POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in

Ingegneria Energetica e Nucleare

Tesi di Laurea Magistrale

Sviluppo e convalida di un modello analitico per la valutazione del tempo di ritenzione di serbatoi per liquidi criogenici

Relatore:

Prof.ssa Laura Savoldi

Correlatore esterno:

Ing. Giovanni Fatigati

Candidato:

Pietro Ognibene

A.A. 2021/2022

Sommario

1 Introduzione 1
1.1 Fisica del problema 1
1.2 Serbatoi criogenici 3
1.3 Boil off gas 4
2 Modelli termodinamici 6
3 Modello di non-equilibrio termodinamico 7
3.1 Conservazione della massa 8
3.2 Conservazione dell'energia 10
4 Codice di calcolo 13
4.1 Modello numerico 13
4.2 Parametri di Input 14
4.3 Libreria MINI-REFPROP 10.0 15
4.4 File di lettura esterni 16
4.4.1 sat_liq.dat 17
4.4.2 at_vap.dat 18
4.4.3 sat_vap1.dat 18
4.4.4 sat_vap2.dat 18
4.4.5 ampana.dat 19
4.4.6 zona superheated.xls 19
5 Flow chart 21
6 Studio convergenza 24
6.1 Convergenza 1 25
6.2 Convergenza 2 28
6.3 Convergenza 3 32
6.4 Convergenza 4 34
7 Studio parametrico 37
7.1 Variazione riempimento iniziale 37
7.2 Variazione trasmittanze 39
8 Confronto dati sperimentali vs modello 42
8.1 Geometria serbatoio sperimentale 42
8.2 Geometria serbatoio simulazione 43
8.3 Dati sperimentali 43
8.3.1 Serbatoio A 44

8.3.2 Serbatoio B 47
8.4 Calibrazione del codice 48
8.5 Convalida del modello 51
9 Grafici simulazione serbatoio A 55
10 Grafici simulazione serbatoio B 57
11 Simboli 59
12 Riferimenti Bibliografici 61

ABSTRACT

L' auto-pressurizzazione dei serbatoi contenenti fluidi criogenici, è un fenomeno noto da tempo e la letteratura scientifica offre diversi modelli che studiano il BoG (boil off gas), nonché l'incremento di pressione (e di temperatura) dovuto all'evaporazione lenta ma continua della frazione liquida presente nel serbatoio. Il grande utilizzo del gas naturale liquefatto (GNL), ha permesso di studiare, sviluppare e consolidare svariati modelli termodinamici utilizzati per stimare il tempo di ritegno di un fluido criogenico all'interno di un serbatoio. Esistono tre principali modelli: modello di equilibrio termodinamico, modello di non equilibrio termodinamico e modelli CFD; essi differiscono nel volume di controllo su cui scrivere le equazioni. In questo studio è stato sviluppato un modello di non-equilibrio termodinamico (già presente in letteratura per il GNL) e adattato per i serbatoi verticali che contengono azoto liquido. Il codice di calcolo è stato implementato su MatLab e permette di calcolare l'incremento di pressione, temperatura dell'azoto liquido e temperatura dell'azoto gassoso. I risultati generati dal modello sono stati confrontati con dati sperimentali di due serbatoi identici con volume utile interno di 31L e massa iniziale di 12,4 kg e 2,4 kg. I dati sperimentali disponibili sono misure di pressione per un transitorio di otto ore. Dalle prove di convalida del modello, è emerso che la trasmittanza termica del serbatoio è un parametro fondamentale per la corretta stima del tempo di ritegno. Ipotizzando che la potenza scambiata dal serbatoio con l'ambiente sia costante e che la trasformazione subita dal fluido sia isocora, è stato possibile stimare la trasmittanza dei serbatoi sperimentali. Tali valori permettono al codice di calcolo di seguire discretamente i valori di pressione ricavati sperimentalmente. La simulazione eseguita sul serbatoio che contiene 12,4 kg di azoto (e trasmittanza termica stimata di 0,061 W/m2K) si allinea con la tendenza dei dati sperimentali. La simulazione eseguita sul serbatoio contenente 4,2 kg di azoto (e trasmittanza termica stimata di 0,020 W/m2K), inizialmente non segue la tendenza dei dati sperimentali. Il disallineamento è dovuto alla stima poco accurata della trasmittanza termica. È stato notato che, variando la trasmittanza di pochi mW/m2K, il codice di calcolo (con trasmittanza termica di 0,017 W/m2K) ha generato risultati concordi con i dati sperimentali. Pertanto, i serbatoi con riempimento iniziale basso (nell'ordine del 10 % del volume interno) necessitano di un'accurata analisi per stimare con buona approssimazione la trasmittanza.

1 Introduzione

L'uso sempre più frequente del gas naturale come combustibile per usi civili, industriali e nel settore dei trasporti, ha spinto i soggetti che operano in questo settore, a sviluppare tecniche innovative per lo storage degli idrocarburi gassosi (come il gas metano). Le tecnologie sviluppate permettono di immagazzinare, elementi che in natura sono gassosi, sotto forma di liquidi. Date le bassissime temperature, tali fluidi vengono chiamati fluidi criogenici.

Ad esempio, il gas metano (CH_4) a temperatura e pressione atmosferiche (288 K, 1 atm) ha densità di 0,680 kg/m^3 e nel caso in cui fosse liquefatto, il metano, avrebbe densità pari a 422,36 kg/m^3 a pressioni atmosferiche. Ipotizzando di volere inserire il fluido in un serbatoio atmosferico di 1 m^3, è possibile introdurre più massa nel caso in cui il metano sia liquido.

Un esempio lampante è il caso delle metaniere che trasportano GNL (gas naturale liquefatto). Queste navi sono dotate di enormi cisterne che contengono metano in fase liquida, in questo modo riescono a trasportane maggiori quantità in termini di massa. Lo stesso accade per i mezzi pesanti alimentati a metano: i produttori di questi veicoli hanno scelto di istallare serbatoi criogenici per alimentare i motori a combustione interna dei mezzi pesanti.

Queste tecniche di storage presentano però un problema legato all'auto pressurizzazione del serbatoio che contiene un fluido criogenico. Questo accade perché dentro il serbatoio si verifica un'evaporazione della massa liquida – dovuta al flusso termico proveniente dall'ambiente – che si aggiunge al cuscinetto di gas presente nella parte superiore del serbatoio. Dato che nella fase gas la densità diminuisce, il risultato è un incremento di pressione che il gas esercita sulle pareti interne.

I serbatoi criogenici possono contenere diversi fluidi in base all'uso finale: ossigeno, azoto, argon, anidride Questa tecnica è molto diffusa e per ragioni di sicurezza sui tali serbatoi vengono istallate delle valvole che intervengono quando la pressione raggiunge il valore del MAWP (maximum allowable working pressure) per evitare l'esplosione del serbatoio.

In letteratura scientifica è possibile trovare modelli termodinamici che calcolano il tempo di ritegno del serbatoio per monitorare l'auto pressurizzazione generata dal Boil off Gas (BoG), ovvero dall'evaporazione del liquido criogenico.

Lo scopo di questa tesi è di sviluppare, in collaborazione con l'azienda HVM srl, un modello termodinamico che simuli il tempo di ritegno per serbatoi verticali che contengono azoto liquido.

1.1 Fisica del problema

Un serbatoio atmosferico contenente un fluido criogenico, è continuamente sottoposto ad un flusso di calore proveniente dall'esterno che passa attraverso le pareti di contenimento. In *Figura1.2* è rappresentato un serbatoio verticale che scambia calore con l'ambiente alla temperatura di 15 °C. Il flusso di calore è indicato dalle frecce gialle ed il verso è dedotto dalle

temperature in gioco, infatti per il *II Principio della Termodinamica,* il flusso di calore è sempre ceduto da un corpo a temperatura superiore verso un corpo a temperatura inferiore (*Figura1.1*) se nel processo non è fornito lavoro dall'esterno.

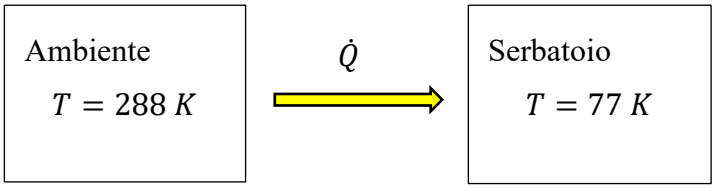


Figura 1.1 - Esempio flusso termico fra ambiente e serbatoio

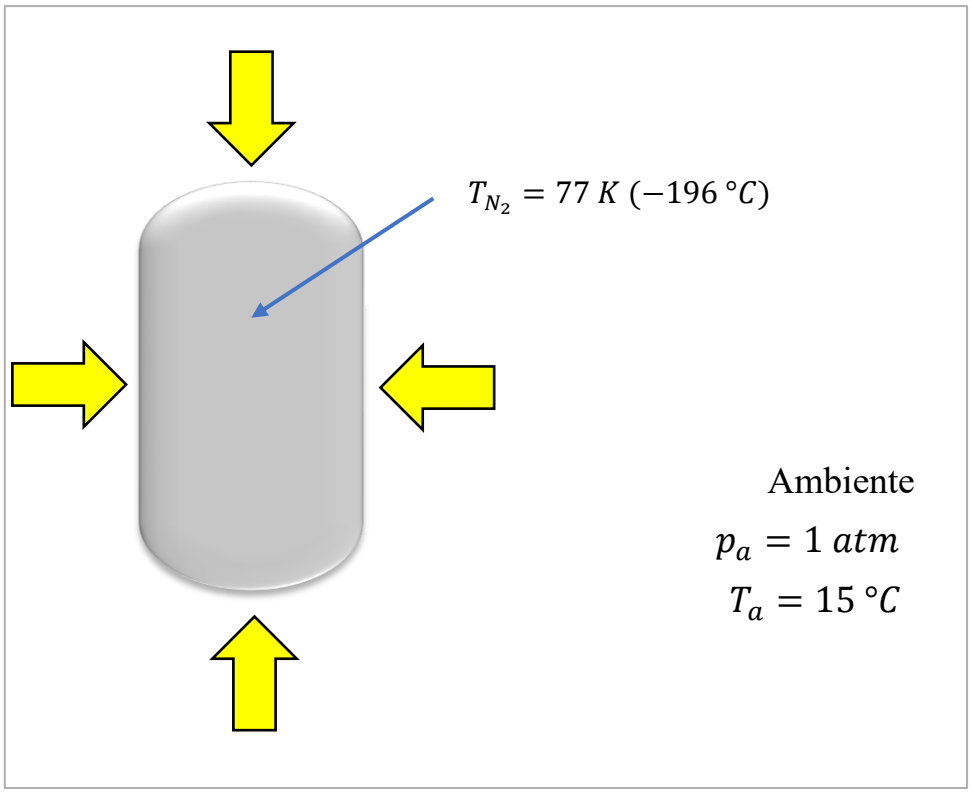


Figura1.2 - Serbatoio atmosferico contenente un fluido criogenico (esempio N_2)

Il fluido criogenico contenuto nel serbatoio, non si trova tutto allo stato liquido ma è sempre presente un "cuscinetto" di gas sopra il liquido ed i volumi occupati dalle due fasi sono scelti dall'utente al momento del riempimento. Per questo motivo uno dei parametri caratteristici di un serbatoio, è il coefficiente di riempimento (L_{fr} adimensionale) che permette di individuare i volumi di controllo su cui scrivere bilanci energetici e di massa dettati dal modello.

Dalle condizioni descritte si desume che il calore fornito al serbatoio (e quindi al fluido) è proporzionale alla differenza di temperatura (Eq1.1). Per ridurre il più possibile tale flusso, si

deve necessariamente ottenere un eccellente isolamento al fine di ridurre la trasmittanza termica.

$$Q = U * A * \Delta T \qquad \text{(Eq1.1)}$$

Dove:

U è la trasmittanza termica dell'intero serbatoio;

A è l'area di scambio attraverso cui passa il calore;

ΔT differenza temperatura tra ambiente e temperatura del fluido criogenico.

Il flusso termico genera un incremento di temperatura del fluido criogenico che implica l'auto pressurizzazione del serbatoio in quanto al suo interno è promossa l'evaporazione della fase liquida (Boil off Gas). Questa transizione di fase non è istantanea ma avviene con una certa lentezza.

1.2 Serbatoi criogenici

Tipicamente, i serbatoi per uso medicale, industriale e trasporto, sono realizzati con doppio guscio di acciaio e l'intercapedine è reso vuoto per minimizzare il trasferimento di calore per conduzione e per convezione. Per comprendere la struttura di un serbatoio, in *Figura1.3* possiamo vedere una sezione. I due gusci sono separati da un'intercapedine vuoto e nella parte superiore sono presenti gli apparati di sicurezza ed i canali per riempire o spillare il fluido. Quando il fluido viene prelevato, si procede all'estrazione della parte liquida; in questo modo il liquido viene gassificato all'esterno del serbatoio. Se il fluido venisse estratto dal cuscinetto di gas (operazione sbagliata), il risultato sarebbe un incremento di pressione dovuto all'istantanea evaporazione di una parte di liquido.

I serbatoi criogenici devono, resistere non solo alle bassissime temperature ma anche alle sollecitazioni meccaniche dovute alla pressione, per questo motivo si sceglie di realizzare i gusci in acciaio. Sono anche presenti diverse valvole di sicurezza (conformi alla direttiva TPED) che intervengono anche durante il riempimento. Inoltre, un monomero analogico indicherà costantemente il libello di pressione relativa all'ambiente e l'indicatore del livello di liquido monitora la quantità di fluido contenuta nel serbatoio. Il livello cambia perché il gas viene espulso dalle valvole di sovrapressione per motivi di sicurezza.

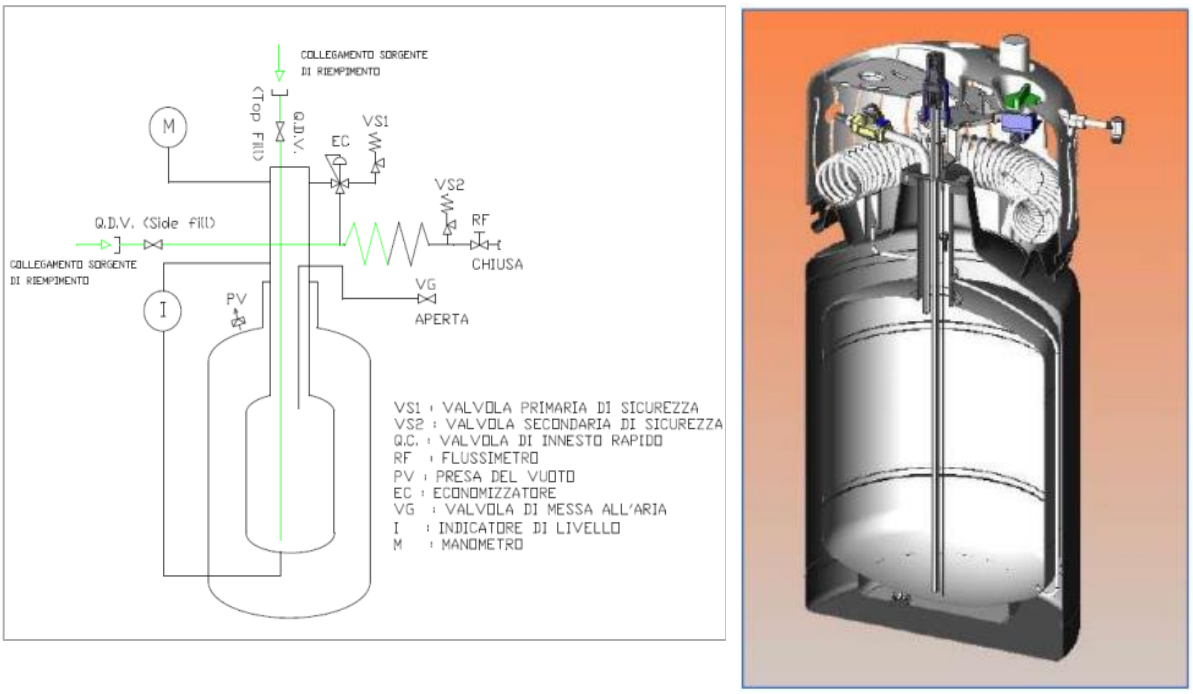


Figura1.3 - Serbatoio medicale OxyBlu prodotto da HVM srl

1.3 Boil off gas

Il boil off gas (BoG) è il fenomeno evaporativo che si verifica nei fluidi criogenici a causa del calore proveniente dall'ambiente esterno. La massa che evapora ha densità inferiore rispetto alla fase liquida per cui le molecole di gas tenderanno ad occupare un volume maggiore. Il serbatoio è rigido ed il gas comprimibile, quindi si verifica un'auto pressurizzazione dovuta alla forza che il gas imprime sulle pareti interne del serbatoio.

Per questo motivo, sulla base delle esigenze dell'utente finale, è opportuno isolare termicamente il fluido criogenico dall'esterno, progettando una parete isolante con la più bassa possibile trasmittanza termica. Non solo il materiale deve essere isolante ma deve rispondere anche a criteri di stabilità chimica e meccanica: da un lato il materiale non deve reagire chimicamente con il fluido e dall' altro lato deve resistere alle sollecitazioni meccaniche dovute alla pressione crescente.

In *Figura1.4* è rappresentato uno schema per chiarire del fenomeno: le frecce in rosso indicano il calore che il serbatoio riceve dall'esterno e la freccia azzurra indica la massa che evapora. Questo genera un incremento della pressione interna ed aumenterà fin tanto che le valvole di sicurezza non si attiveranno. Nel momento in cui si attivano le valvole di sicurezza – in condizioni normali di utilizzo – la pressione del serbatoio rimane costante per un periodo di tempo e poi diminuisce raggiungendo quella atmosferica.

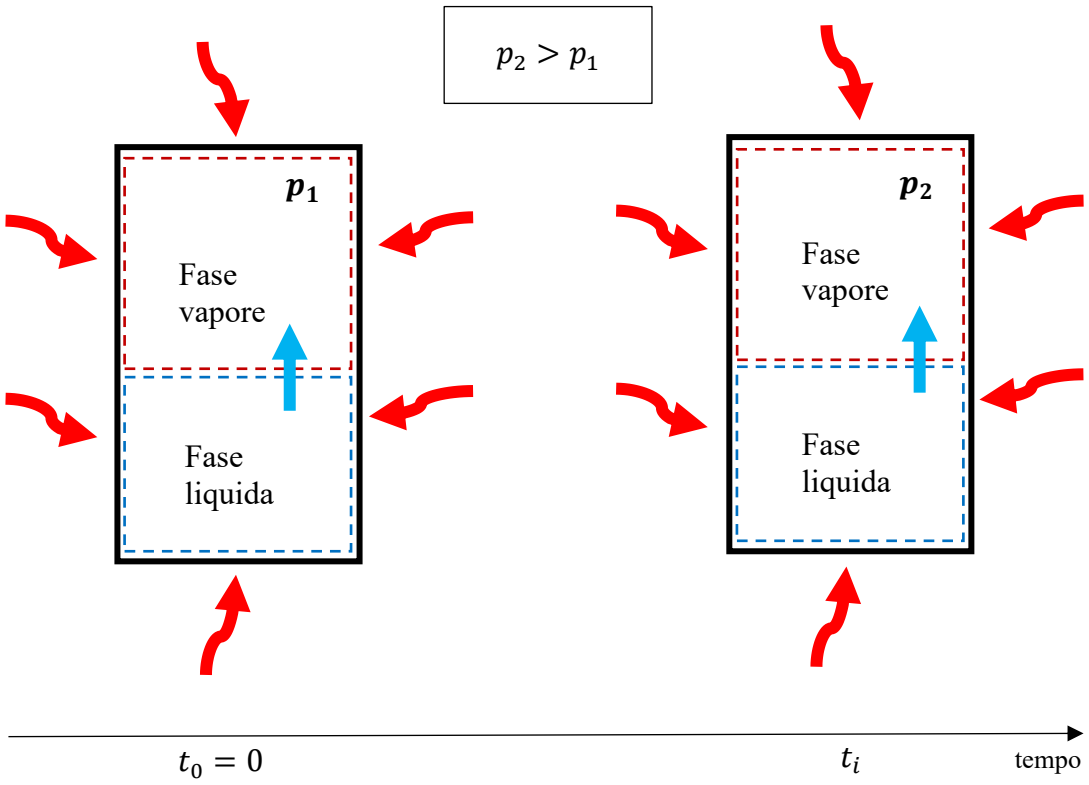


Figura 1.4 – flusso di calore verso il serbatoio. Le pressioni indicate sono quelle assolute. La pressione aumenterà sempre fintanto il flusso di calore sarà presente.

La velocità di auto pressurizzazione è dettata principalmente da:

- isolamento termico
- temperatura esterna
- riempimento iniziale

Il codice di calcolo sviluppato tiene conto di questi aspetti che verranno chiariti nei successivi capitoli.

2 Modelli termodinamici

I modelli termodinamici che studiano il boil off gas, servono per valutare pressione, temperatura, evaporazione di un serbatoio criogenico studiato in condizioni transitorie.

In letteratura esistono diversi modelli per studiare la termodinamica dei fluidi criogenici, come per esempio:

- **Modelli CFD:** studiano il trasferimento di calore e di massa in modo con alto grado di accuratezza ma che richiedono un costo computazionale elevato. (come riferimento si rimanda allo studio di Calogero migliore [8])

- **Modelli di equilibrio termodinamico:** il fluido bifase è considerato sempre in condizioni di saturazione, ovvero le fasi non vendono studiate separatamente (come riferimento si rimanda allo studio di Calogero migliore [3])

- **Modelli di non-equilibrio termodinamico:** studiano il fluido a fasi separate; quindi, vapore (intesa come parte gassosa del fluido) e liquido sono racchiusi da superfici di controllo distinte. Questo modello supera alcuni limiti legati al calcolo della pressione dal modello di equilibrio termodinamico. Come riportato dagli studi di Zhihao Wang [1], il modello di equilibrio termodinamico fallisce quando si esegue una simulazione in cui la pressione cresce in modo repentino come mostra la *Figura1.2*.

Per questo studio è stato scelto il modello di non-equilibrio termodinamico, utilizzando i riferimenti scientifici di Zhihao Wang [1] e Fernando Perez [2]; entrambi utilizzano le equazioni del modello di non-equilibrio termodinamico ma con tecniche diverse per il calcolo delle proprietà del fluido e della massa evaporata, pertanto il codice di calcolo ottenuto rappresenta un modello ibrido dei due papers scientifici.

