

POLITECNICO DI TORINO

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA MECCANICA E AEROSPAZIALE

Corso di Laurea in Ingegneria meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

Dinamica laterale di un veicolo autonomo controllato in traiettoria



**Politecnico
di Torino**

Relatori

Prof. Enrico GALVAGNO

Ing. Gianluca MARI

Dott. Antonio TOTA

Candidato

Alfonso VISCARDI

matricola: 254971

ANNO ACCADEMICO 2020-2021

Remember to look up at the stars and not down at your feet
S.W. Hawking

SOMMARIO

Il costante aumento degli incidenti stradali (si attesta un +15% dal 1990 ad oggi) ha spinto le case automobilistiche e l'UE a migliorare la sicurezza degli utenti, in particolar modo rendendo obbligatori (UE) e implementando (case costruttrici) sistemi di assistenza alla guida, fino allo sviluppo prototipale di auto a guida completamente autonoma. Tali sistemi sono alla base di una nuova concezione di guida in cui la sicurezza del passeggero ed il comfort relativo aumentano ed il numero di interventi richiesti all'utente si riducono drasticamente o addirittura si annullano.

Questa tesi ha l'obiettivo di valutare il comportamento dinamico del veicolo ed il relativo controllo. Si è partiti da un modello Single Track lineare a velocità costante, per poi definire un modello più complesso, con rollio e comportamento degli pneumatici non lineare (Pacejka), adatto a velocità ed accelerazioni laterali più elevate. Successivamente, è stato valutato un sistema di calcolo degli errori di inseguimento traiettoria (deviazione laterale ed errore di orientamento) sulla base di un modello cinematico, per poi esser modificato tenendo in considerazione la dinamica del veicolo. Secondo la normativa relativa alla progettazione delle strade (secondo Decreto del Presidente C.N.NR n.13465 del 1995) sono state definite delle traiettorie realistiche e, tramite l'utilizzo di controllori (Pure Pursuit e Stanley), si è valutato l'inseguimento del percorso e gli stati della dinamica del veicolo autonomo. Tale Normativa prevede l'utilizzo di tabelle per la costruzione degli elementi di raccordo (clotoide), mentre in tal caso si è utilizzata una formulazione matematica più complessa ma più precisa per la definizione della clotoide.

In conclusione è stata analizzata una manovra simile al Sine Sweep dove l'input, anziché essere l'angolo volante, è la curvatura. Si è definita una traiettoria, sulla base del sistema matematico utilizzato per la clotoide, in cui la curvatura presenta un andamento sinusoidale ad ampiezza costante e frequenza variabile nel tempo ed è stata valutata la risposta in frequenza delle varie grandezze di riferimento.

ABSTRACT

The constant increase of road accidents (+ 15% from 1990 until today) has pushed car manufacturers and the EU to improve safety conditions, in particular by making mandatory (EU) and implementing (manufacturers) driving assistance, up to the prototype development of fully autonomous driving cars. These systems set the basis of a new driving concept in which passengers' safety and relative comfort increase and the number of interventions required by the user is drastically reduced or even canceled.

This thesis aims to evaluate the dynamic behavior of the vehicle and its control. At first, a linear Single Track model at constant speed has been built, followed by a more complex model, with roll and non-linear tire behavior (Pacejka), suitable for higher speeds and lateral accelerations. Subsequently, a system based on a kinematic model was defined for calculating the trajectory following errors (lateral deviation and orientation error) and then modified to take into account the dynamics of the vehicle. According to the legislation related to the road design (secondo Decreto del Presidente C.N.NR n.13465 del 1995), realistic trajectories through the use of controllers (Pure Pursuit and Stanley), path tracking and the dynamic states of the autonomous vehicle were defined. This required the use of tables and simplified construction of the connecting elements (clothoid). To obtain a better definition of the clothoid the model was improved through a more complex and precise mathematical formulation.

Finally, the analysis of a maneuver similar to the Sine Sweep was performed by setting the curvature at constant amplitude and variable frequency as the input instead of the steering angle. The results showed a trajectory, based on the mathematical system used for the clothoid, from which the frequency response of the different variables was evaluated.

INDICE

1. Introduzione	12
1.1. Veicoli autonomi	12
1.2. Componentistica	13
1.2.1. Hardware	13
1.2.2. Software	15
1.2.3. V2X.....	16
1.3. Storia della guida autonoma.....	17
1.3.1. I primi modelli.....	17
1.3.2. Modelli moderni	20
1.4. Dilemma etico della guida autonoma.....	22
2. Modelli matematici del veicolo	24
2.1. Single Track Model.....	24
2.2. Equazioni di equilibrio	27
2.2.1. Termini inerziali	27
2.3. Equazioni di congruenza	28
2.4. Modello Monotraccia lineare	30
2.5. Single Track Model non lineare.....	33
2.5.1. Non linearità e lunghezza di rilassamento.....	33
2.5.2. Rollio	34
2.5.3. Spazio degli Stati	36
3. Modellazione Strade.....	40
3.1. Elementi costitutivi dello spazio stradale	40
3.2. Andamento planimetrico dell'asse.....	44
3.2.1. Rettifici.....	44
3.2.2. Curve Circolari	45

3.2.3. Curve a raggio variabile: Clotoidi	46
3.3. Verifica del parametro di scala.....	50
3.4. Realizzazione di una traiettoria.....	53
3.4.1. Strada urbana - Limite di velocità 50 km/h.....	53
3.4.2. Costruzione clotoide di transizione.....	55
3.4.3. Strada extraurbana e autostrada.....	57
4. Calcolo errori di inseguimento traiettoria	60
4.1. Modello cinematico per l'errore di inseguimento della traiettoria ...	60
4.1.1. Sistema di riferimento Serret-Frenet	62
4.2. Modello dinamico per l'errore di inseguimento della traiettoria	67
4.3. Sistemi di controllo.....	73
4.4. Pure Pursuit.....	73
4.4.1. Sensitività del controllo	81
4.5. Stanley Method	83
4.5.1. Sensitività del controllo	87
5. Comportamento direzionale del veicolo	88
5.1. Traiettoria a curvatura variabile	88
5.2. Logica di controllo Stanley	91
5.3. Logica di controllo Pure Pursuit.....	100
5.4. Confronto con un Modello Non Lineare	106
5.4.1. Velocità di Rollio	115
A. Frenet-Serret	119

ELENCO DELLE FIGURE

1.1. Autopilot Tesla Model 3 - Livello Guida Autonoma 4	13
1.2. Rilevamento ambiente tramite LIDAR	14
1.3. La comunicazione V2X	17
1.4. Primi modelli di veicolo a guida autonoma	18
1.5. Guida autonoma negli anni '90	19
1.6. Stanley DARPA Grand Challenge	19
1.7. Google Cars	20
1.8. Pop.Up	21
1.9. Tesla Model 3	22
1.10. Dilemma del carrello	22
1.11. Nature [6] - Le tre macro-aree	23
2.1. Modello single track : Caso cinematico	25
2.2. Modello single track : Caso dinamico	26
2.3. Andamento della Forza laterale di una ruota in funzione dell'angolo di deriva al variare del carico verticale	33
2.4. Vista frontale veicolo: angolo di rollio	34
2.5. Vista laterale veicolo: asse di rollio orizzontale	35
3.1. Esempio di progettazione strade	40
3.2. Elementi costituenti lo spazio stradale	43
3.3. Range dei valori accettabili del raggio di due curve successive	45

3.4. Rappresentazione della clotoide sul piano cartesiano	46
3.5. Script Matlab Clotoide	48
3.6. Clotoide in funzione del fattore di scala e della sharpness	48
3.7. Campo di definizione del parametro A, secondo il criterio ottico.....	52
3.8. Valori Raggio della curva - Pendenza trasversale.....	53
3.9. Parametri della clotoide	55
3.10. Esempio di traiettoria.....	56
3.11. Esempio di percorsi extraurbano ed autostradale secondo Normativa....	57
3.12. Curve circolari con piattaforma orizzontale.....	58
3.13. Curve circolari con piattaforma orizzontale.....	59
3.14. Curve circolari con piattaforma orizzontale.....	59
4.1. Modello cinematico del veicolo a quattro ruote	60
4.2. Modello cinematico del veicolo - Modello a bicicletta	62
4.3. Sistema di riferimento mobile	63
4.4. Errore di orientamento veicolo.....	65
4.5. Andamento dell'errore di orientamento lungo la traiettoria.....	66
4.6. Andamento della deviazione laterale lungo la traiettoria.....	66
4.7. Modello single track : Vista dall'alto.....	67
4.8. Errore di orientamento dinamico veicolo.....	68
4.9. Modello di calcolo errori Simulink.....	69
4.10. Modello di calcolo errori Simulink.....	69
4.11. Andamento dell'errore di orientamento lungo la traiettoria.....	70
4.12. Andamento della deviazione laterale lungo la traiettoria.....	70

4.13. Andamento Beta.....	71
4.14. Andamento errori al variare della velocità [km/h].....	71
4.15. Andamento dell'angolo di assetto al variare della velocità.....	72
4.16. Pure Pursuit - valori geometrici.....	73
4.17. Pure Pursuit : Matlab function ed implementazione Simulink.....	75
4.18. Inseguimento traiettoria e relativa dinamica del veicolo.....	76
4.19. Andamento dell'errore di orientamento lungo la traiettoria.....	77
4.20. Andamento della deviazione laterale lungo la traiettoria.....	78
4.21. Inseguimento traiettoria a 90 km/h.....	79
4.22. Andamento dell'errore di orientamento lungo la traiettoria.....	79
4.23. Inseguimento traiettoria a 130 km/h.....	80
4.24. Andamento dell'errore di orientamento lungo la traiettoria.....	80
4.25. Sensitività del controllo - Pure Pursuit.....	81
4.26. Confronto tra Δs	82
4.27. Metodo Geometrico Stanley.....	83
4.28. Calcolo legge di controllo Stanley.....	84
4.29. Dettaglio errori legge di controllo Stanley.....	84
4.30. Andamento della deviazione laterale lungo la traiettoria.....	85
4.31. Andamento dell'errore di orientamento lungo la traiettoria.....	86
4.32. Sensitività del controllo - Stanley.....	87
5.1. Andamento della curvatura nel tempo.....	88
5.2. Script Matlab per il calcolo della traiettoria a curvatura sinusoidale.....	89
5.3. Esempio di traiettoria a curvatura variabile in frequenza.....	90

5.4. Andamento degli errori nel tempo.....	91
5.5. Stati della dinamica del veicolo.....	91
5.6. Andamento delle funzioni di trasferimento degli errori rispetto all'angolo di sterzo e alla curvatura di riferimento.....	92
5.7. Andamento delle funzioni di trasferimento degli stati della dinamica rispetto all'angolo di sterzo e alla curvatura di riferimento.....	93
5.8. FRF curvatura veicolo/curvatura di riferimento.....	94
5.9. FRF angolo di sterzo/curvatura di riferimento.....	94
5.10. Andamento delle funzioni di trasferimento degli errori rispetto all'angolo di sterzo e alla curvatura di riferimento.....	95
5.11. Andamento delle funzioni di trasferimento degli stati della dinamica rispetto all'angolo di sterzo e alla curvatura di riferimento.....	96
5.12. Andamento delle funzioni di trasferimento degli stati della dinamica rispetto all'accelerazione laterale.....	97
5.13. Andamento delle funzioni di trasferimento degli errori rispetto all'angolo di sterzo e alla curvatura di riferimento.....	98
5.14. Andamento delle funzioni di trasferimento degli stati della dinamica del veicolo rispetto alla curvatura di riferimento.....	99
5.15. Errori nel tempo Pure Pursuit-Stanley.....	100
5.16. Confronto FRF Pure Pursuit-Stanley.....	101
5.17. Confronto FRF Pure Pursuit-Stanley.....	102
5.18. FRF Errori - sensitività Δs	103
5.19. FRF Stati veicolo - sensitività Δs	104
5.20. Andamento sperimentale della Rigidezza di deriva in funzione dell'angolo di deriva.....	107
5.21. Curvatura in funzione dell'accelerazione laterale - 90 km/h.....	107
5.22. Traiettoria di riferimento: 90 km/h con curvatura variabile.....	108

5.23. Stati della dinamica del veicolo - Manovra Sine Sweep in curvatura.....	109
5.24. Stati della dinamica del veicolo - Manovra Sine Sweep in curvatura.....	110
5.25. FRF Errori - Confronto modelli	110
5.26. Andamento delle funzioni di trasferimento della dinamica del veicolo: Confronto Modelli.....	111
5.27. Curvatura in funzione dell'accelerazione laterale - 130 km/h	112
5.28. Traiettoria di riferimento: 130 km/h con curvatura variabile.....	112
5.29. Dinamica del Veicolo e Errori nel tempo.....	113
5.30. Andamento delle funzioni di trasferimento della dinamica del veicolo: Confronto modelli 130 km/h.....	114
5.31. FRF p/δ_F	116
5.32. FRF p/ρ_{rif}	116
5.33. FRF p/δ_F al variare della rigidezza a rollio.....	117
5.34. FRF p/ρ_{rif} al variare della rigidezza a rollio	117
A.1. Sistema di riferimento Serret Frenet	119

ELENCO DELLE TABELLE

1. Valori limite rettilineo	44
2. Aderenza trasversale massima	54
3. Parametri clotoide di transizione	56
4. Parametri strada extraurbana ed autostrada	57
5. Pendenza trasversale strade	58
6. Caratteristica Traiettorie - Normativa $V_{max} = 50\text{km/h}$	66
7. Valori Caratteristici Veicolo	70
8. Caratteristiche Tracciati: Urbano-ExtraUrbano-Autostradale	76
9. Traiettorie di riferimento - Curvatura Sine Sweep	90
10. Traiettorie di riferimento - Stanley	92
11. Traiettorie di riferimento - Stanley a velocità variabile	95
12. Traiettorie di riferimento - Stanley con k variabile	98
13. Valori traiettoria di riferimento e Δs variabile	100
14. Traiettorie di riferimento - Pure Pursuit con Δs variabile	103
15. Valori caratteristici Veicolo	106
16. Caratteristica traiettoria per il confronto tra lineare e non lineare	108
17. Caratteristica traiettoria per il confronto tra lineare e non lineare	112
18. Caratteristiche traiettoria per il confronto sulla velocità di rollio	115

1

INTRODUZIONE

La guida autonoma ha interessato numerosi studiosi negli ultimi decenni. Il continuo miglioramento della tecnologia ha portato non solo un incremento nelle prestazioni dell'autoveicolo ma soprattutto nella sicurezza e nel comfort del passeggero. Un'autovettura autonoma ha le stesse funzionalità di un veicolo tradizionale ma è in grado di catturare ogni minimo dettaglio dell'ambiente esterno e permettere la navigazione senza il bisogno dell'intervento umano. L'obiettivo di tali macchine è quello di ridurre il numero di incidenti, di evitare il traffico congestionato (grazie ai sistemi di comunicazione) con conseguente riduzione delle emissioni, di migliorare la mobilità per persone anziane e/o affette da handicap.

1.1 VEICOLI AUTONOMI

Prima di iniziare a parlare di guida autonoma è importante dare una classificazione di questi veicoli. La **SAE**, un ente di normazione nel campo dell'industria automobilistica, ha definito pertanto sei diversi livelli per la guida autonoma, basati su quanto il guidatore debba intervenire.

- **Livello 0 - Nessuna autonomia:** Il guidatore si deve occupare di ogni aspetto della guida, senza alcun tipo di supporto elettronico.
- **Livello 1 - Assistenza alla guida:** Il guidatore si deve occupare di ogni aspetto della guida, ma è supportato da sistemi elettronici in caso di avvertibilità o pericolo.
- **Livello 2 - Automazione parziale:** a tale livello vi è una prima integrazione di guida. L'automobile interviene su accelerazione e frenata attraverso sistemi di sicurezza (frenata assistita, frenata di emergenza). In particolari condizioni (segnaletica orizzontale ben visibile) interviene sullo sterzo (sistemi Lane Keeping Assist, Traffic Jam...)
- **Livello 3 - Automazione condizionata:** l'automobile è in grado di gestire la guida in condizioni ambientali ordinarie, gestendo accelerazione, frenata e direzione. Il guidatore interviene in situazioni problematiche in caso di richiesta del sistema o se lui stesso verifici condizioni avverse.
- **Livello 4 - Alta automazione:** Il sistema automatico è in grado di gestire qualsiasi evenienza, ma in caso di condizioni avverse (maltempo) il guidatore deve riprendere pieno possesso della guida.

- **Livello 5 - Completa automazione.** L'auto in qualsiasi condizione si occupa di individuare il percorso da seguire, accelerare, frenare e sterzare a seconda delle condizioni ambientali e di traffico in tempo reale.

1.2 COMPONENTISTICA

Al fine di garantire il corretto funzionamento e poter viaggiare in completa autonomia l'autovettura deve montare una serie di componenti in grado di sostituire il guidatore: componenti che possano attuare l'acceleratore, lo sterzo, il freno e che possano ricostruire l'ambiente esterno al fine di evitare ostacoli statici e/o dinamici.

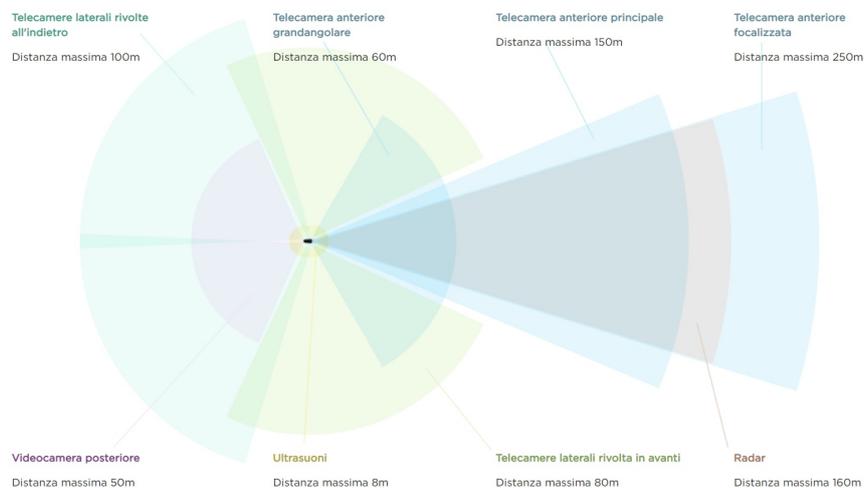


Figura 1.1: Autopilot Tesla Model 3 - Livello Guida Autonoma 4

1.2.1 Hardware

- **Telecamere:** si utilizza un set di telecamere, ben sette come si può vedere in fig. 1.1 sulla Tesla Model 3, al fine di avere una visione a 360° dell'ambiente circostante.
- **Videocamere:** hanno la stessa funzione delle telecamere ma fornendo una visione real-time al guidatore (sempre nel caso di Tesla possiamo vederne una montata nel posteriore al fine di aiutare il conducente nelle manovre più complesse)
- **GPS:** grazie al GPS si ha una stima della posizione dell'autovettura, più o meno precisa a seconda di problemi col segnale o di disturbi causati dall'ambiente esterno. Tale sistema non avendo la precisione dovuta va sempre affiancato a sensori che permettono di ottenere una mappa digitale del luogo.

- **Radar:** Il radar (acronimo di «radio detection and ranging») è un sistema che utilizza onde elettromagnetiche (onde radio o microonde) per il rilevamento e la determinazione, in un certo sistema di riferimento, della dimensione, posizione e velocità di oggetti sia fissi che mobili. Il radar diviene di fondamentale importanza nel caso di condizioni atmosferiche avverse (in cui alle telecamere sorgono problemi) poichè sfrutta una lunghezza d'onda non legata ad agenti atmosferici, quali pioggia, neve, polvere...
- **LIDAR:** acronimo di Light Detection and Ranging, tramite l'utilizzo di un impulso laser permette di determinare la posizione di riferimento. La principale differenza fra tale sistema e radar è sulla lunghezza d'onda: il LIDAR lavora nel campo dell'ultravioletto. Ciò rende possibile localizzare e ricavare immagini e informazioni su oggetti molto piccoli, di dimensioni pari alla lunghezza d'onda usata, come è possibile vedere in fig.1.2. Di contro il LIDAR ha un range di funzionamento di pochi metri.
- **Sensori ad ultrasuoni:** utilizzati per rilevare la presenza di oggetti sfruttando onde sonore ad alta frequenza, tali da non esser udibili all'essere umano. Il problema principale è il raggio d'azione limitato e la precisione (scadente se confrontata con i LIDAR); per tali motivi tali sensori vengono utilizzati principalmente come ausilio nelle manovre di parcheggio.

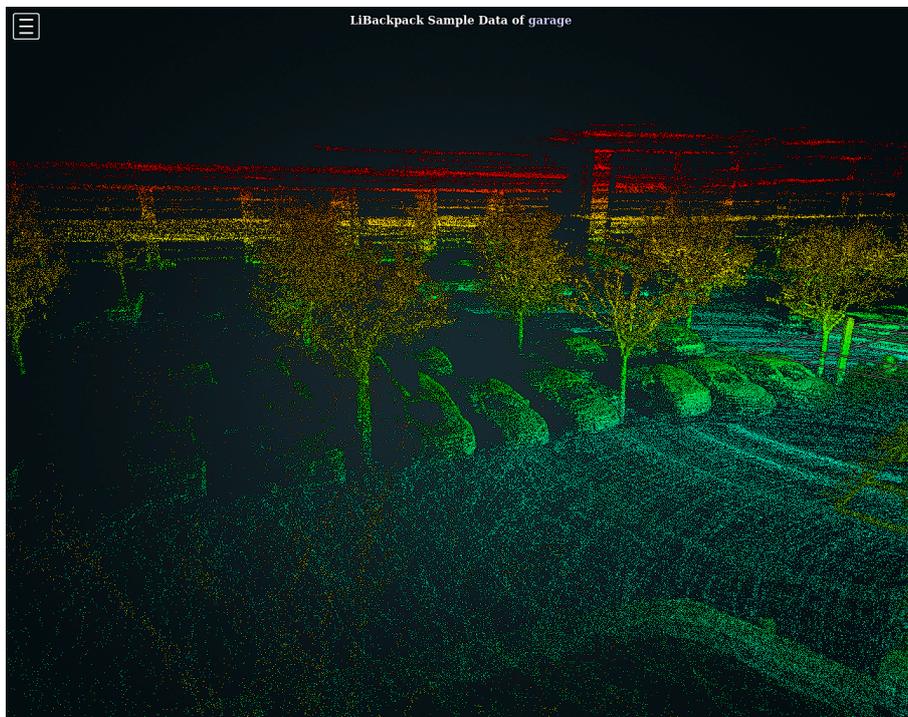


Figura 1.2: Rilevamento ambiente tramite LIDAR

1.2.2 Software

Alla parte hardware è sempre affiancata una software con il compito di ricevere dai sensori le informazioni (input) e tramutarle in funzioni previste dal veicolo (output), tramite il computer di bordo.

L'insieme Hardware e Software viene definito **ADAS** (Advanced Driver Assistance System). Questi sistemi di assistenza alla guida sono in grado di garantire una maggior sicurezza (attiva e passiva) e maggior comfort al guidatore. Gli ADAS, perciò, possono essere considerati a tutti gli effetti i primi step verso quella che sarà l'esperienza di guida completamente autonoma.

I principali sono:

- **Adaptive Cruise Control (ACC):** Il cruise control adattivo, noto anche con l'acronimo ACC (Adaptive Cruise Control), è un sistema elettronico di controllo per tenere costante la velocità del veicolo, mantenendo automaticamente una distanza di sicurezza dai veicoli che lo precedono, senza la necessità di utilizzare il pedale dell'acceleratore.
- **Sistema anticollisione:** funzione che permette di limitare i danni in caso di impatto imminente: nel caso la frenata del conducente sia inadeguata, o inesistente, il sistema interviene predisponendo i vari componenti del veicolo in maniera adeguata (ad esempio pompando aria negli airbag, chiudendo i finestrini, tendendo al massimo le cinture).
- **Parcheggio automatico:** funzione che permette di controllare lo sterzo durante una manovra di parcheggio al fine di assistere il conducente.
- **Sistema anti-bloccaggio (ABS):** (Anti-lock Braking System) è un sistema di sicurezza che evita il bloccaggio delle ruote durante la fase di frenata. Il guidatore, pertanto, in fase di pericolo può premere a fondo il pedale del freno senza il timore che le ruote possano bloccarsi.
- **Controllo elettronico della stabilità veicolo (ESC):** è un sistema che permette di regolare la stabilità del veicolo in fase di sbandata. Tale controllo agisce sui freni, regolando la pressione dell'olio nei singoli cilindretti di frenatura, stabilizzando il moto di imbardata del veicolo.
- **Sistema di avviso di deviazione della corsia (LDW):** acronimo di Lane Departure Warning, un sistema di avviso di deviazione dalla corsia è un meccanismo progettato per avvisare il conducente, con segnali acusti e/o vibrazioni, quando il veicolo inizia a non mantenere la propria corsia (a meno che non sia acceso un segnale di svolta in quella direzione).
- **Rilevatori della stanchezza del conducente:** è un sistema di sicurezza atto a prevenire gli incidenti dovuti a colpi di sonno e stanchezza. Si basa sulla variazione dell'angolo di sterzo (un sintomo di stanchezza è un movimento brusco del volante dopo un certo periodo di inattività) e sulla segnaletica stradale (un movimento "ondeggiante" del veicolo è rilevato come pericoloso).

- **Riconoscimento della segnaletica:** è un sistema di riconoscimento dei cartelli stradali per evitare di superare i limiti di velocità, imboccare strade in senso contrario...
- **Monitoraggio angoli ciechi:** tale sistema rileva le zone d'ombra al fine di migliorare la visibilità del conducente. I radar posti ai lati della vettura rilevano persone, auto e oggetti in procinto di passare dietro al veicolo e, in caso di mancata reazione del conducente, viene azionato automaticamente il freno.
- **Frenata automatica di emergenza:** è un sistema di sicurezza che avvisa il conducente in caso di imminente pericolo (attraversamento pedoni, ostacoli) e frena automaticamente in caso di mancata risposta del guidatore.

Dal 2024 tali sistemi saranno obbligatori sulle autovetture (ad oggi solo l'ABS lo è).

Oltre alla sensoristica appena descritta, sono necessari sistemi di attuazione di sterzo, freno e acceleratore.

Al fine di avere un controllo automatico di freno e acceleratore è necessario utilizzare un sistema "Drive-by-wire", letteralmente guida con fili. Tale sistema consiste nell'azionare i vari organi non più tramite un collegamento meccanico diretto bensì indirettamente con una serie di attuatori comandati dalla centralina, in base ai dati forniti dai sensori. A tale sistema va aggiunto un modulo EPS (Electric Power Steering), che ha sostituito l'idroguida (idraulica anziché elettrica) in grado di fornire sufficiente assistenza al guidatore nelle manovre, per carichi non troppo elevati.

1.2.3 V2X

Il termine **V2X**, ovvero "Vehicle-to-everything", è un sistema di comunicazione basato su un'infrastruttura di rete WLAN (rete locale che sfrutta la tecnologia wireless) ed un localizzatore GPS. Tale sistema permette il completo scambio di informazione tra veicolo e qualsiasi oggetto e/o persona che sia in grado di influire sulla guida stessa (fig 1.3).

La sigla V2X è data dall'insieme di più tecnologie di comunicazione:

- V2I - Vehicle to Infrastructure
- V2N - Vehicle to Network
- V2V - Vehicle to Vehicle
- V2P - Vehicle to Pedestrian
- V2D - Vehicle to Device
- V2G - Vehicle to Grid

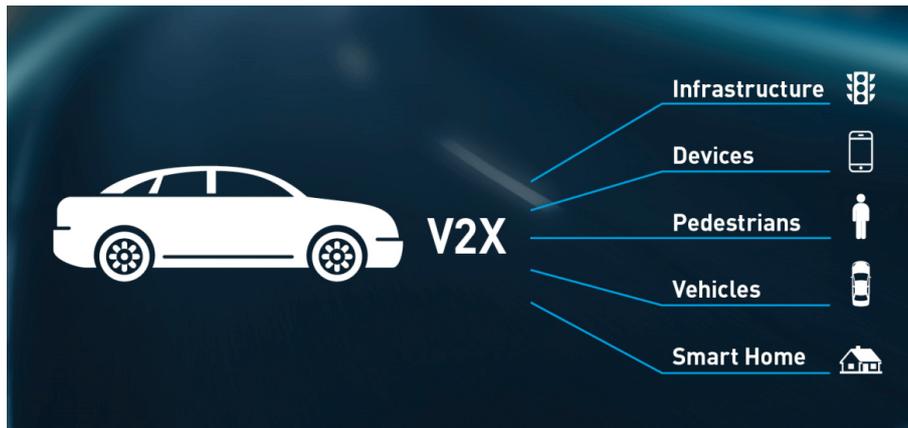


Figura 1.3: La comunicazione V2X

L'obiettivo di tale sistema software è ottenere una maggiore affidabilità e sicurezza, ma il percorso che porterà ad una completa comunicazione è legata ad altre tecnologie, quali il 5G, atte a potenziare la connessione.

1.3 STORIA DELLA GUIDA AUTONOMA

In tale sezione è stata analizzata la storia e l'evoluzione dei veicoli a guida autonoma e della relativa tecnologia, partendo dai primi approcci degli anni '20 fino ad arrivare ai modelli attuali delle più importanti case costruttrici.

1.3.1 I primi modelli

Già ad inizio degli anni '20 furono messi in atto i primi tentativi di realizzazione di auto a guida autonoma (fig.1.4). La prima dimostrazione pubblica avvenne nel 1925, vista più come uno spettacolo di magia che di scienza, grazie alla Houdina Company ed al suo proprietario Francis Houdina (ingegnere elettrico ed inventore). L'auto utilizzata fu una Chandler, equipaggiata con un'antenna a sua volta collegata ai vari organi di controllo dell'automobile. **L'American Wonder** (così fu ribattezzata) girò per le strade di New York, passando per Broadway e la 5th Avenue, e terminò il giro inaugurale con un incidente ai danni di un altro veicolo. Sebbene il veicolo fosse rivoluzionario per l'epoca non si può parlare di guida autonoma poiché era controllato a distanza da un utente.

Dopo circa mezzo secolo, tra il '66 ed il '72 fu realizzato, all'Artificial Intelligence Center di Stanford (oggi SRI International) il primo robot capace di prendere decisioni completamente autonome: **Shakey**. Il robot era costituito da una telecamera orientabile, ultrasuoni per misurare la distanza e sensori di tatto ed oggi è possibile trovarlo al "Computer History Museum" in California.

Nel 1985 fa il suo esordio a Denver (Colorado) il DARPA Autonomous Land Vehicle (ALV), un robot a 8 ruote spinto da tre motori diesel, nell'ambito del programma militare Strategic Computing. La presenza di sei scaffali di apparecchiature elettroniche composte da telecamere sul tetto, radar, sensori, laser permise

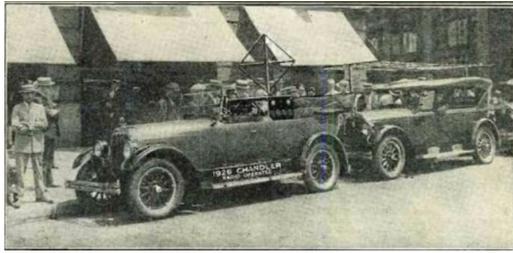
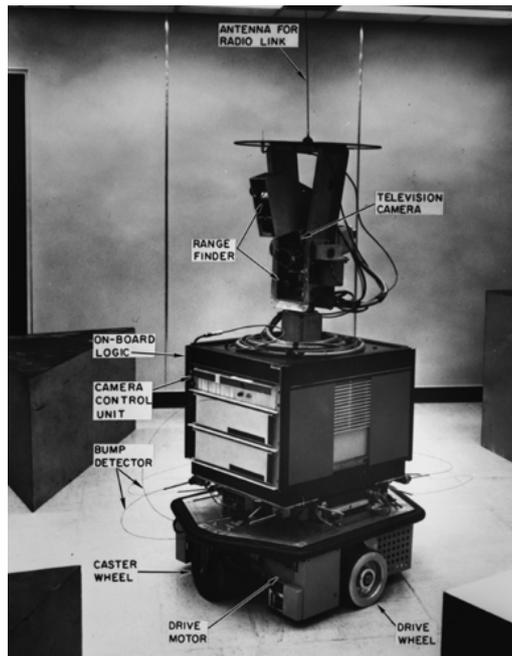
(a) *American Wonder*(b) *DARPA Autonomous Land Vehicle*(c) *Shakey robot*

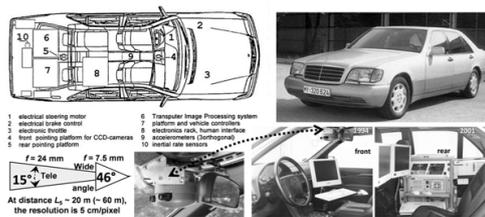
Figura 1.4: Primi modelli di veicolo a guida autonoma

di guidare in sicurezza lungo la strada senza la necessità di assistenza umana, aprendo la strada a progressi rivoluzionari nell'arena di trasporti robotici senza equipaggio.

Uno dei primi modelli sviluppati sulla base di un veicolo commerciale fu il VaMP (fig.1.5). Il progetto fu sviluppato tra il '93 ed il '95 presso la Bundeswehr University di Monaco dal team del professor Ernst Dieter Dickmanns riprogettando una Mercedes 500 SEL in modo da comandare tramite un computer lo sterzo, il freno e l'acceleratore. Tramite l'utilizzo di telecamere, frontali e posteriori, furono fatti diversi viaggi senza l'ausilio del guidatore: il più famoso resta quello da Monaco a Copenhagen, dove su un percorso di circa 2000 km il 95% fu realizzato senza intervento umano.

In Italia tra il '96 ed il '98 fu sviluppato, presso il Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione dell'Università di Parma nell'ambito del progetto finanziato dal Consiglio Nazionale delle Ricerche (CNR), **ARGO** (fig.1.5). Il veicolo utilizzato fu una Lancia Thema 2000 in grado di calcolare la propria posizione rispetto

alla corsia di marcia, di analizzare la geometria della strada e di localizzare qualsiasi ostacolo che interferiva sulla traiettoria tramite l'utilizzo di telecamere e di un computer di bordo che, dopo aver elaborato i dati, inviava dei comandi ad un motore elettrico collegato allo sterzo. Nel Giugno '98 fu sottoposta al test "MilleMiglia in automatico" in cui percorse circa 2000 km ad una media di 90 km/h sulle autostrade in italiane in circa 6 giorni, il 94% dei quali con guida completamente automatica.



(a) VaMP - Mercedes 500 SEL



(b) ARGO - Lancia Thema

Figura 1.5: Guida autonoma negli anni '90

Importante è anche citare **Stanley** (fig.1.6), la vincitrice della DARPA Grand Challenge del 2005. Tale competizione è esclusiva per veicoli senza guidatore finanziata, appunto, dalla DARPA, la più importante agenzia del Dipartimento della difesa degli Stati Uniti per lo sviluppo delle tecnologie militari. Il progetto dell'Università di Stanford, in collaborazione con il Volkswagen Electronics Research Laboratory (ERL), completò il percorso previsto (212 km) in poco meno di 7h. Si basava su un VW Touareg Diesel a quattro ruote motrici, modificato opportunamente per comandare sterzo, acceleratore e freno. La sensoristica prevedeva sensori di distanza (cinque per la precisione montati sul tetto), una camera a colori, due sensori Radar, un GPS ed una IMU; inoltre era previsto l'utilizzo di sensori installati sulla ruota che fungessero da odometro in caso di mancanza del segnale (ad esempio in galleria).



Figura 1.6: Stanley DARPA Grand Challenge

1.3.2 Modelli moderni

Diverse aziende automobilistiche (Tesla, Audi, BMW, Mercedes, General Motors), Technology providers (Google, Microsoft, NVIDIA, Intel, Apple) e Services providers (Uber) stanno collaborando al fine di conquistare la scena dell'autonomous driving. Vediamo in dettaglio alcuni progetti:

Waymo, ex progetto Google driverless car, è un'impresa del gruppo Alphabet che utilizza la tecnologia per creare autovetture autonome. Google sta lavorando a questo progetto dal 2009, e i suoi prototipi hanno percorso oltre 8 milioni di chilometri su strada al 2018.

Diverse sono le auto utilizzate tra cui la Firefly, nonché la prima auto sviluppata completamente da Google, una Lexus RX 450h, la prima storica Google car coinvolta in un incidente. Nel 2018, inoltre, è stato siglato un importante accordo con FCA che, fornendo una serie di Chrysler Pacifica, ha permesso un rapido sviluppo del progetto. Intanto Waymo ha spostato l'attenzione anche sui veicoli industriali: diversi sono i test con il **Waymo Via** tra Arizona e California.

In figura 1.7 sono mostrati i modelli descritti



(a) Firefly



(b) Waymo Via



(c) Chrysler Pacifica



(d) Lexus RX 450h

Figura 1.7: Google Cars

Pop.Up (1.8) è un progetto rivoluzionario di ItalDesign, Airbuse Audi. Il sistema è costituito da tre blocchi:

- Un **modulo di terra**, realizzato in collaborazione con Audi, che presenta due motori elettrici da 60 kW per la propulsione, un sistema di sensoristica Radar, LIDAR, GPS ed IMU per garantire la marcia autonoma;
- una **capsula in carbonio**, altamente tecnologica, progettata per ospitare due passeggeri;

- un **modulo d'aria** ,in fase di progettazione da parte di Airbus, che consiste in un grande drone VTOL (Vertical Take-Off and Landing) costituito da quattro rotori.

Il progetto è in fase prototipale, ma ha l'obiettivo di poter rivoluzionare il mondo dei trasporti nel breve-medio periodo.



Figura 1.8: Pop.Up

Più attuale è sicuramente la **Tesla Model 3** (fig.1.9), il nuovo "gioiello" di casa Tesla. L'auto pesa 1847 kg, monta due motori elettrici, garantendo un'accelerazione da 0 – 100 km/h in 3.3 s, la trazione è integrale e l'autonomia dichiarata di 567 km (secondo il ciclo WLTP).

La Model 3 ha un set vario di telecamere, ben otto, per garantire una visione a 360° dell'ambiente circostante: quattro telecamere anteriori (la principale arriva a 250 m) di supporto al radar per definire il percorso (semafori, ostacoli, cartelli stradali), due telecamere laterali rivolte in avanti e due telecamere laterali rivolte all'indietro (per i cambi corsia e per immettersi nel traffico in totale sicurezza). Completano il set di sensori un radar frontale (riesce a vedere oggetti fino a 160 metri, anche in presenza di nebbia e polvere), un sonar a 360° (attraverso gli ultrasuoni controlla l'ambiente in un raggio di 8 metri, coprendo anche l'angolo cieco) e il GPS.

La differenza sostanziale con le altre auto è l'**AUTOPILOT**: l'Autopilot è il sistema di gestione dati Tesla composto da una rete neurale (è un sistema che simula il comportamento del cervello umano, almeno per le logiche di base), capace di elaborare le immagini e i dati raccolti da telecamere e sensori ben 2300 volte al secondo. Tutti i dati raccolti verranno elaborati in tal modo da uno specifico processore chiamato **ASIC (Application Specific Integrated Circuit)** realizzato internamente da Tesla per ricreare scenari futuri e far sì che l'auto reagisca correttamente in qualsiasi occasione.

Il co-fondatore, CEO e product architect di Tesla Elon Musk ha dichiarato che per il 2021 saranno pronti aggiornamenti del software in modo da garantire il massimo livello di guida autonoma (livello 5). Ad oggi in Italia, secondo la normativa in vigore, il livello 2 di guida autonoma è il massimo consentito.



Figura 1.9: Tesla Model 3

1.4 DILEMMA ETICO DELLA GUIDA AUTONOMA

"Si immagina un carrello diretto in maniera instabile verso cinque persone sui binari. Le loro vite possono essere salvate agendo su di una leva che dirotterebbe il carrello su un altro binario dove, però, vi è un altro operaio. Chi sceglieresti di salvare? Il gruppo o il singolo?".

Tale dilemma, noto negli anni '60, è definito "dilemma del carrello" (fig.1.10) ed è tornato in voga in questi anni in cui la guida autonoma ha fatto passi da gigante.

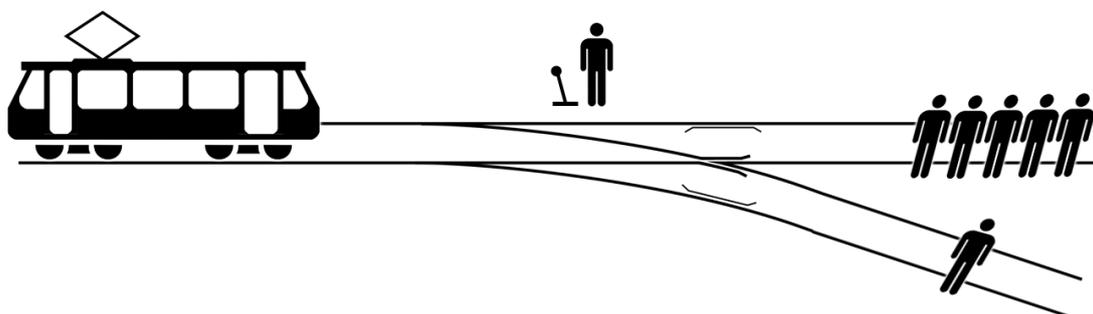


Figura 1.10: Dilemma del carrello

Le nuove tecnologia hanno l'obiettivo di ridurre, se non azzerare, l'errore umano. Ma cosa fare in situazioni critiche? L'etica e la morale non sono principi

universali e pertanto non esiste un'azione giusta o una sbagliata per quanto riguarda la guida senza conducente.

