### POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile



### TESI DI LAUREA MAGISTRALE

### Calibrazione e ottimizzazione di modelli empirici per la determinazione delle curve di riduzione del modulo e di smorzamento

Relatori

Candidato

Prof. Sebastiano Foti

PhD. Andrea Ciancimino

Prof. Renato Maria Cosentini

Ottobre 2021

Ottavio Ingrosso

## Sommario

La dinamica dei terreni ha assunto, negli ultimi decenni, un ruolo particolarmente rilevante soprattutto nell'ambito della valutazione del rischio sismico. Il lavoro di questa tesi si inserisce in tale contesto trattando, in particolar modo, lo studio del comportamento non lineare dei terreni sottoposti a carichi dinamici e ciclici.

Nella pratica comune, in assenza di una caratterizzazione dinamica completa del terreno oggetto di studio, si fa spesso riferimento a modelli empirici in grado di predire la risposta ciclica del terreno. Questi modelli definiscono mediante relazioni matematiche le curve di variazione del modulo di taglio e del rapporto di smorzamento di un dato terreno in funzione delle sue proprietà fisiche. I parametri delle relazioni sono calibrati mediante regressioni statistiche effettuate su dei database di prove dinamiche.

L'obiettivo di questa tesi è stato in primo luogo creare un ampio database di prove sperimentali partendo da lavori fatti in precedenza. In particolare, sono stati inclusi i risultati delle prove svolte nell'ambito del progetto di Microzonazione Sismica di livello 3 dei Comuni colpiti dalla sequenza sismica del Centro Italia, le prove svolte dal Laboratorio Geotecnico del Politecnico di Torino negli ultimi 20 anni e le prove effettuate dal Laboratorio dell'Università degli Studi di Firenze, contenute in un database pubblico sviluppato da Facciorusso [1]. Si ottiene un database di 316 prove di cui 50 fanno riferimento a terreni a grana grossa e 266 a terreni a grana fine.

A questo punto, partendo da modelli empirici presenti in letteratura come il modello di Darendeli [2] e il modello di Menq [3], sono state ricalibrate le relazioni matematiche attraverso analisi di regressione sulla base del database a disposizione, così da ottenere dei modelli empirici che possano descrivere adeguatamente il comportamento dei terreni presenti nel territorio nazionale. Una volta individuata la dipendenza di alcuni parametri del modello dalle caratteristiche del terreno, si è quindi cercato di ottimizzare lo stesso andando a modificare il tipo di relazioni che li lega. I risultati delle analisi mostrano che i principali parametri da cui dipende il comportamento sono l'indice di plasticità per i terreni a grana fine e il coefficiente di uniformità per i terreni a grana grossa mentre la tensione di confinamento ha un ruolo trascurabile.

## Abstract

Soil dynamics has taken on an increasingly important role in recent decades, especially within the context of seismic risk assessments. This thesis fits within this framework dealing, in particular, with the study of the nonlinear soil behavior when subjected to dynamic and cyclic loads.

In the common practice, in absence of a complete dynamic characterization of the soil deposit, reference is usually made to empirical models capable of predicting the cyclic response of soils.

These models define, through mathematical relationships, the modulus reduction and damping ratio curves of a given soil as a function of its index properties. The calibration parameters of these relationships are usually derived from statistical regressions, carried out on databases of dynamic and cyclical tests.

The aim of this thesis was, first of all, the development of a wide database of experimental tests starting from previous works. In particular, the database includes: the results of the laboratory tests carried out within the framework of the Level 3 Seismic Microzonation project of the municipalities struck by the Central Italy seismic sequence, the tests performed by the Geotechnical Laboratory of the Politecnico di Torino in the pas 20 years and the tests carried out by the Laboratory of the University of Florence included in a public database developed by Facciorusso [1]. A final database of 316 tests is obtained, of which 50 refer to sandy soils and 266 to fine-grained soils.

At this point, starting from empirical models present in the literature, such as the Darendeli [2] and the Menq model[3], the mathematical relationships were recalibrated through regression analysis on the basis of the available database in order to improve the accuracy of the the models in predicting the response of Italian soils. Once the dependence of some model parameters on the response of the soil has been identified, an attempt is made to optimize the models by modifying the relationships that bind them. The results show that the main parameters on which the behavior depends are the plasticity index for fine-grained soils and the uniformity coefficient for sandy soils, while the confinement stress plays a negligible role.

# Indice

El	enco	o delle tabelle	VII						
El	enco	o delle figure	VIII						
1	Inti	roduzione	1						
2	<b>Comportamento dinamico dei terreni</b> 2.1 Comportamento tenso-deformativo in condizioni di cari-								
	0.0	Chi ciciici	4						
	Ζ.Ζ	Prove dinamiche e cicliche di laboratorio $\dots \dots \dots$	9						
		2.2.1 Prova di colonna risonante (RC)	9 15						
		2.2.2 Prova di taglio torsionale ciclico (C1S) $\ldots$	15						
		2.2.3 Prova di taglio semplice ciclico con doppio provino $(DSDSS)$	16						
3	Dat	abase	18						
	3.1	Struttura del Database	21						
4	Ter	reni a Grana Grossa	24						
	4.1	Database	24						
	4.2	Modello di Menq (2003) $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	26						
	4.3	Calibrazione parametri	31						
	4.4	Confronto tra modello Menq e modello calibrato	32						
		4.4.1 Curve di decadimento e smorzamento	34						

<b>5</b>	Ter	reni a Grana Fine	39									
	5.1	Database	39									
5.2 Modello di Darendeli (2001) $\ldots \ldots \ldots \ldots$												
		5.2.1 Calibrazione parametri e confronto	43									
5.3 Modello di Zhang et al. (2005)												
												5.4
		5.4.1 Calibrazione modello e confronto	58									
	5.5	Confronto dei modelli	61									
6	Ott	imizzazione Modelli	64									
	6.1	Terreni a grana grossa	65									
	6.2	Terreni a grana fine	68									
7	Cor	nclusioni	73									
Bi	Bibliografia 76											

# Elenco delle tabelle

4.1	Parametri modello Menq [3]	29
4.2	Parametri modello Menq calibrati	32
5.1	Parametri modello Darendeli [2]	43
5.2	Parametri modello Darendeli calibrato	44
5.3	Parametri modello Zhang [4]	51
5.4	Parametri modello Zhang calibrato	52

# Elenco delle figure

2.1	Definizione modulo secante di rigidezza e del rapporto	
	di smorzamento $[6]$	5
2.2	Curve di variazione delle grandezze dinamiche [7]	6
2.3	Sinistra: Apparecchiatura colonna risonante Politecnico	
	di Torino. Destra: schema colonna risonante $[15]$	11
2.4	Relazione tra caratteristiche campione-apparecchiatura	
	e velocità onde di taglio [16] $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	12
2.5	Metodo dello stato stazionario $[6]$	13
2.6	Curve di riduzione del rapporto $G_S/G_0$ per un campione	
	di sabbia $[17]$	14
2.7	Curve del rapporto di smorzamento per un campione di	
	sabbia $[17]$	14
2.8	Schema dell'apparecchiatura utilizzata [18]	16
3.1	Raggruppamenti territoriali soggetti al progetto di mi-	
	crozonazione sismica $[19]$	19
3.2	Localizzazione prelievi campioni Facciorusso [1]	20
3.3	Università in cui sono state condotte le prove di laboratorio	21
3.4	Struttura Database	22
3.5	Database Grana Grossa Matlab	23
4.1	Localizzazione campioni prelevati sul territorio nazionale	25
4.2	Variazione tensione di confinamento	26
4.3	Variazione coefficiente di uniformità	26
4.4	Effetti dei parametri sulla deformazione di riferimento [3]	30

4.5	Effetti dei parametri sul coefficiente di curvatura $[3]$	31
4.6	Confronto Modello di Menq e modello calibrato per	
	rapporto $G_S/G_0$	33
4.7	Modello ricalibrato, analisi degli scarti $G_S/G_0$	33
4.8	Confronto Modello di Menq e modello calibrato per	
	smorzamento D	34
4.9	Modello ricalibrato, analisi degli scarti D	34
4.10	Curve di decadimento e smorzamento al variare dei	
	parametri (configurazione 1)	35
4.11	Curve di decadimento e smorzamento al variare dei	
	parametri (configurazione 2)	36
4.12	Curve di decadimento e smorzamento al variare dei	
	parametri (configurazione 3)	37
4.13	Curve di decadimento e smorzamento calibrate confron-	
	tate con dati sperimentali	38
5.1	Variazione tensione di confinamento	40
5.2	Variazione indice di plasticità	40
5.3	Confronto Modello di Darendeli e modello calibrato per	
	rapporto $G_S/G_0$	45
5.4	Modello ricalibrato, analisi degli scarti $G_S/G_0$	45
5.5	Confronto Modello di Darendeli e modello calibrato per	
	smorzamento D	46
5.6	Modello ricalibrato, analisi degli scarti D	46
5.7	Curve di decadimento e smorzamento al variare dei	
	parametri (configurazione 1)	47
5.8	Curve di decadimento e smorzamento al variare dei	
	parametri (configurazione 2)	48
5.9	Curve di decadimento e smorzamento al variare dei	
	parametri (configurazione 3)	48
5.10	Curve del modello con dati sperimentali	49
5.11	Confronto Modello di Zhang e modello calibrato per	
	rapporto $G_S/G_0$	53

