

### Politecnico di Torino

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale LM-20 A. A. 2020/2021 Sessione di Laurea dicembre 2021

### Analisi fluidodinamica di una presa d'aria per motore turbofan in condizioni di fuori-progetto.

Relatori:

Prof. Francesco Larocca Prof. Andrea Ferrero Candidato: Enrico Nicola Cassano s265637



A mio padre Renato.



### SOMMARIO

Il presente lavoro di tesi è incentrato sulle simulazioni CFD, realizzate tramite il software *Ansys Fluent*, applicate al campo di moto di una presa d'aria subsonica e i cui risultati sono confrontati con quelli sperimentali, ottenuti dalla NASA attraverso l'uso di una galleria del vento transonica.

Tramite le simulazioni CFD si è studiato il comportamento della presa d'aria al variare del Mach, tra valori compresi fra 0,79 e 0,92, e del mass flow ratio (MFR). Questo ha permesso di ottenere una mappa prestazionale che descrive il comportamento della presa in condizioni di fuori progetto.



### ABSTRACT

The following thesis work is focused on the study of a subsonic air intake by means of CFD simulations. The simulations were performed by means of the software Ansys Fluent. The numerical results were compared to the experimental data, provided by NASA through the use of a transonic wind tunnel. The behaviour of the air intake was investigated for different values of the Mach number (between 0,79 and 0,92) and different values of the mass flow ratio (MFR). In this way, a performance map was obtained in order to describe the off-design behaviour.



### RINGRAZIAMENTI

Ringrazio i professori Francesco Larocca e Andrea Ferrero per avermi dato l'opportunità di svolgere questa tesi e soprattutto per la disponibilità, l'attenzione e il supporto offertimi durante il percorso di realizzazione della tesi.

Ringrazio tutti coloro che mi sono stati vicini durante tutta la mia carriera universitaria al Politecnico di Torino.

### Indice:

Indice delle figure:	3
CAPITOLO 1: Introduzione su prese d'aria	7
1.1 Prese subsoniche	16
CAPITOLO 2: Equazioni di governo	24
2.1 Leggi di conservazione in forma integrale	25
2.1.1 Conservazione della massa.	26
2.1.2 Conservazione della quantità di moto.	27
2.1.3 Conservazione dell'energia.	30
2.2 Sistema completo delle equazioni di Navier-Stokes	32
CAPITOLO 3: Modelli di risoluzione per flussi turbolenti	34
3.1 Equazioni della turbolenza mediate alla Reynolds – Favre	37
3.2 Modelli di chiusura.	41
3.2.1 Rans based models.	42
3.2.1.1 Spalart-Allmaras: modello ad una equazione	43
3.2.1.2 Modello a due equazioni Κ-ε	43
3.2.1.2.1 Wall functions.	45
3.2.1.3 Modello a due equazioni Κ-ω	46
4.1 Metodo ai volumi finiti	53
4.1.1 Griglia strutturata con schema a celle centrate 2D	55
4.1.2 Griglia non strutturata con schema a celle centrate 2D	58
CAPITOLO 5: Solutori software CFD Fluent	62
5.1 Solution methods per metodi pressure based e density based	64
CAPITOLO 6: Descrizione del lavoro di tesi.	67
6.1 Ricerca bibliografica.	68
6.2 Descrizione del lavoro di tesi.	69
CAPITOLO 7: Risultati.	78
7.1 Grafici Cp e contour del campo di moto	79
7.1.1 M=0,79 e MFR=0,61	79

7.1.2 M=0,79 e MFR=0,67	81
7.1.3 M=0,79 e MFR=0,74	83
7.1.4 M=0,84 e MFR=0,49	85
7.1.5 M=0,84 e MFR=0,61	87
7.1.6 M=0,84 e MFR=0,67	89
7.1.7 M=0,84 e MFR=0,74	91
7.1.8 M=0,87 e MFR=0,49	93
7.1.9 M=0,87 e MFR=0,61	95
7.1.10 M=0,87 e MFR=0,67	97
7.1.11 M=0,87 e MFR=0,73	99
7.1.12 M=0,89 e MFR=0,49	101
7.1.13 M=0,89 e MFR=0,61	103
7.1.14 M=0,89 e MFR=0,67	105
7.1.15 M=0,89 e MFR=0,73	107
7.1.16 M=0,92 e MFR=0,49	109

 7.1.17 M=0,92 e MFR=0,61
 111

 7.1.18 M=0,92 e MFR=0,67
 113

 7.1.19 M=0,92 e MFR=0,73
 115

7.2 Grafici efficienza della presa d'aria.
7.3 Grafici forze applicate alle pareti della presa d'aria.
119
7.4 Conclusioni.
123

 Appendice.
 124

 BIBLIOGRAFIA.
 127

## Indice delle figure:

Figura 1: diagramma T-s della presa d'aria [1]	9
Figura 2: sezioni di riferimento presa d'aria [1]	. 12
Figura 3: condizione rifiuto per la presa d'aria [1]	. 13
Figura 4: diagramma T-s per condizione di rifiuto della presa d'aria	. 14
Figura 5: condizione richiamo per la presa d'aria [1]	. 15
Figura 6: diagramma T-s per condizione di richiamo della presa d'aria	. 16
Figura 7: flusso accelerante [4]	. 17
Figura 8: flusso decelerante [4]	. 17
Figura 9: distribuzione pressione sulla carenatura della presa subsonica [1]	. 18
Figura 10: zone di possibile separazione [1]	. 19
Figura 11: volume di controllo di riferimento [1]	. 20
Figura 12: aree caratteristiche [1]	. 21
Figura 13: diagramma AC/Ai - $arphi d$ [1]	. 23
Figura 14: volume finito di fluido V [6]	. 26
Figura 15: volume di controllo per conservazione della massa [6]	. 26
Figura 16: volume di controllo per conservazione della quantità di moto [6]	. 28
Figura 17: distribuzione componenti tensore degli sforzi [5]	. 29
Figura 18: volume di controllo per conservazione dell' energia [6]	. 31
Figura 19: componenti velocità (reynolds) in moto turbolento [5]	. 35
Figura 20: modelli di chiusura per equazioni della turbolenza [8]	.41
Figura 21: griglia body-fitted [5]	. 50
Figura 22: griglia cartesiana [5]	. 51
Figura 23: griglia strutturata [5]	. 52
Figura 24: schema cell-centred [5]	. 54
Figura 25: schema cell-vertex [5]	. 54
Figura 26: griglia strutturata 2D [5]	. 55
Figura 27: griglia strutturata a celle centrate 2D [5]	. 57
Figura 28: elementi triangolare e quadrangolare per griglia non strutturata 2D [5]	. 59
Figura 29: griglia non strutturata 2D con schema a celle centrate [5]	. 61
Figura 30: coordinate presa d'aria con profilo naca 1-85-100 [11]	. 68
Figura 31: definizione dominio di calcolo	. 70
Figura 32: panoramica dell'intera mesh	.71
Figura 33: dettaglio della griglia nel sottodominio	. 72
Figura 34: griglia strutturata in prossimità del profilo	. 72
Figura 35: named boundaries evidenziati su mesh caricata in Fluent	. 73
Figura 36: prime impostazioni solutore	. 73
Figura 37: proprietà fluido come gas ideale	. 74
Figura 38: solution methods per metodo pressure based	. 75

Figura 39: solution controls per metodo pressure based	. 75
Figura 40: solution methos per metodo density based	. 76
Figura 41: control methods per metodo density based	. 76
Figura 42: distribuzione Cp a parete per M=0,79 e MFR=0,61	. 79
Figura 43: distribuzione pressione totale per M=0,79 e MFR=0,61	. 80
Figura 44: distribuzione pressione statica per M= 0,79 e MFR=0,61	. 80
Figura 45: distribuzione Mach per M=0,79 e MFR=0,61	. 81
Figura 46: distribuzione Cp a parete per M=0,79 e MFR=0,67	. 81
Figura 47: distribuzione pressione totale per M=0,79 e MFR=0,67	. 82
figura 48: distribuzione pressione statica per M=0,79 e MFR=0,67	. 82
Figura 49: distribuzione Mach per M=0,79 e MFR=0,67	. 82
Figura 50: distribuzione Cp a parete per M=0,79 e MFR=0,74	. 83
Figura 51:distribuzione pressione totale per M=0,79 e MFR=0,74	. 83
Figura 52: distribuzione pressione statica per M=0,79 e MFR=0,74	. 84
Figura 53: distribuzione Mach per M=0,79 e MFR=0,74	. 84
Figura 54: distribuzione Cp a parete per M=0,84 e MFR=0,49	. 85
Figura 55: distribuzione pressione totale per M=0,84 e MFR=0,49	. 85
Figura 56: distribuzione pressione statica per M=0,84 e MFR=0,49	. 86
Figura 57: distribuzione Mach per M=0,84 e MFR=0,49	. 86
Figura 58:distribuzione Cp a parete per M=0,84 e MFR=0,61	. 87
Figura 59: distribuzione pressione totale per M=0,84 e MFR=0,61	. 87
Figura 60:distribuzione pressione statica per M=0,84 e MFR=0,61	. 88
Figura 61:distribuzione Mach per M=0,84 e MFR=0,61	. 88
Figura 62:distribuzione Cp a parete per M=0,84 e MFR=0,67	. 89
Figura 63: distribuzione pressione totale per M=0,84 e MFR=0,67	. 89
Figura 64: distribuzione pressione statica per M=0,84 e MFR=0,67	. 90
Figura 65: distribuzione Mach per M=0,84 e MFR=0,67	. 90
Figura 66: distribuzione Cp a parete per M=0,84 e MFR=0,74	. 91
Figura 67: distribuzione pressione totale per M=0,84 e MFR=0,74	. 91
Figura 68: distribuzione pressione statica per M=0,84 e MFR=0,74	. 92
Figura 69: distribuzione Mach per M=0,84 e MFR=0,74	. 92
Figura 70: distribuzione Cp a parete per M=0,87 e MFR=0,49	. 93
Figura 71: distribuzione pressione totale per M=0,87 e MFR=0,49	. 93
Figura 72: distribuzione pressione statica per M=0.87 e MFR=0.49	. 94
Figura 73: distribuzione Mach per M=0,87 e MFR=0,49	. 94
Figura 74: distribuzione Cp a parete per M=0,87 e MFR=0,61	. 95
Figura 75: distribuzione pressione totale per M=0.87 e MFR=0.61	. 95
Figura 76: distribuzione pressione statica per M=0,87 e MFR=0,61	. 96
Figura 77: distribuzione Mach per M=0,87 e MFR=0,61	. 96
Figura 78: distribuzione Cp a parete per M=0,87 e MFR=0,67	. 97
Figura 79: distribuzione pressione totale per M=0,87 e MFR=0.67	. 97
Figura 80: distribuzione pressione statica per M=0.87 e MFR=0.67	. 98
Figura 81: distribuzione Mach per M=0,87 e MFR=0.67	. 98
Figura 82: distribuzione Cp a parete per M=0,87 e MFR=0,73	. 99
	-

Figura 83: distribuzione pressione totale per M=0,87 e MFR=0,73	99
Figura 84: distribuzione pressione statica per M=0,87 e MFR=0,73	100
Figura 85: distribuzione Mach per M=0,87 e MFR=0,73	100
Figura 86: distribuzione Cp a parete per M=0,89 e MFR=0,49	101
Figura 87: distribuzione pressione totale per M=0,89 e MFR=0,49	101
Figura 88: distribuzione pressione statica per M=0,89 e MFR=0,49	102
Figura 89: distribuzione Mach per M=0,89 e MFR=0,49	102
Figura 90: distribuzione Cp a parete per M=0,89 e MFR=0,61	103
Figura 91: distribuzione pressione totale per M=0,89 e MFR=0,61	103
Figura 92: distribuzione pressione statica per M=0,89 e MFR=0,61	104
Figura 93: distribuzione Mach per M=0,89 e MFR=0,61	104
Figura 94: distribuzione Cp a parete per M=0,89 e MFR=0,67	105
Figura 95: distribuzione pressione totale per M=0,89 e MFR=0,67	105
Figura 96: distribuzione pressione statica per M=0,89 e MFR=0,67	106
Figura 97: distribuzione Mach per M=0,89 e MFR=0,67	106
Figura 98: distribuzione Cp a parete per M=0,89 e MFR=0,73	107
Figura 99: distribuzione pressione totale per M=0,89 e MFR=0,73	107
Figura 100: distribuzione pressione statica per M=0,89 e MFR=0,73	108
Figura 101: distribuzione Mach per M=0,89 e MFR=0,73	108
Figura 102: distribuzione Cp a parete per M=0,92 e MFR=0,49	109
Figura 103: distribuzione pressione totale per M=0,92 e MFR=0,49	109
Figura 104: distribuzione pressione statica per M=0,92 e MFR=0,49	110
Figura 105: distribuzione Mach per M=0,92 e MFR=0,49	110
Figura 106: distribuzione Cp a parete per M=0,92 e MFR=0,61	111
Figura 107: distribuzione pressione totale per M=0,92 e MFR=0,61	111
Figura 108: distribuzione pressione statica per M=0,92 e MFR=0,61	112
Figura 109: distribuzione Mach per m=0,92 e MFR=0,61	112
Figura 110: distribuzione Cp a parete per M=0,92 e MFR=0,67	113
Figura 111: distribuzione pressione totale per m=0,92 e MFR=0,67	113
Figura 112: distribuzione pressione statica per M=0,92 e MFR=0,67	114
Figura 113: distribuzione Mach per M=0,92 e MFR=0,67	114
Figura 114: distribuzione Cp a parete per M=0,92 e MFR=0,73	115
Figura 115: distribuzione pressione totale per M=0,92 e MFR=0,73	115
Figura 116: distribuzione pressione statica per M=0,92 e MFR=0,73	116
Figura 117: distribuzione Mach per M=0,92 e MFR=0,73	116
Figura 118: valori efficienza della presa per ogni simulazione	117
Figura 119: εps d - Mach al variare di MFR	118
Figura 120: εps_d - MFR al variare del Mach	118
Figura 121: risultante delle forze applicate lungo x sulla parete esterna	119
Figura 122: risultante delle forze applicate lungo x sulla parete interna	119
Figura 123: Forza sulla carenatura esterna- Mach al variare di MFR	120
Figura 124: Forza sulla carenatura esterna- MFR al variare del Mach	120
Figura 125: resistenza D [N]	121
Figura 126: Cd ner ogni simulazione	121
- Bara 120. ca ber ogni sintalazione	ד ד ד

Figura 127: CD - Mach al variare di MFR	. 122
Figura 128: CD - MFR al variare del Mach	. 122
Figura 129: distribuzione pressione totale per M=0,79 e MFR=0,61 con Spalart-Allmaras	. 124
Figura 130: distribuzione pressione totale M=0,79 e MFR=0,61 con SST K-omega	. 124
Figura 131: distribuzione Mach per M=0,79 e MFR=0,61 con Spalart-Allmaras	. 125
Figura 132: distribuzione mach per M=0,79 e MFR=0,61 con SST K-omega	125
Figura 133: distribuzione Cp a parete per M=0,79 e MFR=0,61 con S-A e SST K-omega	126

# CAPITOLO 1: Introduzione su prese d'aria.

Le prese d'aria (in inglese *inlet* o air *intake*) rappresentano l'elemento d'interfaccia fra l'ambiente e il primo componente del motore di un velivolo.

Le prese d'aria sono fondamentali per quei motori (Esoreattori) che utilizzano l'aria come fluido propulsivo e come fonte di ossigeno per realizzare la reazione di combustione.

I principali compiti di una presa d'aria sono quello di fornire al propulsore una certa portata ad un determinato Mach, ridurre al minimo la perdita di pressione totale e le distorsioni del flusso, tutto ciò tenendo conto anche di fattori quali peso, ingombro, resistenza aerodinamica, complessità del sistema, rumore, costo.

Nella realizzazione della presa per propulsori turbofan o turbogetto si tiene in considerazione che:

• Il flusso d'aria in ingresso al compressore o al fan deve avere un numero di Mach basso, compreso tra 0,4 e 0,7. Parte di questa decelerazione avviene a monte della sezione di ingresso della presa.