A tal punto, è interessante citare uno dei più grandi studi sulla morale della guida autonoma "The Moral Machine Experiment" [6], in cui un gruppo di ricercatori del M.I.T. ha realizzato un sondaggio a cui hanno partecipato oltre 40 milioni di persone nel mondo. In tale sondaggio sono emerse alcune tendenze generali (salvare un maggior numero di vite, salvare persone più giovani, salvare persone piuttosto che animali) ma anche tante divergenze a seconda dell'area geografica considerata, della religione, dello stile di vita nei vari paesi. In particolare si sono create tre macro-aree con tendenze simili, come mostrato in fig.1.11

- Blocco Occidentale (**Western**): comprendente gran parte dei paesi Europei e il Nord America in cui si le preferenze su particolari categorie di persone sono minime;
- Blocco Orientale (**Eastern**): comprendente estremo Oriente e gran parte dei paesi Islamici, in cui si è sotto la media per il "salvataggio" di giovani e donne;
- Blocco Meridionale (**Southern**): comprendente l'America Latina e la Francia (comprese le ex colonie) dove, invece, le donne ed i giovani hanno un occhio di riguardo decisamente sopra la media

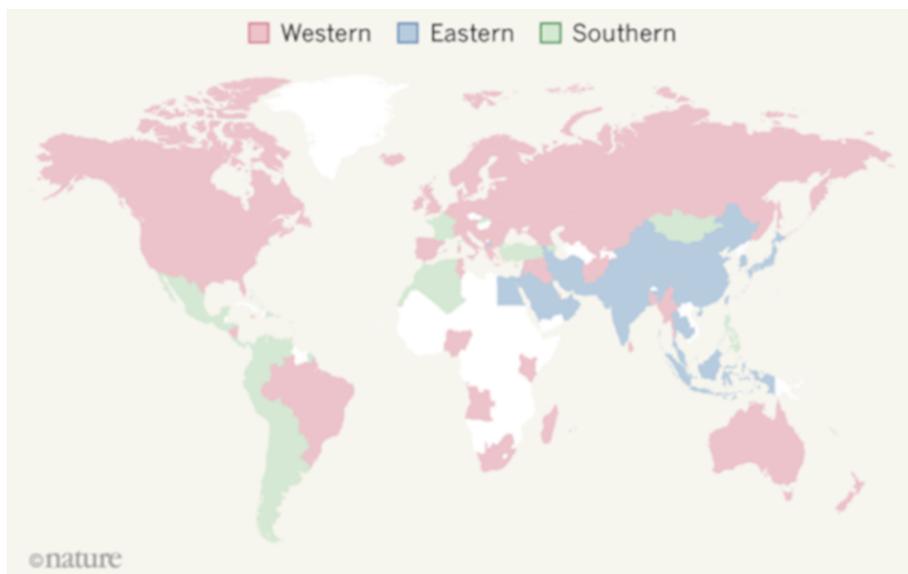


Figura 1.11: Nature [6] - Le tre macro-aree

Da tali risultati si può notare che, per non essere del tutto inutili, i principi etici della tecnologia non possano riguardare solo i progettisti o gli esperti di etica ma la popolazione su ampia scala, nonchè i futuri consumatori.

2

MODELLI MATEMATICI DEL VEICOLO

Il comportamento dinamico di un veicolo è suddiviso in: **longitudinale** (trazione e frenata), **laterale** (handling) e **verticale** (comfort).

L'utilizzo di modelli matematici è fondamentale per prevedere l'effetto sull'autotelaio di determinate scelte progettuali (in particolare su sterzo, sospensioni e freni) ed il grado di accuratezza deve essere commisurato al tipo di analisi che si intende fare.

In generale lo scopo di un modello rientra nei seguenti casi:

- Interpretazione di prove sperimentali
- Impostazione delle caratteristiche di una vettura
- Definizione delle caratteristiche progettuali di dettaglio
- Confronto tra diverse soluzioni tecniche in esame

2.1 SINGLE TRACK MODEL

Il modello di partenza è il modello a "bicicletta", utile a comprendere i fenomeni dell'handling, che ha il vantaggio di essere semplice dal punto di vista del trattamento dei dati. Supponendo la simmetria rispetto all'asse longitudinale il veicolo può essere rappresentato da una sola linea con alle estremità i due pneumatici (assale posteriore e anteriore rappresentati tramite un'unica ruota virtuale). Come si può vedere in fig. 2.1 si tratta di un corpo rigido di massa m concentrata nel baricentro G , le cui distanze a e b , rispettivamente semipasso anteriore e posteriore, sono note. Inoltre è possibile definire:

- **Angolo di assetto** (β): angolo formato tra la direzione del vettore velocità e la direzione longitudinale x del veicolo
- **Velocità di imbardata** ($\dot{\psi}$): velocità angolare rispetto all'asse verticale z di un sistema di riferimento assoluto;
- **angoli di deriva** (α_f) e (α_r): angoli formati tra il piano medio della ruota anteriore (posteriore) ed il vettore velocità del centro ruota;
- **angolo di sterzo** δ : angolo formato tra l'asse di simmetria del veicolo ed il piano ruota.

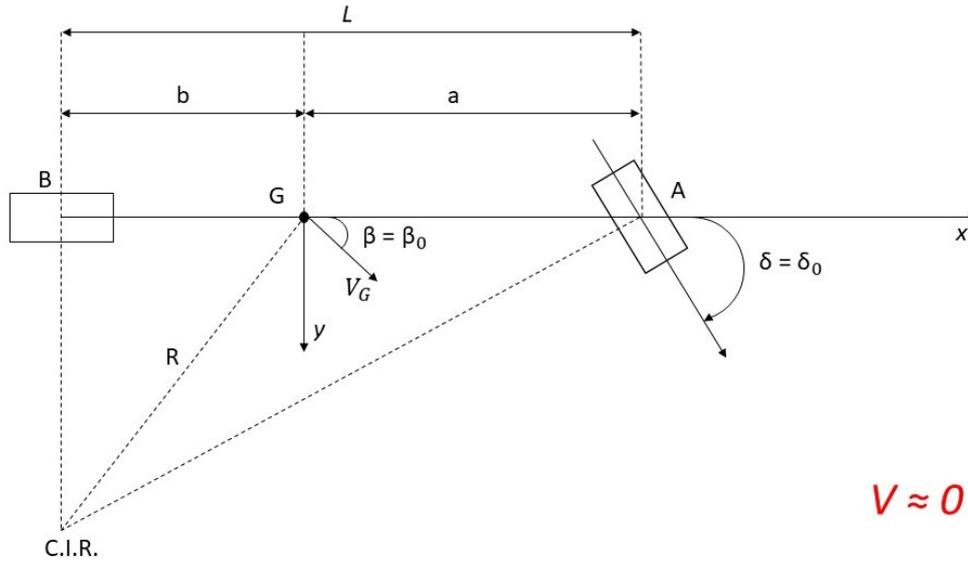


Figura 2.1: Modello single track : Caso cinematico

Le vetture commerciali comuni presentano un sistema di sterzata delle sole ruote anteriori, pertanto in tale sezione l'angolo di sterzo per le ruote posteriori è stato ipotizzato nullo, ma il modello consente di imporre la sterzata delle ruote posteriori in modo tale da simulare vetture a trazione integrale (4WD).

Si è definito un sistema di riferimento (x, y, z, G) solidale al telaio, con origine nel baricentro G . L'asse x è assunto coincidente con la direzione longitudinale del veicolo, l'asse z è ortogonale alla strada e diretto verso l'alto, mentre l'asse y è perpendicolare ai due e rivolto lateralmente.

Nel caso cinematico, per velocità di avanzamento v prossime a zero, gli angoli di deriva possono considerarsi nulli. In tal caso è possibile definire l'angolo di sterzo cinematico (δ_0), per cui vale la seguente relazione:

$$\tan(\delta) = \tan(\delta_0) = \frac{L}{R} \quad (2.1)$$

essendo α_f nullo, l'angolo di sterzata dinamico coincide con quello cinematico:

$$\delta = \delta_0 = \frac{L}{R} \quad (2.2)$$

All'aumentare della velocità di avanzamento gli angoli di deriva non possono essere più trascurati. Da un'analisi geometrica (fig. 2.2) è possibile correlare tali angoli con gli angoli di sterzata cinematica e dinamica.

Riprendendo il "Teorema dei seni":

$$\frac{L}{\sin(\delta - \alpha_f - \alpha_r)} = \frac{R \cos(\beta)}{\sin(\frac{\pi}{2} - \delta)} \quad (2.3)$$

Mantenendo l'ipotesi di angoli piccoli, si può scrivere:

$$\frac{L}{\delta - \alpha_f - \alpha_r} = R \quad (2.4)$$

Sostituendo R secondo la 2.1, si ottiene il legame tra angolo di sterzo e di deriva:

$$\delta_f - \delta_0 = \alpha_f - \alpha_r \quad (2.5)$$

Allo stesso modo è possibile definire l'angolo di assetto cinematico come:

$$\beta_0 = \frac{b}{R} \quad (2.6)$$

Considerando il triangolo BGO (fig. 2.2), per il teorema dei seni:

$$\frac{R}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_r\right)} = \frac{b}{\sin(\alpha_r + \beta)} \quad (2.7)$$

Mantenendo l'ipotesi di angoli di deriva piccoli, si ottiene:

$$R = \frac{b}{\alpha_r + \beta} \quad (2.8)$$

Riassumendo, otteniamo la dipendenza dell'angolo di assetto (β) dall'angolo di deriva posteriore (α_r):

$$\beta = \beta_0 - \alpha_r \quad (2.9)$$

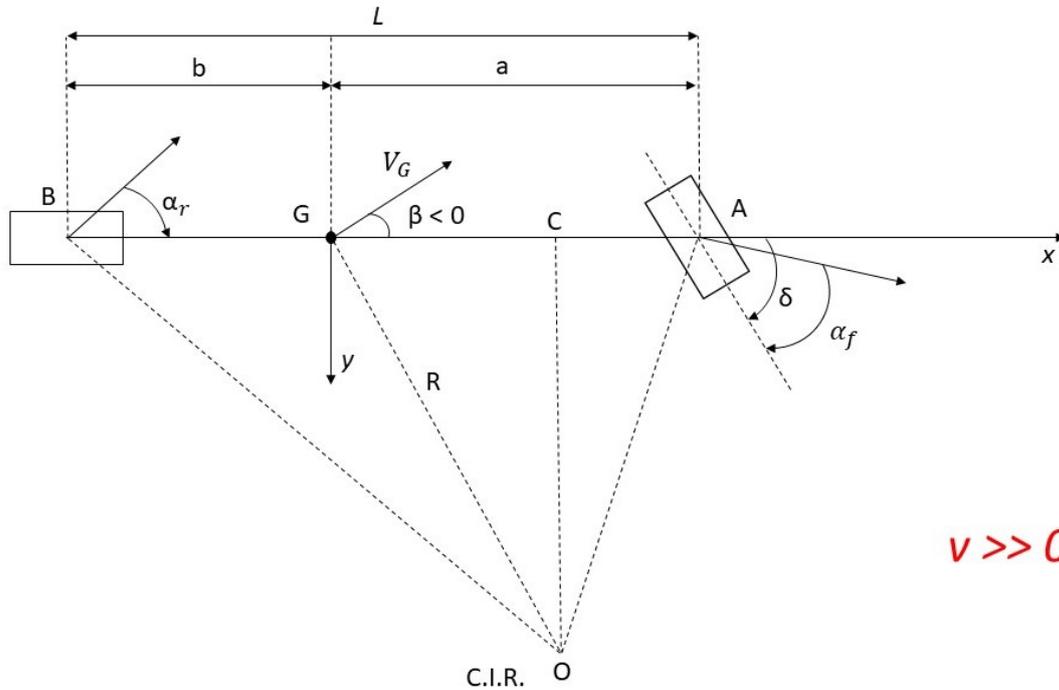


Figura 2.2: Modello single track : Caso dinamico

2.2 EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Prima di definire le equazioni dinamiche del modello è importante introdurre le varie ipotesi semplificative utilizzate:

- La velocità del veicolo è costante;
- gli angoli d'assetto (β) e di deriva (α) sono ipotizzati sufficientemente piccoli in modo da considerare lineare il modello;
- gli angoli di sterzo (δ_F) e (δ_R) sono ipotizzati piccoli.

In tal modo è possibile esprimere le equazioni di equilibrio dinamico nella direzione longitudinale (x), laterale (y) e l'equilibrio alla rotazione attorno all'asse verticale (z) del baricentro, considerando sistemi di riferimento solidali a ciascuna ruota e le ruote anteriori/posteriori entrambe sterzanti: ¹

$$\begin{cases} m a_x = F_{f,x} \cos(\delta_F) + F_{r,x} \cos(\delta_R) - F_{f,y} \sin(\delta_F) - F_{r,y} \sin(\delta_R) \\ m a_y = F_{f,y} \cos(\delta_F) + F_{r,y} \cos(\delta_R) + F_{f,x} \sin(\delta_F) + F_{r,x} \sin(\delta_R) \\ J_z \ddot{\psi} = a [F_{f,y} \cos(\delta_F) + F_{f,x} \sin(\delta_F)] - b [F_{r,y} \cos(\delta_R) + F_{r,x} \sin(\delta_R)] \end{cases} \quad (2.10)$$

2.2.1 Termini inerziali

Per determinare l'accelerazione a_G del baricentro si deve derivare la velocità V_G rispetto al tempo.

La velocità del baricentro è possibile esprimerla in termini di versori del sistema di riferimento veicolo:

$$V_G = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} \quad (2.11)$$

Derivando si ottiene:

$$a_G = \frac{dV_G}{dt} = \dot{u}\mathbf{i} + u\frac{d\mathbf{i}}{dt} + \dot{v}\mathbf{j} + v\frac{d\mathbf{j}}{dt} \quad (2.12)$$

Tenendo presente che i versori cambiano direzione durante il moto, per cui $\frac{d\mathbf{i}}{dt} = \dot{\psi}\mathbf{j}$ e $\frac{d\mathbf{j}}{dt} = -\dot{\psi}\mathbf{i}$, si ottiene:

$$\begin{aligned} a_G &= \dot{u}\mathbf{i} + u\dot{\psi}\mathbf{j} + \dot{v}\mathbf{j} - v\dot{\psi}\mathbf{i} \\ &= (\dot{u} - v\dot{\psi})\mathbf{i} + (\dot{v} + u\dot{\psi})\mathbf{j} \\ &= a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} \end{aligned} \quad (2.13)$$

In tal modo è stato scomposta l'accelerazione a_G in accelerazione longitudinale a_x e laterale a_y .

¹ Tale trattazione è la più generale possibile, nel modello utilizzato si considera solo sterzata anteriore $\delta_R = 0$

Considerando la velocità V_G sempre tangente alla traiettoria compiuta dal baricentro (G), l'accelerazione può essere scomposta in centripeta (a_n) e tangenziale (a_t):

$$\mathbf{a}_G = a_t \mathbf{t} + a_n \mathbf{n} \quad (2.14)$$

\mathbf{t} e \mathbf{n} sono i versori, rispettivamente, parallelo e normale alla velocità v

$$\mathbf{t} = \cos(\beta) \mathbf{i} + \sin(\beta) \mathbf{j} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{n} = -\sin(\beta) \mathbf{i} + \cos(\beta) \mathbf{j} \quad (2.16)$$

Le due componenti sono date da: ²

$$\begin{cases} a_t = \mathbf{a}_G \cdot \mathbf{t} = a_x \cos(\beta) + a_y \sin(\beta) = \frac{\dot{u}u + \dot{v}v}{\sqrt{u^2 + v^2}} \\ a_n = \mathbf{a}_G \cdot \mathbf{n} = -a_x \sin(\beta) + a_y \cos(\beta) = \frac{\dot{\psi}(u^2 + v^2) - \dot{u}v + \dot{v}u}{\sqrt{u^2 + v^2}} \end{cases} \quad (2.17)$$

A tal punto è possibile ricavare l'espressione del raggio di curvatura R della traiettoria del baricentro G:

$$R = \frac{V_G^2}{a_n} = \frac{(u^2 + v^2)^{\frac{3}{2}}}{\dot{\psi}(u^2 + v^2) - \dot{u}v + \dot{v}u} = \frac{V_G}{\dot{\psi} - \frac{\dot{u}v}{V_G^2} + \frac{\dot{v}u}{V_G^2}} \quad (2.18)$$

Tendenzialmente $\frac{u}{V_G} \simeq 1$, si ottiene pertanto una relazione approssimata del raggio di curvatura:

$$R \simeq \frac{V_G}{\dot{\psi} + \frac{\dot{v}}{V_G}} \simeq \frac{u}{\dot{\psi} + \frac{\dot{v}}{u}} \simeq \frac{u}{\dot{\psi} + \dot{\beta}} \quad (2.19)$$

2.3 EQUAZIONI DI CONGRUENZA

Dalle ipotesi fatte finora (veicolo come un corpo rigido) valutando la velocità del baricentro V_G e la velocità di imbardata $\dot{\psi}$ è possibile determinare la velocità di un qualunque punto. ³

Applicando la *formula fondamentale della cinematica dei corpi rigidi* è possibile collegare la velocità del baricentro con quella dei centri ruota, attraverso un'analisi puramente geometrica che mette in relazione la velocità di due punti appartenenti allo stesso corpo.

$$\mathbf{V}_f = V_G + \dot{\psi} \times \mathbf{r}_f \quad (2.20)$$

² $\sin\beta = \frac{v}{V_G}$ e $\cos\beta = \frac{u}{V_G}$

³ Per la velocità angolare si ha solo imbardata, senza beccheggio e rollio

dove :

- V_f è la velocità assoluta del centro ruota anteriore
- r_f è la distanza tra il baricentro ed il centro ruota anteriore, pari ad a

A tal punto è possibile definire le componenti della velocità della ruota, rispetto al sistema di riferimento veicolo:

$$\begin{cases} u_f = V_f \mathbf{i} = V_G \mathbf{i} + (\dot{\psi} \times r_f) \mathbf{i} \\ v_f = V_f \mathbf{j} = V_G \mathbf{j} + (\dot{\psi} \times r_f) \mathbf{j} \end{cases} \quad (2.21)$$

Pertanto:

$$\begin{cases} u_f = u \\ v_f = v + a\dot{\psi} \end{cases} \quad (2.22)$$

Allo stesso modo è possibile valutare la velocità della ruota posteriore:

$$V_r = V_G + \dot{\psi} \times r_r \quad (2.23)$$

dove, stavolta, $r_r = b$ è la distanza tra baricentro e centro ruota posteriore.

$$\begin{cases} u_r = u \\ v_r = v - b\dot{\psi} \end{cases} \quad (2.24)$$

Definendo geometricamente l'angolo di assetto β :

$$\begin{cases} \beta_f = \arctan\left(\frac{v_f}{u_f}\right) = \arctan\left(\frac{v + a\dot{\psi}}{u}\right) \\ \beta_r = \arctan\left(\frac{v_r}{u_r}\right) = \arctan\left(\frac{v - b\dot{\psi}}{u}\right) \end{cases} \quad (2.25)$$

In tal modo è possibile ricavare gli angoli di deriva delle ruote:

$$\begin{cases} \alpha_f = \delta_F - \beta_f \\ \alpha_r = \delta_R - \beta_r \end{cases} \quad (2.26)$$

Dall'ipotesi iniziale di angoli d'assetto β_i piccoli, è possibile semplificare l'arcotangente ed ottenere:

$$\begin{cases} \alpha_f = \delta_F - \beta - \frac{a}{u}\dot{\psi} \\ \alpha_r = \delta_R - \beta + \frac{b}{u}\dot{\psi} \end{cases} \quad (2.27)$$

2.4 MODELLO MONOTRACCIA LINEARE

Si può riepilogare quanto ottenuto finora attraverso un modello definito mono-traccia lineare. Sostituendo l'equazione dell'accelerazione laterale e longitudinale 2.13 all'interno delle equazioni di equilibrio 2.10 e mantenendo l'ipotesi di piccoli angoli di sterzo, si ottiene:

$$\begin{cases} m(\dot{u} - v\dot{\psi}) = F_{f,x} + F_{r,x} - F_{f,y}\delta_F - F_{r,y}\delta_R \\ m(\dot{v} + u\dot{\psi}) = F_{f,y} + F_{r,y} - F_{f,x}\delta_F - F_{r,x}\delta_R \\ J_z\ddot{\psi} = a [F_{f,y} + F_{f,x}\delta_F] - b [F_{r,y} + F_{r,x}\delta_R] \end{cases} \quad (2.28)$$

Il modello monotraccia classico utilizza, oltre alle ultime due equazioni di equilibrio 2.10, le equazioni di congruenza 2.27.

Inoltre, ipotizzando un comportamento laterale delle forze laterali $F_{i,y}$, si considera l'equazione costitutiva lineare:

$$F_{i,y} = C_i \alpha_i \quad (2.29)$$

Con C_i si considera la rigidità dell'assale, pari al doppio della rigidità di deriva della singola ruota sotto carico statico.

Riprendendo l'ipotesi iniziale di angoli di assetto β piccoli, è possibile definire le componenti di velocità longitudinale e laterale: ⁴

$$\begin{cases} u = V \cos(\beta) \simeq V \\ v = V \sin(\beta) \simeq V\beta \end{cases} \quad (2.30)$$

Derivando la velocità laterale v e considerando la velocità di avanzamento del veicolo costante, si ottiene:

$$\dot{v} = V\dot{\beta} \quad (2.31)$$

Mettendo insieme le equazioni 2.27, 2.28, 2.29 e 2.31, si ottiene il seguente sistema:

$$\begin{cases} m(V\dot{\beta} + \dot{\psi}V) = (-C_F - C_R)\beta + \left(-\frac{C_F a}{V} + \frac{C_R b}{V}\right)\dot{\psi} + C_F\delta_F + C_R\delta_R \\ J_z\ddot{\psi} = (-C_F a + C_R b)\beta + \left(-\frac{C_F a^2}{V} - \frac{C_R b^2}{V}\right)\dot{\psi} + (C_F a)\delta_F + (C_R b)\delta_R \end{cases} \quad (2.32)$$

A tal punto è possibile riferirci allo spazio degli stati (State Space) per la descrizione del sistema dinamico. L'equazione del moto 2.32 può esser riscritta attraverso un set di equazioni differenziali del primo ordine:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu(t) \\ y = Cx + Du(t) \end{cases} \quad (2.33)$$

⁴ per non appesantire troppo la trattazione $V_G = V =$ velocità di avanzamento

x rappresenta il vettore degli stati:

$$x = \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

$u(t)$ quello degli input:

$$u(t) = \begin{bmatrix} \delta_F \\ \delta_R \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

y rappresenta, invece, il vettore degli output:

$$y = \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \\ \rho \\ \alpha_f \\ \alpha_r \\ a_y \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

A tal punto è opportuno riscrivere la 2.32 mettendo in evidenza le derivate del vettore degli stati in funzione degli input e degli stati stessi:

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \left(\frac{-C_F - C_R}{mV} \right) \beta + \left(\frac{-C_F a + C_R b - mV^2}{mV^2} \right) \dot{\psi} + \frac{C_F \delta_f + C_R \delta_r}{mV} \\ \dot{\psi} = \left(\frac{-C_F a + C_R b}{J_z} \right) \beta + \left(\frac{-C_F a^2 - C_R b^2}{J_z V} \right) \dot{\psi} + \frac{(C_F a) \delta_F + (C_R b) \delta_R}{J_z} \end{cases} \quad (2.37)$$

In questo caso è importante definire anche ρ e a_y in funzione degli stati del sistema. Essendo $\rho = \frac{1}{R}$, con R definito dalla (2.19) ed essendo $a_y = V^2 \rho$ è possibile definire il sistema:

$$\begin{cases} \beta = \beta \\ \dot{\psi} = \dot{\psi} \\ \rho = \left(\frac{-C_F - C_R}{mV^2} \right) \beta + \left(\frac{-C_F a + C_R b}{mV^3} \right) \dot{\psi} + \frac{C_F \delta_F + C_R \delta_R}{mV^2} \\ \alpha_f = \delta_F - \beta - \frac{a}{u} \dot{\psi} \\ \alpha_r = \delta_R - \beta + \frac{b}{u} \dot{\psi} \\ a_y = \left(\frac{-C_F - C_R}{m} \right) \beta + \left(\frac{-C_F a + C_R b}{mV} \right) \dot{\psi} + \frac{C_F \delta_F + C_R \delta_R}{m} \end{cases} \quad (2.38)$$

Riscrivendo in formula matriciale: le matrici A, B, C, D della 2.33 risultano essere:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-C_F - C_R}{mV} & \frac{-C_F a + C_R b - mV^2}{mV^2} \\ \frac{-C_F a + C_R b}{J_z} & \frac{-C_F a^2 - C_R b^2}{J_z V} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{C_F}{mV} & \frac{C_R}{mV} \\ \frac{C_F a}{J_z} & \frac{-C_R b}{J_z} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{-C_R - C_F}{mV^2} & \frac{-C_F a + C_R b}{mV^3} \\ -1 & -\frac{a}{V} \\ -1 & \frac{b}{V} \\ \frac{-C_R - C_F}{m} & \frac{-C_F a + C_R b}{mV} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{C_F}{mV^2} & \frac{C_R}{mV^2} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{C_F}{m} & \frac{C_R}{m} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

2.5 SINGLE TRACK MODEL NON LINEARE

Un modello a bicicletta lineare non è adeguato a definire il comportamento del veicolo in tutto il range di applicazione. In particolar modo, per studiare situazioni in cui gli angoli di deriva raggiungano valori più elevati, non è corretto considerare un legame lineare tra la forza laterale (F_y) e l'angolo di deriva (α).

2.5.1 Non linearità e lunghezza di rilassamento

Per definire la risposta non lineare dello pneumatico si utilizza una formula empirica definita Magic Formula di Pacejka che mette in relazione, per lo studio della dinamica laterale, la forza laterale (F_y) e l'angolo di deriva (α). Dopo aver definito il coefficiente di aderenza ($\mu = \text{cost.}$), si ha una funzione del tipo:

$$F_y = f(\alpha) \quad (2.43)$$

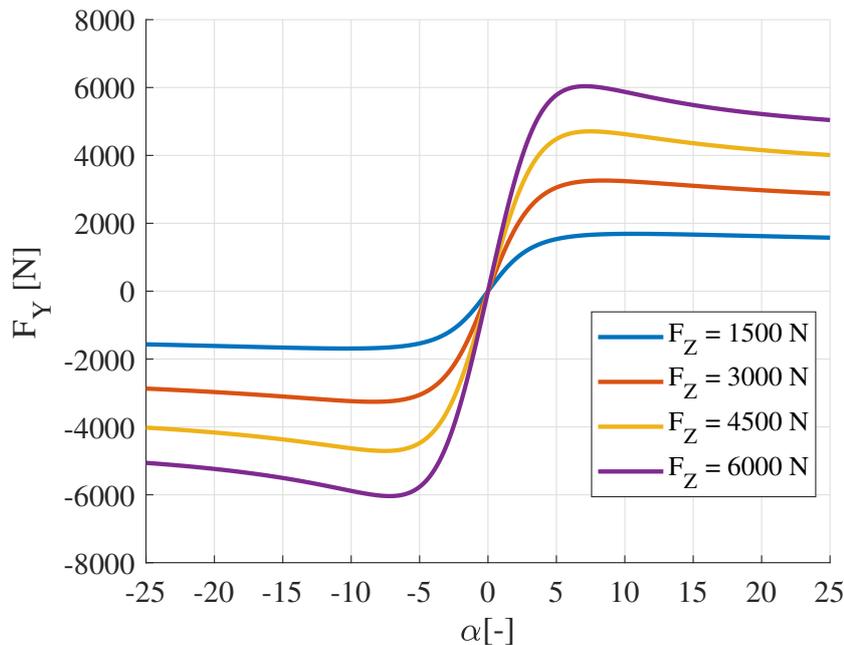


Figura 2.3: Andamento della Forza laterale di una ruota in funzione dell'angolo di deriva al variare del carico verticale

Inoltre, per rendere più realistico il modello, sono stati considerati pneumatici con ritardo di risposta per i cui vale un legame differenziale del tipo:

$$\frac{d}{u} \dot{F}_y + F_y = F_{y,ss}(\alpha) \quad (2.44)$$

Dove $F_{y,ss}$ è la forza laterale in stazionario mentre d è la lunghezza di rilassamento, che descrive il ritardo tra l'introduzione di un angolo di deriva e la relativa forza laterale associata a tale angolo.

2.5.2 Rollio

Un'ulteriore miglioria al modello può essere fatta introducendo il rollio.

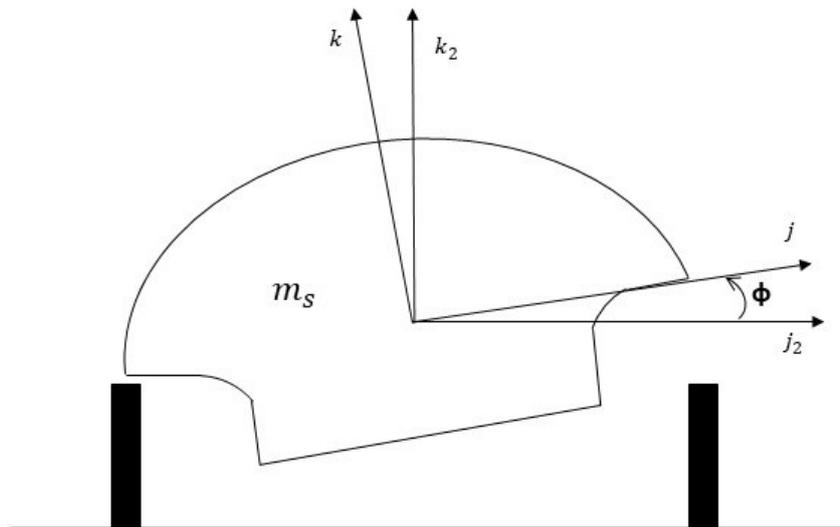


Figura 2.4: Vista frontale veicolo: angolo di rollio

Le strade quotidianamente percorse non sono ideali, ma presentano delle asperità che i soli pneumatici non riescono a contrastare. Pertanto, per assorbire le sollecitazioni provenienti dalla strada, occorre utilizzare un sistema di sospensioni.

A tal punto è importante dividere la massa del veicolo in:

- **massa sospesa** (m_s): tutto ciò al di sopra delle sospensioni (carrozzeria, motore, passeggeri...);
- **massa non sospesa** (m_n): tutto ciò che sta al di sotto delle sospensioni (pneumatici, cerchi, freni...).

La massa totale del veicolo sarà somma della massa sospesa e di quella non sospesa.

$$m = m_s + m_n \quad (2.45)$$

La presenza delle sospensioni influenza la dinamica del veicolo: infatti, anche su strada piana, il moto è tridimensionale ed è descritto rispetto a due riferimenti:

- uno solidale alla strada ($x_0, y_0, z_0; O_0$) con versori (i_0, j_0, k_0), con l'asse z_0 verticale e rivolto verso l'alto;
- uno solidale al veicolo ($x, y, z; G$) con versori (i, j, k)

Per definire correttamente la posizione e l'orientazione del veicolo rispetto al sistema di riferimento fisso $(x_0, y_0, z_0; O_0)$ si ha bisogno di 6 coordinate: la posizione di un punto della massa sospesa rispetto al sistema strada definisce le prime tre coordinate; le altre tre coordinate sono gli angoli che definiscono l'orientazione della terna solidale al veicolo (i, j, k) rispetto a quella fissa (i_0, j_0, k_0) .

Si utilizzano dei riferimenti intermedi per arrivare a definire l'orientazione, quali:

- $(i_0, j_0, k_0) - (i_1, j_1, k_1)$ per l'imbardata (ψ);
- $(i_1, j_1, k_1) - (i_2, j_2, k_2)$ per il beccheggio (θ);
- $(i_2, j_2, k_2) - (i, j, k)$ per il rollio (ϕ).

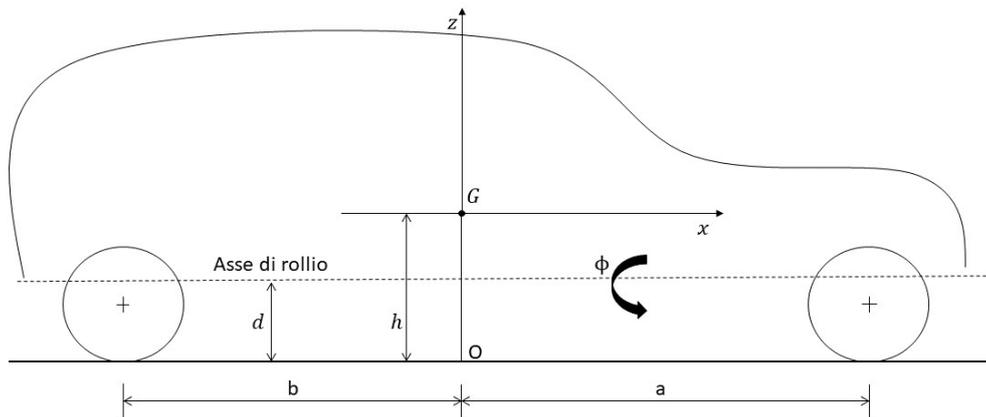


Figura 2.5: Vista laterale veicolo: asse di rollio orizzontale

2.5.3 Spazio degli Stati

Per riassumere quanto evidenziato è possibile considerare la non linearità degli pneumatici, il ritardo degli stessi ed il rollio e definire il seguente sistema di equazioni: ⁵

$$\left\{ \begin{array}{l} m(u\dot{\beta} + u\dot{\psi}) - m_s e \dot{p} = F_{y,f} + F_{y,r} \\ J_z \ddot{\psi} - J_{zx} \dot{p} = aF_{y,f} - bF_{y,r} \\ \frac{d_f}{u} \dot{F}_{y,f} + F_{y,f} = F_{y,f,ss}(\alpha) \\ \frac{d_r}{u} \dot{F}_{y,r} + F_{y,r} = F_{y,r,ss}(\alpha) \\ [J_x + m_s e^2] \dot{p} - J_{zx} \ddot{\psi} - m_s e (u\dot{\beta} + u\dot{\psi}) = -c_\phi p - (k_\phi - m_s g e) \phi \\ \dot{\phi} = p \end{array} \right. \quad (2.46)$$

dove:

- m : massa totale;
- m_s : massa sospesa;
- $F_{y,f/r}$: forza laterale anteriore/posteriore;
- $F_{y,f/r,ss}$: forza laterale stazionaria;
- ϕ, p, \dot{p} : Angolo, velocità, accelerazione di rollio;
- J : momento d'inerzia;
- g : accelerazione di gravità;
- e : distanza tra il baricentro veicolo e l'asse di rollio (h-d) fig.(2.5).

In tale sistema si è assunto l'asse di rollio orizzontale e la posizione della massa sospesa fissa. Un'ulteriore semplificazione è stata la linearizzazione del comportamento degli pneumatici, nell'intorno di un punto di equilibrio caratterizzato da α_0 costante:

$$F_{y,ss}(\alpha) = F_y(\alpha_0) + C_\alpha(\alpha_0)(\alpha - \alpha_0) = F_{y0} + C_0(\alpha - \alpha_0) \quad (2.47)$$

⁵ Il moto di beccheggio è trascurato, in quanto si assume di evitare accelerazioni e frenature repentine

Dopo aver introdotto tale linearizzazione, il set di equazioni 2.46 diventa:

$$\begin{cases} \mu u \dot{\beta} - m_s e \dot{p} = -\mu u \dot{\psi} + F_{y,f} + F_{y,r} \\ J_z \ddot{\psi} - J_{zx} \dot{p} = a F_{y,f} - b F_{y,r} \\ \frac{d_f}{u} \dot{F}_{y,f} = -F_{y,f} - C_{F,0} \beta + \left(\frac{-C_{F,0} a}{u} \right) \dot{\psi} + C_{F,0} \delta_F + F_{y,f0} - C_{F,0} \alpha_{F,0} \\ \frac{d_r}{u} \dot{F}_{y,r} = -F_{y,r} - C_{R,0} \beta + \left(\frac{-C_{R,0} b}{u} \right) \dot{\psi} + F_{y,r0} - C_{R,0} \alpha_{R,0} \\ [J_x + m_s e^2] \dot{p} - J_{zx} \ddot{\psi} - m_s e u \dot{\beta} = m_s e u \dot{\psi} - c_\phi p - (k_\phi - m_s g e) \phi \\ \dot{\phi} = p \end{cases} \quad (2.48)$$

dove:

- $\alpha_{f/r}$: angolo di deriva anteriore/posteriore;
- $C_{F,0/R,0}$: rigidezza di deriva anteriore/posteriore (mappate);
- c_ϕ : smorzamento di rollio;
- k_ϕ : rigidezza di rollio.

Come visto nel caso lineare, tale sistema può essere espresso mediante lo State-Space:

$$G \dot{x} = Fx + Hu + L \quad (2.49)$$

che in forma matriciale diventa:

$$G = \begin{bmatrix} \mu u & 0 & 0 & 0 & -m_s e & 0 \\ 0 & J_z & 0 & 0 & -J_{zx} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d_f}{u} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{d_r}{u} & 0 & 0 \\ -m_s e u & -J_{zx} & 0 & 0 & J_x + m_s e^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -mu & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & -b & 0 & 0 \\ -C_{F,0} & \frac{-C_{F,0}a}{u} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -C_{R,0} & \frac{-C_{R,0}b}{u} & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -m_s e u & 0 & 0 & -c_\phi & -k_\phi + m_s g e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -C_{F,0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{y,f0} - C_{F,0}\alpha_{F,0} \\ F_{y,r0} - C_{R,0}\alpha_{R,0} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

Il vettore degli stati x :

$$x = \begin{bmatrix} \beta \\ \psi \\ F_{y,f} \\ F_{y,r} \\ p \\ \phi \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

Mentre quello degli input $u(t)$:

$$u(t) = \begin{bmatrix} \delta_F \\ \delta_R \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Con δ_R anche in questo caso ipotizzato nullo (Veicolo AWD).

Infine è possibile esprimere il vettore degli output ed il sistema relativo in forma matriciale:

$$y = \begin{bmatrix} \beta \\ \psi \\ p \\ \phi \\ \alpha_f \\ \alpha_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -\frac{a}{u} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & \frac{b}{u} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \psi \\ F_{y,f} \\ F_{y,r} \\ p \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_F \quad (2.56)$$

3 | MODELLAZIONE STRADE

In tale capitolo si andrà ad analizzare la norma di riferimento al fine di realizzare un percorso stradale [18]. In particolare, si andranno a definire dei criteri progettuali in modo da permettere ad un veicolo a guida autonoma di percorrere un dato percorso in totale sicurezza.

3.1 ELEMENTI COSTITUTIVI DELLO SPAZIO STRADALE

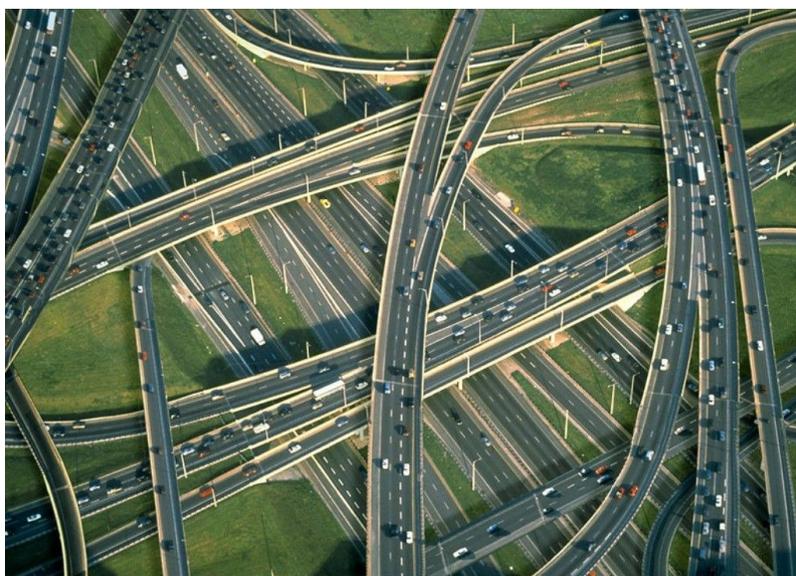


Figura 3.1: Esempio di progettazione strade

Conformemente a quanto previsto all'art.2 del "Codice della strada" le strade sono classificate, riguardo alle loro caratteristiche costruttive, tecniche e funzionali, nei seguenti tipi:

- A - Autostrade (extraurbane ed urbane)
- B - Strade extraurbane principali
- C - Strade extraurbane secondarie
- D - Strade urbane di scorrimento
- E - Strade urbane di quartiere
- F - Strade locali (extraurbane ed urbane)

Per ogni tipo di strada l'art.3 del "Codice della strada" prevede le seguenti caratteristiche minime:

- A) **AUTOSTRADA:** strada extraurbana o urbana a carreggiate indipendenti o separate da spartitraffico invalicabile, ciascuna con almeno due corsie di marcia, eventuale banchina pavimentata a sinistra e corsia di emergenza o banchina pavimentata a destra, priva di intersezioni a raso e di accessi privati, dotata di recinzione e di sistemi di assistenza all'utente lungo l'intero tracciato, riservata alla circolazione di talune categorie di veicoli a motore e contraddistinta da appositi segnali di inizio e fine; deve essere attrezzata con apposite aree di servizio ed aree di parcheggio entrambe con accessi dotati di corsie di decelerazione e di accelerazione;
- B) **STRADA EXTRAURBANA PRINCIPALE:** strada a carreggiate indipendenti o separate da spartitraffico invalicabile, ciascuna con almeno due corsie di marcia e banchina pavimentata a destra, priva di intersezioni a raso, con accessi alle proprietà laterali coordinati, contraddistinta dagli appositi segnali di inizio e fine, riservata alla circolazione di talune categorie di veicoli a motore; per eventuali altre categorie di utenti devono essere previsti opportuni spazi. Deve essere attrezzata con apposite aree di servizio, che comprendano spazi per la sosta, con accessi dotati di corsie di decelerazione e di accelerazione.
- C) **STRADA EXTRAURBANA SECONDARIA:** strada ad unica carreggiata con almeno una corsia per senso di marcia e banchine.
- D) **STRADA URBANA DI SCORRIMENTO:** strada a carreggiate indipendenti o separate da spartitraffico, ciascuna con almeno due corsie di marcia, ed una eventuale corsia riservata ai mezzi pubblici, banchina pavimentata a destra e marciapiedi, con le eventuali intersezioni a raso semaforizzate; per la sosta sono previste apposite aree o fasce laterali esterne alla carreggiata, entrambe con immissioni ed uscite concentrate.
- E) **STRADA URBANA DI QUARTIERE:** strada ad unica carreggiata con almeno due corsie, banchine pavimentate e marciapiedi; per la sosta sono previste aree attrezzate con apposita corsia di manovra, esterna alla carreggiata.
- F) **STRADA LOCALE:** strada urbana od extraurbana opportunamente sistemata ai fini di cui al comma 1 non facente parte degli altri tipi di strade."