5.12	Modello ricalibrato, analisi degli scarti $G_S/G_0$	53
5.13	Confronto Modello di Zhang e modello calibrato per	
	smorzamento D	54
5.14	Modello ricalibrato, analisi degli scarti D	54
5.15	Curve di decadimento e smorzamento al variare dei	
	parametri (configurazione 1)	55
5.16	Curve di decadimento e smorzamento al variare dei	
	parametri (configurazione 2) $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	56
5.17	Curve di decadimento e smorzamento al variare dei	
	parametri (configurazione 3)	56
5.18	Curve del modello con dati sperimentali	57
5.19	Confronto Modello di Vardanega e modello calibrato per	
	rapporto $G_S/G_0$	59
5.20	Modello ricalibrato, analisi degli scarti $G_S/G_0$	59
5.21	Curve di decadimento e smorzamento al variare dei	
	parametri	60
5.22	Curve del modello con dati sperimentali	61
5.23	Modelli a confronto con dati sperimentali (configurazione	
	1)	62
5.24	Modelli a confronto con dati sperimentali (configurazione	
	$2) \ldots \ldots$	62
61	Effetti dei parametri sul coefficiente di curvatura	66
6.2	Effetti dei parametri sul coefficiente di curvatura	67
6.3	Effetti dei parametri sulla deformazione di riferimento	67
6.4	Effetti dei parametri sul coefficiente di curvatura	68
6.5	Effetti dell'indice di plasticità sul coefficiente di curvatura	60
6.6	Effetti della tensione di confinamento sul coefficiente di	05
0.0	curvatura	69
67	Effetti della tensione di confinamento sulla deformazione	05
0.1	di riferimento	70
6.8	Effetti dell'indice di plasticità sulla deformazione di	10
0.0	riferimento	$\overline{71}$
		ι⊥

6.9	Effetti dell'indice di plasticità sulla deformazione di	
	riferimento	72
6.10	Effetti dell'indice di plasticità sulla deformazione di	
	riferimento	72

## 1 Introduzione

Nella dinamica dei terreni si studia il comportamento deformativo e tensionale dei terreni sotto azioni cicliche e dinamiche. Per carichi dinamici si intendono quei carichi la cui ampiezza, direzione o punto di applicazione sono variabili nel tempo con una frequenza di carico elevata. I carichi ciclici sono invece definiti da una fase di carico, una di scarico e una di ricarico che si ripetono nel tempo a basse frequenze. E' facile intuire che il comportamento tenso-deformativo sotto carichi dinamici e ciclici risulta molto complesso.

Il comportamento non lineare del terreno dipende infatti fortemente dalla deformazione di taglio raggiunta  $\gamma$ .

In presenza di carichi dinamici e ciclici a bassi livelli deformativi il comportamento del terreno non cambia all'aumentare della deformazione di taglio e i parametri che caratterizzano il materiale sono il modulo di taglio massimo  $G_0$  e il rapporto di smorzamento minimo  $D_0$ . Al crescere del livello deformativo il comportamento del terreno diventa dissipativo e non lineare. Quando la deformazione di taglio aumenta, il modulo di taglio G diminuisce mentre il rapporto di smorzamento D cresce.

La legge di decadimento del modulo di rigidezza e di variazione del rapporto di smorzamento vengono ricavate con prove di laboratorio. Spesso però, queste risultano onerose dal punto di vista dei costi e del tempo impiegato. Dunque in molti casi, come progetti preliminari o quando si necessita di una stima delle proprietà del terreno si può ricorrere a dei modelli empirici presenti in letteratura per la stima di queste curve.

Tale tesi si inserisce in quest'ambito con lo scopo di creare un ampio database di prove di laboratorio con il quale calibrare e ottimizzare vari modelli empirici per la determinazione delle curve di decadimento del modulo e del rapporto di smorzamento, sia per i terreni a grana grossa che per quelli a grana fine.

Nel primo capitolo si cerca di entrare più in dettaglio nella Dinamica dei Terreni soffermandosi sulle prove di laboratorio che maggiormente vengono usate per caratterizzare i terreni in ambito dinamico e ciclico. Nel secondo capitolo si descrive il Database utilizzato per le analisi in questa tesi. Questo database comprende 316 prove di laboratorio effettuate in varie Università italiane dove il maggior contributo proviene dal Politecnico di Torino e dall'Università di Firenze. Per agevolare il processo di analisi si sono creati due database distinti, uno inerente i

#### Introduzione

materiali a grana grossa e uno quelli a grana fine. Sulla base di questi sono poi stati implementati dei modelli, presenti in letteratura, per il calcolo delle curve di decadimento del modulo di rigidezza  $G_S/G_0$  e delle curve del rapporto di smorzamento D.

Nel terzo capitolo viene analizzato il database per i terreni a grana grossa. Partendo dal modello di Menq [3] sono stati ricalibrati i parametri per il calcolo delle curve di decadimento e smorzamento. Si vedrà che i fattori che maggiormente influenzano il comportamento dei materiali a grana grossa sono il coefficiente di uniformità che dà un indicazione circa la granulometria del terreno e la tensione di confinamento.

Il quarto capitolo tratta invece i materiali a grana fine implementando tre diversi modelli proposti da Darendeli [2], Zhang [4] e Vardanega e Bolton [5]. In questo caso oltre alla tensione di confinamento che, come si vedrà, sembra assumere un'importanza marginale, il fattore che maggiormente influenza il comportamento è l'indice di plasticità. Infine, l'ultimo passo del lavoro di questa tesi è stato quello di ottimizzare i modelli precedentemente trattati andando a modificare le relazioni che legano i parametri del terreno nel modello. Questo processo porterà in molti casi un aumento della bontà di adattamento con cui i modelli approssimano i dati sperimentali derivanti dalle prove di laboratorio.

# 2 Comportamento dinamico dei terreni

In questo capitolo sono inizialmente introdotti i concetti generali sulla dinamica dei terreni inerenti il lavoro di tesi svolto.

Successivamente sono spiegate brevemente le prove di laboratorio che sono state eseguite per caratterizzare i campioni di terreno, i cui risultati sono poi stati inclusi nel database.

## 2.1 Comportamento tenso-deformativo in condizioni di carichi ciclici

Il comportamento reale dei terreni è fondamentalmente influenzato da tre aspetti che sono, la riduzione della rigidezza, la dissipazione dell'energia e l'influenza del numero di cicli di carico. Per quanto riguarda la degradazione ciclica, all'aumentare del numero di cicli si ha una variazione della pendenza del modulo di rigidezza che è più marcata durante i primi cicli per poi assestarsi. Questa variazione è comunque limitata rispetto alla variazione dovuta al livello livello deformativo e per questa viene generalmente trascurata.

La dissipazione di energia è quantificata dall'area racchiusa dal ciclo di isteresi e si lega al livello deformativo raggiunto, vedi figura 2.1. Si esprime tramite il *rapporto di smorzamento D*, equazione 2.1, che è il rapporto tra l'energia dissipata in un ciclo e la massima energia elastica accumulata durante un ciclo. Di conseguenza il rapporto di smorzamento aumenta all'aumentare del livello deformativo.



Figura 2.1: Definizione modulo secante di rigidezza e del rapporto di smorzamento [6]

$$D = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{W_D}{W_S} \tag{2.1}$$

La variazione di rigidezza corrisponde alla variazione della pendenza media al variare del livello deformativo che è espressa dalla relazione 2.2 che corrisponde alla definizione di modulo secante.

$$G = \frac{\tau_c}{\gamma_c} \tag{2.2}$$

Per piccoli livelli deformativi il modulo di taglio corrisponde al modulo di taglio a piccole deformazioni  $G_0$ . All'aumentare dell'ampiezza dei cicli il modulo di taglio diminuisce mentre lo smorzamento aumenta come mostrato in figura 2.2



Figura 2.2: Curve di variazione delle grandezze dinamiche [7]

La variazione del modulo secante rispetto al livello deformativo è espressa attraverso le curve di decadimento ottenute dal rapporto adimensionale  $G/G_0$ .

Nella dinamica dei terreni i problemi si suddividono generalmente in tre grandi gruppi. I primi sono quelli dove i livelli deformativi sono molto bassi  $\gamma < 10^{-3}\%$  e il comportamento può essere trattato nel dominio elastico. Aumentando il livello deformativo a valori di circa  $10^{-1}\%$  il comportamento diventa isteretico stabile. Se i livelli deformativi continuano ad aumentare il comportamento è isteretico instabile. La presenza di questi diversi tipi di comportamento del terreno è stata studiata a partire dagli anni ottanta con Dobry et al.[8] seguita poi negli anni novanta da Lo Presti [9] e Vucetic [10]. I terremoti in genere rientrano nel secondo gruppo e si possono utilizzare modelli elastici lineare equivalenti o elastici non lineari.

Se i terremoti sono distruttivi allora si è nel caso instabile e i modelli precedentemente menzionati non sono utilizzabili ma si deve passare a modelli non lineari. In tutti questi modelli occorre conoscere il modulo di taglio e lo smorzamento a piccole deformazioni, rispettivamente  $G_0$ e  $D_0$  e occorre anche sapere le leggi di variazione di questi parametri con l'aumentare della deformazione.

#### Dominio elastico

Con livelli deformativi bassi, inferiori alla soglia di linearità, il terreno risponde il modo costante al variare della deformazione con carichi ciclichi e dinamici. Si ha un comportamento elastico reversibile [10]. Quando si è in questo campo i parametri di riferimento sono due. Il primo è il modulo di taglio massimo  $G_{max}$  o  $G_0$  e il secondo è il rapporto di smorzamento minimo  $D_{min}$  o  $D_0$  [11].

