

# POLITECNICO DI TORINO

Collegio di Ingegneria Biomedica

Corso di Laurea Magistrale  
in Ingegneria Biomeccanica

Tesi di Laurea Magistrale

Studio della caduta in ambito alpinistico:  
modellazione della corda



**Relatori**

Alessandro Scattina  
Massimiliano Avalle

**Candidata**

Marello Francesca

Dicembre 2021

## Indice

0. Scopo del lavoro.....	3
1. Introduzione e premesse.....	4
1.0 Alpinismo e arrampicata sportiva.....	4
1.1 Catena di sicurezza.....	6
1.1 La corda e normativa.....	7
1.2 L'imbragatura.....	14
1.3 Definizioni.....	15
1.3.1 Forza di arresto.....	15
1.3.2 Fattore di caduta.....	16
2. Dati di partenza.....	18
2.1 Prove eseguite a Padova.....	18
2.1.1 Modelli fisici utilizzati.....	18
2.1.2 Spezzoni corda.....	19
2.1.3 Impostazione delle prove.....	21
2.2 Analisi preliminari.....	22
2.2.1 Morfologia dei segnali.....	22
2.2.2 Prima vista di insieme.....	23
2.3 Elaborazione preliminari dei dati.....	25
2.3.1 Filtraggio.....	25
2.3.2 Riallineamento e media.....	28
3. Modello Elastico.....	33
3.1 Studio analitico.....	33
3.2 Implementazione e test su Simulink.....	37
4. Modello Visco-elastico.....	43

---

4.1 Inquadramento generale.....	43
4.2 Semplificazione dello schema iniziale.....	46
4.3 Problema analitico.....	48
4.4 Estrapolazione parametri dalle curve sperimentali.....	51
4.4.1 Premesse .....	51
4.4.2 Frequenza propria .....	52
4.4.3 Entità dello smorzamento.....	52
4.4.4 Fattore di perdita.....	53
4.4.5 Procedura di calcolo completa.....	53
4.5 Risultati-andamenti di k e c.....	55
4.6 Analisi della natura a tratti del problema.....	57
4.7 Implementazione Simulink.....	58
5. Modello Bedogni-Manes.....	62
5.1 Lo studio di Bedogni e Manes.....	62
5.2 Applicazione del modello ai nostri dati sperimentali.....	64
5.3 Implementazione Simulink del modello semplificato.....	69
5.4 Nuovi orizzonti.....	73
6. Conclusioni.....	74
7. Appendice.....	76
8. Fonti Bibliografiche.....	84

## 0. SCOPO DEL LAVORO

Il fenomeno di rottura della corda nell'arrampicata sportiva e tutto ciò che riguarda la sicurezza dell'alpinista è in continua indagine, risulta presente in circolo molta letteratura scientifica a riguardo, tuttavia, per prevedere la pericolosità e la risposta della corda alla caduta per lo più si utilizzano dei modelli matematici semplici che vedono approssimare la corda ad un elemento puramente elastico e le prove fisiche vengono effettuate con una massa cilindrica metallica, queste assunzioni risultano efficaci per calcoli di basilare importanza come la forza di arresto massima cui è sottoposto l'alpinista, ma non sufficienti a descrivere accuratamente il comportamento della corda durante tutto il transitorio successivo alla caduta.

Il seguente lavoro di tesi propone:

- un progressivo aumento della complessità del modello matematico utilizzato per la corda, in modo da arrivare ad approssimare tutto il transitorio e le caratteristiche del moto dell'arrampicatore, partendo dall'aggiunta di un semplice elemento dissipante fino allo studio di fenomeni più complessi, ricercando dei parametri e delle leggi costitutive tramite l'utilizzo di metodi numerici, Matlab e Simulink .
- Un confronto tra le misurazioni sperimentali ottenute dalle cadute di una massa cilindrica standard (come da normativa) con quelle ottenute con l'uso di un manichino antropomorfo e con i risultati dei modelli matematici proposti.

Questo lavoro di tesi utilizza e fa riferimento ai rilievi sperimentali condotti il 12 Giugno 2020 a Padova alla "Torre" del Centro Studi Materiali e Tecniche situata presso il Centro sportivo Brentella a cura degli specialisti del CSMT e del co-relatore Massimiliano Avalle.



*Centro Studi Materiali e Tecniche situata presso il Centro sportivo Brentella*

# 1. INTRODUZIONE E PREMESSE

## 1.0 Alpinismo e arrampicata sportiva

**Alpinismo:** pratica che prevede di percorrere itinerari in ambiente montano che richiedono la conoscenza e l'utilizzo di tecniche di progressione ed assicurazione, si differenzia dall'escursionismo che corrisponde invece a percorrere itinerari in montagna senza utilizzare tecniche o attrezzature particolari (se non un abbigliamento adeguato).

**Arrampicata :** attività alpinistica che, per la progressione, richiede l'uso degli arti superiori ed eventuali altri attrezzi (p.es. piccozze), si distinguono inoltre diverse specialità in funzione dell'ambiente in cui essa si svolge:

- **su roccia:** in ambiente naturale (falesie), si prevede la conoscenza e l'uso di tecniche di assicurazione classiche
- **su ghiaccio:** risalendo ghiacciai e/o cascate gelate, richiede l'uso degli arti ed eventuali altri attrezzi (es. piccozze), prevede l'uso di particolari tecniche di assicurazione (per proteggersi da pericoli come scivolate o caduta nei crepacci) o anche di progressione che utilizzano i soli arti inferiori (uso dei ramponi)
- **su terreno misto:** due o più tipologie di terreno da affrontare. richiede particolare attenzione e capacità.
- **indoor :** arrampicata in palestre attrezzate con pannelli artificiali detti rocciodromi.

Possiamo inoltre distinguere:

**Arrampicata libera:** salita di itinerari in cui si prevede l'uso dei dispositivi di assicurazione solamente a questo scopo e non per la progressione (a differenza dall'arrampicata artificiale in cui ancoraggi, si usano anche come ausilio alla progressione pratica in declino, quasi scomparsa).

**free solo:** non si usano dispositivi di protezione, è una pratica accessibile a specialisti di altissimo livello e disposti a mettersi a grande rischio.

**Arrampicata sportiva:** corrisponde alla pratica dell'arrampicata libera ma con finalità sportive legate a gare e campionati, è una disciplina nata ufficialmente nel 1987 con la FASI (Federazione Arrampicata Sportiva Italiana), quando il CONI (Comitato Olimpico Nazionale Italiano) riconobbe l'arrampicata sportiva come Disciplina Sportiva Associata (anche se la prima competizione internazionale ha avuto luogo a Bardonecchia, già nel 1985). Questa disciplina sta avendo un successo crescente sia in Italia che, in generale, nel mondo.

L'arrampicata sportiva è, in primo luogo, una sfida con sé stessi, dove lo scalatore si confronta con difficoltà e ostacoli da superare, gli obiettivi cambiano a seconda della tipologia di specialità:

- **lead** : su pareti tra 15 e 25 metri, si tratta della classica salita con la corda che parte dal basso. L'obiettivo è raggiungere il punto più alto della parete, arrivando con entrambe le mani all'ultima presa (il "top").
- **Speed:** la competizione sta nel tempo che si impiega a scalare una parete di 10 o 15 metri. L'itinerario è omologato in modo da essere identico in tutte le gare del mondo e avere un metro di paragone uniforme.
- **Boulder:** arrampicata su massi non più alti di 4 metri ma senza corda né imbragatura, vengono posti dei materassi in basso per attutire eventuali cadute, l'obiettivo è raggiungere il "top" ma rispetto al lead si svolge su un percorso irregolare e complesso.

I benefici dell'arrampicata nelle sue varie forme riguardano lo sviluppo della muscolatura, si tratta d'altronde di uno sport molto più completo di quanto si possa pensare, ma non solo, i maggiori benefici che questo sport comporta sono [1]:

- **Forza e resistenza** : lavora molto sulla tonicità del corpo, rendendolo più forte e agile. Richiede l'utilizzo simultaneo di moltissimi muscoli, riguarda sia gli arti inferiori che quelli superiori, è un ottimo allenamento anche dal punto di vista cardiovascolare e di fiato.

- **Coordinazione:** Scalare è anche questione di tecnica e resistenza, per non sprecare energie inutilmente si sviluppa coordinazione, fluidità e funzionalità nei propri movimenti
- **Psicologia e motivazioni:** L'arrampicata sportiva è un ottimo allenamento anche per la mente, aiuta ad affrontare le proprie paure, a lavorare su motivazioni e raggiungimento degli obiettivi migliorando la fiducia in sé stessi.

Questa disciplina necessita di attenzione e si ricerca costantemente di migliorare gli aspetti legati alla sicurezza: itinerari, attrezzature e istruttori sono certificati in modo da renderlo accessibile a tutte le età e a tutti i livelli di esperienza, in questa tesi si discuterà in particolare di un elemento cardine in questo ambito, la corda e il suo ruolo nella catena di sicurezza.

### 1.1. Catena di sicurezza

Lo scopo della catena di sicurezza è quello di entrare in funzione in caso di caduta dell'arrampicatore, l'obiettivo è quello di minimizzare i danni subiti da chi cade ma anche da chi sta svolgendo il compito di assicuratore.

*“La catena di sicurezza è l'unione di tutti gli elementi che concorrono alla sicurezza dello scalatore e dell'assicuratore in caso di caduta”.*

I principali elementi che costituiscono la catena di assicurazione in arrampicata sportiva sono:

1. **arrampicatore e assicuratore** (con attenzione costante di entrambi);
3. **imbraghi**: correttamente indossati e allacciati, collegano i partecipanti alla corda ;
4. **corda**: di assicurata integrità, lunghezza e dinamicità adeguati;
5. **freno**: per bloccare la corda in caso di caduta;
6. **punti di ancoraggio**: spit o chiodi già disposti sulla parete, per agganciare i rinvii;
7. **rinvii**: permettono di collegare la corda ai punti di ancoraggio lungo la parete, così che in caso di caduta questa risulti frazionata e non effettivamente la distanza da terra.

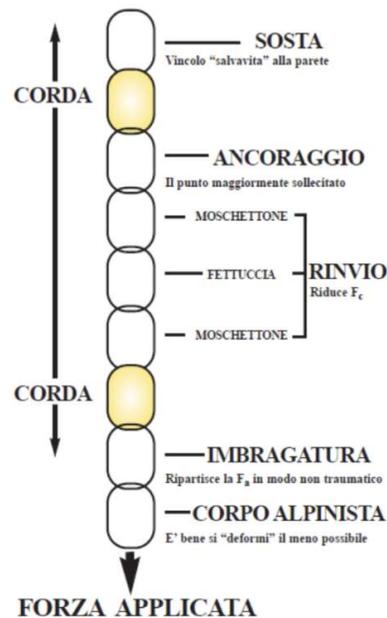


Figura 1.1 Schematizzazione catena di sicurezza

Il principio di funzionamento prevede che la corda dissipi l'energia cinetica sviluppata durante la caduta deformandosi, inoltre in generale vi è la trattenuta dall'assicuratore, che permette un certo scorrimento della fune in un freno il quale genera attrito.

Le sollecitazioni a chi vi è assicurato possono essere molto forti, per il corretto funzionamento della catena di assicurazione è necessario che tutti gli elementi siano uniti tra loro in modo corretto, infatti se anche solo un anello è debole, risulta debole l'intera catena, la sicurezza è inoltre legata a materiali, tipologia di ancoraggi, tecniche di assicurazione, comportamento, prontezza e preparazione.

## 1.2. La corda e la normativa

La corda è il tramite tra tutti gli elementi della catena, **possiede un ruolo centrale nella sicurezza dell'arrampicatore**, ed ha subito negli anni un grande upgrade tecnologico in quanto struttura e materiali utilizzati; essendo un dispositivo di protezione individuale, la corda, è severamente regolata dalla **norma europea CE EN 892**, la quale indica le metodologie di verifica e i requisiti minimi di sicurezza che deve garantire.

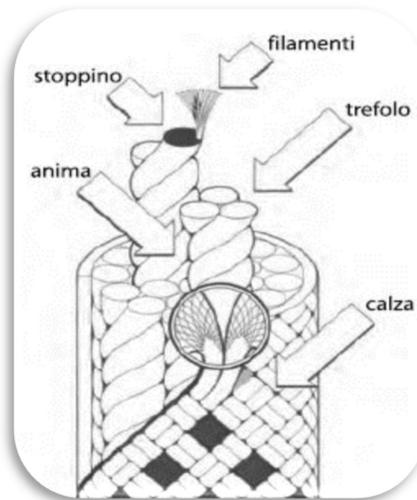


Figura 1.2 Struttura corda

Le corde da arrampicata utilizzate nella catena di sicurezza sono dette **corde dinamiche**: il loro allungamento permette di assorbire una parte dell'energia prodotta diminuendo l'impatto sul corpo dell'alpinista, possiedono dunque una certa elasticità.

Sono costruite con materiali sintetici, generalmente **poliammide 6** e sono strutturate da:

- **Anima**: parte interna, composta da fili sottilissimi attorcigliati tra loro a formare degli stoppini a loro volta intrecciati o ritorti a formare gli sfilacci i quali infine formano i trefoli [*dettaglio in figura 1.1*].
- **Camicia (o calza)**: è il rivestimento esterno, un intreccio di fili formanti un tessuto tubolare colorato, avente lo scopo di proteggere l'anima dai raggi del sole e dalle abrasioni.

La resistenza alla rottura di una corda dipende per il 70% dall'anima e per il 30% dalla calza [2].

Le corde si trovano di varie misure, spessori ed elasticità, la lunghezza dipende principalmente dall'utilizzo indoor o outdoor, andando tipicamente dai 40 ai 100 m, mentre per le altre caratteristiche si dividono principalmente in tre categorie che determinano anche la modalità di utilizzo in parete [3] :

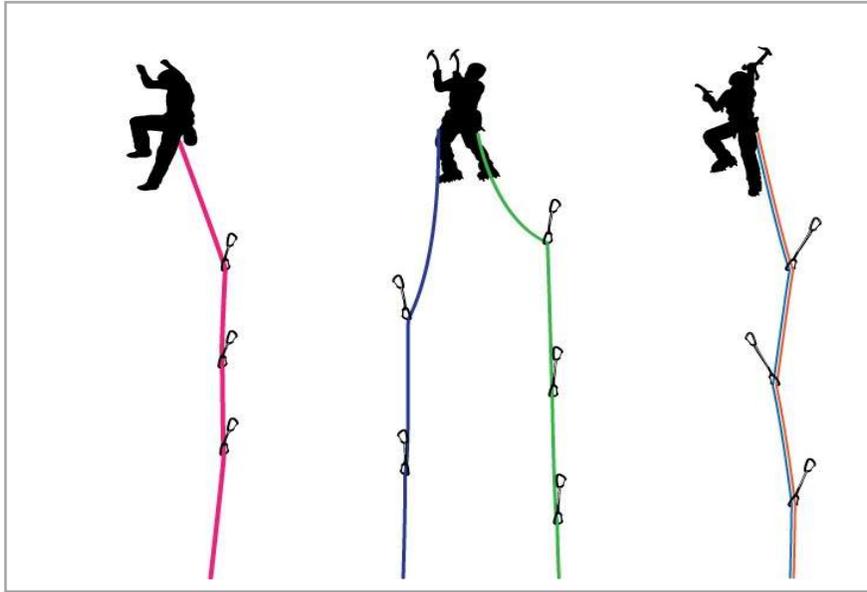


Figura 1.3 Modalità di rinvio, a sinistra: corda singola, al centro: mezze corde, a destra: gemelle

- **corde singole**

La maggioranza degli scalatori acquista questo tipo di corde, adatte alle vie sportive in montagna, per lunghe vie in falesia e alle arrampicate indoor. Il nome “singola” indica che sono progettate per essere utilizzate da sole. Sono le corde con il diametro maggiore, più il diametro è grande più sono durevoli, bisogna però tener conto che sono anche più pesanti ed ingombranti, in falesia al crescere del diametro, le singole, risultano più difficili da rinviare e su tiri lunghi il peso può essere affaticante, per questo solitamente gli scalatori più esperti usano corde singole a diametro sottile. Lo spessore della corda singola incide sulla sua durata e maneggevolezza.

- **mezze corde** (anche dette doppie)

Vengono scelte da scalatori esperti, per alpinismo e vie multi-pitch (o vie lunghe, sono avventure a più tiri di corda, le tecniche di sicurezza e di gestione della corda possono essere molto diverse da quelle che si utilizzano nel monotiro). Vanno sempre utilizzate con una corda rigorosamente analoga, sarebbe meglio evitare di mischiare marche. Queste corde sono anche utilizzate quando la cordata è composta da 3 persone. Sono più sottili delle corde singole ma anche più elastiche, questo riduce la forza d’arresto in caso di caduta, cosa che risulta particolarmente importante dove le vie sono attrezzate

con chiodi o con protezioni veloci, in caso di caduta il carico che andrà a sollecitare le protezioni sarà inferiore rispetto al caso della corda singola e tutta la catena d'assicurazione ne trarrà beneficio. Queste corde però di contro richiedono più abilità e sforzo nel gestirle nelle fasi di assicurazione rispetto a una corda singola, perché per quanto creino meno attriti nella catena essendo più sottili, il peso combinato delle due è maggiore rispetto a quello che si avrebbe utilizzando una singola (anche se durante gli avvicinamenti ci si può però dividere il peso del trasporto).

- **Gemelle**

Simili alle mezze corde ma più sottili, sono certificate per essere utilizzate in coppia con una corda analoga, non sono certificate per sostenere da sole una eventuale caduta del secondo di cordata, per questo non possono essere usate in 3 persone.

Non si adotta una tecnica di ancoraggio parallela come per le mezze, ma si usano come se fossero una corda singola, si rinviano insieme. Avere due corde in questa impostazione garantisce una maggior resistenza in caso di caduta, quindi di contro anche una maggiore forza d'arresto e più sollecitazione dei punti di ancoraggio.

Si riportano in tabella 1.1 gli intervalli tipici delle caratteristiche delle corde[3][4]:

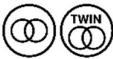
tipo	Diametro [mm]	Peso [g/m]	Simbolo CE
singola	8,7 -11	70-85	
mezza	7,3-9	45-55	
gemella	7-8	40-50	

Tabella 1.1

Le corde per uso alpinistico oltre a riportare in un cartellino tutte le caratteristiche specifiche (tipo, lunghezza, peso, Forza di arresto, deformazione, etc.) devono essere certificate e riportare una fascetta, applicata ad entrambe le estremità, con sopra riportato:

- il riferimento EN 892
- il nome e/o marchio del produttore
- il marchio CE



*Figura 1.4 Esempio Indicazioni di conformità*

I punti fondamentali emergenti dalla normativa **CE EN 892** sono :

- ❖ La lunghezza della corda minima è di 40 m;
- ❖ Nelle corde multicolore vanno garantite le medesime proprietà nelle parti di diversa colorazione e nelle zone di transizione tinta;
- ❖ Bisogna sottoporre a test tre spezzoni di corda provenienti dalla stessa partita di produzione per validare i risultati;
- ❖ Lo scorrimento della camicia sull'anima non deve essere superiore al 2%;
- ❖ Il massimo allungamento statico consentito è dell'8% per le corde singole e del 10% per le mezze corde (per rendere migliore la manovrabilità);

- ❖ Le prove dinamiche sono fatte tramite un test effettuato al Dodero:

Il Dodero è una macchina che nasce intorno agli anni '50 a Grenoble (Francia), sviluppata secondo l'idea del professor Maurice Dodero, da cui prende il nome, in concomitanza con l'uscita delle corde in Nylon e la necessità della loro omologazione. L'apparecchiatura fu realizzata per studiare le forze di arresto in condizioni dinamiche, differenziandosi dai metodi statici utilizzati per le corde in canapa [5].

Preparazione della prova: lo spezzone di corda da esaminare viene :

- ancorato a un'estremità con un sistema omologato (*Poller, figura 1.5(A)*);
- fatto passare attraverso una piastra forata ( $d = 40 \text{ mm}$ ) a bordo arrotondato (raggio bordo 5 mm che simula il contatto con il moschettone) (*figura 1.5(B)*);
- agganciato a una massa standard di 80 kg al capo opposto.



(A)



(B)



(C)

Figura 1.5 (A) Sistema ancoraggio Poller, (B) Piastra Forata, (C) Colonne guida e massa

Svolgimento prova: La massa viene:

- sollevata ad un'altezza di 2,3 m sopra la piastra
- lasciata cadere verticalmente lungo le colonne guida, strutturate in modo da ridurre al minimo i fattori d'attrito (figura 1.5(C)).

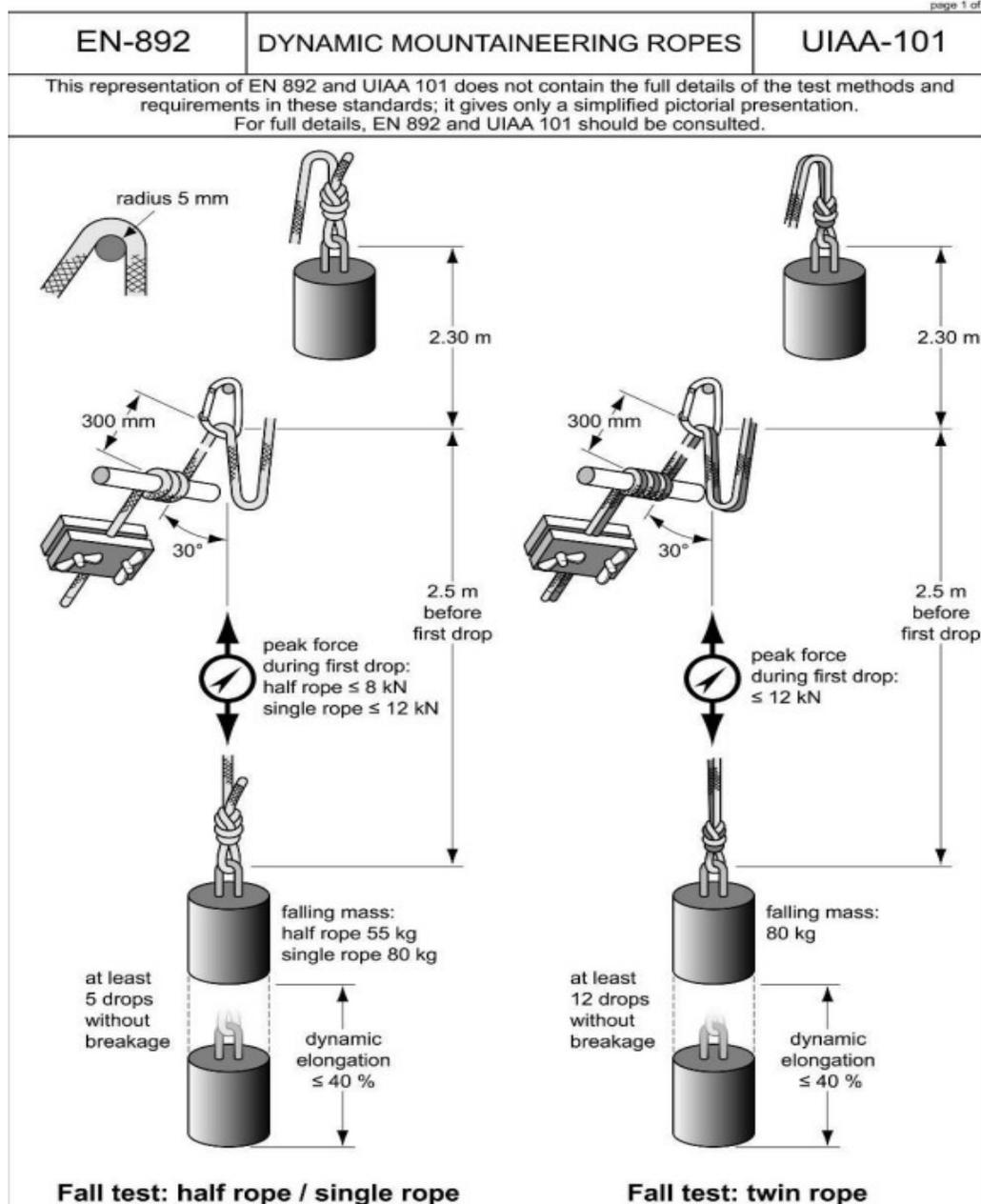


Figura 1.6 Schema prova al Dodero

l'esecuzione di questi test deve soddisfare le seguenti caratteristiche:

La corda singola deve **sostenere un certo numero di cadute successive in condizioni standard** senza rompersi:

- per corde singole e mezze : 5 cadute
- per gemellari su due capi : 12 cadute
  - La **massima forza** esercitata durante il primo impatto deve essere inferiore a :
    - **12 kN** per le corde singole
    - **8 kN** per le mezze corde.
  - Il massimo allungamento dinamico consentito è del 40 %;

### 1.3 L'imbracatura

È l'elemento di connessione tra l'arrampicatore e la corda nella catena dinamica di assicurazione, essendo un dispositivo di protezione individuale è anche esso regolamentato, in particolare dalla normativa EN12277.

