



**Politecnico  
di Torino**

## **POLITECNICO DI TORINO**

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Anno accademico 2020-2021

Sessione di Laurea Luglio 2021

### **Ottimizzazione dei parametri di progetto del terzo stadio a propellente ibrido di un lanciatore per piccoli satelliti**

Relatori

Prof. Lorenzo Casalino

Candidata

Alessia Serafini

Un fiorente mercato dei piccoli satelliti, come ad esempio i noti cubesats, sta guidando la domanda di nuovi modi per accedere allo spazio. Recenti studi di fattibilità del settore, sostenuti dalle agenzie spaziali, per nuovi servizi di microlancio, stanno creando nuove opportunità di business. Ad esempio l'Agenzia Spaziale Europea intende rafforzare l'industria europea promuovendo un settore spaziale europeo competitivo a livello globale con una maggiore partecipazione dell'industria allo sviluppo dei lanciatori. Un microlanciatore può posizionare un piccolo satellite fino a 350 kg, in genere piccoli satelliti commerciali o sperimentali in orbite basse, partendo da terra o da una piattaforma aerea. I piccoli satelliti normalmente sfruttano le missioni più grandi per il lancio, ma trovare il giusto accoppiamento risulta difficile in quanto la data di lancio e l'orbita sono dettati dal carico utile principale. Negli ultimi anni l'industria e la ricerca si stanno focalizzando studiando un micro lanciatore può portare quindi micro satelliti - tipicamente usato per l'osservazione della Terra, dimostrazioni di tecnologia, didattica e telecomunicazioni - in orbita bassa partendo da terra o da una piattaforma aerea. Questo elaborato si propone di contribuire a questo obiettivo, il quale a sua volta è il risultato di un processo di innovazione dovuto all'orientamento rivoluzionario che ha preso la cosiddetta "Space Economy" negli ultimi anni. Si procede quindi allo studio e al miglioramento di un modello di riferimento, progettato presso il Politecnico di Torino, di un endoreattore ibrido che permette di sostituire il terzo e quarto stadio, rispettivamente solido e liquido, di un piccolo lanciatore sviluppato sul modello del lanciatore Vega. Il lavoro è svolto tramite un codice di calcolo che si avvale di una procedura che fornisce il design del motore e la traiettoria corrispondente a massimizzare il carico utile per una data orbita finale.

# Indice

<b>Indice</b>	<b>i</b>
<b>Elenco delle figure</b>	<b>iii</b>
<b>Elenco delle tabelle</b>	<b>iv</b>
<b>1 Gli endoreattori</b>	<b>1</b>
1.1 Concetti e definizioni di base . . . . .	3
1.1.1 Equazione di Tsiolkovsky . . . . .	3
1.1.2 Parametri prestazionali di un endoreattore . . . . .	4
1.2 Endoreattori ibridi - Hybrid Rocket Engines . . . . .	6
1.2.1 Introduzione . . . . .	6
1.2.2 Cenni storici . . . . .	6
1.2.3 L'accesso allo spazio nell'era moderna . . . . .	7
1.2.4 Stato dell'arte degli endoreattori ibridi . . . . .	8
1.2.5 Applicazioni e propellenti . . . . .	9
1.2.6 Descrizione del processo di combustione . . . . .	10
1.2.7 Principali vantaggi e problematiche . . . . .	13
1.2.8 Sistema di alimentazione . . . . .	17
1.2.9 Geometria del grano . . . . .	19
1.2.10 Altri componenti . . . . .	21
<b>2 Processo di ottimizzazione</b>	<b>22</b>
2.1 Metodi indiretti per lo studio della traiettoria . . . . .	22
2.1.1 Calcolo variazionale . . . . .	23
2.1.2 Teoria del controllo ottimale . . . . .	24
2.1.3 Problema differenziale ai limiti . . . . .	27
2.2 Calcolo della traiettoria . . . . .	29

<b>3</b>	<b>Risultati ottenuti</b>	<b>36</b>
3.1	Introduzione . . . . .	36
3.1.1	Prestazioni . . . . .	38
3.1.2	Parametri di progetto . . . . .	39
3.2	Analisi dei risultati . . . . .	40
3.2.1	Caso di riferimento - modello esatto . . . . .	41
3.2.2	Ottimizzazione . . . . .	43
3.2.3	Uso di Venturi cavitante . . . . .	43
3.3	Analisi grafica dei risultati . . . . .	45
3.3.1	Portata di ossidante . . . . .	45
3.3.2	Mixture Ratio . . . . .	46
3.3.3	Rateo di regressione . . . . .	47
3.3.4	Spinta . . . . .	48
3.3.5	Pressione del tank . . . . .	49
3.3.6	Pressione in camera di combustione . . . . .	49
3.3.7	Prestazioni . . . . .	50
3.3.8	Payload . . . . .	52
3.3.9	Dimensionamento e Mass Budget . . . . .	53
<b>4</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>55</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>57</b>

# Elenco delle figure

1.1	Volume di controllo per la rappresentazione della spinta . . . . .	4
1.2	Esempi di reusable vehicle a propulsione ibrida . . . . .	8
1.3	Architettura endoreattore ibrido . . . . .	9
1.4	Modello di combustione . . . . .	10
1.5	Regimi del rateo di regressione . . . . .	11
1.6	Possibili configurazioni del grano . . . . .	19
1.7	Geometria grano . . . . .	20
2.1	Lanciatore Vega . . . . .	35
3.1	. . . . .	37
3.2	Approssimazione $c^*$ a 10 bar . . . . .	42
3.3	Approssimazione $c^*$ a 30 bar . . . . .	42
3.4	Approssimazione $\gamma$ a 10 bar . . . . .	42
3.5	Approssimazione $\gamma$ a 30 bar . . . . .	42
3.6	Tubo di Venturi convergente . . . . .	44
3.7	Modifica al sistema di alimentazione con tubo di Venturi . . . . .	44
3.8	Portata ossidante . . . . .	45
3.9	Mixture Ratio . . . . .	46
3.10	Rateo di regressione . . . . .	47
3.11	Profilo di spinta . . . . .	48
3.12	Pressione del tank . . . . .	49
3.13	Pressione in camera di combustione . . . . .	49
3.14	Velocità caratteristica . . . . .	50
3.15	Coefficiente di spinta . . . . .	50
3.16	Velocità efficace di scarico . . . . .	51
3.17	Impulso specifico . . . . .	51
3.18	Payload . . . . .	52

# Elenco delle tabelle

2.1	Parametri orbitali dell'orbita di destinazione . . . . .	29
3.1	Prestazioni iniziali . . . . .	40
3.2	Masse principali . . . . .	53
3.3	Dimensioni principali . . . . .	53

# Capitolo 1

## Gli endoreattori

L'endoreattore o motore a razzo è un sistema propulsivo in cui propellente e ossidante sono entrambi immagazzinati e non viene quindi prelevata aria dall'esterno. L'energia proviene dalla reazione di combustione dei due propellenti chimici in una camera ad alta pressione in cui i gas di reazione del prodotto raggiungono altissime temperature. Questi gas sono successivamente espansi in un ugello supersonico e accelerati ad altissime velocità. Gli endoreattori chimici sono in grado di produrre grosse spinte e il loro campo di applicazione riguarda solitamente la messa in orbita di satelliti o sonde spaziali tramite veicoli di lancio spaziale. Essi possono distinguersi in tre tipologie:

- endoreattori a propellenti solidi
- endoreattori a propellenti liquidi
- endoreattori a propellenti ibridi

Gli endoreattori a propellenti solidi sono costituiti da una miscela solida e compatta detta grano, in cui propellente e ossidante sono preventivamente miscelati. Il grano viene immagazzinato in un casing; il tutto costituisce la camera di combustione stessa. Gli endoreattori solidi si contraddistinguono per la loro semplicità e affidabilità, nonché grosse spinte, a scapito di altri fattori quali la regolazione una volta innescata la combustione, la non possibilità di spegnimento e riaccensione e valori di impulsi specifici relativamente bassi. Vista l'importanza odierna del tema ambientale, è bene ricordare che i gas di scarico di questo tipo di endoreattori sono altamente tossici e inquinanti. Per le caratteristiche elencate, le missioni in cui sono utilizzati sono limitate, infatti sono solitamente usati nei booster del primo stadio dei lanciatori, dove servono grossi valori di spinta quando la massa al decollo è ancora molto elevata.

Gli endoreattori liquidi, sono costituiti da serbatoi in cui vengono immagazzinati i propellenti, da un sistema di alimentazione e da una camera di combustione. Questo tipo di endoreattori risulta molto versatile per diversi tipi di missione in quanto scegliendo opportunamente i propellenti e il sistema di alimentazione è possibile regolare, spegnere e riaccendere il sistema. Questo tipo di endoreattori, inoltre, si contraddistingue per alti valori di impulso specifico, permettendo tempi di funzionamento maggiori, a scapito però della spinta, che raggiunge valori più bassi degli endoreattori a propellenti solidi. Gli endoreattori liquidi risultano però molto più complessi per via di alcune difficoltà che richiedono una particolare attenzione in fase di progetto. Infatti possono presentarsi difficoltà legate all'immagazzinamento dei propellenti, che a volte possono essere di tipo criogenico, ciò significa che un dato propellente, come ad esempio l'ossigeno liquido e l'idrogeno liquido, deve essere conservato a temperature estremamente basse per mantenere lo stato liquido; o ancora per via della bassa densità dell'idrogeno liquido che impone l'uso di tank molto grossi e pesanti per il suo immagazzinamento.

Infine, gli endoreattori a propellenti liquidi hanno spesso complessi sistemi di alimentazione, come il sistema a turbopompe, i quali richiedono a loro volta l'implementazione di complessi sistemi di controllo.