Inoltre è necessario definire gli elementi costitutivi dello spazio stradale:

- **Banchina:** parte della strada libera da qualsiasi ostacolo compresa tra il margine della carreggiata e il più vicino tra i seguenti elementi: marciapiede, spartitraffico, arginello, ciglio interno della cunetta, ciglio superiore della scarpata nei rilevati. Si distingue in:

1. "Banchina in destra", che ha funzione di franco laterale destro; è di norma pavimentata ed è sostituita, in alcuni tipi di sezione, dalla corsia di emergenza.
 2. "Banchina in sinistra", che è la parte pavimentata del margine interno.
- **CARREGGIATA:** parte della strada destinata allo scorrimento dei veicoli; essa è composta da una o più corsie di marcia; è pavimentata ed è delimitata da strisce di margine (segnaletica orizzontale).
 - **CONFINE STRADALE:** limite della proprietà stradale quale risulta dagli atti di acquisizione o dalle fasce di esproprio del progetto approvato; in mancanza, il confine è costituito dal ciglio esterno del fosso di guardia o della cunetta, ove esistenti, o dal piede della scarpata se la strada è in rilevato o dal ciglio superiore della scarpata se la strada è in trincea.
 - **CORSIA:** parte longitudinale della strada, normalmente delimitata da segnaletica orizzontale, di larghezza idonea a permettere il transito di una sola fila di veicoli. Si distingue in:
 - a) *corsia di marcia:* corsia facente parte della carreggiata, destinata alla normale percorrenza o al sorpasso;
 - b) *corsia riservata:* corsia di marcia destinata alla circolazione esclusiva di una o solo di alcune categorie di veicoli;
 - c) *corsia specializzata:* corsia destinata ai veicoli che si accingono ad effettuare determinate manovre, quali svolta, attraversamento, sorpasso, decelerazione, accelerazione, manovra per la sosta o che presentino basse velocità (corsia di arrampicamento) o altro;
 - d) *corsia di emergenza:* corsia, adiacente alla carreggiata, destinata alle soste di emergenza, al transito dei veicoli di soccorso ed, eccezionalmente, al movimento dei pedoni.
 - **DISPOSITIVO DI RITENUTA:** Elemento tendente ad evitare la fuoriuscita dei veicoli dalla piattaforma o comunque a ridurre le conseguenze dannose. E' contenuto all'interno dello spartitraffico o del margine esterno alla piattaforma.
 - **FASCIA DI PERTINENZA:** striscia di terreno compresa tra la carreggiata più esterna e il confine stradale. E' parte della proprietà stradale e può essere utilizzata solo per la realizzazione di altre parti della strada.
 - **FASCIA DI RISPETTO:** striscia di terreno, esterna al confine stradale, sulla quale esistono vincoli alla realizzazione, da parte del proprietario del terreno, di scavi, costruzioni, recinzioni, piantagioni, depositi e simili. Per la larghezza vedere gli articoli 26, 27 e 28 del Regolamento del Codice della Strada.
 - **MARCIAPIEDE:** parte della strada, esterna alla carreggiata, rialzata o altrimenti delimitata e protetta, destinata ai pedoni.

- **MARGINE INTERNO:** parte della piattaforma che separa carreggiate percorse in senso opposto.
- **MARGINE LATERALE:** parte della piattaforma che separa carreggiate percorse nello stesso senso.
- **MARGINE ESTERNO:** parte della sede stradale, esterna alla piattaforma, nella quale trovano sede cigli, cunette, arginelli, marciapiedi e gli elementi di sicurezza o di arredo (dispositivi di ritenuta, parapetti sostegni, ecc.).
- **PIATTAFORMA:** parte della sede stradale che comprende i seguenti elementi:
 - a) una o più carreggiate complanari, di cui la corsia costituisce il modulo fondamentale;
 - b) le banchine in destra e in sinistra;
 - c) i margini (eventuali) interno e laterale (comprensivi delle banchine);
 - d) le corsie riservate, le corsie specializzate, le fasce di sosta laterale e le piazzole di sosta o di fermata dei mezzi pubblici (se esistenti).
- **SEDE STRADALE:** superficie compresa entro i confini stradali.
- **SPARTITRAFFICO:** parte non carrabile del margine interno o laterale, destinata alla separazione fisica di correnti veicolari. Comprende anche lo spazio destinato al funzionamento (deformazione permanente) dei dispositivi di ritenuta.

Gli elementi che costituiscono lo spazio stradale sono mostrati in figura 3.2

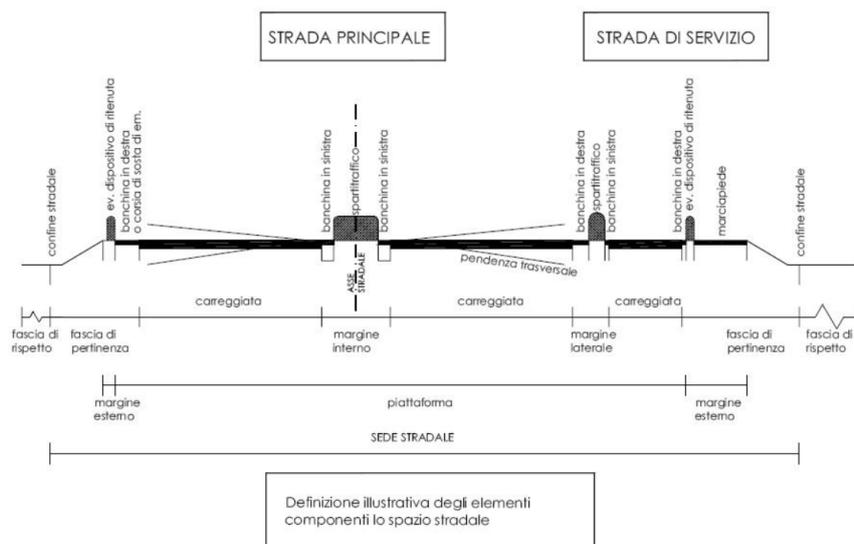


Figura 3.2: Elementi costituenti lo spazio stradale

3.2 ANDAMENTO PLANIMETRICO DELL'ASSE

Per la definizione dell'asse di una strada si studia separatamente l'andamento altimetrico e quello planimetrico.

Nel caso di andamento planimetrico, nelle strade a carreggiata unica, l'asse è definito dall'asse della carreggiata stessa; nel caso di strade a due carreggiate complanari, l'asse è collocato a metà del margine interno. In tutti gli altri casi vanno considerati due assi distinti.

Il tracciato planimetrico è costituito da una successione elementi, quali: rettilifi, curve circolari e clotoidi; quello altimetrico è composto da una successione di livellette e di raccordi verticali parabolici.

Al fine di garantire il miglior compromesso tra sicurezza, comfort e soddisfacimento dal punto di vista ottico, tra rettilifo e curva, così come tra curva e curva, è obbligatorio l'inserimento di clotoidi (qualsiasi sia il raggio delle curve o qualsiasi sia il tipo di strada).

Per esser percepiti correttamente dall'utente, tutti gli elementi del tracciato devono avere uno sviluppo né troppo breve, né troppo lungo e le soluzioni devono esser compatibili con le velocità di progetto.

Di seguito sono stati analizzati tutti gli elementi del tracciato planimetrico, secondo la Normativa [18]

3.2.1 Rettilifi

Per evitare il superamento delle velocità consentite, la monotonia, la difficile valutazione delle distanze e per ridurre l'abbagliamento nella guida notturna i rettilifi devono avere lunghezza L_r non superiore a:

$$L_r = 22 \times V_{p,max} \quad (3.1)$$

dove $V_{p,max}$ è la velocità di progetto massima relativa ai diversi tipi di strada.

Un rettilifo, per poter esser percepito come tale dal guidatore, deve avere anche una lunghezza minima relazionata alla velocità di progetto secondo la Tabella 1.

Per velocità di progetto si intende quella massima desunta dal diagramma per il rettilifo considerato.

Velocità max (km/h)	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
Lunghezza min. (m)	30	40	50	65	90	115	150	190	250	300
Lunghezza max. (m)	245	305	365	430	490	550	610	670	735	795

Tabella 1: Valori limite rettilifo

3.2.2 Curve Circolari

Una curva circolare, per essere correttamente percepita, deve avere uno sviluppo corrispondente ad un tempo di percorrenza di almeno 2.5 secondi valutato con riferimento alla velocità di progetto della curva.

I rapporti tra i raggi R_1 e R_2 di due curve circolari che, con l'inserimento di un elemento a curvatura variabile, si succedono lungo il tracciato di strade di tipo A,B,C e D, sono regolati dall'abaco riportato in figura 3.5.

Tra un rettilo di lunghezza L_r e i raggi delle curve (precedente e seguente) collegate al rettilo stesso, deve essere rispettata la relazione:

$$\begin{cases} R > L_r & \text{per } L_r < 300\text{m} \\ R > 400 & \text{per } L_r \geq 300\text{m} \end{cases} \quad (3.2)$$

In particolare per le strade di tipo A e B tale rapporto deve collocarsi nella "zona buona", mentre per le restanti si può utilizzare anche la "zona accettabile".

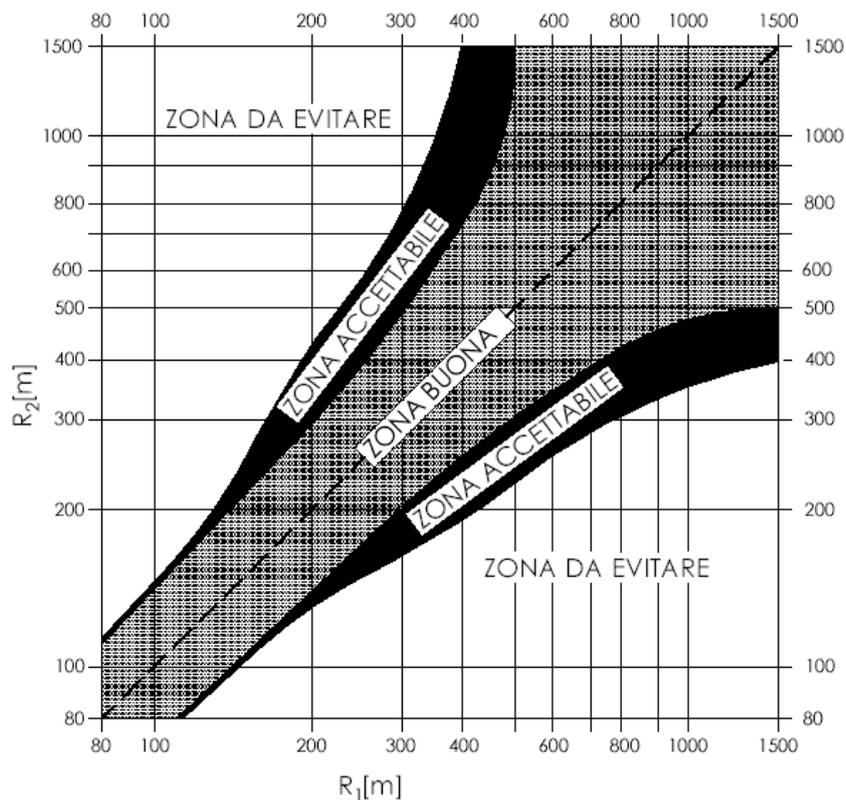


Figura 3.3: Range dei valori accettabili del raggio di due curve successive

3.2.3 Curve a raggio variabile: Clotoidi

Le clotoidi sono curve a raggio variabile che vengono inserite tra elementi a curvatura differente. Tali curve vengono utilizzate al fine di:

- ridurre l'effetto della variazione dell'accelerazione centrifuga (contraccollo);
- limitare la pendenza longitudinale dei cigli (linee di estremità della carreggiata);
- favorire la corretta percezione della curvatura dell'asse.

Matematicamente la clotoide, detta anche spirale di Cornu o spirale di Eulero, è una curva trascendente, ovvero non esprimibile mediante equazioni algebriche. Tale curva varia la curvatura linearmente lungo la sua lunghezza (fig.3.4) ed è particolarmente utilizzata al fine di ottenere traiettorie il quanto più continue e regolari, per evitare il brusco passaggio da rettilinei (a curvatura nulla) a tratti a curvatura elevata (es. tratti di circonferenza).

Come definito in [18], è espressa tramite l'equazione di Cesaro ¹

$$\rho = \frac{s^n}{A^{n+1}} \quad (3.3)$$

dove:

- ρ è la curvatura
- s l'ascissa curvilinea
- A è un parametro di scala
- n è un valore costante che per la clotoide usuale è pari 1

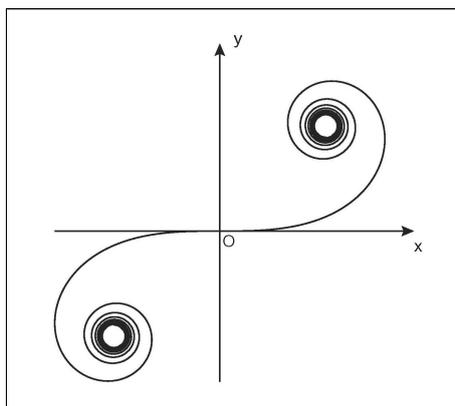


Figura 3.4: Rappresentazione della clotoide sul piano cartesiano

¹ L'equazione di Cesaro è un'equazione intrinseca di una curva piana che esprime la relazione tra la curvatura e la sua ascissa curvilinea.

Esprimendo la curvatura $\rho = \frac{1}{R}$, con R il raggio di curvatura, si ottiene :

$$R \times s^n = A^{n+1} \quad (3.4)$$

che per una clotoide usuale diviene:

$$R \times s = A^2 \quad (3.5)$$

Applicando il **Teorema fondamentale del calcolo integrale**, si ottiene una parametrizzazione della clotoide:

$$\begin{cases} x(s) = A \int_0^s \cos\left(\frac{\pi}{2}u^2\right) du \\ y(s) = A \int_0^s \sin\left(\frac{\pi}{2}u^2\right) du \end{cases} \quad (3.6)$$

Tali integrali sono gli **integrali di Fresnel** e l'intervallo di integrazione è $[0, s]$, dove $s \in [0, L]$ rappresenta la coordinata curvilinea, ovvero la posizione variabile rispetto all'origine $(0, 0)$ ed L è la lunghezza della curva.

La curvatura ρ della clotoide è definita da:

$$\rho(s) = \sigma s + \rho_0 \quad (3.7)$$

con:

- $\sigma = \frac{d\rho}{ds}$ = è la variazione della curvatura rispetto alla distanza s percorsa dalla curva.

L'angolo di orientamento è possibile ottenerlo integrando la curvatura:

$$\psi(s) = \int_0^s \rho(u) du = \frac{\sigma}{2}s^2 + \rho_0 s + \psi_0 \quad (3.8)$$

Pertanto le equazioni parametriche che esprimono la clotoide unitaria, ovvero la clotoide per cui il fattore di scala sia unitario ($A=1$), nel piano $x - y$ sono date da:

$$\begin{cases} x(s) = \int_0^s \cos\psi(u) du \\ y(s) = \int_0^s \sin\psi(u) du \end{cases} \quad (3.9)$$

Supponendo di avere l'angolo di orientamento $\psi_0 = 0$ e la curvatura iniziale $\rho_0 = 0$, si ottiene l'equazione della clotoide unitaria espressa con gli integrali di Fresnel:

$$\begin{cases} x(s) = \int \cos\left(\frac{\sigma s^2}{2}\right) ds = \sqrt{\frac{\pi}{\sigma}} C\left(\frac{\sigma}{\pi}s\right) \\ y(s) = \int \sin\left(\frac{\sigma s^2}{2}\right) ds = \sqrt{\frac{\pi}{\sigma}} S\left(\frac{\sigma}{\pi}s\right) \end{cases} \quad (3.10)$$

$$\begin{cases} S(x) = \text{fresnel}_s(x) = \int \sin\left(\frac{\pi}{2}u^2\right) du \\ C(x) = \text{fresnel}_c(x) = \int \cos\left(\frac{\pi}{2}u^2\right) du \end{cases} \quad (3.11)$$

In definitiva, una clotoide è definita dalla seguente formulazione parametrica:

$$\begin{cases} \rho(s) = \sigma s + \rho_0 \\ \psi(s) = \int_0^s \rho(u) du \\ x(s) = A \int_0^s \cos\psi(u) du \\ y(s) = A \int_0^s \sin\psi(u) du \end{cases} \quad (3.12)$$

In linguaggio Matlab tutto ciò è stato "tradotto" attraverso il seguente script:

```
%% Clotoide parametrizzata

sigma = 1;

s_clotoide = [0:0.01:s_tab(j)];
rho_cl = sigma.*s_clotoide;
psi_cl = cumtrapz(0.01,rho_cl);

x_cl = A *cumtrapz(0.01,cos(psi_cl));
y_cl = A *cumtrapz(0.01,sin(psi_cl));

rho_cl_def = rho_cl/A; %è il valore della curvatura epurato dal fattore di scala
s_clotoide_def = s_clotoide .* A;
```

Figura 3.5: Script Matlab Clotoide

Per risolvere tale sistema è necessario definire:

- σ : unitario, secondo le normative per il progetto stradale [27];
- A : il parametro di scala (valutato nel paragrafo successivo);
- s : l'ascissa curvilinea, scelta tra un range di valori definiti dalla normativa.

Nelle immagini seguenti è interessante osservare l'influenza del fattore di scala (A) e della sharpness (σ) sull'andamento della clotoide.

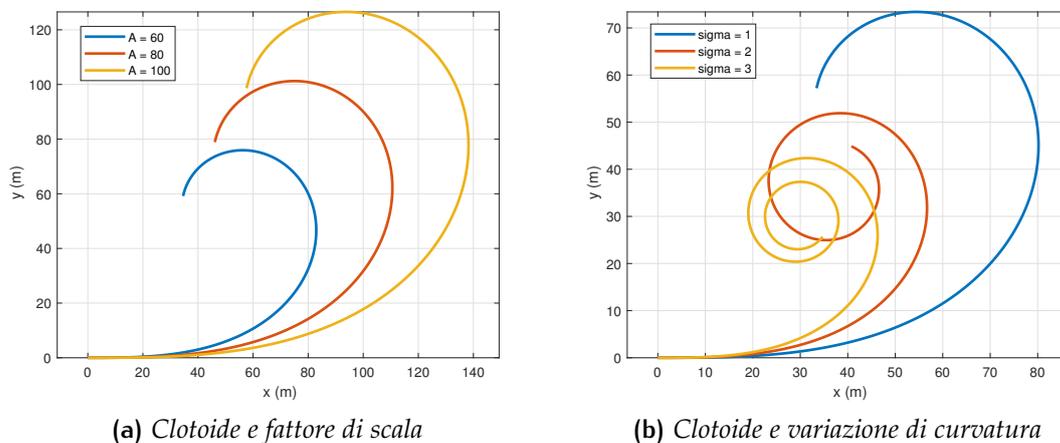


Figura 3.6: Clotoide in funzione del fattore di scala e della sharpness

Si può notare come all'aumentare del fattore di scala la clotoide tende a "distendersi" sull'asse delle ascisse, diversamente all'aumentare della sharpness si ha un andamento molto più "ripido" ed a parità di ascissa curvilinea la curva compie più giri.

- **OSSERVAZIONE**

Si valutano, per completezza, quali sarebbero le equazioni nel caso in cui la variazione di curvatura σ non sia presente, o trascurabile. Dal sistema di equazioni 3.12, imponendo ρ costante e $\psi_0 = 0$ si ottiene l'equazione della circonferenza:

$$\begin{cases} \Delta x = \int \cos\psi(s) ds = \frac{\sin(\rho\Delta s)}{\rho} \\ \Delta y = \int \sin\psi(s) ds = \frac{1 - \cos(\rho\Delta s)}{\rho} \end{cases} \quad (3.13)$$

Nel caso di $\rho = 0$ si ottiene l'equazione della retta:

$$\begin{cases} \Delta x = \int \cos\psi_0 ds = \cos\psi_0\Delta s \\ \Delta y = \int \sin\psi_0 ds = \sin\psi_0\Delta s \end{cases} \quad (3.14)$$

3.3 VERIFICA DEL PARAMETRO DI SCALA

- **Criterio 1 : Limitazione del contraccolpo**

Per ottenere una variazione graduale dell'accelerazione trasversale (contraccolpo c) lungo un arco di clotoide, per la clotoide deve essere verificata la seguente relazione:

$$A > A_{\min} = \sqrt{\frac{v^3}{c} - \frac{gvR(q_f - q_i)}{c}} \quad (3.15)$$

dove:

- $q_i = \frac{i_{ci}}{100}$, con i_{ci} pendenza trasversale nel punto iniziale della clotoide;
- $q_f = \frac{i_{cf}}{100}$, con i_{cf} pendenza trasversale nel punto finale della clotoide;
- v = velocità espressa in m/s;
- R = raggio dell'arco di cerchio da raccordare;

La normativa permette di utilizzare un'equazione semplificata trascurando il secondo termine dell'espressione ed assumendo per il contraccolpo il valore limite:

$$c = c_{\max} = \frac{50,4}{v} \quad [\text{m/s}^3] \quad (3.16)$$

si ottiene:

$$A \geq \sqrt{\frac{v^3}{c}} \quad (3.17)$$

Questa sarà la formula che utilizzeremo successivamente nel calcolo del fattore di scala.

Osservazione : Contraccolpo (Jerk)

Il contraccolpo (Jerk) matematicamente misura la variazione dell'accelerazione centrifuga ed è una misura fondamentale del comfort di marcia nei tratti curvilinei.

$$j = \frac{d\vec{a}}{dt} = \frac{1}{m} \frac{dF}{dt} \quad [\text{m}^3/\text{s}] \quad (3.18)$$

Dalla 3.18 è possibile notare come il jerk può esser accusato dal passeggero come un aumento/decremento della forza agente sul corpo.

Definendo l'accelerazione centripeta come:

$$\vec{a}_c = \frac{\vec{v}^2}{R} \quad (3.19)$$

Risulta fondamentale l'utilizzo di curve a raggio R variabile (con R che varia lentamente), in modo da limitare il contraccolpo che potrebbe generare situazioni di malessere sui passeggeri.

- **Criterio 2 : Sovrapendenza longitudinale delle linee di estremità della carreggiata**

Nelle sezioni di estremità di un arco di clotoide la carreggiata stradale presenta differenti assetti trasversali, che vanno raccordati longitudinalmente, introducendo una sovrappendenza nelle linee di estremità della carreggiata rispetto alla pendenza dell'asse di rotazione.

Nel caso in cui il raggio iniziale sia di valore infinito (rettilineo o punto di flesso), il parametro deve verificare la seguente disuguaglianza:

$$A > A_{\min} = \sqrt{\frac{R}{\Delta i_{\max}} 100 B_i (q_i + q_f)} \quad (3.20)$$

dove:

- B_i = distanza in [m] fra l'asse di rotazione e l'estremità della carreggiata all'inizio della curva a raggio variabile;
- Δi_{\max} è la sovrappendenza longitudinale massima della linea costituita dai punti che distano B_i dall'asse di rotazione. In assenza di allargamento tale linea coincide con l'estremità della carreggiata
- $q_i = \frac{i_{ci}}{100}$ con i_{ci} valore assoluto della pendenza trasversale iniziale;
- $q_f = \frac{i_{cf}}{100}$ con i_{cf} valore assoluto della pendenza trasversale finale.

Nel caso in cui anche il raggio iniziale sia di valore finito (continuità) il parametro deve verificare la seguente disuguaglianza:

$$A \geq A_{\min} = \sqrt{\frac{B_i (q_f - q_i)}{\left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_f}\right) \frac{\Delta i_{\max}}{100}}} \quad (3.21)$$

con :

- R_i = raggio nel punto iniziale della curva a raggio variabile;
 - R_f = raggio nel punto finale della curva a raggio variabile;
- **Criterio 3 : Ottico** Per garantire la percezione ottica del raccordo deve essere verificata la relazione:

$$A \geq R/3 \quad (3.22)$$

Inoltre, per garantire la percezione dell'arco di cerchio alla fine della clotoide:

$$A \leq R \quad (3.23)$$

Pertanto, il campo di utilizzazione dei raccordi della clotoide resta definito dai valori ammissibili per il parametro A , come dalla figura 3.7 seguente:

Dove:

$$R_{\min} = \frac{V_{p,\min}^2}{127[f_{t,\max}(v_p) + q_{\max}]} \quad (3.24)$$

- R = raggio della curva [m]
- $V_{p,\min}$ = velocità di progetto minima della curva [km/h]
- $f_{t,\max}$ = quota del coefficiente di aderenza impegnato trasversalmente
- q_{\max} = è la pendenza trasversale massima

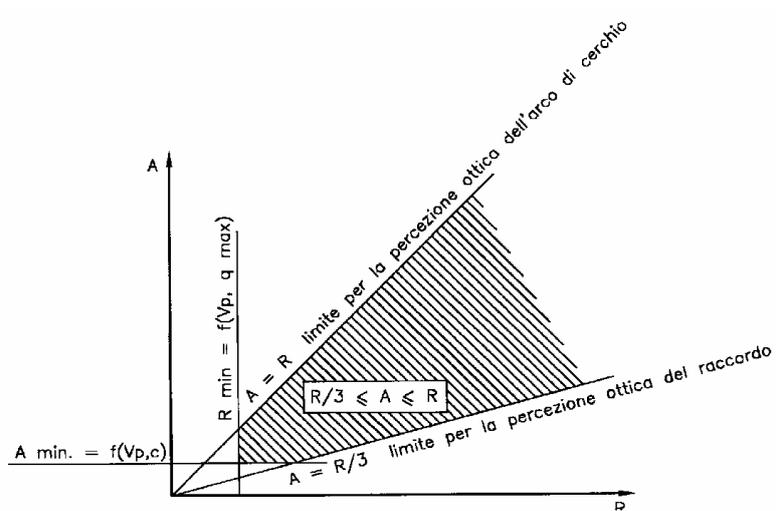


Figura 3.7: Campo di definizione del parametro A , secondo il criterio ottico

La pendenza massima vale 7% ($q = 0.07$) per le strade di tipo A (urbane ed extraurbane), B, C, F extraurbane e strade di servizio extraurbane; vale 5 per le strade di tipo D e 3.5% per le strade di tipo E ed F urbane, nonché per le strade di servizio delle autostrade urbane e delle strade di scorrimento.

3.4 REALIZZAZIONE DI UNA TRAIETTORIA

In questa sezione è stato presentato un esempio di tracciato realizzato rispettando i punti della normativa precedentemente definita.

3.4.1 Strada urbana - Limite di velocità 50 km/h

Il tracciato, una strada urbana di tipo A, è composto da un rettilineo ed una curva circolare, con una clotoide di transizione interposta tra essi, e presenta una velocità massima pari a:

$$V_{p,max} = 50 \text{ km/h} \quad (3.25)$$

Il limite massimo per la lunghezza del rettilineo è, secondo la 3.1:

$$L_r = 22 \times V_{p,max} = 22 \times \frac{50}{3.6} = 306 \text{ m} \quad (3.26)$$

Dalla tabella 1 la lunghezza minima che può assumere un rettilineo, alla velocità di 50 km/h, è pari a 40 m. La lunghezza adottata deve ricadere nel range 40 – 306 m ed in tal caso si è optato per

$$L_{rett} = 80 \text{ m} \quad (3.27)$$

Il raggio minimo utilizzabile, invece, viene valutato considerando il limite inferiore della velocità di progetto (20 km/h) e la pendenza trasversale massima q_{max} (0.07):

$$R_{min} = 12 \text{ m} \quad (3.28)$$

Attraverso l'abaco di figura 3.8 è possibile ottenere un range di riferimento per il raggio della curva circolare e la pendenza trasversale massima.

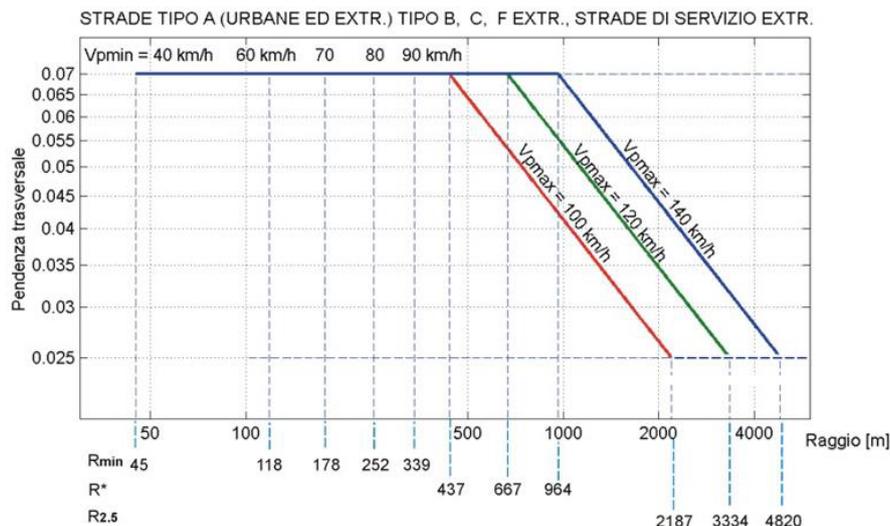


Figura 3.8: Valori Raggio della curva - Pendenza trasversale

Nell'esempio trattato il raggio, considerando una pendenza trasversale massima del valore di 0.07, è dell'ordine dei 75 – 80m.

Al fine di ottenere il valore esatto del raggio di curvatura, si utilizza una formula di equilibrio per un veicolo transitante in curva circolare:

$$\frac{v^2}{R} = g(q_i + f_t) \quad (3.29)$$

dove:

- v è la velocità di progetto = $\frac{50}{3,6}$ [m/s]
- q_i è la pendenza trasversale
- f_t è la quota parte del coefficiente di aderenza impiegato trasversalmente

f_t è stato ricavato dalla seguente tabella, optando per un valore di 0.205 (interpolato) per 50 km/h:

Velocità (km/h)	25	40	60	80	100	120	140
$f_{t,max}$ per strade di tipo A,B,C, F extraurbane, e relative strade di servizio	-	0.21	0.17	0.13	0.11	0.10	0.09
$f_{t,max}$ per strade di tipo A,B,C, F urbane, e relative strade di servizio	0.22	0.21	0.20	0.16	-	-	-

Tabella 2: Aderenza trasversale massima

Sostituendo i valori all'interno della 3.29, si ottiene un $R \approx 95$ m. ²

A tal punto, conoscendo il valore del raggio di curvatura, è possibile ricavare il fattore di scala A della clotoide attraverso i tre criteri indicati dalla normativa italiana D.M. 6792/01), precedentemente descritti. ³

Criterio 1 : Limitazione del contraccolpo

$$A > A_{min} = \sqrt{\frac{v^3}{c}} = 51.56m \quad (3.30)$$

$$\text{con } c = \text{contraccolpomassimo} = \frac{50.4}{50} = 1.008$$

² Si nota un valore più elevato rispetto ai 75-80 m precedenti poichè per le simulazioni si è ipotizzata pendenza trasversale nulla.

³ Il criterio 2 non è stato considerato in quanto si ipotizzano strade a pendenza longitudinale nulla

Criterio 3 : Ottico

$$A \geq R/3 = \frac{95}{3} = 31.7\text{m} \quad (3.31)$$

Inoltre, per garantire la percezione dell'arco di cerchio alla fine della clotoide, deve essere:

$$A \leq R = 95\text{m} \quad (3.32)$$

Infine R_{\min} , secondo la 3.24, risulta pari a 20 m.

Si è optato per un fattore di scala A pari a 70, in base ai valori compresi tra 51.56 e 95.

$$A = 70 \quad (3.33)$$

3.4.2 Costruzione clotoide di transizione

Per procedere con il dimensionamento della clotoide è necessario valutare una serie di parametri (3.9).

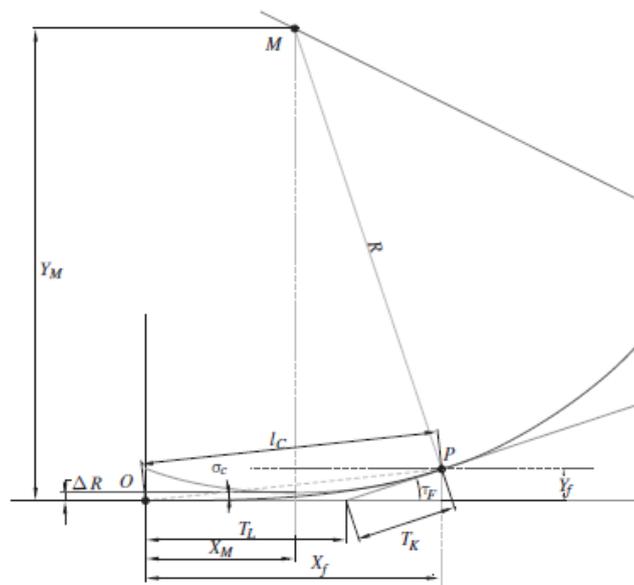


Figura 3.9: Parametri della clotoide

Si utilizzano tabelle relative alla clotoide unitaria per ricavare l'ascissa curvilinea, le coordinate del punto finale e le coordinate del centro della circonferenza collegata.

In tabella si entra con un valore di $r = \frac{R}{A}$, al fine di valutare i restanti valori.

Attraverso il fattore di scala A è possibile ricavare i parametri della clotoide ricercata:

- $R =$ Raggio di curvatura $= r \cdot A = 1.369863 \cdot 70 = 96\text{m}$
- $X_f =$ Ascissa punto finale $= x_f \cdot A = 0.724834 \cdot 70 = 50.74\text{m}$

s	τ_f	x_f	y_f	x_m	y_m	Δr	r
0.725	16.731163	0.720008	0.063200	0.361667	1.355149	0.015839	1.379310
0.730	16.962734	0.724834	0.064508	0.364138	1.386031	0.016168	1.369863
0.735	17.195896	0.729655	0.065833	0.366608	1.377046	0.016501	1.360544

Tabella 3: Parametri clotoide di transizione

- $Y_f =$ Ordinata punto finale $= y_f \cdot A = 0.064508 \cdot 70 = 4.52\text{m}$
- $X_M =$ Ascissa centro curva circolare $= x_M \cdot A = 0.364138 \cdot 70 = 25.49\text{m}$
- $Y_M =$ Ordinata centro curva circolare $= \Delta R + R = 96.016168\text{m}$
- $\Delta R =$ Scostamento $= \Delta R \cdot A = 0.016168 \cdot 70 = 1.14$

Avendo ottenuto i valori della la curvatura (l'inverso del raggio di curvatura), dell'ascissa e dell'ordinata del punto finale della clotoide, attraverso le formule 3.7, 3.8, 3.10 è possibile tracciare la clotoide.

Per il tracciamento, invece, di retta e circonferenza ci rifacciamo alle formule 3.14, 3.13, con l'aggiunta di opportune costanti per traslare il centro da (0,0) a (X_M, Y_M) .

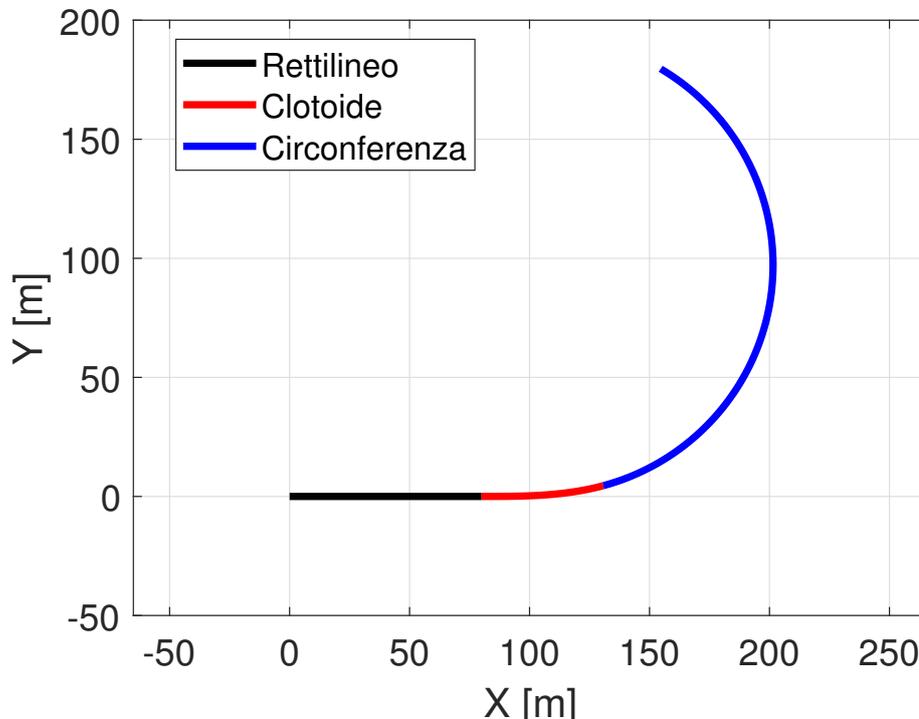


Figura 3.10: Esempio di traiettoria

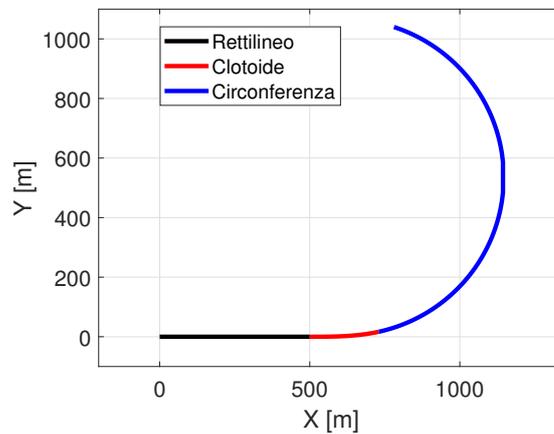
3.4.3 Strada extraurbana e autostrada

In tale paragrafo, seguendo lo stesso iter della costruzione di strada urbana, saranno definiti un percorso extraurbano, uno autostradale ed i vantaggi della sopraelevazione per raggi di curvatura più elevati.

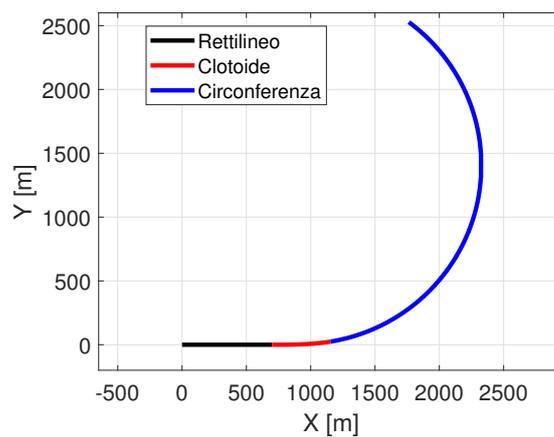
Per le due strade si hanno i seguenti dati:

Tipologia di strada	V_{\max}	$L_{\text{rett.}}$	R	A	X_f	Y_f	X_m	Y_m
ExtraUrbana	90	500	530	350	230.57	16.71	115.32	534.49
Autostradale	130	700	1265	800	454.80	24.65	227.80	1409.68

Tabella 4: Parametri strada extraurbana ed autostrada



(a) *Tratto extraurbano*



(b) *Tratto autostradale*

Figura 3.11: Esempio di percorsi extraurbano ed autostradale secondo Normativa

Per ridurre il raggio di curvatura e migliorare il moto dei veicoli, si è soliti utilizzare la sagomatura trasversale in curva, la quale interagisce direttamente con il raggio di curvatura e la velocità del veicolo. La carreggiata è sempre inclinata verso l'interno della curva stessa con pendenza costante (q).

