il comportamento non-lineare viene simulato per ogni grado di libertà mediante polinomi che esprimono le forze e i momenti lungo e attorno i tre assi anatomici [5].

In [6] per descrivere il comportamento non-lineare del disco intervertebrale è stato proposto un modello matematico che descrive il comportamento momento-rotazione delle giunzioni vertebrali su ogni piano anatomico mediante polinomi di terzo grado in funzione dell'angolo di rotazione.

Così le soluzioni adottate in questo lavoro di tesi sono invece le seguenti:

- GIUNTO ROTOIDALE CON RIGIDEZZA PASSIVA: il giunto intervertebrale modellato globalmente mediante un giunto rotoidale a 1 grado di libertà insieme a una componente passiva di forza che permette di simulare il suo comportamento non lineare sul piano sagittale;
- GIUNTO A 6 GRADI DI LIBERTÀ CON COMPORTAMENTO NON-LINEARE: il giunto intervertebrale modellato puntualmente, rappresentando il disco intervertebrale come un giunto a 6 gradi di libertà con comportamento non-lineare sul piano sagittale, i principali legamenti come delle forze che lavorano solo in trazione, e ciascuna faccetta articolare come una molla.

### 3.1 Modellazione della giunzione intervertebrale come un giunto rotoidale con rigidità passiva

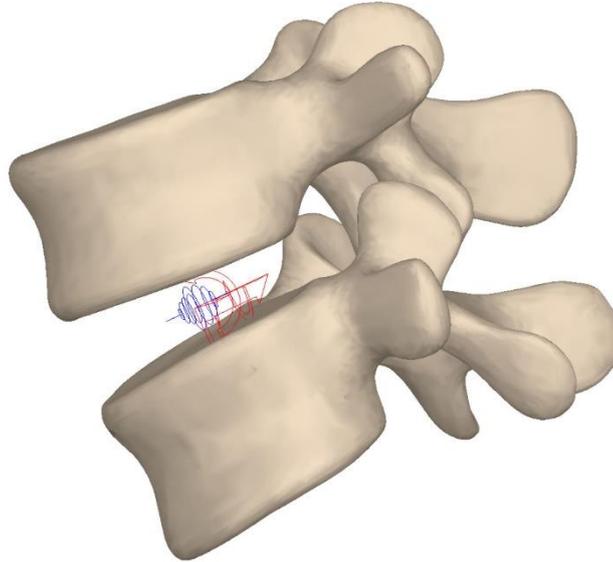


Figura 3.1 Modello della FSU L4-L5 con giunzione intervertebrale modellata come un giunto sferico con rigidità passiva.

A partire dai corpi rigidi di L4 e L5, sono stati inseriti un giunto sferico e una GFORCE al centro dello spazio intervertebrale compreso tra le due vertebre.

Poiché il movimento di interesse è la flessione-estensione, sono state vincolate le rotazioni del giunto sferico attorno agli assi longitudinale e anteroposteriore, lasciando libera la sola rotazione attorno all'asse medio-laterale. Anche nella definizione della GFORCE sono state mantenute nulle le tre componenti di forza traslazionali e le due componenti rotazionali attorno agli assi longitudinale e anteroposteriore. Al fine di simulare il comportamento non-lineare del disco intervertebrale durante le prove di flessione ed estensione, la componente rotazionale della GFORCE attorno all'asse medio-laterale è stata espressa mediante un polinomio i cui coefficienti sono stati ricavati in ambiente MATLAB effettuando l'interpolazione dei punti (momento; ROM) ottenuti da [1] (Tabella 3.1), (Figura 3.2). Si è scelto un polinomio di terzo grado coerentemente con lo studio di [6], per descrivere il comportamento momento-ROM del giunto intervertebrale (1):

$$M_{flex-ext} = C_3(ROM - ROM_0)^3 + C_2(ROM - ROM_0)^2 + C_1(ROM - ROM_0) + C_0 \quad (1)$$

La sintassi utilizzata in Adams è la seguente:

-POLY (ROM\_L4L5, x0, C0, C1, C2, C3)

dove:

- *ROM\_L4L5*: range of motion della FSU L4-L5, calcolato come la variazione dello spostamento angolare attorno all'asse medio-laterale del centro di massa del corpo vertebrale della vertebra L4 rispetto a quello di L5.
- *x0*: shift del polinomio lungo l'asse delle ascisse, posto pari a 0.
- *C0*: termine noto del polinomio, nullo in quanto a un momento nullo corrisponde un ROM nullo.
- *C1, C2, C3*: coefficienti del polinomio rispettivamente dei termini di primo, secondo e terzo grado.

<i>Momento [Nm]</i>	<i>ROM [°]</i>
- 10	- 4.92
- 7.5	- 4.10
- 5	- 3.14
- 2.5	-1.89
- 1	- 0.66
1	0.75
2.5	3.13
5	5.02
7.5	6.19
10	7.14

Tabella 3.1 Valori mediani del ROM in funzione del momento flettente per la FSU L4-L5 integra presi da [1]. Momenti e ROM negativi si riferiscono all'estensione, positivi alla flessione.

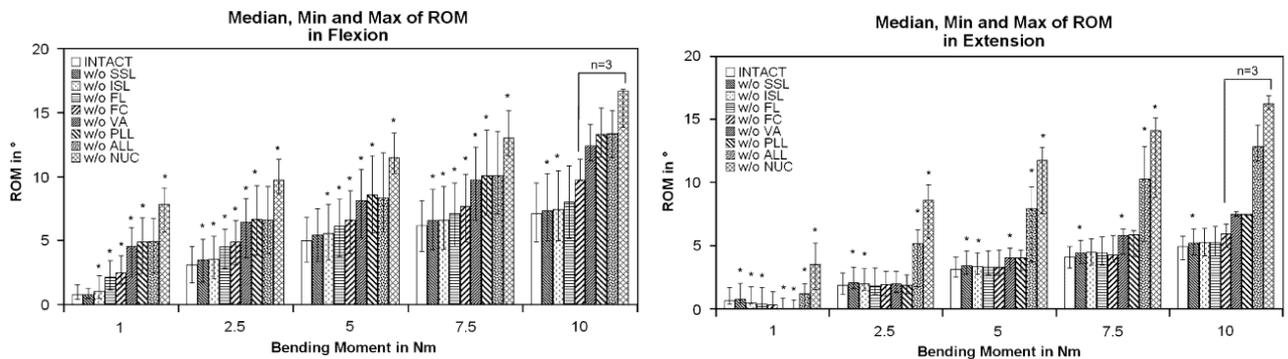


Figura 3.2 ROM in flessione (sopra) ed estensione (sotto) per momento e grado del difetto cumulativo. I dati in Tabella 3.1 si riferiscono alla serie INTACT [1].

I punti (momento; ROM) ricavati da [1] utilizzati per effettuare l'interpolazione sono relativi alla FSU integra, compresa di tutti i legamenti e gli elementi posteriori (Tabella 3.1), (Figura 3.2). Per questo motivo, pur non essendo stati espressamente modellati i legamenti, il loro contributo è presente all'interno del polinomio. La Figura 3.3 mostra la curva momento-ROM ottenuta interpolando i punti di [1] con un polinomio di terzo grado imponendo il passaggio per l'origine degli assi, la cui equazione è descritta di seguito (ROM espresso in radianti e Momento in Nmm):

$$M_{flex-ext} = C_3(ROM - ROM_0)^3 + C_2(ROM - ROM_0)^2 + C_1(ROM - ROM_0) + C_0$$

dove:

- $C_0 = 0$  Nmm
- $C_1 = 56052$  Nmm/rad
- $C_2 = -352224$  Nmm/rad<sup>2</sup>
- $C_3 = 4358144$  Nmm/rad<sup>3</sup>

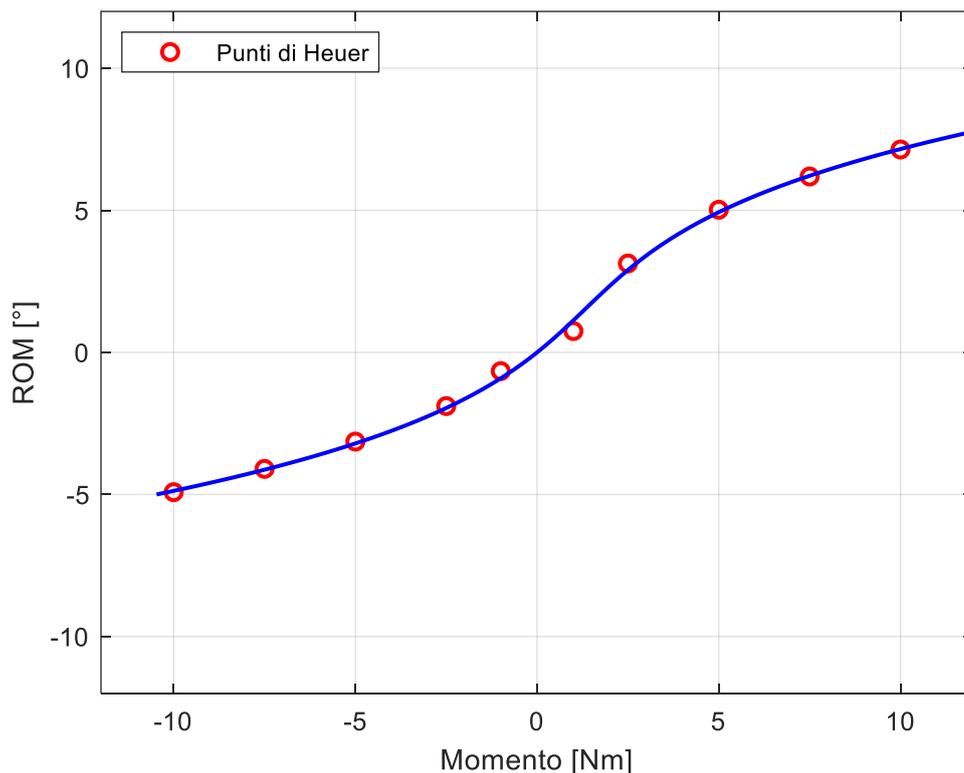


Figura 3.3 Curva Momento-ROM ottenuta interpolando i punti ricavati da [1] mediante un polinomio di terzo grado. Momenti e ROM negativi si riferiscono all'estensione, positivi alla flessione.

---

### 3.1.1 Verifica del modello

Per effettuare la verifica del modello si è cercato di simulare il metodo di esecuzione della prova di flesso-estensione adottato da [1]. La vertebra L5 è stata quindi incastrata al ground ed è stato applicato un momento alla vertebra L4 nel suo centro di massa, con fulcro nello stesso. Non è stato possibile applicare il momento in controllo di spostamento perché avrebbe richiesto l'utilizzo di un MOTION e questo non avrebbe reso possibile tenere conto del contatto che avviene tra le faccette articolari durante l'estensione; pertanto, è stato applicato un momento in controllo di forza con una velocità costante di 0.1Nm/s.

La verifica è stata effettuata sia utilizzando all'interno della GFORCE i coefficienti del polinomio di terzo grado ricavati dall'interpolazione dei punti (momento; ROM) di [1], sia utilizzando i coefficienti riportati nel lavoro di [6] (Tabella 3.2). Nel corso della trattazione si farà riferimento ai modelli con i coefficienti di [1] e di [6] rispettivamente con le abbreviazioni M1 ed M2. Nella Figura 3.4 sono riportate le curve Momento-ROM ottenute durante la simulazione di flesso-estensione.

	<i>C1</i>	<i>C2</i>	<i>C3</i>
Heuer (M1)	56052	-352224	4358144
Zhang (M2)	81182	-888000	6338700

Tabella 3.2 Coefficienti del polinomio di terzo grado interpolante i punti di [1] e coefficienti del polinomio di [6]. Unità di misura: C1 [Nmm/rad], C2 [Nmm/rad<sup>2</sup>], C3 [Nmm/rad<sup>3</sup>].

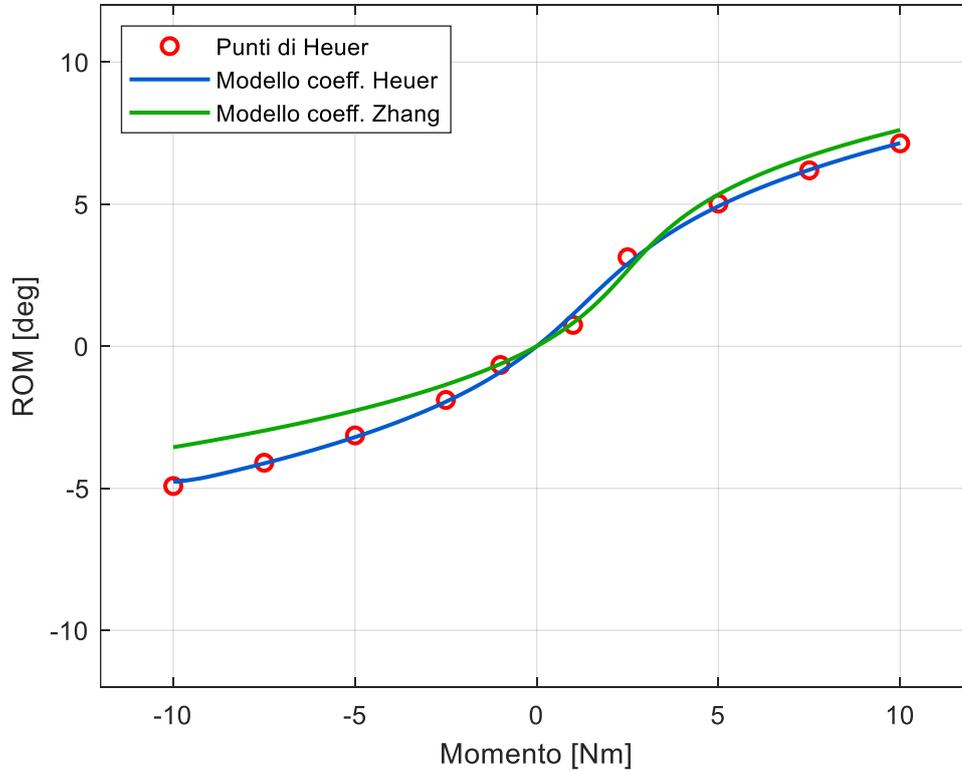


Figura 3.4 Curve Momento-ROM ottenute applicando un momento di flesso-estensione alla FSU L4-L5. La curva blu è stata ottenuta impostando all'interno della GFORCE una componente rotazionale attorno all'asse medio-laterale espressa mediante un polinomio di terzo grado i cui coefficienti sono stati ricavati mediante l'interpolazione dei punti (momento; ROM) di [1]. La curva verde è stata ottenuta utilizzando i coefficienti di [6] all'interno del polinomio di terzo grado.