#### Dominio isteretico stabile

Per livelli deformativi compresi tra la soglia di linearità e la soglia volumetrica si entra in campo non lineare [10]. Con l'aumentare della ampiezza della deformazione il modulo di taglio diminuisce e lo smorzamento aumenta. In questo campo si possono usare modelli lineari equivalenti oppure modelli non lineari.

#### Dominio isteretico instabile

Quando si supera la soglia volumetrica si entra nella fase di comportamento isteretico instabile dove il comportamento non lineare è ancora piu marcato. Inoltre in questa fase intervengo molti più fattori ad influenzare il comportamento e i modelli analitici usati in precedenza non sono più utilizzabili [11].

### 2.2 Prove dinamiche e cicliche di laboratorio

Le prove di laboratorio ci permettono di caratterizzare il comportamento di un terreno nelle condizioni in cui esso si trova in sito. I parametri che ne derivano sono indispensabili sia per progettare che per effettuare ulteriori analisi. Infatti, tutti i programmi di calcolo che si usano per modellare un problema geotecnico richiedono in input una serie di dati che si riferiscono al comportamento dinamico, tensionale e deformativo del terreno. Negli ultimi anni la ricerca nel campo geotecnico ha fatto dei grandi passi in avanti con un'evoluzione nelle tecniche e strumenti di misura. Ad esempio le prime apparecchiature per la prova di colonna risonante per terreni risalgono agli anni '70 [12] e nel tempo si sono evolute aumentando il grado di precisione e affidabilità.

### 2.2.1 Prova di colonna risonante (RC)

La prova di colonna risonante è regolata dallo standard ASTM D 4015-07 [13] ed è la prova di riferimento per la determinazione delle proprietà dinamiche dei terreni. Il campo deformativo che si può applicare varia tra  $10^{-6}$  e  $10^{-2}$ . I parametri che si vogliono determinare con questa prova sono il modulo di taglio iniziale  $G_0$  e il rapporto di smorzamento a piccoli livelli deformativi  $D_0$ , poi si vuole ricavare la legge di decadimento del modulo di taglio e l'andamento dello smorzamento al variare della deformazione.

La prova consiste nell'applicare un momento torcente ciclico di una determinata ampiezza e con frequenza variabile che in genere varia tra 10 e 100 Hz. Il provino precedentemente consolidato è generalmente cilindrico e può essere cavo o pieno con una estremità incastrata e una libera alla quale si applica il momento. [14]

In seguito la frequenza, che parte da valori bassi, viene lentamente incrementata fino ad arrivare alla condizione di risonanza. Nota la frequenza di risonanza si può determinare il modulo di taglio G e, nota la rotazione massima, si può ricavare la deformazione di taglio. Variando poi l'ampiezza del momento torcente varia sia la rotazione massima che la frequenza di risonanza potendo così ricavare per punti la legge di decadimento del modulo di taglio.

Lo smorzamento D si può invece misurare con il metodo dello stato stazionario considerando il fattore di amplificazione in risonanza o analizzando il decadimento delle vibrazioni libere.

Andando più in dettaglio, supposto I il momento di inerzia assiale della massa del campione e  $I_0$  il momento di inerzia assiale della massa rigida si dimostra che la pulsazione naturale del sistema  $\omega_n$  dipende



**Figura 2.3:** Sinistra: Apparecchiatura colonna risonante Politecnico di Torino. Destra: schema colonna risonante [15]

dalla velocità delle onde di taglio  $V_s$  tramite la seguente relazione [14]:

$$\frac{I_{\theta}}{I_t} = \frac{\omega \cdot h}{V_s} tan\left(\frac{\omega \cdot h}{V_s}\right)$$
(2.3)

Quindi noto il rapporto dei momenti di inerzia e nota la frequenza di risonanza trovata in modo sperimentale, vedi Figura 2.4 si può ricavare la velocità delle onde di taglio  $V_s$  e in seguito il modulo di taglio con la seguente relazione:

$$G = \rho \cdot V_s^2 \tag{2.4}$$



**Figura 2.4:** Relazione tra caratteristiche campione-apparecchiatura e velocità onde di taglio [16]

La deformazione di taglio  $\gamma$  è ottenuta tramite una doppia integrazione della accelerazione angolare derivata dalla misura effettuata da un accelerometro.

Per quanto riguarda il rapporto di smorzamento D considerando il metodo dello stato stazionario di considera l'ampiezza di banda definita come la differenza tra le frequenze  $f_2$  e  $f_1$  corrispondenti a un fattore di amplificazione dinamica solitamente posto uguale a  $\frac{A_{max}}{\sqrt{2}}$ , figura 2.5. Questa ampiezza di banda è legata allo smorzamento D e alla frequenza fondamentale  $f_n$  tramite la seguente relazione:

$$D = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \tag{2.5}$$



Figura 2.5: Metodo dello stato stazionario [6]

Ripentendo la prova cambiando il valore della forzante si può ricostruire l'andamento del decadimento del modulo di taglio e l'aumentare del decadimento.

Nelle figure 2.6 e 2.7 si riporta un esempio di come vengono plottati i dati per ricavare le curve di riduzione del modulo e del rapporto di smorzamento. Questi esempi sono estrapolati da delle prove di colonna risonante contenute nel database che si andrà a sviluppare in seguito.



**Figura 2.6:** Curve di riduzione del rapporto  $G_S/G_0$  per un campione di sabbia [17]



Figura 2.7: Curve del rapporto di smorzamento per un campione di sabbia [17]

### 2.2.2 Prova di taglio torsionale ciclico (CTS)

La prova di taglio torsionale ciclico [11] permette di misurare i parametri di decadimento del modulo di taglio e smorzamento per livelli di deformazione compresi tra  $10^{-6}$  e  $10^{-4}$ . I parametri che si vogliono ottenere sono i medesimi della prova di colonna risonante e l'apparecchiatura usata è la medesima, Figura 2.3. Questa prova viene effettuata con una frequenza che varia generalmente tra 0.01 e 1 Hz. Spesso la prova è combinata con quella di colonna risonante e parte dell'apparecchiatura viene utilizzata in entrambe le prove.

Andando nel dettaglio del funzionamento della prova il provino viene consolidato e saturato, dopodichè viene applicato il momento torcente con un valore di frequenza costante e l'ampiezza viene gradualmente aumentata ogni volta che la prova viene ripetuta. Vengono così tracciati i cicli di isteresi, figura 2.1, dai quali si possono definire i parametri G e D tramite le seguenti relazioni:

$$G = \frac{\tau_a}{\gamma_a} \tag{2.6}$$

$$D = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\Delta W_{disp}}{W_{max}} \tag{2.7}$$

### 2.2.3 Prova di taglio semplice ciclico con doppio provino (DSDSS)

La prova di taglio semplice ciclico con doppio provino è stata sviluppata nella seconda metà degli anni '90 da Doroudian e Vucetic [11] . Le frequenze utilizzate nella prova vanno da 0.15 a 0.35 Hz e i livelli deformativi analizzati sono compressi tra  $10^{-4}\%$  e 7%. Uno schema dell'apparecchiatura è riportato in figura 2.8.



Figura 2.8: Schema dell'apparecchiatura utilizzata [18]

Grazie al doppio provino vengono ridotti notevolmente i problemi legati all'attrito e si riesce a raggiungere un ampio spettro di deformazioni.

Il provino viene consolidato anisotropicamente. Successivamente viene applicato un carico verticale tramite un martinetto idraulico e uno orizzontale tramite un'asta che spinge un pistone di un martinetto. Tramite un trasduttore viene poi osservato lo spostamento orizzontale. L'apparecchio di taglio dà come risultato il ciclo di isteresi nel piano  $(\tau, \gamma)$  e la variazione nel tempo di pressioni interstiziali, deformazioni e sforzi di taglio.

# 3 Database

Nell'ambito della dinamica dei terreni e dell'ingegneria sismica lo studio nelle proprietà dei terreni sotto carichi dinamici e ciclici si è visto che è fondamentale. Queste proprietà, che possono essere ricondotte al modulo di rigidezza e al rapporto di smorzamento sono ottenibili attraverso delle prove di laboratorio che sono state analizzate nel precedente capitolo.

Nella maggior parte dei casi è pero oneroso ricorrere a prove di laboratorio su larga scala e vengono in aiuto dei modelli empirici come quello sviluppato da Darendeli per i materiali a grana fine e quello di Menq per i terreni a grana grossa.

Questi modelli si basano su analisi di regressione condotte su risultati di prove sperimentali. Al fine di validare l'efficacia di questi modelli risulta utile disporre di un database di prove condotte su provini provenienti dal terreno che si vuole studiare.

Con questo obiettivo si è voluto, negli anni, creare un database sempre più grande contenente prove dinamiche e cicliche del territorio italiano. Database

Un grande passo in avanti è stato fatto con il progetto di Microzonazione Sismica di livello 3 che ha interessato 138 comuni colpiti dagli eventi sismici in centro Italia a partire dal 24 agosto 2016, Figura 3.1



Figura 3.1: Raggruppamenti territoriali soggetti al progetto di microzonazione sismica [19]

Oltre alle prove derivanti dal progetto di Microzonazione Sismica nel centro Italia effettuate nelle di Università degli Studi di Firenze, Università degli Studi di Messina, la Sapienza di Roma, Università di Kore Enna e Università studi di Napoli Federico II sono state aggiunte le prove eseguite nel laboratorio del dipartimento di geotecnica del Politecnico di Torino dal 1999 ad oggi. Le ultime 14 prove di colonna risonante e taglio torsionale ciclico sono state condotte nel 2019 dal lavoro da cui si è partiti per lo sviluppo di questa tesi. [17] L'ultimo importante contributo è stato dato dal database creato da Facciorusso [1]. Questo contiene i risultati di prove RC e CTS condotte nell'Università di Firenze su 170 campioni indisturbati consolidati isotropicamente di materiali a grana fine. Questi 170 campioni sono stati ottenuti da 90 siti nel centro e nord Italia, figura 3.2.