#### Caratteristiche fondamentali:

- La sua funzione principale è quella di distribuire in maniera omogenea al corpo le sollecitazioni, in particolare quelle dovute allo strattone a seguito di una caduta.
- non deve essere in alcun modo possibile che si sfilacci accidentalmente.
- permette di portare con se il necessario per assicurare la progressione della cordata.

Ne esistono tre tipologie:

- **Bassa o cosciale:**

Il più utilizzato nelle attività di alpinismo, è formato essenzialmente da una cintura e due cosciali, che avvolgono la vita e la parte alta delle cosce; permette una buona libertà di movimento e la posizione di ancoraggio, molto vicina al baricentro, concede una buona prontezza nell'arrestare la caduta da parte dell'assicuratore e una più efficace resistenza allo shock dello strappo per l'arrampicatore. Il principale problema

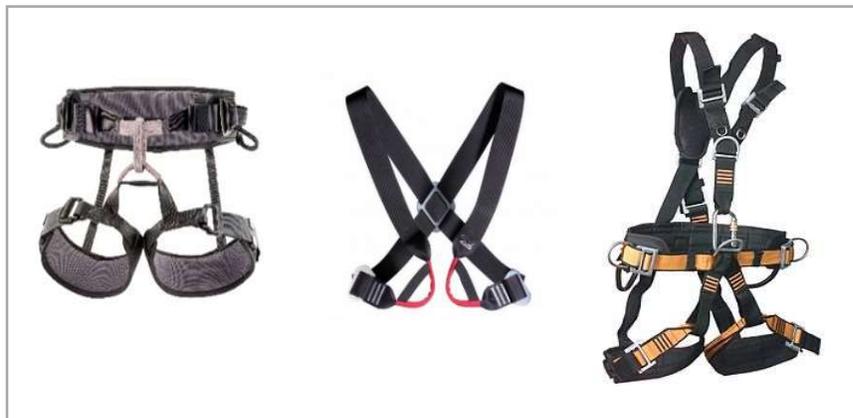
è che si può avere ribaltamento in caso di caduta, soprattutto nel caso di carichi sulle spalle.

- **Alta o pettorale :**

Insieme di fasce che avvolgono il busto, passando sopra le spalle, sotto le ascelle e davanti al petto, si usa in accoppiamento all'imbrago basso, al quale si collega tramite la legatura con la corda.

- **Intera o completa:**

In alternativa all'accoppiamento dei due imbraghi precedenti, la sua caratteristica è il punto di collegamento della corda più o meno all'altezza dello sterno, elimina la possibilità di ribaltamento e distribuisce in maniera più omogenea le sollecitazioni dovute alla forza di arresto. Lo svantaggio di questo tipo di imbracatura da arrampicata è che limita un po' la libertà di movimento.



*Figura 1.7 Tipologie di imbrago: cosciale, pettorale, completo*

## 1.4 Definizione concetti base

### 1.4.1 Forza di arresto:

Per l'arrampicatore è l'impatto percepito al momento dell'arresto della caduta, è determinato dalla forza necessaria a stoppare la caduta, che si contrappone alla cinetica generata dal volo. Gli elementi che assorbono l'energia cinetica acquisita sono principalmente la corda, allungandosi e il freno [6].

Il valore massimo di 12 kN riportato anche in normativa è il risultato di studi militari effettuati con i paracadutisti: è stato valutato che il corpo umano di uno sportivo potrebbe sopportare una decelerazione massima di circa 15 G, cioè 12 kN (con una massa di 80 kg).

#### 1.4.2 Fattore di caduta: $FC=Ac/Lc$

È il rapporto tra l'altezza della caduta con corda bloccata ad un vincolo fisso e indeformabile ( $A_c$ ) e la lunghezza totale della corda interessata ( $L_c$ ), è sempre un valore compreso tra 0 e 2 nell'arrampicata<sup>1</sup> ed è considerato indice della pericolosità della caduta, dove 2 è la condizione di massima forza di arresto possibile e pericolosità.

Il calcolo di questo parametro ha significato solo con corda bloccata, perché solo in questo caso l'energia viene dissipata quasi esclusivamente dalla deformazione stessa.

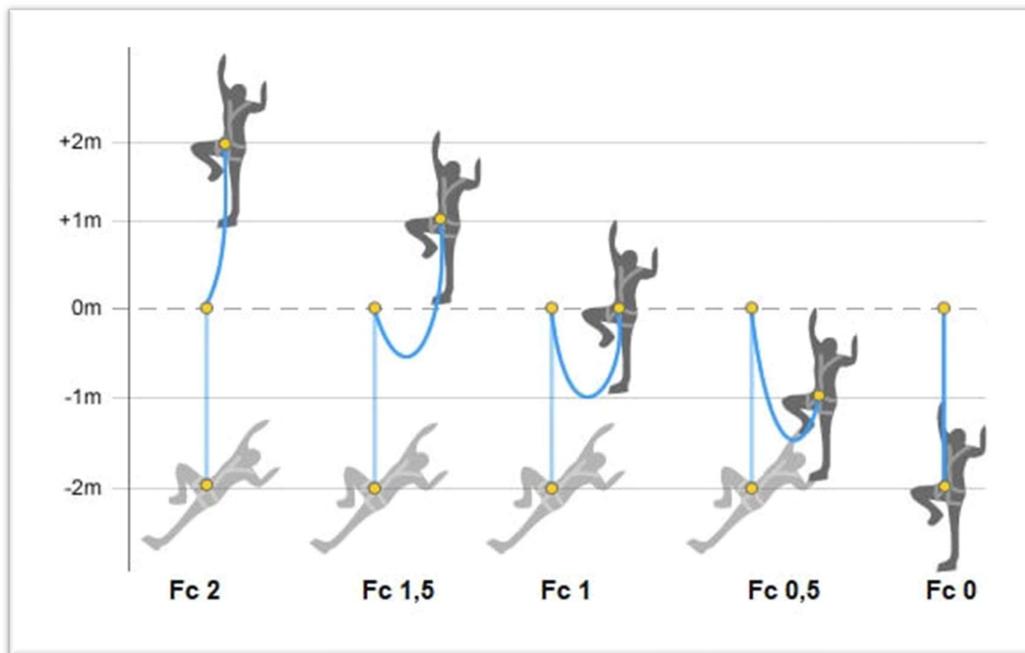


Figura 1.8 Schema andamento del fattore di caduta

<sup>1</sup> Questo è vero per l'arrampicata, ma non in assoluto, ad esempio nelle vie ferrate si può ampiamente superare il  $FC=2$

### Fattore di caduta reale

Il fattore di caduta teorico non tiene conto delle interazioni con la roccia e dello scorrimento nei rinvii della corda, questi fenomeni in certe condizioni impediscono il completo allungamento di tutta la corda quindi nella realtà solo una parte contribuirà all'assorbimento dell'energia della caduta, la lunghezza effettiva della corda che partecipa all'assorbimento dell'urto dipende da [7] :

- Corda impigliata
- Formazione asole
- Angoli di rinvio acuti

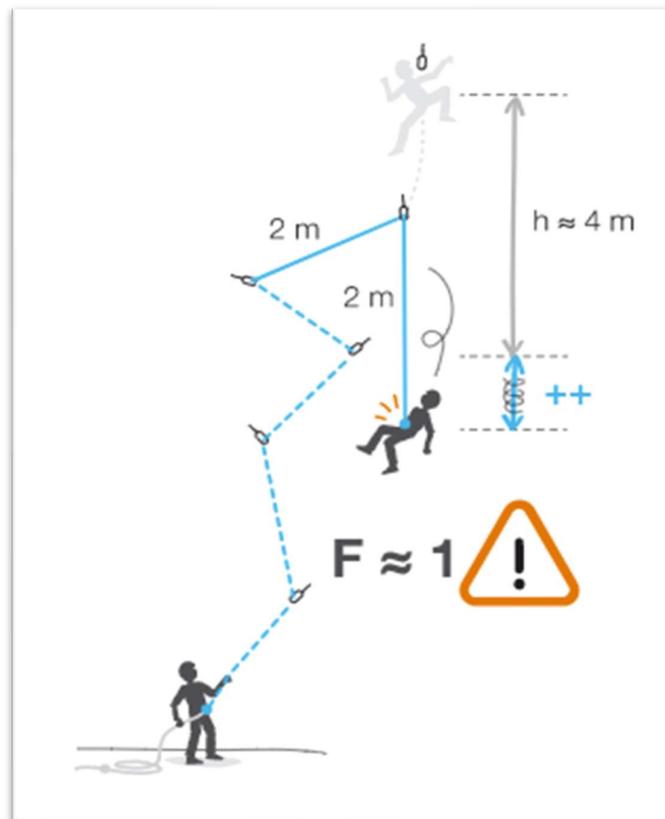


Figura 1.9 Fattore di caduta reale

## 2. DATI DI PARTENZA

### 2.1 Prove eseguite a Padova

Il CSMT, centro studi materiali e tecniche, è la struttura operativa del CAI, costituita nel giugno 2009, ha come obiettivo lo studio di materiali ed equipaggiamenti (e modalità d'uso) per l'arrampicata, in particolare svolge attività di studio dei problemi di assicurazione dinamica, lavorando in collaborazione con la Commissione nazionale scuole di alpinismo, alla quale fornisce informazioni su aspetti tecnici della progressione in montagna e in falesia.

Le sperimentazioni di materiali e tecniche si svolgono in particolare nel Laboratorio di Villafranca Padovana (PD), dove vengono testati i vari materiali, mentre le prove per la caduta di masse e persone vengono effettuate alla Torre di Padova, presso il Centro Sportivo Brentella.

#### 2.1.1 Modelli fisici utilizzati per simulare il corpo umano

È stato effettuato un confronto scegliendo due differenti gravi per effettuare diverse prove di caduta, un corpo metallico cilindrico e un manichino antropomorfo.

##### CM : Corpo Metallico, cilindrico in acciaio

- massa : 80 kg

provvisto di un golfare di ancoraggio centrale rispetto alla faccia circolare superiore.

##### MA: Manichino antropomorfo RUTH LEE<sup>2</sup>

E' un manichino da addestramento usato per esercitazioni dal corpo dei Vigili del Fuoco, dalla Polizia e da team di ambulanza, primo soccorso. È realizzato in poliestere con ritardante di fiamma, ha proprietà anti-taglio, è resistente a colpi e abrasioni ed è dotato di tuta protettiva e stivali

---

<sup>2</sup> Esistono in circolazione manichini ancora più bio-fedeli rispetto a quello utilizzato in queste prove (ad esempio i fantocci per crash test), ma non rientravano nelle risorse economiche a disposizione per i test.

Caratteristiche principali:

- Il suo peso è distribuito in maniera anatomicamente corretta a simulare un “corpo esanime”.
- Il manichino presenta sulla schiena un anello rinforzato per la gestione, il sollevamento, e altre cinghie di rinforzo.
- È robusto da poter essere gettato dal secondo piano senza riportare danni.
- È in materiale idrorepellente.

Modello specifico utilizzato:

2395001080	Heavy Adult	176 lbs (80 kg)	5' 11"	RLN80
------------	-------------	-----------------	--------	-------



*Figura 2.1 Corpo Metallico e Manichino Antropomorfo*

Per lo scopo della sperimentazione il manichino è stato dotato di imbrago cosciale e alto.

### 2.1.2 Spezzoni corda

In partenza si avevano due corde singole, dinamiche, del medesimo modello, **Cristal OEM Millet** e stesso lotto di produzione, i dati di cartellino di questa fune sono:

- lunghezza 60 m
- Diametro: 9,8 mm
- Peso: 63 g/m
- Forza d'arresto: 8600 N
- Estensione : 33,1%

Da queste due corde intere sono stati ricavati 36 spezzoni di prova, alle cui estremità sono state create delle asole per l'ancoraggio mediante dei morsetti, di queste 36 prove :

- 12 con  $L_{eff} \sim 1\text{m}$
- 12 con  $L_{eff} \sim 2\text{m}$
- 12 con  $L_{eff} \sim 4\text{m}$

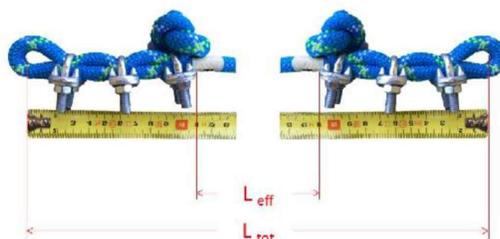


Figura 2.2 Dettaglio asole da ancoraggio e riferimenti per  $L_{eff}$

Gli spezzoni sono stati così prodotti per poter eseguire 3 repliche per ognuna delle prove riportate in tabella 2.1<sup>3</sup>:

Grave	Fattore di caduta FC	Lunghezza corda leff [m]	numeri identificativi prove
CM	0,5	1	28,29,30
		2	31,32,33
		4	35
	1	1	1,2,3
		2	16,17,18
		4	13,14,15
MA	0,5	1	XX
		2	23,24
		4	25,27
	1	1	4,5,6
		2	10,11,12
		4	7,8,9

Tabella 2.1 Matrice delle prove

<sup>3</sup> non per tutte le prove sono state reperite le 3 repliche per via della rottura dello spezzone durante la prova.

### 2.1.3 Impostazione delle prove

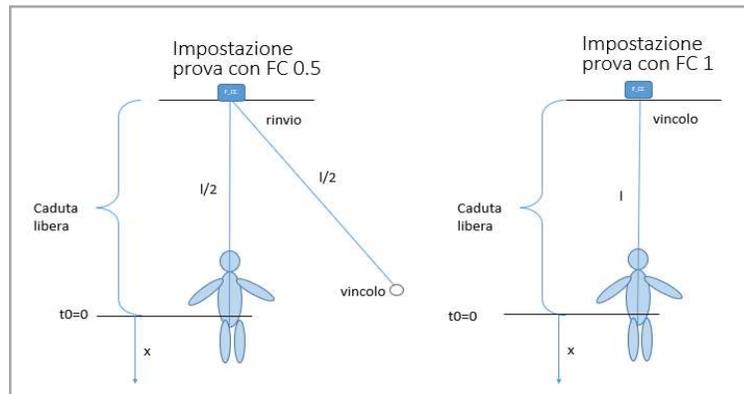


Figura 2.3 Schema FC prove

#### Procedura seguita

1. Identificazione dello spezzone di fune e vincolo al grave
2. Sollevamento del CM o del MA
3. Vincolo alla cella di misura dello spezzone di fune
4. Regolazione del FC, tramite rinvio sospeso
5. Rilascio del grave
6. Salvataggio dati

#### Strumentazione tecnologica di prelievo

Si riportano i dati ottenuti mediante la seguente strumentazione di prelievo:

- Cella di carico CTL-05 LAUMAS
  - frequenza di campionamento= 2000 Hz
- Data logger Catman ©

#### Considerazioni iniziali

- Il problema è stato impostato in modo da isolare la risposta della corda riducendo al minimo la dissipazione dovuta ad effetti come lo scorrimento della fune nei rinvii o al contatto con una parete, non è inoltre stato predisposto alcun freno.
- Il moto del grave non è vincolato tramite corsie lungo la direzione verticale.
- Per le analisi considereremo  $x=0$  in  $t=0$  l'istante di inizio dell'allungamento della corda.

## 2.2. Analisi preliminari sui dati

### 2.2.1 Morfologia del segnale

In generale possiamo distinguere due fasi durante la caduta dell'alpinista: Caduta libera e fase di tensionamento della corda, queste due possono alternarsi più volte durante il transitorio.

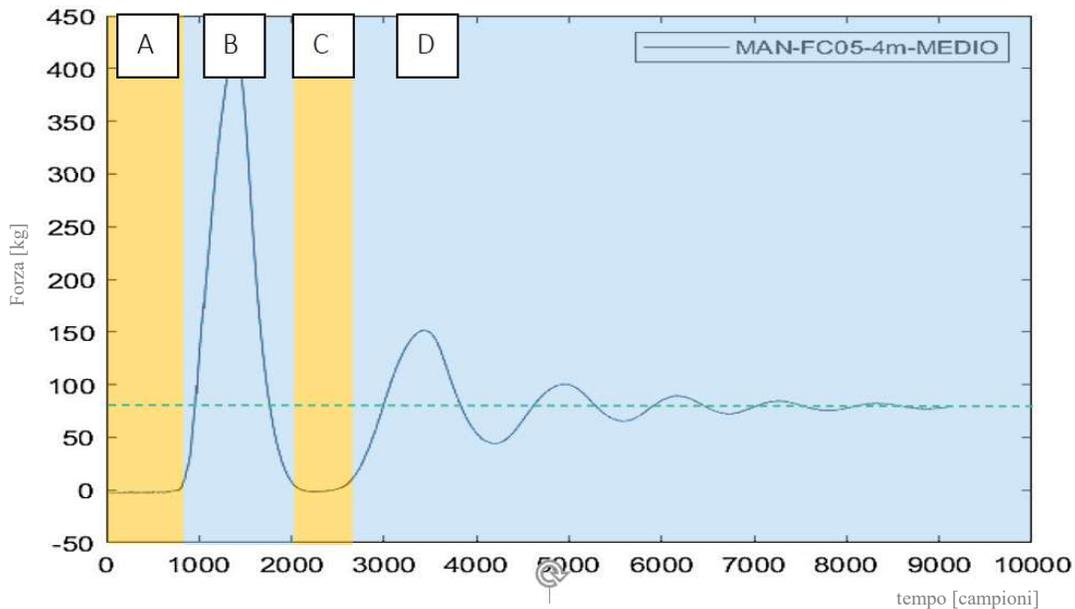


Figura 2.4 Andamento tipico della Forza sulla cella di carico in funzione del tempo

- A. **Caduta libera** : il grave viene sganciato dalla sua posizione iniziale (-left) e inizia a cadere per effetto della gravità, in questa fase la corda non interviene passando da una conformazione ad asola raccolta fino ad estendersi verticalmente alla quota 0.
- B. **Primo picco**: La corda viene forzata a superare la sua lunghezza di riposo, inizia a deformarsi e iniziano i fenomeni elastici – dissipatori, avviene il primo rimbalzo, il più energetico e potenzialmente pericoloso.
- C. **Fase di volo**: La forza di ritorno impressa al grave dalla corda è tale da proiettarlo verso l'alto oltre alla condizione di riposo della fune, avviene una nuova fase di volo libero governata solo dalla gravità in cui la corda si deforma nelle tre dimensioni (quando il grave torna sopra alla posizione 0 la corda non va in compressione).

D. **Assestamento:** L'energia accumulata in volo non è più sufficiente a generare un altro stacco, si ha un molleggiamento della corda caratterizzato da un abbattimento che la porta progressivamente verso la posizione di equilibrio statico al valore di:

$$F_{cc\_equilibrio} [N] = mg [N] \rightarrow F_{cc\_equilibrio} [kg] = m [kg] = 80kg$$

### 2.2.2 Prima vista di insieme-confronto Forza di arresto dati Corpo metallico - Manichino

In prima analisi sono stati confrontati i valori massimi di tutte le prove e l'andamento dei valori medi della massima forza di arresto (media sulle 3 prove analoghe)

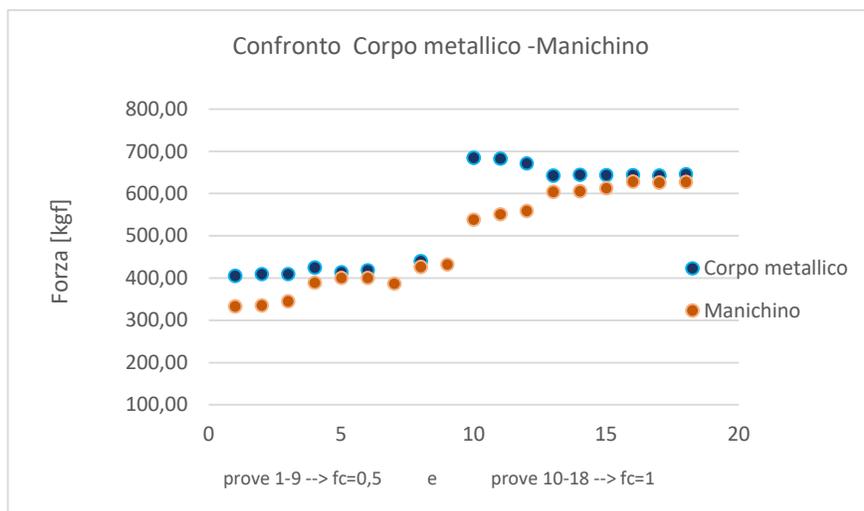


Figura 2.5  $F_{cc\_max}$  per tutte le prove

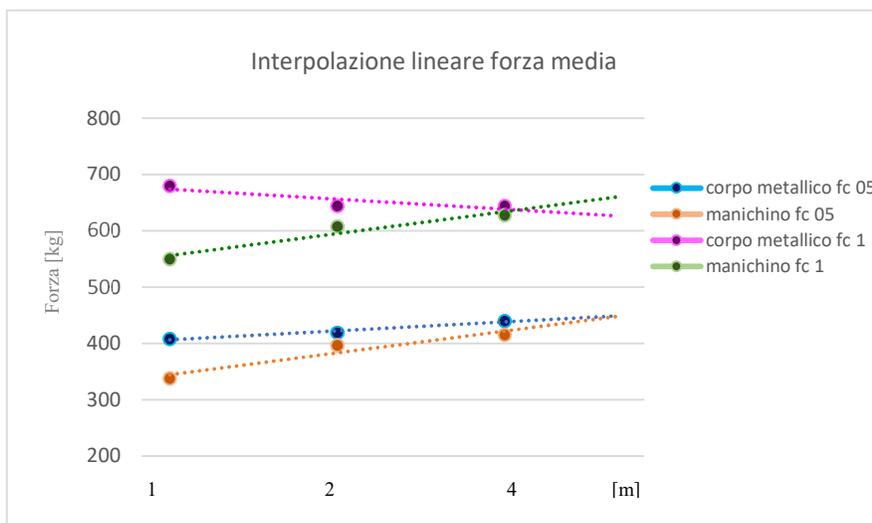


Figura 3.6  $F_{cc\_max}$  medio , andamento rispetto  $l_{eff}$

Da questa prima analisi effettuata emerge che:

- ❖ Le prove eseguite con il manichino restituiscono forze di arresto (FA) in generale minori rispetto a quelle ottenute con il corpo metallico.
- ❖ Le prove effettuate con  $FC = 0,5$  restituiscono valori di FA minori (ma non dimezzati).
- ❖ La forza di arresto ottenuta con la massa antropomorfa tende ai valori ottenuti con quella metallica all'aumentare della lunghezza della corda.