Si può osservare che le due curve hanno un andamento simile. La curva ottenuta dalla simulazione del modello M2 esibisce un cambio di concavità in flessione e un comportamento leggermente più rigido in estensione.

---

## 3.2 Modellazione della giunzione intervertebrale come un giunto a 6 gradi di libertà con comportamento non-lineare

In questo caso è stato rimosso il giunto sferico dal modello della FSU ed è stato sostituito da un bushing agente tra gli stessi punti della GFORCE. Inoltre sono stati inseriti nel modello i legamenti e le faccette articolari. Nel corso della trattazione verrà fatto riferimento a questo modello con l'abbreviazione M3.

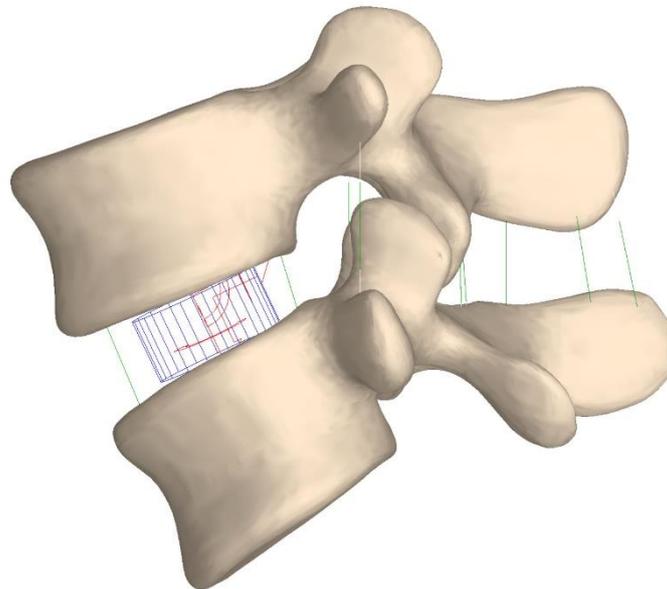


Figura 3.5 Modello della FSU L4-L5 con giunzione intervertebrale modellata come un giunto a 6 DOF con comportamento non-lineare.

### 3.2.1 Modellazione del disco intervertebrale

L'aggiunta dei legamenti al modello ha reso necessario modellare il disco intervertebrale come un giunto a 6 gradi di libertà, in quanto il modello precedente a 1 grado di libertà non era in grado di supportare le componenti di forza traslazionali generate dai legamenti nelle tre direzioni. Il disco è stato modellizzato secondo le seguenti equazioni (2):

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{ant-post} = K_1 \Delta x + C \Delta v_x \\ F_{med-lat} = K_2 \Delta y + C \Delta v_y \\ F_{sup-inf} = K_3 \Delta z + C \Delta v_z \\ M_{lateral\ bending} = T_1 \theta_x + C_t \omega_x \\ M_{flex-ext} = c_4^{T_2} \theta_y^4 + c_3^{T_2} \theta_y^3 + c_2^{T_2} \theta_y^2 + c_1^{T_2} \theta_y \\ M_{torsione\ assiale} = T_3 \theta_z + C_t \omega_z \end{array} \right. \quad (2)$$

dove:

- $K_1, K_2, K_3$ : rigidezze lineari anteroposteriore, medio-laterale e longitudinale [N/m].
- $C$ : smorzamento lineare [Ns/m].
- $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ : spostamenti traslazionali rispettivamente lungo gli assi anteroposteriore, medio-laterale e longitudinale [m].
- $\Delta v_x, \Delta v_y, \Delta v_z$ : variazione della velocità rispettivamente lungo gli assi anteroposteriore, medio-laterale e longitudinale [m/s].
- $T_1, T_3$ : rigidezze angolari medio-laterale e torsionale [Nm/rad].
- $C_t$ : smorzamento angolare [Nms/rad].
- $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ : spostamenti angolari rispettivamente attorno agli assi anteroposteriore, medio-laterale e longitudinale [rad].
- $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ : velocità angolari rispettivamente lungo gli assi anteroposteriore, medio-laterale e longitudinale [rad/s].
- $c_1^{T_2}, c_2^{T_2}, c_3^{T_2}, c_4^{T_2}$ : coefficienti dei termini di primo, secondo, terzo e quarto grado del polinomio di quarto grado che esprime il momento attorno all'asse medio-laterale [Nm/rad], [Nm/rad<sup>2</sup>], [Nm/rad<sup>3</sup>].

Per questa implementazione si è ricorso a un bushing per le componenti traslazionali e ad una GFORCE per le componenti rotazionali.

## BUSHING

Le caratteristiche meccaniche del bushing sono state adattate al modello facendo riferimento alla letteratura [7]. In particolare, sono state inserite all'interno del bushing solo le componenti traslazionali di rigidità e smorzamento lineari, i cui valori sono riportati nella Tabella 3.3, mentre le componenti angolari sono state annullate.

$$\begin{bmatrix} F_{sup-inf} \\ F_{ant-post} \\ F_{med-lat} \\ / \\ / \\ / \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_{sup-inf} \\ \Delta x_{ant-post} \\ \Delta x_{med-lat} \\ / \\ / \\ / \end{bmatrix}$$

<b><math>K_{11}</math> [N/mm]</b> traslazione superiore-inferiore	438
<b><math>K_{22}</math> [N/mm]</b> traslazione antero-posteriore	251
<b><math>K_{33}</math> [N/mm]</b> traslazione medio-laterale	332
<b><math>C</math> [Ns/mm]</b> smorzamento lineare	1

Tabella 3.3 Rigidezze e smorzamento lineari del disco intervertebrale.

## GFORCE

Le componenti traslazionali della GFORCE sono state mantenute nulle, mentre le due componenti rotazionali attorno agli assi anteroposteriore e longitudinale sono state espresse rispettivamente utilizzando la seguente sintassi all'interno del programma di calcolo:

$$\begin{aligned}
 & - (K44) * AX(MARKER\_L4Dw, MARKER\_L5Up) - \\
 & (Ct) * WX(MARKER\_L4Dw, MARKER\_L5Up, MARKER\_L5Up) \\
 & - (K55) * AZ(MARKER\_L4Dw, MARKER\_L5Up) - \\
 & (Ct) * WZ(MARKER\_L4Dw, MARKER\_L5Up, MARKER\_L5Up)
 \end{aligned}$$

dove:

- K44 e K55 sono le rigidezze angolari medio-laterale e torsionale ottenute dalla letteratura [7].
- Ct è lo smorzamento angolare ottenuto dalla letteratura.
- AX e AZ sono rispettivamente le funzioni che misurano lo spostamento angolare attorno agli assi anteroposteriore e longitudinale.
- WX e WZ sono rispettivamente le funzioni che misurano la velocità angolare attorno agli assi anteroposteriore e longitudinale.
- MARKER\_L4Dw è il marker situato al centro del piatto vertebrale inferiore di L4 (con lo stesso orientamento iniziale del MARKER\_L5Up).
- MARKER\_L5Up è il marker situato al centro del piatto vertebrale superiore di L5 (con lo stesso orientamento iniziale del MARKER\_L4Dw).

<b><math>K_{44}</math> [Nm/rad]</b> rotazione assiale	564
<b><math>K_{55}</math> [Nm/rad]</b> lateral bending	70
<b><math>Ct</math> [Nms/rad]</b> smorzamento angolare	2.3

Tabella 3.4 Rigidezze e smorzamento angolari del disco intervertebrale.

La componente rotazionale attorno all'asse medio-laterale è stata espressa in maniera analoga al Paragrafo 3.1, ma in questo caso sono stati utilizzati i punti (momento; ROM) di [1] relativi alla FSU privata di tutti i legamenti e degli archi vertebrali (Tabella 3.5). Inoltre, l'interpolazione è stata effettuata mediante un polinomio di quarto grado escludendo il punto a 10 Nm di flessione (Figura 3.6), per cercare di interpolare in modo migliore i dati a basso range di movimento. I coefficienti del polinomio sono riportati nella Tabella 3.6.

<i>Momento [Nm]</i>	<i>ROM [°]</i>
- 10	- 12.86
- 7.5	- 10.28
- 5	- 7.92
- 2.5	- 5.15
- 1	- 1.23
1	4.95
2.5	6.64
5	8.38
7.5	10.11
10	13.35

Tabella 3.5 Valori mediiani del ROM in funzione del momento flettente presi da [1] per la FSU L4-L5 privata dei legamenti e degli archi vertebrali (serie w/o ALL della Figura 3.2). Momenti e ROM negativi si riferiscono all'estensione, positivi alla flessione.

<i>C1</i>	<i>C2</i>	<i>C3</i>	<i>C4</i>
15888	- 85917	854192	2970957

Tabella 3.6 Coefficienti del polinomio di quarto grado interpolante i punti di [1]. Unità di misura: C1 [Nmm/rad], C2 [Nmm/rad<sup>2</sup>], C3 [Nmm/rad<sup>3</sup>], C4 [Nmm/rad<sup>4</sup>].

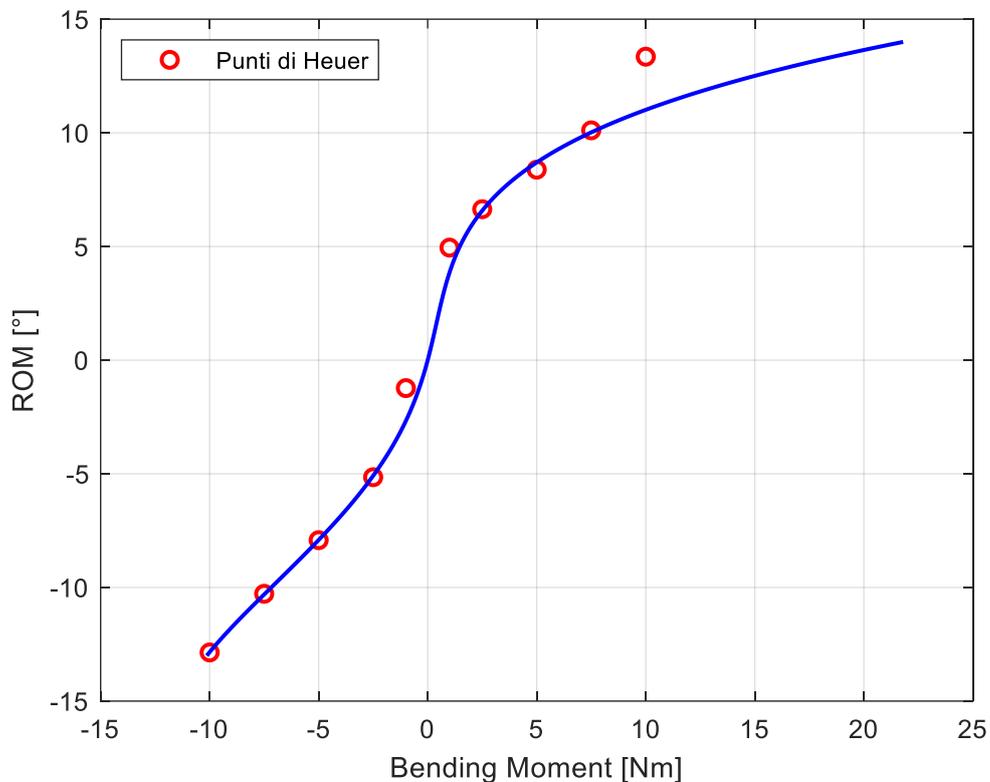


Figura 3.6 Curva Momento-ROM ottenuta interpolando i punti ricavati da [1] mediante un polinomio di quarto grado escludendo il punto a 10 Nm.

### 3.2.2 Modellazione dei legamenti

I legamenti sono stati modellati come una forza agente tra due punti corrispondenti ai loro punti di inserzione. Tali forze sono definite mediante un sistema molla-smorzatore in parallelo e agiscono solo in trazione. Inoltre, i legamenti sono stati pretensionati, ovvero la loro lunghezza iniziale è inferiore alla distanza tra i punti di inserzione quando il rachide è a riposo.

Per definire i valori di lunghezza a riposo e rigidità dei legamenti si è fatto riferimento alla letteratura [8] e per definirne il comportamento meccanico è stato adottato un modello non lineare secondo il quale la curva sforzo-deformazione del legamento può essere suddivisa in due regioni:

- una regione iniziale detta di "Toe" con andamento quadratico, in corrispondenza della quale basse tensioni producono grandi deformazioni. Questo riduce i rischi di danneggiamento dei legamenti e

garantisce un'ampia mobilità del rachide con minimo dispendio di energia da parte dei muscoli;

- una seconda regione lineare, caratterizzata da un'elevata resistenza al movimento e grande assorbimento di energia. Questo fornisce stabilità e protezione al midollo spinale e alle radici nervose.

La forza esercitata da ciascun legamento è espressa dalla seguente relazione (3):

$$F_{leg} = \begin{cases} 0 & \varepsilon \leq 0 \\ -0.25k_n \frac{\varepsilon}{\varepsilon_r} - cv_{rel} & 0 < \varepsilon \leq 2\varepsilon_r \\ -k_n(\varepsilon - \varepsilon_r) - cv_{rel} & \varepsilon > 2\varepsilon_r \end{cases} \quad (3)$$

dove:

- $\varepsilon = \frac{l-l_0}{l_0}$  è l'allungamento relativo del legamento;
- $2\varepsilon_r$  è la deformazione in corrispondenza del passaggio dalla zona di "Toe" a quella lineare;
- $k_n = Kl_{pintar}$ , dove  $K$  e  $l_{pintar}$  sono rispettivamente la rigidità e lunghezza a riposo del legamento prese da [8];
- $c$  è la costante di smorzamento del legamento;
- $v_{rel}$  è la velocità relativa tra i punti di inserzione del legamento.

