



**Politecnico
di Torino**

Politecnico di Torino

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

A.a. 2020/2021

Sessione di Laurea ottobre 2021

**Studio comparativo di un modello di
contatto ruota-terreno per una
trattrice agricola in ambiente
multibody**

Relatori:

Prof. Somà Aurelio
Ing. Mocera Francesco

Candidati:

Costamagna Matteo

L'impiego dei software multibody è al giorno d'oggi largamente diffuso ed imprescindibile in tutti i campi ingegneristici, compresa la modellizzazione e progettazione di mezzi agricoli. Nel presente elaborato si è sviluppato un modello semplificato di una trattoria agricola di media taglia al fine di poterne studiare il comportamento dinamico in diverse condizioni operative.

Particolare attenzione è stata data alla modellazione del contatto ruota-terreno. Si tratta di un aspetto critico, poiché include la presenza di elementi deformabili (pneumatici) o cedevoli (terreno) in software che nascono tipicamente per la modellazione di sistemi meccanici a corpi rigidi.

Nell'elaborato vengono presentati tre diversi modelli di contatto: una soluzione semplificata e priva di sistemi di sospensione e smorzamento, una in grado di rappresentare la deformabilità della ruota in modo semplificato ed infine un modello di contatto che tenga conto sia della deformabilità della ruota che della cedevolezza del terreno.

Nonostante l'obiettivo di rappresentare elementi deformabili, anche quest'ultima strategia utilizza solamente corpi rigidi senza dover introdurre degli elementi flessibili, permettendo un significativo risparmio in termini di costo computazionale delle simulazioni rispetto ad altre soluzioni che si potrebbero adottare.

Il modello di trattoria sviluppato è stato utilizzato in diversi tipi di test comprendenti una serie di ostacoli da superare. I risultati ottenuti con i tre approcci proposti per la modellazione del contatto ruota-terreno sono stati confrontati in rapporto ai tempi di calcolo richiesti.

Sommario

1.	Software multibody e loro utilizzi nel campo di trattori agricoli	1
1.1.	Introduzione ai codici multibody	1
1.2.	Panoramica utilizzi in campo agricolo	2
1.2.1.	Analisi di stabilità statica e dinamica	3
1.2.2.	Determinazione dei carichi	6
1.2.3.	Studio interazione ruota-terreno	7
2.	Descrizione del modello multibody sviluppato	9
2.1.	Definizione delle parti	9
2.1.1.	Motore	11
2.1.2.	Telaio	11
2.1.3.	Cabina	14
2.1.4.	Ruote posteriori	15
2.1.5.	Ruote anteriori	16
2.1.6.	Modello completo	17
2.2.	Definizione dei vincoli	18
2.3.	Parametrizzazione	22
2.4.	Sterzo	24
2.5.	Controllo della coppia	27
2.6.	Forza di contatto ruota terreno, prima approssimazione	31
2.7.	Tipologia di test	34
2.8.	Risultati	35
3.	Modello multibody con introduzione della deformabilità equivalente della ruota	40
3.1.	Deformabilità della ruota equivalente	40
3.1.1.	Ruote posteriori	40
3.1.2.	Ruote anteriori	42
3.2.	Risultati	44
4.	Modello multibody completo	49
4.1.	Deformabilità della ruota	49
4.2.	Cedevolezza del terreno	53
4.2.1.	Modello di lavoro semplificato	53
4.2.2.	Modello Wong-Reece	54
4.2.3.	Componente normale della forza di contatto cilindri-terreno	64
4.3.	Modello di attrito pneumatico-terreno	69
4.3.1.	Effetto dello slittamento μ_i	70

4.3.2.	Effetto dell'affondamento μ_s	72
4.3.3.	Direzione della forza di attrito F_a	77
4.3.4.	Comportamento in frenata.....	78
4.3.5.	Componente laterale della forza di attrito	79
4.4.	Risultati.....	81
4.4.1.	Risultati al variare delle condizioni di cedevolezza e deformabilità.....	81
4.4.2.	Risultati dei 4 test principali.....	87
5.	Confronto dei risultati ottenuti e conclusioni	91
6.	Appendici	94
6.1.	Matlab Codice1.....	94
6.2.	Matlab Codice2.....	98
6.3.	Matlab Codice3.....	101
7.	Bibliografia.....	103

1. Software multibody e loro utilizzi nel campo di trattori agricoli

1.1. Introduzione ai codici multibody

I software multibody sono una famiglia di programmi ampiamente utilizzati in campo ingegneristico con l'obiettivo di simulare dei sistemi meccanici. Tali software nascono specificatamente per rappresentare sistemi meccanici composti da corpi rigidi e solo successivamente, per poter estendere il loro campo di applicazione, si è introdotta la possibilità di utilizzare corpi flessibili.

Secondo un approccio a parametri concentrati, i corpi rigidi costituenti il sistema meccanico sono collegati tra loro tramite vincoli, che limitano i loro gradi di libertà relativi, ed opportuni elementi che introducono rigidità e smorzamenti. Sui corpi possono poi essere applicate delle forze o momenti esterni.

Ogni software multibody contiene tipicamente tre ambienti:

- **Pre-processor:** ambiente tridimensionale dove si può costruire il modello del sistema meccanico in esame.
- **Solutore:** permette la risoluzione delle equazioni algebriche e differenziali della simulazione lanciata.
- **Post-processor:** espone i risultati calcolati dal solutore, permette di esportarli in formato numerico e di osservare un'animazione grafica della simulazione.

I software multibody permettono di studiare non solo la cinematica (come i software di animazione 3D) ma anche la dinamica di un sistema meccanico. Permettono di effettuare delle previsioni di movimento, indagini statiche o quasi statiche, stimare i carichi nei punti critici di una struttura, ottimizzare i parametri di progetto. Inoltre, si possono inserire all'interno di co-simulazioni con altri programmi, secondo un approccio multiphysics. Si può, per esempio, simulare la cinematica e i carichi su un sistema meccanico con un software multibody e parallelamente utilizzare un software FEM per il calcolo accurato delle tensioni e deformazioni di un componente.

A differenza infatti dei programmi FEM, i codici multibody sono particolarmente indicati quando si vogliono studiare ampi spostamenti dei corpi costituenti il sistema meccanico (oltre che per l'analisi di fenomeni non lineari).

Più nello specifico ogni codice multibody permette di effettuare diverse tipologie di simulazioni:

- **Analisi statica:** calcola una posizione di equilibrio del sistema in assenza di moto e di forze inerziali. L'analisi viene effettuata a partire dalle condizioni iniziali del sistema e richiede la soluzione di equazioni solamente algebriche.
- **Analisi quasi-statica:** consiste in un insieme di analisi statiche effettuate per diverse condizioni del sistema che evolve nel tempo.
- **Analisi cinematica:** è un'analisi dinamica effettuata su un sistema avente zero gradi di libertà. In altre parole, si tratta di risolvere un problema di dinamica inversa, in cui si impone il moto del sistema e si determinano le forze in gioco.

- **Analisi dinamica:** permette di determinare l'evoluzione temporale del sistema a partire dalle condizioni iniziali e in funzione delle forze esterne applicate.
- **Analisi lineare:** determina gli autovalori (che saranno funzione del tempo) del sistema in esame.

Come tutti i programmi finalizzati alla simulazione virtuale del comportamento di un sistema, l'utilizzo dei software multibody permette un considerevole, ed indispensabile, abbattimento dei costi e dei tempi di produzione, permettendo di ridurre le prove sperimentali richieste e facilitare la progettazione.

Per le caratteristiche riportate, questa tipologia di programmi trova dunque ampio utilizzo in vari settori dell'ingegneria, ad esempio: robotica, automazione, settore automobilistico, veicoli cingolati, macchine agricole, biomeccanica, trasporto ferroviario, eolico

Tra i principali codici multibody commerciali si ricordano: MSC Adams, Simpack, Dytran, Madymo, Gensys, Nucars, Vampire.

Nel presente lavoro di tesi si è impiegato il software MSC Adams View per la modellazione e lo studio di un tipico trattore agricolo. Si è quindi innanzitutto effettuata un'approfondita ricerca bibliografica riguardante lo stato dell'arte dell'uso di modelli multibody di trattori agricoli, i cui risultati sono riportati al paragrafo seguente.

1.2. Panoramica utilizzi in campo agricolo

Tra i principali settori di impiego dei codici multibody vi è indubbiamente quello automobilistico. Tuttavia, essi possono essere utilizzati per simulare non solamente il comportamento di autovetture su strada ma anche quello di trattatrici agricole durante il loro lavoro. L'impiego di questi software è al giorno d'oggi largamente diffuso ed imprescindibile nelle realtà industriali e presenti, seppure in misura minore, anche in numerosi articoli scientifici pubblicati.

Effettuando una ricerca bibliografica sugli articoli scientifici inerenti l'applicazione dei software multibody in campo agricolo, è stato possibile classificarli in funzione di una serie di principali finalità con cui i codici multibody sono stati utilizzati.

Nei paragrafi seguenti si riassumono brevemente gli impieghi e le potenzialità dell'utilizzo di software multibody riscontrati negli articoli esaminati.

1.2.1. Analisi di stabilità statica e dinamica

Nonostante i significativi miglioramenti tecnologici e riguardanti la sicurezza in campo agricolo negli ultimi decenni, ancora oggi si verificano decine di incidenti mortali ogni anno.

Nel report¹ del 2018 dell'INAIL (Istituto Nazionale per l'Assicurazione contro gli Infortuni sul Lavoro) si osserva che la principale causa dei 312 decessi avvenuti nel comparto agricolo nel quinquennio 2011-2015 è stata la “perdita di controllo di macchine/mezzi agricoli” (essenzialmente ribaltamenti del mezzo), responsabile del 49% degli incidenti mortali. Sempre in tale report è contenuta l'informazione che il mezzo di cui si perde il controllo è nel 75% il trattore, per cui si può concludere che circa il 37% degli incidenti mortali in esame è stato provocato dalla perdita di controllo del trattore, pari quindi a più di 20 morti all'anno in Italia.

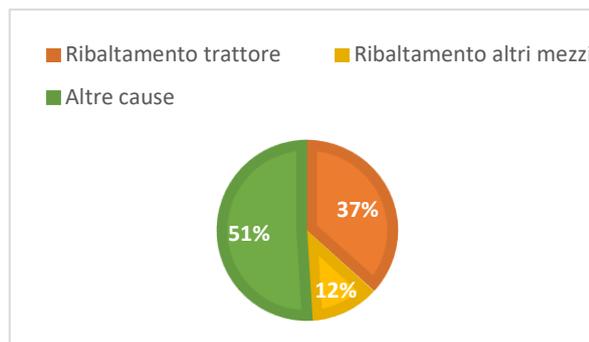


Figura 1, cause di incidenti mortali nel comparto agricolo

Da questi dati emerge l'importanza di simulare il comportamento dinamico del trattore, per poter prevedere, e prevenire, il fenomeno del ribaltamento.

In letteratura sono presenti numerosi articoli scientifici a riguardo, aventi l'obiettivo di studiare la stabilità del trattore in condizioni statiche o dinamiche.

M. N. Lysych nel suo articolo “A study of the static lateral stability of a tillage machine-tractor unit on a virtual stand”² propone un modello di un trattore sviluppato tramite il software Solidworks. Dei principali componenti dinamici del trattore (ruote, sospensioni e sistemi di attacco per macchine agricole) vengono modellate accuratamente anche le proprietà inerziali, mentre i restanti componenti del mezzo l'autore ipotizza che possano essere sostituiti da una sfera, le cui dimensioni, massa e posizione sono calibrate in

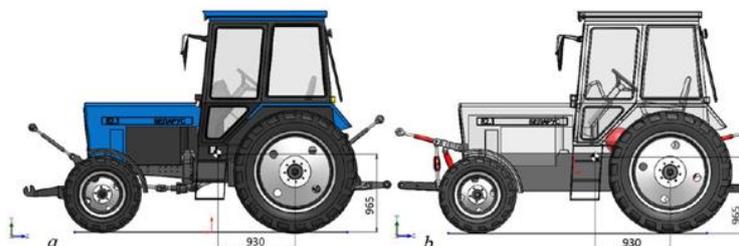


Figure 1. Simulation model of the MTZ-82.1 tractor:
(a) – detailed model; (b) – simplified model.

Figura 2, modello multibody di un trattore agricolo sviluppato in Solidworks²

¹ A. Guglielmi, M. Pellicci, D. De Santis, Gruppo Regionale Agricoltura, A. Di Pietro, “Gli infortuni mortali in agricoltura”, scheda 12, 2018 (https://www.inail.it/cs/internet/docs/alg-informo-gli-infortuni-mortali-agricoltura_6443124234744.pdf)

² M N Lysych, “A study of the static lateral stability of a tillage machine-tractor unit on a virtual stand”, 2020 J. Phys.: Conf. Ser. 1515 042033

modo tale da determinare un baricentro del mezzo coincidente con quello del trattore reale, come illustrato alla Figura 2.



Figure 5. The moment of rollover of the MTZ-82 tractor: (a) – at the stationary stand of Kuban machine testing station; (b) – on a virtual stand.

Figura 3, studio del ribaltamento laterale del trattore reale e del suo modello multibody²

Modellando poi il contatto ruota-terreno con i parametri gomma-acciaio dell'oggetto già presente nella libreria di Solidworks e ponendo il trattore su una piattaforma il cui angolo di inclinazione laterale è variabile, l'autore studia l'angolo laterale di ribaltamento statico previsto dal modello sviluppato e lo confronta con i risultati ottenuti sperimentalmente (Figura 3). La verifica della coerenza dei risultati ottenuti

viene effettuata per quattro diverse configurazioni del trattore, montando delle attrezzature frontalmente e/o posteriormente.

Lo stesso modello così sviluppato è stato utilizzato dall'autore anche in un'altra sua pubblicazione dal titolo "Study driving dynamics of the machine-tractor unit on a virtual stand with obstacles"³, in cui viene studiato il comportamento del trattore in moto.

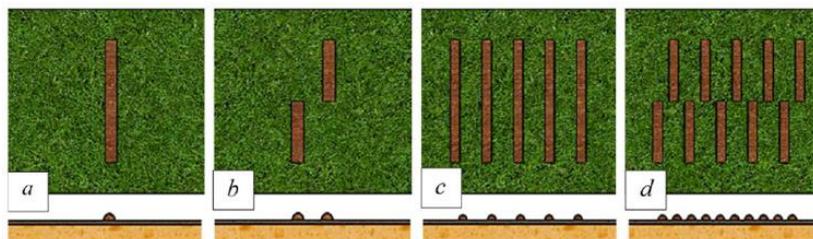


Figura 4, tipologia di ostacoli³

Le simulazioni dinamiche sono condotte sul software Solidworks Motion e i parametri di contatto ruota-terreno rimangono quelli già implementati per il contatto gomma-acciaio con la sola modifica, da parte dell'autore, dei coefficienti di attrito statico e dinamico.

Gli ostacoli presenti sul terreno vengono simulati tramite dei semicilindri, in quattro differenti disposizioni come rappresentato nella Figura 4. In questo lavoro l'autore conclude che il superamento di gruppi di ostacoli alternati rappresenta la condizione più critica per l'avanzare del mezzo.

³ M N Lysych 2020 J. Phys.: Conf. Ser. 1515 042079

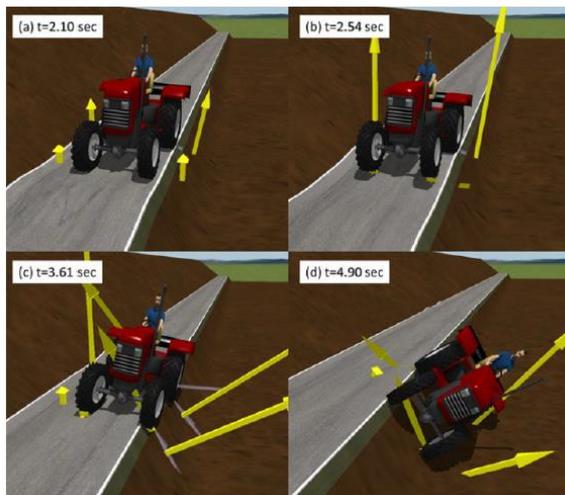


Figura 5, dinamica del ribaltamento laterale di un trattore in seguito all'urto con un ostacolo⁴

Analisi simili sono state condotte anche da altri ricercatori per mezzo di altri codici multibody. Masahisa Watanabe e Kenshi Sakai nel loro articolo “*Numerical Analysis of Tractor Accidents using Driving Simulator for Autonomous Driving Tractor*”⁴ hanno studiato il comportamento di un trattore che deve percorrere una strada stretta su cui sono posti due ostacoli.

Il modello del trattore, avente più di 100 gradi di libertà, è realizzato sul software CarSim. Facendo viaggiare il trattore non esattamente al centro della strada si studiano le conseguenze dell’impatto con i due ostacoli (Figura 5), che provocano il ribaltamento del mezzo con possibili gravi conseguenze per l’operatore.

Uno studio maggiormente legato alle conseguenze del ribaltamento del trattore è stato condotto da S. Pascuzzi nell’articolo “*A multibody approach applied to the study of driver injuries due to a narrow-track wheeled tractor rollover*”⁵. L’autore modella il trattore tramite il software multibody Madymo e studia le conseguenze del suo ribaltamento su tre terreni di diversa cedevolezza, mettendo in luce l’importanza dei dispositivi ROPS (Roll-Over Protective Structure) per proteggere l’operatore.

⁴ Watanabe, Masahisa & Sakai, Kenshi. (2019). Numerical Analysis of Tractor Accidents using Driving Simulator for Autonomous Driving Tractor. ICMRE'19: Proceedings of the 5th International Conference on Mechatronics and Robotics Engineering. 10.1145/3314493.3314525.

⁵ Pascuzzi, S. (2015). A multibody approach applied to the study of driver injuries due to a narrow-track wheeled tractor rollover. Journal of Agricultural Engineering, 46(3), 105–114. <https://doi.org/10.4081/jae.2015.466>

1.2.2. Determinazione dei carichi

Come già riportato, i codici multibody possono essere utilizzati in co-simulazioni con software diversi specifici per altre funzioni. Una delle tipiche applicazioni è utilizzare un codice multibody per effettuare un'analisi cinematica e dinamica del sistema, finalizzata a ricavare l'andamento temporale dei carichi agenti sulla struttura in particolari punti critici. Tali reazioni possono poi essere passate a software specifici per il calcolo delle tensioni e deformazioni dei componenti, come i programmi FEM.

È questa, ad esempio, la strategia seguita nell'articolo "*Method Development to Virtually Validate Farm Tractor Skid for Front End Loader Application*"⁶ (Subbaiyan, P., Kumar, A., Mayur, J., Nizampatnam, B. et Al.) dove gli autori realizzano un modello di un trattore con pala caricatrice tramite il software MSC/Adams. I corpi rigidi costituenti il sistema sono collegati tramite vincoli e per modellare i collegamenti con bulloni delle parti del telaio vengono usati dei giunti flessibili (tramite elementi beam massless).

Il modello così realizzato viene utilizzato per simulare virtualmente dei test di pull-push della pala caricatrice, determinando le forze scaricate sul telaio. Di quest'ultimo componente gli autori dell'articolo citato realizzano un modello su Hypermesh, software per analisi agli elementi finiti. Grazie ai carichi individuati con l'analisi condotta sul modello multibody del trattore, è stato possibile effettuare una verifica strutturale del telaio, individuando i punti critici che presentavano maggiori deformazioni. Gli autori hanno poi confrontato le previsioni ottenute con questo approccio con dei risultati sperimentali, ottenendo una buona corrispondenza e dimostrando così la bontà della strategia seguita.

Un altro esempio di come un codice multibody possa essere utilizzato per prevedere e stimare dei carichi di interesse si può trovare nell'articolo "*Observation of load transfer from fully mounted plough to tractor wheels by analysis of three point hitch forces during ploughing*"⁷. In questo caso l'obiettivo degli autori è poter prevedere le forze tra terreno e ruote di un trattore durante le operazioni di aratura, allo scopo di ottimizzare la distribuzione

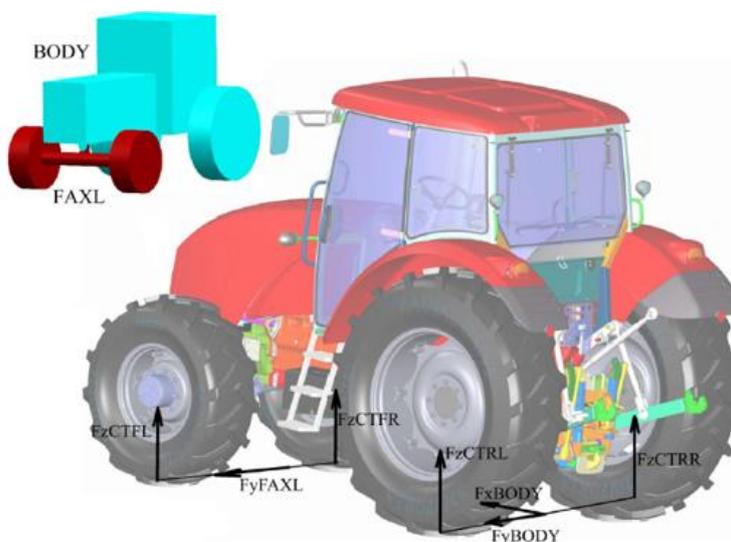


Figura 6, modello multibody del trattore e forze agenti sulle ruote⁷

⁶ Subbaiyan, P., Kumar, A., Mayur, J., Nizampatnam, B. et al., "Method Development to Virtually Validate Farm Tractor Skid for Front End Loader Application," SAE Technical Paper 2019-26-0080, 2019, <https://doi.org/10.4271/2019-26-0080>

⁷ Bauer, F. et al. "Observation of load transfer from fully mounted plough to tractor wheels by analysis of three point hitch forces during ploughing." Soil & Tillage Research 172 (2017): 69-78.

del carico per evitare problemi legati alla compressione del terreno.

Dopo aver individuato sperimentalmente le forze tra l'aratro ed il terreno ed averle introdotte in un modello multibody del trattore, gli autori sono così in grado di effettuare diverse simulazioni cambiando alcuni parametri strutturali del mezzo, per poter studiare il loro effetto sulla ripartizione dei carichi sulle quattro ruote.

1.2.3. Studio interazione ruota-terreno

I codici multibody nascono per modellare sistemi meccanici costituiti da corpi rigidi. Tuttavia, nello studio del comportamento di un trattore a lavoro è spesso necessario dover introdurre la cedevolezza del terreno o la deformabilità della ruota. Sono questi due aspetti molto critici della simulazione nei codici multibody che richiedono l'introduzione di elementi deformabili o l'attuazione di strategie alternative.

L'introduzione di un terreno cedevole comporta un notevole aumento del costo computazionale delle simulazioni, rendendo più difficile la realizzazione di un modello in grado di funzionare real-time. Nell'articolo "*Deformable Terrain Model for the Real-Time Multibody Simulation of a Tractor With a Hydraulically Driven Front-Loader*"⁸, gli autori sviluppano un modello MBD di un trattore per studiare il suo comportamento dinamico durante alcune operazioni di carico-scarico su un terreno cedevole. La cedevolezza del terreno viene ottenuta utilizzando un approccio grid-based unito ad un approccio particle-based. Con il primo il terreno viene suddiviso in un numero finito di celle, caratterizzate ciascuna da una posizione, un'altezza, una rigidità e delle proprietà tribologiche. Con l'approccio particle-based si introduce invece la possibilità che si distacchino delle particelle di terreno in seguito all'applicazione di forze di scorrimento da parte delle ruote.

Al trattore così modellato vengono fatte eseguire alcune manovre e operazioni di carico-scarico della sabbia costituente il terreno, per testarne l'effettiva capacità di lavorare real-time.

Lo studio dell'interazione ruota-terreno è anche determinante per stimare le perdite di energia tra la coppia motrice applicata all'asse e la trazione effettiva, che, come riportato nell'articolo "*Development of a tire-soil interaction model for agricultural tractors*"⁹ possono raggiungere anche il 50% delle perdite totali nel caso di terreni particolarmente cedevoli. In questo articolo in particolare vengono utilizzate le equazioni del modello di Brixius a Dugoff per modellare la rigidità delle ruote. Parametri come la forza e l'efficienza di trazione vengono poi monitorati dagli autori in simulazioni in cui il trattore segue un percorso con varie pendenze del terreno.

⁸ S. Jaiswal, P. Korkealaakso, R. Åman, J. Sopenan and A. Mikkola, "Deformable Terrain Model for the Real-Time Multibody Simulation of a Tractor With a Hydraulically Driven Front-Loader," in IEEE Access, vol. 7, pp. 172694-172708, 2019, doi: 10.1109/ACCESS.2019.2956164.

⁹ Lajunen, A. (2019). Development of a tire-soil interaction model for agricultural tractors. In LAND. TECHNIK AgEng 2019: 77th International Conference on Agricultural Engineering : the forum for agricultural engineering innovations

Per quanto riguarda la sola deformabilità della ruota, in letteratura si trovano diversi approcci possibili per prenderla in considerazione. Alcuni di essi sono riportati nell'articolo "*A study of a rover wheel for Martian explorations, based on a flexible multibody approach*"¹⁰ che confronta diverse soluzioni comparandone la precisione dei risultati ottenuti e il costo computazionale. L'articolo studia in particolare l'avanzare di una ruota di un rover su un terreno considerato indeformabile, ma gli approcci presentati possono essere estesi ed utilizzati anche per mezzi differenti.

La prima strategia seguita è quella di individuare quale dei componenti della ruota presentino le maggiori deformazioni sotto carico e modellare solamente questi come corpi flessibili, mantenendo corpi rigidi i restanti. Tale approccio richiede ridotte tolleranze nel solutore e grandi tempi macchina di simulazione.

Per ovviare a queste complicazioni, gli autori sviluppano anche una seconda strategia basata sull'introduzione di una serie di corpi rigidi sul perimetro della ruota, collegati tra loro tramite dei vincoli di tipo cerniera (Figura 7). Tarando opportunamente le rigidità traslazionali e rotazionali dei vincoli è possibile replicare in buona approssimazione il comportamento ottenuto con la prima soluzione, con tuttavia notevoli vantaggi dal punto di vista del costo computazionale.

Infine, la soluzione migliore dal punto di vista computazionale individuata dagli autori, consiste nell'introduzione di un solo bushing (campo di forze elastiche tridimensionale) tra la ruota e il mozzo. In questo caso, infatti, non dovendo introdurre ulteriori corpi rigidi e vincoli, la simulazione risulta più rapida, senza peraltro produrre risultati molto diversi da quelli ottenuti con i due approcci precedenti.

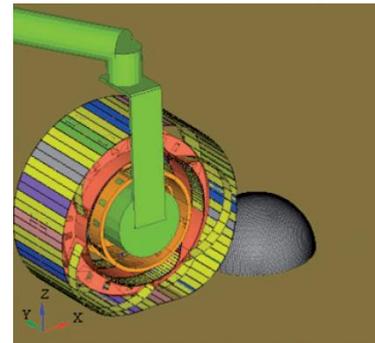


Figura 7, rappresentazione grafica della ruota del rover¹⁰

L'articolo "*Grousers Effect in Tracked Vehicle Multibody Dynamics with Deformable Terrain Contact Model*"¹¹ tratta invece il caso opposto, ovvero lo studio dell'affondamento di un corpo indeformabile in un terreno cedevole. Nell'articolo si studia l'interazione con il terreno di un veicolo cingolato, utilizzando le equazioni di Bekker per determinare la reazione normale e l'equazione di Janosi-Hanamoto per la forza di trazione. Introducendo dei corpi aggiuntivi nel modello del veicolo cingolato realizzato su MSC/Adams, è possibile ricavare real-time l'informazione riguardante l'affondamento del cingolo e, di conseguenza, poter ricavare le reazioni dal terreno. In questo modo, nonostante il terreno venga modellato come un corpo rigido, è possibile simulare un affondamento del cingolo e implementare una forza di trazione che non segua il modello coulombiano.

¹⁰ Sivo S, Stio A, Mocera F, Somà A. A study of a rover wheel for Martian explorations, based on a flexible multibody approach. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*. 2020;234(2):306-321. doi:10.1177/1464419319893489

¹¹ Mocera, F.; Somà, A.; Nicolini, A. Grousers Effect in Tracked Vehicle Multibody Dynamics with Deformable Terrain Contact Model. *Appl. Sci.* 2020, 10, 6581. <https://doi.org/10.3390/app10186581>

2. Descrizione del modello multibody sviluppato

Dopo aver presentato una panoramica dei principali usi dei modelli multibody in campo agricolo, nel presente capitolo verrà accuratamente descritto il modello di trattore sviluppato nel corso dell'elaborato finale.

Il lavoro è stato svolto attraverso l'uso del software multibody MSC/Adams View sviluppando ex-novo il modello.

2.1. Definizione delle parti

Non potendo essere in possesso di un elenco completo dei dati tecnici di uno specifico trattore, si è scelto di modellare un generico trattore di media taglia, sulla base di dimensioni e masse tipiche di questi mezzi e riportate nelle tabelle seguenti.

Dati dimensionali	
Grandezza	[mm]
Lunghezza veicolo	3400
Passo	1925
Larghezza veicolo	1536
Carreggiata	1216
Altezza totale	2100
Altezza da terra	326
Altezza al sedile	1300
Dimensione motore Diesel (L-W-H)	705x533x76
Pneumatici	320/70 R20

Tabella 1, dimensioni geometriche

Masse	
Grandezza	[kg]
Telaio	240
Assali	180
Cabina	150
Trasmissione	300
Motore ed elementi cofano	780
Ruote	200
Operatore e interno cabina	200
Massa distribuita telaio	200
Massa distribuita assali	150
MASSA TOTALE	2400

Tabella 2, masse dei componenti del trattore

Per modellare correttamente il trattore occorre individuare un insieme di parti di cui è costituito, definirne singolarmente le proprietà geometriche ed inerziali ed infine vincolarle adeguatamente.

Nel modello elaborato si è scelto di suddividere il mezzo nelle seguenti parti:

- Motore
- Telaio
- Cabina
- Ruote posteriori
- Ruota anteriore sinistra
- Ruota anteriore destra

Per modellare la geometria delle parti, il software Adams View mette a disposizione una serie di corpi rigidi (ad esempio cilindri, sfere, parallelepipedi) e alcune funzioni booleane utili per combinare questi corpi realizzando delle geometrie più complesse. Tale approccio risulta conveniente dal punto di vista computazionale rispetto alla creazione di diverse parti vincolate tra loro con dei fixed joint, poiché riduce il numero di equazioni di moto che il solutore deve risolvere durante le simulazioni.

Per quanto riguarda le proprietà inerziali, il software Adams View permette di procedere in 3 modi differenti:

1. Inserire manualmente la massa totale e il tensore delle inerzie completo
2. Inserire il tipo di materiale e lasciare ad Adams il calcolo delle proprietà inerziali sulla base della geometria
3. Inserire direttamente la densità e lasciare ad Adams il calcolo delle proprietà inerziali sulla base della geometria

La prima strategia risulta alquanto scomoda, sia perché richiede la conoscenza del tensore completo delle inerzie, sia perché non permette di parametrizzare rapidamente il modello. Infatti, il marker rappresentante la posizione del centro di massa e l'orientazione del tensore di inerzia non risulterebbe collegato alla posizione nello spazio della geometria, obbligando quindi a modificarlo manualmente ogni volta che si volesse cambiare la posizione della parte in esame. Per questa ragione si è preferito procedere sfruttando il calcolo delle proprietà inerziali sulla base della geometria definita in Adams, in modo tale che, variando la posizione nello spazio del corpo, anche le proprietà inerziali si aggiornassero coerentemente. Non disponendo degli specifici materiali di cui sono composte le parti e volendo ottenere le masse riportate nella Tabella 2, si è scelto di inserire per ogni parte un valore di densità che, considerando le dimensioni geometriche, assicurasse una massa il più possibile simile a quella desiderata.

I momenti di inerzia sono quindi stimati ottenendoli come conseguenza della geometria assegnata alla parte, ipotizzando che quest'ultima abbia densità uniforme.

Come verifica della correttezza dei risultati ottenuti si sono confrontate le proprietà inerziali ottenute in Adams con quelle ottenute da un'equivalente geometria realizzata nel software CAD Solidworks.

Di seguito verranno presentati i risultati ottenuti applicando la strategia appena descritta alle singole parti costituenti il trattore.

2.1.1. Motore

Il motore diesel del trattore è stato modellato attraverso l'utilizzo di un semplice parallelepipedo delle dimensioni indicate nella Tabella 1, ovvero una lunghezza di 705 mm, una larghezza di 533 mm ed un'altezza di 76 mm.

Scegliendo una densità di $2750 \frac{kg}{m^3}$ si ottiene una massa del motore di 785 kg, simile a quella di 780 kg desiderata.

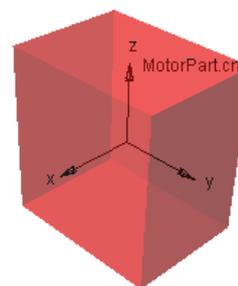


Figura 8, motore

Le proprietà inerziali del motore ottenute sono riassunte nella tabella sottostante.

Massa	785 kg
I_{xx}	$7.03 \cdot 10^7 \text{ kg mm}^2$
I_{yy}	$5.64 \cdot 10^7 \text{ kg mm}^2$
I_{zz}	$5.11 \cdot 10^7 \text{ kg mm}^2$

Tabella 3, proprietà inerziali motore

2.1.2. Telaio

Più complessa è invece la modellazione del telaio, ovvero di tutti i componenti che collegano i due assali, il motore e la cabina. Questi elementi non presentano degli spostamenti relativi tra loro per cui possono essere modellati come un'unica parte.

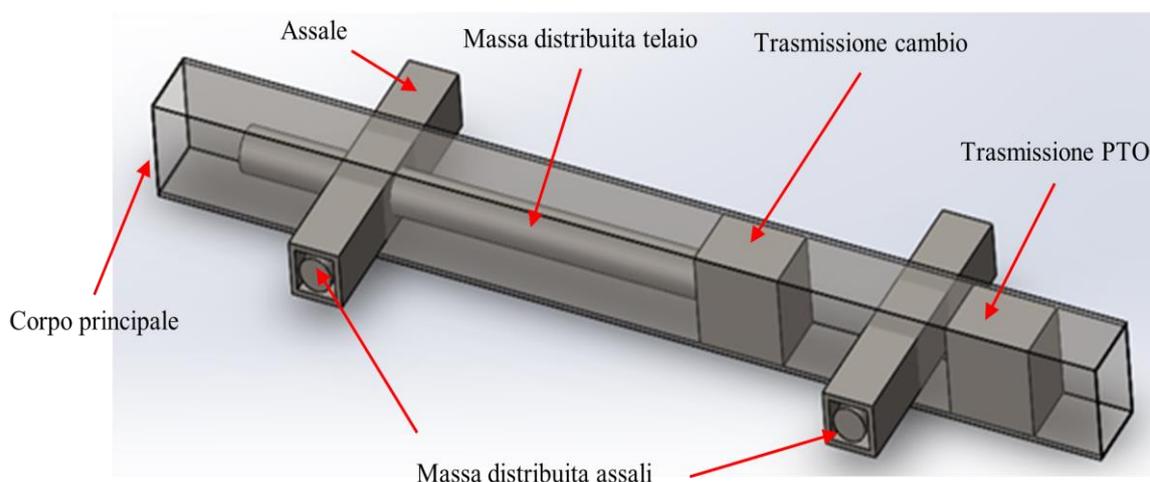


Figura 9, telaio

La struttura del telaio è riportata alla Figura 9, dove si possono vedere i componenti che lo costituiscono.

Il corpo principale e gli assali sono modellati come dei parallelepipedo di lunghezze rispettivamente 3400mm e 896mm con sezioni scatolari rettangolari riportate alle figure seguenti.

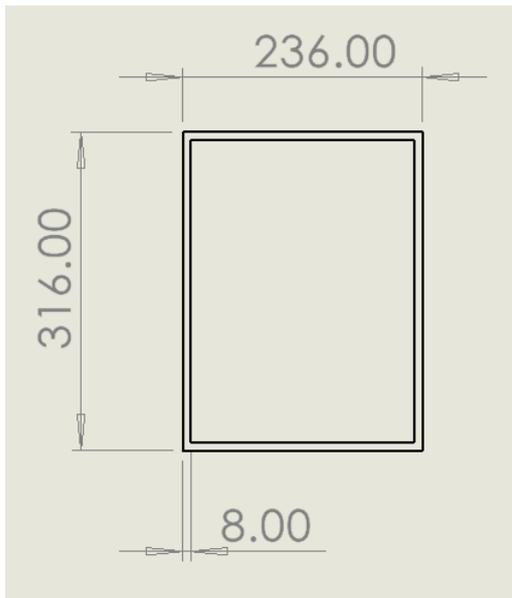


Figura 10, sezione corpo principale

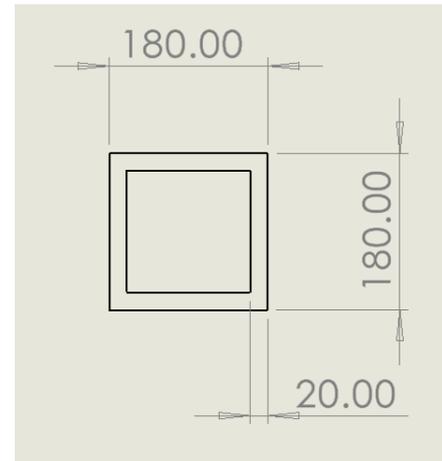


Figura 11, sezione assale

Tutti i componenti disposti lungo i due assali del trattore e lungo il corpo longitudinale sono stati invece raggruppati, rispettivamente, nelle “masse distribuite assali” e nella “massa distribuita telaio”. Dal momento infatti che, come illustrato al capitolo 1, un software multibody è tipicamente utilizzato per condurre analisi dinamiche e non per il disegno specifico dei componenti, è stato scelto di rappresentare questi insieme di componenti con dei semplici corpi cilindri. Per i cilindri rappresentanti le masse distribuite degli assali si è imposta una lunghezza pari a quella degli assali, per cui si è ottenuta la massa desiderata facendo variare il solo diametro. Per quanto riguarda invece il cilindro equivalente alla massa distribuita del telaio si sono fatti variare sia il diametro che la lunghezza, in modo tale da ottenere la massa prefissata e una posizione del centro di massa situata a circa 390 mm dall’assale anteriore (si veda la Figura 12).

	Diametro [mm]	Lunghezza [mm]
Massa distribuita assale	115	896
Massa distribuita telaio	138	1700

Tabella 4, dimensioni cilindri

Infine, i componenti rappresentanti la trasmissione del cambio e della PTO (Power Take Off, in italiano presa di potenza) sono stati rappresentati tramite due parallelepipedi identici inseriti nel corpo principale del telaio. Anche in questo caso, scegliendo le loro dimensioni riportate nella Tabella 5 si sono ottenuti due corpi di circa 150 kg come desiderato, con i centri di massa rispettivamente distanti circa 560 e 340mm dall’assale posteriore (si veda la Figura 12).

Lunghezza	300 mm
Larghezza	220 mm
Altezza	300 mm

Tabella 5, dimensioni parallelepipedi trasmissioni

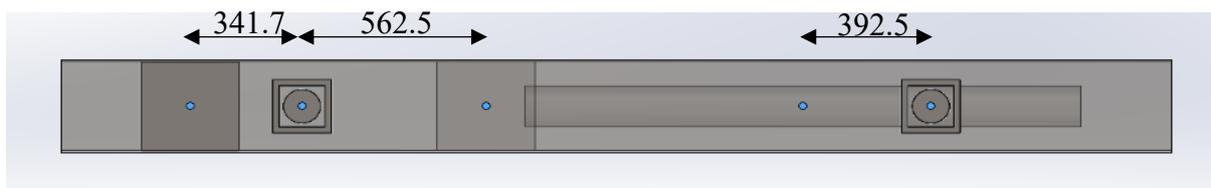


Figura 12, vista laterale del telaio con quote dei centri di massa

In definitiva, con le dimensioni specificate in precedenza e scegliendo una densità di $7860 \frac{kg}{m^3}$ si sono ottenute le masse e le proprietà inerziali del telaio riportate nella tabella seguente (per l'orientazione degli assi del centro di massa si veda la figura successiva).

Corpo principale	229 kg
Assale anteriore	90.1 kg
Assale posteriore	90.1 kg
Massa distribuita assale anteriore	73.1 kg
Massa distribuita assale posteriore	73.1 kg
Massa distribuita telaio	199.8 kg
Trasmissione cambio	155.7 kg
Trasmissione PTO	155.7 kg
Massa totale	1066.6 kg
I_{xx}	$9.33 \cdot 10^8 \text{ kg mm}^2$
I_{yy}	$9.14 \cdot 10^7 \text{ kg mm}^2$
I_{zz}	$3.23 \cdot 10^7 \text{ kg mm}^2$

Tabella 6, proprietà inerziali telaio

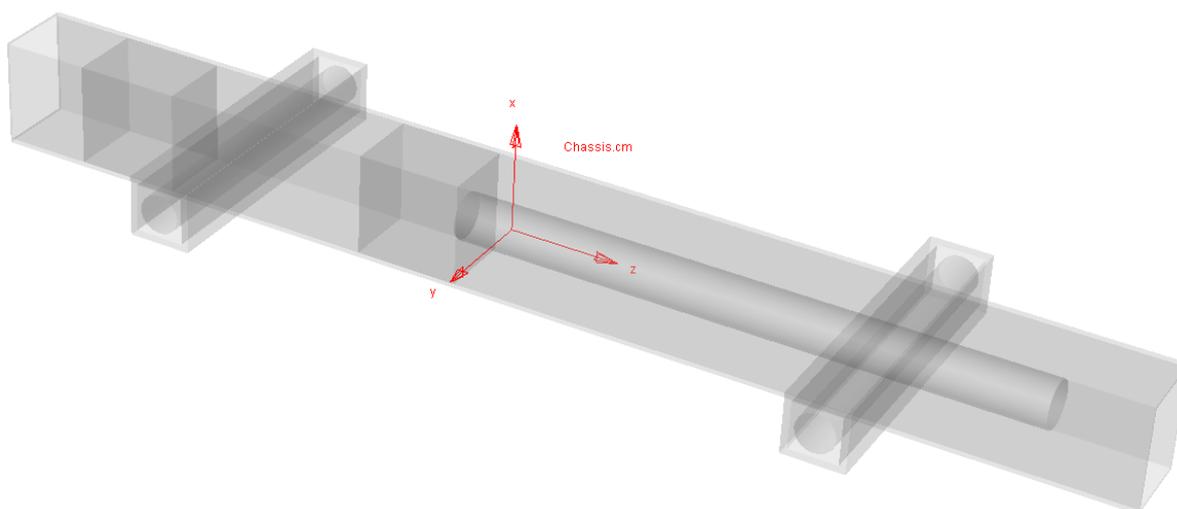


Figura 13, posizione ed orientazione del marker centro di massa del telaio

2.1.3. Cabina

La struttura esterna della cabina, riportata in Figura 14, è stata ottenuta partendo da un parallelepipedo, rimuovendo del materiale attraverso le funzioni booleane di taglio e raccordando opportunamente i lati.

Per tenere conto della presenza dell'operatore e delle masse interne alla cabina si è seguita la stessa strategia già illustrata in precedenza, per cui si è introdotto, ad un'altezza di 1090mm da terra, un cubo di lato 420mm tale che la sua massa corrispondesse al valore desiderato.

Occorre osservare che, avendo introdotto nella stessa parte del modello sia l'elemento rappresentante l'operatore sia la struttura della cabina, si è assunta l'ipotesi semplificativa che tra di essi non ci siano spostamenti relativi. Nella realtà ciò non è del tutto vero, poiché con l'avanzamento del trattore l'operatore si muove ed è sottoposto a sbalzi. Tuttavia, considerando le masse in gioco ed il tipo di modello sviluppato, l'errore commesso risulta trascurabile in prima approssimazione.

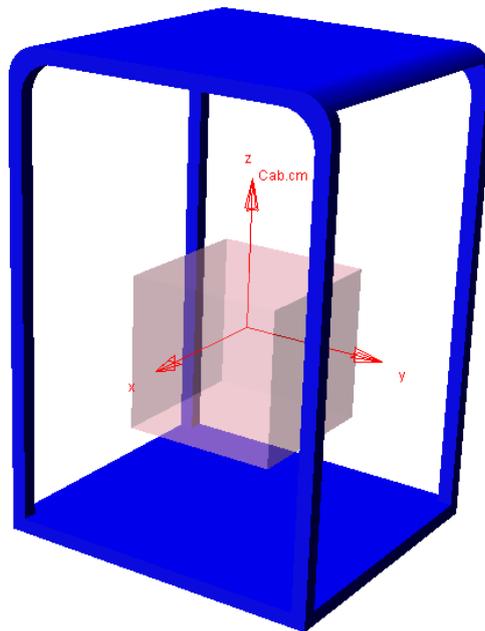


Figura 14, cabina

Scegliendo una densità di $2740 \frac{kg}{m^3}$, si sono ottenute le proprietà inerziali riportate nella tabella seguente.

Massa	376.3 kg
I_{xx}	$8.38 \cdot 10^7 \text{ kg mm}^2$
I_{yy}	$8.16 \cdot 10^7 \text{ kg mm}^2$
I_{zz}	$3.07 \cdot 10^7 \text{ kg mm}^2$

Tabella 7, proprietà inerziali cabina

2.1.4. Ruote posteriori

Dal momento che si è scelto di modellare un trattore con solamente le ruote anteriori sterzanti, è stato possibile utilizzare una sola parte per introdurre le due ruote posteriori (si veda il paragrafo seguente per maggiori dettagli in merito).