Le prove eseguite con la massa metallica risultano essere preservative rispetto al controllo della Forza di arresto massima.

Oltre alla morfologia tipica del segnale si osservano in molte misurazioni anche dei disturbi, si riporta in figura 2.5 la prova 14 a titolo d'esempio:

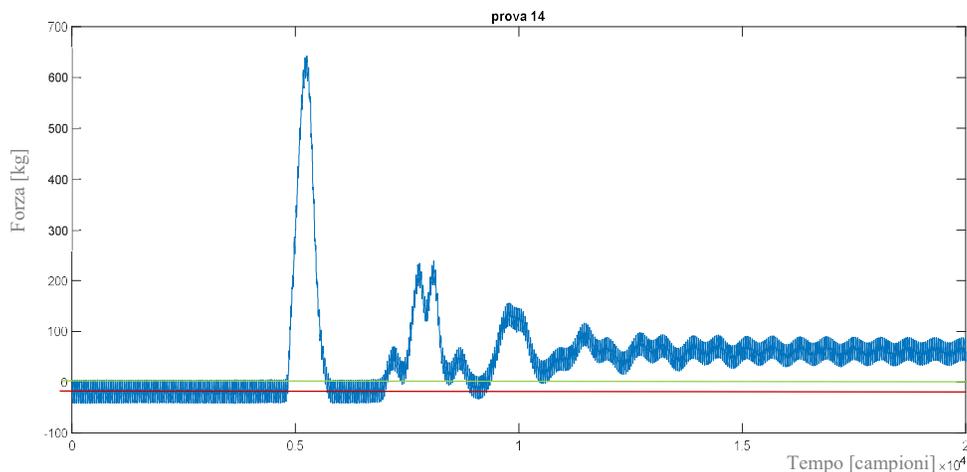


Figura 2.7 prova 14, MM, FCI, L0 4m, esempio di disturbi nella misura

Da questo esempio si mettono in evidenza :

- ❖ Rumore strumentale
- ❖ Offset rispetto allo zero (linea rossa)

Si nota nel caso riportato in figura 2.5, in particolare per via dello split del secondo picco, la presenza di una oscillazione secondaria sovrapposta al segnale principale, questo fenomeno, visibile principalmente nelle prove effettuate con la massa, si ipotizza essere

dovuto all'aggancio non baricentrico del grave e quindi alla formazione di momenti attorno al punto di ancoraggio la cui componente verticale va a generare questa oscillazione a frequenza maggiore e ampiezza minore, in figura 2.6 viene riportato un frame acquisito da una ripresa video che mette in evidenza la rotazione del grave rispetto all'ancoraggio durante il secondo rimbalzo.



*Figura 2.8 Frame da video, dettaglio inclinazione grave durante il rimbalzo*

## 2.3. Elaborazione preliminare dei dati

### 2.3.1 Eliminazione del Rumore strumentale

In particolare i segnali acquisiti con  $FC=1$  risultavano molto corrotti da rumore strumentale, per prima cosa si è proceduto ad eliminare il disturbo.

Essendo il rumore strumentale  $[n(t)]$  e segnale di interesse  $[s(t)]$  tra loro scorredati possiamo scrivere nel dominio temporale:

$$\circ \quad x(t) = s(t) + n(t)$$

Dove  $n(t)$  = rumore strumentale [11]

In questo caso ci sono fondamentalmente due intervalli di frequenze ben separati:

- il primo a frequenze più basse è  $S(f) < 10$  Hz
- il secondo a frequenze più alte è  $N(f) > 100$  Hz

è stato implementato su Matlab [Appendice 1] un filtro passa-basso digitale.

**Funzione di trasferimento generale per un filtro digitale:**

$$\mathbf{H(z)} = \frac{\mathbf{Y(z)}}{\mathbf{X(z)}} = \frac{\mathbf{b(1) + b(2)z^{-1} + \dots + b(nb + 1)z^{-nb}}}{\mathbf{1 + a(2)z^{-1} + \dots + a(na + 1)z^{-na}}} = \frac{\mathbf{B(z)}}{\mathbf{A(z)}}$$

- Coefficienti 'b' derivano dai pesi messi alle uscite del filtro  
B(z) determina la posizione degli zeri, → Parte a Media Mobile (MA)
  - **na = 0** → ALL-ZERO, Filtro FIR (Finite Impulse Response)  
non Ricorsivo e A Media Mobile (puramente MA) : per creare un campione dell'uscita bastano pochi passi precedenti, costruisco il segnale di uscita tramite combinazione lineare.
- Coefficienti 'a' derivano dai pesi messi agli ingressi, il primo vale sempre 1  
A(z) determina la posizione dei Poli → Parte Regressiva (AR)
  - **nb = 0** → ALL-POLE , Filtro IIR (Infinite Impulse Response)  
Ricorsivo e Autoregressivo (puramente AR): l'uscita ricorre ai passi pregressi per trovare quelli successivi deve sempre ricordare le uscite dei campioni precedenti.
- Gli ordini dei due polinomi, A(z) e B(z) possono essere diversi tra di loro e il numero dei coefficienti è sempre  $n + 1$ .

In questa applicazione è stato scelto un filtro **di Chebyshev di tipo I**, IIR all-pole per le seguenti caratteristiche:

Vantaggi nell'utilizzo di un filtro IIR in questa applicazione:

- ordine minore rispetto a un FIR .
- servono meno coefficienti

➤ transitorio di filtraggio minore

In generale il possibile svantaggio d'uso degli IIR risiederebbe nel fatto è che hanno sempre una fase non lineare, in un filtraggio real time si altererebbe la morfologia del segnale nel dominio del tempo, ma i dati a disposizione sono già campionati, dunque questo problema si risolve con un filtraggio anticausale (o a doppia passata) che sfrutta una proprietà, detta **time reverse**:

se  $X(z) = Z[x[n]]$ , allora  $X(1/z) = Z[x[-n]]$

1. Filtro il segnale
2. Inverto l'asse temporale
3. Filtro il segnale invertito con la stessa  $H(z)$
4. Inverto di nuovo

In fine ottengo un segnale  $Y(z) = X(z) H(z) H(1/z) = X(z) |H(z)|^2$

il modulo quadro è una quantità positiva, la *fase* =  $\arctg(Im/Re)$ , ma non esiste parte  $Im$ , quindi risulta nulla e non ho distorto il segnale.

### Filtro di Chebyshev di tipo I

Il modulo al quadrato della risposta in frequenza di questa classe di filtri (passa - basso) di ordine  $N$  è pari:

$$|H_a(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 T_N^2(\frac{\omega}{\omega_p})}$$

Dove:

- $\omega_p = 2\pi f$  : delimita la banda passante, nota come pulsazione di taglio (rad/sec);
- $\epsilon$  : legato a  $R_p$  (Ripple in banda passante) è il fattore di oscillazione

- $T_N(x)$  è il polinomio di Chebyshev di ordine N così definito:

$$T_N\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right) = \begin{cases} \cos(N \arccos(\frac{\omega}{\omega_p})), & 0 \leq \frac{\omega}{\omega_p} \leq 1 \\ \cosh(N \cosh^{-1}(\frac{\omega}{\omega_p})), & 0 < \frac{\omega}{\omega_p} < \infty \end{cases}$$

Sono state impostate le seguenti specifiche:

- frequenza di taglio, ft: 30 Hz;
- frequenza di gomito rampa: 1,75ft;
- Ripple: 0,5
- Attenuazione: 30 dB;

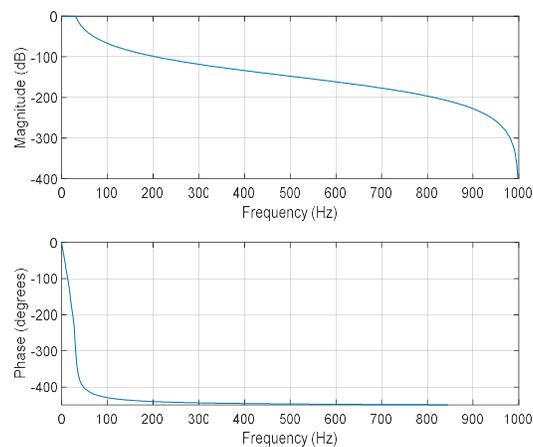


Figura 2.9 maschera del filtro implementato

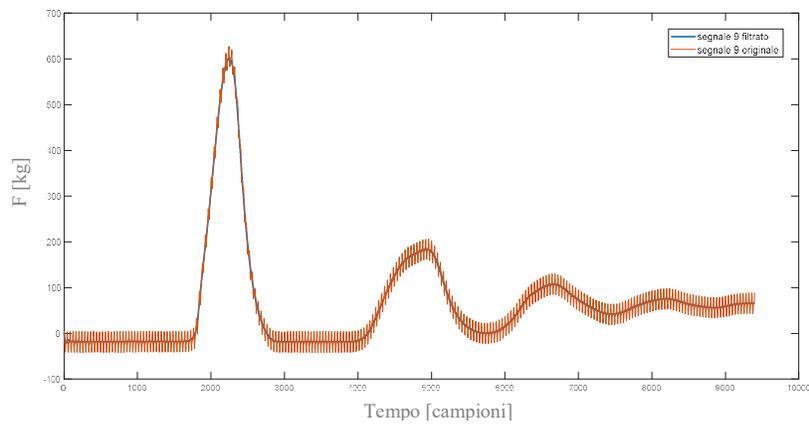


Figura 2.10 Prova 9: Segnale filtrato(blù), Segnale originale (arancio)

### 2.3.2 Riallineamento e media prove analoghe

Per ogni combinazione grave-FC-L0 sono state eseguite 3 prove, si è proceduto a riallineare e sovrapporre le ripetizioni per valutarne la ripetibilità.

Per riallineare i segnali si è utilizzata la cross-correlazione dei segnali:

➤ **Cross Correlazione:** valuta in che modo sono correlati i punti di due segnali nel tempo, considerando ritardi diversi. Supponendo di avere due segnali  $x_1(t)$  e  $x_2(t) \approx x_1(t + \theta)$ , sono quindi ipotizzati uguali ma solo shiftati nel tempo. si definisce Funzione di Cross Correlazione:

$$R_{x_1, x_2}(\tau) = \frac{E[x_1(t) \cdot x_2(t + \tau)]}{\sqrt{E[x_1^2(t)] + E[x_2^2(t)]}}$$

equivale a fare un rapporto tra covarianza e la radice della somma delle due varianze.

- La proprietà fondamentale della funzione di autocorrelazione è di avere un massimo per  $t=0$ , perché il segnale è massimamente correlato con sé stesso quando il ritardo vale zero. Nella funzione di cross correlazione il principio è lo stesso ma ho due segnali simili con un massimo dove i segnali diventano massimamente sovrapponibili in funzione di un ritardo scelto se  $x_2(t) = x_1(t + \theta)$ , allora  $R_{x_1, x_2}(\theta) \approx 1$
- Il valore temporale del massimo è il ritardo tra i segnali.
- La funzione di Cross Correlazione è simmetrica rispetto al tempo  $t$  in cui ho il suo massimo.
- Se i due segnali non sono identici, il valore del massimo assoluto è ignoto e può non esistere (dati scorrelati → cross correlazione vale zero).

**Procedura seguita di riallineamento e media:**

- 1) Si è definito il segnale più in anticipo dei 3 segnali come riferimento
- 2) Si è calcolata la cross-correlazione tra il riferimento e gli altri due segnali

- 3) Si è trovato il numero di ritardi in campioni cercando la posizione del massimo della cross-correlazione e il suo shift rispetto allo zero.
- 4) Si sono riallineati i segnali togliendo campioni dal plateau iniziale (ponendoli poi alla fine per non produrre cambiamenti di dimensione nel vettore iniziale)
- 5) I 3 segnali sono stati mediati e tagliati in modo da eliminare gli effetti del riallineamento. [Script della procedura riportato in Appendice 2]

### Esempio risultato per manichino

Le prove eseguite con il manichino risultano in generale molto sovrapponibili, si riporta in figura 2.11 il segnale ottenuto mediando le tre curve sovrapposto alle 3 prove.

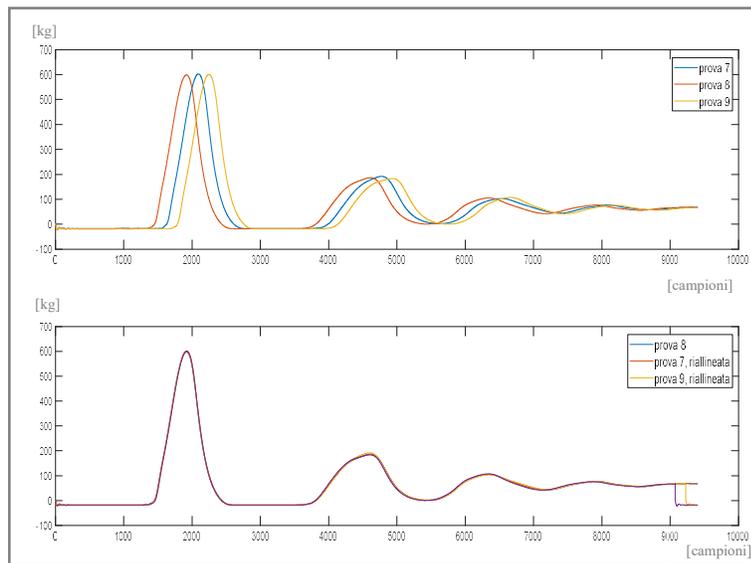


Figura 2.11 sopra- stampa dei 3 segnali omologhi; sotto- segnali riallineati, da circa il campione 900 è visibile l'effetto del riallineamento

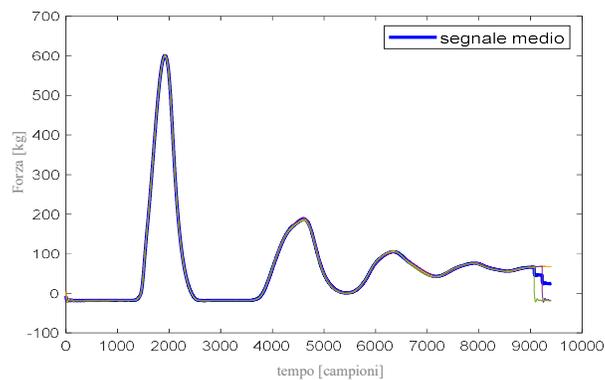


Figura 2.12 segnale medio prove 7,8,9 (blu);  $FC=1$ ,  $l_0=4m$

Data la grande similarità delle 3 prove e quindi delle stesse con la media, si userà il segnale medio come riferimento nelle analisi successive.

### Esempio risultato per il corpo metallico

Le prove con la massa evidenziano un altro effetto positivo del riallineamento e media ovvero un maggior isolamento della componente principale di interesse rispetto alla componente secondaria del segnale, meno deterministica, (dipende da più fattori geometrici nella fase di sgancio) non essendo sempre uguale a se stessa, tramite l'operazione di media si ottiene a volte una azione distruttiva di queste oscillazioni, condizione che sarebbe particolarmente utile con molte prove a disposizione.

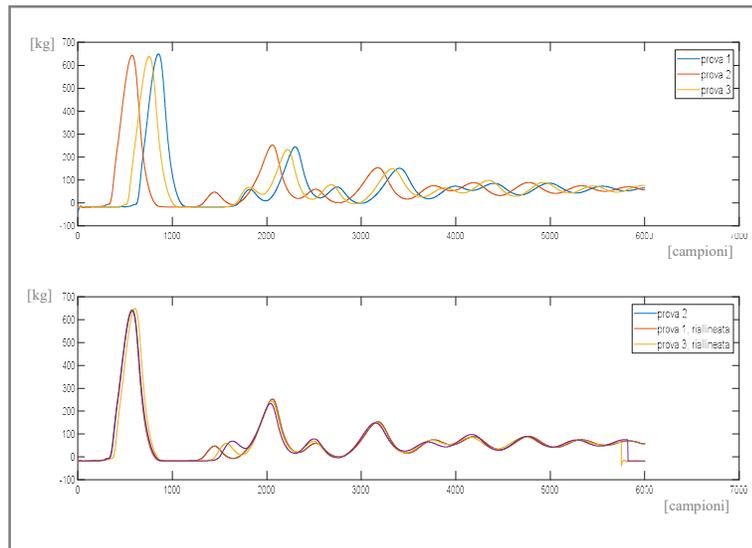


Figura 2.13 sopra - plot dei 3 segnali omologhi; sotto - segnali riallineati

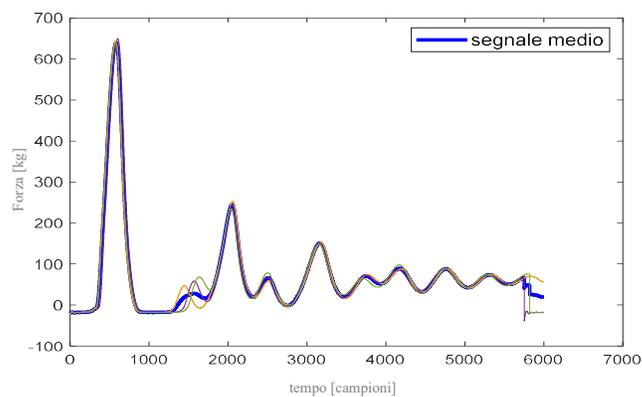


Figura 2.14 segnale medio per le prove 1,2,3 (blu);  $FC=1$ ,  $L0=1m$

**Eliminazione dell'offset e effetti da riallineamento:**

Viene fatto segnale per segnale portando a zero il tratto isoelettrico iniziale

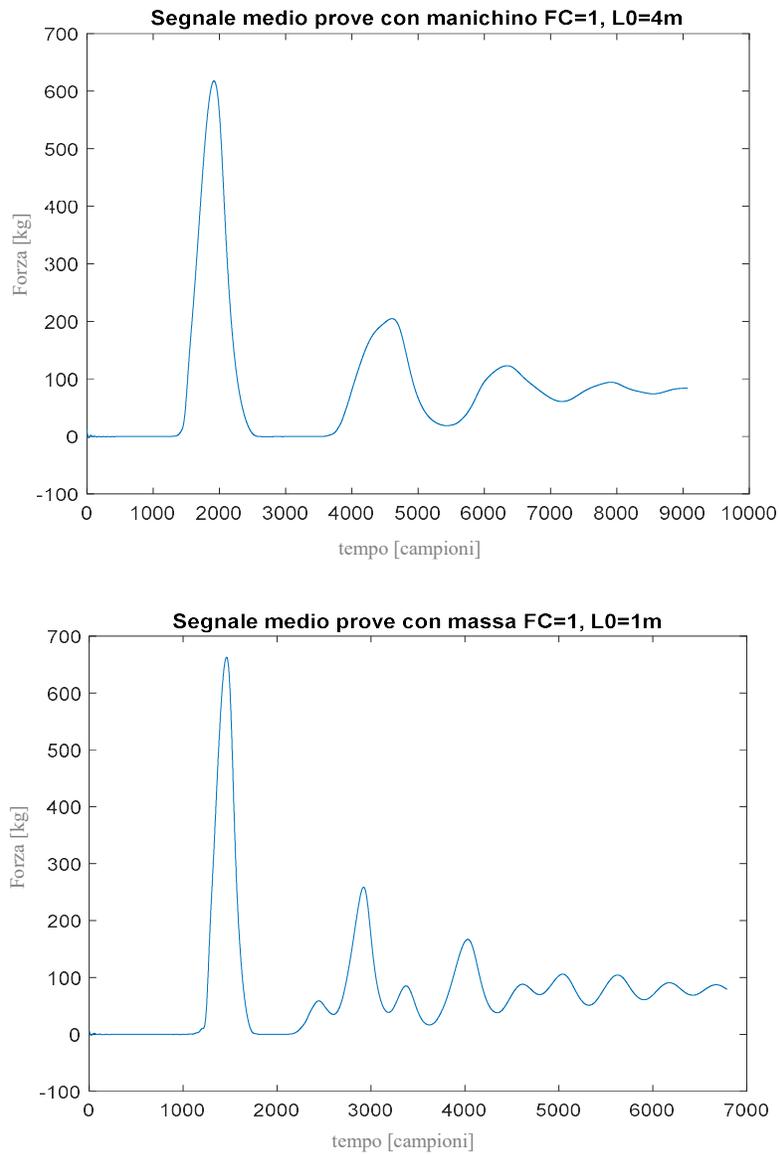


Figura 2.15 Dati medi post filtraggio, riallineamento e medio

### 3. MODELLO ELASTICO

Il modello elastico è il più utilizzato in ambito di analisi preliminari per rappresentare la corda durante la caduta, la fune viene approssimata ad una molla in trazione con una certa rigidezza,  $k$ , associata alle proprietà strutturali del materiale, questo modello viene adottato per la sua semplicità, tuttavia risulta insufficiente per una rappresentazione accurata.

#### 3.1 Studio analitico

Ricordando le specifiche della corda

- Diametro: 9,8 mm
- Peso: 63 g/m
- Forza d'arresto: 8600 N
- Estensione : 33,1%
  
- Area della sezione della corda:  $A = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 7.54 * 10^{-5} m^2$
- $\sigma = \frac{F}{A} \sim 114 MPa$
- modulo elastico :  $E = \frac{\sigma}{\epsilon} = 344,6 MPa$
  
- ➔ Rigidezza :  $k = \frac{E * A}{L_0}$

$L_0 (m)$	$k (N/m)$
1	25982,84
2	12991,42
4	6495,71

Tabella 3.1 Rigidezza fune in funzione della lunghezza dello spezzone

#### FASE 1: Volo libero

La corda non interviene, rimane lenta e il corpo risulta in caduta libera, l'energia potenziale si trasforma in energia cinetica.