• La presa d'aria deve essere progettata in modo da minimizzare la separazione dello strato limite, anche quando l'asse della presa non è perfettamente allineato con la direzione di corrente a monte.

• È importante che la perdita di pressione totale in ingresso sia piccola.

• È ancora più importante che la velocità e la direzione del flusso in uscita dalla presa siano uniformi, poiché le distorsioni nel profilo di velocità all'ingresso del compressore possono alterare gravemente l'aerodinamica del compressore inducendo lo stallo e portare a guasti delle pale a causa delle vibrazioni.

Per definire la bontà di una presa d'aria si analizzano parametri di efficienza e coefficiente di portata .



FIGURA 1: DIAGRAMMA T-S DELLA PRESA D'ARIA [1]

In riferimento a Figura 1 la trasformazione reale che avviene dentro la presa d'aria è data dalla curva gialla che procede dal punto 0 (isobara  $P_0$ ) al punto 1 (isobara  $P_1^{\circ}$ ).

Considerando il diagramma T-S di Figura 1 individuiamo il tratto A =  $\overline{01'}$  che indica il processo isoentropico ideale di riferimento ossia un arresto del flusso a entropia costante da 0 a 0° (cioè il punto 1'), il tratto B= $\overline{01''}$  è un processo isoentropico che porta alla stessa pressione totale ( $P_1^\circ$ ) che ottengo nel caso reale (curva gialla), il tratto C= $\overline{0'1}$  è relativo alla compressione di un flusso più caldo rispetto al caso B.

Veniamo ora agli indici che si introducono per valutare la bontà della presa, ossia, efficienze e coefficiente di portata  $\varphi_d$ .

Il primo indice che si introduce è l'efficienza della presa:

$$\boldsymbol{\varepsilon_d} = \frac{P_1^\circ}{P_0^\circ},$$

per il quale sono preferibili valori alti. Tuttavia,  $\varepsilon_d$  è un indice che potrebbe essere fuorviante in quanto potrebbe avere un valore elevato anche quando la presa lavora male.

Ad esempio, nel caso di:

$$P_1^{\circ} = P_0 \rightarrow \varepsilon_d = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_0^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}},$$

questo numero può anche avere un valore abbastanza alto (almeno per Mach non troppo alti) anche se la presa dovesse lavorare male poiché scalda il flusso, rallentandolo, ma mantenendolo alla stessa pressione.

Dal momento che  $arepsilon_d$  non risulta sempre soddisfacente si cercando altri indici.

Se considero una presa ideale, per avere  $P_1^{\circ}$  la presa dovrebbe realizzare solo una parte (tratto B) dell'intero salto di pressione a disposizione (tratto A).

Si introduce allora l'efficienza adiabatica:

$$\eta_d = \frac{B}{A} = \frac{T_1'' - T_0}{T_1' - T_0} = \frac{T_0 \left(\frac{T_1''}{T_0} - 1\right)}{T_0 \left(\frac{T_1'}{T_0} - 1\right)} = \frac{\left(\frac{P_1^{\circ}}{P_0}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1}{\left(\frac{P_0^{\circ}}{P_0}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1}$$

In alternativa è possibile considerare che espandendo tra 1' e 0° (tratto C) la velocità ottenuta è solo una parte di quella che si otterrebbe espandendo tra 1' e 0 (tratto A). Si introduce allora l'efficienza cinematica :

$$\eta_k = \frac{C}{A} = \frac{C}{B} \frac{B}{A} = \frac{T_1^{\circ} - T_0'}{T_1'' - T_0} \eta_d \,.$$

È possibile ricavare una relazione che leghi  $arepsilon_d$  e  $\eta_d$  tenendo conto che:

$$\frac{p_1^{\circ}}{p_0} = \frac{p_1^{\circ}}{p_0^{\circ}} \frac{p_0^{\circ}}{p_0} = \varepsilon_d \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} ,$$

17

che diventa nullo per  $p_1^{\circ} = p_0$ .

ENRICO NICOLA CASSANO | POLITECNICO DI TORINO

I tratti B e C sono caratterizzati dal fatto di avvenire tra le stesse isobare, quindi, presentano lo stesso rapporto di espansione  $\beta$ , allora:

$$\eta_{d} = \frac{\varepsilon_{d}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_{0}^{2}\right) - 1}{\frac{\gamma-1}{2}M_{0}^{2}}$$

L'efficienza cinematica, allora, si può scrivere come:

$$\eta_{k} = \frac{T_{0}^{\circ} \left(1 - 1/\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)}{T_{1}^{\prime\prime} \left(1 - 1/\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)} \eta_{d} = \frac{T_{0}^{\circ}}{T_{1}^{\prime\prime}} \eta_{d} = \frac{1}{(P_{1}^{\circ}/P_{0}^{\circ})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \eta_{d}.$$

Per realizzare una presa che sia efficiente è d'uopo riconoscere i singoli campi di moto, dividendoli in base al numero di Mach:

$$M = v/a$$

•*M* = numero di Mach

v = velocità della corrente del fluido;

• *a* = velocità del suono (il suono può essere considerato al livello di una piccola perturbazione per il mezzo entro cui propaga. È assimilabile a infinitesime variazioni di pressione come pure delle altre proprietà della corrente gassosa, introdotte nel campo da una sorgente perturbativa (sorgente sonora); tali piccole perturbazioni si muovono con una velocità che è proprio la velocità del suono (grandezza termodinamica)).

Si suddivide il campo di moto nelle seguenti regioni:

- Basso subsonico M < 0.3;
- Alto subsonico 0.3 < M < 0.85;
- Transonico 0.85 < *M* < 1.3;
- Supersonico 1.3 < M < 4;
- Ipersonico M > 4;

Definiamo, ora, le seguenti sezioni di riferimento:

- 0 = Condizione dell'indisturbato a monte;
- i = Sezione di ingresso presa;
- 1 = Sezione di uscita presa.



FIGURA 2: SEZIONI DI RIFERIMENTO PRESA D'ARIA [1]

Il coefficiente di portata  $\varphi_d$  non è altro che un rapporto di portate, ossia, tra la portata reale (che entra nel motore) e la portata ideale (di riferimento) ; quest'ultima rappresenta quella portata d'aria che entrerebbe del motore se non subisse l'influenza della presenza della presa.

Si ha:

$$\varphi_d = \frac{\dot{m}_{reale}}{(\dot{m}_{id})_{rif}} = \frac{\rho_0 u A_0}{\rho_0 u A_i} = \frac{A_0}{A_i},$$

dove:

- $A_0$  area di cattura;
- $A_i$  sezione d'ingresso della presa;

ENRICO NICOLA CASSANO | POLITECNICO DI TORINO

- *u* velocità di volo;
- $\rho_0$  densità.

Il coefficiente di portata sarà:

 ${\pmb arphi}_d < {f 1}$  per il caso di *Rifiuto*;

 $arphi_d > 1$  per il caso di *Richiamo*.

Nel caso di flusso supersonico posso avere al massimo  $\varphi_d = 1$ , ossia, posso avere rifiuto ma non richiamo poiché i segnali provenienti dal motore non riuscirebbero a rimontare la corrente supersonica per richiamare ulteriore fluido.

Nel caso d'interesse di regime subsonico si può avere sia la condizione di rifiuto che quella di richiamo.

La condizione di rifiuto si manifesta quando  $M_0 > M_i$ , con  $M_i$  che dipende dal funzionamento del motore.



FIGURA 3: CONDIZIONE RIFIUTO PER LA PRESA D'ARIA [1]

Il flusso rallenta isoentropicamente fino alla sezione *i* , comprimendosi. All'interno della presa d'aria il flusso verrà compresso ulteriormente fino al punto 1;

qui la trasformazione non avviene a entropia costante a causa delle perdite d'attrito dovute alla parete della presa d'aria.

La temperatura totale si conserva,  $T_0^{\circ} = T_1^{\circ}$  mentre, a causa delle perdite, ciò non avviene per la pressione totale:  $p_1^{\circ} < p_0^{\circ}$ .



FIGURA 4: DIAGRAMMA T-S PER CONDIZIONE DI RIFIUTO DELLA PRESA D'ARIA

La condizione di richiamo si manifesta, invece, quando  $M_0 < M_i$ , con  $M_i$  che dipende dal funzionamento del motore.



FIGURA 5: CONDIZIONE RICHIAMO PER LA PRESA D'ARIA [1]

Considerando il caso limite di  $M_0 = 0$ , cioè nel caso di velivolo fermo, la temperatura totale dell'infinito di monte sarà pari a quella statica:  $T_0 = T_0^{\circ}$ . Esternamente il flusso espande ed accelera isoentropicamente (da 0 a *i*) mentre dalla sezione i d'ingresso della presa sino a quella d'uscita 1 il flusso rallenta e si ricomprime.



FIGURA 6: DIAGRAMMA T-S PER CONDIZIONE DI RICHIAMO DELLA PRESA D'ARIA

### 1.1 Prese subsoniche.

Per i velivoli che non possono andare oltre la velocità del suono, come i grandi aerei di linea, la presa d'aria subsonica del motore (tipicamente un Turbofan) svolge il ruolo fondamentale di rallentare l'aria in ingresso nel motore. Un velivolo subsonico ha una presa con un labbro relativamente spesso e arrotondato.

La parte più a monte dell'inlet è chiamata highlight o labbro d'ingresso. In condizioni di flusso subsonico, ad un incremento d'area corrisponde un rallentamento del flusso ed un aumento di pressione statica; la presa d'aria subsonica avrà quindi una forma divergente. Per quanto riguarda la lunghezza della presa, questa la si vuole la più corta possibile per ragioni di peso e di perdite d'attrito;

essa deve, comunque, essere sufficientemente lunga in modo da evitare elevati angoli di divergenza e, quindi, separazioni dovute alla presenza di un gradiente di pressione avversa troppo elevato che si ha in queste condizioni.

A seconda della velocità di volo e del flusso di massa richiesto dal motore, l'ingresso potrebbe dover funzionare con un'ampia gamma di condizioni del flusso incidente. Abbiamo visto in precedenza i casi di richiamo e di rifiuto per cui rispettivamente abbiamo un flusso entrante accelerante (Figura 7) e un flusso entrante decelerante (Figura 8). Durante la fase di crociera è più probabile assistere ad una decelerazione esterna in prossimità della sezione di ingresso della presa e quindi ad una bassa portata massica mentre durante le fasi di decollo e salita, poiché le velocità sono molto basse, si ha richiamo e quindi accelerazione a monte dell'ingresso della presa.



FIGURA 8: FLUSSO DECELERANTE [4]

A determinate velocità di volo la presenza di accelerazione del flusso esterno aumenta la velocità di ingresso della presa e, di conseguenza, riduce la pressione di ingresso, aumentando così il delta di pressione imposto dalla parete interna della presa. Nel caso in cui questo aumento di pressione fosse eccessivamente grande, si potrebbe avere lo stallo sulla parete interna della presa a causa della separazione dello strato limite. Nel caso opposto, la decelerazione esterna richiede un aumento della pressione interna minore e quindi una minore probabilità di separazione dello strato limite.

Pertanto, la sezione di ingresso è di frequente scelta in modo tale da diminuire il più possibile l'accelerazione esterna durante il decollo, con il risultato che si verifica una decelerazione esterna durante la fase di crociera. In queste condizioni l'area di cattura a monte è inferiore all'area di ingresso e una parte del flusso viene riversata sulla superficie esterna.

In prossimità del bordo d'attacco c'è una compressione mentre sulla parete esterna della presa (carenatura) dove si riversa il flusso si ha una zona di depressione e man mano ci si riavvicina alla pressione ambiente; qui si rischia la separazione (Figura 9).



FIGURA 9: DISTRIBUZIONE PRESSIONE SULLA CARENATURA DELLA PRESA SUBSONICA [1]

In generale per la presa d'aria la separazione può verificarsi in una qualsiasi delle tre zone mostrate in Figura 10.



FIGURA 10: ZONE DI POSSIBILE SEPARAZIONE [1]

La separazione del flusso esterno nella zona 1 può derivare da alte velocità locali e dalla successiva decelerazione sulla superficie esterna. La separazione sulle superfici interne può avvenire sia nella zona 2 che nella zona 3, a seconda della geometria del condotto e delle condizioni di esercizio.

Prendiamo in considerazione una presa in condizioni di rifiuto con una carenatura che presenta una sezione constante da una definita sezione in poi. Supponiamo, inoltre, di avere un flusso incomprimibile ( $\rho$ =cost) e reversibile e, infine, prendiamo, come riferimento, il volume di controllo indicato in Figura 11.



FIGURA 11: VOLUME DI CONTROLLO DI RIFERIMENTO [1]

Nell'ipotesi di flusso reversibile andremo ad eguagliare la *forza sulla carenatura Dc* e *resistenza addizionale Da*.

Resistenza addizionale:

$$D_a = \dot{m}w_i + A_i(p_i - p_0) - \dot{m}u$$

Per un flusso incomprimibile possiamo scrivere:

$$p_i - p_0 = \frac{1}{2}\rho(u^2 - w_i^2)$$
 ,

da cui si ottiene:

$$D_a = \rho A_i w_i^2 + \frac{1}{2} \rho A_i (u^2 - w_i^2) - \rho A_i w_i u .$$

ENRICO NICOLA CASSANO | POLITECNICO DI TORINO

Essendoci un quadrato di binomio la resistenza addizionale diventa:

$$D_a = \frac{1}{2}\rho A_i (u - w_i)^2 = \frac{1}{2}\rho A_i u^2 \left(1 - \frac{w_i}{u}\right)^2 .$$

Sulla carenatura agisce una forza legata alla pressione relativa media applicata sulla superficie  $A_c - A_i$  .



FIGURA 12: AREE CARATTERISTICHE [1]

La forza sulla carenatura è:

$$D_c = (\overline{p_0 - p_c})(A_c - A_i) \, .$$

La pressione relativa media:

$$\overline{p_0-p_c}=\sigma(p_0-p_{min})$$
 ,

dove il parametro  $0 < \sigma < 1$  dipende dalla forma della carenatura mentre  $p_{min}$  è la pressione minima che il flusso sulla carenatura; oltre il valore di pressione  $p = p_{min}$  si potrebbe avere una ricompressione e, eventualmente, la separazione dello strato limite.

La pressione minima è legata ad una velocità massima  $W_{max}$  tramite il teorema di Bernoulli per un flusso incomprimibile:

$$p_0 - p_{min} = \frac{1}{2}\rho(w_{max}^2 - u^2)$$

Allora si ottiene:

$$D_{c} = \sigma \frac{1}{2} \rho u^{2} \left( \frac{w_{max}^{2}}{u^{2}} - 1 \right) (A_{c} - A_{i}) .$$

Introducendo il coefficiente di pressione:

$$C_{p} = \frac{p_{0} - p_{min}}{\frac{1}{2}\rho w_{max}^{2}} = 1 - \left(\frac{u}{w_{max}}\right)^{2} ,$$

ed eguagliando le espressioni della resistenza addizionale Da e la forza che agisce sulla carenatura Dc, si ottiene:

$$\frac{A_c}{A_i} = 1 + \frac{\left(1 - \frac{w_i}{u}\right)^2}{\sigma\left(\frac{w_{max}^2}{u^2} - 1\right)} = 1 + \frac{\left(1 - \frac{w_i}{u}\right)^2}{\sigma} \frac{1 - C_p}{C_p} \ .$$

Il legame tra la carenatura e l'ingresso dipende, quindi, dalla percentuale di compressione esterna rispetto a quella interna, dall'accelerazione sulla carenatura e dalla forma di quest'ultima, per cui:

$$\frac{A_c}{A_i} = f\left(\frac{w_i}{u}, \frac{w_{max}}{u}, \sigma\right).$$



Nel caso di flusso incomprimibile e con  $\sigma=1$  si può tracciare il seguente diagramma :

FIGURA 13: DIAGRAMMA  $AC/AI - \varphi_d$  [1]

In questo caso il coefficiente di portata è espresso come:

$$\varphi_d = rac{\dot{m}_{reale}}{\dot{m}_{rif}} = rac{
ho_i w_i A_i}{
ho_0 u A_i} = rac{w_i}{u}$$

dove chiaramente  $\rho_i = \rho_0$  per l'incompressibilità.