Secondo la normativa questa non deve superare un certo valore, come è possibile vedere nella tabella successiva:

	Tipo di strada		
	A,B,C,F extra	D	E,F urb.
q_{\max}	7%	5%	3.5%

Tabella 5: Pendenza trasversale strade

In una curva circolare di raggio R , percorsa a velocità v costante, il veicolo (di peso P) è soggetto ad una forza centrifuga F_c pari a:

$$F_c = \frac{P}{g} \cdot \frac{v^2}{R} \quad (3.34)$$

Durante il moto si genera una forza d'attrito tangenziale (F_t), dovuta al contatto tra pneumatico e asfalto, pari a:

$$F_t = f_t \cdot P \quad (3.35)$$

Affinchè il veicolo mantenga la traiettoria, deve verificarsi:

$$F_t \geq F_c \quad (3.36)$$

Definita **equilibrio allo slittamento**

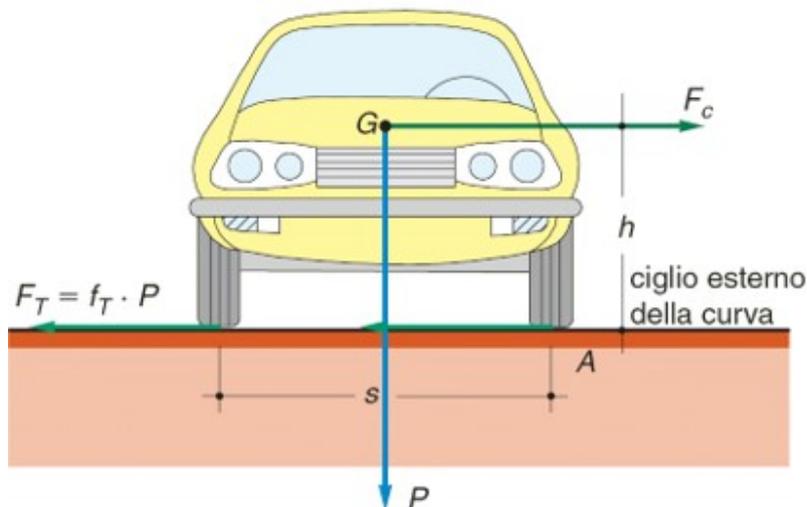


Figura 3.12: Curve circolari con piattaforma orizzontale

La sagomatura, o sopraelevazione in tal caso, permette di avere una maggior regolarità del moto grazie alla nascita di una componente della forza peso (P) che va ad equilibrare, in parte, la forza centrifuga F_c . Tale componente permette di ridurre la forza laterale sviluppata dagli pneumatici in curva (fig. 3.13).

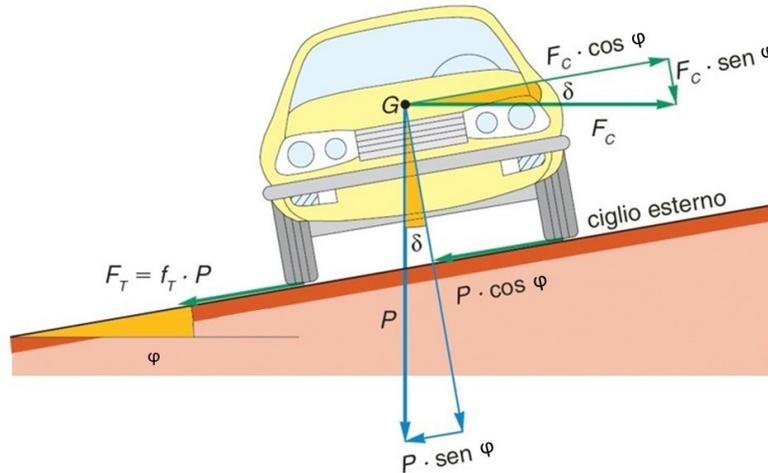


Figura 3.13: Curve circolari con piattaforma orizzontale

Per definizione di pendenza:

$$\varphi = \arctan(q) \quad (3.37)$$

A questo punto è possibile valutare l'effetto positivo della sopraelevazione, la quale ci permette di ottenere un raggio di curvatura inferiore a parità di raggio di percorrenza, come si può vedere nella figura successiva:

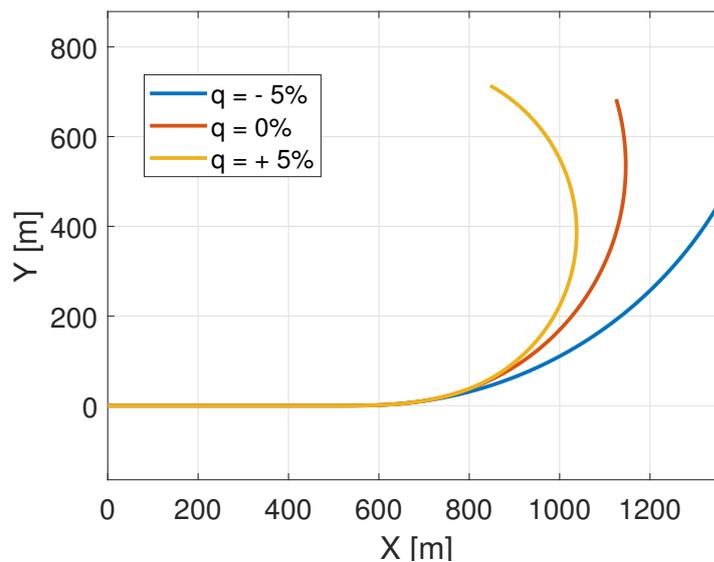


Figura 3.14: Curve circolari con piattaforma orizzontale

Si è passati da un raggio della circonferenza di 970 m con una sagomatura negativa del 5 % ad un raggio di 375 m con una sagomatura positiva del 5%.

4

CALCOLO ERRORI DI INSEGUIMENTO TRAIETTORIA

Sempre più attenzione negli ultimi anni è stata dedicata alla guida autonoma grazie al miglioramento progressivo della tecnologia.

Gli studi fatti in letteratura sono molteplici ed uno degli aspetti più trattati è stato l'inseguimento della traiettoria, focalizzandosi sulla sicurezza e sul comfort del passeggero.

In tale sezione, per definire la posizione di un veicolo, saranno utilizzate le formule di Serret-Frenet [Appendice A], considerando un sistema di riferimento mobile lungo la curva desiderata. Successivamente, tramite l'utilizzo di controllore per definire l'angolo di sterzo, sarà valutato l'errore tra la traiettoria effettiva del veicolo e quella di riferimento.

4.1 MODELLO CINEMATICO PER L'ERRORE DI INSEGUIMENTO DELLA TRAIETTORIA

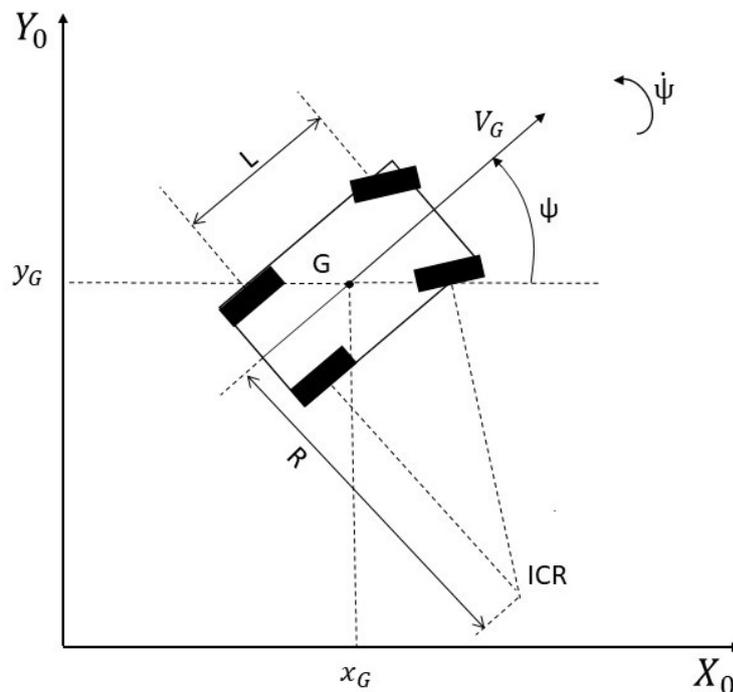


Figura 4.1: Modello cinematico del veicolo a quattro ruote

Inizialmente è stata considerata la cinematica di un modello a bicicletta, con varie ipotesi semplificative:

- Velocità costante;
- Angoli di deriva (formati tra il piano medio della ruota anteriore e posteriore ed i rispettivi vettori velocità del centro ruota) piccoli, pertanto velocità basse e approssimabili a zero;
- Passo L (distanza tra i centri delle ruote) piccolo rispetto al raggio R ;
- ICR = centro di rotazione, l'incrocio delle due rette perpendicolari alle ruote stesse.
- Ruote indeformabili.

Il controllo di un veicolo si basa sulla velocità e sull'angolo di sterzo, pertanto tale sistema può esser descritto dalle seguenti coordinate generalizzate:

$$\mathbf{q} = (x, y, \psi)^T \quad (4.1)$$

G è il baricentro del veicolo (fig.4.1) ed è definito dalle coordinate (x_G, y_G) che ne denotano la posizione nel sistema di riferimento inerziale, mentre ψ rappresenta l'angolo di imbardata (orientamento del veicolo rispetto al sistema di riferimento).

Da semplici considerazioni geometriche è possibile correlare la curvatura ρ all'angolo di sterzo δ (fig.4.2):

$$\frac{L}{R} = \tan\delta(s); \quad \rho(s) = \frac{1}{R} \quad (4.2)$$

$$\rho(s) = \frac{\tan\delta(s)}{L} \quad (4.3)$$

In tal modo è possibile definire il modello cinematico attraverso la seguente formulazione differenziale:

$$\begin{cases} \dot{x}_G = V_G(t) \cos\psi(t) \\ \dot{y}_G = V_G(t) \sin\psi(t) \\ \dot{\psi} = \frac{V_G(t)}{L} \tan\delta(t) \end{cases} \quad (4.4)$$

dove:

- $V_G(t)$ =velocità di avanzamento al tempo t ;

Considerando il veicolo a velocità costante, utilizzare s o t è indifferente, a meno di un fattore moltiplicativo $ds = vdt$.

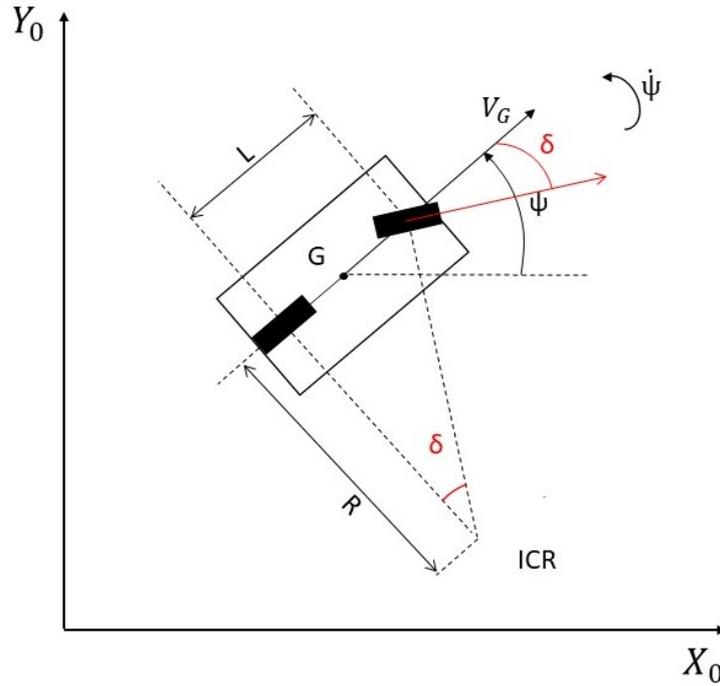


Figura 4.2: Modello cinematico del veicolo - Modello a bicicletta

Il modello cinematico, pertanto, diventa:

$$\begin{cases} \dot{x}_G = \cos\psi(s) \\ \dot{y}_G = \sin\psi(s) \\ \dot{\psi} = \frac{\tan\delta(s)}{L} = \rho(s) \end{cases} \quad (4.5)$$

4.1.1 Sistema di riferimento Serret-Frenet

La posizione di un veicolo può essere descritta, oltre che rispetto ad un sistema inerziale fisso, rispetto ad un percorso desiderato. Attraverso le formule di Serret-Frenet, pertanto, può essere fissato sul percorso stesso un sistema di riferimento mobile. Il percorso è parametrizzato rispetto ad un'ascissa curvilinea $s(t)$ ed è caratterizzato da una curvatura $\rho(s)$ (ovvero l'inverso del raggio del cerchio tangente al percorso in un determinato punto caratterizzato dal parametro s) (fig.4.3).

Si può notare come l'orientamento del sistema di riferimento mobile soddisfi la seguente equazione:

$$\dot{\psi}_r = \frac{\dot{s}}{R}; \quad \rho(s) = \frac{1}{R} \quad (4.6)$$

$$\dot{\psi}_r = \pm\rho(s)\dot{s} \quad (4.7)$$

Il segno è definito dalla direzione del sistema di riferimento di Serret-

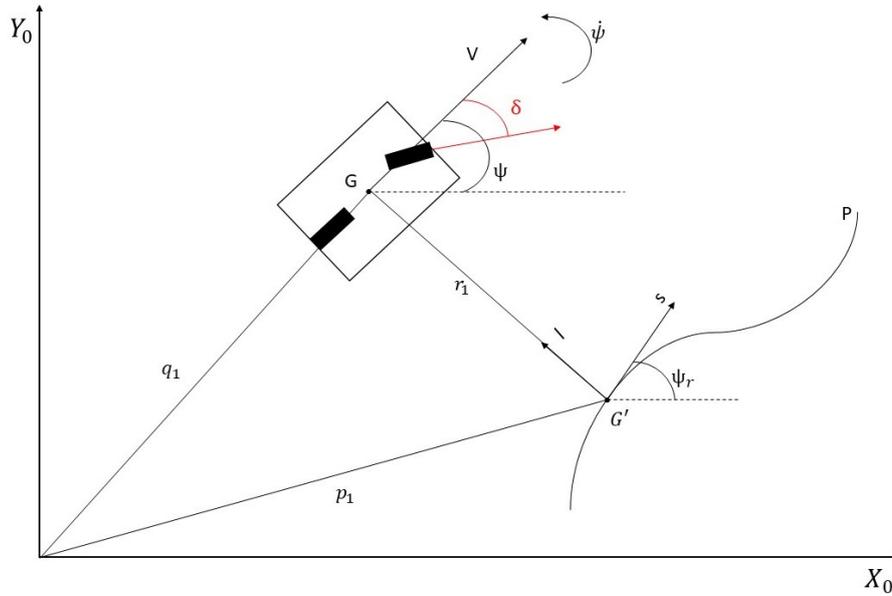


Figura 4.3: Sistema di riferimento mobile

Frenet (positivo se destrorso, negativo viceversa).

Tramite tale approccio, l'obiettivo è far seguire al veicolo la traiettoria desiderata, ovvero minimizzare la distanza $G-G'$, portando a zero sia l'errore di orientazione che la deviazione laterale.

Il punto G' è definito unicamente se sono soddisfatte le seguenti relazioni:

- La curvatura è limitata superiormente, ovvero il percorso desiderato non può essere troppo "curvo" ;
- il veicolo non può muoversi troppo lontano dalla traiettoria.

G' è la proiezione ortogonale del punto G , sul percorso ricercato e la relazione che lega la posizione di G , nel sistema inerziale (X_0, Y_0) e quella di G' nel sistema relativo (s, l) è descritta dall'equazione:

$$q_1 = R_{\psi_r} r_1 + p_1 \quad (4.8)$$

dove:

$$R_{\psi_r} = R = \begin{bmatrix} \cos\psi_r & -\sin\psi_r & 0 \\ \sin\psi_r & \cos\psi_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

è la matrice di rotazione.

q_1 è definito dalla somma vettoriale di r_1 e p_1 nel sistema (X_0, Y_0, Z_0) . I vettori q_1 e p_1 sono definiti nel sistema di riferimento fisso, mentre r_1 nel sistema di riferimento mobile. Il compito della matrice di rotazione è proprio quello di "riportare" r_1 nel sistema fisso (si veda [7] per maggiori dettagli).

Supponendo che la matrice di rotazione vari nel tempo, ovvero $R = R(t)$, è possibile derivare l'equazione 4.14 ed ottenere:

$$\dot{q}_1 = R\dot{r}_1 + \dot{R}r_1 + \dot{p}_1 \quad (4.10)$$

$$R\dot{r}_1 = \dot{q}_1 - \dot{R}r_1 - \dot{p}_1 \quad (4.11)$$

Moltiplicando ambo i membri per $[R]^T$ (la matrice trasposta di R), e sfruttando l'ortogonalità di R per cui $R(t)R^T(t) = I$, si ottiene:

$$\dot{r}_1 = R^T\dot{q}_1 - R^T\dot{R}r_1 - R^T\dot{p}_1 \quad (4.12)$$

Sfruttando le relazioni:

$$r_1 = (0 \quad l \quad 0)^T \quad (4.13)$$

$$q_1 = (x \quad y \quad 0)^T \quad (4.14)$$

$$v_b = \dot{R}^T\dot{p}_1 = (\dot{s} \quad 0 \quad 0)^T \quad (4.15)$$

e le proprietà matriciali:

$$R^T = \begin{bmatrix} \cos\psi_r & \sin\psi_r & 0 \\ -\sin\psi_r & \cos\psi_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$R^T\dot{R} = \begin{bmatrix} \cos\psi_r & \sin\psi_r & 0 \\ -\sin\psi_r & \cos\psi_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin\psi_r\dot{\psi}_r & -\cos\psi_r\dot{\psi}_r & 0 \\ \cos\psi_r\dot{\psi}_r & -\sin\psi_r\dot{\psi}_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\psi}_r & 0 \\ \dot{\psi}_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

è possibile riscrivere la 4.12 in forma matriciale:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \dot{l} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi_r & \sin\psi_r & 0 \\ -\sin\psi_r & \cos\psi_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\psi}_r & 0 \\ \dot{\psi}_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ l \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \dot{s} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

Da tale sistema si evince che:

$$\dot{l} = (-\sin\psi_r \quad \cos\psi_r) \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

$$\dot{s} = (\cos\psi_r \quad \sin\psi_r) \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} + \dot{\psi}_r l \quad (4.20)$$

Riprendendo la 4.7 e mettendo in evidenza \dot{s} :

$$\dot{s}(1 - \rho(s)l) = (\cos\psi_r \quad \sin\psi_r) \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

$$\dot{s} = \frac{(\cos\psi_r \quad \sin\psi_r)}{1 \mp \rho(s)l} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Inoltre è possibile determinare l'errore di orientamento (fig.4.4):

$$\psi_e = \psi - \psi_r \quad (4.23)$$

e la sua derivata rispetto al tempo:

$$\dot{\psi}_e = \dot{\psi} - \dot{\psi}_r \quad (4.24)$$

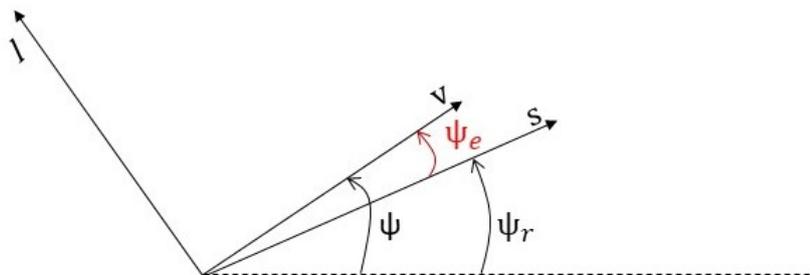


Figura 4.4: Errore di orientamento veicolo

Tramite la 4.19, 4.22 e 4.24 è stato possibile definire il modello cinematico, proiettando ortogonalmente il veicolo sul sistema di riferimento mobile:

$$\begin{cases} \dot{s} = \frac{v \cos(\psi_e)}{1 \mp \rho(s)l} \\ \dot{l} = v \sin(\psi_e) \\ \dot{\psi}_e = v \left(\frac{\tan\delta}{L} \mp \frac{\rho(s) \cos(\psi_e)}{1 \mp \rho(s)l} \right) \end{cases} \quad (4.25)$$

Nelle figure successive, utilizzando dei modelli di inseguimento di traiettoria, è possibile notare l'andamento degli errori lungo il percorso fissato. ¹

¹ In tal caso è stato scelto come modello di inseguimento lo Stanley, che verrà ripreso in dettaglio successivamente

Raggio Circonferenza [m]	Rettilineo [m]	Fattore di scala A
95	80	70

Tabella 6: Caratteristica Traiettoria - Normativa $V_{max} = 50\text{km/h}$

La traiettoria considerata è la seguente:

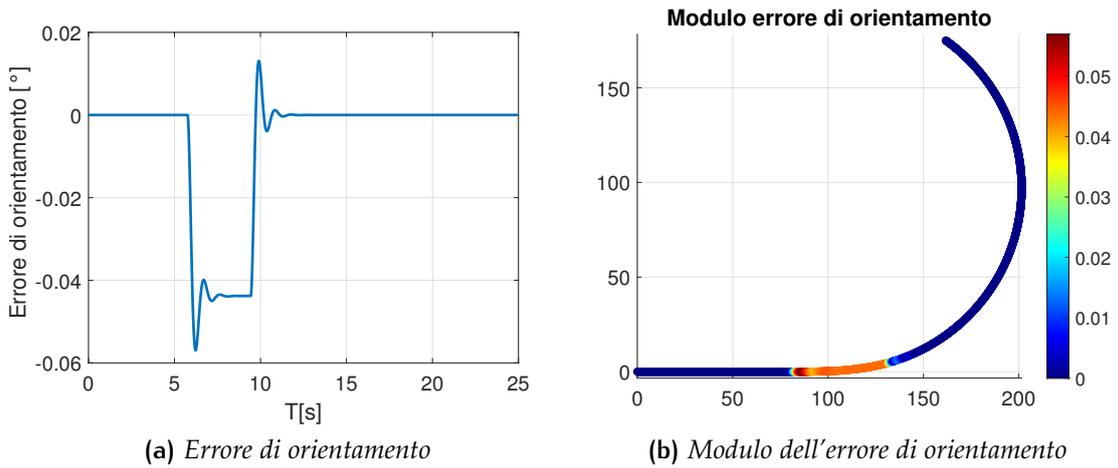


Figura 4.5: Andamento dell'errore di orientamento lungo la traiettoria

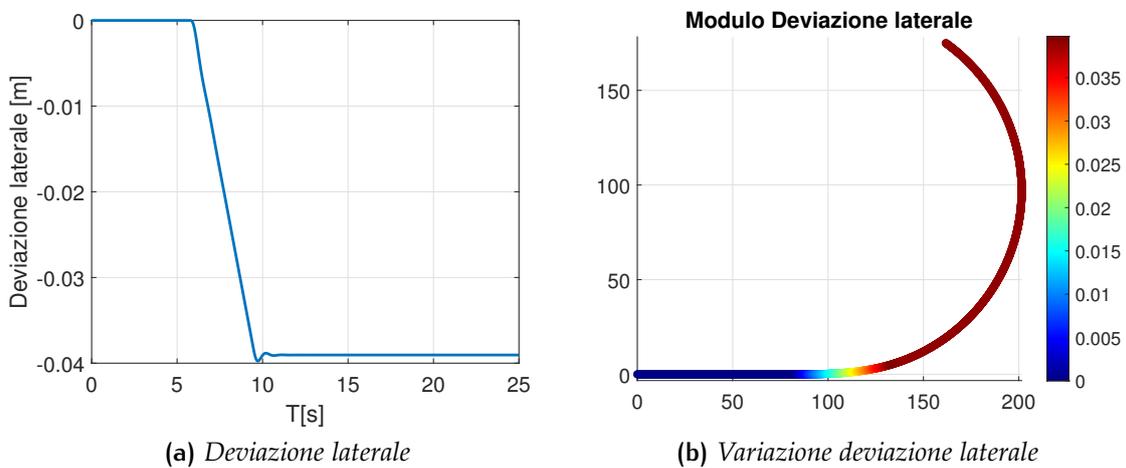


Figura 4.6: Andamento della deviazione laterale lungo la traiettoria

L'inseguimento traiettoria è ottimo, con valori dell'errore laterale nell'ordine dei centesimi di metro.

Si può notare come l'errore di orientamento è nullo sul rettilineo, aumenti lungo la clotoide, per poi annullarsi sulla circonferenza. Diversamente, la deviazione laterale aumenta lungo la clotoide e si stabilizza all'inserimento della circonferenza.

In definitiva, si può affermare che la logica implementata tenda a minimizzare l'errore di orientazione, fino ad annullarlo.

4.2 MODELLO DINAMICO PER L'ERRORE DI INSEGUIMENTO DELLA TRAIETTORIA

Introducendo il modello dinamico l' **angolo di assetto** (β) e gli **angoli di deriva** (α_f) e (α_r) non possono essere più trascurati. La velocità del baricentro, espressa secondo un sistema di riferimento cartesiano solidale al veicolo (x,y,z,G) con il versore (\mathbf{i}) diretto longitudinalmente lungo la la direzione di avanzamento e (\mathbf{j}) in direzione laterale verso sinistra (fig.4.7), può essere espressa nel seguente modo:

$$V_G = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} \quad (4.26)$$

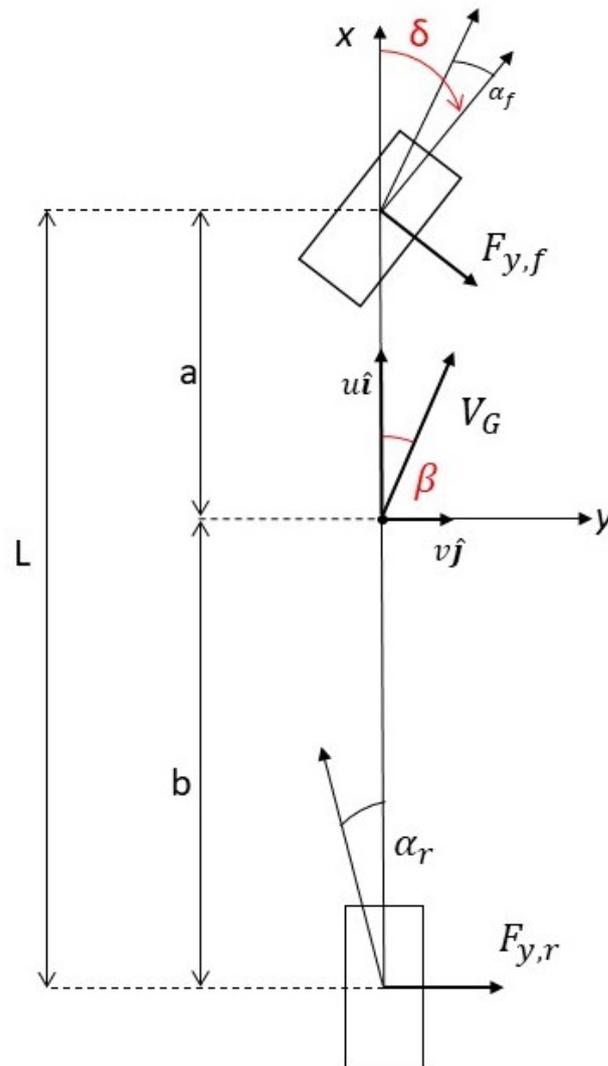


Figura 4.7: Modello single track : Vista dall'alto

Pertanto è possibile calcolare le componenti di velocità del baricentro rispetto al sistema di riferimento inerziale fisso:

$$\begin{cases} \dot{X}_G = u \cos(\psi) - v \sin(\psi) \\ \dot{Y}_G = v \cos(\psi) + u \sin(\psi) \end{cases} \quad (4.27)$$

Riprendendo lo schema del modello cinematico (fig. 4.3), è possibile ottenere un set di equazioni dinamiche, in cui entrano in gioco angolo di assetto e di deriva.

Le relazioni 4.13, 4.14, 4.15 restano invariate, pertanto \dot{l} (velocità con cui varia l'errore laterale), \dot{s} (velocità tangente alla traiettoria) e $\dot{\psi}_e$ (velocità con cui varia l'errore di orientamento) possono essere riprese allo stesso modo:

$$\dot{l} = (-\sin\psi_r \quad \cos\psi_r) \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

$$\dot{s} = \frac{(\cos\psi_r \quad \sin\psi_r)}{1 \mp \rho(s)l} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

$$\dot{\psi}_e = \dot{\psi} - \dot{\psi}_r \quad (4.30)$$

Si definisce in tal modo il modello dinamico, attraverso il seguente set di equazioni:

$$\begin{cases} \dot{s} = \frac{V_G \cos(\psi_e + \beta)}{1 \mp \rho(s)l} \\ \dot{l} = V_G \sin(\psi_e + \beta) \\ \dot{\psi}_e = \dot{\psi} - \dot{\psi}_r \end{cases} \quad (4.31)$$

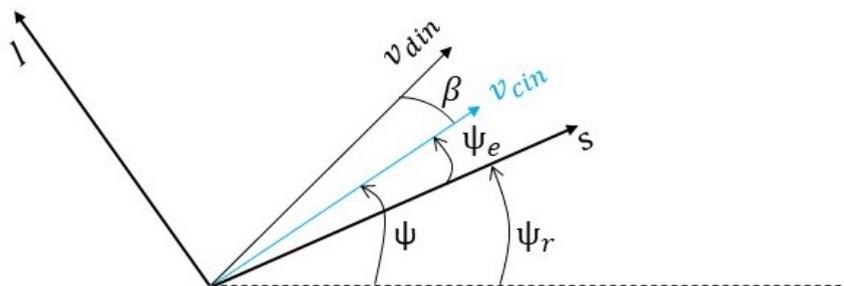


Figura 4.8: Errore di orientamento dinamico veicolo

Considerando lo State Space di un modello a bicicletta e la traiettoria di riferimento, è possibile risolvere il sistema di equazioni degli errori 4.31, come è possibile notare dal modello Simulink seguente:

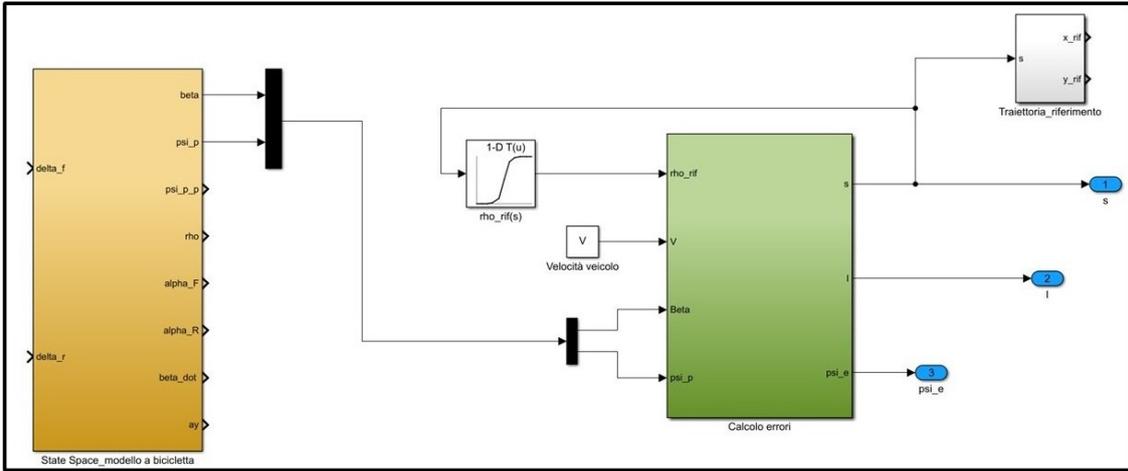


Figura 4.9: Modello di calcolo errori Simulink

Dallo State Space si utilizza la velocità di imbardata $\dot{\psi}$ (per il calcolo di ψ_e) e l'angolo di assetto β (per valutare \dot{s} e \dot{l}), mentre dalla traiettoria di riferimento si utilizza la curvatura ρ , la quale è funzione dell'ascissa curvilinea s . L'ultimo input (in verde in figura 4.10) è la velocità V_G del baricentro veicolo. Per chiudere il loop e risolvere tale sistema è necessario valutare, tramite integrazione, l'ascissa curvilinea (s), l'angolo di errore (ψ_e) e la deviazione laterale (l). Nella figura successiva è possibile vedere in dettaglio il modello Simulink utilizzato per risolvere il set di equazioni:

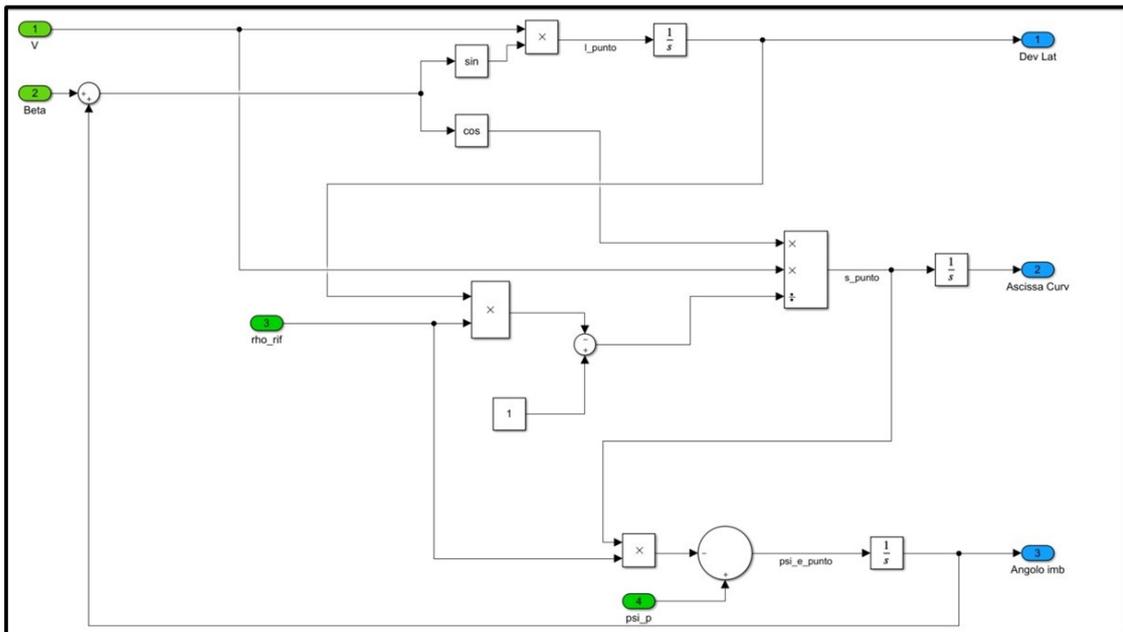


Figura 4.10: Modello di calcolo errori Simulink

A tal punto, come visto precedentemente nel caso cinematico, è possibile tracciare l'andamento degli errori (fig.4.11,4.12) nel caso dinamico per la stessa traiettoria precedente e il seguente modello di veicolo:

massa (kg)	a (m)	b (m)	J_z ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	C_F (N/rad)	C_R (N/rad)
1854	1.1	1.6	2193	$1.8 \cdot 10^5$	$1.5 \cdot 10^5$

Tabella 7: Valori Caratteristici Veicolo

- $C_{F/R}$: rigidezza di deriva anteriore/posteriore

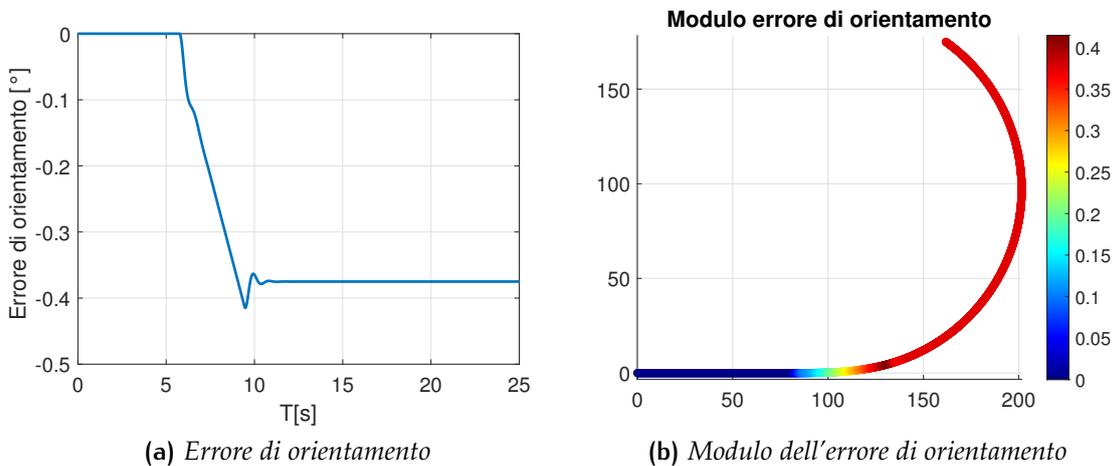


Figura 4.11: Andamento dell'errore di orientamento lungo la traiettoria

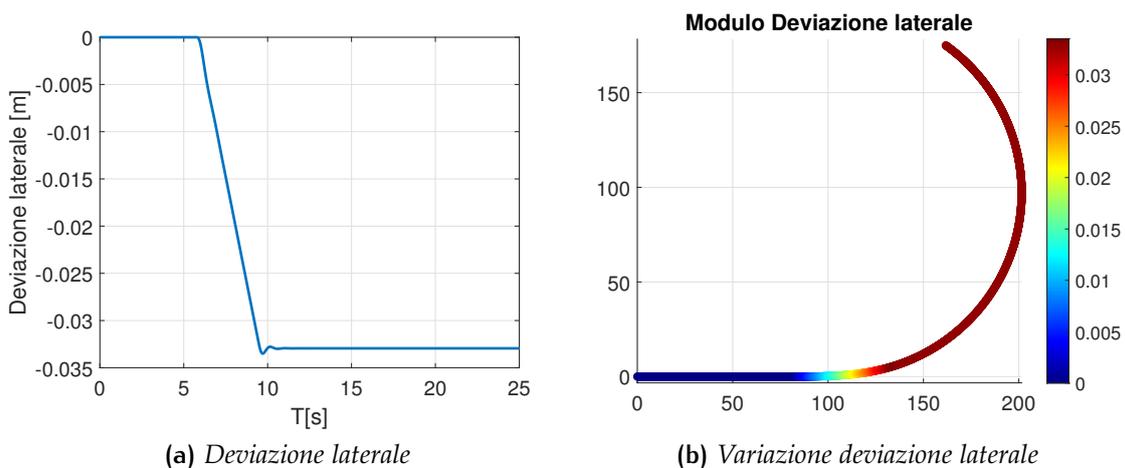


Figura 4.12: Andamento della deviazione laterale lungo la traiettoria

L'andamento della deviazione laterale è identico al caso cinematico, mentre l'errore di orientamento non tende ad azzerarsi dopo la clotoide bensì rimane costante, stabilizzandosi su un valore di circa 0.4° .

Tale valore non è casuale ma, se si considera l'andamento degli stati della dinamica del veicolo, è dovuto proprio alla presenza dell'angolo di assetto β .

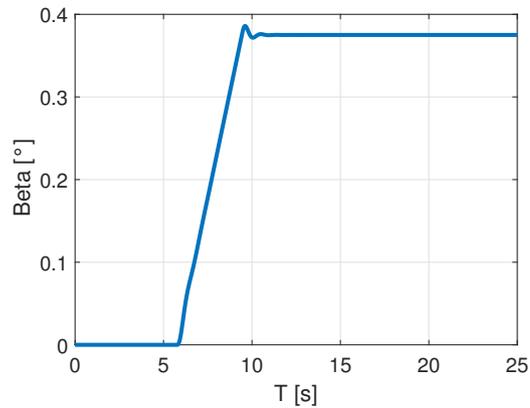


Figura 4.13: Andamento Beta

La dinamica del veicolo influisce in maniera evidente sull'inseguimento della traiettoria: all'aumentare della velocità, a parità di tutte le altre condizioni, gli errori crescono.

Nelle figure successive è possibile definire l'influenza della velocità veicolo (e di conseguenza di β) sull'andamento degli errori.

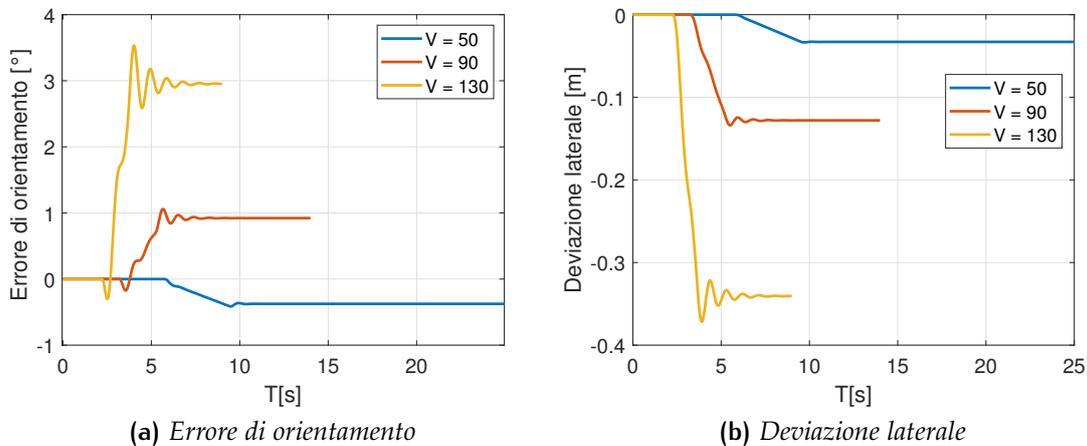


Figura 4.14: Andamento errori al variare della velocità [km/h]

Come si può notare in fig.4.14, passando dai 50 ai 130 km/h, gli errori tendono ad avere un andamento più oscillatorio ed aumentare in modulo.

Soffermandoci sull'errore di orientamento si può osservare che l'andamento, inizialmente negativo e poi positivo, non è concorde con quello della deviazione laterale. Ciò è dovuto alla risposta del veicolo stesso al variare della velocità.

Infatti, analizzando il comportamento dell'angolo di assetto al variare della velocità, è possibile osservare come questo cambi di segno a 70 km/h.