Gli endoreattori ibridi sono così definiti perchè caratterizzati da un ossidante e un combustibile che si trovano in diversi stati di aggregazione. Nell'applicazione più comune il combustibile si trova allo stato solido, sotto forma di grano solido allocato nella camera di combustione, mentre l'ossidante viene iniettato allo stato liquido (o raramente gassoso). Questo tipo di endoreattori è nato con l'intento di combinare i principali vantaggi degli endoreattori solidi e degli endoreattori liquidi. Infatti i principali vantaggi sono dovuti alla loro semplicità e versatilità di utilizzo, nonché un discreto grado di sicurezza e affidabilità nonostante i moderati costi ma, in particolare, sono adatti a quelle missioni che richiedono la possibilità di regolare la spinta e di spegnimento e riaccensione durante la missione. Infine, vista l'attenzione odierna al tema ambientale, risulta di particolare importanza la non tossicità dei gas combustibili. A tutti questi vantaggi si affiancano però alcuni svantaggi e problematiche, tra cui la minor efficienza di combustione, per cui una maggiore quantità di incombusto e un rateo di regressione inferiore. Le prestazioni, invece, sono intermedie tra quelle degli endoreattori solidi e degli endoreattori liquidi.

## 1.1 Concetti e definizioni di base

### 1.1.1 Equazione di Tsiolkovsky

L'equazione fondamentale della propulsione a razzo fu formulata dall'ingegnere russo Konstantin Tsiolkovsky nel 1903. Tale espressione descrive il moto di corpi con massa variabile ed è alla base della propulsione spaziale: essa afferma che per la legge di conservazione della quantità di moto, un corpo può accelerare espellendo parte della sua massa in verso opposto a quello della direzione lungo cui si muove. La formulazione classica dell'equazione di Tsiolkovsky deriva dall'applicazione del secondo principio della dinamica:

$$F = ma = m \frac{dV}{dt} \quad (1.1)$$

o equivalentemente

$$F = \dot{m}c \quad (1.2)$$

In cui  $F$ ,  $m$ ,  $a$  sono rispettivamente la forza di spinta, la massa e l'accelerazione. Il parametro  $c$  rappresenta la velocità efficace di scarico e  $\dot{m} = -\frac{dm}{dt}$  è la variazione di massa nel tempo, la quale diminuisce a causa dell'espulsione del propellente.

Eguagliando la (1.1) e la (1.2)

$$-c \frac{dm}{dt} = m \frac{dV}{dt} \Rightarrow dV = -c \frac{dm}{m} \quad (1.3)$$

e integrando la (1.3)

$$\Delta V = - \int_i^f c \frac{dm}{m} \quad (1.4)$$

Supponendo che  $c$  sia costante si ottiene:

$$\Delta V = c \ln \frac{m_i}{m_f} \quad (1.5)$$

o equivalentemente

$$m_f = m_i e^{-\frac{\Delta V}{c}} \quad (1.6)$$

Nell'ipotesi di razzo monostadio

$$m_i = m_{utile} + m_{propellente} + m_{struttura}$$

e

$$m_f = m_{utile} + m_{struttura} = m_{iniz} - m_{propellente}$$

Il  $\Delta V$  ottenuto con la legge di Tsiolkovsky è ideale poichè la legge vale sotto le seguenti ipotesi:

- Velocità efficace di scarico, portata di propellente e spinta sono costanti;
- Condizioni esterne di vuoto, per cui resistenza aerodinamica nulla;
- Il vettore spinta è allineato con il vettore velocità;
- Forze gravitazionali trascurabili, la spinta è l'unica forza agente.

### 1.1.2 Parametri prestazionali di un endoreattore

Si definisce

- *Spinta*: prodotta tramite il principio di azione-reazione accelerando una certa massa di propellente

$$F = \dot{m} * w_e + A_e(p_e - p_0) \quad (1.7)$$

in cui  $\dot{m}$  è la portata di propellente in uscita,  $w_e$  è la velocità di uscita dei gas di scarico,  $A_e$  è l'area della sezione di uscita dell'ugello,  $p_e$  è la pressione statica nella sezione di uscita e  $p_0$  è la pressione ambiente dove vengono espulsi i gas di scarico.

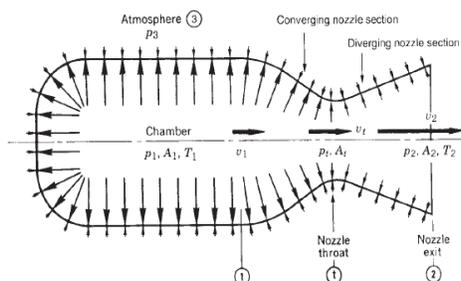


Figura 1.1: Volume di controllo per la rappresentazione della spinta

- *Coefficiente di spinta*  $C_F$ : il coefficiente di spinta rappresenta la capacità dell'ugello di amplificare la spinta ed è così espresso:

$$C_F = \frac{F}{p_c * A_t} \quad (1.8)$$

in cui  $p_c$  è la pressione in camera di combustione e  $A_t$  è l'area di gola dell'ugello.

- *Velocità caratteristica  $c^*$* : sebbene non è una velocità fisica, è usata per confrontare le performance relative dei vari tipi di endoreattori, infatti è riferita all'efficienza del processo di combustione. Si definisce

$$c^* = \frac{p_c * A_t}{\dot{m}} \quad (1.9)$$

- *Velocità efficace di scarico  $c$* :

$$c = \frac{F}{\dot{m}} = c^* * C_F \quad (1.10)$$

la velocità efficace di scarico ha quindi il significato di spinta per unità di portata in massa, o spinta specifica. Tanto più è alta  $c$  tanto più è basso il consumo di propellente necessario ad ottenere una data spinta.

- *Impulso totale*: descrive il contributo globale della spinta nel tempo

$$I_t = \int_{t_0}^{t_1} F(t) dt \quad (1.11)$$

$t_0$  e  $t_1$  sono rispettivamente l'istante di accensione e spegnimento dell'endoreattore.

- *Impulso specifico*: è un importante indice di merito delle prestazioni di qualsiasi sistema di propulsione a razzo, si misura in secondi ed è solitamente usato al posto di  $c$ , essendone circa un decimo.

$$I_s = \frac{I_t}{g_0 m_p} = \frac{c}{g_0} \quad (1.12)$$

Inoltre nell'ipotesi di spinta costante e assenza di perdita l'impulso specifico rappresenta il tempo di funzionamento dell'endoreattore.

## 1.2 Endoreattori ibridi - Hybrid Rocket Engines

### 1.2.1 Introduzione

Gli endoreattori ibridi, nonostante le loro caratteristiche uniche e innovative, non hanno mai trovato largo impiego al pari degli endoreattori solidi e liquidi per via del loro basso rateo di regressione, che non permetteva di raggiungere livelli di spinta soddisfacenti. Tuttavia lo studio degli ibridi, ed in particolare dei possibili propellenti da utilizzare, non si è mai fermato, rendendoli oggi effettivamente utilizzabili per applicazioni spaziali. Si descrive quindi in seguito il modello di riferimento, i propellenti, i principi di funzionamento e le problematiche principali.

### 1.2.2 Cenni storici

Il concetto di propulsione ibrida non è qualcosa di recente, possiamo ritrovarne le radici nel 1933 quando i russi Korolev e Tikhonravov lanciarono il razzo GRID-09. Il composto da loro utilizzato era formato da colophonium, una resina naturale, che veniva disciolta in una sostanza benzenica e fatta risolidificare su una struttura a rete metallica. Il risultato era un blocco solido di combustibile su cui veniva fatto fluire dell'ossigeno ad alta pressione. Nelle decadi successive molti esperimenti furono condotti; furono testati a fuoco decine di motori con le più disparate composizioni dal carbone/ossigeno a composti a base di gomme. La prima indagine veramente scientifica in materia è da attribuirsi a H. Bartel e W. Rannie. Il loro lavoro presso il Jet Propulsion Laboratory NASA di Pasadena, si concentrò sullo studio della struttura di fiamma tra grafite e aria. Anche se la loro indagine era finalizzata al progetto di motori ramjet, i loro studi furono utili a comprendere quali fenomeni partecipavano in una combustione che avveniva tra un flusso incanalato di ossidante ed un combustibile solido.

Nell'ambito di un progetto NASA degli anni '60 si era studiata la possibilità di utilizzare questa tipologia di motori, sfruttando come combustibile, materiali organici di scarto dalle stazioni orbitanti. L'idea sembrava molto accattivante, ma non prese piede a causa della difficile riproducibilità delle proprietà chimiche del combustibile a partire da generici scarti organici e non. Tra gli anni '60 e i primi anni '90 una serie di progetti furono avviati e completati con successo nell'ambito dello sviluppo di razzi ibridi. Enti come UTC, Beech Aircraft, o la US.Navy furono protagonisti dello sviluppo di missili e droni bersaglio, che sfruttavano le potenzialità di regolazione della spinta e lunghi tempi di combustione (fase sustainer) necessari per tali applicazioni.

In Europa si assistette a diversi progetti, uno tra tutti quello portato avanti dall'O-

NERA in collaborazione con la francese SNECMA e la svedese Volvo le cui energie portarono a 10 lanci di successo di missili sonda tra il '64 e il '67 in grado di raggiungere quote di 100 km. Tali sistemi utilizzavano una miscela ipergolica ad alta pressione che investiva in camera di combustione un combustibile a base di cianacrilato.

Tornando agli USA, bisognerà attendere la metà degli anni '90 per vedere nascere e svilupparsi il progetto della Environmental Aerospace Corp che sviluppò e lanciò con successo 3 razzi sonda per scopi meteorologici capaci di trasportare 30 kg di strumentazione a 36 km di altezza. Un grande passo fu segnato poiché i loro razzi utilizzavano come combustibile HTPB e come ossidante il protossido d'azoto, combinazione ancora oggi in uso.

