



POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea

**Simulazione agli Elementi  
Finiti di un sistema a  
dispiegamento automatico per  
strutture di satelliti**

**Relatori**

prof. Giorgio Chiandussi

prof. Andrea Tridello

**Candidato**

Riccardo Ludovico Simone GROSSI

matricola: s267818

**Supervisore azienda**

**Bercella**

Rocco Bercella

Matteo Menoni

ANNO ACCADEMICO 2021-2022

## Sommario

Il mondo dell'esplorazione spaziale é in continua evoluzione, e sempre più spesso vengono usati piccoli satelliti dalle dimensioni e con pesi tra 1 e 10 kg. Le ragioni principali sono dovute al tempo di sviluppo e ai costi ridotti. Questo consente di effettuare un primo approccio a progetti spaziali anche alle università e a piccole aziende private. Con la riduzione dei volumi però c'è sempre più bisogno di strutture che occupino pochissimo spazio per lasciare posto all'elettronica e alla sensoristica. Purtroppo non é possibile scalare strutture già utilizzate e provate sui satelliti convenzionali, quindi si stanno sviluppando sistemi a dispiegamento automatico che devono essere estremamente leggeri e con un buon coefficiente di impacchettamento. In questa tesi andremo ad analizzare un sistema di bracci avvolgibili in materiale composito attraverso un modello agli elementi finiti per studiarne la fattibilità, le caratteristiche e il comportamento durante il dispiegamento.

## **Abstract**

The world of space exploration is constantly evolving, and small satellites with dimensions and weight between 1 and 10 kg are used more often. The main reasons are due to the development time and low costs. This allows a first approach to space projects even at universities and small private companies. With the reduction of volumes, however, there is an increasing need for structures that take up very little space to make room for electronics and sensors. Unfortunately, it is not possible to scale down structures that are already tested and used in conventional satellites, therefore passive deployable systems are being developed which must be extremely light and with good packing ratio. In this thesis we will analyze a system of deployable boom in composite material through a finite element model to study its feasibility, characteristics and behavior during deployment.

# Indice

<b>Elenco delle tabelle</b>	4
<b>Elenco delle figure</b>	5
<b>1 Introduzione</b>	7
1.1 Cubesat . . . . .	8
1.2 Strutture dispiegabili . . . . .	9
1.3 Stato dell'arte delle strutture per satelliti . . . . .	10
<b>2 Modello Matematico</b>	17
2.1 Materiali compositi . . . . .	17
2.2 Materiali rinforzati con fibre a matrice polimerica . . . . .	19
2.2.1 Laminati in fibra continua . . . . .	20
2.2.2 Comportamento Microscopico della lamina . . . . .	21
2.2.3 Comportamento Macroscopico della lamina . . . . .	23
2.2.4 Comportamento Macroscopico del laminato . . . . .	29
2.2.5 Casi particolari di laminato . . . . .	33
2.3 Molle a nastro bistabili . . . . .	35
2.4 Modello analitico . . . . .	36
<b>3 Modello agli elementi finiti</b>	41
3.0.1 Materiali utilizzati . . . . .	42
3.1 Prototipo Coiling corto . . . . .	43
3.2 Analisi di Buckling . . . . .	47
3.3 Prototipo Completo . . . . .	48
<b>4 Prototipo fisico</b>	51
4.1 Ciclo di produzione . . . . .	51
4.2 Resoconto probini prodotti . . . . .	54
4.3 Prototipo Completo . . . . .	55

<b>5</b>	<b>Risultati e discussione</b>	59
5.1	Problematica dispiegamento . . . . .	63
5.2	Analisi di dispiegamento . . . . .	70
<b>6</b>	<b>Conclusione</b>	73
6.1	Lavori futuri . . . . .	73
	<b>Bibliografia</b>	75

# Elenco delle tabelle

1.1	Classi di Mini-satelliti. . . . .	7
2.1	Notazione contratta [6] . . . . .	24

# Elenco delle figure

1.1	Dati sui cubesat . . . . .	9
1.2	Telescopic Boom utilizzato sul satellite Quakefinder . . . . .	11
1.3	Esempio di Truss Boom . . . . .	12
1.4	Esempio STEM . . . . .	13
1.5	Bi-STEM . . . . .	13
1.6	Esempio CTM, a) Braccio in composito b) assieme con motore per il dispiegamento del braccio. . . . .	14
1.7	Esempio TRAC . . . . .	14
1.8	Cubesail . . . . .	15
1.9	SIMPLE a) configurazione avvolta b) configurazione dispiegato	15
2.1	Singola lamina di un composito con fibra unidirezionale . . . . .	20
2.2	Laminato composto da diversi strati di composito unidirezio- nale [6] . . . . .	21
2.3	Comportamento microscopico [6] . . . . .	22
2.4	Comportamento microscopico [6] . . . . .	23
2.5	Lamina di rinforzo unidirezionale [6] . . . . .	26
2.6	Lamina di rinforzo unidirezionale [6] . . . . .	28
2.7	Geometria di deformazione nel piano x-z [6] . . . . .	29
2.8	Forze in un laminato piatto [6] . . . . .	31
2.9	Momenti in un laminato piatto [6] . . . . .	31
2.10	Geometria dei ply nel laminato [6] . . . . .	31
2.11	Modello di composito bistabile [7] . . . . .	36
2.12	Geometria del modello matematico . . . . .	37
2.13	a) molla dispiegata in configurazione stabile, b) configurazione avvolta stabile, c) curvatura stabile opposta, d) parzialmente piegata . . . . .	37
3.1	Confronto simulazioni esplicite e implicite [5] . . . . .	41
3.2	Modello Coil corto . . . . .	44
3.3	Formulazione degli elementi in Radioss [5] . . . . .	44
3.4	Modellazione degli strati . . . . .	45

3.5	Casi di carico . . . . .	46
3.6	Carichi imposti per l'analisi. . . . .	47
3.7	Prototipo finale. . . . .	48
3.8	Prototipo finale con aggiunta di paratie. . . . .	49
4.1	Produzione prototipi . . . . .	53
4.2	Ciclo di cottura utilizzato per i prototipi. . . . .	54
4.3	Produzione del prototipo completo . . . . .	56
5.1	Raggio effettivo di avvolgimento . . . . .	59
5.2	Analisi delle deformazioni massime sul componente . . . . .	60
5.3	Rotture sul bordo del componente . . . . .	61
5.4	Configurazione avvolta di un prototipo con angoli sbagliati . . . . .	62
5.5	Configurazione avvolta di un prototipo con angoli sbagliati . . . . .	63
5.6	Rotture sul bordo del componente . . . . .	64
5.7	Studio di sensibilità. a) Coefficiente di stabilità, b) Stress di taglio presenti sui layer esterni, c) Raggio di avvolgimento previsto, d) forza di espansione . . . . .	65
5.8	Flow chart prototipazione . . . . .	68
5.9	Prototipo in fibra di vetro . . . . .	69
5.10	Dispiegamento prototipo . . . . .	71
5.11	Dispiegamento prototipo Fem . . . . .	71
5.12	Dispiegamento prototipo completo . . . . .	72
5.13	Dispiegamento prototipo Fem . . . . .	72

# Capitolo 1

## Introduzione

Nell'ultimo decennio il numero di satelliti mandati in orbita é diminuito enormemente anche se le loro capacità e mansioni sono aumentate. Questo é grazie alla miniaturizzazione dell'elettronica e all'integrazione dei sistemi. Negli ultimi anni sono nate delle nuove categorie di satelliti dal peso e dagli ingombri molto ridotti. Questi satelliti hanno permesso, grazie al loro costo competitivo, e alle loro capacità comunque buone, di avvicinare molte università e aziende al mondo aerospaziale. Basti pensare che il Politecnico di Torino con il proprio team Cubesat Polito ha lanciato con successo due cubesat di dimensioni 1U. Nella tabella 1.1 possiamo trovare la divisione tipica di questi satelliti.

Nome	Massa [kg]
Mini-satellite	100-500
Micro-satellite	10-100
Nano-satellite	1-10
Pico-satellite	0.1-1
Femto-satellite	<0.1

Tabella 1.1: Classi di Mini-satelliti.

Degno di nota é il progetto di SpaceX starlink, il quale ha come obiettivo la distribuzione di internet satellitare globale a banda larga e bassa latenza. Il sistema sfrutta una costellazione di migliaia di Mini-satelliti che saranno collocati in Orbita Terrestre Bassa (Low Earth Orbit, LEO)che lavorando con una rete di ricetrasmittenti terrestri distribuirà internet anche nelle zone

rurali dove non é possibile fare arrivare la rete in maniera tradizionale. Al momento i satelliti in orbita sono circa 2000.

## 1.1 Cubesat

Il progetto CubeSat risale al 1999 da una collaborazione tra due università americane, California Polytechnic State University and Stanford University. Questo progetto aveva lo scopo di trovare la misura minima che permetteva comunque di avere un satellite utile e pratico con delle funzionalità basilari. All'inizio venne definito il Cubesat come un cubo con il lato di 10 cm e la massa di 1 kg. Questa é stata poi definita come la singola unità (1U). Questo venne fatto per permettere agli studenti delle università di impraticarsi sulla progettazione di componenti spaziali. In seguito i satelliti Cubesat divennero uno standard e negli anni anche le specifiche sono cambiate, oggi giorno la misura della singola unità é leggermente cambiata e riportiamo in seguito la lista delle misure più comunemente utilizzate:

- **1U** Ha misure 10cm x 10cm x 11,35cm con massa fino a 1.33 kg.
- **2U** Ha misure 10cm x 10cm x 22,70cm con massa fino a 2,66 kg.
- **3U** Ha misure 10cm x 10cm x 34,05cm con massa fino a 4 kg.
- **6U** Ha misure 10cm x 10cm x 36,60cm con massa fino a 12 kg.

Questa lista non comprende tutte le misure che é possibile utilizzare ma solamente le più comuni. Dalla [1.1](#) si può notare come ci siano molte più configurazioni possibili. Si é arrivati a costruire Cubesat fino a 16U. La standardizzazione delle misure ha però permesso di utilizzare dei lanciatori comuni in quanto le interfacce tra il carico e il lanciatore sono definite e fisse per tutti, quindi non c'è bisogno di riprogettare i supporti tutte le volte. Durante il lancio i satelliti sono stipati all'interno di lanciatori standard. Questo ha permesso un abbassamento dei costi notevoli. Siamo nell'ordine di grandezza dei 30k\$ per kg di lancio.

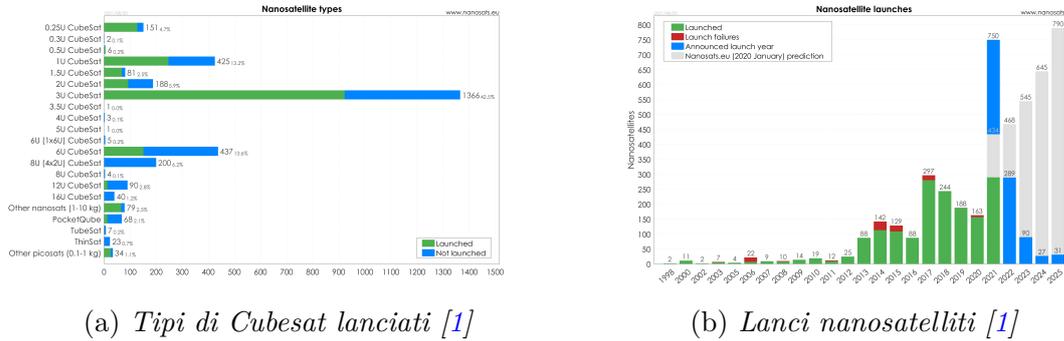


Figura 1.1: Dati sui cubesat

Dai dati possiamo vedere come negli anni i lanci di Cubesat sono aumentati in modo esponenziale. Il progetto, che é nato come una ricerca a scopo accademico per aiutare gli studenti a sviluppare le skill necessarie alla progettazione di satelliti, é ormai diventato un trampolino di lancio per le aziende private. Basti pensare che nel 2013 la maggior parte dei lanci era a scopo accademico e solamente un anno dopo, nel 2014, la maggior parte dei nuovi satelliti dispiegati in orbita era a fini commerciali o di progetti amatoriali.

Questo interesse delle compagnie é dovuto al fatto dei costi ridotti, i satelliti permettono di ottenere dei buoni risultati a fronte di un piccolo investimento. Inoltre é possibile testare le nuove tecnologie per verificarne la fattibilità e robustezza prima di implementarle su una missione più grande. Questo gli permette di avere delle piattaforme a basso costo per diversi tipi di missione, inclusi l'esplorazione spaziale di altri pianeti, l'osservazione della terra e esperimenti scientifici basilari.

## 1.2 Strutture dispiegabili

L'avvento dei mini satelliti ha posto una grande attenzione e un sempre maggior interesse verso le strutture avvolgibili o dispiegabili. Questo perché al contrario dell'elettronica che ha subito un processo di miniaturizzazione sempre maggiore, la meccanica é rimasta quasi invariata.

Le strutture classiche usate nei normali satelliti medio grandi non sono adatte a questo nuovo tipo di spazi, non é possibile ridurre la scala adottando lo stesso principio di funzionamento. Inoltre la maggior parte dei meccanismi per satelliti usano sistemi attivi per la fase di dispiegamento o per il controllo

di esso. Questo risulterebbe impossibile nei satelliti più piccoli in quanto l'energia e la potenza disponibile diventano molto più preziose quando si diminuiscono i volumi in gioco.

In questo modo si è creato un nuovo campo di studio, dove si studiano strutture sempre più piccole per i nano satelliti, dove i dispiegamenti automatici/passivi sono da preferire. I vincoli principali di progettazione sono:

- **Volume limitato:** È necessario occupare il minor spazio possibile per riuscire a lasciare abbastanza volume all'elettronica del cubesat.
- **Basso assorbimento di energia:** Dato lo scarso volume i pannelli solari che è possibile dispiegare hanno un'area ridotta e quindi l'energia all'interno del satellite è molto limitata.
- **Dispiegamento prevedibile:** Il dispiegamento non deve interferire eccessivamente con il sistema di controllo del satellite per non portare a saturazione i meccanismi di orientamento.
- **Rigidezza:** Deve garantire una precisione di posizionamento una rigidità minima.

Con i sistemi a dispiegamento automatico/passivi molti di questi aspetti diventano critici e bisogna riuscire ad analizzarli per via numerica per trovare delle soluzioni robuste e affidabili. Nel lungo periodo le ricerche su queste strutture ultraleggere potrebbero riuscire a ridurre il bisogno di test a terra, quindi ci si potrebbe basare solamente sui risultati delle simulazioni almeno per le fasi preliminari. Porterebbe enormi vantaggi nello sviluppo di questi componenti in quanto è molto complesso eseguire dei test, soprattutto in assenza di gravità, i quali sono fondamentali dato la bassa rigidità e il basso peso di queste strutture. Purtroppo per ora questo non è possibile in quanto gli studi sui materiali e sulla dinamica di queste strutture non è stata ancora approfondita abbastanza.

### 1.3 Stato dell'arte delle strutture per satelliti

Per molti anni le strutture a dispiegamento passivo si sono basati sull'uso dell'energia di deformazione, esse si sono rivelate le più semplici e le più affidabili. In pratica ci si basa sull'avvolgimento elastico per immagazzinare energia di deformazione. Tra queste strutture fanno parte anche i componenti bistabili. Questi sono prodotti con materiali compositi che gli permettono di

avere un'alta rigidezza, una bassa complessità ma soprattutto un peso molto ridotto.

In seguito riportiamo alcuni degli approcci più interessanti a questo tipo di strutture.

- **Telescopic Boom:** Composti da tubi concentrici che sono dispiegati mediante l'utilizzo di motori. Ne è un esempio STACER boom[3][4] nel satellite QuakeSat utilizzato per captare segni di terremoti. Utilizza ELF((extreamely Low Frequency) per cercare di predire l'attività sismica. Utilizzava un braccio telescopico per disporre un magnetometro, la lunghezza finale del braccio era di 0,701 m, prima del dispiegamento era racchiuso completamente nel satellite di grandezza 3U. Il braccio è azionato attraverso molle ed è composto da 3 tubi differenti uno dentro l'altro. Il materiale che è stato utilizzato è l'alluminio e nel complesso il braccio pesa 0.4536 kg. L'unico vantaggio di questo tipo di struttura è la grande rigidezza e la precisione di posizionamento, come contro ha un coefficiente di impacchettamento molto basso (intorno al 10%) e un peso notevole.