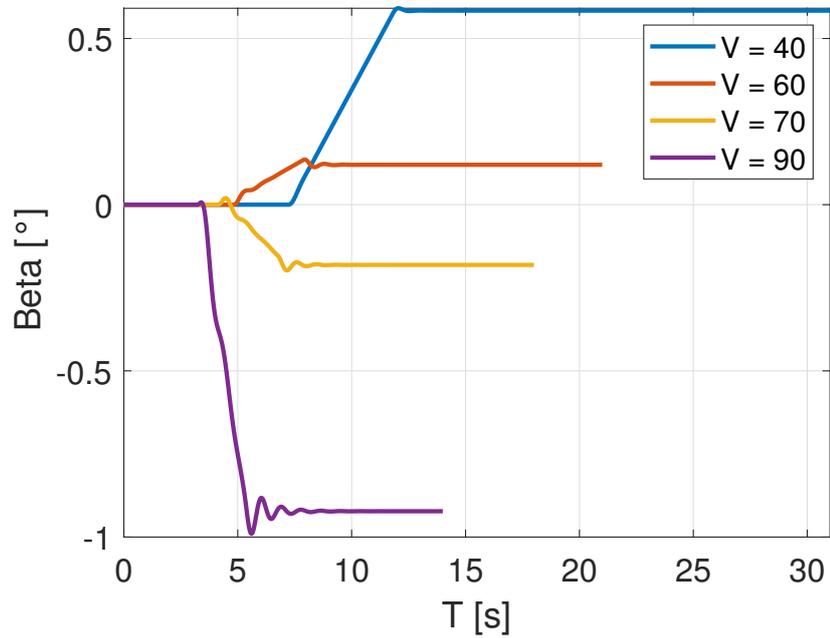


Figura 4.15: Andamento dell'angolo di assetto al variare della velocità

4.3 SISTEMI DI CONTROLLO

La realizzazione di un veicolo a guida autonoma di livello 4-5 richiede la capacità di definire e seguire correttamente la traiettoria desiderata, mediante opportuna sensoristica e modelli di controllo, e l'utilizzo di una logica controllo adatta ad evitare ostacoli e ridefinire opportune traiettorie alternative in grado di evitare collisioni.

In tale sezione verranno analizzati due diversi modelli per il controllo della traiettoria: il "Pure Pursuit" e lo "Stanley".

4.4 PURE PURSUIT

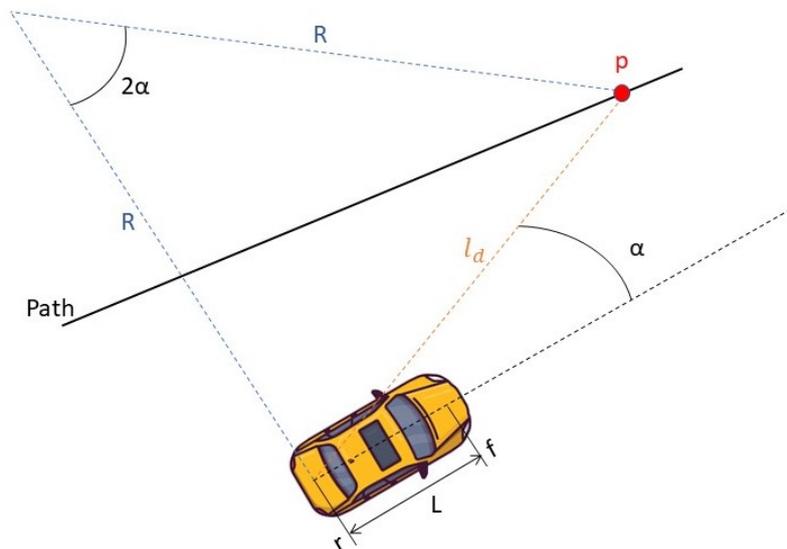


Figura 4.16: Pure Pursuit - valori geometrici

Il Pure Pursuit è un controllore geometrico, ovvero basato su relazioni geometriche tra il percorso di riferimento ed il veicolo stesso. Tale modello di controllo consiste nel calcolo della curvatura di un arco circolare che collega la posizione del retrotreno del veicolo ad un punto situato sulla traiettoria desiderata (goal point). La distanza tra retrotreno (r) e goal point (p) è definita look-ahead distance l_a (fig.4.16).

Applicando il teorema dei seni è possibile definire:

$$\frac{l_a}{\sin(2\alpha)} = \frac{R}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} \quad (4.32)$$

Sfruttando la trigonometria si ottiene:

$$\frac{l_a}{\sin(\alpha) \cos(\alpha)} = \frac{R}{\cos(\alpha)} \quad (4.33)$$

Pertanto

$$2R = \frac{l_d}{\sin(\alpha)} \quad (4.34)$$

In tal modo è possibile determinare la curvatura:

$$\rho = \frac{2\sin(\alpha)}{l_d} \quad (4.35)$$

Considerando un modello a bicicletta e riprendendo la relazione geometrica, vista nel Capitolo 2, tra angolo di sterzo e curvatura:

$$\delta = \arctan(\rho L) \quad (4.36)$$

è possibile determinare la legge di controllo, definendo l'angolo di sterzo da applicare al veicolo al fine di seguire la traiettoria desiderata.

$$\delta(t) = \arctan\left(\frac{2L\sin(\alpha(t))}{l_d}\right) \quad (4.37)$$

Simulazione Matlab-Simulink

Per definire un modello di controllo dell'angolo volante, seguendo la logica del Pure Pursuit, è stato utilizzato un modello a bicicletta lineare di veicolo a velocità costante.

Inizialmente è stata definita una traiettoria composta da un rettilineo, una circonferenza ed una clotoide di raccordo, seguendo la Normativa ISO illustrata nel capitolo 3, le cui coordinate sono state necessarie per determinare il goal point (p) e quindi la distanza l_d .

Il punto Q è stato valutato, istante per istante, ad un valore di ascissa curvilinea pari a $s^* = s + \Delta s$ (con Δs scelto dall'utente). La distanza l_d , diversamente da quanto visto in letteratura, risulta variabile (in un range ragionevole) mentre la variazione in metri di ascissa curvilinea (Δs) che permette di valutare il goal point, è fissa.

Definito tale punto (Q), è possibile valutare geometricamente l_d :

$$l_d = \sqrt{(x_p - x_r)^2 + (y_p - y_r)^2} \quad (4.38)$$

I punti r e f invece sono stati valutati a partire dal baricentro del veicolo (x_G):

$$\begin{cases} x_r = x_G - b \cos(\psi) \\ y_r = y_G - b \sin(\psi) \end{cases} \quad (4.39)$$

$$\begin{cases} x_f = x_G + a \cos(\psi) \\ y_f = y_G + a \sin(\psi) \end{cases} \quad (4.40)$$

Successivamente è stato possibile calcolare l'angolo α :

$$\alpha = \arctan\left(\frac{m_{rp} - m_{rf}}{1 + m_{rp}m_{rf}}\right) \quad (4.41)$$

Considerando i coefficienti angolari delle rette che, rispettivamente, congiungono il retrotreno del veicolo (r) con il punto di riferimento sulla traiettoria (p) ed il retrotreno con l'avantreno del veicolo (f):

$$\begin{cases} m_{rp} = \frac{y_p - y_r}{x_p - x_r} \\ m_{rf} = \frac{y_f - y_r}{x_f - x_r} \end{cases} \quad (4.42)$$

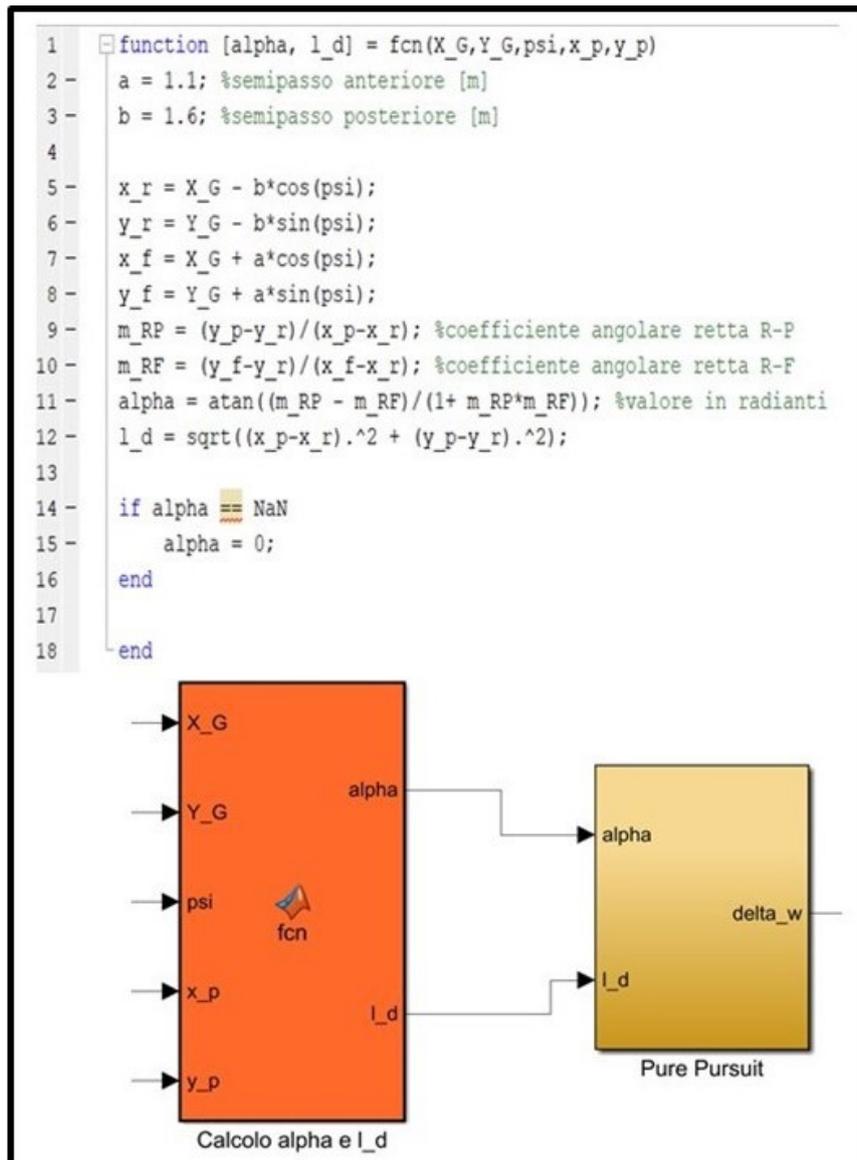


Figura 4.17: Pure Pursuit : Matlab function ed implementazione Simulink

Gli input del modello, come è possibile vedere in figura 4.17, sono le coordinate del baricentro veicolo (x_G e y_G), l'angolo di imbardata (ψ) e le coordinate del punto p sulla traiettoria (x_p e y_p). In uscita il modello restituirà, istante per istante, il valore dell'angolo α e di l_d necessari al calcolo dell'angolo volante da imporre al veicolo.

Tracciato	$L_{rett.}$ [m]	R_{circ} [m]	A	V_{max} [km/h]
Urbano	80	95	70	50
Extraurbano	500	530	350	90
Autostrada	700	1265	800	130

Tabella 8: Caratteristiche Tracciati: Urbano-ExtraUrbano-Autostradale

Sono state fatte diverse prove su tre diversi tracciati, seguendo l'iter proposto dalla Normativa:

I risultati ottenuti in termine di inseguimento della traiettoria sono buoni, come è possibile vedere nelle figure successive, a diverse velocità e per diverse traiettorie.

Si è cercato di optare per un Δs di compromesso tra la stabilità e la precisione del sistema, in particolar modo a velocità più elevate tale valore è stato incrementato.

- **TRATTO URBANO, $\Delta s = 1.1$**

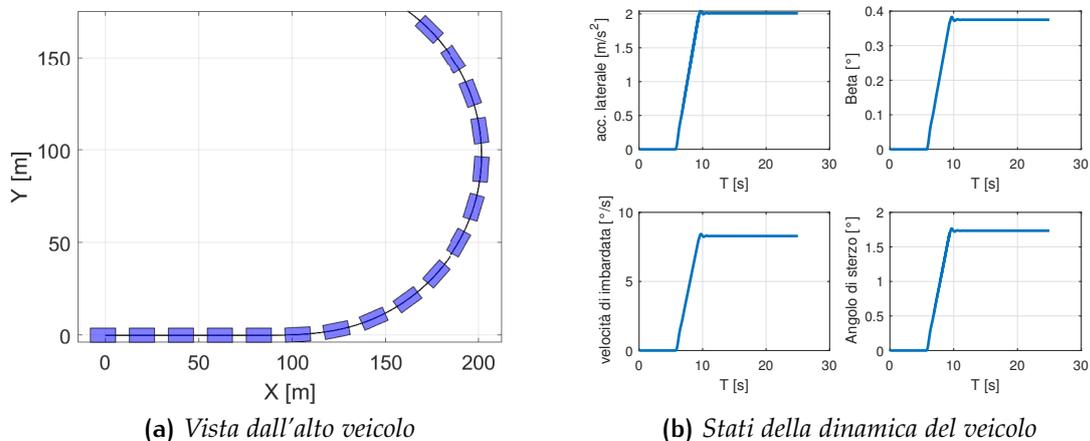
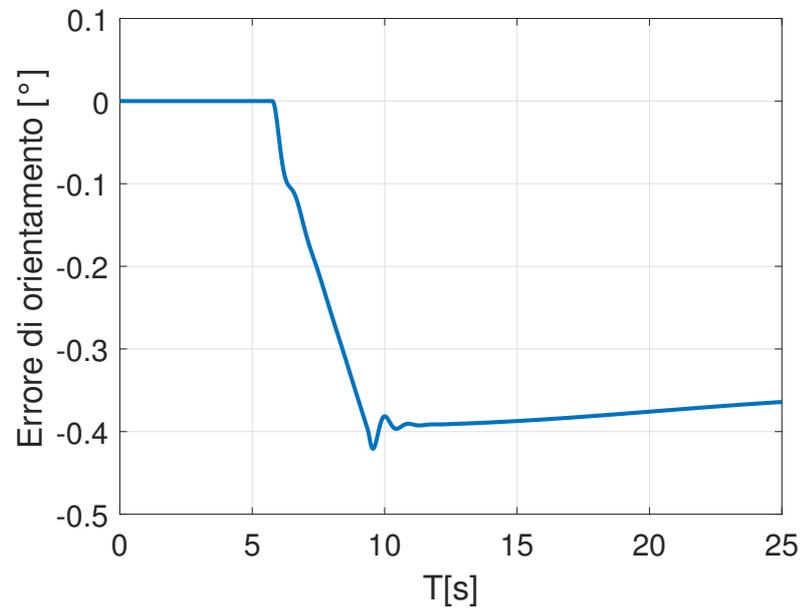


Figura 4.18: Inseguimento traiettoria e relativa dinamica del veicolo

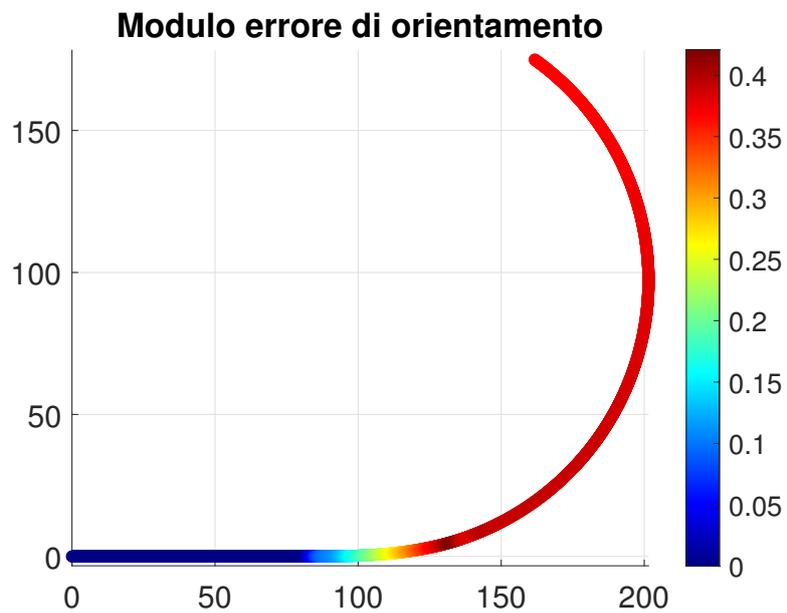
L'accelerazione laterale (a_y) raggiunge un valore massimo di $2m/s^2$ e si stabilizza lungo la circonferenza. Allo stesso tempo, è interessante notare l'andamento dell'angolo di sterzata delle ruote definito dal controllore è nullo lungo la circonferenza, aumenta fino al valore massimo lungo la clotoide e si stabilizza lungo la circonferenza, dove si assesta nell'intorno di 1.75° (fig.4.18).

Nelle pagine successive saranno mostrati gli andamenti degli errori e come l'angolo d'assetto (β) influenzi l'andamento dell'errore d'orientamento.

L'errore di orientamento tende a peggiorare in prossimità dell'inserimento in curva, per poi assestarsi e tendere a migliorare lungo il tratto a curvatura costante (fig.4.19).



(a) Errore di orientamento



(b) Variazione orientamento

Figura 4.19: Andamento dell'errore di orientamento lungo la traiettoria

Allo stesso modo la deviazione laterale risulta nulla sul rettilineo, per poi peggiorare in prossimità dell'inserimento in curva. Dopo aver percorso circa metà circonferenza si nota un'inversione del trend con annesso miglioramento (fig.4.20).

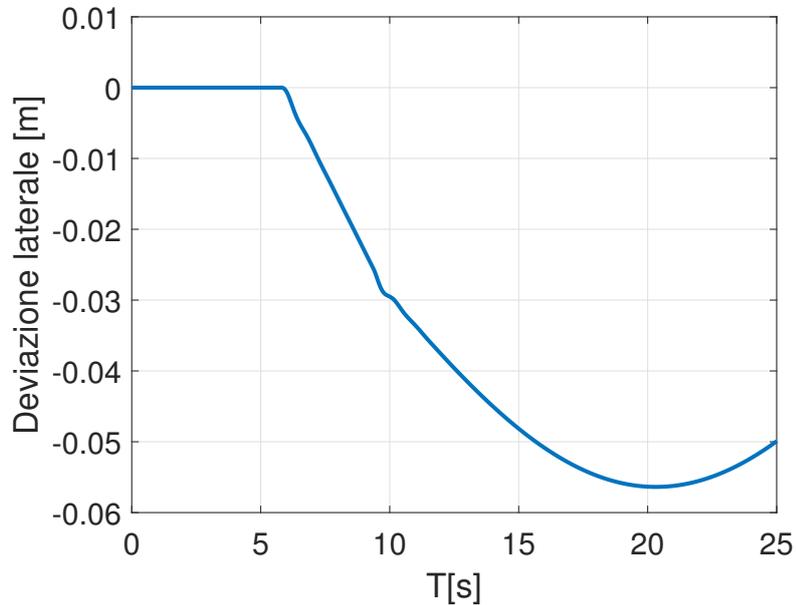
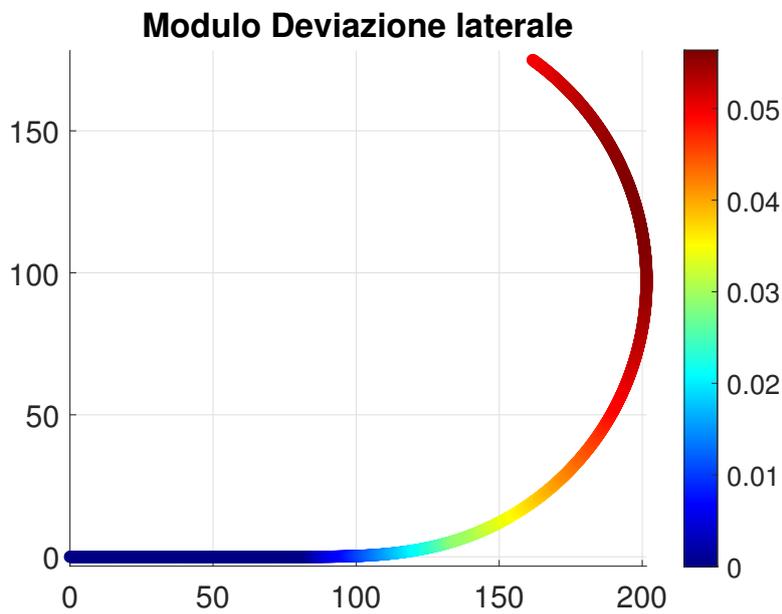
(a) *Deviazione laterale*(b) *Variazione deviazione laterale*

Figura 4.20: Andamento della deviazione laterale lungo la traiettoria

In questa e nelle prossime pagine saranno mostrati i risultati relativi ai tratti extraurbano e autostradale.

- **TRATTO EXTRA-URBANO, $\Delta s = 2$**

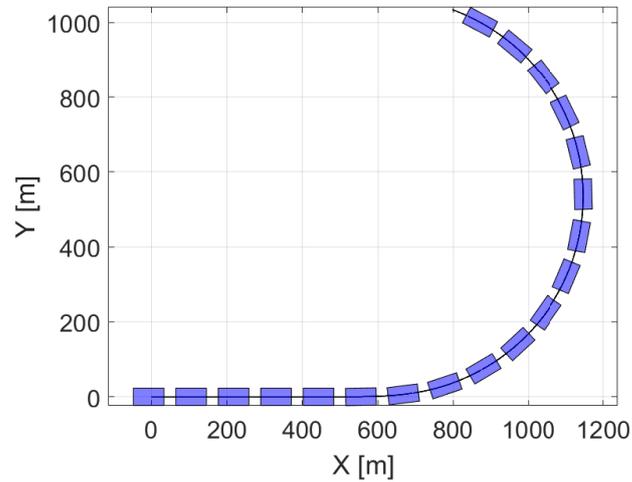


Figura 4.21: Inseguimento traiettoria a 90 km/h

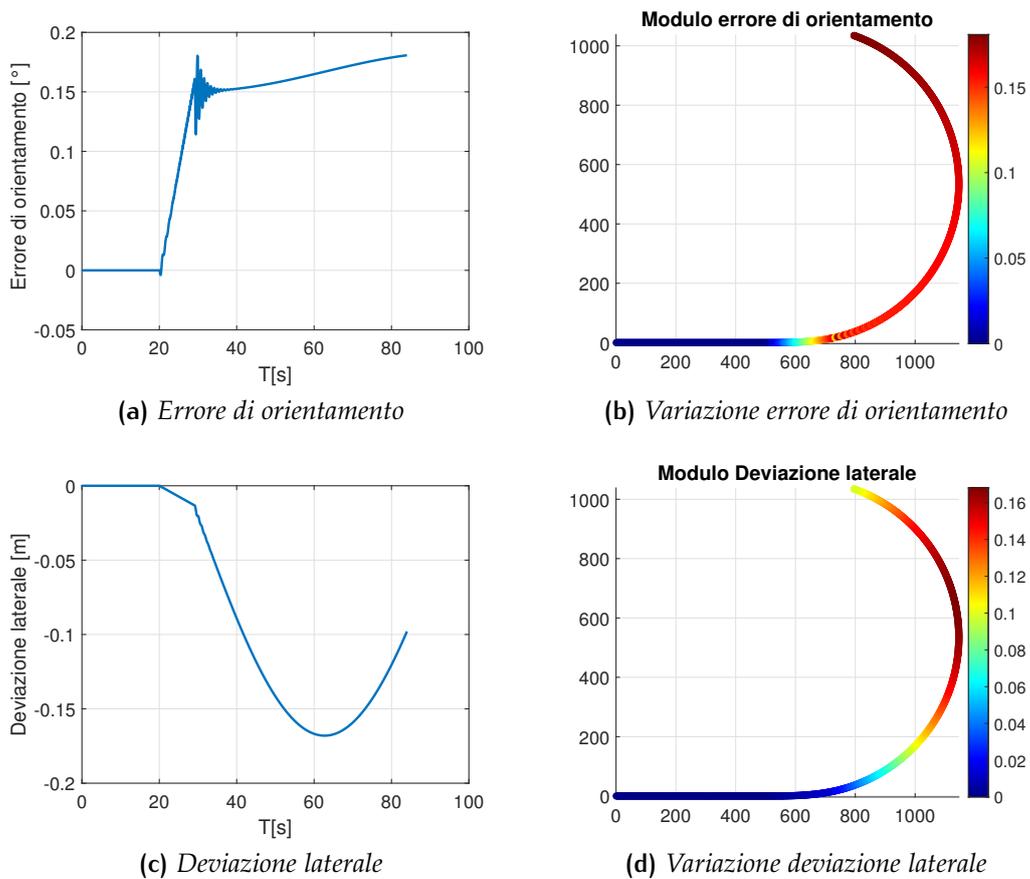


Figura 4.22: Andamento dell'errore di orientamento lungo la traiettoria

- **TRATTO AUTOSTRADALE, $\Delta s = 3$**

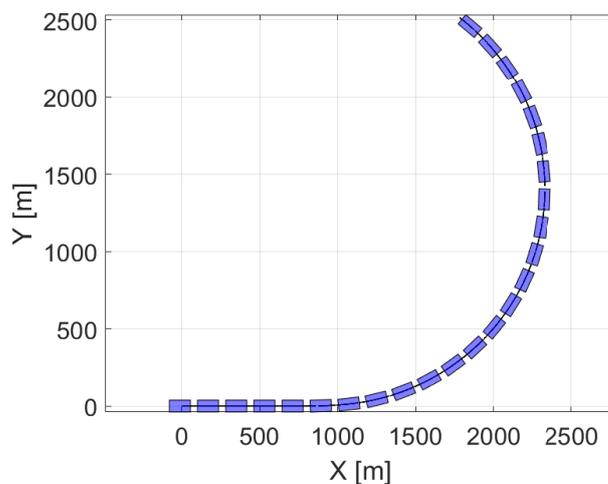


Figura 4.23: Inseguimento traiettoria a 130 km/h

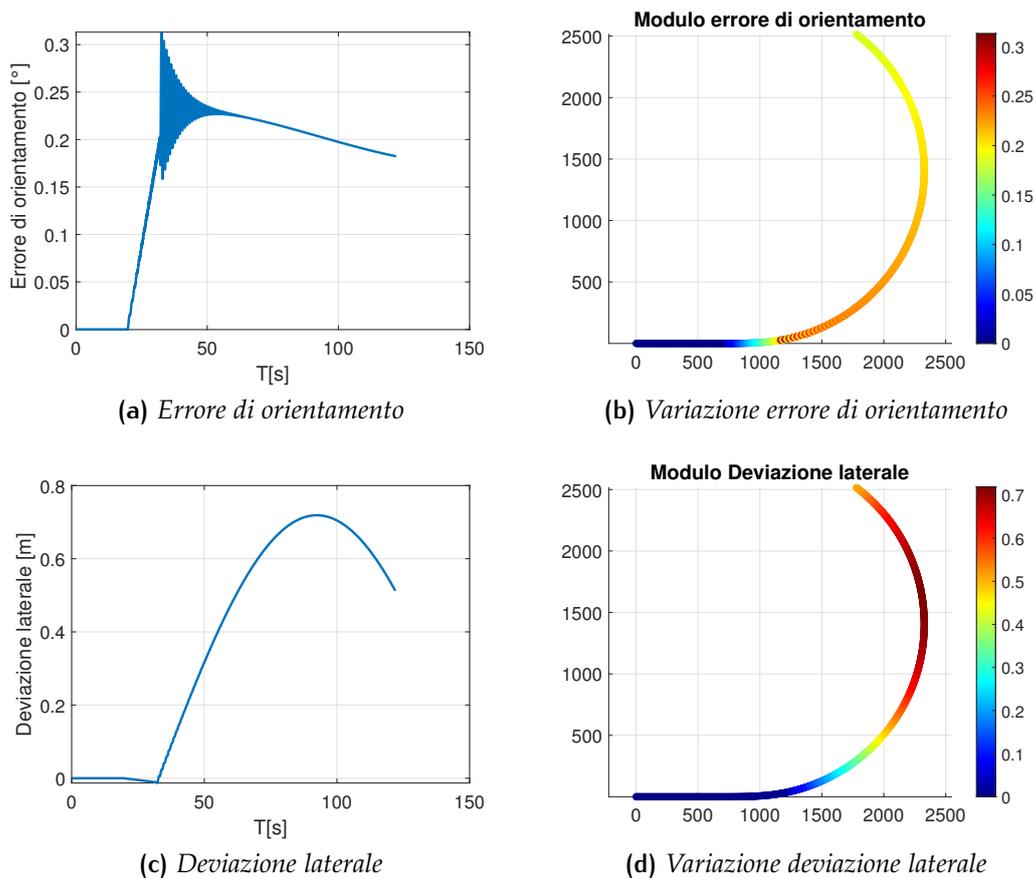


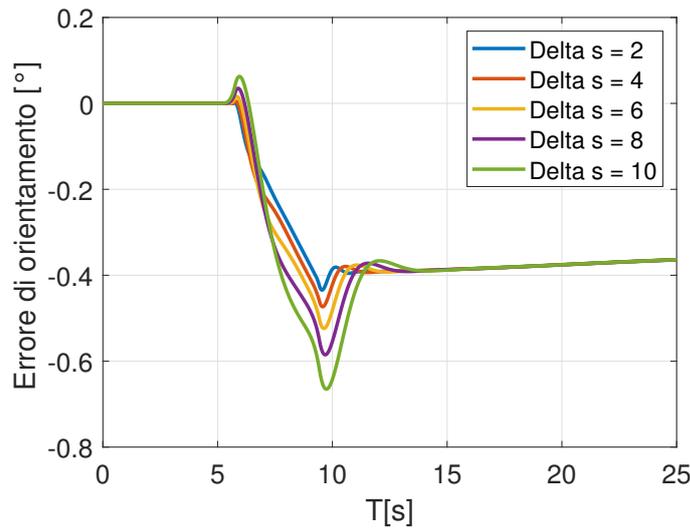
Figura 4.24: Andamento dell'errore di orientamento lungo la traiettoria

Come detto in precedenza, si è visto (fig.4.22, 4.24) come all'aumentare della velocità, in particolar modo sull'errore di orientamento, l'andamento risulta essere più oscillatorio.

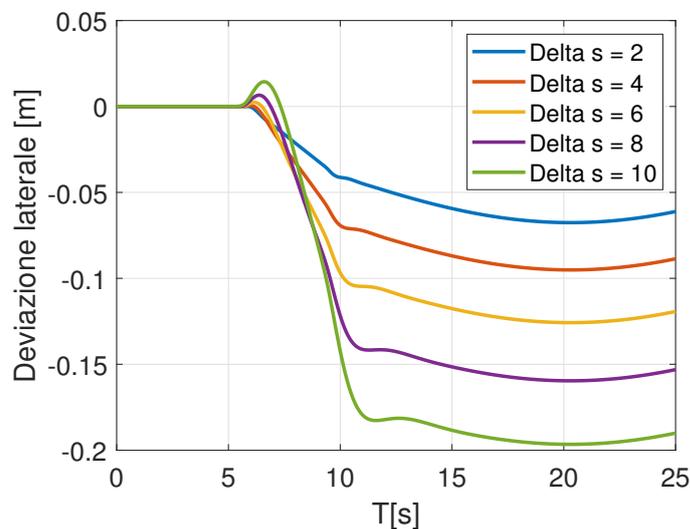
4.4.1 Sensitività del controllo

A tal punto, è interessante osservare come varia l'andamento degli errori al variare del Δs , il quale influenza direttamente la distanza l_d .

Valori di Δs troppo bassi portano il sistema all'instabilità, valori troppo alti provocano errori più elevati: l'obiettivo è cercare di minimizzare gli errori mantenendo una risposta stabile.



(a) Errore di orientamento - Δs variabile



(b) Deviazione laterale - Δs variabile

Figura 4.25: Sensitività del controllo - Pure Pursuit

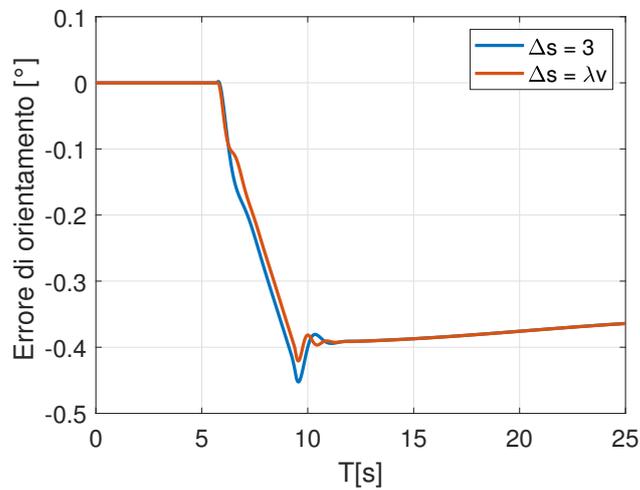
All'aumentare del Δs l'andamento risulta meno oscillatorio ma con degli errori via via crescenti. Ciò si può notare in maniera evidente nella deviazione laterale, che passa da un errore di poco superiore agli 0.05m ad uno di circa 0.2m (fig.4.25).

Un ulteriore fattore che influenza l'inseguimento della traiettoria è, come visto precedentemente, la velocità: all'aumentare della velocità aumentano in modulo gli errori. Mantenere il Δs costante, pertanto, non permette l'ottenimento di risultati ottimali. La soluzione è considerare un Δs variabile, del tipo:

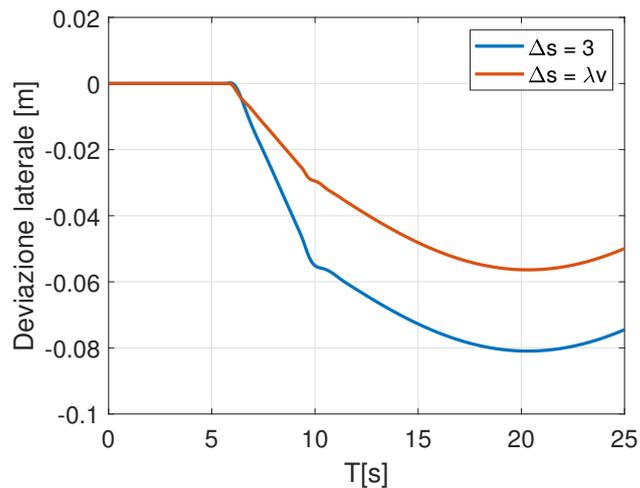
$$\Delta s = \lambda \cdot v \quad (4.43)$$

- $\lambda = 0.08$ - Parametro di tuning del controllo

Da diverse prove effettuate, si è valutato $\Delta s = 3$ come "ideale" per una velocità di 130km/h e mantenere questo valore, a velocità inferiori, porterebbe ad ottenere errori maggiori, come è evidenziato nella figura successiva per un veicolo a 50km/h su un tratto urbano.



(a) *Errore di orientamento*



(b) *Deviazione laterale*

Figura 4.26: Confronto tra Δs

4.5 STANLEY METHOD

Tale approccio fu per la prima volta utilizzato dal team della Stanford University per il progetto DARPA Grand Challenge e consiste in una funzione retroattiva non lineare dell'errore laterale. Tale errore è misurato, differentemente dal Pure Pursuit in cui si considera il retrotreno, dal centro dell'assale anteriore del veicolo al punto più vicino lungo la traiettoria. La legge di controllo prevede due contributi : uno dovuto all'errore angolare ed uno alla deviazione laterale (fig.4.27).

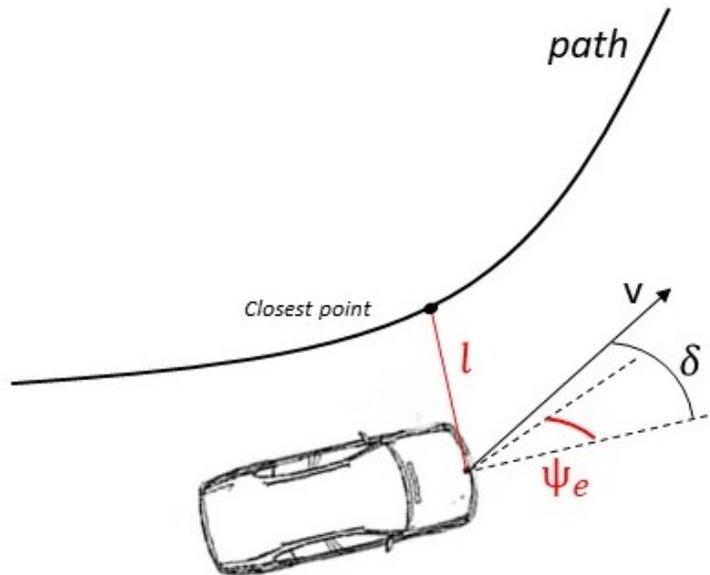


Figura 4.27: Metodo Geometrico Stanley

La legge di controllo è data da:

$$\delta(t) = \psi_e(t) + \arctan\left(\frac{k l(t)}{v_x(t)}\right) \quad (4.44)$$

Dove ψ_e sta ad indicare l'errore di traiettoria, ovvero l'angolo di sterzo necessario al veicolo per allinearsi alla traiettoria desiderata, mentre l indica la deviazione laterale.

$$\psi_e = \psi - \psi_r \quad (4.45)$$

- ψ = angolo di imbardata (orientamento veicolo)
- ψ_r = orientamento traiettoria rispetto ad un sistema fisso

Tramite Matlab-Simulink tale legge è stata definita a partire da un modello di veicolo a bicicletta e dal modello di calcolo degli errori 4.31, come si evince dalla fig.4.29.

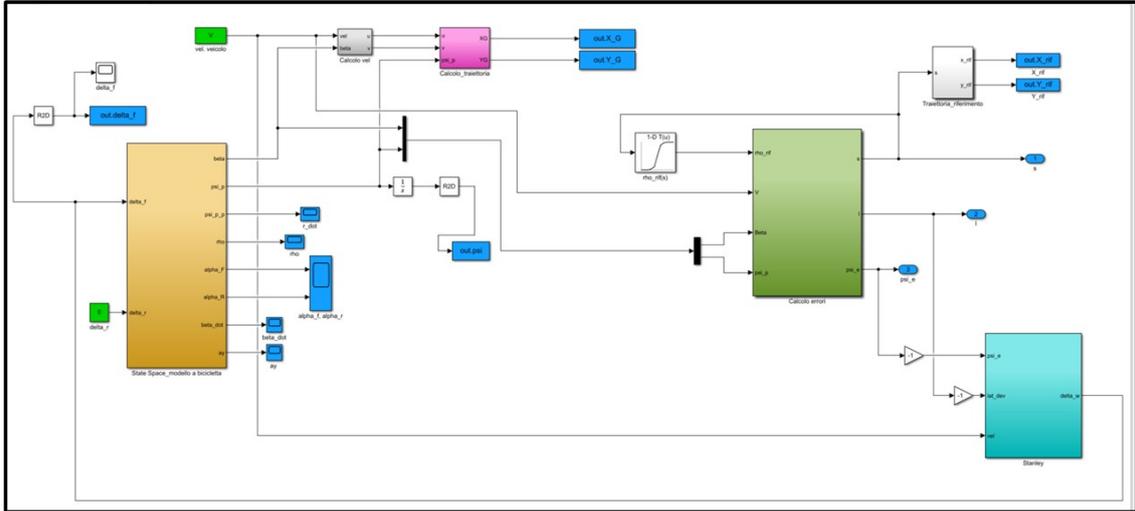


Figura 4.28: Calcolo legge di controllo Stanley

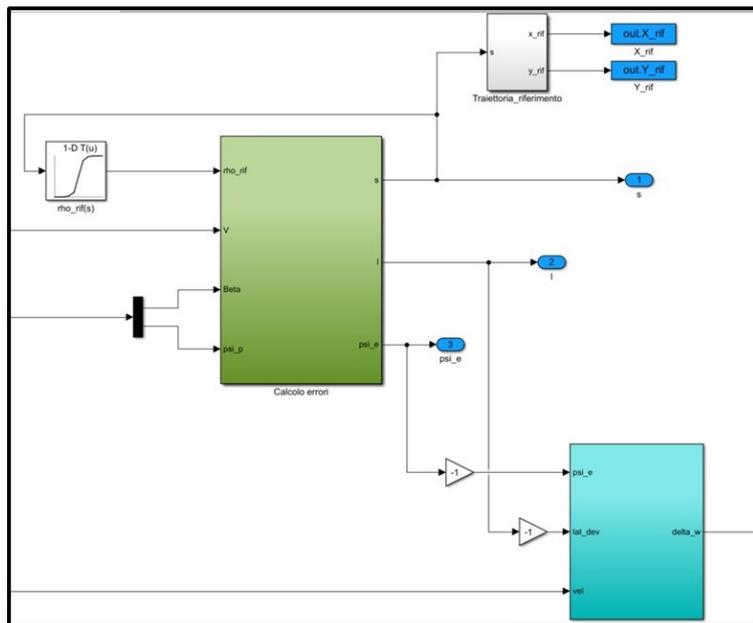


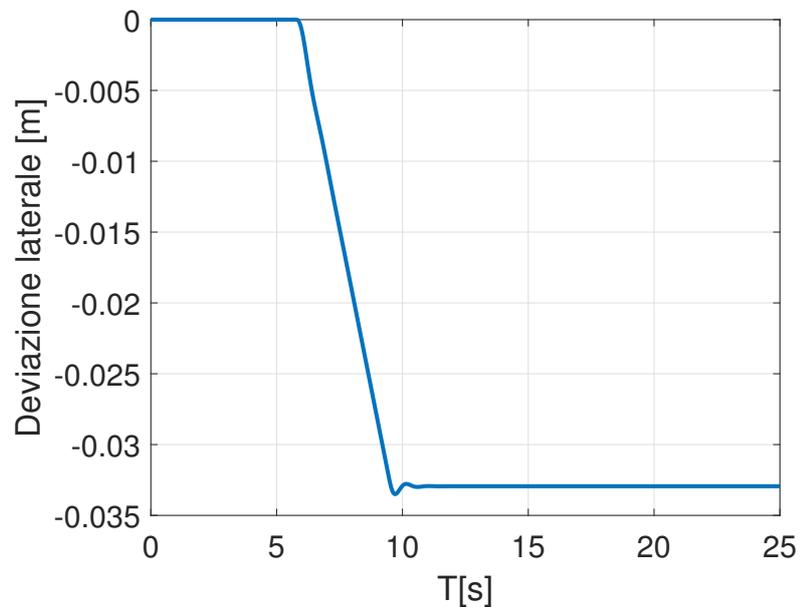
Figura 4.29: Dettaglio errori legge di controllo Stanley

Gli errori di orientamento e laterale sono stati valutati, come si evince dalla figura precedente, non considerando l'assale anteriore bensì il baricentro (G) del veicolo. Invece, nel subsystem in azzurro è stata implementata la formula 4.44.