Figura 3.2: Localizzazione prelievi campioni Facciorusso [1]

In definitiva il Database è costituito da 316 prove. In figura 3.4 è riportata la percentuale di provenienza delle prove in base all'Università dove sono state eseguite.



Figura 3.3: Università in cui sono state condotte le prove di laboratorio

### 3.1 Struttura del Database

Tramite Matlab si sono archiviati tutti i risultati ottenuti dalle prove sperimentali. In figura 3.5 si può vedere la rappresentazione del databade su Matlab. In particolare si è creata una struttura che per ogni prova contiene le seguenti informazioni: Database



Figura 3.4: Struttura Database

IULOMETRIA										<b>-</b>	18x1 double	13x1 double	17x1 double	13x1 double	15x1 double	13x1 double	13x1 double	13x1 double
🔏 GRAN	1x1 struct	0 1x1 struct	0 1x1 struct	0 1x1 struct	1x1 struct	0 1x1 struct	0 1x1 struct	0 1x1 struct	1x1 struct	DSDSS	struct							
z	25.800	8.300	20.300	1.250	18.200	18.200	18.200	42.250	42.250	<b>""</b>	1x1							
H										Ĕ	struct							
NOTE					no ca	no ca	no ca	no ca	10 Ca	<b>""</b>	1x1							
	_			_	'provi	provi	provi	provi	'provi	8	struct							
ATA	1999'	2000	2005	2003				2011'	2011'		0 1×1	0 1x1	1x1 0t					
	30/11/	06/11/	16/11/	01/02/	5	5	5	08/06/	/90/60,	8	2.70	2.696	2.676	2.700	2.710	2.710	2.710	2.704
OINE												_		_		_		_
	10.4135"	"10.9262"	"17.1271"	.6083.09	10.6542"	10.6542"	10.6542"	'10.6542"	'10.6542"	econs	0.2850	0.6350	0.7220	0.8770	0.5900	0.5730	0.5640	0.5810
LATITUDINE	1095"	6715" "	0807"	2552"	9214"	9214"	9214"	9214"	9214"	📙 einiziale	0.4050	0.6810	0.7380	0.9130	0.6130	0.6130	0.6130	0.6260
<u></u>	<u>44</u> .	44.		4	44	4	4	4	4	MA	.7600	9300	00/6'	.7100	8000	.7000	4000	.2000
OMUN	TELNU	отто	DIONE (.	AGROS.	STALLA	STALLA	STALLA	STALLA	STALLA	SIG	330	52	400	21	51	100	149	10
	CAS	'VIA	<sup>C</sup>	,VILL	duð'	duð'	dUĐ'	dUĐ'	dUĐ'	NN	12.8500	24.7500	27.2300	21.1000	0	0	0	0
ATOR																		
() LABOF	POLITO'	'POLITO'	'POLITO'	'POLITO'	'POLITO'	'POLITO'	'POLITO'	'POLITO'	'POLITO'	M	20.4000	22.2200		35,9000				
OLL		Ē	ŝ	ß							8	8	0	8	0	0	0	0
PROG	4	ZAROI	DTONE	SPEZIA	ō	ō	ō	ō	ō	₽	4.73	2.68		11.94				
	'V.E	ZId.	Ċ,	Ϋ́,	ale'	ale'	AIP	AIP	'AIP		0	0	0	0	0	0	0	0
MENTC	4.xlsx'	l.xlsx'	xlsx'	'xlsx'	po_1.x.	po_2.x.	po_3.x.	po_1.x.	ipo_2.x.	Sd	21.310	18,900	19.210	18.350	16.480	16.480	16.480	16.300
RIFER	5_GRF_0	7_MD_0	1_KR_20.	2_VG_01	5_115_A	7_115_A	3_115_A	9_116_A	0_116_A									
	P9	юd	01	012		1		21 <u>C</u>	0 2(									
9	D1_VEL	33_MD_	D7_KR_P	38_LS_P	12_AIPO	13_AIPO	14_AIPO	15_AIPO	16_AIPC									
	P	ē	ē	ē	9	9	9	9	0									

Database

Figura 3.5: Database Grana Grossa Matlab

# 4 Terreni a Grana Grossa

Nei terreni a grana grossa i fattori che maggiormente influenzano il comportamento sono svariati. Tra i principali abbiamo l'indice dei vuoti, la pressione di confinamento, la distribuzione granulometrica, età geologica e gradi di cementazione. Per valutare le curve di decadimento e di smorzamento è stato condotto uno studio analizzando il modello di Menq e ritarandone i parametri.

### 4.1 Database

Come si è già detto si sono creati due database distinti, uno per i materiali a grana grossa e uno per quelli a grana fine.

In particolare, per quanto i materiali a grana grossa il database fa riferimento da 50 campioni prelevati nel territorio nazionale, figura 4.1. Successivamente, al fine dello studio sono state analizzate solo 24 prove
per le quali era disponibile la curva granulometrica indispensabile per poter determinare i parametri per tarare il modello di Menq.



Figura 4.1: Localizzazione campioni prelevati sul territorio nazionale

Queste prove scelte per l'analisi fanno riferimento per lo più al gruppo di campioni analizzati dal Politecnico di Torino con uno dell'Università di Firenze e uno dalla Sapienza di Roma.

Andando nel dettaglio la pressione di confinamento come si può vedere in figura 4.2 varia tra 0 e 500 kPa mentre il coefficiente di uniformità, figura 4.3, varia tra o e 120



Figura 4.2: Variazione tensione di confinamento



Figura 4.3: Variazione coefficiente di uniformità

# 4.2 Modello di Menq (2003)

Il modello di Menq [3] parte dal modello iperbolico di Darendeli [2], equazione 4.1, e analizzando come variano i parametri in funzioni dei dati ottenuti da prove sperimentali di laboratorio ha ottenuto delle nuove formulazioni per i parametri di  $\gamma_r$  ed a da utilizzare nel modello. Menq analizzando il suo database di prove ha cercato di ottenere delle relazioni che legassero la deformazione di riferimento  $\gamma_r$  e il coefficiente di curvatura  $\alpha$  a dei parametri di riferimento per i materiali a grana grossa che sono il coefficiente di uniformità  $C_u$ , l'indice dei vuoti e, il diametro in corrispondenza del 50% passante in peso  $D_{50}$  e la tensione di confinamento  $\sigma_m$ .

Quello che ha ottenuto è riportato nelle Figure 4.4 e 4.5.

Sono state quindi ottenute le relazioni 4.2 e 4.3 nelle quali la deformazione di riferimento dipende dal coefficiente di uniformità e dalla tensione di confinamento mentre il coefficiente di curvatura dipende solo dalla tensione di confinamento.

$$\frac{G_S}{G_0} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\gamma_c}{\gamma_r}\right)^{\alpha}} \tag{4.1}$$

$$\gamma_r = \phi_1 \cdot C u^{\phi_2} \left(\frac{\sigma'_m}{p_a}\right)^{\phi_3 \cdot C u^{\phi_4}} \tag{4.2}$$

$$\alpha = \phi_5 + \phi_6 log\left(\frac{\sigma'_m}{p_a}\right) \tag{4.3}$$

Per quanto riguarda la stima delle curve di smorzamento si fa riferimento al criterio di Masing (1926). La formulazione per calcolarlo è la 4.4 che mette in relazione lo smorzamento con il rapporto di  ${\rm G}_S/G_0.$ 

$$D = F \cdot D_{masing} + D_{min} \tag{4.4}$$

$$D_{masing} = c_1 D_{masing,a=1.0} + c_2 D_{masing,a=1.0}^2 + c_3 D_{masing,a=1.0}^3$$
(4.5)

$$D_{masing,a=1.0} = \frac{100}{\pi} \left( 4 \cdot \frac{\gamma_c - \gamma_r ln\left(\frac{\gamma_c + \gamma_r}{\gamma_r}\right)}{\frac{\gamma_c^2}{\gamma_c + \gamma_r}} - 2 \right)$$
(4.6)

$$c_1 = -1,1143a^2 + 1,8618a + 0,2523 \tag{4.7}$$

$$c_2 = 0,0805a^2 - 0,0710a + 0,0095 \tag{4.8}$$

$$c_3 = -0,0005a^2 + 0,0002a + 0,0003 \tag{4.9}$$

$$F = b \cdot \left(\frac{G_S}{G_0}\right)^{0,1} \tag{4.10}$$

$$b = \phi_{11} \tag{4.11}$$

Per il calcolo dello smorzamento a piccole deformazioni Menq [3] ha proposto l'equazione 4.12 che lo mette in relazione alla  $C_U, D_{50}e \sigma_m$ .

$$D_{min} = \phi_7 \cdot C_U^{\phi_8} \cdot D_{50}^{\phi_9} \cdot \sigma_m^{\phi_{10}}$$
(4.12)

Queste equazioni contengono dei coefficienti che Menq ha tarato empiricamente sulla base dei dati analizzati.