La sintassi utilizzata in Adams è la seguente:

```
IF((L_Leg-L0_Leg)/L0_Leg:
0,
0,
IF(((L_Leg-L0_Leg)/L0_Leg)-2*er:
-(0.25*Knorm_Leg*(((L_Leg-L0_Leg)/L0_Leg)**2)/er)-C*VR(MARKER_Leg_in,
MARKER_Leg_or),
-(0.25*Knorm_Leg*(((L_Leg-L0_Leg)/L0_Leg)**2)/er)-C*VR(MARKER_Leg_in,
MARKER_Leg_or),
-Knorm_Leg*(((L_Leg-L0_Leg)/L0_Leg)-er)-C*VR(MARKER_Leg_in,
MARKER_Leg_or)))
```

dove:

- $L_{Leg}$  è la misura istantanea della lunghezza del legamento;
- $L0_{Leg}$  è il valore della lunghezza iniziale del legamento, ricavato a partire dal valore di pre-strain  $\epsilon_0$ ;
- $2^{*er}$  è la deformazione in corrispondenza del passaggio dalla zona di "Toe" a quella lineare;
- $Knorm_{Leg}$  è la  $k_n$  del legamento considerato, dove  $k_n = Kl_{pintar}$ ;
- $C$  è la costante di smorzamento, pari a 0.5 Nms;
- $MARKER_{Leg\_in}$  è il marker posizionato in corrispondenza del punto di inserzione del legamento;
- $MARKER_{Leg\_or}$  è il marker posizionato in corrispondenza del punto di origine del legamento;
- $VR$  è la funzione che calcola la velocità relativa tra i due marker posti in corrispondenza dell'origine e del punto di inserzione del legamento.

	$\epsilon_0$	$\epsilon_r$
ALL	5.3 %	4.5 %
PLL	9.8 %	6.5 %
SSL	-6 %	3 %
ISL	4.3 %	6 %
ITL	0 %	3 %
LF	10.59 %	7 %

Tabella 3.7 Valori di pre-strain e  $\epsilon_r$  dei legamenti [9], [8], [10], [11], [12].

	$l_{pintar} [mm]$	$K [N/mm]$
ALL	37.1	40.5
PLL	33.3	25.8
SSL	25.2	18
ISL	16	4.35
ITL	25.2	18
LF	15.2	13.6

Tabella 3.8 Lunghezza a riposo e rigidità dei legamenti del livello L4-L5 [8].

---

### 3.2.3 Modellazione delle faccette articolari

L'equivalente meccanico scelto per modellare le faccette articolari è la molla. Sono state inserite due molle tra i processi articolari inferiori della vertebra L4 e i processi articolari superiori della vertebra L5 (una molla a destra e una a sinistra). Tale soluzione è stata adottata al fine di ridurre il ROM della FSU durante l'estensione, senza ottenere lo stesso effetto in flessione. Inizialmente era stato infatti preso in considerazione l'inserimento dei soli legamenti capsulari (definiti analogamente a quanto descritto nel paragrafo precedente), ma questa soluzione era poi stata abbandonata in quanto il modello risultava poco rigido durante l'estensione.

Per la definizione dei parametri caratteristici, si è fatto nuovamente riferimento al lavoro di [8]. È stato imposto uno spostamento iniziale tra i due marker tra cui la molla agisce pari alla distanza tra i marker stessi, in modo tale che in condizione di riposo la forza esercitata dalla molla fosse nulla. Il valore di rigidità è stato invece selezionato a partire dalla rigidità dei legamenti capsulari, confrontando il comportamento meccanico del modello impostando una rigidità delle molle pari alla rigidità dei legamenti capsulari, alla metà di tale valore oppure al doppio (Figura 3.7). Per entrambe le molle è stata quindi impostata una rigidità di 240 N/mm, pari al doppio della rigidità del singolo legamento capsulare, poiché tale valore fornisce il miglior risultato in termini di rigidità del modello in estensione.

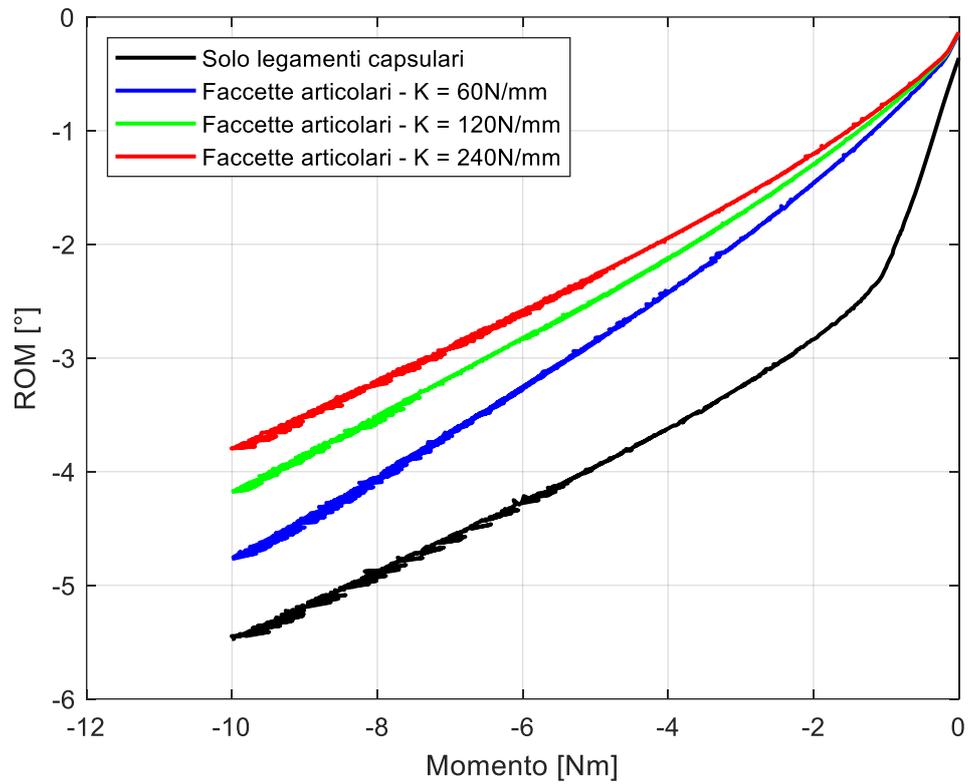


Figura 3.7 Curve Momento-ROM relative alla sola estensione della FSU ottenute senza faccette articolari (curva nera), modellando le faccette articolari come delle molle di rigidità pari alla rigidità dei legamenti capsulari (curva blu), pari alla metà di tale valore (curva verde) oppure pari al doppio (curva rossa).

### 3.2.4 Validazione del modello

La validazione del modello è stata effettuata andando a paragonare il comportamento della FSU con esplicitati tutti gli elementi passivi rispetto ai dati sperimentali di [1] della FSU.

Dalla Figura 3.8 si può osservare che la curva Momento-ROM risulta leggermente spostata verso il basso, quindi a un momento nullo non corrisponde un ROM nullo. Tale comportamento è una conseguenza del pretensionamento dei legamenti.

Il modello M3 è un po' più rigido in estensione rispetto al risultato ottenuto da [1], mentre lo è meno in flessione per momenti superiori a 5Nm, ma in generale si può definire il modello FSU validato.

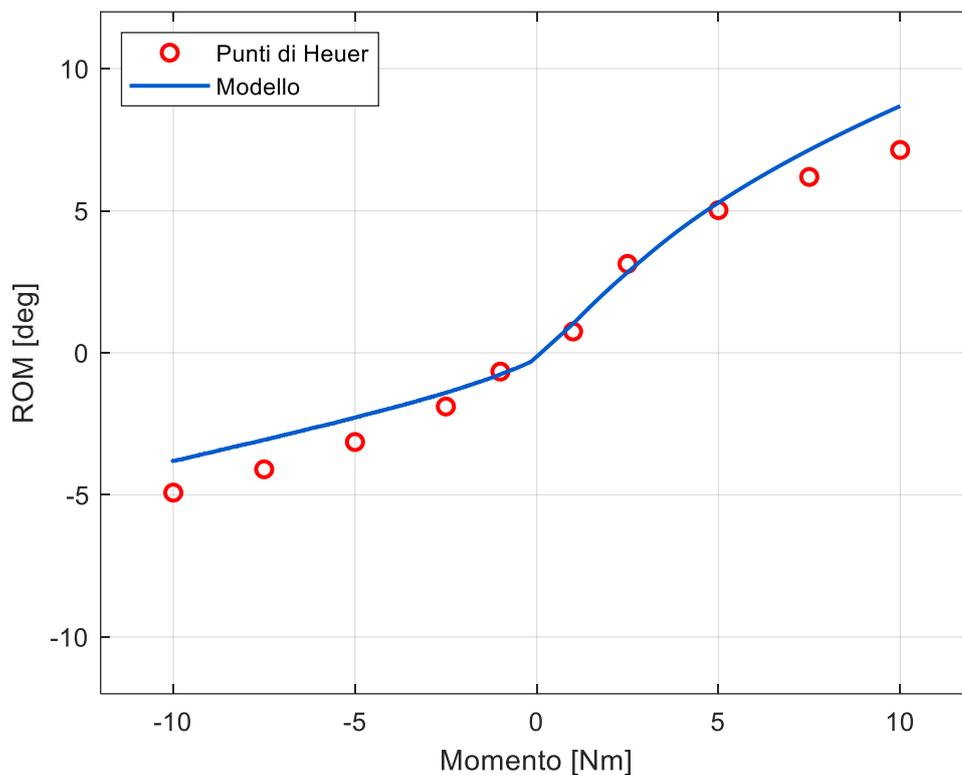


Figura 3.8 Curve Momento-ROM ottenute applicando un momento di flesso-estensione alla FSU L4-L5. La curva blu è stata ottenuta impostando all'interno della GFORCE una componente torsionale attorno all'asse medio-laterale espressa mediante un polinomio di quarto i cui coefficienti sono stati ricavati mediante l'interpolazione dei punti (momento; ROM) di [1], escluso il punto a 10 Nm.

### 3.2.5 Contributo dei legamenti

Al fine di valutare l'effetto dei legamenti sul ROM, è stata riprodotta la prova di rimozione anatomica progressiva (*stepwise reduction*) condotta da [1] effettuando una serie di simulazioni ripetute in flessione ed estensione. La prima simulazione è stata condotta con tutti i legamenti attivi (INTACT), poi sono stati disattivati progressivamente i legamenti e le faccette articolari nel seguente ordine: legamento sopraspinoso (w/o SSL), legamento interspinoso (w/o ISL), legamenti gialli (w/o LF), faccette articolari (w/o AF), legamento longitudinale posteriore (w/o PLL) e anteriore (w/o ALL). Nel lavoro di [1] sono riportate due distinte riduzioni anatomiche corrispondenti alla rimozione della capsula articolare e dell'arco vertebrale, le quali sono state applicate al modello rimuovendo entrambe le faccette articolari (tradotto operativamente con la disattivazione delle molle e della forza di contatto tra le faccette). L'ultima riduzione anatomica effettuata da [1] che consiste nella denucleazione del disco intervertebrale è stata invece trascurata. Inoltre, poiché nel lavoro di [1] non è presente alcun riferimento ai legamenti intertrasversari, essi sono stati disattivati in tutte le simulazioni.

Nella Figura 3.9 sono riportati i risultati della prova di *stepwise reduction* confrontati con quelli ottenuti da [1]. Si può osservare che in flessione i risultati delle simulazioni rientrano perfettamente nei range definiti da [1], fatta eccezione per le ultime tre riduzioni (w/o AF, w/o PLL e w/o ALL) in corrispondenza di un momento pari a 10 Nm. In estensione al contrario l'effetto di tutti i legamenti sul ROM è meno marcato rispetto a quanto trovato da [1] e si ha un contributo preponderante da parte delle faccette articolari, mentre in [1] è il legamento longitudinale anteriore il principale responsabile della variazione del ROM.