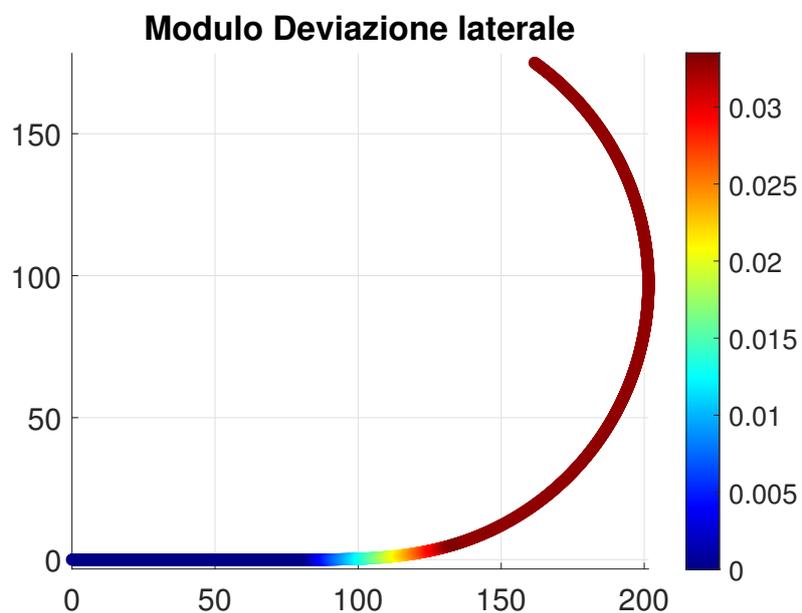
- **TRATTO URBANO**, $k = 10$

Nelle successive figure è possibile vedere i risultati di tale modello.

La deviazione laterale ha un andamento molto simile a quello del Pure Pursuit, con un valore nullo sul rettilineo, un aumento del valore in modulo nell'ingresso in curva (lungo la clotoide) ed un assestamento lungo il tratto circolare (fig.4.30).



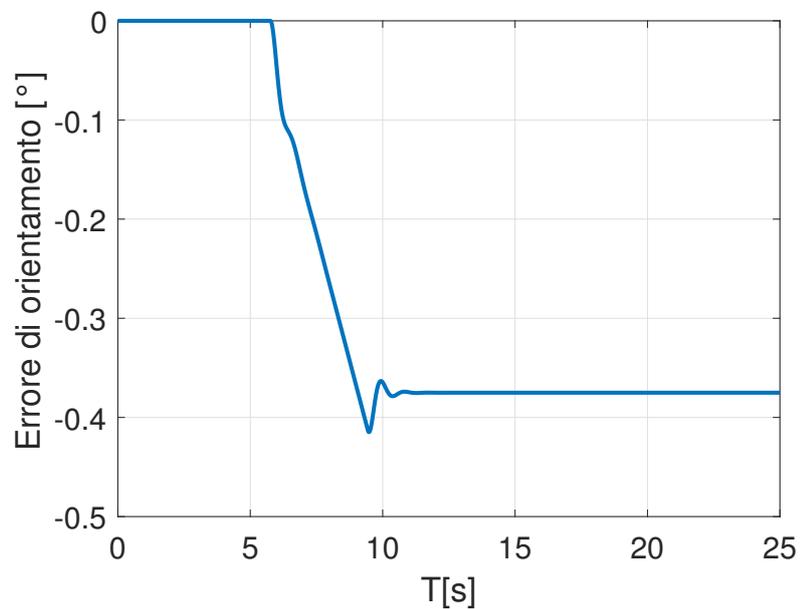
(a) *Deviazione laterale*



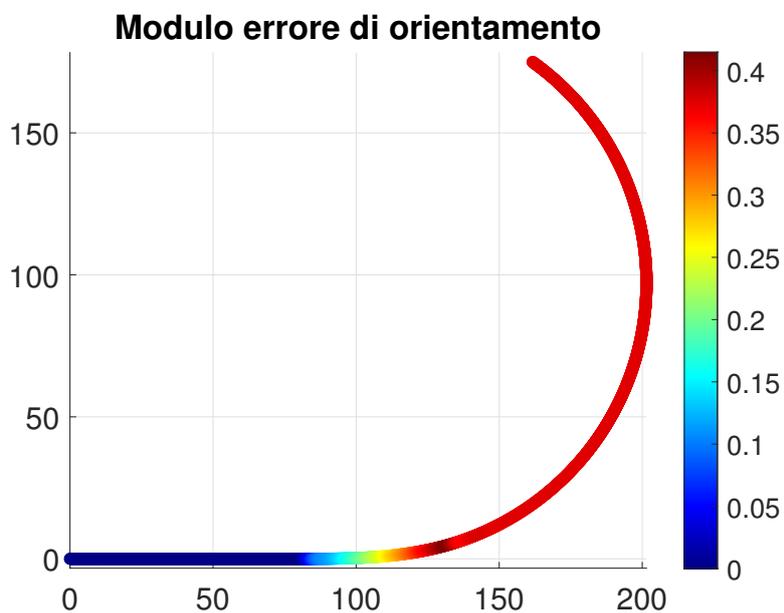
(b) *Variatione deviazione laterale*

Figura 4.30: Andamento della deviazione laterale lungo la traiettoria

L'errore di orientamento, invece, ha un andamento completamente diverso dal caso precedente con il Pure Pursuit. Con il metodo di inseguimento Stanley è possibile notare come sul tratto circolare tale errore sia costante e non ci sia nessun massimo e/o ricerca di recupero dell'errore (fig.4.31).



(a) *Errore di orientamento*

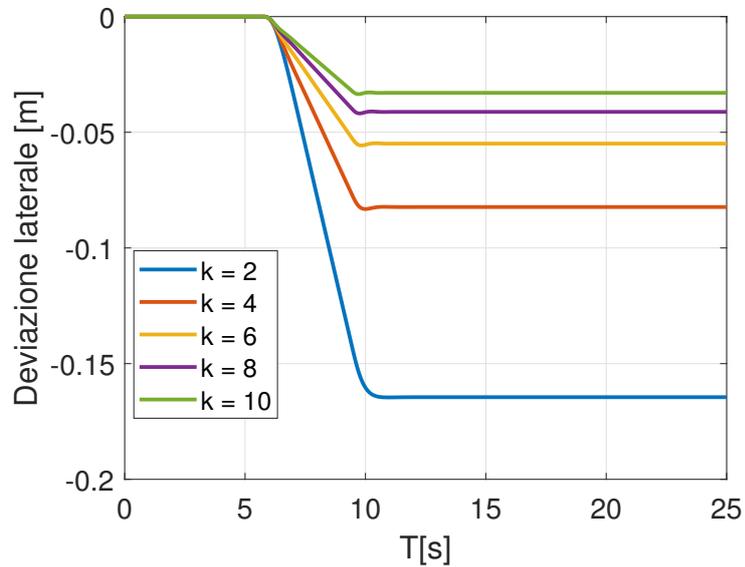


(b) *Variazione orientamento*

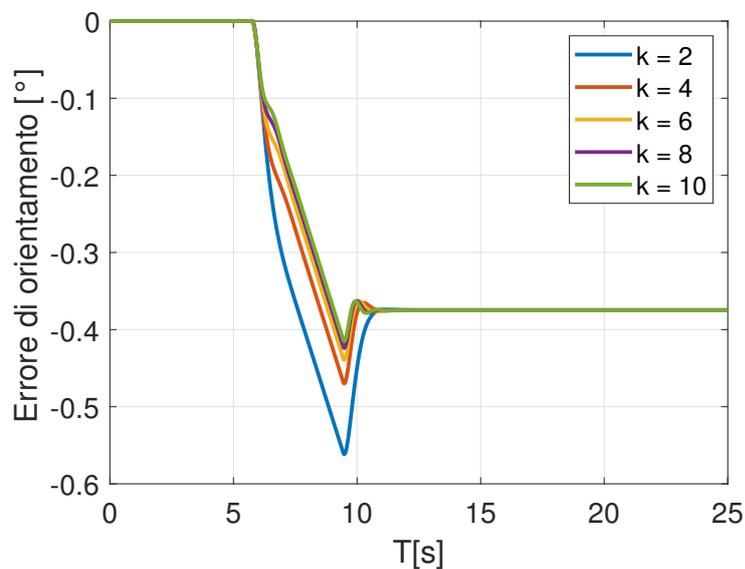
Figura 4.31: Andamento dell'errore di orientamento lungo la traiettoria

4.5.1 Sensitività del controllo

Anche in questo caso è interessante analizzare il comportamento del sistema, e di conseguenza l'andamento degli errori, in funzione del parametro di tuning k .



(a) Deviazione laterale per k variabile



(b) Errore di orientamento per k variabile

Figura 4.32: Sensitività del controllo - Stanley

Come ci si aspettava, all'aumentare del parametro di tuning k le prestazioni del sistema migliorano, in particolar modo la deviazione laterale si riduce notevolmente (fig.4.32).

5

COMPORTAMENTO DIREZIONALE DEL VEICOLO

In tale capitolo si andrà a valutare il comportamento direzionale del veicolo, procedendo con una manovra simile al "Sine Sweep". Si definirà una traiettoria a curvatura variabile e, tramite uno dei controllori già definiti, si assegnerà al veicolo l'angolo di sterzo adatto.

5.1 TRAIETTORIA A CURVATURA VARIABILE

Prima di definire il tutto, è importante capire in cosa consiste una manovra di Sine Sweep: in tale manovra si assegna al volante un input sinusoidale ad ampiezza costante e frequenza lentamente crescente.

La prova consiste, pertanto, in:

- Definire una velocità di percorrenza ed assestare il veicolo a tale velocità;
- Far variare l'angolo volante con frequenze crescente (da 0 a 5 Hz generalmente), mantenendo le ampiezze non troppo elevate in modo da far lavorare gli pneumatici in campo lineare.

Differentemente dalla manovra Sine Sweep, in questo caso l'input è dato dalla curvatura (fig 5.1), anch'essa ad ampiezza costante e frequenza variabile [0-5 Hz], mentre l'angolo di sterzata delle ruote è stato valutato tramite i due controllori descritti nel capitolo precedente (Pure Pursuit e Stanley).

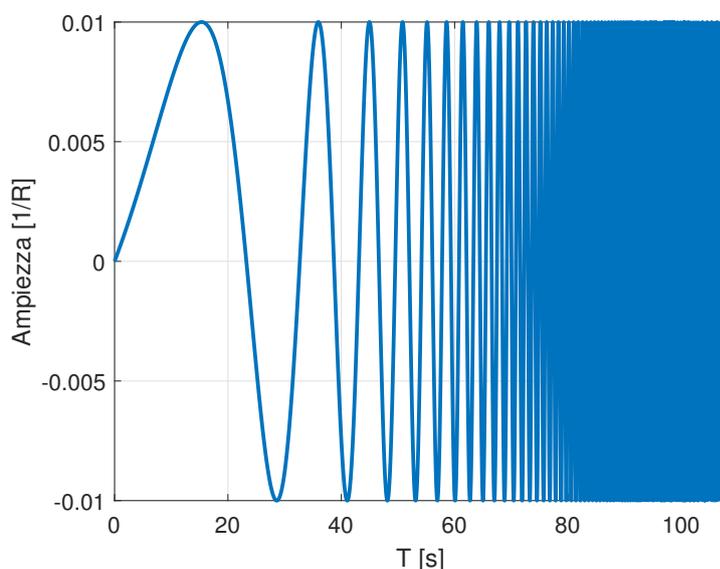


Figura 5.1: Andamento della curvatura nel tempo

Riprendendo il sistema parametrico per definire la clotoide (eq. 3.12), è possibile stabilire una traiettoria la cui curvatura non vari linearmente con l'ascissa (come nel caso della clotoide), bensì sinusoidalmente.

$$\begin{cases} \rho(s) = \rho_0 \sin(2\pi f(t)t) \\ \psi(s) = \int_0^s \rho(u) du \\ x(s) = A \int_0^s \cos\psi(u) du \\ y(s) = A \int_0^s \sin\psi(u) du \end{cases} \quad (5.1)$$

dove

$$\begin{aligned} f(t) &= f_0 + \frac{f_T - f_0}{T} t \\ \rho_0 &= \frac{1}{R} \end{aligned} \quad (5.2)$$

- f_0 è la frequenza iniziale a tempo t_0
- f_t è la frequenza ad un certo istante di tempo T

Tale sistema in linguaggio Matlab è tradotto come segue:

```
%% Manovra simile al sine sweep
R_chirp = 100; % [m]
ds_int = 0.01;
s_chirp = [0.1:ds_int:1500];
s_fchirp = s_chirp(end);
f_temp_0 = 0.01;
f_temp_1 = 5;
f_spaz_0 = f_temp_0 /V;
f_spaz_1 = f_temp_1 /V;

rho_chirp = (1/R_chirp)* chirp(s_chirp,f_spaz_0,s_fchirp,f_spaz_1,'logarithmic',-90);
psi_chirp = cumtrapz(ds_int,rho_chirp);
x_chirp = cumtrapz(ds_int,cos(psi_chirp));
y_chirp = cumtrapz(ds_int,sin(psi_chirp));
```

Figura 5.2: Script Matlab per il calcolo della traiettoria a curvatura sinusoidale

Per definire una funzione a frequenza variabile ed ampiezza costante si è utilizzato il comando "chirp" di Matlab, utilizzando il metodo 'logarithmic' per esaltare il comportamento del veicolo alle basse frequenze. Successivamente, tramite doppia integrazione numerica sono state valute le coordinate (x_{chirp} , y_{chirp}) della traiettoria.

- $f_{\text{temp},0}$ = frequenza temporale iniziale
- $f_{\text{temp},1}$ = frequenza temporale finale
- $f_{\text{spaz},0}$ = frequenza spaziale iniziale
- $f_{\text{spaz},1}$ = frequenza spaziale finale

Velocità (km/h)	Ampiezza di sweep (R) (m)	Ascissa curv. (m)	Frequenza (Hz)
50	100	1500	0 – 5

Tabella 9: Traiettoria di riferimento - Curvatura Sine Sweep

In tal caso è stata utilizzata una frequenza spaziale, valutata come (f_{temp}/V) , poichè il comando chirp è dato rispetto all'ascissa curvilinea (s_{chirp}) e non rispetto al tempo. Essendo $\rho = 1/R$, anche il raggio di curvatura ha un andamento sinusoidale con ampiezza costante definita "Ampiezza di sweep (R)".

Di seguito è mostrata l'esempio di traiettoria, con i valori della tabella 9.

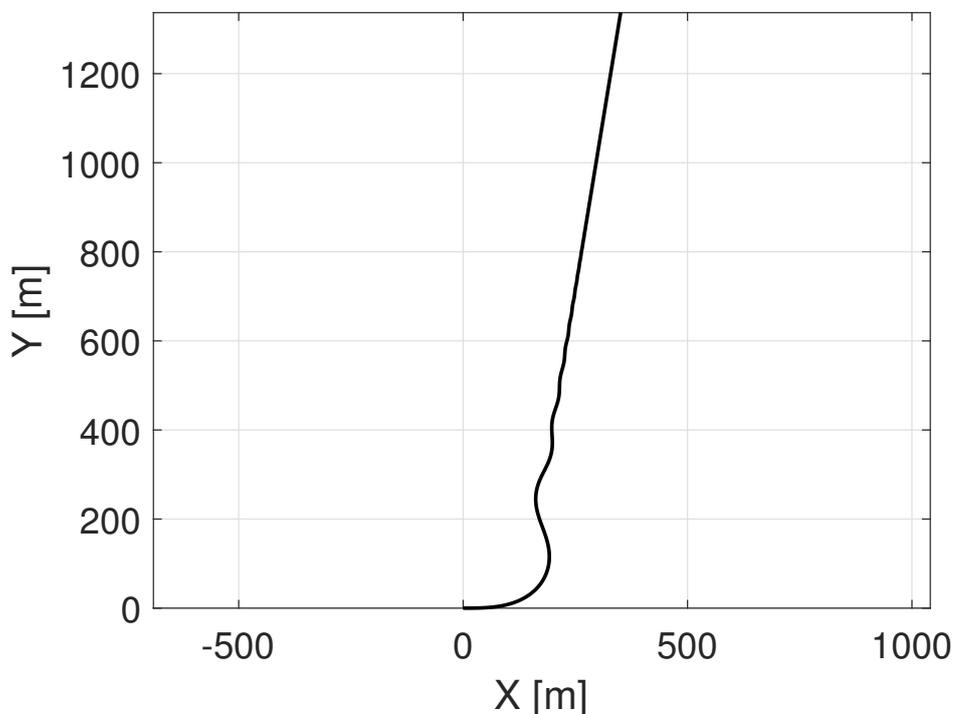


Figura 5.3: Esempio di traiettoria a curvatura variabile in frequenza

A questo punto è interessante valutare l'inseguimento traiettoria (tramite Pure Pursuit e Stanley) ed in particolare passare dal dominio del tempo a quello delle frequenze e valutare la risposta delle varie grandezze.

5.2 LOGICA DI CONTROLLO STANLEY

Per definire l'inseguimento di traiettoria si è considerato un controllore Stanley, considerando come parametro di tuning $k = 5$.

Inizialmente è stato valutato l'andamento degli errori (4.31) e degli stati della dinamica del veicolo.

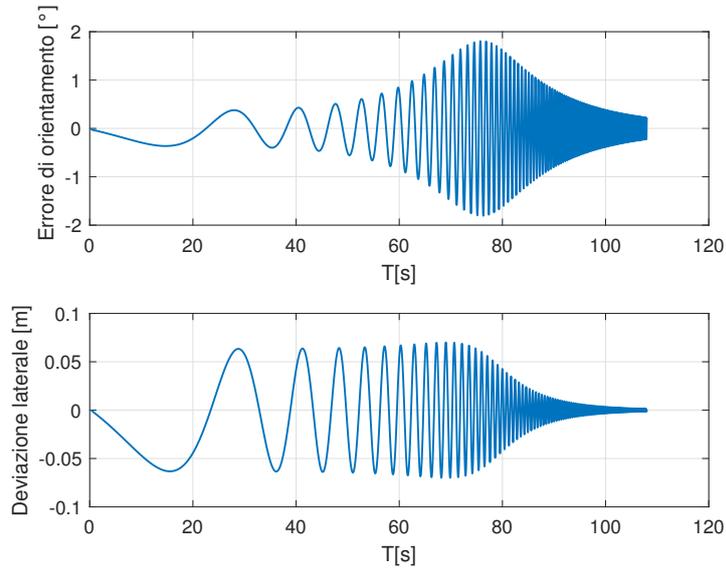


Figura 5.4: Andamento degli errori nel tempo

Il risultato è soddisfacente: gli errori, come ci si aspettava, hanno un andamento sinusoidale intorno lo zero. L'errore di orientamento ha un picco di circa 2° mentre la deviazione laterale si assesta nell'intorno di 0.05 m (fig.5.5).

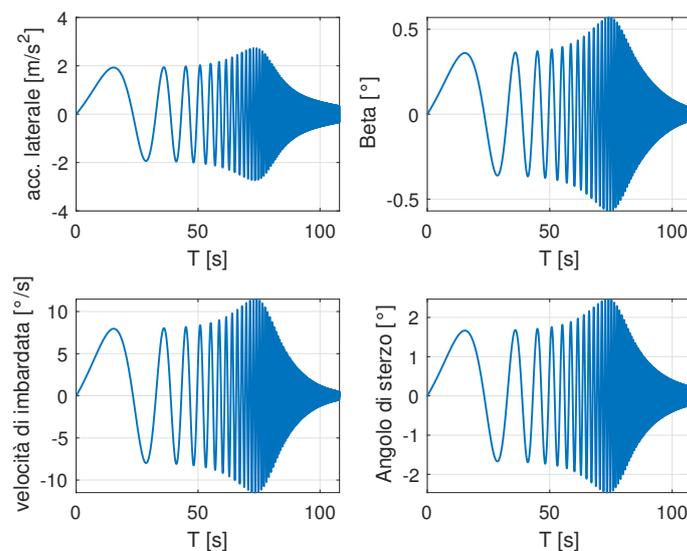


Figura 5.5: Stati della dinamica del veicolo

Velocità (km/h)	Ampiezza di sweep (R) (m)	Ascissa curv. (m)	Frequenza (Hz)	k
50	100	1500	0 – 5	5

Tabella 10: Traiettoria di riferimento - Stanley

Successivamente dal dominio del tempo si è passati a quello della frequenza. tramite l'utilizzo della funzione di trasferimento che caratterizza il comportamento di un sistema dinamico nel dominio delle frequenze. Tramite il comando Matlab *tfestimate* sono state valutate le funzioni di trasferimento (FRF) dei vari parametri analizzati.

In figura (5.6) è mostrato l'andamento di guadagno e fase di (ψ_e/δ_f) , (ψ_e/ρ_{rif}) , (l/δ_f) e (l/ρ_{rif}) in funzione della frequenza [Hz].

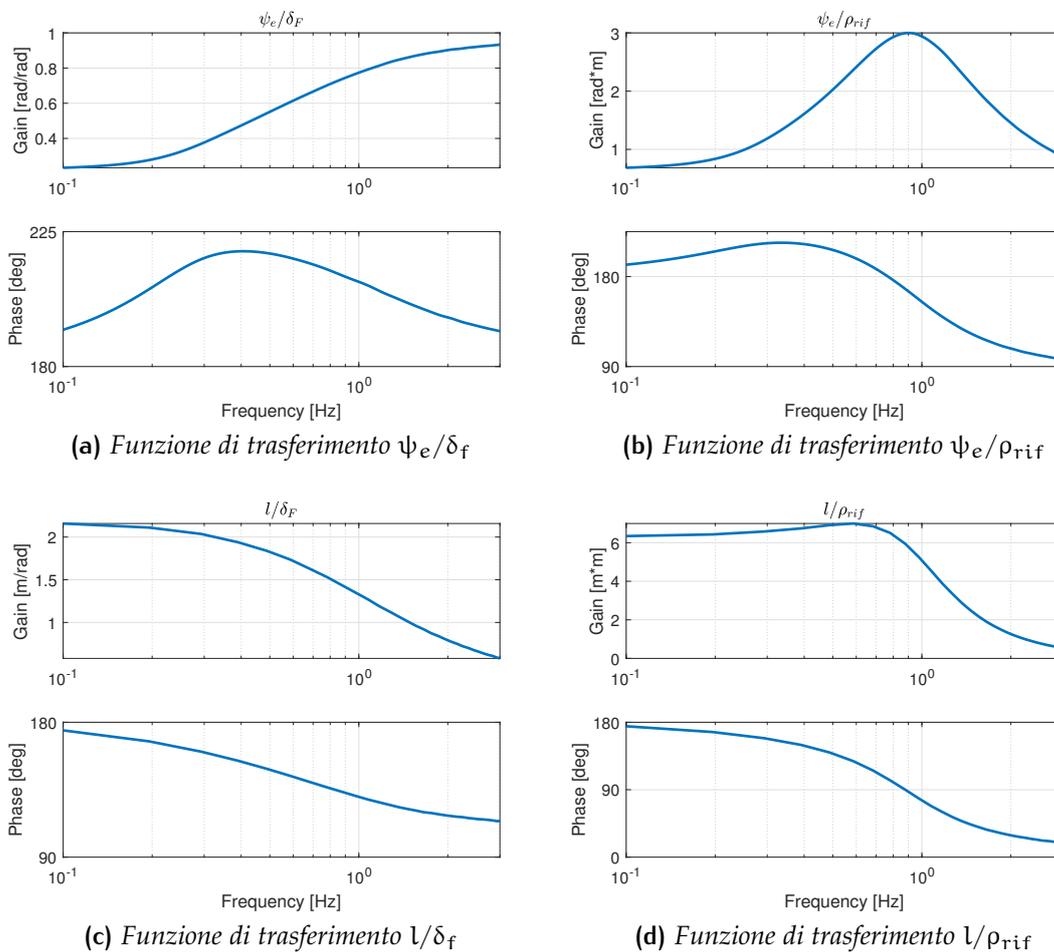


Figura 5.6: Andamento delle funzioni di trasferimento degli errori rispetto all'angolo di sterzo e alla curvatura di riferimento

Si può notare come la FRF ψ_e/δ_f ha un andamento crescente, mentre ψ_e/ρ_{rif} presenta un picco nell'intorno di 0.9 Hz. Interessante è anche l'andamento di l/ρ_{rif} che presenta un picco nell'intorno degli 0.7 Hz.

In questa pagina viene mostrato l'andamento delle variabili a_y , β e $\dot{\psi}$ rispetto a δ_f e ρ_{rif} (fig.5.7).

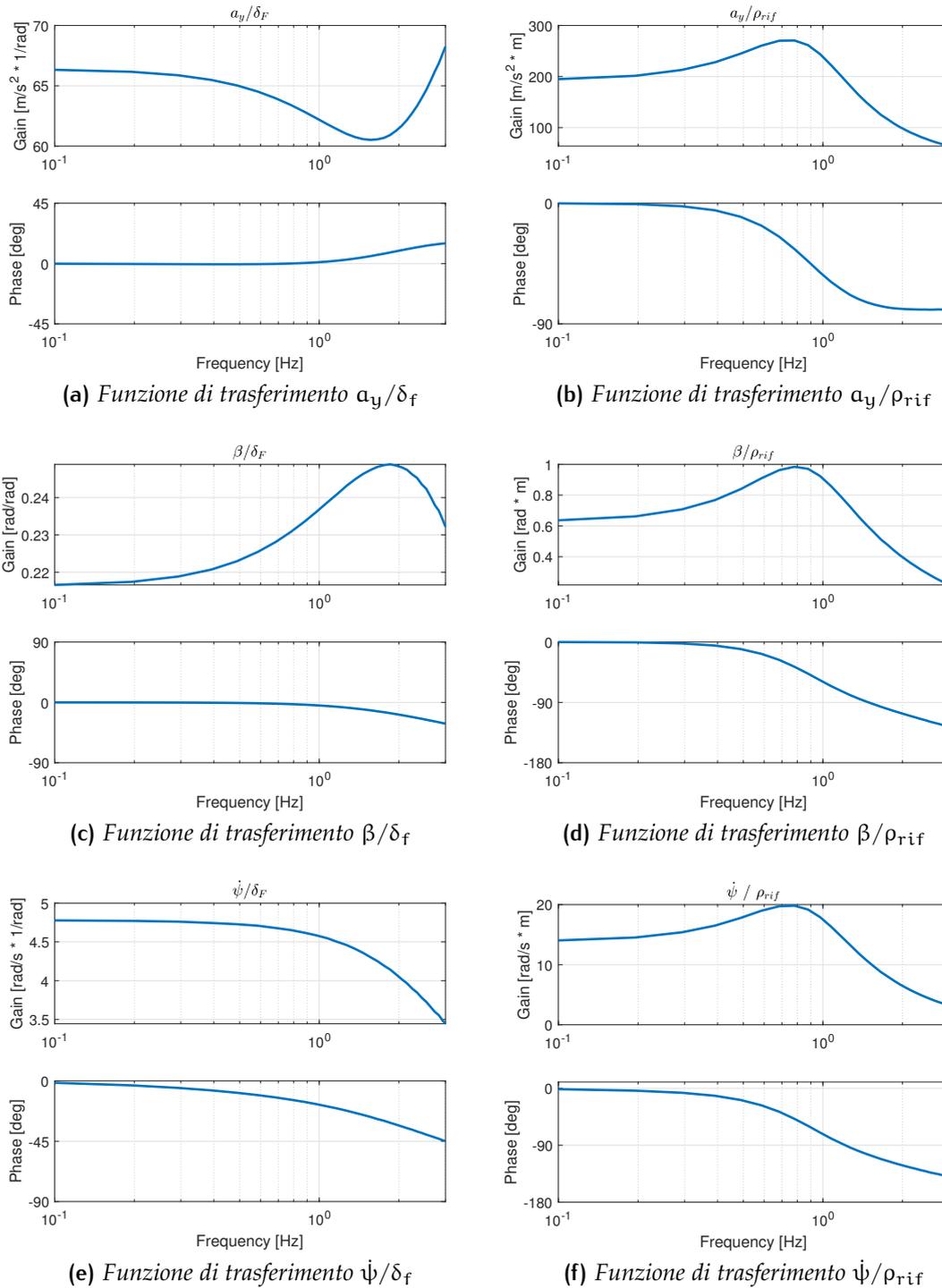


Figura 5.7: Andamento delle funzioni di trasferimento degli stati della dinamica rispetto all'angolo di sterzo e alla curvatura di riferimento

Particolare interesse si ha anche nel valutare le FRF ρ_{veh}/ρ_{rif} e δ_F/ρ_{rif} , rispettivamente la curvatura effettiva del veicolo e l'angolo di sterzo delle ruote anteriori rispetto alla curvatura di riferimento (fig.5.8, 5.9):

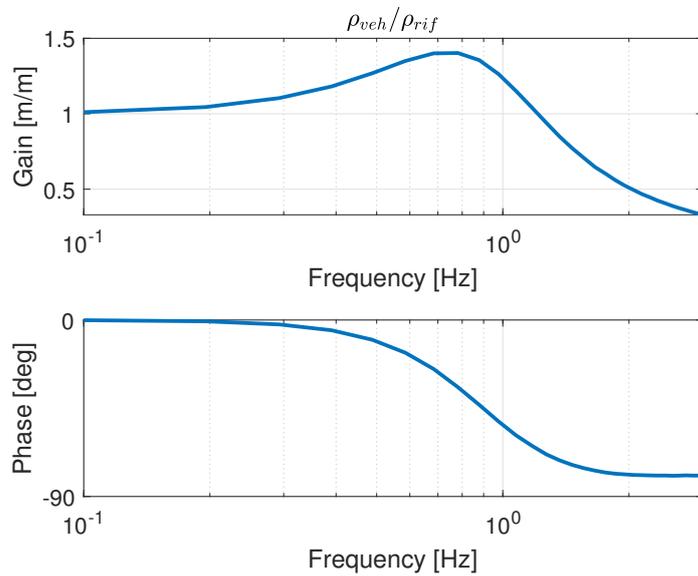


Figura 5.8: FRF curvatura veicolo/curvatura di riferimento

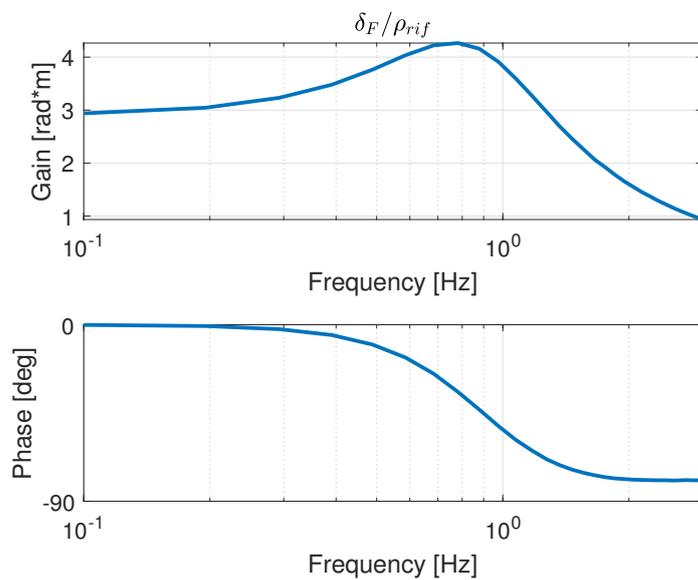


Figura 5.9: FRF angolo di sterzo/curvatura di riferimento

VARIAZIONE VELOCITÀ

Velocità (km/h)	Ampiezza di sweep (R) (m)	Ascissa curv. (m)	Frequenza (Hz)	k
50 – 90 – 130	100	5000	0 – 5	5

Tabella 11: Traiettoria di riferimento - Stanley a velocità variabile

In tale sezione sono state considerate tre velocità tipiche (50-90-130 km/h) e si è valutata la risposta in frequenza delle variabili del sistema in precedenza evidenziate (α_y , beta e ψ).

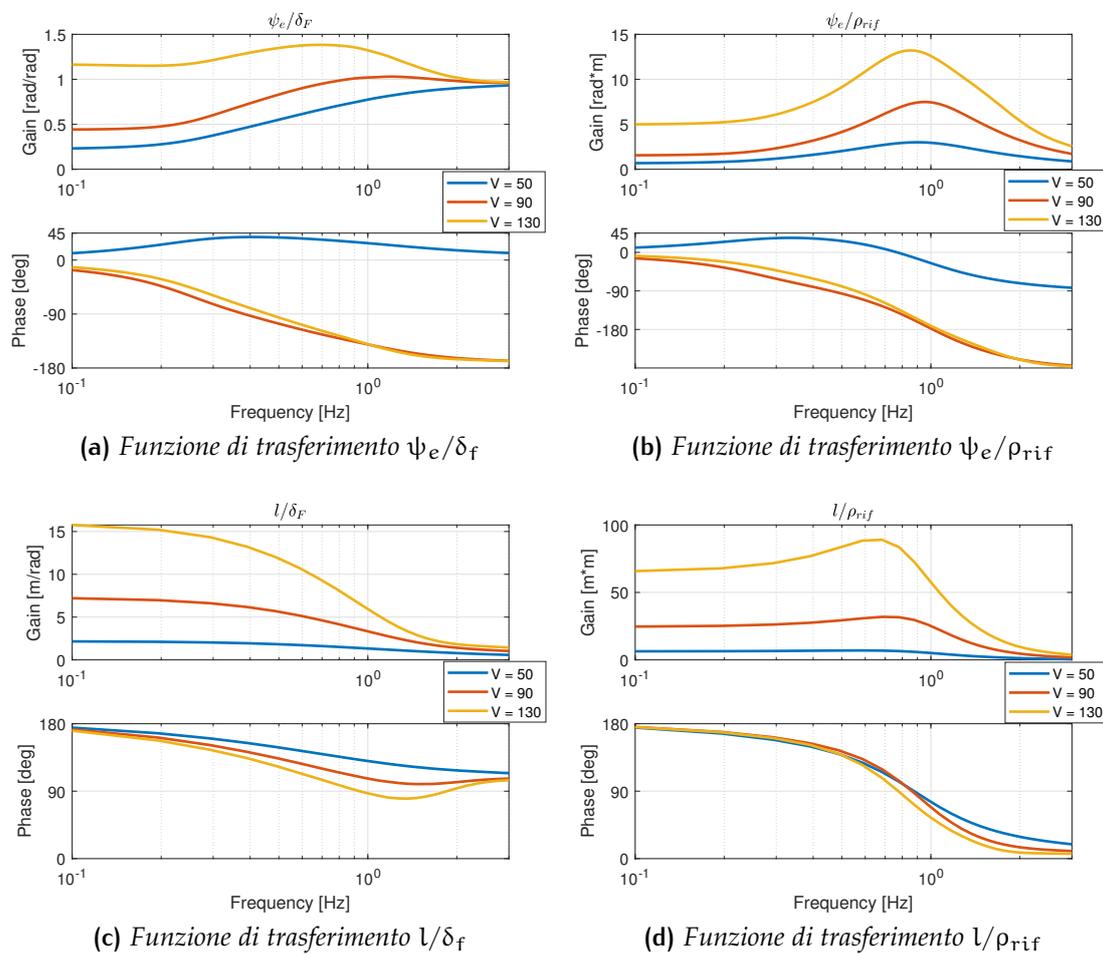


Figura 5.10: Andamento delle funzioni di trasferimento degli errori rispetto all'angolo di sterzo e alla curvatura di riferimento

Si può notare come il picco del guadagno all'aumentare della velocità aumenti, spostandosi verso frequenze più basse nel caso di ρ_{rif} (fig.5.11).

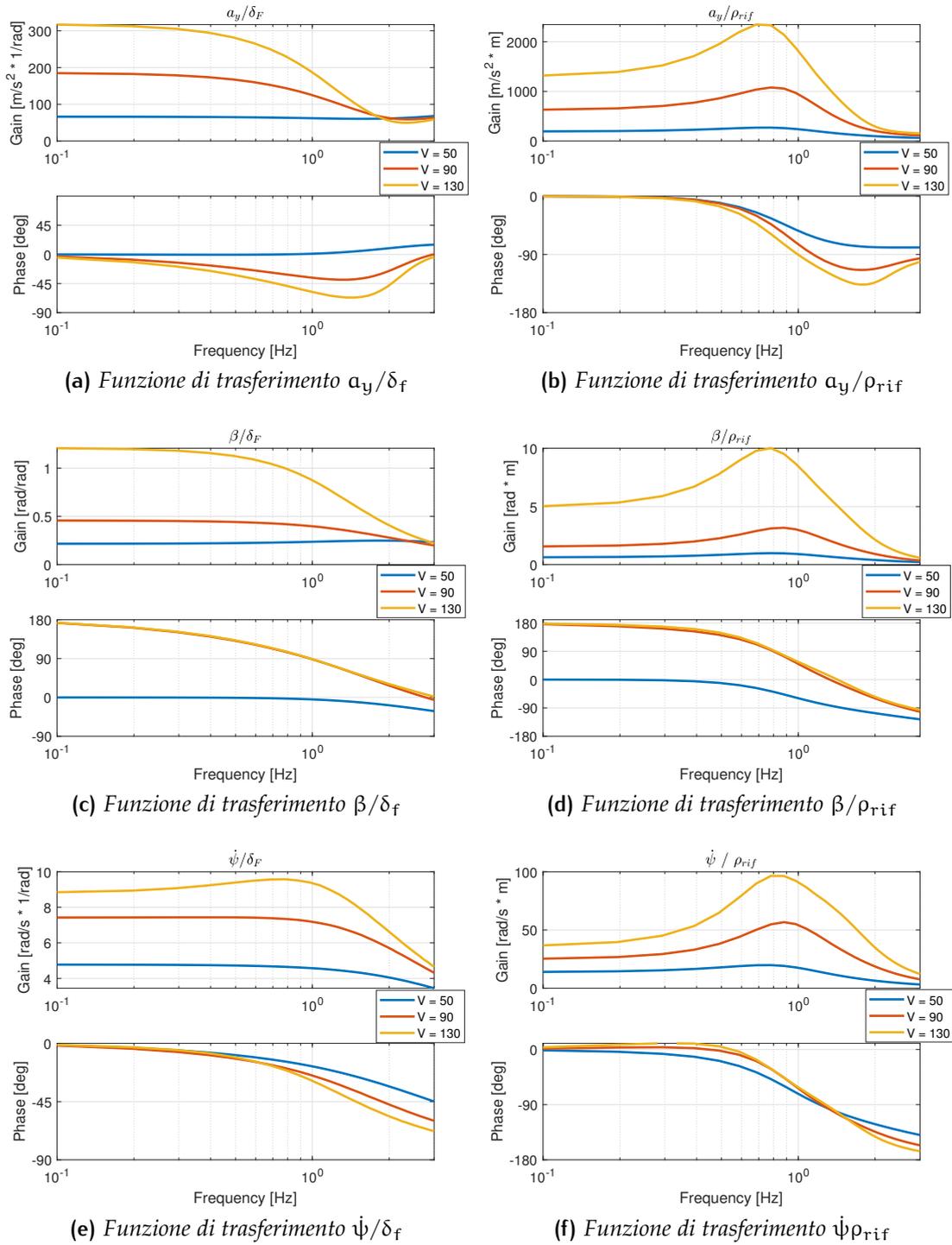
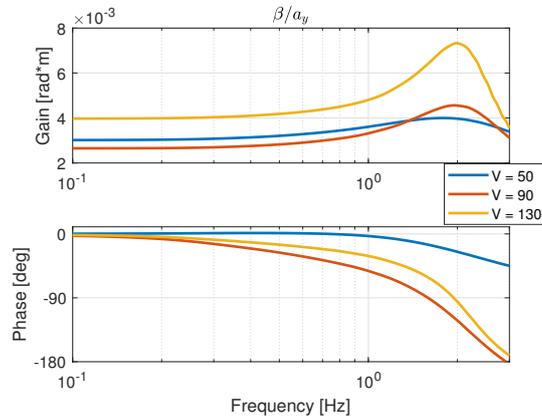
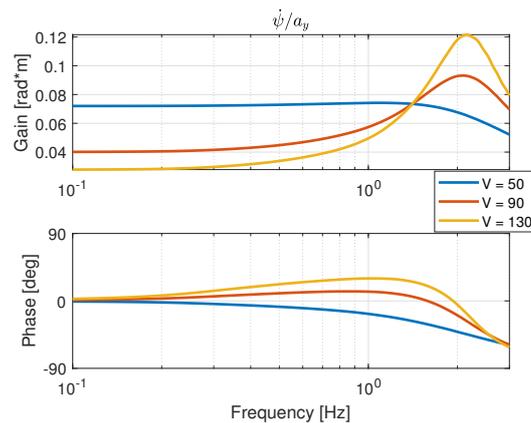


Figura 5.11: Andamento delle funzioni di trasferimento degli stati della dinamica rispetto all'angolo di sterzo e alla curvatura di riferimento

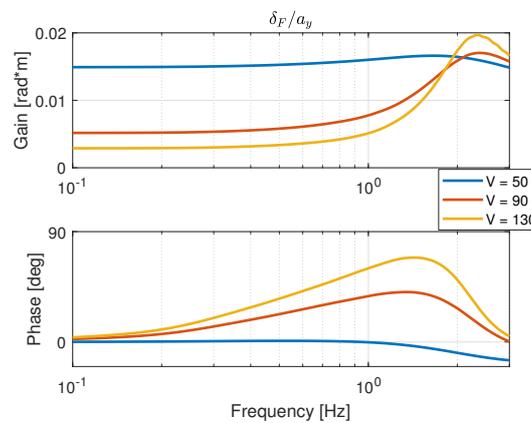
In fig.5.12 è mostrato l'andamento degli stati della dinamica del veicolo rispetto all'accelerazione laterale a_y . In tal caso si può notare come all'aumentare della velocità, mantenendo l'ampiezza (R) dello sweep invariata, l'accelerazione laterale cresce. La correzione stessa dell'angolo di sterzo risulta più aggressiva ed il picco, crescente all'incrementare della velocità, nelle FRF si trova a frequenze di circa 2 Hz.