Parametro	Valore
$\phi_1$	0,12
$\phi_2$	-0,6
$\phi_3$	$0,\!5$
$\phi_4$	-0,15
$\phi_5$	0,86
$\phi_6$	$^{0,1}$
$\phi_7$	$0,\!55$
$\phi_8$	0,1
$\phi_9$	-0,3
$\phi_{10}$	-0,08
$\phi_{11}$	0,5062

Tabella 4.1:	Parametri	modello	Menq	[3	
--------------	-----------	---------	------	----	--



**Figura 4.4:** Effetti dei parametri sulla deformazione di riferimento [3]



Figura 4.5: Effetti dei parametri sul coefficiente di curvatura [3]

# 4.3 Calibrazione parametri

La procedura di calibrazione si basa sul codice Matlab sviluppato da Ciancimino et. al. [20] opportunamente modificato per il modello di Menq.

Si tarano separatamente le curve  $(G_S/G_0 - \gamma_c)$  e (D -  $\gamma_c$ ) con i rispettivi parametri tramite una regressione ai minimi quadrati non lineare. Successivamente si modificano i parametri al fine di ridurre l'errore tra il modello e i dati osservati con una calibrazione globale.

Parametro	Valore
$\phi_1$	0,118
$\phi_2$	-0,301
$\phi_3$	0,533
$\phi_4$	-0,144
$\phi_5$	0,863
$\phi_6$	0,138
$\phi_7$	2,483
$\phi_8$	0,123
$\phi_9$	0,194
$\phi_{10}$	$0,\!055$
$\phi_{11}$	0,7763

Tabella 4.2: Parametri modello Menq calibrati

# 4.4 Confronto tra modello Menq e modello calibrato

Mettendo a confronto il modello calibrato con il modello di Menq si nota che l' $R^2$  aumenta notevolmente. In particolare per le curve di decadimento del modulo di rigidezza si passa da 0,52 per il modello di Menq a 0,90 per quello con i parametri calibrati, mentre per le curve di decadimento l' $R^2$  passa da 0,59 a 0,70. Questo notevole miglioramento può anche essere dovuto al fatto che il database preso in analisi non è molto grande ma contiene solo 24 prove. In figura 4.6 e 4.7 viene riportato un confronto tra i modelli per quanto riguarda il rapporto  $G/G_0$ , mentre in figura 4.8 e 4.9 si riporta il confronto per quanto riguarda lo smorzamento.



**Figura 4.6:** Confronto Modello di Menq e modello calibrato per rapporto  $G_S/G_0$ 



**Figura 4.7:** Modello ricalibrato, analisi degli scarti  $G_S/G_0$ 



Figura 4.8: Confronto Modello di Menq e modello calibrato per smorzamento D



Figura 4.9: Modello ricalibrato, analisi degli scarti D

#### 4.4.1 Curve di decadimento e smorzamento

Si mettono a confronto ora le curve di decadimento e le curve di smorzamento del modello di Menq e del modello calibrato al variare dei parametri del terreno. Tra modello di partenza e modello calibrato si nota che le curve di smorzamento sono traslate più in alto rispetto a quelle del modello di Menq. Allo stesso si comportano anche le curve del rapporto di smorzamento che partono d un valore di  $D_0$  più alto. Questo porta ad una migliore approssimazione dei dati sperimentali così come si è visto nel paragrafo precedente.

In figura 5.21 si riportano le curve di  $G/G_0 \in D$  prima per una tensione di confinamento di  $\sigma'_m = 50kPa$  e un  $D_{50} = 0,3\%$  facendo variare il coefficiente di uniformità tra 2 e 50 e successivamente si mantiene fisso il Cu=2 e  $D_{50} = 0,3\%$  e si varia la tensione di confinamento tra 50 e 350 kPa.



**Figura 4.10:** Curve di decadimento e smorzamento al variare dei parametri (configurazione 1)

In figura 4.11 si confrontano le curve con una tensione di confinamento di 200 kPa al variare del coefficiente di uniformità e successivamente le curve per una Cu=20 al variare della  $\sigma'_m$ .



**Figura 4.11:** Curve di decadimento e smorzamento al variare dei parametri (configurazione 2)

Infine in figura 4.12 si confrontano le curve con una tensione di confinamento di 350 kPa al variare del coefficiente di uniformità e successivamente le curve per una Cu=50 al variare della  $\sigma'_m$ .





**Figura 4.12:** Curve di decadimento e smorzamento al variare dei parametri (configurazione 3)

Infine si confronta il modello ricalibrato con i dati sperimentali. In figura 4.13 vengono riportati i dati sperimenti delle prove con un coefficiente di uniformità compreso tra 1 e 20 e una tensione di confinamento compresa tra 100 e 300 kPa. Su questi dati vengono plottate le curve di decadimento e smorzamento ottenute con il modello calibrato per un valore di  $C_u = 10$ ,  $\sigma'_m = 200kPa$  e  $D_{50} = 0.3$ . Si nota che il modello riesce a prendere bene i dati sperimentali sia per quanto riguarda la curva di decadimento del modulo di rigidezza che per la curva di smorzamento.



Figura 4.13: Curve di decadimento e smorzamento calibrate confrontate con dati sperimentali

# 5 Terreni a Grana Fine

I terreni a grana fine, che per lo più sono limi e argille hanno caratteristiche che dipendono fortemente dall'indice di plasticità. Questo è dovuto al fatto che in tali terreni le proprietà non dipendono soltanto dalla dimensione delle particella ma anche dalla loro natura e composizione mineralogica. Questi effetti si deducono dai limiti di Atterberg che sono dei particolari valori del contenuto d'acqua che definiscono lo stato del terreno. In particolare l'indice di plasticità IP o PI che è la differenza tra il limite liquido e il limite plastico.

## 5.1 Database

Questo database, scartando le prove non idonee è costituito da 266 prove la cui maggioranza provengono dal Politecnico di Torino e Università di Firenze.

Per meglio caratterizzare i dati di questo database si vede in figura 5.1

il range di variazione della tensione di confinamento che varia tra 0 e 500 kPa, mentre in figura 5.2 si vede che l'indice di plasticità varia tra 0 e 130% con valori maggiormente concentrati tra 10 e 50%.



Figura 5.1: Variazione tensione di confinamento



Figura 5.2: Variazione indice di plasticità

#### 5.2 Modello di Darendeli (2001)

Darendeli [2] ha creato un database con 110 prove di colonna risonante e taglio torsionale provenienti da 20 siti tra Nord California, Sud California, Sud Calorina e Taiwan. Il modello di regressione per la curva  $G/G_0$  è stato sviluppato sulla base dei risultati di 30 prove di colonna risonante con frequenza che variava in un range compreso tra 30 e 100 Hz. Il modello di regressione che ha ottenuto è riportato nella equazione 5.1.

$$\frac{G_S}{G_0} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\gamma_c}{\gamma_r}\right)^{\alpha}} \tag{5.1}$$

I parametri  $\alpha$  e  $\gamma_r$  dipendono dalle caratteristiche del materiale come segue:

$$\gamma_r = (b_1 + b_2 \cdot PI \cdot OCR^{b_3})\sigma_m^{\prime b_4} \tag{5.2}$$

$$\alpha = b_4 \tag{5.3}$$

Per quanto riguarda l'OCR non si hanno informazioni nel database e viene di conseguenza trascurato. L'equazione per il calcolo della  $\gamma_r$ risulta quindi essere la seguente:

$$\gamma_r = (b_1 + b_2 \cdot PI)\sigma_m^{\prime b_3} \tag{5.4}$$

Per le curve di smorzamento si parte dal criterio di Masing (1926) già visto nel materiale a grana grossa a cui si applica un fattore correttivo e si somma un valore di smorzamento a bassi livelli di deformazione che dipende dalle caratteristiche del materiale. L'equazione è la seguente:

$$D = F \cdot D_{masing} + D_{min} \tag{5.5}$$

$$F = b_9 \cdot \left(\frac{G_S}{G_0}\right)^{0,1} \tag{5.6}$$

Per il calcolo di  $D_{masing}$  si rimanda alla equazione 2.5 mentre  $D_{min}$ è stato ottenuto da Darendeli [2] tramite la seguente relazione:

$$D_{min} = (b_5 + b_6 \cdot PI) \cdot \sigma_m^{\prime b_7} \cdot (1 + b_8 \cdot ln(f))$$
(5.7)

In queste formulazioni la  $\sigma'_m$  è espressa in atmosfere, l'indice di plasticità IP è espresso in percentuale così come la  $\gamma_c$  mentre la f in Hz. I parametri utilizzati sono riportati in tabella 5.1.

Parametro	Valore
b <sub>1</sub>	0,0352
$b_2$	0,0010
$b_3$	0,3483
$b_4$	0,9141
$b_5$	1,2808
$b_6$	0,0361
$b_7$	-0,2740
$b_8$	0,1340
b9	0,5062

Terreni a Grana Fine

Tabella 5.1: Parametri modello Darendeli [2]

#### 5.2.1 Calibrazione parametri e confronto

Seguendo la procedura di calibrazione precedentemente descritta vengono ritarati i parametri del modello di Darendeli al fine di ottimizzare la convergenza tra i dati del modello e quelli sperimentali. I risultati sono riportati in tabella 5.2.

Parametro	Valore
b <sub>1</sub>	0,0350
$b_2$	0,0021
$b_3$	0,0312
$b_4$	1,0958
$b_5$	$1,\!6178$
$b_6$	0,0141
$b_7$	-0,1537
$b_8$	0,0529
$b_9$	0,6696

Terreni a Grana Fine

Tabella 5.2: Parametri modello Darendeli calibrato

Si passa ora a mettere a confronto i due modelli ottenuti al fine di vedere i vantaggi che ha portato la ricalibrazione dei parametri.