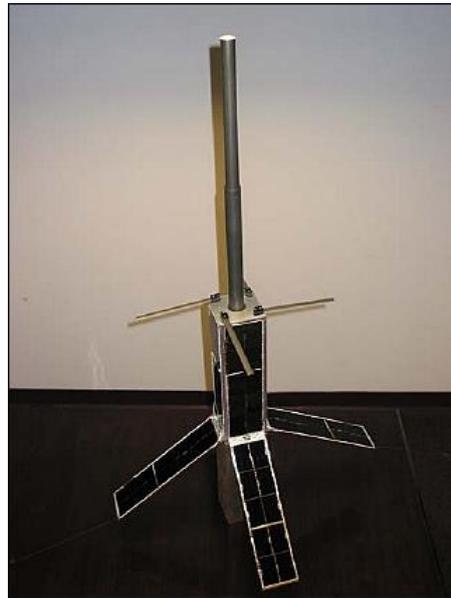


Figura 1.2: Telescopic Boom utilizzato sul satellite Quakefinder

- **Truss Boom:** Sono composti da diversi bracci collegati tra loro. Possono essere azionati da motori o in maniera passiva, hanno un buon coefficiente di impacchettamento (intorno al 5%) e possono essere resi

rigidi a necessità andando a intervenire sui singoli bracci. Al momento sono usati sulla International Space Station per supportare gli array di pannelli solari. Si é visto che lavorano bene su grandi strutture ma non sono altrettanto efficaci una volta che si scala la dimensione su piccoli volumi.

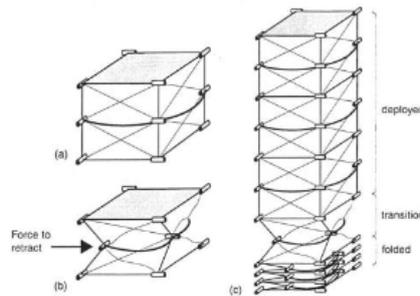


Figura 1.3: Esempio di Truss Boom

- **Coilable booms:** Fanno affidamento solamente sull'energia di deformazione, sono componenti che vengono arrotolati e il dispiegamento avviene in modo passivo senza dover utilizzare motori o cerniere. Hanno un buon coefficiente di impacchettamento (attorno al 2%) ma hanno una scarsa rigidità e una precisione di posizionamento non ottimale.
- **Elastic Memory Composite (EMC) booms:** Usano delle resistenze integrate nel componente composito per variare la rigidità flessionale del braccio nelle zone desiderate. Introducendo energia termica permettono il dispiegamento del componente. Sono meccanicamente semplici e molto leggere, di contro hanno il fatto che sono termicamente instabili.
- **Non-bi-stable thin shell booms:** Similmente ai coilable boom utilizzano l'energia di deformazione elastica per dispiegarsi. Sono ormai una tecnologia matura che permette di ottenere degli ottimi coefficienti di impacchettamento. Esistono vari utilizzi di questo tipo di filosofia, tra i più utilizzati troviamo:
  - STEM: Acronimo di Storable Tubular Extendable Member. Il principio di base é simile a quello usato nei metri di misura, ma la sezione al posto di essere un arco di circonferenza é una circonferenza completa con dell'overlap. Questo metodo fornisce una buona rigidità e un buon coefficiente di impacchettamento.

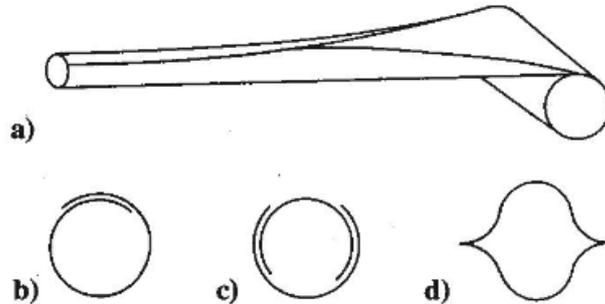


Figura 1.4: Esempio STEM

Inoltre nel caso ci fosse bisogno di ulteriore rigidità è possibile usarli in coppia, facendo srotolare le circonferenze una sopra all'altra. In pratica una striscia è piazzata all'interno dell'altra, cosicché il lato concavo di ogni elemento sia affacciato all'altro. Il vantaggio di un sistema Bi-STEM risiede nel fatto che per ottenere un componente di pari rigidità a un singolo STEM si possono ottenere strisce più strette.

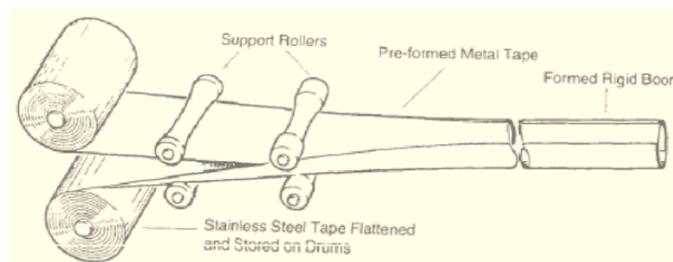


Figura 1.5: Bi-STEM

Il difetto di questo tipo di componente è che hanno bisogno di un motore per il dispiegamento.

- CTM: Acronimo di Collapsible Tube Mast. Si ottiene incollando due laminati sottili lungo i bordi (vedi foto 1.6). Questo crea un braccio con una rigidità simile ai sistemi STEM ma con una rigidità torsionale molto più alta. Esso può essere avvolto a dei supporti cilindrici, il che rende necessario l'utilizzo di motori per il dispiegamento.



Figura 1.6: Esempio CTM, a) Braccio in composito b) assieme con motore per il dispiegamento del braccio.

- TRAC: Acronimo di Triangular Rollable And Collapsible. É un concetto abbastanza innovativo per quanto riguarda i bracci avvolgibili, é stato sviluppato dall' Air Force Research Laboratory e si é rivelato un ottimo componente per quanto riguarda il rapporto rigidità flessionale/packaging, ancora più alto rispetto ai CTM e agli STEM. Il profilo di un TRAC consiste in due flange circolari unite tramite incollaggio all'estremità. Questo tipo di braccio é già stato utilizzato più volte, in tutti i casi le strutture erano formate da leghe metalliche. Si é notato poi che queste leghe erano molto sensibili agli sbalzi termici e potevano causare grandi deflessioni della punta quando una delle due flange era esposta al sole. Negli ultimi anni si é quindi cominciato a studiare l'uso di materiali compositi ad alta resistenza per questi componenti. Anche in questo caso il braccio viene avvolto attorno a un mandrino ed é necessario un motore per il dispiegamento.

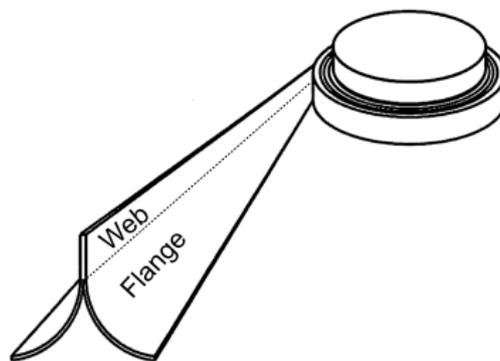


Figura 1.7: Esempio TRAC

- **Bistable tape springs:** Coefficienti di impacchettamento molto bassi (meno del 5%), non hanno bisogno di strutture complesse per il contenimento e inoltre il dispiegamento avviene in modo automatico senza bisogno di alcun motore. In questa tesi analizzeremo a fondo un braccio fatto seguendo questa tecnologia. Purtroppo non é possibile controllare la velocità di dispiegamento e questo potrebbe causare shock alla struttura durante l'azionamento. Sono stati presentati diversi concept tutti basati sui Cubesat, tra i principali troviamo Cubesail e SIMPLE (Self-contained Linear Meter-class Deployable Boom)

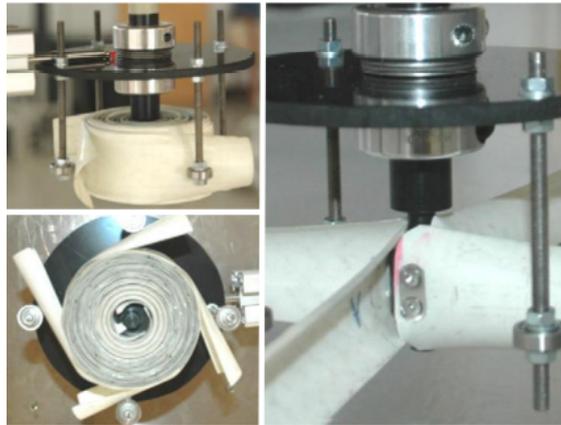


Figura 1.8: Cubesail

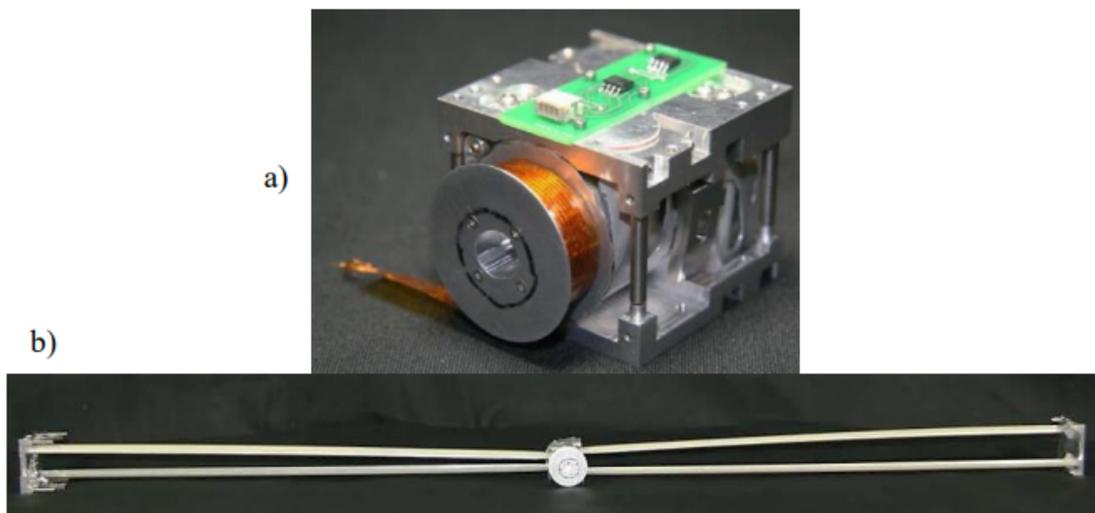


Figura 1.9: SIMPLE a) configurazione avvolta b) configurazione dispiegato

- **Neutrally stable tape springs:** Simili ai componenti precedenti, ma al posto di avere uno svolgimento preferito questi hanno l'energia di deformazione che é uguale sia nella configurazione dispiegata che in quella avvolta. Questo significa che non si svolgono autonomamente ma hanno bisogno di un azionamento. Normalmente le forze in gioco sono così ridotte che anche una lega a memoria di forma (SMA Shape Memory Alloy) é sufficiente a consentire il dispiegamento. Non hanno bisogno di strutture contenitive e per via del processo di svolgimento non causano nemmeno shock alla struttura durante il dispiegamento.

# Capitolo 2

## Modello Matematico

Per predire il comportamento e le caratteristiche del nostro componente abbiamo costruito un semplice modello matematico basata sulla Classica Teoria dei Laminati (CLT, Classic Laminate Theory ). Esso Si basa sulla teoria dei materiali compositi che andiamo a illustrare in seguito.

### 2.1 Materiali compositi

I materiali compositi, in genere definiti anche come compositi, sono formati da una combinazione di due o più materiali distinti che danno vita a un nuovo materiale con proprietà migliori delle due fasi di cui é composto. Questi due materiali vengono chiamati costituenti, e in base alla loro funzione vengono chiamati matrice e rinforzo. Un esempio classico nei compositi é il legno, difatti esso é composto da due elementi, fibre di cellulosa immerse in una matrice di lignina.

Possiamo capire i benefici dei compositi dal Calcestruzzo, dove il cemento é combinato con acqua e sabbia e ghiaia formano un conglomerato che ha delle proprietà simili alla roccia. Esso ha un'ottima resistenza a compressione ma il comportamento a flessione e trazione risulta assai scarso. Per sopperire a queste mancanze si é prodotto un altro composito, il calcestruzzo armato. In questo caso dei tondini di acciaio vengono inglobati nella matrice di calcestruzzo. Questo perché il calcestruzzo ha un'ottima resistenza a compressione e l'acciaio un eccellente comportamento a trazione, l'unione dei due materiali sopperisce alle mancanze dei due costituenti. Così otteniamo un materiale composito con proprietà migliorate in trazione e flessione rispetto al singolo calcestruzzo.

I moderni materiali compositi usano vari tipi di matrice, da quelle metalliche a quelle polimeriche, e vengono mischiate con altrettanti tipi di rinforzo diverse per creare compositi con le qualità desiderate. Basandosi sulla matrice si possono classificare i vari tipi di compositi, abbiamo principalmente:

- Matrice Metallica (MMC Metallic Matrix Composite): La matrice in questo caso é di origine metallica, generalmente leghe di titanio o alluminio, più raramente Magnesio.
- Matrice Ceramica (CMC Ceramic Matrix Composite): Generalmente Carburo di silicio o Allumina.
- Matrice Polimerica (PMC Polymer Matrix Composite): Matrice polimerica che può variare da termoplastici (come nylon o ABS) ai termoindurenti (come la resina epossidica).

I compositi nell'epoca moderna sono utilizzati maggiormente nell'ambito automotive, aerospaziale e nell'industria delle costruzioni. Nella maggior parte delle applicazioni si usa una matrice polimerica con un rinforzo di tipo fibroso.

I principali vantaggi che spingono queste industrie a utilizzare i materiali compositi sono:

- Leggerezza: A parità di proprietà con l'alluminio ( $\rho=2.7 [kg/m^3]$ ) il peso di un componente in carbonio é quasi dimezzato ( $\rho=1.5-1.7 [kg/m^3]$ ).
- Resistenza specifica: Il rapporto tra resistenza massima ( $\sigma$ ) e il modulo elastico (E) risulta estremamente elevato, basti pensare che per l'alluminio abbiamo un rapporto di 166, invece per la fibra di carbonio raggiungiamo valori di 647.
- Rigidezza specifica: Il rapporto tra modulo di Young (E) e la densità del materiale ( $\rho$ ) ha valori molto più alto rispetto ai materiali metallici. Questo consente di fare componenti molto più rigidi con lo stesso peso.

Questo rende l'idea del motivo per cui i materiali compositi sono vastamente utilizzati in tutte quelle applicazioni dove il rapporto prestazioni/peso é cruciale. I principali svantaggi sono l'alto costo, la difficoltà di progettazione e la difficile produzione.

## 2.2 Materiali rinforzati con fibre a matrice polimerica

Nei compositi con fibre a matrice polimerica (Fiber Reinforced Polymer, FRP) la matrice, normalmente di natura termoindurente, come:

- Resina Epossidica
- Resina poliestere
- Resina vinilestere
- Resina fenolica

sono "mischiate" con dei materiali fibrosi, i quali possono essere di tipo naturale o di tipo sintetico. Tra le fibre maggiormente usate troviamo:

- Fibra di carbonio
- Fibra di vetro
- Fibre aramidiche
- Fibra di lino
- Fibra di iuta

Il compito principale della matrice, nella sua fase continua, è quello di dare la forma al composito. Il rinforzo, nella sua fase discontinua, ha invece il compito di apportare resistenza, rigidità o altre proprietà meccaniche al componente. La matrice avvolge completamente il rinforzo così da non esporre direttamente agli agenti esterni la fibra.

In base alla disposizione della fibra nella matrice possiamo distinguere due diverse configurazioni di compositi a matrice polimerica:

- Compositi Fibrosi: quando la fibra, solitamente in forma corta, è semplicemente misciata alla matrice in modo dispersivo senza un'ordine particolare. Studi con esiti positivi sono stati effettuati sull'utilizzo della fibra di vetro nel calcestruzzo. Altro esempio è l'utilizzo di fibre corte di carbonio nei filamenti di stampa 3d. In entrambi i casi l'utilizzo delle fibre migliora il comportamento meccanico del materiale.
- Compositi Laminati: In questo caso la fibra e la matrice sono arrangiati per formare degli strati, essi possono essere divisi ulteriormente in altre due sotto categorie:
  - Laminati a fibra corta: Questi tipi di laminati presentano delle fibre non orientate e disposte in modo casuale all'interno della matrice, normalmente hanno una resa meccanica inferiore ai laminati in fibra continua e vengono quindi utilizzati per parti estetiche o quando non ricoprono un ruolo strettamente strutturale. Ad esempio i laminati

a fibra corta in fibra di vetro vengono spesso usati per produrre stampi in produzioni artigianali o caserecce, in quanto il prezzo di questi materiali é molto basso.