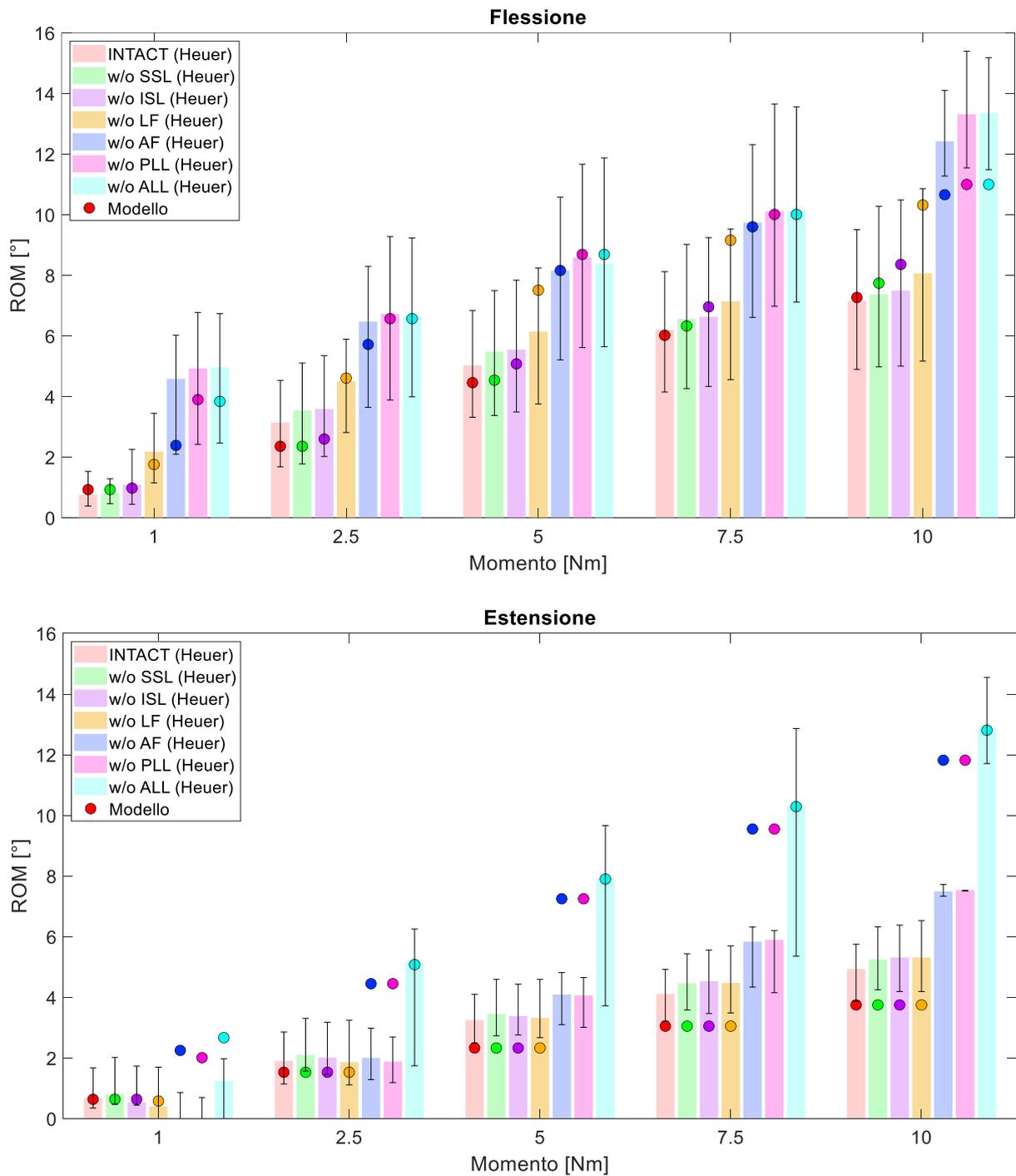


Figura 3.9 Confronto dei risultati ottenuti dalla prova di stepwise reduction con [1] in flessione (sopra) e in estensione (sotto) per la FSU L4-L5. Le barre colorate rappresentano i valori medi di ROM per ogni grado di riduzione anatomica, mentre le barre d'errore rappresentano i range (valori massimi e minimi) individuati da [1]. I risultati delle simulazioni corrispondono ai punti colorati.

Per valutare invece l'entità delle forze sviluppate da ciascun legamento durante i movimenti di flessione ed estensione, sono state generate in ambiente MATLAB le curve forza-deformazione teoriche e sperimentali per ciascun legamento, unitamente alle curve forza-tempo (per le faccette articolari sono riportate solo le ultime), presentate nelle Figure 3.10 e 3.11. È possibile osservare come in flessione lavorino principalmente i legamenti gialli, le faccette articolari e, in misura minore, i legamenti longitudinale posteriore e sopraspinoso, mentre il contributo dei legamenti longitudinale anteriore e interspinoso è minimo e quello dei legamenti intertrasversari nullo. In estensione invece il principale contributo di forza è dato dal legamento longitudinale anteriore, seguito da quello delle faccette articolari, mentre il contributo del legamento longitudinale posteriore e dei legamenti gialli è minimo e quello dei legamenti interspinoso e intertrasversari è nullo.

## Flessione

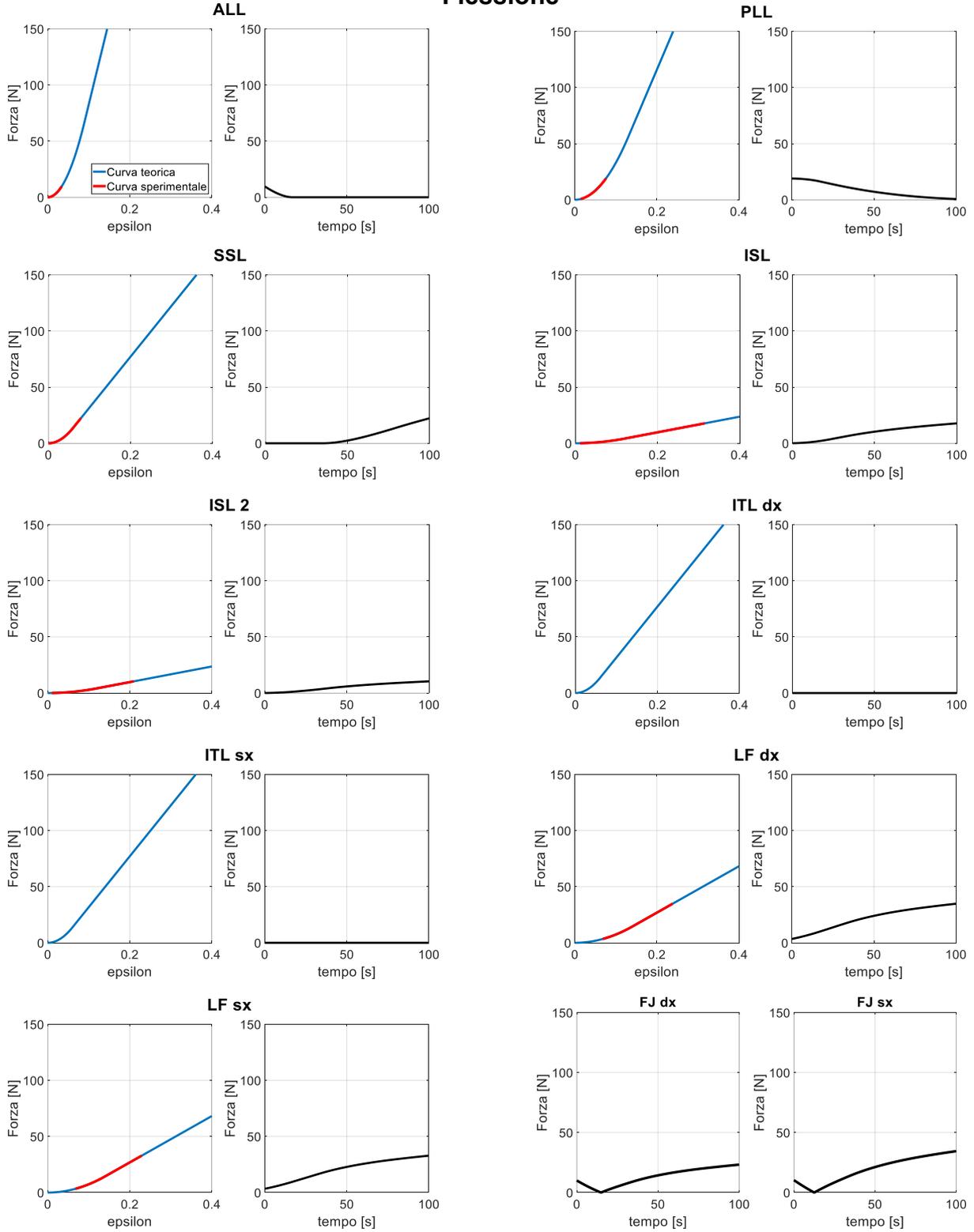


Figura 3.10 Curve forza-deformazione dei legamenti spinali (sinistra) e curve forza-tempo dei legamenti spinali e delle faccette articolari (destra) in flessione.

**Estensione**

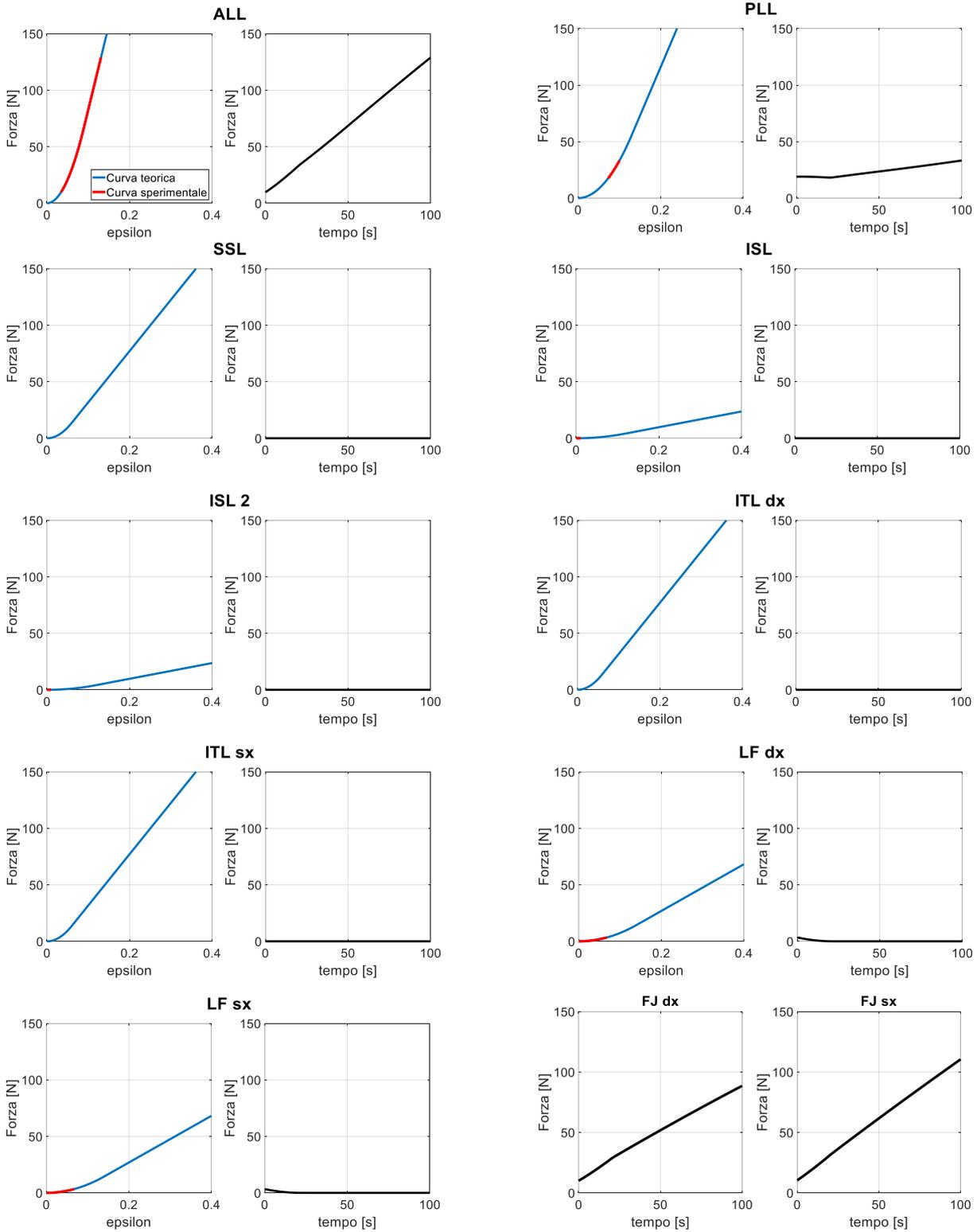


Figura 3.1 Curve forza-deformazione dei legamenti spinali (sinistra) e curve forza-tempo dei legamenti spinali e delle faccette articolari (destra) in estensione.

### 3.3 Confronto con la letteratura

I risultati ottenuti dalle prove di flesso-estensione sono stati confrontati con dati raccolti da test *in vitro* effettuati sulla FSU L4-L5 e, in particolare, si è fatto riferimento al lavoro di [13]. Le curve Momento-ROM ottenute applicando il momento di flesso-estensione ai due modelli di FSU con la medesima modalità presentata nel Paragrafo 3.1.1 sono state pertanto messe a confronto con quella proposta da [13] (Figura 3.12). Inoltre, è stato confrontato il ROM in flessione ed estensione a  $\pm 8$  Nm (Figura 3.13).

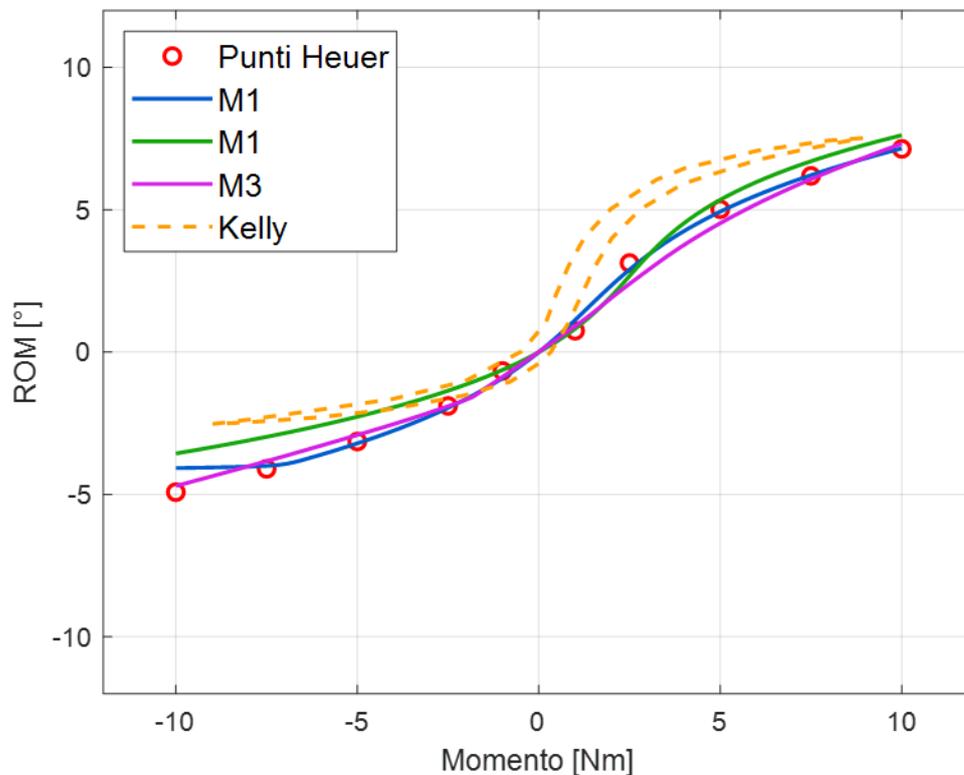


Figura 3.12 Confronto delle curve Momento-ROM ottenute applicando un momento di flesso-estensione alla FSU L4-L5 senza legamenti (curve blu e verde) e con legamenti (curva viola) con la curva di [13] (tratteggiata).