### 1.2.3 L'accesso allo spazio nell'era moderna

Nell'era moderna lo studio di soluzioni ibride come buon compromesso tra sicurezza/prestazioni e costi, ha portato alla nascita di decine di programmi in tutto il mondo. Un passo importante è stato segnato dalla Virgin Galactic che concorrendo al concorso Ansari-X prize realizzando il concept vincente di un veicolo riutilizzabile per voli turistici suborbitali, lo SpaceShip One. Il turismo spaziale ha inizio negli anni '80 ma già si prevedono futuri sviluppi e ingenti investimenti in tale ambito che danno motivo di credere che alberghi spaziali e viaggi lunari diverranno presto materia di discussione scientifica. Come documenta l'apertura della NASA alle agenzie private il futuro è sicuramente più privatizzato. Si conta che in America oltre 30 compagnie private siano nate e stiano concorrendo ad appalti governativi per voli commerciali spaziali e non solo. In questo fermento nuove realtà si stanno sviluppando, il fatto stesso che compagnie private impieghino risorse per giungere in breve tempo a risultati come rendezvous con la ISS (vedi progetti Space-X e Boeing) o viaggi suborbitali porta delle costrizioni temporali limitanti. La ragione stessa di non essere un ente come NASA, come Know-How e struttura, porta spesso tali compagnie ad utilizzare tecnologie ben consolidate. In rari casi si assiste a sviluppi veramente innovativi. Ma questo è del resto il percorso storico dell'aeronautica e dell'astronautica, che a obiettivi ambiziosi ha sempre dovuto correlare ampi margini di sicurezza. Questo è senz'altro uno dei motivi che ha destato maggiore interesse per tecnologie come quella ibrida, che nel lento ma progressivo guadagno in termini di prestazioni non ha perso le sue caratteristiche di sicurezza.

Recenti programmi come il Commercial Orbital Transportation Services (COTS) avviato dalla NASA, hanno stanziato oltre 700 milioni di dollari per la costruzione di navette utili al trasporto di crew o materiale verso la ISS. A causa di questi

investimenti numerose compagnie private operanti nell'ambito aerospaziale hanno cominciato a sviluppare i loro concept. Tra queste ci sono Boeing, Orbital Sciences Corporation, Space-X e altre non da meno come Lockheed Martin.

#### 1.2.4 Stato dell'arte degli endoreattori ibridi

Ad oggi i migliori sistemi propulsivi basati su combustione ibrida sono frutto di alcune delle competizioni internazionali come l'Ansari X-Prize o di progetti di enti governativi. Tra i propulsori per razzi sonda va sicuramente ricordato il lavoro svolto dalla società AMROC americana, che ha sviluppato il più potente sistema ibrido  $LO_2 - HTPB$  che vanta una spinta da 1.13 MN. I sistemi propulsivi ibridi più maturi per navette sono sicuramente quelli realizzati dalla Sierra Nevada Corporation. La Sierra Nevada Corporation nasce nel 1999 dall'acquisizione della Space Dev che solo un anno prima aveva acquistato tutti i disegni, brevetti e diritti intellettuali di oltre 200 test a fuoco effettuati dalla American Rocket Company. La Sierra Nevada è stata la produttrice del motore ibrido per lo Space Ship One, ed oggi produce il propulsore Rocket Motor Two, un endoreattore ibrido che funziona con la combinazione  $HTPB/N_2O$  capace di sviluppare 270 KN di spinta. Tale motore sarà il propulsore a spinta regolabile dello Space Ship Two, fig.1.2a.

Un simile sistema è quello che motorizzerà il Dream Chaser, navetta portata in quota da un lanciatore Atlas V, con sistema ibrido autonomo e capace di raggiungere la ISS trasportando 7 astronauti e capace di rientrare autonomamente, 1.2b.

Sul versante europeo, invece, vale la pena citare la Copenhagen Suborbitals, una vera e propria compagnia spaziale no-profit che dal 2008 ha messo a punto diversi design di capsule e lanciatori per voli suborbitali umani. La Suborbitals utilizza come propulsori motori a razzo ibridi a base di resine epossidiche e perossido d'azoto.

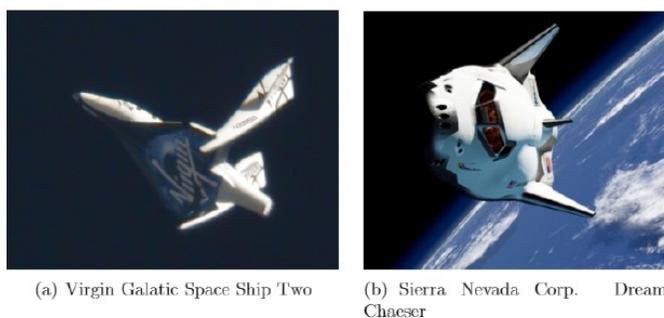


Figura 1.2: Esempi di reusable vehicle a propulsione ibrida

### 1.2.5 Applicazioni e propellenti

Generalmente l'architettura di un endoreattore ibrido è costituita come in figura 1.3:

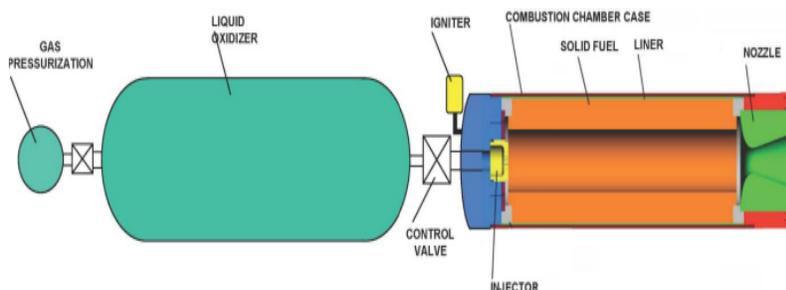


Figura 1.3: Architettura endoreattore ibrido

Vi è un serbatoio contenente un gas inerte il quale costituisce il sistema pressurizzante, un tank in cui è immagazzinato l'ossidante in forma liquida seguito da un sistema di regolazione che gestisce come il flusso di ossidante debba confluire all'interno della camera di combustione, in cui è inserito un grano solido, il fuel, e infine l'ugello di scarico. L'ossidante viene iniettato in una camera di pre combustione a monte del grano, che presente una più cavità assiali, dette ports, in cui avviene la combustione principale. A valle del grano, invece, vi è una camera di miscelamento per garantire una completa combustione dei reagenti prima dell'espansione nell'ugello.

L'accensione di un HRE può essere ottenuta tramite fluidi ipergolici, opportuni combustibili solidi, che si accendono spontaneamente a pressione e temperatura ambiente quando investiti dal flusso dello specifico ossidante utilizzato, o sistemi di accensione elettrici. Tali fonti sono responsabili della produzione del calore necessario per attivare la gassificazione del combustibile solido dalla sommità del grano. Successivamente, l'attivazione del sistema di alimentazione dell'ossidante permette la propagazione del fronte di fiamma verso la base dell'endoreattore e l'accensione dell'intero grano; quindi il propellente liquido fluisce nella camera dove viene vaporizzato e reagisce col propellente solido. La combustione avviene in una zona dello strato limite nelle ports nei pressi della superficie del propellente solido.

I principali combustibili sono paraffina o cera, polibutadiene HTPB e HDPE (High Density PolyEthilene). I principali ossidanti sono comunemente ossigeno liquido (criogenico), perossido di idrogeno  $H_2O_2$  e protossido d'azoto  $N_2O$ .

### 1.2.6 Descrizione del processo di combustione

Poiché il grano combustibile nella configurazione ibrida classica non contiene ossidante, i processi di combustione avvengono solo nella fase gassosa e quindi i ratei di regressione superficiale del combustibile sono notevolmente diversi da quelli di un motore a razzo solido. Poiché il combustibile solido deve vaporizzare prima della combustione, la regressione della superficie del combustibile è intrinsecamente legata all'accoppiamento della fluidodinamica della porta di combustione e alla trasmissione del calore sulla superficie del grano. La regione di combustione primaria è nota per essere contenuta all'interno di una zona di fiamma relativamente sottile situata all'interno della regione dello strato limite che si sviluppa sulla superficie del grano. Il calore viene trasferito al grano per convezione e irraggiamento. E' sottinteso che qualsiasi caratteristica sarà fortemente dipendente dal sistema propellente e dalla configurazione della camera di combustione.

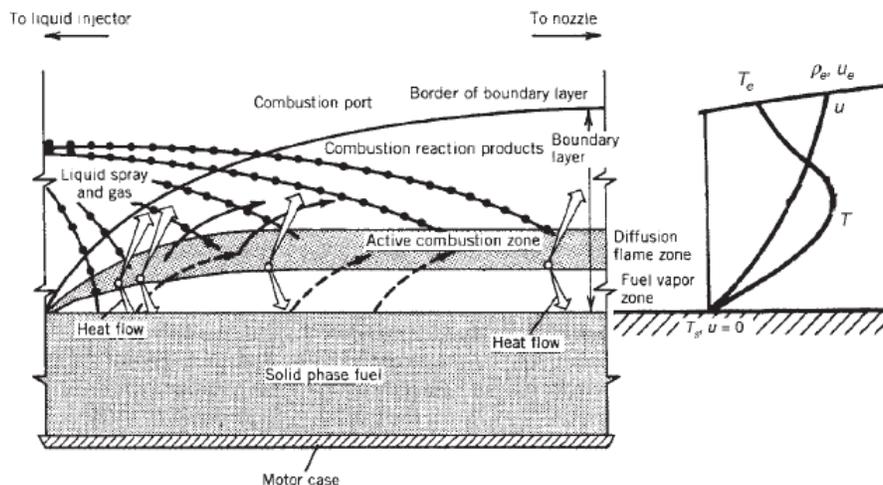


Figura 1.4: Modello di combustione

Il combustibile vaporizzato a causa del riscaldamento della zona di fiamma scorre via dalla superficie verso la regione di fiamma, mentre l'ossidante si muove per convezione dal flusso libero alla zona di fiamma per diffusione turbolenta. La fiamma si stabilizza autonomamente in una zona all'interno dello strato limite in cui può verificarsi la combustione determinata esclusivamente dalla stechiometria. Lo spessore di questa zona di fiamma è governato principalmente dalla velocità con cui si verificano le reazioni di ossidazione. Come illustrato in figura 1.4 i gas caldi che provengono dal grano solido scaldato si oppongono al flusso di calore entrante. C'è instabilità

nel liquido che si crea sulla superficie del solido, il quale viene arricciato creando goccioline che atomizzano limitando l'opposizione al flusso di calore entrante; ciò aumenta notevolmente il rateo di regressione. Infatti, i flussi di calore completamente turbolenti governano la trasmissione del calore per convezione.