- Laminati a fibra continua: I rinforzi in fibra continua sono quelli di maggior interesse, e anche quelli che andremo a trattare in questa tesi. Presentano fibre lunghe orientate in direzioni specifiche. Principalmente sono di tre tipi, Unidirezionali, intrecciati e bi-direzionali.

### 2.2.1 Laminati in fibra continua

Una Lamina, strato o in inglese Ply é definito come un arrangiamento di fibra continua o discontinua in una matrice. Due o più lamine assieme formano un laminato.

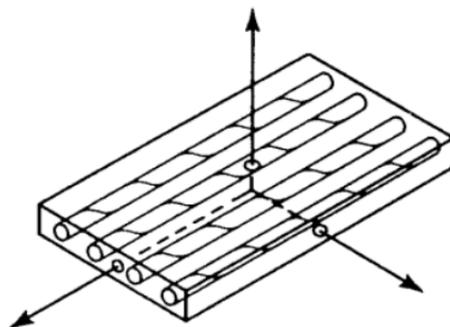


Figura 2.1: Singola lamina di un composito con fibra unidirezionale

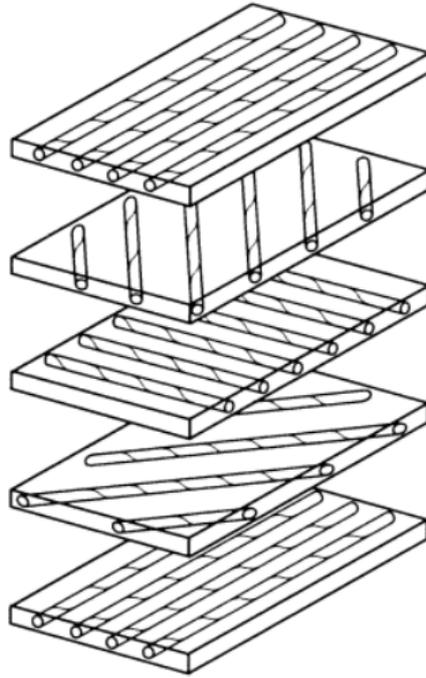


Figura 2.2: Laminato composto da diversi strati di composito unidirezionale [6]

Il principale obiettivo della laminazione di strati successivi di rinforzo é quello di "personalizzare" la rigidezza e la resistenza del componente in base ai carichi e ai requisiti richiesti dall'elemento strutturale. La costante elastica di un composito a fibre continue può essere trovato attraverso tre passi:

- Comportamento micromeccanico della lamina
- Comportamento macromeccanico della lamina
- Comportamento macromeccanico del laminato

In seguito andremo a elencare i passaggi da effettuare.

### 2.2.2 Comportamento Microscopico della lamina

Nel comportamento microscopico della lamina andiamo a valutare le costanti ingegneristiche del laminato in base al comportamento dei singoli costituenti, in pratica dalle costanti elastiche della matrice e da quelle della fibra, come da figura 2.3.

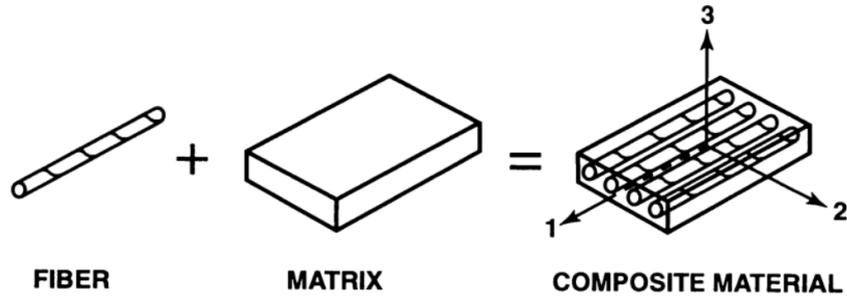


Figura 2.3: Comportamento microscopico [6]

Le principali assunzioni di questa teoria sono:

- Il comportamento é lineare elastico
- Macroscopicamente ha un comportamento omogeneo
- Trasversalmente isotropico
- Le fibre sono equispaziate
- La matrice non ha inclusioni o microvuoti
- La matrice ha un comportamento lineare elastico

Basandosi su queste assunzioni abbiamo quattro costanti ingegneristiche che definiscono una lamina di composito con fibra unidirezionale:

- $E_1$ : Modulo elastico nella direzione principale
- $E_2$ : Modulo elastico nella direzione perpendicolare a quella principale
- $\nu_{12}$ : Coefficiente di Poisson
- $G_{12}$ : Modulo di taglio

Queste costanti elastiche sono valutate a partire dalle costanti della fibra ( $E_{1f}, E_{2f}, \nu_f, G_f$ ) e da quelle della matrice ( $E_{1m}, E_{2m}, \nu_m, G_m$ ).

Per farlo si usa la cosiddetta "rule of mixture", di cui riportiamo le formule in seguito.

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (2.1)$$

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{E_f V_f + E_m V_m} \quad (2.2)$$

$$\nu_{12} = \nu_f V_f + \nu_m V_m \quad (2.3)$$

$$G_{12} = \frac{G_f G_m}{G_f V_f + G_m V_m} \quad (2.4)$$

dove  $V_f$  e  $V_m$  sono rispettivamente le frazioni di volumi di fibra e matrice.

### 2.2.3 Comportamento Macroscopico della lamina

Il comportamento macroscopico della lamina si occupa di definire la matrice di rigidezza della lamina attraverso le costanti ingegneristiche trovate in precedenza dal comportamento microscopico. Il punto di partenza di questa fase si basa sulla relazione tra stress e deformazioni in un materiale anisotropo. La legge generale di Hooke relativa agli stress può essere scritta come:

$$\sigma_i = C_{ij} \epsilon_j \quad i, j = 1, \dots, 6 \quad (2.5)$$

Dove  $\sigma_i$  rappresenta gli stress in un cubo tridimensionale nelle coordinate  $x, y, z$ . Il termine  $C_{ij}$  indica la matrice di rigidezza e il termine  $\epsilon_j$  indica le deformazioni del componente.

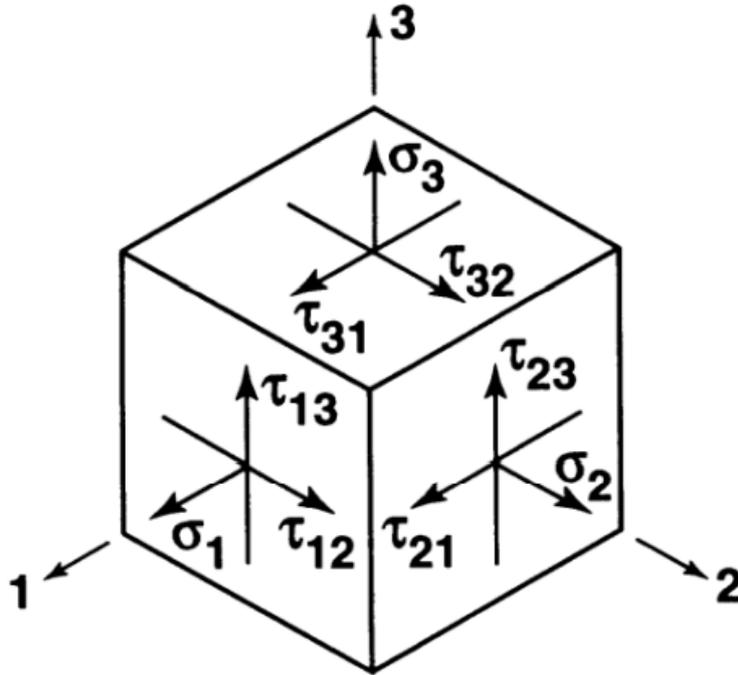


Figura 2.4: Comportamento microscopico [6]

È possibile rappresentare gli stress in tre dimensioni attraverso una notazione compatta, riportiamo in seguito tale notazione (2.1).

Stress		Strain	
Notazione Tensoriale	Notazione contratta	Notazione tensoriale	Notazione contratta
$\sigma_{11}$	$\sigma_1$	$\epsilon_{11}$	$\epsilon_1$
$\sigma_{22}$	$\sigma_2$	$\epsilon_{22}$	$\epsilon_2$
$\sigma_{33}$	$\sigma_3$	$\epsilon_{33}$	$\epsilon_3$
$\tau_{23} = \sigma_{23}$	$\sigma_4$	$\gamma_{23} = 2\epsilon_{23}$	$\epsilon_4$
$\tau_{31} = \sigma_{31}$	$\sigma_5$	$\gamma_{31} = 2\epsilon_{31}$	$\epsilon_5$
$\tau_{12} = \sigma_{12}$	$\sigma_6$	$\gamma_{12} = 2\epsilon_{12}$	$\epsilon_6$

Tabella 2.1: Notazione contratta [6]

La deformazione di taglio, qui riportata come  $\gamma_{ij}$  é uguale a due volte il tensore delle deformazioni di taglio  $\sigma_{ij}$ . La matrice di rigidezza  $C_{ij}$  ha trentasei costanti elastiche nella notazione contratta. Si é anche dimostrato che in ipotesi di esistenza di un potenziale elastico vale anche la proprieta' di simmetria maggiore:  $C_{ij} = C_{ji}$ . Essendo la matrice simmetrica le costanti elastiche indipendenti si riducono da 36 a 21.

La matrice di rigidezza per un materiale anisotropo può essere scritta come:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Se esistono due piani ortogonali con proprieta' del materiale simmetriche, allora esistera' anche la simmetria su un terzo piano ortogonale a i primi due. In questo caso la relazione di stress e deformazioni sarà la seguente:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Questa relazione é caratteristica dei materiali ortotropi. Ci sono solamente 9 costanti indipendenti nella matrice di rigidezza. Se nel materiale esiste

un piano nel quale le proprietà meccaniche sono uguali in tutte le direzioni, allora questo materiale é chiamato trasversalmente isotropo. Se per esempio il piano 2-3 é il piano di isotropia, allora i pedici 2 e 3 della matrice di rigidezza saranno intercambiabili. Quindi arriviamo a una definizione della matrice di rigidezza con solamente 5 costanti indipendenti.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (C_{22} - C_{23})/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Possiamo anche definire la matrice di cedevolezza  $S_{ij}$  con la seguente relazione:

$$\epsilon_i = S_{ij}\sigma_j \quad i, j = 1, \dots, 6 \quad (2.9)$$

Una lamina di materiale composito con rinforzi in fibra unidirezionale é4 un materiale trasversalmente isotropo. Di cui riportiamo la relazione di deformazione-tensione in seguito:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(S_{22} - S_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Il piano 2-3 é quello in cui i coefficienti sono isotropi, invece nella direzione 1 sono differenti.

Solitamente le costanti ingegneristiche sono ricavate dalla derivata della curva tensione-deformazione ( $E = \sigma/\epsilon$ ) o dalla pendenza delle curve di deformazione. In questo modo i componenti della matrice di cedevolezza ( $S_{ij}$ ) possono essere ricavati in maniera piú diretta rispetto a quelli della matrice di rigidezza ( $C_{ij}$ ).

Per un materiale ortotropo la matrice di cedevolezza definita tramite le costanti ingegneristiche é:

$$[S_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_3} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

In una lamina unidirezionale é solitamente definita da una condizione di stress piano definendo:

$$\sigma_3 = 0 \quad \tau_{23} = 0 \quad \tau_{31} = 0 \quad (2.12)$$

In questo caso lo stress piano non é solo fatto per semplificare le equazioni, ma un modo pratico per determinare come una lamina dovrebbe lavorare, avendo le fibre solamente in un piano essa deve essere caricata maggiormente attraverso stress planari. Anche perché nella direzione 3 l'unico materiale capace di resistere alle tensioni é la matrice, la quale non ha una funzione strutturale ma solamente di legante.

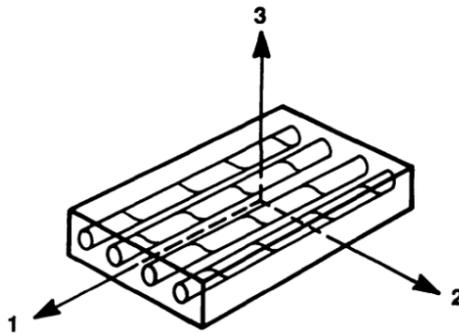


Figura 2.5: Lamina di rinforzo unidirezionale [6]

Per un materiale trasversalmente isotropo, l'imposizione di uno stato tensionale piano riduce la relazione di deformazioni-tensioni a:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

La matrice tensione-deformazione é quindi ottenuta invertendo la relazione 2.13,

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{21} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Dove i coefficienti  $Q_{ij}$  sono i costituenti della matrice di rigidezza e sono definiti come:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (2.15)$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (2.16)$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (2.17)$$

$$Q_{66} = G_{12} \quad (2.18)$$

La matrice di rigidezza é quindi calcolata usando solamente quattro costanti indipendenti, che sono anche quelle necessarie per analizzare il comportamento di una lamina di un materiale isotropo. Esse sono i moduli di Young ( $E_1, E_2$ ), il coefficiente di Poisson ( $\nu_{12}$ ) e il modulo elastico di taglio ( $G_{12}$ ).

Fino a questo punto abbiamo analizzato il comportamento di una lamina con rinforzo unidirezionale con una disposizione che segue gli assi delle coordinate principali. Prima di passare al comportamento del laminato però dobbiamo studiare il comportamento della lamina quando essa é disposta con un orientamento diverso, quindi attraverso delle coordinate globali. Questo perché molte volte un laminato é composto da più strati orientati in diverse direzioni.

Considerando come riportato nell'espressione 2.13 una lamina soggetta a un campo di tensioni piano con un sistema locale di coordinate (1-2) orientata ad un angolo  $\theta$  rispetto alle coordinate globali (x,y), come raffigurato in 2.6

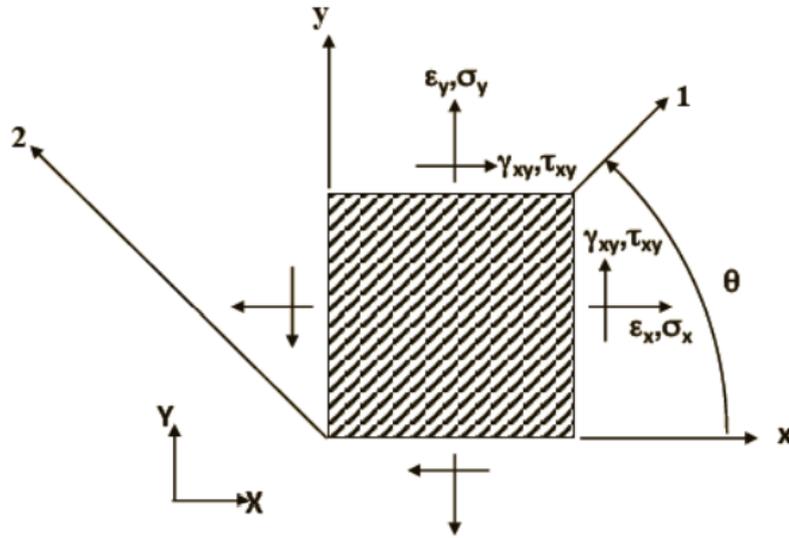


Figura 2.6: Lamina di rinforzo unidirezionale [6]

allora troviamo che le tensioni e le deformazioni devono essere trasformate dal sistema di riferimento locale a quello globale attraverso la matrice di trasformazione:  $[T]^{-1}$ .

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & -2\cos\theta\sin\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 2\cos\theta\sin\theta \\ \cos\theta\sin\theta & -\cos\theta\sin\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Le tensioni e le deformazioni nelle coordinate globali possono essere trovate usando la seguente relazione:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

dove la matrice  $[\bar{Q}]$  é ottenuta attraverso la matrice di rigidezza con l'equazione 2.21

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1}[Q][T]^{-T} \quad (2.21)$$

dove la matrice  $[T]^{-T}$  indica la trasposta dell'inverso della matrice  $[T]$ . I coefficienti  $\bar{Q}_{16}$  e  $\bar{Q}_{26}$  sono diversi da zero, il che implica che se gli assi globali sono diversi da quelli locali che quando una tensione di taglio é applicata, nel materiale si creano, oltre alle tensioni di taglio, anche delle tensioni normali.

### 2.2.4 Comportamento Macroscopico del laminato

Il comportamento di un laminato aiuta a trovare la risposta del laminato sotto carico, quindi imponendo forze e momenti possiamo predire le tensioni risultanti.