Nel grafico di Figura 13 sono mostrati i risultati del modello presentato al variare dell'accelerazione massima (o pressione minima) sulla carenatura.  $\varphi_d = 1$  indica che la compressione è avvenuta totalmente dentro la presa d'aria. Il rapporto area massima/area ingresso aumenta, e quindi la carenatura diventa più grossa, se aumenta la compressione esterna, ovvero, aumenta il rifiuto.

Il rapporto  $\frac{A_c}{A_i}$  diminuisce, invece, se il rapporto  $\frac{w_{max}}{u}$  aumenta e diventa minimo per il modello incomprimibile se  $\sigma = 0.5$ .

# CAPITOLO 2: Equazioni di governo.

ENRICO NICOLA CASSANO | POLITECNICO DI TORINO

Per poter analizzare le dinamiche fisiche che sussistono tra la presa subsonica e il flusso (l'aria) in cui essa è immersa è d'uopo delineare il comportamento del fluido attraverso un modello matematico. A questo proposito ci viene incontro il sistema di equazioni di *Navier-Stokes*, le quali rappresentano una formulazione matematica esatta. Tale sistema di equazioni è basato sull'ipotesi del continuo per cui un volume finito di fluido deve essere abbastanza grande da contenere un numero considerevole e sufficiente di particelle affinché si possano specificare la velocità media e l'energia cinetica media. In questo modo siamo in grado di definire velocità, pressione, temperatura, densità e altre grandezze fondamentali in ogni punto del fluido.

La definizione delle leggi di Navier-Stokes si basa sul fatto che il comportamento dinamico di un fluido è determinato dalle seguenti leggi di conservazione:

- legge di conservazione della massa;
- legge di conservazione della quantità di moto;
- legge di conservazione dell'*energia*.

È da evidenziare la proprietà di queste leggi per cui la conservazione di un certo quantitativo di fluido all'interno di un volume di controllo arbitrario è legato all'effetto netto dato dalla parte di fluido che viene trasportata attraverso la superficie di contorno (chiamata flusso), da eventuali forze e sorgenti interne e dalle forze esterne agenti sul volume.

Possiamo scindere il flusso in due diverse componenti:

• una componente relativa ai termini convettivi;

• una componente, di natura diffusiva, relativa al moto molecolare presente nel fluido a riposo .

Il termine diffusivo è proporzionale al gradiente della grandezza considerata e, quindi, assente in casi di flusso omogeneo.

Il modello matematico adottato viene sviluppato applicando le leggi di conservazione ad un volume di controllo finito, fisso nello spazio e che non varia nel tempo.

Adottando un approccio euleriano ed un volume finito ci porta a scrivere le leggi di conservazione in forma conservativa e integrale.

### 2.1 Leggi di conservazione in forma integrale.

Applichiamo le leggi di conservazione considerando un volume finito di fluido V fisso nello spazio e che non varia nel tempo e delimitato da una superficie di controllo S come in Figura 14.



FIGURA 14: VOLUME FINITO DI FLUIDO V [6]

### 2.1.1 Conservazione della massa.



FIGURA 15: VOLUME DI CONTROLLO PER CONSERVAZIONE DELLA MASSA [6]

La legge di *conservazione della massa* esprime il concetto per cui la massa non può essere né creata né distrutta. Questa legge , tenendo conto del volumetto infinitesimo dV e dell'elemento superficiale dS, di normale  $\vec{n}$ , presenti nel volume di controllo, escludendo, allo stesso tempo, la presenza di sorgenti volumiche o superficiali, definisce il legame tra l'evoluzione della massa nel tempo all'interno del volume di controllo e il flusso di massa netto attraverso la superficie di controllo S.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} \rho \, dV \, + \int_{S} \rho \left( \vec{q} \cdot \vec{n} \right) \, dS = 0 \, ,$$

dove  $\rho$  è la grandezza conservata e la velocità  $\vec{q}$ :

$$\vec{q} = u\,\vec{\iota} + v\,\vec{j} + w\,\vec{k}.$$

#### 2.1.2 Conservazione della quantità di moto.

Per la legge *di conservazione della quantità di moto* richiamiamo la seconda legge di Newton tale per cui la variazione temporale di quantità di moto è legata al flusso di quantità di moto attraverso la superficie di controllo S e alle forze nette agenti sul volume V (che rappresentano gli elementi sorgente). Tali forze sono sia di natura volumica che superficiale. Per quanto riguarda le volumiche  $\overrightarrow{F_V}$  esse sono forze di massa  $\overrightarrow{f_e}$  (es. forza di gravità) mentre le forze superficiali  $\overrightarrow{F_S}$  sono per lo più riconducibili a pressioni e sforzi tangenziali.



FIGURA 16: VOLUME DI CONTROLLO PER CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO [6]

Dalla Figura 16:

$$\overrightarrow{\sigma_n} = -p_n \, \overrightarrow{n} + \, \tau_n \, \overrightarrow{\tau}$$
 ,

con:

$$\vec{n} = n_x \vec{\iota} + n_y \vec{J} + n_z \vec{k}$$

allora:

$$\overrightarrow{\sigma_n} = \overrightarrow{\sigma_x} n_x + \overrightarrow{\sigma_y} n_y \overrightarrow{\sigma_z} n_z \quad .$$

Posso definire il *Tensore*  $\overline{\overline{\sigma}}$ :

$$\overline{\overline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix},$$

ove solo 6 sono le componenti indipendenti

essendo la matrice simmetrica.

La forma integrale della legge di conservazione di quantità di moto è allora:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} \rho \, \vec{q} \, dV \, + \int_{S} (\rho \vec{q}) \, \vec{q} \cdot \vec{n} dS = \int_{S} \overline{\overline{\sigma}} \cdot \vec{n} \, dS + \int_{V} \rho \, \vec{f}_{e} \, dV \, .$$

Dato  $\overrightarrow{\sigma_n} = -p_n \vec{n} + \tau_n \vec{\tau}$  lo stesso può essere fatto per  $\overline{\overline{\sigma}}$ . Scriviamo allora:

$$\overline{\overline{\sigma}} = -P \,\overline{\overline{I}} + \overline{\overline{\tau}} \,,$$

con  $\overline{\overline{I}}$  matrice identità e  $\overline{\overline{\tau}}$  tensore degli sforzi.



FIGURA 17: DISTRIBUZIONE COMPONENTI TENSORE DEGLI SFORZI [5]

ll tensore degli sforzi  $\bar{\bar{\tau}}$  :

$$\bar{\bar{\tau}} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix},$$

ove solo 6 sono le componenti indipendenti essendo la matrice simmetrica.

Per Navier- Stokes l'elemento generico:

$$\tau_{ij} = u \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial y_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \vec{q} \ \delta_{ij} ,$$

con  $\delta_{ij} = 0$  se  $i \neq j$  e  $\delta_{ij} = 1$  se i = j ( $\delta_{ij}$  è il *delta di Kroneker*) e con la viscosità dinamica data dalla formula di Sutherland :

$$\mu = \frac{1.45 \, T^{3/2}}{T + 110} \, 10^{-6}$$

Allora la forma integrale diventa:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} \rho \,\vec{q} \,dV + \int_{S} (\rho \vec{q}) \,\vec{q} \cdot \vec{n} \,dS = -\int_{S} P \,\vec{n} \,dS + \int_{S} \overline{\overline{\tau}} \cdot \vec{n} \,dS + \int_{V} \rho \,\vec{f}_{e} \,dV$$

#### 2.1.3 Conservazione dell'energia.

Per la legge *di conservazione dell'energia* richiamiamo il primo principio della termodinamica tale per cui si ha che la variazione nel tempo dell'energia totale massica associata alla massa contenuta nel volume di controllo è legata al flusso netto di energia attraverso la superficie di controllo S, al lavoro delle forze e dal calore che agiscono sul volume V e dal flusso netto di calore attraverso S.



FIGURA 18: VOLUME DI CONTROLLO PER CONSERVAZIONE DELL' ENERGIA [6]

L'energia totale massica è legata alla somma di energia interna ed energia cinetica per unità di massa :

$$E=e+\frac{|\vec{q}^2|}{2},$$

 $\operatorname{con} e = c_v T$  per gas calorificamente perfetti.

La forma integrale della legge di conservazione dell'energia:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} \rho E \, dV \, + \int_{S} \rho E(\vec{q} \cdot \vec{n}) dS = \\ = \int_{S} \overline{\sigma} \cdot \vec{q} \, \cdot \vec{n} \, dS + \int_{V} \rho \, \vec{f_e} \, \vec{q} \, dV \, - \, \int_{S} \vec{q_T} \cdot \vec{n} \, dS + \int_{V} \dot{q_h} \, dV \, dV$$

con  $\dot{q_h}$  sorgente di calore volumico per unità di tempo.
Anche in questo caso possiamo considerare  $\overline{\overline{\sigma}} = -P \,\overline{\overline{I}} + \overline{\overline{\tau}}$ , per cui si ha:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} \rho E \, dV + \int_{S} \rho E(\vec{q} \cdot \vec{n}) dS =$$

$$= -\int_{S} P(\vec{q} \cdot \vec{n}) dS + \int_{S} (\overline{\tau} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{q} dS + \int_{V} \rho \, \vec{f_e} \, \vec{q} \, dV +$$

$$-\int_{S} \vec{q_T} \cdot \vec{n} \, dS + \int_{V} \dot{q_h} \, dV - \int_{S} \vec{q_T} \cdot \vec{n} \, dS + \int_{V} \dot{q_h} \, dV$$

Se per la massa e la quantità di moto erano assenti, per la conservazione dell'energia bisogna considerare diffusione molecolare all'interno del volume di controllo, che genera dei flussi di calore. Per l'equazione di Fourier i flussi di calore :  $\overrightarrow{q_T} = -k \nabla T$ , con k conducibilità termica del fluido.

Allora:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} \rho E \, dV + \int_{S} \rho E(\vec{q} \cdot \vec{n}) dS =$$

$$= -\int_{S} P(\vec{q} \cdot \vec{n}) dS + \int_{S} (\overline{\tau} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{q} dS + \int_{V} \rho \vec{f_e} \vec{q} dV +$$

$$+ \int_{S} k(\nabla T \cdot \vec{n}) dS + \int_{V} \dot{q_h} dV - \int_{S} \vec{q_T} \cdot \vec{n} dS + \int_{V} \dot{q_h} dV$$

### 2.2 Sistema completo delle equazioni di Navier-Stokes.

Mettendo insieme le equazioni di conservazione , tenendo conto di come alcune grandezze sono state esplicitate e della eventuale natura vettoriale/matriciale , aggiungendo l'equazione dei gas perfetti  $\frac{p}{\rho}=RT$ , si ottiene un sistema di 16 equazioni di governo con 16 incognite.

Le 16 incognite sono:  $\rho$ ,  $\vec{q}$ , P, T, e,  $\bar{\vec{\tau}}$ ,  $\vec{q_T}$  mentre, per quanto riguarda le equazioni ne abbiamo 5 legate alle leggi di conservazione (bisogna tener conto della vettorialità di alcune incognite), 6 equazioni di Navier-Stokes legato al tensore degli sforzi viscosi, 3 equazioni di Fourier e 2 leggi dei gas perfetti. La soluzione di tale sistema è legata non solo alla risoluzione delle equazioni di governo ma anche all'imposizione di corrette condizioni al contorno.

Il sistema può essere scritto in forma compatta definendo le seguenti entità matriciali:

$$\vec{U} = \begin{cases} \rho \\ \rho \\ \vec{q} \\ \rho \\ E \end{cases}; \quad \vec{F} = \begin{cases} \rho \\ \vec{q} \cdot \vec{q} + p - \bar{\tau} \\ (\rho \\ E + P) \cdot \vec{q} - (\bar{\tau} \cdot \vec{q} + k \nabla T) \end{cases};$$

$$\vec{Q} = \begin{cases} 0 \\ \rho \ \vec{f_e} \\ \rho \ \vec{f_e} \cdot \vec{q} + q_h \end{cases}.$$

Allora il sistema di equazioni di Navier-Stokes si può scrivere in forma compatta:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} \vec{U} \, dV + \int_{S} \vec{F} \cdot \vec{n} \, dS = \int_{V} \vec{Q} \, dV$$

con  $\vec{Q}$  che è il termine noto.

 $\vec{F}$  è scomponibile nel termine dei flussi convettivi  $\vec{F_c}$  e nel termine dei flussi viscosi  $\vec{F_v}$  tale per cui:

$$\vec{F} = \vec{F_c} \cdot \vec{F_v} \operatorname{con} \vec{F_c} = \begin{cases} \rho \vec{q} \\ \rho \vec{q} \cdot \vec{q} + p \\ (\rho E + P) \cdot \vec{q} \end{cases} e \vec{F_v} = \begin{cases} 0 \\ \bar{\tau} \\ (\bar{\tau} \cdot \vec{q} + k\nabla T) \end{cases}.$$

ENRICO NICOLA CASSANO | POLITECNICO DI TORINO

# CAPITOLO 3: Modelli di risoluzione per flussi turbolenti.

La risoluzione per via analitica delle equazioni di Navier-Stokes è praticamente possibile solo in caso di flussi laminari, e per geometrie semplici (sfere, lastre piane). I flussi turbolenti, tipici delle applicazioni reali, richiedono l'ausilio di un modello di turbolenza: questo è legato al fatto che il range di scale osservabili nei fenomeni turbolenti cresce notevolmente al crescere del numero di Reynolds e questo rende impraticabile la simulazione diretta delle fluttuazioni turbolente, specialmente per i valori di Reynolds tipici di molte applicazioni industriali. In ambito ingegneristico, di frequente, non si ha la necessità di conoscere, istante per istante, il valore della velocità istantanea in tutto il dominio di calcolo, ma basta conoscere la velocità media temporale e su questa valutazione si basa il punto di partenza per trattare la turbolenza.



FIGURA 19: COMPONENTI VELOCITÀ (REYNOLDS) IN MOTO TURBOLENTO [5]

È possibile scomporre un moto turbolento statisticamente stazionario in un moto medio e delle fluttuazioni che consistono in un discostamento del segnale istantaneo rispetto al valore medio. Questa scomposizione in queste due componenti è possibile realizzarla attraverso la *Decomposizione di Reynolds* per cui in ogni istante di tempo vale la seguente relazione:

$$u_i(\mathbf{x},t) = \overline{u}_i(\mathbf{x}) + u'_i(\mathbf{x},t)$$
,  $p(\mathbf{x},t) = \overline{p}(\mathbf{x}) + p'(\mathbf{x},t)$ .

Si introducono, ora, tre differenti forme di *media alla Reynolds*:

• media temporale:

questa relazione fornisce un valore medio costante nel tempo che, però, varia nello spazio.  $T \rightarrow \infty$  indica che T è il valore più elevato della scala temporale che caratterizza le fluttuazioni turbolente del flusso considerato;

• media spaziale:

$$ar{u}_i = \lim_{V o \infty} rac{1}{V} \int_V u_i \; dV$$
 ,

il volume di controllo è definito da V. La relazione della media spaziale, a differenza di quella temporale, fornisce un valore medio costante nello spazio che varia, invece, nel tempo;

• media d'insieme:

$$ar{u}_i = \lim_{N o \infty} rac{1}{N} \, \sum_{m=1}^N u_i$$
 ,

...

in questo caso la relazione fornisce un valore medio che è funzione sia del tempo che dello spazio.

Nel caso in cui la densità non sia costante è utile affiancare alla decomposizione di Reynolds per pressione e densità la decomposizione di Favre per altre grandezze come velocità, temperatura. Quindi, mentre avremo le quantità  $\bar{p} e \bar{\rho}$  mediate alla Reynolds , allo stesso tempo avremo altre quantità mediate alla Favre come  $\tilde{u}$  e per cui si ha la decomposizione:

$$u_i(\mathbf{x},t) = \widetilde{u}_i(\mathbf{x}) + u''_i(\mathbf{x},t)$$
,

dove  $\widetilde{u_i}$  è il valore medio mentre  $u''_i$  è la fluttuazione. Inoltre, valgono le assunzioni per cui :  $\widetilde{u_i'} = 0$  e  $\widetilde{u_i'}\widetilde{u_j'} \neq 0$ .