**Bilancio energetico**

Trascurando gli effetti dell'aria, si considera che tutta l'energia gravitazionale si trasformi in energia cinetica.

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \text{Bilancio di energia}$$

**Equilibrio di forze:**

$$m\ddot{x} = mg \quad \text{ricavo l'accelerazione}$$

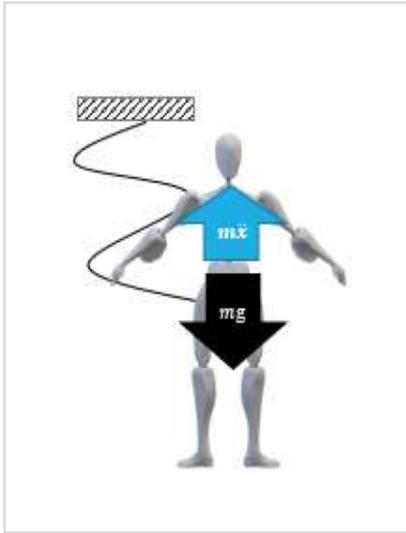


Figura 3.1 bilancio delle forze FASE 1

$$\ddot{x} = g \quad \text{integrandola nel tempo ricavo la velocità}$$

$$\dot{x} = gt + v_0 \quad \text{integrandola nel tempo ricavo lo spostamento}$$

**Legge del moto dell'arrampicatore in fase di volo**

$$x = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + x_0$$

**Moto uniformemente accelerato**

Consideriamo  $x(t)=0$  come punto di inizio della deformazione, otteniamo che:

- o le  $x$  in fase di volo saranno  $< 0$

- o la  $\dot{x}$  in fase di volo sarà crescente  $\geq 0$

## FASE 2: Fase di tensionamento della corda

L'energia cinetica si trasforma in energia elastica, si trascurano tutti gli effetti dissipativi e le non linearità.

### *Bilancio energetico*

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}k\Delta L^2$$

Considerando  $x = 0$  l'inizio dell'allungamento riscriviamo:

$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

### Equilibrio di forze

$$m\ddot{x} + kx = mg$$

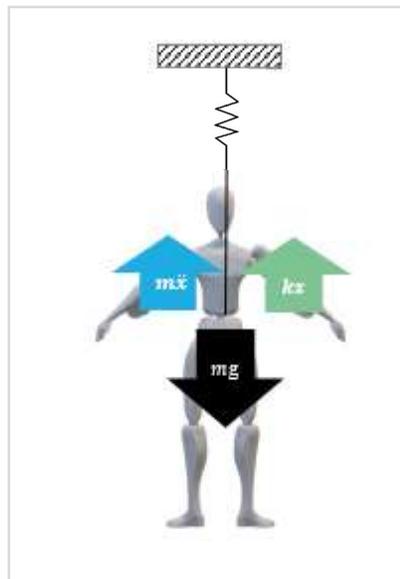


Figura 3.2 bilancio delle forze FASE 2

L'accelerazione risulta essere:

$$\ddot{x} = g - \frac{k}{m}x$$

È una equazione differenziale, lineare del secondo ordine, che si risolve andando a unire:

- omogenea:  $x_o = x_{01} \cos(\lambda_n t) + x_{02} \sin(\lambda_n t)$
- particolare:  $x_p = \frac{mg}{k}$

**soluzione completa, legge del moto:**

$$x = x_{01} \cos(\lambda_n t) + x_{02} \sin(\lambda_n t) + \frac{mg}{k}$$

$$\dot{x} = -\lambda_n x_{01} \sin(\lambda_n t) + \lambda_n x_{02} \cos(\lambda_n t) \quad \text{derivando lo spostamento}$$

$$\ddot{x} = -\lambda_n^2 x_{01} \cos(\lambda_n t) - \lambda_n^2 x_{02} \sin(\lambda_n t) \quad \text{derivando la velocità}$$

- Con questo modello la forza di arresto (FA) si può calcolare come:

$$m(g - \ddot{x}) = kx = \text{FA}$$

e la forza di arresto massima sarà  $\text{FA}_{\max} = kx_{\max}$

**Bilancio energetico**

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

$$x = \sqrt{\frac{2mgh}{k}}$$

$$\text{Fa} = k \sqrt{\frac{2mgh}{k}} \rightarrow = \sqrt{2mghk}$$

- Considerando che :  $k = \frac{E \cdot A}{L_0}$

- Ed esplicitando il fattore di caduta :  $FC = \frac{h}{L_0}$

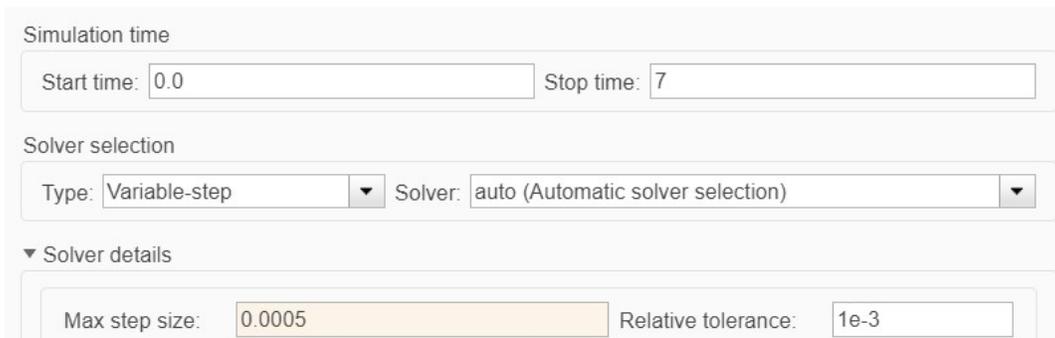
Otteniamo che con questo modello si può prevedere  $FA_{\max}$  con la formula:

$$FA_{\max} = \sqrt{2mgh \cdot \frac{EA}{L_0}} = \sqrt{2mgFC \cdot E \cdot A}$$

Questo modello risulta comodo in quanto correla la forza di arresto direttamente al fattore di caduta e al modulo elastico della corda, rendendo facile e intuitiva questa valutazione [9].

### 3.2 Implementazione e test Simulink

Impostazioni di prova:



The image shows a screenshot of the Simulink Model Settings dialog box. It is divided into three sections: 'Simulation time', 'Solver selection', and 'Solver details'. In the 'Simulation time' section, the 'Start time' is set to 0.0 and the 'Stop time' is set to 7. In the 'Solver selection' section, the 'Type' is set to 'Variable-step' and the 'Solver' is set to 'auto (Automatic solver selection)'. In the 'Solver details' section, the 'Max step size' is set to 0.0005 and the 'Relative tolerance' is set to 1e-3.

Figura 3.3 Dettaglio Model Setting Simulink

Per tutte le prove sono state mantenute su Simulink le impostazioni riportate in figura 3.3, che rispettano i tempi e la frequenza di campionamento della cella di carico usata.

## Schema Simulink e risultati

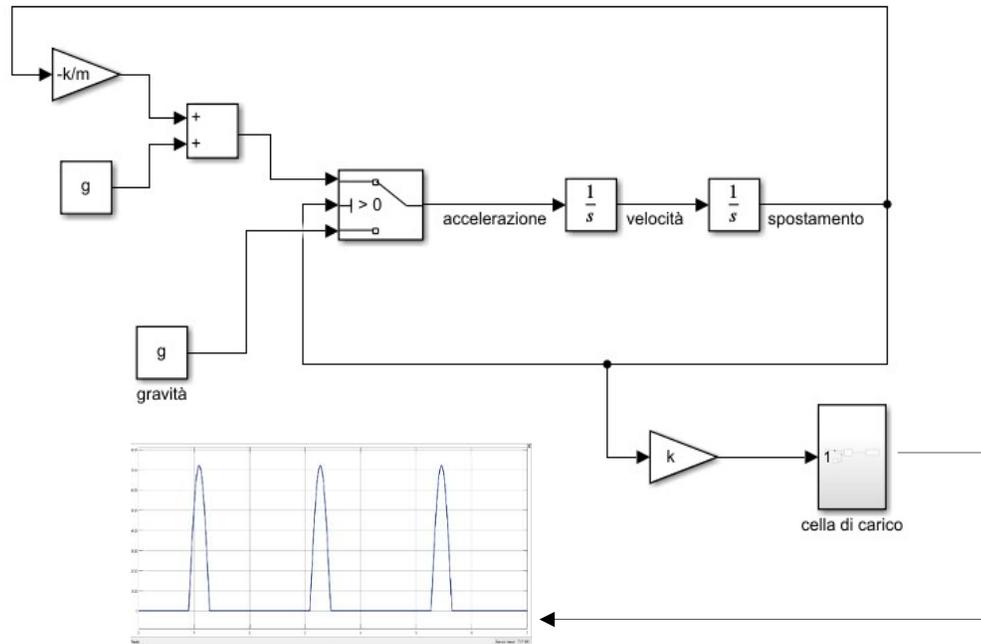


Figura 3.4 Schema Simulink implementato ed esempio di uscita dal blocco cella di carico

La discontinuità del problema (fase 1 e 2) viene implementata mediante un elemento di switch che determina se associare alla fase di volo libero o alla fase di azione della corda la modalità di calcolo dell'accelerazione, mediante un controllo del valore di  $x$ :

$$\begin{cases} \ddot{x} = g & \text{con } x < 0 \\ \ddot{x} = g - \frac{k}{m}x & \text{con } x > 0 \end{cases}$$

### Particolare Sub-system "cella di carico"

La cella di carico percepisce la Forza solo quando la corda è in trazione quindi quando  $F_{cc}$  è maggiore di 0, tramite uno switch che monitora la  $F_{cc}$  stessa si passa da quella calcolata integrando le equazioni del moto quando essa è positiva al valore 0 durante la fase di volo.

$$\left\{ \begin{array}{ll} F_{cc} = 0 & \text{con } x \leq 0 \\ F_{cc} = kx & \text{con } x > 0 \end{array} \right.$$

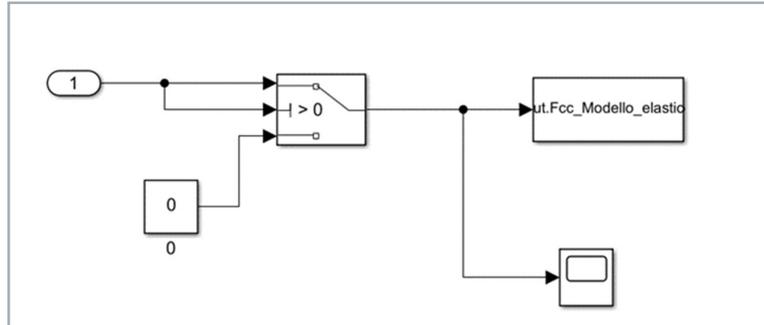


Figura 3.5 Sub-System " cella di carico "

confronto Forza percepita dalla cella di carico reale e quella simulata

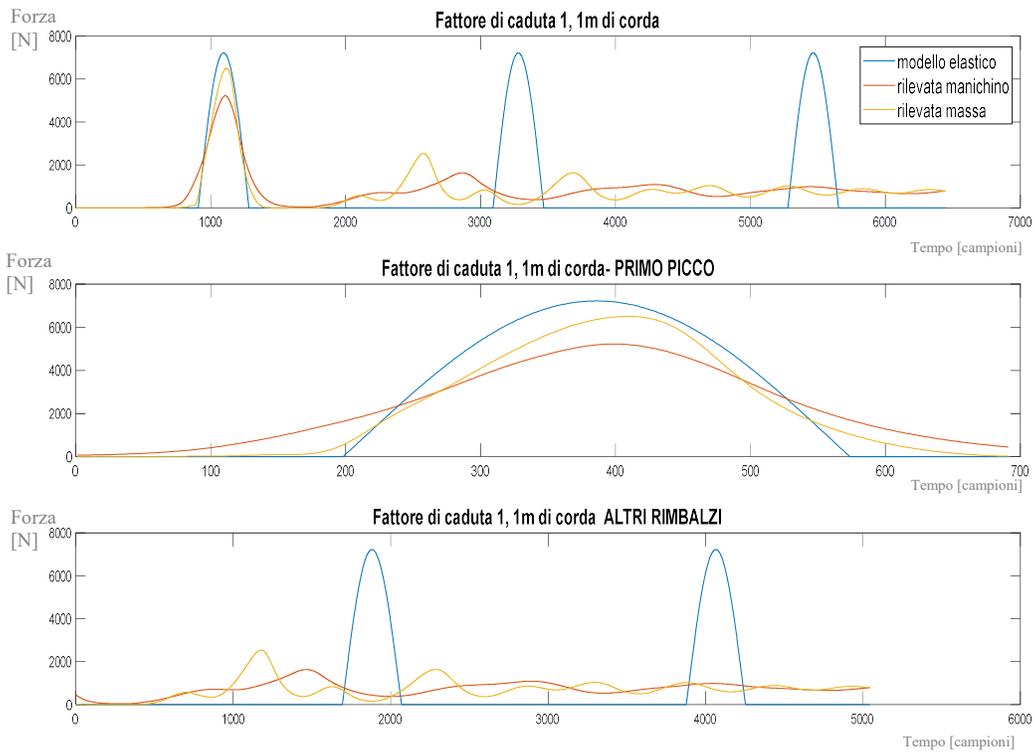


Figura 3.6 Confronto  $F_{cc}[N]$  ottenuta con il modello elastico con quelle medie di massa e manichino con  $FC=1$ ,  $l_0=1$ . In alto - segnale completo, al centro- particolare primo picco, in basso- particolare rimbalzi dopo il primo

Si riportano in figura 3.6 le curve medie per i casi  $FC=1$ ,  $l_{eff}=1$  (rispettivamente per massa e manichino), in confronto a quella ottenuta dal modello elastico implementato su Simulink ( figura 3.4), impostando come parametri di prova

- $m = 80$  kg come definito nel paragrafo 2.1.1
- $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>
- $l_{eff} = 1$  m
- $FC=1$
- $l_{eff} = FC \cdot l$
- $V_0 = \sqrt{2gLeff}$
- $k=25982,84$  N/m (tabella 3.1)

Si è scelto di far iniziare la simulazione dall'istante di sgancio del grave, dunque negli integratori sono state imposte le seguenti condizioni iniziali:

- $X(0) = -l_{eff}$ ;
- $V(0) = 0$ ;

i segnali sono stati allineati sempre calcolando la funzione di cross-correlazione (metodo descritto nel paragrafo 2.3.2)

si osserva in figura 3.6:

- Nel primo sub-plot è riportato tutto il segnale, a parità di lunghezza temporale il modello prevede 3 rimbalzi, ugualmente energetici, mentre nella realtà avvengono molti più molleggi ad ampiezza decrescente nel tempo.
- Nel secondo sub-plot è messo in evidenza il primo picco, si conferma l'osservazione che questo modello produce risultati conservativi raggiungendo valori tipicamente più elevati rispetto ai casi reali di test (sia per massa metallica che manichino antropomorfo). La forma del picco del modello matematico è sinusoidale, risulta meno scampanata rispetto alle prove reali che presentano delle code di salita e discesa rispetto allo zero più gradualmente e a supporto più ampio (questo effetto in parte

si riconduce alla natura continua della corda fisica, dove ogni elemento  $dm$ , viene reclutato con progressione, ciò non avviene nel modello immateriale implementato su Simulink)

- Nel terzo sub-plot vediamo in dettaglio l'andamento dopo il primo rimbalzo, risulta evidente la scorrelazione tra i segnali e la totale inefficacia del modello elastico per rappresentare la fasi di volo e assestamento dopo al primo picco.

Infine a riguardo della  $F_{cc}$  si può osservare per questo modello la curva sforzo-deformazione, riportata in termini di  $x$ - $F_{cc}$  (figura 3.7) :

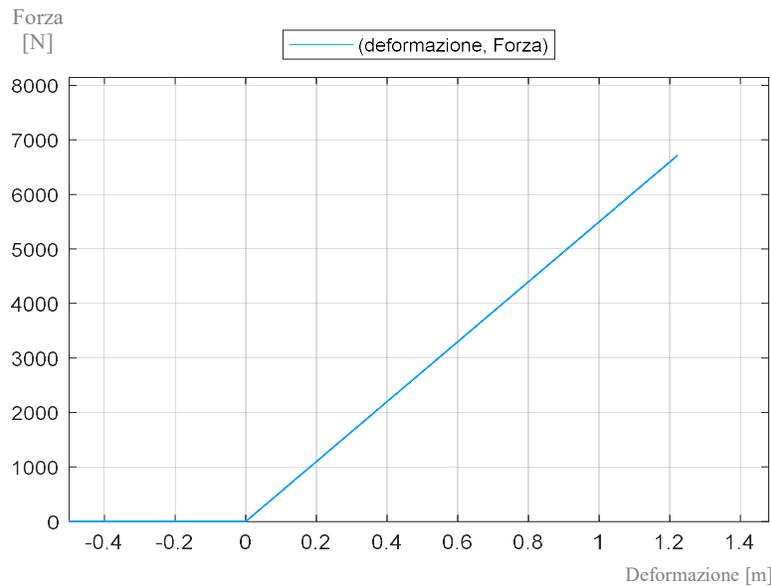


Figura 3.7 Diagramma sforzo-deformazione (caso  $FC=1$ ,  $L0=4m$ )

- non presenta isteresi
- vale 0 per deformazioni minori di 0 (non avvengono compressioni)
- è una retta con inclinazione  $k$  costante per valori di  $x > 0$
- Non si distinguono i vari rimbalzi in quanto sovrapposti tra loro

### Osservazioni sul moto arrampicatore

Mediante il posizionamento di tre elementi 'scope' sui rami accelerazione, velocità, spostamento nello schema si possono visualizzare le curve del moto del grave.

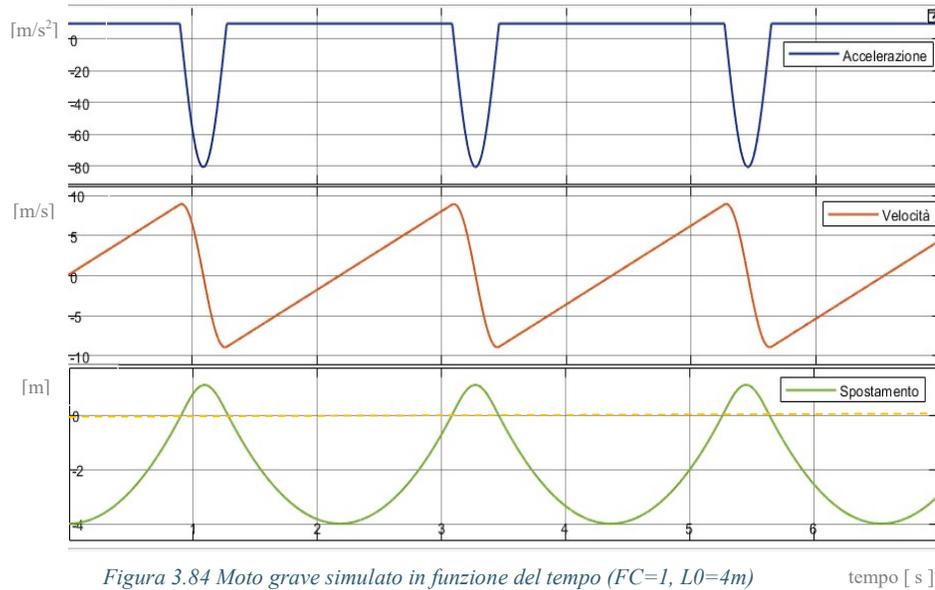


Figura 3.84 Moto grave simulato in funzione del tempo ( $FC=1$ ,  $L0=4m$ )

tempo [ s ]

Un modello di questo tipo implica un moto periodico infinito nel tempo.

L'elasticità della corda contribuisce a rendere meno impulsivo l'impatto finale, ma non contribuisce alla dissipazione dell'energia accumulata durante l'urto.

- Accelerazione, velocità e spostamento risultano in questo modello in fase.
- A  $x \geq 0$  si passa da moto parabolico a sinusoidale
- La velocità alterna fasi linearmente dipendenti da  $g$ , a fasi cosinusoidali

## 4. MODELLO VISCO-ELASTICO

### 4.1 Inquadramento generale

La prima implementazione fatta mira a prendere in considerazione la natura multicomponente della corda e ad introdurre il fenomeno della dissipazione.

#### Smorzamento strutturale e equivalente viscoso

L'energia che viene assorbita da una struttura durante un evento ciclico può essere dissipata in diversi modi

- smorzamento isteretico, dovuto alla risposta anelastica dei materiali
- smorzamento non-isteretico: in quantità minore, dovuto a fenomeni come l'attrito tra gli elementi strutturali e non-strutturali (che per ora trascuriamo);

Ogni materiale che viene sollecitato ciclicamente dissipa una certa quantità di energia internamente ad esso. Risultati sperimentali indicano che per molti materiali l'energia dissipata in ogni ciclo risulta essere indipendente dalla frequenza di sollecitazione e proporzionale al quadrato dell'ampiezza di deformazione, lo smorzamento strutturale risulta quindi non lineare.

La definizione dello smorzamento viscoso equivalente per ogni diversa condizione di prova, rappresenta un passaggio necessario per rendere il problema lineare e facilmente risolvibile dal punto di vista matematico.

#### Smorzamento viscoso

Sappiamo da evidenze sperimentali [12] che la corda ha una deformazione residua non recuperabile, per semplicità, in prima approssimazione la trascuriamo e prendiamo in esame il Modello di Voigt per il comportamento viscoelastico, dove la risposta ad una sollecitazione è totalmente recuperabile, ma ritardata.

Lo schema consiste in una molla e uno smorzatore collegati in parallelo [figura 5.1 ]:

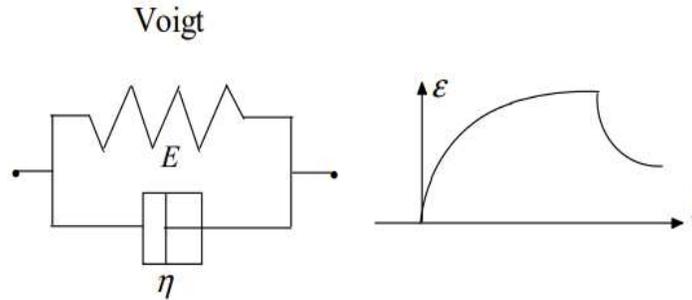


Figura 4.1 Modello di Voigt, a sinistra - schema meccanico,  $E$  = modulo elastico,  $\eta$  = fattore di perdita; a destra - caratteristica della deformazione nel tempo

Questo modello risulta generalmente valido nei solidi amorfi, quali ad esempio i polimeri termoplastici in determinati campi di temperatura [8].