La rigidezza e la resistenza del laminato sono ottenuti attraverso le proprietà costitutive di esso. Per trovarle si applica la teoria classica dei laminati (CLT). La relazione tra forze-momenti e deformazioni-curvature sono ottenuti attraverso la CLT che lega la rigidezza del laminato alle forze e alle deformazioni.

$$\{\sigma\}_k = [\bar{Q}_k]\{\epsilon\} \quad (2.22)$$

Tre assunzioni principali sono fatte nella teoria classica dei laminati, e sono:

1. Il laminato é considerato composto da lamine perfettamente incollate, inoltre l'incollaggio é definito come infinitamente sottile e non deformabile a taglio. Quindi gli spostamenti sono continui nello spessore del laminato e che dunque uno strato non può scorrere sull'altro.
2. Una linea perpendicolare al laminato deve rimanere perpendicolare al centro della superficie anche quando il laminato é deformato. Questo implica che gli sforzi di taglio fuori dal piano ( $\gamma_{xz}$  e  $\gamma_{yz}$ ) sono uguali a zero.
3. Le normali del laminato sono considerate di lunghezza costante, quindi anche le deformazioni sull'asse  $z$  ) $\epsilon_z$  sono considerate uguali a 0.

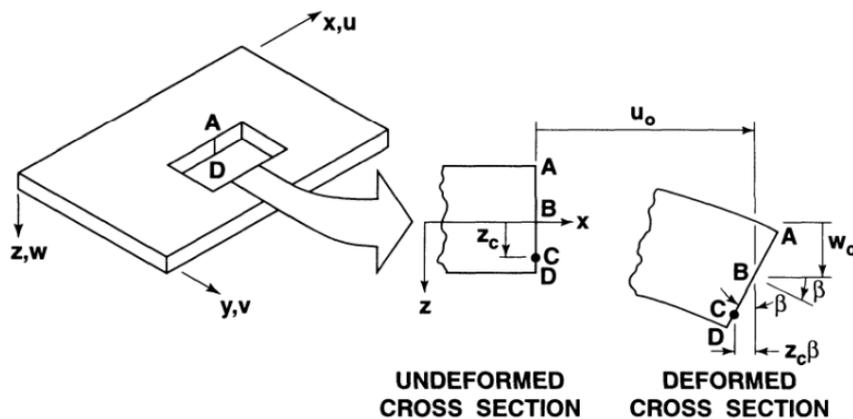


Figura 2.7: Geometria di deformazione nel piano x-z [6]

Tutte queste assunzioni implicano che gli spostamenti in  $u$ ,  $v$  e  $w$  nelle direzioni  $x, y$  e  $z$  sono derivate dalla sezione del laminato nel piano  $x-z$ , come visto nella figura 2.7. Gli spostamenti  $u$  e  $v$  in qualunque punto  $z$  del laminato sono:

$$u = u_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad (2.23)$$

$$v = v_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \quad (2.24)$$

le piccole deformazioni (quelle lineari elastiche) sono definite in termini degli spostamenti come,

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

dagli spostamenti  $u$  e  $v$  deriviamo le deformazioni come:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

dove  $\epsilon_x^0, \epsilon_y^0, \gamma_{xy}^0$  sono definiti come le deformazione nel piano medio.  $k_x$  e  $k_y$  sono le curvatures della lamina dovute al momento flettente.  $k_{xy}$  é invece la curvatura dovuta al momento torcente.

Per trovare le deformazioni lungo lo spessore nello strato  $k^{th}$  possiamo esprimerle in base alla superficie media del laminato come:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left[ \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \right] \quad (2.27)$$

Le forze risultanti e i momenti agenti sul laminato sono ricavati integrando gli stress in ogni lamina sullo spessore del laminato.

Le forze e i momenti risultanti sono quindi:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (2.28)$$

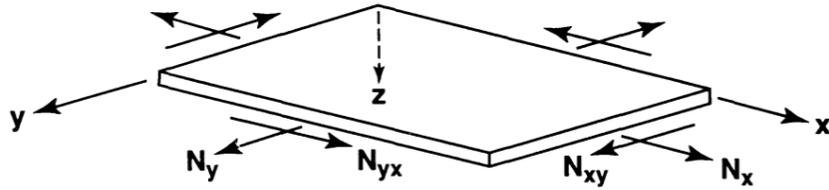


Figura 2.8: Forze in un laminato piatto [6]

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad (2.29)$$

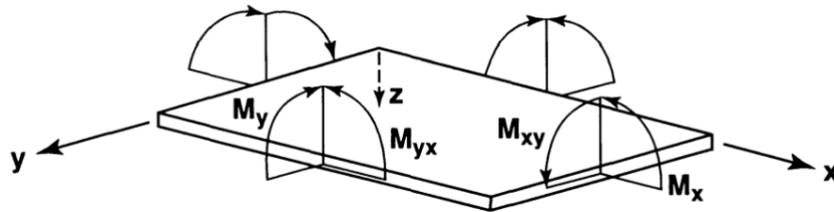


Figura 2.9: Momenti in un laminato piatto [6]

Dove  $z_k$  e  $z_{k-1}$  sono definite in base all'immagine 2.11

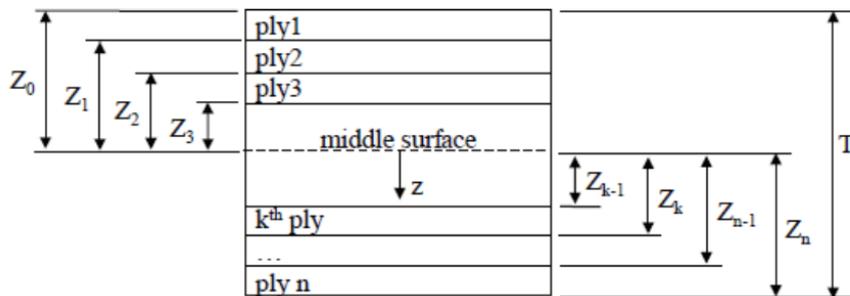


Figura 2.10: Geometria dei ply nel laminato [6]

sostituendo la relazione di tensioni deformazioni nelle due equazioni precedenti troviamo:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left[ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} z dz \right] \quad (2.30)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left[ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} z dz \right] \quad (2.31)$$

Siccome  $\epsilon_x^0, \epsilon_y^0, \gamma_{xy}^0, k_x$  e  $k_{xy}$  non sono espresse in funzione di  $z$ , ma sono valori del piano medio e curvature possono essere estrapolate dalla sommatoria. Quindi diventano:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \quad (2.34)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (2.35)$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (2.36)$$

Dove  $A_{ij}$  sono le rigidezze tensionali,  $B_{ij}$  sono le rigidezze accoppiate di tensione-flessione, e gli elementi  $D_{ij}$  rappresentano le rigidezze flessionali.

Da qui possiamo capire che la sola presenza dei componenti della matrice B implicano un accoppiamento tra flessione ed estensione del laminato. Quindi in casi particolari di laminati potremo avere una curvatura quando imponiamo una forza assiale al laminato. Se combiniamo le due matrici precedenti (2.32, 2.33), otteniamo la matrice ABD che relaziona le forze e

i momenti alle deformazioni e alle curvature. In questo modo otteniamo la matrice di rigidezza di un laminato.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Con i passi riportati in questo capitolo siamo in grado di ricavare le costanti elastiche di un laminato in materiale composito con rinforzi a fibre lunghe partendo dalle costanti ingegneristiche. Questo approccio è stato fondamentale per ricavare il modello matematico usato in seguito

### 2.2.5 Casi particolari di laminato

Prima di andare ad illustrare il modello matematico preferiamo introdurre la notazione classica per illustrare la sequenza di laminazione (stacking sequence). Per laminati regolari (quindi con spessore costante) è sufficiente indicare l'orientamento delle singole lamine, o ply. Per farlo si usa la notazione seguente:  $[0/90/45]$ . Ci si riferisce al sistema di riferimento globale e l'angolo descritto è l'angolo  $\theta$  riportato nella formula 2.6. Se più lamine consecutive utilizzano lo stesso angolo è possibile raggrupparle usando dei pedici, riportiamo un esempio:

$$[0/0/45/45/0/0] = [0_2/45_2/0_2]$$

Se invece sono ripetute delle sequenze di ply definiti, è possibile indicarli con un pedice al di fuori della parentesi quadra, per esempio:

$$[0/45/ - 45/0/45/ - 45/0] = [0/45/ - 45/0]_2$$

Per dei casi particolari di laminato la matrice ABD si semplifica e quindi il laminato avrà dei comportamenti definiti. Tra quelli possibili andremo ad analizzare il comportamento dei principali tra cui troviamo:

- Laminato simmetrico: Per il laminato simmetrico l'equazione della rigidezza si semplifica considerevolmente, la simmetria fa sì che gran parte della matrice ABD risulti uguale a 0. Per avere un laminato simmetrico dobbiamo avere per ogni layer a distanza  $z$  dal piano medio, una lamina identica a distanza  $-z$  dal piano medio. La matrice di rigidezza è la

seguinte:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Possiamo notare in questo caso che non ci sono accoppiamenti tra tensioni normali e flessioni nel laminato, in quanto i termini  $B_{ij}$  sono tutti uguali a 0.

- **Laminato asimmetrico:** Nel laminato asimmetrico abbiamo la matrice ABD completa, questo é solitamente un tipo di stratifica da evitare perché per produrre i laminati. Per la produzione di compositi ad alte prestazioni si utilizzano dei materiali pre impregnati che hanno bisogno di una cottura ad alta temperatura in autoclave per attivare completamente la polimerizzazione della matrice. Il composito quindi si lega e polimerizza ad alta temperatura, quando si riporta il componente a temperatura ambiente il gradiente termico causa una formazione di tensioni all'interno del materiale che può portare a delle deformazioni indesiderate nel componente finale.
- **Laminato antisimmetrico:** Un laminato antisimmetrico è composto da un numero di ply simmetrico rispetto al piano medio, e con un'angolazione opposta tra gli strati simmetrici, ad esempio [45/-45/0/45/-45] é un laminato antisimmetrico.

La matrice di rigidità di un laminato antisimmetrico é la seguente:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & B_{26} \\ 0 & 0 & A_{66} & B_{16} & B_{26} & 0 \\ 0 & 0 & B_{16} & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & B_{26} & D_{12} & D_{22} & 0 \\ B_{16} & B_{26} & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Nel caso di un laminato antisimmetrico bilanciato e regolare invece abbiamo:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & b_{16} \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & b_{26} \\ 0 & 0 & A_{66} & b_{16} & b_{26} & 0 \\ 0 & 0 & b_{16} & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & b_{26} & D_{12} & D_{22} & 0 \\ b_{16} & b_{26} & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

In questo caso i coefficienti  $b_{16}$  e  $b_{26}$  sono indicati con lettere minuscole per indicare il fatto che hanno ordini di grandezza più piccoli rispetto ai precedenti.

In questa tesi i laminati antisimmetrici si sono rivelati quelli più utili per diversi motivi che andremo ad esplicitare in seguito.

## 2.3 Molle a nastro bistabili

Il fenomeno della bistabilità nella meccanica strutturale è un campo di studio abbastanza nuovo, il cui consiste nella capacità di cambiare la curva Gaussiana da una posizione ad un'altra. Le molle a nastro si possono dire bistabili quando hanno due stati di equilibrio differenti. Le due regioni stabili equivalgono a dei minimi locali nell'energia di deformazione elastica.

Lo stato più stabile di queste molle è quando sono dispiegate, il che equivale a una deformazione interna nulla. Il secondo stato è quando vengono arrotolate su se stesse, in questo caso l'energia di deformazione è minima ma diversa da zero. Il passaggio tra uno stato e l'altro può essere prodotto applicando una minima quantità di energia, in seguito l'energia di deformazione interna verrà automaticamente liberata. In pratica l'energia viene "immagazzinata" in energia di deformazione per poi essere liberata sotto forma di energia cinetica.

Nel 1996 Daton-Lovett scoprì per la prima volta che una struttura in materiale composito avente un laminato antisimmetrico, per esempio [45/-45/0/45/-45], poteva essere usato per produrre componenti bistabili.

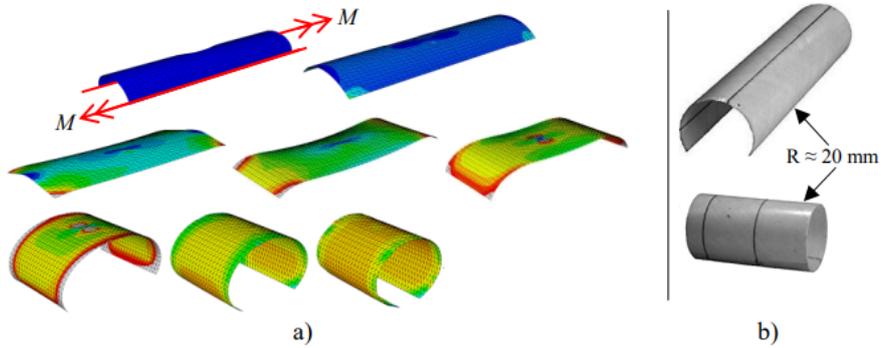


Figura 2.11: Modello di composito bistabile [7]

In questa tesi utilizzeremo prevalentemente compositi intrecciati, cioè dove  $E_1 = E_2$ , e antisimmetrici. Questo perché come visto nella matrice 2.40 con un laminato antisimmetrico abbiamo che  $D_{16} = D_{26} = 0$  quindi non abbiamo accoppiamenti di torsione-flessione. Al contrario se utilizzassimo compositi unidirezionali questi termini sarebbero diversi da 0 e quindi avremmo un componente che tende a torcere una volta che viene arrotolato.

Inoltre si è visto che i compositi antisimmetrici permettono di avere una configurazione arrotolata più compatta rispetto a un laminato simmetrico. Purtroppo i termini  $B_{ii}$  rimangono sempre diversi da 0, quindi avremo un accoppiamento di tensione flessione, ma essendo molto piccoli (circa uguali a 0) non comportano problemi nel nostro componente.

Il grande vantaggio dei materiali compositi è che permettono di agire sulla rigidità del componente attraverso l'aggiunta o la diversa angolazione degli strati, questo permette di incrementare o diminuire la rigidità del componente solo nella direzione voluta.

## 2.4 Modello analitico

Un semplice modello analitico è stato implementato attraverso l'utilizzo di uno script Matlab. Il modello si basa sulla teoria classica dei laminati esposta in precedenza, dopo aver calcolato la matrice ABD sono state in seguito utilizzate le teorie in 2.40.

Nel modello di dispiegamento all'inizio la molla è considerata arrotolata nel suo stato di equilibrio. Un estremo della molla è vincolato e l'altro è libero di

muoversi per consentire lo svolgimento. In questo modello si presuppone che la struttura passi immediatamente da uno stato arrotolato a uno dispiegato, in realtà sappiamo che esiste invece uno stato di transizione che viene però trascurato (regione T nell'immagine 2.12).

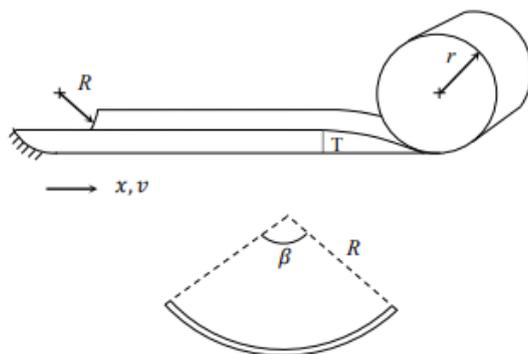


Figura 2.12: Geometria del modello matematico

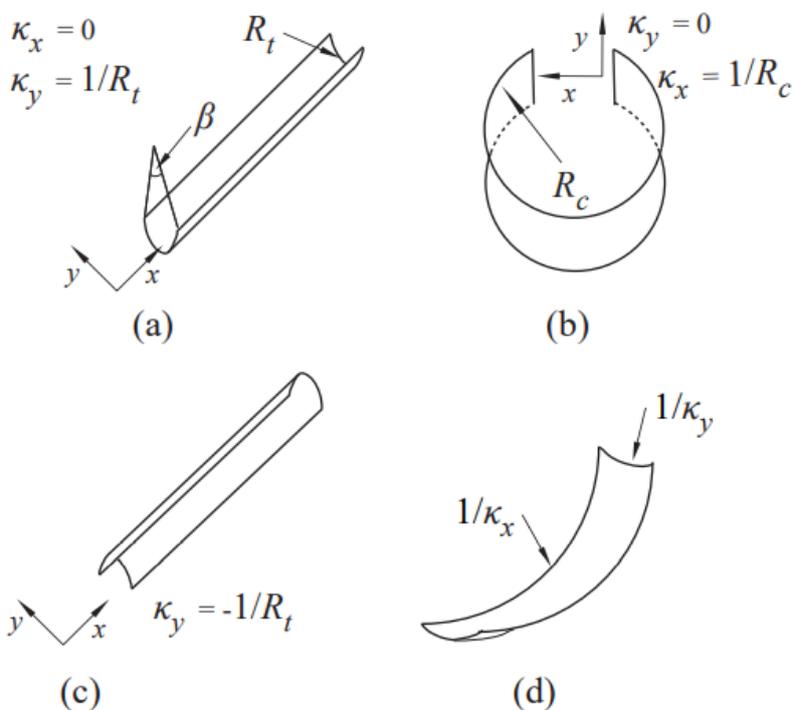


Figura 2.13: a) molla dispiegata in configurazione stabile, b) configurazione avvolta stabile, c) curvatura stabile opposta, d) parzialmente piegata

L'energia di deformazione dovuta alla flessione in una piastra in composito dove le curvature che cambiano sono  $k_x$  e  $k_y$  é definita come:

$$U_b = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} k_x & k_y & k_{xy} \end{bmatrix} D \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} A \quad (2.41)$$

Dove  $A$  é definita come l'area della sezione trasversale per unità di spessore.  $A = \beta R x$ .