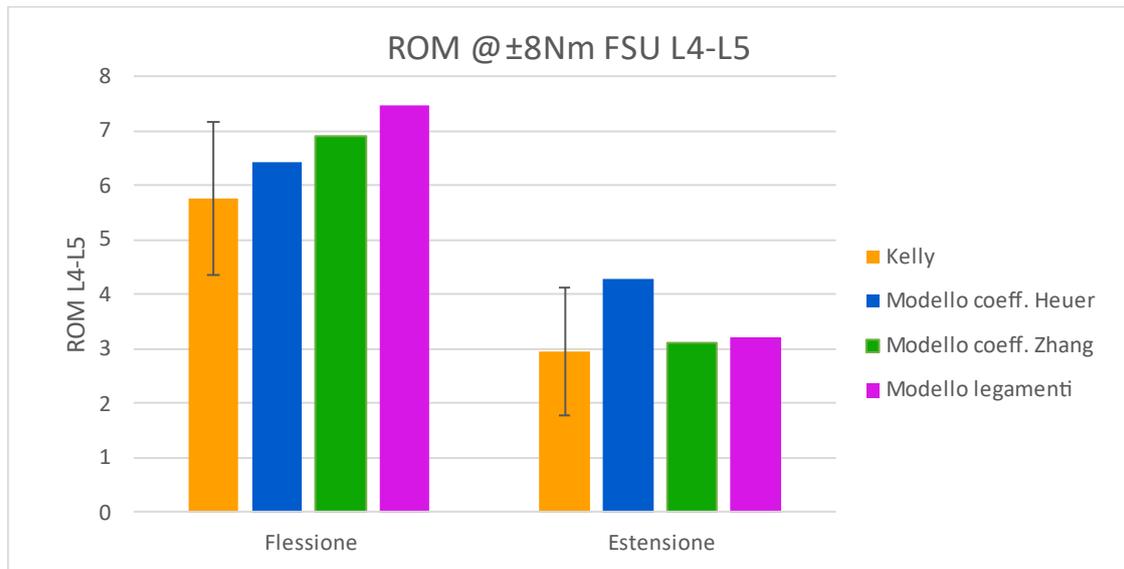


Figura 3.13 Confronto del ROM misurato a  $\pm 8$  Nm con il valore medio ( $\pm$  deviazione standard) riportato in [13].

Dalla Figura 3.12 si può osservare che in flessione il comportamento di tutti e tre i modelli si discosta dal risultato ottenuto da [13], soprattutto per bassi valori di momento. Il valore del ROM misurato a 8Nm dei modelli M1 e M2 si trova all'interno del range definito da [13], mentre per il modello M3 si trova leggermente al di fuori.

In estensione il comportamento del modello M1 si discosta maggiormente dalla curva di [13] e anche il valore medio del ROM misurato a -8Nm risulta fuori dal range definito da [13]. I modelli M2 e M3 hanno un comportamento molto simile che si avvicina maggiormente a quello descritto dalla curva di [13], e anche i valori medi del ROM misurato a -8Nm rientrano perfettamente nel range definito da [13].



# **CAPITOLO 4**

## **Estensione del modello della FSU L4-L5 al rachide lombare**

Il modello della FSU L4-L5 è stato successivamente esteso all'intero rachide lombare (L1-S1). Sono stati quindi aggiunti al modello quattro corpi rigidi che modellizzano le vertebre lombari L1, L2, L3 e il sacro S1. La caratterizzazione del modello è stata effettuata in maniera analoga a quanto descritto nel Capitolo 3 e la giunzione intervertebrale è stata modellata utilizzando i due approcci precedentemente descritti.

---

## 4.1 Modellazione della giunzione intervertebrale come un giunto rotoidale con rigidità passiva

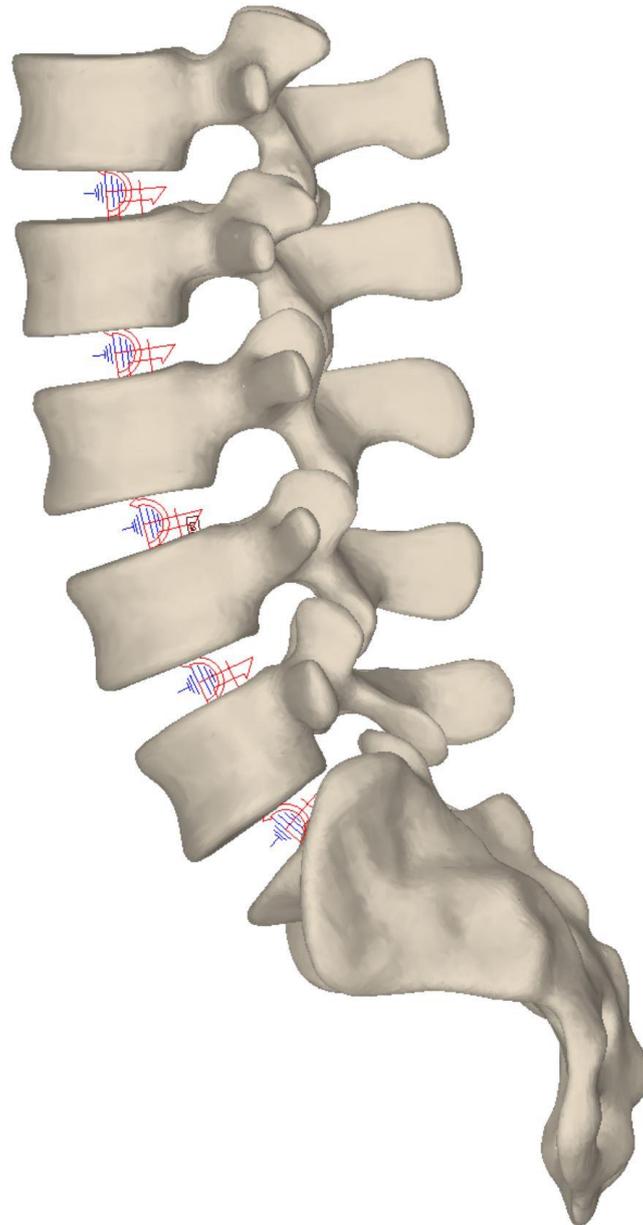


Figura 4.1 Modello del rachide lombare (L1-S1) con giunzione intervertebrale modellata come un giunto rotoidale con rigidità passiva.

Analogamente a quanto descritto nel Paragrafo 3.1, sono stati inseriti i giunti sferici e le GFORCE al centro dello spazio intervertebrale compreso tra ciascuna FSU (L1-L2, L2-L3, L3-L4, L4-L5 e L5-S1).

Anche per il modello di rachide lombare sono state vincolate le rotazioni dei giunti sferici attorno agli assi longitudinale e anteroposteriore, lasciando libera la sola rotazione attorno all'asse medio-laterale; le tre componenti di forza traslazionali e le due componenti angolari attorno agli assi longitudinale e anteroposteriore della GFORCE sono state annullate. Dal momento che i punti (momento; ROM) di [1] sono esclusivamente riferiti alla FSU L4-L5, per la definizione dei coefficienti del polinomio di terzo grado degli altri livelli vertebrali, è stata calcolata la variazione percentuale dei coefficienti proposti da [6] di ogni livello rispetto a L4-L5 (Tabella 4.1) ed è stata applicata a sua volta ai coefficienti ricavati da [1] (Tabella 4.2). La Figura 4.2 confronta le curve risultanti con quelle di [6].

<i>Livello</i>	<i>C1</i>	<i>Δ% rispetto L4-L5</i>	<i>C2</i>	<i>Δ% rispetto L4-L5</i>	<i>C3</i>	<i>Δ% rispetto L4-L5</i>
<i>L1-L2</i>	88407	8.90	-616183	-30.61	8257193	34.25
<i>L2-L3</i>	80374	-1.00	-586309	-33.97	8633375	40.37
<i>L3-L4</i>	88333	8.81	-779667	-12.20	8181956	33.03
<i>L4-L5</i>	81182	0.00	-887999	0.00	6150574	0.00
<i>L5-S1</i>	45590	-43.84	-367346	-58.63	4119192	-33.03

Tabella 4.1 Coefficienti di [6] e variazione percentuale rispetto a L4-L5. Unità di misura: C1 [Nmm/rad], C2 [Nmm/rad<sup>2</sup>], C3 [Nmm/rad<sup>3</sup>].

---

<i>Livello</i>	<i>C1</i>	<i>C2</i>	<i>C3</i>
<i>L1-L2</i>	61041	-244409	5850842
<i>L2-L3</i>	55494	-232559	6117395
<i>L3-L4</i>	60989	-309254	5797531
<i>L4-L5</i>	56052	-352224	4358144
<i>L5-S1</i>	31478	-145708	2918757

Tabella 4. 2 Coefficienti di [1] per ogni livello calcolati come la variazione percentuale ricavata da [6] rispetto al livello L4-L5. I coefficienti relativi alla FSU L4-L5 si riferiscono alla FSU integra di [1] ricavati nel Paragrafo 3.1 Unità di misura: C1 [Nmm/rad], C2 [Nmm/rad<sup>2</sup>], C3 [Nmm/rad<sup>3</sup>].

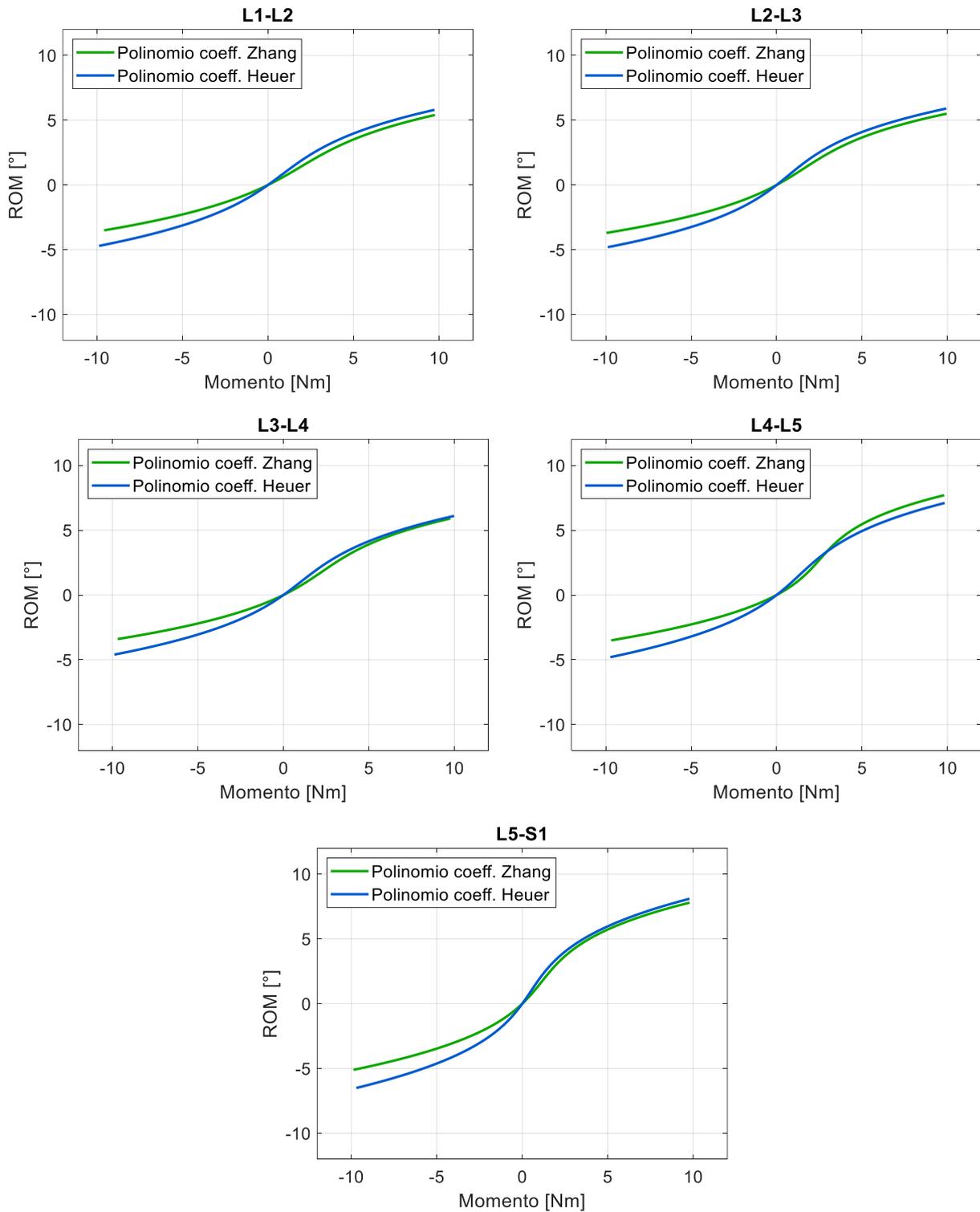


Figura 4.2 Polinomi di [6] per tutti i livelli e polinomi con coefficienti di [1] calcolati come la variazione percentuale ottenuta da [6] rispetto al livello L4-L5.

---

## 4.2 Modellazione della giunzione intervertebrale come un giunto a sei gradi di libertà con comportamento non-lineare

Come descritto nel Paragrafo 3.2, i giunti sferici sono stati sostituiti da bushing agenti tra gli stessi punti delle GFORCE e sono stati aggiunti al modello i principali legamenti spinali e le faccette articolari per ogni livello.