Le caratteristiche fondamentali del comportamento meccanico in un materiale viscoelastico è riassunto da Fung [9] tramite tre proprietà: stress relaxation<sup>4</sup>, creep<sup>5</sup> e isteresi, quest'ultima è la caratteristica per noi di maggior interesse:

**isteresi:** se il corpo è sottoposto all'azione di una storia di carico ciclica, allora si osserva che nella fase di intensificazione del carico la relazione sforzo – deformazione assume un andamento diverso rispetto alla fase di attenuazione [figura 4.1].

Dalla teoria dello smorzamento [10] sappiamo che potrebbero presentarsi tre casi differenti:

- oscillatore sotto-smorzato: il valore dello smorzamento relativo,  $\xi$ , è maggiore di zero e minore di uno, si avranno delle oscillazioni intorno alla posizione di equilibrio prima di raggiungere lo stato di quiete → caso di nostro interesse

<sup>4</sup> **stress relaxation:** in un corpo in cui lo stato deformato è mantenuto costante si osserva che lo stato tensionale va riducendo la propria intensità nel tempo

<sup>5</sup> **creep:** Se il corpo è istantaneamente sottoposto ad uno stato tensionale che viene poi mantenuto costante, allora si osserva che lo stato deformativo evolve nel tempo incrementando la propria entità

- oscillatore con smorzamento critico: il valore dello smorzamento relativo è pari a 1, il sistema ritorna alla sua posizione di equilibrio senza oscillare e lo fa nel minor tempo possibile;
- oscillatore sovra-smorzato: il valore dello smorzamento relativo è maggiore di 1. il sistema tornerà alla sua posizione di equilibrio senza oscillare impiegando un tempo superiore rispetto al caso di oscillatore con smorzamento critico.

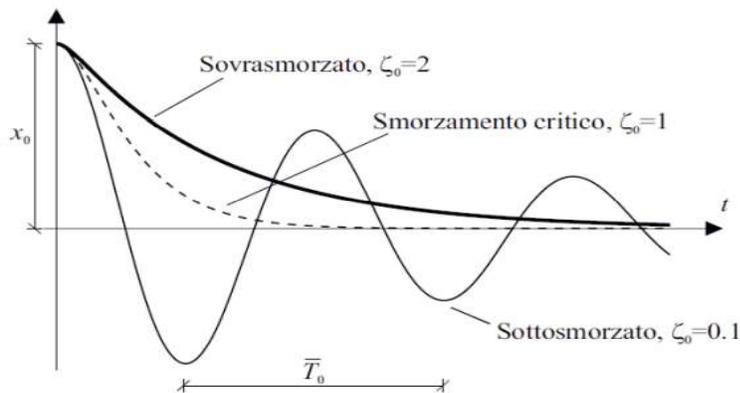


Figura 4.2 Andamento delle oscillazioni in caso di sistema a smorzamento critico e sovra o sotto smorzato

### Schema di partenza

Si è discussa nel paragrafo 2.2 la struttura della corda, per modellare i vari elementi ci basiamo sulle seguenti osservazioni:

- la calza della corda e l'anima sono elementi che subiscono durante il transitorio la stessa deformazione (a meno dello scorrimento, che non consideriamo in questa approssimazione), questi elementi vanno dunque messi in parallelo.
- L'imbrago è un elemento in serie rispetto alla corda e deve rispettare la caratteristica di non deformarsi (motivazioni elencate in paragrafo 1.3), avrà rigidità elevata.
- Ipotizzando che lo smorzamento sia principalmente attribuito al core della corda, l'elemento anima risulterà essere un parallelo tra componente elastica e dissipante.

Sulla base di queste assunzioni possiamo impostare il modello meccanico come in figura 4.3, un parallelo calza-core, in cui il core è a sua volta un parallelo tra parte elastica e dissipatoria, in serie con l'imbrago.

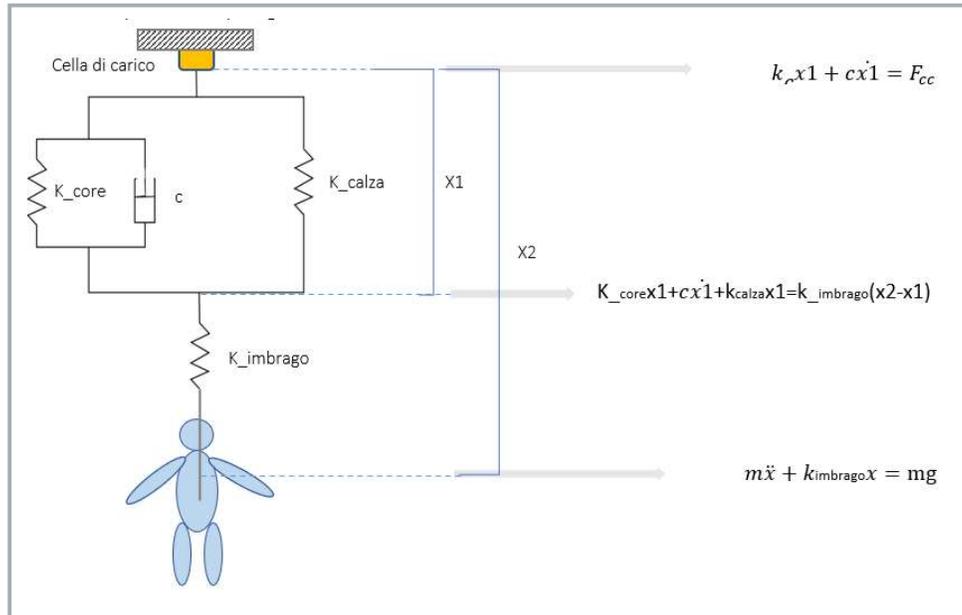


Figura 4.3 Schema meccanico iniziale per la rappresentazione della corda

## 4.2 Semplificazione dello schema iniziale

Scrivendo le equazioni ai nodi dello schema in figura 4.3 otteniamo le seguenti equazioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} kx_1 + cx_1' = F_{cc} \quad (1) \\ k_{core}x_1 + cx_1' + k_{calza}x_1 = k_{imbrago}(x_2 - x_1) \quad (2) \\ m\ddot{x}_2 + k_{imbrago}(x_2 - x_1) = mg \quad (3) \end{array} \right.$$

Osservando che  $k_{core}$  e  $k_{calza}$  sono due molle in parallelo possiamo scrivere:

$$k_{core}x_1 + k_{calza}x_1 = k_{eq}x_1 \quad (4)$$

ricordando che la resistenza alla rottura di una corda dipende per il 70% dall'anima e per il 30% dalla calza attribuiamo:

- $k_{core}=0.7k_{eq}$
- $k_{calza}=0.3k_{eq}$

Unendo la (2) e la (4) otteniamo:

$$k_{eq}x_1 + c\dot{x}_1 + k_{imbrago}x_1 = k_{imbrago}x_2$$

lo spostamento del grave risulta dunque essere:

$$x_2 = \frac{k_{eq} + k_{imbrago}}{k_{imbrago}} x_1 + \frac{c}{k_{imbrago}} \dot{x}_1 \quad (5)$$

Considerando che l'imbrago deve deformarsi molto poco per poter rimanere saldo all'arrampicatore, lo consideriamo rigido,  $k_{imbrago} \rightarrow \infty$  possiamo scrivere:

$$\triangleright \frac{k_{eq} + k_{imbrago}}{k_{imbrago}} \rightarrow 1$$

$$\triangleright c / k_{imbrago} \rightarrow 0$$

Nell'equazione (5) risulta  $x_2 \sim x_1$ , quindi il modello iniziale può essere semplificato in un semplice parallelo molla-smorzatore, come riportato in figura 4.4.

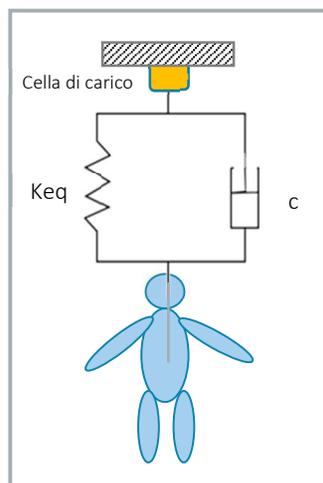


Figura 4.4 Schema meccanico semplificato

### 4.3 Problema analitico

#### 4.3.1 Equilibrio delle forze

alla cella di carico

$$kx + c\dot{x} = F_{cc}$$

Ricordando che i rilevamenti sperimentali sono corrispondenti a  $F_{cc}$

Equilibrio al grave

$$m\ddot{x} + kx + c\dot{x} = mg$$

Accelerazione del grave

$$\ddot{x} = g - \frac{k}{m}x - \frac{c}{m}\dot{x}$$

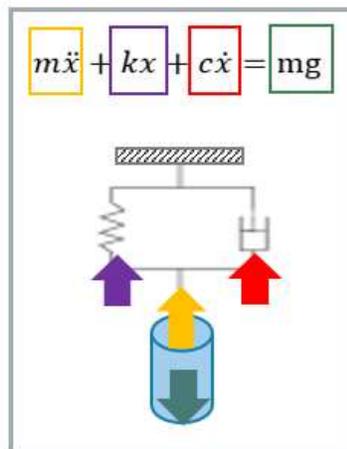


Figura 4.5 Schema delle forze in gioco

L'equazione ottenuta è differenziale e di secondo ordine, la soluzione si può scrivere come:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{\text{omogenea}} = e^{-\sigma t} [x_{01} \sin(\lambda_p) + x_{02} \cos(\lambda_p)] \\ x_{\text{particolare}} = \frac{mg}{k} \end{array} \right.$$

La soluzione completa risulta essere:

$$x(t) = e^{-\sigma t} [x_{01} \sin(\lambda_p t) + x_{02} \cos(\lambda_p t)] + \frac{mg}{k}$$

Derivando si ottiene la velocità:

$$\dot{x}(t) = -\sigma e^{-\sigma t} [x_{01} \cos(\lambda_p t) + x_{02} \sin(\lambda_p t)] + e^{-\sigma t} [-\lambda_p x_{01} \sin(\lambda_p t) + \lambda_p x_{02} \cos(\lambda_p t)]$$

Imponendo le condizioni iniziali è possibile formulare  $x_{01}$  e  $x_{02}$

1)  $x(0) = 0$  considerando come istante 0 quello di inizio deformazione della corda

$$0 = e^{-\sigma \cdot 0} [x_{01} \cos(\lambda_p \cdot 0) + x_{02} \sin(\lambda_p \cdot 0)] + \frac{mg}{k} = x_{01} + \frac{mg}{k}$$

$$x_{01} = -\frac{mg}{k}$$

$$2) \dot{x}(0) = \sqrt{2glFC}$$

il corpo avrà acquistato una certa velocità nella caduta libera di  $l \cdot FC$  metri

$$\sqrt{2glFC} = -\sigma e^{-\sigma \cdot 0} [x_{01} \cos(\lambda_p \cdot 0) + x_{02} \sin(\lambda_p \cdot 0)] + e^{-\sigma \cdot 0} [-\lambda_p x_{01} \sin(\lambda_p \cdot 0) + \lambda_p x_{02} \cos(\lambda_p \cdot 0)]$$

$$x_{02} = (\sqrt{2glFC} - \sigma \frac{mg}{k}) / \lambda_p$$

#### 4.3.2 Legge del moto in forma contratta:

Data la funzione  $x(t) = c_1 \cos(\lambda t) + c_2 \sin(\lambda t)$  è sempre possibile scrivere:

$$x(t) = A_0 \sin(\lambda t + \varphi_0) \quad [dimostrazione in Appendice 3]$$

Dove:

$$A_0 = \sqrt{c_1^2 + c_2^2} \quad e \quad \varphi_0 = \arctan(c_1/c_2)$$

- Su questa base si possono riscrivere le equazioni del moto come:

$$\triangleright x(t) = e^{-\sigma t} [A_0 \sin(\lambda_p + \varphi_0)] + \frac{mg}{k}$$

$$A_0 = (\sqrt{x_{201}^2 + x_{202}^2}) \quad \varphi_0 = \arctan\left(\frac{x_{01}}{x_{02}}\right)$$

$$\triangleright \dot{x}(t) = e^{-\sigma t} [A_1 \sin(\lambda_p + \varphi_1)]$$

$$A_1 = (\sqrt{x_{201}^2 + x_{202}^2}) * (\sqrt{\lambda_{2p}^2 + \sigma^2}) \quad \varphi_1 = \arctan\left(\frac{x_{01}}{x_{02}}\right) + \arctan(\lambda_p / -\sigma)$$

$$\triangleright \ddot{x}(t) = e^{-\sigma t} [A_2 \sin(\lambda_p + \varphi_2)]$$

$$A_2 = (\sqrt{x_{201}^2 + x_{202}^2}) * (\sqrt{\lambda_{2p}^2 + \sigma^2})^2 \quad \varphi_2 = \arctan\left(\frac{x_{01}}{x_{02}}\right) + 2\arctan(\lambda_p / -\sigma)$$

- Dalla teoria dei sistemi viscoelastici [10] riportiamo le definizioni dei parametri:

1) Smorzamento del sistema  $c$

2) Rigidezza del sistema  $k$

3) Smorzamento relativo  $\xi = \frac{c}{c_{cr}}$

4) Smorzamento critico  $c_{cr} = 2\sqrt{km}$

5) Frequenza naturale  $\lambda_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$

6) Pulsazione propria  $\lambda_p = \lambda_n \sqrt{1 - \xi^2}$

7) fattore di decadimento  $\sigma = \xi \lambda_n$

Il problema presenta attualmente le seguenti incognite :  $\xi, \sigma, \lambda_n, \lambda_p, k, c$ , queste non sono tutte variabili indipendenti, in particolare possiamo ricondurre il problema a  $\lambda_p, \sigma, \xi$  con l'obiettivo di ricavare  $k$  e  $c$ .

## 4.4 Estrapolazione parametri dalle curve sperimentali, calcolo di $k$ e $c$

### 4.4.1 Premessa

I dati a disposizione fanno riferimento alla forza recepita dalla cella di carico, la cui unità di misura operativa è il kg, per ricondurci alla accelerazione sono stati valutati i dati nella seguente maniera :

$$kx + c\dot{x} = F_{cc} = -m(\ddot{x} - g)$$

$$F_{cc}(kg) = -m(\ddot{x} - g)/g$$

$$\ddot{x} = g\left(1 - \frac{F_{cc}(kg)}{m}\right)$$

Una volta ottenuta la curva di  $\ddot{x}$  si possono fare su di essa le seguenti osservazioni:

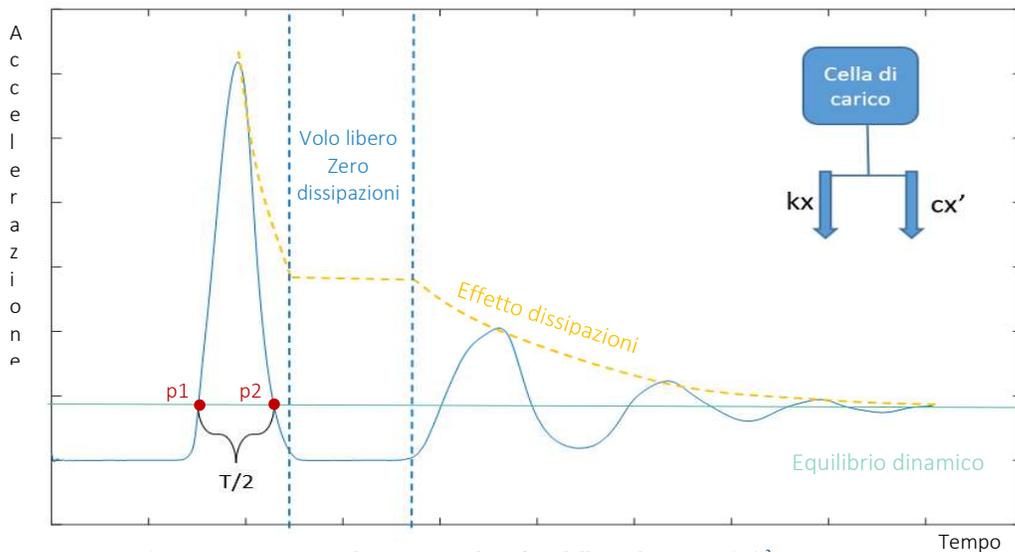


Figura 4.6 Punti e osservazioni di interesse sul grafico dell'accelerazione ( $m/s^2$ )

In giallo: curva di interpolazione; in blu: accelerazione, in verde: equilibrio dinamico

#### 4.4.2 Frequenza propria – come è stato ricavato $\lambda_p$

La pulsazione,  $\lambda_p$ , è stata ricavata come inverso del periodo, ottenuto moltiplicando per due il supporto temporale (rispetto alla posizione di equilibrio dinamico) del primo picco (p1-p2, figura 4.6.), in quanto meno affetto dal disturbo dovuto all'aggancio non baricentrico (il quale sposta gli attraversamenti dello zero, in particolare nei casi CM).

#### 4.4.3 Entità dello smorzamento – come è stato ricavato $\sigma$

L'effetto dello smorzatore si riconduce alla perdita di ampiezza nella successione dei rimbalzi, in particolare in questo modello l'abbattimento è considerato dovuto ad una funzione di tipo esponenziale interpolante i rimbalzi.

##### Decremento logaritmico

Il valore del fattore di decadimento per sistemi sotto-smorzati può essere ricavato sperimentalmente dall'ampiezza decrescente delle oscillazioni, utilizzando il metodo del decremento logaritmico,  $\delta$ , (a differenza dei parametri per i sistemi massa e molla, lo smorzamento non può essere determinato mediante prove e considerazioni statiche).

Si sono utilizzati come riferimenti il secondo e terzo picco per le seguenti ragioni:

- non risultavano essere separati da fasi a dissipazione zero, rappresentando dunque un ciclo intero di carico e scarico.
- Risultano ancora significativi in ampiezza

Si consideri l'oscillazione libera di un sistema con smorzamento inferiore a quello critico ( $\zeta < 1$ ), presi due istanti di tempo corrispondenti a due massimi consecutivi, il rapporto tra le ampiezze dell'oscillazione risulta:

$$\frac{a_i}{a_{i+1}} = \frac{e^{-\sigma t_1} [A_2 \sin(\lambda_p t_1 + \varphi_2)]}{e^{-\sigma t_2} [A_2 \sin(\lambda_p t_2 + \varphi_2)]} = \frac{e^{-\sigma t_1}}{e^{-\sigma t_2}} = e^{\sigma(t_2 - t_1)}$$

$$\delta = \ln\left(\frac{a}{a_{i+1}}\right) = \ln(e^{\sigma(t_2-t_1)}) = \sigma T$$

$$\sigma = \delta/T$$

Le accelerazioni di picco sono state lette dalle curve mediante la funzione Matlab *findpeaks*.

#### 4.4.4 Fattore di perdita - come è stato ricavato $\xi$

Dalla teoria dello smorzamento strutturale e viscoso [10] si ottengono le seguenti espressioni:

$$\delta_{strutturale} = \frac{\pi\eta}{\sqrt{1 + \eta^2/4}}$$

$$\delta_{viscoso} = 2\pi \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}$$

Volendo ricavare l'equivalente viscoso, per lo specifico caso strutturale, si pone una equivalenza tra le due ottenendo i seguenti risultati:

- $\eta = \sqrt{\frac{\delta_{viscoso}^2}{\pi^2 - \delta_{viscoso}^2/4}}$
- $\zeta = \eta/2$

Eta,  $\eta$ , è il fattore di perdita, ed è il rapporto tra componente relativa a dissipazione e componente relativa all'accumolo [Appendice 4].

#### 4.4.5 Procedura di calcolo completa - ricapitolando

Per calcolare tutti i parametri di interesse è stato usato un foglio Excel che implementava le seguenti formule:

1) Periodo: ricavato direttamente dalle curve, prendendo i due punti p1 e p2 che intercettano l'intersezione tra curva e posizione di equilibrio dinamico [figura 5.5]

o  $t(p1) = n^{\circ} \text{campione}(p1) / \text{frequenza di campionamento Cella di Carico}$

o  $t(p2) = n^{\circ} \text{campione}(p2) / \text{frequenza di campionamento Cella di Carico}$

$$T = (t(p2) - t(p1)) * 2 \quad [s] \quad (\text{descritto in 4.4.2})$$

2) Con l'informazione di T si può calcolare la pulsazione propria:

$$\lambda_p = (1/T) * 2\pi \quad [\text{rad/s}]$$

3) Il decremento logaritmico tra il 2° e 3° picco, si calcola come :

$$\delta = \ln\left(\frac{a}{a_{i+1}}\right)$$

Dove  $a$  e  $a_{i+1}$  = valori delle accelerazioni letti mediante *findpeaks* dalle curve di accelerazione dal secondo e terzo picco (dopo aver sottratto loro il valore all'equilibrio dinamico).