La media alla Favre è descrivibile mediante la seguente relazione:

$$\widetilde{u}_{\iota} = \frac{1}{\overline{\rho}} \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{t}^{t+T} \rho \, u_{\iota} \, dt$$

Per rendere la turbolenza trattabile dal punto di vista computazionale esistono diversi modelli:

- Il modello DNS consente di risolvere le equazioni instazionarie di Navier-Stokes complete e cioè integrate su tutte le scale spaziali e temporali. Questo tipo di simulazione non richiede alcun modello approssimato di turbolenza ma è necessario avere una griglia di calcolo molto fitta: la scala integrale deve essere contenuta nel dominio computazionale. La scelta di questo modello richiederebbe una mesh dal costo computazionale proibitivo per flussi con elevati valori del numero di Reynolds.
- Il modello *LES* consente di risolvere le equazioni di Navier-Stokes filtrate nello spazio. I vortici più grandi vengono risolti mentre quelli aventi dimensioni più piccole degli elementi della mesh vengono modellati. Questo approccio è dunque meno oneroso del precedente dal punto di vista computazionale ma il costo è ancora troppo elevato per le applicazioni pratiche, perché la mesh richiesta deve essere comunque molto fitta.
- Il modello RANS (Reynolds averaged Navier-Stokes equations) risolve le equazioni di Navier-Stokes mediate nel tempo. Tutte le scale di lunghezza turbolente vengono modellate. Vari modelli sono disponibili. Questo è l'approccio usato in campo industriale e dai software commerciali e sarà quello utilizzato in questa tesi e che verrà analizzato più in dettaglio.

### 3.1 Equazioni della turbolenza mediate alla Reynolds – Favre.

Mediare nel tempo le equazioni di Navier-Stokes significa fondamentalmente sostituire ogni grandezza con la somma tra il suo valor medio temporale e la fluttuazione istantanea rispetto ad esso, andando poi ad applicare un operatore di media che fornisce le equazioni di governo per i campi medi.

Considerando le equazioni di Navier-Stokes in coordinate cartesiane, per fluidi Newtoniani compressibili e in assenza di termini sorgente, nella forma:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \, u_{i)}}{\partial x_{i}} = 0\\ \frac{\partial (\rho u_{i})}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \, u_{i} \, u_{j})}{\partial x_{j}} = -\frac{\partial p}{\partial x_{i}} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_{j}} \end{cases}$$
(1)
$$\frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \, u_{j} \, H)}{\partial x_{j}} = \frac{\partial (u_{i} \tau_{ij})}{\partial x_{j}} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left( k \frac{\partial T}{\partial x_{j}} \right)$$

dove: 
$$\tau_{ij} = 2\mu * \left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right] - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij}$$
;  $E = e + \frac{1}{2}u_i u_i$ ;  
 $H = h + \frac{1}{2}u_i u_i$ .

Posso definire le componenti del tensore strain-rate come:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Allora :

$$au_{ij} = 2\mu S_{ij} - rac{2}{3} \ \mu \ rac{\partial u_l}{\partial x_k} \ \delta_{ij}$$
 .

Mediando l'equazione della massa si ottiene:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \ \tilde{u}_i) = 0 \quad ; \tag{2}$$

Mediando l'equazione della quantità di moto si ottiene:

$$\frac{\partial(\overline{\rho}\widetilde{u_{i}})}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial x_{i}} + \frac{\partial\left(\widehat{\tau_{ij}} - \overline{\rho} \, u_{i}^{\prime\prime} u_{j}^{\prime\prime}\right)}{\partial x_{j}} - \frac{\partial(\overline{\rho} \, \widetilde{u_{j}} \, \widetilde{u_{i}})}{\partial x_{j}};$$
(3)

dove :  $P = \bar{p}$  ,  $\widetilde{\tau_{\iota J}}$  è lo sforzo viscoso associato al moto medio.

Mediando l'equazione dell'energia si ottiene:

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{E})}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\widetilde{u}_{j}\widetilde{H})}{\partial x_{j}} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left( k \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_{j}} - \bar{\rho} \widetilde{u_{j}''h''} + \widetilde{\tau_{\iota j} u_{\iota}''} - \bar{\rho} \widetilde{u_{j}''K} \right) + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[ \widetilde{u_{\iota}} (\widetilde{\tau_{\iota j}} - \bar{\rho} \widetilde{u_{\iota}''u_{j}''}) \right],$$
(4)

dove K è l'energia cinetica turbolenta.

Le equazioni Rans – Favre ((2),(3),(4)) sono formalmente uguali alle equazioni di Navier-Stokes (1) eccezion fatta per il termine  $-\overline{\rho} \widetilde{u'_{i'}u'_{j'}} = \tau^F_{ij}(\mathbf{x},t)$  tensore degli sforzi di Reynolds mediato alla Favre. Questo tensore tiene conto degli effetti delle fluttuazioni sul moto medio. In generale i termini  $\tau^F_{ij}$  rappresentano gli sforzi turbolenti medi, conseguenza degli effetti delle fluttuazioni turbolente sul campo di moto medio.

$$\tau_{ij}^{F} = -\bar{\rho}\,\widetilde{u_{l}^{\prime\prime}u_{j}^{\prime\prime}} = -\begin{bmatrix} \bar{\rho}\widetilde{u^{\prime\prime}}^{2} & \bar{\rho}\widetilde{u^{\prime\prime}v^{\prime\prime}} & \bar{\rho}\widetilde{u^{\prime\prime}w^{\prime\prime}} \\ \bar{\rho}\widetilde{u^{\prime\prime}v^{\prime\prime}} & \bar{\rho}\widetilde{v^{\prime\prime}}^{2} & \bar{\rho}\widetilde{v^{\prime\prime}w^{\prime\prime}} \\ \bar{\rho}\widetilde{u^{\prime\prime}w^{\prime\prime}} & \bar{\rho}\widetilde{v^{\prime\prime}w^{\prime\prime\prime}} & \bar{\rho}\widetilde{w^{\prime\prime\prime}}^{2} \end{bmatrix}$$

6 incognite vengono raggruppate nel tensore di Reynolds mediato alla Favre (simmetrico) e questo implica l'aggiunta di altre 6 relazioni; inoltre, bisogna introdurre altre 3 relazioni per definire le tre componenti del vettore di flusso di calore turbolento dato la presenza dell'equazione di equilibrio dell'energia.

Possiamo scrivere l'energia cinetica turbolenta mediata alla Favre come:

$$\bar{\rho}\,\widetilde{K}=\frac{1}{2}\,\bar{\rho}\,\widetilde{u_{i}^{\prime\prime}u_{j}^{\prime\prime}}$$

Questa mi permette di scrivere:

• *l'energia totale* come:

$$\bar{\rho}\,\tilde{E}=\bar{\rho}\,\tilde{e}+\frac{1}{2}\,\bar{\rho}\,\widetilde{u}_{\iota}\,\widetilde{u}_{\iota}+\bar{\rho}\,\widetilde{K};$$

• *l'entalpia totale* come:

$$\bar{\rho}\,\tilde{H}=\bar{\rho}\,\tilde{h}+\frac{1}{2}\,\bar{\rho}\,\tilde{u}_{\iota}\,\tilde{u}_{\iota}+\bar{\rho}\,\tilde{K}.$$

Vediamo cosa rappresentano i singoli componenti al secondo termine dell'equazione dell'energia mediata alla Reynolds-Favre:

- $\frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right)$  è la diffusione molecolare del calore;
- $\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{\rho} \, \widetilde{u_j'' \, h''} \right)$  è il trasporto turbolento del calore;

• 
$$\frac{\partial}{\partial x_j} (k \widetilde{\tau_{\iota j} u_{\iota}''})$$
 è la diffusione molecolare di  $\widetilde{K}$ ;

• 
$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{\rho} \ \widetilde{u_j'K} \right)$$
 è il traporto turbolento di  $\widetilde{K}$ ;

- $\frac{\partial}{\partial x_j} (\widetilde{u_l} \widetilde{\tau_{lj}})$  è il lavoro svolto dagli stress molecolari;
- $\frac{\partial}{\partial x_j} (\widetilde{u}_l \tau_{ij}^F)$  è il lavoro svolto dagli stress di Reynolds mediati alla Favre.

La diffusione molecolare e il traporto turbolento di  $\widetilde{K}$  sono spesso trascurati.

### 3.2 Modelli di chiusura.

Il problema dell'espressione degli sforzi di Reynolds è aperto e necessita di modelli di chiusura:



**Direct Numerical Simulation** 

FIGURA 20: MODELLI DI CHIUSURA PER EQUAZIONI DELLA TURBOLENZA [8]

• Reynolds-Stress Models (RSM)

Gli sforzi di Reynolds mediati alla Favre vengono calcolati risolvendo sei equazioni aggiuntive, ossia, le equazioni di trasporto. Questo approccio richiede a sua volta la necessità di modellare molti dei termini presenti in queste equazioni aggiuntive. Questo approccio è vantaggioso per complessi flussi turbolenti tridimensionali, soprattutto per flussi molto swirlati e caratterizzati da una grande curvatura delle linee di flusso.

Tuttavia, si tratta di un approccio più complesso, costoso dal punto di vista computazionale e difficile da mandare a convergenza rispetto ai modelli che si servono della viscosità turbolenta ("eddy viscosity").

#### • Eddy Viscosity Models

Questi modelli si basano sulla *ipotesi di Boussinesq* per la quale gli sforzi di Reynolds mediati alla Favre vengono modellati usando una *viscosità dinamica turbolenta (eddy viscosity)*,  $\mu_T$ :

$$\tau_{ij}^F = -\bar{\rho} \, \widetilde{u_i' u_j'} = \mu_T \widetilde{S_{ij}} - \left(\frac{2}{3}\mu_T\right) \frac{\partial \widetilde{u_k}}{\partial x_k} \, \delta_{ij} - \frac{2}{3}\bar{\rho} \, \widetilde{K} \delta_{ij}$$

Dove  $\widetilde{S_{ij}} \in \widetilde{K}$  sono rispettivamente lo strain-rate e l'energia cinetica turbolenta mediati alla Favre-Reynolds.

L'ipotesi di Boussinesq è ragionevole per flussi turbolenti relativamente semplici (boundary layers, flussi in condotti, etc. ).

#### 3.2.1 Rans based models.

I modelli di turbolenza servono per approssimare gli sforzi di Reynolds mediati alla Favre presenti all'interno delle equazioni di Navier-Stokes mediate alla Favre-Reynolds.

In Figura 20 si possono osservare i modelli RANS più diffusi.

È importante notare che tutti i modelli di turbolenza sono caratterizzati da un certo grado di empirismo. Le equazioni, infatti, vengono calibrate sulla base di osservazioni sperimentali e considerazioni.

#### 3.2.1.1 Spalart-Allmaras: modello ad una equazione.

Si tratta di un modello a basso costo computazionale che risolve una singola equazione di trasporto per la variabile  $\tilde{\gamma}$  che, attraverso la densità p, è legata alla eddy viscosity. Questo modello è stato specificamente progettato per applicazioni aerospaziali che coinvolgono flussi confinati. Viene però utilizzato con buoni risultati anche nel campo delle turbomacchine (ad esempio nello studio di profili alari), purché i fenomeni di separazione del flusso e ricircolo non siano eccessivi. Si ottengono buoni risultati anche nel caso in cui il flusso si muova con un gradiente di pressione avverso. È un modello che può essere utilizzato sia per griglie strutturate che non strutturate, avendo il vantaggio di non richiedere una griglia molto fitta a parete; è un modello locale per cui la soluzione in un punto non dipende dalle soluzioni negli altri punti del dominio di calcolo.

#### **3.2.1.2** Modello a due equazioni K-ε.

Questo modello prevede di risolvere due equazioni di trasporto, cioè, quella dell'energia cinetica turbolenta K e quella della velocità di dissipazione di energia cinetica turbolenta  $\varepsilon$ . Il modello di turbolenza K- $\varepsilon$  richiede, in aggiunta alle due equazioni appena citate, la presenza delle cosiddette damping functions che permettono una più corretta approssimazione del flusso nel sotto strato viscoso a parete.

Le damping functions smorzano la K e la  $\varepsilon$  nei pressi della parete, cioè:

 $K \sim y^2$ ,  $\frac{\varepsilon}{K} \sim \frac{2\nu}{y^2}$  per  $y \to 0$ , dove y rappresenta la coordinata normale alla parete.

Il modello K-ɛ rispetto allo Spalart-Allmaras è più complesso da risolvere numericamente soprattutto a causa delle damping functions che conducono a delle equazioni di turbolenza con termini sorgente di tipo stiff.

A questo si aggiunge la richiesta di una superiore risoluzione della griglia a parete per la presenza del sotto strato viscoso. Inoltre, rispetto al modello S-A, con il modello K-ε la soluzione degrada in presenza di gradienti di pressione avversi.

Considerando il modello K-ɛ standard (SKɛ), che è un modello a basso Re, le equazioni possono essere scritte in forma differenziale come:

$$\frac{\partial(\rho K)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j K)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_L + \frac{\mu_T}{\sigma_K} \right) \frac{\partial K}{\partial x_j} \right] + \tau_{ij}^F S_{ij} - \rho \varepsilon$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon^*)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \varepsilon^*)}{\partial x_j} = \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_L + \frac{\mu_T}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial\varepsilon^*}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} f_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon^*}{K} \tau_{ij}^F S_{ij} - C_{\varepsilon 2} f_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^{*2}}{K} + \varphi_{\varepsilon}$$

I termini al secondo membro rappresentano rispettivamente la diffusione conservativa, la produzione e la dissipazione di eddy viscosity. Inoltre,  $\varphi_{\varepsilon}$  rappresenta il cosiddetto termine esplicito di parete mentre sono costanti i termini *C* e le damping functions (funzioni di smorzamento) i termini *f*. Abbiamo già fornito le equazioni per  $\tau_{ij}^F, S_{ij}$ mentre la eddy viscosity turbolenta è legata alla K e alla  $\varepsilon$  tramite la relazione:

$$\mu_T = C_{\mu} f_{\mu} \rho \frac{K^2}{\epsilon^*}$$

In queste equazioni abbiamo considerato  $\varepsilon^*$ rappresenta la  $\varepsilon$  del flusso libero ed è legata al dissipation rate  $\varepsilon$  tramite la relazione:  $\varepsilon = \varepsilon^* + \varepsilon_w$ , con  $\varepsilon_w$  dissipation rate a parete.

Per quanto riguarda le condizioni iniziali l'approccio più semplice consiste nell'inizializzare K ed  $\varepsilon^*$  con i loro valori di flusso libero ma sarebbe più accurato e, allo stesso tempo, più complesso inizializzarli coi loro valori vicino a parete.

Per quanto riguarda le condizioni a contorno a parete si imposta K=0 ed  $\varepsilon^* = 0$  ma ciò significa che anche  $\mu_T = 0$  a parete. Per quanto riguarda la condizione al contorno, in ingresso K ed  $\varepsilon^*$  sono determinati grazie alle relazioni che legano queste due grandezze all'intensità di turbolenza e alla scala di lunghezza della turbolenza come:

$$(T_u)_{\infty} = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}K_{\infty}}}{\|\overrightarrow{u_{\infty}}\|_2} \quad ; \quad (l_T)_{\infty} = \frac{C_{\mu}K_{\infty}^{3/2}}{\epsilon_{\infty}^*} \quad , \text{ con } \epsilon_{\infty}^* = \epsilon_{\infty}.$$

I valori di K e  $\epsilon^*$  vengono imposti all'ingresso come condizione al contorno mentre all'uscita vengono estrapolati dall'interno.

#### 3.2.1.2.1 Wall functions.

Per risolvere lo strato limite in un flusso turbolento la griglia deve essere molto fitta a parete e, tipicamente, si deve rispettare la condizione  $y^+ \leq 1$ .