(a) Funzione di trasferimento β/a_y



(b) Funzione di trasferimento $\dot{\psi}/a_y$



(c) Funzione di trasferimento δ_F/a_y

Figura 5.12: Andamento delle funzioni di trasferimento degli stati della dinamica rispetto all'accelerazione laterale

VARIAZIONE PARAMETRO DI TUNING k

Velocità (km/h)	Ampiezza di sweep (R) (m)	Ascissa curv. (m)	Frequenza (Hz)	k
50	100	1500	0 – 5	2-5-10

Tabella 12: Traiettoria di riferimento - Stanley con k variabile

Valutare il parametro k è importante a seconda dell'obiettivo che ci si pone:

- **k basso:** errori di inseguimento più elevati ma con un andamento dell'angolo volante meno brusco;
- **k elevato:** gli errori di inseguimento si riducono ma si ha un limite superiore per la stabilità. Inoltre, superato un certo valore il miglioramento della performance di inseguimento tende ad assottigliarsi, non producendo più i vantaggi sperati (fig.5.13).

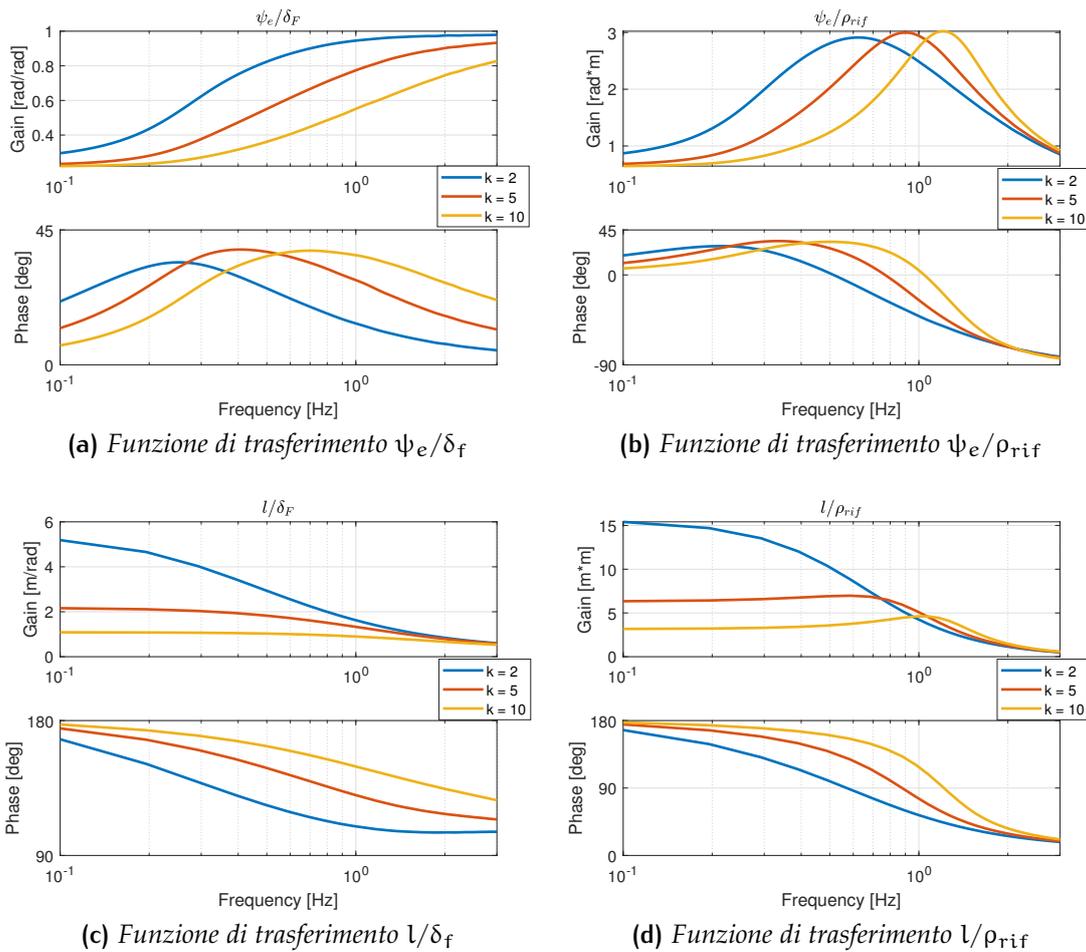


Figura 5.13: Andamento delle funzioni di trasferimento degli errori rispetto all'angolo di sterzo e alla curvatura di riferimento

Al variare del parametro di tuning k l'andamento degli stati del veicolo rispetto a δ_f coincide essendo il sistema dinamico lineare, poichè si sta valutando la risposta in frequenza modificando il controllo non il modello veicolo in sè per sè. Interessante, invece, è valutare la risposta rispetto alla curvatura di riferimento, come si può vedere in fig.5.14:

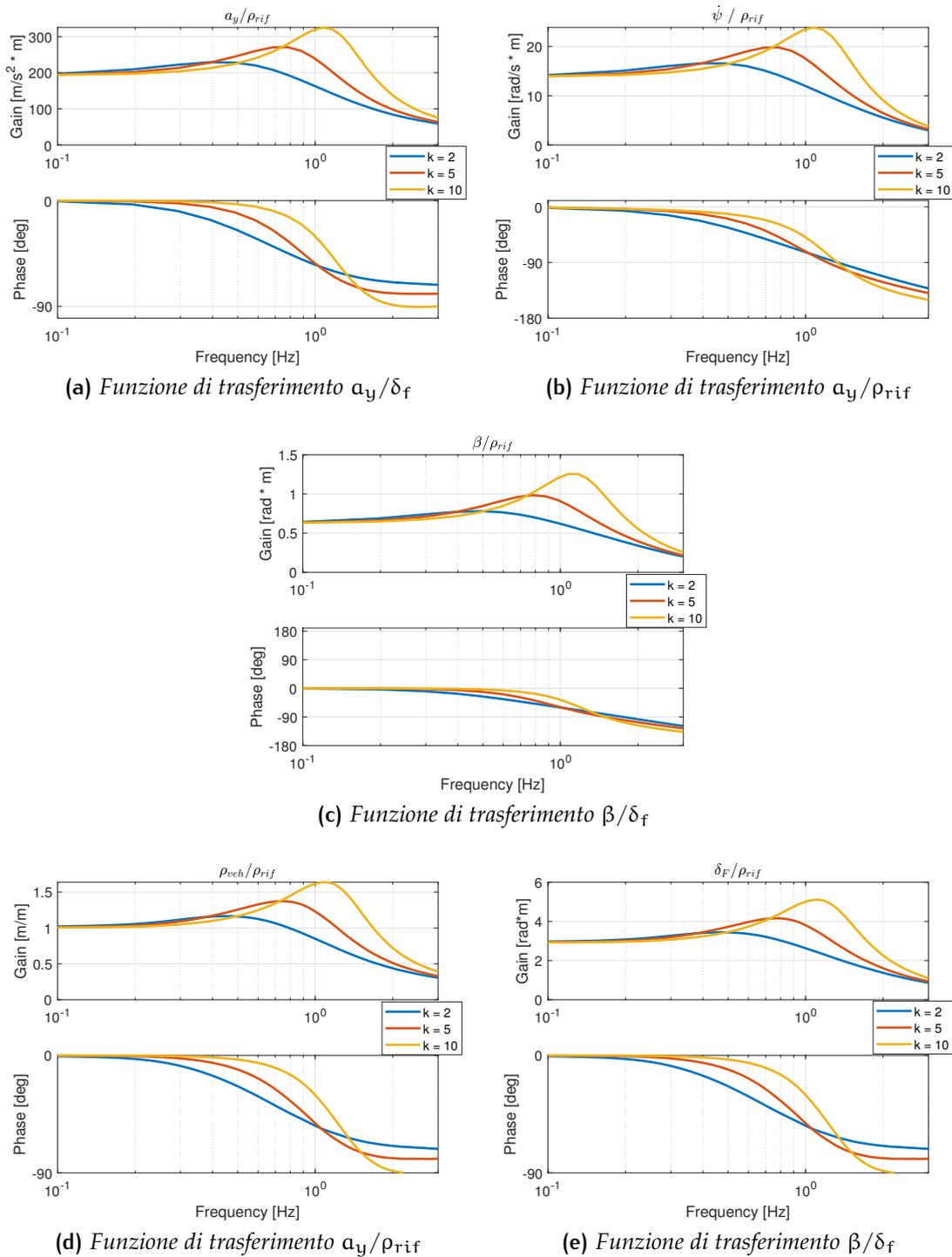


Figura 5.14: Andamento delle funzioni di trasferimento degli stati della dinamica del veicolo rispetto alla curvatura di riferimento

5.3 LOGICA DI CONTROLLO PURE PURSUIT

In questo paragrafo si è confrontata la risposta in frequenza tra due controllori: Stanley e Pure Pursuit. La traiettoria di riferimento ed il parametro di tuning risultano:

	Velocità (km/h)	Ampiezza di sweep (R) (m)	Ascissa curv. (m)	Frequenza (Hz)	Δs (m)	k
Pure Pursuit	50	100	1500	0 – 5	6	-
Stanley	50	100	1500	0 – 5	-	5

Tabella 13: Valori traiettoria di riferimento e Δs variabile

Per il confronto si è utilizzato un $\Delta s = 6$ e $k = 5$ poichè tali parametri portano a dei valori ed un andamento simili per l' errore di orientamento e deviazione laterale.

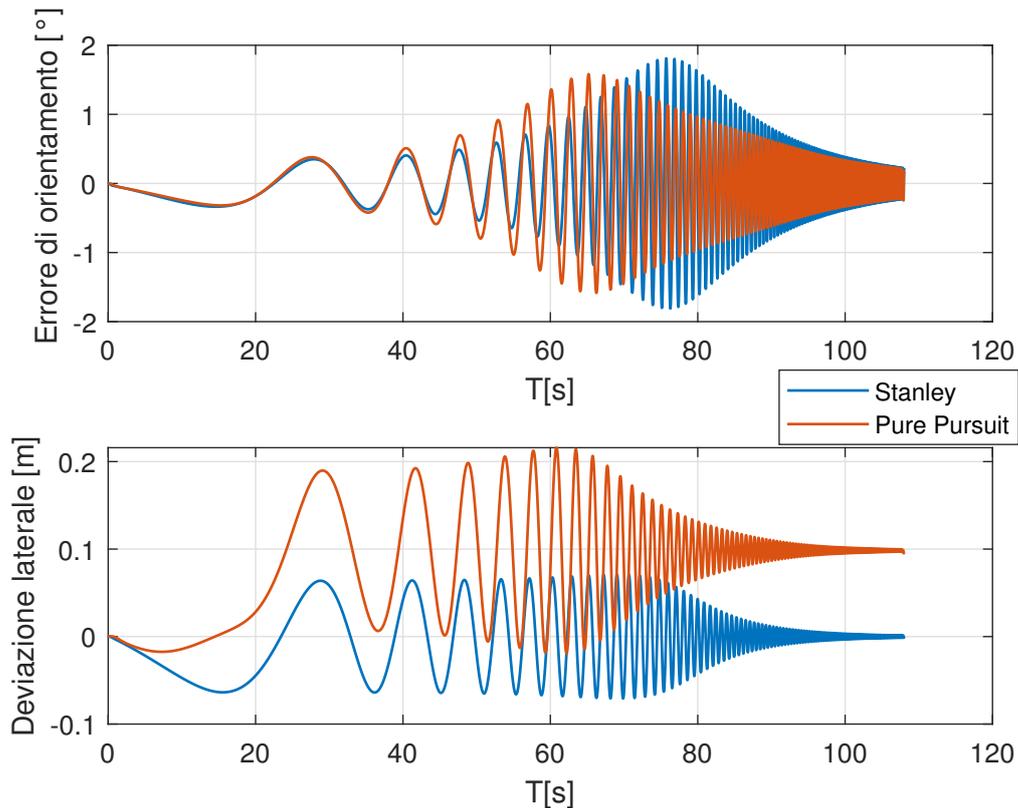


Figura 5.15: Errori nel tempo Pure Pursuit-Stanley

La differenza sostanziale sta nella deviazione laterale: l'errore tende a crescere iniziale per poi oscillare nell'intorno di 0.1 per il Pure Pursuit. Tale problema è dovuto alla mancanza di un controllo in retroazione per la deviazione laterale che, invece, è presente nello Stanley.

Il comportamento in frequenza rispecchia quanto detto. Si può notare che, rispetto a δ_f , ad alte frequenze (da 1.5 Hz a salire) l'andamento delle FRF risulta essere oscillatorio, con conseguente crollo della coerenza e quindi mancanza di correlazione tra input ed output del sistema.

Rispetto a ρ_{rif} , invece, il picco risulta essere spostato verso le basse frequenze con un massimo inferiore per l'orientamento, mentre superiore per la deviazione laterale (fig.5.16).

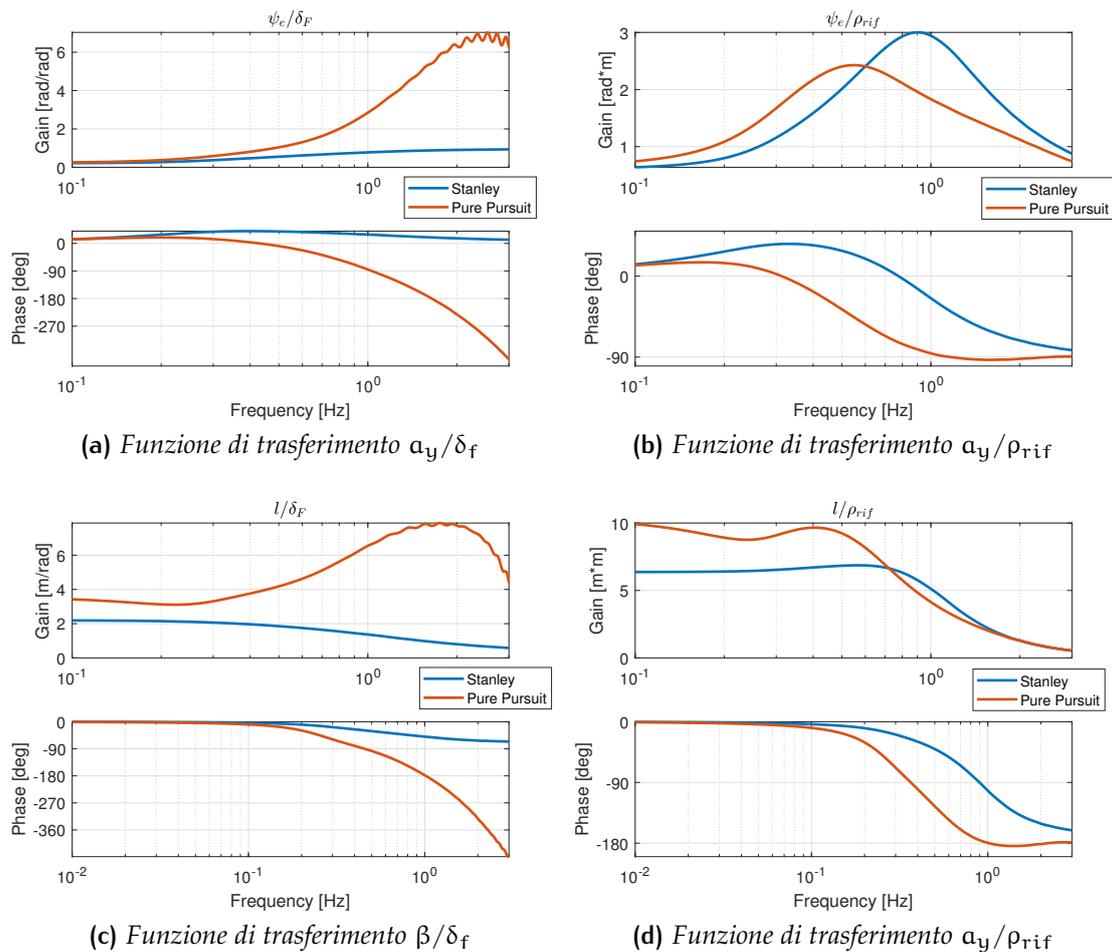
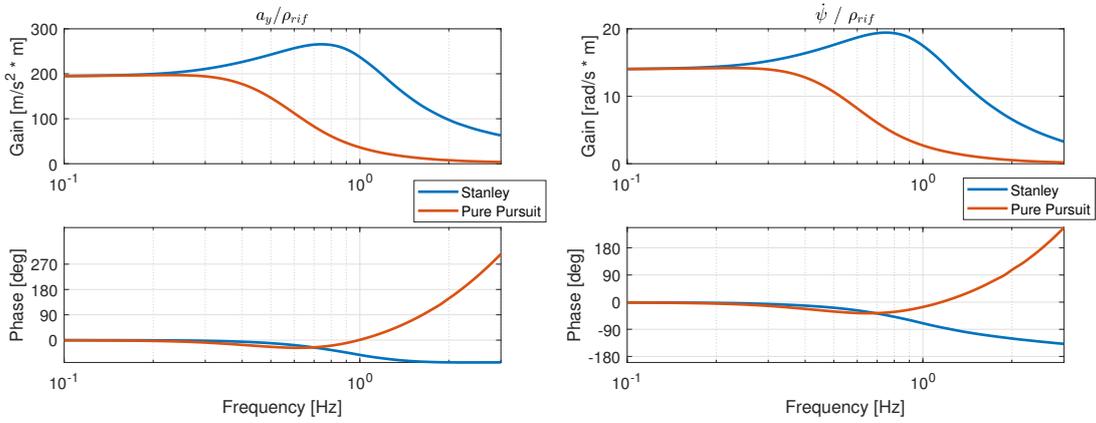


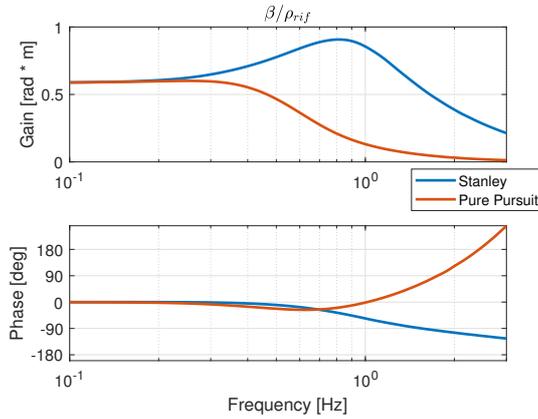
Figura 5.16: Confronto FRF Pure Pursuit-Stanley

Per gli stati della dinamica del veicolo è possibile fare un discorso analogo: il picco risulta essere inferiore, ma la larghezza di banda per cui si ha risposta del veicolo risulta essere limitata, come si vede in fig.5.17.

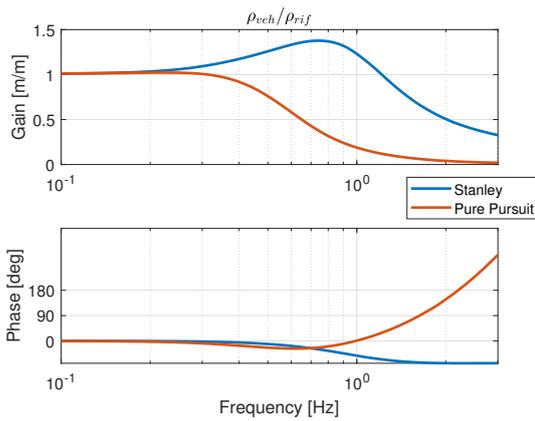


(a) Funzione di trasferimento a_y/ρ_{rif}

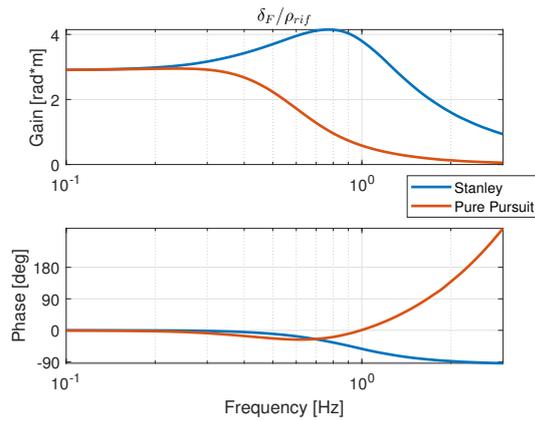
(b) Funzione di trasferimento $\dot{\psi}/\rho_{rif}$



(c) Funzione di trasferimento β/ρ_{rif}



(d) Funzione di trasferimento ρ_{veh}/ρ_{rif}



(e) Funzione di trasferimento δ_F/ρ_{rif}

Figura 5.17: Confronto FRF Pure Pursuit-Stanley

VARIAZIONE PARAMETRO DI TUNING Δs

Velocità (km/h)	Ampiezza di sweep (R) (m)	Ascissa curv. (m)	Frequenza (Hz)	Δs
50	100	1500	0 – 5	5-6-7-8

Tabella 14: Traiettoria di riferimento - Pure Pursuit con Δs variabile

A tal punto è interessante analizzare la sensitività del sistema di controllo Pure Pursuit, in funzione di Δs .

Inizialmente è possibile vedere l'andamento degli errori e come questo incrementi all'aumentare del parametro Δs , spostando il picco a frequenze più basse. Anche in questo caso si può notare come alle alte frequenze la risposta sia oscillatoria (fig.5.18).

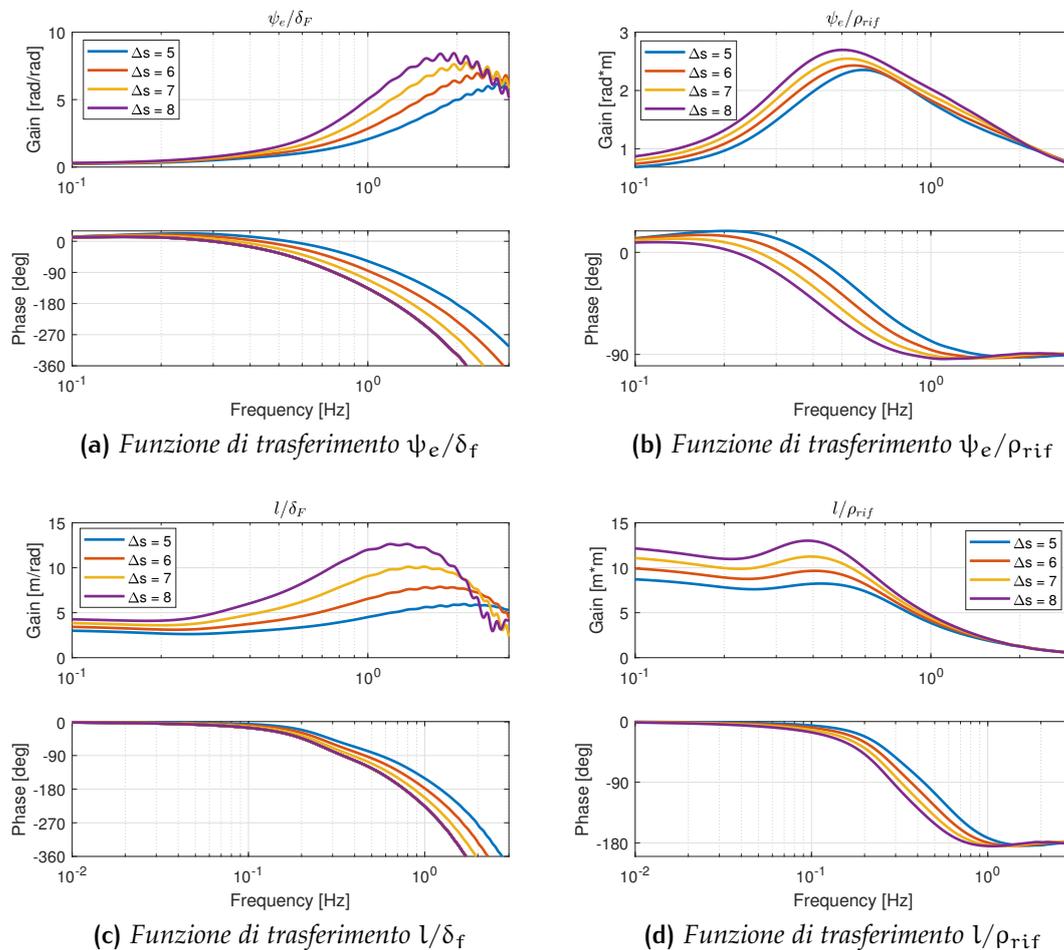


Figura 5.18: FRF Errori - sensitività Δs

Con tale analisi si nota ancora meglio come il sistema sia abbastanza smorzato, ma la larghezza di banda risulta essere piccola. Superate frequenze di 1Hz il sistema non risponde più (fig.5.19).

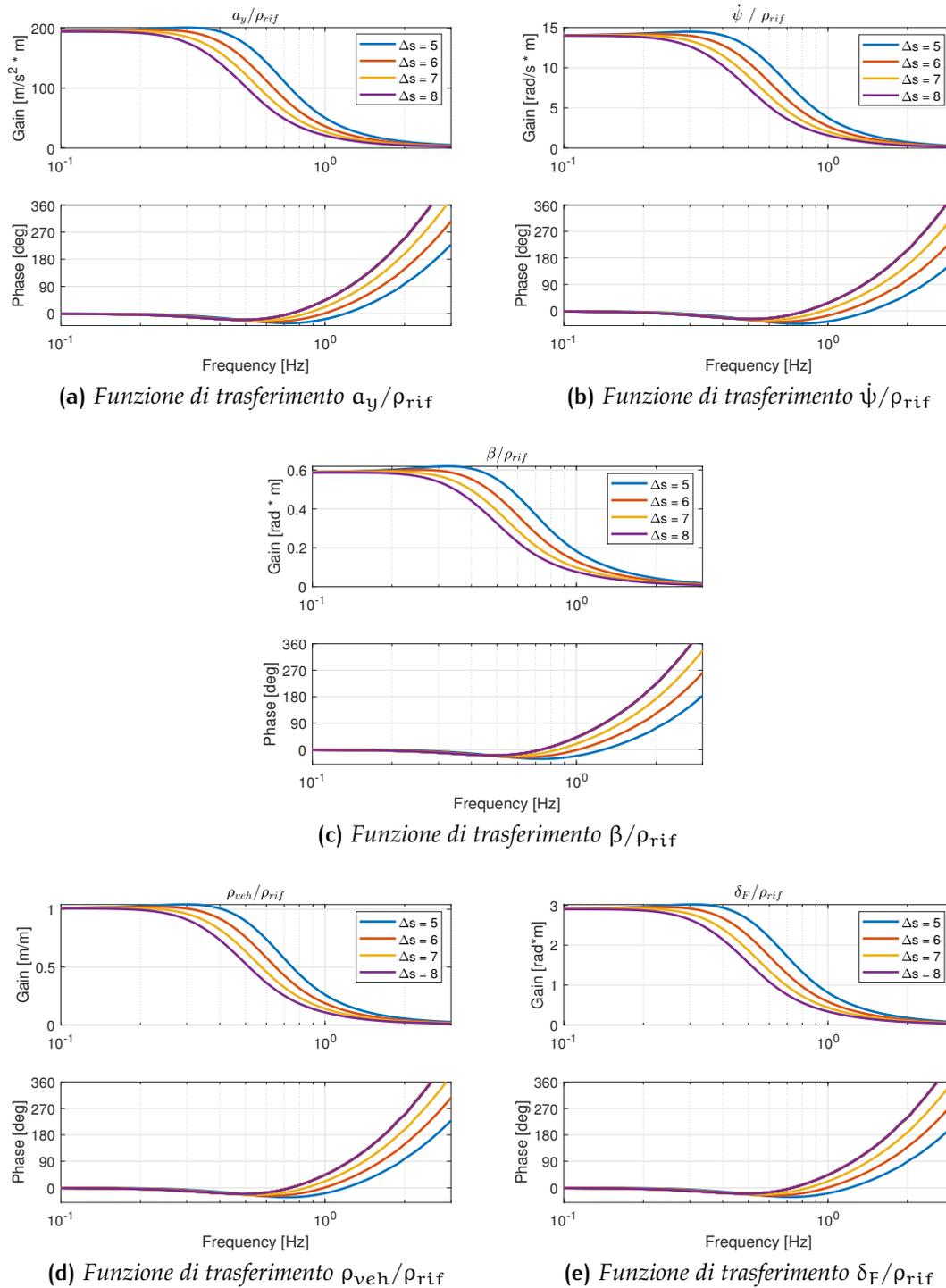


Figura 5.19: FRF Stati veicolo - sensibilità Δs

In definitiva si può affermare che il Pure Pursuit, per questo tipo di traiettoria, non è affidabile come lo Stanley ed in particolar modo:

- La deviazione laterale è superiore e non si stabilizza mai sul valore di 0, a causa della mancanza di un controllo in retroazione su tale errore;
- il comportamento è sufficientemente smorzato, ma la larghezza di banda è troppo ridotta;
- la taratura del Δs è complessa: valori troppo bassi portano all'instabilità, valori troppo elevati portano ad una risposta nulla ad alte frequenze. Quest'ultimo punto è correlato al fattore predittivo del Pure Pursuit: il controllore modifica l'angolo di sterzo in funzione di un punto "successivo" posto sulla traiettoria, definito "goal point". Avere un goal point troppo distante (Δs grande) porta alla perdita di informazioni quando la frequenza, in un segnale sinusoidale, cresce.

5.4 CONFRONTO CON UN MODELLO NON LINEARE

Come già evidenziato nel Capitolo 2, considerare pneumatici lineari per valori di accelerazione laterale superiore agli 0.3 g è inadeguato per un'analisi corretta del comportamento del veicolo. Inoltre, per rendere più realistica l'analisi, è stato considerato il veicolo dotato di sospensioni con l'annessa introduzione del rollio.

Oltre che un livello di dettaglio elevato, nel caso di guida autonoma risulta fondamentale definire modelli di veicolo che riescano a lavorare in "real-time": l'obiettivo è trovare il giusto compromesso tra la precisione e i tempi di calcolo. In tale sezione è stato fatto un confronto tra i due modelli analizzati nel Capitolo 2, basandoci sul Paper [3], per valutarne le differenze.

Partendo da un modello Multibody in Adams/Car a 56 gradi di libertà, i risultati sono stati implementati in un modello Monotraccia tramite delle look-up table in Matlab-Simulink. In particolare sono stati mappati: la posizione del baricentro COG, le rigidità di deriva dei due assali, la lunghezza di rilassamento, la rigidità e lo smorzamento di rollio. Ciò ha permesso di incrementare il grado di dettaglio, senza "appesantire" il sistema.

Nella tabella sono mostrate le caratteristiche dei due modelli a confronto:

Variabile	Simbolo	Unità di misura	Non Lineare	Lineare
Massa totale	m	kg	1854	1854
Massa sospesa	m_s	kg	1661	—
Passo Veicolo	L	m	2.72	2.72
Semipasso ant.	a	m	1.14	1.14
Semipasso post.	b	m	1.58	1.58
Interasse	t	m	1.55	—
Altezza COG	h	m	0.49	0.49
Momento d'Inerzia	J_z	$kg * m^2$	2193	2193
Rigidità a rollio	k_ϕ	kNm/rad	155	—
Smorzamento a rollio	c_ϕ	kNms/rad	6.18	—
Rigidità di deriva ant.	C_F	N/rad	$1.7 * 10^5$ (max)	$1.7 * 10^5$
Rigidità di deriva post.	C_R	N/rad	$1.43 * 10^5$ (max)	$1.43 * 10^5$

Tabella 15: Valori caratteristici Veicolo

Prima di procedere con il confronto, è importante dire che:

1. Il modello lineare iniziale trascura le sospensioni e non prevede la divisione tra massa sospesa e non sospesa, pertanto la il confronto è fatto sulla massa totale;
2. La rigidità di deriva nel modello non lineare non è costante (fig. 5.20) per il confronto si è optato di utilizzare nel modello lineare il valore massimo, ovvero quello nell'intorno dell'origine degli assi ($F_y - \alpha$), dove $\alpha \simeq 0$.

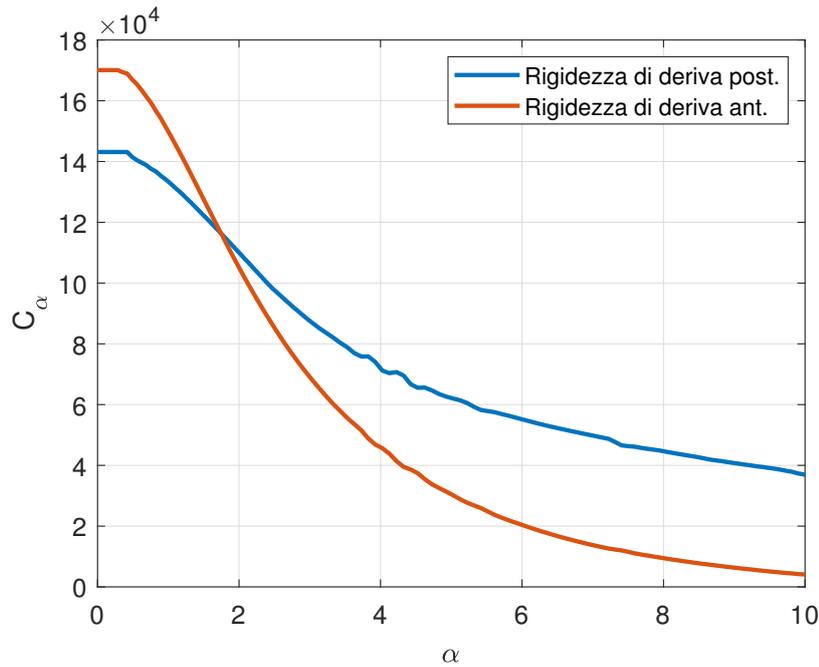


Figura 5.20: Andamento sperimentale della Rigidezza di deriva in funzione dell'angolo di deriva

Facendo aumentare linearmente la curvatura, tramite una manovra di tipo Ramp Steer, si è valutato il valore del raggio di curvatura per cui il modello si porti in instabilità alla velocità di 90km/h.

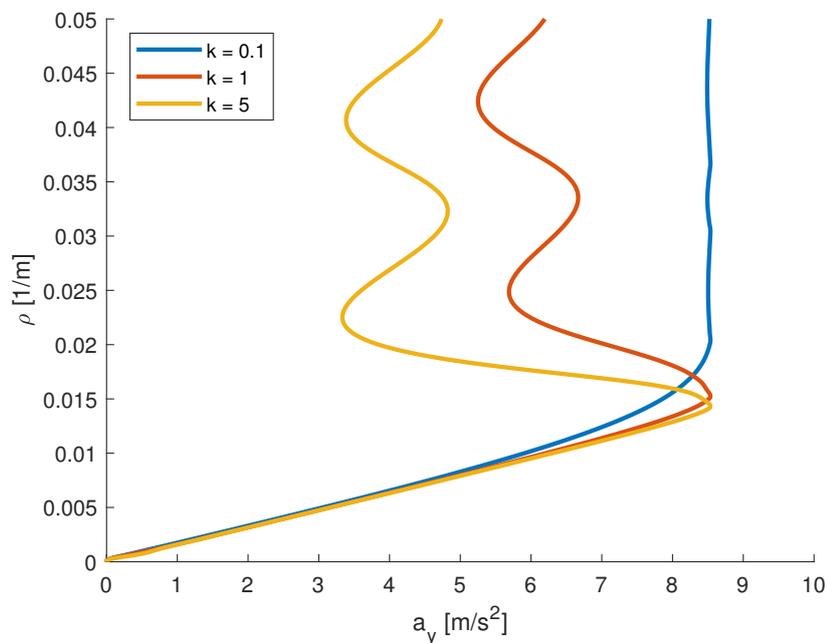


Figura 5.21: Curvatura in funzione dell'accelerazione laterale - 90 km/h

L'andamento è funzione del controllo, anche se si vede che per valori superiori a $k = 1$ la zona stabile ha un trend pressochè identico. Dalla figura 5.24 si può notare come il valore per cui si perda la stabilità sia nell'intorno degli $[0.8 -$

0.9] g di accelerazione laterale, con un raggio di curvatura associato di 70 m. Come visto nei paragrafi precedenti, il controllo alle alte frequenze non riesce ad esser preciso con conseguente aumento dei picchi dell'angolo di sterzo e dell'accelerazione laterale. Si è dovuto, pertanto, opportunamente tarare sia il controllo sia il raggio di curvatura massimo da utilizzare. Alla fine è stato scelto un raggio di curvatura di 105 m corrispondente ad un'accelerazione laterale $a_y = 0.6$ g, ossia un valore adeguato per far sì che i pneumatici siano in campo non lineare. Il parametro di tuning k utilizzato è pari a 2.5 ed è il valore massimo per non andare in instabilità: si è cercato il miglior compromesso tra la stabilità e la precisione (k elevato).

Velocità (km/h)	Ampiezza di sweep (R) (m)	Ascissa curv. (m)	Frequenza (Hz)	k
90	105	3000	0 – 5	2.5

Tabella 16: Caratteristica traiettoria per il confronto tra lineare e non lineare

Con questi valori possiamo rappresentare la traiettoria di riferimento:

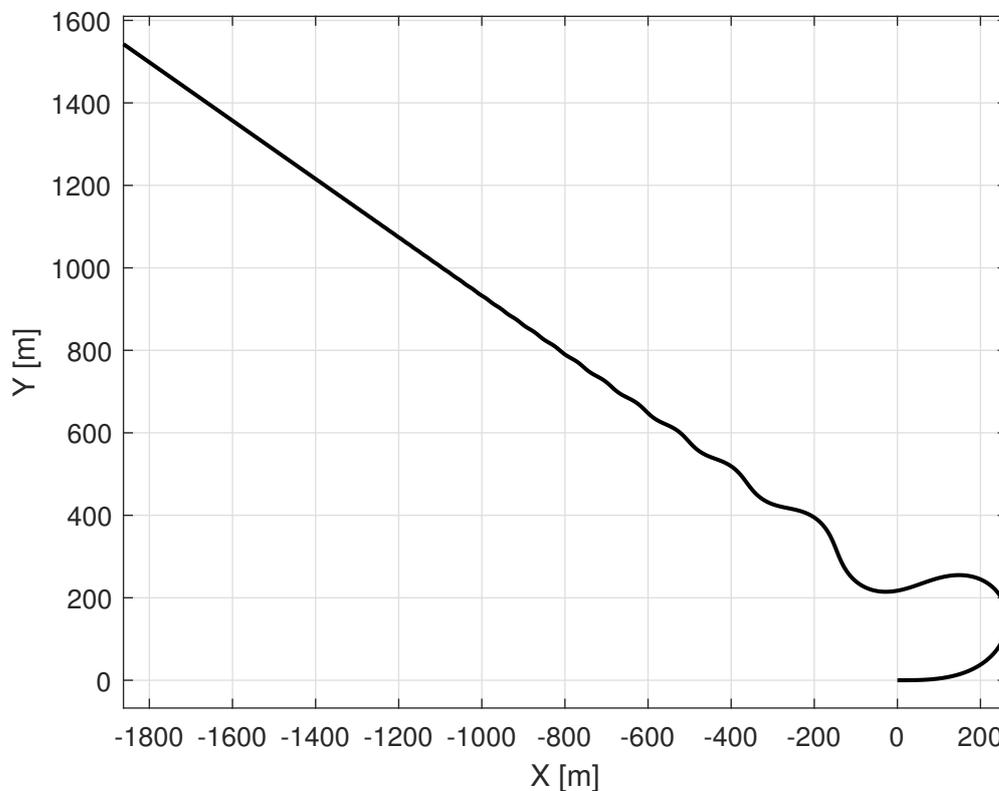
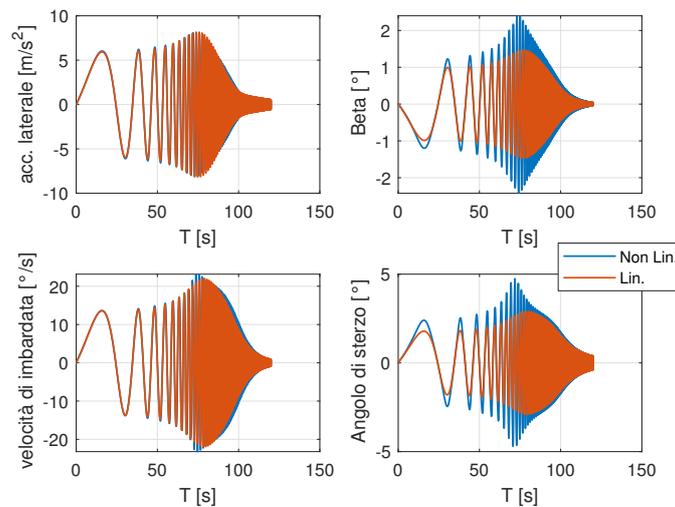


Figura 5.22: Traiettoria di riferimento: 90 km/h con curvatura variabile

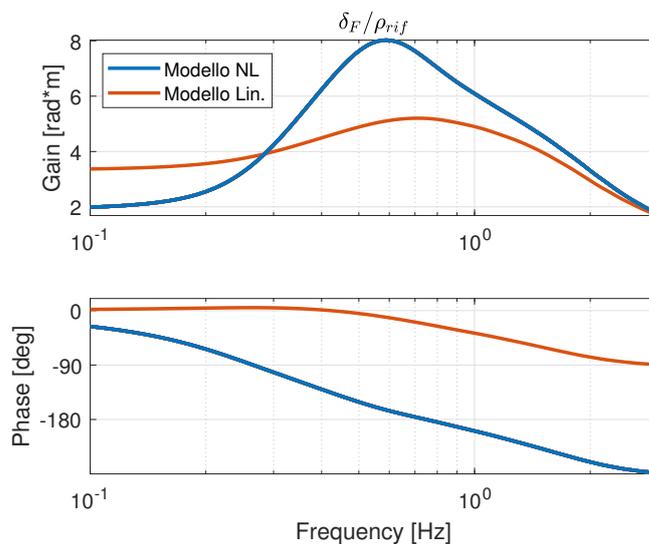
Pertanto, è possibile rappresentare l'andamento degli stati della dinamica del veicolo nel tempo per i due modelli, come si vede in fig.5.23:

L'accelerazione laterale, come visto in precedenza, non ha ampiezza costante ma alle alte frequenze tende a crescere, con l'associato rischio di instabilità. Inoltre si può notare che:

- L'angolo di assetto è più elevato sin dalle basse frequenze
- L'andamento dell'angolo di sterzo è più brusco, con picchi più elevati alle alte frequenze



(a) Stati della dinamica del veicolo nel tempo



(b) Funzione di trasferimento δ_F / ρ_{rif}

Figura 5.23: Stati della dinamica del veicolo - Manovra Sine Sweep in curvatura

Nelle figure successive si può vedere, tramite l'andamento nel tempo ed in frequenza, come gli errori abbiano un picco superiore nel modello non lineare, pur mantenendolo circa alla stessa frequenza del modello lineare.