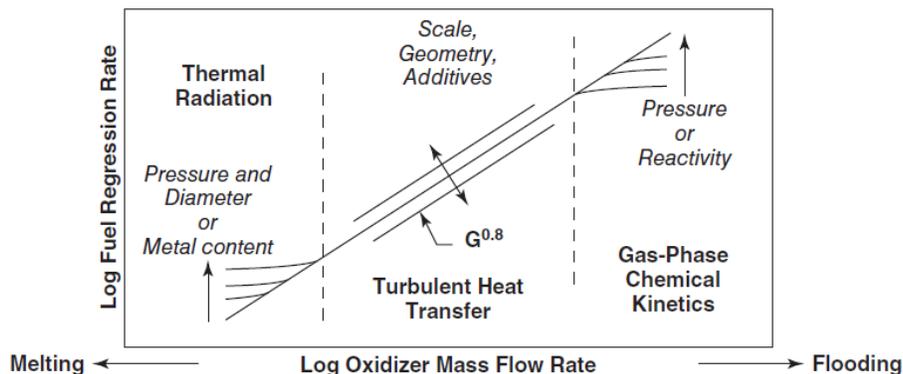


Figura 1.5: Regimi del rateo di regressione

Ci sono tre distinti regimi in cui il rateo di regressione può variare, i quali sono funzione della velocità del flusso di massa  $G$  crescente.

Nel regime di basso flusso di massa, la trasmissione del calore avviene prettamente per irraggiamento e il rateo di regressione è funzione della pressione parziale delle specie gassose emesse e delle dimensioni della camera di combustione. In questa regione esiste un limite inferiore di  $G$  per cui il grano si scalda troppo lentamente per cui carbonizza e non diventa gassoso. Questo fenomeno è detto *cooking*.

Per valori di  $G$  intermedi, lo scambio termico dominante è quello per convezione e il rateo di regressione dipende dal flusso di massa, è una zona in cui la trasmissione del calore e il trasferimento di massa sono completamente turbolenti.

Alle alte portate di massa  $G$  gli scambi termici sono guidati dalla cinetica chimica e, di conseguenza, il rateo di regressione è funzione della pressione in camera di combustione. In questo regime vi è un limite superiore di  $G$  per cui il grano va incontro a un fenomeno detto *flooding* in cui si può avere l'estinzione della zona di fiamma. La legge che descrive il rateo di regressione  $\dot{r}$  è la seguente:

$$\dot{r} = 0.036 \frac{G^{0.8}}{\rho_f} \left( \frac{\mu}{x} \right)^{0.2} \beta^{0.23} \quad (1.13)$$

dove

$$G = \frac{\dot{m}}{A_p} \quad (1.14)$$

è la portata di propellente per unità di superficie che attraversa le cavità del grano, misurata in riferimento all'area  $A_p$  della combustion port,  $x$  è la posizione assiale,  $\rho_f$  è la densità del combustibile in fase solida,  $\mu$  è la viscosità dinamica dei gas combusti e  $\beta$  è il blowing coefficient, ovvero la portata di combustibile gassificato adimensionale, valutata in corrispondenza della superficie del grano. Il blowing coefficient è indicativo della portata di combustibile prodotta in riferimento allo scambio di calore, necessario per effettuare il cambiamento di fase da solida a gassosa. Dall'espressione del rateo di regressione si osserva che esso non dipende dalla pressione in camera di combustione  $p_c$ .

Questo modello è stato dedotto nel tempo grazie ai numerosi esperimenti condotti sugli endoreattori ibridi, i quali ne hanno dimostrato la ragionevole accettabilità per la maggior parte dei propellenti applicati (l'influenza di  $p_c$  diventa rilevante soltanto per combustibili ai quali sono aggiunti metalli). Si dimostra che, a differenza degli endoreattori a propellenti solidi, il rateo di regressione negli ibridi non dipende dalla pressione in camera di combustione, eccetto che per flussi di massa  $G$  del propellente molto bassi, in cui gli effetti dello scambio termico per irraggiamento diventano importanti, e per flussi di massa  $G$  del propellente molto alti, in cui gli effetti della cinetica chimica sono considerevoli, lato sinistro e destro della rappresentazione in fig.1.5. L'indipendenza dalla pressione in camera di combustione rende  $p_c$  una variabile libera nel design del motore, quindi il progettista può ottimizzarla per una determinata missione indipendentemente dal rateo di regressione  $\dot{r}$  e ciò rappresenta un enorme vantaggio degli HREs. L'espressione del rateo di regressione può essere semplificata nella forma:

$$\dot{r} = a(G_o)^n \quad (1.15)$$

dove in questo caso

$$G_o = \frac{\dot{m}_o}{A_p} \quad (1.16)$$

è la portata di ossidante per unità di superficie e i parametri  $a$  ed  $n$  sono costanti misurate empiricamente. Le caratteristiche della regressione del fuel lungo la direzione assiale è strettamente influenzata dal design del motore. Essa può sia crescere che decrescere lungo la direzione assiale a seconda della configurazione del razzo. In ogni caso il rateo di regressione di un endoreattore a propellenti ibridi è tipicamente basso, dell'ordine di pochi millimetri al secondo.

### 1.2.7 Principali vantaggi e problematiche

Le caratteristiche di un endoreattore a propellenti ibridi lo rendono particolarmente adatto a missioni che richiedono la regolazione della spinta, la possibilità di spegnimento e riaccensione, da cui propellenti immagazzinabili. Inoltre, i propellenti utilizzati negli HRE non sono tossici, e permettono operazioni di produzione e azionamento senza rischio di esplosione. Proprio per queste caratteristiche sono ideali per gli ultimi stadi di un lanciatore, come il caso considerato in questo progetto di tesi, seppur con prestazioni inferiori rispetto ai propellenti liquidi.

La variazione del rapporto di miscela e di impulso specifico durante il funzionamento del motore rappresentano un problema intrinseco degli HREs, poiché con il procedere della combustione del grano, la quantità di gas prodotta cresce in funzione della sempre maggiore superficie interessata: ciò comporta una variazione del rapporto di miscela rispetto al valore iniziale anche nel caso di flusso di ossidante in condizioni stazionarie. Tale fenomeno prende il nome di *mixture ratio shifting*. Un altro problema, che però va opportunamente mitigato per non ottenere delle prestazioni troppo inferiori rispetto a quelle degli altri endoreattori, è quello del basso rateo di regressione del grano. Nonchè il problema della velocità di erosione della gola dell'ugello non trascurabile, in quanto negli endoreattori ibridi risulta essere superiore rispetto alle altre tipologie di endoreattori, risultando più influente in termini di difficoltà di progettazione e prestazioni.

Per capire di più questi fenomeni si analizza il comportamento dinamico di un endoreattore a propellenti ibridi. A tal scopo si introduce la relazione della conservazione di portata in camera di combustione:

$$\frac{\partial (\rho_c V_c)}{\partial t} = \dot{m}_{IN} - \dot{m}_{OUT} = \dot{m}_o + \dot{m}_f - \frac{p_c * A_t}{c^*} \quad (1.17)$$

Dove  $\rho_c V_c$  sono rispettivamente la densità e il volume del gas in camera di combustione,  $\dot{m}_{IN}$  e  $\dot{m}_{OUT}$  sono rispettivamente la portata in massa in ingresso e quella in uscita dalla camera.

In regime stazionario, la portata di propellente è data dal contributo della portata di ossidante e della portata di combustibile:

$$\dot{m} = \dot{m}_o + \dot{m}_f \quad (1.18)$$

dove

$$\dot{m}_f = A_b \rho_f \dot{r} = (P * L_B) \rho_f \dot{r} \quad (1.19)$$

Dove  $A_b$  indica la superficie di combustibile che brucia,  $P$  è il perimetro nella sezione trasversale della superficie da bruciare e  $L_b$  è la lunghezza del grano. Le due portate

non sono indipendenti come negli endoreattori convenzionali, infatti esplicitando  $\dot{r}$  si evince il legame con la portata di ossidante:

$$\dot{m}_f = A_b \rho_f a G_o^n = \frac{A_b \rho_f a}{A_p^n} \dot{m}_o^n = k_b \dot{m}_o^n \quad (1.20)$$

Dove  $k_b$  racchiude le grandezze geometriche, quelle legate al combustibile ed al processo di combustione. Altresì

$$MR = \frac{\dot{m}_o}{\dot{m}_f} = \frac{\dot{m}_o}{k_b \dot{m}_o^n} = \frac{\dot{m}_o^{1-n}}{k_b} \quad (1.21)$$

Si considera a titolo teorico il caso semplice di grano di lunghezza  $L$  con un'unica port circolare di raggio  $R$ . Si esprimono le grandezze geometriche  $A_p = \pi R^2$  e  $A_b = 2\pi RL$  per cui si può riscrivere  $\dot{r} = a(\frac{\dot{m}_o}{\pi R^2})^n$  e riscrivere la portata di combustibile come:

$$\dot{m}_f = 2\pi^{1-n} a \rho_f L_B R^{1-2n} \dot{m}_o^n \quad (1.22)$$

e ottenere la relazione che ci permettere di studiare il *mixture ratio shifting*, conseguenza diretta dell'avere soltanto una manetta:

$$MR = \frac{\dot{m}_o^{1-n}}{K} R^{1-2n} \quad (1.23)$$

A  $\dot{m}_o$  fissato si possono verificare tre situazioni:

- $n < \frac{1}{2}$ : il MR diminuisce durante la combustione perché aumenta la portata di combustibile  $\dot{m}_f$ , per cui aumenta il raggio  $R$  e di conseguenza la superficie bruciata  $A_b$ . La portata di combustibile aumentando, prevale sul flusso di massa di ossidante  $G_o$ , il quale diminuisce.
- $n = \frac{1}{2}$ : il MR rimane costante poichè nell'avanzare della combustione l'apertura della combustion port aumenta, cioè  $R$  aumenta, per cui il flusso di massa di ossidante  $G_o$  diminuisce, mentre la superficie bruciata  $A_b$  aumenta e i due effetti si compensano perfettamente mentre  $\dot{m}_f$  rimane costante, per cui il raggio non ha più un'influenza. In questo caso anche i parametri di performance come spinta, impulso specifico e velocità caratteristica saranno costanti.
- $n > \frac{1}{2}$ : il MR aumenta durante la combustione perché la portata di combustibile  $\dot{m}_f$  diminuisce.