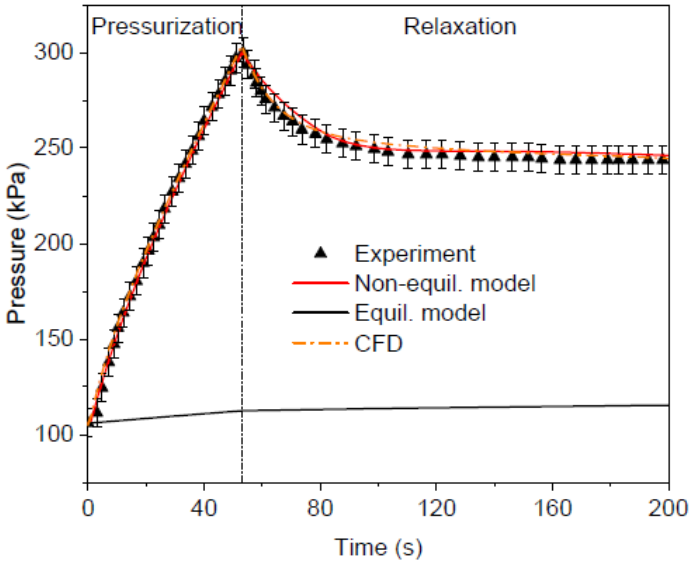


Figura1.2 - Confronto fra i tre modelli termodinamici introdotti. Riferimento immagine [1]

3 Modello di non-equilibrio termodinamico

Il modello di non-equilibrio termodinamico è stato sviluppato per serbatoi criogenici verticali a geometria cilindrica che contengono azoto (N_2). Dalle condizioni iniziali (massa iniziale e temperatura) è possibile individuare i seguenti volumi di controllo:

1. Liquido
2. Vapore (inteso come gas)

Il primo è considerato sempre in condizioni di saturazione quindi il suo stato termodinamico è individuato dalla curva limite inferiore. Il secondo, trovandosi nella fase vapore, pone le sue condizioni termodinamiche nella zona del vapore surriscaldato.

Come si vedrà più avanti, lo stato termodinamico del vapore non è "vicino" alla campana, per questo motivo la scelta di utilizzare l'equazione di stato dei gas ideali non sarebbe una scelta corretta.

In *Figura 3.1* è schematizzato un serbatoio cilindrico in cui si possono individuare i volumi di controllo che il modello prende in esame. Tali volumi sono calcolabili dalle condizioni iniziali, e le equazioni da scrivere sono:

- N° 1 equazione di conservazione dell'energia per il volume occupato dal liquido
- N° 1 equazione di conservazione dell'energia per il volume occupato dal gas
- N° 1 equazione di conservazione della massa per il volume occupato dal liquido
- N° 1 equazione di conservazione della massa per il volume occupato dal gas

Data la continua evoluzione dei due sistemi, occorre considerare che le equazioni del modello saranno riferite ad un volume di controllo che varia nel tempo.

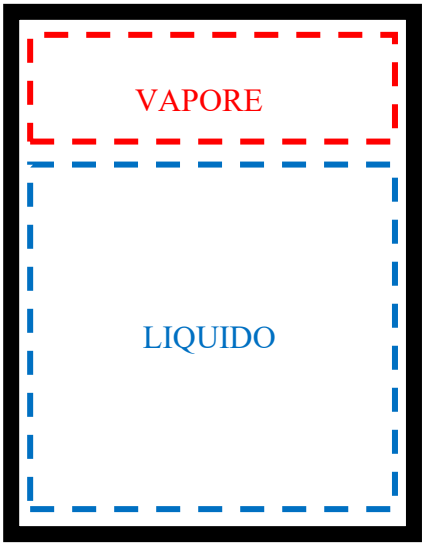


Figura 3.1 – Volumi di controllo per studiare il sistema

Il serbatoio è considerato rigido e non adiabatico, quindi, permette solo scambi di calore con l'esterno e non di massa. Solamente in corrispondenza della zona bifase (*Figura3.2*) sono ammessi scambi di massa (l'evaporazione/condensazione).

Per quanto riguarda la pressione, si considera quella che il vapore esercita sulle pareti e sulla fase liquida; pertanto, il battente di liquido sarà trascurato in quanto i serbatoi utilizzati nella simulazione sono relativamente piccoli (decine di litri).

3.1 Conservazione della massa

Il flusso di massa avviene in corrispondenza dalla zona bifase che separa liquido e vapore. Questi volumi variano nel tempo ed il flusso di massa è dato da un contributo di evaporazione e uno di condensazione:

$$\dot{m}_{VL} = (\dot{m}'''_{\boldsymbol{evap}} - \dot{m}'''_{\boldsymbol{cond}})\, V_{interface} \qquad \text{(Eq3.1)}$$

L' Eq3.1 proviene dallo studio di WANG, Zhihao [1] che modellizza il flusso di massa tra i due sistemi utilizzando i ratei volumetrici di massa condensata ed evaporata.

Il termine $V_{interface}$ in m^3, rappresenta il volume della zona bifase che comprende parte di liquido e parte di vapore e si esprimere come:

$$V_{interface} = \delta * A_{base} \qquad \text{(Eq3.2)}$$

Dove δ, espresso in m rappresenta lo spessore della zona bifase che può variare dai 5 ai 10 mm ed i gradienti di temperatura in questa zona sono notevoli [4]. Mentre, A_{base} espresso in m^2, non è altro che la superficie di base interna del serbatoio cilindrico.

Per codice di calcolo sviluppato, è stato scelto uno spessore di 8 mm della zona bifase, che rimane invariato per qualsiasi simulazione.

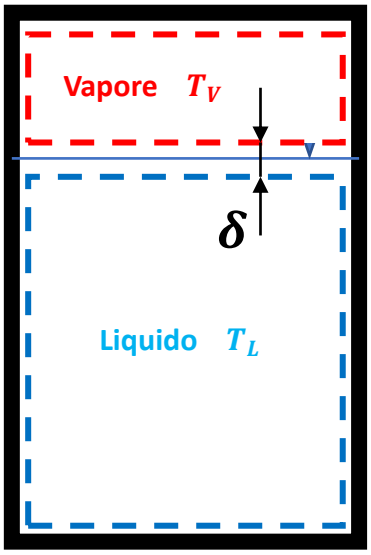


Figura 3.2 - zona bifase serbatoio cilindrico

I ratei volumetrici di evaporazione e condensazione sono rispettivamente:

$$\text{Se } T_L > T_{sat} \rightarrow \dot{m}'''_{evap} = f_e \, \rho_L \, \frac{T_L - T_{sat}}{T_{sat}} \qquad [\, kg/(s * m^3)] \qquad \text{(Eq3.3)}$$

$$\text{Se } T_V < T_{sat} \rightarrow \dot{m}'''_{cond} = f_c \, \rho_V \, \frac{T_{sat} - T_V}{T_{sat}} \qquad [\, kg/(s * m^3)] \qquad \text{(Eq3.4)}$$

Queste espressioni provengono dallo studio condotto da Lee [5], secondo cui è possibile esprimere un flusso volumetrico di evaporazione e condensazione in funzione dalle temperature di liquido, vapore e temperatura di saturazione (che è funzione della pressione del serbatoio).

I coefficienti di evaporazione e condensazione f_e e f_c (le cui unità dimensionali sono s^{-1}) si ricavano dai dati sperimentali e servono per calibrare il modello e il valore di questi coefficienti varia tra 10^{-3} e 10^3 [1].

Considerando il serbatoio criogenico in *Figura 3.3,* possiamo scrivere le equazioni di conservazione della massa, rispettivamente per liquido e vapore, come segue:

$$\frac{d(m_L)}{dt} = \frac{d(\rho_L V_L)}{dt} = -\dot{m}_{VL} \qquad \text{(Eq3.5)}$$

$$\frac{d(m_V)}{dt} = \frac{d(\rho_V V_V)}{dt} = \dot{m}_{VL} - \dot{m}_{rel} \qquad \text{(Eq3.6)}$$

Per equazioni Eq3.5 3.6, si è scelto come verso positivo di $\dot{m}_{VL}$, il flusso che esce dal volume di liquido ed entra nel volume del vapore. In *Figura3.3* è, inoltre, rappresentato anche il flusso di massa rilasciato in ambiante $\dot{m}_{rel}$; esso rappresenta la valvola (o le valvole) di sicurezza presenti in tutti i serbatoi criogenici, chiamata anche *valvola del vent*.

Nel codice di calcolo, non verrà trattato lo sfiato, in quanto lo scopo è di studiare il tempo di ritegno, nonché l'aumento di pressione, prima che si attivino le valvole di sicurezza.

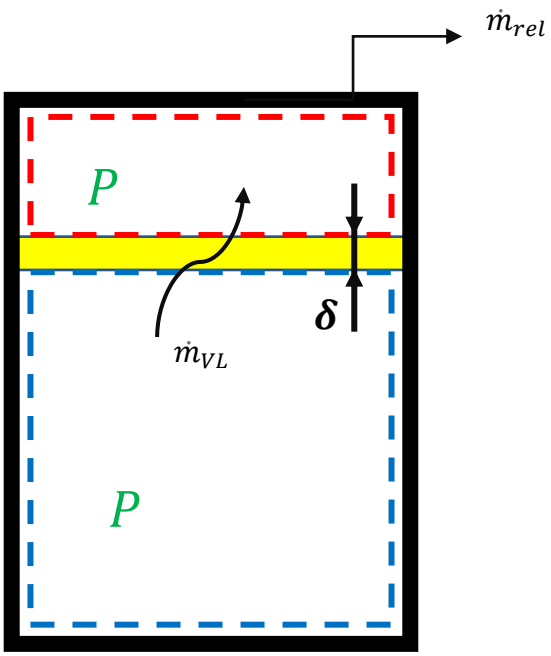


Figura 3.3 - flussi di massa fra i due volumi di controllo nel serbatoio cilindrico verticale

Si ricorda infine che il serbatoio è rigido, il suo volume quindi non varia nel tempo:

$$\frac{d(V_L + V_V)}{dt} = 0 \qquad \text{(Eq3.7)}$$

3.2 Conservazione dell'energia

In generale i serbatoi criogenici si trovano in luoghi a pressione e temperatura ambiente (293 K e 1 atm). Come ampiamente discusso, l'ambiente esterno cede calore al serbatoio che si trova a temperature decisamente inferiori (al di sotto di 100 K). Il flusso di calore aumenta l'entalpia di vapore e liquido e per studiare i due sistemi sarà necessario scrivere 2 le equazioni di conservazione dell'energia transitorie.

In *Figura 3.4* sono rappresentati i flussi di calore provenienti dall'ambiente, ceduti al fluido criogenico (azoto) attraverso le pareti del serbatoio.

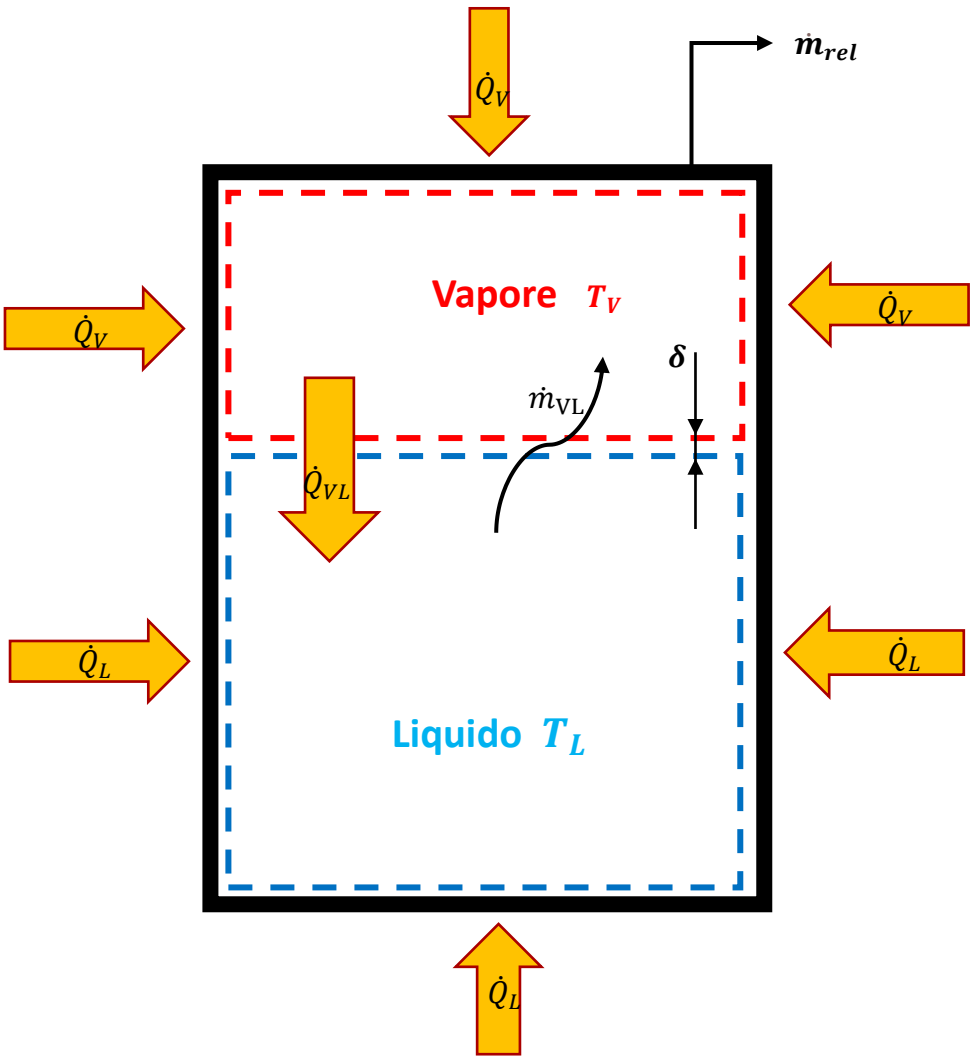


Figura 3.4- Flussi di energia e massa nel serbatoio

I flussi termici scambiati con l'ambiente sono:

$$\dot{Q}_V = A_{lat,V} U_V (T_a - T_V) + A_{top,V} U_V (T_a - T_V) \quad \text{(Eq3.8)}$$

$$\dot{Q}_L = A_{lat,L} U_L (T_a - T_L) + A_{bottom,L} U_L (T_a - T_L) \quad \text{(Eq3.9)}$$

$$\dot{Q}_{VL} = f_{vl} * \dot{Q}_V \quad \text{(Eq3.10)}$$

I flussi $\dot{Q}_V$ $\dot{Q}_L$ sono scambiati attraverso la superficie interna del serbatoio, cioè quella di contatto fra l'acciaio e l'azoto e le trasmittanze sono riferite alla superficie interna di scambio termico.

Il flusso di calore non è costante per tutta la durata del transitorio, ma varia con le temperature T_V T_L così come le aree di scambio riferite alle due fasi. Quando avviene

l'evaporazione, i volumi occupati dal vapore e da liquido variano e di conseguenza anche la superficie di scambio.

Le trasmittanze (Eq3.8 3.9) sono per semplicità ipotizzate uguali e costanti. Il presente elaborato non tratta modelli sul calcolo delle trasmittanze; quindi, è necessario conoscere a monte tali grandezze.

Il coefficiente f_{vl} (Eq3.10) è tipicamente superiore al 90% perché il vapore ha basso calore specifico per cui trattiene meno calore di quanto farebbe il liquido.

Il flusso $\dot{Q}_{VL}$ calcolato nell'Eq3.10 segue con l'ipotesi di PEREZ [2], il quale assume che il 95% del calore che riceve il vapore è ceduto al liquido. Questo passaggio permette di semplificare notevolmente il calcolo del flusso termico all'interfaccia liquido-vapore. In assenza di questa ipotesi, sarebbe necessario calcolare una trasmittanza che tenga conto del contributo di conduzione e convezione per calcolare la potenza termica scambiata tra le due fasi.

I flussi termici introdotti sono ceduti all'azoto; quest'ultimo subisce un aumento della sua energia riscontrabile con l'aumento di pressione e temperatura. Trattando i volumi di vapore liquido come sistemi a deflusso, occorre considerare l'entalpia nelle equazioni.

Scrivendo le equazioni del Primo Principio della termodinamica per i volumi da studiare (*figura3.4*), si ottengono per il vapore l'Eq3.11 e per il liquido l'Eq3.12

$\frac{dH_V}{dt} = \dot{Q}_V - \dot{Q}_{VL} + \left[\dot{m}'''_{\boldsymbol{evap}} h_V\,(T_{sat}, p) - \dot{m}'''_{\boldsymbol{cond}} h_L(T_{sat}) \right] * V$	(Eq3.11)
$\frac{dH_L}{dt} = \dot{Q}_L + \dot{Q}_{VL} - \left[\dot{m}'''_{\boldsymbol{evap}} h_V\,(T_{sat}, p) - \dot{m}'''_{\boldsymbol{cond}} h_L(T_{sat}) \right] * V$	(Eq3.12)

4 Codice di calcolo

Il modello di non-equilibrio termodinamico, precedentemente introdotto, è stato implementato su MatLab. Le equazioni conservazione di massa ed energia sono state discretizzate con il modello di Eulero in avanti.

Il codice riceve come input, tramite una textbox i valori delle condizioni iniziali del fluido (alcuni dei quali riportati nella *Tabella 4.1*), trasmittanza e coefficienti previsti dal modello (*Figura4.1*). Sono stati creati inoltre dei file di lettura esterni che raccolgono parametri intensivi (come temperatura) ed estensivi (come l'entalpia) per l'azoto. I valori sono stati ricavati dalla libreria MINI-REFPROP 10.0, disponibile gratuitamente on line [6].

Il codice restituisce in output i grafici delle grandezze principali come pressione, temperatura e flusso termico scambiato con l'esterno, tutti in funzione del tempo. Per avere un meticoloso grado di dettaglio, si è deciso di aggiungere altri grafici come l'evoluzione delle masse e dei volumi all'interno del serbatoio e di graficare la trasformazione termodinamica dell'azoto nel diagramma entropico T-s.

VAPORE	LIQUIDO
$T_V = 77{,}2\ K$	$T_L = 77{,}2\ K$
$h_V = 199\ kJ/kg$	$h_L = 0\ kJ/kg$
$\rho_V = 4{,}56\ \ kg/m^3$	$\rho_L = 807\ \ kg/m^3$
$s_V = 2{,}58\ kJ/kgK$	$s_L = -0{,}00294\ kJ/kgK$

Tabella4.1- Condizioni di saturazione iniziali dell'azoto alla pressione ambiante di 0.10 MPa. Valori utilizzati per tutte le simulazioni

Nei successivi paragrafi si approfondiranno i temi legati al metodo numerico utilizzato ed il calcolo delle grandezze da file esterni.

4.1 Modello numerico

Le equazioni Eq3.11 e Eq3.12 sono discretizzate secondo un modello esplicito (o Eulero in avanti):

- L'equazione Eq3.11 per il calcolo dell'entalpia del vapore diventa:

$$\begin{aligned} H_V^{t+\Delta t} &= H_V^t + \Delta t\,[\,\dot{Q}_V - \dot{Q}_{vl} + max[\dot{m}_{VL}\,,0]\,h_V^t(T_{sat}^t) - min[\dot{m}_{VL}\,,0]\,h_L^t(T_{sat}^t) = \\ &= H_V^t + \Delta t[\ U_V\,A_{lat,V}\,(T_a - T_V^t\,) + U_V\,A_{top,V}\,(T_a - T_V^t\,) + \\ &-f_{vl}\big[\,U_V\,A_{lat,V}\,(T_a - T_V^t\,) + U_V\,A_{top,V}\,(T_a - T_V^t\,)\big] + max[\dot{m}_{VL}\,,0]\,h_V^t(T_{sat}^t) \\ &\qquad - min[\dot{m}_{VL}\,,0]\,h_L^t(T_{sat}^t) \end{aligned} \qquad \text{(Eq4.1)}$$

- L'equazione Eq3.12 per il calcolo dell'entalpia del liquido diventa:

$$H_L^{t+\Delta t} = H_L^t + \Delta t[\,\dot{Q}_L + \dot{Q}_{vl} - max[\dot{m}_{VL}\,,0]\,h_V^t(T_{sat}^t) + min[\dot{m}_{VL}\,,0]\,h_L^t(T_{sat}^t)] =$$
$$= H_L^t + \Delta t[A_{lal,L}\,U_L\,(T_a - T_L^t) + A_{bottom,L}\,U_L\,(T_a - T_L^t) + \qquad \text{(Eq4.2)}$$
$$+ f_{vl}[\,A_{lal,L}\,U_L\,(T_a - T_L^t) + A_{bottom,L}\,U_L\,(T_a - T_L^t)] - max[\dot{m}_{VL}\,,0]\,h_V^t(T_{sat}^t)$$
$$+ min[\dot{m}_{VL}\,,0]\,h_L^t(T_{sat}^t)$$

Per le trasmittanze viene assunto un valore costante per cui la trasmittanza che compete la superficie laterale di scambio è identica alla trasmittanza delle aree di base del cilindro.

Le equazioni Eq3.5 e Eq3.6 sono discretizzate come segue (ricordando che non verrà considerato alcun flusso in uscita dal serbatoio):

$$m_V^{t+1} = m_V^t + \dot{m}_{lv}\Delta t \qquad \text{(Eq4.3)}$$

$$m_L^{t+1} = m_L^t - \dot{m}_{lv}\Delta t \qquad \text{(Eq4.4)}$$

Sul lato destro delle Eq 4.1 4.2 4.3 4.4 sono presenti valori riferiti all'istante di tempo precedente, quindi, dopo aver calcolato entalpie totali e le masse, sarà possibile ricavare le entalpie specifiche (equazioni Eq4.5 e Eq4.6), necessarie per il calcolo della temperatura di liquido e vapore dell'azoto.

$$h_V^{t+1} = \frac{H_V^{t+\Delta t}}{m_V^{t+1}} \qquad \text{(Eq4.5)}$$

$$h_L^{t+1} = \frac{H_L^{t+\Delta t}}{m_L^{t+1}} \qquad \text{(Eq4.6)}$$

Per la scelta del passo di tempo Δt si rimanda allo studio di convergenza presente al cap 6. Per garantire un'accuratezza accettabile ed un costo computazionale breve, è stato scelto un passo temporale pari a 4 secondi.

4.2 Parametri di Input

I valori di input sono inseriti dall'utente tramite tastiera. Quando il codice è avviato dall' editor di Matlab, sullo schermo compaiono le finestre (precedentemente chiamate textbox) rappresentate in *Figura 4.1,* secondo il seguente ordine:

- **Dati geometrici serbatoio**. Si ricorda che la geometria cilindrica è quella utilizzata nel modello e per calcolare lo scambio termico è sufficiente conoscere la superficie interna del serbatoio;

- **Condizioni iniziali**. In questa finestra vengono inserite le condizioni termodinamiche iniziali del fluido (come entropia entalpia temperature pressione e riempimento iniziale). Alcuni di questi dati sono stati riportati in *Tabella4.1*;
- **Parametri variabili**. Sono i coefficienti riferiti al modello termodinamico scelto e quindi alle equazioni utilizzate. Fra questi si trovano trasmittanza, coefficienti di evaporazione/condensazione, frazione di calore ceduta al liquido dal vapore e passo temporale della simulazione. Si ribadisce che la trasmittanza inserita deve essere riferita alla superficie di scambio interna.