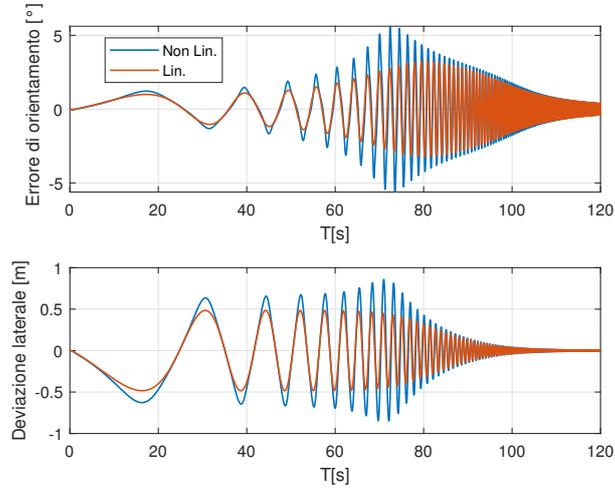


Figura 5.24: Stati della dinamica del veicolo - Manovra Sine Sweep in curvatura

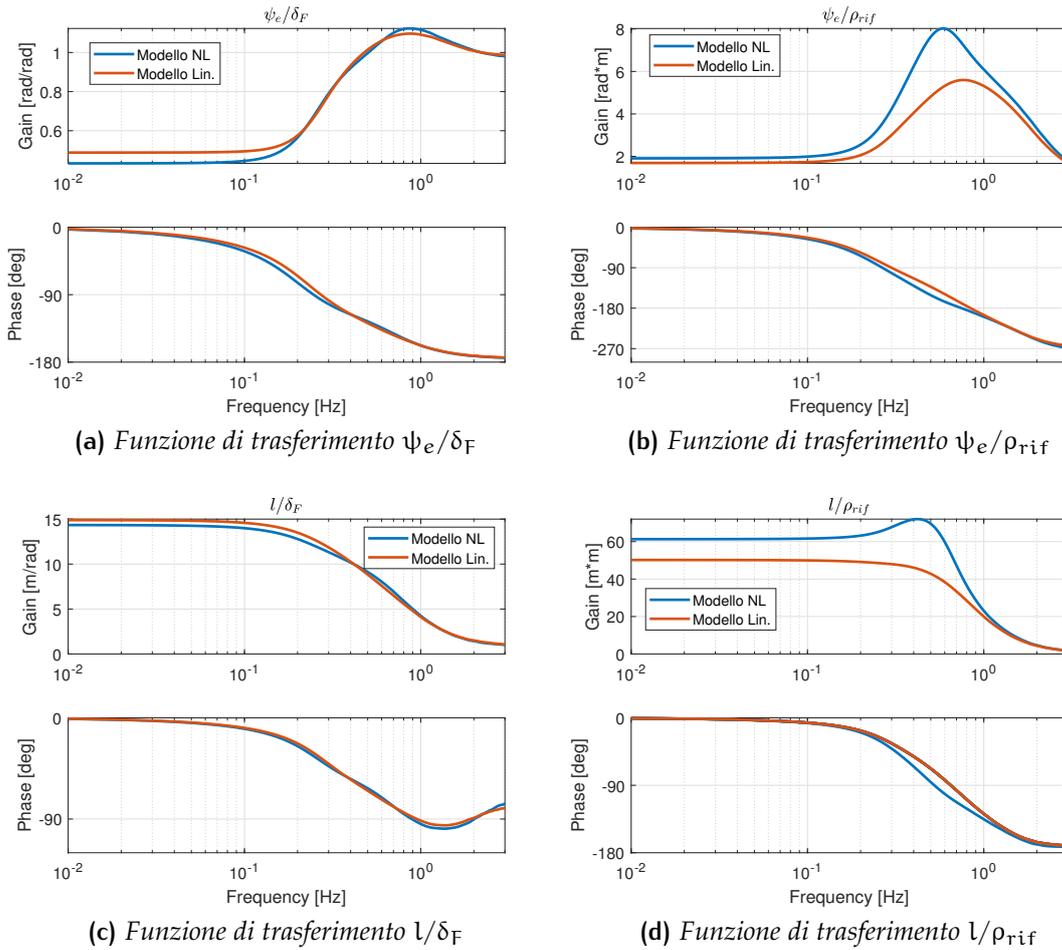


Figura 5.25: FRF Errori - Confronto modelli

Successivamente è possibile mostrare le FRF degli stati della dinamica del veicolo (fig.5.26):

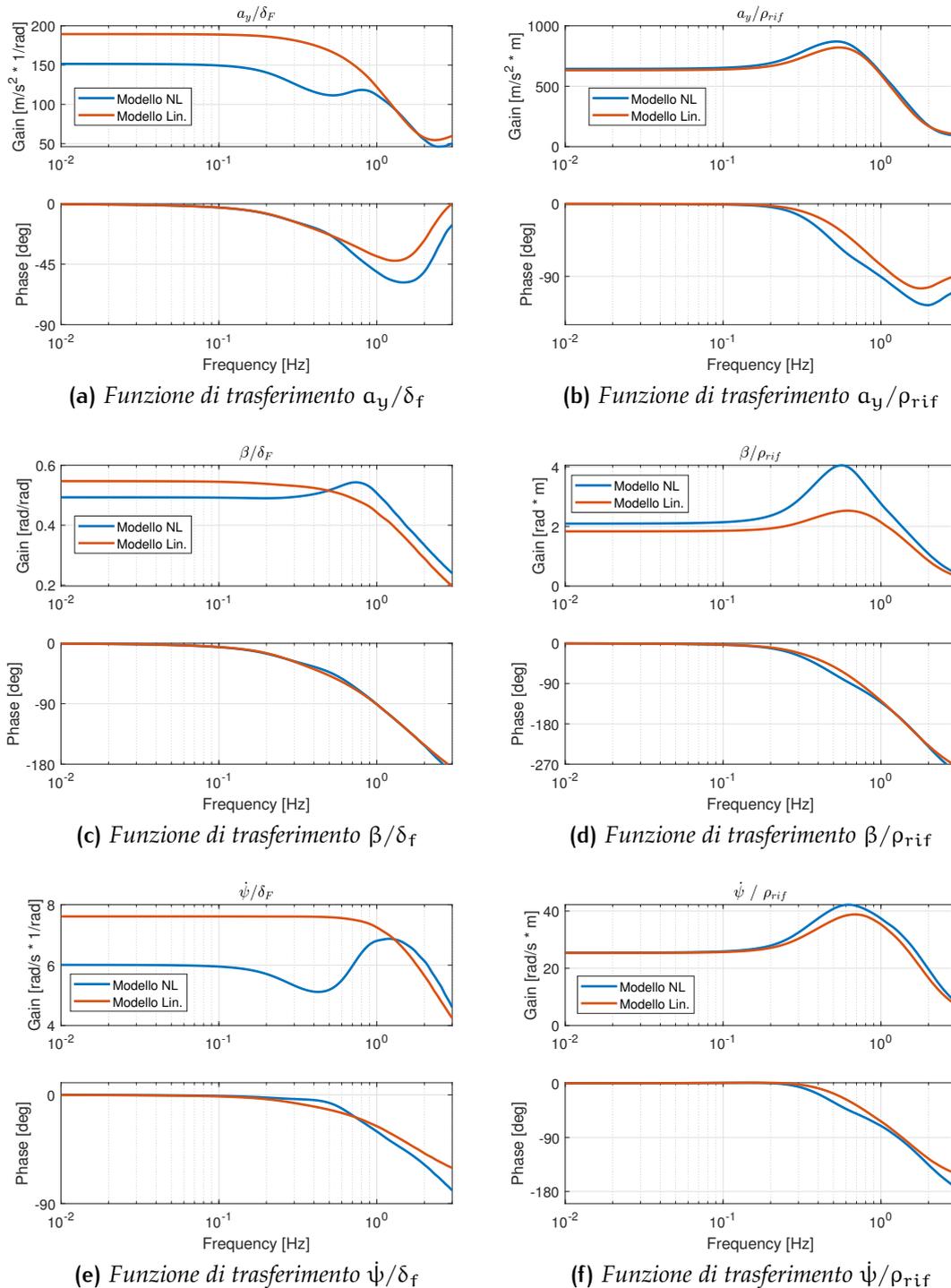


Figura 5.26: Andamento delle funzioni di trasferimento della dinamica del veicolo: Confronto Modelli

In conclusione si può dire che il confronto con l'angolo di sterzata delle ruote δ_f è interessante ma non riesce a dare indicazioni precise, poichè tale angolo è definito dal controllore e varia nei due casi. Il confronto più attendibile è con la curvatura di riferimento (uguale nei due modelli): anche in tal caso,

come per gli errori, il picco si presenta nell'intorno della stessa frequenza che si aveva nel caso lineare, ma con valori superiori.

L'analisi fatta a 90 km/h è ripetuta a 130 km/h, con le stesse considerazioni fatte in precedenza.

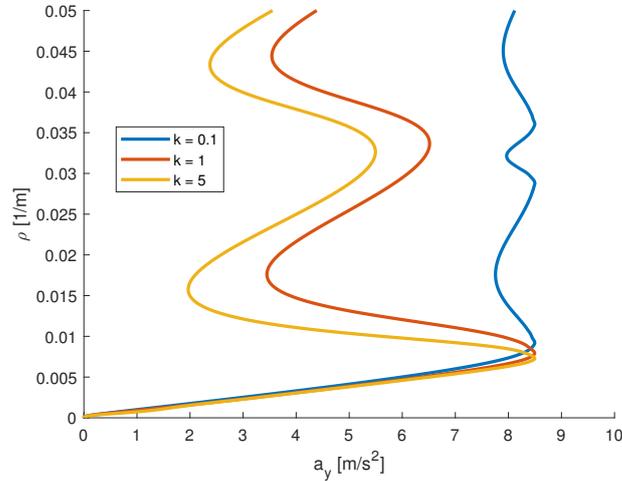


Figura 5.27: Curvatura in funzione dell'accelerazione laterale - 130 km/h

In questo caso il valore di curvatura, per cui si ha instabilità, si abbassa ed il raggio minimo utilizzabile risulta essere pari a 220 per un'accelerazione laterale a_y di 0.6 g (fig.5.28).

Velocità (km/h)	Ampiezza di sweep (R) (m)	Ascissa curv. (m)	Frequenza (Hz)	k
130	220	5000	0 – 5	2.5

Tabella 17: Caratteristica traiettoria per il confronto tra lineare e non lineare

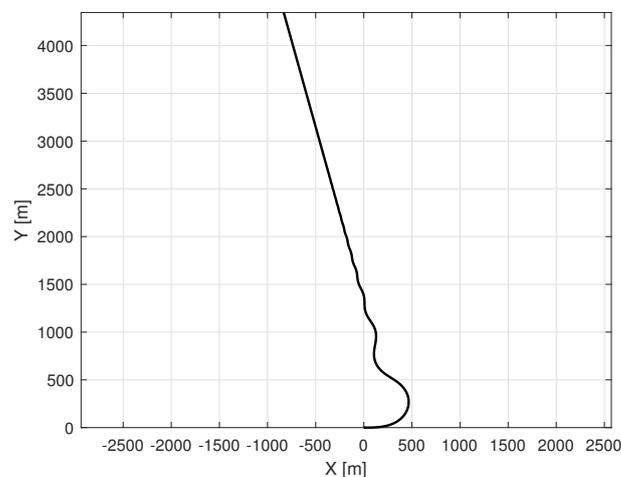
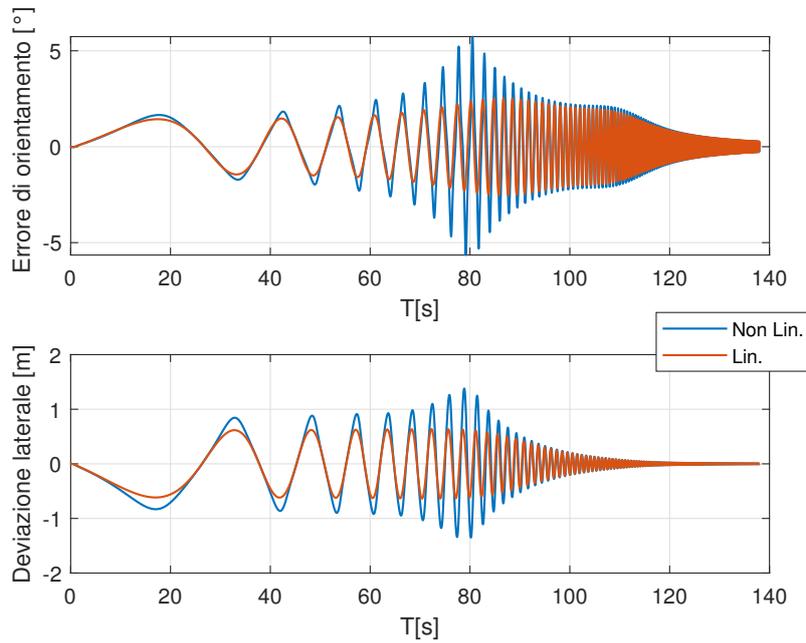
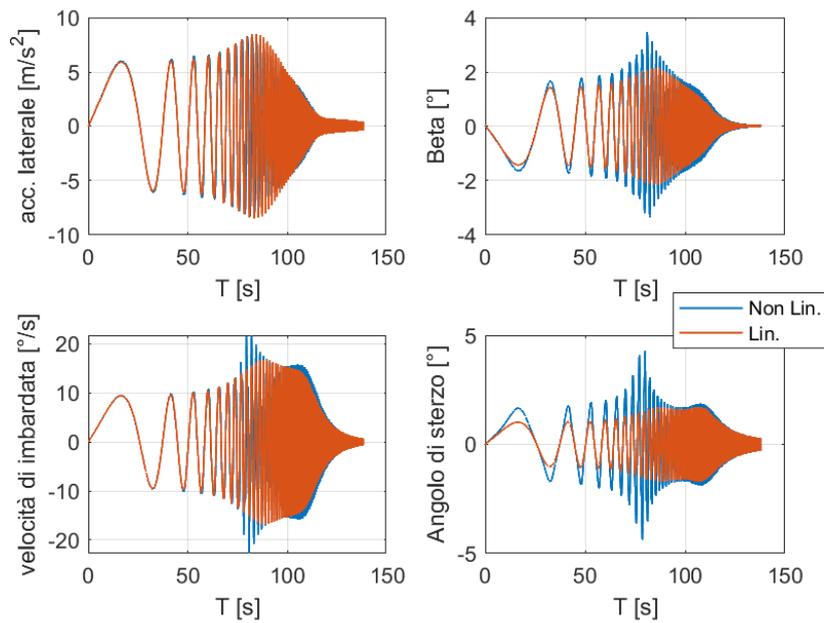


Figura 5.28: Traiettoria di riferimento: 130 km/h con curvatura variabile

Si può mostrare, nelle figure successive, l'andamento degli stati della dinamica del veicolo e degli errori nel tempo:



(a) Funzione di trasferimento Andamento degli errori nel tempo



(b) Dinamica del veicolo nel tempo

Figura 5.29: Dinamica del Veicolo e Errori nel tempo

In conclusione è possibile mostrare l'andamento delle FRF degli errori e degli stati rispetto solo alla curvatura di riferimento.

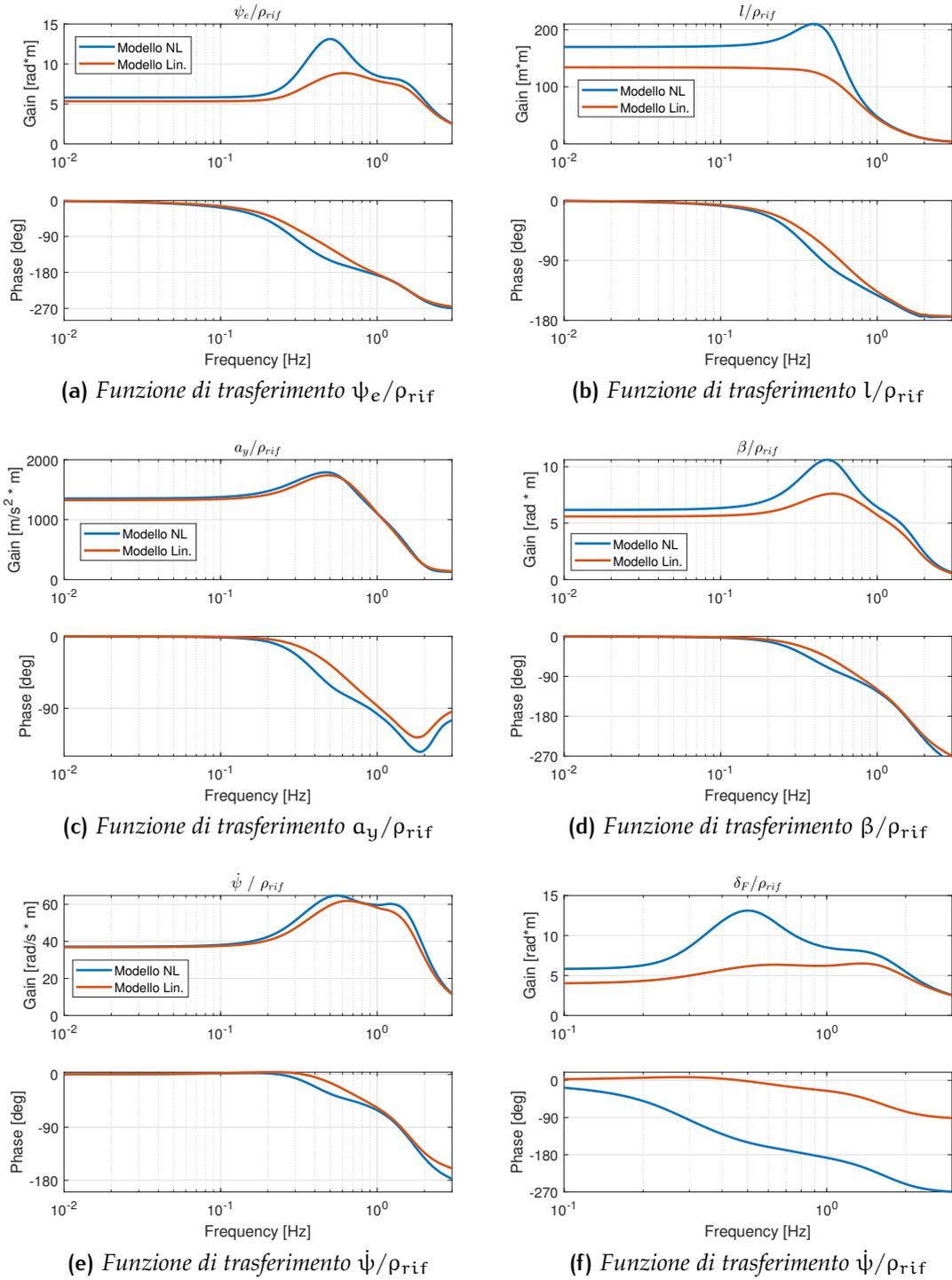


Figura 5.30: Andamento delle funzioni di trasferimento della dinamica del veicolo: Confronto modelli 130 km/h

5.4.1 Velocità di Rollio

Avendo introdotto un modello con rollio è interessante analizzare in frequenza l'andamento della velocità di rollio.

Definendo la velocità angolare del veicolo, nel sistema cartesiano (i, j, k) riferito alla massa sospesa, come:

$$\Omega = p i + q j + r k \quad (5.3)$$

Con:

- p = velocità di rollio
- q = velocità di beccheggio
- r = velocità di imbardata

Tali velocità non sono le derivate temporali degli angoli citati ma, avendo ipotizzato nullo il beccheggio ($\theta = 0$) ed essendo $p = \dot{\phi} - \dot{\psi}\theta$, si può dire che: ¹

$$p = \dot{\phi} \quad (5.4)$$

Si è fatto un confronto per due velocità (90 – 130 km/h), considerando le stesse traiettorie utilizzate in precedenza:

Variabile	Simbolo	Unità di misura	90 km/h	130 km/h
Ampiezza di sweep (R)	R	m	105	220
Ascissa curvilinea	s	m	3000	5000
Frequenza	f	Hz	0 – 5	0 – 5
Parametro di tuning	k	–	2.5	2.5

Tabella 18: Caratteristiche traiettoria per il confronto sulla velocità di rollio

Si può notare che (fig.5.31, 5.32):

- Si ha un picco, rispetto alla curvatura di riferimento, nell'intorno di 1.5 Hz;
- rispetto a δ_F si ha un doppio picco (dovuto al controllo e al conseguente angolo di sterzo) inizialmente a 1.5 Hz e poi a 3.5 Hz;
- l'aumento della velocità porta il massimo guadagno a valori più elevati, nello stesso intorno di frequenza.

¹ si veda [1] per maggiori dettagli

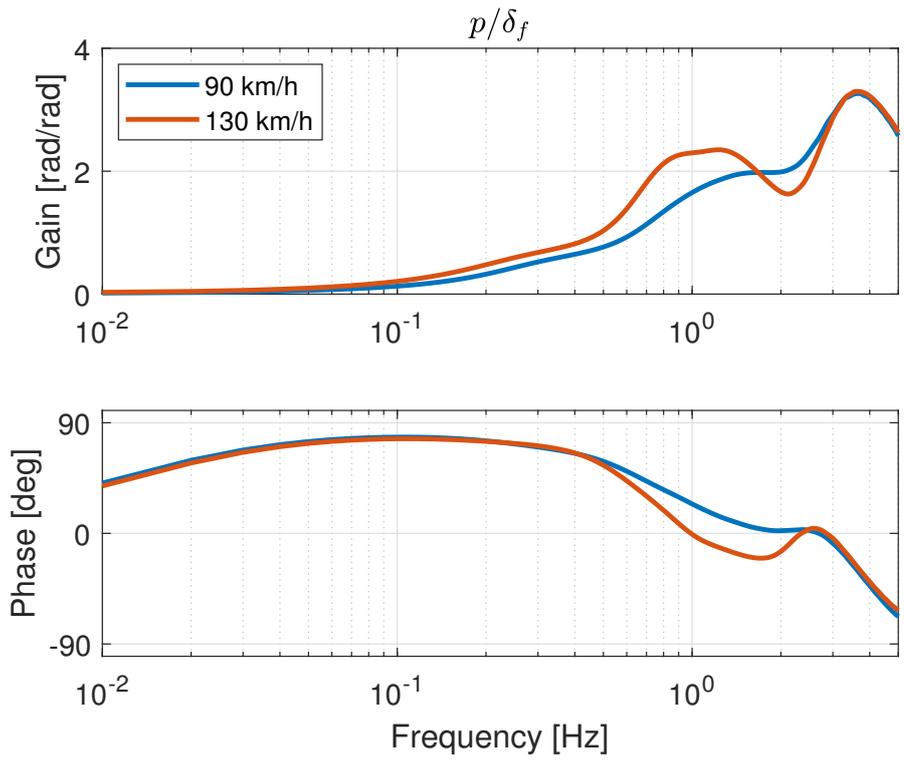


Figura 5.31: FRF p/δ_F

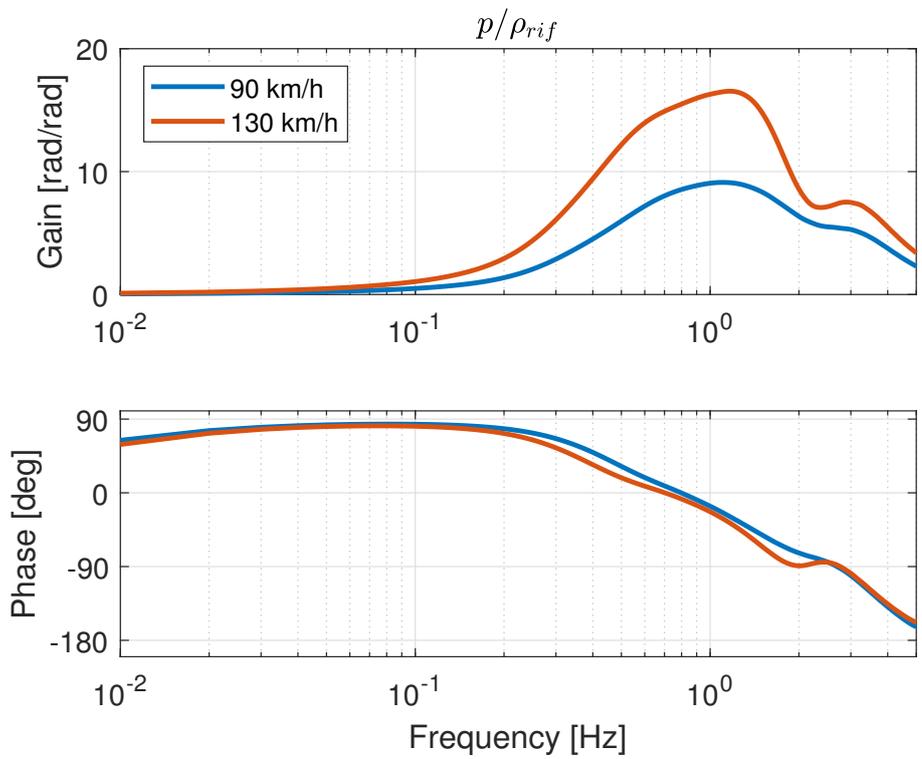


Figura 5.32: FRF p/ρ_{rif}

Alla velocità di 90 km/h, è stata fatta una prova a rigidità di rollio variabile e si è visto che il primo picco (sia rispetto a δ_f che ρ_{rif}) tende a ridursi all'aumentare della rigidità a rollio (fig.5.33, 5.34).

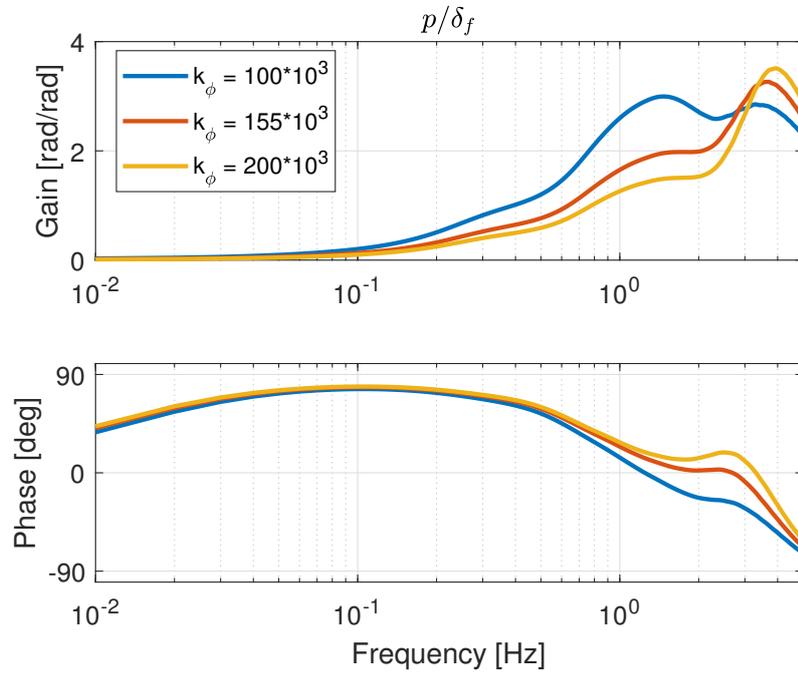


Figura 5.33: FRF p/δ_f al variare della rigidità a rollio

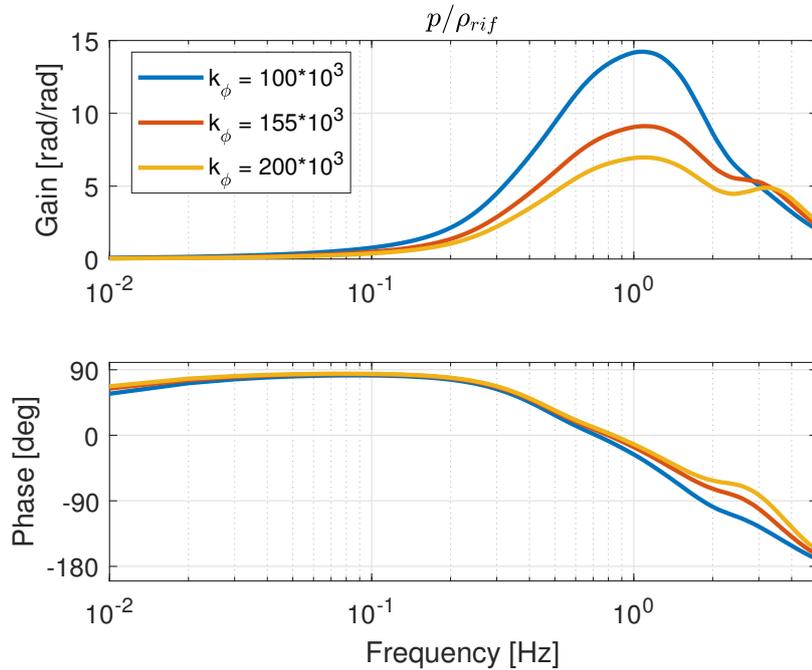


Figura 5.34: FRF p/ρ_{rif} al variare della rigidità a rollio

CONCLUSIONI

Il costante aumento degli incidenti stradali, collegato alle continue distrazioni alla guida, ha portato un rapido sviluppo dei più svariati sistemi di assistenza alla guida fino al concepimento di auto a guida completamente autonoma.

In questo lavoro di tesi sono stati definiti due modelli veicolo, al fine di cercare il giusto compromesso tra velocità di risposta e precisione:

- Un modello lineare a bicicletta;
- un modello più dettagliato con rollio e non linearità degli pneumatici.

Inoltre, è stato definito un set di percorsi di riferimento tramite la Normativa decretata dal "Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti", a cui è stato abbinato un sistema di calcolo degli errori di traiettoria. In particolar modo, tramite l'utilizzo di un set di equazioni parametriche, sono stati definiti istante per istante la curvatura, l'orientamento e le coordinate (x, y) della traiettoria scelta. L'ottenimento del sistema di equazioni, unito al sistema di calcolo degli errori di traiettoria (opportunamente modificato per tener conto della dinamica del veicolo) ha permesso di ottenere dei risultati molto precisi tramite l'utilizzo di controllori, quali *Pure Pursuit* e *Stanley*.

Successivamente l'analisi si è basata sul controllo in traiettoria: partendo dalle equazioni parametriche, è stata valutata una traiettoria la cui curvatura sia sinusoidale e a frequenza variabile nel tempo. Tale manovra, simile alla nota manovra di "Sine Sweep", ha messo in evidenza le criticità dei controllori, in particolar modo alle alte frequenze. Infine, è stato fatto un confronto tra i due modelli di veicolo ed è stato analizzato il comportamento in frequenza sia degli errori che degli stati della dinamica del veicolo.

In ottica futura risulta interessante definire un tipo di controllore che permetta al veicolo di seguire la traiettoria ed avere dei risultati più affidabili anche alle alte frequenze.

A

FRENET-SERRET

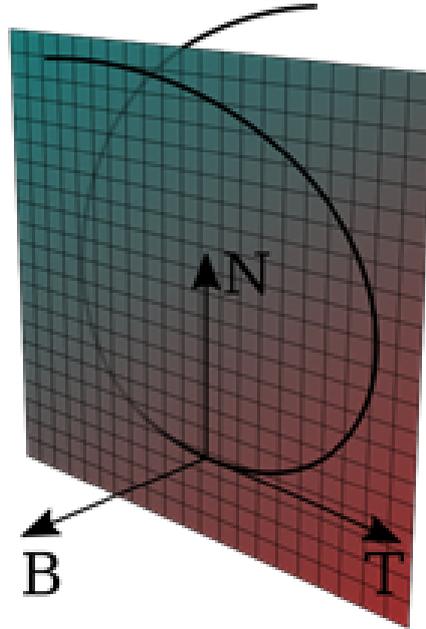


Figura A.1: Sistema di riferimento Serret Frenet

In geometria differenziale, le formule di Frenet-Serret descrivono le proprietà cinematiche di una particella che si muove lungo una curva continua e differenziabili nello spazio euclideo tridimensionale \mathbb{R}^3 , o le proprietà geometriche della curva stessa indipendentemente da qualsiasi movimento. Sono relazioni che legano i versori del triedro principale (t versore tangente, n versore normale, b versore binormale) relativi a un punto P di una curva dello spazio, con la curvatura $\rho = 1/R$ e la torsione τ in quel punto. La curva deve essere data in equazioni parametriche assumendo come parametro l'arco s e le formule di Frenet si traducono allora in relazioni fra tali equazioni e le loro derivate rispetto al parametro.

$$\begin{cases} \frac{dT}{ds} = \kappa N \\ \frac{dN}{ds} = -\kappa T + \tau B \\ \frac{dB}{ds} = -\tau N \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

BIBLIOGRAFIA

- [1] M. Guiggiani, *Dinamica del Veicolo*, CittàStudiEdizioni, 2007
- [2] E. Galvagno, M. Velardocchia, *Meccanica del Veicolo*, Esercitazioni, CLUT 2017
- [3] Galvagno E., Galfrè M., Mari G., Velardocchia M., Tota A., *A Methodology for Parameter Estimation of Non Linear Single Track Models from Multibody Full Vehicle Simulation*, SAE Technical Paper 2021-01-0336, doi:10.4271/2021-01-0336
- [4] M. Guiggiani *The Science of Vehicle Dynamics*, Springer, Second Edition
- [5] Jarrod M. Snider, *Automatic Steering Methods for Autonomous Automobile Path Tracking*, Robotics Institute Carnegie Mellon University Pittsburgh, Pennsylvania. February 2009.
- [6] E. Awad, S. Dsouza, R. Kim, J. Schulz, J. Henrich, A. Shariff, J.F. Bonnefon, I. Rahwan, *The Moral Machine experiment*, Nature 563, 59–64 (2018). <https://doi.org/10.1038/s41586-018-0637-6>
- [7] Paolo Lino, *Corso di controllo dei robot - Cinematica Differenziale*, Dipartimento di Ingegneria Elettrica e dell'Informazione.
- [8] Suhyeon Gim, L. Adouane, S. Lee, J.P. Derutin, *Parametric Continuous Curvature Path for smooth steering with the car-like Vehicles*, 13th International conference on intelligent autonomous system, Jul 2014, Padova, Italy.
- [9] Larissa Labakhua, U. Nunes, R. Rodriguez, F.S. Leite *Smooth trajectory planning for fully automated passengers vehicles*, Third international conference on informatics in Control, Automation and Robotics.
- [10] Joanna Plaskonka, *Singular and Non-singular Path Following Control of a Wheeled Mobile Robot of (2,0) Type*, 10th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics.
- [11] Mari Gianluca, *Modelli e controlli per veicoli autonomi*, Politecnico di Torino, Tesi di laurea Magistrale
- [12] Doran K. Wilde, *Computing Clothoid Segments for Trajectory Generation*, International Conference on Intelligent Robots and Systems October 11-15, 2009 St. Louis, USA.
- [13] Paolo Medici, *Teoria dei veicoli autonomi*, Dipartimento di Ingegneria dell'informazione di Parma, 18 gennaio 2013

- [14] S. Sekhavat, J. Hermosillo *The Cycab Robot: a Differentially Flat System*, Int. Conf. Intelligent Robots and Systems IROS'00, Takamatsu, Japan October 30-November 5, 2000
- [15] Thierry Fraichard, Alexis Scheuer, *From Reeds and Shepp's to continuous-curvature paths*, IEEE Transactions on Robotics, IEEE, 2004
- [16] L. Baglivo, *Navigazione dei Veicoli Autonomi - Pianificazione e Controllo Traiettorie*, Appunti per il corso di Robotica, Ingegneria Aerospaziale
- [17] A. Scheuer, Th. Fraichard, *Continuos-Curvature Path Planning for Car-Like Vehicles*, IEEE-RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, September 7-11, 1997, Grenoble (FR)
- [18] Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, Ispettorato Generale per la circolazione e la sicurezza stradale *Norme funzionali e geometriche per la costruzione di strade*, Decreto Ministeriale 5 Novembre 2001
- [19] M. Stefanutti, F. Monutti *La Progettazione di Strade e di Intersezioni*, il D.M. 05/11/2001, il D.M. 19/04/2006, Università degli Studi di Udine - Ordine degli Ingegneri di Udine, 30 Maggio 2013
- [20] *Dinamica e Controllo dei Veicoli Robotici*, Appunti delle lezioni, Università degli Studi di Pisa, Corso di Robotica Industriale
- [21] *Il progetto delle opere civili*, Unità R2, Traffico, Velocità e Prescrizioni Normative, Zanichelli editore S.p.A. Bologna [6629]
- [22] M. E. Vazquez-Mendez, G. Casal, *The Clothoid Computation: a Simple and Efficient Numerical Algorithm*, Jan. 2016
- [23] J. Ahn, S. Shin, M. Kim, J. Park, *Accurate Path Tracking by Adjusting Look-Ahead Point in Pure Pursuit Method*, International Journal of Automotive Technology, DOI 10.1007/s12239-021-0013-7
- [24] R. Wang, Y. Li, J. Fan, T. Wang, X. Chen, *A Novel Pure Pursuit Algorithm for Autonomous Vehicles Based on Salp Swarp Algorithm and Velocity Controller*, September 2020, DOI 10.1109/ACCESS.2020.3023071
- [25] Corso di Robotica Industriale *Dinamica e Controllo dei Veicoli Robotici*, Appunti delle Lezioni, Università degli Studi di Pisa, Facoltà di Ingegneria
- [26] C. Samak, T. Samak, S. Kandhasamy *Control Strategies for Autonomous Vehicles*, Autonomous Systems Laboratory, Dep. of Mechatronics Engineering, SRM Institute of Science and Technology, 17 Nov. 2020
- [27] M. Agostinacchio, D. Ciampa, S. Olita, *Strade Ferrovie Aeroporti - La Progettazione Geometrica in Sicurezza*, EPC Libri, III Edizione
- [28] E. Galvagno, *Complementi di Meccanica del Veicolo*, Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale – DIMEAS

- [29] N.H. Amer, H. Zamzuri, K. Hudha, V.R. Aparow, Z.A. Kadir, A. Abidin, *Path tracking controller of an autonomous armoured vehicle using modified Stanley controller optimized with particle swarm optimization*, SJournal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering (2018), <https://doi.org/10.1007/s40430-017-0945-z>
- [30] *Clotoide - Wikipedia*, <https://it.wikipedia.org/wiki/Clotoide>
- [31] *Frenet-Serret formulas - Wikipedia*, https://en.wikipedia.org/wiki/Frenet-Serret_formulas
- [32] *Il Progetto ARGO*, Università di Parma, Università di Pavia, http://www.argo.ce.unipr.it/argo/italian/flyer_it.pdf
- [33] *Dilemmi Morali per le Auto a Guida Autonoma*, <https://ilbolive.unipd.it/index.php/it/news/dilemmi-morali-auto-guida-autonoma>
- [34] *Equazione di Cesaro*, https://it.wikipedia.org/wiki/Equazione_di_Cesaro