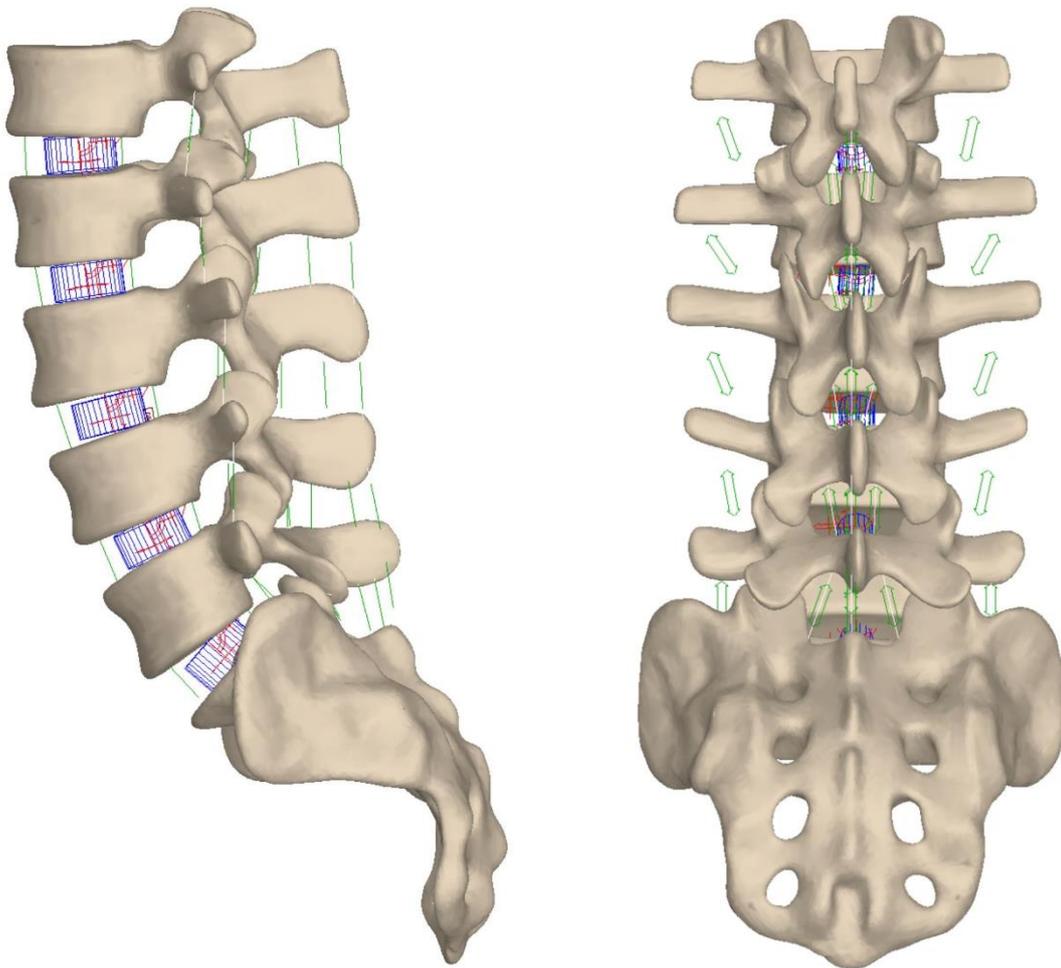


Figura 4.3 Modello del rachide lombare (L1-S1) con giunzione intervertebrale modellata come un giunto a sei gradi di libertà con comportamento non-lineare in vista laterale (sinistra) e posteriore (destra).

## 4.2.1 Disco intervertebrale

La modellazione dei dischi intervertebrali è stata effettuata con le medesime modalità descritte nel Paragrafo 3.2.1. Nella Tabella 4.3 sono riportati i valori delle rigidità e degli smorzamenti per ciascun livello del rachide lombare ottenute dalla letteratura [7]. In questo caso all'interno del polinomio che esprime la componente rotazionale attorno all'asse medio-laterale della GFORCE sono stati utilizzati gli stessi coefficienti riportati nella Tabella 3.6 per tutti i livelli, in quanto non è stato possibile procedere in maniera analoga a quanto descritto nel Paragrafo 4.1 dal momento che il modello matematico proposto da [6] non è basato su polinomi di quarto grado.

	<i>L1-L2</i>	<i>L2-L3</i>	<i>L3-L4</i>	<i>L4-L5</i>	<i>L5-S1</i>
<b><math>K_{11}</math> [N/mm]</b> traslazione superiore-inferiore	438	438	438	438	438
<b><math>K_{22}</math> [N/mm]</b> traslazione antero- posteriore	251	251	251	251	251
<b><math>K_{33}</math> [N/mm]</b> traslazione medio- laterale	332	332	332	332	332
<b><math>K_{44}</math> [Nm/rad]</b> rotazione assiale	564	564	564	564	564
<b><math>K_{55}</math> [Nm/rad]</b> lateral bending	70	70	70	70	70
<b><math>C</math> [Ns/mm]</b> smorzamento lineare	1	1	1	1	1
<b><math>Ct</math> [Nms/rad]</b> smorzamento angolare	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3

Tabella 4.3 Rigidità e smorzamenti lineari e angolari del disco intervertebrale.

---

## 4.2.2 Legamenti e faccette articolari

La modellazione dei legamenti e delle faccette articolari è stata effettuata con le medesime modalità descritte nel Paragrafo 3.2.2 e nel Paragrafo 3.2.3. I valori di pre-strain,  $\epsilon_r$ , e lunghezza a riposo dei legamenti di ogni livello sono gli stessi riportati nella Tabella 3.7 e nella Tabella 3.8. I valori di rigidità dei legamenti per ogni livello sono invece riportati nella Tabella 4.4, insieme ai valori di rigidità delle faccette articolari.

<i>Livello</i>	<i>ALL</i>	<i>PLL</i>	<i>SSL</i>	<i>ISL</i>	<i>ITL</i>	<i>LF</i>	<i>FJ</i>
<i>L1-L2</i>	32.4	17.1	23	5	23	11.5	240
<i>L2-L3</i>	20.8	36.6	24.8	4.8	24.8	12.55	240
<i>L3-L4</i>	39.5	10.6	34.8	9.05	34.8	17.25	240
<i>L4-L5</i>	40.5	25.8	18	4.35	18	13.6	240
<i>L5-S1</i>	13.2	21.8	17.8	8.15	17.8	10.1	180

Tabella 4.4 Rigidità dei legamenti e delle faccette articolari [N/mm].

## 4.3 Confronto con la letteratura

La prova di flesso-estensione del modello di rachide lombare è stata effettuata vincolando il sacro al ground e applicando un momento in controllo di forza a una velocità costante di 0.1 Nm/s alla vertebra L1 nel suo centro di massa, con fulcro nel centro di massa stesso.

Analogamente a quanto descritto nel Paragrafo 3.1.1, per il modello senza legamenti la prova è stata effettuata sia utilizzando all'interno della GFORCE i coefficienti del polinomio di terzo grado di [1] calcolati come variazione percentuale rispetto alla FSU L4-L5 ricavata da [6], sia utilizzando i coefficienti riportati nel lavoro di [6]. Nel corso della trattazione ci si riferirà nuovamente ai due modelli rispettivamente con le abbreviazioni M1 e M2, mentre il modello con i legamenti sarà indicato con M3.

I risultati della prova di flesso-estensione sono stati confrontati con i risultati di test *in vitro* effettuati sul tratto lombare della colonna vertebrale raccolti dalla letteratura e, in particolare, si è fatto riferimento ai lavori di [14], [15], [16], [17], [18] e [13].

### 4.3.1 Confronto con Guan e Panjabi

Il confronto con [15] e [14] è stato effettuato raccogliendo i punti (momento; ROM) riportati in tali studi in ambiente MATLAB mediante la routine GRABIT, la quale permette di estrarre le coordinate di punti specifici da un'immagine.

Nello studio di [15] sono stati applicati momenti puri mediante forze uguali e opposte applicate a un telaio di carico all'interno del quale è stato posto il campione di rachide lombosacrale (Figura 4.3 (a)), caricandolo gradualmente con momenti crescenti pari a  $\pm 0.5$ ,  $\pm 1.5$ ,  $\pm 2.5$ ,  $\pm 3.5$  e  $\pm 4.0$  Nm (lo studio riguarda il comportamento meccanico del rachide lombare a bassi livelli di carico).

In [14] sono invece stati testati campioni di rachide lombosacrale (L1-S1 o L2-S1) utilizzando un setup sperimentale costituito da tre pulegge circolari, due orientate verticalmente e una orizzontalmente (il momento di flesso-estensione è applicato per mezzo delle due pulegge verticali). La vertebra L1 (o L2) e il sacro S1 sono state incastrate all'interno di una resina di polietilene e successivamente è stato applicato un momento puro alla vertebra craniale (L1 o L2) per mezzo di quattro forze parallele, uguali e opposte applicate alle pulegge verticali (due forze applicate a ciascuna puleggia) (Figura 4.3 (b)) in modo tale da caricare

gradualmente i campioni con momenti risultanti puri in quattro incrementi di carico successivi fino a un massimo di 10 Nm ( $\pm 2.5$ ,  $\pm 5$ ,  $\pm 7.5$  e  $\pm 10$  Nm). Inoltre, per tutta la durata del test è stato applicato un precarico compressivo pari a 100N lungo l'asse longitudinale.

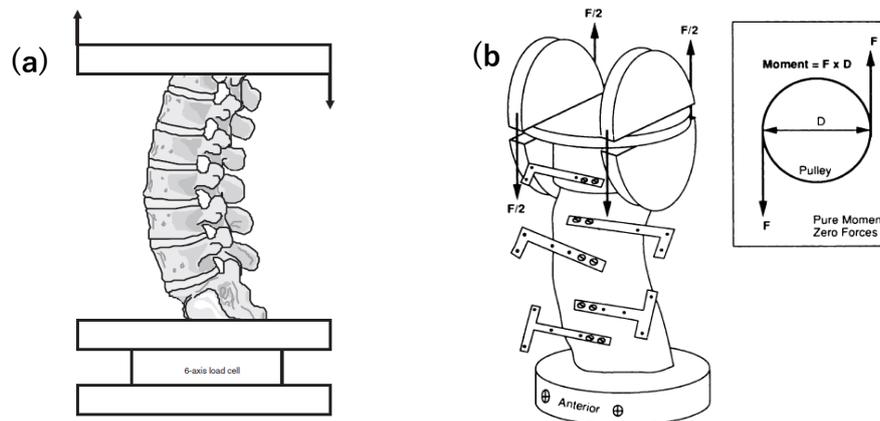


Figura 4.4 Set-up sperimentali utilizzati da [15] (a) e [16] (b).

La Figura 4.5 mostra il confronto delle curve Momento-ROM ottenute a seguito della prova di flesso-estensione con i punti (momento; ROM) ricavati da [15] e [14] (media  $\pm$  deviazione standard).

Si può osservare che in flessione le curve dei tre modelli interpolano i punti di [15] rientrando perfettamente nei range definiti, fatta eccezione per il modello M3 in corrispondenza del livello L1-L2 che risulta leggermente più flessibile. A bassi livelli di carico il comportamento dei tre modelli si discosta dai risultati di [14], mentre tra 5 e 10 Nm le curve Momento-ROM dei livelli L3-L4, L4-L5 ed L5-S1 rientrano nei range definiti in tale studio. A livello della FSU L1-L2 il modello M3 risulta invece più flessibile rispetto a [14]; al contrario, a livello L2-L3 i modelli M1 e M2 sono più rigidi.

In estensione il modello M1 risulta meno rigido rispetto ai dati di [15] (eccetto a livello L5-S1), mentre gli altri due modelli forniscono risultati in linea con tali dati a tutti i livelli. Le tre curve Momento-ROM rientrano invece all'interno dei range definiti da [14] per tutti i livelli del rachide lombare, fatta eccezione per la curva Momento-ROM relativa al modello M1, il quale risulta essere meno rigido per elevati livelli di carico ( $-7.5$  Nm e  $-10$  Nm).

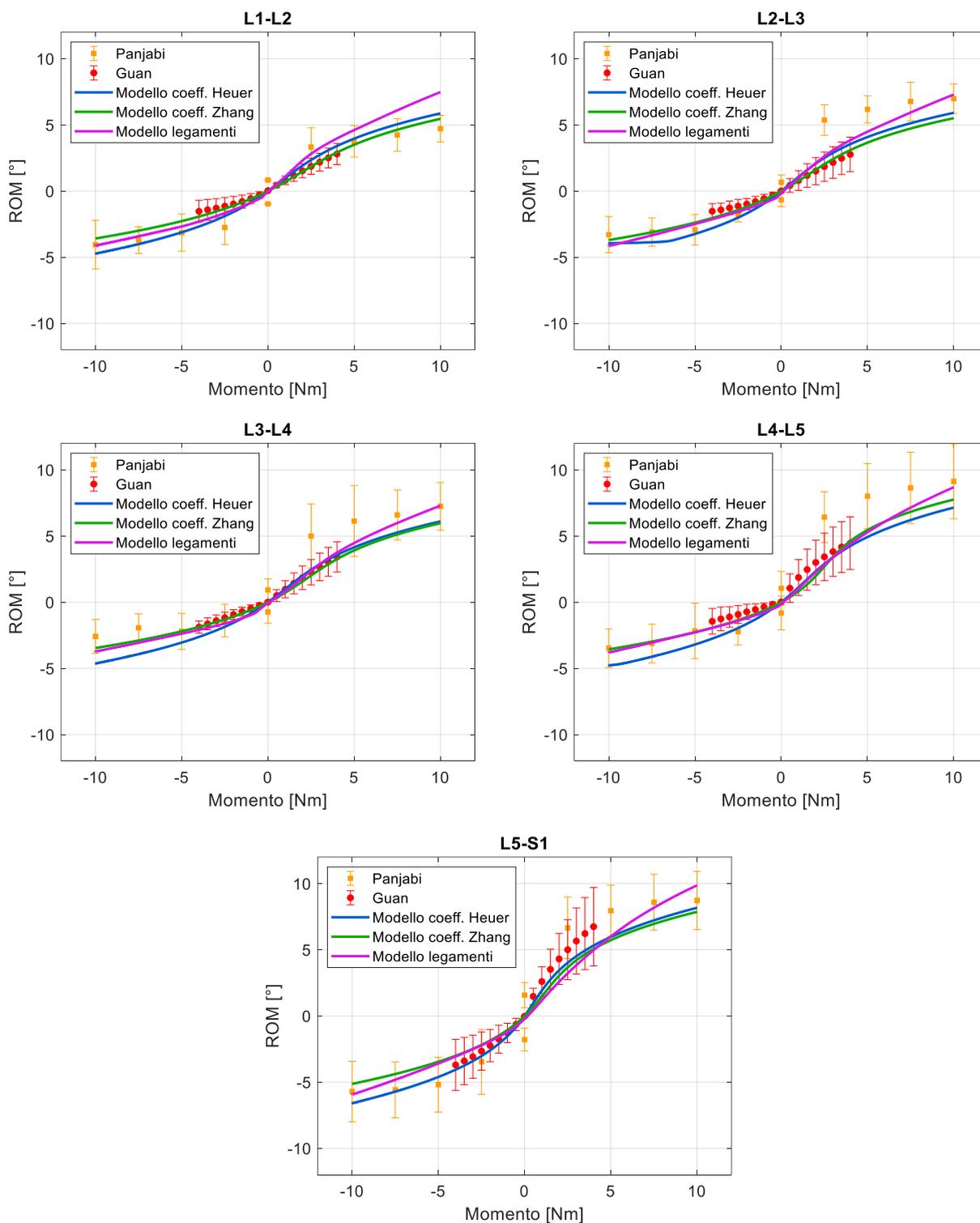


Figura 4.5 Confronto delle curve Momento-ROM ottenute a seguito della prova di flessione-estensione con i punti (momento; ROM) ottenuti da [14] e [15] (media  $\pm$  deviazione standard).