Coefficiente di sforzo d'attrito (*skin friction coefficient*):  $C_f = \frac{2 \cdot \tau_{wall}}{\rho U_{\infty}^2}$ ;

Sforzo d'attrito a parete (wall shear stress) :

$$\tau_{wall} = \frac{1}{2} C_f \rho U_{\infty}^2$$

Friction velocity:  $u_{ au} = \sqrt{rac{ au_{wall}}{
ho}}$  ;

Nota la definizione di  $y^+$  come :  $y^+ = \frac{u_\tau h}{v} \le 1$ ;

Invertendo quest'ultima relazione si ricava l'altezza del primo prisma a parete:

$$h = \frac{v y^+}{u_\tau}$$

Realizzare una griglia molto fine può portare a grosse difficoltà dal punto di vista del costo computazionale per cui si può imporre per il modello K- $\varepsilon$  10 <  $y^+$  < 100 in modo da avere un'altezza di primo prisma a parete maggiore e quindi una griglia meno fine. In virtù di questa scelta le damping functions vanno a zero così come  $\varepsilon_w$  e  $\varphi_{\varepsilon}$  e si parla di modelli di turbolenza ad alto Re.

In questo caso è d'uopo introdurre le *wall functions* con lo scopo di determinare K ed  $\varepsilon^*$  nel nodo o centro cella a parete. Le wall functions sono, di solito, basate sulla legge logaritmica a parete e sono efficaci per flussi con strato limite attaccato ma non per flussi che separano.

Si riporta l'appena citata legge logaritmica che vale nella regione dell'inner layer:

 $u^+ = \frac{1}{k} ln(y^+) + C$  , con 30  $< y^+ < 1000$ , k=0.41 (costante di Von Karman) e C=5.1 costante di Coles.

Il modello SKE è molto utilizzato nelle applicazioni industriali perché risulta essere robusto ed abbastanza accurato.

I parametri del modello sono calibrati usando dati di natura sperimentale.

Il modello contiene a sua volta sotto modelli per tener conto della compressibilità del flusso, della combustione, ecc.

Non è adatto in quei casi in cui il flusso è caratterizzato da grandi gradienti di pressione, separazione massiva, elevato swirl e grande curvatura delle linee di flusso. La produzione di k è sovrastimata nelle regioni caratterizzate da grandi strain rate (ad esempio, vicino ad un punto di ristagno).

Per quanto riguarda il modello RKE (R sta per realizable), l'equazione del coefficiente di dissipazione E viene derivata dalla media quadratica della fluttuazione turbolenta, ed inoltre molte condizioni di realizzabilità vengono applicate agli sforzi di Reynolds.

Il modello RKE viene spesso preferito al modello SKE poiché fornisce risultati migliori nei casi di flussi rotanti, forti gradienti di pressione avversi, separazione del flusso, ricircolo e perché va convergenza più velocemente.

Per quanto riguarda il modello RNG k-E le costanti del modello sono derivate dalla teoria dei gruppi adimensionali piuttosto che da considerazioni empiriche.

I vantaggi rispetto al modello k-E standard sono molto simili a quelli derivanti dall'uso del modello RKE.

#### 3.2.1.3 Modello a due equazioni K-ω.

Nei modelli K- $\omega$  l'equazione di trasporto della velocità di dissipazione di energia cinetica turbolenta  $\varepsilon$  viene sostituita dall' equazione della velocità di dissipazione specifica di energia cinetica turbolenta  $\omega$  mentre l'equazione di trasporto dell'energia cinetica turbolenta è ancora presente. I modelli K- $\omega$  descrivono meglio dei modelli K- $\varepsilon$  il flusso a parete e quindi il sotto strato viscoso, predicono con maggiore accuratezza i fenomeni di separazione, transizione, effetti legati ai "low Re". L'accuratezza dei K- $\omega$  è molto simile a quella dei K- $\varepsilon$  nel sotto strato viscoso con una stabilità numerica molto elevata e tale da non avere bisogno di damping functions. Questo permette l'uso dei modelli K- $\omega$  laddove vi siano gradienti di pressione avversa ma non dove si hanno getti o flussi di rimescolamento dove questi modelli sono meno accurati dei K- $\varepsilon$ .

Oltre al modello K- $\omega$  standard (Wilcox, 1998) è disponibile anche il modello SST k- $\omega$  (Menter).

Il modello SST è un modello ibrido che combina i vantaggi appena descritti del modello K- $\epsilon$  con quelli del modello K- $\omega$ .

Viene modificata la funzione per l'eddy viscosity per tener conto del rapporto proporzionale tra l'energia cinetica turbolenta e lo sforzo di taglio tenendo conto del suo traporto turbolento.

Considerando il modello SST  $k-\omega$  di Menter, le equazioni di trasporto dell'energia cinetica turbolenta e della dissipazione specifica di turbolenza in forma differenziale sono date dalle seguenti relazioni:

$$\frac{\partial(\rho K)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j K)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu_L + \sigma_K \mu_T) \frac{\partial K}{\partial x_j} \right] + \tau_{ij}^F S_{ij} - \beta^* \rho \omega K$$
$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu_L + \sigma_\omega \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{C_\omega \rho}{\mu_T} \tau_{ij}^F S_{ij} + -\beta \rho \omega^2 + 2(1 - f_1) \frac{\rho \sigma_{\omega_2}}{\omega} \frac{\partial K}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

I termini a secondo membro sulla destra rappresentano rispettivamente la diffusione conservativa, la produzione e la dissipazione di eddy viscosity. Inoltre, l'ultimo termine della seconda equazione descrive la cross diffusion. La eddy viscosity turbolenta si ottiene come:

$$\mu_T = \frac{a_1 \rho K}{max(a_1 \omega, f_2 \|curl\vec{u}\|_2}.$$

La definizione della viscosità turbolenta garantisce che , in presenza di gradienti di pressione avversi nello strato limite, ove la produzione di K è superiore a quella della sua dissipazione specifica  $\omega$  (cioè  $a_1\omega < \|curl\vec{u}\|_2$ ), sia soddisfatta l'assunzione di Bradshaw (cioè  $\tau = a_1\rho K$ ).

La funzione  $f_1$ , presente nell'equazione di  $\omega$ , che permette di utilizzare il modello K- $\omega$  nello strato limite e il modello K- $\epsilon$  nel free-shear layer e nelle zone di flusso libero, è definibile come:

$$f_1 = tanh(arg_1^4)$$
,

$$\text{ con } arg_1 = \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{K}}{0.09\omega d}\frac{500\mu_L}{\rho\omega d^2}\right), \frac{4\rho\sigma_{\omega_2}K}{CD_{K\omega}d^2}\right];$$

*d* è la distanza dalla parete mentre  $CD_{K\omega}$  è la parte positiva del termine di cross diffusion , antecedentemente indicato, e può essere definito come:

$$CD_{K\omega} = max\left(2\frac{\rho\sigma_{\omega_2}}{\omega}\frac{\partial K}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20}\right).$$

La funzione ausiliaria  $f_2$  è data da:

$$f_2 = tanh(arg_2^2)$$
, con  $arg_2 = max\left(\frac{2\sqrt{K}}{0.09\omega d}, \frac{500\mu_L}{\rho\omega d^2}\right)$ .

Infine, i coefficienti delle equazioni del modello SST quali  $\beta$ ,  $C_{\omega}$ ,  $\sigma_{K}$ ,  $\sigma_{\omega}$  si ottengono relazionando i coefficienti del modello K- $\omega$ , denotati come  $\varphi_{1}$ , con i coefficienti del modello K- $\varepsilon$ , denotati come  $\varphi_{2}$  attraverso la seguente relazione:

$$\varphi = f_1 \varphi_1 + (1 - f_1) \varphi_2.$$

Per il modello SST bisogna conoscere l'altezza  $d_1$  del primo prisma a parete, necessaria per determinare una delle condizioni al contorno.

Per il modello SST K-ω abbiamo le seguenti condizioni al contorno:

$$K = 0$$
;  $\omega = 10 \cdot \frac{6\mu_L}{\rho\beta_1 d_1^2}$ ,

dove oltre a  $d_1$  troviamo  $\beta_1$  che è una costante tipica del modello.

La griglia deve essere molto fine e fitta tale per cui sia  $y^+ < 3$ .

Per quanto riguarda la condizione al contorno di inflow sono raccomandati i seguenti valori di flusso libero:

$$\omega_{\infty} = C_1 \frac{\|\overline{u_{\infty}}\|_2}{L} , \quad (\mu_T)_{\infty} = (\mu_L)_{\infty} 10^{-C_2} , \quad K_{\infty} = \frac{(\mu_T)_{\infty}}{\rho_{\infty}} \omega_{\infty} ,$$

dove L è la lunghezza del domino computazionale,  $1 \leq \mathcal{C}_1 \leq 10~$  ,  $~2 \leq \mathcal{C}_2 \leq 5$  .

I valori di K e  $\omega$  vengono imposti all'ingresso come condizione al contorno mentre all'uscita vengono estrapolati dall'interno.

# CAPITOLO 4: Discretizzazione dello spazio.

Per risolvere numericamente le equazioni di Navier-Stokes bisogna andare a discretizzarle in tempo e spazio.

Per discretizzarle nello spazio è necessario generare una griglia di calcolo (meglio conosciuta come *mesh*) suddividendo il dominio fluido, lo spazio fisico all'interno del quale si muove il flusso, in tanti elementi geometrici, solitamente triangolari e/o quadrangolari per il caso 2D (che è quello di interesse).

È fondamentale che tutto il dominio fisico sia coperto dagli elementi di griglia e, quindi, non ci siano buchi, e che non ci siano sovrapposizioni fra le celle.

Ci sono diverse tipologie di griglia, da una parte abbiamo la *griglia body-fitted* che segue la geometria dei contorni dello spazio fisico in cui il flusso si muove.

Questo tipo di griglia è adatto a risolvere flussi a parete come nel caso di presenza di strato limite ma, allo stesso tempo, aumenta la complessità nella generazione della mesh ;



FIGURA 21: GRIGLIA BODY-FITTED [5]

dall'altra parte abbiamo la *griglia cartesiana* i cui lati seguono un orientamento parallelo agli assi cartesiani.

Questo tipo di griglia è di più semplice realizzazione e permette un più veloce calcolo delle equazioni ma, allo stesso tempo, è inadatta al trattamento accurato dei flussi a parete.



FIGURA 22: GRIGLIA CARTESIANA [5]

Per questo le griglie body fitted, o almeno una selezione combinata in modo opportuno dei due tipi di griglia, sono generalmente preferite.

Questo tipo di griglie possono, a loro volta, essere di tipo strutturato e/o non strutturato.

Griglia strutturata: ogni punto della griglia viene identificato attraverso degli indici *i*, *j*, *k* e attraverso una coordinata cartesiana x<sub>ijk</sub>, y<sub>ijk</sub>, z<sub>ijk</sub>. Le celle per il 2D possono essere quadrangolari e triangolari. Se la griglia strutturata è body-fitted si può parlare di griglia curvilinea. Il vantaggio principale di questo tipo di griglia consiste nella linearità dello spazio computazionale in virtù del fatto che ogni variabile fluidodinamica corrisponde direttamente a come verrà memorizzata all'interno della macchina. Questa proprietà facilita le operazioni di calcolo in cui è necessario valutare i valori assunti dalle variabili nei nodi adiacenti.

Lo svantaggio di questa tipologia di griglia è che più la geometria del problema è complessa e più complicato sarà il suo utilizzo.



FIGURA 23: GRIGLIA STRUTTURATA [5]

 Griglia non strutturata: qui le celle, come i punti, non hanno un ordine ben preciso e non possono essere identificate direttamente con degli indici.
 Si possono numerare le celle ma non sfruttarne l'indicizzazione, in quanto non c'è un preciso ordine, per spostarsi all'interno della griglia ma si deve tener conto esplicitamente delle connessioni.

Le celle nelle *unstructured mesh* hanno una forma più complessa perché utilizzano, nel caso 2D, una combinazione di celle, irregolari e non uguali a sé stesse, quadrangolari e/o triangolari.

Nel caso vi siano sia triangoli che quadrilateri si parla di griglia ibrida.

La griglia non strutturata permette una più veloce generazione della mesh con una riduzione del numero dei punti di griglia; per fare ciò si ha necessità di solutore molto complesso e di una memoria computazionale maggiore rispetto al caso in cui la griglia sia strutturata.

È possibile creare una griglia, inoltre, per risolvere accuratamente flussi a parete come nel caso di presenza dello strato limite, in cui, vicino a parete, sia composta da elementi rettangolari e perpendicolari ad essa (griglia strutturata) e all'esterno dello strato limite si usino elementi triangolari (griglia non strutturata) per risolvere il campo di moto esterno.

Dopo avere generato la griglia ai fini di risolvere il campo di moto è necessario discretizzare le equazioni di governo.

### 4.1 Metodo ai volumi finiti.

Al giorno d'oggi, i metodi numerici per la soluzione delle equazioni di Eulero e Navier-Stokes effettuano una discretizzazione separata nello spazio e nel tempo, il cosiddetto metodo delle linee. Pertanto, a seconda del particolare algoritmo scelto, la griglia viene utilizzata sia per costruire volumi di controllo e per valutare gli integrali di flusso, sia per approssimare le derivate spaziali delle grandezze di flusso. In una fase successiva, le equazioni dipendenti dal tempo risultanti vengono integrate nel tempo, a partire da una soluzione iniziale nota, con l'ausilio di un metodo opportuno. Un'altra possibilità, quando le variabili di flusso non cambiano nel tempo, è quella di trovare la soluzione stazionaria delle equazioni di governo mediante un processo iterativo (che è ciò che verrà fatto nel lavoro di questa tesi).

I principali metodi numerici di discretizzazione spaziale sono: *differenze finite, elementi finiti e volumi finiti.* 

Il *metodo ai volumi finiti* (FVM) è quello utilizzato dalle piattaforme CFD commerciali per la sua flessibilità nel trattare geometrie complesse. Un altro vantaggio di questo metodo è quello che gli schemi ai volumi finiti sono capaci di adattarsi senza problema sia a griglie strutturate che non strutturate, peculiarità che permette di adattarsi a geometrie complesse senza grosse difficoltà e, dato che la discretizzazione spaziale è fatta nello spazio fisico, questo fa sì che questo metodo non necessiti di trasformazioni del sistema di coordinate da quello fisico a quello numerico.

Il metodo ai volumi finiti è un metodo per rappresentare e valutare le equazioni differenziali parziali come equazioni algebriche.

Il metodo dei volumi finiti opera direttamente sulle leggi di conservazione, ovvero le equazioni di Navier-Stokes scritte in forma integrale o formulazione conservativa, in cui la variazione della variabile conservativa dipende dai flussi generati attraverso il contorno del volume. Dato che il flusso che entra in un dato volume è uguale a quello che esce dal volume adiacente, tale metodo è conservativo.

Per effettuare la suddivisione dello spazio fisico in volumi di controllo, caratterizzati da diversa accuratezza, ci sono due categorie principali:

 Schema cell-centred (a celle centrate): ovvero i flussi sono valutati con le variabili conservative allocate a centro cella, in questo modo i volumi di controllo utilizzati per suddividere il volume fisico coincidono esattamente con i baricentri. Questo è lo schema usato da ANSYS Fluent;



• Schema cell-vertex (a celle ai vertici) : i flussi sono calcolati con le variabili conservative allocate ai vertici delle celle di calcolo.



FIGURA 25: SCHEMA CELL-VERTEX [5]

Lo schema numerico utilizzato per valutare i flussi determina l'accuratezza della discretizzazione spaziale.