In questa prima fase di costruzione del modello le ruote sono state considerate come dei corpi indeformabili, per cui modellate con dei semplici corpi rigidi cilindrici.

La sigla ETRTO dei pneumatici utilizzati è 320/70 R20, dove 320 è la larghezza in mm del pneumatico, 70 è il rapporto (in percentuale) tra l'altezza della spalla e la larghezza, R indica una struttura radiale della carcassa e 20 il diametro in pollici del cerchione. Ne segue che questa tipologia di pneumatici ha un diametro esterno di circa 968mm, per cui le ruote sono state modellate con dei cilindri di quel diametro e una lunghezza di 320mm.

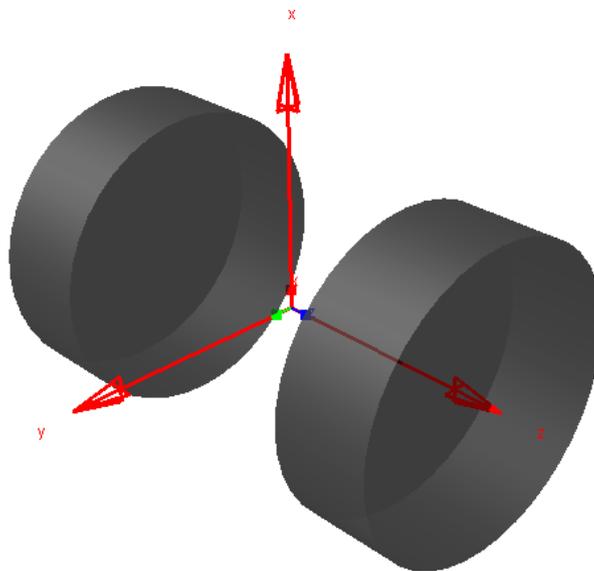


Figura 15, ruote posteriori

Scegliendo una densità di $210 \frac{kg}{m^3}$, si sono ottenute le seguenti proprietà inerziali per l'insieme delle due ruote posteriori.

Massa	99 kg
I_{xx}	$4.32 \cdot 10^7 \text{ kg mm}^2$
I_{yy}	$4.32 \cdot 10^7 \text{ kg mm}^2$
I_{zz}	$1.16 \cdot 10^7 \text{ kg mm}^2$

Tabella 8, proprietà inerziali ruote posteriori

2.1.5. Ruote anteriori

La necessità di introdurre la possibilità di sterzare per le ruote anteriori ha impedito la modellazione in una sola parte per queste due ruote. Come infatti illustrato nel paragrafo relativo ai vincoli tra le parti, occorre inserire per ognuna delle ruote anteriori un giunto sferico per vincolarla correttamente al telaio.

Ad eccezione di questa modifica, la modellazione dello specifico pneumatico è identica a quella già illustrata per le ruote posteriori. Di seguito, dunque, sono riportate la geometria di una delle due ruote anteriori e le conseguenti proprietà inerziali.

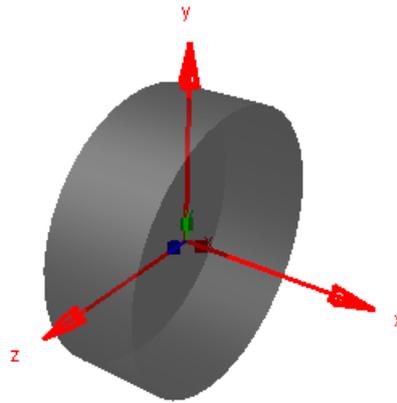


Figura 16, singola ruota anteriore

Massa	49.5 kg
I_{xx}	$5.81 \cdot 10^6 \text{ kg mm}^2$
I_{yy}	$3.32 \cdot 10^6 \text{ kg mm}^2$
I_{zz}	$3.32 \cdot 10^6 \text{ kg mm}^2$

Tabella 9, proprietà inerziali singola ruota anteriore

2.1.6. Modello completo

Una volta modellate le singole parti come descritto nei paragrafi precedenti, il trattore ottenuto è quello presentato alla Figura 17. In tale figura è rappresentato anche il centro di massa complessivo del mezzo che, più precisamente, si trova ad un'altezza di circa 974mm da terra e distante 1126mm dall'assale posteriore e 800mm da quello anteriore.

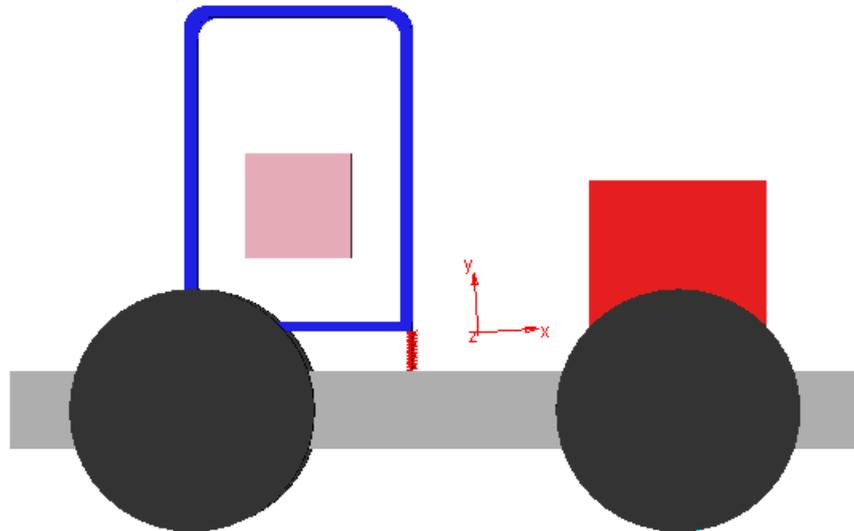


Figura 17, trattore e suo centro di massa

Infine, complessivamente le proprietà inerziali del modello rispetto al suo centro di massa sono riassunte nella Tabella 10.

Massa	2426.4 kg
I_{xx}	$5.32 \cdot 10^8 \text{ kg mm}^2$
I_{yy}	$2.09 \cdot 10^9 \text{ kg mm}^2$
I_{zz}	$2.36 \cdot 10^9 \text{ kg mm}^2$

Tabella 10, proprietà inerziali del trattore

2.2. Definizione dei vincoli

Nei paragrafi precedenti si è illustrata la procedura seguita per la definizione delle varie parti che costituiscono il modello del trattore sviluppato. Occorre quindi definire ora come queste parti sono collegate le une alle altre, attraverso l'utilizzo dei vincoli e degli elementi molla-smorzatori presenti in Adams View. Questi elementi introducono dei legami algebrici tra variabili del vettore di stato appartenenti a corpi diversi, riducendo così il numero di gradi di libertà del sistema.

Il primo e più semplice vincolo da introdurre è un *fixed joint* tra la parte del telaio e quella del motore. Si tratta di un giunto che elimina tutti e 6 i possibili gradi di libertà relativi tra i due corpi. Il motore risulta, infatti, fisso rispetto al telaio.

Si osservi che non è stato possibile modellare il motore ed il telaio in una sola parte (con i conseguenti benefici dal punto di vista del costo computazionale), poiché è stato impossibile individuare

un unico valore di densità che permettesse di ottenere le dimensioni geometriche e masse desiderate riportate nelle Tabella 1 e Tabella 2.

Per quanto riguarda il collegamento tra telaio e ruote posteriori occorre permettere la rotazione di queste ultime attorno al loro asse di simmetria. A tale scopo si è quindi utilizzato un giunto di tipo *revolute joint*, una cerniera posta tra le due ruote posteriori come illustrato nella Figura 19.

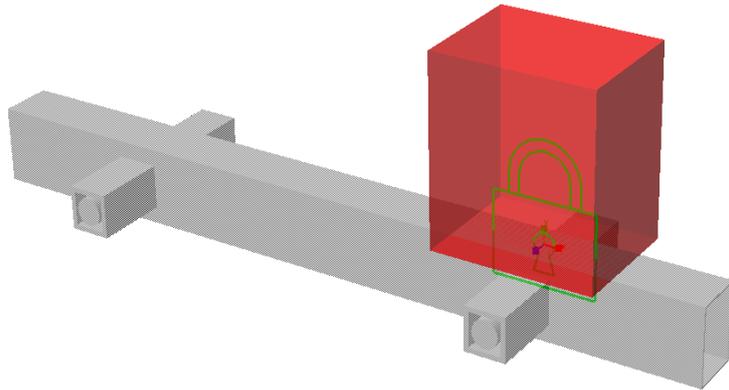


Figura 18, *fixed joint* tra il telaio ed il motore

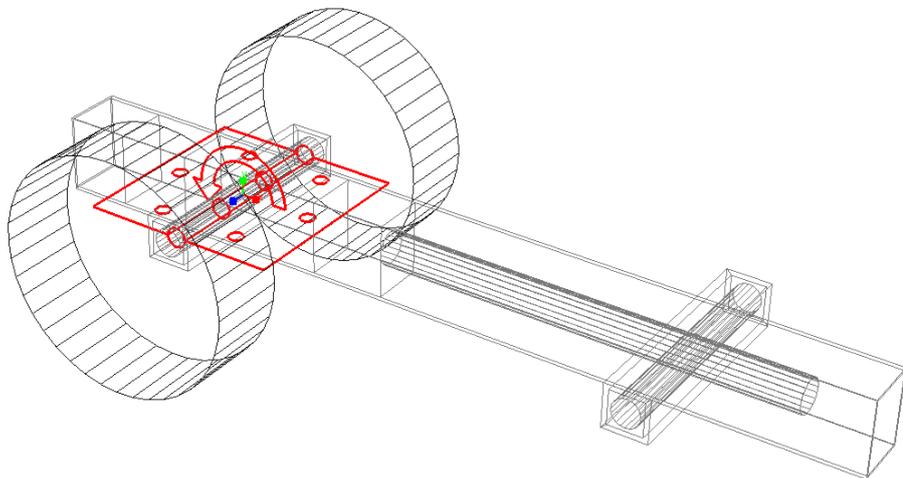


Figura 19, *revolute joint* tra telaio e ruote posteriori

Più complesso è invece il vincolo tra il telaio e le ruote anteriori. In questo caso, infatti, non occorre solo permettere la libera rotazione delle ruote lungo il loro asse, ma anche permettere loro di sterzare. La procedura seguita è la medesima per entrambe le ruote anteriori e si tratta di utilizzare contemporaneamente un giunto ed imporre una legge di moto, come mostrato alla Figura 20 per la ruota anteriore sinistra. Per quanto riguarda il vincolo si è utilizzato un giunto sferico, in grado di eliminare i 3 gradi di libertà traslazionali tra le due parti e lasciare liberi i 3 gradi di libertà rotazionali. La legge di moto è stata poi imposta per annullare la rotazione relativa attorno all'asse x del giunto sferico, lasciare libera quella attorno a z e definire l'angolo di rotazione attorno all'asse y secondo i comandi dati dallo sterzo (per maggiori dettagli a riguardo si veda il capitolo 2.4).

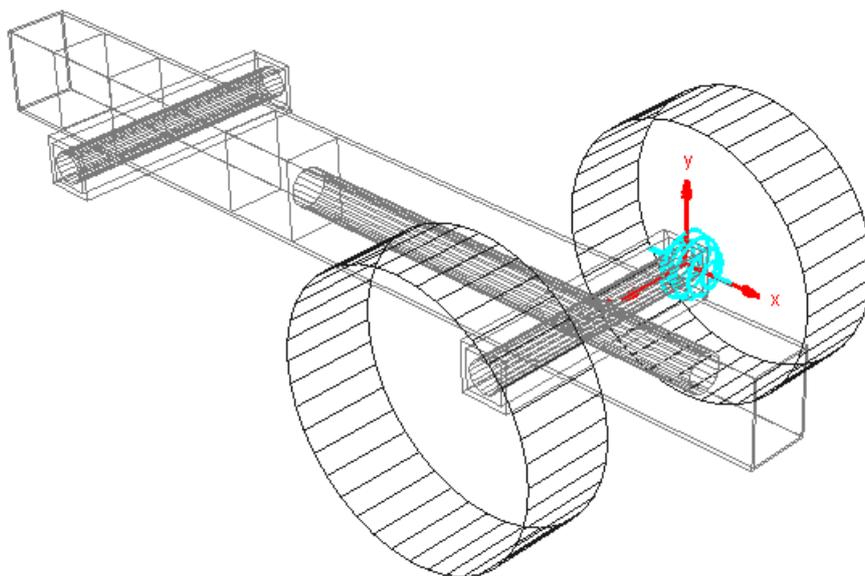


Figura 20, connessione della ruota anteriore sinistra al telaio

Infine, occorre definire il collegamento tra la cabina ed il telaio. Dal momento che gli assali dei trattori non sono normalmente dotati di un sistema di sospensioni tipico delle autovetture, si ricorre spesso ad egli elementi smorzatori a livello della cabina, per migliorare il comfort dell'operatore.

Per simulare un sistema di questo tipo nel modello in esame si è cercata una strategia in grado di permettere uno spostamento verticale della cabina rispetto al telaio e delle rotazioni di rollio e beccheggio, impedendo invece i rimanenti due movimenti traslazionali e la rotazione di imbardata.

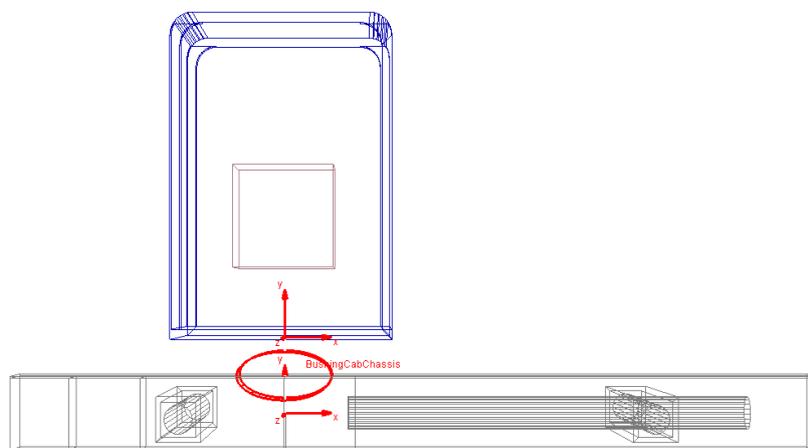


Figura 21, bushing tra cabina e telaio

A tale scopo si è scelto di utilizzare un elemento *bushing* per eliminare i gradi di libertà che si volevano bloccare e 4 elementi molla-smorzatori.

Un *bushing* è un elemento che introduce delle forze e delle coppie nello spazio tra due marker appartenenti a corpi differenti in base agli spostamenti relativi di questi ultimi. I valori di forza e coppia sono infatti calcolati in funzione rispettivamente della distanza-velocità e della rotazione-velocità di rotazione tra i due marker, sulla base dei coefficienti di rigidità e smorzamento introdotti nella definizione dell'elemento.

Una volta creato il *bushing* come nella Figura 21 e volendo bloccare le traslazioni lungo gli assi orizzontali x e z e la rotazione di imbardata (ovvero quella attorno all'asse y), è stato dunque sufficiente inserire dei valori di rigidità e smorzamento molto alti per le traslazioni lungo x e z e la rotazione attorno ad y, azzerando invece i restanti valori per lasciare liberi i corrispondenti gradi di libertà, come illustrato alla Figura 22.

The screenshot shows a dialog box titled "Modify Bushing ...". It contains the following fields and values:

- Name: BushingCabChassis
- Action Body: Cab
- Reaction Body: Chassis
- Translational Properties (x,y,z components):
 - Stiffness: (999999(newton/mm)),(0(newton/mm)),(999999(newton/mm))
 - Damping: (10000(newton-sec/mm)),(0(newton-sec/mm)),(10000(newton-sec/mm))
 - Preload: 0.0,0.0,0.0
- Rotational Properties (x,y,z components):
 - Stiffness: (0(newton-mm/deg)),(6.981317008E+08(newton-mm/deg)),(0(newton-mm/deg))
 - Damping: (0(newton-mm-sec/deg)),(1.745329252E+08(newton-mm-sec/deg)),(0(newton-mm-sec/deg))
 - Preload: 0.0,0.0,0.0
- Force Display: None (dropdown menu)

At the bottom of the dialog, there are three icons (a pencil, a 3D coordinate system, and a blue sphere) and three buttons: OK, Apply, and Cancel.

Figura 22, parametri del bushing tra cabina e telaio

Vincolati i gradi di libertà non di interesse con l'elemento *bushing*, è stato necessario introdurre 4 elementi molla-smorzatore per controllare la traslazione verticale della cabina e le rotazioni di rollio e beccheggio. Ciascuno dei 4 dispositivi molla-smorzatore è definito tra due marker, uno appartenente alla cabina ed uno al telaio. Si osservi in particolare che nonostante i marker appartenenti al telaio non risultino apparentemente inseriti nella sua struttura, le reazioni scaricate dagli elementi molla-smorzatori vengono comunque trasmesse alla parte del modello chiamata

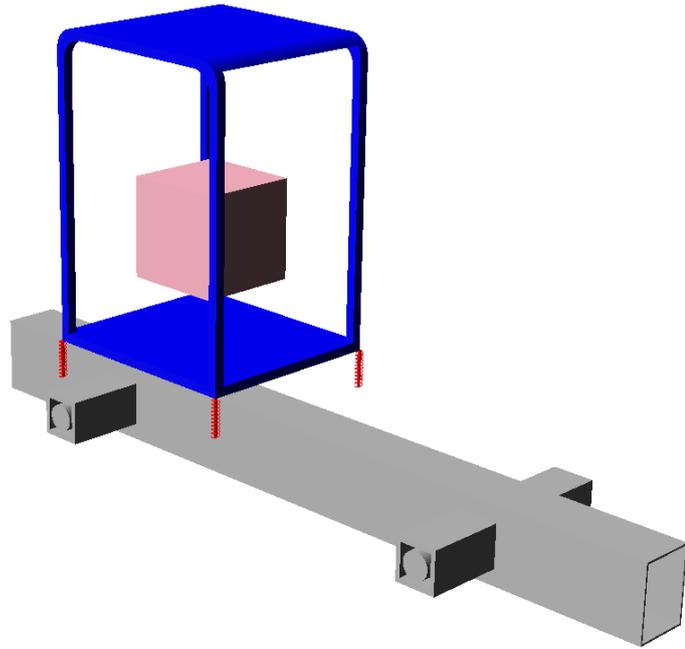


Figura 23, elementi molla-smorzatore tra cabina e telaio

telaio. Si ricordi infatti sempre che nei software multibody l'obiettivo non è mai quello di modellare nel dettaglio la geometria dei componenti (in questo caso la forma del telaio e dunque i punti di attacco del sistema di sospensione della cabina).

Ancora una volta, non disponendo di informazioni dettagliate su un preciso sistema di sospensione della cabina, i valori di rigidezza e smorzamento sono stati assunti ragionevolmente con l'obiettivo di ottenere un comportamento dinamico realistico. In particolare, si è scelto un valore di $200 \frac{N}{mm}$ per la rigidezza dello spring-damper e di $1 \frac{Ns}{mm}$ per quanto riguarda il valore di smorzamento.

2.3. Parametrizzazione

Una delle più grandi potenzialità dei software multibody, ed in generale di tutti quegli strumenti che permettono di simulare in modo virtuale dei processi reali, è sicuramente la possibilità di poter condurre diverse simulazioni al variare di alcuni parametri di interesse.

Nello specifico caso del modello sviluppato può essere di grande interesse investigare il comportamento del trattore in diverse condizioni operative, ad esempio facendo variare la pendenza frontale o laterale del terreno.

Per poter cambiare rapidamente la configurazione del trattore al variare della pendenza del terreno occorre parametrizzare l'intero modello in funzione degli angoli di inclinazione del percorso. Il software Adams View offre a questo scopo la possibilità di definire la posizione e l'orientamento di un marker non solo con dei valori assoluti nello spazio ma anche relativamente ad altri marker, attraverso le funzioni *LOC_RELATIVE_TO* e *ORI_RELATIVE_TO*.

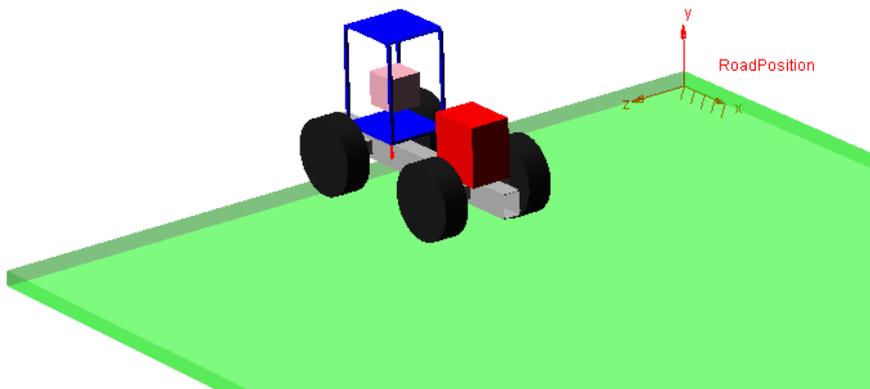


Figura 24, posa del marker *RoadPosition*

La strategia seguita è stata dunque la creazione di due variabili, contenenti gli angoli di pendenza frontale e laterale del terreno, ed utilizzarle per definire l'orientamento nello spazio del marker *RoadPosition* visibile nella Figura 24 ed appartenente al terreno.

A questo punto, la posa di tutti gli altri marker presenti nel modello è stata definita relativamente al marker *RoadPosition* con le funzioni in Adams precedentemente illustrate.

In questo modo, cambiando semplicemente i valori contenuti nelle due variabili create nel modello si può rapidamente variare la configurazione dell'intero modello.

A titolo d'esempio, nelle due figure successive si mostrano due possibili condizioni di interesse.

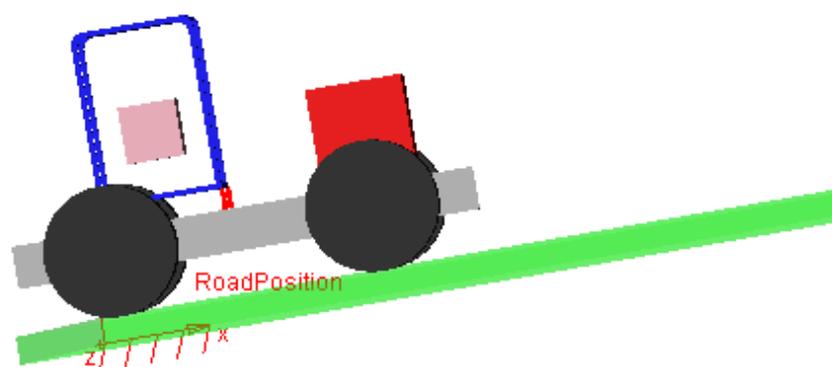


Figura 25, terreno con angolo di inclinazione frontale di 10° (pari ad una pendenza del 18% circa)

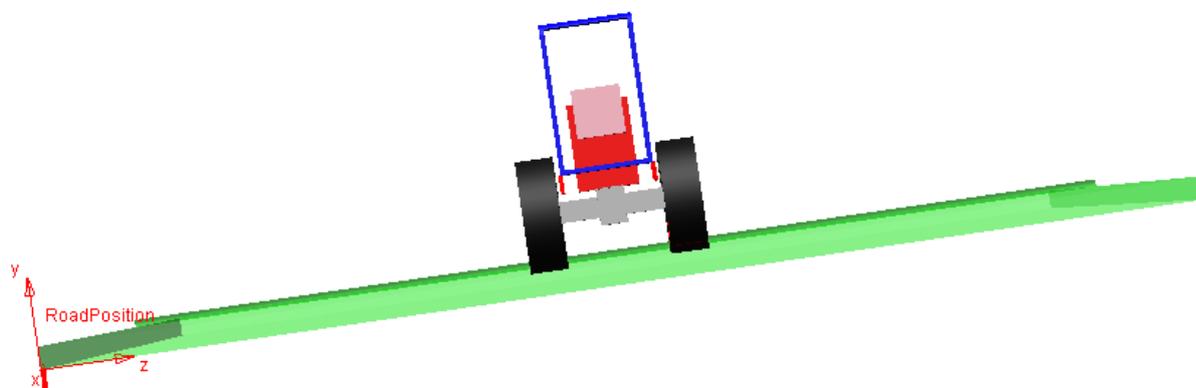


Figura 26, terreno con angolo di inclinazione laterale di 10° (pari ad una pendenza del 18% circa)

2.4. Sterzo

In questo paragrafo verrà descritto il sistema di sterzo delle ruote anteriori sviluppato nel modello. Si tratta di una modifica che si è dovuta inserire non solo per poter simulare l'avanzamento del trattore lungo traiettorie desiderate, ma anche semplicemente per evitare che, affrontando un terreno inclinato lateralmente e presentante degli ostacoli, il trattore scivolasse verso valle.

Innanzitutto, occorre definire un metodo per passare al software Adams View l'informazione riguardante il percorso che si vuole far seguire al trattore. Nel fare ciò si è sempre mantenuto l'obiettivo di semplificare il più possibile la procedura, affinché l'utente potesse testare rapidamente diversi tracciati.

Nella soluzione trovata, all'utente è richiesto solamente il passaggio al programma di una matrice contenente le coordinate nello spazio dei punti di via della traiettoria che si vuole far seguire al trattore. Si tratta dunque di una matrice a 3 colonne (contenenti le coordinate x,y,z espresse in mm rispetto ad un marker posto sulla linea di mezzeria della striscia di terreno) ed un numero massimo di punti di via definibili (e dunque di righe) pari a 35. In Adams View questi punti di via vengono interpolati con un polinomio di primo grado, per cui la traiettoria risultante sarà una linea spezzata che passa attraverso i punti definiti dall'utente.

A titolo d'esempio alla matrice riportata nella Tabella 11 corrisponderà la traiettoria rossa visibile nella Figura 27.

PATH		
X	Y	Z
0	180	0
2000	180	0
2500	180	0
3000	180	0
3500	180	0
4000	180	0
4500	180	250
5000	180	500
5500	180	750
6000	180	1000
6500	180	1000
7000	180	1000
8000	180	1000
8500	180	750
9000	180	500
9500	180	250
10000	180	0
11000	180	0

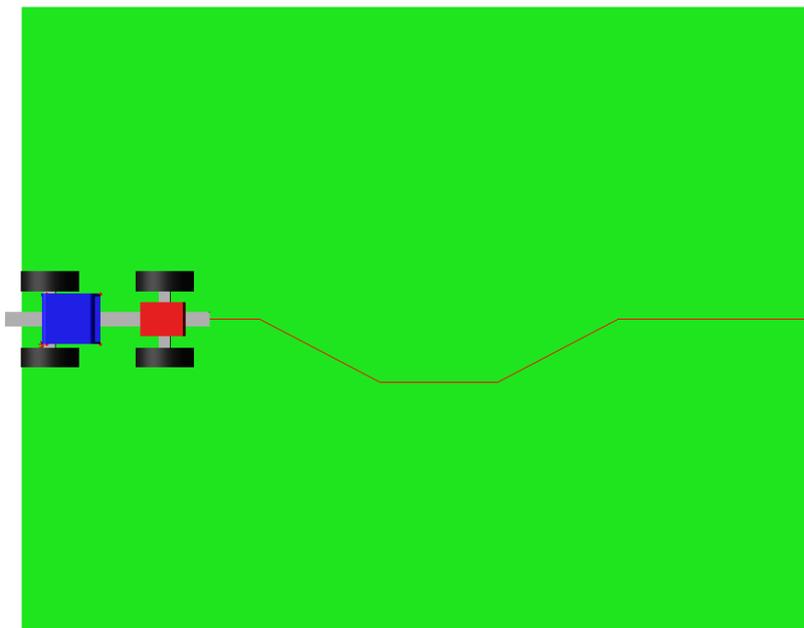


Figura 27, traiettoria corrispondente

Tabella 11, esempio di matrice contenente 18 punti di via di una generica traiettoria

Una volta definita la traiettoria da seguire, si può quindi passare alla descrizione della procedura volta a calcolare l'angolo di sterzo delle ruote anteriori. Questa si basa sostanzialmente su un tipo di controllo proporzionale, poiché maggiore è l'errore di posizionamento, maggiore risulta essere l'angolo di sterzo. Quest'ultimo è definito come la differenza tra la posizione attuale del trattore e la posizione desiderata. Per quanto riguarda la prima si è scelto di utilizzare come

riferimento un marker appartenente al telaio del trattore e posto al centro dell'assale anteriore (si veda la Figura 28).

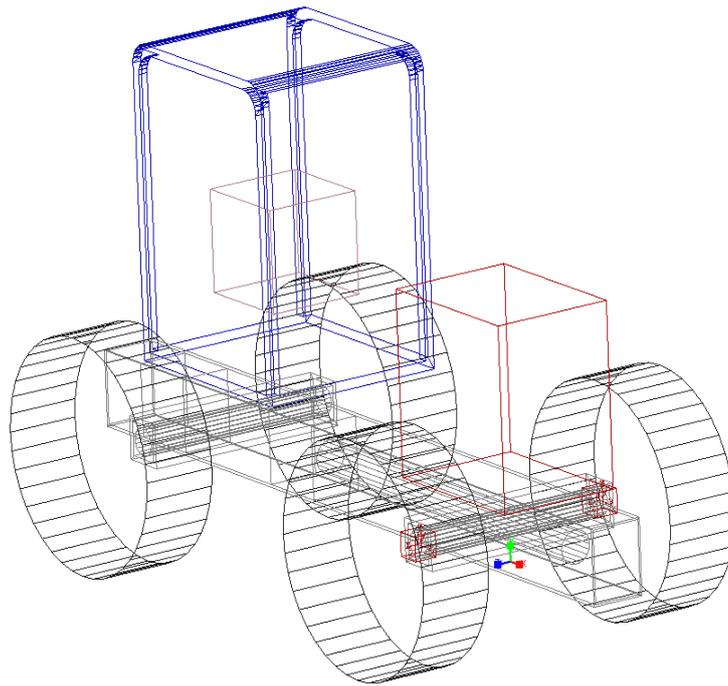


Figura 28, marker utilizzato per determinare la posizione attuale del trattore

Per definire invece la posizione desiderata, è stato introdotto quello che in inglese viene definito un *dummy body*, ovvero un corpo fittizio che non ha un ruolo attivo nella dinamica del sistema, ma che può essere utilizzato ad esempio come riferimento durante le simulazioni. Questo corpo fittizio è un cubo (si veda la Figura 29) che, istante per istante, identifica la posizione del trattore desiderata.

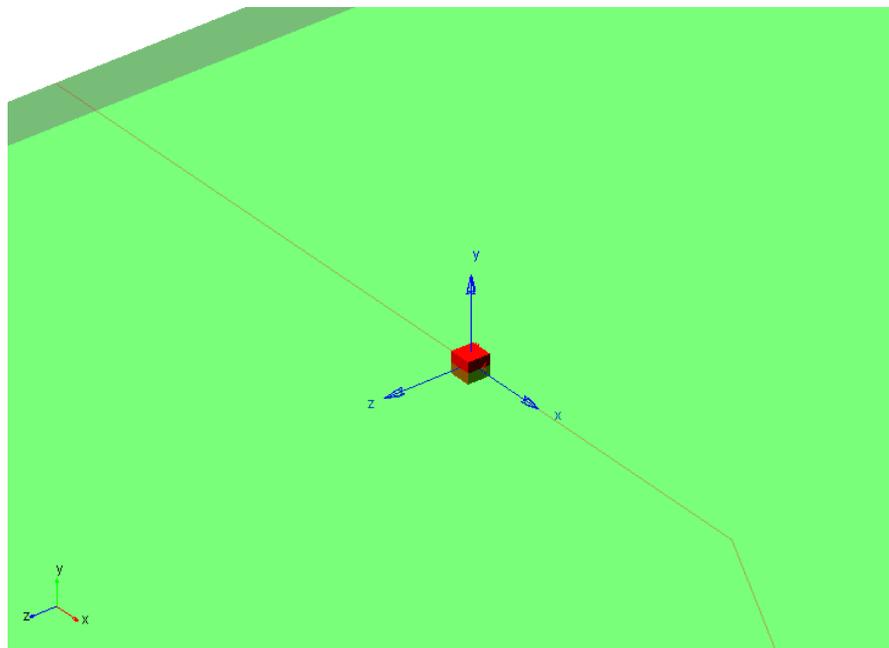


Figura 29, dummy body utilizzato nel calcolo dell'angolo di sterzo

Per raggiungere questo risultato si sono dovuti utilizzare due vincoli per definire il movimento del *dummy body*. Innanzitutto, si è utilizzato un vincolo speciale, il *Point-Curve constrain*, per imporre che il dummy body potesse muoversi solamente lungo la traiettoria appena creata. Inoltre, affinché il corpo fittizio avanzasse lungo la traiettoria con la stessa velocità del trattore,

si è imposta una legge di moto in modo tale che le coordinate lungo l'asse x del sistema di riferimento assoluto del corpo fittizio e del trattore fossero sempre identiche.

In questo modo istante per istante è nota sia la posizione attuale del trattore che quella che dovrebbe avere se stesse seguendo esattamente la traiettoria desiderata. È dunque possibile calcolare la differenza nella coordinata z del sistema di riferimento assoluto tra le due posizioni. Questa differenza costituisce l'errore di posizionamento (E_{pos}) su cui è basato il controllo proporzionale dell'angolo di sterzo.

Per passare da una lunghezza (l'errore di posizionamento) all'angolo di sterzo (α_{sterzo}) si è utilizzata la seguente relazione:

$$\alpha_{sterzo} = K_s \cdot \tan\left(\frac{E_{pos}}{L}\right) \quad (1)$$

Dove K_s è una costante che rappresenta il “guadagno” del controllo dell'errore: maggiore è il suo valore, più reattivo sarà lo sterzo. L invece è un'opportuna lunghezza utilizzata come altro cateto per determinare l'angolo di sterzo. Dopo diversi tentativi si sono scelti i valori di $K_s=5$ e $L=2000\text{mm}$, in grado di garantire risultati soddisfacenti.

Si osserva che la scelta di utilizzare questa relazione per determinare α_{sterzo} è stata presa sia per una questione di senso fisico del passaggio da una lunghezza ad un angolo e sia perché così facendo la reattività dello sterzo aumenta all'aumentare dell'errore di posizionamento. Infatti, al crescere dei valori di E_{pos}/L la tangente di questo rapporto risulta più grande del rapporto stesso.

Infine, occorre considerare un ultimo aspetto. Come illustrato in precedenza la procedura seguita fornisce un angolo di sterzo che cresce all'aumentare dell'errore di posizionamento. Tuttavia, bisogna tenere conto che fisicamente tutti i veicoli hanno un angolo di sterzo massimo a causa dei vincoli costruttivi.

Nel modello sviluppato si è considerato un angolo massimo di sterzo pari a 30° . In definitiva dunque α_{sterzo} è determinato con la relazione (1) fintanto che il risultato ottenuto è minore dell'angolo massimo di sterzo, diversamente si assume un valore di 30° .

Tale angolo viene utilizzato come angolo di rotazione attorno all'asse y nella legge di moto introdotta nel giunto sferico che collega ogni ruota anteriore al telaio, descritto in precedenza al paragrafo 2.2.

È possibile osservare il comportamento delle ruote anteriori durante una simulazione (con la traiettoria d'esempio già riportata nella Figura 27) nella sequenza di immagini riportata di seguito.

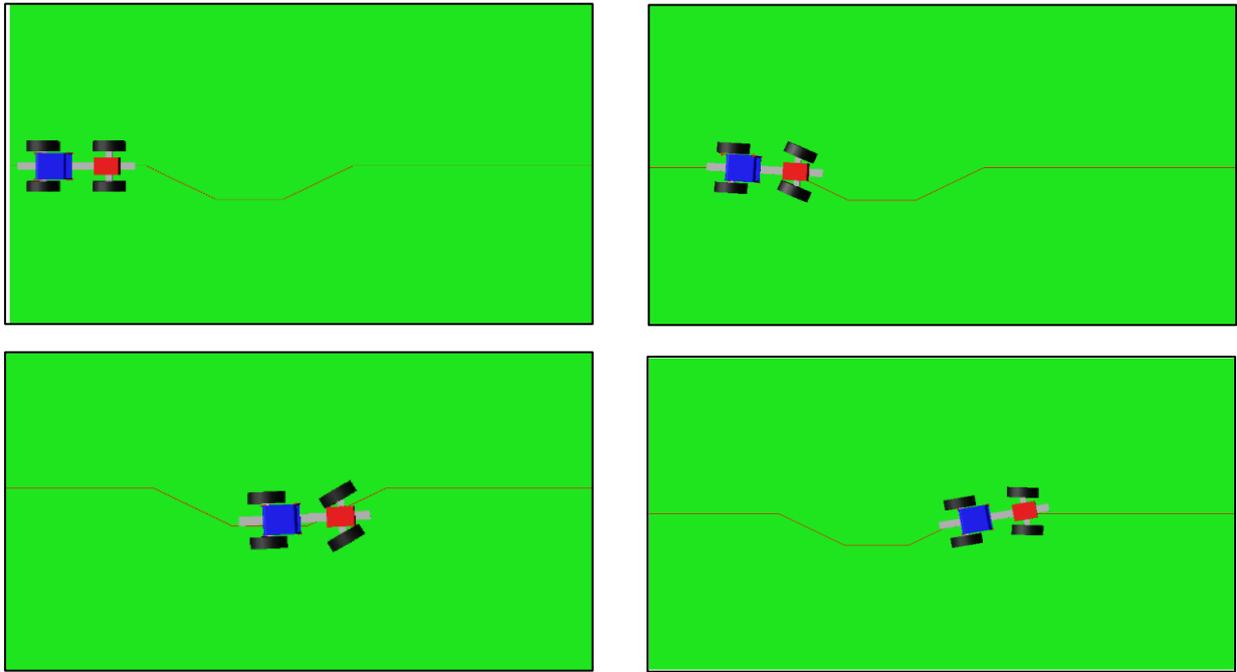


Figura 30, comportamento delle ruote anteriori durante una simulazione con generica traiettoria

2.5. Controllo della coppia

Fino a questo punto della trattazione sono state descritte le singole parti che compongono il modello e le relazioni tra di esse. Anche il motore e tutti i componenti della trasmissione sono stati considerati solamente dal punto di vista delle loro proprietà inerziali (si vedano i paragrafi 2.1.1 e 2.1.2).

Tuttavia occorre ancora modellare la coppia motrice garantita agli assali delle ruote. In un approccio multibody, tanto più per un modello semplificato come quello sviluppato, non è d'interesse modellare in modo preciso la trasmissione della coppia dal motore all'assale, considerando i singoli componenti della trasmissione. Si è scelto dunque di applicare direttamente la coppia motrice all'assale, attraverso la funzione *Torque Single Component* già implementata in Adams. Questo comando permette, come si evince dal nome, di definire una componente nello spazio di un vettore di coppia tra due corpi diversi.

Dal momento che si è scelto di modellare un trattore a quattro ruote motrici, è stato necessario applicare una coppia motrice sia alle ruote posteriori che a quelle anteriori. Come già accaduto per la definizione dei vincoli, la procedura risulta essere più semplice per le ruote posteriori. Esse, infatti, costituiscono un'unica parte del modello (non dovendo sterzare) per cui è possibile applicare un unico vettore di coppia tra questa parte ed il telaio, al centro dell'assale posteriore. Per quanto riguarda invece le ruote anteriori, trattandosi di due parti distinte, si è stati costretti ad applicare due vettori di coppia diversi,

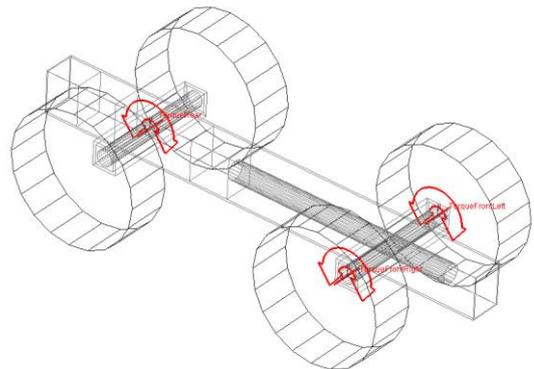


Figura 31, posizione dei vettori coppia motrice

localizzati in corrispondenza dello stesso marker usato per definire il giunto sferico tra ruota e telaio. La posizione dei tre vettori di coppia definiti è rappresentata nella Figura 31.

Una volta definiti i tre vettori bisogna determinare la funzione che esprime i valori di coppia motrice applicata alle ruote. La strategia seguita è, per certi versi, simile a quella applicata per il controllo dell'angolo di sterzo illustrata al paragrafo 2.4. Anche in questo caso, infatti, si è scelto di utilizzare un controllo proporzionale, ovvero in grado di applicare una coppia motrice crescente all'aumentare di un errore sulla velocità del trattore. Quest'ultimo è definito come la differenza tra la velocità attuale del mezzo dedotta dalla velocità di rotazione delle ruote e la velocità desiderata.

La prima è ricavabile moltiplicando il raggio delle ruote per la velocità di rotazione delle stesse. Essendo che le ruote anteriori e posteriori non sono vincolate tra di loro, per cui possono ruotare, in generale, a differenti velocità, nel calcolo della velocità attuale si è considerata una velocità di rotazione media ω_{media} delle quattro ruote:

$$V_{attuale} = \omega_{media} \cdot R \quad (2)$$

Ovviamente, la velocità attuale così definita corrisponde all'effettiva velocità di traslazione della ruota solamente in condizioni di perfetta aderenza tra terreno e pneumatici.

Definita così la velocità attuale del trattore, occorre ora specificare il valore di riferimento, ovvero la velocità desiderata, che si vorrebbe avesse il trattore. A tale scopo all'utilizzatore del programma è richiesto solamente il passaggio di una matrice di 10 righe e 2 colonne. In essa nella prima colonna compaiono le coordinate lungo l'asse x del sistema di riferimento assoluto (in mm) mentre nella seconda i valori di velocità (in mm/s). Fintanto che il marker utilizzato per definire la posizione attuale del trattore (si veda la Figura 28) si trova ad una coordinata x minore del valore riportato nella prima colonna della riga j-esima e maggiore di quello presente nella riga j-1, il valore di velocità desiderata sarà quello contenuto nella seconda colonna della riga j-esima.

Per maggiore chiarezza si riporta di seguito un esempio di tabella contenente le velocità desiderate in funzione della coordinata x e il corrispondente grafico ottenuto in Adams.

X	Velocità
3000	1000
4000	2000
4500	2500
5000	2500
6000	2750
7000	2750
8000	2750
9000	3000
10000	3000
18000	3000

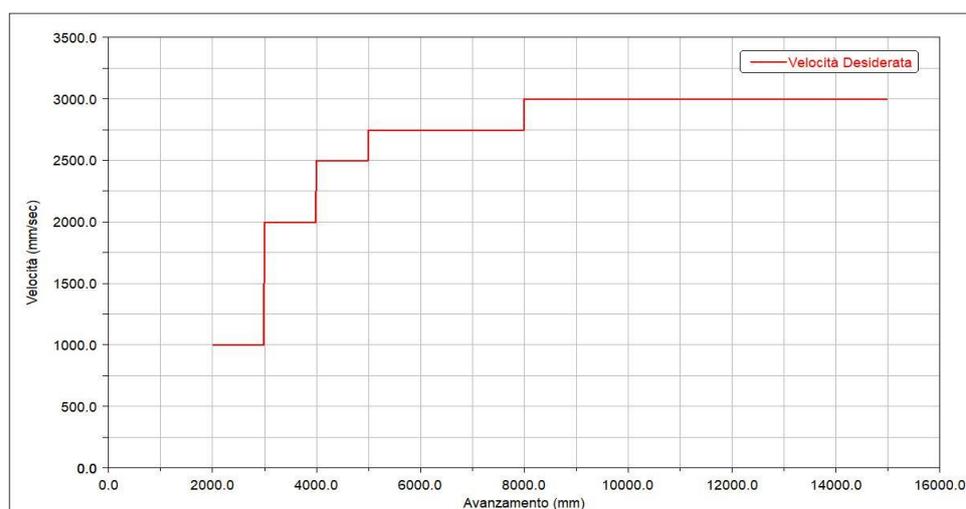


Tabella 12, esempio di matrice contenente i riferimenti di velocità desiderata

Figura 32, corrispondente grafico della velocità desiderata in funzione dell'avanzamento del trattore

A questo punto è possibile calcolare istante per istante l'errore sulla velocità del trattore (Δ_{vel}) come differenza tra la velocità attuale e la velocità desiderata. Utilizzando un controllo di tipo proporzionale, il comando di coppia motrice è dato dalla relazione seguente:

$$C_{motrice} = K_t \cdot \Delta_{vel} \quad (3)$$

Dove la costante K_t rappresenta nuovamente il guadagno del controllo proporzionale e permette il passaggio da un errore di velocità (mm/s) ad un segnale di coppia (Nmm). Sulla base di alcuni tentativi condotti, si è scelto per la costante K_t un valore di 2200 (Ns).

La relazione (3) deve però essere completata per poter essere utilizzata con successo anche per simulazioni dove il terreno si presenta in salita. Infatti, in questo caso occorre considerare anche la componente della forza peso del trattore che ostacola la salita del mezzo. Se si utilizzasse semplicemente l'equazione (3) così come riportata il trattore non riuscirebbe a raggiungere il valore di velocità desiderata, poiché all'avvicinarsi del suo raggiungimento la coppia tenderebbe a zero e non sarebbe dunque in grado di compensare l'effetto della forza peso.

Per questo motivo all'espressione (3) si è aggiunto un contributo costante presente nella seguente relazione:

$$C_{motrice} = K_t \cdot \Delta_{vel} + M \cdot 9.81 \cdot \sin(\theta) \cdot R \quad (4)$$

Dove M rappresenta la massa del trattore, θ l'angolo di inclinazione frontale del terreno e R il raggio della ruota. Nell'ipotesi di perfetta aderenza tra terreno e pneumatico, questo contributo costante alla coppia permette di compensare l'effetto della forza peso.