Assumendo  $k_{xy} = 0$  e  $D_{16} = D_{26} = 0$  (cosa possibile in caso di laminato antisimmetrico), riduciamo l'equazione 2.41 a:

$$U_b = \frac{1}{2} (D_{11} k_x^2 + 2D_{12} k_x k_y + D_{22} k_y^2) A \quad (2.42)$$

Impostando  $k_x = \frac{1}{r}$  e  $k_y = -\frac{1}{R}$  l'energia elastica di deformazione diventa:

$$U_b = \frac{D_{11} \beta x}{2R} + \left[ 1 + \frac{R^2 D_{22}}{r D_{11}} - \frac{2R D_{12}}{r D_{11}} \right] \quad (2.43)$$

La forza di dispiegamento é pari alla derivata dell'energia di deformazione rispetto all'estensione, cioè:

$$F_e = \frac{\partial U_b}{\partial x} \quad (2.44)$$

Applichiamo una correzione per i laminati non simmetrici usando la matrice  $D^*$ , essa é uguale a:

$$D^* = D - B^T A B \quad (2.45)$$

introduciamo anche la matrice  $\hat{D}^*$  non dimensionale che é uguale a:

$$\hat{D}^* = D^* / D_{11} \quad (2.46)$$

Facendo variare la matrice di rigidezza nel tempo possiamo estrapolare la forza di espansione in funzione di  $t$ :

$$F_e(t) = \frac{D_{11}^*(t) \beta}{2R} \left[ 1 + \frac{R^2}{r} D_{22}(t) - \frac{\hat{2}R}{r} D_{12}(t) \right] \quad (2.47)$$

La forza di espansione esiste solamente quando il componente comincia il dispiegamento.

Per il dispiegamento in aria possiamo anche ipotizzare un attrito aerodinamico per correggere la forza di espansione. La forza di attrito sarà:

$$F_{aero}(t) = 0.5\rho V^2(t)C_D A \quad (2.48)$$

dove:

- $A$ = area frontale, pari a  $:2\beta Rr$
- $\rho$ = densità dell'aria pari a:  $1.2\frac{kg}{m^3}$
- $C_D$ = coefficiente aerodinamico stimato intorno a 1.17

Infine assumiamo che la forza di dispiegamento sia costante in quanto la matrice di rigidità si presuppone che non cambi valore durante il dispiegamento.

Infine calcoliamo la forza reale agente sul componente durante il dispiegamento sottraendo la forza di attrito aerodinamico.

$$F(t) = F_e - F_{aero}(t) \quad (2.49)$$

Infine usando il metodo dell'energia sviluppato da Rimrott, è possibile dimostrare che la velocità di espansione è pari a:

$$v(t) = \sqrt{\frac{F(t)(1 - \mu)x}{m(L - x)}} \quad (2.50)$$

dove:

- $\mu$ = Coefficiente di attrito, esso comprende tutte le cause di attrito presenti durante il dispiegamento, viene ricavato sperimentalmente. Si è notato che il valore può variare notevolmente in base al tipo di laminato. Nel capitolo dei risultati andremo ad approfondire le possibili ragioni.
- $m$ = massa per unità di lunghezza, viene calcolata in base al volume e alla densità del composito
- $L$ = lunghezza totale del braccio avvolgibile

infine con una semplice formula di integrazione è possibile risalire al tempo totale impiedato per il dispiegamento.

In 2.40 è stato anche sviluppato un modello per predire la bistabilità di un componente attraverso un coefficiente  $S$ , esso è pari a:

$$S = 4\hat{D}_{66}^* + 2\hat{D}_{12}^* - 2\frac{\hat{D}_{22}^*}{\hat{D}_{12}^*} \quad (2.51)$$

in caso di un coefficiente  $S > 0$  allora avremo un componente bistabile, se  $S < 0$  allora il componente sarà monostabile.

Infine un calcolo approssimativo del raggio di avvolgimento é stato sviluppato:

$$R_{coil} = R_t \frac{D_{11}}{D_{12}} \quad (2.52)$$

da questo calcolo possiamo partire per stimare il raggio finale di avvolgimento in caso del nostro dispositivo attraverso un'approssimazione di una spirale. Nel nostro caso su ogni cilindro verranno avvolte due molle a nastro. Quindi il raggio finale sarà pari a:

$$R_r = \frac{1}{k_{xr}} = \sqrt{\frac{L2t}{\pi} + R_h^2} \quad (2.53)$$

dove  $R_h$  é il raggio dell'hub attorno a cui vengono avvolte le due molle a nastro.

In conclusione lo script Matlab permette di ottenere velocemente una stima dei parametri principali di una molla a nastro, dal tempo di dispiegamento, al coefficiente di stabilità al raggio di avvolgimento. I dati necessari in input sono:

- Costanti elastiche del materiale: Moduli elastici e coefficiente di poisson, come abbiamo visto in precedenza sono necessarie almeno 4 costanti ingegneristiche per ogni materiale
- Spessore della singola lamina: solitamente viene indicata come CPT (Cured Ply Thickness)
- Numero di strati utilizzato
- Orientamento di ogni singolo strato
- Densità del materiale.
- Raggio  $R_t$  = raggio della molla in configurazione distesa. É il raggio che viene imposto alla molla durante la cottura sullo stampo
- Lunghezza totale della molla

Nel capitolo 5 andremo ad analizzare i risultati e a discutere della validità di questo modello matematico.

## Capitolo 3

# Modello agli elementi finiti

Per il calcolo agli elementi finiti ci siamo avvalsi dei software di Altair. Abbiamo usato il solutore esplicito Radioss per tutta la parte riguardante l'avvolgimento e la dinamica del componente. Invece ci siamo avvalsi del solutore implicito Optistruct per le analisi di buckling e di rigidezza.

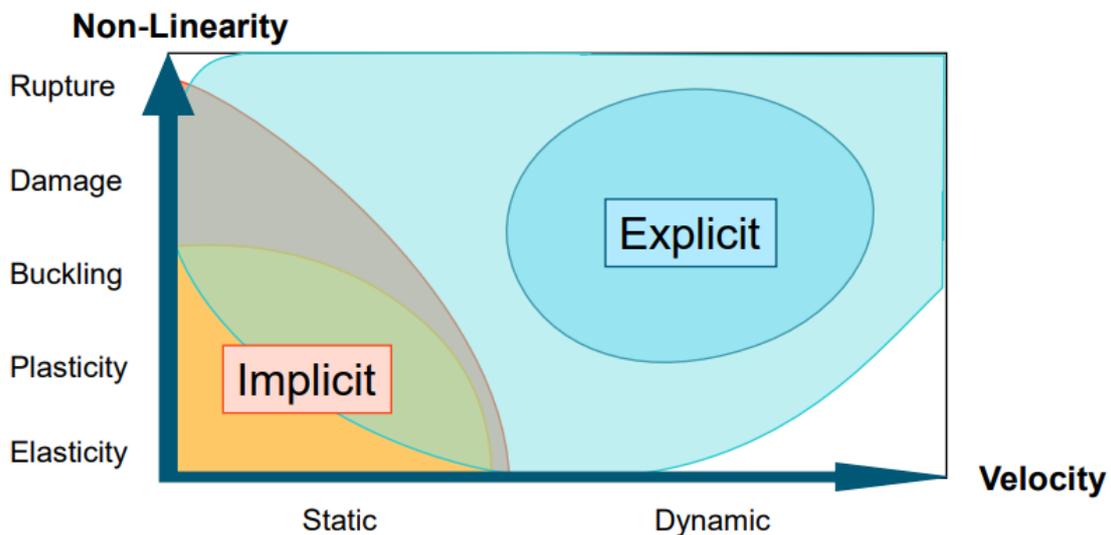


Figura 3.1: Confronto simulazioni esplicite e implicite [5]

È stato necessario ricorrere alle analisi esplicite in quanto il fenomeno che abbiamo analizzato ha dei comportamenti dinamici e altamente non lineari. Le analisi esplicite utilizzano un loop sui nodi che ricalcola forze agenti sui

nodi a distanza di un Timestep definito. Questo Timestep critico ( $\Delta t_{crit}$ ) è una proprietà intrinseca del materiale. È il tempo che richiede un'onda, con la velocità del suono nel materiale, ad attraversare la distanza minima che c'è in un elemento. Una soluzione esplicita è detta stabile quando  $\Delta t_{crit} < \Delta t$ . La soluzione è instabile se le informazioni passano attraverso più di un nodo in un singolo  $\Delta t$ .

In questo modo possiamo definire la dipendenza del Timestep. Prendendo come esempio un elemento il timestep è definito come:

$$\Delta t = \frac{l}{c} = \frac{l}{\sqrt{\frac{E}{\rho}}} \quad (3.1)$$

Dove:

- $l$  = lunghezza caratteristica dell'elemento
- $c$  = velocità del suono all'interno del materiale
- $E$  = modulo di Young
- $\rho$  = Densità del materiale

Dalla (3.1) possiamo notare come l'unico nostro parametro di intervento sul timestep della simulazione sia la lunghezza caratteristica dell'elemento. Nel nostro caso avendo a che fare con componenti molto piccoli siamo stati costretti a utilizzare Timestep estremamente piccoli (nell'ordine di  $10^{-8}$ ), il che ha reso le simulazioni estremamente dispendiose a livello di potenza computazionale.

### 3.0.1 Materiali utilizzati

I materiali utilizzati sono tutti stati forniti dall'azienda Bercella, abbiamo preferito utilizzare materiali che erano già disponibili in fabbrica. Di seguito riportiamo una tabella con le caratteristiche dei materiali che sono state utilizzate nell'impostazione dei modelli.

Tutti le costanti dei materiali sono state ricavate da dati di laboratorio. L'azienda Bercella ha al suo interno una macchina di trazione con cui esegue test di accettazione del materiale a campione. Negli ultimi anni hanno quindi raccolto un'importante mole di dati su tutti i materiali presenti in azienda.

	GG 200 Twill	M40J UD	Kevlar 80	VV 300 Vetro	PP105 Vetro
E1 [MPa]	57400	225000	35000	24475	19700
E2 [MPa]	57400	7000	35000	24475	19700
G12 [MPa]	5000	5000	4000	4500	4500
$\nu_{12}$	0.1	0.3	0.02	0.13	0.01
Densità [ $\frac{ton}{m^3}$ ]	$1.24e^{-9}$	$1.56e^{-9}$	$1.28e^{-9}$	$2.1e^{-9}$	$2.1e^{-9}$
CPT [mm]	0.22	0.2	0.09	0.25	0.11

### 3.1 Prototipo Coiling corto

Data la complessità delle simulazioni, abbiamo scomposto il problema in più step successivi. Nella fase iniziale del progetto abbiamo analizzato un singolo braccio con lunghezza L pari a 200 mm e un diametro di 12 mm.

La grandezza della mesh dopo qualche prova é stata impostata a 1 mm. Questo non per problemi di convergenza ma per una migliore lettura dei risultati, abbiamo notato che ingrandendo la mesh a 2 mm gli elementi risultavano grandi rispetto alla misura della circonferenza. Inoltre anche le letture di stress e strain massimo sulla mesh da 2 mm non erano abbastanza rappresentative.

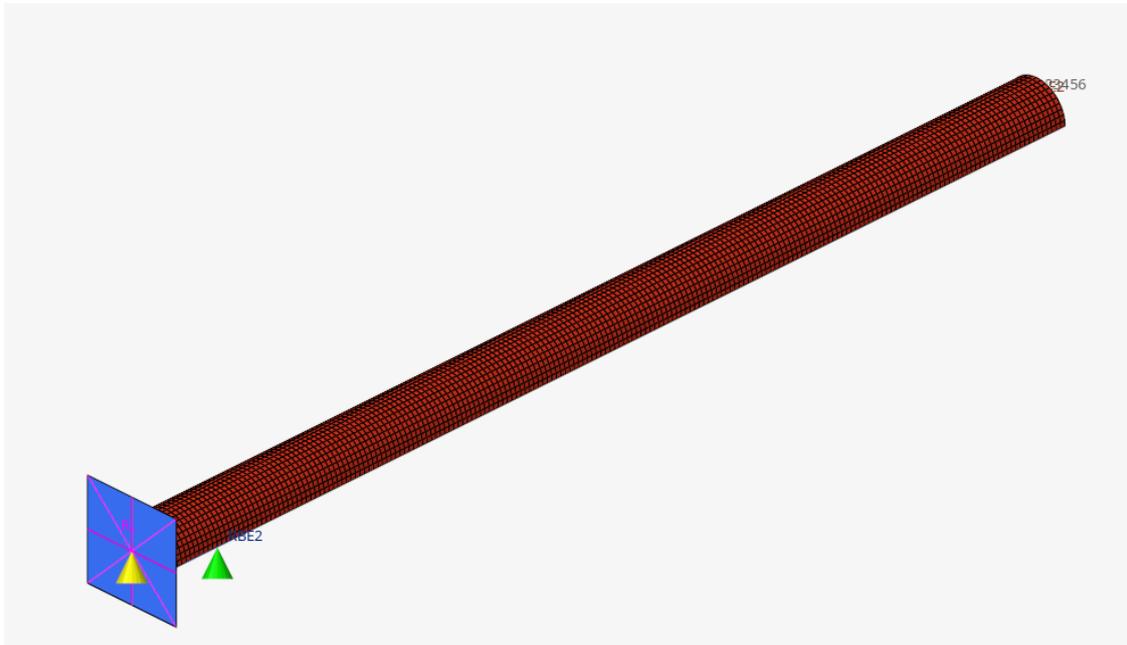


Figura 3.2: Modello Coil corto

In questo caso il modello é formato da 16454 elementi e 4234 nodi. Gli elementi sono tutti shell 2D a 4 nodi. La formulazione degli elementi che é stata scelta é QEPH, che é un miglioramento di un elemento a quattro nodi sotto integrato con un punto di integrazione sulla superficie.

# Nodes	Element	$I_{shell}$	$I_{sh3n}$	Description	Integration	Relative Cost
4	Q4	1, 2, 3, or 4	---	Belytshko & Tsay (Default)	Reduced	1.0
	QBAT	12	---	Batoz	Full	2.0
	QEPH	24	---	Improved under-integrated	Reduced	1.15
3	C0	---	2	Standard Triangle (Default)	n/a	----

Figura 3.3: Formulazione degli elementi in Radioss [5]

È stato scelto questo tipo di elemento perché ha il rapporto qualità/costo CPU migliore, permette di ottenere buoni risultati senza gravare troppo sul tempo di simulazione.

L'elemento classico Q4 é stato scartato perché dalle prime analisi non restituiva i risultati sperati, non riusciva a cogliere il comportamento bistabile del componente e non effettuava né l'avvolgimento ma neanche lo svolgimento.

Per il materiale é stata fatta una semplificazione, purtroppo non é stato possibile effettuare uno studio sul comportamento non lineare del composito, e quindi é stato approssimato con un comportamento lineare elastico. Questo é una delle limitazioni fondamentale di questa simulazione. È stata impostata una cardo di M25\_COMPSH che permette di definire il layup successivamente attraverso le proprietà.

Seguendo i consigli dello User manual di Radioss, avendo degli strati estremamente sottili, con CPT (Cured Ply Thickness) tra lo 0.1 e 0.25 mm. Abbiamo modellato un singolo strato con due layer, ognuno con uno spessore nominale pari alla metà del CPT dello strato singolo.