In figura 5.3 viene riportato un confronto tra il modello di Darendeli e quello calibrato sulla base dei valori si  $G_S/G_0$ . Si nota un leggero incremento dell' $R^2$  il quale già per il modello di Darendeli era abbastanza alto e paria 0,94. Dunque i dati sperimentali vengono ben rappresentati dal modello e questo si vede anche in figura 5.4 dove sono riportati gli scari tra modello calibrato e dati sperimentali, questi sono tutti in un range di  $\pm$  0,3.



Figura 5.3: Confronto Modello di Darendeli e modello calibrato per rapporto  $G_S/G_0$ 



Figura 5.4: Modello ricalibrato, analisi degli scarti  $G_S/G_0$ 

Segue un confronto per i valori di smorzamento. Anche qui si ha un incremento di  $R^2$  da 0,60 a 0,62, Figura 5.5. In questo caso si ha una maggiore diffusione sui dai all'aumentare dei valori smorzamento in quanto il modello diventa meno attendibile, Figura 5.6.



**Figura 5.5:** Confronto Modello di Darendeli e modello calibrato per smorzamento D



Figura 5.6: Modello ricalibrato, analisi degli scarti D

Si passa ora a mettere a confronto le curve del modello Darendeli con quello calibrato al variare delle caratteristiche del terreno, in particolare al variare della tensione di confinamento e dell'indice di plasticità. Nella configurazione 1, figura 5.7 si fissa prima la  $\sigma'_m = 50kPa$  e si fa variare l'indice di plasticità tra 10 e 40; successivamente si fissi IP = 10% e si varia la tensione di confinamento tra 50 e 450 kPa. Si nota che le curve di decadimento dei due modelli al variare di IP sono abbastanza vicine a differenza delle curve di smorzamento dove vi è una sovrastima dello smorzamento ad alti livelli deformativi del modello calibrato rispetto a quello di Darendeli.

Un altro aspetto importate si nota nel confronto delle curve al variare di  $\sigma'_m$  fissato l'indice di plasticità. Le curve del modello calibrato non risentono molto del cambio della tensione di confinamento.



**Figura 5.7:** Curve di decadimento e smorzamento al variare dei parametri (configurazione 1)

Cambiando configurazioni, figura 5.8 e 5.9, valgono le stesse considerazioni fatte in precedenza. Si nota anche che all'aumentare dell'IP e della  $\sigma_{\prime}$  le curve tendono a salire anche se il ruolo della tensione di confinamento nelle argille è minore.



**Figura 5.8:** Curve di decadimento e smorzamento al variare dei parametri (configurazione 2)



Figura 5.9: Curve di decadimento e smorzamento al variare dei parametri (configurazione 3)

Infine si vuole vedere come il modello calibrato riesce a rappresentare i dati sperimentali. In figura 5.10 vengono riportate le curve di decadimento e di smorzamento del modello calibrato sovrapposte dai dati sperimentali per IP compresi tra 10% e 20% e  $\sigma'_m$  compresa tra 100 e 300 kPa. A confermare quello visto in precedenza, anche sulla base dell' $R^2$  si vede che il modello approssima abbastanza bene i sperimentali. L'unico punto che non riesce pienamente a cogliere è la soglia di linearità.



Figura 5.10: Curve del modello con dati sperimentali

## 5.3 Modello di Zhang et al. (2005)

Zhang [4] ha creato un database da 78 prove di taglio torsionale e colonna risonante con una frequenza che variava in un range compreso tra 20 e 250 Hz. I campioni erano provenienti dal Sud Carolina. I terreni erano per lo più quaternari. [21]

Partendo sempre dal modello di regressione già descritto riportato in equazione 5.8 Zhang et. al hanno proposto le relazioni per il calcolo di  $\alpha \in \gamma_r$  riportate in 5.9 e 5.10.

$$\frac{G_S}{G_0} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\gamma_c}{\gamma_r}\right)^{\alpha}} \tag{5.8}$$

I parametri $\alpha \in \gamma_r$  dipendono dalle caratteristiche del materiale come segue:

$$\alpha = c_1 \cdot PI + c_2 \tag{5.9}$$

$$\gamma_r = \gamma_{r1} (\sigma'_m / Pa)^k \tag{5.10}$$

Anche in questo caso PI si esprime in percentuale e i parametri  $\gamma_{r1}$ e k si ottengono come segue:

$$k = c_3 exp(c_4 PI) \tag{5.11}$$

$$\gamma_{r1} = c_5 + c_6 P I \tag{5.12}$$

Per lo smorzamento l'equazione ottenuta da Zhang et. al. è la seguente:

$$D = c_7 \left(\frac{G}{G_{max}}\right)^2 + c_8 \left(\frac{G}{G_{max}}\right) + c_9 + D_{min} \tag{5.13}$$

In questa equazione  $c_9$  è un parametro dipendente dai precedenti ed è uguale a  $c_9 = c_7 - c_8$ .

Il valore di smorzamento minimo è calcolato tramite la 5.14.

$$D_{min} = (c_{10} \cdot IP + c_{11})\sigma_m^{\prime c_{12}k} \tag{5.14}$$

Tutti i parametri del modello sono riportai nella seguente Tabella 5.4

Parametro	Valore
C1	0,0021
$c_2$	0,834
$c_3$	0,316
$c_4$	-0,0142
$C_5$	$0,\!0749$
$c_6$	0,0011
$C_7$	10,6
C8	-31,6
C9	21
C <sub>10</sub>	0,008
C11	$0,\!82$
C <sub>12</sub>	$0,\!5$

#### 5.3.1 Calibrazione parametri e confronto

Tramite il processo di calibrazione ai minimi quadrati si sono ottenuti i parametri del modello ricalibrati e riportati in tabella 5.4.

Parametro	Valore
C1	0,0021
$C_2$	2,0256
$c_3$	0,7938
$c_4$	-0,22122
$C_5$	0,0289
C <sub>6</sub>	0,0018
$C_7$	-0,1850
C8	-19,74
C9	$19,\!55$
c <sub>10</sub>	0,0138
c <sub>11</sub>	1,839
c <sub>12</sub>	$0,\!5$

Tabella 5.4: Parametri modello Zhang calibrato

Come per gli altri modelli, per capire le differenze tra modello originale e ricalibrato si mettono a confronto i risultati.

In figura 5.11 e 5.12 si analizza la differenza del rapporto  $G_S/G_0$ . Si nota che si ha un notevole incremento dell' $R^2$  nel modello ricalibrato. Infatti il modello di Zhang sovrastimava le curve di decadimento per alti livelli deformativi.



Figura 5.11: Confronto Modello di Zhang e modello calibrato per rapporto  $G_S/G_0$ 



Figura 5.12: Modello ricalibrato, analisi degli scarti  $G_S/G_0$ 

Anche per i valori di smorzamento si ha un incremento di  $R^2$  da 0,44 a 0,61, Figura 5.13. Come già detto per alti valori di smorzamento vi è molta dispersione nei dati, Figura 5.14.

Terreni a Grana Fine



**Figura 5.13:** Confronto Modello di Zhang e modello calibrato per smorzamento D



Figura 5.14: Modello ricalibrato, analisi degli scarti D

Si mettono a confronto le curve dei due modelli al variare dell'indice di plasticità e tensione di confinamento.

Dalle figure 5.15, 5.16 e 5.17 si nota che anche con questo modello l'influenza della variazione di tensione di confinamento per un fissato valore di IP è trascurabile. Non sono state plottate curve con IP inferiore in 10 in quanto nel database non sono presenti molte prove di riferimento per questi valori di IP e anche perchè con indice di plasticità prossimi a zero si passa da materiali a grana fine a materiali argillosi per i quali tale modello non è attendibile.



**Figura 5.15:** Curve di decadimento e smorzamento al variare dei parametri (configurazione 1)

Rispetto al modello di Darendeli qui si ha una maggiore vicinanza delle curve soprattutto per alti valori di smorzamento. Si nota anche che le curve si smorzamento del modello calibrati sono tutte più alte rispetto al modello di Zhang.





**Figura 5.16:** Curve di decadimento e smorzamento al variare dei parametri (configurazione 2)



**Figura 5.17:** Curve di decadimento e smorzamento al variare dei parametri (configurazione 3)

Sovrapponendo le curve del modello ai dati sperimentali per un range

di valori riportati in figura 5.18 se ne evince una buona approssimazione soprattutto per medi livelli deformativi.



Figura 5.18: Curve del modello con dati sperimentali

#### 5.4 Modello di Vardanega e Bolton (2013)

Vardanega e Bolton [5] hanno sviluppato un modello di regressione basato su un database di 67 prove ottenute da studi precedenti. L'equazione di base è sempre la medesima:

$$\frac{G_S}{G_0} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\gamma_c}{\gamma_r}\right)^{\alpha}} \tag{5.15}$$

Il valore di  $\gamma_r$  è calcolato come segue, con i valori di PI in percentuale.

$$\gamma_r = d_1 P I \tag{5.16}$$

Il parametro  $\alpha$ si otti<br/>ene riscrivendo l'equazione 3.14 nel seguente modo:

$$\left(\frac{G_S}{G_0} - 1\right) = \alpha \log\left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right) \tag{5.17}$$

con  $\alpha = 0.943$  e  $d_1 = 0.0037$ .