Ovviamente, nel caso in cui la simulazione venga condotta con un terreno pianeggiante, l'equazione (4) si riduce alla relazione (3).

Infine, come già accaduto per il controllo dell'angolo di sterzo, occorre limitare i valori ottenuti dalla relazione (4), poiché il motore presenta dei valori di coppia massimi.

Considerando la tecnologia dei motori presenti nei trattori si è scelto di impostare due differenti valori di coppia massima: 2000 Nm in caso di marcia veloce (pari a 25 km/h) e 3500 Nm per la marcia lenta (10 km/h).

In conclusione, dunque, il valore di coppia motrice totale per le quattro ruote è dato dal risultato ottenuto dalla relazione (4) se minore del valore di coppia massimo, diversamente si è saturato questo valore alla coppia massima consentita. La coppia motrice totale è poi suddivisa equamente tra le quattro ruote del veicolo. Dunque, delle tre coppie definite in Adams (si veda la Figura 31), quella dell'assale posteriore riceve metà della coppia motrice totale, le due anteriori un quarto.

A titolo d'esempio i grafici seguenti mostrano i risultati ottenuti in una simulazione lanciata con gli stessi dati di input contenuti nella Tabella 12 e con terreno pianeggiante. In particolare, si sono messi in luce i valori di coppia motrice applicate alle ruote posteriori e la velocità effettiva del trattore.

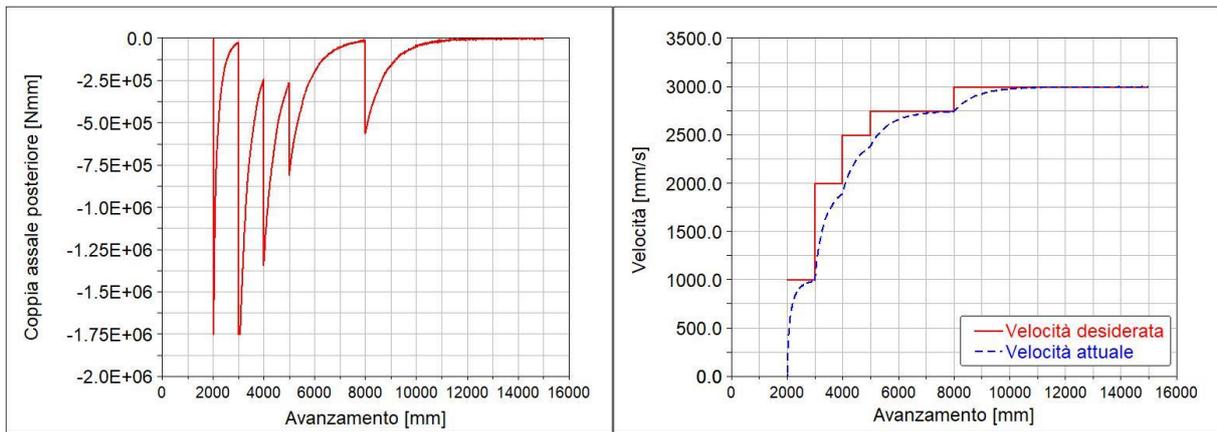


Figura 33, risultati riguardanti il controllo di coppia per una simulazione con terreno pianeggiante

Se invece si lancia la stessa simulazione precedente ma con un terreno in salita (ad una pendenza del 17.5%, pari ad un angolo di inclinazione frontale di 10°) si ottengono i seguenti grafici.

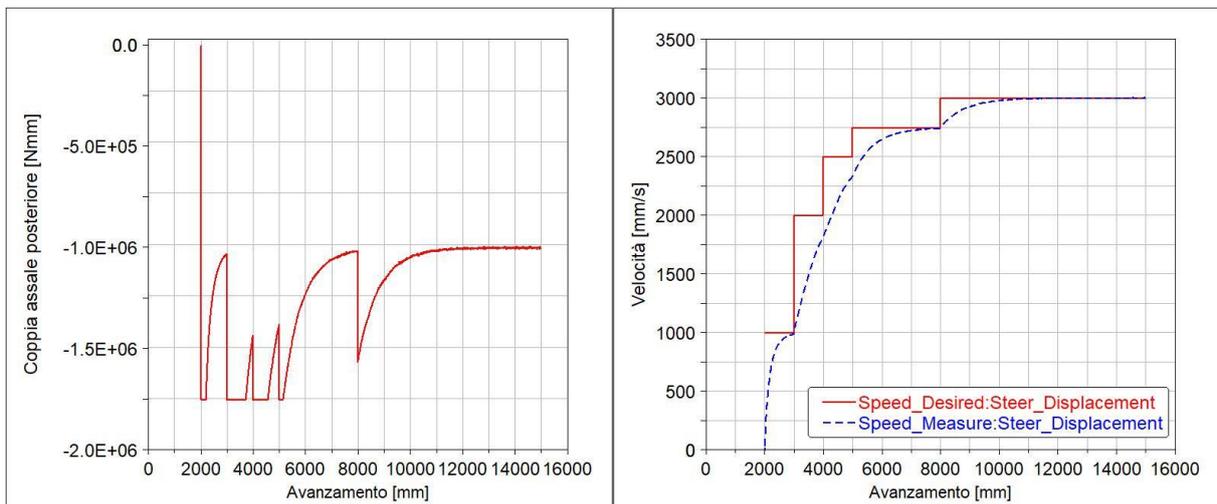


Figura 34, risultati riguardanti il controllo di coppia per una simulazione con terreno in salita

2.6. Forza di contatto ruota terreno, prima approssimazione

Il modello del trattore in sé risulta essere, a questo punto della trattazione, completo: sono state definite le varie parti che lo compongono, i vincoli e le leggi di moto che esistono tra i componenti e le azioni motrici.

Rimane solamente da definire la forza di contatto tra gli pneumatici ed il terreno, che permette al trattore sia di non precipitare verso il basso sia di trasformare la coppia motrice in una forza di trazione grazie all'azione dell'attrito.

Come illustrato nei paragrafi precedenti, sia le ruote che il terreno sono stati modellati fino ad ora come dei corpi rigidi. Questa ipotesi, molto forte, non rispecchia chiaramente la realtà, dove invece le ruote si deformano sotto il peso del trattore ed il terreno risulta essere cedevole, permettendo un affondamento degli pneumatici. Le complicazioni derivanti dall'eliminazione dell'ipotesi di corpo rigido per terreno e pneumatici sono state trattate in modo dettagliato più avanti nel corso del lavoro (si vedano a questo proposito i capitoli 3 e 4).

In prima approssimazione, assumendo l'ipotesi di ruota e terreno rigidi, si è scelto di utilizzare la funzione *Impact* già implementata in Adams come modello della forza di contatto tra questi due elementi.

Tale funzione definisce la forza di contatto attraverso la formula seguente

$$F_{impact} = K \cdot g^e + c \cdot \frac{dg}{dt} \quad (5)$$

Il risultato è quindi la somma di due contributi. Il primo termine è legato alla rigidità ed è equivalente ad una molla non lineare di rigidità K ed esponente e (g è la compenetrazione tra i due corpi). Il secondo termine tiene conto invece dello smorzamento essendo direttamente proporzionale alla velocità di variazione della compenetrazione tra i due corpi. Per evitare problemi legati alla stabilità numerica della soluzione, il coefficiente di smorzamento c nella relazione (5) viene definito in Adams con la funzione *Step*. Si tratta di una funzione che permette di approssimare con una spline cubica il valore del coefficiente di smorzamento quando l'affondamento g tende a zero. Infatti, allo scopo di evitare una discontinuità in corrispondenza di $g=0$, il coefficiente di smorzamento c è nullo in tale condizione e raggiunge il valore definito dall'utente solamente in corrispondenza di un affondamento g_{Cmax} (definito anch'esso dall'utente).

Non avendo a disposizione degli strumenti per tarare i parametri presenti nella relazione (5) e volendo solamente simulare un contatto rigido tra terreno e ruote, si sono scelti i valori riportati nella Tabella 13. Si noti come, con questo primo modello di contatto approssimato, non vi sia alcun effetto di smorzamento durante gli urti tra pneumatici e terreno.

K	$300 \frac{N}{mm^e}$
e	2
c	$0 \frac{Ns}{mm}$
g_{Cmax}	0.01 mm

Tabella 13, valori dei parametri nella funzione di contatto *Impact*

Per quanto riguarda l'attrito tra terreno e pneumatico, il software Adams mette a disposizione una funzione in grado di riprodurre il modello di attrito coulombiano. Anche in questo caso, l'utilizzo di tale modello di attrito risulta essere un'ipotesi forte e poco aderente alla realtà, per i motivi più precisamente descritti nel paragrafo 4.3, dove verrà anche sviluppato un modello di attrito più dettagliato e realistico.

Al momento si è scelto di utilizzare in prima approssimazione il modello coulombiano già offerto da Adams. Tale funzione richiede la definizione di 4 parametri:

- *Static coefficient* (μ_s): coefficiente di attrito statico
- *Dynamic coefficient* (μ_d): coefficiente di attrito dinamico
- *Stiction transition velocity* (v_s): velocità in corrispondenza della quale il coefficiente di attrito raggiunge il valore μ_s .
- *Friction transition velocity* (v_d): velocità in corrispondenza della quale il coefficiente di attrito raggiunge il valore μ_d .

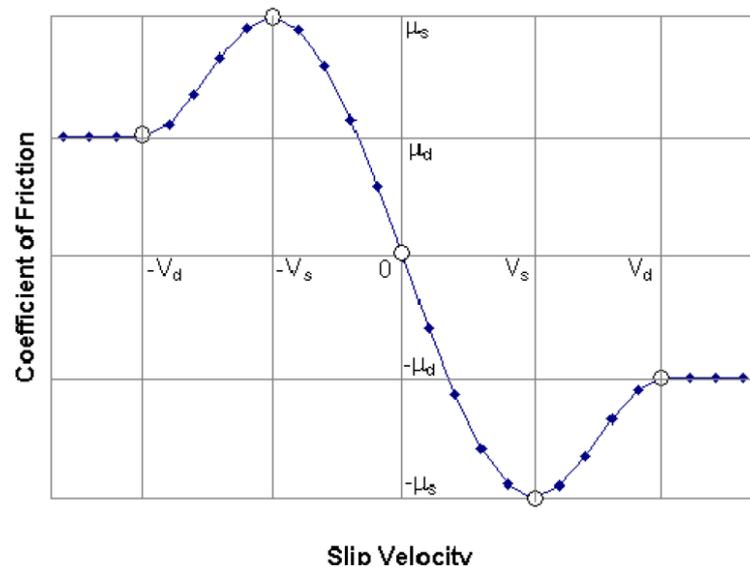


Figura 35, andamento del coefficiente di attrito in funzione della velocità di scorrimento

Infatti, allo scopo di evitarne delle discontinuità, Adams modella il valore del coefficiente di attrito come in Figura 35¹².

I valori di coefficiente di attrito sono ovviamente funzione delle caratteristiche del terreno e degli pneumatici. Le varie tipologie di terreno sono tipicamente classificate in funzione della struttura e della composizione, come si vedrà più nel dettaglio al paragrafo 4.2.2.

Considerando un terreno *sandy loam* si può assumere un coefficiente di attrito dinamico di 0.45 basandosi su tipici valori dell'angolo di attrito¹³. Per quanto riguarda i restanti parametri si è scelto un coefficiente di attrito statico leggermente superiore e pari a 0.50, un valore di velocità v_s di 1 mm/s (nel modello coulombiano ideale dovrebbe essere nullo, ma come compromesso con le esigenze computazionali del software si è scelto questo valore molto basso) e una velocità v_d di 100 mm/s. I parametri utilizzati sono quindi riassunti nella Tabella 14.

¹² Per maggiori dettagli si consulti pp. 296-297 della guida online di MSC Adams View al seguente link: https://simcompanion.mscsoftware.com/resources/sites/MSC/content/meta/DOCUMENTATION/10000/DOC10647/~secure/view_2014.pdf?token=cFiphJ1LebfcfL89ZLQ!3RDIJMTTfJdz8MXoHz0fNf-RL3!GtI9459kYDSpknpJwBJ1X7rjI9GHqx0sGia470OFN1-DdWUmjBhh1dTFzya58YEckn3YBSgRsv6XKVR6tv56pSeARBRa6hNazMTbQxoXDhCH!!R3k5hOASv5iIXRoh0FR2qAKfBJyE9cpzerW9im3NBqvIhwMX0nkLzIqrIEv-AWENbJ6dgHk63Uftxs=

¹³ "Fundamental of Tractor Design", Karl Th. Renius, Springer Nature Switzerland AG 2020, pp. 26.

μ_s	0.50
μ_d	0.45
v_s	$1 \frac{mm}{s}$
v_d	$100 \frac{mm}{s}$

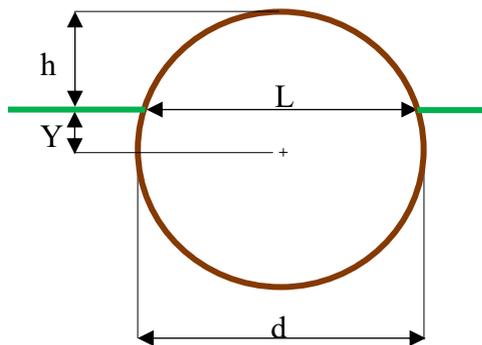
Tabella 14, parametri del modello di attrito coulombiano

2.7. Tipologia di test

Allo scopo di valutare le prestazioni del modello di trattore sviluppato, sono stati definiti quattro percorsi diversi su cui testare il trattore, in funzione dei seguenti criteri:

- Dimensioni degli ostacoli (ostacoli di tipologia A e B)
- Disposizione degli ostacoli (lineare o alternata)
- Velocità di percorrenza del trattore (marcia lenta o veloce)

Gli ostacoli sono stati rappresentati in Adams attraverso dei semicilindri come quelli in Figura 36, mentre i valori specifici delle dimensioni per le due tipologie di ostacoli sono riportati nella tabella a fianco.



Grandezza	Tipologia A [mm]	Tipologia B [mm]
L	300	150
h	40	70
Y	261.25	5.18
d	602.5	150.36

Tabella 15, dimensioni ostacoli semicilindrici

Figura 36, rappresentazione grafica dell'ostacolo semicilindrico

Il secondo criterio utilizzato per differenziare il percorso di prova su cui far muovere il modello sviluppato è stata la disposizione degli ostacoli. Anche in questo caso si sono scelti due casi possibili: un percorso con una serie di 10 ostacoli distanziati di 2.5 metri e che occupassero tutta la carreggiata (immagine a sinistra nella Figura 37) ed uno con ostacoli invece alternati (immagine a destra nella suddetta figura).

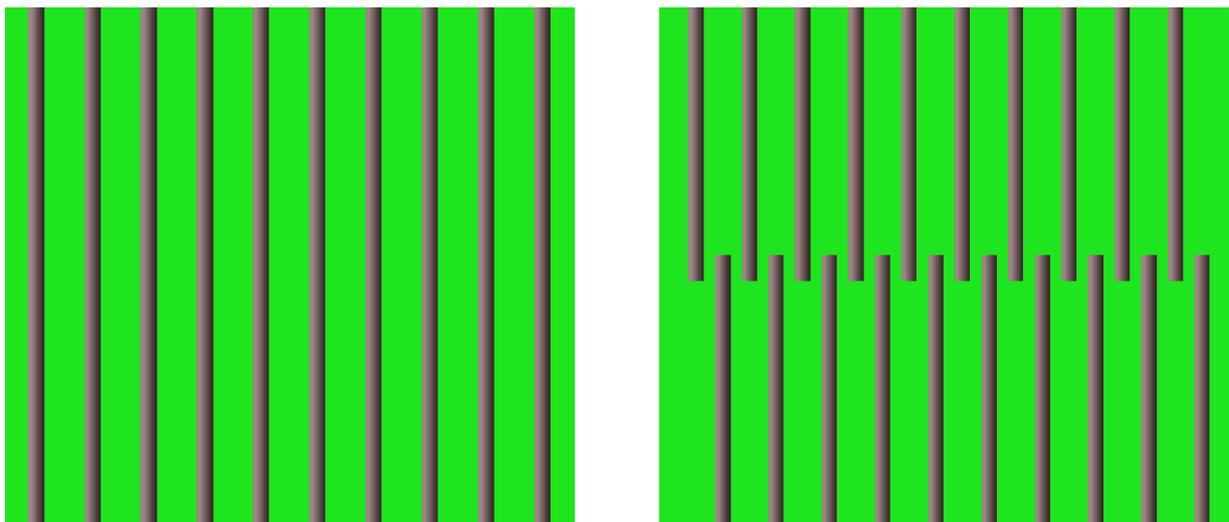


Figura 37, le due diverse disposizioni di ostacoli ipotizzate

Infine, le tipologie di test differiscono per quanto riguarda la velocità di avanzamento del trattore passata come input (si veda il paragrafo 2.5). Nei percorsi con gli ostacoli di dimensioni maggiori (ostacoli di tipologia B) al trattore viene richiesto di procedere con una velocità costante pari a 10 km/h, nei percorsi con gli ostacoli della tipologia A la velocità richiesta è quella di 25 km/h.

Sulla base dei tre criteri esposti, si sono quindi definiti i quattro tipi di test riassunti nella Tabella 16, utilizzati per valutare il comportamento dei modelli sviluppati nel presente elaborato.

Test	Tipologia ostacoli	Disposizione ostacoli	Velocità di avanzamento
Test 1	B	Lineare	10 km/h
Test 2	B	Alternata	10 km/h
Test 3	A	Lineare	25 km/h
Test 4	A	Alternata	25 km/h

Tabella 16, caratteristiche dei 4 tipi di test definiti

Per tutti e quattro i test elaborati, il terreno è pianeggiante, la traiettoria da seguire è rettilinea ed il trattore parte da fermo. Il primo ostacolo si trova ad una distanza di 20 metri nei primi due test e a 50 metri per gli ultimi due, in modo tale che la trattrice possa aver il tempo necessario ad accelerare e raggiungere la velocità di riferimento.

Allo scopo di valutare in modo quantitativo i modelli sviluppati, si sono scelti degli indici di performance delle simulazioni effettuate, in modo tale da agevolare il confronto tra le varie soluzioni sviluppate per modellare il contatto ruota-terreno che verranno proposte più avanti. In particolare, si sono scelte quattro grandezze:

- Altezza del centro ruota della ruota frontale sinistra, in modo tale da valutare di quanto il trattore si distacca dal terreno a seguito dell'impatto con gli ostacoli.
- Reazione vincolare tra la ruota frontale sinistra e il telaio, per valutare le forze causate dall'impatto con gli ostacoli.
- Ampiezza delle oscillazioni verticali della cabina durante le simulazioni.
- Tempo di calcolo richiesto dalla simulazione.

I risultati ottenuti con i vari modelli saranno riportati in grafici e tabelle inseriti in paragrafi specifici.

2.8. Risultati

In questo capitolo sono riportati i risultati ottenuti nei 4 test utilizzando il modello di contatto illustrato al paragrafo 2.6.

Come preventivabile, l'ipotesi di corpo rigido adottata sia per gli pneumatici che per il terreno, produce risultati evidentemente errati. L'assenza, infatti, di qualsiasi sistema di sospensione e ammortizzamento fa sì che gli urti tra ruota e ostacoli non vengano in alcun modo assorbiti, con la conseguenza che il trattore tenda a staccarsi da terra, quasi rimbalzando, in seguito agli urti contro gli ostacoli.

Ne segue che vi siano carichi impulsivi trasmessi tra ruote e telaio e che la cabina subisca ampie e repentine oscillazioni verticali, come illustrato nei seguenti diagrammi che riportano l'andamento degli indici di performance scelti per le quattro tipologie di test effettuati.

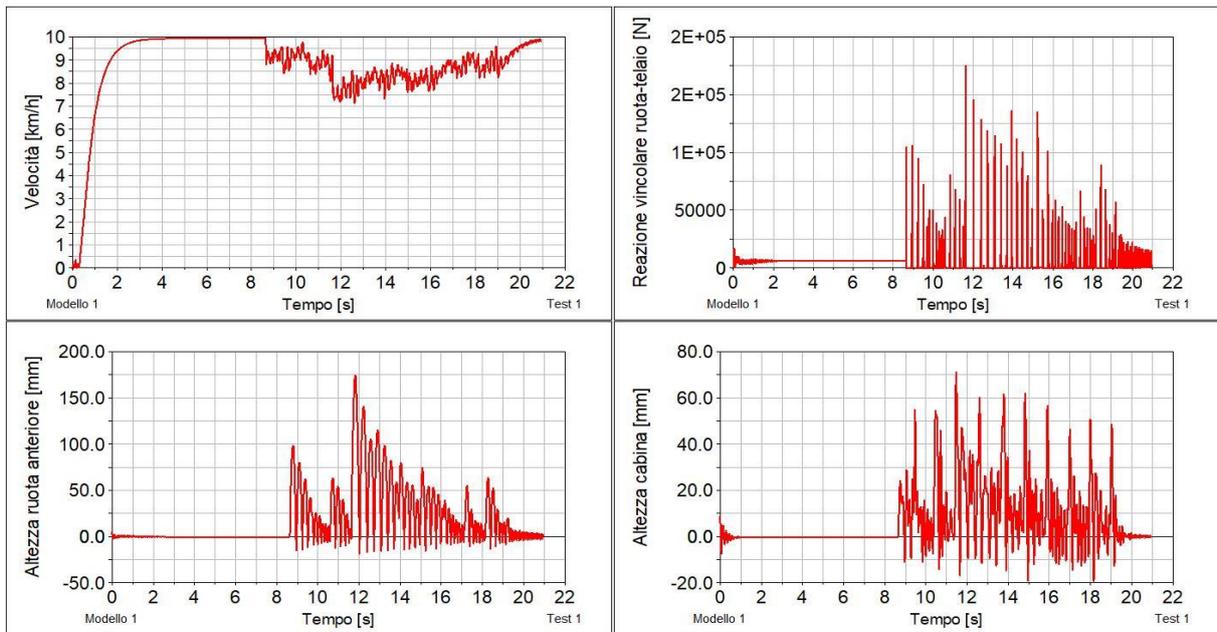


Figura 38, risultati ottenuti nel Test 1 con il modello di contatto rigido terreno-ruota

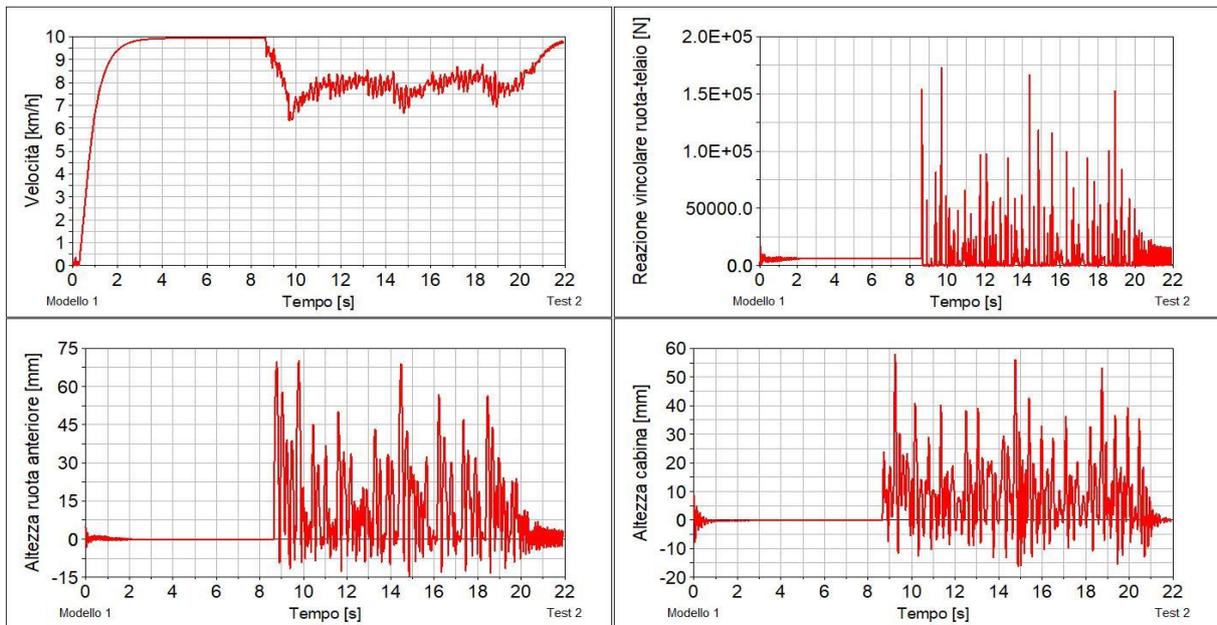


Figura 39, risultati ottenuti nel Test 2 con il modello di contatto rigido terreno-ruota

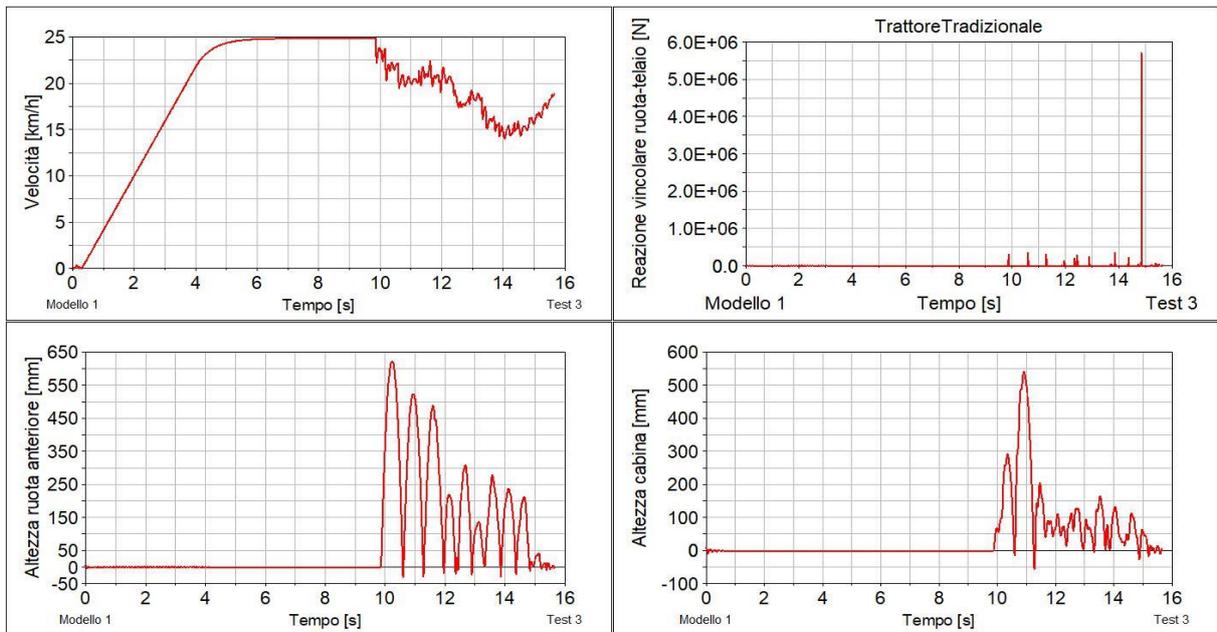


Figura 40, risultati ottenuti nel Test 3 con il modello di contatto rigido terreno-ruota

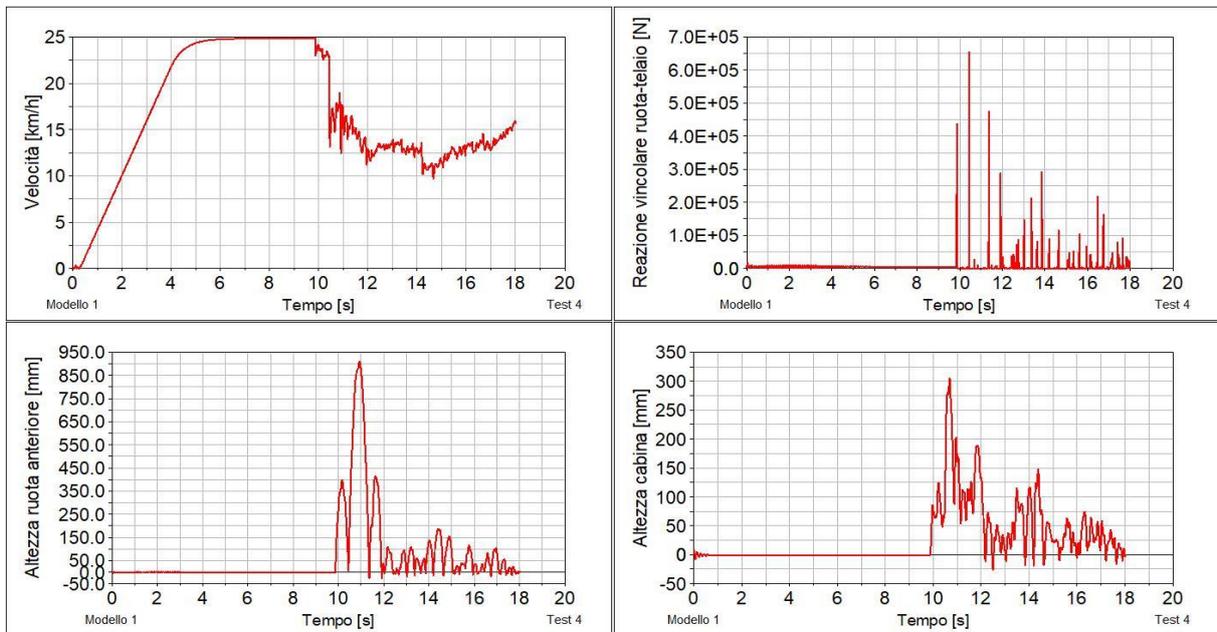


Figura 41, risultati ottenuti nel Test 4 con il modello di contatto rigido terreno-ruota

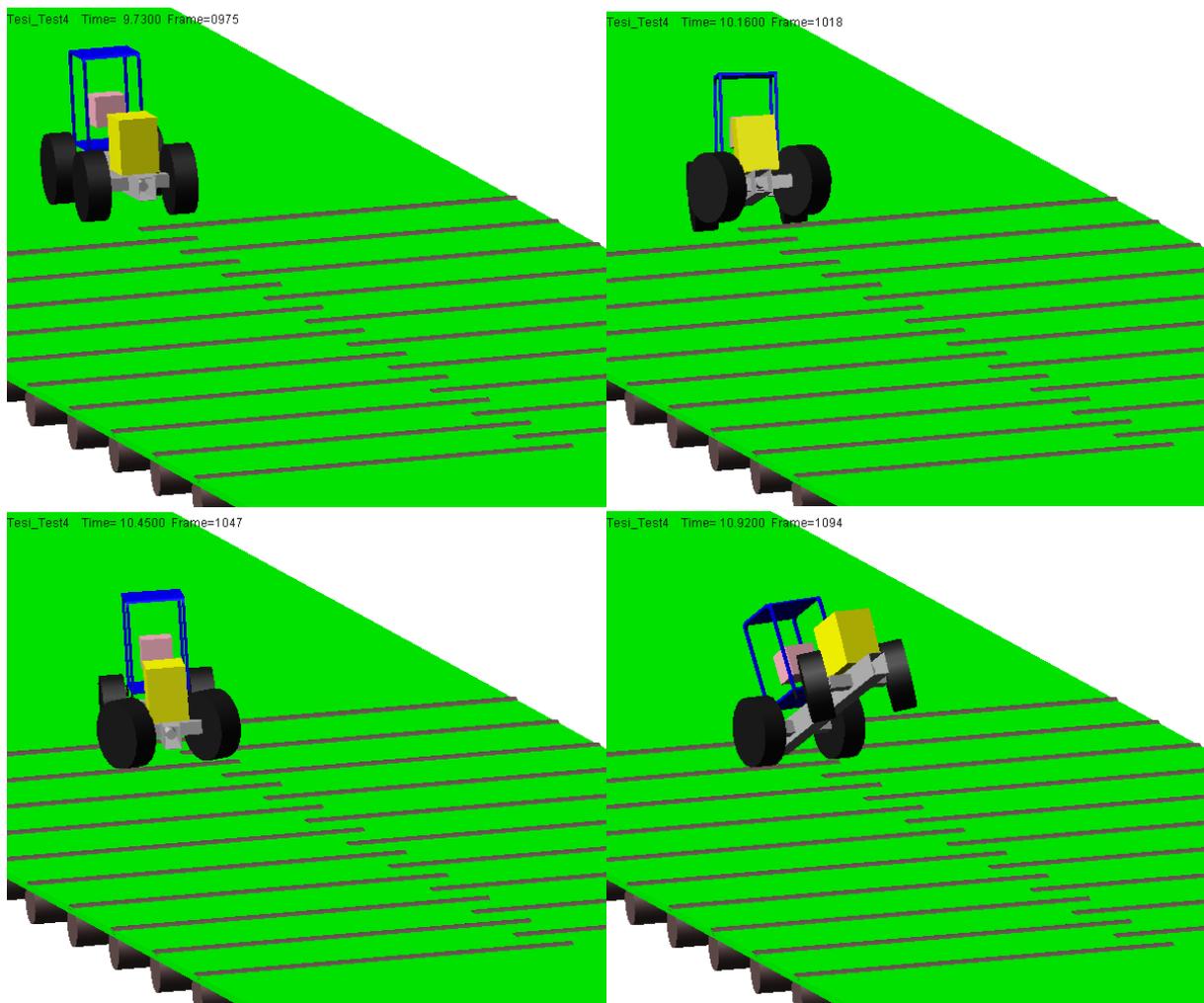


Figura 42, fotogrammi del Test 4 con il modello di contatto rigido terreno-ruota

Addirittura, nel test 4 dove la trattoria deve affrontare ad alta velocità degli ostacoli sfalsati di tipologia A, il mezzo rischia il ribaltamento in modo innaturale a causa degli impatti con gli ostacoli.

Tra le evidenti criticità dei risultati ottenuti si possono evidenziare:

- Sollevamenti della ruota anteriore di oltre mezzo metro nei test 3 e 4.
- Carichi impulsivi dell'ordine delle centinaia di migliaia di Newton a fronte di un carico statico di circa 6500N.

Dal punto di vista computazionale, l'estrema semplicità del modello sviluppato permette di effettuare simulazioni molto rapide. Effettuando il rapporto tra il tempo di calcolo richiesto e la durata delle simulazioni (intesa come il tempo virtuale simulato), si è individuato l'ultimo indice di performance richiesto, quello computazionale. I risultati sono riportati nella seguente tabella.

Test	Durata della simulazione	Tempo di calcolo richiesto	Indice di performance computazionale
Test 1	21.0 s	36 s	1.7
Test 2	21.9 s	1' 06"	3.0
Test 3	15.6 s	45 s	2.9
Test 4	18.0 s	26 s	1.4

Tabella 17, tempi di calcolo richiesti dai 4 test effettuati con il modello di contatto rigido ruota-terreno

È evidente come questo approccio, seppur molto efficiente dal punto di vista computazionale non possa essere in alcun modo ritenuto soddisfacente, poiché porta a risultati che non sono utilizzabili. È stato necessario dunque analizzare in modo più dettagliato il contatto ruota-terreno e su questo argomento verteranno i successivi capitoli 3 e 4.

3. Modello multibody con introduzione della deformabilità equivalente della ruota

Il modello descritto al capitolo 2 del presente elaborato finale risulta, come più volte evidenziato, basato su ipotesi molto forti e poco aderenti alla realtà. Per questo motivo i risultati riportati al paragrafo 2.8 non possono essere considerati attendibili e consistenti.

Il limite principale del modello fin qui sviluppato risulta la rappresentazione delle forze di contatto ruota-terreno basata sulla funzione *Impact* descritta al paragrafo 2.6. Su questo aspetto si è dunque lavorato per trovare delle soluzioni migliori.

Come primo obiettivo si è cercato un sistema per introdurre nel modello la deformabilità della ruota. L'operazione di considerare un corpo deformabile in un codice multibody risulta critica, come già discusso ed evidenziato al capitolo 1.2.3 *Studio interazione ruota-terreno* e la soluzione adottata verrà descritta nel capitolo seguente.

3.1. Deformabilità della ruota equivalente

Nell'articolo "*A study of a rover wheel for Martian explorations, based on a flexible multibody approach*"¹⁰, già citato in precedenza, gli autori indagavano le potenzialità di diverse strategie per introdurre la deformabilità della ruota montata sul rover. Tra di queste, la più conveniente dal punto di vista del costo computazionale e che assicurava comunque discreti risultati era l'introduzione di elementi *bushing* tra gli pneumatici ed il telaio. In questo modo si poteva continuare a modellare le ruote come corpi rigidi e compensare questo fatto permettendo uno spostamento relativo tra il centro ruota ed il mozzo del telaio. In altre parole, questa strategia permette di introdurre una sorta di deformabilità equivalente della ruota localizzata in corrispondenza del mozzo e non della effettiva superficie di contatto tra terreno e pneumatico.

Per consentire degli spostamenti relativi tra ruota e lo pneumatico occorre però ridefinire completamente i vincoli esistenti tra queste parti descritti al paragrafo 2.2. Inoltre, dal momento che si vuole introdurre la deformabilità di ogni pneumatico, bisogna considerare indipendentemente ogni ruota del mezzo. Per quanto riguarda le ruote anteriori, a causa della necessità di dover sterzare, esse erano già modellate come due parti distinte dell'assieme. Ciò non era invece richiesto per le ruote posteriori, che non potranno quindi più essere modellate nella stessa parte.

Innanzitutto, occorre dunque eliminare i giunti sferici tra ruote anteriori e telaio, la cerniera che collegava la parte con le ruote posteriori al telaio e scindere in due parti distinte gli pneumatici posteriori.

Una volta eseguite queste operazioni preliminari si possono creare i nuovi collegamenti tra le ruote ed il telaio come verrà illustrato nei due paragrafi seguenti.

3.1.1. Ruote posteriori

Ancora una volta, non dovendo aver la capacità di sterzare, la trattazione per le ruote posteriori risulta essere più semplice rispetto a quella richiesta per la coppia di ruote anteriori.

Per ogni ruota posteriori è infatti sufficiente introdurre un elemento *bushing* tra telaio e pneumatico come quello rappresentato in Figura 43, scegliendo in modo opportuno i valori di rigidezza e smorzamento.

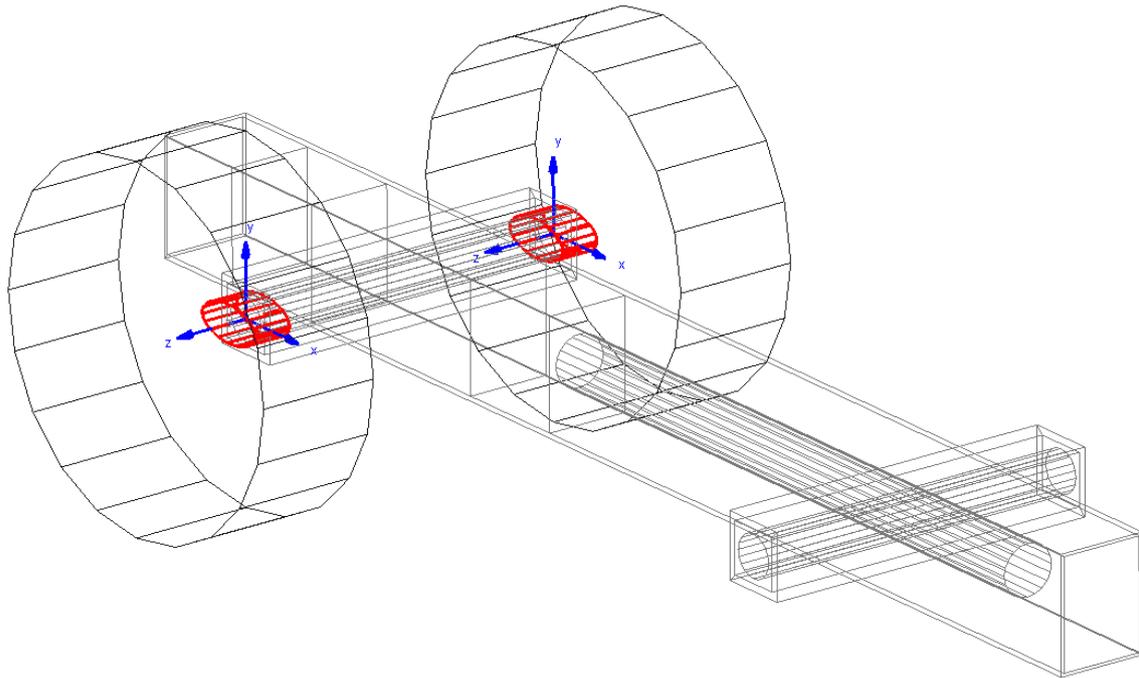


Figura 43, bushing tra ruote posteriori e telaio

Per simulare la deformabilità della ruota si vuole consentire uno spostamento relativo lungo gli assi x e y dei marker solidali al telaio evidenziati nella figura precedente, mentre si vuole vincolare la ruota a non spostarsi lungo l'asse z . A tale scopo si introdurrà quindi un valore di rigidità limitato che rappresenti la rigidità dello pneumatico nei campi che si riferiscono alle direzioni di x ed y , mentre un valore di parecchi ordini di grandezza superiore per quanto riguarda la rigidità lungo l'asse z . Lo stesso ragionamento deve essere seguito anche per la compilazione dei campi che si riferiscono allo smorzamento.

Passando alle rotazioni attorno agli assi del marker in esame, è evidente che l'unica rotazione che si vuole lasciare libera è quella lungo l'asse del mozzo, mentre è necessario vincolare le restanti due poiché non si vuole né che le ruote posteriori possano sterzare (rotazione attorno ad y), né che possano presentare un moto di rollio (rotazione attorno ad x). Nella compilazione dei campi di rigidità e smorzamento torsionali richiesti dal *bushing* si utilizzeranno dunque valori nulli in corrispondenza dei gradi di libertà che si vuole lasciare liberi e dei valori invece molto grandi per quelli che si vuole vincolare, in modo tale da limitare le rotazioni relative al punto di poterle trascurare.

Alla Figura 44 è possibile osservare la finestra dove sono stati inseriti i parametri usati per definire gli elementi *bushing* in esame. Si può osservare come siano state inserite le variabili *Wheel_Bushing_Stiffness* e *Wheel_Bushing_Damping* che rappresentano la rigidità e lo smorzamento dello pneumatico, in modo tale da poter cambiare questi valori agevolmente. Una trattazione più approfondita sulla scelta dei valori di smorzamento e rigidità è inserita nel paragrafo 3.2.

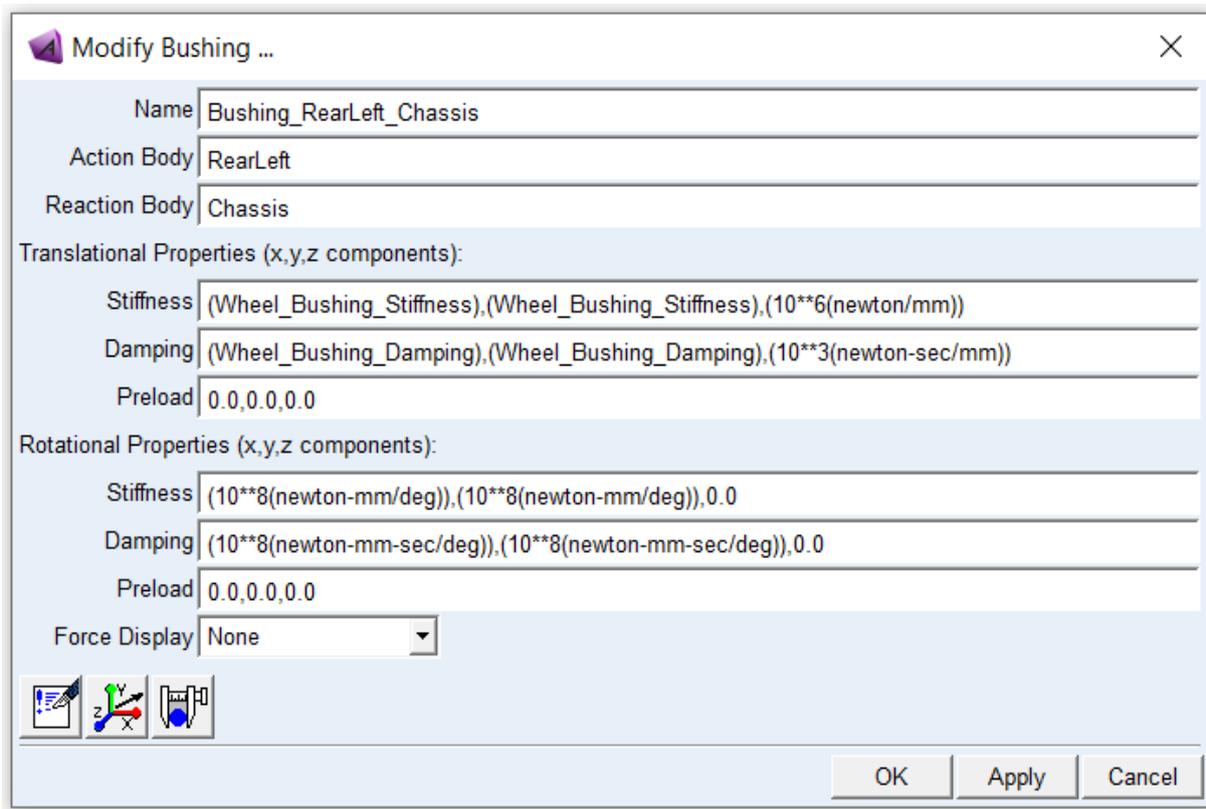


Figura 44, definizione dei parametri del bushing tra ruote posteriori e telaio

3.1.2. Ruote anteriori

Più complessa è invece la procedura per definire il collegamento tra telaio e ruote anteriori. Anche in questo caso, infatti, è necessario introdurre degli elementi *bushing* tra queste parti, tuttavia vi è l'ulteriore complicazione che le ruote, potendo sterzare, non hanno una posizione del loro asse di simmetria fissa nello spazio.