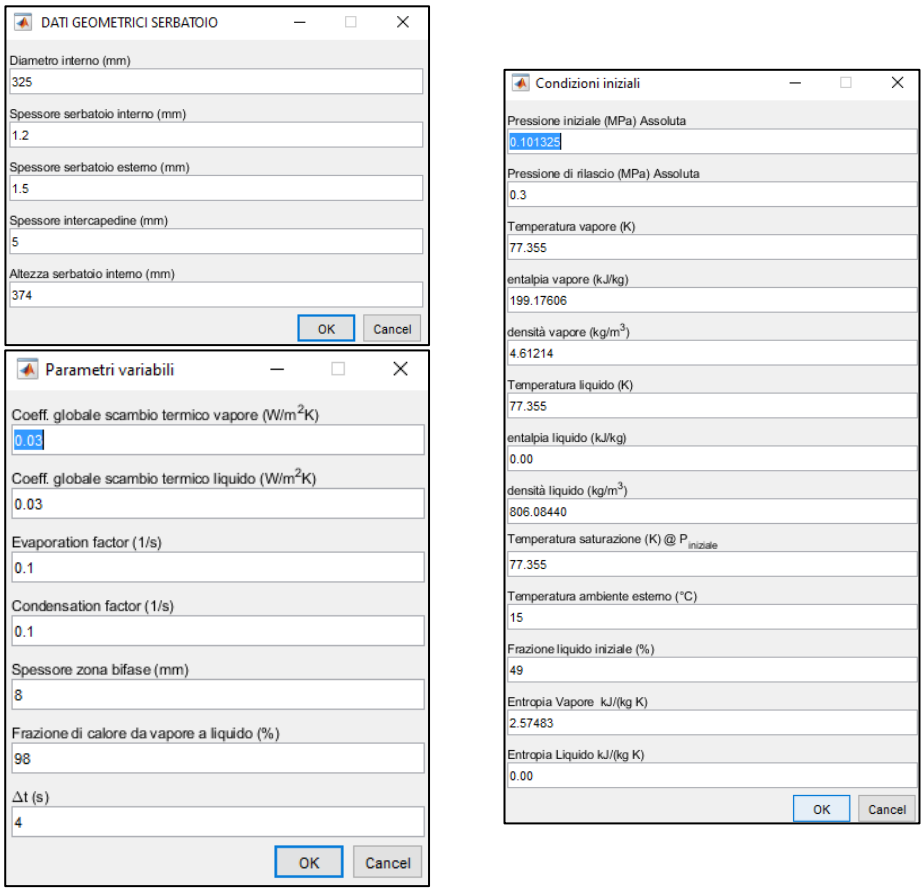


Figura 4.1 layout finestre per dati di input

Quando i valori sono tutti inseriti, premendo il tasto *"ok"*, Matlab esegue la simulazione ed in genere impiega circa mezzo minuto (utilizzando 4 secondi come passo temporale) per generare gli output.

4.3 Libreria MINI-REFPROP 10.0

La libreria mini-refprop 10.0 è una versione base della libreria REFPROP 10.0 sviluppata dal NIST (National Institute of Standard Technology). In questa versione base l'autorità mette a disposizione un database che contiene le proprietà termodinamiche e di trasporto di alcune specie chimiche come azoto, idrogeno, R134a. Da questo software è possibile esportare diverse proprietà in forma tabellate oppure plottarene direttamente i diagrammi termodinamici.

Prima di estrarre i dati è necessario fissare un riferimento per entalpia ed entropia. In questo studio è stato scelto NBP (normal boiling point) come riferimento termodinamico come mostra la *Figura 4.2*

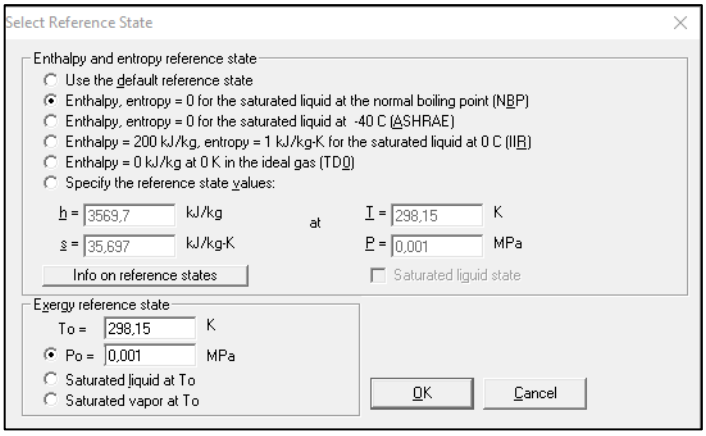


Figura 4.2 riferimento termodinamico

La libreria contiene diversi metodi con cui le proprietà dei fluidi vengono calcolate. Per questo studio si è scelta l' EOS sviluppata da Span [7] per il calcolo delle proprietà termodinamiche e di trasporto dell'azoto.

La *Figura4.3* mostra il range di validità e descrizione dell'EOS scelta per il calcolo delle proprietà.

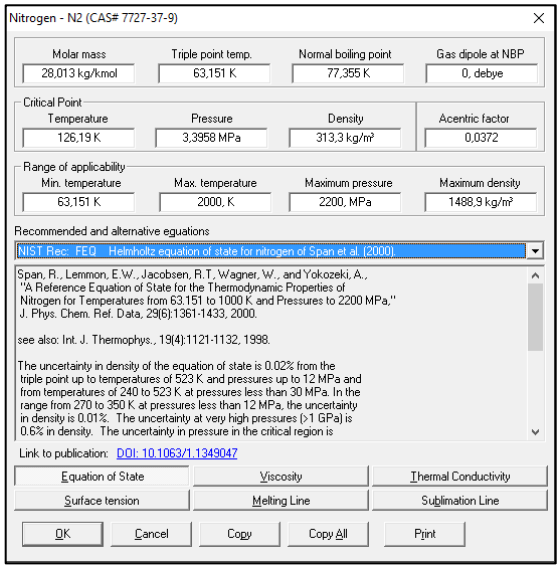


Figura 4.34 - EOS per calcolo proprietà

4.4 File di lettura esterni

I file che sono passati a MatLab, tramite la funzione *load,* sono i seguenti:

- sat_liq.dat
- sat_vap.dat

- sat_vap1.dat
- sat_vap2.dat
- zona superheated.xls
- campana.dat

I file elencati contengono in forma tabellare i parametri termodinamici dell'azoto; ogni colonna, quindi, contiene un differente parametro. Non essendo possibile inserire l'intestazione della colonna (il quale darebbe problemi di lettura da parte di MatLab), nei successivi sottoparagrafi si spiega come sono ordinati i valori dei file.

Tutti i dati sono stati ottenuti a partire dalla temperatura. Si ricorda che per la completa definizione di uno stato termodinamico di un punto sulla curva limite, basta conoscere almeno un parametro intensivo (come la temperatura). Secondo la regola delle fasi di Gibbs nel caso di sostanza pura:

$$GL = 3 - NF \qquad \text{(Eq4.7)}$$

Dove:

GL sono i gradi di libertà ed NF il numero delle fasi, che vale 2 sulla curva limite in quanto zona bifase. Riepilogando si ottiene GL=1 che indica di fissare un solo parametro (temperatura) per la completa definizione dello stato termodinamico.

I valori di temperatura sono stati ottenuti secondo la seguente successione:

$$T_{i+1} = T_i + \Delta T \qquad \text{(Eq4.8)}$$

Con:

$i = 1 \ldots \ldots . n$

$T_1 = 70\ K$

$\Delta T = 0{,}05\ K;$

tale successione termina alla temperatura critica dell'azoto (126,2 K) per gli stati termodinamici sulla curva limite.

4.4.1 sat_liq.dat

Contiene i parametri termodinamici dell'azoto sulla curva linite inferiore nell'intervallo di temperature compreso fra 70 K e la temperatura critica (126,2 K)

T	ρ_L	h_L	s_L	β_L	α_L	ν_L	k_L	p
70.00	838.515	-1.4952E+01	2.0205E-01	5.1286E-03	9.4436E-04	2.6264E-03	1.5952E+02	3.8545E-02

… …	… …	… …	… …	… …	… …	… …	… …	… …
126.19	323.044	1.4923E+02	1.3647E+00	3.1510E+02	8.1302E-07	5.8454E-04	5.4331E+02	3.3955E+00

Tabella 4.1 – dati riferiti alla c.l.i.

4.4.2 at_vap.dat

Contiene i parametri termodinamici dell'azoto sulla curva linite superiore nell'intervallo di temperature compreso fra 70 K e la temperatura critica (126,2 K). Questo file serve soltanto a calcolare l'entalpia del vapore in condizioni di saturazione riferita alla massa che evapora.

T	p	h_{Vsat}	s_{Vsat}
70.00	3.8545E-02	1.9312E+02	2.7704E+00
… …	… …	… …	… …
126.19	3.3955E+00	1.5337E+02	1.3975 E+00

Tabella 4.2 – dati riferiti alla c.l.s

4.4.3 sat_vap1.dat

Contiene i parametri termodinamici dell'azoto sulla curva linite superiore nell'intervallo di temperature compreso fra 70 K e 101,45 K.

T	p	ρ_V	h_V	s_V	β_V	α_V	ν_V	k_V
70.00	3.8545E-02	1.8960E+00	1.9312E+02	2.7704E+00	1.5248E-02	3.0988E-02	2.5757E-02	6.3547E+00
… …	… …	… …	… …	… …	… …	… …	… …	… …
101.45	8.5937E-01	3.5344E+01	2.0985E+02	2.1284E+00	1.9124E-02	2.0144E-03	2.1450E-03	1.1069E+01

Tabella 4.3 – dati riferiti alla c.l.s

4.4.4 sat_vap2.dat

Contiene i parametri termodinamici dell'azoto sulla curva linite superiore nell'intervallo di temperature compreso fra 102 K e la temperatura di saturazione (126,15 K)

T	p	ρ_V	h_V	s_V
102.00	8.9166E-01	3.6705E+01	2.0985E+02	2.1196E+00

… …	… …	… …	… …	… …
126.15	3.3889E+00	2.7892E+02	1.5897E+02	1.4420E+00

Tabella 4.4 – dati riferiti alla c.l.s

La necessità di creare un secondo file che contiene i valori sulla curva limite superiore, nasce dall'esigenza di separare le entalpie specifiche sulla curva limite superiore in quanto presenta un massimo. I due file creati faciliteranno la lettura dell'entalpia da parte di Matlab.

4.4.5 ampana.dat

Questo file contiene l'entropia degli stati di saturazione e serve soltanto per plottare la campana nel grafico utilizzato per mostrare la trasformazione del fluido.

T	s_V	s_L
102.00	2.77040E+00	-2.02050E-01
… …	… …	… …
126.15	1.44200E+00	1.32620E+00

Tabella 4.6 – entropia della curva limite dell'azoto

4.4.6 zona superheated.xls

Contiene i parametri termodinamici su diverse isobare nella zona del vapore surriscaldato nell'intervallo di temperature (con passo $\Delta T = 0{,}05K$) compreso fra temperatura di saturazione di ogni isobara e 300 K.

Tramite MINI-REFPROP 10.0 è stato possibile estrarre i parametri termodinamici delle seguenti isobare:

- isobare in MPa ricavate → $p_{i+1} = p_i + \Delta p$
- con $\Delta p = 0{,}05\ MPa$
- con $p_1 = 0{,}05\ MPa$
- con $i = 1, 2, 3 \ldots \ldots \ldots n$ $(n = 40)$; l'ultima isobara è $p_{40} = 2\ MPa\ (20\ bar)$

i valori ricavati sono successivamente stati aggregati in un file excel di cui si mostra una rappresentazione nella grafica *Tabella 4.5.*

p_i		p_{i+1}	

T	h_V	ρ_V	s	cp	β	α	ν	k	T	h_V	ρ_V	s	cp	β	α	ν	k
$T_{sat}(p_i)$									$T_{sat}(p_{i+1})$								
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
									300								
300																	

Tabella 4.5 - tabella parametri termodinamici del vapore surriscaldato

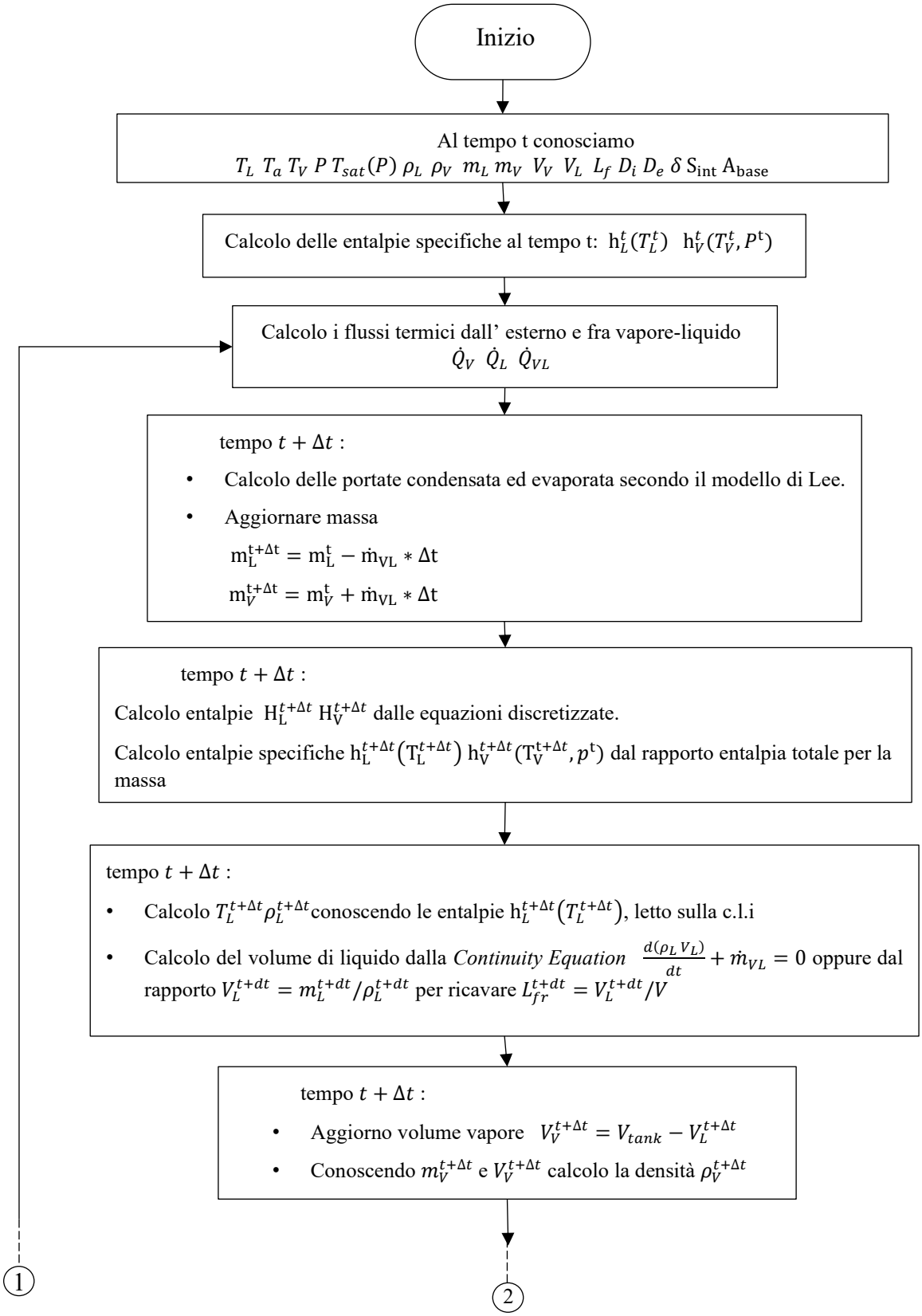
Il file si estende in orizzontale per ogni pressione dal quale sono stati estratti i suddetti valori. L'esigenza di creare questo file nasce dal fatto che dalle equazioni di conservazione dell'energia utilizzate nel modello, si ricavano le entalpie specifiche di liquido e vapore. L'entalpia del vapore serve per ricavare dalla tabella la temperatura del vapore alla pressione del serbatoio. Per la lettura esatta della temperatura il codice esegue diverse interpolazioni in un ciclo *while* fin tanto che la temperatura raggiunge una convergenza di $10^{-3}\ K$.

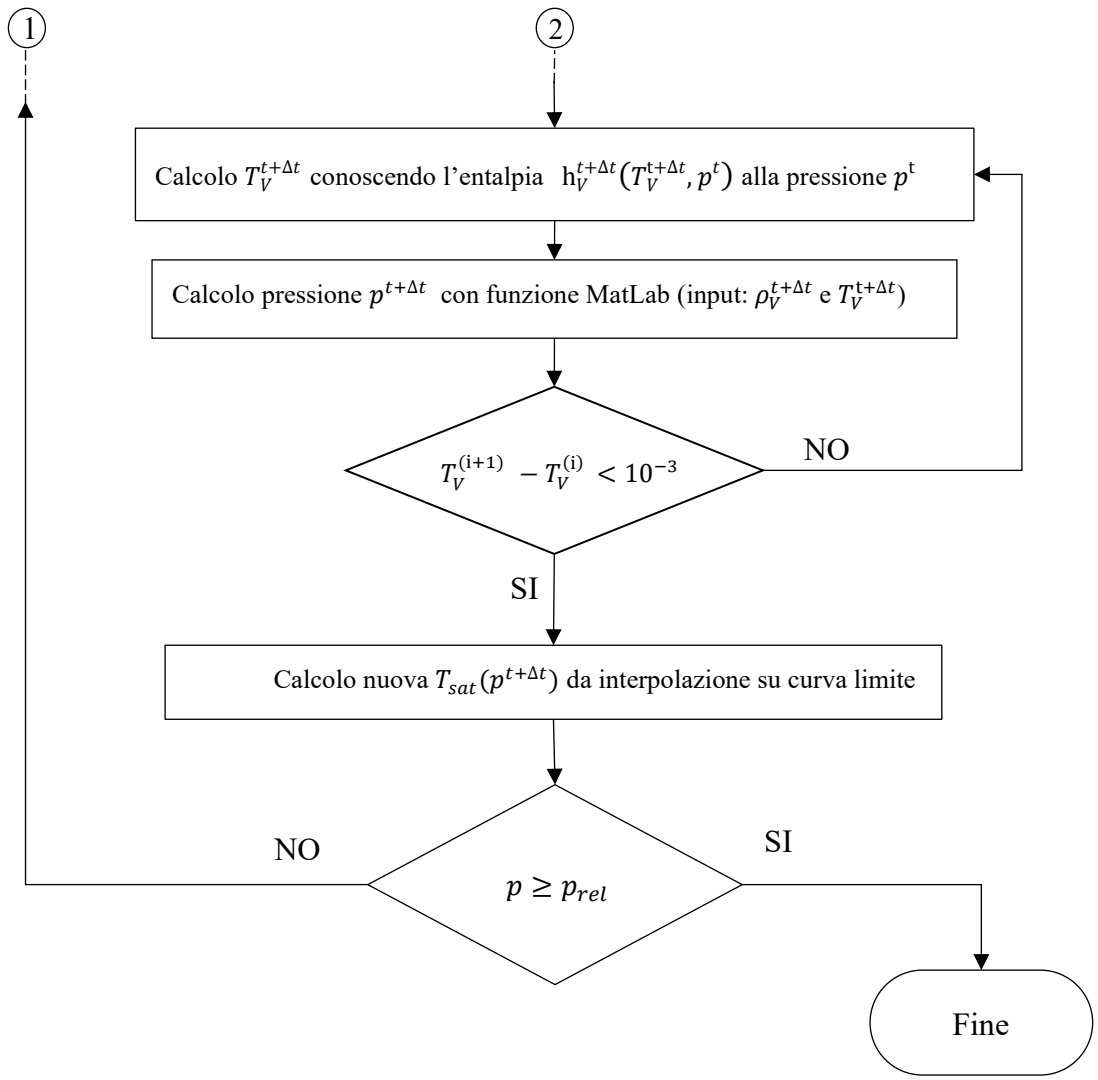
5 Flow chart

In questo capitolo è rappresentato l'algoritmo di calcolo e quindi la logica usata dal codice.

Quando Matlab riceve in input tutti i dati iniziali, la simulazione può essere avviata e per ogni passo di tempo il codice esegue i seguenti calcoli:

- Calcolo dei flussi termici $\dot{Q}_V$ $\dot{Q}_L$ che l'ambiente cede ai due volumi di controllo e calcolo del flusso $\dot{Q}_{VL}$ che il vapore cede al liquido quando $T_V > T_L$.
- Ponendo una condizione di tipo *if* si effettua un check sulle condizioni di evaporazione/condensazione e si calcola il rateo evaporato o condensato con le Eq 3.3 3.4. Dopo aver calcolato tali valori vengono aggiornate le masse dell'istante n+1 (Eq 4.3 4.4).
- Conoscendo la temperatura di saturazione si ricavano, per interpolazione, l'entalpia del liquido e del vapore in condizioni di saturazione dai file *sat_vap.dat* e *sat_liq.dat*
- Sono noti tutti i termini delle Eq 4.1 4.2 e si calcolano prima le entalpie totali (Eq 4.1 4.2) e poi quelle specifiche (Eq 4.5 4.6) per vapore e liquido, riferite al tempo n+1.
- Conoscendo l'entalpia specifica del liquido, si ricava immediatamente dalla curva limite inferiore (file *sat_liq.dat*) il suo stato termodinamico leggendo anche la densità. A questo punto sono note densità liquido e masse di liquido e vapore: ciò permette di aggiornare il livello di liquido ovvero il coefficiente di riempimento L_{fr} al tempo n+1. Si ricorda che il liquido è costantemente in condizioni sature.
- Definito completamente lo stato del liquido, si ricavano volume e densità del vapore riferite all'istante n+1.
- Calcolo della temperatura del vapore a partire dall'entalpia e dalla densità: si sfrutta il file *zona_superheated.xls,* con un *ciclo while* vengono eseguite diverse iterazioni finché la temperatura letta raggiunga una convergenza di 10^{-3} K. Ad ogni iterazione viene aggiornata anche la nuova pressione del serbatoio, calcolata tramite funzione Matlab esterna (sviluppata da un membro del gruppo di ricerca Mahtep del Politecnico di Torino [9]). Questa funzione riceve come input la cappia densità-temperatura per restituisce la pressione in MPa.
- Ricavati, tramite interpolazione, dal file zona_superheated.xls tutti i parametri di interesse, si ricava infine la temperatura di saturazione aggiornata alla nuova pressione calcolata nello step precedente.


Inizio
Al tempo t conosciamo
T_L T_a T_V P $T_{sat}(P)$ ρ_L ρ_V m_L m_V V_V V_L L_f D_i D_e δ S_{int} A_{base}
Calcolo delle entalpie specifiche al tempo t: $h_L^t(T_L^t)$ $h_V^t(T_V^t, P^t)$
Calcolo i flussi termici dall' esterno e fra vapore-liquido
$\dot{Q}_V$ $\dot{Q}_L$ $\dot{Q}_{VL}$
tempo $t + \Delta t$:
• Calcolo delle portate condensata ed evaporata secondo il modello di Lee.
• Aggiornare massa
$m_L^{t+\Delta t} = m_L^t - \dot{m}_{VL} * \Delta t$
$m_V^{t+\Delta t} = m_V^t + \dot{m}_{VL} * \Delta t$
tempo $t + \Delta t$:
Calcolo entalpie $H_L^{t+\Delta t}$ $H_V^{t+\Delta t}$ dalle equazioni discretizzate.
Calcolo entalpie specifiche $h_L^{t+\Delta t}(T_L^{t+\Delta t})$ $h_V^{t+\Delta t}(T_V^{t+\Delta t}, p^t)$ dal rapporto entalpia totale per la massa
tempo $t + \Delta t$:
• Calcolo $T_L^{t+\Delta t}\rho_L^{t+\Delta t}$conoscendo le entalpie $h_L^{t+\Delta t}(T_L^{t+\Delta t})$, letto sulla c.l.i
• Calcolo del volume di liquido dalla *Continuity Equation* $\frac{d(\rho_L V_L)}{dt} + \dot{m}_{VL} = 0$ oppure dal rapporto $V_L^{t+dt} = m_L^{t+dt}/\rho_L^{t+dt}$ per ricavare $L_{fr}^{t+dt} = V_L^{t+dt}/V$
tempo $t + \Delta t$:
• Aggiorno volume vapore $V_V^{t+\Delta t} = V_{tank} - V_L^{t+\Delta t}$
• Conoscendo $m_V^{t+\Delta t}$ e $V_V^{t+\Delta t}$ calcolo la densità $\rho_V^{t+\Delta t}$
1
2



Il codice continua ad eseguire calcoli ed interpolare fin quando la pressione non raggiunge il valore p_{rel} impostato dalle textbox (le pressioni calcolate sono assolute in MPa).