Si deduce quindi che, a differenza degli endoreattori a propellenti liquidi e solidi in cui il rapporto di miscela è fissato e costante durante il funzionamento del motore, negli endoreattori a propellenti ibridi questo parametro è variabile e quindi risulta più difficile definire le prestazioni dell'endoreattore in quanto, definiti i propellenti, la velocità caratteristica  $c^*$  e il rapporto tra i calori specifici  $\gamma$  possono anch'essi essere molto variabili al variare del mixture ratio durante il funzionamento del motore.

Una ulteriore problematica degli endoreattori a propellenti ibridi è data dal rateo di erosione di gola, il cui fenomeno è ancora in fase di studio e sperimentazione. In questo progetto, per valutare il fenomeno dell'erosione nella gola dell'ugello, viene considerato il metodo di Bartz, il quale evidenzia la natura prevalentemente termo-chimica di tale fenomeno e permette di stimare empiricamente il coefficiente di scambio termico. La formulazione di Bartz lega il flusso di calore con la conseguente differenza di temperatura ottenuta sulla parete dell'ugello:

$$h_g = \left[ \frac{0.026}{D_t^{0.2}} \left( \frac{D_t}{R_c} \right)^{0.1} \frac{\mu^{0.2} c_p}{Pr^{0.6}} \left( \frac{p_c}{c^*} \right)^{0.8} \right] \left( \frac{A_t}{A} \right)^{0.9} \left[ \left( \frac{\rho_{rif}}{\rho_e} \right)^{0.8} \left( \frac{\mu_{rif}}{\mu} \right)^{0.2} \right] \quad (1.24)$$

Dove  $D_t$  e  $A_t$  sono rispettivamente il diametro e l'area della gola,  $A$  è l'area della generica sezione dell'ugello,  $R_c$  è il raggio di curvatura dell'ugello,  $\mu$ ,  $c_p$  e  $Pr$  sono rispettivamente la viscosità dinamica, il calore specifico a pressione costante e il numero di Prandtl del fluido, che lambisce la superficie dell'ugello,  $c^*$  è la velocità caratteristica,  $p_c$  è la pressione in camera di combustione,  $\rho_e$  è la densità del fluido all'esterno dello strato limite e con il pedice *rif* si indicano dei valori di riferimento delle grandezze in oggetto. Si nota che il coefficiente di scambio termico convettivo dipende fortemente dalla pressione in camera e dal diametro della sezione dell'ugello, perciò, essendo caratterizzata dal diametro più basso, la zona della gola è soggetta al massimo scambio termico.

La valutazione di questo coefficiente di scambio termico rappresenta un aspetto importante per quanto riguarda l'ambiente termo-chimico del motore a razzo ibrido. L'ablazione termo-chimica è il risultato della reazione chimica tra le specie chimiche gassose, derivanti dai propellenti, e il materiale della parete dell'ugello. Per un materiale ablativo ben funzionante è importante che la reazione complessiva risulti endotermica, al fine di mitigare la maggior parte del calore convettivo dal gas. Esistono diversi modi per modellizzare i fenomeni di ablazione. Il più semplice di questi è quello in cui il rateo di erosione  $\dot{s}$  è considerato proporzionale al calore in ingresso verso la parete dell'ugello:

$$\dot{s} = \frac{q_w}{\rho_{abl} Q_{abl}} \quad (1.25)$$

Dove  $q_w = h_g(T_{aw} - T_{wg})$  è il flusso di calore verso la parete,  $T_{aw}$  e  $T_{wg}$  sono rispettivamente la temperatura adiabatica di parete e la temperatura della parete a contatto con il gas (considerata determinata a seconda del materiale scelto in fase di progettazione),  $Q_{abl}$  è il calore di ablazione per unità di massa e  $\rho_{abl}$  è la densità del materiale ablativo. Ma questo metodo si basa su casi sperimentali che non possono essere adattati al caso di studio. E' necessario quindi modellizzare l'erosione in gola in modo predittivo individuando i principali parametri da cui dipende, considerando le variabili indipendenti in input:

- pressione in camera  $p_c$
- mixture ratio  $MR$
- proprietà termodinamiche e di trasporto  $\mu$  e  $c_p$
- coefficiente di scambio termico convettivo  $h_g$
- temperatura adiabatica di parete  $T_{aw}$
- calore specifico del materiale ablativo  $c_{abl}$
- densità del materiale ablativo  $\rho_{abl}$

le proprietà termodinamiche e di trasporto sono funzione sia della temperatura statica locale che della composizione chimica del flusso, che a loro volta dipendono dalla pressione in camera e dal rapporto di miscela. Il calore specifico del materiale ablativo ha un effetto non molto influente sull'erosione, perciò questa dipendenza può essere trascurata, e la densità del materiale ablativo è fissata.  $T_{aw}$  dipende dalla temperatura all'esterno dello strato limite e dalla temperatura totale, che coincide con la temperatura in camera di combustione, quindi da  $p_c$  e da  $MR$ .

Ricordando la relazione (1.24), con cui si esprime  $h_g$ , si può affermare che, solitamente, il rapporto  $\frac{D_t}{R_c} \approx 1$ ,  $c^*$  è funzione di  $p_c$  e di  $MR$ , come anche  $Pr$  e le proprietà termodinamiche e di trasporto, perciò, in definitiva, il rateo di erosione della gola può essere espresso come funzione soltanto di tre variabili indipendenti:

$$\dot{s} = f(p_c, MR, D_t). \quad (1.26)$$

Per un'analisi preliminare, in questo elaborato sarà trascurata la dipendenza del rateo di erosione  $\dot{s}$  dal mixture ratio, e sarà adottato un rateo di erosione  $\dot{s}=0.1\text{mm/s}$ .

### 1.2.8 Sistema di alimentazione

Attenzionando il sistema rappresentato in figura 1.3 è possibile intuire che vi siano possibili differenti configurazioni. Una prima differenziazione si può fare per la tecnica di immissione dell'ossidante in camera di combustione. A differenza dei grossi endoreattori a propellente liquido monopropellenti, o bi-propellenti, per la propulsione ibrida, l'utilizzo di turbopompe, non essendo necessarie altissime portate, resta ancora poco frequente. Le configurazioni in assoluto più utilizzate sono quindi la pressurizzazione diretta del serbatoio dell'ossidante (sistema blow-down) mediante un gas inerte tipo elio o azoto oppure un sistema di pressurizzazione regolato che sfrutta un serbatoio con un gas pressurizzante separato.

In questo caso di studio si considera un sistema di alimentazione *partially regulated system*, tale sistema è progettato per funzionare inizialmente a pressione costante e successivamente in blow-down. Il sistema di alimentazione è articolato in quattro tubi che portano l'ossidante dal tank alla camera di combustione, di cui tre vengono chiusi durante l'ultima accensione al fine di avere una spinta più piccola e precisa per l'inserimento in orbita finale. Durante la prima fase, la pressione  $p_t$  del serbatoio in alluminio di ossidante liquido è mantenuta costante mediante una valvola opportuna, perciò si afferma che  $p_t = (p_t)_i$  mentre durante la fase successiva, assumendo un'espansione isoentropica del gas pressurizzante inerte (in particolare elio, precedentemente collocato nel vessel) nel serbatoio dell'ossidante, si realizza il seguente legame tra le variabili in esame:

$$p_t = p_{t_i} \left[ \frac{(V_g)_{BD}}{V_g} \right]^\gamma \quad (1.27)$$

Dove  $(V_g)_{BD} = (V_f)_i + \frac{(m_o)_{BD}}{\rho_o}$  è il volume di gas pressurizzante presente nel serbatoio di ossidante a partire dall'inizio della fase di blow-down,  $(V_g) = (V_g)_i + \frac{(m_o)}{\rho_o}$  è il volume di gas pressurizzante finale (quando la pressione del serbatoio è quella finale e pari a  $p_t$ ,  $(m_o)_{BD}$  è la porzione di massa di ossidante che viene espulsa durante il funzionamento fino all'inizio della fase di blow-down,  $m_o$  è la massa finale di ossidante espulsa dal serbatoio,  $\rho_o$  è la densità dell'ossidante,  $\gamma_g$  è il rapporto tra i calori specifici del gas pressurizzante e con il pedice  $i$  è indicato il valore all'istante iniziale della grandezza considerata. Inoltre, si assume un ullage volume iniziale nel serbatoio di ossidante pari al 3% dell'intero volume di tale serbatoio per rendere più stabile la risposta alla regolazione. Le perdite di pressione in camera di combustione sono considerate relazionando la pressione in testa alla camera di combustione  $p_1$  e la

pressione di ristagno  $p_c$  tramite la relazione:

$$p_1 = \left[ 1 + 0.2 \left( \frac{A_{th}}{A_p} \right)^2 \right] p_c \quad (1.28)$$

La resistenza idraulica  $Z$  nel percorso del flusso dell'ossidante dal tank alla camera di combustione determina la portata di ossidante. Assumendo l'ipotesi di flusso turbolento incompressibile, si ottiene la seguente relazione:

$$\dot{m} = \sqrt{(p_t - p_1)/Z} \quad (1.29)$$

Il valore di  $Z$  si assume costante durante il funzionamento del motore, e il suo valore è calcolato a partire dal flusso di massa iniziale di ossidante  $(\dot{m}_o)_i$ . Il flusso di propellente è ottenuto dalla relazione

$$\dot{m}_F = \rho_F \dot{r} A_b = \rho_F \dot{r} L_b P \quad (1.30)$$

Infine, poichè si assume un'espansione isoentropica nell'ugello, la pressione di ristagno  $p_c$  si calcola con la relazione:

$$p_c = \frac{(\dot{m}_o + \dot{m}_F)c^*}{A_{th}} \quad (1.31)$$

Il principale beneficio di un sistema parzialmente regolato è poter ridurre la pressione del tank dell'ossidante, che a sua volta permette di ridurne il peso. Per quanto riguarda il serbatoio, la pressione iniziale è fissata a 310 bar.