### 4.3.2 Confronto con Yamamoto

Nel lavoro di [16] è stato studiato il movimento del rachide lombare (L1-S1) nelle tre dimensioni. A questo scopo L1 ed S1 sono stati incastrati all'interno di due blocchi epossidici e fissati al tavolo di prova ed è stato applicato un momento puro alla vertebra L1 mediante un sistema di carico composto da cilindri di vetro accoppiati a basso attrito operanti sottovuoto (Figura 4.6).

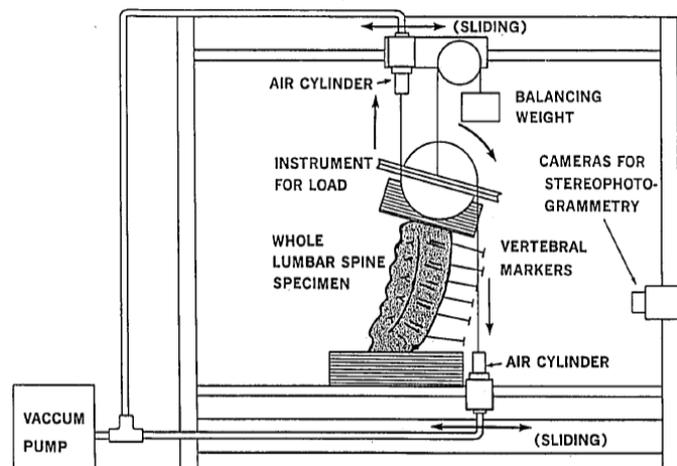


Figura 4. 6 Set-up sperimentale utilizzato da [16].

Nella Figura 4.7 è riportato il confronto dei valori medi del ROM totale in flessione-estensione di tutti i livelli del rachide lombare per diversi valori di carico ( $\pm 2.5$ ,  $\pm 5$ ,  $\pm 7.5$  e  $\pm 10$  Nm). Si può osservare che a  $\pm 2.5$  Nm il ROM totale medio misurato da [16] è nettamente superiore rispetto a quello raggiunto nei tre modelli in tutti i livelli. Anche a  $\pm 5$  Nm il campione di [16] risulta meno rigido rispetto ai tre modelli, fatta eccezione per il livello L5-S1 in cui il comportamento Momento-ROM si discosta in misura minore. Il modello M2 risulta essere il più rigido in flessione-estensione a tutti i livelli eccetto L5-S1. I modelli M1 e M3 esibiscono invece un comportamento simile tra loro a tutti i livelli e per ogni valore di carico, salvo per il livello L5-S1 in cui il secondo risulta meno rigido. In generale, il modello che più si discosta dai risultati di [16] è il modello M2.

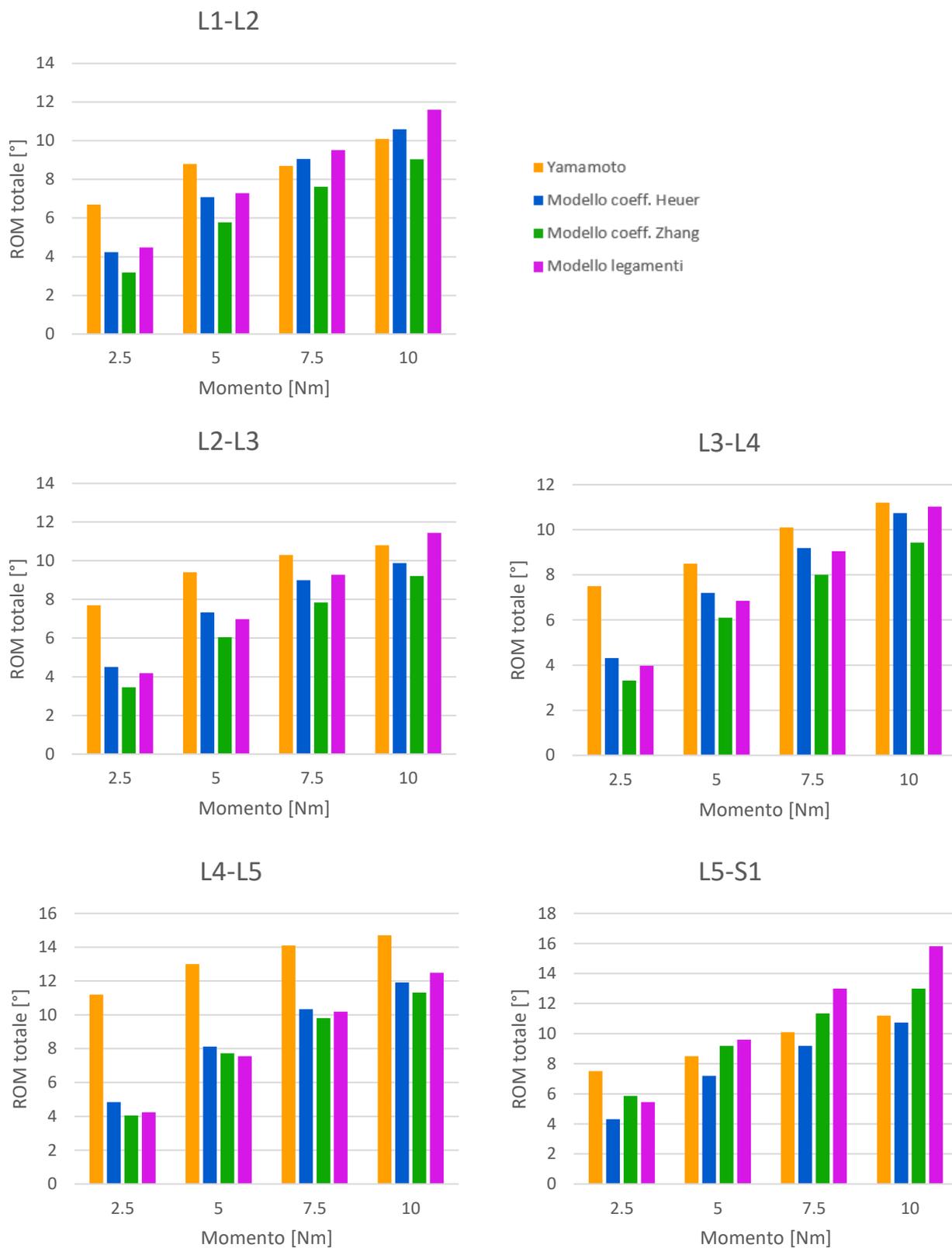


Figura 4.7 Valori medi del ROM in flessione-estensione a tutti i livelli del rachide lombare per diversi valori di carico. Confronto con [16].

### 4.3.3 Confronto con Renner

In [17] è stato sviluppato un modello FEM per valutare gli effetti del follower load sul range di movimento nel rachide lombare. I dati estrapolati per effettuare il confronto sono relativi al modello *in vitro* utilizzato per la validazione del modello FEM. La prova di flesso-estensione è stata eseguita incastrando L1 e S1 in due blocchi di resina e applicando due forze uguali e opposte alla vertebra L1, in modo tale da caricare il campione di rachide lombare con un momento pari a 8Nm in flessione e -6Nm in estensione. A seguito di tale prova, è stato calcolato il ROM totale in flesso-estensione come la somma dei ROM in flessione (a 8Nm) e in estensione (a -6Nm) per ciascuna FSU e per l'intero tratto L1-S1 (il ROM totale relativo al tratto L1-S1 è calcolato come la somma dei ROM dei singoli livelli). Per il confronto dei risultati, sono stati selezionati i dati relativi alle prove eseguite senza l'applicazione del precarico compressivo.

Dalla Figura 4.8, che mostra il confronto dei risultati di [17] (media  $\pm$  deviazione standard) con quelli ottenuti dalla simulazione dei tre modelli, è possibile osservare che il ROM in flesso-estensione di tutti i livelli rientra perfettamente nei range definiti da [17], e lo stesso vale per l'intero tratto L1-S1.

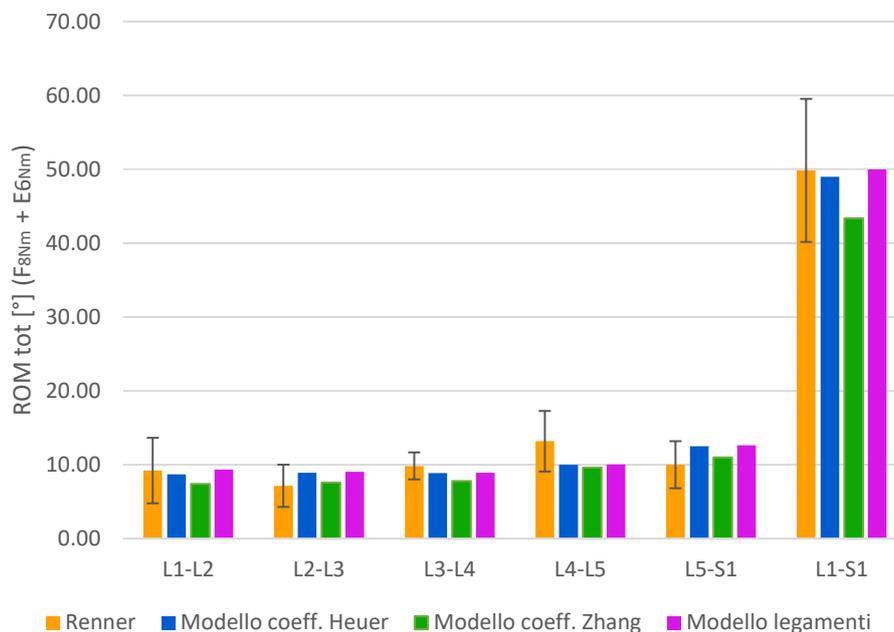


Figura 4.8 Valori medi del ROM in flesso-estensione (flessione a 8Nm ed estensione a -6Nm) per tutti i livelli del rachide lombare e per l'intero tratto L1-S1. Le barre d'errore rappresentano la deviazione standard dei dati di [17] dal valore medio del ROM.

### 4.3.4 Confronto con Rohlmann

Nel lavoro di [18] è stata studiata l'influenza del follower load sulla pressione intradiscale e sulla rotazione intersegmentale del rachide lombare (L1-L5) nei tre piani anatomici. Anche in questo studio la prima (L1) e l'ultima vertebra (L5) sono state incastrate in blocchi di polimetilmetacrilato (PMMA), L5 è stata fissata al telaio della macchina di prova e la vertebra L1 è stata caricata con un momento puro pari a  $\pm 3.75\text{Nm}$  e  $\pm 7.5\text{Nm}$ . Nuovamente, per il confronto dei risultati, sono stati selezionati i dati relativi alle prove eseguite senza l'applicazione del precarico compressivo.

La Figura 4.9 mostra le curve Momento-ROM ottenute dalla simulazione dei tre modelli, insieme alle curve di [18] ottenute a seguito dell'applicazione di momenti puri pari a  $\pm 3.75\text{Nm}$  e  $\pm 7.5\text{Nm}$ . In questo caso il ROM è relativo all'intero tratto L1-L5, calcolato come la somma dei ROM dei singoli livelli.

Si può osservare che in flessione i tre modelli esibiscono una maggior rigidità rispetto al modello di [18] (il modello M3 rientra nel range definito da [18] solo tra 4 e 6Nm, mentre gli altri due si avvicinano maggiormente ai risultati di [18] solo intorno a 7.5Nm).

In estensione il modello M1 si discosta maggiormente dai risultati di [18], raggiungendo un ROM di oltre  $6^\circ$  superiore. Gli altri due modelli rientrano all'interno del range individuato da [18] durante la prova a  $\pm 7.5\text{Nm}$  fino a circa  $-4\text{Nm}$ , oltre tale livello di carico invece esibiscono anch'essi un comportamento meno rigido.