Nel caso delle ruote posteriori, la loro posizione fissa permetteva di definire le proprietà di rigidità e smorzamento del *bushing* rispetto ai marker evidenziati in Figura 43 e solidali al telaio. Dal momento che le ruote anteriori possono sterzare, per poter completare nello stesso modo i campi richiesti nella definizione del *bushing*, occorrerà creare un marker che non è però né solidale al telaio (poiché il mozzo del telaio non sterza) né alla ruota (poiché il marker che si desidera non deve ruotare lungo l'asse della ruota).

Ne segue la necessità di creare due nuovi corpi fittizi che siano centrati nel mozzo senza la possibilità di ruotare lungo l'asse della ruota ma che definiscano, istante per istante, l'angolo di sterzo delle ruote in modo tale da poter riferire le proprietà dei bushing a due marker solidali a questi corpi.

Come *dummy body* si è scelto di utilizzare i due cubi (di densità estremamente bassa in modo tale da non alterare le proprietà inerziali del trattore) rappresentati in rosso nella Figura 45. Essi sono collegati al telaio tramite due giunti sferici per bloccarne le traslazioni e due leggi di moto analoghe a quelle illustrate al paragrafo 2.2 per il collegamento ruota anteriore-telaio.

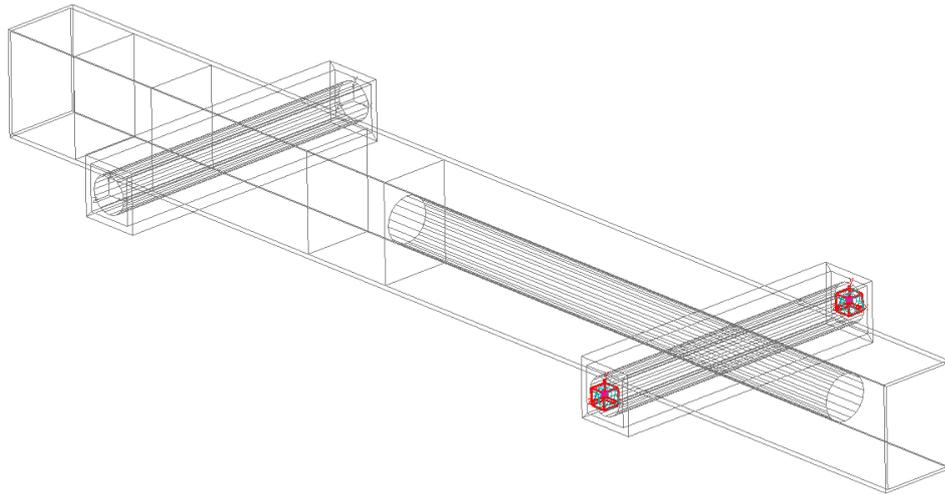


Figura 45, dummy body utilizzati per il collegamento delle ruote anteriori al telaio

Una volta creati questi due corpi fittizi si possono aggiungere i due elementi *bushing* tra i dummy body e le ruote anteriori. Definendo le proprietà di rigidità e smorzamento del bushing rispetto ai marker evidenziati in Figura 46 si possono seguire gli stessi ragionamenti illustrati per le ruote posteriori. Infatti, in una generica situazione di trattore impegnato in una curva, volendo bloccare la traslazione della ruota lungo l'asse z e le rotazioni attorno agli assi x e y sarà sufficiente utilizzare gli stessi parametri visti per i *bushing* delle ruote posteriori e riportati nella Figura 44.

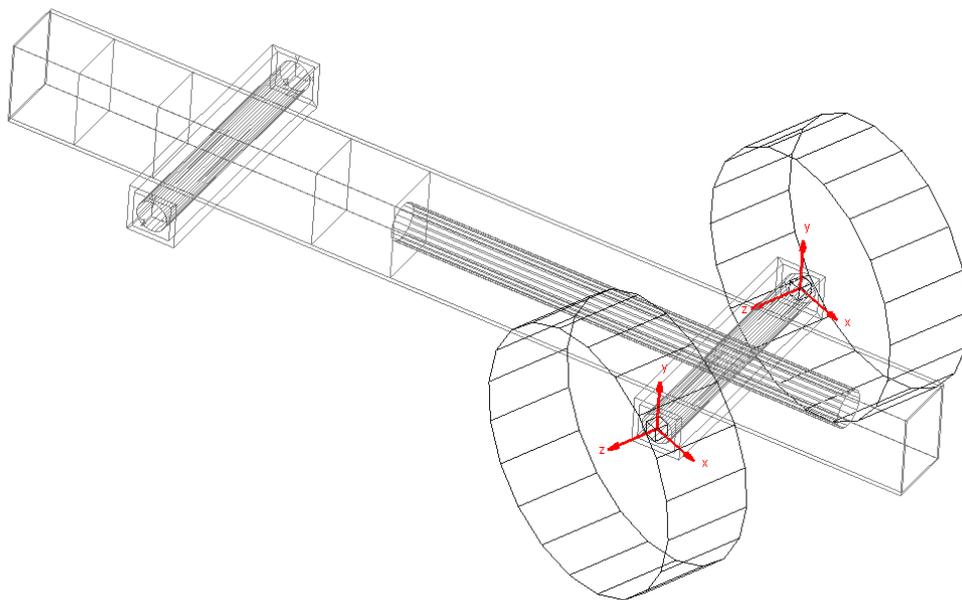


Figura 46, marker di riferimento per le proprietà dei bushing delle ruote anteriori

A questo punto tutte e quattro le ruote risultano collegate al telaio in un modo tale che siano loro consentiti gli spostamenti rispetto al mozzo ruota per simulare la deformabilità degli pneumatici. Si possono quindi ripetere i test effettuati in precedenza per analizzare le conseguenze dovute all'introduzione di questa modifica nel modello sviluppato.

3.2. Risultati

In letteratura esistono diversi studi empirici o semiempirici per determinare i valori di rigidità e smorzamento degli pneumatici. Tra questi, l'articolo "*Measurement of stiffness and damping coefficient of rubber tractor tires using dynamic cleat test based on point contact model*"¹⁴ presenta una procedura sperimentale per determinare i coefficienti di rigidità e smorzamento di uno pneumatico 380/85 R 28, dalle caratteristiche dunque simili allo pneumatico 320/70 R20 utilizzato nel modello sviluppato. In tale articolo, gli autori individuano, per una pressione di gonfiaggio di 160 kPa, un coefficiente di rigidità intorno ai 500 N/mm ed un coefficiente di smorzamento di circa 4 Ns/mm.

Dopo aver inserito dunque questi valori nelle variabili *Wheel_Bushing_Stiffness* e *Wheel_Bushing_Damping* utilizzate nella definizione del bushing tra ruota e telaio, si sono ripetuti i 4 test proposti.

Già dalle animazioni grafiche risultano evidenti i miglioramenti ottenuti in seguito all'introduzione degli elementi bushing tra ruota e telaio. Infatti, il trattore si solleva molto meno da terra a causa degli impatti con gli ostacoli e viene anche smorzato l'irrealistico rimbalzo che il precedente modello subiva a seguito delle ricadute sul terreno.

Da un punto di vista maggiormente quantitativo, si sono ottenuti i risultati riportati nei grafici seguenti.

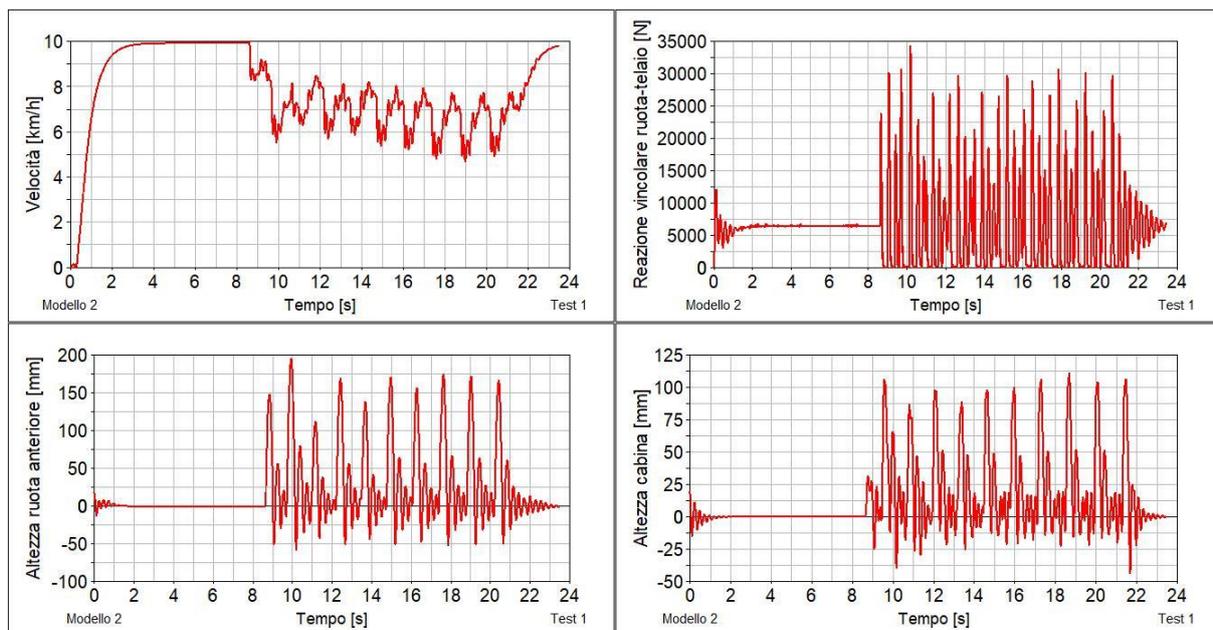


Figura 47, risultati ottenuti nel Test 1 con il modello dotato di bushing tra ruota e telaio

¹⁴ Yoo H, Oh J, Chung W-J, Han H-W, Kim J-T, Park Y-J, et al. Measurement of stiffness and damping coefficient of rubber tractor tires using dynamic cleat test based on point contact model. *Int J Agric & Biol Eng*, 2021; 14(1): 157–164

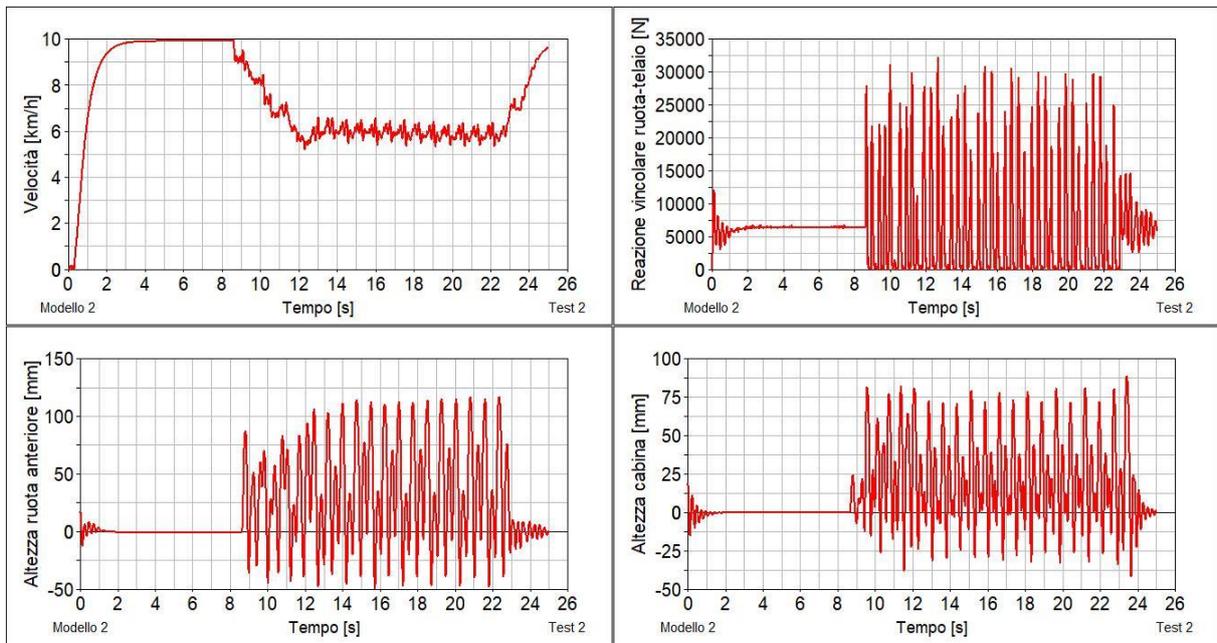


Figura 48, risultati ottenuti nel Test 2 con il modello dotato di bushing tra ruota e telaio

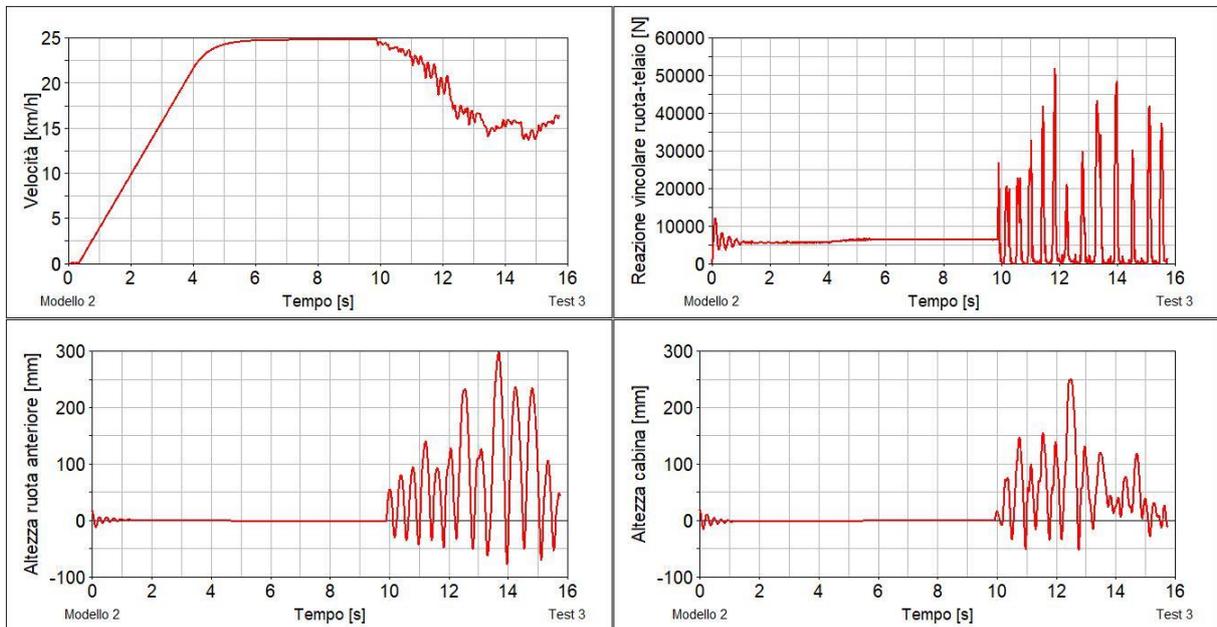


Figura 49, risultati ottenuti nel Test 3 con il modello dotato di bushing tra ruota e telaio

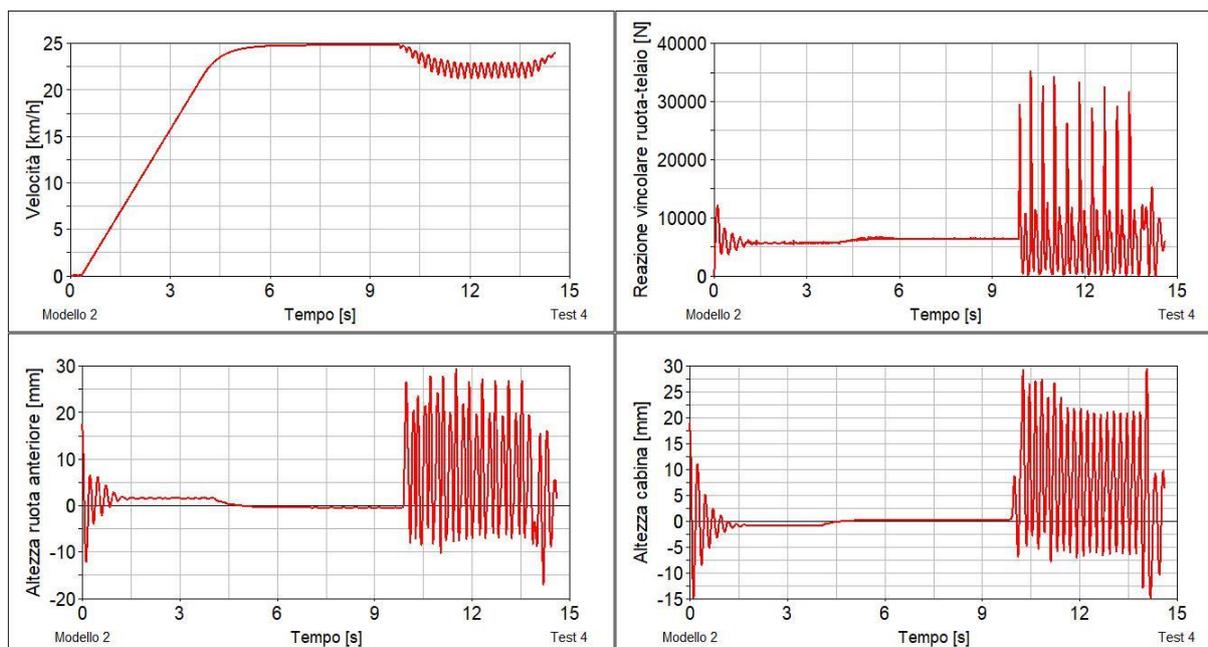


Figura 50, risultati ottenuti nel Test 4 con il modello dotato di bushing tra ruota e telaio

Si osserva come la ruota anteriore sinistra si sollevi, con questo modello, al massimo di 20/30 cm, contro i precedenti livelli di anche 60/70 cm. Anche i carichi trasmessi dalla ruota al mozzo risultano avere caratteristiche molto meno impulsive, passando dai valori massimi di centinaia di migliaia di Newton a qualche decina di migliaia.

Per mettere maggiormente in luce il ruolo dell'elemento bushing inserito, nella seguente figura sono riportati gli andamenti durante il test 3 delle quote dei due marker utilizzati nella sua definizione. In particolare, l'andamento della quota del marker solidale al telaio è tracciato in rosso e corrisponde a quello già riportato nei grafici precedenti, mentre quello del marker solidale alla ruota è tracciato in blu. Si osserva che, coerentemente con quanto previsto, il peso del trattore comporta che il mozzo ruota si trovi ad una quota più bassa rispetto a quella della ruota. Tale differenza tiene conto come desiderato della deformabilità della ruota. Quest'ultima invece, non potendo mai affondare nel terreno è evidente come non possa trovarsi ad una quota inferiore a quella iniziale.

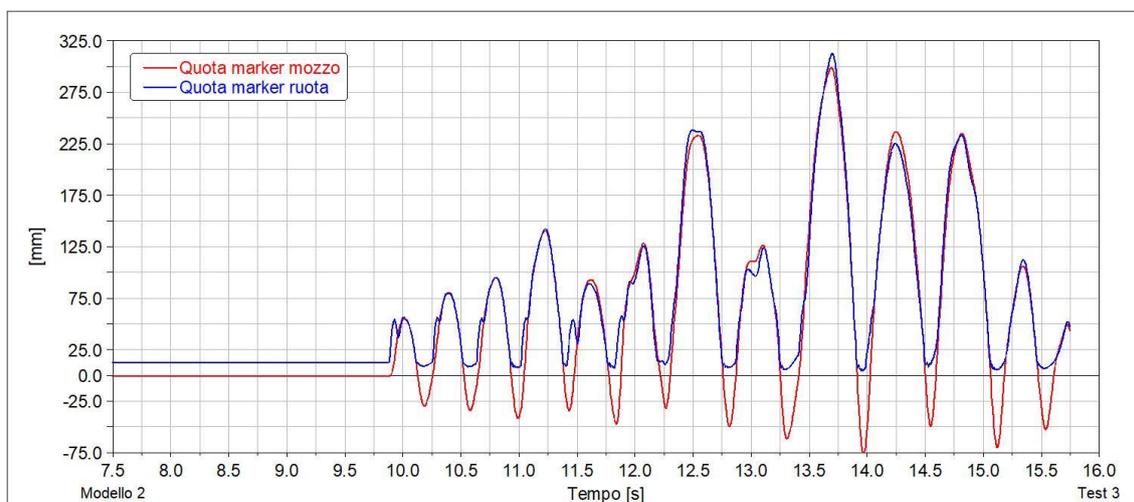


Figura 51, confronto quote nel test 3 dei marker che definiscono il bushing della ruota anteriore sinistra

Infine, per rendere più efficace il confronto tra il precedente modello di contatto rigido e quello con l'introduzione degli elementi bushing, si riportano nella Figura 52 i grafici contenenti i risultati del test 3 per entrambi i modelli e nella Figura 53 un fotogramma dell'animazione grafica relativa al medesimo test.

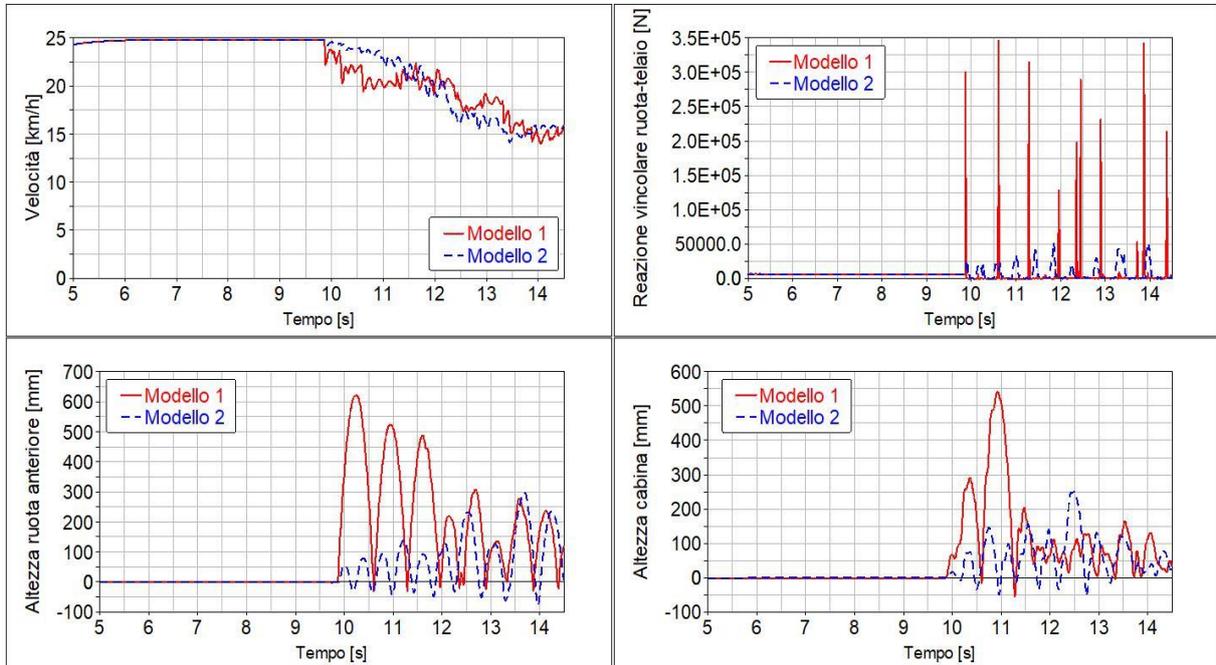


Figura 52, confronto tra i risultati ottenuti nel test 3 per il modello con il contatto rigido (in rosso) ed il modello con i bushing (in blu)

Multiple Runs Time= Undefined Frame=1027

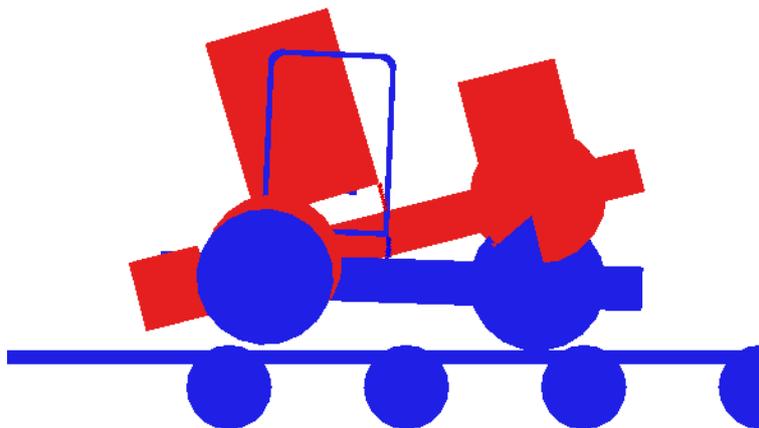


Figura 53, fotogramma dell'animazione grafica relativa al Test 3 in cui si confronta il trattore privo di sistemi di sospensione (in rosso) con quello dove si è considerata la deformabilità della ruota (in blu)

Dal punto di vista computazionale le simulazioni richiedono tempi di calcoli maggiori, poiché il collegamento ruota-telaio tramite bushing introduce nuovi gradi di libertà. Dai tempi riportati nella Tabella 18 si osserva come per simulare delle decine di secondi il modello richieda tempi di calcolo dell'ordine di alcuni minuti.

Test	Durata della simulazione	Tempo di calcolo richiesto	Indice di performance computazionale
Test 1	23 s	12'	31.3
Test 2	25 s	13'	31.2
Test 3	15.8 s	5'	19.0
Test 4	14.6 s	4'	16.4

Tabella 18, tempi di calcolo richiesti dai 4 test effettuati con il modello dotato di bushing ruota-telaio

Gli indici di performance computazionali delle varie simulazioni sono circa un ordine di grandezza più grande di quelli ottenuti con il modello semplificato al paragrafo 2.8. Tuttavia, il limitato aumento di tempo di calcolo è largamente giustificato dal netto miglioramento dei risultati ottenuti.

Si può quindi concludere che l'approccio proposto per modellare la deformabilità della ruota risulta un primo, importante, passo verso la realizzazione di un modello di contatto ruota-terreno realistico.

4. Modello multibody completo

La modifica introdotta al capitolo 3 del presente elaborato ha permesso di cominciare ad introdurre, seppur in modo molto semplificato, la capacità di deformazione degli pneumatici. Tuttavia, essa risulta essere ancora una soluzione approssimativa, soprattutto poiché non si è per ora considerato l'effetto della cedevolezza del terreno.

Per compiere dunque un ulteriore passo in avanti per quanto riguarda la gestione delle forze di contatto tra terreno e ruote si è sviluppato un innovativo modello sia delle ruote che del terreno al fine di riuscire ad ottenere dei risultati maggiormente coerenti con i modelli presenti in letteratura su questi temi. Parallelamente si è cercato di mantenere i vantaggi dal punto di vista computazionale del modello elaborato fino a questo punto, che, lavorando solamente con corpi rigidi, assicura ottime durate temporali delle simulazioni.

In questo capitolo verrà quindi descritta in modo accurata l'innovativa strategia seguita, scindendo il problema nella trattazione di diversi punti: la deformabilità della ruota, la cedevolezza del terreno e il modello di trazione pneumatico-terreno sviluppato.

4.1. Deformabilità della ruota

Nel capitolo 3 si è seguita una strategia che permetteva di introdurre l'effetto della deformazione della ruota non modellando localmente il fenomeno, ma individuando uno spostamento equivalente localizzandolo all'altezza del mozzo ruota. Inoltre, affrontando in questo modo il problema, è stato necessario definire un unico valore di rigidità e smorzamento radiale per tutta la ruota (ipotesi questa, comunque, sufficientemente realistica nel caso della modellazione di pneumatici di trattori).

L'approccio che viene invece descritto in questo paragrafo tenta di modellare localmente la deformazione della ruota, pur continuando ad utilizzare solamente corpi rigidi. A tale scopo per ognuno dei quattro pneumatici verranno creati diversi cilindri che, opportunamente collegati al mozzo ruota e fatti interagire con una forza di contatto con il terreno, saranno in grado di simulare il comportamento di una ruota deformabile come verrà accuratamente illustrato.

Innanzitutto, si procede con la creazione dei cilindri, di raggio 90 mm e lunghezza pari a quella delle ruote, ovvero 320 mm. Come si può osservare nella Figura 54, i cilindri sono disposti lungo la circonferenza esterna in modo equispaziato. I loro centri si trovano ad una distanza di 394 mm dal centro ruota (poiché il raggio dello pneumatico è 484 mm) in modo tale che la superficie di ogni cilindro sia tangente alla circonferenza esterna dello pneumatico.

Inoltre, dal momento che questi corpi non rappresentano alcun elemento fisico reale della ruota, si deve scegliere una loro densità particolarmente bassa, in modo tale da non alterare le proprietà inerziali del veicolo.

Per quanto riguarda il numero di cilindri da utilizzare occorre fare alcune considerazioni. Da una parte più cilindri si creano più sarà preciso il modello

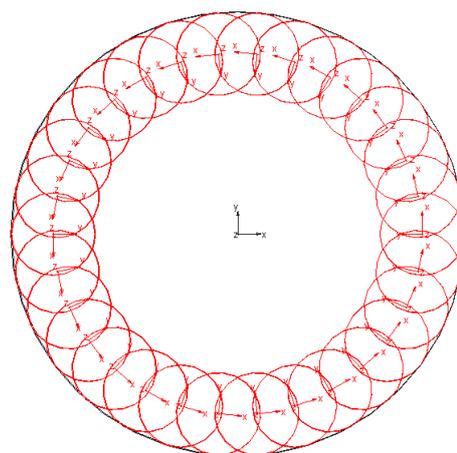


Figura 54, disposizione dei cilindri per ogni ruota

nel rilevare la presenza, ad esempio, di ostacoli che la ruota urta e maggiore sarebbe la sensibilità con cui si potrebbero definire, eventualmente, dei diversi valori di rigidità e smorzamento radiali della ruota. D'altra parte, ovviamente, maggiore è il numero di corpi inseriti nel modello e maggiore risulterà essere il costo computazionale richiesto per eseguire le simulazioni.

In definitiva, considerando queste due opposte esigenze ed eseguendo alcune prove variando il numero di cilindri, si è scelto di utilizzarne 30 come rappresentato nella Figura 54.

Una volta creati i cilindri occorre vincolarli opportunamente alla ruota. In particolare, si desidera che essi possano replicare il comportamento deformabile della ruota, dando luogo dunque ad un'area di impronta dello pneumatico sul terreno e deformandosi seguendo il profilo del terreno. A tale scopo si vuole lasciare come unico grado di libertà libero per i cilindri la possibilità di traslare in direzione radiale, regolando poi tale spostamento tramite un opportuno sistema molla-smorzatore che verrà trattato in seguito.

Per garantire questo vincolo si sono utilizzati, per ogni cilindro, un *Inline Joint Primitive* ed un'equazione di moto. Il primo è un vincolo che permette di bloccare due gradi di libertà traslazionali e di lasciare libero il rimanente (definendo la direzione dello spostamento ammissibile) e le tre rotazioni. Alla Figura 55 è possibile osservare in blu il vincolo radiale imposto per uno dei cilindri della ruota, dove la direzione lungo cui è lasciata libera la traslazione è quella dell'asse z del marker in rosso.

Per bloccare anche tutti i gradi di libertà rotazionali del cilindro si è utilizzata un'equazione di moto imponendo nulle tutte le rotazioni relative tra cilindro e ruota.

Si osservi che, così facendo, il modello di ruota sviluppato non sarà in grado di affrontare correttamente il contatto con un ostacolo che avvenga solo con una porzione di ruota e non lungo tutto lo pneumatico. Come infatti sarà più chiaro nei paragrafi seguenti, il modello sviluppato richiede un unico valore di affondamento del cilindro nel terreno e non può gestire la presenza di un ostacolo solo su una porzione del cilindro.

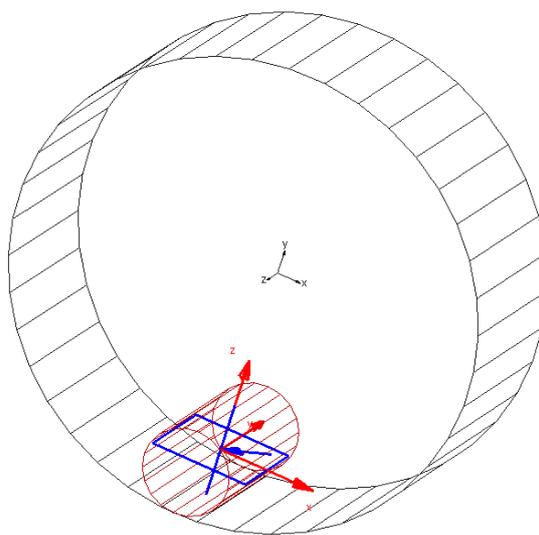


Figura 55, *Inline Joint Primitive* tra cilindro e ruota

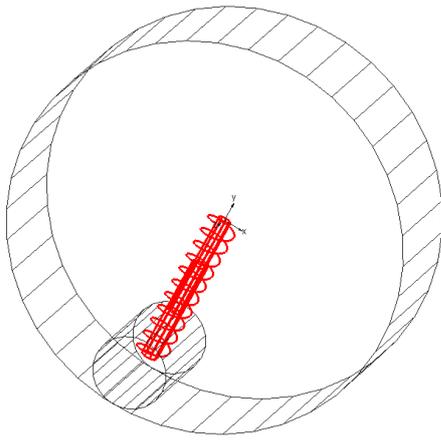


Figura 56, elemento molla smorzatore tra cilindro e ruota

Vincolati in questo modo tutti i cilindri occorre regolare i loro spostamenti radiali. A tale scopo si è introdotto, per ogni cilindro, un elemento molla-smorzatore che collega il centro del cilindro al centro della ruota come nella Figura 56.

Questi elementi hanno il compito di replicare le proprietà di rigidità e smorzamento dello pneumatico. Si osservi come, in linea teorica, sarebbe possibile assegnare diverse caratteristiche ad ogni elemento molla-smorzatore a seconda del cilindro a cui si riferiscono, potendo quindi modellare anche degli pneumatici con delle proprietà radiali non uniformi.

Adams permette di definire le caratteristiche degli elementi spring-damper in diversi modi. Per quanto riguarda il solo smorzamento è stato scelto di utilizzare una relazione lineare tra la forza generata dallo smorzatore e la velocità di deformazione. È stato quindi sufficiente introdurre un coefficiente di smorzamento sottoforma della variabile *Wheel_Damping* in modo tale da poter impostare rapidamente simulazioni con diversi valori di smorzamento delle ruote.

Per le proprietà di rigidità dell'elemento molla-smorzatore si è invece scelto di utilizzare una relazione non lineare, bensì basata su una spline definita dall'utente. L'obiettivo era quello, infatti, di avere una rigidità costante a compressione e valori invece molto maggiori durante un'eventuale trazione della molla. Le ruote, infatti, si deformano comprimendosi localmente sotto il carico del trattore o a causa dell'urto con degli ostacoli ma non si espandono verso l'esterno. Per simulare questo comportamento si è scelto di definire la forza derivante dal solo elemento molla attraverso una spline come quella rappresentata in Figura 57, dove si può osservare a compressione un tratto a pendenza costante (in questo caso si è scelta una rigidità dello pneumatico di $200 \frac{N}{mm}$) e dei valori di forza molto più elevati a trazione.

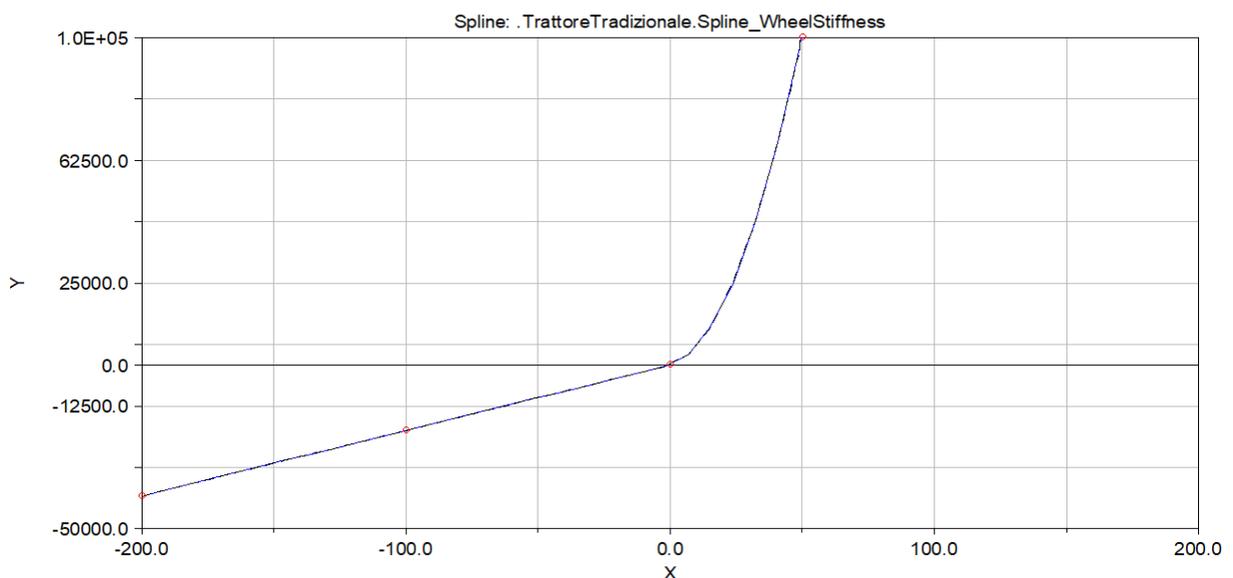


Figura 57, grafico della spline utilizzata per definire la forza della molla tra cilindro e terreno. Sull'asse delle ascisse l'allungamento della molla (mm), sull'asse delle ordinate la forza derivante (N)

A questo punto la modellazione dei cilindri è completa, rimane solamente da definire la relazione tra questi ed il terreno. Come infatti si illustrerà meglio al paragrafo seguente il passaggio chiave della strategia attuata consiste nell'applicare la forza di contatto non più tra terreno e ruota bensì tra il terreno ed i cilindri stessi. Attraverso poi i vincoli e gli elementi molla-smorzatore questa forza verrà trasmessa alla ruota ed al mozzo.

Per la definizione specifica di questa forza di contatto si vedano i paragrafi 4.2.3 e 4.3, di seguito ci si limiterà a mostrare alcune immagini che raffigurano come i cilindri si comportano in diverse situazioni (su un terreno non cedevole) simulando il profilo di deformazione di una ruota reale.

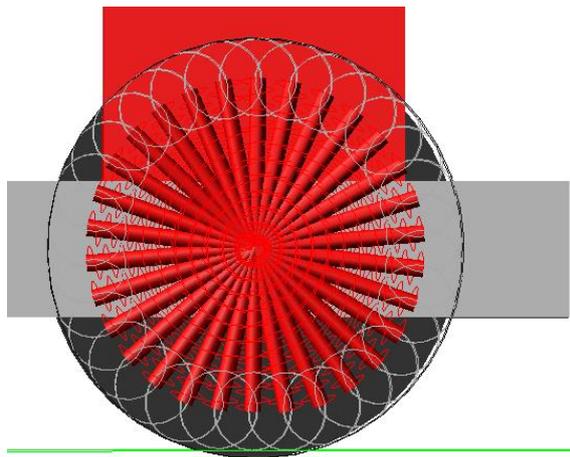


Figura 59, ruota anteriore destra con trattore fermo, in piano

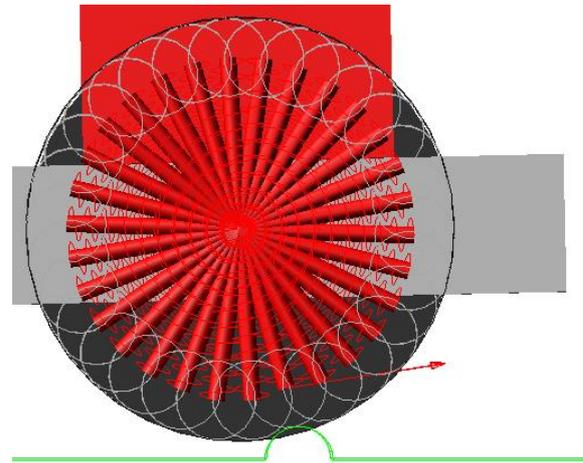


Figura 58, ruota anteriore destra durante il superamento di un ostacolo

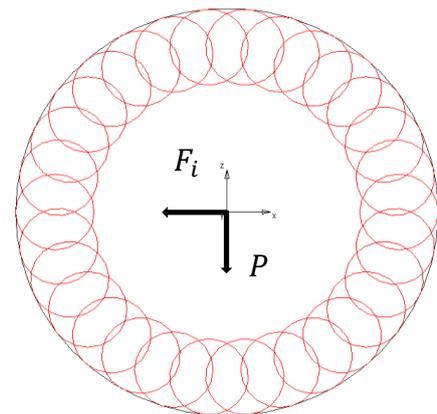
4.2. Cedevolezza del terreno

In questo paragrafo si tratterà la definizione delle forze di contatto tra i cilindri ed il terreno. In particolare, considerando per la prima volta la cedevolezza del terreno, si definirà la componente normale della reazione del terreno, studiando l'affondamento della ruota. Si lascerà invece al paragrafo seguente la definizione di un modello che replichi la componente di trazione della forza.

4.2.1. Modello di lavoro semplificato

Come premessa alla trattazione della strategia seguita, si descrive innanzitutto il sistema di lavoro in Adams su cui si è lavorato per individuare il modello di forza di contatto desiderato. Infatti, si è scelto di non lavorare sul modello di trattore completo sviluppato in precedenza, sia per evitare di appesantire inutilmente il costo computazionale delle simulazioni e sia per rendere più rapide le numerose modifiche che sono state richieste per convergere alla soluzione desiderata.

Per tali motivi si è scelto di lavorare su un modello semplificato rappresentante solamente un quarto del trattore. Come si vede dalla Figura 60, il modello considerato era costituito da un singolo pneumatico dotato dei 30 cilindri, vincolati come descritto al paragrafo 4.1. Per tenere conto dell'inerzia del trattore sono state applicate due forze al mozzo ruota:



- P : forza peso relativa alla massa di un quarto del trattore, a cui deve essere sottratta la quota parte dovuta al peso della ruota, poiché già considerata avendo creato la ruota in Adams. Considerando dunque che, banalmente, la forza peso del quarto di trattore è dato dalla relazione (6):

$$P_{tot} = \frac{M g}{4} \quad (6)$$

La forza P desiderata si può ottenere come:

$$P = P_{tot} - M_r \cdot g \quad (7)$$

dove M è la massa del trattore e M_r quella della ruota (49 kg).

- F_i : forza di inerzia dovuta ad un quarto della massa del trattore, calcolata come:

$$F_i = \left(\frac{M}{4} - M_r \right) \cdot a_x \quad (8)$$

Dove a_x è l'accelerazione della ruota lungo l'asse x nel sistema di riferimento globale.

4.2.2. Modello Wong-Reece

Per trattare in modo quantitativo l'affondamento nel terreno dello pneumatico si è eseguita una ricerca riguardante tale tema nella letteratura scientifica. Si tratta di un problema di non facile trattazione e riguardo cui sono stati trovati diversi approcci proposti da vari autori.

Tra i diversi lavori individuati si è scelto di approfondire quello condotto dai due ricercatori Jo-Yung Wong e A. R. Reece. Nel loro articolo "*Prediction of rigid wheel performance based on the analysis of soil-wheel stresses*"¹⁵ i due autori sviluppano un modello per calcolare la reazione normale e la forza di trazione tra pneumatico e terreno sulla base della forte ipotesi di ruota indeformabile. Si tratta di un lavoro certamente non recente, poiché condotto alla fine degli Anni 60, ma che è stato un riferimento importante anche per lavori successivi riguardanti questo tema e che, per la sua relativa semplicità, è stato scelto come riferimento per il modello di forza di contatto sviluppato.

In questo paragrafo si descriverà la strategia seguita da Wong e Reece nell'articolo citato e, parallelamente, alcuni passaggi del codice scritto in linguaggio Matlab per ottenere i risultati necessari su cui tarare il modello di forza di contatto in Adams.

Il codice completo è consultabile all'appendice riportata nel paragrafo 6.1.

Quando una ruota, considerata indeformabile, affonda nel terreno, quest'ultimo si deforma come rappresentato nella Figura 61. Wong e Reece hanno studiato la distribuzione delle tensioni σ (normali al profilo della ruota) al variare dell'angolo ϑ , scoprendo che il valore massimo si raggiunge in corrispondenza di un angolo θ_M diverso da zero. Il valore di θ_M si può ottenere usando la seguente relazione da loro proposta:

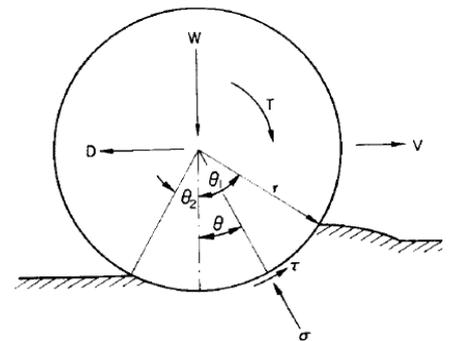


Figura 61, ruota indeformabile che affonda in terreno cedevole

$$\frac{\theta_M}{\theta_1} = c_1 + c_2 i \quad (9)$$

Dove c_1 e c_2 sono proprietà tipiche del terreno mentre i indica lo *slip ratio* ovvero una grandezza che misura l'entità dello slittamento della ruota rispetto al terreno:

$$i = 1 - \frac{V_r}{\omega R} \quad (10)$$

Con V_r velocità di traslazione del centro ruota, ω la velocità di rotazione e R il raggio della ruota. Dunque, in condizioni di perfetta aderenza tra pneumatico e terreno, il valore dello *slip ratio* è nullo. Viceversa, se la ruota gira senza avanzare il rapporto di slittamento ha valore unitario.