4) Il fattore di decadimento è stato calcolato con :

$$\sigma = \delta / T \quad (\text{dimostrazione in 4.4.4})$$

5) Il fattore di perdita è stato calcolato con:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta_{\text{viscoso}}^2}{\pi^2 - \delta_{\text{viscoso}}^2 / 4}} \quad (\text{dimostrazione in 4.4.5})$$

6) Zita :  $\zeta = \eta/2$  (dimostrazione in 4.4.5)

7) Frequenza naturale

$$\lambda_n = \lambda_p / \sqrt{1 - \zeta^2}, \quad (\text{dall'inversa della 6 in 4.3.2})$$

8) Rigidezza  $k$ ,

$$k = m * \lambda_n^2 \quad (\text{dall'inversa della 5 in 4.3.2})$$

9) Smorzamento equivalente<sup>6</sup>

$$c_{eq} = \eta k / \lambda_p$$

I risultati per ogni curva media sono riportati in [Appendice 5]

#### 4.5 Risultati - Andamenti sperimentali di $k$ e $c$

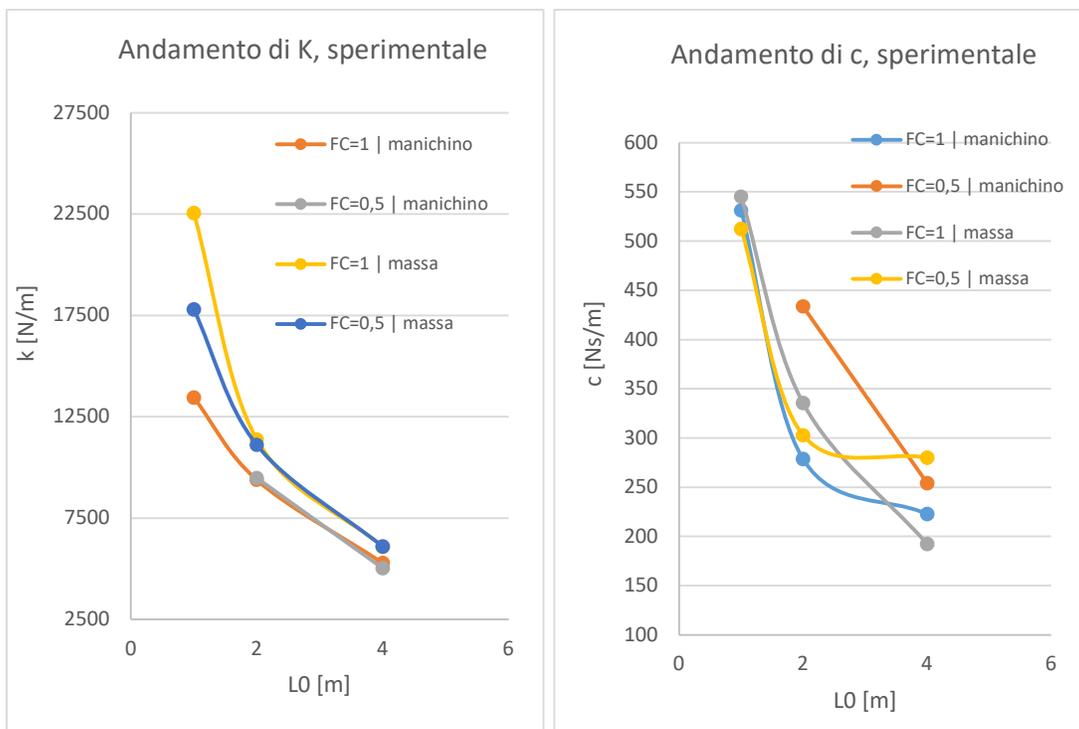


Figura 4.7 Andamento di  $k$  e  $c$  rispetto  $l_0$

<sup>6</sup> Lo smorzamento equivalente può essere assimilato ad uno smorzamento viscoso con coefficiente di smorzamento inversamente proporzionale alla frequenza alla quale viene percorso il ciclo di isteresi [10] (pag 155-158)

Dai grafici in figura 4.7 si possono fare le seguenti osservazioni:

- Al crescere di  $L_0$  la corda diventa meno rigida.
- Nelle prove effettuate con il manichino i valori risultano più bassi, questo fattore potrebbe essere dovuto al diverso materiale e tipo di ancoraggio, diretto per il corpo metallico e per mezzo dell'imbrago nel manichino (il cui effetto si era trascurato nel modello, considerandolo rigido [paragrafo 4.2, formula 5] )
- Il Fattore di Caduta non influisce sul trend e sulla pendenza della rigidezza, in particolare per lunghezze di corda maggiori di 1. Nel complesso l'andamento della rigidezza non risulta essere linearmente dipendente da  $L_0$ .
- Lo smorzamento decresce non linearmente con  $L_0$ , assume valori nel range 200-530 Ns/m, il fattore di caduta influisce sulla sua intensità, con  $FC=0.5$  si dissipa più energia rispetto al caso  $FC=1$  (si può ipotizzare che questo effetto sia dovuto in parte anche alla presenza del rinvio).

Per ogni  $L_0$  è stato scelto il valor medio rispetto a quelli ottenuti dalle precedenti delle prove in tabella 4.1, indipendentemente dal fatto che fossero svolte con manichino o con corpo metallico, al fine di attribuire delle proprietà specifiche alla corda in esame

#### VALORI MEDI

$L_0$	$k$ [N/m]	$c$ [Ns/m]
1	17926,5658	524,505677
2	10335,914	331,391655
4	5619,33323	233,52561

Tabella 4.1 Valori di  $k$  e  $c$  medi per descrizione visco-elastica della corda Cristal Millet

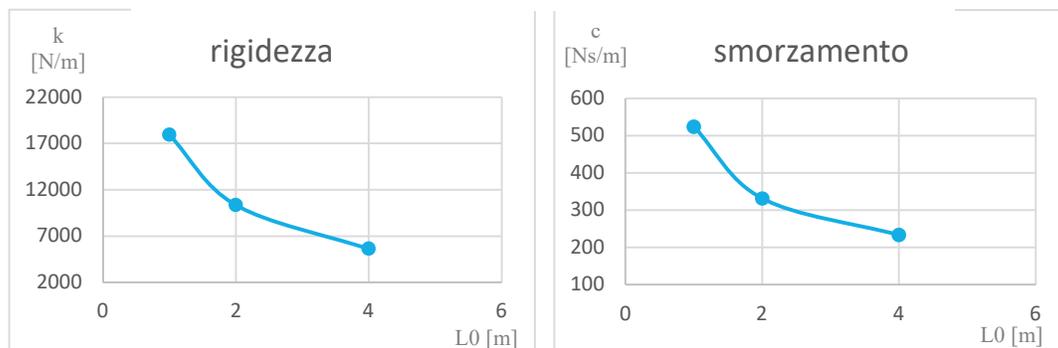


Figura 4.8 Andamenti di  $k$  e  $c$  medi per modello visco-elastico per la corda Cristal Millet

In figura 4.8 si nota che  $k$  e  $c$  hanno un andamento simile, apparentemente esponenziale

#### 4.6 Analisi della natura discontinua del problema

In questa nuova configurazione serve una considerazione in più per gestire il passaggio tra la fase di volo e quella di tensionamento, l'attacco e lo stacco dal sistema corda non dipendono entrambi dal valore di  $x$ :

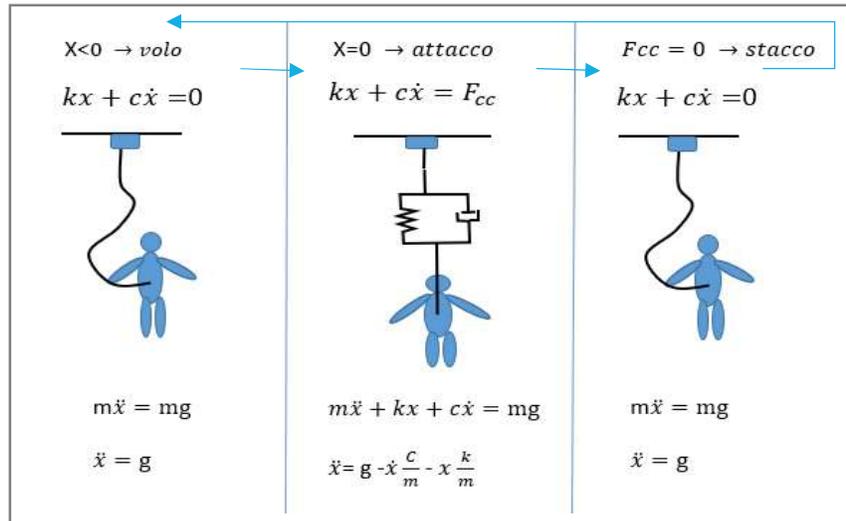


Figura 4.9 Schema fasi del moto

**Fase 1-2: ATTACCO** : Il passaggio dalla fase di volo, dominata da  $g$ , a quella di tensionamento della corda, dipende dall'innesco della deformazione, come per il caso elastico abbiamo come condizione iniziale  $x > 0$ .

**Fase 2-3: STACCO**: Nel caso precedente la forza esercitata dalla corda era direttamente proporzionale alla deformazione, si annullava quando  $x$  tornava zero, in questo modello possiamo scrivere la forza percepita dalla cella di carico come  $F_{cc} = kx + c\dot{x}$ , quando la forza elastica si annulla non vale lo stesso per la forza smorzante (velocità e spostamento non sono in fase, paragrafo 4.3.2), infatti in  $x(t)=0$  ottengo:

$$\rightarrow 0 + c\dot{x} \neq 0,$$

la  $x$  ha sempre valori positivi durante il transitorio, mentre la velocità è positiva fino alla massima deformazione e negativa nel ritorno (sulla base del sistema di riferimento scelto), la  $F_{cc}$  non si annullerà in  $x=0$ , ma leggermente prima, quando  $kx = -c\dot{x}$

## 4.7 Implementazione Simulink

Restano impostate con le medesime caratteristiche indicate nel paragrafo 3.2

- Il Model Setting di prova
- Il sub-system della cella di carico

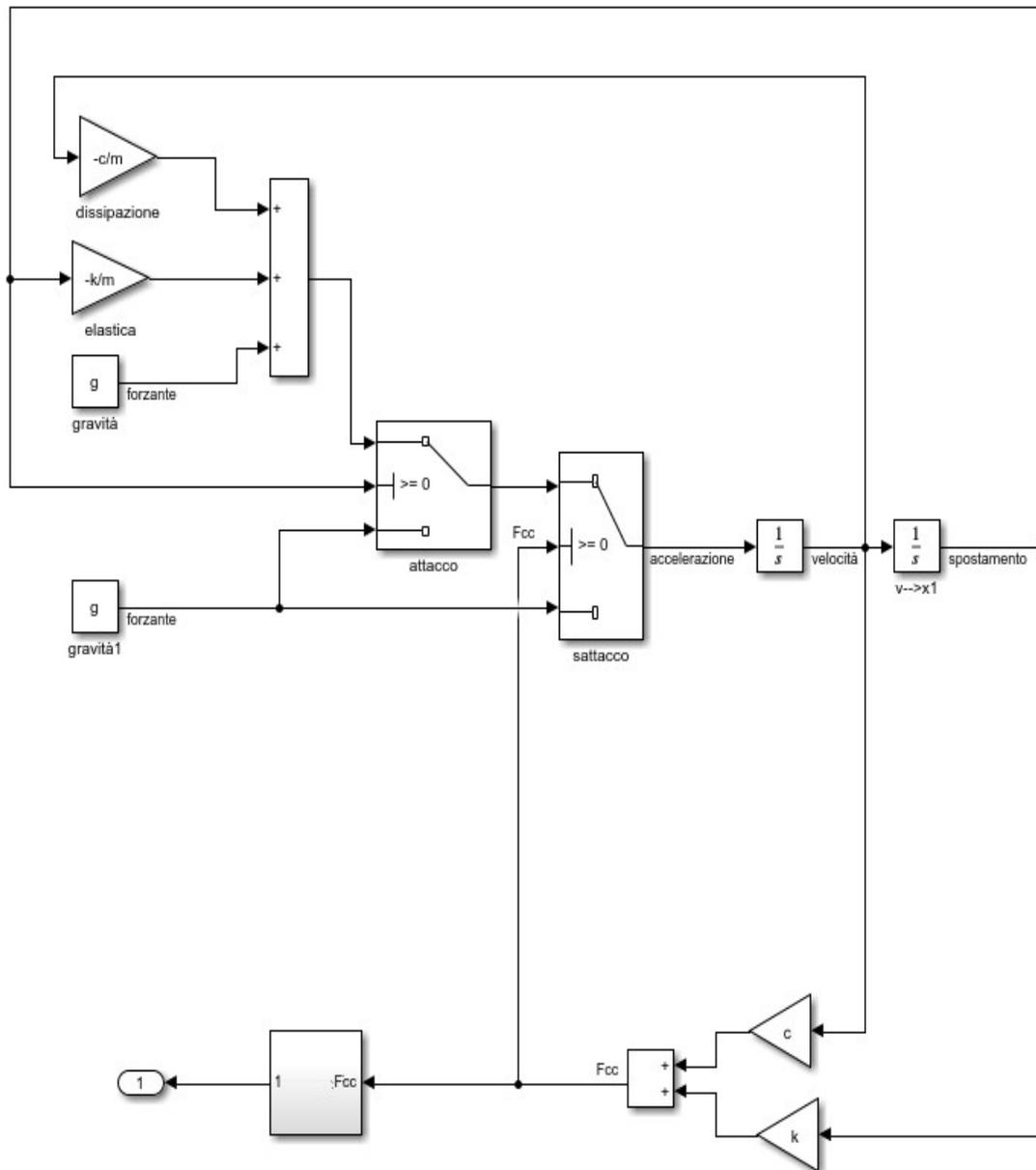


Figura 4.10 Schema Simulink implementato per il modello visco-elastico

La natura a tratti del problema (fase 1 e 2) viene implementata mediante 2 elementi di switch corrispondenti ai seguenti sistemi:

- Il primo, per l' attacco, considera il passaggio attraverso  $x=0$  come criterio di switch:

$$\begin{cases} \ddot{x} = g & \text{con } x < 0 \\ \ddot{x} = g - \frac{k}{m}x - \frac{c}{m}\dot{x} & \text{con } x > 0 \end{cases}$$

- Il secondo, per lo stacco, tiene conto della forza di contatto e il suo azzeramento come criterio di switch:

$$\begin{cases} \ddot{x} = g & \text{con } F_{cc} < 0 \\ \ddot{x} = g - \frac{k}{m}x - \frac{c}{m}\dot{x} & \text{con } F_{cc} > 0 \end{cases}$$

### Confronto $F_{cc}$ modello e reali

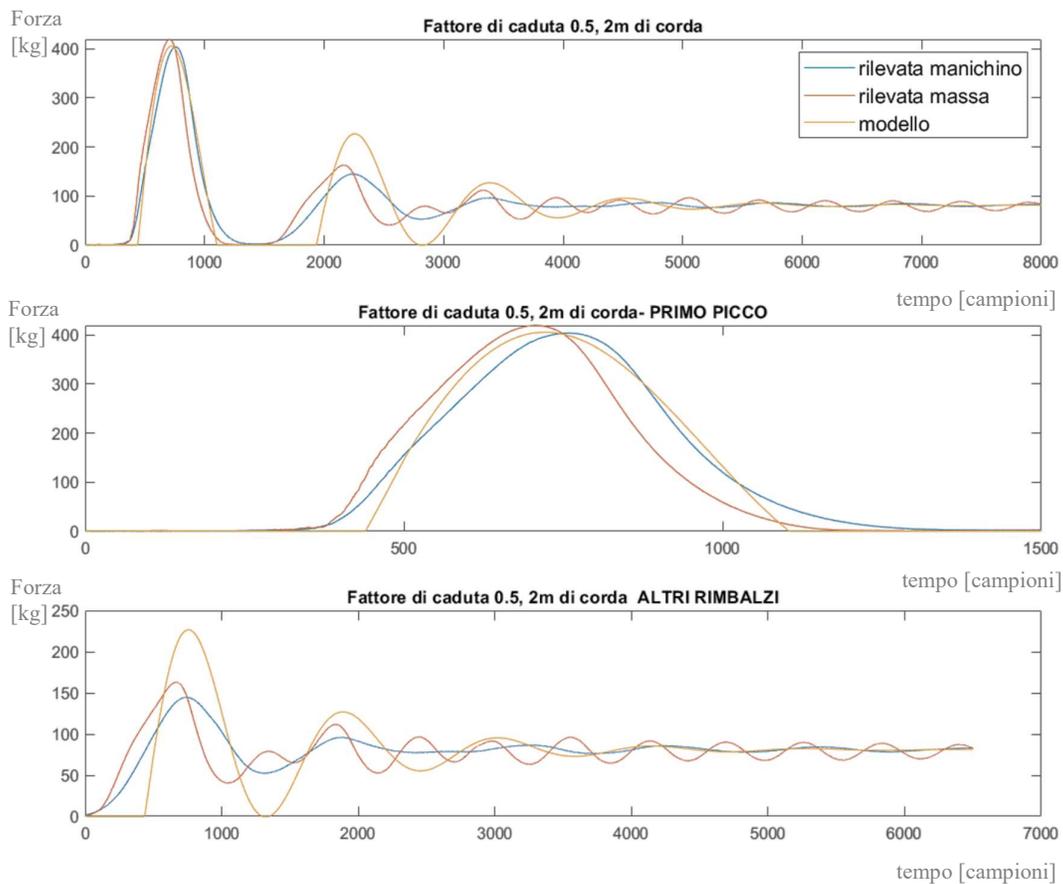


Figura 4.11  $F_{cc}$  a confronto : modello, massa, manichino

Da figura 4.10 si può notare:

- Dal primo sub-plot: con questo modello si riesce a rispettare abbastanza bene il ritmo dei rimbalzi e la velocità di raggiungimento dell'equilibrio.
- Dal secondo sub-plot: l'ampiezza del primo picco risulta abbastanza in linea con quella effettiva, (sulla totalità delle prove si riscontra una tendenza a sovrastimare per il caso manichino e sottostimare per il caso massa), la morfologia del picco invece risulta diversa, in particolare l'ingresso e l'uscita sono meno progressive e il fronte di discesa non presenta la concavità tipica dei casi reali
- Dal terzo sub-plot : i rimbalzi dopo il primo sono sovrastimati in ampiezza

Andando ad osservare il diagramma Forza-deformazione in figura 4.12, risulta in questo caso:

- evidente l'isteresi nel ciclo, la quale non inizia e termina più in  $x=0$  ad ogni ciclo
- visibile la successione dei rimbalzi
- Con questo modello la corda sembra esercitare forza anche quando non ancora in tensione, questo è un difetto di modello, dovuto all'assunzione:

$$F_{cc} = kx + c\dot{x}, \text{ risulta infatti che per un certo valore } x < 0, kx = c\dot{x} = 0$$

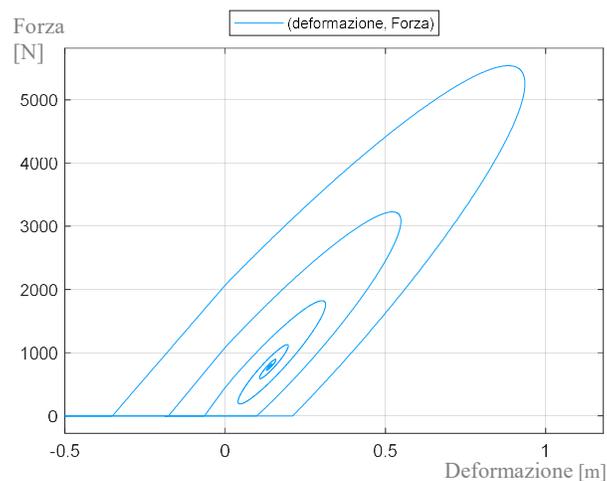


Figura 4.12 Diagramma orbitale Forza-deformazione, ciclo isteretico Caso  $FC=1, L0 = 4m$

## Grafici del moto

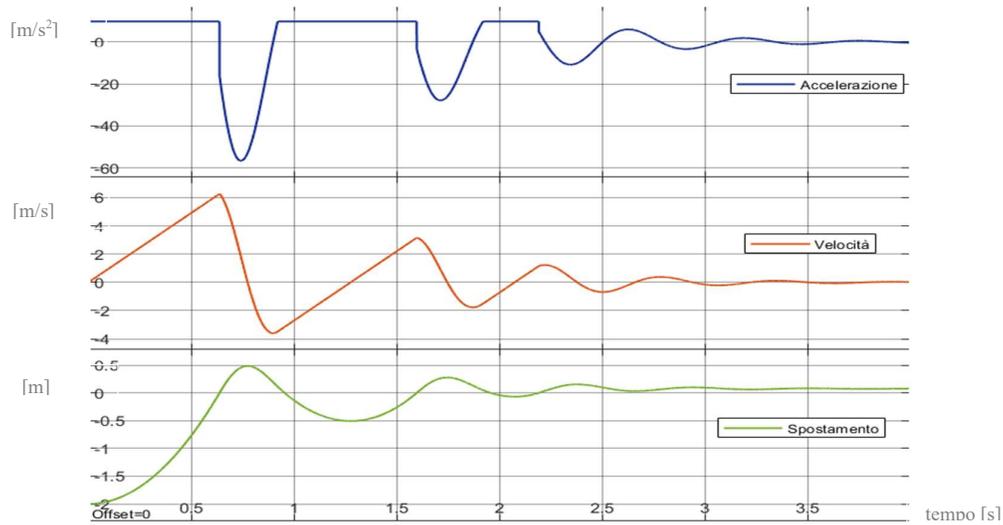


Figura 4.13 Accelerazione, velocità e spostamento del grave secondo il modello visco-elastico. Caso  $FC=1$ ,  $l_0=2m$

Il moto non risulta periodico ed infinito in  $t$ , come nel caso elastico, ma con abbattimento.

- Nel primo sub-plot di figura 4.13, si nota che la curva dell'accelerazione non ha una natura continua, ma all'inizio del rimbalzo vi è un gradino, questa condizione non è fisicamente corretta per descrivere il fenomeno, è dovuta alla seguente assunzione matematica

$$\begin{cases} \ddot{x} = g & \text{con } x < 0 \\ \ddot{x} = g - \frac{k}{m}x - \frac{c}{m}\dot{x} & \text{con } x > 0 \end{cases}$$

In  $x=0$  l'accelerazione passa istantaneamente dal valore di  $g$  a :

$$\ddot{x} = g - \frac{c}{m}\dot{x}$$

Dove  $\dot{x}$  sarà diverso da 0 e positivo (ad esempio nel caso a  $L_0=2$ ,  $v_0=6,26m/s$ )

I difetti di modello individuati suggeriscono che ci debba essere una correlazione tra deformazione e smorzamento (che in questo modello dipende unicamente dalla velocità).

Le considerazioni su velocità e spostamento restano le medesime fatte nel caso elastico, con la differenza della riduzione graduale in ampiezza.

## 5. MODELLO BEDOGNI – MANES

Le corde da alpinismo hanno dimostrato di avere una struttura complessa, di conseguenza i modelli che descrivono tutti i meccanismi fisici che avvengono durante lo stretching sono molto sofisticati, le ragioni principali individuate sono ricapitolando:

- Il comportamento visco-elastico plastico del materiale (poliammide PA)
- l'attrito tra fili, trefoli e altre parti costitutive della fune
- Il recupero della deformazione dipendente dal tempo durante un possibile intervallo di scaricamento tra due adiacenti cicli di carico.

Queste caratteristiche possono inoltre cambiare da corda a corda.

Si è proceduto nelle analisi seguendo una strategia di interpolazione, partendo da formulazioni matematiche già dedotte nello studio "*A constitutive equation for the behaviour of a mountaineering rope under stretching during a climber's fall*" di Vittorio Bedogni e Andrea Manes.

### 5.1 lo studio di Bedogni-Manes

#### Scopo del lavoro di Bedogni -Manes

Questo studio nasceva dall'idea che un'accurata simulazione numerica delle conseguenze di una caduta è essenziale per comprendere gli eventi e concepire metodi di sicurezza. Essere in possesso di un modello matematico sufficientemente fine riduce i tempi e i costi legati alle valutazioni sperimentali.

Il loro lavoro propone un modello per descrivere il comportamento della fune quando è tesa, rappresentando la forza in funzione della deformazione e della velocità di deformazione.

#### I dati sperimentali di riferimento

I parametri dell'equazione costitutiva della fune sono stati ottenuti mediante un best fitting a partire da 4 set di dati sperimentali [12];

- 4 esemplari tagliati dalla stessa corda.