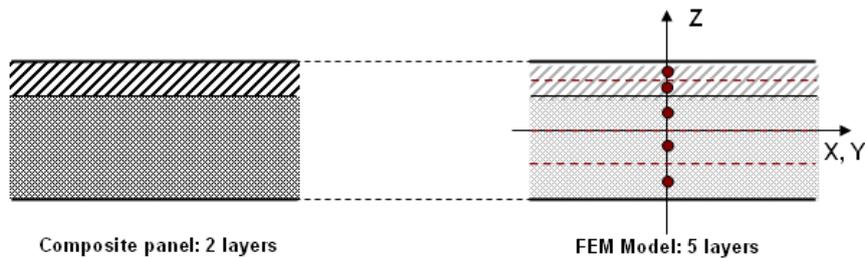


Figura 3.4: Modellazione degli strati

Questo per cogliere al meglio il comportamento flessionale del componente. In più ogni singolo ply ha 5 punti di integrazione sullo spessore con distribuzione Gaussiana (i punti non sono equamente distribuiti sullo spessore ma sono concentrati agli estremi). In questo modo siamo riusciti a ottenere un comportamento del materiale molto simile al comportamento dei prototipi reali. Per finire la parte di modellazione sono stati orientati gli elementi in maniera concorde per avere una direzione delle fibre uniforme.

Per quanto riguarda i contatti ne abbiamo definiti di due tipi. Un contatto standard di tipo TYPE7, che é consigliato nello user manual di Altair, per i contatti tra il braccio e il muro e i contatti bracci-braccio. I contatti tra braccio e muro sono stati definiti senza attrito mentre quelli braccio braccio un attrito di tipo Coulombiano con coefficiente 0.6. Dopo le prime prove é stato definito anche un contatto di tipo TYPE11 in quanto il contatto TYPE7 funziona solamente tra superfici, abbiamo notato che in alcune prove gli

spigoli delle superfici andavano a intersecarsi e la simulazione non arrivava a convergenza. Il contatto TYPE11 é definito per ovviare a questo problema, agisce sugli spigoli per non consentire agli elementi di intersecarsi sui lati, anche questi hanno un attrito di tipo Coulombiano con coefficiente pari a 0.6

Come casi di carico abbiamo imposto su due set di 20 nodi, uno spostamento laterale che simula l'appiattimento del componente. Questo sfrutta le proprietà di bistabilità del braccio per causare un primo avvolgimento. In seguito é stato imposto uno spostamento al muro difronte al braccio per effettuare l'arrotolamento fino alla lunghezza desiderata.

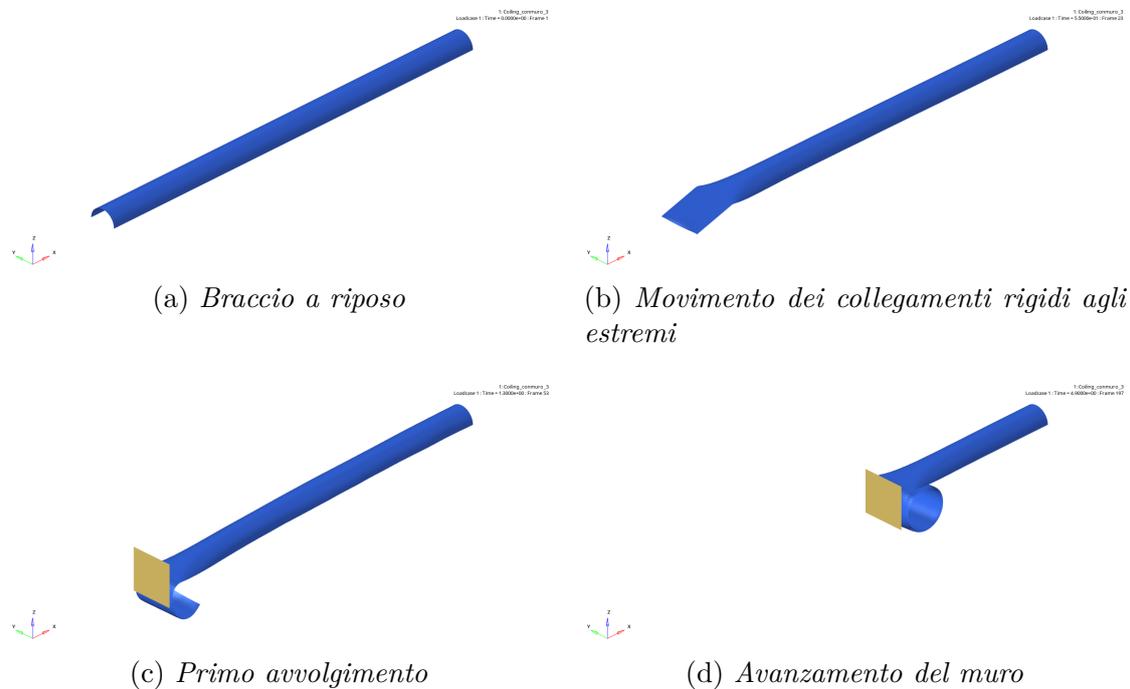


Figura 3.5: Casi di carico

Queste analisi sono state fatte per la maggior parte dei prototipi per studiarne la fattibilità e i margini di sicurezza. Per i componenti non bistabili é stato impostato un altro modello, dove l'avvolgimento é stato fatto imponendo una rotazione degli elementi del braccio intorno al nodo. Per trovare la distanza di questo nodo dagli elementi é stato utilizzato il modello matematico descritto nell'equazione 2.52, in quanto abbiamo visto che la definizione del raggio di avvolgimento ha una buona approssimazione rispetto al modello

reale.

Come output sono stati richiesti gli stress e gli strain dei singoli ply, per analizzare i coefficienti di sicurezza del materiale e valutare la fattibilità del componente. Inoltre è stata richiesta la forza normale lungo X impressa sul muro dal braccio. In tale modo è possibile confrontare la forza di svolgimento del modello analitico con quello del modello a elementi finiti.

## 3.2 Analisi di Buckling

È stata impostata una semplice analisi di Buckling su una molla con una lunghezza di 500mm. Questa sarà la lunghezza finale delle nostre molle. Nell'analisi di Buckling in pratica andiamo a vedere i carichi critici oltre ai quali il componente cede per instabilità. Nel nostro caso avendo un componente così lungo e sottile esso potrà essere sottoposto a carichi molto minori rispetto a quelli calcolati analiticamente con le formule classiche della trave incastrata. Il nostro obiettivo è andare a capire e stimare la rigidità del componente.

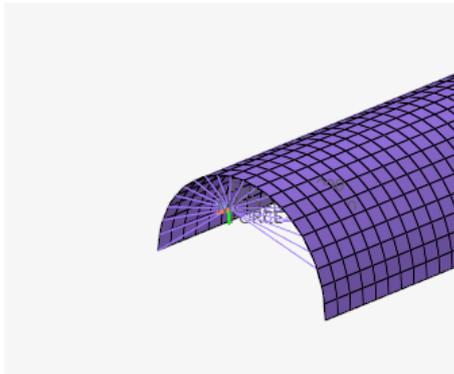


Figura 3.6: Carichi imposti per l'analisi.

Per questo tipo di analisi ci siamo avvalsi del solutore Optistruct, abbiamo utilizzato un load step input dove abbiamo impostato un'EIGRL (Real Eigen Value Extraction) dove in pratica restituisce in output gli autovalori richiesti. In questo caso abbiamo richiesto i primi 10 autovalori maggiori di 0.

Come condizioni al contorno abbiamo applicato un vincolo in tutti e sei i gradi di libertà ai nodi di un estremo. All'estremo libero abbiamo applicato 4 casi di carico differenti: Una forza in Z, una in Y, una in -Z. Infine abbiamo applicato un momento torcente.

Tutti i carichi hanno un modulo unitario per andare a leggere più semplicemente i risultati dell'analisi di buckling. Nello stesso momento è possibile anche andare a calcolare la rigidità del prototipo andando a valutare lo spostamento.

### 3.3 Prototipo Completo

Il prototipo completo analizza il componente finale, esso é composto da 4 bracci dalla lunghezza di 500 mm. Alla sua completa estensione raggiunge la lunghezza di 1000 mm. I quattro bracci sono stati modellati nello stesso modo del prototipo corto, con più ply per ogni strato reale e con elementi a 4 nodi di formulazione QEPH.

Alle due ruote centrali é stato applicato una rotazione intorno al proprio asse per avvolgere i bracci. Essi sono collegati tra di loro tramite un elemento SPRING che utilizza una proprietà KJOINT di tipo Revolute. Questo applica un vincoli simile a un albero su cuscinetti. In pratica condividono un asse rigido ma possono ruotare liberamente intorno ad esso.

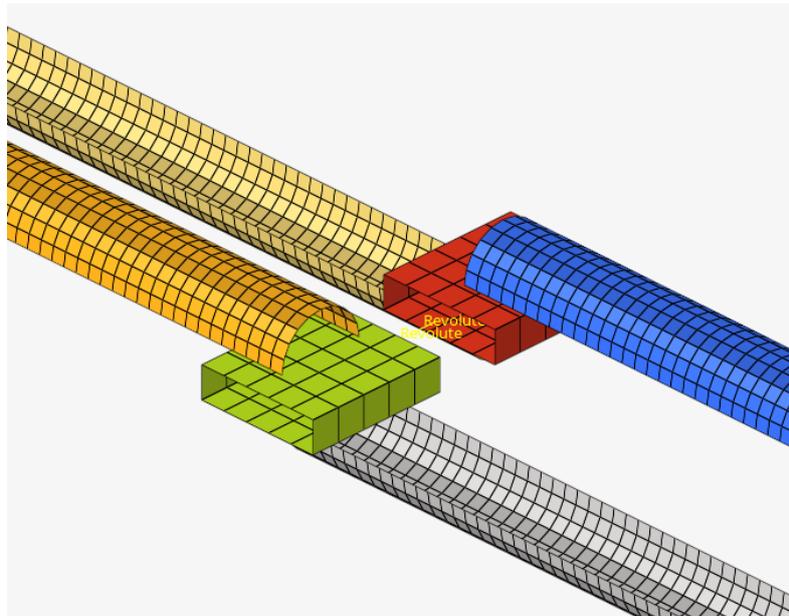


Figura 3.7: Prototipo finale.

Dopo le prime simulazioni sono state aggiunte due paratie laterali sulle ruote centrali, e degli scudi che permettono il corretto svolgimento del componente.

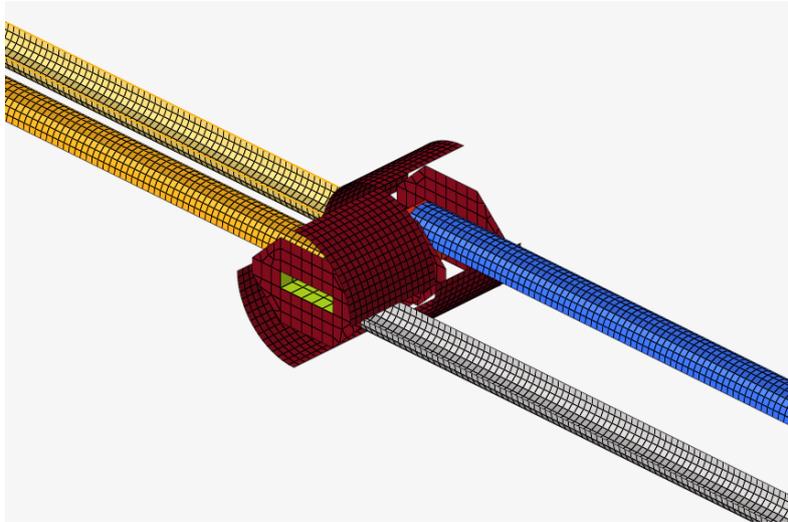


Figura 3.8: Prototipo finale con aggiunta di paratie.

Questo tipo di analisi è stata la più complessa che abbiamo effettuato. Per contenere i tempi di calcolo abbiamo incrementato la taglia degli elementi a 2 mm, in quanto lo studio preliminare sulle tensioni è stato effettuato sul modello iniziale.

Per analizzare il dispiegamento del componente è necessario effettuare tutte le volte l'avvolgimento dei bracci. Tra i tempi di simulazione estremamente lunghi e la dimensione degli elementi abbiamo dei tempi di calcolo estremamente lunghi. Sul server Hactar di HPC Polito abbiamo un tempo di simulazione pari a circa una settimana utilizzando un timestep minimo di  $1e^{-7}s$  per il prototipo senza le paratie.

Aggiungendo le paratie (e i relativi contatti) i tempi si sono allungati notevolmente e questo non ci ha permesso di svolgere tutte le simulazioni volute per limiti di tempo.

Per ottenere un calcolo affidabile e attendibile bisognerebbe scendere ulteriormente con il timestep a circa la metà, questo provocherebbe dei tempi di calcolo di circa due settimane.



# Capitolo 4

## Prototipo fisico

Tutti i prototipi fisici sono stati realizzati nelle sale di laminazione dell'azienda Bercella, i materiali utilizzati sono elencati nella tabella ???. Sono materiali pre impregnati con una resina epossidica che necessitano di un passaggio in autoclave per polimerizzare la matrice.

La maggior parte dei materiali sono stati "riciclati" da scarti e sfridi di produzione dell'azienda. Altri, ad esempio il tessuto di vetro e quello di kevlar, sono stati ritagliati da materiale avanzato dai test di accettazione.

### 4.1 Ciclo di produzione

La produzione si é divisa in fasi separate, che ricalcano il processo di produzione presente in azienda. Il ciclo di produzione é composto dalle seguenti fasi:

- Ingegnerizzazione: Si parte dalla parte ingegneristica, grazie ai calcoli FEM e ai modelli matematici si studiano i provini da realizzare per correlare i modelli numerici ai prototipi fisici. In questa fase si affronta tutto il materiale di assistenza alla produzione, dalla scheda di laminazione a quella di rifilatura.
- Creazione della distinta: Si crea una distinta materiali per assicurarsi di poter avere tutti i materiali necessari alla produzione, dai rotoli di materiale agli stampi grezzi.
- Creazione del materiale necessario alla produzione: In questa fase si tagliano le dime e si preparano gli stampi per la laminazione. Nel nostro caso avendo dime molto semplici nella maggior parte dei casi sono state tagliate a mano. É necessario anche preparare gli stampi per la

laminazione, essi vanno prima lucidati e poi trattati al distacco. Questo si è rivelato un passaggio fondamentale per i nostri provini, essendo estremamente sottili sono anche molto fragili, quindi un non corretto trattamento dello stampo avrebbe potuto portare a una rottura dei prototipi.

- **Laminazione:** Nella laminazione le dime preparate vengono disposte sullo stampo seguendo la scheda di laminazione creata nel primo punto. Bisogna fare particolare attenzione a disporre gli strati correttamente, una piccola deflessione dell'angolo di applicazione può portare a comportamenti molto diversi nel prototipo finale. Infine dopo aver disposto tutti gli strati si applica uno strato di peel ply, questo strato serve per compattare meglio le pelli ed estrarre la resina in eccesso. Il peel ply si è rivelato uno di quei passaggi chiave nella produzione dei prototipi, senza di esso lo spessore finale del laminato non corrispondeva al cured ply thickness rilevato durante le prove di accettazione. Questo perché la resina in eccesso non veniva allontanata dal composito ma rimaneva al suo interno aumentando lo spessore.
- **Sacco a vuoto:** Questa è un'altra fase critica della produzione, un sacco a vuoto eseguito male non permette di raggiungere le pressioni desiderate, questo inficia le proprietà finali del materiale. Per preparare lo stampo viene disposto uno strato di film distaccante attorno al peel ply messo in precedenza, in seguito tutto il componente è avvolto attorno a un panno areatorio per permettere di avere un vuoto uniforme intorno allo stampo. Durante la produzione ci siamo accorti che un corretto posizionamento della valvola (lontana dalle righe di piega del sacco a tubo) è molto importante per non avere perdite di pressione



(a) Dime dei prototipi



(b) Disposizione dime su stampo



(c) Preparazione per il vuoto



(d) Sacco a vuoto

Figura 4.1: Produzione prototipi

- Cottura: I nostri materiali hanno effettuato tutti gli stessi cicli di cottura, questo ha reso possibile la produzione di più prototipi nella stessa infornata. Il ciclo di cottura é stato effettuato a 6 bar e 130 gradi secondo i tempi che riportiamo in seguito.

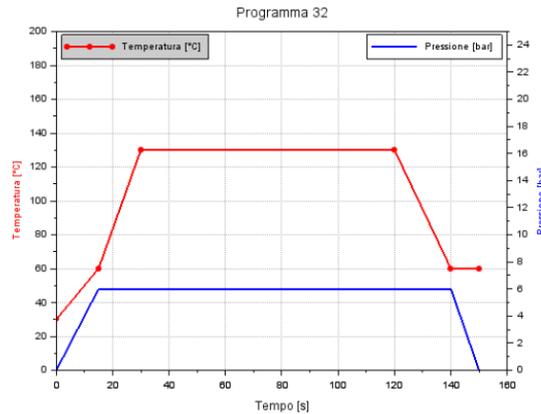


Figura 4.2: Ciclo di cottura utilizzato per i prototipi.