Tornando al valore θ_M presso cui si verifica il massimo valore di pressione normale alla superficie della ruota, si può osservare come sia, in prima approssimazione, funzione delle

¹⁵ Wong, J. Y. and Reece, A. R. Prediction of Rigid Wheel Performance Based on the Analysis of SoilWheel Stresses. Journal of Terramechanics, 4, 1967.

proprietà del terreno e delle condizioni di slittamento ma non di caratteristiche tipiche dello pneumatico quali diametro o larghezza.

Una volta individuato il valore di θ_M , Wong e Reece hanno proposto le relazioni (11) e (12) per rappresentare l'andamento delle pressioni σ sul profilo della ruota:

$$\sigma_1 = (k_1 + k_2 b) \left(\frac{R}{b}\right)^n (\cos \vartheta - \cos \vartheta_1)^n \quad \text{per } \vartheta_M < \vartheta < \vartheta_1 \quad (11)$$

$$\sigma_2 = (k_1 + k_2 b) \left(\frac{R}{b}\right)^n \left[\cos \left(\vartheta_1 - \left(\frac{\vartheta - \vartheta_2}{\vartheta_m - \vartheta_2} \right) (\vartheta_1 - \vartheta_M) \right) - \cos(\vartheta_1) \right]^n \quad \text{per } \vartheta_2 < \vartheta < \vartheta_M \quad (12)$$

Dove b è la larghezza di fascia della ruota, k_1 , k_2 , n sono invece parametri caratteristici del terreno.

Per l'analisi condotta si è considerato il tipo di terreno *compact sand* presente nell'articolo citato di Wong-Reece.

I vari tipi di terreno possono essere, in generale, classificati a seconda della loro composizione e struttura. E. Benham e R.J. Ahrens classificano nel loro lavoro "*Clarification of Soil Texture Class Boundaries*"¹⁶ tutti i tipi di suolo nel triangolo rappresentato nella Figura 62, sulla base della percentuale di sabbia, argilla e limo che li costituiscono. In particolare, la sabbia può essere a sua volta classificata in coarse sand, sand, fine sand e very fine sand a seconda della dimensione dei granelli che la compongono.

Il terreno *compact sand* utilizzato da Wong-Reece può essere classificato come *coarse sand* nella più recente classificazione sviluppata da Benham e Ahrens e le sue proprietà sono riportate nella tabella seguente.

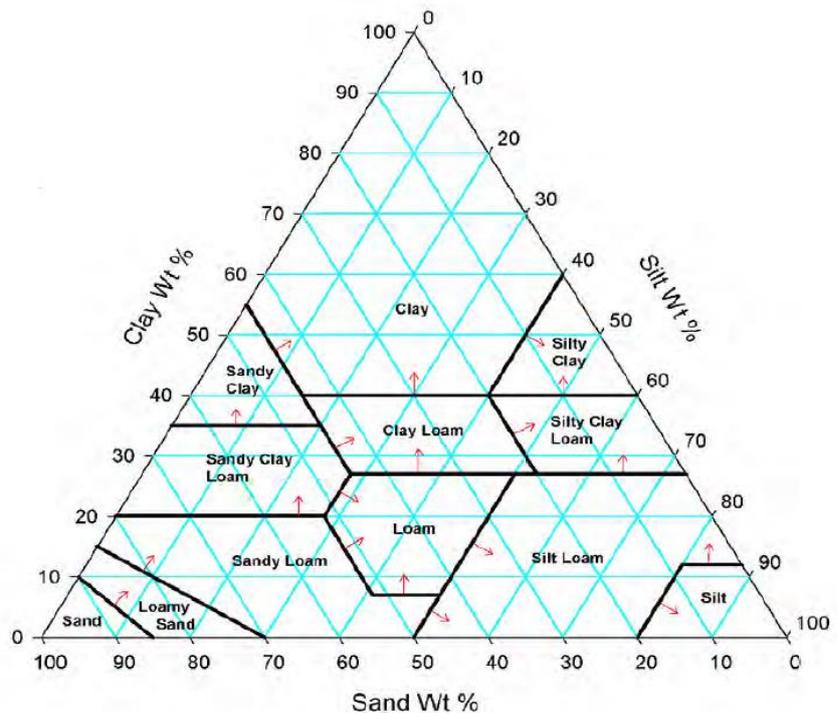


Figura 62, classificazione dei terreni secondo E. Benham e R.J. Ahrens

¹⁶ "Clarification of Soil Texture Class Boundaries", E. Benham, R.J. Ahrens, W.D. Nettleton National Soil Survey Center, USDA-NRCS, Lincoln, Nebraska, attachment to MO5 Soil Technical Note-16, March 19, 2009.

c_1	0.43
c_2	0.32
k_1	137.8 KPa
k_2	678.6 KPa/m
n	0.4706
c	0.6895 KPa
K	38.1 mm
Φ	33.3°

Tabella 19, proprietà del terreno "compact sand"

All'interno di questa tabella sono riportate anche le grandezze c , K e Φ il cui significato ancora non è stato descritto ma che serviranno in seguito nella trattazione.

Considerando un angolo ϑ_2 nullo (ipotesi che assumono gli stessi autori e tanto più valida quanto più i valori dello slip ratio i non sono elevati) e utilizzando il software Matlab per risolvere le equazioni (9), (11) e (12) per un insieme di valori di ϑ , si possono ottenere dei tipici andamenti di pressione normale riportati nella figura seguente.

Andamento tensione normale lungo il profilo della ruota

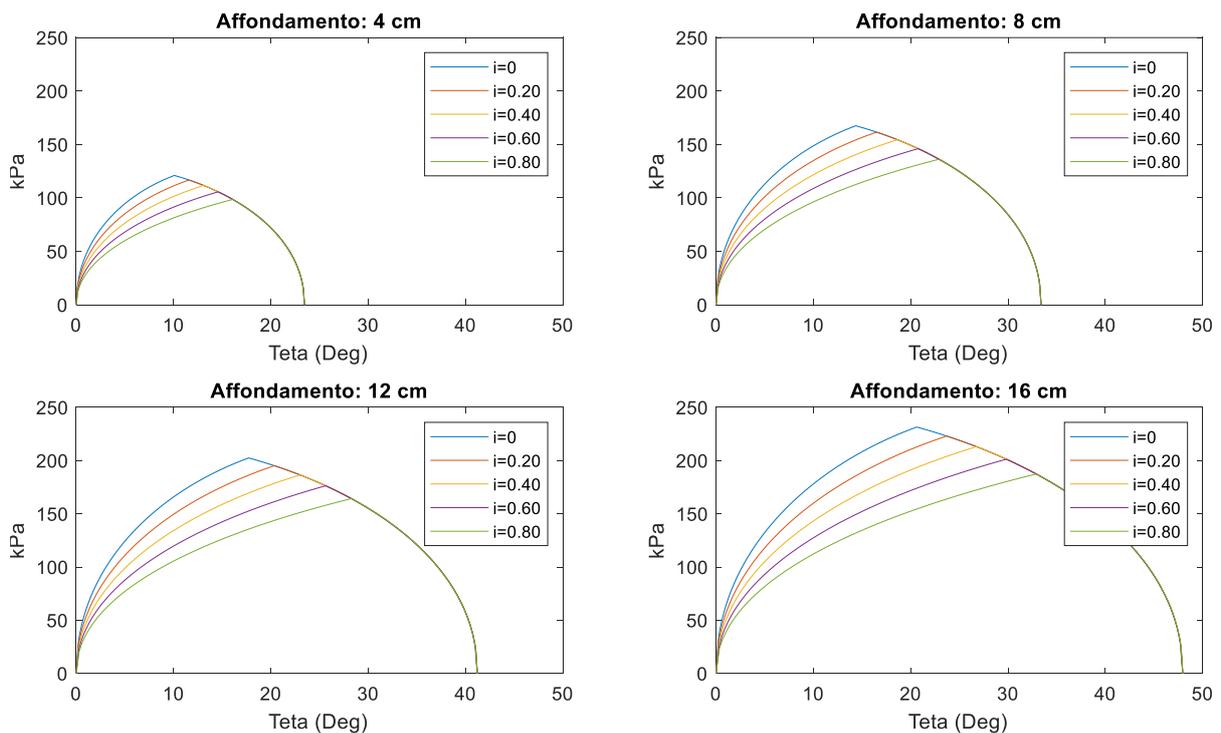


Figura 63, andamenti della tensione normale al profilo della ruota, parametrizzati rispetto allo slip ratio e calcolati per quattro affondamenti diversi

Determinata così la pressione normale, Wong e Reece proseguono nel loro lavoro passando al calcolo della tensione tangenziale utilizzando l'equazione di Janosi-Hanamoto:

$$\tau = (c + \sigma \tan\phi) \left(1 - e^{-\frac{j}{K}}\right) \quad (13)$$

Dove ϕ è l'angolo di resistenza a taglio, c la coesione e K il parametro di deformazione a taglio (ovvero la deformazione a taglio richiesta per ottenere il massimo valore di tensione tangenziale). Queste tre grandezze sono proprietà del terreno e, come anticipato in precedenza, sono già stati riportati i loro valori nella Tabella 19.

Gli autori sviluppano poi una strategia per il calcolo della deformazione a taglio j , la cui definizione è riportata nell'equazione (14):

$$j = \int_0^t V_j dt \quad (14)$$

Dove V_j è la velocità relativa della parte di pneumatico in contatto con il terreno rispetto al suolo stesso. Wong e Reece definiscono quindi V_j come differenza tra la velocità del bordo della ruota e la componente orizzontale della velocità effettiva dello pneumatico:

$$V_j = \omega R [1 - (1 - i) \cos\vartheta] \quad (15)$$

Sostituendo quindi l'espressione di V_j nell'equazione (14) e risolvendo l'integrale si ottiene la seguente formula per calcolare la deformazione a taglio j :

$$j = \int_{\vartheta}^{\vartheta_1} \omega R [1 - (1 - i) \cos\vartheta] \frac{d\vartheta}{\omega} = R [(\vartheta_1 - \vartheta) - (1 - i)(\sin(\vartheta_1) - \sin\vartheta)] \quad (16)$$

Infine, utilizzando l'espressione (16) nella formula per il calcolo delle tensioni tangenziali τ si può ottenere la relazione da implementare in Matlab:

$$\tau = (c + \sigma \tan\phi) \left(1 - e^{-\frac{R}{K} [(\vartheta_1 - \vartheta) - (1 - i)(\sin(\vartheta_1) - \sin\vartheta)]} \right) \quad (17)$$

Anche in questo caso si otterranno due andamenti τ_1 e τ_2 per gli angoli minori o maggiori di ϑ_M ed è possibile ottenere dei diagrammi rappresentanti l'andamento delle tensioni tangenziali per quattro diversi valori di affondamento nel terreno e parametrizzati rispetto allo slip ratio i .

Andamento tensione tangenziale lungo il profilo della ruota

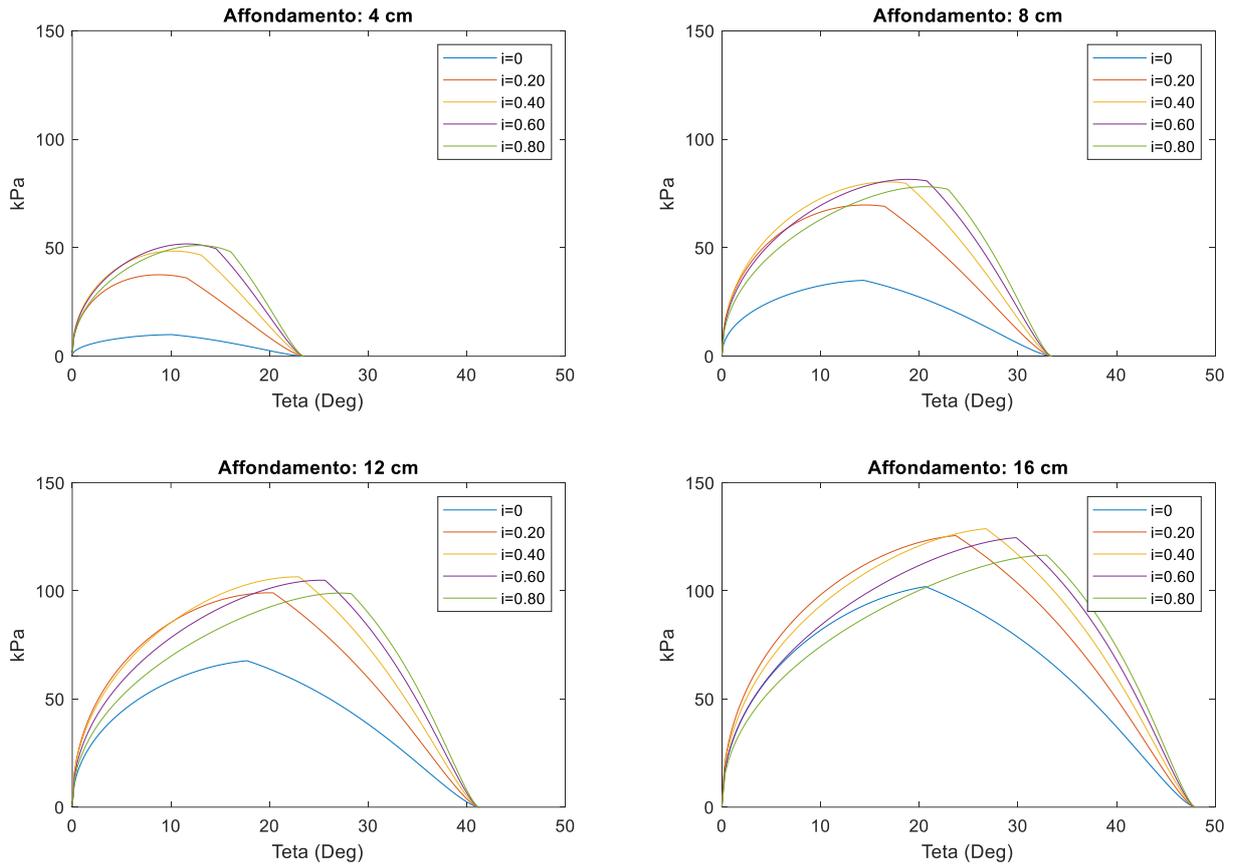


Figura 64, andamenti della tensione tangenziale al profilo della ruota, parametrizzati rispetto allo slip ratio e calcolati per quattro affondamenti diversi

Dai grafici riportati nella figura precedente si può evidenziare fin da subito l'importanza del rapporto di slittamento i nel calcolo delle tensioni tangenziali (e, di conseguenza, della forza di trazione), osservando come queste ultime diminuiscano considerevolmente per bassi valori di i .

Si è quindi giunti ad avere, per una specifica coppia di valori di affondamento e di rapporto di slittamento, gli andamenti delle tensioni normali e tangenziali lungo il profilo della ruota. A questo punto è possibile calcolare tre grandezze macroscopiche conseguenza delle tensioni calcolate:

- La reazione normale del terreno W riportata al mozzo ruota, ottenibile integrando le componenti verticali al terreno di σ e τ

$$W = Rb \cdot \left[\int_{\vartheta_M}^{\vartheta_1} \sigma_1 \cos\vartheta \, d\vartheta + \int_0^{\vartheta_M} \sigma_2 \cos\vartheta \, d\vartheta + \int_{\vartheta_M}^{\vartheta_1} \tau_1 \sin\vartheta \, d\vartheta + \int_0^{\vartheta_M} \tau_2 \sin\vartheta \, d\vartheta \right] \quad (18)$$

- La forza di trazione D riportata al mozzo ruota, ottenibile integrando le componenti orizzontali al terreno di σ e τ

$$W = Rb \cdot \left[\int_{\vartheta_M}^{\vartheta_1} \tau_1 \cos\vartheta \, d\vartheta + \int_0^{\vartheta_M} \tau_2 \cos\vartheta \, d\vartheta - \int_{\vartheta_M}^{\vartheta_1} \sigma_1 \sin\vartheta \, d\vartheta - \int_0^{\vartheta_M} \sigma_2 \sin\vartheta \, d\vartheta \right] \quad (19)$$

- La coppia dovuta alle tensioni tangenziali riportata al mozzo ruota, ottenibile integrando i momenti dovuti alle tensioni τ

$$W = R^2 b \cdot \left[\int_{\vartheta_M}^{\vartheta_1} \tau_1 d\vartheta + \int_0^{\vartheta_M} \tau_2 d\vartheta \right] \quad (20)$$

Integrando numericamente le equazioni (18), (19) e (20) è possibile dunque ottenere i valori di queste grandezze al variare dell'affondamento e del rapporto di slittamento. Nella Figura 65 è riportata la struttura sottoforma di diagramma a blocchi del codice utilizzato in Matlab per ottenere i risultati riportati nei grafici seguenti.

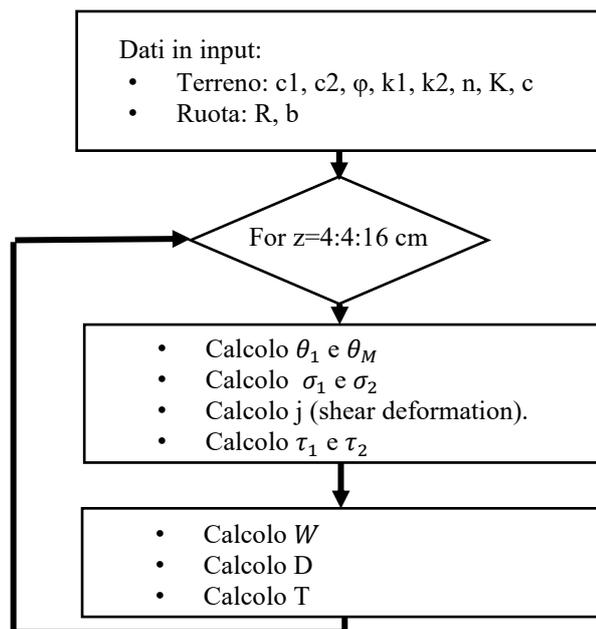


Figura 65, diagramma a blocchi del codice Matlab utilizzato per calcolare W , D , T a partire dall'affondamento

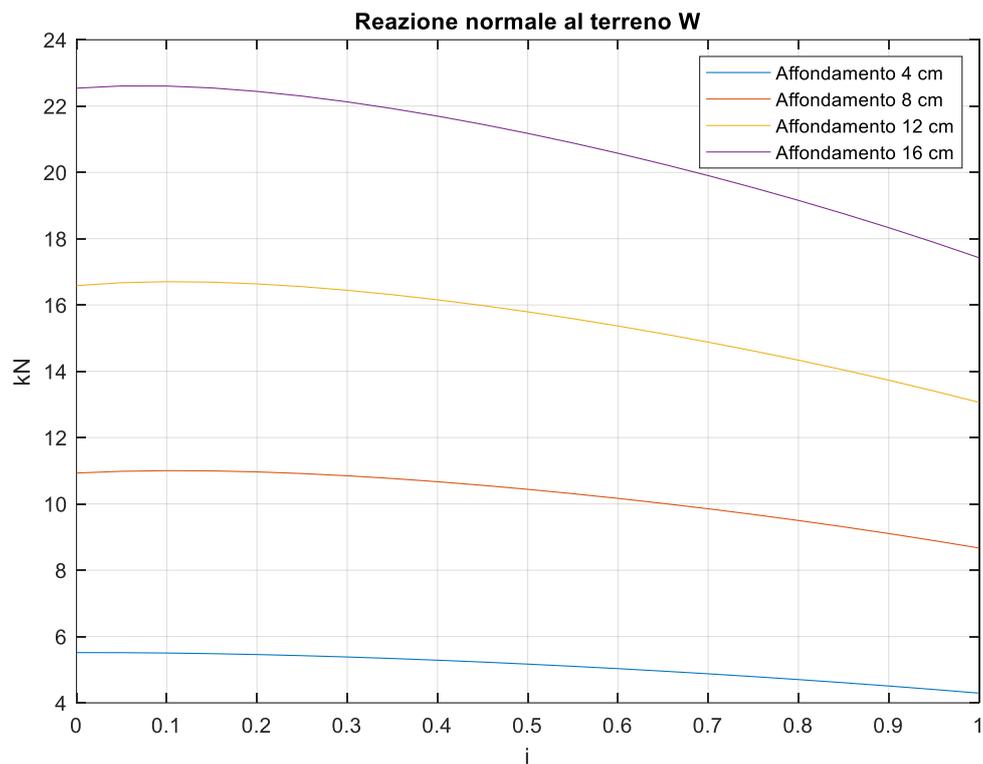


Figura 66, reazione normale al terreno al variare del rapporto di slittamento e parametrizzata rispetto all'affondamento

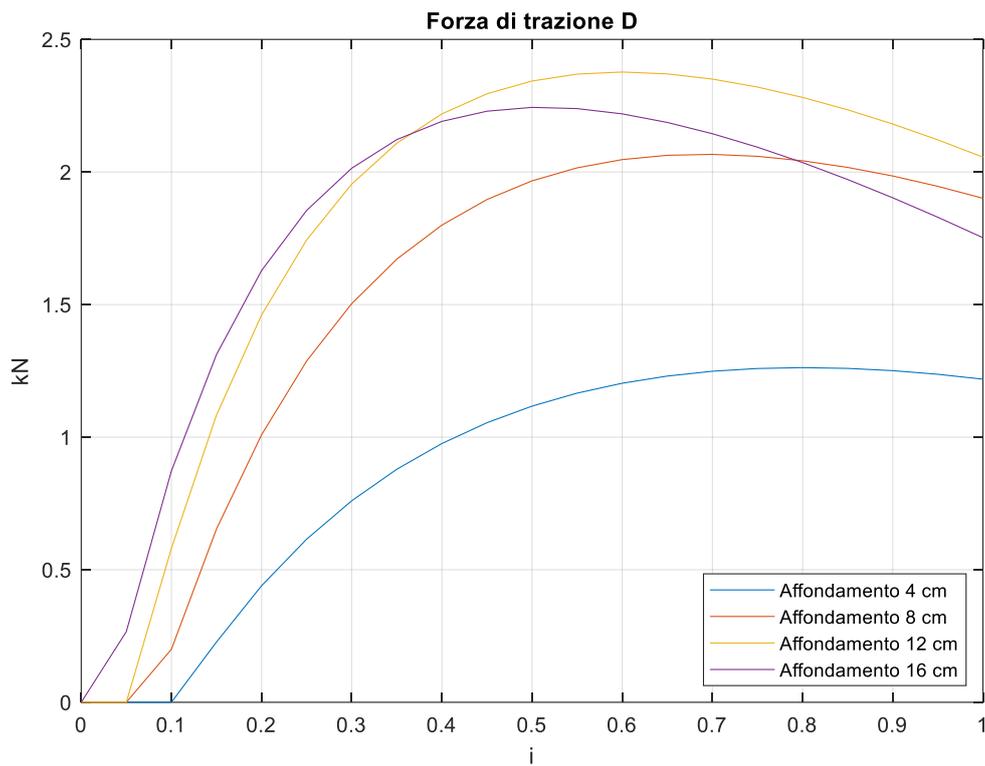


Figura 67, forza di trazione al variare del rapporto di slittamento e parametrizzata rispetto all'affondamento

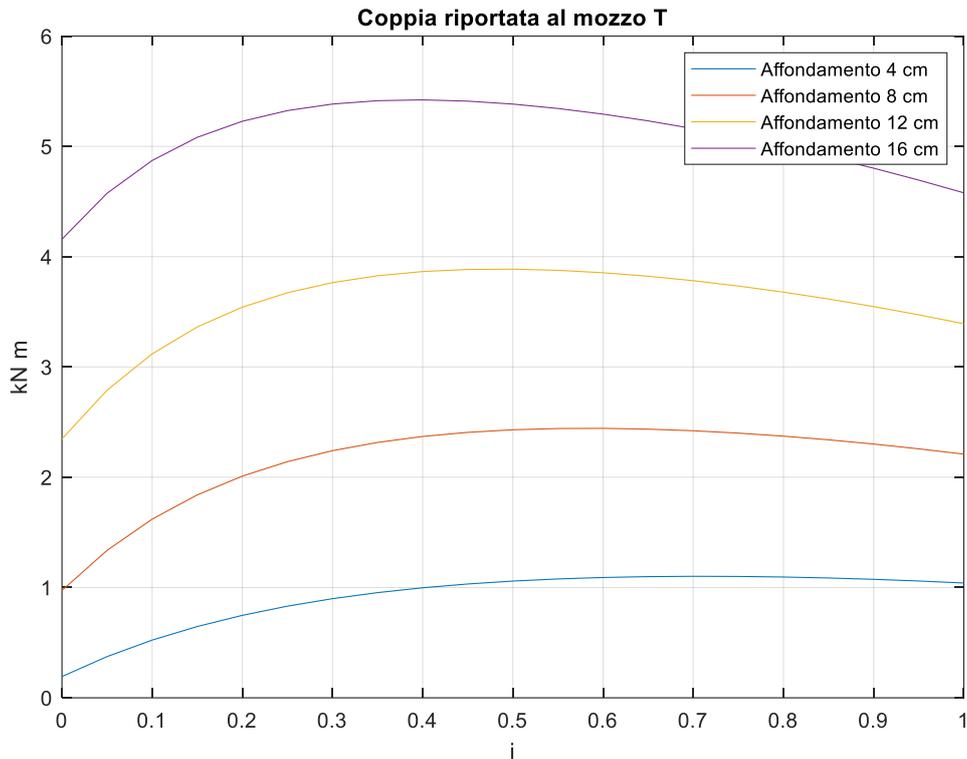


Figura 68, coppia riportata al mozzo al variare del rapporto di slittamento e parametrizzata rispetto all'affondamento

I grafici riportati nelle immagini precedenti contengono i risultati del modello Wong-Reece a cui si è fatto riferimento per tarare il modello di contatto ruota-terreno sviluppato in Adams e che sarà illustrato nel prossimo paragrafo. Tuttavia, va considerata un'ultima modifica al diagramma a blocchi riportato alla Figura 65. In quest'ultimo, infatti, si passavano in input diversi valori di affondamento quando invece, in linea generale, ciò che è noto del problema è la forza peso del mezzo che poggia sul terreno e non il suo affondamento.

Utilizzando le stesse relazioni presentate nelle pagine precedenti ma seguendo il processo iterativo riportato nel diagramma a blocchi della Figura 69 (per il codice completo si veda l'appendice 6.2) si è in grado di ottenere le grandezze D , T e l'affondamento a partire dalla forza peso come input.

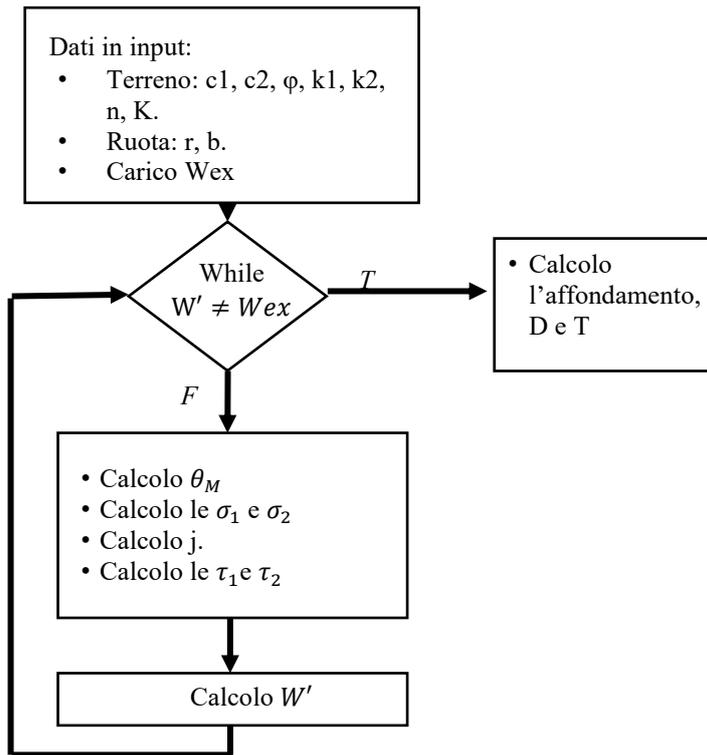


Figura 69, diagramma a blocchi del codice Matlab utilizzato per calcolare D, T e l'affondamento a partire dalla forza peso

Risultati per una forza peso di 4 KN

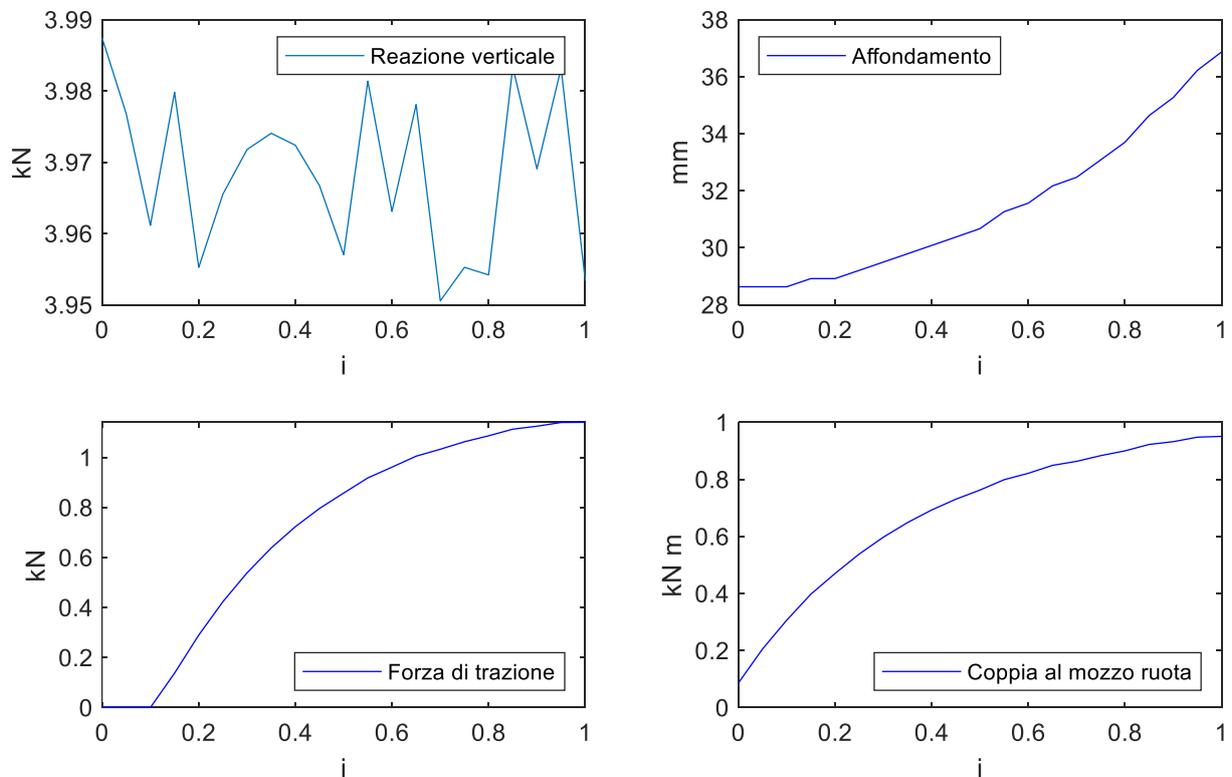


Figura 70, risultati per una forza peso di 4 KN

Risultati per una forza peso di 8 KN

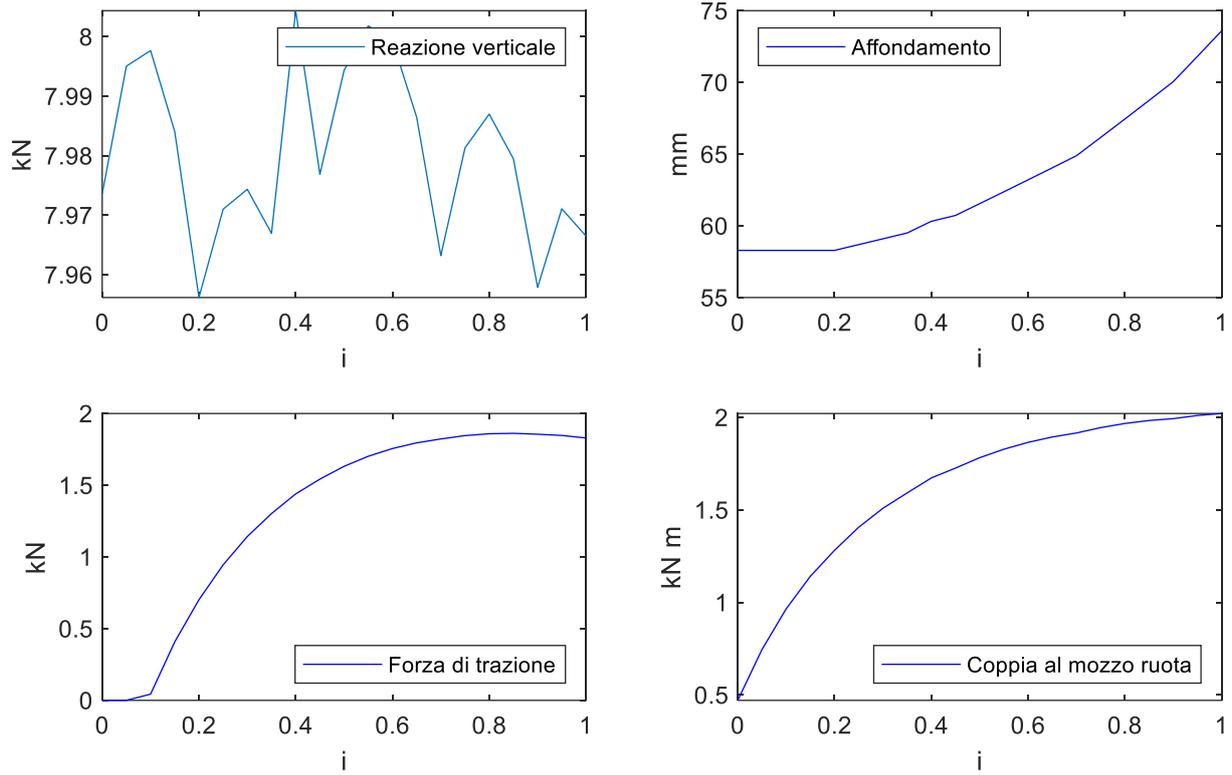


Figura 71, risultati per una forza peso di 8 KN

Risultati per una forza peso di 12 KN

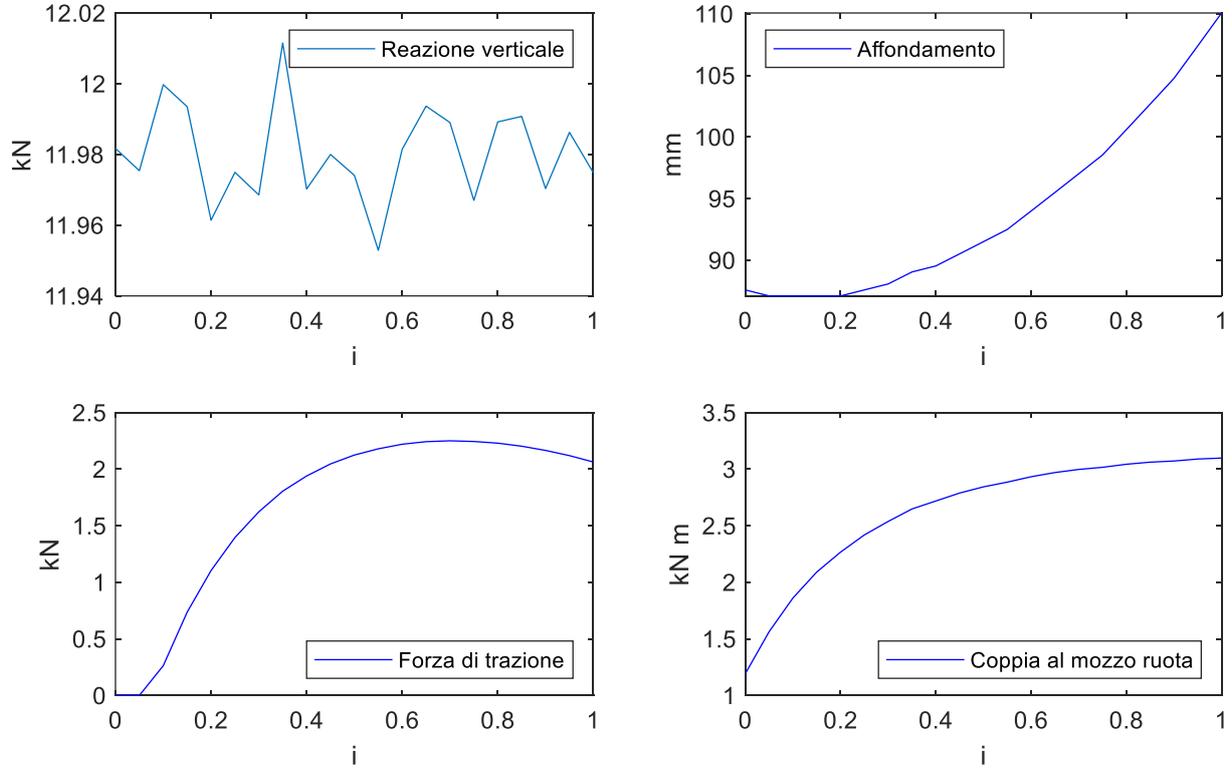


Figura 72, risultati per una forza peso di 12 KN

4.2.3. Componente normale della forza di contatto cilindri-terreno

In questo capitolo si descriverà come è stata definita la forza di contatto tra il terreno ed i cilindri per quanto riguarda la sua componente normale, lasciando ad un capitolo a parte (si veda il paragrafo 4.3) la trattazione della forza di attrito tra questi due elementi.

L'obiettivo è stato quello di sviluppare un modello che potesse replicare, con buona approssimazione, i risultati ottenuti dal modello di Wong-Reece riportati al paragrafo precedente.

A tale scopo si è nuovamente partiti da un modello di forza di contatto basato sulla funzione *Impact* di Adams, già introdotta nel paragrafo 2.6. Per tale funzione la forza di contatto è determinata utilizzando l'equazione (5) vista in precedenza e di seguito riportata:

$$F_{impact} = K \cdot g^e + c \cdot \frac{dg}{dt} \quad (5)$$

Occorre quindi definire i parametri K , e , c , g_{Cmax} (il cui significato è stato illustrato sempre al paragrafo 2.6). Per assegnare loro dei valori sono state lanciate diverse simulazioni facendo variare il carico verticale sul modello a ruota singola illustrato nel paragrafo 4.2.1 per poter studiare l'affondamento dello pneumatico nel terreno e confrontarlo con i risultati previsti dal modello Wong-Reece.

Prima di analizzare i risultati delle simulazioni effettuate, bisogna però introdurre un altro fenomeno di cui si è tenuto conto. La suddivisione della reazione normale del terreno su più corpi rigidi (i cilindri) e non su di un solo corpo, permette, introducendo dei valori di smorzamento non nulli, di modellare il fenomeno di coppia di attrito volvente tipico del rotolamento degli pneumatici. Si tratta di un fenomeno dovuto alla non simmetrica distribuzione della pressione di contatto tra pneumatico e terreno, come si può vedere nella Figura 73. Questo fa sì che la reazione del terreno sia spostata in avanti di una distanza u , generando dunque una coppia resistente al mozzo ruota.

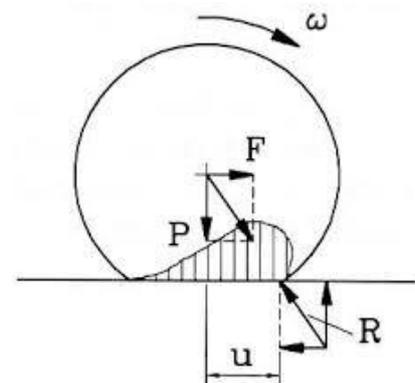


Figura 73, tipico andamento della pressione ruota-terreno e conseguente coppia di attrito volvente al mozzo ruota

Matematicamente il momento resistente dovuto all'attrito volvente è dato dalla seguente relazione:

$$M_r = P \cdot u \quad (21)$$

Dove N è la componente normale della reazione del terreno e, in condizioni di equilibrio verticale, è pari a P .

Tipicamente questo problema si affronta introducendo la forza di trazione F necessaria per mantenere costante la velocità di avanzamento della ruota:

$$F = \frac{M_r}{R} = \frac{P u}{R} = f_v P \quad (22)$$

Dove R è il raggio della ruota e f_v è il coefficiente di attrito volvente. Quest'ultimo è funzione, in generale, di molti parametri, tra cui la pressione di gonfiaggio delle ruote, il tipo di terreno, la velocità di avanzamento. In letteratura esistono numerosi modelli analitici e prove sperimentali volti a stimare il suo valore.

Facendo riferimento al lavoro presentato nell'articolo "*The rolling resistance and tractive performance of a small agricultural tractor with different surface and moisture conditions on Bangkok clay soil*"¹⁷ da J. Ferdous, Peeyush Soni, Madhav D. Gholkar, A. Keen e considerando un terreno "soft plastic soil" non erboso si è scelto un valore di coefficiente di attrito volvente di riferimento pari a 0.12.

Sostituendo quindi questo valore nelle relazioni (21) e (22) si può ottenere l'ordine di grandezza della coppia di attrito volente (M_r) che si dovrebbe avere nelle simulazioni lanciate con il modello descritto al paragrafo 4.2.1:

$$M_r = f_v R P \cong 0.12 \cdot \frac{0.968m}{2} \cdot \left(\frac{M}{4} - M_r \right) \cdot g \quad (23)$$

Per tarare i coefficienti K , e , c , g_{Cmax} si sono considerati due diversi valori della massa del trattore M :

- $M_1 = 2430$ kg, corrispondente alla massa del modello di trattore sviluppato al paragrafo 2.
- $M_2 = 3430$ kg, corrispondente alla massa del trattore a pieno carico, quando cioè dovesse montare degli attrezzi.

I valori di affondamento e coppia di attrito volente che ci si aspetta di ottenere come risultato dei modelli teorici fin qui analizzati sono riportati nella Tabella 20 e nei grafici successivi:

	Forza peso totale P_{tot} <i>Ottenuta dalla relazione (6)</i> [N]	Affondamento z <i>Ottenuto dal codice Matlab nell'appendice 6.2</i> [cm]	Coppia di attrito volente <i>Ottenuta dalla relazione (23)</i> [Nm]
M_1	5960	43-47	$\cong 300 Nm$
M_2	8412	61-67	$\cong 450 Nm$

Tabella 20, valori di affondamento e coppia di attrito volente previsti

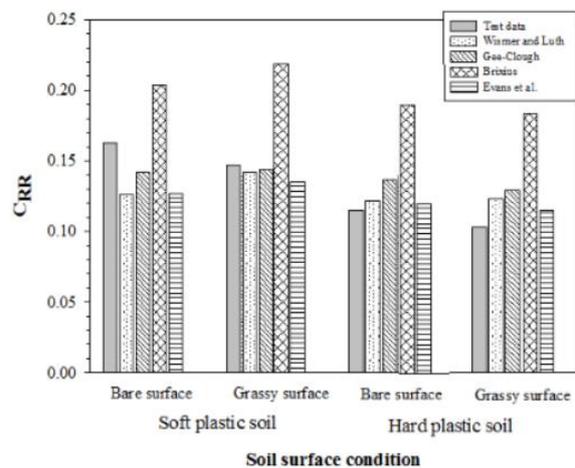


Figura 74, valori del coefficiente di attrito volente stimati con più metodi¹⁷

¹⁷ Ferdous, J. & Soni, Peeyush & Gholkar, Madhav & Keen, A.. (2014). The rolling resistance and tractive performance of a small agricultural tractor with different surface and moisture conditions on Bangkok clay soil. 18th International Conference of the ISTVS.