- Una massa, in grado di cadere verticalmente e liberamente senza attrito tra due colonne guida, arrestata da un pezzo di corda legato alla massa da un lato e fissato ad un punto di ancoraggio dall'altro.
- Sono stati registrati lo spostamento di massa e la forza generata
- Sono state considerate quattro diverse situazioni sperimentali, con fattori di caduta:  $fc=2$ ,  $fc=1,5$ ,  $fc=1$ ,  $fc=0,5$ .
- La velocità è stata calcolata per derivazione numerica dallo spostamento misurato con laser.

equazioni che definiscono la deformazione e la velocità di deformazione:

- $\varepsilon = (x - x(t))/L$
- $\dot{\varepsilon} = \dot{x}/L$

#### Equazione costitutiva proposta da Bedogni-Manes

- Si distinguono in questo modello la fase di carico da quella di scarico.
- Le equazioni che descrivono la forza nella fune sono composte da due parti:
  - la prima rappresenta il contributo dovuto alla sola deformazione e rappresenta la componente elastica.
  - Il secondo descrive gli effetti della velocità di deformazione, ed è legato alla componente dissipativa
- Anche la deformazione residua è considerata in questo studio.

$$F_{Load} = c_1(\varepsilon - \varepsilon_{res})^{c_2} + c_3(\varepsilon - \varepsilon_{res})^{c_4} \dot{\varepsilon}^{(1-c_5 \dot{\varepsilon})}$$

$$F_{Unload} = c_1(\varepsilon - \varepsilon_{res})^{c_2} + c_6(\varepsilon - \varepsilon_{res})^{c_7} \text{sign}(\dot{\varepsilon}) |\dot{\varepsilon}|^{(1-c_8 \dot{\varepsilon})}$$

Gli otto coefficienti sono stati definiti mediante un processo di best fitting minimizzando le differenze tra le forze misurate e calcolate ad ogni passo.

## 5.2 applicazione del modello ai nostri dati sperimentali

È stata implementata su Simulink l'equazione costitutiva proposta nello studio Bedogni-Manes, i dati a nostra disposizione sono quelli della cella di carico, non risultano noti a seguito di misurazioni dirette:

- la deformazione istante per istante, che viene integrata dalle loro equazioni
- la deformazione residua, che viene considerata  $\varepsilon_{res}=0$

Le prove non sono state simulate a partire dalla fase di volo, ma da quella di attacco, per una più facile intercettazione del punto di inizio, quindi le condizioni iniziali negli integratori risultano in questo caso così impostate:

- $x(0) = 0$ ;
- $\dot{x}(0) = \sqrt{2g l F C}$

In questo modello non viene inserito lo switch di controllo sulla  $F_{cc}$ , essendo lo smorzamento dipendente dalla deformazione, nel momento in cui questa si annulla si azzerava la  $F_{cc}$ , per distinguere la fase di volo da quella di tensionamento della corda basta uno switch controllato dalla deformazione.

$$\begin{cases} \ddot{x} = g & \text{con } x < 0 \\ \ddot{x} = da\ modello & \text{con } x > 0 \end{cases}$$

Tuttavia serve introdurre uno switch nuovo rispetto ai casi precedenti, in questo modello si distingue la fase di carico da quella di scarico, per fare questa distinzione bisogna monitorare la velocità:

$$\begin{cases} F_L = c_1(\varepsilon)^{c_2} + c_3(\varepsilon)^{c_4} \dot{\varepsilon}^{(1-c_5 \dot{\varepsilon})} & \dot{x}(t) > 0 \quad \text{carico} \\ F_U = c_1(\varepsilon)^{c_2} + c_6(\varepsilon)^{c_7} \text{sign}(\dot{\varepsilon}) |\dot{\varepsilon}|^{(1-c_8 \dot{\varepsilon})} & \dot{x}(t) < 0 \quad \text{scarico} \end{cases}$$

Implementazione Simulink

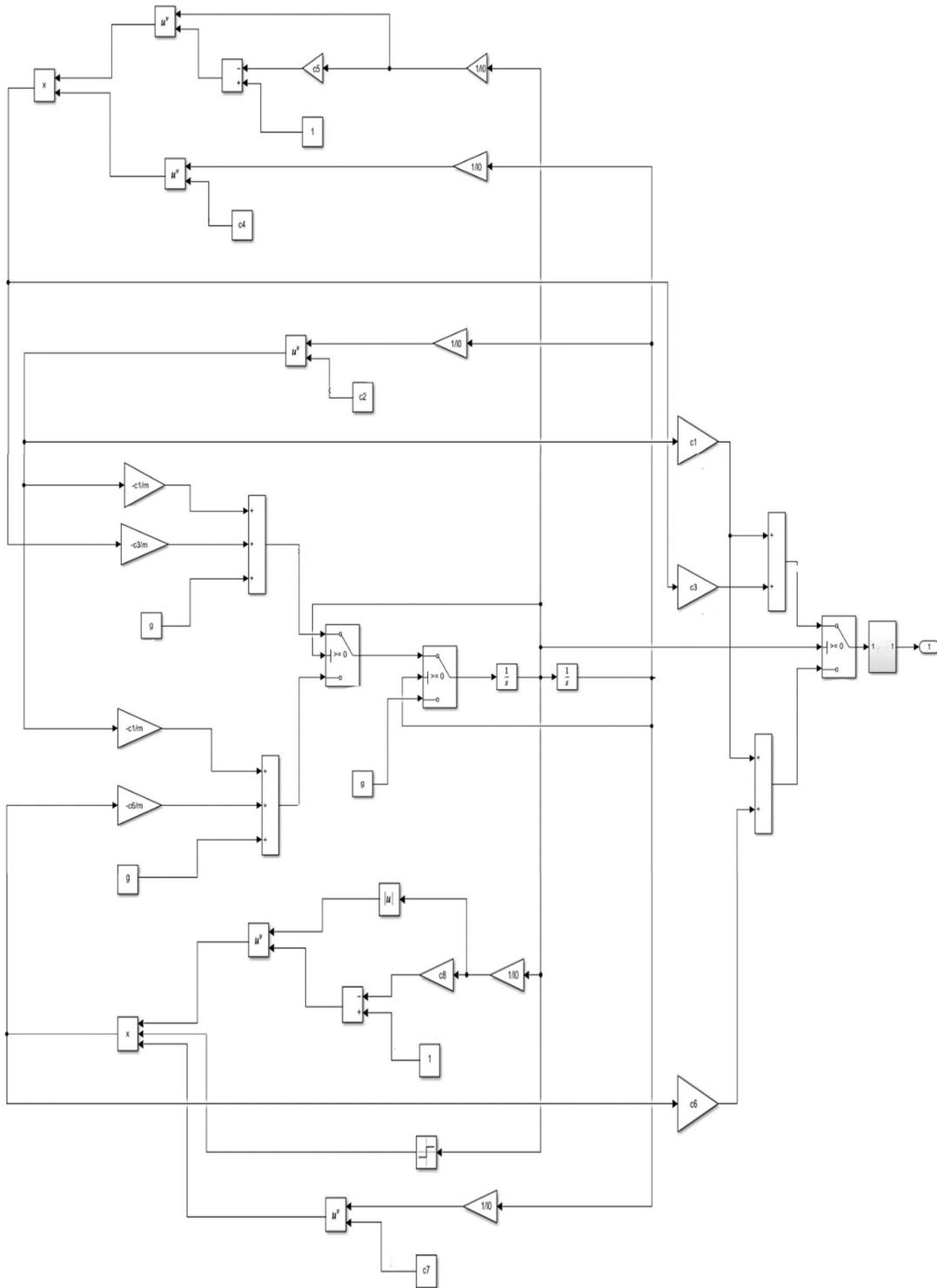


Figura 5.1 Schema Simulink del modello Bedogni-Manes

In linea con lo studio di Bedogni e Manes i coefficienti sono stati definiti mediante un processo di best fitting: tramite l'applicazione "Parameter Estimation" di Simulink, si è minimizzato l'errore con il metodo: non linear least squares (algoritmo di Levenberg-Marquardt<sup>7</sup>)

### Esempi di risultati con Parameter Estimator

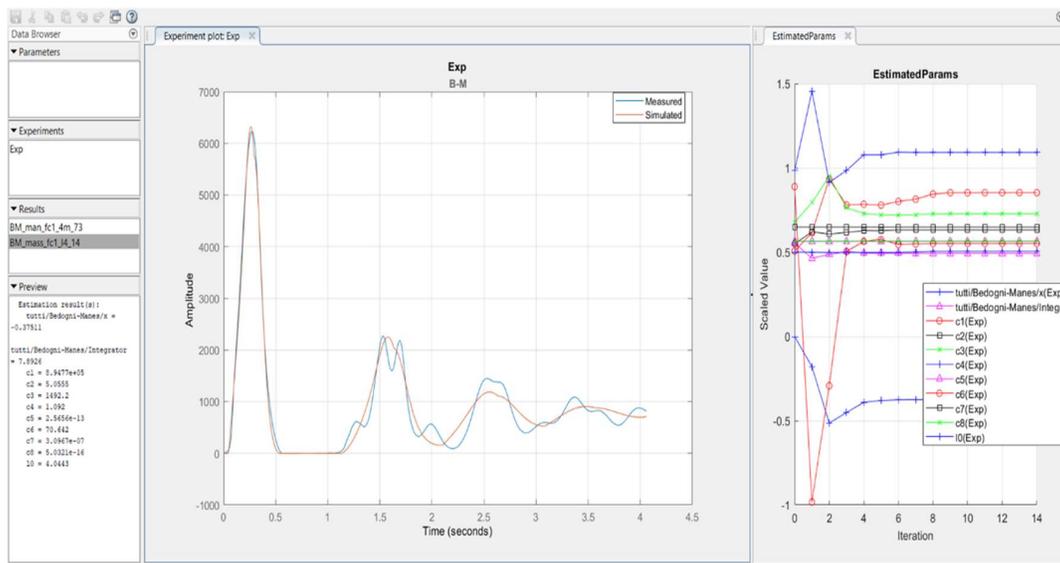
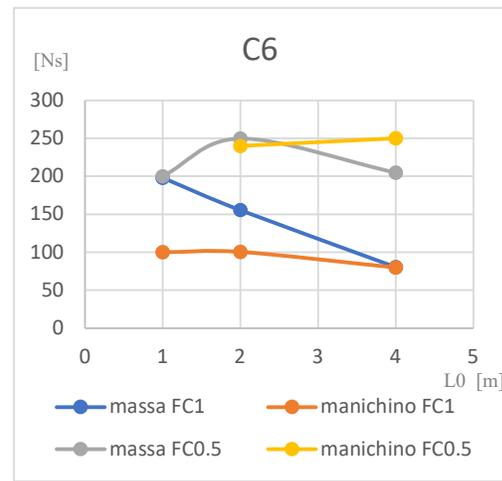
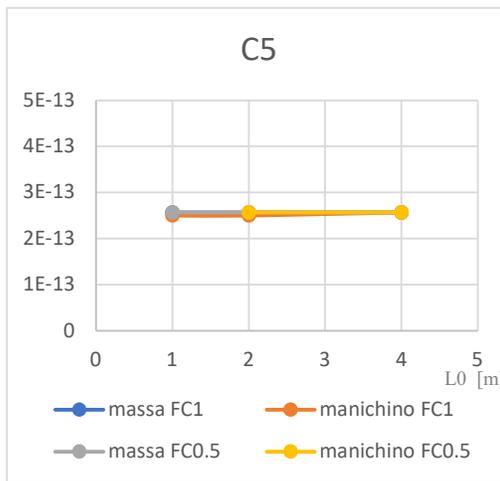
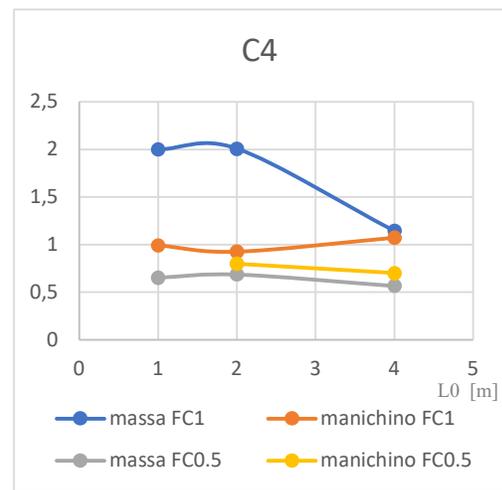
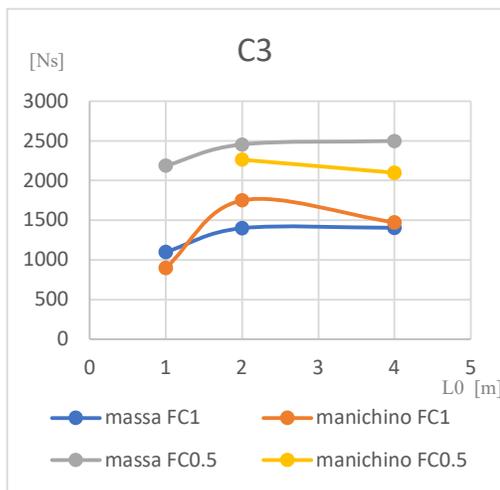
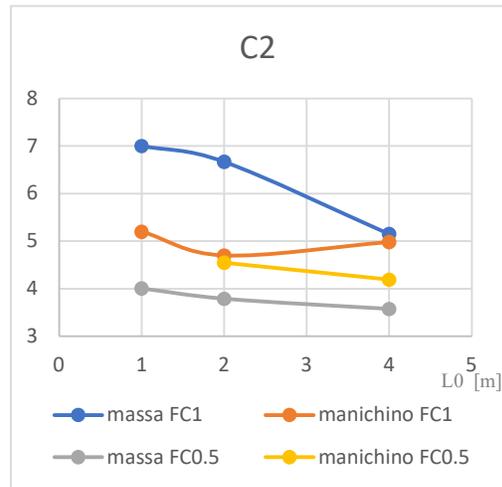
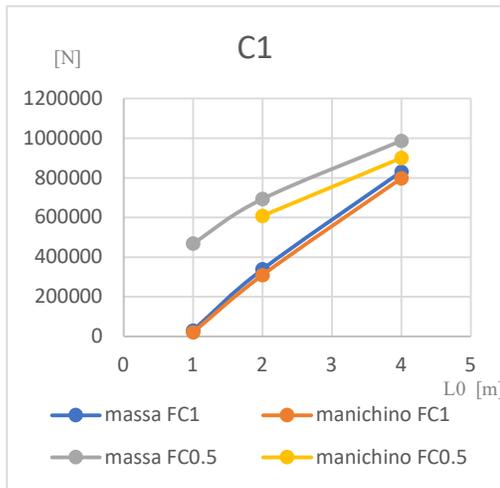


Figura 5.2 Esempio di sessione su Parameter Estimator

- Tramite l'applicazione si sono ottimizzati i risultati sulle diverse curve medie, sono stati inseriti nei parametri da ottimizzare anche le condizioni iniziali per migliorare l'allineamento.
- Sono stati raccolti e tabellati (*Appendice 6*) i valori ottenuti per i vari coefficienti rispetto a tutte le curve medie.

<sup>7</sup> (LMA), algoritmo iterativo di ottimizzazione usato per la soluzione di problemi in forma di minimi quadrati non lineari, trova comunemente applicazioni in problemi di curve fitting, può essere considerato una versione trust-region dell'algoritmo di Gauss-Newton, rispetto al quale è più robusto ma, in generale, leggermente più lento.

Andamento dei coefficienti



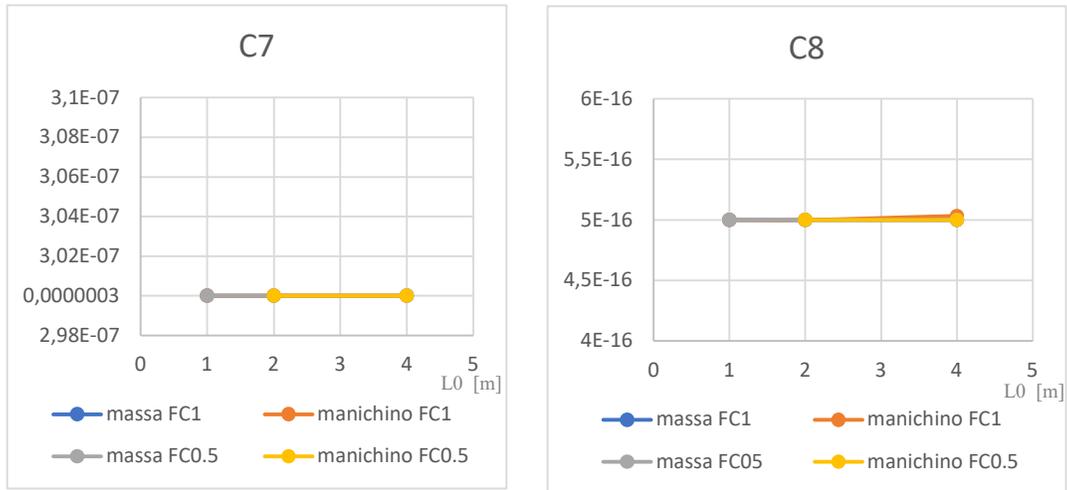


Figura 5.3 Andamenti degli 8 coefficienti del modello Bedogni- Manes in funzione di  $l_0$  ( $c_2, c_4, c_7, c_5, c_8$  = adimensionali)

Dagli andamenti riportati in figura 5.3:

- $c_1$  appare avere un andamento quasi lineare crescente in funzione della lunghezza della corda.
- $c_2$  e  $c_4$ , esponenti per  $\varepsilon$  rispettivamente nella componente elastica e dissipativa, risultano avere andamenti simili ma con differenti range.
- $c_3$  e  $c_6$ , coefficienti di smorzamento rispettivamente per load e unload, anche risultano simili nell'andamento ma con differenti range.
- $c_5, c_7, c_8$  risultano essere costanti e  $\sim 0$  rispetto ai valori delle forze in gioco

Da questa ultima osservazione possiamo notare :

- $\dot{\varepsilon}^{(1-c_5\dot{\varepsilon})} \rightarrow \sim \dot{\varepsilon}$
- $c_6(\varepsilon - \varepsilon_{res})^{c_7} \rightarrow \sim c_6$
- $\text{sign}(\dot{\varepsilon})|\dot{\varepsilon}|^{(1-c_8\dot{\varepsilon})} \rightarrow \sim \text{sign}(\dot{\varepsilon})|\dot{\varepsilon}| \rightarrow \dot{\varepsilon}$

Si possono semplificare le equazioni proposte da Bedogni e Manes in:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_L = c_1(\varepsilon)^{c_2} + c_3(\varepsilon)^{c_4} \cdot \dot{\varepsilon} \\ F_U = c_1(\varepsilon)^{c_2} + c_6 \text{sign}(\dot{\varepsilon})|\dot{\varepsilon}| \end{array} \right.$$

Si è raggiunto grazie a questa semplificazione un nuovo modello matematico per la corda, meno complesso rispetto al Bedogni-Manes, chiamando:

- $c_e$  : coefficiente esponenziale elastico
- $c_p$ : coefficiente esponenziale perdite
- $c_l$  : smorzamento di load
- $c_u$  : smorzamento di unload

$$\left\{ \begin{array}{l} F_L = k(x)^{c_e} + c_l(x)^{c_p} \cdot \dot{x} \\ F_U = k(x)^{c_e} + c_u \cdot \dot{x} \end{array} \right.$$

Da questa formulazione risultano messi in evidenza:

- La non linearità della componente elastica
- La componente elastica rimane uguale in fase di load e unload, mentre la dissipazione cambia forma ed entità
- La dipendenza dalla deformazione della dissipazione in fase di load e non in fase di unload

### 5.3 Implementazione Simulink modello semplificato

In questo nuovo modello nella fase di ritorno elastico la dissipazione non è più dipendente da  $x$ , quindi serve il controllo sull'azzeramento della  $F_{cc}$ , in particolare si sono dovute implementare 3 condizioni di switch:

attacco: dal volo ad inizio deformazione corda

$$\left\{ \begin{array}{ll} \ddot{x} = g & \text{con } x < 0 \\ \ddot{x} = da\ modello & \text{con } x > 0 \end{array} \right.$$

Inversione : dalla fase di carico a quella di scarico

$$\begin{cases} \ddot{x} = g - \frac{k(x)^{ce}}{m} - \frac{cl(x)^{cp}}{m} \cdot \dot{x} & \text{con } \dot{x} > 0 \\ \ddot{x} = g - \frac{k(x)^{ce}}{m} - \frac{c_u}{m} \cdot \dot{x} & \text{con } \dot{x} < 0 \end{cases}$$

Stacco : dallo scarico al volo libero

$$\begin{cases} \ddot{x} = g & \text{con } F_{cc} < 0 \\ \ddot{x} = g - \frac{k(x)^{ce}}{m} - \frac{c_u}{m} \cdot \dot{x} & \text{con } F_{cc} > 0 \end{cases}$$

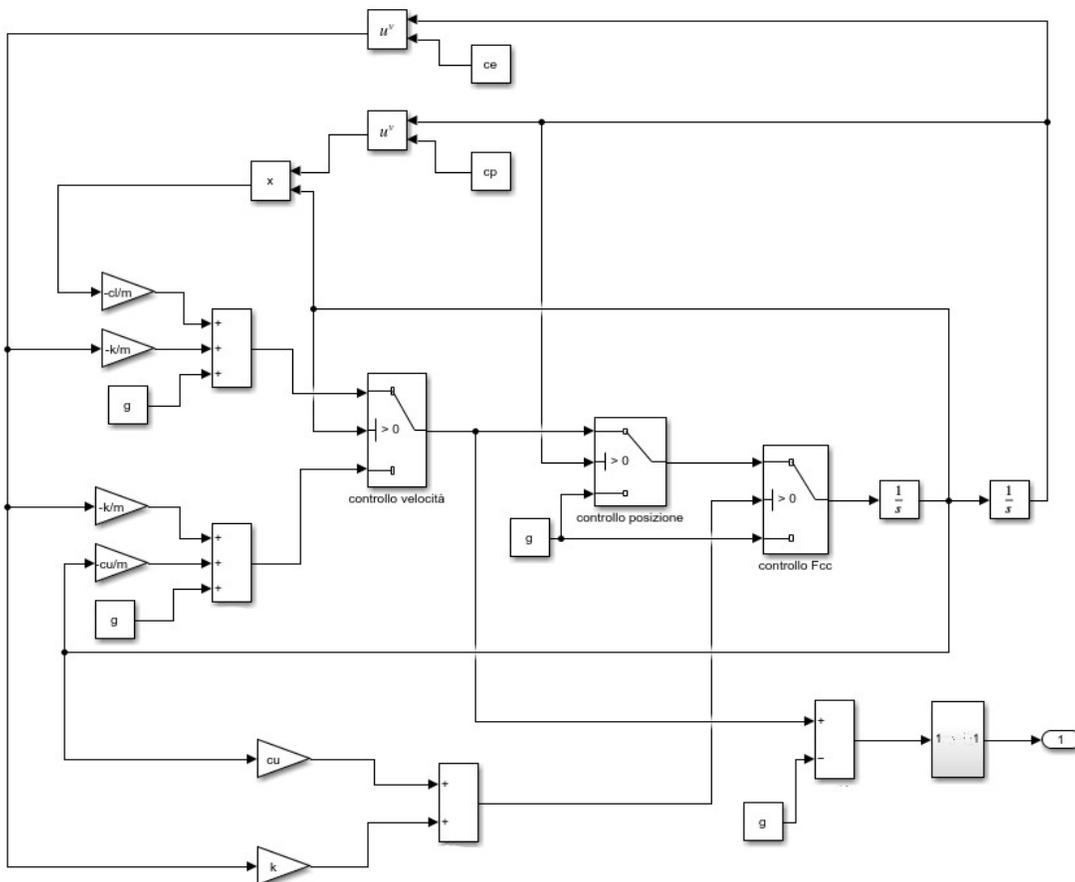


Figura 5.4 Schema Simulink per il modello B-M semplificato

## Risultati

I valori ottenuti per  $c_e$  e  $c_p$  risultano in linea con quelli del modello B-M ( $c_2, c_4$ , *Appendice 6*), come quelli di  $k$ ,  $c_l$  e  $c_u$  (a differenza del fattore di conversione tra misure relative e assolute).