- Distacco: In questa fase i prototipi vengono estratti dal sacco a vuoto e distaccati dagli stampi.
- Rifilatura: I provini successivamente vengono portati nel reparto di rifilatura per essere rifiniti e carteggiati. Per i primi provini abbiamo usato delle dime abbondanti che quindi andavano rifilate successivamente. Questo perché le dime utilizzate erano leggermente più abbondanti per permetterci di avere più margine di manovra durante la laminazione.
- Controllo qualità e accettazione: Il passaggio finale prima dei test pratici é stato quello di controllo del risultato ottenuto, abbiamo principalmente guardato alla presenza di difetti o di anomalie sui componenti. Nel totale dei provini prodotti solo una piccolissima parte é stata scartata a causa di un errato distacco dello stampo.

## 4.2 Resoconto probini prodotti

Nel corso della tesi sono stati prodotti 11 tipologie diverse di provini di cui alcuni sono stati replicati più volte per confrontare i risultati. In seguito riportiamo una tabella schematica per riassumere le tipologie create.

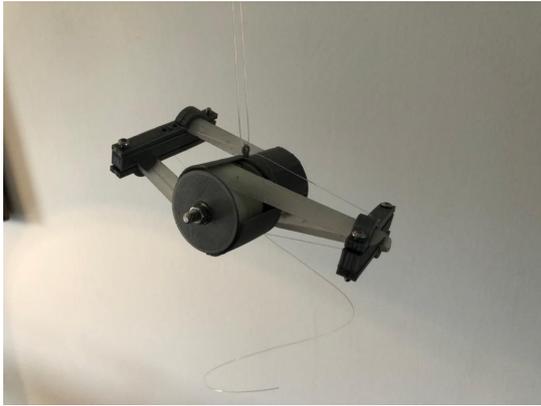
Nel seguente capitolo andremo ad analizzare i risultati dei vari provini utilizzando i numeri riportati in tabella.

	Diametro Stampo [mm]	Orientamento ply [Gradi]	Materiale
1	12	[45]	GG200
2	12	[45]	VV105
3	12	[ 0/45/0]	GG200 Kevlar
4	12	[45/45/45]	VV105
5	12	[45/0/45]	VV105
6	12	[45/0/90/45]	VV105
7	12	[45/0/45]	GG200 Kevlar
8	12	[0/45/0]	GG200 M40J
9	22	[45]	GG200
10	22	[0/45/0]	GG200 Kevlar
11	22	[45]	VV300
12	22	[0/45/0]	VV105 Kevlar

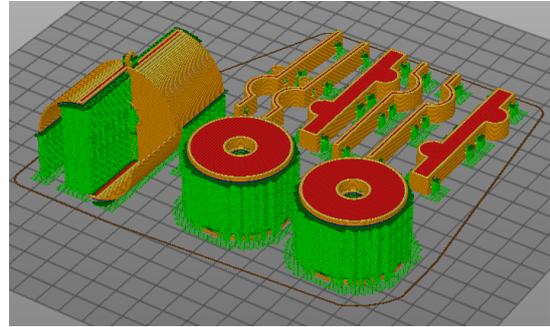
## 4.3 Prototipo Completo

Per concludere é stato creato un prototipo di braccio avvolgibile per satellite in stampa 3D. Esso non é un prototipo finale ma solo un design concettuale per dimostrare il funzionamento del componente.

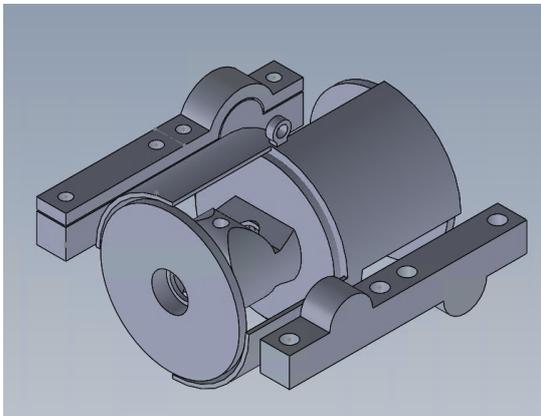
Il design é stato realizzato con una Ender 3, in petg. Il modello cad é stato costruito su Solidworks ed é formato da due rulli attorno cui si avvolgono le molle, questi rulli hanno degli scassi per permettere di ospitare le molle in configurazione distesa con la loro sezione semicircolare. Questo per permettere alle molle di avere la massima rigidezza. Nel caso si fossero usati dei rulli senza scassi, cioè semplicemente cilindrici, le molle sarebbero state appiattite ad un'estremità e questo avrebbe enormemente abbassato la rigidezza totale del componente.



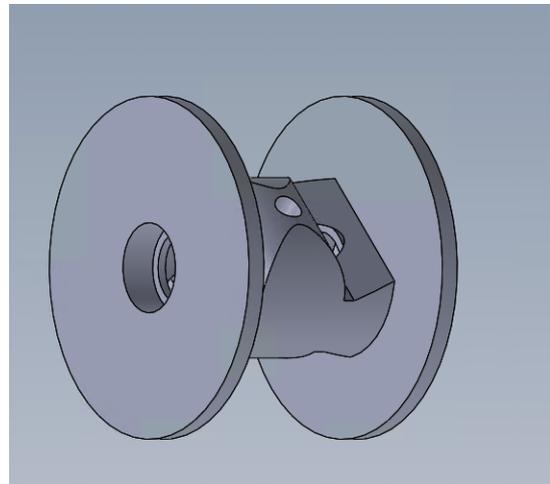
(a) Prototipo concettuale



(b) Processo di slicing



(c) Modello 3D



(d) Particolare dei rulli

Figura 4.3: Produzione del prototipo completo

Per assicurare le molle ai rulli sono state utilizzate delle viti con diametro m3, esse sono direttamente avvitate sulla plastica. Purtroppo non é stato possibile implementare degli inserti a causa delle dimensioni ridotte. Il peso del componente finale compresi di viti, molle e cuscinetti é di 86 grammi.

I rulli sono fissati su dei cuscinetti con diametro interno 5 mm. Essi sono fermati con degli sbalzi opportuni e delle rondelle per poter stringere tutto l'assieme. Come albero é stata utilizzata una barra filettata da diametro 5mm.

Le molle a nastro sono fissate all'estremità con delle piattine che stringono le molle sui componenti esterni.

Per bloccare il componente in configurazione compatta é stato utilizzato un filo di nylon. Esso potrebbe essere utilizzato anche nel componente finale

per eseguire il rilascio tramite la bruciatura di questo filo.

Ci sono ampi margini di miglioramento di questo design, ma questo prototipo iniziale riesce ad evidenziare i vantaggi e i difetti di questo tipo di componente. Andremo ad analizzare le prestazioni nel capitolo finale.



## Capitolo 5

# Risultati e discussione

Come primi risultati abbiamo analizzato la bistabilità dei provini. Il provino numero 1, composto da una sola pelle a  $45^\circ$ , si è rivelato da subito bistabile e capace di flettere abbastanza per essere avvolto, il raggio ottenuto è stato misurato intorno ai 18.45 mm e un raggio esterno di 21.08mm. Il modello matematico riportava un diametro teorico di avvolgimento di 18.40 mm e un diametro esterno di 20.01 mm.



Figura 5.1: Raggio effettivo di avvolgimento

Anche il modello fem ha presentato una buona approssimazione sul raggio di avvolgimento. Questo raggio è stato preso nel modello presente nel paragrafo 3.1.

Si evince che il modello matematico presenta una buona approssimazione finché rimaniamo in regime elastico e non dinamico. Sono state eseguite varie misurazioni su più prototipi e in tutti i casi abbiamo trovato una buona correlazione tra modello matematico e prototipo reale.

Si nota però che il prototipo fisico a causa degli attriti ha la capacità di avvolgersi e rimanere stabile su diametri inferiori.

In seguito sono stati analizzati gli stress presenti sul componente durante la fase di avvolgimento.

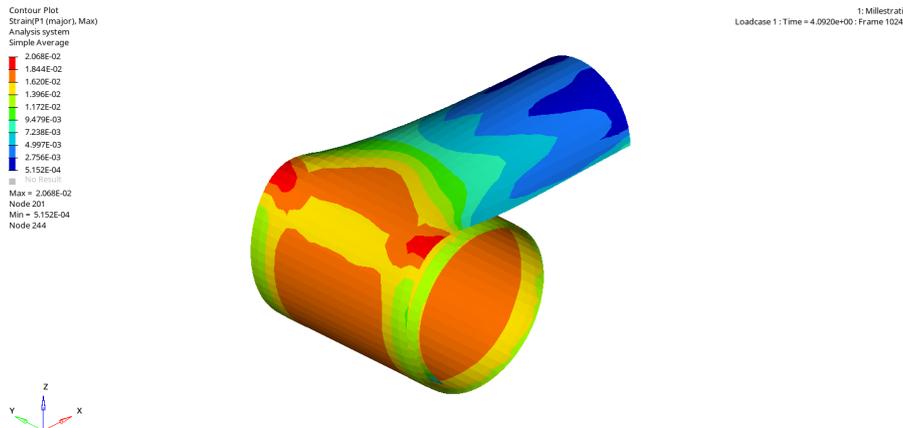


Figura 5.2: Analisi delle deformazioni massime sul componente

Possiamo vedere dall'immagine che raggiungiamo valori di deformazione molto elevati, questo é un comportamento che ci aspettavamo in quanto il funzionamento del componente si basa proprio sull'energia di deformazione che viene accumulata durante la fase di avvolgimento.

Possiamo anche notare come l'area di transizione tra la parte dispiegata e quella avvolta sia la più critica del componente. Nei nostri provini abbiamo riscontrato lo stesso problema, se non si presta attenzione durante la prima fase di avvolgimento del provino si rischiano di causare delle rotture nella matrice. Abbiamo notato che la rottura nel provino avviene di solito in coincidenza dell'incontro tra le trame, questo perché i contorni del provino quando sottoposti a una deformazione del genere tendono a delaminare sull'intreccio, questo poi causa la formazione di crepe e successivamente di rotture nella matrice.



(a) *Crepa sull'incontro dell'intreccio*

(b) *Rottura della matrice e successivamente del composito*

Figura 5.3: Rotture sul bordo del componente

Il componente raffigurato in 5.3 é uno dei primi provini prodotti, é composto da un singolo strato di GG200 disposto a  $45^\circ$ . Per questo particolare provino non é stato utilizzato il peel ply, parte delle rotture presenti nel materiale possono essere ricondotti a questo errore. Un'altra possibile causa é dovuta alla non corretta compattazione nel materiale. Come si può vedere nella figura a) della 5.3 si intravedono delle fessure sulla trama del materiale.

È stato successivamente riprodotto un prototipo con la stessa orientazione e con lo stesso materiale ma correggendo questi errori riportati.

Il componente finito non ha riportato le stesse rotture analizzate in precedenza. Il modello FEM comunque riporta correttamente le zone più stressate del materiale e permette di fare un'analisi preliminare sulla possibile rottura del prototipo.

In questa fase preliminare siamo riusciti a predire correttamente il comportamento del provino in un regime quasi statico, il modello matematico consente di effettuare una stima preliminare sul raggio di avvolgimento della

molla da produrre, successivamente attraverso il modello agli elementi finiti é possibile analizzare la fattibilità del componente in base agli stress calcolati.

Prima di passare alla prossima analisi ci teniamo a far notare come il modello agli elementi finiti sia riuscito a rappresentare anche una scorretta disposizione degli strati. Per uno dei prototipi é stato commesso un errore durante il taglio delle pelli che ha sfalsato gli angoli di orientamento. Il componente ottenuto presentava la seguente configurazione avvolta:



Figura 5.4: Configurazione avvolta di un prototipo con angoli sbagliati

Il modello agli elementi finiti ha riprodotto questo comportamento. Per simularlo abbiamo cambiato l'orientamento del singolo strato di fibra di vetro aggiungendo qualche grado di rotazione agli elementi.

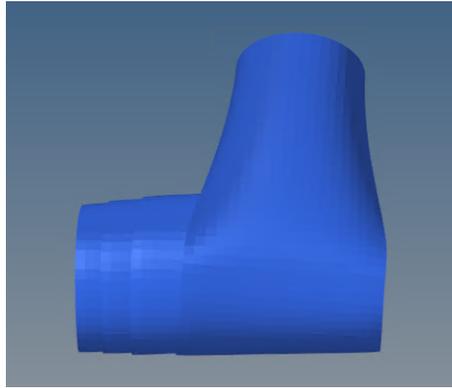


Figura 5.5: Configurazione avvolta di un prototipo con angoli sbagliati

Concludiamo ancora una volta che il modello agli elementi finiti riesce a rappresentare correttamente i fenomeni in campo lineare elastico.

## 5.1 Problematica dispiegamento

Prima di passare alla fase dell'analisi dinamica ci siamo accorti dell'insorgenza di un problema nel dispiegamento. Inizialmente sono stati prodotti solamente 2 provini identici con una singola pelle di fibra di carbonio intrecciata. Questo perché il nostro obiettivo era quello di analizzare il comportamento di questo singolo componente.

Purtroppo ci siamo accorti che lasciando il prototipo avvolto per più di 24 ore, esso diventa stabile in ogni posizione. Questo fa sì che non ci sia più un dispiegamento automatico della molla e quindi essa diventa inutile per il nostro scopo.



Figura 5.6: Rotture sul bordo del componente

Questo può essere causato da un comportamento viscoso e non lineare della matrice, molto probabilmente c'è un rilassamento della matrice che porta a una riduzione delle deformazioni interne del materiale. Questo rilassamento fa "perdere" parte dell'energia immagazzinata internamente come energia di deformazione e causa un non dispiegamento del prototipo.

In letteratura è stato già notato questo problema, si pensa che la responsabilità sia della matrice e che il modulo elastico di taglio  $G_{12}$  possa calare nel tempo fino a valori del 50% rispetto agli originali. Questo cambiamento del modulo di taglio causa un aumento del coefficiente di stabilità, quindi presumiamo che un coefficiente di stabilità superiore a 1 porti a questa condizione di "iper" stabilità.

Per trovare una soluzione a questo problema abbiamo implementato il modello matematico usato in precedenza per effettuare uno studio di sensibilità. Abbiamo analizzato un laminato composto da 4 strati di fibra di carbonio orientati in modo antisimmetrico (per ridurre gli effetti di flessione torsione della matrice D). Abbiamo applicato come variabile l'orientamento degli strati, andando ad analizzare il comportamento in base alla loro rotazione.

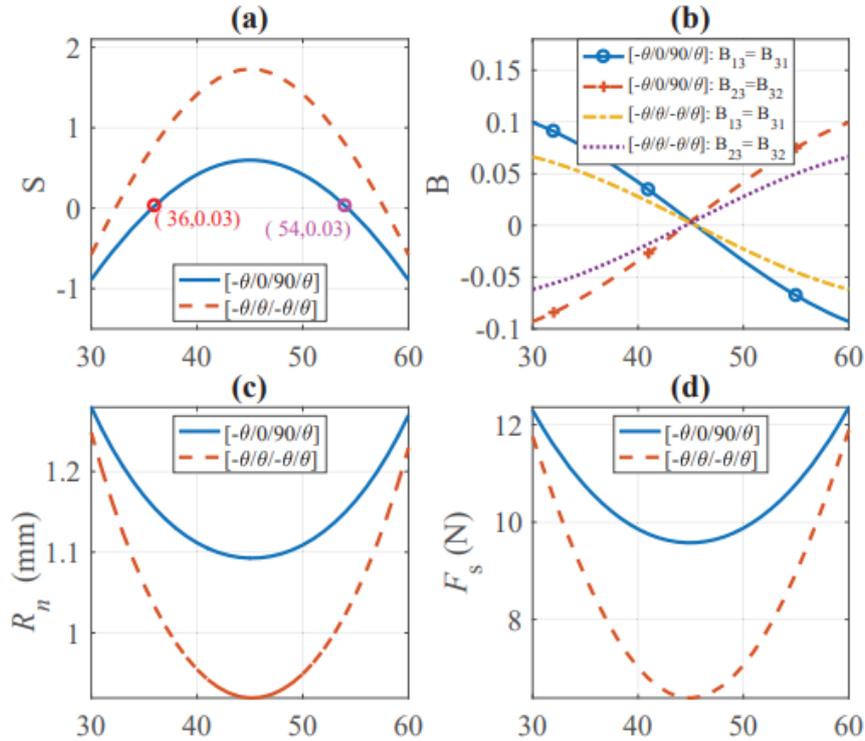


Figura 5.7: Studio di sensibilità. a) Coefficiente di stabilità, b) Stress di taglio presenti sui layer esterni, c) Raggio di avvolgimento previsto, d) forza di espansione

Dai grafici qui riportati possiamo notare come gli strati a  $45^\circ$  siano quelli che "causano" maggiormente la bistabilità. Essi però come abbiamo visto prima sono anche quelli che causano maggiormente il fallimento del dispiegamento, in quanto in questi strati la matrice subisce gli stress maggiori quando il provino viene avvolto. Essa quindi è più portata a rilassarsi e a perdere energia elastica.