Per poter risolvere il campo di moto numericamente è necessario passare dal continuo al discreto. Tale passaggio deve essere fatto anche per l'equazione delle variabili conservative scritte in forma integrale. La riscrittura deve essere applicata all'integrale temporale e agli integrali di superficie e di volume. L'integrale nel tempo della variabile conservativa può essere scritto, in maniera esatta, come valore medio derivato nel tempo per il volume di controllo:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} \vec{U} \, dV = V \frac{\partial \vec{U}}{\partial t}$$

L'equazione completa e compatta di Navier-Stokes illustrata nel capitolo su le equazioni di governo diventa:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} = -\frac{1}{V} \left[ \int_{S} (\vec{F_{c}} - \vec{F_{v}}) \cdot \vec{n} \, dS - \int_{V} \vec{Q} \, dV \right].$$

#### 4.1.1 Griglia strutturata con schema a celle centrate 2D.



FIGURA 26: GRIGLIA STRUTTURATA 2D [5]

ENRICO NICOLA CASSANO | POLITECNICO DI TORINO

Questa equazione può essere riformulata rimanendo esatta e riferita ad un volume di controllo  $V_{I,J}$  (nella Figura 26 di riferimento è chiamato  $\Omega_{I,J}$  ed è di fatti una superficie essendo trattato il caso bidimensionale) per una griglia strutturata, ottenendo:

$$\frac{\partial \overrightarrow{U_{I,J}}}{\partial t} = -\frac{1}{V_{I,J}} \left[ \sum_{m=1}^{N_F} \left( \overrightarrow{F_c} - \overrightarrow{F_v} \right)_m \cdot \overrightarrow{n} \Delta S_m - \left( \overrightarrow{Q} V \right)_{I,J} \right]$$

I e J sono gli indici del volume finito nello spazio computazionale,  $N_F$  definisce il numero di superfici del volume di controllo,  $\Delta S_m$  è l'area della superficie m-esima. L'equazione sopra va applicata a tutti i volumi di controllo  $V_{I,J}$ , ottenendo così un sistema di equazioni differenziali ordinarie al primo ordine. Questo tipo di equazioni sono iperboliche nel tempo. Inoltre, devono essere imposte le determinate condizioni al contorno per i flussi inviscidi (flussi convettivi) e diffusivi.

Per il caso 2D trattato con elementi quadrangolari come nella figura precedente allora si ha:

$$V_{I,J} = \frac{1}{2} [(x_1 - x_3)(y_2 - y_4) + (x_4 - x_2)(y_1 - y_3)]$$

In 2D, le facce di un volume di controllo sono date da linee rette e, quindi, il vettore normale unitario è costante lungo di essi. Quando integriamo i flussi secondo l'approssimazione dell'ultima equazione scritta dobbiamo valutare il prodotto dell'area di una faccia  $\Delta S$  e il corrispondente vettore normale unitario  $\vec{n}$ , ossia, il face vector  $\vec{S}$ :

$$\vec{n}_m \ \Delta S_m = \vec{S}_m = \begin{bmatrix} S_{x,m} \\ S_{y,m} \end{bmatrix}$$

Il vettore unitario normale alla faccia m-esima è quindi pari:

$$\vec{n}_m = \frac{\vec{s}_m}{\Delta S_m}$$
, con:  $\Delta S_m = |\vec{S}_m| = \sqrt{S_{x,m}^2 + S_{y,m}^2}$ ;

I vettori facciali  $\vec{S}_m$  condivisi con i volumi di controllo adiacenti sono utilizzati da quest'ultimi in modo da salvare memoria e ridurre il numero di calcoli.



FIGURA 27: GRIGLIA STRUTTURATA A CELLE CENTRATE 2D [5]

Andando a considerare uno schema a celle centrate (Figura 27) e prendendo come esempio la faccia di normale  $\vec{n}_{I+1/2,J}$  possiamo considerare due approcci per definire i flussi attraverso le superfici: la *media dei flussi* e la *media delle variabili*.

• media dei flussi:

$$\left(\overrightarrow{F_{c}}\Delta S\right)_{I+1/2,J}\approx\frac{1}{2}\left[\overrightarrow{F_{c}}\left(\overrightarrow{U}_{I,J}\right)+\overrightarrow{F_{c}}\left(\overrightarrow{U}_{I+1,J}\right)\right]\Delta S_{I+1/2,J}.$$

• media delle variabili:

$$\left(\vec{F}\Delta S\right)_{I+1/2,J} pprox \vec{F}\left(\vec{U}_{I+1/2,J}\right)\Delta S_{I+1/2,J}$$
 ,

dove il vettore di flusso F sta per i flussi viscosi o per quelli convettivi e dove le variabili conservative/dipendenti della faccia di normale  $\vec{n}_{I+1/2,J}$  del volume di controllo sono definite come una media aritmetica dei valori di due celle adiacenti:

$$\vec{U}_{I+1/2,J} = \frac{1}{2} \left( \vec{U}_{I,J} + \vec{U}_{I+1,J} \right).$$

L'ultimo termine da discretizzare è il termine sorgente  $\vec{Q}$  che di solito supposto costante nel volume di controllo. Per questo motivo, viene calcolato utilizzando le variabili di flusso dal centro della cella corrispondente. Quindi, possiamo definire:

$$\left(\vec{Q}V\right)_{I,J} = \vec{Q}\left(\vec{U}_{I,J}\right)V_{I,J} \quad .$$

## 4.1.2 Griglia non strutturata con schema a celle centrate 2D.

In questo caso l'equazione:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} = -\frac{1}{V} \left[ \int_{S} (\vec{F_{c}} - \vec{F_{v}}) \cdot \vec{n} \, dS - \int_{V} \vec{Q} \, dV \right]$$

può essere riformulata, rimanendo esatta, riferendosi, però, ad un volume di controllo  $V_I$  (anche in questo caso è di fatti una superficie essendo trattato il caso bidimensionale) per una griglia non strutturata, ottenendo :

$$\frac{\partial \overrightarrow{U_I}}{\partial t} = -\frac{1}{V_I} \left[ \sum_{m=1}^{N_F} \left( \overrightarrow{F_c} - \overrightarrow{F_v} \right)_m \cdot \overrightarrow{n} \Delta S_m - \left( \overrightarrow{Q} V \right)_I \right]$$

Anche in questo caso  $N_F$  definisce il numero di superfici del volume di controllo,  $\Delta S_m$  è l'area della superficie m-esima mentre, ora , l'indice I è riferito ad uno specifico volume di controllo poiché non necessariamente coincide con la griglia.



FIGURA 28: ELEMENTI TRIANGOLARE E QUADRANGOLARE PER GRIGLIA NON STRUTTURATA 2D [5]

Per il caso 2D trattato con elementi quadrangolari e triangolari come nella Figura 28 allora si ha:

• elemento triangolare:

$$V_{I} = \frac{1}{2} [(x_{1} - x_{2})(y_{1} + y_{2}) + (x_{2} - x_{3})(y_{2} + y_{3}) + (x_{3} - x_{1})(y_{3} + y_{1})];$$

• elemento quadrangolare:

$$V_{I} = \frac{1}{2}[(x_{1} - x_{3})(y_{2} - y_{4}) + (x_{4} - x_{2})(y_{1} - y_{3})].$$

In 2D, le facce di un volume di controllo sono date da linee rette e, quindi, il vettore normale unitario è costante lungo di essi. Quando integriamo i flussi secondo l'approssimazione dell'ultima equazione scritta dobbiamo valutare il prodotto dell'area di una faccia  $\Delta S$  e il corrispondente vettore normale unitario  $\vec{n}$ , ossia, il face vector  $\vec{S}$ . Considerando, ad esempio, i lati 2-3 del triangolo/quadrilatero in figura:

$$\vec{n}_{23} \Delta S_{23} = \vec{S}_{23} = \begin{bmatrix} y_3 - y_2 \\ x_2 - x_3 \end{bmatrix}$$

Il vettore unitario normale alla faccia  $\Delta S_{23}$  è quindi pari:

$$\vec{n}_{23} = \frac{\vec{S}_{23}}{\Delta S_{23}}$$

Si ha che in generale:

$$\Delta S = \left| \vec{S} \right| = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} \,,$$

dove  $S_x \in S_y$  denotano le componenti cartesiane del face vector.

• Il centro del triangolo è definito da:

$$\vec{r}_c = \frac{1}{3}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3),$$

dove  $\vec{r}_{1/2/3}$  rappresentano le coordinate cartesiane dei nodi.

• Il centro del quadrilatero è definito da:

$$ec{r_c} = V_{123}ec{r_{c,123}} + V_{134}ec{r_{c,134}} \, V_{123} + V_{134}$$
 ,

dove  $V_{123}$  e  $V_{134}$  e i loro centroidi  $\vec{r}_{c,123}$  e  $\vec{r}_{c,134}$  sono calcolati con le relazioni definite in precedenza per i triangoli.

L'ultimo termine da discretizzare è il termine sorgente  $\vec{Q}$  che di solito supposto costante nel volume di controllo. Per questo motivo, viene calcolato utilizzando le variabili di flusso dal centro della cella corrispondente. Quindi, possiamo definire:

$$\left(\vec{Q}V\right)_{I}=\vec{Q}\left(\vec{U}_{I}\right)V_{I}$$
.



FIGURA 29: GRIGLIA NON STRUTTURATA 2D CON SCHEMA A CELLE CENTRATE [5]

# CAPITOLO 5: Solutori software CFD Fluent.

La CFD (*computational fluid dynamics*) è uno strumento per risolvere numericamente i sistemi di equazioni differenziali che caratterizzano la fluidodinamica. Questa tecnica era, ai suoi albori, piuttosto limitata poiché le risorse computazionali erano molto scarse mentre, al giorno d'oggi, invece, grazie all'incremento delle capacità computazionali , svolge un ruolo primario in fase di progettazione in campo aerospaziale ( e non solo ).

I codici utilizzati sono molto precisi e i tempi di calcolo delle simulazioni CFD possono essere relativamente ridotti facendone una validissima alternativa ai ben più gravosi test sperimentali.

Per il lavoro di questa tesi, che verrà descritto nel seguente capitolo, la definizione della geometria e del dominio di calcolo, la definizione della griglia di calcolo e il calcolo computazionale vengono utilizzati i tool forniti dalla piattaforma *Ansys*. Per il CAD della geometria vengono utilizzati *Design Modeler* per importare le coordinate del profilo della geometria presa in considerazione mentre con *Space claim* viene definito il dominio di calcolo su cui viene applicata la griglia, attraverso il tool *Mesh*, e su cui viene fatta l'analisi CFD attraverso il codice **FLUENT**.

Attraverso Fluent viene definito il modello viscoso attraverso cui viene scelto il modello di chiusura delle equazioni della turbolenza, già descritti nel capitolo 3, il fluido utilizzato, le condizioni al contorno, le condizioni operative e la metodologia con cui viene risolto il problema fluidodinamico. In particolare, si va in primis a definire l'adozione di un metodo *pressure based* o di un metodo *density based*.

- Pressure based: il solutore basato sulla pressione impiega un algoritmo che appartiene ad una classe generale di metodi che prende il nome di projection method. Il metodo di proiezione prevede che il vincolo della conservazione della massa (continuità) del campo di velocità sia ottenuto risolvendo un'equazione di pressione. L'equazione di pressione è derivata dalle equazioni di continuità e della quantità di moto cosicché il campo di velocità, corretto dalla pressione, soddisfi la continuità (è chiara la natura accoppiata di pressione e velocità). Visto che le equazioni di governo sono non lineari e accoppiate fra loro, il processo di soluzione richiede un calcolo iterativo per cui il sistema di equazioni di governo viene risolto reiteratamente finché non si arrivi a convergenza.
- Density based: il solutore basato sulla densità risolve contemporaneamente le equazioni di continuità, quantità di moto, energia e di trasporto delle specie che, quindi, sono accoppiate fra loro. Il carattere non lineare delle equazioni e il loro accoppiamento fa sì che questo metodo richieda un numero di iterazioni superiore per arrivare a convergenza.

Per il density based sono presenti due tipi di formulazione:

- Implicita: per una data variabile, il valore sconosciuto in ogni cella viene calcolato usando una relazione che comprende sia i valori noti che sconosciuti delle celle adiacenti. Tutte le incognite, dunque, si presenteranno in più di una equazione nel sistema e queste equazioni devono essere risolte contemporaneamente per fornire le quantità incognite stesse;
- Esplicita: per una data variabile, il valore incognito in ogni cella viene calcolato usando una relazione che includa solamente i valori noti. Tutte le incognite appariranno, quindi, in una sola equazione nel sistema e le equazioni per il valore sconosciuto in ogni cella possono essere risolte una alla volta per fornire le quantità incognite.

La formulazione pressure based è storicamente utilizzata per problemi incompressibili ma nel tempo ha subito modifiche tali da renderlo abbastanza affidabile anche per il compressibile. Il metodo density based, invece, è sempre stato storicamente il metodo sviluppato per il comprimibile ed è, quindi, più accurato per questo tipo di problemi.

## 5.1 Solution methods per metodi pressure based e density based.

Di seguito verranno descritti soltanto i solution methods che sono utilizzati nel lavoro di tesi.

Per quanto riguarda il metodo pressure based, lo schema *Coupled* per l'accoppiamento pressione-velocità ottiene, rispetto agli altri schemi, un'implementazione monofase più robusta ed efficiente per i flussi in regime stazionario.

Per quanto riguarda il metodo density based, lo schema *Roe-Fds* (dove FDS sta per Flux Difference Splitting scheme) segue la propagazione dei segnali e le onde stesse, risolvendo un problema di Riemann in maniera approssimata, utilizzando il solutore Roe. Questo metodo è molto accurato nello strato limite e risolve bene la presenza di eventuali discontinuità.

I gradienti sono necessari per costruire i valori di uno scalare alle facce delle celle, ma anche per calcolare termini di diffusione secondaria e derivate di velocità.

Il gradiente *Least Squares Cell-Based* garantisce le funzioni appena citate anche nel caso di elementi di griglia distorti e con un costo computazionale minore ed è per questo che viene scelto di default da Fluent.

Sono molti gli schemi numerici a disposizione su Fluent per risolvere e equazioni di continuità, quantità di moto, energia (queste tre sono accoppiate per il metodo density based), di traporto (cioè legate a K e  $\omega$ ). Lo schema numerico di terzo ordine *MUSCL* (Monotone Upstream-Centered Schemes for Conservation Laws) unisce lo schema di secondo ordine Upwind con lo schema a differenze centrate.

Con uno schema di secondo ordine le quantità alle facce delle celle sono calcolate usando un approccio di ricostruzione lineare multidimensionale. Nell'approccio Upwind si ottiene una precisione del secondo ordine sulle facce delle celle grazie ad un'espansione di Taylor attorno al centroide della cella della soluzione a cella centrata.

Con il secondo ordine Upwind, disponibile sia per il metodo pressure based che quello density based, il valore della faccia  $\varphi_f$  viene calcolato con la seguente relazione:

$$\varphi_{f,SOU} = \varphi + \nabla \varphi \cdot \vec{r}$$
 ,

dove  $\varphi \in \nabla \varphi$  sono rispettivamente il valore a cella centrata e il suo gradiente nella cella a monte, e  $\vec{r}$  è il vettore spostamento dal centroide della cella a monte al centroide della faccia. Questa formulazione richiede che  $\nabla \varphi$  sia determinato in ogni cella.

Lo schema di secondo ordine a differenze centrate calcola per la variabile  $\varphi_f$  il valore di faccia come:

$$\varphi_{f,CD} = \frac{1}{2}(\varphi_0 + \varphi_1) + \frac{1}{2}(\nabla \varphi_0 \cdot \overrightarrow{r_0} + \nabla \varphi_1 \cdot \overrightarrow{r_1}),$$

dove 0 e 1 si riferiscono alle celle che condividono la faccia f,  $\nabla \varphi_{r,0} \in \nabla \varphi_{r,0}$  sono i gradienti ricostruiti alle celle 0 e 1 e, infine,  $\vec{r}$  è il vettore diretto dal centroide della cella a quello della faccia f.

Il terzo ordine MUSCL unisce questi due metodi con la seguente relazione:

$$\varphi_{f,MU} = \theta \varphi_{f,CD} + (1 - \theta) \varphi_{f,SOU}$$

L'implementazione in Ansys Fluent utilizza un valore variabile, dipendente dalla soluzione, di  $\theta$ , settato in modo da evitare oscillazioni numeriche, non fisiche. Se  $\theta = 0$  allora lo schema MUSCL corrisponde direttamente ad uno schema di secondo ordine Upwind mentre se  $\theta = 1$  corrisponde direttamente ad uno schema di secondo ordine a differenze centrate; in generale si ha:  $0 < \theta < 1$ .

Lo schema MUSCL è applicabile anche a mesh arbitrarie e, rispetto al secondo ordine, ha un'accuratezza spaziale maggiore per tutte le tipologie di mesh in quanto va a ridurre la diffusione numerica.