Ottimizzando i risultati sulle curve medie si ottengono risultati molto adesi agli originali, volendo confrontare una curva di modello per determinate condizioni FC-L0 rispetto entrambi i gravi si sono presi dei parametri intermedi, ottenendo i risultati in figura 5.5:

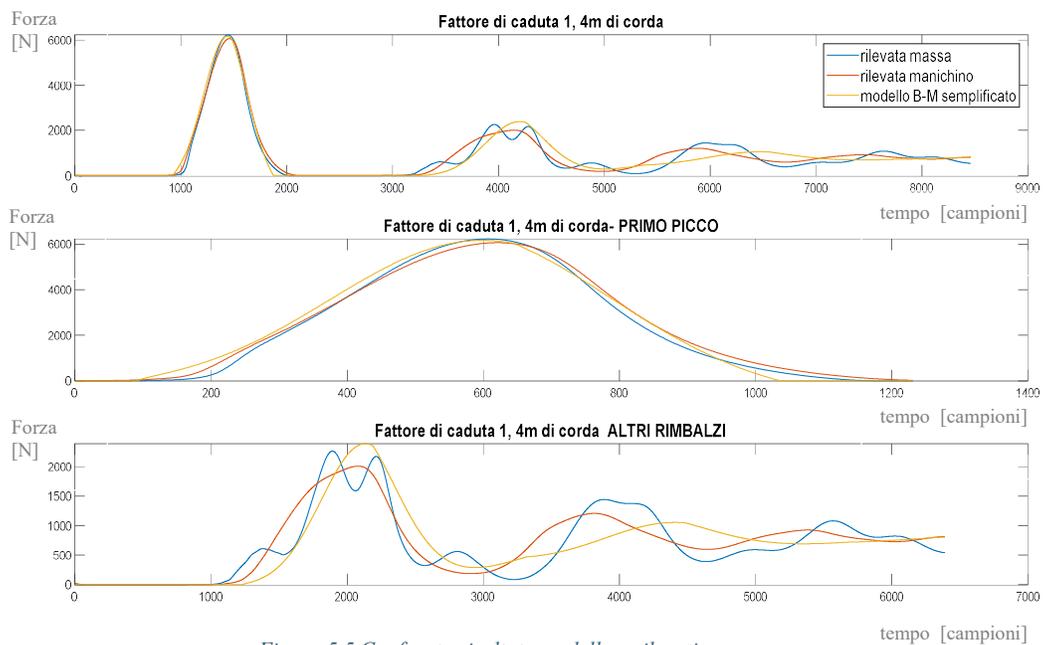


Figura 5.5 Confronto risultato modello e rilevati

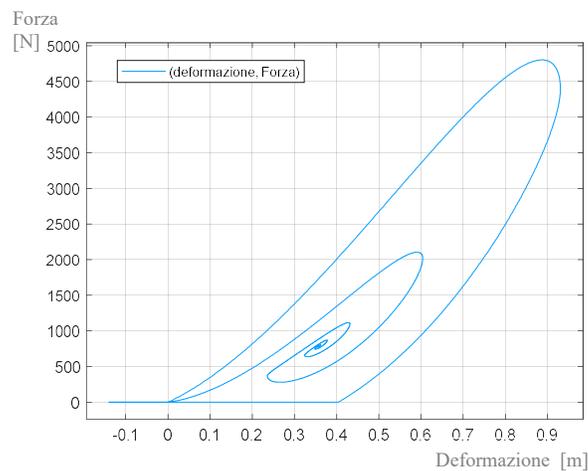


Figura 5.6 Diagramma di isteresi modello B-M semplificato

- Dal primo sub-plot si osserva che l'andamento generale della curva di modello è coerente con quelle reali
- Dal secondo sub-plot si nota una buona congruenza per il primo picco sia in termini di supporto che di andamento
- Dal terzo sub-plot si nota che il secondo rimbalzo resta coerente in termini di ampiezza e supporto a quelli sperimentali, si perde sincronia dal terzo in poi.
- Dal diagramma di isteresi in figura si nota il ritorno in (0;0), dopo al primo rimbalzo in questo modello, ciò avviene data la dipendenza dalla deformazione dei membri della equazione di load, risolve l'errore del modello precedente. Questa condizione è vera considerando la semplificazione fatta trascurando  $\epsilon_{res}$ .

### Diagrammi del moto

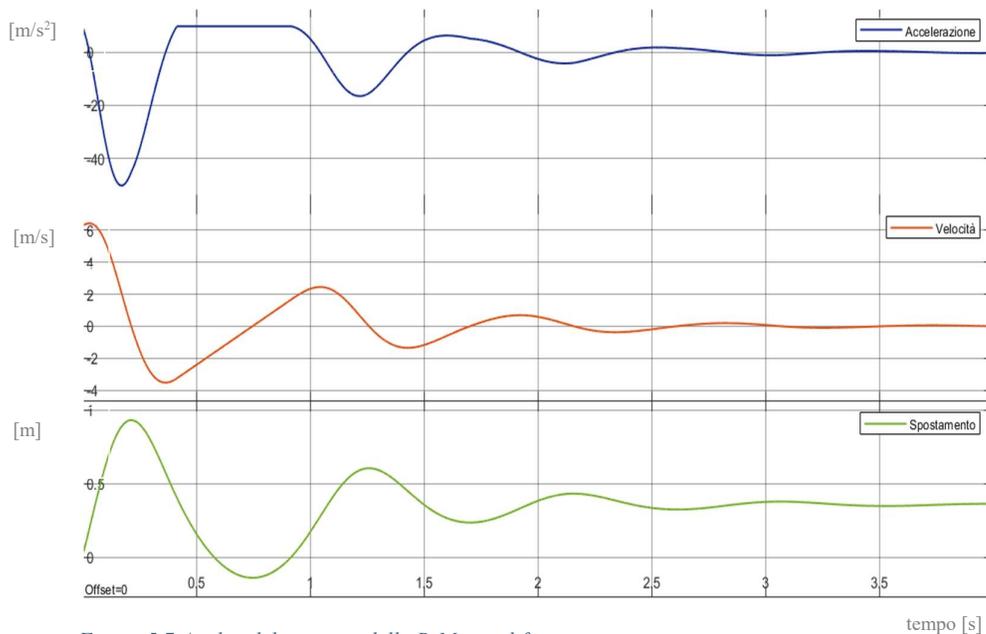


Figura 5.7 Analisi del moto, modello B-M semplificato

Dalla figura 5.7 si osserva l'assenza di discontinuità nel grafico dell'accelerazione all'innescio del transitorio, non si osservano in questo modello fenomeni che invalidino i risultati.

Questo ultimo modello proposto, di minore complessità rispetto a quello di Bedogni e Manes, sembra produrre risultati validi, i coefficienti dell'equazione si prestano a nuove analisi, che possano ricondurli alle proprietà fisiche del materiale (come per  $k$ ,  $c_l$ ,  $c_u$ ), ma anche alle caratteristiche strutturali, come ad esempio i parametri dell'attorcigliamento di stoppini e trefoli (questi potrebbero influire sugli esponenti  $c_p$  e  $c_e$ ).

#### 5.4 Nuovi orizzonti

Restano molti gli ambiti teorici da esplorare per il modellamento della corda, per esempio la teoria dell'iperelasticità potrebbe essere presa in considerazione per queste applicazioni, si riporta a titolo di esempio una prova applicata implementando in prima approssimazione:

- Modello iperelastico Odgen
- Differente coefficiente di dissipazione in fase di load e unload

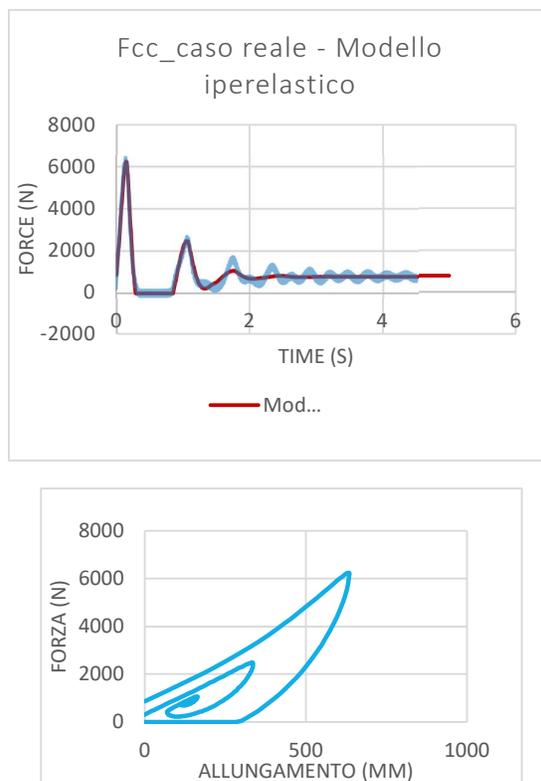


Figura 5.8 Modello iperelastico

## 6. CONCLUSIONI

- L'uso di un grave antropomorfo ancorato mediante imbrago alla corda rende:
  - una maggior similarità al caso reale
  - permette in condizioni di caduta libera senza controllo direzionale del grave di ottenere dei rimbalzi più composti e verticali, risultando più adatto a prove eseguite fuori dal laboratorio.
  - Per il calcolo della FA massima non introduce sostanziali differenze, i casi con il grave metallico risultano essere conservativi considerando spezzoni corti (1m) e circa uguali per lunghezze maggiori (2,4 m)
- Il modello elastico ci pone in una condizione di sicurezza per il calcolo della Forza di arresto massima sul corpo, ma non è sufficiente a simulare il comportamento fisico durante il transitorio della corda
- Il modello visco-elastico ha permesso di fare le seguenti osservazioni:
  - K e c non sono linearmente dipendenti dalla lunghezza della corda, sembrano piuttosto seguire una legge esponenziale;
  - La dissipazione considerata secondo il modello di Voight genera effetti fisicamente scorretti rispetto al caso in esame, il modello non può essere validato, questi errori di modello suggeriscono che serva introdurre una proporzionalità rispetto alla deformazione per le perdite;
- Il modello di Bedogni e Manes risulta avere le seguenti caratteristiche:
  - Dipendenza dalla deformazione della componente dissipativa
  - Introduzione di due diverse modalità di dissipazione in fase di carico e scarico
  - Dipendenza esponenziale della componente elastica rispetto alla deformazione.

Questa formulazione restituiva risultati soddisfacenti, in particolare per il primo e secondo rimbalzo, tuttavia la formulazione proposta è molto complessa e tramite le

analisi svolte sui dati a disposizione in questo lavoro si è concluso essere semplificabile in una più semplice equazione costitutiva con le seguenti caratteristiche finali:

- non linearità della componente elastica
- la dissipazione cambia forma in fase di load o unload
- Vi è una dipendenza dalla deformazione per la dissipazione in fase di load ma è trascurabile in fase di unload

L'equazione proposta rende risultati validi adattandosi bene ai dati sperimentali, tuttavia, il primo ciclo di carico/scarico è rappresentato meglio di quelli successivi.

Con questa modellizzazione si mettono in evidenza alcuni fenomeni interessanti e si aprono le strade a nuovi campi di indagine.

## APPENDICE

### Appendice 1 – Matlab filtraggio

#### Implementazione del filtro di Chebyshev

```
fs=2000;      % frequenza di campionamento
fNy=fs/2;     % frequenza di Nyquist
ft=30;       % frequenza di taglio
fg=1.75*ft;   % frequenza di fine rampa
attenuazione=30;
Rp=0.5;      % Massimo Ripple ammesso
```

#### % Ricerca ordine del filtro

```
[n,Wp]=cheb1ord(ft/fNy, fg/fNy, Rp, attenuazione);
```

#### % Calcolo coefficienti filtro

```
[b,a]= cheby1(5,0.5,ft/fNy);
```

#### % filtro con doppia passata per compensare la distorsione in fase

```
xf=filtfilt(b,a,x);
```

## Appendice 2 - Matlab riallineamento media

```
% creazione del segnale contenente la successione delle 3 prove omologhe filtrate e
tagliate alla stessa lunghezza, ordinate a partire da quella più in anticipo
```

```
X=[x3f' x2f' x1f'];
epoch=3;
l=9400;          %modificato in caso di segnali troppo brevi
xor=X(1:l);
for i=0:epoch-2
    xact=X(l+l*i:l*2+l*i-1);

    xc=xcorr(xor,xact);

    M=max(xc);

    indM=find(xc==M)-1; % calcolo una stima del ritardo in campioni

end

% creazione della matrice di epoche riallineate
xtraslato=X(1:l);

for i=0:epoch-2
    segment=X(i*l+1:i*l+2*l);

    if d(i+2)==0
        xtraslato(i+2,:)=segment;
    else
        xtraslato(i+2,:)= [segment(1+d(i+2):l) segment(1:d(i+2))];
    end
end
end
```

### Appendice 3

Dimostrazione della forma contratta:

- Data la formula di sommazione per archi:

$$A \sin(\alpha + \beta) = A \sin(\alpha) \cos(\beta) + A \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

- si può scrivere:

$$A_0 \sin(\lambda t + \varphi_0) = A_0 \sin(\lambda t) \cos(\varphi_0) + A_0 \cos(\lambda t) \sin(\varphi_0)$$

- da cui:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0 \sin(\varphi_0) = c_1 \\ A_0 \cos(\varphi_0) = c_2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_0 = \arcsin(c_1/A_0) \\ A_0 \cos(\arcsin(c_1/A_0)) = c_2 \end{array} \right.$$

$$A_0 \sqrt{1 - \left(\frac{c_1}{A_0}\right)^2} = c_2$$

$$c_2 = \sqrt{A_0^2 - c_1^2}$$

$$A_0 = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$$

- Partendo dal medesimo sistema per  $\varphi_0$  :

$$\begin{cases} A_0 \sin(\varphi_0) = c_1 \\ A_0 \cos(\varphi_0) = c_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_0 \sin(\varphi_0) = c_1 \\ A_0 = c_2 \cos(\varphi_0) \end{cases}$$

$$\frac{c_2}{\cos(\varphi_0)} \sin(\varphi_0) = c_1$$

$$\frac{\sin(\varphi_0)}{\cos(\varphi_0)} = \frac{c_1}{c_2}$$

$$\tan(\varphi_0) = \frac{c_1}{c_2}$$

$$\varphi_0 = \arctan\left(\frac{c_1}{c_2}\right)$$

## Appendice 4

Eta,  $\eta$ , è il fattore di perdita, ed è il rapporto tra componente relativa a dissipazione e componente relativa all'accumolo (appendice xx)

ricordando che il tema è lo smorzamento interno dei materiali, la caratteristica di questo smorzamento è l'isteresi ellittica

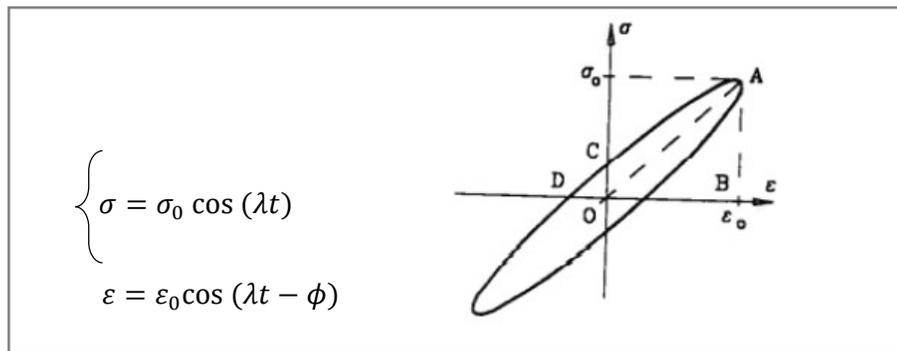


Figura 5.7 Rappresentazione sul piano sforzi-deformazioni della caratteristica isteresi ellittica

Usando i vettori rotanti possiamo scrivere

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_0 e^{i\lambda t} \\ \varepsilon = \varepsilon_0 e^{-i\phi} e^{i\lambda t} \end{cases}$$

per definire il materiale facciamo il rapporto tra  $\sigma$  e  $\varepsilon$  e ricaviamo il modulo elastico che in questa configurazione ha una componente reale e una componente immaginaria, dove  $E'$  esprime la capacità elastica e  $E''$  rappresenta la capacità smorzante

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = E' + iE''$$

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = E' \left( 1 - i \frac{E''}{E'} \right)$$

Che possiamo scrivere come:

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = E' (1 - i \eta)$$

Se lo smorzamento è piccolo posso inoltre semplificare l'equazione in:

$$\eta = \frac{E''}{E'} = \tan(\phi) \sim \phi$$

## Appendice 5

Tabella risultati modello visco-elastico

FC	L	t01	t02	a1	a2	$\delta$	$\sigma$	$\lambda_p$	$\eta$	$\xi$	$\lambda_n$	k	c
	m	camp	camp	m/s <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>			rad/s			rad/s	N/m	N s/m
0,5	1	559	973	4,2	1,1	1,3398	3,236	15,169	0,4367	0,218	15,544	17789,89	512,19
0,5	2	454	997	10,1	3,8	0,9775	1,800	11,565	0,315	0,158	11,712	11110,28	302,7566
0,5	4	889	1627	10	3	1,2039	1,631	8,509	0,391	0,195	8,677	6098,001	279,9644
1	1	1258	1642	71	21	1,2181	3,172	16,354	0,395	0,197	16,683	22545,63	545,1747
1	2	396	934	20,9	7,2	1,0656	1,980	11,672	0,344	0,172	11,850	11373,94	335,5603
1	4	1073	1805	17	7,3	0,8453	1,155	8,5792	0,271	0,135	8,659	6073,952	192,3511
0,5	2	447	1045	7,8	1,8	1,4663	2,452	10,501	0,480	0,240	10,818	9479,722	433,5258
0,5	4	955	1768	9	2,7	1,2040	1,480	7,724	0,391	0,195	7,876	5024,804	254,1374
1	1	2847	3350	9	2	1,5041	2,990	12,485	0,493	0,247	12,883	13444,18	531,2644
<b>1</b>	2	2123	2714	10,65	4	0,9793	1,656	10,626	0,315	0,158	10,761	<b>9379,717</b>	<b>278,6979</b>
<b>1</b>	4	1508	2297	15	5	1,0403	1,318	7,959	0,336	0,168	8,0742	<b>5280,575</b>	<b>222,8888</b>

- Dati di prova
- Letture dirette da curve sperimentali
- Applicazione formule ricavate dalla teoria sullo smorzamento
- Parametri obbiettivo
- Prove con massa cilindrica
- Prove con manichino antropomorfo

## Appendice 6

fc	l	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8
1	4	830790	5,15	1405	1,1437	2,5656E-13	80,25	0,0000003	5E-16
1	2	338580	6,6712	1398,5	2,0082	2,5656E-13	155,56	0,0000003	5E-16
1	1	30000	7	1098,4	2	2,5656E-13	198	0,0000003	5E-16
1	4	797560	4,9839	1470,2	1,0718	2,5656E-13	80	0,0000003	5E-16
1	2	309190	4,7	1749,6	0,92496	2,5E-13	100,61	0,0000003	5E-16
1	1	20000	5,2	900	0,9918	2,5E-13	100	0,0000003	5E-16
0,5	4	986680	3,5753	2500	0,56583	2,5656E-13	204,82	0,0000003	5E-16
0,5	2	693540	3,7911	2454,4	0,68462	2,5666E-13	249,74	0,0000003	5E-16
0,5	1	468980	4	2188,2	0,65229	2,5666E-13	200	0,0000003	5E-16
0,5	4	900290	4,1913	2100	0,7	2,5656E-13	250	0,0000003	5E-16
0,5	2	607690	4,5484	2263,9	0,8	2,5656E-13	240	0,0000003	5E-16

- Dati di prova
- Prove con manichino antropomorfo
- Prove con massa cilindrica
- Parametri obiettivo

## FONTI BIBLIOGRAFICHE

- [1] [Cos'è l'arrampicata sportiva e quali sono i benefici \(sinergylucegas.com\)](http://sinergylucegas.com)
- [2] [Senza una camicia coi baffi...non ci rimane che l'anima!](#) Signoretti, La Rivista del Club Alpino Italiano, maggio-giugno 1997
- [3] <https://climbingsardinia.com/attrezzatura-arrampicata/corde-arrampicata/>
- [4] [Corda da arrampicata, quale corda usare in Dolomiti? Quanto lunga? \(guidedolomiti.com\)](http://guidedolomiti.com)
- [5] L'apparecchio DODERO: passato presente e futuro. Materiale e tecniche, Commissione Centrale Materiali e Tecniche, di Claudio Melchioni, Carlo Zanantoni, Patrizio Casavola
- [6] <https://vehiclecue.it/corda-arrampicata-dinamica-modello-arrampicatore-cadente/22188/>
- [7] [Fattore di caduta, forza d'arresto e catena di sicurezza \(allmountainsite.it\)](http://allmountainsite.it)  
<https://www.avventurosamente.it/xf/risorse/en-892-dynamic-ropes.384/>  
[A.R.T.VA. \(scuolarighini.it\)](http://scuolarighini.it)
- [8] “CARATTERIZZAZIONE MECCANICA SPERIMENTALE DI MATERIALI POLIMERICI: CONFRONTO TRA POLIMERI E BIO-POLIMER” Relatore: Ch.mo Prof. ARTURO N. NATALI, Correlatore: Ing. Chiara Venturato, Laureanda: GIULIA FAVARO  
“Scuola di Alpinismo e Scialpinismo FALC CORSO DI ALPINISMO AVANZATO A2 2012

Catena di assicurazione e caratteristiche dei materiali” Claudio Caldini (INSA) - Ramon Maj (IA)

[9] “Sicurezza delle attrezzature da alpinismo: resistenza delle corde e influenza di fattori esterni” Relatore : Massimiliano Avalle, Candidato :Riccardo Enzo

“STUDIO DEL FENOMENO DI ROTTURA DELLE CORDE DA ARRAMPICATA Relatore:  
Prof.ssa M.P. Luda Correlatori: Prof. L. Costa Prof.ssa D. Marabello Controrelatore: Prof.  
M. Baricco Candidata: Elisa Ambrogio”

[10] G. Genta: “Principi e Metodologie delle Progettazione Meccanica”, Levrotto & Bella (To)

[11] INTRODUCTION TO SIGNAL PROCESSING “Luca Mesin”

[12] “A constitutive equation for the behaviour of a mountaineering rope under stretching during a climber's fall” Vittorio Bedogni , Andrea Manes