Possiamo anche notare come però dall'altro canto gli strati a  $45^\circ$  siano estremamente utili per produrre delle molle molto compatte con un basso raggio di avvolgimento. Anche la forza di dispiegamento cala parecchio con gli strati a  $45^\circ$ , questo potrebbe non essere un difetto in quanto causerebbe shock minori alla struttura.

Dalla figura A vediamo anche che un qualsiasi laminato con orientamento minore di 36 gradi (o maggiore di 54) non sarà bistabile.

Per risolvere il problema abbiamo laminato vari provini con diverse geometrie e diversi orientamenti per ovviare al problema. Nella tabella ?? sono riportati alcuni dei prototipi prodotti.

Ci siamo anche resi conto che con il modello agli elementi finiti non é possibile simulare questo comportamento, anche cambiando i dati del materiale (abbiamo fatto svariate prove con moduli di young, moduli di taglio e coefficienti di Poisson) non é stato possibile simulare il non dispiegamento del componente. Molto probabilmente questo é dovuto alle semplificazioni che sono state effettuate in fase di modellazione.

Nel nostro caso abbiamo eseguito delle simulazioni con un materiale lineare elastico. Esso non é adatto per simulare il comportamento di un materiale che subisce un rilassamento nel tempo. Per implementare questo comportamento nel modello avremmo dovuto effettuare una campagna di test per caratterizzare il materiale oltre al campo elastico lineare. Questo tipo di lavoro é uno dei possibili sviluppi futuri per migliorare il modello. In questa fase il modello agli elementi finiti é stato utilizzato per predire la rottura del materiale dei vari prototipi.

Purtroppo ci siamo subito accorti di avere delle limitazioni nei materiali, essendo richiesta una geometria cosí piccola ci siamo ritrovati con dei problemi con gli spessori degli strati. La prima cosa che abbiamo provato a simulare attraverso il modello agli elementi finiti é stata una molla a 3 strati [45/0/-45]. L'introduzione dello strato a 0 avrebbe dovuto ridurre il coefficiente di stabilitá a un numero compreso tra 0 e 1. In questo modo saremmo dovuti riuscire a prevenire il fallimento del dispiegamento.

Dalle analisi numeriche ci siamo accorti che tre strati di carbonio (GG200) erano troppo spessi e avrebbero causato una rottura del componente in fase di avvolgimento. É stato comunque prodotto un prototipo con due strati a 45°, che nelle simulazioni superava le deformazioni massime ammissibili, e non é stato possibile avvolgerlo senza causarne la rottura.

Per prova abbiamo anche prodotto dei provini con un diametro di stampo maggiore (diametro 22 mm). Questo per ridurre gli stress massimi sul materiale durante l'avvolgimento. Essi non erano finalizzati alla costruzione del prototipo finale ma solamente a scopi conoscitivi.

Il primo provino di controllo con laminazione uguale al primo (uno strato di GG200 a 45°) ha fallito il dispiegamento dopo una settimana in cui é rimasto avvolto. Quindi possiamo dedurre che un diametro di avvolgimento

maggior causa degli stress minori che quindi causano un rilassamento della matrice più lento, questo permette di allungare il tempo prima del non dispiegamento.

Il passo successivo è stato quello di esplorare i possibili materiali presenti in azienda con spessori ridotti. Tra questi i candidati migliori sono stati: Il kevlar da  $63 \frac{g}{m^3}$  e un tessuto di vetro da  $100 \frac{g}{m^3}$ , entrambi plain weave. Per raggiungere un dispiegamento corretto sono stati prodotti diversi provini dei quali però riportiamo solo i più importanti.

Inizialmente sono stati disposti dei rinforzi a  $0^\circ$  all'esterno del singolo ply di carbonio a  $45^\circ$ . Questo perché abbiamo notato dai calcoli e dai prototipi che gli strati a  $0$  gradi non subiscono un rilassamento della matrice e quindi aiutano al mantenimento del dispiegamento.

Sfortunatamente essi hanno portato il coefficiente di bistabilità a un valore inferiore allo 0, questo li ha resi instabili. Evidentemente l'influenza dei due strati a  $0^\circ$  è molto maggiore rispetto al singolo strato a  $45$ . Esso può essere anche dovuto alla disposizione, mettendo i due strati esternamente si aveva una deformazione maggiore su di essi che, come abbiamo visto dal modello matematico, non sono intrinsecamente bistabili.

Abbiamo avuto varie rotture di provini e abbiamo costruito un flow chart per ottimizzare la produzione dei provini.

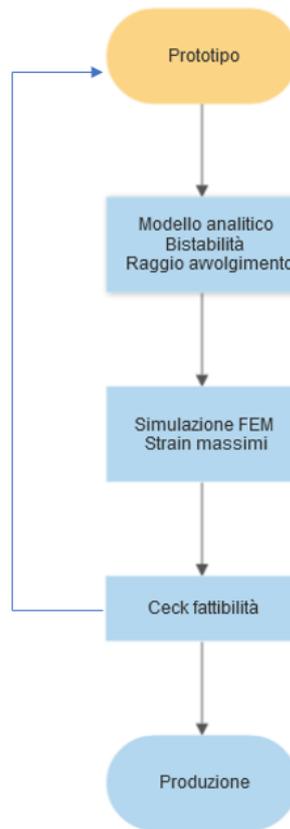


Figura 5.8: Flow chart prototipazione

Si parte da un prototipo possibile, si analizzano, attraverso il modello analitico le caratteristiche. In questa fase si è rivelato molto importante il coefficiente di stabilità. Successivamente si esegue una simulazione agli elementi finiti per trovare le deformazioni massime nel componente. Infine si esegue un check di fattibilità, in base ai risultati si capisce se il prototipo è troppo stressato oppure no.

In caso di stress troppo elevati si scarta il provino e si ricomincia da capo, nel caso invece di stress accettabili si mette in produzione il provino.

Dopo svariati test ci siamo accorti che l'obiettivo da ottenere è quello di avere un prototipo con coefficiente di stabilità leggermente inferiore allo zero in partenza, esso quindi non sarà subito bistabile dopo la produzione. Esso però diventerà bistabile dopo poche ore nelle quali si tiene in configurazione avvolta grazie a del nastro. L'obiettivo è quello di ottenere nel finale un

prototipo con un coefficiente compreso tra 0 e 1. Per ottenerlo abbiamo analizzato nel modello analitico che prototipo manteneva questo coefficiente  $S$  inferiore a 1 dopo che il modulo elastico di taglio è stato portato al 50% del valore originale.

Il prototipo che abbiamo ottenuto dopo varie iterazioni è una molla a nastro composta da 4 strati di fibra di vetro (VV 105) disposti a [45/0/0/-45]. Le molle prodotte non si sono rivelate subito bistabili ma solamente dopo qualche ora. Con questa laminazione sono state prodotte 4 molle di lunghezza attorno ai 500mm. Esse hanno una forza di espansione e una rigidità molto superiori rispetto al primo prototipo il carbonio.



(a)



(b)

Figura 5.9: Prototipo in fibra di vetro

Per riportare i dati delle analisi:

	Prototipo 1	Prototipo finale
Carico Buckling Z+	0.33	0.67
Carico Buckling Z-	1.2	2.56
Carico Buckling Y	0.45	0.91
Carico Buckling XX	10.31	23.43

Anche i dati sulla cedevolezza sono praticamente dimezzati rispetto al modello con un singolo strato in fibra di carbonio.

Purtroppo non siamo stati in grado di reperire altri materiali per continuare i confronti. Esistono dei ply ultra sottili di fibra di carbonio a trama larga, prodotti dall'azienda Thinply. Essi sono stati concepiti negli ultimi anni proprio per applicazioni spaziali di questo tipo, a detta del produttore presentano alti moduli elastici ma anche alti carichi di deformazione. Questo li rende perfetti per le applicazione ad alta deformazione.

Sarebbe possibile migliorare ancora le prestazioni di queste molle facendo più ricerca su materiali ultra sottili. L'esigenza del ridotto spessore deriva dal fatto di aver bisogno di produrre delle molle con almeno 4 strati di cui due a 0 gradi, questo per evitare il problema del dispiegamento.

	Prototipo	Fem
Tempo [s]	0.067	0.75

## 5.2 Analisi di dispiegamento

Per concludere riportiamo i dati delle analisi di dispiegamento. Cominciamo con i dati relativi ai primi provini in fibra di carbonio con un singolo strato a 45°. I dati dei provini reali sono stati catturati attraverso la fotocamera di uno smartphone utilizzando la funzione video a 120 fps. Per correlare meglio i dati nelle simulazione é stato impostato un campionamento delle animazioni alla stessa frequenza così da poter semplicemente confrontare i dati.



Figura 5.10: Dispiegamento prototipo

Il modello fem ha riportato un comportamento macroscopico simile

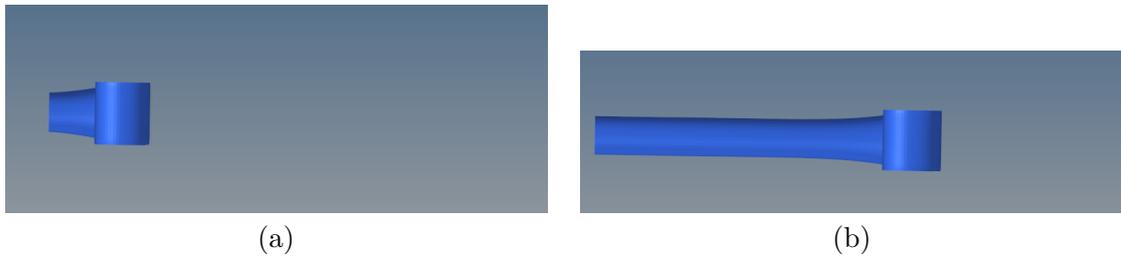


Figura 5.11: Dispiegamento prototipo Fem

	Prototipo	Fem	Analitico
Tempo [s]	0.02	0.016	0.017

Possiamo vedere come in questo caso sia il modello fem che il modello analitico sottostimino la durata reale del dispiegamento. I risultati possono ritenersi in un range accettabile di misura, rimangono comunque delle stime da prendere con precauzione.

Per il prototipo completo invece abbiamo:

	Prototipo	Fem
Tempo [s]	0.067	0.108

Per il prototipo completo purtroppo abbiamo un limite dovuto alle approssimazioni effettuate durante l'analisi. Il fatto di imporre un timestep

minimo per poter eseguire i calcoli in tempi ragionevoli ci ha pregiudicato il risultato. Questo é dato dal fatto che il software per tenere il timestep obiettivo aumenta la massa nei nodi critici, e quindi durante il dispiegamento il nostro componente ha ottenuto tempi più lunghi. Siamo confidenti sul fatto che disponendo di maggior potenza di calcolo saremmo in grado di avvicinare i tempi a quelli reali.

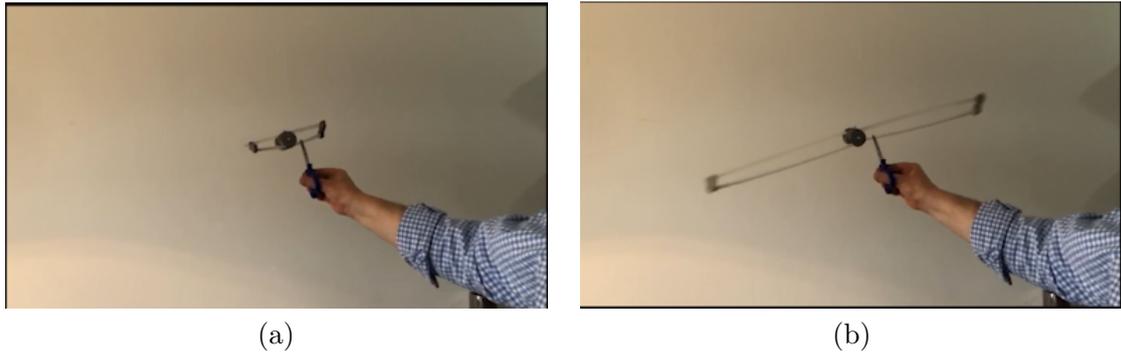


Figura 5.12: Dispiegamento prototipo completo

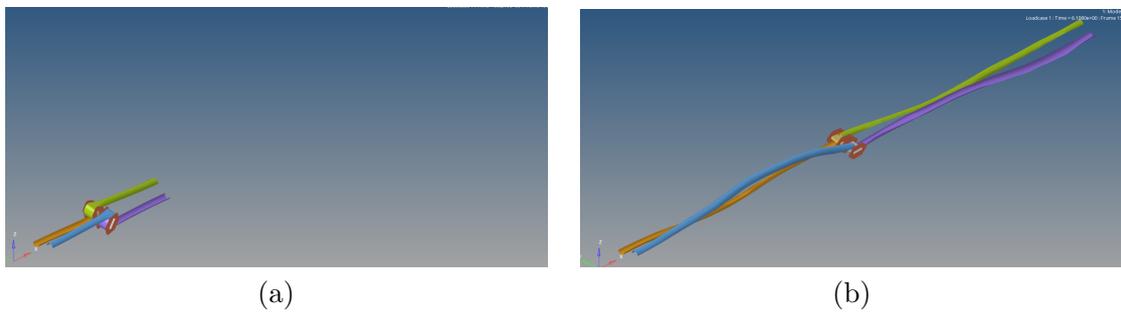


Figura 5.13: Dispiegamento prototipo Fem

# Capitolo 6

## Conclusione

In conclusione abbiamo riportato un metodo per effettuare un pre design di una struttura formata da bracci avvolgibili per piccoli satelliti. Abbiamo incontrato dei problemi durante la lavorazione a cui siamo riusciti a trovare una soluzione e abbiamo prodotto un prototipo finale funzionante. Il modello analitico si é rivelato fondamentale per poter studiare il comportamento delle molle ed é riuscito a predire efficacemente il raggio di avvolgimento. Invece per predire il dispiegamento non é stato efficace, abbiamo raggiunto quel risultato agendo su un coefficiente di attrito, realmente sarebbe da studiare più approfonditamente per capirne la veridicità.

Il modello agli elementi finiti é stato molto utile per predire la rottura dei prototipi, però sfortunatamente non é abbastanza sofisticato per poter rappresentare i comportamenti non lineari del materiale.

Per quanto riguarda il tempo di dispiegamento é riuscito a ottenere risultati accettabili nel modello semplificato, per il modello completo invece ci sarebbe bisogno di eseguire ulteriori analisi con maggior potenza computazionale.

### 6.1 Lavori futuri

Per i lavori futuri bisognerebbe implementare un modello di materiale non lineare, e studiare il comportamento di creep dei materiali compositi. Inoltre il prototipo definitivo sarebbe da rivedere e riprogettare in alluminio per fare delle prove sul componente finale. Infine sarebbe necessario eseguire nuovamente le analisi, magari riportando la taglia della mesh del modello completo a 1mm e diminuendo ulteriormente il timestep.



# Bibliografia

- [1] Erik Kulu, Nanosats Database, [www.nanosats.eu](http://www.nanosats.eu), disponibile online: <https://www.nanosats.eu/>
- [2] Duane J.T., *Learning Curve Approach To Reliability Monitoring*, IEEE Transactions on Aerospace, Vol. 2, pp. 563-566, 1964
- [3] Stanford University, Stanford, CA and Quakefinder Team Palo Alto, <https://directory.eoportal.org/web/eoportal/satellite-missions/q/quakesat>
- [4] Matthew Long, Allen Lorenz, Greg Rodgers, Eric Tapio, Glenn Tran, Keoki Jackson and Robert Twiggs, *BSSC02-IX-6 A CUBESAT DERIVED DESIGN FOR A UNIQUE ACADEMIC RESEARCH MISSION IN EARTHQUAKE SIGNATURE DETECTION*
- [5] Slide del corso di Altair, *Radioss Introduction*
- [6] Jones, R. M., 1998, *Mechanics of Composite Materials*, Taylor & Fraecis, pp. 839-854, 2006.
- [7] S. D. Guest and S. Pellegrino, "Analytical models for bi-stable cylindrical shells," *The Royal Society A*, Vol. 462, no. 2067,

employment Simulations of a Composite Boom for Small Satellites , Pau Mallol Parera