Tutti i valori calcolati (temperature, pressione, tempo, masse, volumi ecc.) sono salvati in dei vettori per potere ottenere qualsiasi tipo di grafico.

6 Studio convergenza

Lo studio di convergenza è stato eseguito nei primi 100 secondi di transitorio per cui si assume che l'errore calcolato rispetto alla soluzione più accurata (0,5 secondi), in questo intervallo di tempo, sia lo stesso per tutte le simulazioni con durata di versa da 100 s.

Sono stati scelti frazioni di tempo che sono divisori interi di 100:

$$\Delta t = [0.5\,;\ 1\,;\ 2\,;\ 4\,;\ 5\,;\ 10]$$

L'errore è calcolato per pressione, temperatura di vapore e liquido secondo le seguenti equazioni:

$$err_p = \left|p^{end} - p^{ref}\right|_{100s} \qquad \text{(Eq6.1)}$$

$$err_{T_V} = \left|T_V^{end} - T_V^{ref}\right|_{100s} \qquad \text{(Eq6.2)}$$

$$err_{T_L} = \left|T_L^{end} - T^{ref}\right|_{100s} \qquad \text{(Eq6.3)}$$

Dove:

p^{ref} è la pressione calcolata @ 100 secondi con $\Delta t = 0{,}5\ s$

T_V^{ref} è la temperatura del vapore calcolata @ 100 secondi con $\Delta t = 0{,}5\ s$

T_L^{ref} è la temperatura del liquido calcolata @ 100 secondi con $\Delta t = 0{,}5\ s$

p^{end} , T^{end} sono rispettivamente pressione e temperature @ 100 secondi per ogni Δt

Sono stati eseguiti più studi di convergenza per vedere quanto incidono i parametri variabili sul calcolo della soluzione. In *Tabella6.1* è presente un riepilogo dei valori input usati nella simulazione. In nero sono indicati i parametri che rimangono costanti ed in rosso i parametri che variano.

	PARAMETRI VARIABILI				
Numero studio	$f_e\ s^{-1}$	$f_c\ s^{-1}$	$\delta\ mm$	$f_{vl}\ \%$	$U = U_L = U_V\ \ W/m^2K$
Convergenza 1 (variazione trasmittanza)	0,1	0,1	8	98	0,03
	0,1	0,1	8	98	0,05
	0,1	0,1	8	98	0,08
Convergenza 2 (variazione frazione di calore che il vapore cede al liquido)	0,1	0,1	8	95	0,03
	0,1	0,1	8	97	0,03
	0,1	0,1	8	99	0,03
Convergenza 3 (variazione spessore zona bifase)	0,1	0,1	5	98	0,03
	0,1	0,1	10	98	0,03
Convergenza 4 (variazione parametri coefficienti di evaporazione e condensazione)	0,5	0,5	10	98	0,03
	1	1	10	98	0,03
	1,5	1,5	10	98	0,03

Tabella 6.1-Rriepilogo studio convergenza

Nei paragrafi successivi verranno mostrati i grafici ottenuti dagli studi di convergenza e si stabilità quale passo di tempo verrà usato per le simulazioni di convalida.

Il serbatoio utilizzato per lo studio di convergenza ha capienza 31 L (con diametro interno 325 mm ed altezza 374 mm, *Figura8.3*) e si trova in un ambiente alla temperatura di 15 °C. È stato fissato un riempimento iniziale del 33 % che rimane invariato per tutti gli studi di convergenza temporale.

6.1 Convergenza 1

Lo studio è effettuato utilizzando 3 valori di trasmittanza diversi. Si nota che nei primi istanti di tempo, pressione e temperatura, si abbassano rapidamente. In particolare, è la pressione che si riduce solo al primo time step di ogni dt scelto. La riduzione è una conseguenza del ciclo *While* in cui la temperatura del vapore deve raggiungere una convergenza di 10^{-3} K. Il ricalcolo della temperatura porta con sé il ricalcolo della pressione, per cui secondo l'algoritmo, la pressione (solo per il primo time step) risulta leggermente inferiore alla pressione iniziale. Tale riduzione è nell'ordine del decimo del kPa (o del millesimo di bar)

Da questo primo studio di convergenza, si nota che le trasmittanze possono incidere fortemente sul calcolo di pressione e temperature. In particolare, l'errore più grande si riscontra nel calcolo della temperatura del vapore. Possiamo ritenere accettabile un passo temporale di 4 secondi per simulazioni future.

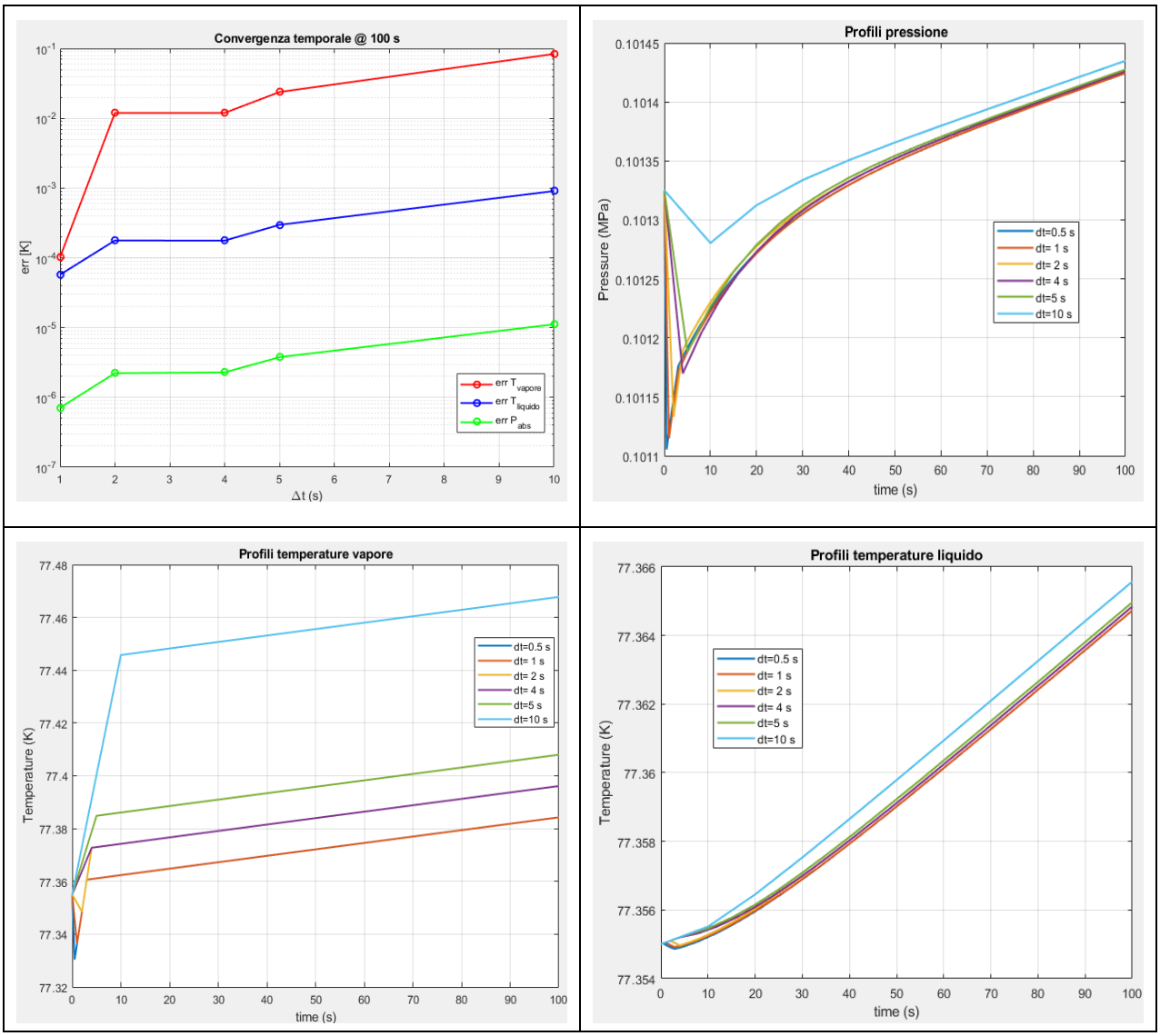


Tabella 6.2 trasmittanza variabile (U=0,03 /m2K)

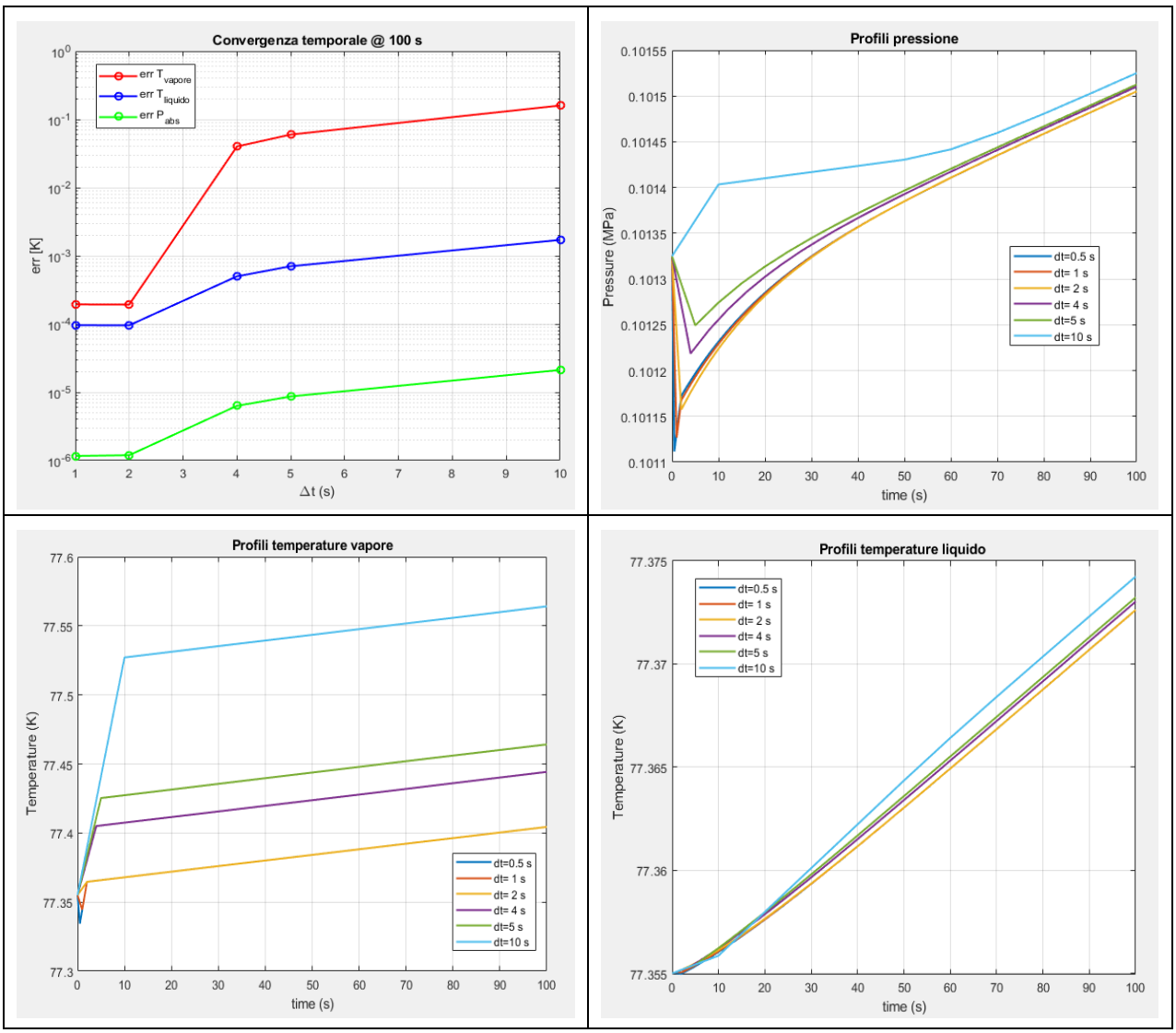


Tabella 6.3 trasmittanza variabile (U=0,05 /m2K)

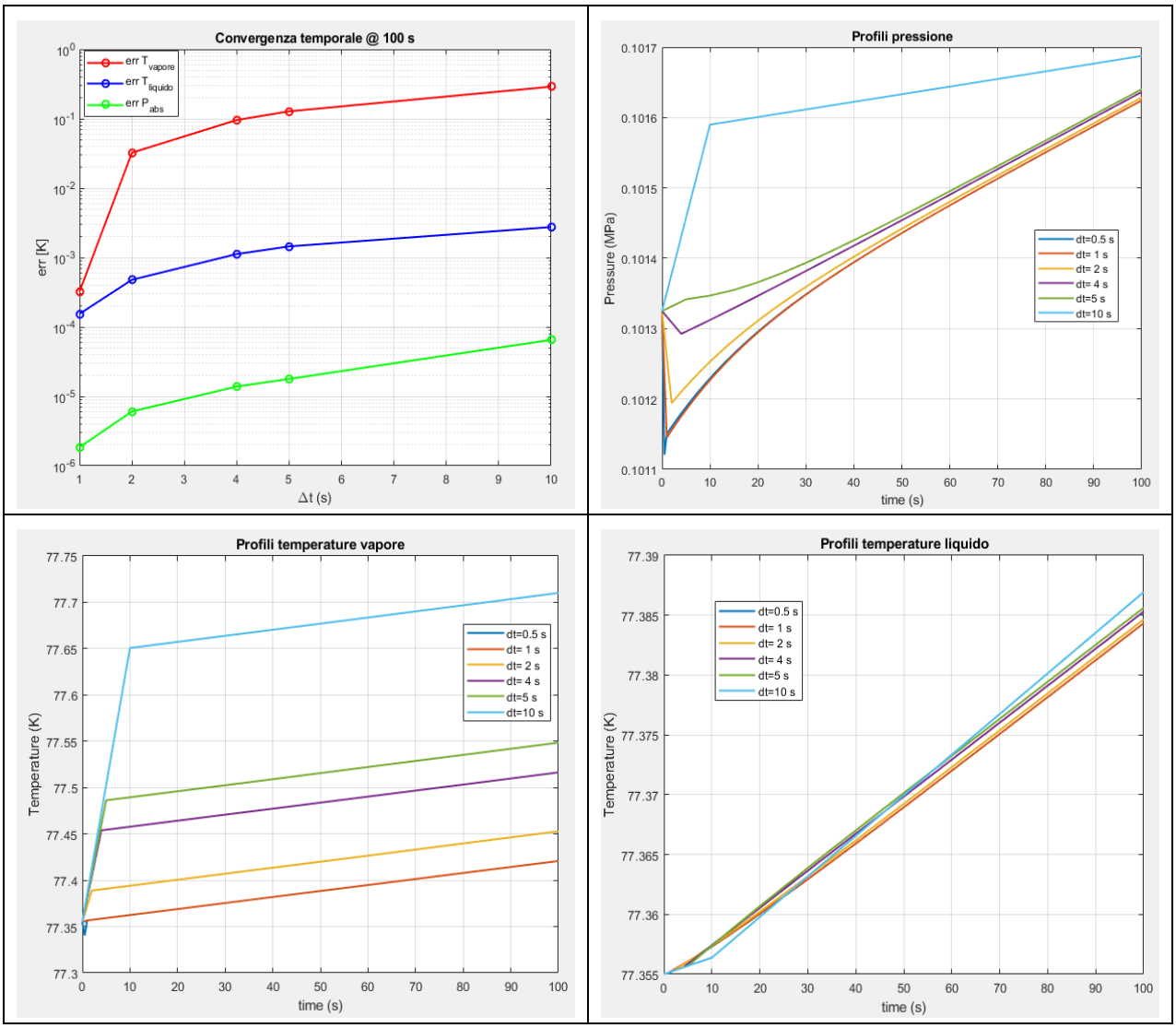


Tabella 6.4 trasmittanza variabile (U=0,08 W /m2K)

6.2 Convergenza 2

Nel secondo studio di convergenza è stato variato solo il parametro f_{vl}. Anche in questo caso si riscontra un leggero calo della pressione al primo time step. Tale riduzione è nell'ordine del decimo del kPa (o del millesimo di bar), quindi può essere trascurata.

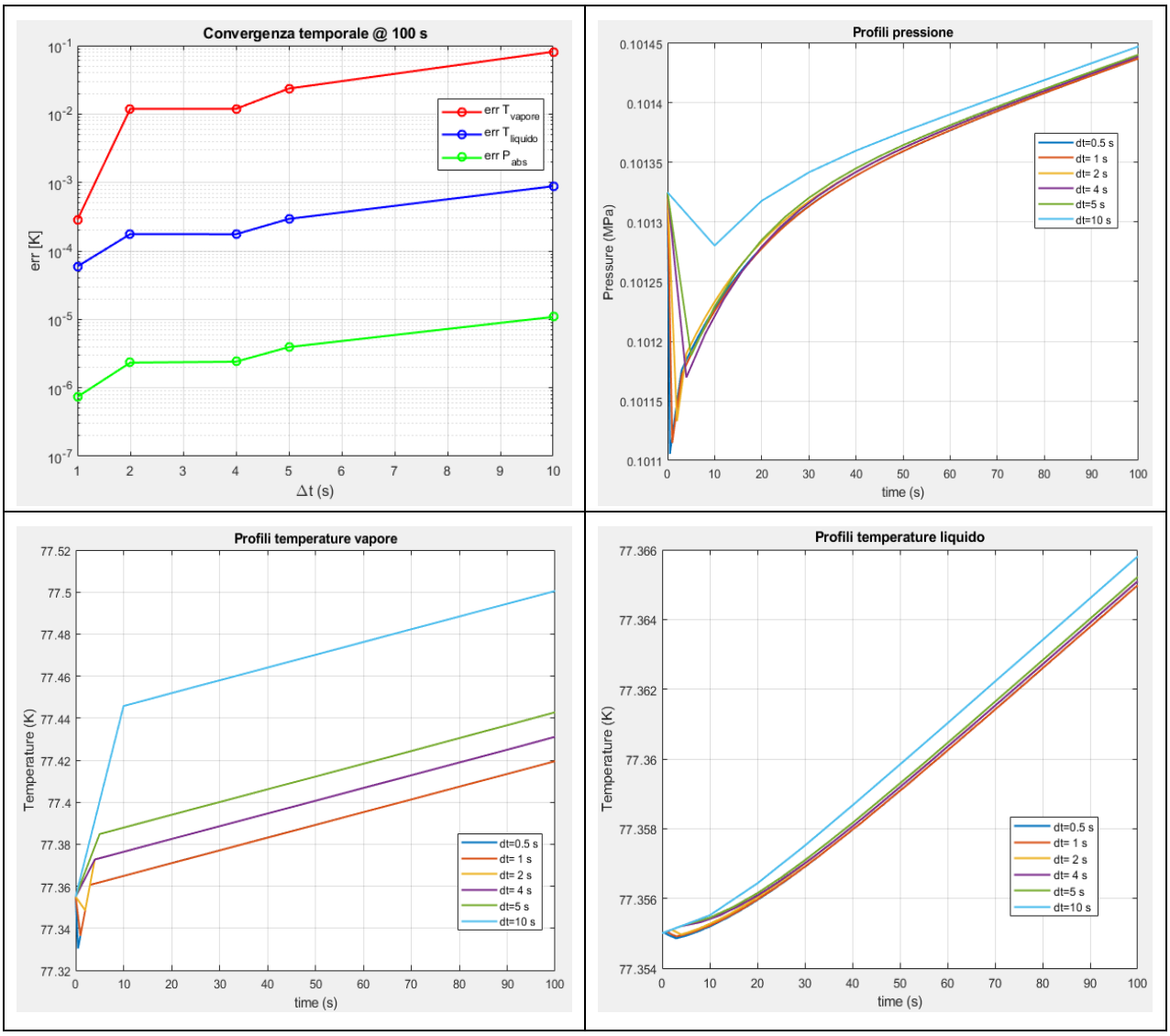


Tabella 6.5 variazione frazione di calore (f_{vl}=95 %)

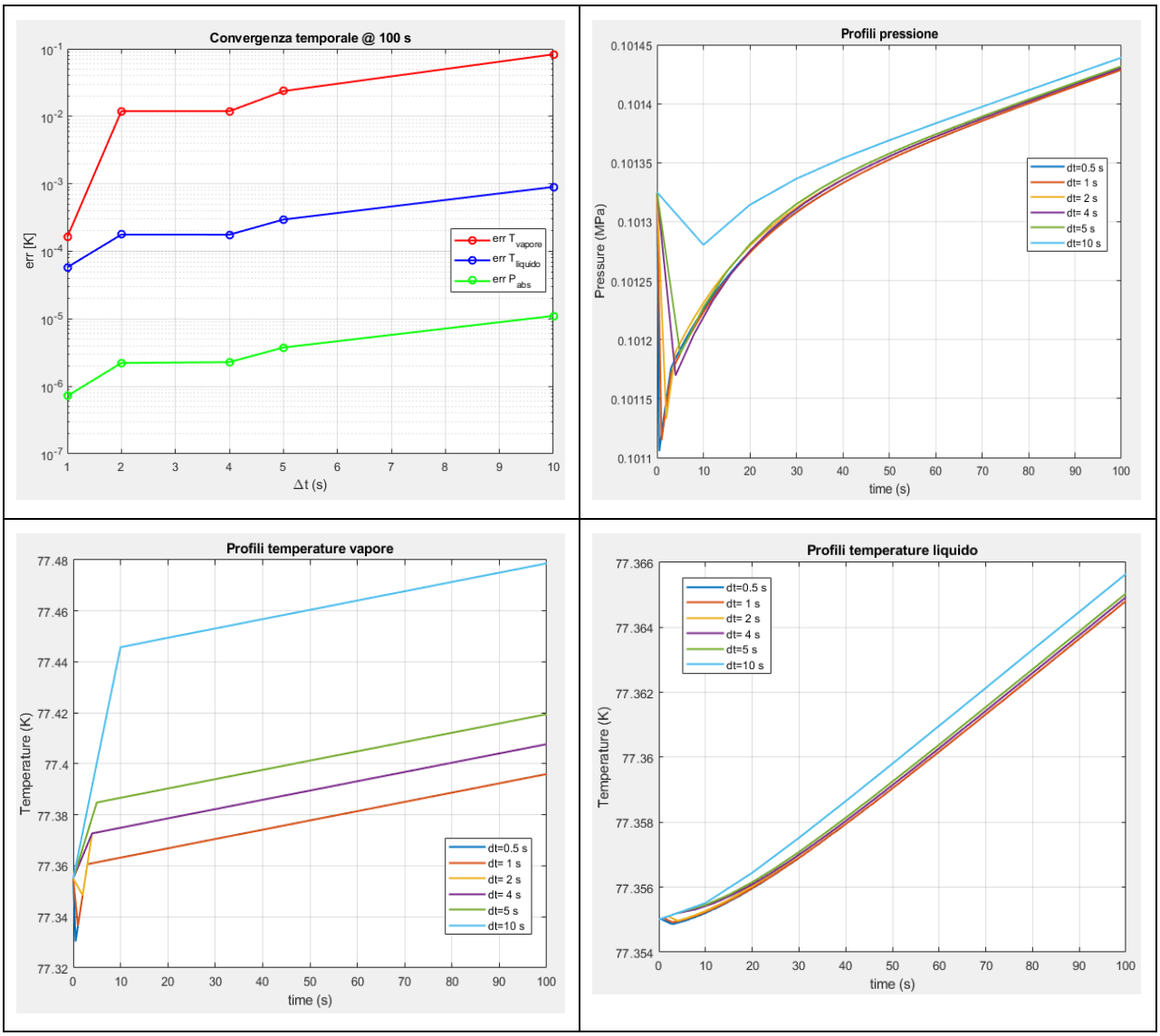


Tabella 6.6 variazione frazione di calore (f_{vl}=97 %)