# CAPITOLO 6: Descrizione del lavoro di tesi.
# 6.1 Ricerca bibliografica.

La ricerca bibliografica ha portato a individuare due lavori in letteratura che sono stati particolarmente utili per ottenere delle informazioni sull'argomento: un lavoro sperimentale (*"A Complete Investigation of Three NACA 1-Series Inlets at Mach Numbers up to 0.92"*, i cui autori sono Richard J. Re e William K. Abeyounis della NASA) e uno numerico (*"Analysis and Optimization of a Subsonic Intake for Civil Aircrafts"*, tesi di laurea magistrale di Marco Tavoso).

In particolare, si è identificata la geometria di un profilo NACA 1-85-100 con un contraction ratio interno di 1,250, una lunghezza L=457,2 mm e RMAX=228,6 mm.

TABLE III.- DESIGN ORDINATES FOR NACA 1-85-100 INLET WITH INTERNAL CONTRACTION RATIO OF 1.250

> [Coordinates in percent] L = 18.00in. and RMAX = 9.00in.

	External	ordinate	s		Internal	ordinate	s
X/L	R/RMAX	X/L	R/RMAX	X/L	R/RMAX	X/L	R/RMAX
0.0	85.36	21.54	93.38	0.0	85.36	12.01	76.36
.02	85.58	23.16	93.68	.01	85.00	12.43	76.38
.08	85.81	24.87	94.00	.04	84.64	12.91	76.40
.18	86.02	26.68	94.31	.08	84.28	13.42	76.44
.32	86.24	28.59	94.63	.14	83.92	13.99	76.49
.50	86.45	30.60	94.95	.23	83.56	14.62	76.55
.72	86.65	32.74	95.28	.33	83.20	15.31	76.64
.98	86.86	35.01	95.62	.45	82.83	16.07	76.74
1.29	87.08	37.42	95.96	. 59	82.47	16.90	76.88
1.63	87.30	40.00	96.30	.76	82.11	17.82	77.04
2.02	87.53	43.00	96.68	.94	81.75	18.83	77.23
2.45	87.77	46.00	97.03	1.15	81.39	19.94	77.46
2.92	88.01	49.00	97.36	1.38	81.03	21.16	77.74
3.44	88.25	52.00	97.67	1.64	80.67	22.50	78.07
4.00	88.51	55.00	97.96	1.93	80.31	23.98	78.46
4.61	88.76	58.00	98.24	2.25	79.95	25.61	78.92
5.26	89.02	61.00	98.49	2.61	79.59	27.39	79.46
5.96	89.29	64.00	98.72	3.00	79.23	29.36	80.07
6.71	89.57	67.00	98.93	3.45	78.87	31.52	80.78
7.50	89.85	70.00	99.11	3.94	78.51	33.90	81.59
8.35	90.13	73.00	99.29	4.51	78.15	36.52	82.49
9.25	90.42	76.00	99.44	5.18	77.77	39.40	83.51
10.20	90.71	79.00	99.57	5.86	77.45	42.57	84.62
11.21	91.01	82.00	99.69	6.53	77.18	46.05	85.83
12.27	91.31	85.00	99.79	7.21	76.95	49.89	87.12
13.40	91.61	88.00	99.87	7.88	76.76	54.10	88.46
14.58	91.90	91.00	99.93	8.56	76.61	58.74	89.81
15.83	92.19	94.00	99.98	9.24	76.49	63.84	91.09
17.15	92.48	97.00	99.99	9.91	76.41	69.45	92.21
18.54	92.78	100.00	100.00	10.59	76.36	75.62	93.02
20.00	93.07			11.26	76.35	82.25	93.33
				11.62	76.35	89.72	93.33

#### FIGURA 30: COORDINATE PRESA D'ARIA CON PROFILO NACA 1-85-100 [11]

Il lavoro di tesi di Tavoso viene usato come base di riferimento per l'impostazione di alcuni parametri su Fluent e per la creazione e il dimensionamento del dominio di calcolo ma non per la creazione della mesh in quanto Tavoso ha utilizzato il software Pointwise anziché il tool di meshing di Ansys. Sono stati confrontati poi alcuni risultati in termini di coefficiente di pressione lungo le pareti del profilo della presa per poi effettuare tali confronti direttamente con i dati sperimentali forniti dalla NASA in termini di coordinate. In particolare, il coefficiente di pressione a parete è stato valutato per diverse simulazioni caratterizzate da diverso numero di Mach e/o differente mass flow ratio (MFR), definito come il rapporto tra la portata reale entrante nella presa fratto la massima portata che potrebbe entrare in condizioni ideali.

$$MFR = \frac{\dot{m}}{\rho_{\infty} A_{hl} V_{\infty}},$$

con  $A_{hl}$  area di highlight, ovvero area di ingresso presa.

Mentre il coefficiente di pressione per flussi comprimibili è dato da:

$$C_p = \frac{2}{\gamma M_{\infty}^2} \left( \frac{p}{p_{\infty}} - 1 \right).$$

## 6.2 Descrizione del lavoro di tesi.

Questo lavoro di tesi è incentrato sullo svolgimento di simulazioni CFD con profilo NACA 1-85-100 con contraction ratio 1.250 fornito dalla NASA a diversi Mach e/o MFR.

Al termine di tali simulazioni sono stati estratti risultati riguardanti il campo di moto, Cp a parete, efficienza della presa, forze applicate al profilo.

Il primo passo è stato quello di importare le coordinate del profilo (Figura 30) sul tool Ansys *Design Modeler* per poi andare a definire il dominio di calcolo con il tool *Space Claim* come si può osservare in Figura 31. L'arco rappresentante il far-field è stato posizionato ad una distanza pari a 20 volte la lunghezza L del profilo in modo tale da evitare che, essendo il flusso subsonico, il profilo stesso potesse disturbare le condizioni di monte. Inoltre, è stato definito un sottodominio nelle vicinanze del profilo perché questo, dopo diverse prove effettuate, si è mostrato utile nell'alleviare il costo computazionale del meshing.



FIGURA 31: DEFINIZIONE DOMINIO DI CALCOLO

Dalla fase di CAD si è passati alla fase fondamentale della creazione della griglia di calcolo con il tool di meshing di Ansys. L'obiettivo era quello di creare una griglia il più fine e fitta possibile in prossimità del profilo in modo da catturare lo strato limite e soddisfare la condizione y+ <1. Per fare ciò si è puntato sull'utilizzo della tecnica di inflation e sull'edge sizing di 0,2 mm per il profilo (inizialmente si era optato per 1mm ma la y+ risultava maggiore di 1).

Per quanto riguarda le scelte relative all'inflation la scelta del numero di strati (40) e la maximum thickness (20 mm) sono dettati da varie prove effettuate volte a salvaguardare i parametri qualitativi come l'orthogonal quality. L'utilizzo dell'inflation non permette la definizione di una mapped mesh e per questo, mentre attorno al profilo si va a definire una griglia strutturata body-fitted, nel resto del sottodominio la mesh sarà non strutturata con elementi triangolari. Al di fuori del sottodominio si è potuta usare, invece, una mapped mesh con grandezze degli elementi più elevate poiché non era necessario avere una griglia fine e perché con la versione studenti di Ansys c'era un limite massimo di elementi da poter creare.

Di seguito dettagli della mesh in Figura 32, Figura 33, Figura 34.

Oltre alla creazione della mesh sono stati nominati i confini del dominio in modo da poter poi applicare correttamente le condizioni al contorno (Figura 35). Il profilo è stato suddiviso tra body\_up e body\_int per poi poter far delle valutazioni ulteriori sui vari risultati ottenuti per la parete esterna e per quella interna.



FIGURA 32: PANORAMICA DELL'INTERA MESH



FIGURA 33: DETTAGLIO DELLA GRIGLIA NEL SOTTODOMINIO



FIGURA 34: GRIGLIA STRUTTURATA IN PROSSIMITÀ DEL PROFILO

ENRICO NICOLA CASSANO | POLITECNICO DI TORINO

Una volta creata la mesh questa è stata caricata su Ansys Fluent per effettuare le simulazioni CFD come si può vedere in Figura 35.



FIGURA 35: NAMED BOUNDARIES EVIDENZIATI SU MESH CARICATA IN FLUENT

L'analisi è di tipo 2D assialsimmetrica ed è per questo che il confine inferiore è un axis anziché un wall ed è stazionaria. Inoltre, inizialmente si è optato inizialmente per l'adozione del metodo pressure based, sebbene il flusso fosse comprimibile, perché questo garantiva una maggiore stabilità della soluzione (Figura 36) (poi vedremo in seguito che sarà applicato anche il metodo density based).

Туре	Velocity Formulation
Pressure-Based     Density-Based	Absolute     Relative
Time	2D Space
Steady	O Planar
Transient	<ul> <li>Axisymmetric</li> </ul>
	Axisymmetric Swirl

FIGURA 36: PRIME IMPOSTAZIONI SOLUTORE

Successivamente si è passati a definire il fluido utilizzato, ossia l'aria, come gas ideale come si può osservare in Figura 37.

Properties		
Density [kg/m <sup>3</sup> ]	ideal-gas 💌	Edit
Cp (Specific Heat) [J/(kg K)]	constant 💌	Edit
	1006.43	
Thermal Conductivity [W/(m K)]	constant 💌	Edit
	0.0242	
Viscosity [kg/(m s)]	sutherland 💌	Edit
Molecular Weight [kg/kmol]	constant 💌	Edit
	28.966	

FIGURA 37: PROPRIETÀ FLUIDO COME GAS IDEALE

A questo punto è stato selezionato il modello viscoso, opzionando il modello di chiusura, delle equazioni della turbolenza, a due equazioni SST K- $\omega$ , gli effetti di compressibilità e le correzioni per bassi numeri di Reynolds. È stata, inoltre, attivata l'equazione dell'energia.

Successivamente sono state definite le condizioni al contorno come segue:

- far-field: pressure far-field;
- axis: axis;
- outlet ext: pressure outlet;
- outlet interno: pressure outlet;
- body\_up e body\_int : wall.

Al far-field, con l'appena definita condizione al contorno, è stato stabilito il Mach di volo; all'outlet interno invece è stato opzionato "target mass flow" in modo da definire la portata reale che avrebbe garantito il MFR stabilito. Sia al far-field che agli outlet è stata definita una gauge pressure di 101325 Pa (1 atm) mentre una pressione di 0 Pa è stata definita nelle condizioni operative; questo è servito a simulare le condizioni della galleria del vento transonica utilizzata dalla NASA nelle sue prove sperimentali. Per quanto riguarda i "solution e controls methods" (metodi e controlli della soluzione) sono state effettuate scelte osservabili in Figura 38 e in Figura 39.

Solution Methods	(?
Pressure-Velocity Coupling	
Scheme	
Coupled	
Spatial Discretization	
Gradient	
Least Squares Cell Based	•
Pressure	
Second Order	-
Density	
Third-Order MUSCL	-
Momentum	
Third-Order MUSCL	-
Turbulent Kinetic Energy	
Third-Order MUSCL	•
Specific Dissipation Rate	
Third-Order MUSCL	•
Energy	
Third-Order MUSCL	•

### FIGURA 38: SOLUTION METHODS PER METODO PRESSURE BASED

Solution Controls	(?)
Flow Courant Number	
50	
Explicit Relaxation Factors	
Momentum 0.35	
Pressure 0.35	
Under-Relaxation Factors	
Density	
0.9	
Body Forces	
0.9	
Turbulent Kinetic Energy	
0.8	
Specific Dissipation Rate	
0.8	
Turbulent Viscosity	
0.95	
Energy	

FIGURA 39: SOLUTION CONTROLS PER METODO PRESSURE BASED

Come detto in precedenza, sebbene il metodo pressure based offrisse delle soluzioni più che accettabili, si è deciso, per sicurezza, di effettuare nuovamente tutte le simulazioni col metodo density based per cui sono previsti i metodi e controlli della soluzione osservabili in Figura 40 e in Figura 41.

Solution Methods	?
Formulation Implicit	
Flux Type Roe-FDS T	
Gradient	
Least Squares Cell Based	•
Flow	
Third-Order MUSCL	-
Turbulent Kinetic Energy	
Third-Order MUSCL	-
Specific Dissipation Rate	
Third-Order MUSCL	•

FIGURA 40: SOLUTION METHOS PER METODO DENSITY BASED

Solution Controls	?
Courant Number	
50	
Under-Relaxation Factors	
Turbulent Kinetic Energy	
0.8	
Specific Dissipation Rate	
0.8	
Turbulent Viscosity	
0.95	
Solid	
1	

FIGURA 41: CONTROL METHODS PER METODO DENSITY BASED

La scelta dello schema numerico di terzo ordine MUSCL è dettata dalla sua maggiore accuratezza spaziale; la formulazione implicita per il density based viene scelta perché più stabile e permette di usare un numero di courant elevato (pari a 50).

Per quanto riguarda la condizione di convergenza è stato stabilito un valore molto basso per residui:  $10^{-8}$ .

# CAPITOLO 7: Risultati.

Sono state effettuate 19 simulazioni per le seguenti condizioni di Mach di volo (cioè valore del Mach al far-field) e MFR:

- Mach 0,79 con MFR pari a 0,61 , 0,67 , 0,74 ;
- Mach 0,84 con MFR pari a 0,49 , 0,61 , 0,67 , 0,74 ;
- Mach 0,87 con MFR pari a 0,49 , 0,61 , 0,67 , 0,73 ;
- Mach 0,89 con MFR pari a 0,49 , 0,61 , 0,67 , 0,73 ;
- Mach 0,92 con MFR pari a 0,49 , 0,61 , 0,67 , 0,73 .

# 7.1 Grafici Cp e contour del campo di moto.

Di seguito verranno mostrati i grafici di coefficiente di pressione a parete e i contour di pressione totale, pressione statica per ogni simulazione effettuata.