Per Vardanega e Bolton non c'è un modello per il calcolo delle curve di smorzamento per cui ci si limita alla sola analisi delle curve di decadimento del modulo di taglio.

#### 5.4.1 Calibrazione modello e confronto

Calibrando i parametri del modello si ottiene con  $\alpha = 1,0341$  e  $d_1 = 0,0035$ , valori molto vicini a quelli di partenza.

Questa taratura dei parametri porta però a un miglior fitting dei dati sperimentali facendo passare l' $R^2$  da 0,90 a 0,95. Anche gli scarti son per lo più compresi tra  $\pm$  0,3 con eccezione di un paio di prove.



**Figura 5.19:** Confronto Modello di Vardanega e modello calibrato per rapporto  $G_S/G_0$ 



Figura 5.20: Modello ricalibrato, analisi degli scarti  $G_S/G_0$ 

Nelle curve del modello non c'è una dipendenza dalla tensione di confinamento in quanto il  $\gamma_r$  dipende solo dall'indice di plasticità. Questo non risulta essere un grosso problema perchè, come si è visto in precedenza, anche quando c'era la dipendenza dalla  $\sigma'_m$  questa era trascurabile. Si mettono a confronto le curve del modello calibrato con quello originale facendo variare l'indice di plasticità.

Anche in queste figure di confronto si nota che all'aumentare dell'indice di plasticità le curve tendono a salire.



Figura 5.21: Curve di decadimento e smorzamento al variare dei parametri

Confrontando il modello calibrato con i dati sperimentali si nota anche qui una buona approssimazione avendo quasi tutti i punti nell'intorno di  $\pm \sigma$ .


Figura 5.22: Curve del modello con dati sperimentali

#### 5.5 Confronto dei modelli

Fino ad ora si sono visti i modelli in modo separato. In questo paragrafo si cerca di metterli insieme a confronto per cercare di capirne le differenze e come questi approssimano i dati sperimentali.

In figura 5.23 sono messi a confronti i modelli per un IP = 15% e  $\sigma'_m = 200kPa$ . Per le curve di decadimento i modelli danno risultati molto simili anche se nessuno riesce a prendere bene la soglia di linearità. Per valori medi di deformazione i modelli di Zhang e Vardanega danno risultati più vicini ai dati sperimentali. Anche per le curve di smorzamento i modelli hanno risultati molto simili con eccezione per grandi valori di deformazione dove il modello di Zhang sottostima lo smorzamento.



**Figura 5.23:** Modelli a confronto con dati sperimentali (configurazione 1)



**Figura 5.24:** Modelli a confronto con dati sperimentali (configurazione 2)

Cambiando configurazione con IP = 40% e  $\sigma'_m = 200kPa$  si possono fare le medesime considerazioni vedendo che all'aumentare dell'indice di plasticità le curve tendono a salire così come si vede in figura 5.24. In definitiva, per quando riguarda le curve di riduzione del modulo si arriva a valori di  $R^2$  nell'intorno di 0,95 per tutti i modelli. Solo il modello di Zhang approssima leggermente meglio i dati sperimentali a disposizione con un  $R^2$  di 0,97. Questa migliore risposta del modello può essere dovuta al fatto che il coefficiente di curvatura non è costante ma è direttamente proporzionale all'indice di plasticità. Questa dipendenza dall'indice di plasticità compare anche nell'esponente associato alla tensione di confinamento ma come si è visto questo parametro ha una influenza trascurabile in tutti i modelli.

Anche per le curve di smorzamento i modelli danno risultati molto simili con un maggiore incremento nel modello calibrato di Zhang rispetto al modello di partenza.

## 6 Ottimizzazione Modelli

I modelli di regressione visti si basano su delle relazioni empiriche ottenute da database di prove di laboratorio. In particolare le curve di decadimento sono ottenute tramite la seguente relazione:

$$\frac{G_S}{G_0} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\gamma_c}{\gamma_r}\right)^{\alpha}} \tag{6.1}$$

Questa equazione è in funzione della gamma di riferimento e del coefficiente di curvatura. Questi parametri dipendono dalle caratteristiche del materiale.

A questo punto di cerca di trovare quali siamo le migliori relazioni per  $\gamma_r$  e  $\alpha$  al fine ti ottimizzare il modello, cioè avere delle curve di decadimento molto vicine a quelle trovate sperimentalmente.

Per far ciò si ricorre nuovamente ad una analisi ai minimi quadrati. Si parte dai dati di  $G_S/G_0$  e  $\gamma_c$  noti dalle prove di laboratorio. La relazione 6.1 si può riscrivere nel seguente modo:

$$\frac{G_S}{G_0} - 1 = \left(\frac{\gamma_c}{\gamma_r}\right)^{\alpha} \tag{6.2}$$

Ora, si minimizza questa relazione secondo una forma potenza del tipo  $Y = aX^b$ .

L'analisi restituisce i coefficienti a e b che minimizzano la funzione. Da questi si possono trovare  $\gamma_r$  e  $\alpha$  con la 6.3 e 6.4

$$\alpha = a \tag{6.3}$$

$$\gamma_r = b^{-\frac{1}{a}} \tag{6.4}$$

Si hanno ora i valori di  $\gamma_r \in \alpha$  che ottimizzano il modello.

Si analizzano ora in modo separato i terreni a grana grossa e i terreni a grana fine al fine di ottimizzare le relazioni parametriche dei modelli.

### 6.1 Terreni a grana grossa

Partendo dal database di prove dei terreni a grana grossa, si cerca di trovare una relazione che metta  $\gamma_r \in \alpha$  in funzione delle caratteristiche del terreno. In particolare il coefficiente di uniformità e la tensione di confinamento.

In figura 6.1 e 6.2 vengono messi in relazione i valori del coefficiente di curvatura con la tensione di riferimento e il coefficiente di uniformità. Dopo varie analisi si è concluso che non c'è una significativa dipendenza con la tensione di confinamento, infatti come riportato in figura, quasi tutti i valori sono compresi tra il valore medio  $\pm$  la deviazione standard. Per quanto riguarda la relazione di  $\alpha$  con il coefficiente  $C_U$  la miglior funzione che li mette in relazione è la funzione potenza riportata in figura con un  $R^2 = 0.56$ .



Figura 6.1: Effetti dei parametri sul coefficiente di curvatura

Invece in figura 6.3 e 6.4 viene riportata la dipendenza dei parametri col la deformazione di riferimento  $\gamma_r$ . Anche in questo caso l'influenza della tensione di confinamento è trascurabile mentre la miglior funzione che mette in relazione  $\gamma_r$  con  $C_U$  è anche in questo caso una funzione potenza con equazione riportata in figura.



Figura 6.2: Effetti dei parametri sul coefficiente di curvatura



Figura 6.3: Effetti dei parametri sulla deformazione di riferimento

Ottimizzazione Modelli



Figura 6.4: Effetti dei parametri sul coefficiente di curvatura

Queste nuove equazioni ottenute sono ovviamente influenzate dai dati analizzati che, come detto in precedenza, racchiudono solo 25 prove. In particolare le funzioni interpolanti ottenute sono influenzate dai valori di coda che sono molto dispersi.

Di conseguenza queste relazioni ottimizzano i dati del database analizzato ma potrebbero non avere una valenza generale. Usando quindi i nuovi valori di  $\gamma_r$  e  $\alpha$  per la determinazione delle curve di decadimento si ha un incremento dell' $R^2$  da 0,90 a 0,91.

### 6.2 Terreni a grana fine

Anche per i terreni a grana fine si cerca di trovare delle relazioni che leghino  $\gamma_r$  e  $\alpha$  con le caratteristiche dei materiali che in questo caso sono la tensione di confinamento e l'indice di plasticità.

In figura 6.5 e 6.6 si plottano i valori di  $\alpha$  con i valori di IP e  $\sigma'_m$ rispettivamente. Si nota in entrambi i casi che i dati non sono correlati, infatti quasi tutti i punti ricadono dentro l'intervallo del valore medio  $\pm \sigma$ . Dunque come valore rappresentativo di  $\alpha$  si può considerare il valore medio pari a 1,0411.



Figura 6.5: Effetti dell'indice di plasticità sul coefficiente di curvatura



Figura 6.6: Effetti della tensione di confinamento sul coefficiente di curvatura

Ora si cerca di trovare una relazione che leghi  $\gamma_r$  con IP e  $\sigma'_m$ . In figura 6.8 e 6.7 sono plottai i risultati. Per quanto riguarda la tensione di confinamento si possono fare le medesime considerazioni fatte con  $\alpha$  in quanto i valori non sono correlati. Si trovano invece diverse correlazioni che legano la deformazione di riferimento con l'indice di plasticità. Si nota che l'equazione che meglio approssima i dati è un polinomio di secondo grado con equazione riportata in figura con un  $\mathbb{R}^2$  pari a circa 0,63.



Figura 6.7: Effetti della tensione di confinamento sulla deformazione di riferimento

Ottimizzazione Modelli



**Figura 6.8:** Effetti dell'indice di plasticità sulla deformazione di riferimento

Queste curve di tendenza sono però fortemente influenzate dai valori estremi che sono ridotti. Per convalidare o meno questa nuova relazione si dovrebbe confrontare la curva di tendenza con valori riferiti a IP superiori a 140.