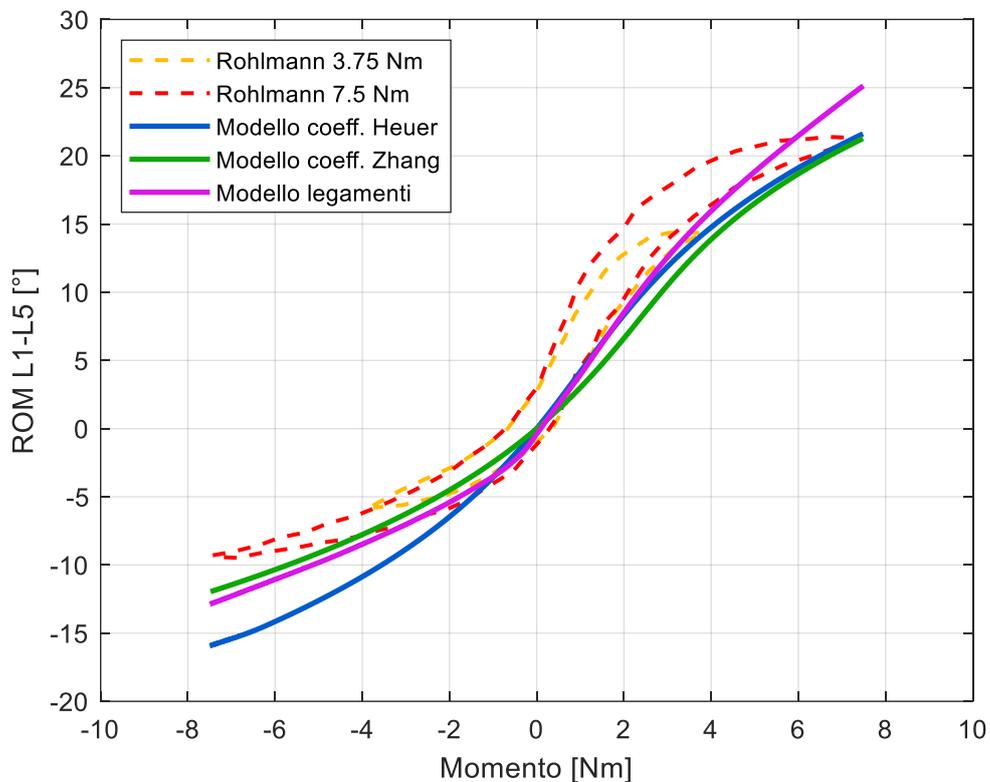


Figura 4.9 Curve Momento-ROM ottenute dalla simulazione di flesso-estensione dei modelli con e senza legamenti e curve di [18] (tratteggiate).

### 4.3.5 Confronto con Kelly

Il confronto con [13] è stato effettuato facendo riferimento ai dati relativi alla prova di flesso-estensione sul campitone di rachide lombare (L1-S1). Anche in questo caso il ROM è relativo all'intero tratto L1-S1 ed è calcolato come la somma dei ROM dei singoli livelli.

Dalla Figura 4.10 si può osservare che in flessione nessuno dei modelli rientra all'interno del range definito da [13], sebbene i modelli M1 e M2 superino di poco tale intervallo. In estensione invece i risultati ottenuti dalla simulazione dei tre modelli si trovano tutti al di fuori del range individuato da [13]. In generale, il modello che più si avvicina ai risultati ottenuti da [13] sia in flessione che in estensione è il modello M2.

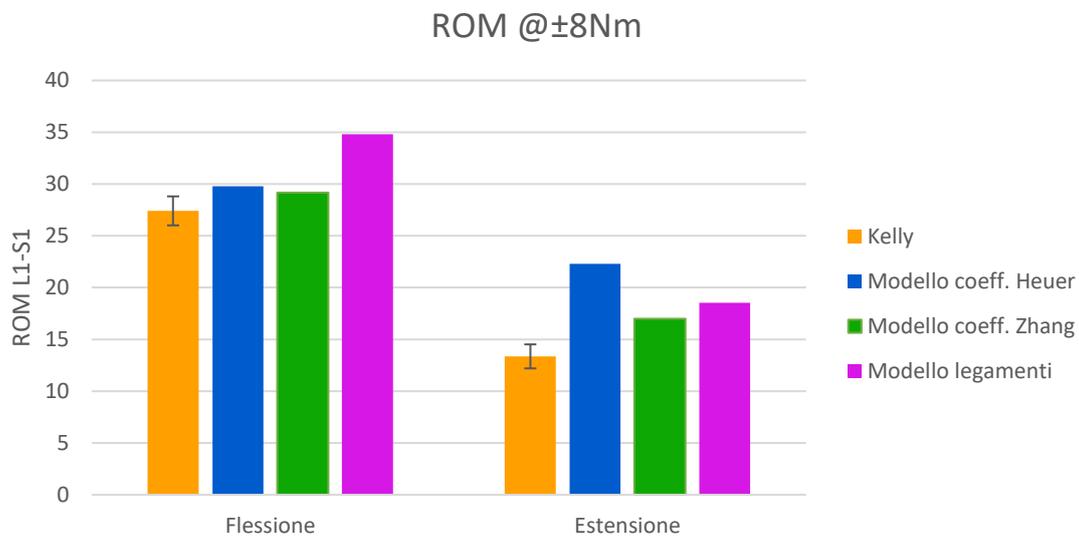


Figura 4.10 Confronto del ROM dell'intero tratto lombare (L1-S1) misurato a  $\pm 8$  Nm con il valore medio ( $\pm$  deviazione standard) riportato in [13].



# CAPITOLO 5

## Conclusioni

In questo lavoro di tesi è stato proposto un modello multi-body della FSU L4-L5 focalizzando l'attenzione sulla modellazione della giunzione intervertebrale, la quale è stata modellata globalmente come un giunto rotoidale con rigidità passiva e puntualmente come un giunto a 6 gradi libertà, andando a esplicitare le componenti di forza passiva esercitate dai principali legamenti spinali e dalle faccette articolari. Sulla base di tale distinzione sono stati proposti tre modelli (i modelli M1 ed M2 con giunzione intervertebrale modellata come giunto rotoidale e il modello M3 con giunzione intervertebrale modellata come giunto a 6 gradi di libertà), i quali sono stati utilizzati per valutare il comportamento meccanico della FSU durante i movimenti di flessione ed estensione, comparando la risposta di ciascun modello con la letteratura di riferimento. Per il modello M3 è stato inoltre valutato il contributo fornito da ciascun legamento simulando una riduzione anatomica progressiva e valutando la variazione del ROM dopo la rimozione dei singoli legamenti. Da tale prova è emerso che in flessione i legamenti hanno un comportamento meccanico in linea con quanto riportato dalla letteratura di riferimento, in estensione invece si ha un contributo preponderante delle faccette articolari mentre, a differenza di quanto riportato dai test *in vitro*, quello del legamento longitudinale anteriore è ridotto.

A seguito della validazione del modello della FSU, quest'ultimo è stato esteso a tutto il rachide lombare (L1-S1) e la risposta cinematica dei tre modelli M1, M2 ed M3 è stata confrontata con la letteratura di riferimento. In generale i tre modelli esibiscono un comportamento meccanico in linea con i dati presenti in letteratura soprattutto per bassi livelli di carico, mentre se ne discostano quando i carichi sono più elevati.

Il modello M3 con la giunzione intervertebrale modellata puntualmente, rappresentando il disco intervertebrale come un giunto a 6 gradi di libertà con

---

comportamento non-lineare sul piano sagittale, permette di investigare i singoli contributi di forza degli elementi passivi quali il disco intervertebrale, i legamenti spinali e le faccette articolari. La modellazione globale della giunzione intervertebrale come un giunto rotoidale con rigidità passiva nei modelli M1 e M2 presenta invece il vantaggio di essere più immediata, senza però perdere accuratezza.

Possibili sviluppi futuri di questo lavoro consistono nell'ottimizzazione del disco intervertebrale del modello M3 del rachide lombare, che qui è stato modellato utilizzando lo stesso polinomio per tutti i livelli spinali, e nell'ottimizzazione dei legamenti e delle faccette articolari al fine di simulare il loro comportamento meccanico durante movimenti fisiologici in maniera più simile alla realtà. Infine, i tre modelli potrebbero essere ottimizzati al fine di ricreare un comportamento non-lineare anche su altri gradi di libertà.

# BIBLIOGRAFIA

- [1] F. Heuer, H. Schmidt, Z. Klezl, L. Claes, and H. J. Wilke, "Stepwise reduction of functional spinal structures increase range of motion and change lordosis angle," *J. Biomech.*, vol. 40, no. 2, pp. 271–280, 2007, doi: 10.1016/j.jbiomech.2006.01.007.
- [2] A. G. Bruno, M. L. Bouxsein, and D. E. Anderson, "Development and validation of a musculoskeletal model of the fully articulated thoracolumbar spine and rib cage," *J. Biomech. Eng.*, vol. 137, no. 8, pp. 1–10, 2015, doi: 10.1115/1.4030408.
- [3] M. de Zee, L. Hansen, C. Wong, J. Rasmussen, and E. B. Simonsen, "A generic detailed rigid-body lumbar spine model," *J. Biomech.*, vol. 40, no. 6, pp. 1219–1227, 2007, doi: 10.1016/j.jbiomech.2006.05.030.
- [4] M. Christophy, M. Curtin, N. A. Faruk Senan, J. C. Lotz, and O. M. O'Reilly, "On the modeling of the intervertebral joint in multibody models for the spine," *Multibody Syst. Dyn.*, vol. 30, no. 4, pp. 413–432, Dec. 2013, doi: 10.1007/s11044-012-9331-x.
- [5] T. K. Rupp, W. Ehlers, N. Karajan, M. Günther, and S. Schmitt, "A forward dynamics simulation of human lumbar spine flexion predicting the load sharing of intervertebral discs, ligaments, and muscles," *Biomech. Model. Mechanobiol.*, vol. 14, no. 5, pp. 1081–1105, 2015, doi: 10.1007/s10237-015-0656-2.
- [6] C. Zhang *et al.*, "Moment-rotation behavior of intervertebral joints in flexion-extension, lateral bending, and axial rotation at all levels of the human spine: A structured review and meta-regression analysis," *J. Biomech.*, vol. 100, p. 109579, 2020, doi: 10.1016/j.jbiomech.2019.109579.
- [7] M. G. Gardner-Morse and I. A. F. Stokes, "Structural behavior of human lumbar spinal motion segments," *J. Biomech.*, vol. 37, no. 2, pp. 205–212, 2004, doi: 10.1016/j.jbiomech.2003.10.003.
- [8] F. A. Pintar, N. Yoganandan, T. Myers, A. Elhagediab, and A. Sances, "Biomechanical properties of human lumbar spine ligaments," *J. Biomech.*,

- 
- vol. 25, no. 11, pp. 1351–1356, Nov. 1992, doi: 10.1016/0021-9290(92)90290-H.
- [9] D. J. Robertson, G. A. Von Forell, J. Alsup, and A. E. Bowden, "Thoracolumbar spinal ligaments exhibit negative and transverse pre-strain," *J. Mech. Behav. Biomed. Mater.*, vol. 23, pp. 44–52, 2013, doi: 10.1016/j.jmbbm.2013.04.004.
- [10] J. Chazal *et al.*, "Biomechanical properties of spinal ligaments and a histological study of the supraspinal ligament in traction," *J. Biomech.*, vol. 18, no. 3, pp. 167–176, 1985, doi: 10.1016/0021-9290(85)90202-7.
- [11] A. L. Nachemson and J. H. Evans, "Some mechanical properties of the third human lumbar interlaminar ligament (ligamentum flavum)," *J. Biomech.*, vol. 1, no. 3, pp. 211–220, Aug. 1968, doi: 10.1016/0021-9290(68)90006-7.
- [12] H. Tkaczuk, "Tensile properties of human lumbar longitudinal ligaments.," *Acta Orthop. Scand.*, vol. 6470, 1968, doi: 10.3109/ort.1968.39.suppl-115.01.
- [13] B. P. Kelly and C. R. Bennett, "Design and validation of a novel Cartesian biomechanical testing system with coordinated 6DOF real-time load control: Application to the lumbar spine (L1-S, L4-L5)," *J. Biomech.*, vol. 46, no. 11, pp. 1948–1954, 2013, doi: 10.1016/j.jbiomech.2013.05.008.
- [14] M. M. Panjabi, T. R. Oxland, I. Yamamoto, and J. J. Crisco, "Mechanical behavior of the human lumbar and lumbosacral spine as shown by three-dimensional load-displacement curves," *J. Bone Jt. Surg. - Ser. A*, vol. 76, no. 3, pp. 413–424, Mar. 1994, doi: 10.2106/00004623-199403000-00012.
- [15] Y. Guan *et al.*, "Moment-rotation responses of the human lumbosacral spinal column," *J. Biomech.*, vol. 40, no. 9, pp. 1975–1980, 2007, doi: 10.1016/j.jbiomech.2006.09.027.
- [16] I. YAMAMOTO, M. M. PANJABI, T. CRISCO, and T. OXLAND, "Three-Dimensional Movements of the Whole Lumbar Spine and Lumbosacral Joint," *Spine (Phila. Pa. 1976)*, vol. 14, no. 11, pp. 1256–1260, Nov. 1989, doi: 10.1097/00007632-198911000-00020.
- [17] S. M. Renner *et al.*, "Novel model to analyze the effect of a large compressive follower pre-load on range of motions in a lumbar spine," *J. Biomech.*, vol. 40, no. 6, pp. 1326–1332, 2007, doi: 10.1016/j.jbiomech.2006.05.019.
- [18] A. Rohlmann, S. Neller, L. Claes, G. Bergmann, and H. J. Wilke, "Influence of a follower load on intradiscal pressure and intersegmental rotation of the lumbar spine.," *Spine (Phila. Pa. 1976)*, vol. 26, no. 24, pp. 557–561, 2001, doi:

---

10.1097/00007632-200112150-00014.

- [19] N. Bogduk and S. M. Endres, *Clinical Anatomy of the Lumbar Spine and Sacrum*, 4th ed. New York: Elsevier/Churchill Livingstone, 2005.
- [20] I. A. Kapandji, *Fisiologia articolare. 3. Tronco e rachide*. Monduzzi, 2009.
- [21] J. Kortelainen, *Semantic data model for multibody system modelling*, no. 766. 2011.
- [22] S. Standring, *Gray's anatomy: the anatomical basis of clinical practice*, Forty-Fir. Philadelphia: Elsevier Limited, 2016.
- [23] R. Drake, A. W. Vogl, A. Mitchell, R. Tibbitts, and P. Richardson, *Gray's Atlas of Anatomy*, 3rd Edition. Churchill Livingstone, 2020.
- [24] A. A. I. White and M. M. Panjabi, *Clinical Biomechanics of the Spine*, 2nd ed. Philadelphia: Lippincott, 1978.
- [25] A. Faller, M. Schünke, and G. Schünke, *The Human Body - An Introduction to Structure and Function*. Stuttgart; New York: Thieme Medical Publishers Inc, 2004.