Risultati per una forza peso di 5.960 KN

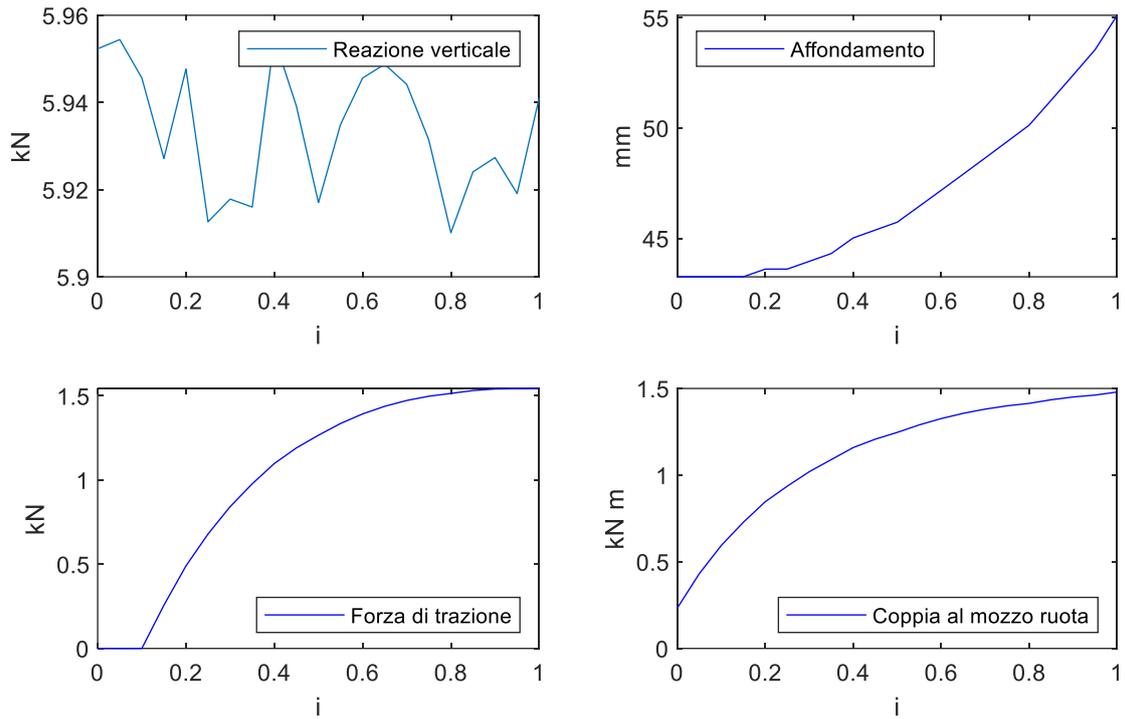


Figura 75, risultati previsti dal modello Wong-Reece per una forza normale di 5960 N

Risultati per una forza peso di 8.412 KN

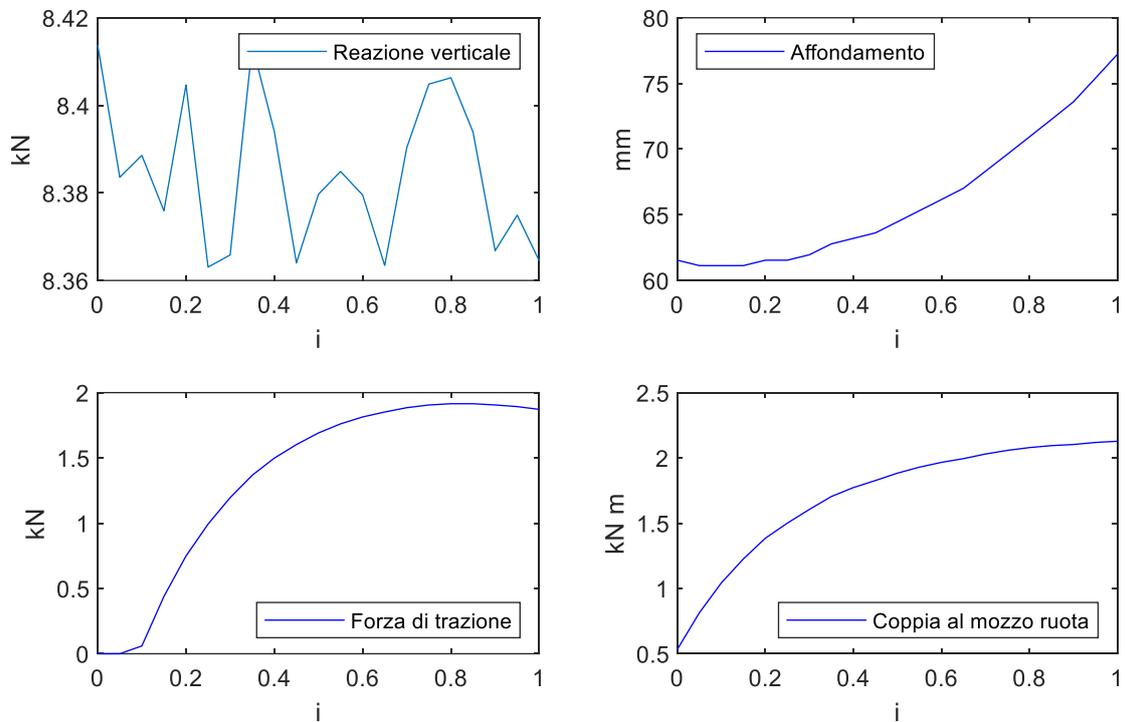


Figura 76, risultati previsti dal modello Wong-Reece per una forza normale di 8412 N

Si osservi come, dal momento che nella funzione *Impact* di Adams è possibile introdurre solamente dei valori costanti per i parametri K , e , c , g_{Cmax} , non si potrà ottenere un affondamento dipendente dal rapporto di slittamento. Si tratta tuttavia di un aspetto modellistico di second'ordine, per cui si è individuato un range di valori di affondamento su cui tarare il modello considerando uno slip ratio compreso tra 0 e 0.6 circa (ovvero i valori che più frequentemente si ritrovano durante l'avanzamento di uno pneumatico nelle condizioni viste).

Per ciascuno dei due valori di massa M si è quindi lanciata una serie di simulazioni nel modello semplificato di Adams, considerando le ruote come indeformabili (inserendo cioè un valore molto alto di rigidezza per gli elementi molla-smorzatore tra cilindri e ruota) ed applicando una coppia motrice al mozzo di 800 Nm fino al raggiungimento e al mantenimento di una velocità di 3000mm/s. Al termine delle simulazioni si sono misurati l'affondamento e la coppia di attrito volvente (ottenibile sommando, istante per istante, i prodotti tra la forza di contatto terreno-pneumatico e il rispettivo braccio) nel tratto in cui la ruota viaggiava alla velocità di 3000 mm/s. Scegliendo per i parametri K , e , c , g_{Cmax} i valori riportati nella Tabella 21, si sono ottenuti i risultati riportati nelle immagini seguenti, che hanno assicurato il miglior fit con i valori previsti dai modelli analizzati.

K	$53 \frac{N}{mm^e}$
e	0.92
c	$1.9 \frac{Ns}{mm}$
g_{Cmax}	45 mm

Tabella 21, valori ottimizzati dei parametri della funzione di contatto cilindri-terreno

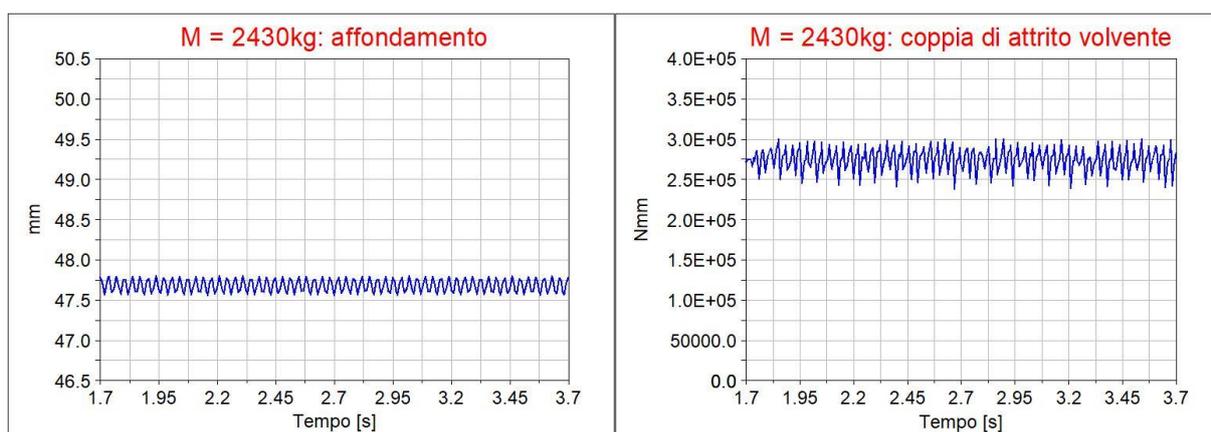


Figura 77, risultati per la massa di trattore $M_1=2430kg$

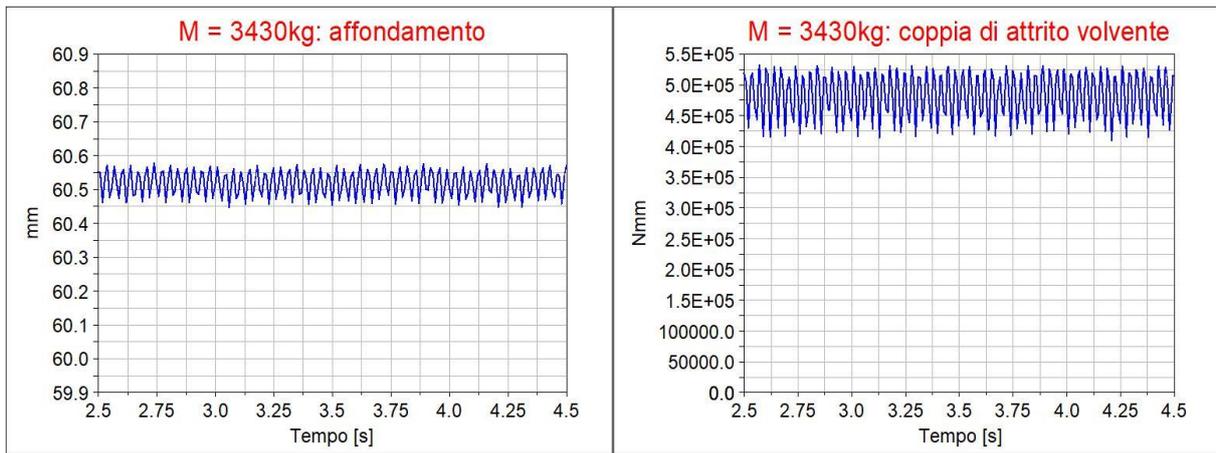


Figura 78, risultati per la massa di trattore $M_2=3430\text{kg}$

A causa della sostituzione dell'unico contatto ruota-terreno con una serie di contatti cilindro-terreno, si possono osservare delle oscillazioni nei valori delle grandezze analizzate, soprattutto per quanto riguarda la coppia di attrito volvente. Si tratta di fluttuazioni che dipendono solamente dalla scelta modellistica fatta ma che non hanno un significato reale. Si può dunque effettuare una media mobile dei risultati per filtrare tali oscillazioni. In questo modo si rende più efficace la rappresentazione dei risultati come si vede dalla Figura 79, senza tuttavia alterare la validità dei grafici proposti, poiché il valore della coppia di attrito volvente medio rimane il medesimo.

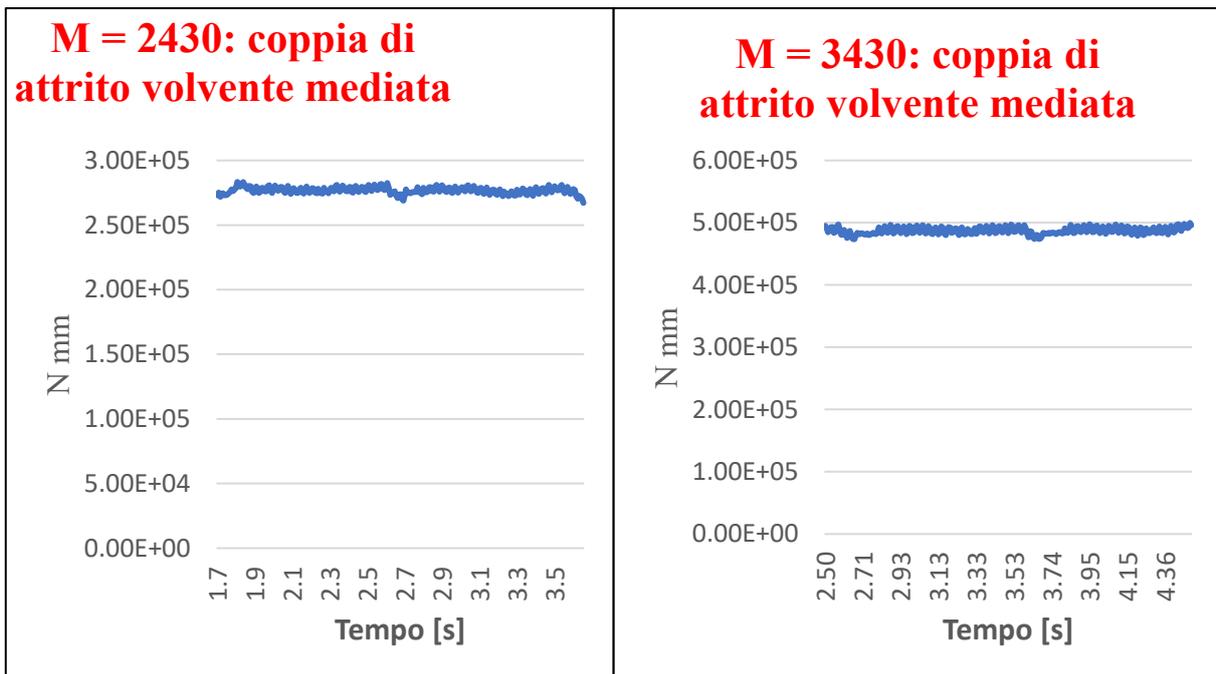


Figura 79, coppia di attrito volvente dopo l'operazione di media mobile

4.3. Modello di attrito pneumatico-terreno

Si è così definita la componente normale della forza di contatto tra cilindri e terreno. Rimane, infine, da descrivere come è stata modellata la componente tangenziale, quella cioè responsabile della forza di trazione che gli pneumatici riescono a generare.

Per i primi due modelli finora descritti si era utilizzato semplicemente il modello di attrito coulombiano già predisposto per la funzione *Impact* di Adams. Tuttavia, come evidenziato dal lavoro di Wong-Reece in precedenza illustrato, si tratta di un modello di attrito non adatto a descrivere la forza di trazione che si genera tra pneumatico e terreno per almeno due fondamentali ragioni.

Innanzitutto l'attrito coulombiano è definito tramite due coefficienti, μ_d e μ_s , costanti: quando non vi è scorrimento relativo dei due oggetti in contatto la forza di attrito è al massimo pari a $F_c = \mu_s N$, diversamente è pari a $F_c = \mu_d N$. Invece, nell'analisi di Wong-Reece riportata al paragrafo 4.2.2, si è potuta osservare un'importante dipendenza della forza di trazione dal rapporto di slittamento (si veda, ad esempio, l'andamento riportato in Figura 67). In particolare, questo modello prevede che non si possa avere una forza di trazione se non vi è uno scorrimento tra pneumatico e terreno, risultato dunque completamente opposto a quanto si otterrebbe applicando un modello di attrito coulombiano.

In secondo luogo la forza di attrito coulombiana è proporzionale alla reazione del terreno N . Anche in questo caso però, i risultati ottenuti dal modello Wong-Reece evidenziano un comportamento molto differente. Sempre alla Figura 67 è infatti possibile osservare come inizialmente aumentando l'affondamento (e dunque la reazione vincolare del terreno) aumenta anche la capacità dello pneumatico di generare trazione. Tuttavia, continuando ad aumentare l'affondamento, si rileva un andamento della forza di trazione che presenta un asintoto orizzontale. In altre parole, oltre un certo livello di affondamento, lo pneumatico non è più in grado di generare un aumento della forza di trazione come ci si aspetterebbe dal modello coulombiano. Questo fenomeno è conseguenza del progressivo aumento di importanza delle componenti di tensione σ normali alla superficie che danno un contributo negativo alla capacità di trazione dello pneumatico.

Risulta quindi evidente il perché non si possa applicare così com'è il modello di attrito coulombiano già implementato in Adams. Tuttavia, la strategia seguita è stata basarsi su una relazione di partenza analoga a quella dell'attrito coulombiano per poi introdurre due coefficienti correttivi che tenessero conto delle due problematiche appena illustrate:

$$F_a = \mu_s \mu_i \mu_\infty N \quad (24)$$

Dove μ_∞ ha il significato di un coefficiente di attrito coulombiano classico, μ_i è un coefficiente che tiene conto della dipendenza della forza di trazione dallo slip ratio i , μ_s invece della dipendenza non lineare tra la forza di attrito e la reazione vincolare N .

Per quanto riguarda il coefficiente μ_∞ , basandosi sui risultati ottenuti dal modello Wong-Reece per un affondamento di 4 cm (Figura 80) e facendo il rapporto tra il valore di asintoto della forza di trazione (circa 1.25 kN) e la reazione vincolare (circa 4.6 kN), si è scelto di considerare un $\mu_\infty = 0.3$.

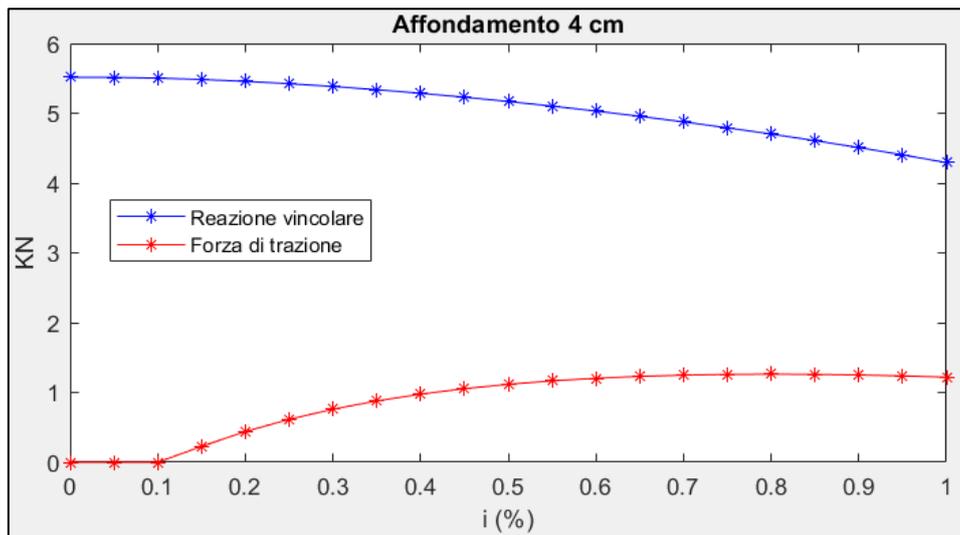


Figura 80, reazione vincolare e forza di trazione previsti dal modello di Wong-Reece per un affondamento di 4cm

Si lascerà invece ai paragrafi seguenti la specifica descrizione della procedura seguita per definire i coefficienti correttivi μ_i e μ_s , il punto di applicazione e la direzione di F_a e ulteriori modifiche necessarie per poter simulare il comportamento in frenata ed in curva del mezzo.

4.3.1. Effetto dello slittamento μ_i

Per trattare il problema dell'andamento della forza di trazione in funzione dello slip ratio, occorre innanzitutto misurare quest'ultimo istante per istante in Adams. Misurando la velocità di rotazione della ruota e la sua effettiva velocità di traslazione si può calcolare il rapporto di slittamento con la relazione (10) già vista in precedenza:

$$i = 1 - \frac{V_r}{\omega R} \quad (10)$$

Per tarare il coefficiente di correzione μ_i in funzione dello slip ratio i si è fatto riferimento all'andamento della forza di trazione ottenuto per un carico verticale di 8.4 kN al paragrafo 4.2.2 e riportato nella figura seguente.

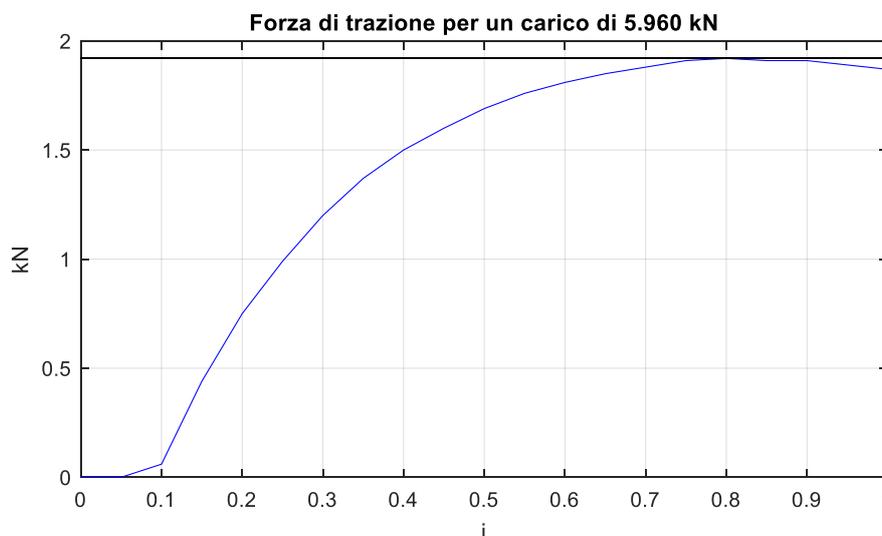


Figura 81, forza di trazione e suo valore massimo prevista dal modello Wong-Reece per un carico di 8.4 kN

Il coefficiente correttivo μ_i ha lo scopo di modulare, al variare dello slip ratio, la forza di trazione tra pneumatico-terreno, per evitare che abbia sempre il valore costante e massimo previsto dal modello di attrito coulombiano. Per definirne dunque l'andamento si è calcolato il rapporto tra la forza di trazione prevista e il suo massimo per diversi valori di i (rappresentati dagli asterischi rossi nella Figura 82). Utilizzando poi le funzioni *polyfit* e *polyval* implementate in Matlab si è ottenuto un polinomio di terzo grado che interpolasse questi valori (linea blu continua nella medesima figura).

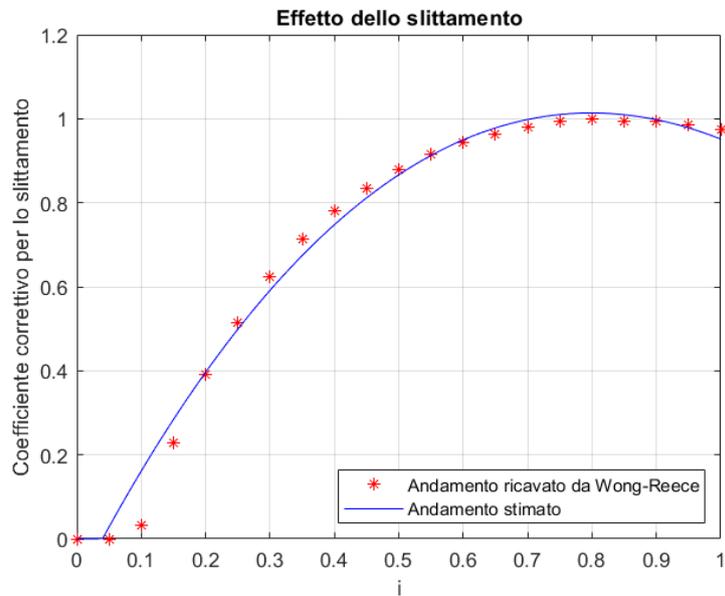


Figura 82, andamento del rapporto di slittamento μ_i

Il polinomio utilizzato ha la seguente espressione:

$$\mu_i = c_1 i^3 + c_2 i^2 + c_3 i + c_4 \quad (25)$$

Dove i valori dei coefficienti sono riportati nella Tabella 22

c_1	0.2392
c_2	-2.1534
c_3	2.9812
c_4	-0.1155

Tabella 22, coefficienti del polinomio usato per definire μ_i

4.3.2. Effetto dell'affondamento μ_s

L'altra correzione da applicare al modello di attrito coulombiano è la non linearità tra l'aumento del carico verticale e la forza di trazione generata. Per tenere conto di questo aspetto si è introdotto il coefficiente correttivo μ_s .

Innanzitutto, occorre definire un metodo per ottenere, istante per istante, l'affondamento della ruota nel terreno. Questa operazione è complessa per due motivazioni. Da una parte l'obiettivo di sviluppare una strategia che possa funzionare non solo per un terreno pianeggiante ma anche per applicazioni più generali (terreno in pendenza, presenza di ostacoli ecc). Dall'altra la necessità di separare il contributo dovuto alla deformabilità della ruota da quello della cedevolezza del terreno.

Il software Adams non mette a disposizione uno strumento per misurare, istante per istante durante la simulazione, la compenetrazione tra due corpi su cui è stata applicata una forza di contatto. Quest'informazione risulta infatti disponibile solamente al termine della simulazione e può quindi essere utilizzata unicamente come verifica a posteriori dell'affondamento calcolato in precedenza.

Per illustrare la strategia seguita per calcolare l'affondamento di ogni cilindro nel terreno, si consideri una simulazione nel sistema semplificato illustrato al paragrafo 4.2.1, con una massa M_1 di 2430 kg e una coppia motrice di 800 Nm applicata fino al raggiungimento e al mantenimento di una velocità pari a 3000 mm/s.

Come già discusso al paragrafo 4.2.3, la componente verticale della forza di contatto è data dalla relazione:

$$F_{impact} = K \cdot g^e + c \cdot \frac{dg}{dt} \quad (5)$$

In Adams è possibile misurare, istante per istante durante la simulazione, il modulo e la direzione della forza F_{impact} . Ipotizzando dunque di trascurare inizialmente l'effetto dello smorzamento, sarebbe possibile invertire la relazione (5) in modo tale da ottenere una prima approssimazione dell'affondamento g_a :

$$g_a = \sqrt[e]{F_{impact}} \quad (26)$$

Applicando la relazione (26) per ogni cilindro è possibile ottenere una prima stima del loro affondamento nel terreno. Tuttavia, considerando che si è trascurato lo smorzamento, si sta sovrastimando il valore di affondamento reale, come dimostra la verifica eseguita a posteriori per uno dei cilindri e rappresentata in Figura 83.

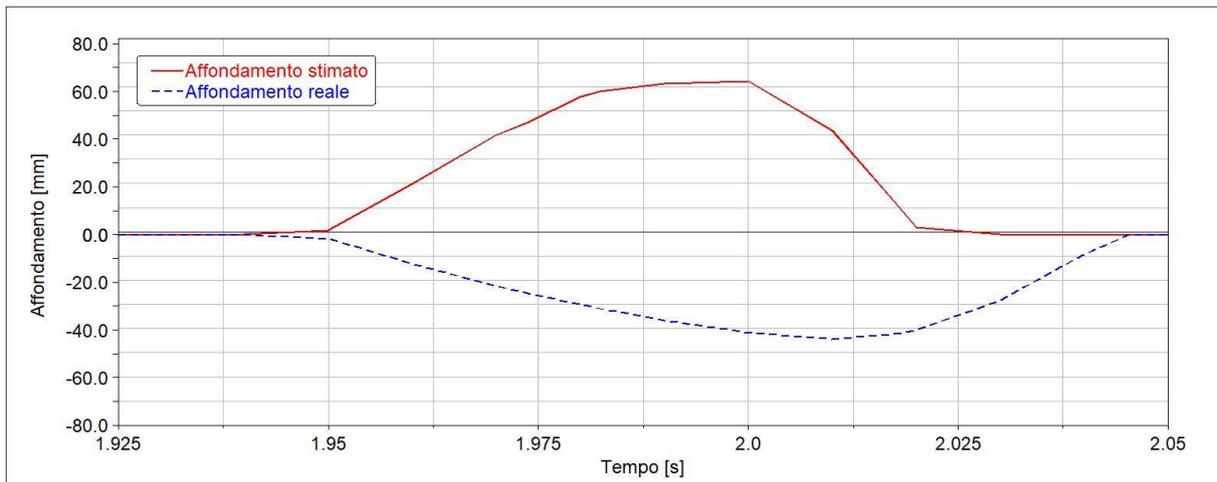


Figura 83, confronto tra l'affondamento reale e la sua prima stima calcolata

Come si può osservare l'affondamento massimo reale è pari a 42mm circa, mentre quello calcolato con la relazione precedente è circa 62mm. La differenza tra i due risultati è molto ampia e porta a concludere che l'ipotesi fatta di trascurare l'effetto dello smorzamento non possa essere ritenuta accettabile.

Per questo motivo si è calcolata una seconda, e più accurata, stima dell'affondamento. A tale scopo, istante per istante, si utilizza l'affondamento calcolato con la relazione (27) per ottenere una stima del valore di smorzamento attuale (che Adams interpola secondo una spline cubica come visto al paragrafo 2.6). Parallelamente si calcolano le componenti di velocità orizzontale (v_x) e verticale (v_y) di ogni cilindro e le si proietta lungo la direzione della forza F_{impact} , in modo tale da ottenere la velocità di affondamento $\frac{dg}{dt}$. In questo modo si può ottenere un'approssimazione dell'affondamento con la seguente relazione:

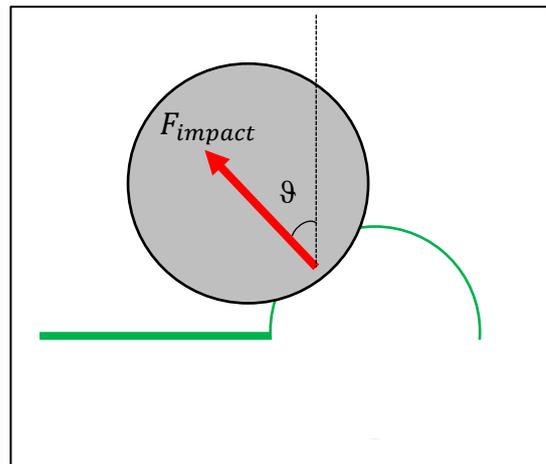


Figura 84, rappresentazione grafica dell'orientazione della forza di contatto terreno-pneumatico durante il superamento di un ostacolo

$$g = e^{\int \left(F_{impact} + c_{(g_a)} [v_y \cos(\vartheta) - v_x \sin(\vartheta)] \right)} \quad (28)$$

Dove ϑ è l'angolo di inclinazione della forza di contatto rispetto alla verticale (positivo in verso antiorario) e $c_{(g_a)}$ è il valore dello smorzamento funzione dell'affondamento g_a .

I risultati ottenuti con questa procedura nella medesima simulazione sono riportati nella Figura 85.

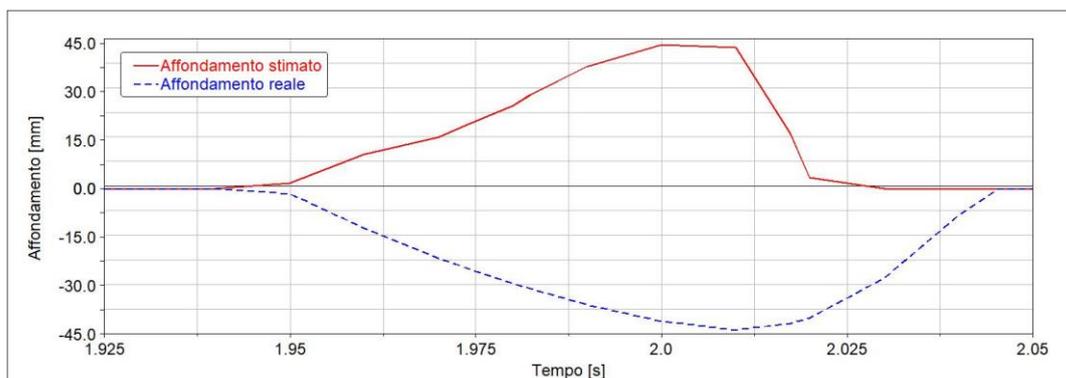


Figura 85, confronto tra l'affondamento reale e la sua approssimazione

Come si può vedere, con la modifica effettuata, si è ottenuto un deciso miglioramento nell'approssimazione dell'affondamento del cilindro nel terreno. Il valore massimo e la fase iniziale dell'affondamento sono infatti modellati in modo molto accurato, come emerge dal confronto con il risultato ricavato a posteriori in Adams. Sicuramente bisogna però sottolineare come il modello sviluppato vada in crisi nella fase di risalita del cilindro dal terreno, perché l'effetto dello smorzamento si oppone a quello della parte elastica della relazione (5), provocando una diminuzione della F_{impact} e rendendo quindi considerevolmente errata l'approssimazione g_a su cui si basa il calcolo dell'affondamento g .

Avendo a questo punto a disposizione il valore dell'affondamento, si può finalmente definire un andamento per il coefficiente μ_s . A tale scopo si sono considerati, per 6 diversi valori di carico verticale 4, 6, 8, 10, 12, 14 kN, i risultati in termini di affondamento e forza di trazione del modello Wong-Reece (applicando il codice Matlab riportato nell'appendice 6.2).

Per ogni valore di carico verticale si è calcolato il rapporto μ tra il massimo valore della forza di trazione e il carico verticale. Come già discusso in precedenza, si osserva che la forza di trazione non aumenta in modo lineare all'aumentare del carico verticale ma presenta un andamento con un asintoto orizzontale, in altre parole l'equivalente coefficiente di attrito μ diminuisce all'aumentare dell'affondamento e dunque del carico. Infine, si è calcolato il rapporto tra μ e il coefficiente di attrito μ_∞ usato nella relazione (24), per determinare dei valori discreti del coefficiente μ_s (asterischi rossi nella Figura 76).

Carico [N]	Affondamento [mm]	μ	μ_s
0	0	0.3	1
4000	31	0.285	0.95
6000	46	0.258	0.86
8000	62	0.232	0.78
10000	76	0.209	0.70
12000	90	0.187	0.63
14000	105	0.168	0.56

Tabella 23, valori discreti del coefficiente correttivo μ_s

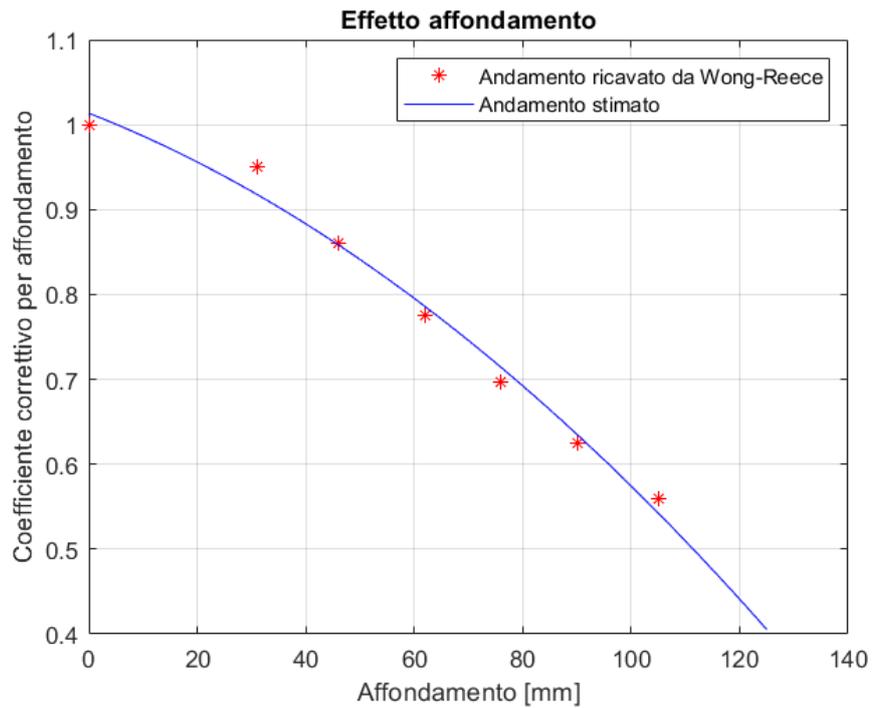


Figura 86, andamento del coefficiente correttivo μ_s in funzione dell'affondamento

Per passare da valori discreti ad una funzione continua, si è proceduto come per il coefficiente μ_i , interpolando dunque tali valori con un polinomio di secondo grado ed ottenendo l'andamento riportato in blu nella seguente figura.

Il polinomio utilizzato ha la seguente espressione:

$$\mu_s = c_1 i^2 + c_2 i + c_3 \quad (29)$$

Dove i valori dei coefficienti sono riportati nella Tabella 24

c_1	$-1.89 \cdot 10^{-5}$
c_2	-0.0025
c_3	1.0135

Tabella 24, coefficienti del polinomio usato per definire μ_s

Chiamando $\mu_{correzione}$ il prodotto di μ_s e μ_i , si può osservare l'effetto combinato di queste due correzioni nella seguente figura.

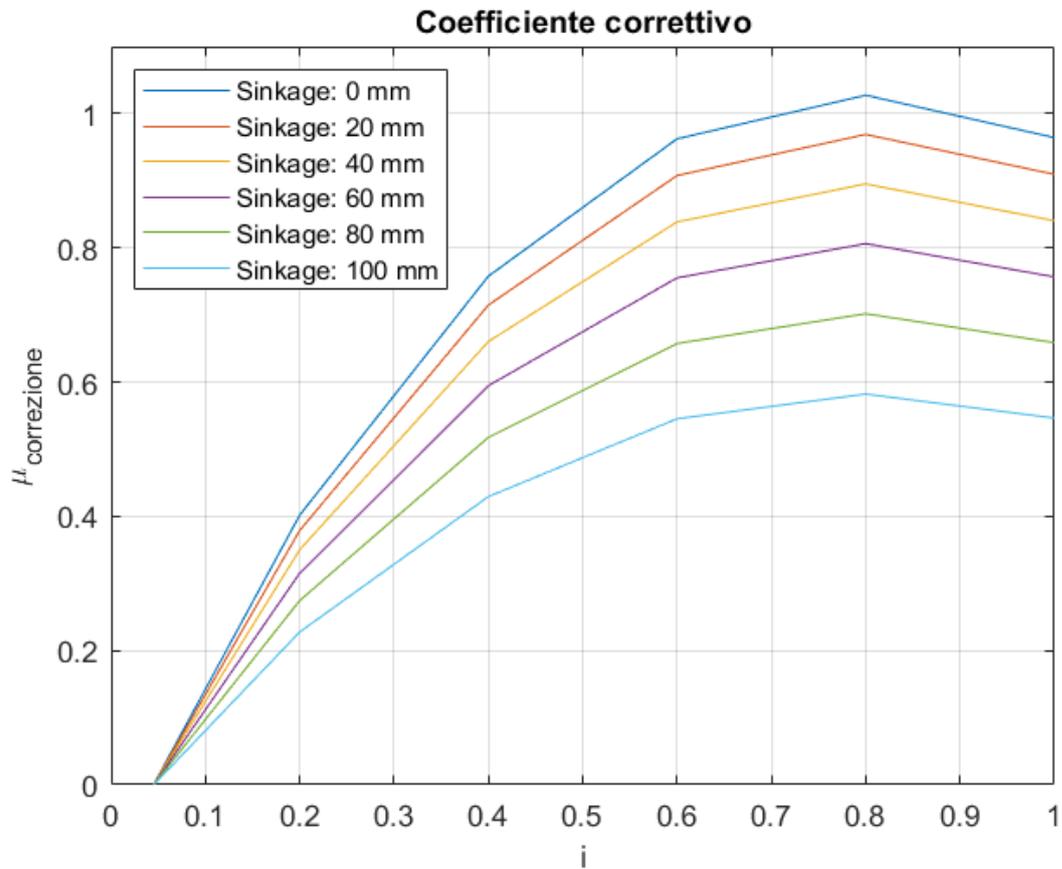


Figura 87, andamento del coefficiente $\mu_{correzione}$ in funzione dello slittamento e per diversi valori di affondamento

Come desiderato la capacità di trazione diminuisce per bassi valori di slittamento e al crescere dell'affondamento.

4.3.3. Direzione della forza di attrito F_a

Nei paragrafi precedenti si sono definiti tutti gli elementi che comparivano nell'equazione (24) che si riporta per maggior chiarezza:

$$F_a = \mu_s \mu_i \mu_{\infty} N \quad (30)$$

Noto il modulo, occorre definire la direzione lungo cui è applicato il vettore forza F_a in Adams. Allo scopo di poter applicare questo modello di attrito al maggior numero di casi possibile (terreno in pendenza, presenza di ostacoli ecc) si è fatto in modo che la forza F_a rimanesse, istante per istante, perpendicolare alla componente normale della forza di contatto pneumatico-terreno.

Per poter definire in questo modo la forza di attrito è dunque necessario conoscere, istante per istante, l'angolo di inclinazione della componente normale della forza di contatto rispetto alla verticale, ovvero l'angolo ϑ già introdotto nella Figura 84. Effettuando una misura delle componenti orizzontale e verticale di tale forza, è possibile determinare istante per istante l'angolo ϑ con la relazione trigonometrica:

$$\vartheta = \tan\left(\frac{F_x}{F_y}\right) \quad (31)$$

Per definire opportunamente la forza di attrito nello spazio, occorre anche considerare l'eventualità che il trattore stia curvando. A tale scopo bisogna misurare durante la simulazione l'angolo φ di rotazione di ogni ruota rispetto all'asse verticale Y del sistema di riferimento globale (si veda la Figura 88). Le tre componenti nello spazio rispetto al sistema di riferimento globale del vettore F_a saranno dunque date dalle seguenti relazioni:

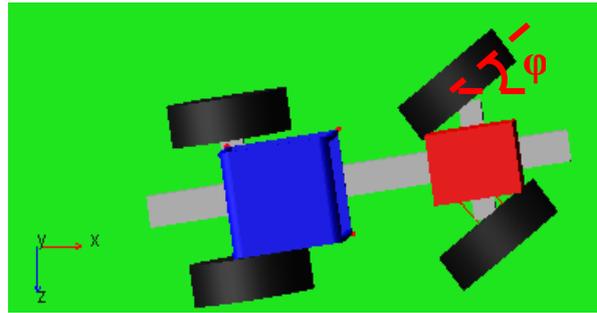


Figura 88, vista del trattore dall'alto, con indicazione dell'angolo di rotazione φ rispetto all'asse Y

$$\begin{cases} F_{a_x} = F_a \cos(\vartheta) \cos(\varphi) \\ F_{a_y} = F_a \sin(\vartheta) \\ F_{a_z} = F_a \cos(\vartheta) \sin(\varphi) \end{cases} \quad (32)$$

A titolo d'esempio si riportano di seguito alcune immagini dove è rappresentata graficamente la direzione della forza di attrito F_a in diverse simulazioni effettuate sul modello semplificato.

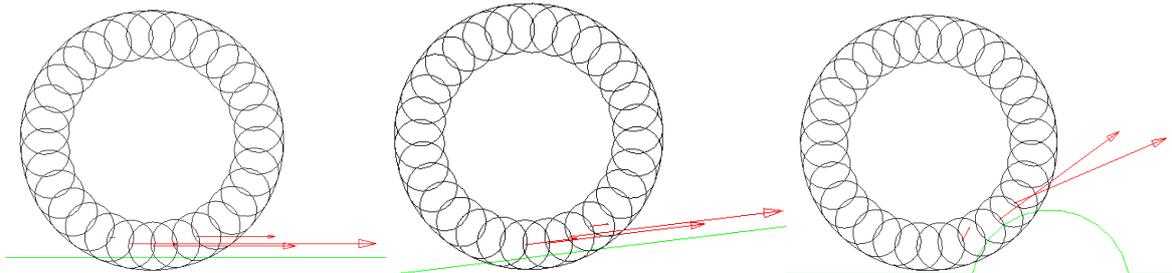


Figura 89, vettori forza di attrito per il contatto tra pneumatico e terreno pianeggiante, terreno in pendenza, ostacolo

4.3.4. Comportamento in frenata

La procedura vista finora modella il modulo e la direzione del vettore forza di attrito nel caso di una coppia motrice positiva che faccia accelerare il mezzo. In questo paragrafo si analizza come è stata adattata la soluzione trovata in modo tale da poter efficacemente simulare anche il comportamento in frenata.

Innanzitutto, occorre ridefinire il rapporto di slittamento i . Infatti, la formulazione che era stata data all'equazione (10) e di seguito riportata, non risulta più applicabile durante la frenata della ruota.

$$i = 1 - \frac{V_r}{\omega R} \quad (10)$$

Infatti, con l'applicazione di una coppia frenante alla ruota sarà la velocità calcolata come ωR ad essere minore dell'effettiva velocità di traslazione della ruota V_r e ciò comporterebbe valori negativi dello slip ratio così definito e che da ora in poi si indicherà come $i_{accelerazione}$.

In letteratura si trovano diversi approcci per definire il rapporto di slittamento. Ad esempio, nel loro articolo "*Measuring rubber friction using a Laboratory Abrasion Tester (LAT100) to predict car tire dry ABS braking*"¹⁸, riprendendo la definizione data dalla Society Automotive Engineers (SAE), gli autori definiscono lo slip ratio con la seguente relazione (invertita di segno):

$$i_{frenata} = 1 - \frac{\omega R}{V_r} \quad (33)$$

In questo modo si ottiene che per una perfetta aderenza tra ruota e terreno lo slip ratio è nullo (come accadeva per la definizione data dalla relazione (10)), mentre per uno pneumatico completamente bloccato in frenata il rapporto di slittamento ha valore unitario.

Come è noto la forza di attrito si oppone sempre al moto relativo tra due corpi. Ciò vuol dire che ogni qualvolta la velocità ωR del bordo esterno dello pneumatico risulti maggiore dell'effettiva velocità di traslazione della ruota, la forza di attrito agirà in modo tale da accelerare lo pneumatico per cercare di eliminare la differenza tra le due velocità. Viceversa, se la velocità ωR risulta minore della velocità di traslazione V_r allora la forza di attrito agirà nel verso opposto, per tentare di annullare la velocità relativa tra la parte di pneumatico a contatto con il terreno ed il terreno stesso.

Il discriminante, dunque, per determinare il verso della forza di attrito F_a risulta essere il confronto tra la velocità ωR e V_r :

$$\begin{aligned} V_r < \omega R &\rightarrow i = i_{accelerazione} \rightarrow F_a > 0 \\ V_r > \omega R &\rightarrow i = i_{frenata} \rightarrow F_a < 0 \end{aligned}$$

In questo modo si è in grado di modellare efficacemente anche il caso in cui sulla ruota venga applicata una coppia frenante per rallentare il veicolo. Infatti, l'applicazione della coppia

¹⁸ Salehi, Marzieh & Noordermeer, Jacques & Reuvekamp, Louis & Dierkes, W. & Blume, Anke. (2018). Measuring rubber friction using a Laboratory Abrasion Tester (LAT100) to predict car tire dry ABS braking. Tribology International. -. 10.1016/j.triboint.2018.10.011.

provoca una diminuzione della velocità ωR e quando quest'ultima diventerà minore dell'effettiva velocità di traslazione dello pneumatico le forze di attrito definite dalla relazione (30) agiranno nel verso opposto alla direzione di marcia, provocando il rallentamento del trattore.