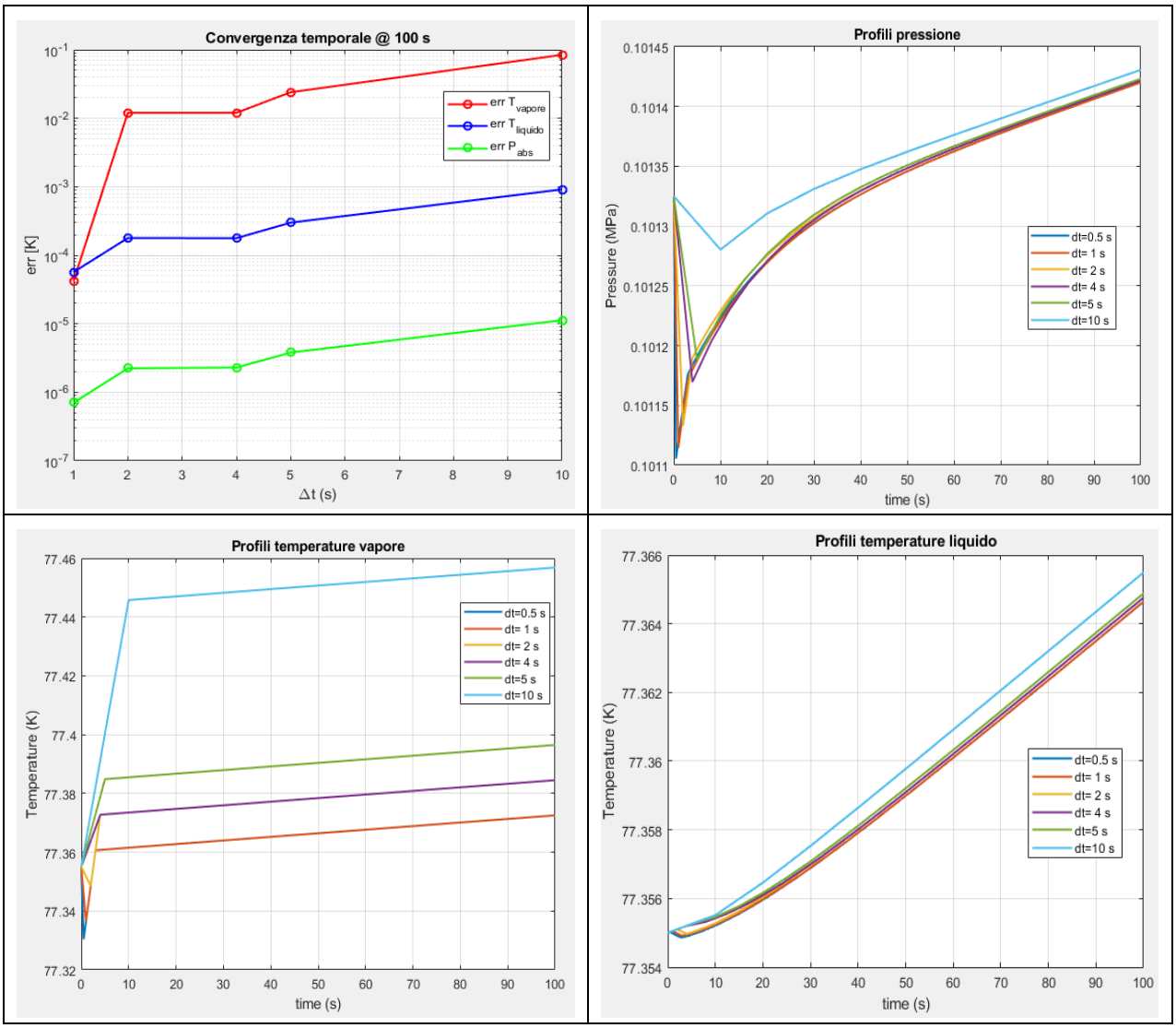


Tabella 6.6 variazione frazione di calore (f_{vl}=99 %)

Anche per il secondo studio di convergenza si ritiene accettabile un passo temporale di 4 secondi.

6.3 Convergenza 3

Nel terzo studio di convergenza è stato variato lo spessore della zona bifase. Dai grafici ottenuti si deduce che questo parametro non influisce sulla convergenza del modello ed anche in questo caso si conferma il passo temporale di 4 secondi.

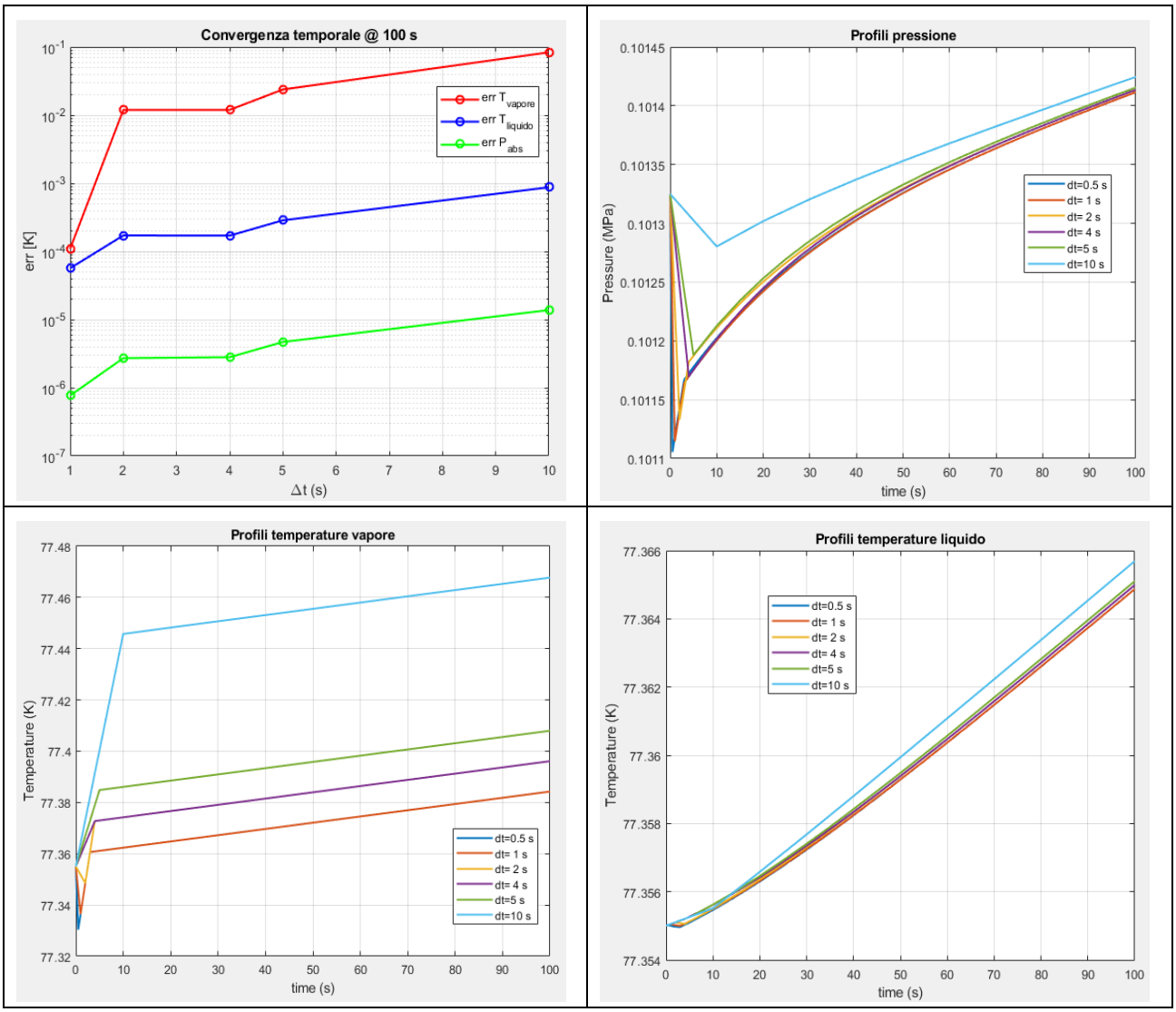


Tabella 6.7 variazione spessore zona bifase ($\delta = 5\ mm$)

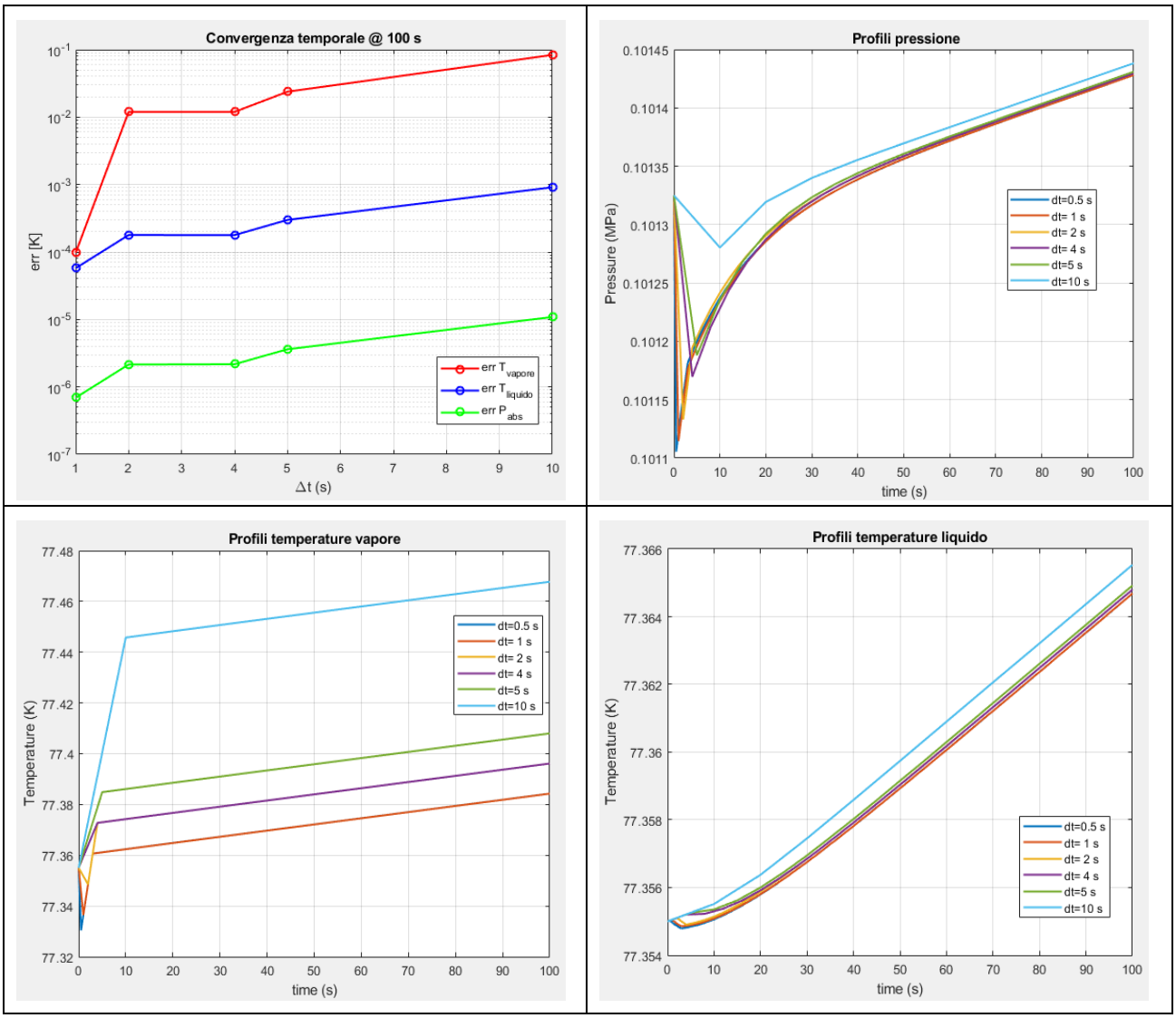


Tabella 6.8 variazione spessore zona bifase ($\delta = 10$ mm)

6.4 Convergenza 4

Nell'ultimo studio sulla convergenza si prendono in esame coefficienti di evaporazione e condensazione. Come precedentemente accennato questi valori influiscono sulla convergenza del modello e se scelti in modo sbagliato possono generare errori sul calcolo della pressione. A conclusione di questo studio, si stabilisce che il valore di 0,1 s^{-1} per i coefficienti f_e ed f_c, sia quello da utilizzare per le future simulazioni.

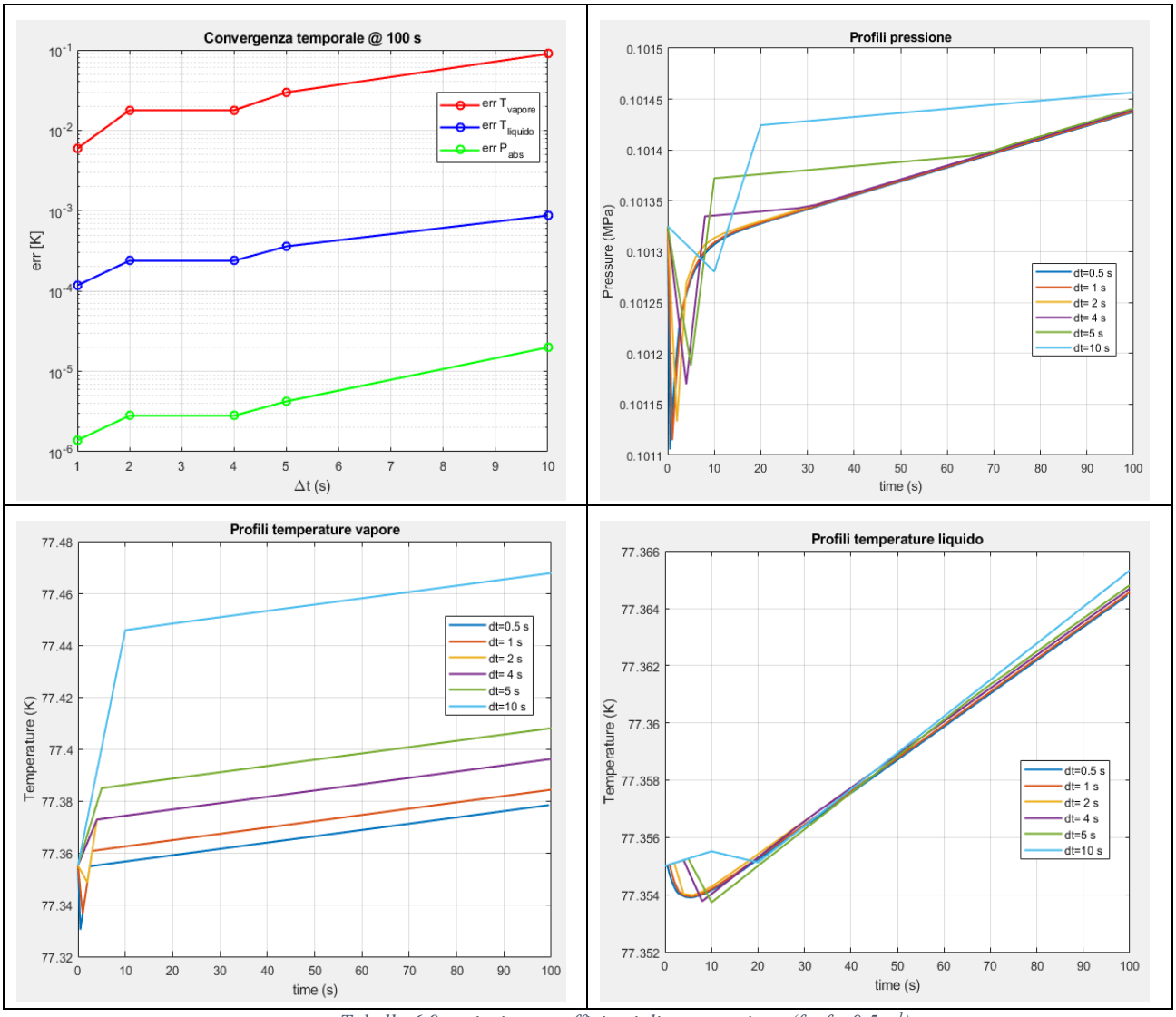


Tabella 6.9 variazione coefficienti di evaporazione (f_e=f_c=0,5 s^{-1})

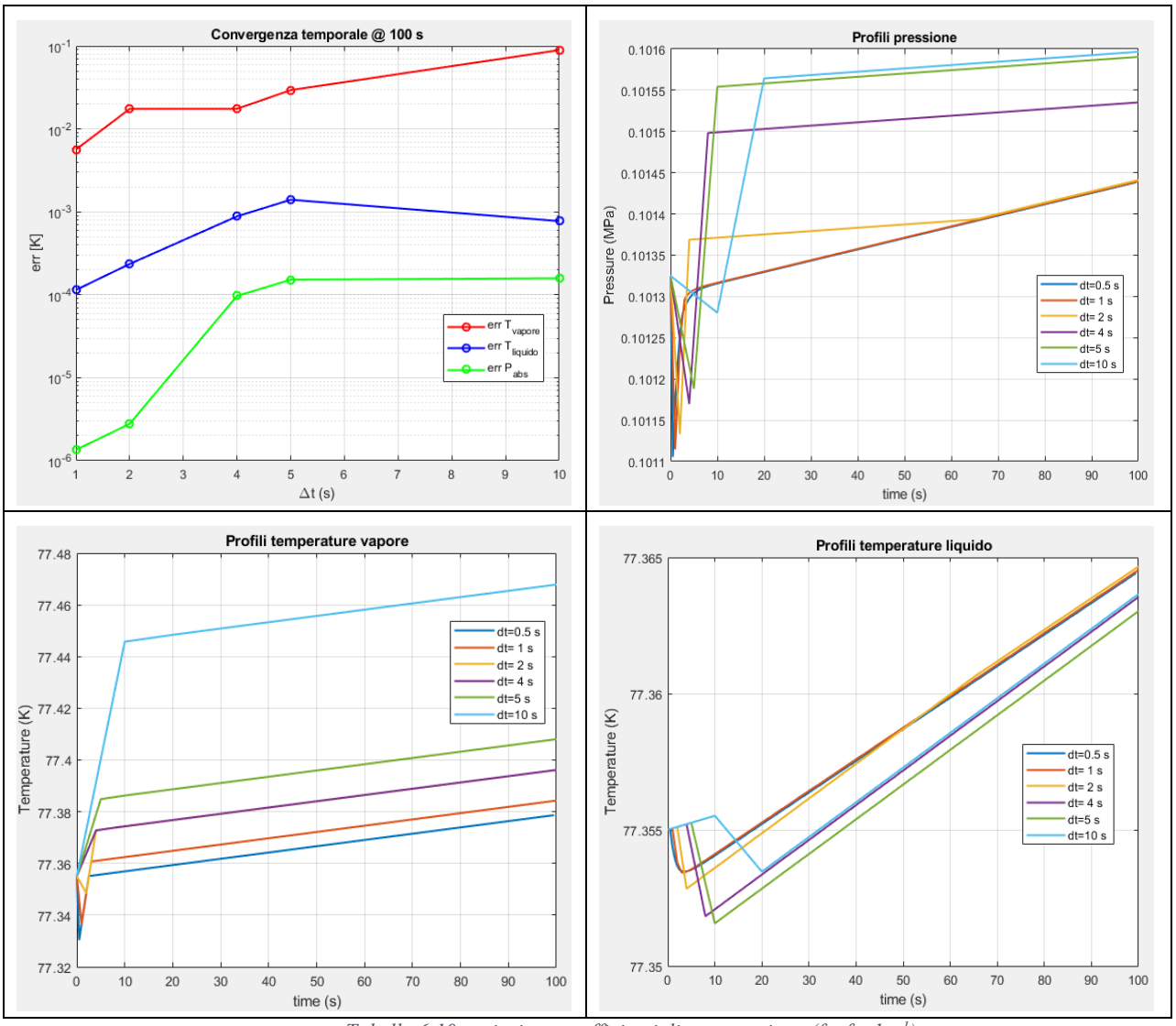


Tabella 6.10 variazione coefficienti di evaporazione (f_e=f_c=1 s^{-1})

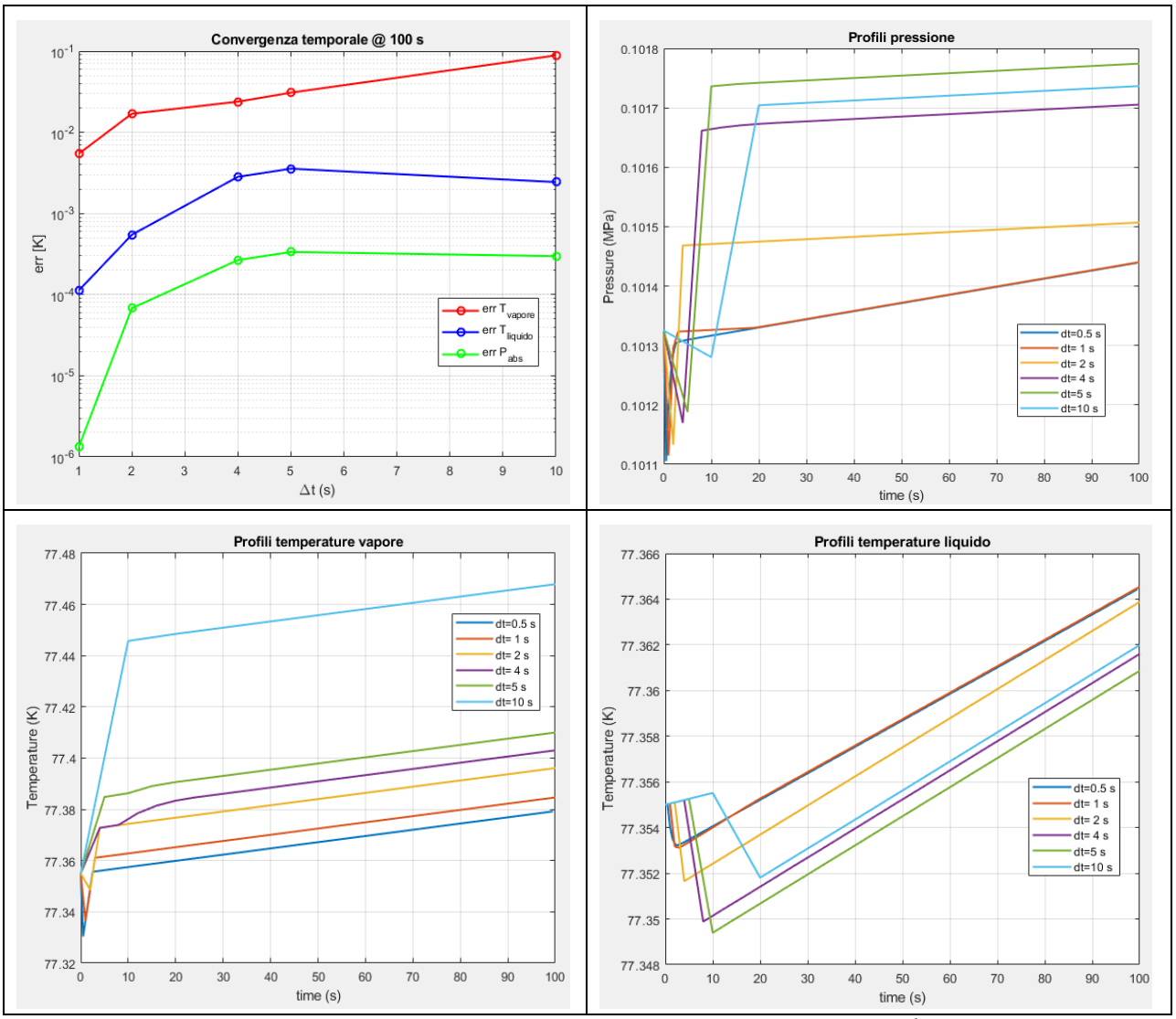


Tabella 6.11 variazione coefficienti di evaporazione (f_e=f_c=1,5 s^{-1})

7 Studio parametrico

Lo studio parametrico è stato eseguito graficando temperature pressione e calore scambiato con l'esterno analizzando i seguenti casi:

- variazione coefficiente di riempimento iniziale L_{fr}
- variazione trasmittanze U_V e U_L

La durata della simulazione è stata imposta a 24 ore ed il serbatoio ha volume utile interno pari a 31 L (con diametro interno 325 mm ed altezza 374 mm, ovvero il serbatoio di *figura8.3* utilizzato per convalidare il modello).