### 1.2.9 Geometria del grano

Il grano, termine acquisito dalla propulsione a razzo solida, sta ad indicare il volume di combustibile. La configurazione del grano, ovvero la sua vista in sezione, può essere caratterizzata da uno o più fori o porte. Queste perforazioni lungo la coordinata longitudinale del motore devono essere studiate in funzione della superficie che si vuole mantenere esposta alla fiamma. In linea teorica, essendo la sua bassa velocità di regressione una delle limitazioni principali della propulsione a razzo ibrida, la tendenza è quella di massimizzare la superficie esposta alla fiamma. La scelta del numero di porte, della loro geometria e quindi della sezione esposta alla combustione andrà progettata opportunamente al fine di ottenere combustioni stabili. Questo porta spesso alla scelta di di una configurazione multiports, fig.1.6.

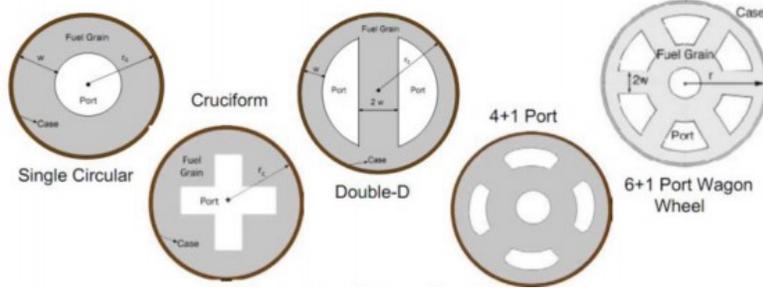


Figura 1.6: Possibili configurazioni del grano

La rigidezza del combustibile è tipicamente bassa trattandosi nella maggioranza dei casi di HTPB, magari arricchito da altri materiali plastici. Trattandosi di gomme in molti casi necessitano di rinforzi strutturali interni come piastre metalliche, in composito o reti. Tali componenti portano ad un aggravio delle masse e di grano incombusto che possono raggiungere il 10% del peso totale del combustibile. Ne deriva che lo studio del design del grano solido negli HRE è fondamentale per il raggiungimento di alte prestazioni. Per una configurazione multiports, generalmente, si adotta il seguente modello matematico per descrivere la geometria del grano:

$$x = \frac{N}{\pi} \sin^{-1} [w / (R_G - w)] \quad (1.32)$$

$$h = \sqrt{(R_G - w)^2 - w^2} - w * \tan \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{N} \right) \quad (1.33)$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} + x \frac{\pi}{N} \quad (1.34)$$

La port area iniziale può essere facilmente determinata come segue:

$$(A_p)_i = 2N \left[ (R_G - w)^2 (1 - x) \frac{\pi}{2N} - h \frac{w}{2} \right] \quad (1.35)$$

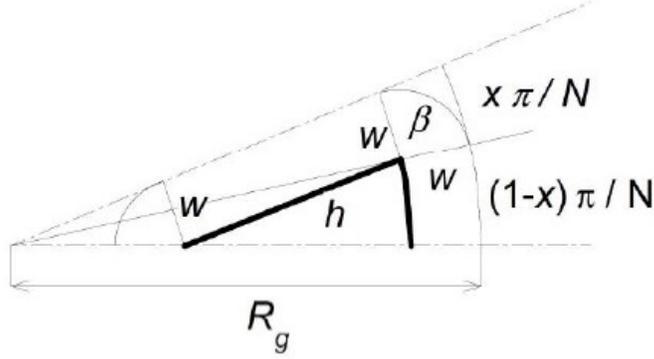


Figura 1.7: Geometria grano

Dove  $x$ ,  $\beta$  e  $h$  stavolta sono quantità geometriche,  $N$  è il numero di ports,  $R_G$  è il raggio esterno del grano,  $w$  è il web thickness e  $(A_p)_i$  è la sezione di passaggio iniziale del grano solido (port area iniziale). Durante il funzionamento dell'endoreattore ibrido, a causa della combustione in atto, si definisce una distanza radiale  $r$  di combustione (burning distance). Tale distanza è evidentemente compresa nell'intervallo  $0 < r \leq W$ , perciò  $W$  è indicativo della distanza radiale massima raggiunta al termine della bruciatura. Conoscendo tale distanza, si possono esprimere il perimetro  $P$  di combustione (burning perimeter) e la port area ( $A_p$  per ogni lunghezza  $r$  raggiunta:

$$P = 2N \left[ (R_G - w + r) (1 - x) \frac{\pi}{N} + \beta * r + h + \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{N} \right) r \right] \quad (1.36)$$

$$A_p = (A_p)_i + 2N \left\{ [(R_G - w + r)^2 - (R_G - w)^2] (1 - x) \frac{\pi}{2N} \right\} + 2N \left\{ \frac{\beta * r^2}{2} + h * r + \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{N} \right) \frac{r^2}{2} \right\} \quad (1.37)$$

### 1.2.10 Altri componenti

Le principali funzioni degli iniettori di carburante sono di regolare e introdurre il flusso di ossidante nella camera di combustione, di atomizzare in liquido cioè rompere il getto in piccole goccioline, e di distribuire e mescolare i propellenti in modo da ottenere il rapporto di miscela desiderato.

Gli iniettori utilizzati, che mettono in comunicazione il sistema di alimentazione con la camera di combustione, sono i classici head-end injectors. L'ugello è il luogo dove tramite un'espansione idealmente isoentropica, l'energia termica dei gas combusti viene convertita in energia cinetica, generando spinta.

L'ugello considerato in questa trattazione è di tipo convergente-divergente con relativi angoli di  $45^\circ$  e  $15^\circ$ . Il rapporto di espansione dell'ugello è considerato costante:

$$\epsilon = \frac{A_{uscita}}{A_{gola}} = 65$$

# Capitolo 2

## Processo di ottimizzazione

Un problema di ottimizzazione consiste nel ricercare la legge di controllo che rende massimo o minimo un particolare indice di prestazione. Vista la grande influenza che i consumi di propellente hanno sui costi di un trasferimento orbitale (e anche su quelli della messa in orbita del veicolo che lo deve realizzare) diventa fondamentale minimizzare la quantità di propellente necessaria alla manovra o, equivalentemente, massimizzare la massa finale del veicolo, fissata quella iniziale. Il problema di ottimo si traduce quindi nella ricerca della strategia che permette di realizzare il trasferimento orbitale rendendo massima la massa al termine della manovra.

A tal fine, essendo il numero di parametri di progetto del motore basso, la loro ottimizzazione è ottenuta tramite un metodo diretto. Diversamente, l'ottimizzazione della traiettoria può essere caratterizzata da controlli continui, quali ad esempio la direzione di spinta, che richiederebbero sia una discretizzazione mediante un gran numero di parametri sia l'uso di metodi indiretti. Una procedura di ottimizzazione mista è stata quindi adottata. Un metodo indiretto ottimizza la traiettoria per ciascuna scelta dei parametri del motore. Entrambi i metodi sono stati sviluppati presso il Politecnico di Torino.

### 2.1 Metodi indiretti per lo studio della traiettoria

I metodi di ottimizzazione indiretta offrono un'elevata precisione numerica ed un importante contenuto teorico, e consentono di ottenere la soluzione ottimale con un numero limitato di parametri e tempi di calcolo limitati. I metodi indiretti sfruttano i principi del calcolo variazionale.

### 2.1.1 Calcolo variazionale

Il calcolo variazionale è quella branca della matematica che si occupa della determinazione e dell'analisi dei valori massimi e minimi e dei corrispondenti punti di massimo e di minimo di speciali applicazioni dette *funzionali*. In tutti i campi dell'investigazione scientifica intervengono problemi collegati alla ricerca del massimo o del minimo di entità che possono essere espresse come funzioni di altre variabili. Esso consiste nella determinazione di una curva per cui:

- sono soddisfatte date equazioni differenziali
- sono soddisfatte date condizioni algebriche agli estremi
- è massima o minima una quantità  $J$

$J$  è il *funzionale* e si definisce come:

$$J = \phi(x(t_0), x(t_f), t_0, t_f) \quad (2.1)$$

secondo la formulazione di Mayer e dipende dai valori delle variabili agli estremi della curva, ma anche come:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \Phi(x, \dot{x}, t) dt \quad (2.2)$$

secondo la formulazione di Lagrange, in cui è un integrale definito tra gli estremi della curva.