4.3.5. Componente laterale della forza di attrito

Infine, allo scopo di modellare in modo completo le forze di attrito tra pneumatico e terreno, occorre considerare anche la componente che si genera nella direzione del mozzo ruota. Fino ad ora si è infatti considerato solamente la forza di attrito che si genera a causa del rotolamento dello pneumatico. Si consideri, tuttavia, di far strisciare sul terreno una ruota lungo la direzione del suo asse. È evidente come nasca una forza di attrito contraria al moto, che però ancora non è stata introdotta nel modello sviluppato.

Per tenerne conto si è partiti dalla stessa relazione già analizzata in precedenza e di seguito riportata:

$$F_a = \mu_s \mu_i \mu_\infty N \quad (34)$$

Per la componente laterale della forza di attrito non ha senso parlare del rapporto di slittamento i , poiché lo pneumatico non ruota in quella direzione. Dunque, dalla relazione (24) si può eliminare il contributo del coefficiente μ_i e considerarlo unitario. Rimane invece l'effetto della diminuzione di capacità di generare attrito all'aumentare dell'affondamento, modellato tramite il coefficiente μ_s .

$$F_{a_{laterale}} = \mu_s \mu_\infty N \quad (35)$$

Come si è visto dal modello Wong-Reece, in assenza di uno scorrimento relativo tra terreno e pneumatico, non si riesce a generare una forza di trazione. Per cui il valore ottenuto dalla relazione (35) sarà valido solamente in presenza di uno scorrimento tra pneumatico e terreno lungo l'asse della ruota, diversamente la $F_{a_{laterale}}$ avrà valore nullo. Per introdurre quindi questa componente laterale della forza attrito nel modello in Adams si è dunque creata una misura V_{lat} della velocità dello pneumatico nella direzione del suo asse ed un suo valore limite $V_{lat_{MAX}}$ utilizzato come discriminante per definire la $F_{a_{laterale}}$ nel seguente modo:

$$F_{a_{laterale}} = \begin{cases} 0, & |V_{lat}| < V_{lat_{MAX}} \\ \mu_s \mu_\infty N, & |V_{lat}| \geq V_{lat_{MAX}} \end{cases} \quad (36)$$

Individuando in $V_{lat_{MAX}} = 50 \text{ mm/s}$ un opportuno valore discriminante.

A questo punto è stato necessario aggiornare le componenti nello spazio della F_a definite nell'espressione (32) introducendo il contributo della $F_{a_{laterale}}$:

$$\begin{cases} F_{a_x} = F_a \cos(\vartheta) \cos(\varphi) + F_{a_{laterale}} \sin(\varphi) \\ F_{a_y} = F_a \sin(\vartheta) \\ F_{a_z} = F_a \cos(\vartheta) \sin(\varphi) \cos(\varphi) + F_{a_{laterale}} \cos(\varphi) \end{cases} \quad (37)$$

Una rappresentazione grafica dei vettori forza F_a così definiti, in una simulazione in cui il trattore deve cambiare direzione è riportata nella figura seguente.

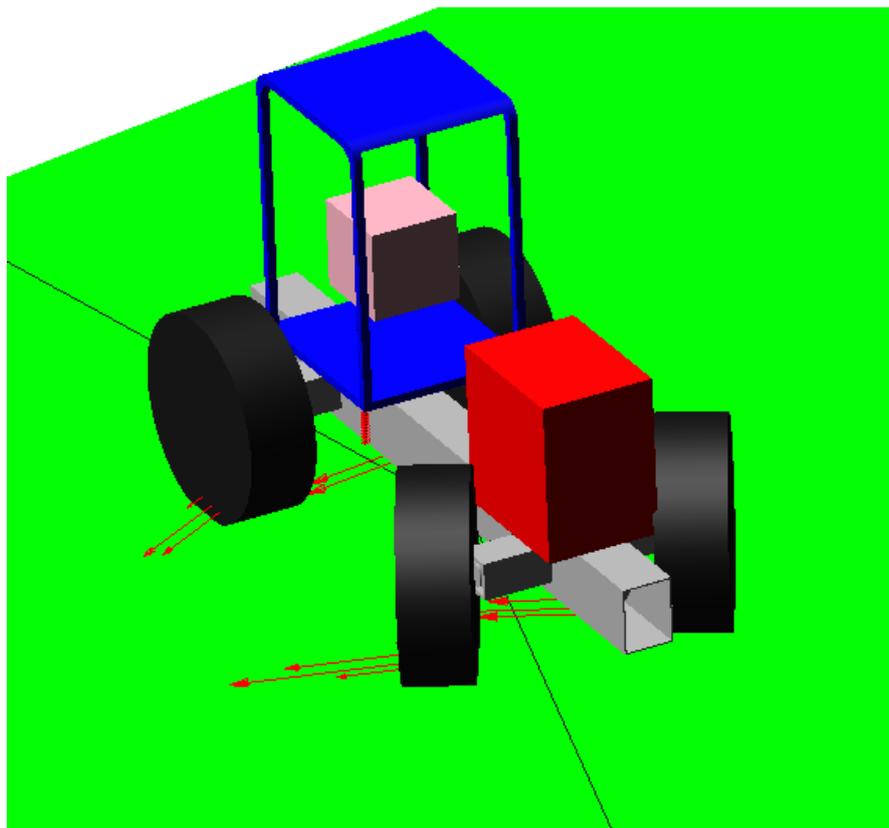


Figura 90, vettori forza di attrito F_a durante una simulazione con il trattore impegnato in un cambio di direzione

4.4. Risultati

4.4.1. Risultati al variare delle condizioni di cedevolezza e deformabilità

Prima di effettuare le simulazioni riguardanti i 4 tipi di test già utilizzati per i due precedenti modelli, si è ritenuto opportuno inserire in questo paragrafo i risultati completi (e non solamente quelli relativi agli indici di performance) che possono essere ricavati dal modello sviluppato. Inoltre, dal momento che il modello descritto permette di rappresentare in maniera indipendente la deformabilità della ruota e la cedevolezza del terreno si analizzeranno quattro condizioni differenti:

	Ruota deformabile	Terreno cedevole
Caso A	No	No
Caso B	Sì	No
Caso C	No	Sì
Caso D	Sì	Sì

Tabella 25, i 4 casi considerati in funzione dei fattori deformabilità della ruota e cedevolezza del terreno

Per rappresentare una ruota non deformabile si sono considerati valori molto alti dei coefficienti di rigidità e smorzamento, un ordine di grandezza superiori a quelli assunti per la ruota deformabile (si veda il paragrafo 3.2), ovvero: $K=5000$ N/mm e $c=40$ Ns/mm.

Per quanto riguarda il terreno non cedevole si è fatto riferimento ad una generica strada asfaltata. Per i parametri della componente normale della forza si sono utilizzati gli stessi valori già considerati nel modello di contatto rigido (si veda la Tabella 13). La modellazione della forza di trazione, non trattandosi più di un terreno sterrato bensì di asfalto, ha richiesto la modifica del valore di μ_{∞} (presente nell'equazione (24)) passando da 0.3 a 0.8. Quest'ultimo valore è stato assunto nel range tipico¹⁹ dei valori di coefficiente di attrito per il contatto ruota-asfalto asciutto.

Per i quattro casi riportati nella Tabella 25, il trattore è stato fatto avanzare di 20 metri su un terreno pianeggiante privo di ostacoli. Si è così studiata la fase di accelerazione del mezzo, partendo da una velocità nulla e applicando una coppia motrice totale pari a 2000 Nm.

I risultati ottenuti sono riportati nei seguenti diagrammi.

¹⁹ https://www.engineeringtoolbox.com/friction-coefficients-d_778.html

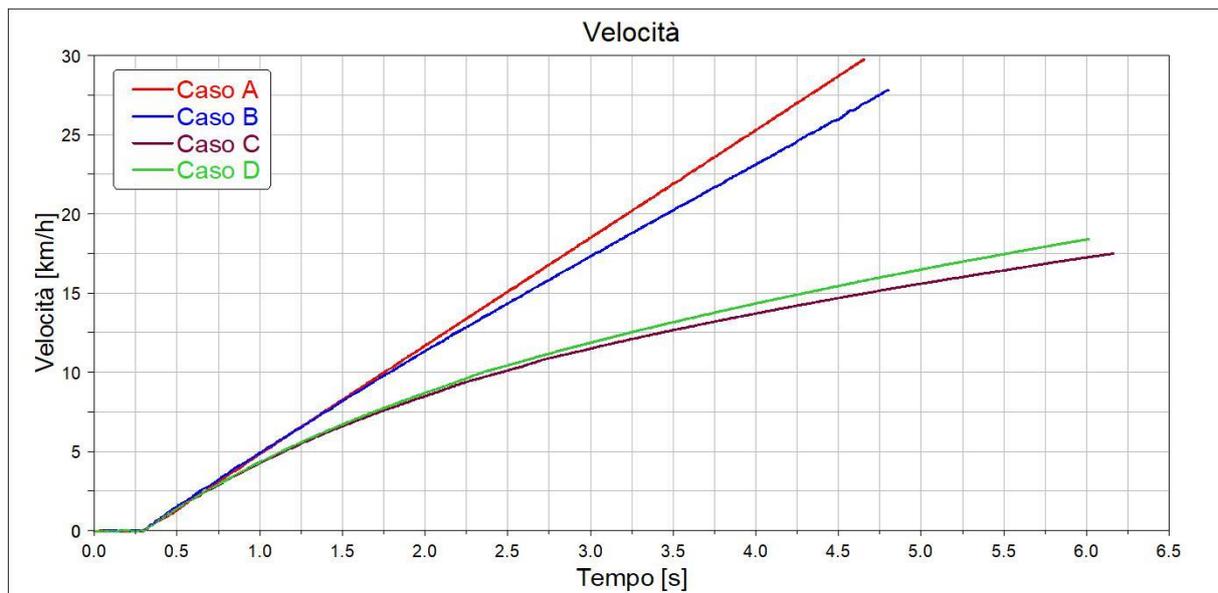


Figura 91, confronto delle velocità nei 4 casi studiati

Come ci si poteva aspettare, a parità di coppia motrice, il trattore che viaggia sull'asfalto (casi A e B) riesce ad accelerare più rapidamente di quello invece sul terreno sterrato (casi C e D). L'effetto della deformabilità della ruota è invece diverso a seconda del terreno. Nel caso di un terreno rigido, introducendo la deformabilità della ruota si ha una diminuzione abbastanza marcata dell'accelerazione del trattore (caso B). Per un terreno cedevole invece la differenza risulta minore e la deformabilità della ruota non causa una diminuzione dell'accelerazione, anzi la migliora leggermente, per i motivi che verranno illustrati con più precisione nei prossimi diagrammi.

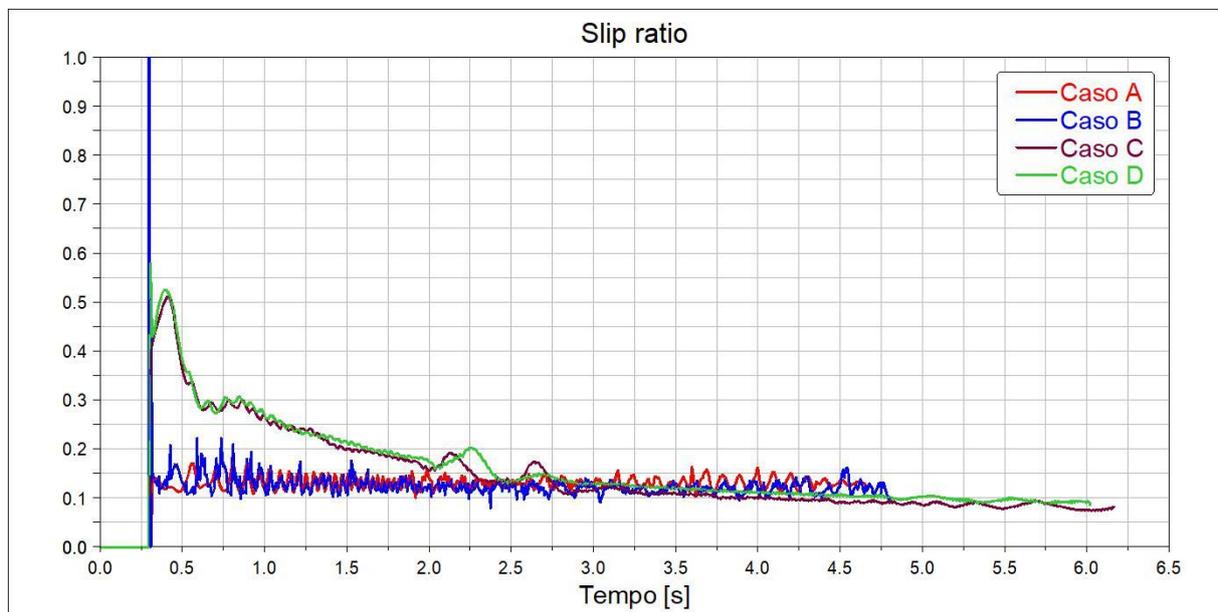


Figura 92, confronto tra i valori di slip ratio nei 4 casi studiati

Per quanto riguarda lo slittamento tra lo pneumatico ed il terreno, si osserva come questo valore sia maggiore per le simulazioni effettuate con il terreno cedevole. Anche in questo caso si tratta di un risultato ragionevole, poiché l'asfalto garantisce una maggiore aderenza alle ruote.

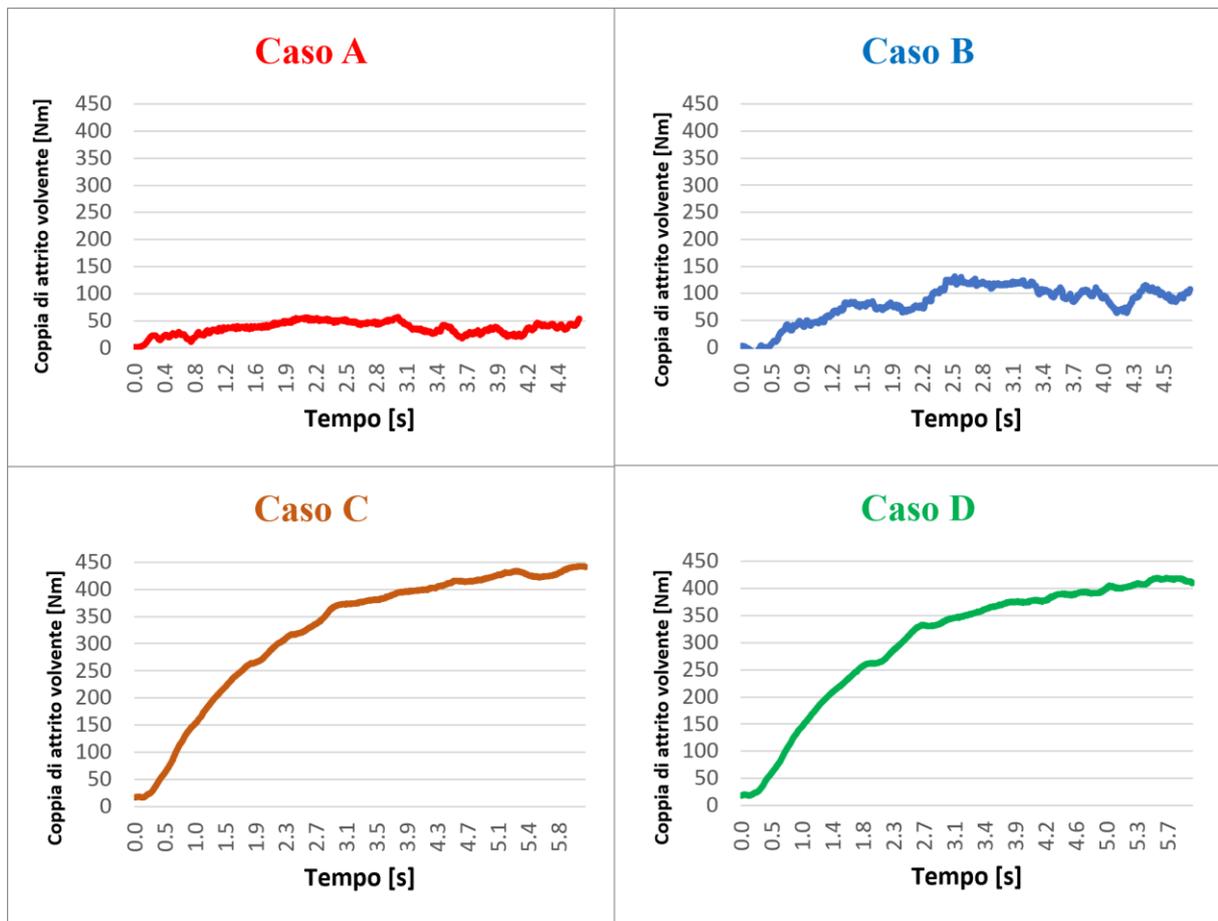


Figura 93, confronto tra le medie mobili dei valori di coppia di attrito volvente nei 4 casi studiati

Nella Figura 93 sono riportati i valori di coppia di attrito volvente per la ruota anteriore sinistra ottenuta nei 4 casi esaminati. Per una situazione di ruota indeformabile e terreno non cedevole (caso A) si dovrebbe in linea teorica ottenere una coppia di attrito volvente nulla. Il modello sviluppato non assicura proprio tale risultato (anche perché con i parametri scelti è presente, seppur minimo, un certo affondamento dei cilindri nel terreno) ma le coppie misurate al mozzo rimangono limitate (30-40 Nm in media).

Coerentemente con quanto avviene nella realtà i valori di coppia volvente crescono nel caso di ruota deformabile, arrivando a valori di un centinaio di Nm in media. Utilizzando la relazione (23) e considerando che le ruote anteriori reggono un carico di circa 700 kg l'una, il coefficiente di attrito volvente nel caso B vale circa 0.03, valori ammissibili per un contatto ruota-asfalto.

Quando il trattore viaggia su un terreno cedevole (casi C e D) l'effetto dell'attrito volvente cresce in modo marcato. I valori di coppia che si ottengono sono funzione della velocità di rotazione delle ruote. Si tratta, questo, di un effetto non desiderabile poiché il coefficiente di attrito volvente non dipende, in prima approssimazione, dalla velocità di rotazione della ruota. Tuttavia, è una conseguenza ineliminabile di come sia stato inserito il fenomeno dell'attrito volvente nel modello (ovvero con la taratura del parametro di damping illustrata al paragrafo 4.2.3). Si ottengono valori di circa 300 Nm quando il trattore viaggia intorno ai 10 km/h, mentre per velocità superiori si ottengono dei valori di coppia anche di 400-430 Nm, corrispondenti a coefficienti di attrito volvente pari a 0.13.

Infine, si può osservare come la presenza di ruote deformabili o indeformabili non abbia grossi effetti sui valori di coppia misurati. La crescita che comporterebbe la deformazione della ruota

viene infatti compensata dal minor affondamento dello pneumatico nel terreno, come si illustrerà meglio nei prossimi grafici.

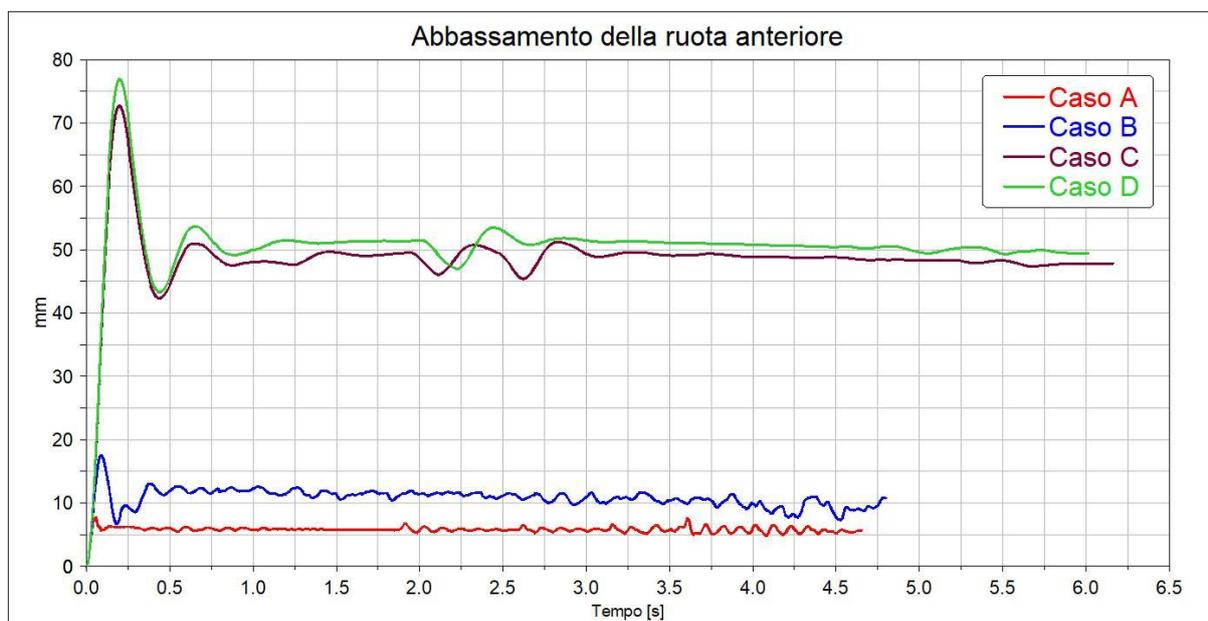


Figura 94, confronto tra l'abbassamento della ruota anteriore sinistra nei 4 casi studiati

Nel grafico presentato nella Figura 94, si è rappresentato di quanto la ruota anteriore sinistra sia più bassa rispetto alla condizione iniziale (ruota non deformata appoggiata sul terreno, senza alcuna compenetrazione con esso). Il risultato è dunque influenzato da due fattori: l'affondamento della ruota nel terreno e la deformazione dello pneumatico. Entrambi questi fenomeni sono infatti responsabili dell'abbassamento delle ruote.

Nel caso di un contatto ideale tra due corpi perfettamente rigidi si dovrebbe avere un abbassamento nullo delle ruote. Come già sottolineato per il grafico rappresentante la coppia motrice, i parametri scelti per la forza di contatto tra terreno e cilindri per simulare l'asfalto permettono comunque una piccola compenetrazione (di circa 5mm).

Quando si introduce la deformabilità della ruota si ha un abbassamento di poco meno di 1 cm, mentre molto più marcato è l'effetto del terreno cedevole, che produce un abbassamento di circa 5 cm.

È importante però riuscire a separare gli effetti della deformabilità della ruota da quelli della cedevolezza del terreno. Per questo si è studiato, a titolo d'esempio, il comportamento di un singolo cilindro, rappresentato nei grafici seguenti.

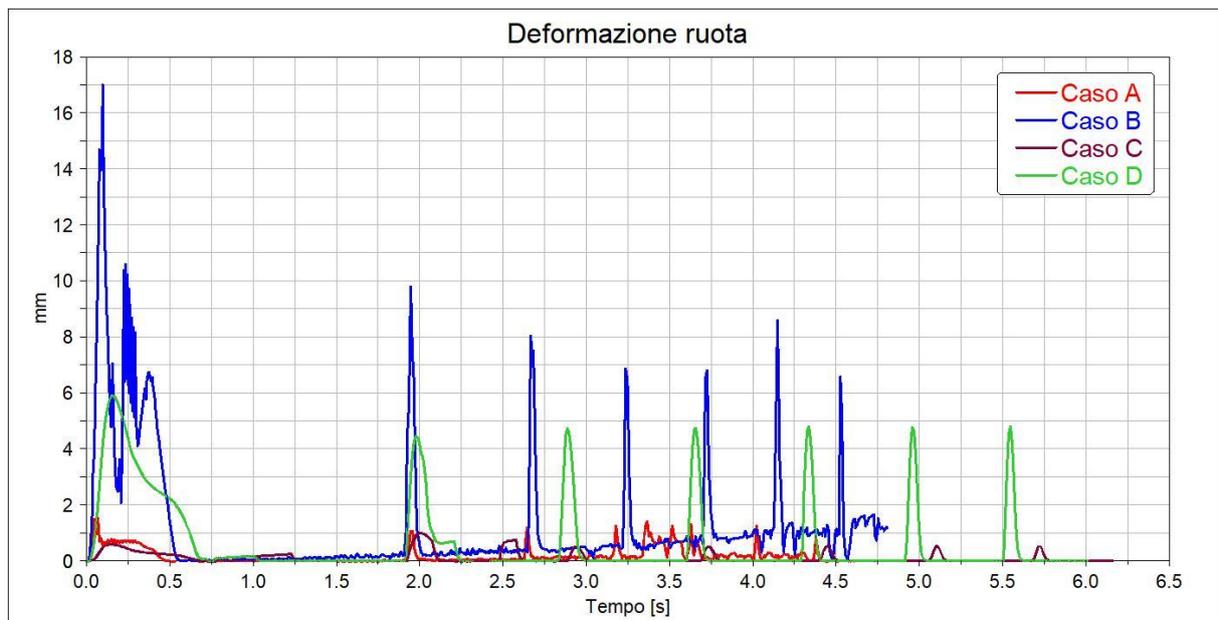


Figura 95, confronto della deformazione di uno degli elementi molla-smorzatore della ruota anteriore sinistra nei 4 casi studiati

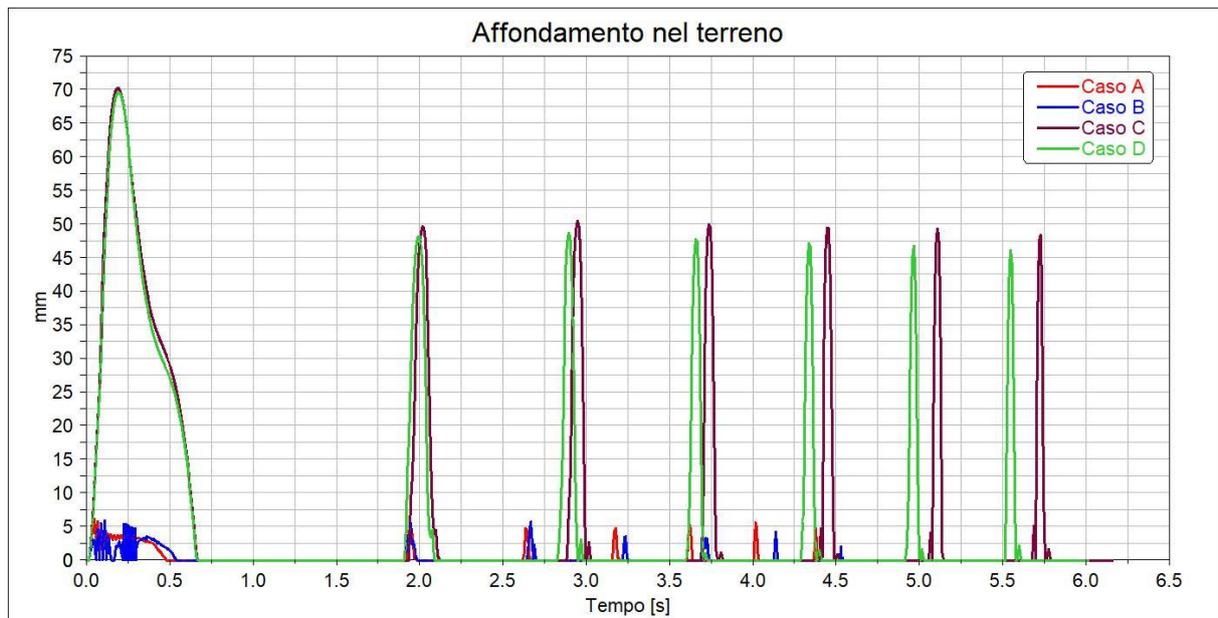


Figura 96, confronto dell'affondamento nel terreno di uno dei cilindri della ruota anteriore sinistra nei 4 casi studiati

Come era preventivabile, nei grafici precedenti si può facilmente osservare come nei casi di ruota indeformabile (casi A e C) la deformazione dell'elemento spring-damper rimanga molto limitata, mentre nei casi di terreno non cedevole (casi A e B) ad essere minimo è l'affondamento del cilindro.

Inoltre si può osservare come la deformazione della ruota sia maggiore nel caso di un terreno non cedevole rispetto ad uno cedevole. Questo risultato è consistente con quanto avviene nella realtà, poiché all'aumentare della cedevolezza del terreno aumenta anche la superficie di appoggio della ruota su di esso e dunque il peso può distribuirsi maggiormente.

Per la stessa ragione legata alla maggior distribuzione del carico (e dunque più cilindri

contemporaneamente in appoggio sul terreno) si ha un minore affondamento del cilindro della ruota anteriore quando essa è considerata deformabile. Il minore affondamento comporta anche un valore più alto del coefficiente correttivo μ_s (si veda il paragrafo 4.3.2) e ciò può giustificare la migliore accelerazione del trattore nel caso D rispetto al C evidenziata nella Figura 91.

Il grafico in Figura 96 permette anche di verificare il lavoro svolto nella taratura del modello di lavoro semplificato rappresentante un quarto del trattore. Infatti, in tale modello semplificativo era stato previsto un affondamento nel terreno di circa 47/48mm (si veda la Figura 77), valori perfettamente in linea con quelli ottenuti nella Figura 96.

Infine, un ultimo interessante risultato che il modello sviluppato consente di raggiungere è osservabile dall'andamento della coppia di attrito volvente per le quattro ruote. A tale scopo si è lanciata una simulazione con terreno e ruote deformabili, traiettoria rettilinea e velocità di riferimento passata in input pari a 10 km/h.

Studiando, per ogni ruota, le reazioni vincolari al terreno e le coppie di attrito volvente si sono ottenuti i seguenti risultati.

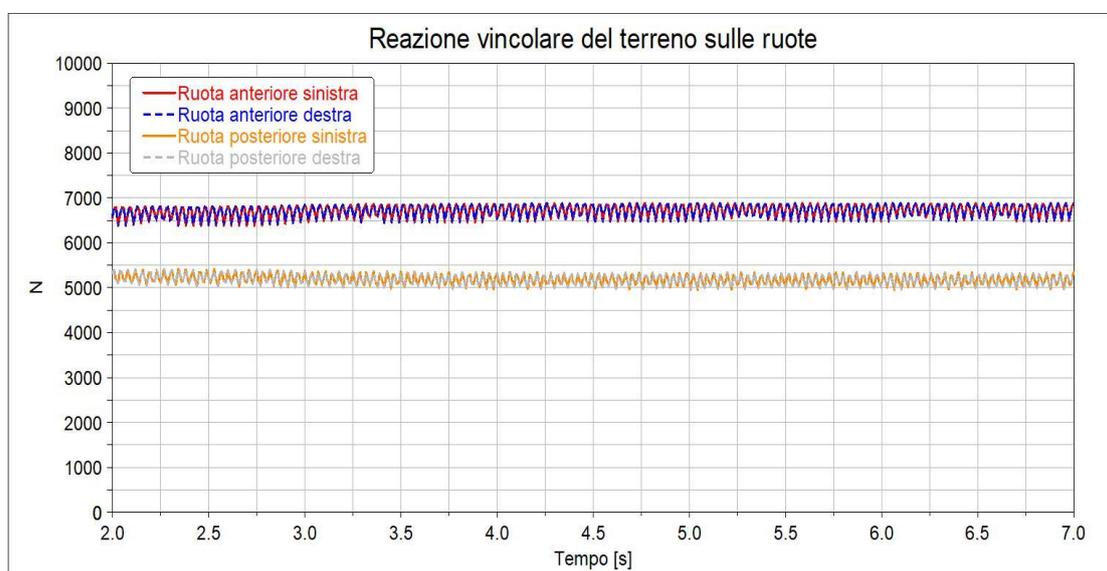


Figura 97, reazione vincolare del terreno sulle quattro ruote

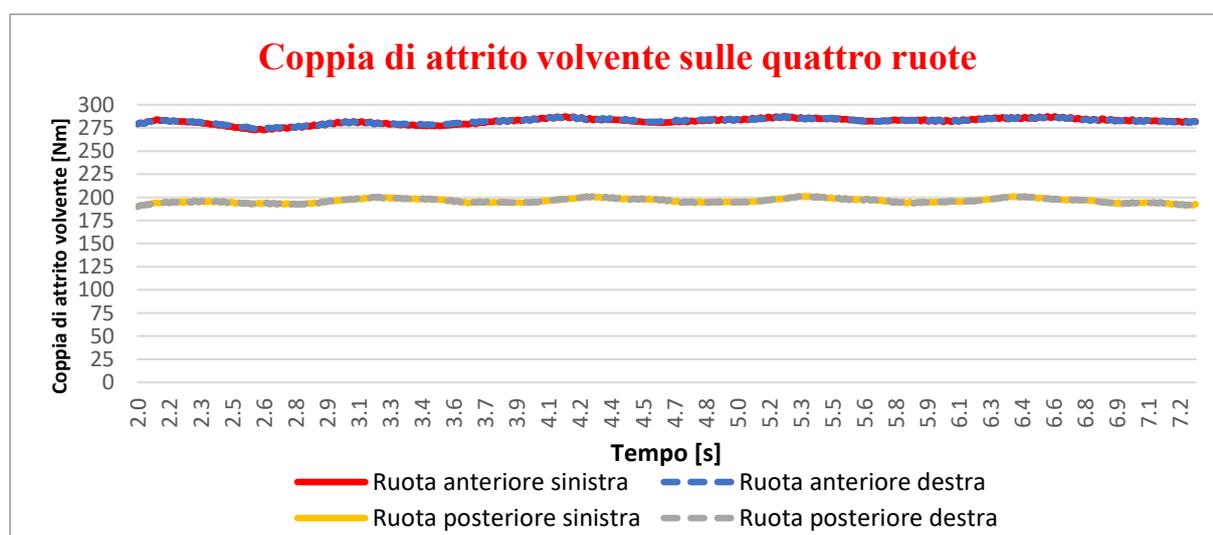


Figura 98, medie mobili dei valori di coppia di attrito volvente sulle quattro ruote

Si può osservare come le ruote anteriori risultino maggiormente caricate rispetto a quelle posteriori a causa della posizione più avanzata del baricentro del trattore (si veda la Figura 17). In accordo con la relazione (23), il modello ha correttamente rappresentato che su di esse agisse anche una maggior coppia di attrito volvente.

4.4.2. Risultati dei 4 test principali

Prima di ripetere i 4 test già eseguiti per i primi due modelli di contatto sviluppati, è stato necessario modificare leggermente la procedura per il controllo della velocità del mezzo tramite la coppia motrice, presentata al paragrafo 2.5. Il controllo che si era implementato era, infatti, di tipo proporzionale. Di conseguenza la coppia motrice applicata agli assali tendeva ad essere nulla al diminuire della differenza tra la velocità desiderata e la velocità effettiva della trattore. Quest'approccio funzionava in modo efficace per i due precedenti modelli, mentre andrebbe in crisi con quest'ultimo sviluppato. Infatti, riuscendo in questo caso ad introdurre una coppia di attrito volvente come mostrato al paragrafo 4.2.3, esiste una coppia contraria che si oppone a quella motrice. Di conseguenza, la trattore non riuscirebbe mai a raggiungere la velocità desiderata, poiché se anche la raggiungesse la coppia motrice sarebbe nulla (poiché nulla è la differenza tra la velocità effettiva e quella desiderata) e dunque la coppia di attrito volvente obbligherebbe il trattore a rallentare.

Per preservare dunque la capacità di controllare in modo efficace la velocità del trattore, è stato sommato agli altri termini presenti nella relazione (4) anche la somma ($C_{volvente}$) delle coppie di attrito volvente agenti sulle ruote:

$$C_{motrice} = K_t \cdot \Delta_{vel} + M \cdot 9.81 \cdot \sin(\theta) \cdot R + C_{volvente} \quad (38)$$

Definita in questo modo la nuova coppia motrice, si sono ripetuti i quattro test già effettuati per i due precedenti modelli per poter analizzare i risultati ottenuti, contenuti nei grafici seguenti.

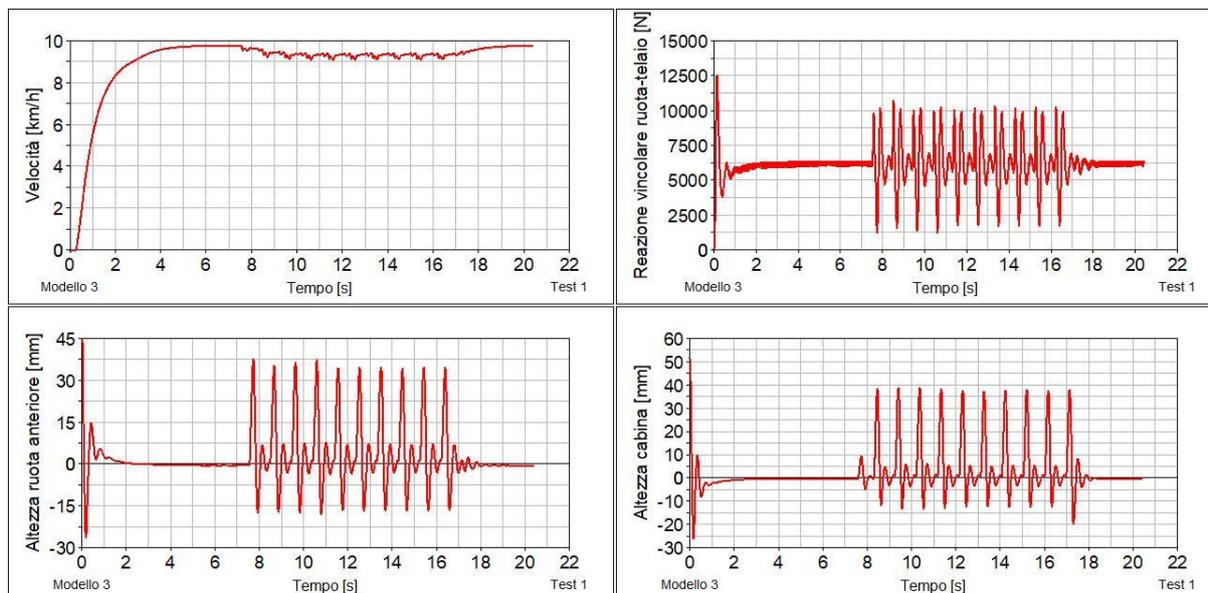


Figura 99, risultati ottenuti nel Test 1 con il modello che tiene conto sia della deformabilità della ruota che della cedevolezza del terreno

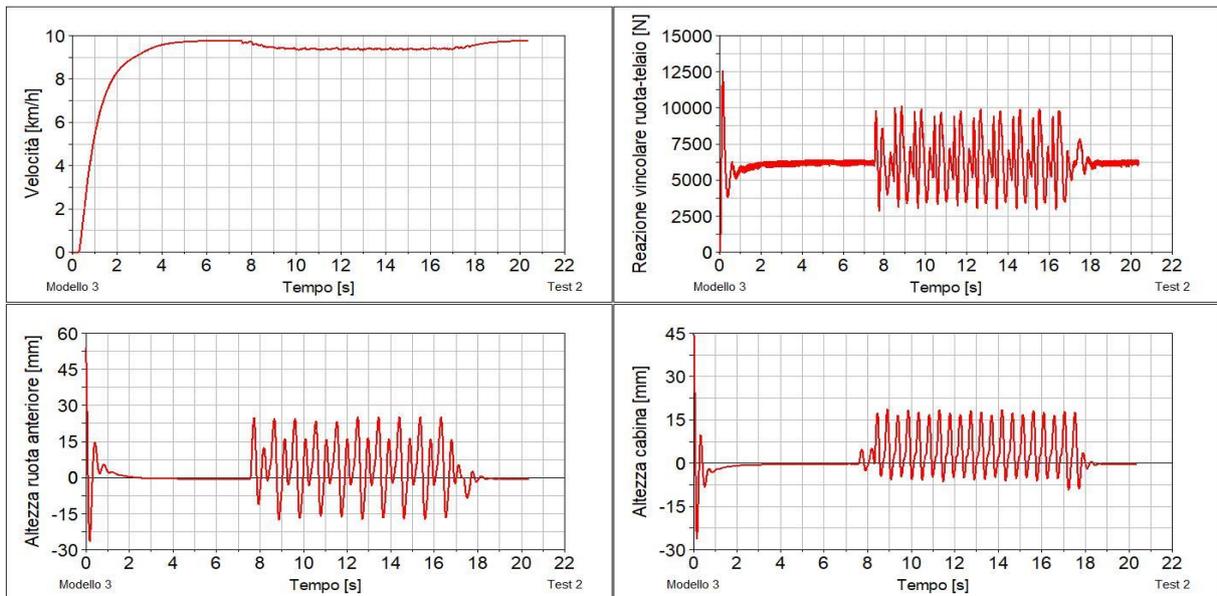


Figura 100, risultati ottenuti nel Test 2 con il modello che tiene conto sia della deformabilità della ruota che della cedevolezza del terreno

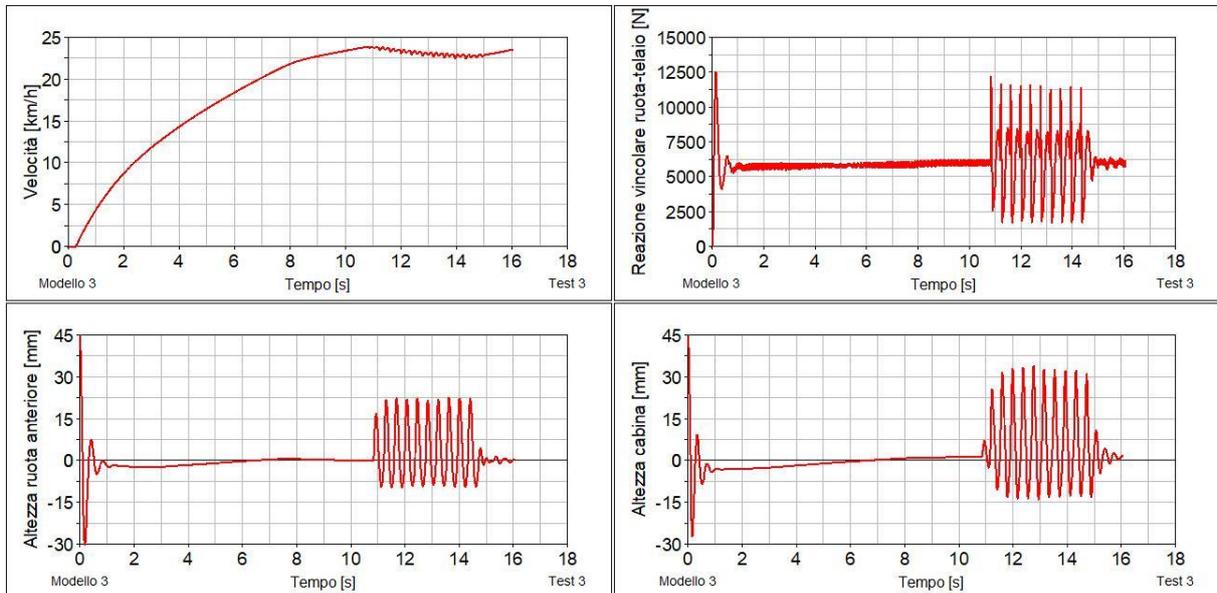


Figura 101, risultati ottenuti nel Test 3 con il modello che tiene conto sia della deformabilità della ruota che della cedevolezza del terreno

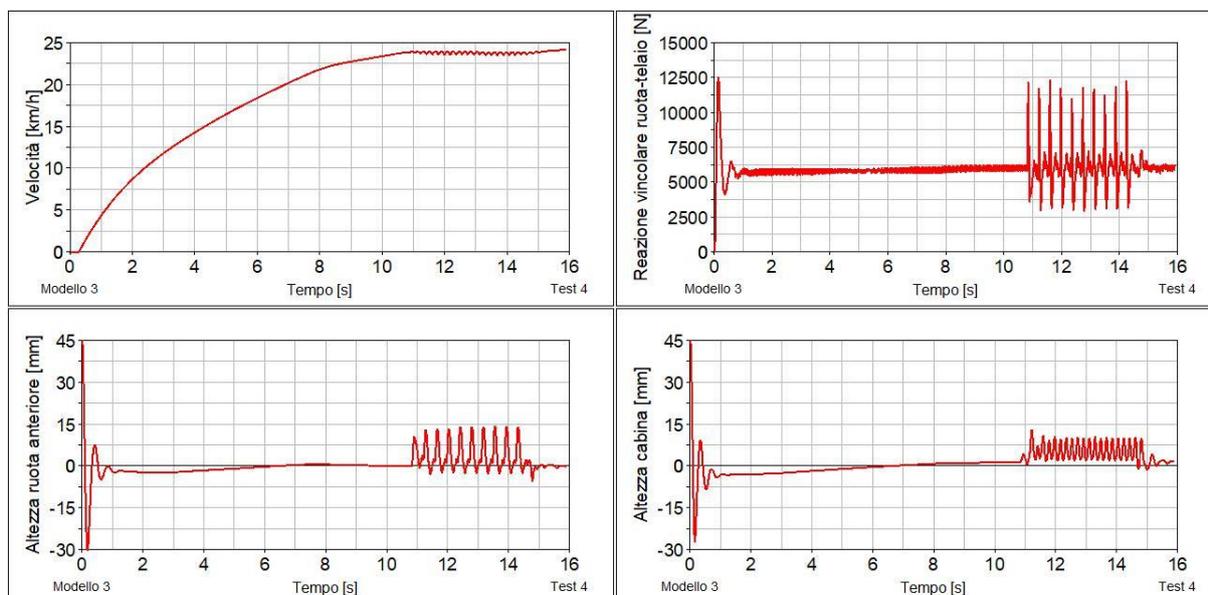


Figura 102, risultati ottenuti nel Test 4 con il modello che tiene conto sia della deformabilità della ruota che della cedevolezza del terreno

I grafici riportati mostrano un ulteriore miglioramento nella trattazione del problema. Infatti, la possibilità di considerare il terreno come cedevole e non più come indeformabile, permette l'introduzione di un ulteriore elemento di sospensione e smorzamento nella dinamica della trattrice. Si riscontra infatti una miglior stabilità del trattore durante i test, non è più presente l'irrealistico rimbalzo degli pneumatici contro il terreno e le reazioni vincolari nel giunto ruota-telaio rientrano in un range di valori più ragionevoli, con carichi massimi di 12/13 kN a fronte di un carico statico di circa 6500N.