7.1 Variazione riempimento iniziale

Verranno mostrati i risultati grafici dello studio parametrico con diversi valori di riempimento iniziale.

Per questa simulazione sono stati fissati i parametri in *Tabella7.1*:

$U_L = U_V\ (W/m^2K)$	$f_{vl}(\%)$	$\delta\ (mm)$	$f_e = f_c(s^{-1})$	$\Delta t(s)$
0,03	98%	8	0,1	4

Tabella 7.1 - Parametri variabili imposti per lo studio parametrico

Sono stati scelti diversi riempimenti iniziali per comprendere come questo paramento possa incidere sul codice di calcolo e soprattutto confermare che le tendenze siano allineate con quelle calcolate da WANG, Zhihao [1]. I riempimenti scelti sono:

$$L_{fr} = [\,30; 50;\ 70;\ 80;\ 90]\ \%$$

Le condizioni termodinamiche dell'azoto sono le stesse della *Tabella 4.1* ed il serbatoio si trova a pressione atmosferica (101,325 kPa) in un ambiente di 15°C. Le trasmittanze sono ipotizzate a 0.03 W/m^{2}K con riferimento ai serbatoi utilizzati negli articoli scientifici di riferimento.

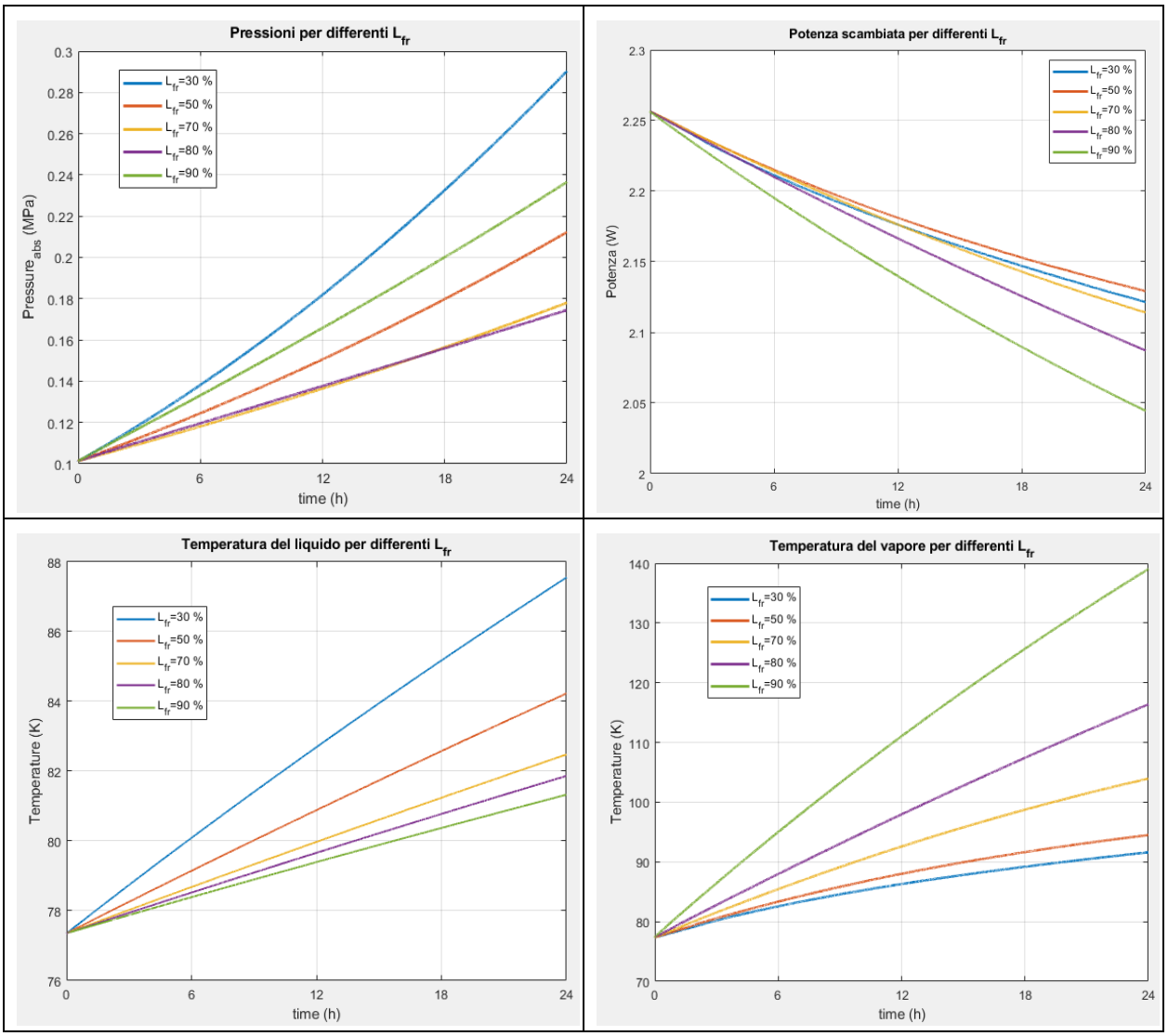


Tabella 7.2 – studio parametrico per differente riempimento iniziale

In *Tabella 7.3* si riportano i valori di energia che l'ambiente (alla temperatura di 15 °C) cede all'azoto contenuto nel serbatoio. I valori sono stati calcolati conoscendo la potenza e facendone l'integrale utilizzando la funzione *trapz* presente nella libreria di MatLab. Detta funzione calcola l'integrale di una funzione con il metodo dei trapezi.

Riempimento iniziale (%)	Calore (kJ)
30	~188
50	~189
70	~188
80	~187
90	~ 175

Tabella 7.3 - calore scambiato con l'esterno nel transitorio di 24 ore

Si può notare che la potenza scambiata è simile al variare di L_{fr}, mentre la temperatura varia in modo significativo.

La temperatura del vapore cresce più velocemente al cresce del coefficiente di riempimento iniziale perché la massa di vapore è minore quando L_{fr} cresce; di conseguenza tale volume si scalda più velocemente in quanto, nella fase vapore, la capacità termica del fluido è molto bassa per cui risente maggiormente l'incremento di temperatura.

Per il liquido accade l'esatto contrario: la massa di liquido è maggiore quando L_{fr} cresce. Ricordando che nella fase liquida il fluido ha capacità termica notevolmente maggiore rispetto alla fase vapore, la massa di liquido risente meno dell'incremento di temperatura anche se scambia più calore con l'esterno in quando ha maggiore area di scambio all'aumentare di L_{fr}

Per quanto riguarda la pressione notiamo – eccetto per $L_{fr} = 90\%$ – che le curve si inclinano all'aumentare del coefficiente di riempimento iniziale. Questo suggerisce che i serbatoi più pieni hanno un tempo di ritegno maggiore in quanto la pressione cresce lentamente. Questo comportamento è dovuto alla quantità di massa di liquido iniziale. In un serbatoio che contiene poca massa di liquido, ovvero coefficiente di riempimento iniziale (L_{fr}) basso, la pressione aumenta più velocemente a causa della maggiore massa evaporata [1].

La curva con $L_{fr} = 90\%$ segue un comportamento anomalo per cui il modello elaborato potrebbe avere dei limiti in alcuni casi.

7.2 Variazione trasmittanze

In questo studio è stata variata la coppia di trasmittanze U_V e U_V

In *Tabella 7.4* sono riassunti i parametri variabili imposti per questo studio. Le condizioni termodinamiche dell'azoto sono le stesse della *Tabella 4.1* ed il serbatoio si trova a pressione atmosferica (101,325 kPa) in un ambiente di 15°C.

L_{fr} (%)	f_{vl}(%)	$\delta(mm)$	$f_e = f_c(s^{-1})$	$\Delta t\ (s)$
30	98	8	0,1	4

Tabella 7.4 - Parametri variabili imposti per lo studio parametrico

Per semplicità è stato ipotizzato che trasmittanza del liquido e del vapore siano uguali. I valori scelti per lo studio parametrico sono:

$$U_L = U_V = [0{,}03\ \ 0{,}04\ \ 0{,}05\ \ 0{,}06\ \ 0{,}07]\ W/m^2K$$

Lo studio serve per valutare in che misura il grado di isolamento influisce sull'auto-pressurizzazione di un serbatoio criogenico.

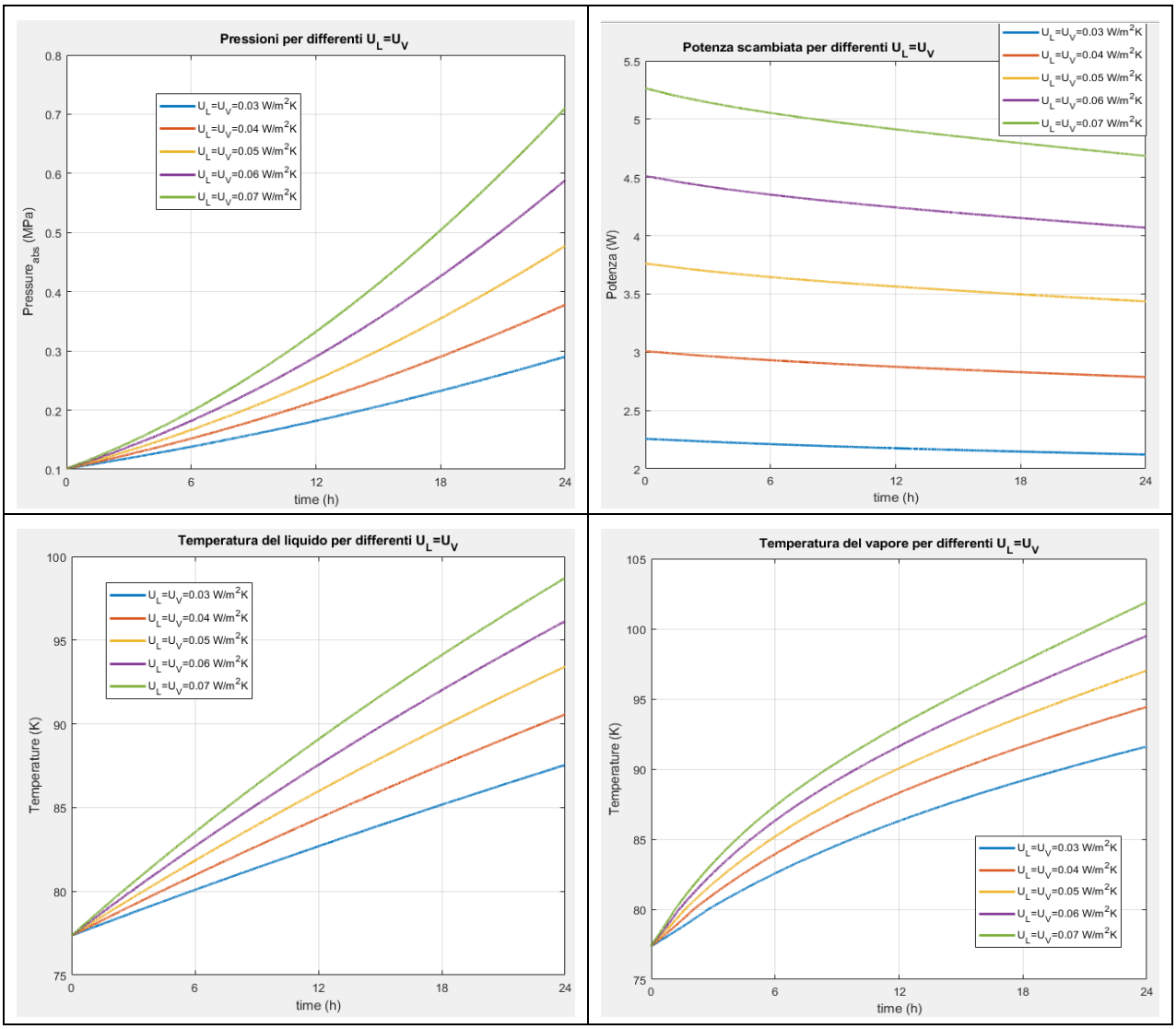


Tabella 7.5 – studio parametrico per differente trasmittanza

Come facile dedurre dai grafici ottenuti, fissando il riempimento iniziale, i serbatoi che hanno alto isolamento (cioè bassa trasmittanza termica) scambiano meno energia con l'esterno per cui il tempo di ritegno aumenta in quanto la pressione cresce più lentamente.

È interessante osservare anche la *Figura 7.1* che mostra la variazione di livello di liquido nel tempo. Questo comportamento è dovuto alla riduzione di densità del LN_2 quando cresce la temperatura, per cui si osserva un'espansione della fase liquida anche se avviene evaporazione. Questo comportamento è stato verificato anche dallo studio di Zhihao Wang [1].

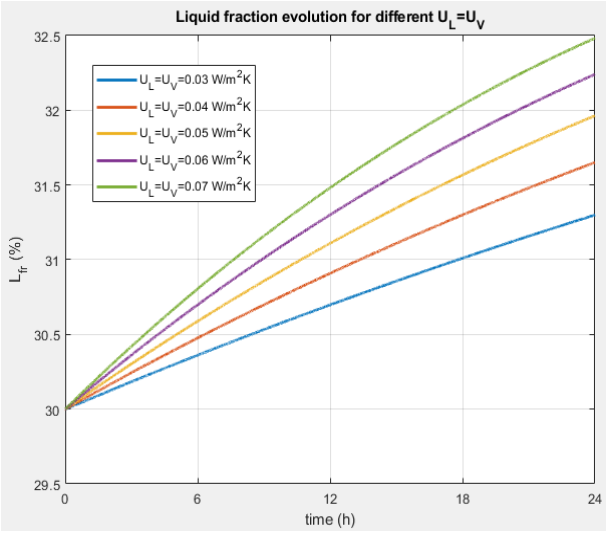


Figura 7.1 - Evoluzione del livello di liquido

La frazione di liquido mostrata in figura è calcolata come:

$$L_{fr} = \frac{L_L}{L_{serbatoio}} * 100 \qquad \text{Eq.7.1}$$

L_L è l'altezza del liquido aggiornata od ogni istante di tempo.

8 Confronto dati sperimentali vs modello

Per calibrare il modello di non-equilibrio termodinamico sviluppato in questa tesi, sono stati utilizzati i dati sperimentali forniti dall'azienda HVM. I dati sono riferiti ad un serbatoio da 31 L le cui dimensioni geometriche sono riassunte nella *Tabella8.1*. Il codice di calcolo è stato calibrato e poi convalidato dal set di dati disponibili.

8.1 Geometria serbatoio sperimentale

In questo paragrafo viene introdotto il serbatoio sottoposto ai rilievi sperimentali.

D_i	$325\ mm$	Sp1 $1{,}2\ mm$
D_e	$375\ mm$	Sp2 $1{,}5\ mm$
H_i	$425\ mm$	
H_e	$505\ mm$	

Tabella 8.1 - Dati geometrici serbatoio

Nella *Figura 8.2* si mostra il layout del serbatoio sperimentale. Tra i due gusci metallici è presente il vuoto per assicurare un ottimo grado di isolamento.

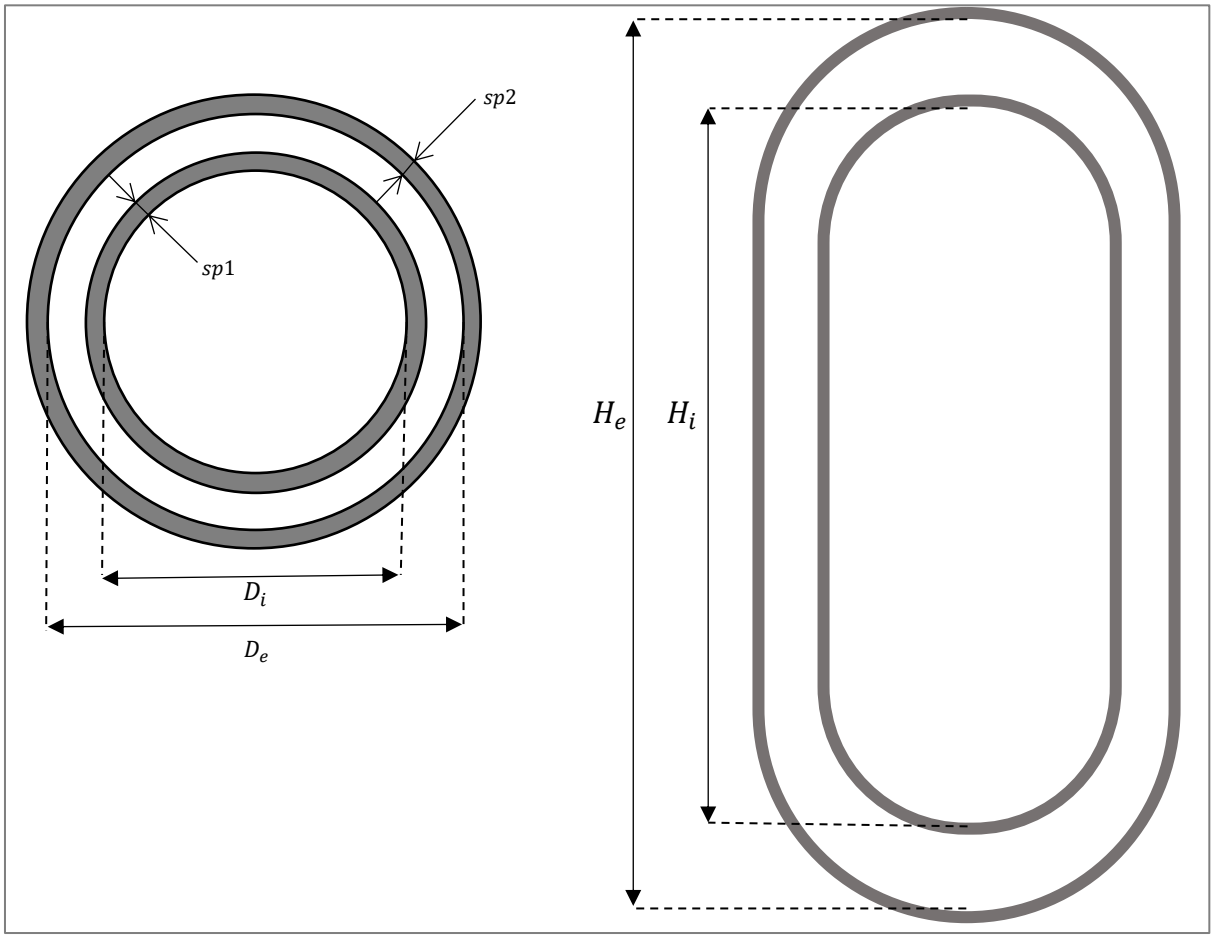


Figura 8.2 - layout serbatoio sperimentale

8.2 Geometria serbatoio simulazione

Il codice Matlab gestisce solamente le geometrie perfettamente cilindriche per cui è stata ricavata una nuova geometria con il medesimo volume del serbatoio sperimentale (31 L).

Per calcolare la nuova geometria, sono stati fissati diametro interno D_i e volume del serbatoio sperimentale, in seguito, è stata ricavata l'altezza del nuovo serbatoio cilindrico:

$$\pi \frac{D_i^2}{4} H_x = 0{,}031\ m^3 \rightarrow \quad H_x = 374\ mm$$

Il serbatoio utilizzato nella simulazione di convalida è mostrato in *Figura 8.3.* Come si nota dall'immagine, per modellizzare l'intero serbatoio è necessario conoscere l'area di una superficie cilindrica. Quest'ultima rappresenta la superficie di scambio termico utilizzata nelle Eq3.8 e Eq3.9 dalle quali si ricava la potenza scambiata tra ambiente e azoto.

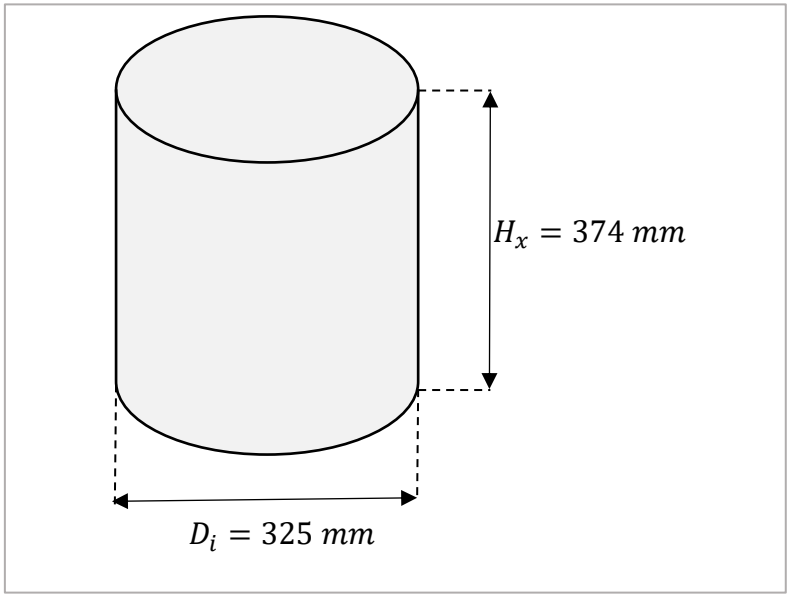


Figura 8.3 - Layout serbatoio da 31 L per simulazione

8.3 Dati sperimentali

I dati sperimentali sono stati ricavati effettuando misure di pressione sul serbatoio da 31 L con due riempimenti iniziali:

- Serbatoio A → $V = 31\ L$ e $L_{fr} \cong 50\%$
- Serbatoio B → $V = 31\ L$ e $L_{fr} \cong 10\%$

I dati sperimentali forniti dall'azienda HVM sono riassunti nelle *tabelle 8.2 8.3 8.6 e 8.7*.