Il generico sistema a cui si applica la teoria è descritto da un vettore di variabili di stato  $x$ ; le equazioni differenziali che ne descrivono l'evoluzione tra gli istanti iniziale e finale (contorni esterni) sono funzioni di  $x$ , del vettore dei controlli  $u$  e della variabile indipendente  $t$  (tempo), e hanno la generica forma:

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{f}(x, u, t) \quad (2.3)$$

Sono inoltre imposte condizioni al contorno che, in generale, sono di tipo misto, cioè coinvolgono i valori delle variabili di stato e della variabile indipendente tempo sia ai contorni esterni che a quelli interni. Le condizioni imposte sono genericamente non-lineari e vengono espresse come:

$$\chi(x(t_0), x(t_f), t_0, t_f) = 0 \quad (2.4)$$

### 2.1.2 Teoria del controllo ottimale

E' conveniente suddividere la traiettoria in un numero  $n$  di sotto intervalli, o archi, all'interno di ciascuno dei quali le variabili siano continue. Il  $j$ -esimo intervallo inizia al tempo  $t_{(j-1)+}$  e termina al tempo  $t_{j-}$  e i valori che le variabili assumono ai suoi estremi sono  $x_{(j-1)+}$  e  $x_{j-}$  dove i segni  $-$  e  $+$  indicano rispettivamente i valori assunti subito prima o dopo il punto considerato: in questo modo è possibile tenere in conto le eventuali discontinuità delle variabili (ad esempio sono discontinue la velocità e la massa in seguito a una manovra impulsiva) che si applicano ai punti di giunzione tra i vari archi (contorni interni). Per tenere conto di equazioni differenziali e condizioni al contorno si introducono i moltiplicatori di Lagrange:

- variabili aggiunte  $\lambda$
- costanti aggiunte  $\mu$

Risulta quindi utile riscrivere il funzionale attraverso i moltiplicatori di Lagrange:

$$J^* = \phi + \mu^T \chi + \sum_j \int_{t_{(j-1)+}}^{t_{j-}} \lambda^T (f - \dot{x}) dt \quad j = 1, \dots, n \quad (2.5)$$

$J^* = J$  per qualunque scelta dei moltiplicatori di Lagrange se equazioni differenziali e condizioni al contorno sono verificate.

Si definisce l'Hamiltoniano del sistema

$$H = \lambda^T f \quad (2.6)$$

Si integra  $J^*$  per parti per eliminare la dipendenza dalle derivate delle variabili e differenziando si ottiene la variazione prima del funzionale stesso  $\delta J^*$  si ha:

$$\begin{aligned} \delta J^* = & \left( -H_{(j-1)+} + \frac{\partial \phi}{\partial t_{(j-1)+}} + \mu^T \frac{\partial \chi}{\partial t_{(j-1)+}} \right) \delta t_{(j-1)+} + \\ & + \left( H_{j-} + \frac{\partial \phi}{\partial t_{j-}} + \mu^T \frac{\partial \chi}{\partial t_{j-}} \right) \delta t_{j-} + \\ & + \left( \lambda_{(j-1)+}^T + \frac{\partial \phi}{\partial x_{(j-1)+}} + \mu^T \left[ \frac{\partial \chi}{\partial x_{(j-1)+}} \right] \right) \delta x_{(j-1)+} + \\ & + \left( -\lambda_{j-}^T + \frac{\partial \phi}{\partial x_{j-}} + \mu^T \left[ \frac{\partial \chi}{\partial x_{j-}} \right] \right) \delta x_{j-} + \\ & + \sum_j \int_{t_{(j-1)+}}^{t_{j-}} \left[ \left( \frac{\partial H}{\partial x} + \dot{\lambda}^T \right) \delta x + \frac{\partial H}{\partial u} \delta u \right] dt \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2.7)$$

La condizione necessaria di ottimo prescrive la stazionarietà del funzionale e quindi l'annullarsi della sua variazione prima per qualunque scelta di variazioni  $x$ ,  $u$ ,  $x_{(j-1)+}$ ,  $x_{j-}$ ,  $t_{(j-1)+}$ ,  $t_{j-}$  compatibile con le equazioni differenziali e le condizioni al contorno. L'introduzione di variabili e costanti aggiunte, permette, con una loro opportuna scelta, di annullare contemporaneamente il coefficiente di ciascuna delle variazioni. Annullando i coefficienti di  $x$  e  $u$  all'interno dell'integrale per ogni punto della traiettoria si ottengono, rispettivamente, le equazioni differenziali di Eulero-Lagrange per le variabili aggiunte:

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\left(\frac{\delta H}{\delta x}\right)^T \quad (2.8)$$

e le equazioni algebriche per i controlli:

$$\left(\frac{\delta H}{\delta u}\right)^T = 0 \quad (2.9)$$

le quali condizioni al contorno di ottimo sono:

$$\begin{aligned} -\lambda_{j-}^T + \frac{\partial \varphi}{\partial x_{j-}} + \mu^T \left[ \frac{\partial \chi}{\partial x_{j-}} \right] &= 0 \quad j = 1, \dots, n \\ \lambda_{j+}^T + \frac{\partial \varphi}{\partial x_{j+}} + \mu^T \left[ \frac{\partial \chi}{\partial x_{j+}} \right] &= 0 \quad j = 0, \dots, n-1 \\ H_{j-} + \frac{\partial \varphi}{\partial t_{j-}} + \mu^T \frac{\partial \chi}{\partial t_{j-}} &= 0 \quad j = 1, \dots, n \\ -H_{j+} + \frac{\partial \varphi}{\partial t_{j+}} + \mu^T \frac{\partial \chi}{\partial t_{j+}} &= 0 \quad j = 0, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (2.10)$$

E' interessante notare come le leggi di controllo (e come si vedrà anche le condizioni al contorno) siano formalmente indipendenti dal fatto di ricercare i massimi oppure i minimi di  $J$ . Inoltre il controllo ottimale può essere determinato anche sfruttando il *Principio di Massimo di Pontryagin*: il controllo ottimale è quello che, tra tutti i controlli ammissibili, massimizza  $H$  per  $J$  da massimizzare.

Particolare attenzione deve essere prestata se uno dei controlli è soggetto a un vincolo, cioè deve appartenere a un dato dominio di ammissibilità, ovvero a un intervallo tra un valore minimo ed un valore massimo. In presenza di un tale vincolo, il valore ottimale del controllo in ogni punto della traiettoria è quello che, appartenendo al dominio di ammissibilità, rende massimo, se si ricercano i massimi di  $J$ , o minimo, se si ricercano i minimi, l'Hamiltoniano in quel punto (Principio di Massimo di Pontryagin). Si hanno in pratica due possibilità:

- il valore ottenuto è nel dominio ammissibile ed è quindi quello ottimale
- il valore ottenuto non è ammissibile: il controllo ottimale è quello minimo o massimo (in base al Principio di Pontryagin).

Un caso particolare si ha se l'Hamiltoniano è lineare rispetto a uno dei controlli soggetto a vincoli (es. spinta). In questo caso il valore ottimale sarà:

- il valore massimo se il coefficiente del controllo in  $H$  è positivo o il valore minimo se il coefficiente del controllo in  $H$  è negativo
- un valore intermedio da determinarsi annullando le derivate del coefficiente rispetto al tempo nel caso il coefficiente sia nullo in un intervallo finito di tempo (arco singolare).

### 2.1.3 Problema differenziale ai limiti

Il metodo indiretto adottato per l'ottimizzazione dei trasferimenti orbitali prevede l'applicazione della teoria del controllo ottimale al sistema di equazioni (2.3) che ha condizioni al contorno dipendenti dal tipo di orbite tra cui la trasferta si svolge. La teoria del controllo ottimale formula un nuovo sistema di equazioni differenziali ai limiti (BVP) in cui alcuni dei valori iniziali delle variabili e durata delle fasi sono incogniti, come si è visto nel paragrafo precedente.

La principale difficoltà delle tecniche di ottimizzazione indirette è proprio la soluzione del problema ai limiti che emerge dalla loro applicazione: il metodo per la sua soluzione è quindi uno strumento indispensabile. La soluzione del BVP viene ottenuta riducendolo a una successione di problemi ai valori iniziali che viene portata alla convergenza secondo il metodo di Newton. Per risolvere l'indeterminatezza della durata di ciascun sottointervallo, si ricorre, ai soli fini dell'integrazione, alla sostituzione della variabile indipendente  $t$  con una nuova variabile  $\epsilon$  definita nel  $j$ -esimo sottointervallo attraverso la relazione:

$$\epsilon = j - 1 + \frac{t - t_{j-1}}{t_j - t_{j-1}} = j - 1 + \frac{t - t_{j-1}}{\tau_j} \quad (2.11)$$

dove  $\tau_j$  è la durata, incognita, del sottointervallo.

In questo modo i contorni interni ed esterni risultano fissati, grazie all'introduzione dei parametri incogniti  $\tau_j$ , e corrispondono a valori interi consecutivi della nuova variabile indipendente  $\epsilon$ . Applicando il cambio di variabile indipendente, il sistema di equazioni differenziali assume la forma:

$$\frac{dz}{d\epsilon} = f(z, \epsilon) \quad (2.12)$$

con  $z$  vettore contenente variabili di stato, aggiunte e parametri. Le condizioni al contorno sono genericamente espresse, senza distinguere tra condizioni imposte e di ottimo, come:

$$\Psi(s) = 0 \quad (2.13)$$

dove  $s = z_{0+}, z_{1\pm}, \dots, z_{n-}$  è un vettore che contiene i valori che le variabili assumono a ogni contorno. I valori iniziali di alcune delle variabili sono in genere incogniti, e la ricerca della soluzione si traduce nel determinare, attraverso un procedimento iterativo, quali valori devono assumere per soddisfare le equazioni (2.13). Si fissa cioè:

$$z_0 = p \quad (2.14)$$

e si procedere all'integrazione delle equazioni lungo tutta la traiettoria tenendo in conto le eventuali discontinuità ai contorni interni.