Dal momento che si era già concluso al paragrafo 3.2 che il modello con la possibilità di rappresentare la deformabilità della ruota fosse molto più realistico del primo modello sviluppato, si rappresentano di seguito i grafici contenenti i risultati per il test 4 dei soli ultimi due modelli sviluppati. Per un confronto completo tra i risultati di tutti e 3 i modelli si veda il paragrafo 5.

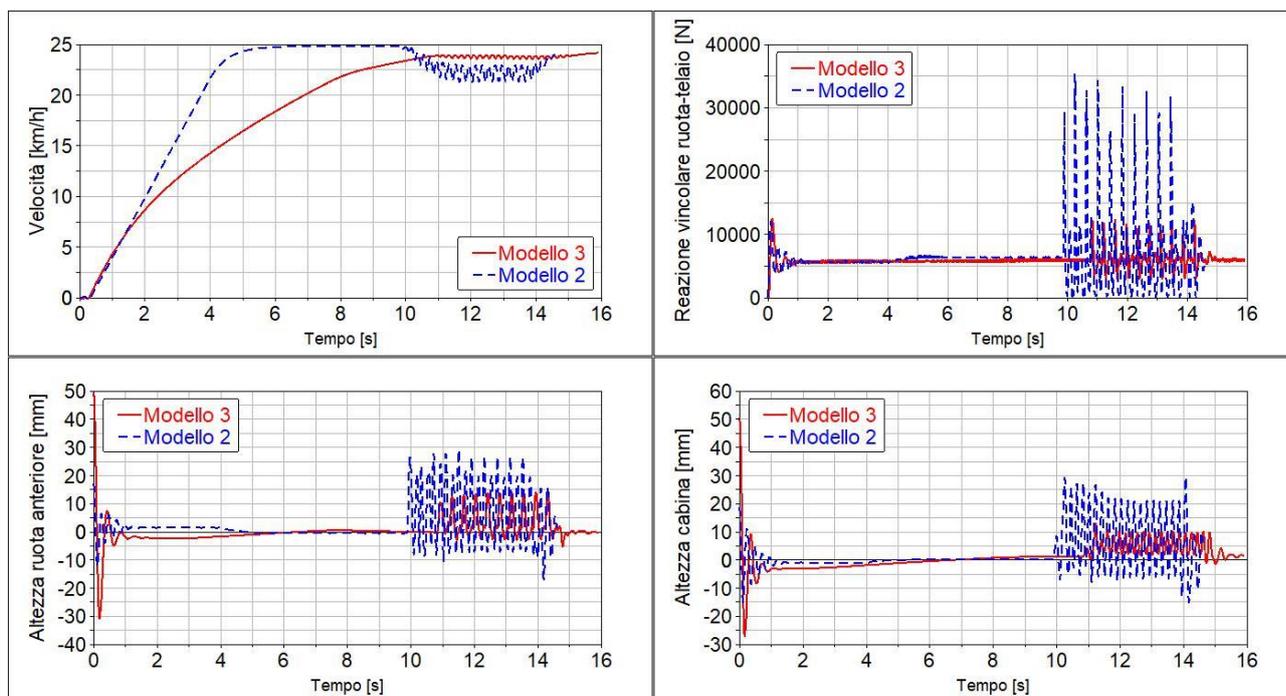


Figura 103, confronto dei risultati ottenuti per il test 4 con il modello dotato di bushing tra ruota e telaio (in blu) e quello in grado di rappresentare sia la deformabilità della ruota che la cedevolezza del terreno (in rosso)

Passando all'analisi del costo computazionale del modello sviluppato, si presenta una situazione eterogenea. In particolare, si è osservata un'ottima velocità di calcolo nei percorsi pianeggianti senza ostacoli rispetto a quella emersa per il modello precedente. Nella fase di accelerazione che precede il primo ostacolo le simulazioni sono risultate infatti molto rapide. Il calcolo è invece più lungo laddove le ruote vengano a contatto con degli ostacoli. In particolare, i test con una disposizione alternata degli ostacoli hanno richiesto tempi di calcolo decisamente superiori rispetto ai rimanenti due, per i quali il tempo richiesto è dello stesso ordine di grandezza di quello del modello precedente.

Test	Durata della simulazione	Tempo di calcolo richiesto	Indice di performance computazionale
Test 1	20.45 s	5' 30''	16.1
Test 2	20.35 s	35'	103.2
Test 3	16.10 s	7'	26.1
Test 4	15.90 s	30'	113.2

Tabella 26, tempi di calcolo richiesti dai 4 test effettuati con ruota e terreno deformabili

5. Confronto dei risultati ottenuti e conclusioni

Dopo aver sviluppato un modello di una generica trattrice di media taglia, nel presente elaborato si è studiato nel dettaglio il contatto ruota-terreno, con l'obiettivo di poter simulare la dinamica del veicolo su un percorso con terreno cedevole.

Riassumendo, sono state proposte tre soluzioni differenti:

- Modello 1: non tiene conto né della deformabilità della ruota né della cedevolezza del terreno. Il contatto pneumatico-terreno risulta quindi rigido, non essendo presente alcun sistema di sospensione o smorzamento.
- Modello 2: introduce la possibilità di rappresentare la deformabilità delle ruote, non descrivendo l'effettiva deformazione dello pneumatico ma considerando un equivalente spostamento della ruota rispetto al mozzo.
- Modello 3: consente di rappresentare sia la deformabilità della ruota che la cedevolezza del terreno, continuando a basarsi, tuttavia, solamente sull'utilizzo di corpi rigidi.

Dopo aver presentato nel dettaglio i risultati ottenuti con i singoli modelli (si vedano i paragrafi 2.8, 3.2 e 4.4.2), si riporta nella Tabella 18 un sintetico confronto tra di essi sulla base degli indici di performance scelti. Si ha dunque l'esigenza di riassumere l'andamento della reazione vincolare ruota-mozzo e della quota della cabina (già mostrati nei grafici ai paragrafi suddetti) in un unico valore. A tale scopo si è scelto di utilizzare due parametri così definiti:

- rapporto tra la massima quota raggiunta dalla ruota rispetto all'altezza dell'ostacolo: mette in luce e quantifica l'eventuale distacco dello pneumatico dal terreno, che avviene per valori maggiori di 1 del rapporto così definito.
- rapporto tra il massimo valore della reazione vincolare ottenuta e il carico statico: misura l'entità impulsiva del profilo di carico dovuto all'urto contro gli ostacoli.

Test	Indice di performance computazionale			Distacco dal terreno rapporto tra la massima quota raggiunta dalla ruota e l' altezza dell' ostacolo			Reazione vincolare rapporto tra il massimo valore della reazione vincolare ottenuta e il carico statico		
	Mod. 1	Mod. 2	Mod. 3	Mod. 1	Mod. 2	Mod. 3	Mod. 1	Mod. 2	Mod. 3
Test 1	1.7	31.3	16.1	2.5	2.5	0.5	36	5.5	1.6
Test 2	3	31.2	103.2	1.1	1.7	0.4	28	4.8	1.9
Test 3	2.9	19	26.1	16.2	7.5	0.4	64	8	2
Test 4	1.4	16.4	113.2	23.8	0.75	0.4	104	5.6	2

Tabella 27, tabella comparativa dei risultati ottenuti con i 3 modelli sviluppati

Come già evidenziato in precedenza, a fronte di una crescita del costo computazionale limitata, i modelli di contatto implementati garantiscono una crescente affidabilità dei risultati ottenuti. Soprattutto per i test 3 e 4, dove il trattore viaggia a più alte velocità, l'irrealistico effetto del distacco dal terreno viene smorzato con il passaggio al secondo modello e definitivamente eliminato nell'ultimo, dove il trattore rimane sempre in contatto con il suolo.

Inoltre, la possibilità di riuscire a modellare un terreno cedevole per mezzo di soli corpi rigidi come mostrato nel modello 3, rappresenta uno dei punti di forza dell'approccio seguito, consentendo di limitare i tempi richiesti dalle simulazioni.

Infine, questa strategia permetterebbe, al variare dei parametri delle forze di contatto ruota-cilindro illustrati nel capitolo 4, di poter analizzare in generale il comportamento dinamico del trattore su di un qualsiasi tipo di terreno, con diversi tipi di ostacoli e pendenze.

Il modello descritto rimane comunque una soluzione volta ad ottenere dei risultati validi in prima approssimazione. Nel suo sviluppo, infatti, sono state compiute alcune approssimazioni necessarie per non complicare eccessivamente il calcolo e per continuare a lavorare con una serie di corpi rigidi. In particolare, la cedevolezza del terreno è stata analizzata tramite il modello di Wong-Reece, basato sull'ipotesi di ruota rigida. L'introduzione della deformabilità della ruota e la sua interazione con la cedevolezza del terreno è stata lasciata al calcolo del software multibody. Complessa è stata anche la ricerca di un set completo delle proprietà del terreno, per cui si è fatto riferimento agli stessi dati riportati da Wong e Reece nel loro articolo. Infine, come già illustrato al paragrafo 4.4.1, l'effetto della coppia di attrito volvente è purtroppo dipendente dalla velocità di rotazione delle ruote, obbligando quindi a mantenere la velocità di avanzamento del trattore in un range di valori per cui la taratura del damping effettuata al paragrafo 4.2.3 risulti valida.

Infine, nel vasto campo di applicabilità del modello occorre però evidenziare una limitazione riguardante i tipi di ostacoli che possono essere introdotti. Infatti, per la definizione del collegamento cilindro-mozzo vista al paragrafo 4.1, il modello non è in grado di gestire accuratamente degli urti che avvengono tra gli ostacoli e solo una parte degli pneumatici.

I risultati ottenuti da queste simulazioni rappresentano un lavoro condotto interamente in un ambiente di progettazione multibody virtuale. Per verificare l'applicabilità e l'effettiva robustezza del modello sviluppato si dovrebbe sicuramente ricorrere a delle prove sperimentali, volte anche ed eventualmente a ritrarre opportunamente alcuni dei parametri utilizzati o dei fattori correttivi introdotti.

6. Appendici

6.1. Matlab Codice1

```
% MODELLO WONG REECE_Codice1
%Questo codice ha lo scopo di calcolare, applicando il modello di Wong-Reece,
%la distribuzione delle pressioni lungo il profilo della ruota, la reazione
%verticale al terreno, la forza di trazione e la coppia al mozzo,
%al variare di diversi valori di affondamento.
clear all
clc
close all

%Proprietà del terreno: compact sand
c1=0.43;           %Da Wong-Reece
c2=0.32;           %Da Wong-Reece
phi=33.3;         %Deg Da Wong-Reece
c=0.6895;         %KPa Da Wong-Reece
k1=20;            %Psi Da Wong-Reece
k2=2.5;           %Psi/in Da Wong-Reece
n=0.4706;         %Da Wong-Reece
K=38.1*10^(-3);   %m %Da Wong-Reece
m2in=39.3701;     %Costante per passare da m a pollici
psi2KPa=6.89476; %Costante per passare da psi a KPa

%Dati relativi alla ruota
r=0.9686/2;       % Raggio [m]
b=0.320;          % Larghezza di fascia [m]

%Risultati variando l'affondamento z e lo slip ratio i
z0=[0.04:0.04:0.16]; %m
i=[0:0.05:1];
RowMax=length(i);
PageMax=length(z0);
ContaPlotSigma=1; %Flag per la rappresentazione grafica dei risultati
ContaPlotTau=1;
ContaSubPlot=1;

for Page=1:PageMax %Per ogni valore di affondamento
    Row=1;
    Tetal(Page)=rad2deg(acos((r-z0(Page))/r)); %Deg
    for Row=1:RowMax %Per ogni valore di slip ratio
        %PRESSIONE NORMALE
        Tetam(Page,Row)=Tetal(Page)*(c1+c2*i(Row)); %Deg
        Tetat2=0; %Deg
        %Espressioni per il calcolo di sigma nei due domini
        fTetal = @(Teta) psi2KPa*((k1+k2*b*m2in).*(r/b).^n).*(cos(Teta)-
cos(deg2rad(Tetal(Page))))).^n;
        fTetat2 = @(Teta)
psi2KPa*((k1+k2*b*m2in).*(r/b).^n).*(cos(deg2rad(Tetal(Page)))-((Teta-
deg2rad(Tetat2))./(deg2rad(Tetam(Page,Row))-deg2rad(Tetat2))).*(deg2rad(Tetal(Page))-
deg2rad(Tetam(Page,Row))))-cos(deg2rad(Tetal(Page))))).^n;

        XTetal(Row,:,Page)=linspace(Tetam(Page,Row),Tetal(Page),100); %Deg
        XTetat2(Row,:,Page)=linspace(Tetat2,Tetam(Page,Row),100); %Deg
        XTeta(Row,:,Page)=[XTetat2(Row,:,Page), XTetal(Row,:,Page)]; %Deg
        Sigmal(Row,:,Page)= fTetal(deg2rad(XTetal(Row,:,Page))); %KPa
        Sigma2(Row,:,Page)= fTetat2(deg2rad(XTetat2(Row,:,Page))); %KPa
        Sigma(Row,:,Page)=[Sigma2(Row,:,Page),Sigmal(Row,:,Page)]; %KPa

        %Rappresentazione grafica degli andamenti di sigma in funzione di teta
        if (i(Row)==0 | i(Row)==0.20 | i(Row)==0.40 | i(Row)==0.60 | i(Row)==0.80)
            figure(1)
            subplot(2,2,ContaPlotSigma)
            plot (XTeta(Row,:,Page),Sigma(Row,:,Page))
            xlabel('Teta (Deg)')
```

```

        ylabel('KPa')
        axis([0 50 0 250])
        title (sprintf('Affondamento: %d cm',z0(Page)*100))
        hold on
        sgtitle('Andamento tensione normale lungo il profilo della
ruota','Color','red')
        if i(Row)==0.80
            ContaPlotSigma=ContaPlotSigma+1;
            legend('i=0',
'i=0.20','i=0.40','i=0.60','i=0.80','Location','northeast')
        end
    end

    %SHEAR STRESS
    jfun = @(Teta) r.*((deg2rad(Teta1(Page))-Teta)-(1-
i(Row)).*(sin(deg2rad(Teta1(Page)))-sin(Teta)));
    j(Row, :, Page)=jfun(deg2rad(XTeta(Row, :, Page)));
    Tau(Row, :, Page)=(c+Sigma(Row, :, Page).*tan(deg2rad(phi))).*(1-exp(-
j(Row, :, Page)./K));

    %Rappresentazione grafica degli andamenti di tau in funzione di teta
    if (i(Row)==0 | i(Row)==0.20 | i(Row)==0.40 | i(Row)==0.60 | i(Row)==0.80)
        figure(2)
        subplot(2,2,ContaPlotTau)
        plot (XTeta(Row, :, Page), Tau(Row, :, Page))
        xlabel('Teta (Deg)')
        ylabel('KPa')
        axis([0 50 0 150])
        title (sprintf('Affondamento: %d cm',z0(Page)*100))
        hold on
        sgtitle('Andamento tensione tangenziale lungo il profilo della
ruota','Color','red')
        if i(Row)==0.80
            ContaPlotTau=ContaPlotTau+1;
            legend('i=0',
'i=0.20','i=0.40','i=0.60','i=0.80','Location','northeast')
        end
    end

    %REAZIONE NORMALE (W)
    funW1 = @(Teta) psi2KPa*((k1+k2*b*m2in).*(r/b).^n).*((cos(Teta)-
cos(deg2rad(Teta1(Page))))).^n).*cos(Teta);
    funW2 = @(Teta)
psi2KPa*((k1+k2*b*m2in).*(r/b).^n).*(cos(deg2rad(Teta1(Page)))-((Teta-
deg2rad(Teta2))./(deg2rad(TetaM(Page,Row))-deg2rad(Teta2))).*(deg2rad(Teta1(Page))-
deg2rad(TetaM(Page,Row))))-cos(deg2rad(Teta1(Page))))).^n).*cos(Teta);
    funW3 = @(Teta) psi2KPa*((c+(k1+k2*b*m2in).*(r/b).^n).*((cos(Teta)-
cos(deg2rad(Teta1(Page))))).^n).*tan(deg2rad(phi))).*(1-exp(-
(r.*((deg2rad(Teta1(Page))-Teta)-(1-i(Row)).*(sin(deg2rad(Teta1(Page)))-
sin(Teta))))/K)).*sin(Teta);
    funW4 = @(Teta)
psi2KPa*((c+(k1+k2*b*m2in).*(r/b).^n).*(cos(deg2rad(Teta1(Page)))-((Teta-
deg2rad(Teta2))./(deg2rad(TetaM(Page,Row))-deg2rad(Teta2))).*(deg2rad(Teta1(Page))-
deg2rad(TetaM(Page,Row))))-cos(deg2rad(Teta1(Page))))).^n).*tan(deg2rad(phi))).*(1-
exp(-(r.*((deg2rad(Teta1(Page))-Teta)-(1-i(Row)).*(sin(deg2rad(Teta1(Page)))-
sin(Teta))))/K)).*sin(Teta);

    W1(Page,Row)=
integral(funW1,deg2rad(TetaM(Page,Row)),deg2rad(Teta1(Page)));
    W2(Page,Row)= integral(funW2,deg2rad(Teta2),deg2rad(TetaM(Page,Row)));
    W3(Page,Row)=
integral(funW3,deg2rad(TetaM(Page,Row)),deg2rad(Teta1(Page)));
    W4(Page,Row)= integral(funW4,deg2rad(Teta2),deg2rad(TetaM(Page,Row)));
    W(Page,Row) = r*b.*(W1(Page,Row)+W2(Page,Row)+W3(Page,Row)+W4(Page,Row));
%KN

    %FORZA DI TRAZIONE (D)

```

```

        funD3 = @(Teta) psi2KPa*((c+(k1+k2*b*m2in).*(r/b).^n).*(cos(Teta)-
cos(deg2rad(Teta1(Page))))).^n.*tan(deg2rad(phi))).*(1-exp(-
(r.*(deg2rad(Teta1(Page))-Teta)-(1-i(Row)).*(sin(deg2rad(Teta1(Page)))-
sin(Teta))))/K)).*cos(Teta);
        funD4 = @(Teta)
psi2KPa*((c+(k1+k2*b*m2in).*(r/b).^n).*(cos(deg2rad(Teta1(Page)))-((Teta-
deg2rad(Teta2))./(deg2rad(TetaM(Page,Row))-deg2rad(Teta2))).*(deg2rad(Teta1(Page))-
deg2rad(TetaM(Page,Row))))-cos(deg2rad(Teta1(Page))))).^n.*tan(deg2rad(phi))).*(1-
exp(-(r.*(deg2rad(Teta1(Page))-Teta)-(1-i(Row)).*(sin(deg2rad(Teta1(Page)))-
sin(Teta))))/K)).*cos(Teta);
        funD1 = @(Teta) psi2KPa*((k1+k2*b*m2in).*(r/b).^n).*(cos(Teta)-
cos(deg2rad(Teta1(Page))))).^n.*sin(Teta);
        funD2 = @(Teta) psi2KPa*
((k1+k2*b*m2in).*(r/b).^n).*(cos(deg2rad(Teta1(Page)))-((Teta-
deg2rad(Teta2))./(deg2rad(TetaM(Page,Row))-deg2rad(Teta2))).*(deg2rad(Teta1(Page))-
deg2rad(TetaM(Page,Row))))-cos(deg2rad(Teta1(Page))))).^n.*sin(Teta);

        D3(Page,Row)=
integral(funD3,deg2rad(TetaM(Page,Row)),deg2rad(Teta1(Page)));
        D4(Page,Row)= integral(funD4,deg2rad(Teta2),deg2rad(TetaM(Page,Row)));
        D1(Page,Row)=
integral(funD1,deg2rad(TetaM(Page,Row)),deg2rad(Teta1(Page)));
        D2(Page,Row)= integral(funD2,deg2rad(Teta2),deg2rad(TetaM(Page,Row)));
        D (Page,Row)= r*b*(D3(Page,Row)+D4(Page,Row)-D1(Page,Row)-D2(Page,Row));
%KN

        %COPPIA AL MOZZO (T)
        funT3 = @(Teta) psi2KPa*((c+(k1+k2*b*m2in).*(r/b).^n).*(cos(Teta)-
cos(deg2rad(Teta1(Page))))).^n.*tan(deg2rad(phi))).*(1-exp(-
(r.*(deg2rad(Teta1(Page))-Teta)-(1-i(Row)).*(sin(deg2rad(Teta1(Page)))-
sin(Teta))))/K));
        funT4 = @(Teta)
psi2KPa*((c+(k1+k2*b*m2in).*(r/b).^n).*(cos(deg2rad(Teta1(Page)))-((Teta-
deg2rad(Teta2))./(deg2rad(TetaM(Page,Row))-deg2rad(Teta2))).*(deg2rad(Teta1(Page))-
deg2rad(TetaM(Page,Row))))-cos(deg2rad(Teta1(Page))))).^n.*tan(deg2rad(phi))).*(1-
exp(-(r.*(deg2rad(Teta1(Page))-Teta)-(1-i(Row)).*(sin(deg2rad(Teta1(Page)))-
sin(Teta))))/K));

        T3(Page,Row)=
integral(funT3,deg2rad(TetaM(Page,Row)),deg2rad(Teta1(Page)));
        T4(Page,Row)= integral(funT4,deg2rad(Teta2),deg2rad(TetaM(Page,Row)));
        T (Page,Row)= r^2*b*(T3(Page,Row)+T4(Page,Row)); %KN m

    end

end

%CORREZIONE FORZA DI TRAZIONE
%Correzione per evitare valori negativi di D al tendere a 0 di i
for Page=1:PageMax
    for Row=1:RowMax
        if D(Page,Row)<0
            D(Page,Row)=0;
        end
    end
end

%% RISULTATI GRAFICI
% Grafici W
figure
for Page=1:PageMax
    plot(i,W(Page,:))
    grid on
    xlabel('i')
    ylabel('KN')
    hold on
end

```

```

legend('Affondamento 4 cm','Affondamento 8 cm','Affondamento 12 cm','Affondamento
16 cm')
title('Reazione normale al terreno W')

% Grafici D
figure
for Page=1:PageMax
    plot (i,D(Page,:))
    grid on
    xlabel('i')
    ylabel('KN')
    hold on
end
legend('Affondamento 4 cm','Affondamento 8 cm','Affondamento 12 cm','Affondamento
16 cm','Location','southeast')
title('Forza di trazione D')

% Grafici T
figure
for Page=1:PageMax
    plot (i,T(Page,:))
    grid on
    xlabel('i')
    ylabel('KN m')
    hold on
end
legend('Affondamento 4 cm','Affondamento 8 cm','Affondamento 12 cm','Affondamento
16 cm')
title('Coppia riportata al mozzo T')

%Grafici W e D
figure
ContaSubPlot=1;
for Page=1:PageMax
    subplot(2,2,ContaSubPlot);
    plot(i,W(Page,:), '-*b')
    xlabel('i (%)')
    ylabel('KN')
    title (sprintf('Affondamento %.0f cm', z0(Page)*100))
    hold on
    plot(i,D(Page,:), '-*r')
    legend('Reazione vincolare', 'Forza di trazione','Location','northeast')
    ContaSubPlot=ContaSubPlot+1;
end
sgtitle ('Andamenti della reazione vincolare e della forza di
trazione','Color','red')

```

6.2. Matlab Codice2

```

% MODELLO WONG REECE_Codice2
%Questo codice ha lo scopo di calcolare, applicando il modello di Wong-Reece,
%l'affondamento nel terreno, la forza di trazione e la coppia al mozzo,
%al variare di diversi valori di forza peso.
clear all
clc
close all

%Proprietà del terreno: compact sand
c1=0.43;           %Da Wong-Reece
c2=0.32;           %Da Wong-Reece
phi=33.3;          %Deg Da Wong-Reece
c=0.6895;          %KPa Da Wong-Reece
k1=20;             %Psi Da Wong-Reece
k2=2.5;            %Psi/in Da Wong-Reece
n=0.4706;          %Da Wong-Reece
K=38.1*10^(-3);   %m %Da Wong-Reece
m2in=39.3701;     %Costante per passare da m a pollici
psi2KPa=6.89476; %Costante per passare da psi a KPa

%Dati relativi alla ruota
r=0.9686/2;        % Raggio [m]
b=0.320;           % Larghezza di fascia [m]

%Risultati variando la forza peso e lo slip ratio
Winput=[5.960 8.412]; %KN
i=[0:0.05:1];
PageMax=length(Winput);
RowMax=length(i);

for Page=1:PageMax %Per ogni valore di affondamento
    for Row=1:RowMax %Per ogni valore di slip ratio
        %PRESSIONE NORMALE
        exit=0;
        Tet1(Page,Row)=1; %Deg Valore di primo tentativo per Tet1
        while exit==0
            TetM(Page,Row)=Tet1(Page,Row)*(c1+c2*i(Row)); %Deg
            Tet2=0; %Deg
            %Espressioni per il calcolo di sigma nei due domini
            fTet1 = @(Teta) psi2KPa*((k1+k2*b*m2in).*(r/b).^n).*(cos(Teta)-
cos(deg2rad(Tet1(Page,Row))))).^n;
            fTet2 = @(Teta)
psi2KPa*((k1+k2*b*m2in).*(r/b).^n).*(cos(deg2rad(Tet1(Page,Row)))-(Teta-
deg2rad(Tet2))./(deg2rad(TetM(Page,Row)))-
deg2rad(Tet2))).*(deg2rad(Tet1(Page,Row))-deg2rad(TetM(Page,Row)))-
cos(deg2rad(Tet1(Page,Row))))).^n;

            XTet1(Row,:,Page)=linspace(TetM(Page,Row),Tet1(Page,Row),100); %Deg
            XTet2(Row,:,Page)=linspace(Tet2,TetM(Page,Row),100); %Deg
            XTeta(Row,:,Page)=[XTet2(Row,:,Page), XTet1(Row,:,Page)]; %Deg
            Sigma1(Row,:,Page)= fTet1(deg2rad(XTet1(Row,:,Page))); %KPa
            Sigma2(Row,:,Page)= fTet2(deg2rad(XTet2(Row,:,Page))); %KPa
            Sigma(Row,:,Page)=[Sigma2(Row,:,Page), Sigma1(Row,:,Page)]; %KPa

            %SHEAR STRESS
            jfun = @(Teta) r.*((deg2rad(Tet1(Page,Row))-Teta)-(1-
i(Row)).*(sin(deg2rad(Tet1(Page,Row)))-sin(Teta)));
            j(Row,:,Page)=jfun(deg2rad(XTeta(Row,:,Page))); %m
            Tau(Row,:,Page)=(c+Sigma(Row,:,Page).*tan(deg2rad(phi))).*(1-exp(-
j(Row,:,Page)./K)); %KPa

            %REAZIONE NORMALE (W)
            funW1 = @(Teta) psi2KPa*((k1+k2*b*m2in).*(r/b).^n).*((cos(Teta)-
cos(deg2rad(Tet1(Page,Row))))).^n).*cos(Teta);
            funW2 = @(Teta)
psi2KPa*((k1+k2*b*m2in).*(r/b).^n).*(cos(deg2rad(Tet1(Page,Row)))-(Teta-

```

```

deg2rad(Teta2)) ./ (deg2rad(TetaM(Page, Row)) -
deg2rad(Teta2)) .* (deg2rad(Tetal (Page, Row)) - deg2rad(TetaM(Page, Row))) -
cos(deg2rad(Tetal (Page, Row)))) .^n .* cos(Teta);
    funW3 = @(Teta) psi2KPa*((c+(k1+k2*b*m2in) .* (r/b) .^n) .* ((cos(Teta) -
cos(deg2rad(Tetal (Page, Row)))) .^n) .* tan(deg2rad(phi))) .* (1-exp(-
(r .* ((deg2rad(Tetal (Page, Row)) - Teta) - (1-i (Row)) .* (sin(deg2rad(Tetal (Page, Row)) -
sin(Teta)))) / K)) .* sin(Teta);
    funW4 = @(Teta)
psi2KPa*((c+(k1+k2*b*m2in) .* (r/b) .^n) .* (cos(deg2rad(Tetal (Page, Row)) - ((Teta-
deg2rad(Teta2)) ./ (deg2rad(TetaM(Page, Row)) -
deg2rad(Teta2))) .* (deg2rad(Tetal (Page, Row)) - deg2rad(TetaM(Page, Row))) -
cos(deg2rad(Tetal (Page, Row)))) .^n) .* tan(deg2rad(phi))) .* (1-exp(-
(r .* ((deg2rad(Tetal (Page, Row)) - Teta) - (1-i (Row)) .* (sin(deg2rad(Tetal (Page, Row)) -
sin(Teta)))) / K)) .* sin(Teta);

    W1 (Page, Row) =
integral (funW1, deg2rad(TetaM(Page, Row)), deg2rad(Tetal (Page, Row)));
    W2 (Page, Row) = integral (funW2, deg2rad(Teta2), deg2rad(TetaM(Page, Row)));
    W3 (Page, Row) =
integral (funW3, deg2rad(TetaM(Page, Row)), deg2rad(Tetal (Page, Row)));
    W4 (Page, Row) = integral (funW4, deg2rad(Teta2), deg2rad(TetaM(Page, Row)));
    W (Page, Row) =
r*b .* (W1 (Page, Row) + W2 (Page, Row) + W3 (Page, Row) + W4 (Page, Row)); %KN

    % Criterio da soddisfare per uscire dal ciclo while
    if abs(W (Page, Row) - Winput (Page)) < 0.05
        exit=1;
    else
        Tetal (Page, Row) = Tetal (Page, Row) + 0.1;
    end
end

%AFFONDAMENTO (z)
z (Page, Row) = r .* (1 - cos(deg2rad(Tetal (Page, Row)))) * 1000; %mm

%FORZA DI TRAZIONE (D)
    funD3 = @(Teta) psi2KPa*((c+(k1+k2*b*m2in) .* (r/b) .^n) .* ((cos(Teta) -
cos(deg2rad(Tetal (Page, Row)))) .^n) .* tan(deg2rad(phi))) .* (1-exp(-
(r .* ((deg2rad(Tetal (Page, Row)) - Teta) - (1-i (Row)) .* (sin(deg2rad(Tetal (Page, Row)) -
sin(Teta)))) / K)) .* cos(Teta);
    funD4 = @(Teta)
psi2KPa*((c+(k1+k2*b*m2in) .* (r/b) .^n) .* (cos(deg2rad(Tetal (Page, Row)) - ((Teta-
deg2rad(Teta2)) ./ (deg2rad(TetaM(Page, Row)) -
deg2rad(Teta2))) .* (deg2rad(Tetal (Page, Row)) - deg2rad(TetaM(Page, Row))) -
cos(deg2rad(Tetal (Page, Row)))) .^n) .* tan(deg2rad(phi))) .* (1-exp(-
(r .* ((deg2rad(Tetal (Page, Row)) - Teta) - (1-i (Row)) .* (sin(deg2rad(Tetal (Page, Row)) -
sin(Teta)))) / K)) .* cos(Teta);
    funD1 = @(Teta) psi2KPa*((k1+k2*b*m2in) .* (r/b) .^n) .* ((cos(Teta) -
cos(deg2rad(Tetal (Page, Row)))) .^n) .* sin(Teta);
    funD2 = @(Teta) psi2KPa*
((k1+k2*b*m2in) .* (r/b) .^n) .* (cos(deg2rad(Tetal (Page, Row)) - ((Teta-
deg2rad(Teta2)) ./ (deg2rad(TetaM(Page, Row)) -
deg2rad(Teta2))) .* (deg2rad(Tetal (Page, Row)) - deg2rad(TetaM(Page, Row))) -
cos(deg2rad(Tetal (Page, Row)))) .^n) .* sin(Teta);

    D3 (Page, Row) =
integral (funD3, deg2rad(TetaM(Page, Row)), deg2rad(Tetal (Page, Row)));
    D4 (Page, Row) = integral (funD4, deg2rad(Teta2), deg2rad(TetaM(Page, Row)));
    D1 (Page, Row) =
integral (funD1, deg2rad(TetaM(Page, Row)), deg2rad(Tetal (Page, Row)));
    D2 (Page, Row) = integral (funD2, deg2rad(Teta2), deg2rad(TetaM(Page, Row)));
    D (Page, Row) = r*b .* (D3 (Page, Row) + D4 (Page, Row) - D1 (Page, Row) - D2 (Page, Row));
%KN

% COPPIA AL MOZZO (T)
    funT3 = @(Teta) psi2KPa*((c+(k1+k2*b*m2in) .* (r/b) .^n) .* ((cos(Teta) -
cos(deg2rad(Tetal (Page, Row)))) .^n) .* tan(deg2rad(phi))) .* (1-exp(-

```

```

(r.*((deg2rad(Teta1(Page,Row))-Teta)-(1-i(Row)).*(sin(deg2rad(Teta1(Page,Row)))-
sin(Teta)))/K));
    funT4 = @(Teta)
psi2KPa*((c+(k1+k2*b*m2in).*(r/b).^n).*(cos(deg2rad(Teta1(Page,Row)))-((Teta-
deg2rad(Teta2))./(deg2rad(TetaM(Page,Row)))-
deg2rad(Teta2))).*(deg2rad(Teta1(Page,Row))-deg2rad(TetaM(Page,Row)))-
cos(deg2rad(Teta1(Page,Row))))).^n.*tan(deg2rad(phi))).*(1-exp(-
(r.*((deg2rad(Teta1(Page,Row))-Teta)-(1-i(Row)).*(sin(deg2rad(Teta1(Page,Row)))-
sin(Teta)))/K));

    T3(Page,Row)=
integral(funT3,deg2rad(TetaM(Page,Row)),deg2rad(Teta1(Page,Row)));
    T4(Page,Row)= integral(funT4,deg2rad(Teta2),deg2rad(TetaM(Page,Row)));
    T (Page,Row)= r^2*b*(T3(Page,Row)+T4(Page,Row)); %KN m
end

end

%CORREZIONE FORZA DI TRAZIONE
%Correzione per evitare valori negativi di D al tendere a 0 di i
for Page=1:PageMax
    for Row=1:RowMax
        if D(Page,Row)<0
            D(Page,Row)=0;
        end
    end
end

%% RISULTATI GRAFICI
close all
%Affondamento, forza di trazione e coppia al mozzo ruota per i valori di
%carico verticale dati come input
for Page=1:PageMax
    figure
    subplot(2,2,1)
    plot(i,W(Page,:))
    xlabel('i')
    ylabel('KN')
    legend('Reazione verticale')

    subplot(2,2,2)
    plot(i,z(Page,:), 'b')
    xlabel('i')
    ylabel('mm')
    legend('Affondamento','Location','northwest')

    subplot(2,2,3)
    plot(i,D(Page,:), 'b')
    xlabel('i')
    ylabel('KN')
    legend('Forza di trazione','Location','southeast')

    subplot(2,2,4)
    plot(i,T(Page,:), 'b')
    xlabel('i')
    ylabel('KN m')
    legend('Coppia al mozzo ruota','Location','southeast')

    sgtitle(sprintf('Risultati per una forza peso di %.3f
KN',Winput(Page)), 'Color','red')
end

```

6.3. Matlab Codice3

```
% Codice3: TARATURA COEFFICIENTI CORRETTIVI
% Questo codice ha lo scopo di calcolare, sulla base dei risultati ottenuti
% dal modello Wong-Reece, i coefficienti
% correttivi da introdurre nel modello di forza di attrito pneumatico-terreno.

clear all
clc
close all

%% Strisciamento
%Risultati ottenuti da Wong-Reece per un carico di 8.412 kN
i=[0:0.05:1];
D=[0,0,0.06,0.44,0.75,0.99,1.20,1.37,1.50,1.60,1.69,1.76,1.81,1.85,1.88,1.91,1.92,1.91,1.91,1.89,1.87]; %kN
Dmax=max(D); %kN
close all
%Grafico della forza di trazione per un carico di 8.412 kN
figure
plot (i,D,'-b')
grid on
xlabel('i')
ylabel('kN')
hold on
plot(i,ones(length(D))*Dmax,'-k');
title('Forza di trazione per un carico di 5.960 kN')

%Grafico del coefficiente di correzione per lo slittamento
Punti=D./Dmax; %Coefficiente i desiderato
iGrafico=linspace(0,1,100);
c1=polyfit(i,Punti,3); %Coefficiente del polinomio interpolante
CoefficienteSlittamento=polyval(c1,iGrafico);
%Correzione per evitare valori negativi del coefficiente al tendere di i a
%0
for Conta=1:length(iGrafico)
    if CoefficienteSlittamento(Conta)<0
        CoefficienteSlittamento(Conta)=0;
    end
end

figure
plot(i,Punti,'*r')
grid on
xlabel('i')
ylabel('Coefficiente correttivo per lo slittamento')
title ('Effetto dello slittamento')
hold on
plot(iGrafico,CoefficienteSlittamento,'-b')
legend('Andamento ricavato da Wong-Reece', 'Andamento stimato','Location','southeast');

%% Affondamento
%Risultati ottenuti da Wong-Reece
z=zeros(1,6); %mm
Punti=zeros(1,6);
i=[0:0.05:1];
W = [4 6 8 10 12 14]; %kN Carichi verticali in esame
%Forza di trazione corrispondente ai valori di W
D=[0,0,0,0.14,0.29,0.42,0.54,0.64,0.72,0.80,0.86,0.92,0.96,1,1.03,1.06,1.09,1.11,1.12,1.14,1.14 %Carico: 4 kN

0,0,0,0.26,0.50,0.69,0.85,0.99,1.10,1.20,1.28,1.35,1.40,1.45,1.48,1.51,1.52,1.54,1.55,1.55,1.55; %Carico: 6 kN

0,0,0.04,0.41,0.70,0.94,1.14,1.30,1.44,1.54,1.63,1.70,1.76,1.80,1.82,1.85,1.86,1.86,1.86,1.85,1.83; %Carico: 8kN
```

```

0,0,0.14,0.57,0.91,1.18,1.40,1.58,1.72,1.83,1.92,1.98,2.03,2.06,2.08,2.09,2.09,2.08
,2.06,2.03,2; %Carico: 10 kN

0,0,0.26,0.74,1.10,1.40,1.62,1.80,1.94,2.05,2.12,2.18,2.22,2.24,2.25,2.24,2.23,2.20
,2.17,2.12,2.06; %Carico: 12kN

0,0,0.40,0.89,1.28,1.58,1.80,1.97,2.11,2.20,2.27,2.31,2.34,2.35,2.34,2.32,2.28,2.23
,2.18,2.11,2.03]; %Carico: 14kN
z =[31 46 62 76 90 105]; %mm affondamenti corrispondenti ai valori di W

MuInf=0.3; %Coefficiente di attrito massimo individuato
for i=1:6
    Dmax(i)=max(D(i,:)); %kN
    Mu(i)=(Dmax(i)/W(i));
    Punti(i)=Mu(i)/MuInf;
end
z=[0 z]; %mm
Punti=[1 Punti];

zGrafico=linspace(0,z(7)+20,100); %mm
c2=polyfit(z,Punti,2); %Coefficienti del polinomio interpolante
CoefficienteAffondamento=polyval(c2,zGrafico);

figure
plot(z,Punti,'*r')
grid on
xlabel('Affondamento [mm]')
ylabel('Coefficiente correttivo per affondamento')
title ('Effetto affondamento')
hold on
plot(zGrafico,CoefficienteAffondamento,'-b')
legend('Andamento ricavato da Wong-Reece', 'Andamento
stimato','Location','northeast');

%% Effetto combinato slittamento-affondamento
NormalForce=6000; %N
Sinkage=[0:20:100]; %mm
i=[0:0.20:1];
figure
for j=1:length(Sinkage)
    CoeffSinkage(j)=polyval(c2,Sinkage(j));
    for k=1:length(i)
        Coeffi(k)=polyval(c1,i(k));
        Mu(j,k)=CoeffSinkage(j)*Coeffi(k);
        DrawbarPull(j,k)=Mu(j,k)*NormalForce;
    end
end
end

for j=1:length(Sinkage)
    plot(i,Mu(j,:))
    hold on
end
legend(sprintf('Sinkage: %d mm',Sinkage(1)),sprintf('Sinkage: %d
mm',Sinkage(2)),sprintf('Sinkage: %d mm',Sinkage(3)),sprintf('Sinkage: %d
mm',Sinkage(4)),sprintf('Sinkage: %d mm',Sinkage(5)),sprintf('Sinkage: %d
mm',Sinkage(6)), 'Location', 'northwest')
title(sprintf('Coefficiente correttivo','Color','red'));
axis ([0 1 0 1.1])
grid on
xlabel('i')
ylabel('\mu_{correzione}')

```

7. Bibliografia

- [1] A. Guglielmi, M. Pellicci, D. De Santis, Gruppo Regionale Agricoltura, A. Di Pietro, “*Gli infortuni mortali in agricoltura*”, scheda 12, 2018
- [2] M N Lysych, “*A study of the static lateral stability of a tillage machine-tractor unit on a virtual stand*”, 2020 J. Phys.: Conf. Ser. 1515 042033
- [3] M N Lysych, “*Study driving dynamics of the machine-tractor unit on a virtual stand with obstacles*”, 2020 J. Phys.: Conf. Ser. 1515 042079
- [4] Watanabe, Masahisa & Sakai, Kenshi. (2019), “*Numerical Analysis of Tractor Accidents using Driving Simulator for Autonomous Driving Tractor*”, ICMRE'19: Proceedings of the 5th International Conference on Mechatronics and Robotics Engineering. 10.1145/3314493.3314525
- [5] Pascuzzi, S. (2015), “*A multibody approach applied to the study of driver injuries due to a narrow-track wheeled tractor rollover*”, Journal of Agricultural Engineering, 46(3), 105–114
- [6] Subbaiyan, P., Kumar, A., Mayur, J., Nizampatnam, B. et al., “*Method Development to Virtually Validate Farm Tractor Skid for Front End Loader Application*” SAE Technical Paper 2019-26-0080, 2019, <https://doi.org/10.4271/2019-26-0080>
- [7] Bauer, F. et al. “*Observation of load transfer from fully mounted plough to tractor wheels by analysis of three point hitch forces during ploughing*” Soil & Tillage Research 172 (2017): 69-78
- [8] S. Jaiswal, P. Korkealaakso, R. Åman, J. Sopanen and A. Mikkola, “*Deformable Terrain Model for the Real-Time Multibody Simulation of a Tractor With a Hydraulically Driven Front-Loader*”, in IEEE Access, vol. 7, pp. 172694-172708, 2019, doi: 10.1109/ACCESS.2019.2956164
- [9] Lajunen, A. (2019), “*Development of a tire-soil interaction model for agricultural tractors*”, In LAND.TECHNIK AgEng 2019: 77th International Conference on Agricultural Engineering: the forum for agricultural engineering innovations
- [10] Sivo S, Stio A, Mocera F, Somà A., “*A study of a rover wheel for Martian explorations, based on a flexible multibody approach*”, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics. 2020;234(2):306-321. doi:10.1177/1464419319893489
- [11] Mocera, F.; Somà, A.; Nicolini, A., “*Grousers Effect in Tracked Vehicle Multibody Dynamics with Deformable Terrain Contact Model*”, Appl. Sci. 2020, 10, 6581. <https://doi.org/10.3390/app10186581>
- [12] Guida online Adams View 2014
- [13] Karl Th. Renius, “*Fundamental of Tractor Design*”, Springer Nature Switzerland AG 2020.
- [14] Yoo H, Oh J, Chung W-J, Han H-W, Kim J-T, Park Y-J, et al. “*Measurement of stiffness and damping coefficient of rubber tractor tires using dynamic cleat test based on point contact model*”, Int J Agric & Biol Eng, 2021; 14(1): 157–164
- [15] Wong, J. Y. and Reece, A. R., “*Prediction of Rigid Wheel Performance Based on the Analysis of Soil Wheel Stresses*”, Journal of Terramechanics, 4, 1967.
- [16] E. Benham, R.J. Ahrens, “*Clarification of Soil Texture Class Boundaries*”, W.D. Nettleton National Soil Survey Center, USDA-NRCS, Lincoln, Nebraska, attachment to MO5 Soil Technical Note-16, March 19, 2009

- [17] Ferdous, J. & Soni, Peeyush & Gholkar, Madhav & Keen, A. (2014), "*The rolling resistance and tractive performance of a small agricultural tractor with different surface and moisture conditions on Bangkok clay soil*", 18th International Conference of the ISTVS
- [18] Salehi, Marzieh & Noordermeer, Jacques & Reuvekamp, Louis & Dierkes, W. & Blume, Anke. (2018), "*Measuring rubber friction using a Laboratory Abrasion Tester (LAT100) to predict car tire dry ABS braking*", Tribology International. -. 10.1016/j.triboint.2018.10.011