Gli strumenti di misura utilizzati sono:

- Bilancia con sensibilità $\pm 0{,}003\ g$
- Manometro analogico con sensibilità $\pm 0{,}05\ bar$

Prima di iniziare i rilievi di pressione, i due serbatoi sono stati sottoposti ad un periodo di condizionamento che inizia quando l'azoto viene inserito. Questo periodo è necessario

affinché il fluido criogenico si stabilizzi. Infatti, durante il condizionamento la pressione diminuisce perché la fase vapore subisce una condensazione, pertanto, la lettura delle pressioni avviene con un ritardo di 22 ore dal riempimento del serbatoio.

Quando il serbatoio raggiunge la pressione atmosferica, iniziano i rilievi: la prima lettura avviene dopo 4 ore e la seconda dopo 8 ore. Anche per simulazione di convalida è stato imposto un transitorio di 8 ore per confrontare i risultanti nello stesso intervallo temporale.

In fine, i dati sperimentali sono stati utilizzati anche per stimare la trasmittanza di ogni serbatoio. Tale parametro serve per modellizzare lo scambio termico attraverso la superficie cilindrica precedentemente ricavata. Trattandosi di un valore di input, deve essere conosciuto a monte per avviare la simulazione.

8.3.1 Serbatoio A

Per calibrare il codice di calcolo sono stati utilizzati i valori sperimentali di pressione riferite al serbatoio A con riempimento iniziale del 50% circa i cui dati sono riepilogati nelle *Tabelle 8.2 e 8.3.*

Serbatoio A con $L_{fr} \cong 50\%$	
MATR	21105362OBL2
Tara [kg]	23,3
Peso [kg]	35,7
Durata Condizionamento [hh]	22

Tabella 8.2 - Misure peso serbatoio A

Serbatoio A con $L_{fr} \cong 50\%$	
Data e ora di lettura	Pressione [bar]
04/11/2021 08:00	0
04/11/2021 12:00	0,6
04/11/2021 16:00	1,15

Tabella 8.3 - Misure di pressione rilavate

Conoscendo tara e peso, si ricava la massa di liquido iniziale:

$$m_{tot} = Peso - Tara = 12{,}4\ kg \qquad \text{(Eq8.1)}$$

Il coefficiente di riempimento ($L_{fr} = V_L/V$) è stato calcolato dal bilancio iniziale di massa. Si riportano di seguito i passaggi:

$$m_{tot} = m_V + m_L = \rho_V\, V_V + \rho_L\, V_L = \rho_V\, (V - V_L) + \rho_L\, V_L \qquad \text{(Eq8.2)}$$

Dividendo per il volume totale V si ottiene:

$$m_{tot} = \rho_V\, (V - L_{fr}) + \rho_L\, L_{fr} \qquad \text{(Eq8.3)}$$

Riordinando, si ottiene l'espressione del coefficiente di riempimento iniziale i cui termini a destra dell'Eq8.4 sono tutti noti nelle condizioni iniziali.

$$L_{fr} = \frac{\frac{m_{tot}}{V} - \rho_V}{\rho_L - \rho_V} \qquad \text{(Eq8.4)}$$

Sostituendo i valori si ottiene un riempimento iniziale di:

$$L_{fr} = 49{,}33\ \% \qquad \text{(Eq8.5)}$$

La trasmittanza del serbatoio è stata stimata dai dati sperimentali considerando una trasformazione isocora del fluido, con pressione iniziale di 0,10 MPa e pressione finale di circa 0,22 MPa.

Dal primo principio della termodinamica per i sistemi chiusi è stato ricavato il calore che il fluido riceve per aumentare la pressione da 0,1 a 0,22 MPa. In questa condizione il fluido si trova in condizioni di saturazione per cui è possibile ricavare le rispettive temperature.

La trasmittanza stimata è quella riferita alla superficie di scambio del liquido perché rappresenta la fase di maggior rilievo nel serbatoio. Non avendo elementi per stimare la trasmittanza relativa alla fase vapore, nella simulazione è stata imposta l'uguaglianza delle trasmittanze $U_L = U_V$.

La stima presenta le seguenti ipotesi:

- Massa di liquido costante durante le 8 ore (evaporazione assente);
- La trasmittanza del liquido è posta uguale alla trasmittanza del vapore $U_L = U_V$;
- Il liquido è sempre in condizioni sature; questo permette il calcolo della temperatura di saturazione;
- Area superiore del liquido adiabatica;
- Area di scambio termico cilindrica

Nella *Tabella8.4* sono riportati i dati necessari per stimare la trasmittanza termica del liquido. I valori di temperatura e calore specifico a volume costante, sono stati ricavati dalla libreria mini-REFPROP 10.0 considerando il fluido nelle condizioni di liquido saturo.

Tempo (ore)	Pressione relativa (bar)	Pressione assoluta (MPa)	Temperatura di saturazione (K)	$c_v \frac{kJ}{kgK}$	Massa liquido (kg) $[L_{fr} = 49{,}33\ \%]$
0	0	0,10	77,2	1,08	12,3
4	0,6	0,16	81,6	1,06	12,3
8	1,15	0,22	84,6	1,05	12,3

Tabella 8.4 – riepilogo dati sperimentali per il calcolo della trasmittanza del liquido del serbatoio A. Il riquadro evidenziato a sinistra contiene i dati sperimentali forniti da HVM.

Per ricavare il calore che, durante il transitorio, l'ambiente cede all'azoto, è stato applicato il Primo Principio della termodinamica per una trasformazione isocora (Eq8.6). Il lavoro interno risulta essere nullo perché il serbatoio è rigido.

$$Q = \Delta U = M * c_v * (T_{LN_2,finale} - T_{LN_2,iniziale}) \qquad \text{(Eq8.6)}$$

$$P = {}^{Q}/_{tempo} \qquad \text{(Eq8.7)}$$

$$P = U_{L,stimata} * A_L * (T_a - T_{LN_2}) \qquad \text{(Eq8.8)}$$

Considerando la massa (M) di liquido costante ed il calore specifico pari alla media dei valori riportati in *Tabella 8.4*, si ottiene un calore di **96,7 kJ** e tramite l'Eq 8.7, si ricava la potenza scambiata nel transitorio di 8 ore.

Ipotizzando che la potenza scambiata durante il transitorio sia costante si utilizza l'Eq8.8 per stimare la trasmittanza che modellizza lo scambio termico tra ambiente e azoto liquido. La *Tabella8.5* riporta valori con tre cifre significative utilizzati per la stima.

$P\ (W)$	$A_L\ (m^2)$	$T_a(K)$	$T_{LN_2}(K)$	$U_{L,stimata}(W/m^2K)$
3,36	0,271	288	84,6	0,061

Tabella 8.5 - Dati per calcolo trasmittanza liquido del serbatoio A

L'area di scambio del liquido (A_L) è stata ricavata dai dati geometrici del serbatoio cilindrico di simulazione (*Figura8.3)* e dal livello di liquido iniziale calcolato con Eq8.5 per il serbatoio A.

Sulla base delle ipotesi fatte e dall'accuratezza dei dati disponibili, si ritiene opportuno considerare uno scostamento di $\pm 0.01\, W/m^2K$ dal valore di trasmittanza stimata poiché il calcolo può essere affetto da diversi errori.

8.3.2 Serbatoio B

Per convalidare il codice di calcolo sono stati utilizzati i valori sperimentali di pressione riferite al serbatoio B con riempimento iniziale del 10% circa i cui dati sono riepilogati nelle *Tabelle 8.6 e 8.7.*

Serbatoio B con $L_{fr} \cong 10\%$	
MATR	21105327OBL2
Tara [kg]	23,3
Peso [kg]	25,7
Durata Condizionamento [hh]	22

Tabella 8.6 - Misure peso serbatoio B

Serbatoio B con $L_{fr} \cong 10\%$	
Data e ora di lettura	Pressione [bar]
04/11/2021 08:00	0
04/11/2021 12:00	0,5
04/11/2021 16:00	1

Tabella 8.7 - misure di pressione rilavate

Dai dati disponibili, conoscendo tara e peso, si ricava la massa di liquido iniziale:

$$m_{tot} = Peso - Tara = 2{,}4\ kg \qquad \text{(Eq8.9)}$$

Anche per il serbatoio B è stata calcolata la frazione di liquido iniziale come nel caso precedente (Eq8.4), ottenendo:

$$L_{fr} = 9{,}08\ \% \qquad \text{(Eq8.10)}$$

La *Tabella8.8* riporta i dati sperimentali ed i dati ricavati dalla libreria mini-REFPROP 10.0; anche in questo caso verrà preso il calore specifico medio a volume costante.

Tempo (ore)	Pressione relativa (bar)	Pressione assoluta (MPa)	Temperatura di saturazione (K)	$c_v \frac{kJ}{kgK}$	Massa liquido (kg) $[L_{fr} = 9{,}08\ \%]$
0	0	0,10	77,2	1,08	2,27
4	0,5	0,15	80,8	1.06	2,27
8	1	0,20	83,6	1,05	2,27

Tabella 8.8 - riepilogo dati sperimentali per il calcolo della trasmittanza del liquido del serbatoio B

Come per il caso precedente, anche per il serbatoio B è stata stimata la trasmittanza del liquido, utilizzando le Eq8.6 8.7 8.8. Il calore ricavato dal Primo Principio Eq8.6 considerando una trasformazione isocora è di circa **15,4 kJ**. I dati utilizzati per la stima della trasmittanza relativa alla superficie dell'azoto liquido sono riportati nella *Tabella8.9.*

In questo caso, per il serbatoio B si considera uno scostamento della trasmittanza di $\pm 0.005\ W/m^2K$, in quanto il codice è molto sensibile a piccole variazioni di tale parametro.

Questa osservazione suggerisce che la stima del coefficiente di scambio termico è un'operazione delicata per cui si ritiene che sia necessario avere più dati per ottenere un valore attendibile

$P\ (W)$	$A_L\ (m^2)$	$T_a(K)$	$T_{LN_2}(K)$	$U_{L,stimata}(W/m^2K)$
0,535	0,117	288	83,6	0,020

Tabella 8.9 - Dati per calcolo trasmittanza liquido del serbatoio B

Anche in questo caso l'area di scambio A_L del liquido è stata calcolata con i dati riportati in *Figura8.3* e dal coefficiente di riempimento iniziale ricavato dall' Eq8.5 per il serbatoio B.

8.4 Calibrazione del codice

Il primo confronto (per calibrare il modello) è stato fatto con il serbatoio A, riempito inizialmente a circa il 50 % della sua capienza.

Per confrontare i dati sperimentali del serbatoio A con quelli della simulazione, nei grafici sono stati inseriti i seguenti error bar:

- **Error bar dati sperimentali:** dovuti all'eventuale errore di lettura dell'operatore (manometro analogico)
- **Error bar simulazione:** è dovuto alla stima della trasmittanza del liquido. Infatti, la stima di questo valore è affetta da incertezze generate dalle ipotesi di calcolo (par 8.3.1). Per esempio, l'area di scambio del serbatoio cilindrico (per simulazione) non coincide con quella del serbatoio reale (*figura8.2*) e, inoltre, la massa di liquido non è costante durante il transitorio. Per tenere conto di queste approssimazioni dettate dalle ipotesi, è stato considerato un errore di calcolo della trasmittanza pari a $\pm 0.01\ W/m^2K$.

Per questa simulazione sono stati fissati i parametri liberi riportati in *Tabella 8.10,* la cui scelta è stata fatta tramite uno studio di ottimizzazione: i coefficienti di evaporazione e condensazione sono congelati a 0,1 in quanto potrebbero portare ad una divergenza nel calcolo della pressione [1], dedotto anche dallo studio di convergenza presente al paragrafo 6.4. Il parametro δ è stato fissato (e congelato) nel valore medio tra i valori limite (5-10 mm) [4]. Il coefficiente f_{vl} è stato fissato a 98%, il quale indica il valore intermedio fra quello utilizzato da PEREZ [2] ed il 100% (coincidenza del modello di non-equilibrio ed equilibrio termodinamico, $T_V = T_L$ per qualsiasi istante di tempo). Per ricavare il parametro f_{vl}, sarebbero necessarie misure sperimentali della temperatura del vapore; poiché tale parametro influenza maggiormente l'evoluzione della temperatura del vapore. Non avendo disponibilità di tali dati sperimentali, il valore sarà congelato a 98 %.

$f_{vl}(\%)$	$\delta\ (mm)$	$f_e = f_c\ (s^{-1})$	$\Delta t\ (s)$	$U_L(W/m^2K)$
98	8	0,1	4	$0{,}061 \pm 0{,}01$

Tabella 8.10 - Riepilogo parametri variabili utilizzati per simulazione del serbatoio A

Il grafico in *Figura8.4* mette a confronto i dati sperimentali con quelli della simulazione ottenuta con trasmittanza $U_V = U_L = \ 0{,}061\ W/m^2K$. L'error bar della simulazione è riferito al calcolo della pressione nel range di trasmittanza ($\pm 0{,}01\ W/m^2K$) dovuto alla sua approssimazione. La *Tabella8.11* mostra le pressioni che il modello calcola per diverse utilizzando diverse trasmittanze; dai dati ricavati dalle simulazioni si può notare che i serbatoi con alto isolamento subiscono un incremento lieve di pressione.

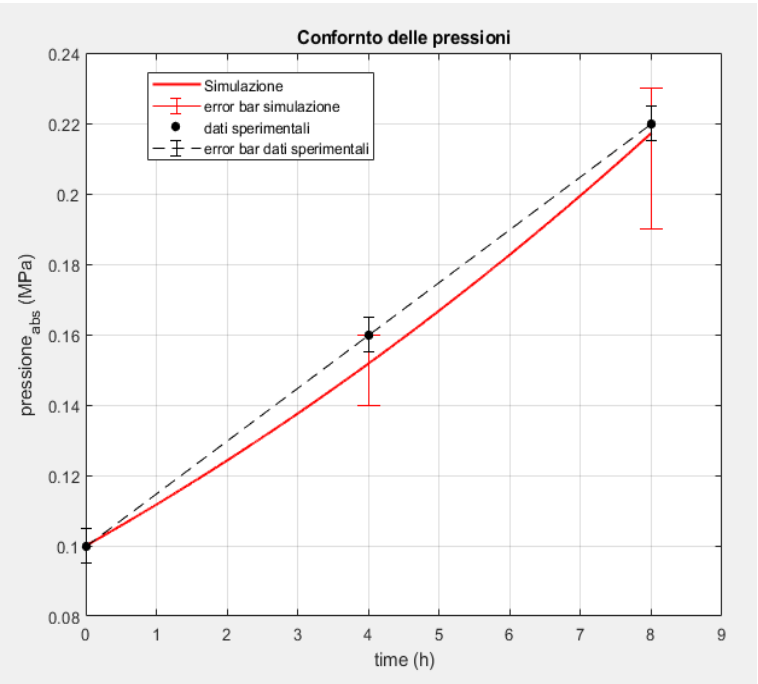


Figura8.4 - Calibrazione. Confronto dati serbatoio A vs simulazione

$U_L = U_V\ (W/m^2K)$	0,071	**0,061**	0,051
t	$p_{abs,simulazione}\ (MPa)$		
0	0,10	**0,10**	0,10
4	0,16	**0,15**	0,14
8	0,23	**0,22**	0,19

Tabella 8.11 – riepilogo dati simulazione per diverse trasmittanze. I valori in grassetto sono stati confrontati con quelli sperimentali.

In Tablla8.12 si riporta un confronto numerico fra le pressioni dei dati sperimentali e quelle ricavate dal codice di calcolo ($U_L = U_V = 0{,}061\ W/m^2K$).

	$p_{exp}\ (MPa)$	$p_{sim}\ (MPa)$	$\Delta_{sim}\ (MPa)$	$\Delta_{exp}\ (MPa)$	err_{rel} (%)
t=0	0,10	**0,10**	0	0	0
t=4 ore	0,16	**0,15**	0,05	0,06	-16,7
t=8 ore	0,22	**0,22**	0,12	0,12	0

Tabella8.12 – confronto dati sperimentali serbatoio A vs simulazione

Dove:

p_{exp} sono i dati sperimentali forniti da HVM

p_{sim} sono i risultati ottenuti codice di calcolo del modello di non-equilibrio termodinamico

Per confrontare numericamente i due set di dati, sono stati calcolati i delta incremento pressione e l'errore relativo, dalle Eq8.11 8.12 8.13. I risultati si trovano nella *Tabella8.12*.

$$\Delta_{sim} = p_{sim} - p_{iniz} \qquad \text{(Eq8.11)}$$

$$\Delta_{exp} = p_{exp} - p_{iniz} \qquad \text{(Eq8.12)}$$

$$err_{rel} = \frac{\Delta_{sim} - \Delta_{exp}}{\Delta_{exp}} \qquad \text{(Eq8.13)}$$

Dove p_{iniz} è pari alla pressione assoluta di 0,1 MPa all'istante t=0.

Dal codice Matlab, utilizzando la funzione *trpz*, è possibile calcolare il calore che il liquido scambia con l'esterno. La simulazione restituisce un valore di circa **100,1 kJ** che confrontato con il calore scambiato da una trasformazione isocora (96,7 kJ ricavato dall' Eq8.6 per il serbatoio A, par 8.3.1), si desume che la trasmittanza del liquido è stata stimata con discreta accuratezza, considerando che lo scostamento tra i due valori è di 3,4 kJ.

8.5 Convalida del modello

Dopo aver congelato i parametri variabili (f_{vl} δ f_c f_e), si procede con la convalida del modello, confrontando i dati sperimentali del serbatoio B (riempimento iniziale di circa il 10%) con una nuova simulazione che mantiene costanti i suddetti parametri.

In *Tabella8.13* si trova il riepilogo dei dati precedentemente "congelati" utilizzati nella simulazione di convalida. Le condizioni iniziali del fluido sono le medesime della simulazione di calibrazione (par 8.4) ad eccezione del valore L_{fr} iniziale e della trasmittanza, calcolati al par 8.3.2.

f_{vl} (%)	δ (mm)	$f_e = f_c(s^{-1})$	Δt (s)	$U_L(W/m^2K)$
98%	8	0,1	4	$0{,}020 \pm 0{,}005$

Tabella 8.13 - Riepilogo parametri variabili utilizzati per simulazione del serbatoio B

Il grafico in *Figura8.5* mette a confronto i dati sperimentali con quelli della simulazione ottenuta con trasmittanza $U_V = U_L = \ 0{,}020\ W/m^2K$, ricavata al par 8.1.2.

Si nota immediatamente che la simulazione (curva rossa in *Figura8.5*) sovrastima le pressioni del serbatoio reale B, in quanto la trasmittanza stimata è affetta da errori; per cui il valore $0{,}020\ W/m^2K$ utilizzato nel codice di calcolo non è attendibile.

L'errore principale potrebbe essere dovuto all'area di riferimento: nel caso reale il liquido poggia nella parte della calotta del serbatoio per cui scambia calore attraverso un'area diversa rispetto alla geometria cilindrica utilizzata in simulazione.

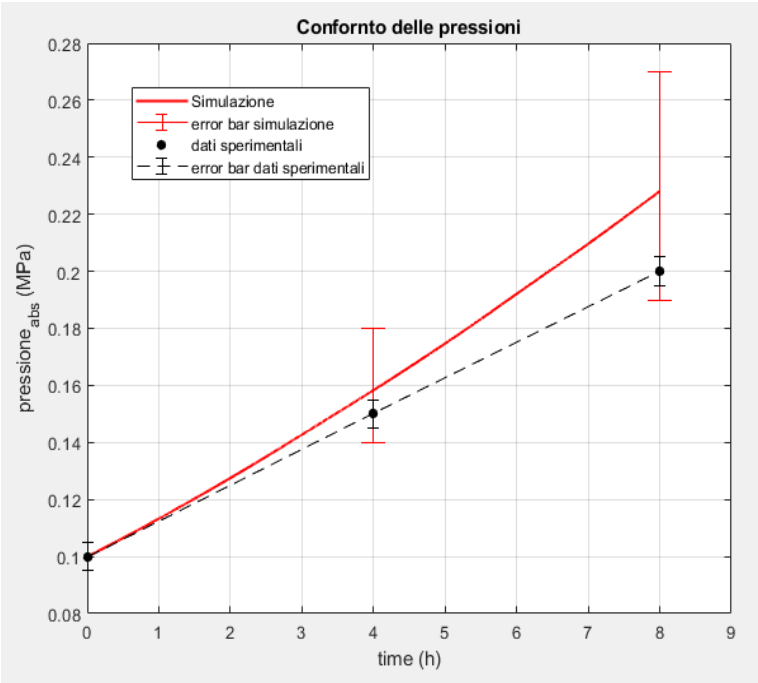


Figura8.5 - Convalida. Confronto dati serbatoio B vs simulazione $U_V = U_L = \ 0{,}020\ W/m^2K$

La *Tabella8.14* mostra le pressioni che il modello calcola a diverse trasmittanze, che identificano l'error bar della simulazione. Come anticipato precedentemente, la trasmittanza è un parametro che influenza molto la pressione ricavata con il codice di calcolo, in quanto piccole variazioni (nell'ordine di $0{,}005\ W/m^2K$) generano scostamenti di pressione notevoli rispetto ai dati sperimentali.

$U_L = U_V\ (W/m^2K)$	0,025	0,020	0,015
t	$p_{abs,simulazione}\ (MPa)$		
0	0,10	**0,10**	0,10
4	0,18	**0,16**	0,14
8	0,27	**0,23**	0,19

Tabella8.14- Riepilogo dati simulazione per diverse trasmittanze. I valori in grassetto sono stati confrontati con quelli sperimentali

Per confrontare numericamente i due set di dati (pressioni sperimentali e pressioni calcolate dal codice di calcolo), sono stati ricavati i delta incremento pressione e l'errore relativo, dalle Eq8.11 8.12 8.13 utilizzate allo stesso modo nel par8.4. I risultati si trovano nella *Tabella8.15* e indicano che il modello non è allineato con i dati sperimentali: la pressione calcolata a fine transitorio è di circa 2,3 bar, mentre i rilevi sperimentali indicano 2 bar (pressioni assolute). Anche se lo scostamento tra i due valori è di 0,3 bar, ciò genera un errore del 30 % relativo ai delta incremento pressione.

	$p_{exp}\ (MPa)$	$p_{sim}\ (MPa)$	$\Delta_{exp}\ (MPa)$	$\Delta_{sim}\ (MPa)$	err_{rel} (%)
t=0	0,10	0,10	0	0	0
t=4 ore	0,15	0,16	0,05	0,06	25%
t=8 ore	0,20	0,23	0,10	0,13	30%

Tabelle 8.15 – confronto dati sperimentali serbatoio B vs simulazione con $U_V = U_L = 0{,}020\ W/m^2K$

Gli error bar della simulazione e dei dati sperimentali hanno intervalli comuni, e per questo motivo è stato utilizzato un valore diverso di trasmittanza valido per simulare correttamente l'incremento di pressione del serbatoio B.