### 7.1.1 M=0,79 e MFR=0,61.

FIGURA 42: DISTRIBUZIONE CP A PARETE PER M=0,79 E MFR=0,61



FIGURA 43: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,79 E MFR=0,61



FIGURA 44: DISTRIBUZIONE PRESSIONE STATICA PER M= 0,79 E MFR=0,61



FIGURA 45: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,79 E MFR=0,61

# 7.1.2 M=0,79 e MFR=0,67.



FIGURA 46: DISTRIBUZIONE CP A PARETE PER M=0,79 E MFR=0,67



FIGURA 47: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,79 E MFR=0,67



FIGURA 48: DISTRIBUZIONE PRESSIONE STATICA PER M=0,79 E MFR=0,67



FIGURA 49: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,79 E MFR=0,67



7.1.3 M=0,79 e MFR=0,74 .

FIGURA 50: DISTRIBUZIONE CP A PARETE PER M=0,79 E MFR=0,74



FIGURA 51: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,79 E MFR=0,74



FIGURA 52: DISTRIBUZIONE PRESSIONE STATICA PER M=0,79 E MFR=0,74



FIGURA 53: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,79 E MFR=0,74



7.1.4 M=0,84 e MFR=0,49.

FIGURA 54: DISTRIBUZIONE CP A PARETE PER M=0,84 E MFR=0,49



FIGURA 55: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,84 E MFR=0,49



FIGURA 56: DISTRIBUZIONE PRESSIONE STATICA PER M=0,84 E MFR=0,49



FIGURA 57: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,84 E MFR=0,49



7.1.5 M=0,84 e MFR=0,61.

FIGURA 58:DISTRIBUZIONE CP A PARETE PER M=0,84 E MFR=0,61



FIGURA 59: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,84 E MFR=0,61



FIGURA 60: DISTRIBUZIONE PRESSIONE STATICA PER M=0,84 E MFR=0,61



FIGURA 61:DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,84 E MFR=0,61



7.1.6 M=0,84 e MFR=0,67.

FIGURA 62: DISTRIBUZIONE CP A PARETE PER M=0,84 E MFR=0,67



FIGURA 63: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,84 E MFR=0,67



FIGURA 64: DISTRIBUZIONE PRESSIONE STATICA PER M=0,84 E MFR=0,67



FIGURA 65: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,84 E MFR=0,67



7.1.7 M=0,84 e MFR=0,74 .

FIGURA 66: DISTRIBUZIONE CP A PARETE PER M=0,84 E MFR=0,74



FIGURA 67: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,84 E MFR=0,74



FIGURA 68: DISTRIBUZIONE PRESSIONE STATICA PER M=0,84 E MFR=0,74



FIGURA 69: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,84 E MFR=0,74



7.1.8 M=0,87 e MFR=0,49.

FIGURA 70: DISTRIBUZIONE CP A PARETE PER M=0,87 E MFR=0,49



FIGURA 71: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,87 E MFR=0,49



FIGURA 72: DISTRIBUZIONE PRESSIONE STATICA PER M=0,87 E MFR=0,49



FIGURA 73: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,87 E MFR=0,49







FIGURA 75: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,87 E MFR=0,61

7.1.9 M=0,87 e MFR=0,61 .



FIGURA 76: DISTRIBUZIONE PRESSIONE STATICA PER M=0,87 E MFR=0,61



FIGURA 77: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,87 E MFR=0,61

7.1.10 M=0,87 e MFR=0,67.



FIGURA 78: DISTRIBUZIONE CP A PARETE PER M=0,87 E MFR=0,67



FIGURA 79: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,87 E MFR=0,67







FIGURA 81: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,87 E MFR=0,67



7.1.11 M=0,87 e MFR=0,73 .

FIGURA 82: DISTRIBUZIONE CP A PARETE PER M=0,87 E MFR=0,73



FIGURA 83: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,87 E MFR=0,73



FIGURA 84: DISTRIBUZIONE PRESSIONE STATICA PER M=0,87 E MFR=0,73



FIGURA 85: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,87 E MFR=0,73



# 7.1.12 M=0,89 e MFR=0,49.

FIGURA 86: DISTRIBUZIONE CP A PARETE PER M=0,89 E MFR=0,49



FIGURA 87: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,89 E MFR=0,49



FIGURA 88: DISTRIBUZIONE PRESSIONE STATICA PER M=0,89 E MFR=0,49



FIGURA 89: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,89 E MFR=0,49



7.1.13 M=0,89 e MFR=0,61.

FIGURA 90: DISTRIBUZIONE CP A PARETE PER M=0,89 E MFR=0,61



FIGURA 91: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,89 E MFR=0,61


FIGURA 92: DISTRIBUZIONE PRESSIONE STATICA PER M=0,89 E MFR=0,61



FIGURA 93: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,89 E MFR=0,61



7.1.14 M=0,89 e MFR=0,67.

FIGURA 94: DISTRIBUZIONE CP A PARETE PER M=0,89 E MFR=0,67



FIGURA 95: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,89 E MFR=0,67



FIGURA 96: DISTRIBUZIONE PRESSIONE STATICA PER M=0,89 E MFR=0,67



FIGURA 97: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,89 E MFR=0,67



FIGURA 98: DISTRIBUZIONE CP A PARETE PER M=0,89 E MFR=0,73



FIGURA 99: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,89 E MFR=0,73

7.1.15 M=0,89 e MFR=0,73 .

ENRICO NICOLA CASSANO | POLITECNICO DI TORINO



FIGURA 100: DISTRIBUZIONE PRESSIONE STATICA PER M=0,89 E MFR=0,73



FIGURA 101: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,89 E MFR=0,73



7.1.16 M=0,92 e MFR=0,49.

FIGURA 102: DISTRIBUZIONE CP A PARETE PER M=0,92 E MFR=0,49



FIGURA 103: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,92 E MFR=0,49



FIGURA 104: DISTRIBUZIONE PRESSIONE STATICA PER M=0,92 E MFR=0,49



FIGURA 105: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,92 E MFR=0,49



FIGURA 106: DISTRIBUZIONE CP A PARETE PER M=0,92 E MFR=0,61



FIGURA 107: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,92 E MFR=0,61

7.1.17 M=0,92 e MFR=0,61.

#### ENRICO NICOLA CASSANO | POLITECNICO DI TORINO



FIGURA 108: DISTRIBUZIONE PRESSIONE STATICA PER M=0,92 E MFR=0,61



FIGURA 109: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,92 E MFR=0,61



7.1.18 M=0,92 e MFR=0,67.

FIGURA 110: DISTRIBUZIONE CP A PARETE PER M=0,92 E MFR=0,67



FIGURA 111: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,92 E MFR=0,67



FIGURA 112: DISTRIBUZIONE PRESSIONE STATICA PER M=0,92 E MFR=0,67



FIGURA 113: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,92 E MFR=0,67



FIGURA 114: DISTRIBUZIONE CP A PARETE PER M=0,92 E MFR=0,73



FIGURA 115: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,92 E MFR=0,73

7.1.19 M=0,92 e MFR=0,73 .

### ENRICO NICOLA CASSANO | POLITECNICO DI TORINO



FIGURA 116: DISTRIBUZIONE PRESSIONE STATICA PER M=0,92 E MFR=0,73



FIGURA 117: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,92 E MFR=0,73

### 7.2 Grafici efficienza della presa d'aria.

Dividendo il valore medio della pressione totale in uscita dalla presa (outlet\_interno) per la pressione totale calcolata all'infinito di monte (far-field) è possibile definire l'efficienza della presa:

$$\varepsilon_d = \frac{\overline{p^\circ}}{p^\circ_\infty}$$
 ,

dove  $p_{\infty}^{\circ} = p_{\infty} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{\infty}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} e \overline{p^{\circ}}$  viene ricavata facendo la media dei valori della pressione totale all'uscita presa e i cui valori sono ricavabili dai report di Fluent.

Si riportano di seguito i valori di efficienza ottenuti per ogni simulazione (Figura 118):

Mach	MFR	0,49	0,61	0,67	0,73	0,74
0,79			0,975245449	0,96945297		0,960879429
0,84		0,983643162	0,97427286	0,968137504		0,959090732
0,87		0,983357336	0,973823617	0,967639714	0,959838599	
0,89		0,983174133	0,973577852	0,967325696	0,95941758	
0,92		0,983015444	0,973292038	0,966962996	0,958934869	

FIGURA 118: VALORI EFFICIENZA DELLA PRESA PER OGNI SIMULAZIONE

ENRICO NICOLA CASSANO | POLITECNICO DI TORINO



Da questi valori si sono ricavati i seguenti grafici (Figura 119, Figura 120):





FIGURA 120: EPS\_D - MFR AL VARIARE DEL MACH

## 7.3 Grafici forze applicate alle pareti della presa d'aria.

Attraverso il report "Forces" di Fluent è possibile definire le componenti lungo x delle forze applicate alla parete esterna e interna della presa d'aria. Queste forze sono legate ai termini di pressione e di sforzi viscosi.

Di seguito la risultante delle forze applicate lungo x sulla parete esterna e sulla parete interna (Figura 121, Figura 122):

Mach	MFR	0,49	0,61	0,67	0,73	0,74
0,79			-916,03944	-790,978459		-591,791609
0,84		-1316,25	-1171,5784	-968,347679		-719,938018
0,87		-1496,4536	-1294,9363	-1082,81006	-854,90092	
0,89		-1802,8902	-1385,7964	-1159,54636	-920,07157	
0,92		-2001,7315	-1546,3338	-1292,84583	-1024,4424	

FIGURA 121: RISULTANTE DELLE FORZE APPLICATE LUNGO X SULLA PARETE ESTERNA

Mach	MFR	0,49	0,61	0,67	0,73	0,74	
0.70			796 55012	671 505200		520 01455	
0,79			-760,55915	-071,505299		-329,91433	
 0,84		-1169,7927	-927,87264	-800,865421		-643,35019	
0,87		-1277,1927	-1021,9572	-888,803798	-747,323445		
0,89		-1352,962	-1088,9705	-951,601549	-805,208077		
0,92		-1471,8346	-1196,3201	-1052,79274	-899,284025		

FIGURA 122: RISULTANTE DELLE FORZE APPLICATE LUNGO X SULLA PARETE INTERNA

Considerando le risultanti di forze applicate lungo x sulla carenatura esterna si ottengono i seguenti grafici (Figura 123, Figura 124):



FIGURA 123: FORZA SULLA CARENATURA ESTERNA- MACH AL VARIARE DI MFR



FIGURA 124: FORZA SULLA CARENATURA ESTERNA- MFR AL VARIARE DEL MACH

Sommando le risultanti delle forze applicate lungo x sulla parete esterna a quelle applicate lungo x sulla parete interna si ottiene la resistenza D (Figura 125, Figura 126):

Mach	MFR	0,49	0,61	0,67	0,73	0,74
0,79			-1702,59857	-1462,48376		-1121,70616
0,84		-2486,0427	-2099,45103	-1769,2131		-1363,28821
0,87		-2773,6464	-2316,8935	-1971,61386	-1602,2244	
0,89		-3155,8522	-2474,7669	-2111,14791	-1725,2796	
0,92		-3473,566	-2742,65382	-2345,63857	-1923,7264	

FIGURA 125: RESISTENZA D [N]

Si ottengono valori negativi perché la pressione interna è più alta di quella esterna e la parete è divergente, quindi, la presa è sottoposta a una forza traente.

È possibile definire il coefficiente di resistenza  $C_D$  con la seguente relazione:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 A_{hl}},$$

dove  $\rho_{\infty}$  è la densità all'infinito di monte (far-field),  $V_{\infty}$  è la velocità all'infinito di monte (far-field),  $A_{hl}$  è la sezione d'ingresso della presa.

Mach	MFR	0,49	0,61	0,67	0,73	0,74
0,79			-0,3217655	-0,2763874		-0,2119856
0,84		-0,41555777	-0,35093653	-0,2957352		-0,2278823
0,87		-0,43220918	-0,36103472	-0,3072308	-0,24966992	
0,89		-0,46991363	-0,36849847	-0,3143548	-0,2568981	
0,92		-0,48404006	-0,38218773	-0,3268638	-0,26807052	

FIGURA 126: CD PER OGNI SIMULAZIONE





FIGURA 127: CD - MACH AL VARIARE DI MFR



FIGURA 128: CD - MFR AL VARIARE DEL MACH

## 7.4 Conclusioni.

Osservando, nel paragrafo 7.1, i grafici del coefficiente di pressione a parete ottenuti per ogni simulazione si può notare che le soluzioni ottenute tramite il metodo pressure based e il metodo density based sono pressoché identiche, quindi, per i casi di studio, l'utilizzo di un metodo o dell'altro non fa particolare differenza. Da questi grafici si nota, inoltre, che all'aumentare del mass flow ratio (MFR) la soluzione numerica sia più simile a quella ottenuta sperimentalmente; per MFR più bassi, invece, la soluzione numerica si differenzia maggiormente da quella sperimentale.

Per quanto riguarda i grafici dell'efficienza della presa ( paragrafo 7.2 ) possiamo notare come  $\varepsilon_d$  aumenti al diminuire del Mach di volo e al diminuire di MFR; nel primo caso avendo un flusso meno veloce la presa dovrà rallentarlo e, dunque, comprimerlo meno e, di conseguenza, dovendo imporre un gradiente di pressione avversa minore, l'efficienza è maggiore ; nel secondo caso si ha una minore portata in ingresso e di conseguenza, a parità di densità e sezione, si ha una velocità minore del flusso all'interno della presa e, quindi, si ottiene anche in questo caso un'efficienza maggiore.

Nel paragrafo 7.3 sono presentate le risultanti delle forze agenti sulla parete esterna e interna della presa e che sono legate a termini di pressione e di sforzi viscosi. Nei grafici riguardanti la forza risultante agente sulla carenatura esterna possiamo osservare che questa aumenta in modulo all'aumentare del Mach di volo e al diminuire di MFR . Lo stesso andamento lo notiamo per la resistenza D nella tabella di Figura 125 e, di conseguenza, accade lo stesso per il  $C_D$ .

## Appendice.

Volendo verificare l'influenza del modello di turbolenza sui risultati ottenuti, si è proceduto allo svolgimento di una simulazione CFD, per la condizione di funzionamento con Mach=0,79 e MFR=0,61, con il modello ad una equazione *Spalart-Allmaras* (*S-A*).

Vengono, di seguito, mostrati i risultati ottenuti con Spalart-Allmaras per il campo di pressione totale e del Mach, il coefficiente di pressione a parete e l'efficienza; si propone, inoltre, un confronto diretto con i risultati, visti in precedenza (paragrafo 7.1.1), ottenuti con SST K- $\omega$ .



FIGURA 129: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE PER M=0,79 E MFR=0,61 CON SPALART-ALLMARAS



FIGURA 130: DISTRIBUZIONE PRESSIONE TOTALE M=0,79 E MFR=0,61 CON SST K-OMEGA



FIGURA 131: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,79 E MFR=0,61 CON SPALART-ALLMARAS



FIGURA 132: DISTRIBUZIONE MACH PER M=0,79 E MFR=0,61 CON SST K-OMEGA



FIGURA 133: DISTRIBUZIONE CP A PARETE PER M=0,79 E MFR=0,61 CON S-A E SST K-OMEGA

Anche con il modello Spalart-Allmaras i metodi pressure based e density based hanno fornito risultati praticamente identici ( per questo motivo in Figura 133Figura 133 si riportano solo i risultati ottenuti con il metodo density based ).

L'efficienza ottenuta con il modello Spalart-Allmaras è  $\varepsilon_d=$  0,975116 ( con SST K-  $\omega$  si aveva  $\varepsilon_d=$  0,975245 ) .

Confrontando questi risultati con quelli ottenuti col modello SST K- $\omega$ , è evidente l'influenza del modello di turbolenza sulla soluzione. Nello specifico, si osserva come la soluzione per il coefficiente di pressione a parete ottenuta con il modello Spalart-Allmaras si avvicini maggiormente a quella sperimentale rispetto alla soluzione ottenuta con il modello SST K- $\omega$ .

Si dovrebbe, quindi, provvedere ad uno studio più approfondito sull'influenza dei diversi modelli di turbolenza sulla soluzione; questo potrebbe essere un nuovo spunto per chiunque voglia effettuare uno studio di tesi sulla geometria oggetto di studio di questo lavoro di tesi.

# **BIBLIOGRAFIA**.

[1] Prof. Pastrone D. (A.A. 2018 -2019). *"cap 2 - Prese d'aria: Prestazioni e Prese Supersoniche a Compressione Esterna".* Materiale didattico per corso di laurea magistrale in Ingegneria Aerospaziale del Politecnico di Torino "Motori per aeromobili".

[2] Prof. Iuso G. (A.A. 2018 -2019). *"Lezioni Corso Gasdinamica 2018\_2019\_Parte B1".* Materiale didattico per corso di laurea magistrale in Ingegneria Aerospaziale del Politecnico di Torino "Gasdinamica".

[3] Prof. Pastrone D. (A.A. 2018 -2019). *"cap 2.5 - Prese subsoniche"*. Materiale didattico per corso di laurea magistrale in Ingegneria Aerospaziale del Politecnico di Torino "Motori per aeromobili".

[4] Seitzman J.M. (2004,2006,2020). "Subsonic Inlets-2". Georgia Tech, College of Engineering.

[5] Blazek J. (2015). "COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS". "Principles and Applications". Elsevier.

[6] Prof. Larocca F. (A.A. 2019 -2020). *"Lezioni corso Fluidodinamica Computazionale dei Sistemi Propulsivi"*. Materiale didattico per corso di laurea magistrale in Ingegneria Aerospaziale del Politecnico di Torino "Fluidodinamica Computazionale dei Sistemi Propulsivi".

[7] Prof. Arina R. "Fondamenti di Aerodinamica". Torino: Levrotto & Bella. (2015).

[8] Prof. Nobile E. *"Introduzione ai modelli di turbolenza in CFD"*. Materiale didattico DINMA, Università di Trieste.

[9] Ansys Fluent guide.

[10] Tavoso M. (A.A. 2018 -2019). *"Analysis and Optimization of a Subsonic Intake for Civil Aircrafts".* Tesi di laurea magistrale in ingegneria aerospaziale presso l'Università degli studi di Padova.

[11] Re R. J., Abeyounis W. K. (November 1996). *"A Complete Investigation of Three NACA 1-Series Inlets at Mach Numbers up to 0.92"*. NASA. Langley Research Center, Hampton, Virginia.