Si è trovato in bibliografia un piccolo database di prove per alti indici di plasticità [22]. In particolare il database si basa su 10 prove di colonna risonante e prove triassiali cicliche effettuate per vari valori di tensione di confinamento su campioni prelevati nela zona di Mexico City valley. Gli indici di plasticità variano da 50 a 288%. Sovrapponendo questi nuovi valori al grafico in figura 6.8 si nota che il polinomio di secondo grado che prima bene approssimava i dati perde di validità per valori alti di IP, vedi figura 6.9.



**Figura 6.9:** Effetti dell'indice di plasticità sulla deformazione di riferimento

Cercando una nuova linea di tendenza si conclude che l'equazione che meglio approssima i dati è una retta di equazione riportata in figura 6.10. Questo è anche in linea con le relazioni usate nei modelli precedentemente visti. Usando queste nuove relazioni si ottiene una ottimizzazione del modello che porta a un fitting con un  $R^2$  pari a 0,9667.



**Figura 6.10:** Effetti dell'indice di plasticità sulla deformazione di riferimento

# 7 Conclusioni

Questa tesi è partita con lo scopo di confrontare dei dati sperimentali derivati da prove cicliche e dinamiche di laboratorio con dei modelli empirici presenti in letteratura per la determinazione curve di decadimento del modulo di rigidezza e del rapporto di smorzamento. Si sono così unificati in due database, uno per i terreni a grana grossa e uno per quelli a grana fine, i dati derivati da prove come la colonna risonante o prove di taglio torsionale ciclico di varie Università Italiane tra cui, le principali, sono state l'Università di Firenze con l'archivio pubblico sviluppato da Facciorusso [1] e il Politecnico di Torino con le prove sviluppate nel laboratorio di Geotecnica dal 1999 ad oggi [17]. Questi modelli sono stati sviluppati dai loro autori sulla base di database di prove cicliche e dinamiche effettuate in vari siti. Ad esempio il modello di Darendeli 2, che analizza terreni a grana fine, ha utilizzato un set di prove effettuate nel Nord California, Sud Carolina e Taiwan mentre il modello di Menq [3] ha usato delle prove effettuate su dei campioni prelevati in Idaho che per lo più sono terreni a grana grossa.

#### Conclusioni

In questa tesi sono stati implementati questi modelli sui risultati di prove effettuate su campioni prelevati in territorio Italiano. Questa diversificazione dei terreni analizzati fa cambiare il modo il cui i modelli approssimano i dati sperimentali a disposizione. Per questo motivo i modelli sono stati calibrati tramite l'utilizzo di Matlab al fine di cogliere al meglio i dati derivanti dalle prove di laboratorio. Per definire le capacità predittive di questi modelli si è usato l'indice R quadro che misura quanta differenza c'è tra i valori osservati sperimentalmente e i valori che il modello ha stimato. Tramite questo indice di bontà di adattamento si è potuto osservare come la calibrazione dei modelli ha portato in tutti i casi a un miglioramento. Ad esempio, le curve di decadimento del modulo di rigidezza con il modello di Zhang 4 sono passate da un R quadro di 0,90 per il modello originale a un R quadro di 0,97 per il modello calibrato portando ad essere tale modello quello che meglio approssima i dati analizzati. Per le curve del rapporto di smorzamento i valori più alti di R quadro sono stati 0,62 per i terreni a grana fine con il modello di Darendeli [2] e 0,7 per i terreni a grana grossa con il modello di Menq [3]. Sono valori più bassi rispetto alle curve di  $G/G_0$  data l'alta dispersione dello smorzamento per alti livelli deformativi. In tutte le curve del rapporto di smorzamento si è notato un incremento dello smorzamento a piccole deformazioni traslando tutte le curve in alto rispetto ai modelli di partenza.

#### Conclusioni

Un altro aspetto importante che si è osservato andando a calibrare i modelli è la scarsa influenza della tensione di confinamento nel calcolo delle curve portando l'indice di plasticità e il coefficiente di uniformità ad essere i parametri da cui maggiormente dipendono le definizioni delle curve rispettivamente per i terreni a grana fine e a grana grossa. Si è poi cercato di modificare le relazioni che legano i parametri del terreno nei modelli al fine di ottimizzare la definizione delle curve  $G/G_0$ . Per i terreni a grana fine si è confermato che c'è una dipendenza direttamente proporzionale con l'indice di plasticità così come proposta dai modelli empirici studiati. Anche nei terreni a grana fine si è confermata una dipendenza dal coefficiente di uniformità con una funzione potenza e si è evidenziata anche la scarsa influenza della tensione di confinamento in entrambe le tipologie di terreno. Questo processo di ottimizzazione ha portato comunque ad un altro piccolo miglioramento della bontà di adattamento dei modelli.

## 7 Bibliografia

- Facciorusso J. (2020). An archive of data from resonant column and cyclic torsional shear test performed on Italian clay. Erthquake Spectra. DOI: 10.1177/8755293020936692 (cit. alle pp. ii, iv, 20, 73).
- [2] Darendeli M.B. (2001). Development of a new family of normalized modulus reduction and material damping curves. Tesi di dottorato, Politecnico di Torino (cit. alle pp. ii, iv, 3, 26, 41–43, 73, 74).
- [3] Jianfeng Zhang, Ronald D. Andrus, C. Hsein Juang (2005). Normalized Shear Modulus and Material Damping Ratio Relationships. J. Geotech. Geoenviron. Eng., 2005, 131(4): 453-464 (cit. alle pp. ii, iv, 3, 26, 29–31, 73, 74).
- [4] Menq Farn-Yuh, B.S., M.S. (2003). Dynamic Properties of Sandy and Gravelly Soils. Ph.D. Dissertation, The University of Texas at Austin (cit. alle pp. 3, 49, 51, 74).
- [5] P. J. Vardanega, M.ASCE1, M. D. Bolton (2013). Stiffness of Clays and Silts: Normalizing Shear Modulus and Shear Strain.
  J. Geotech. Geoenviron. Eng., 2013, 139(9): 1575-1589 (cit. alle pp. 3, 57).
- [6] Foti S. (2015-2016). Dispense del corso di Geotecnica Sismica. Corso di Ingegneria Civile, Politecnico di Torino (cit. alle pp. 5, 13).

- [7] Lanzo G., F. Silvestri (1999). *Risposta sismica locale. Teoria ed esperienze.* Hevelius (cit. a p. 6).
- [8] Dobry R., Ladd R.S., Yokel F.Y., Chung R.M., Powell D. (1982). Prediction of Pore Water Pressure Buildup and Liquefaction of Sands During Earthquakes by the Cyclic Strain Method. Vol 138. National Bureau of Standards, Gaithersburg, MD (cit. a p. 7).
- [9] Lo Presti DC. (1989). *Proprietà dinamiche dei terreni*. XIV CGT, Torino. Politecnico di Torino (cit. a p. 7).
- [10] Vucetic M. (1992). Soil properties and seismic response. Proceedings 10th world conference on earthquake engineering (cit. alle pp. 7, 8).
- [11] Crespellani T., Facciorusso J. (2010). Dinamica dei terreni per applicazioni sismiche. Dario Flaccovio editore (cit. alle pp. 8, 15, 16).
- [12] Isenhower, W.M. (1979). Torsional simple shear-resonant column properties of San Francisco Bay mud. Thesis, The University of Texas at Austin, Austin, Tex. (Cit. a p. 9).
- [13] ASTM International (2007) ASTM D4015 07. Standard Test Methods for Modulus and Damping of Soils by Resonant-Column Method. ASTM International, West Conshohocken, PA (cit. a p. 9).
- [14] Lancellotta R. (2012). Geotecnica. Quarta edizione, Zanichelli (cit. alle pp. 10, 11).
- [15] Pallara O. (1995). Comportamento sforzi-deformazioni di due sabbie soggette a sollecitazioni monotone e cicliche. Ph.D.
   Dissertation, The University of Texas at Austin (cit. a p. 11).
- [16] Ishihara K. (1996). Soil Behaviour in Earthquake Geotechnics.Oxford Engineering Science Series (cit. a p. 12).

- [17] Livio C. (2020). Risposta dei terreni a carichi ciclici: implementazione di un database di prove di laboratorio. Tesi di Laurea Magistrale, Politecnico di Torino (cit. alle pp. 14, 20, 73).
- [18] Lanzo G. (2012). Caratterizzazione geotecnica dei terreni sotto azioni dinamiche con prove in sito ed in laboratorio, Fondamenti di Dinamica dei Terreni. Piacenza Expo, Geofluid Drilling Foundations (cit. a p. 16).
- [19] Coppetta I. (2019). Analisi aggregata delle prove eseguite per la microzonazione sismica dei comuni del centro Italia colpiti dagli eventi sismici del 2016. Tesi di Laurea Magistrale, Politecnico di Torino (cit. a p. 19).
- [20] Ciancimino A., Lanzo G., Alleanza G.A., Amoroso S., Bardotti R., Biondi G., Cascone E., Castelli F., Di Giulio A., d'Onofrio A., Foti S., Madiai C., Vessia G. (2019). Dynamic characterization of fine-grained soils in Central Italy by laboratory testing. Bulletin of Earthquake Engineering. DOI: 10.1109/ICSENS. 2016.7808712 (cit. a p. 31).
- [21] Kishida T., P.E., M.ASCE1. (2017). Comparison and Correction of Modulus Reduction Models for Clays and Silts. J. Geotech. Geoenviron. Eng., 2017, 143(4): 04016110 (cit. a p. 50).
- [22] Mayoral J.M., Castanon E., Alcantara L., Tepalcapa S. (2016). Seismic response characterization of high plasticity clays. Soil Dynamics and Earthquake Engineering 84 (2016) 174–189 (cit. a p. 71).