Per la nuova simulazione di allineamento, è stata scelta una trasmittanza inferiore a quella stimata, prendendo il valor medio arrotondato per difetto tra $0{,}0020 - 0{,}015\ W/m^2K$.

In *Figura8.6* è rappresentato il confronto grafico tra la neo-simulazione e le pressioni sperimentali. Si nota immediatamente che la curva ricavata dal codice segue la tendenza dei dati sperimentali.

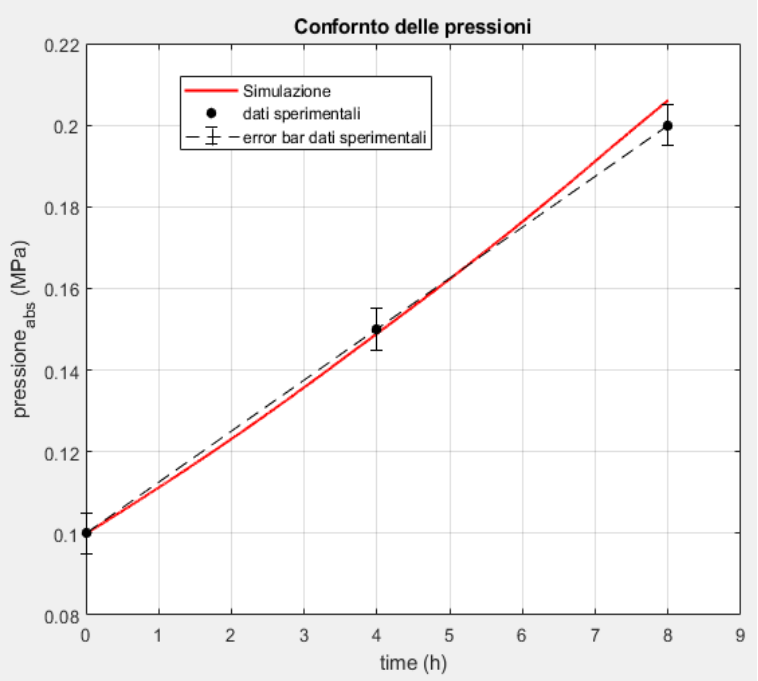


Figura8.6 – confronto tra dati sperimentali serbatoio B e simulazione con $U_L = U_V = 0{,}017\ W/m^2K$

Anche in questo caso, utilizzando la funzione *trapz*, è possibile calcolare il calore che il liquido scambia con l'esterno.

Il codice Matlab restituisce un valore di circa **12 kJ** che confrontato con il calore scambiato da una trasformazione isocora (15,4 kJ ricavato dall' Eq8.6 per il serbatoio B), si desume che la trasmittanza del liquido è stata stimata con discreta accuratezza, considerando che lo scostamento fra le energie è di 3,4 kJ.

	$p_{exp}\ (MPa)$	$p_{sim}\ (MPa)$	$\Delta_{exp}\ (MPa)$	$\Delta_{sim}\ (MPa)$	err_{rel} (%)
t = 0	0,1	0,10	0	0	0
t = 4 ore	0,15	0,15	0,05	0,05	0
t=8 ore	0,20	0,21	0,10	0,11	10

Tabella8.16– confronto dati sperimentali serbatoio B vs simulazione con $U_V = U_L = 0{,}017\ W/m^2K$

Dai risultati ottenuti si evince che il modello segue con buona approssimazione i dati sperimentali purché la trasmittanza del serbatoio sia accuratamente stimata.

In conclusione, si ribadisce che la trasmittanza deve essere valutata correttamente per i seguenti motivi:

- L'area di scambio riferita alla trasmittanza stimata non è corretta: nella simulazione è stata presa in considerazione l'area di un cilindro; nel serbatoio reale invece l'area di scambio che si riferisce al liquido è sicuramente diversa. Questo è possibile verificarlo dalla *Figura8.2*
- L'altezza del serbatoio sperimentale e della simulazione hanno altezze diverse (rispettivamente 425 mm e 374 mm) per cui l'aspect-ratio dei serbatoi è differente.
- La trasmittanza riferita al liquido non è la medesima della trasmittanza riferita al vapore: questo può generare errori di calcolo per il flusso termico scambiato che è responsabile dell'auto-pressurizzazione del serbatoio.

Sulla base di queste di questa considerazione, si ritiene indispensabile valutare meticolosamente la trasmittanza dei serbatoi criogenici. Il modello elaborato in questo studio può essere ritenuto convalidato a patto che il coefficiente di scambio termico sia noto a monte.

9 Grafici simulazione serbatoio A

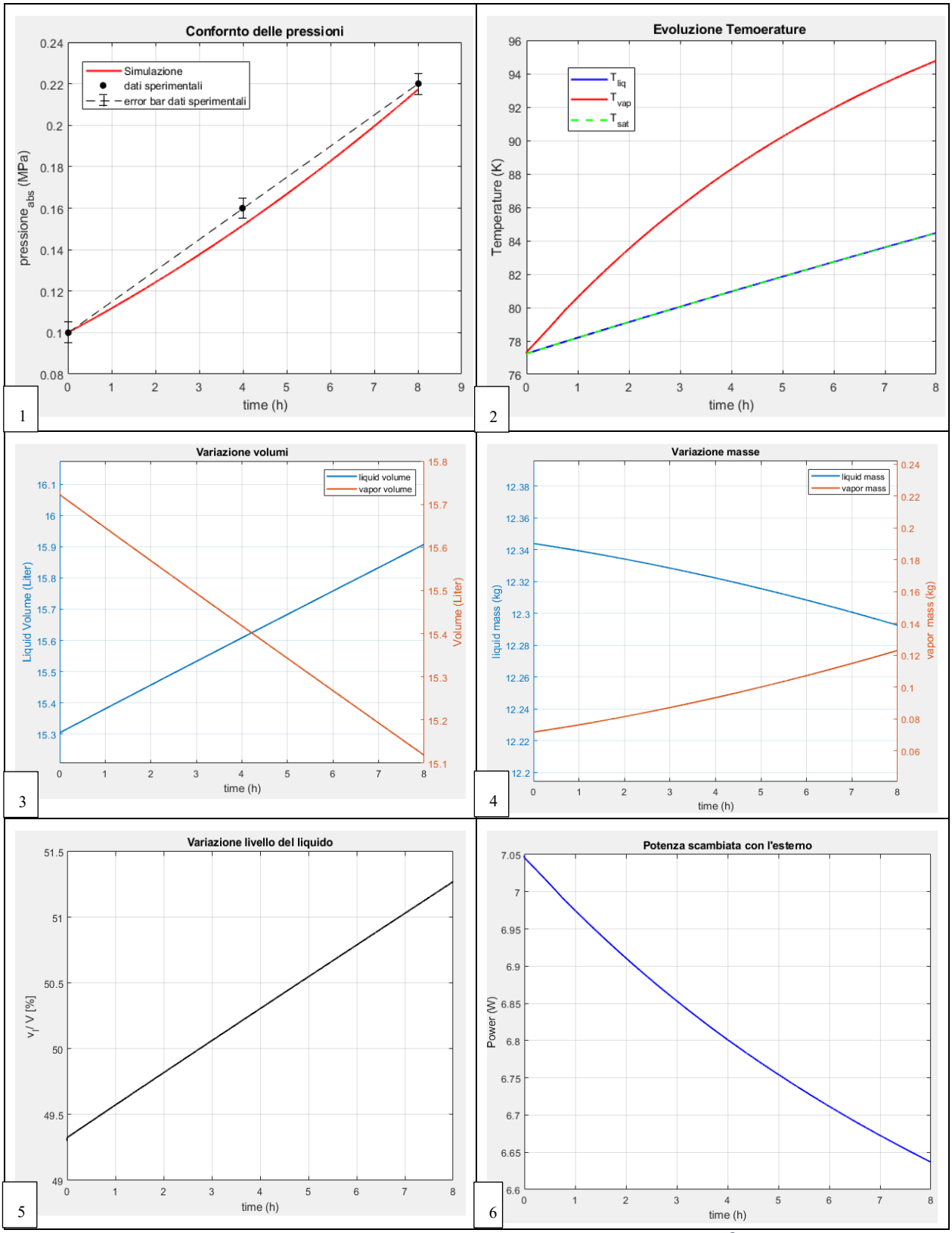


Tabella 9.1 – Grafici per simulazione serbatoio A ($L_{fr} \cong 50\ \%\ U_V = U_L = 0{,}061\ W/m^2K$)

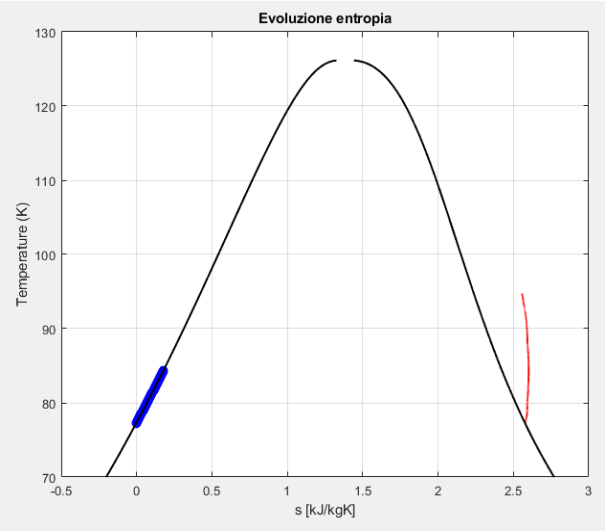


Figura 9.1 – Trasformazione termodinamica delle fasi liquido (blu) e vapore (rosso)

Dai grafici ottenuti è possibile comprendere a pieno il comportamento del fluido criogenico nelle 8 ore di simulazione.

Il tempo di ritegno del serbatoio viene valutato dall'incremento di pressione (*Tabella 9.1 img1*), mentre tutti gli altri grafici danno ulteriori dettagli alla simulazione. Si può notare che per il serbatoio A, le temperature di liquido e vapore (*Tabella 9.1 img2*) non sono le stesse: questa è una delle caratteristiche principali del modello di non equilibrio termodinamico in quanto studia separatamente i volumi di controllo delle due fasi.

È interessante notare che il livello del fluido (L_{fr} in *Tabella 9.1 img5*) cresce con il tempo: questo accade perché il liquido subisce un'espansione dovuta dall'incremento di temperatura che genera una riduzione della densità del liquido. Questo comportamento è anche responsabile dell'incremento di pressione in quanto tende a schiacciare il cuscinetto di gas nella parte superiore del serbatoio.

La variazione delle masse (*Tabella 9.1 img4*) dimostra che il modello calcola anche la massa che evapora nel transitorio. Si può notare dal grafico, che circa 100 grammi di liquido sono evaporati nel transitorio. Questo ha generato un incremento di pressione di circa 1,2 bar in quanto la densità del vapore è di due ordini di grandezza inferiore a quella del liquido, per cui la massa evaporata tende ad occupare più spazio nella fase vapore.

La potenza scambiata dal serbatoio (*Tabella 9.1 img6*) è la somma della potenza scambiata dal vapore e dal liquido con l'ambiente esterno (15 °C). Essa non varia molto durante il transitorio in quanto la trasmittanza è bassa e le temperature non subiscono incrementi notevoli. Questa potenza tende a ridursi a mano a mano che la temperatura cresce avvicinandosi a quella ambiente.

Infine, in *Figura9.1* è possibile osservare la trasformazione termodinamica del vapore: questa risulta simile ad una trasformazione isoentropica. Il liquido, invece, percorre una trasformazione sulla c.l.i perché il suo stato termodinamico è stato imposto in condizioni di saturazione.

10 Grafici simulazione serbatoio B

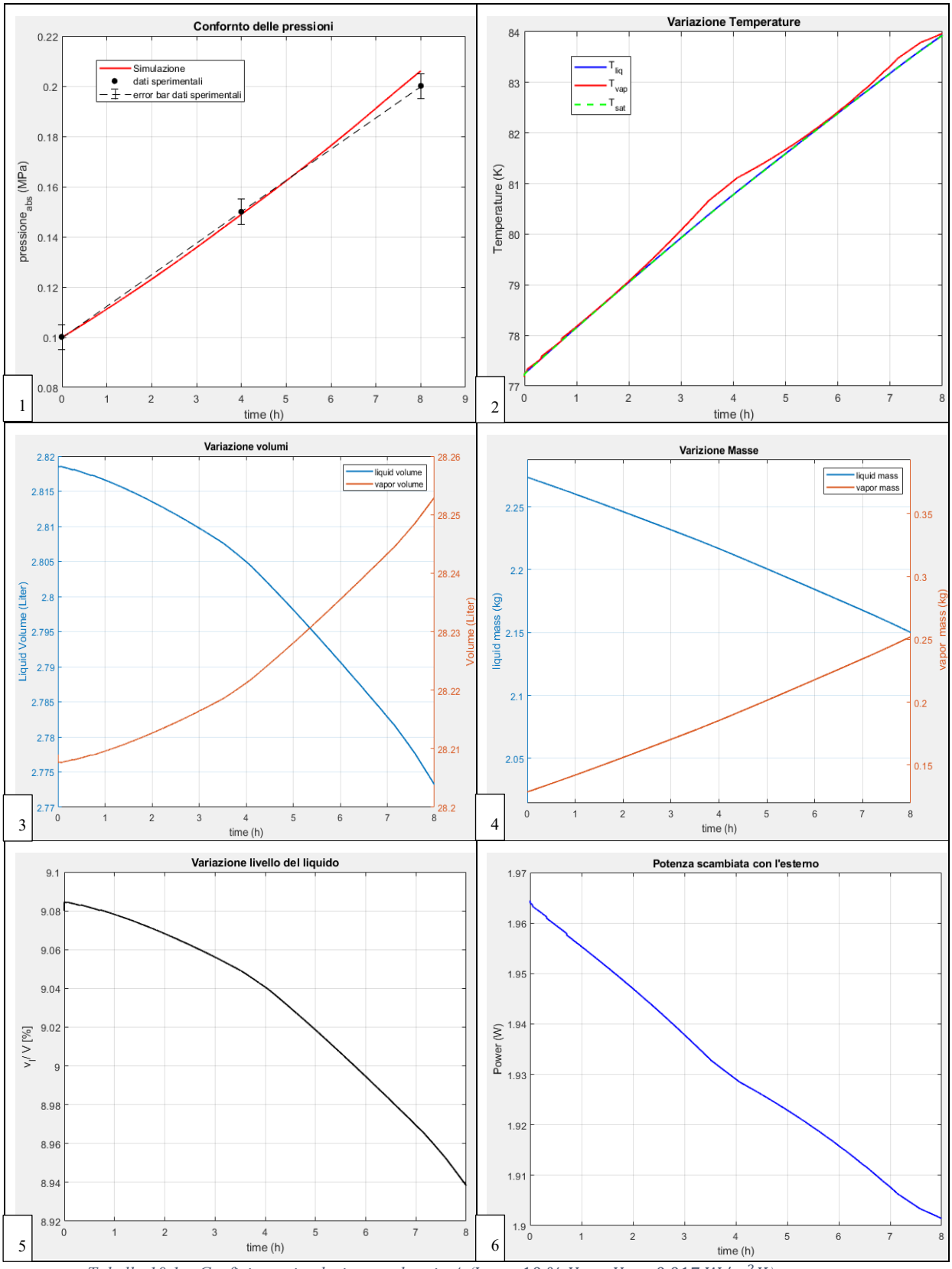


Tabella 10.1 – Grafici per simulazione serbatoio A ($L_{fr} \cong 10\ \%\ U_V = U_L = 0{,}017\ W/m^2K$)

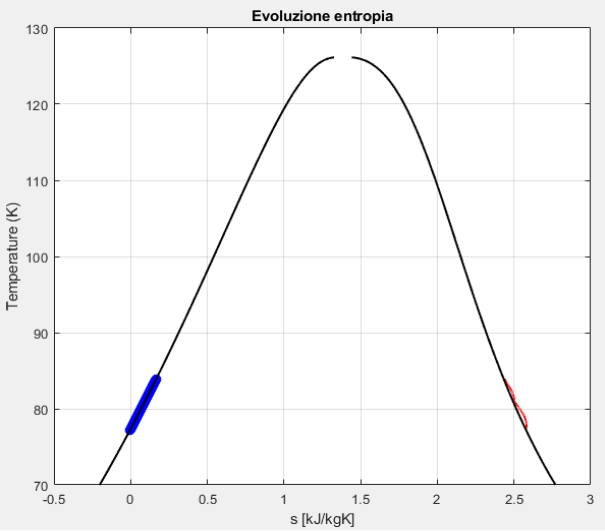


Figura 10.1 – Trasformazione termodinamica delle fasi liquido (blu) e vapore (rosso)

Dai grafici ottenuti è possibile comprendere a pieno il comportamento del fluido criogenico nelle 8 ore di simulazione.

Il tempo di ritegno del serbatoio viene sempre valutato dall'incremento di pressione (*Tabella 10.1 img1*). Si può notare che per la seconda simulazione del serbatoio B, le temperature di liquido (*Tabella 10.1 img2*) e vapore sono quasi allineate: questo accade perché il serbatoio ha basso coefficiente di riempimento per cui, il vapore cede molto calore al liquido perché è stato fissato il coefficiente f_{vl} pari al 98 %.

È interessante notare che il livello del fluido (*Tabella 10.1 img5*) decresce con il tempo: questo accade perché l'espansione che liquido subisce è sovrastata dal fenomeno dell'evaporazione che è sempre responsabile dell'incremento di pressione.

La variazione delle masse (*Tabella 10.1 img4*) è visibile anche in questo caso. Si può notare dal grafico, che circa 130 grammi di liquido sono evaporati nel transitorio: questo ha generato un incremento di pressione di circa 1 bar in quanto la densità del vapore è inferiore di due ordini di grandezza rispetto a quella del liquido, per cui la massa evaporata tende ad occupare più spazio nella fase vapore.

La potenza scambiata dal serbatoio (*Tabella 10.1 img6*) è la somma della potenza scambiata dal vapore e dal liquido con l'ambiente esterno (15 °C). Essa non varia molto, come nel caso precedente, in quanto la trasmittanza è bassa e le temperature non subiscono incrementi notevoli. Questa potenza tende a ridursi a mano a mano che la temperatura cresce avvicinandosi a quella ambiente.

Infine, si nota un legame tra il grafico di *Tabella 10.1 img2* e la *Figura10.1:* la temperatura del vapore è quasi simile alla temperatura di saturazione per cui, la trasformazione termodinamica del vapore segue un percorso vicino la c.l.s.

11 Simboli

NOME	SIGNIFICATO	UNITÀ DI MISURA
T_L	Temperatura della fase liquida	K
T_L	Temperatura fase vapore	K
T_a	Temperatura ambiente esterno	K
T_{Sat}	Temperatura di saturazione	K
p	Pressione del serbatoio	Pa
D_e	Diametro serbatoio esterno	m
D_i	Diametro serbatoio interno	m
δ	Spessore zona bifase	m
$\mathrm{A_{base}}$	Area di base del serbatoio cilindrico per simulazione	m^2
$A_{lat,V}$	Superficie laterale del vapore	m^2
$A_{top,V}$	Superficie della circonferenza superiore del serbatoio cilindrico	m^2
$A_{lat,L}$	Superficie laterale del liquido	m^2
$A_{bottom,L}$	Superficie della circonferenza inferiore del serbatoio cilindrico	m^2
L_{fr}	Frazione di liquido o coefficiente di riempimento	%
ρ_L	Densità liquido	kg/m^3
ρ_V	Densità vapore	kg/m^3
m_{tot}	Massa totale fluido	kg
m_L	Massa liquido	kg
$\dot{m}'''_{evap}$	Rateo volumetrico di evaporazione	$kg/(m^3 s)$
$\dot{m}'''_{cond}$	Rateo volumetrico di condensazione	$kg/(m^3 s)$
m_V	Massa vapore	kg
$\dot{m}_{VL}$	Portata di liquido evaporata	kg/s
$\dot{m}_{rel}$	Portata di vapore rilasciata in ambiente	kg/s

V_L	Volume occupato dal liquido	m^3
V_V	Volume occupato dal vapore	m^3
V	Volume interno serbatoio	m^3
$V_{interface}$	Volume occupato dalla zona bifase	m^3
Δt	Passo temporale	s
h_L	Entalpia specifica liquido	kJ/kg
h_V	Entalpia specifica vapore	kJ/kg
H_L	Entalpia liquido	kJ
H_V	Entalpia vapore	kJ
s_L	Entropia specifica liquido	$kJ/(kg\,K)$
s_V	Entropia specifica vapore	$kJ/(kg\,K)$
c_p	Calore specifico a pressione costante	$kJ/(kg\,K)$
c_v	Calore specifico a volume costante	$kJ/(kg\,K)$
$\dot{Q}_V$	Flusso di calore che l'ambiente cede alla fase vapore di azoto	kW
$\dot{Q}_L$	Flusso di calore che l'ambiente cede alla fase liquida di azoto	kW
$\dot{Q}_{VL}$	Flusso di calore che trasferito vapore al liquido	kW
P	Potenza	W
β_V	coefficienti di espansione volumetrica vapore	K^{-1}
β_L	coefficienti di espansione volumetrica liquido	K^{-1}
α_V	Diffusività termica vapore	cm^2/s
α_L	Diffusività termica liquido	cm^2/s
ν_V	Viscosità cinematica vapore	cm^2/s
ν_L	Viscosità cinematica liquido	cm^2/s
k_V	Conducibilità termica vapore	W/m^2K
k_V	Conducibilità termica vapore	W/m^2K
f_e	Coefficiente di evaporazione	s^{-1}
f_c	Coefficiente di condensazione	s^{-1}
f_{vl}	Frazione di calore che il vapore cede al liquido	%

12 Riferimenti Bibliografici

[1] WANG, Zhihao; SHARAFIAN, Amir; MÉRIDA, Walter. Non-equilibrium thermodynamic model for liquefied natural gas storage tanks. *Energy*, 2020, 190: 116412.

[2] PEREZ, Fernando, et al. Measurements of boil-off gas and stratification in cryogenic liquid nitrogen with implications for the storage and transport of liquefied natural gas. *Energy*, 2021, 222: 119853.

[3] MIGLIORE, Calogero; TUBILLEJA, Cristina; VESOVIC, Velisa. Weathering prediction model for stored liquefied natural gas (LNG). *Journal of natural gas science and engineering*, 2015, 26: 570-580.

[4] Beduz C, Scurlock RG. Evaporation mechanisms and instabilities in cryogenic liquids

[5] W.H. LEE A Pressure Iteration Scheme for Two-Phase Flow Modeling

[6] https://trc.nist.gov/refprop/MINIREF/MINIREF.HTM

[7] SPAN, Roland, et al. A reference equation of state for the thermodynamic properties of nitrogen for temperatures from 63.151 to 1000 K and pressures to 2200 MPa. Journal of Physical and Chemical Reference Data, 2000, 29.6: 1361-1433.

[8] SALEEM, Abdullah, et al. A CFD simulation study of boiling mechanism and BOG generation in a full-scale LNG storage tank. *Computers & Chemical Engineering*, 2018, 115: 112-120.

[9] http://www.mahtep.polito.it/