In ciascuno dei contorni si determina il valore delle variabili di stato e al termine dell'integrazione si calcola l'errore sulle condizioni al contorno  $\Psi^r$  alla r-esima iterazione.

Una variazione  $\Delta p$  porta a variare l'errore sulle condizioni al contorno di una quantità che, tenendo in conto solo i termini del primo ordine, è pari a:

$$\Delta \Psi = \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial p} \right] \Delta p \quad (2.15)$$

Dovendo annullare l'errore sulle condizioni al contorno (cioè volendo ottenere  $\Delta \Psi = -\Psi^r$ , a ogni iterazione i valori iniziali vengono corretti di una quantità:

$$\Delta p = p^{r+1} - p^r = - \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial p} \right]^{-1} \Psi^r \quad (2.16)$$

fino a che le condizioni al contorno (2.13) non siano verificate con la precisione voluta. La matrice che compare nell'equazione (2.16) è calcolata come prodotto di due matrici:

$$\left[ \frac{\partial \Psi}{\partial p} \right] = \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial s} \right] \left[ \frac{\partial s}{\partial p} \right] \quad (2.17)$$

dove la prima può essere immediatamente ottenuta derivando le condizioni al contorno rispetto alle grandezze che vi compaiono. La seconda matrice, che contiene le derivate dei valori delle variabili ai contorni rispetto ai valori iniziali, cioè i valori che vengono assunti ai contorni ( $\epsilon = 0, 1, \dots, n$ ) dalla matrice:

$$\left[ \frac{\partial z}{\partial p} \right] = [g(\epsilon)] \quad (2.18)$$

è ottenuta integrando il sistema di equazioni differenziali che si ottiene derivando il sistema principale (2.12) rispetto a ciascuno dei valori iniziali:

$$\left[ \frac{\dot{\partial} z}{\partial p} \right] = \left[ \frac{\partial g}{\partial z} \right] \left[ \frac{\partial z}{\partial p} \right] \quad (2.19)$$

Si osserva che la matrice  $\left[ \frac{\partial \psi}{\partial p} \right]$  può essere ottenuta numericamente: la sua i-esima riga si ottiene variando la i-esima componente di  $p$  di una quantità piccola  $\Delta p$  (tenendo fisse le altre) e quindi integrando le equazioni (2.12). E' così possibile calcolare la variazione delle condizioni al contorno  $\Delta \Psi(\Delta p)$  e, linearizzando, ottenere la riga corrispondente come  $\Delta \Psi^T / \Delta p$ . L'integrazione di tutte le equazioni differenziali, sia per il sistema principale (2.12) che per quello omogeneo, viene svolta con un metodo a passo e ordine variabile basato sulle formule di Adams, come descritto da Shampine e Gordon.

## 2.2 Calcolo della traiettoria

Dato un set di parametri di ottimizzazione del design, le condizioni di funzionamento del motore durante la combustione possono essere determinate; quindi fissato il design dell'endoreattore, si procede con l'integrazione delle equazioni della traiettoria e con l'applicazione del metodo indiretto di ottimizzazione della traiettoria e dell'indice di performance della missione, come descritto nella sezione 2.1.

La missione di riferimento considerata per il design e l'ottimizzazione dell'endoreattore a propellenti ibridi in esame, è finalizzata all'inserimento del carico utile in un'orbita circolare polare retrograda, ad una quota di 500 km i cui parametri orbitali sono elencati nella tabella seguente:

$a$ [km]	$i$ [deg]	$e$	$\nu$ [deg]	$\omega$ [deg]	$\Omega$ [deg]
6878	97.5	0	-17.32	0	149.56

Tabella 2.1: Parametri orbitali dell'orbita di destinazione

Il lanciatore preso in esame è un lanciatore di piccole dimensioni, con caratteristiche simili a quelle del lanciatore europeo *Vega*, il cui terzo stadio (solido) e quarto stadio (liquido) sono sostituiti da un unico stadio con l'endoreattore ibrido studiato, come indicato in figura 2.1, mentre i primi due stadi non saranno oggetto di analisi in questo elaborato, per cui nell'ottimizzazione della traiettoria sono utilizzati i dati relativi ai primi due stadi con endoreattori a propellenti solidi del lanciatore Vega e quelli che saranno ottenuti dal design dello stadio con l'endoreattore a propellenti ibridi analizzato.

La traiettoria di ascesa è suddivisa nelle seguenti fasi:

- Ascesa verticale
- Fase di spinta
- Ascesa a portanza nulla ed espulsione del primo stadio
- Fase di coasting fino all'accensione del secondo stadio
- Accensione del secondo stadio e ascesa a portanza nulla
- Fase di coasting

Viene allora acceso il terzo stadio ibrido che effettuerà due accensioni con direzione di spinta ottimale:

- Accensione con fairing - fase a pressione costante
- Espulsione del fairing
- Fase di blowdown
- Fase di coasting
- Seconda accensione per l'inserimento nell'orbita finale - blowdown

Il codice considera le tempistiche, la spinta e la portata di massa delle prime sei fasi, relative ai primi due stadi, variabili fissate; mentre le fasi che concernono il terzo stadio sono variabili libere. In particolare, il codice suddivide la traiettoria dello stadio ibrido in quattro archi temporali. Si ipotizza che la spinta sia verticale durante la prima fase, parallela alla velocità durante le fasi a portanza nulla, libera ed ottimizzata durante le altre fasi.

La procedura indiretta di ottimizzazione della traiettoria è basata sulla *teoria del controllo ottimale*, descritta nella sezione 2.1.2.

Quindi, allo scopo di ottimizzare la traiettoria si considera il lanciatore come una massa puntiforme e si scrivono le equazioni di stato in forma vettoriale:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V} \\ \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{g} + \frac{\vec{F} - \vec{D}}{M} \\ \frac{dM}{dt} = -\frac{|\vec{F}|}{c^* C_F} \end{cases} \quad (2.20)$$

Dove  $\vec{g}$  è il campo gravitazionale terrestre che si ipotizza seguire una legge quadratica inversa, mentre per valutare la pressione e la temperatura al variare della quota viene utilizzata un'interpolazione dei dati dell'atmosfera standard.  $\vec{D}$  è la resistenza aerodinamica, che può essere stimata in prima approssimazione a partire dalla sezione trasversale del lanciatore e da un coefficiente di resistenza dipendente dal numero di Mach.  $M$  è la massa del motore. La spinta  $|\vec{F}|$  è calcolata a partire dai parametri di progetto determinati durante la fase di progetto balistico. Inoltre, per migliorare l'accuratezza dell'integrazione numerica, tali equazioni di stato sono implementate in forma adimensionale nel codice di calcolo.

La forma vettoriale delle equazioni deve essere esplicitata, proiettando le equazioni in un opportuno riferimento. Si sceglie un riferimento inerziale poichè risulta più conveniente per l'assenza delle accelerazioni di trascinamento e di Coriolis (che complicherebbero la valutazione dello Jacobiano del sistema richiesta per la soluzione del

BVP) e soprattutto per la corrispondenza tra le variabili aggiunte alle componenti della velocità nel sistema inerziale e le componenti del primer vector. Si adottano perciò coordinate sferiche in un sistema di riferimento inerziale basato sul piano equatoriale: la posizione del veicolo è descritta dal raggio  $r$ , dalla longitudine  $\theta$  e dalla latitudine  $\phi$  mentre la velocità dalle componenti radiale  $u$ , cioè verso lo Zenit, in direzione Est  $v$  e Nord  $w$  in un riferimento locale. Per quanto riguarda la velocità si è preferito proiettarne l'equazione differenziale in questo riferimento, e non in uno con un asse parallelo alla velocità stessa, per avere una più semplice relazione tra velocità relativa e assoluta. Proiettando le equazioni di stato nel riferimento scelto si ha:

$$\frac{dr}{dt} = u \quad (2.21)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{r \cos \phi} \quad (2.22)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{w}{r} \quad (2.23)$$

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{r^2} + \frac{v^2}{r} + \frac{w^2}{r} + \frac{T}{m} \sin \gamma_T + \frac{qS}{m} [-C_D \sin \gamma + C_L \cos \sigma \cos \gamma] \quad (2.24)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{uv}{r} + \frac{vw}{r} \tan \phi + \frac{T}{m} \cos \gamma_T \cos \psi_T + \frac{qS}{m} [-C_D \cos \gamma \cos \psi + C_L (-\cos \sigma \sin \gamma \cos \psi + \sin \sigma \sin \psi)] \quad (2.25)$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{uw}{r} - \frac{v^2}{r} \tan \phi + \frac{T}{m} \cos \gamma_T \sin \psi_T + \frac{qS}{m} [-C_D \cos \gamma \sin \psi + C_L (-\cos \sigma \sin \gamma \sin \psi - \sin \sigma \cos \psi)] \quad (2.26)$$

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{T}{c} \quad (2.27)$$

dove  $\gamma$  e  $\psi$  sono gli angoli di elevazione e di heading della velocità relativa  $V_r$ , mentre  $\gamma_T$  e  $\psi_T$  sono gli stessi angoli per la spinta  $T$ ;  $\sigma$  è l'angolo di rollio, o bank angle, cioè l'angolo di cui è ruotata la portanza aerodinamica rispetto al piano della traiettoria. Gli angoli  $\gamma$  e  $\psi$  dipendono solo dalle variabili di stato:

$$\sin \gamma = \frac{u}{V_r} \quad (2.28)$$

$$\cos \gamma \cos \psi = \frac{v - \omega r \cos \phi}{V_r} \quad (2.29)$$

$$\cos \gamma \sin \psi = \frac{w}{V_r} \quad (2.30)$$

dove il modulo della velocità relativa è pari a:

$$V_r = \sqrt{u^2 + (v - \omega r \cos \phi)^2 + w^2} \quad (2.31)$$

Esplicitando l'espressione dell'Hamiltoniano

$$H = \lambda_r^T \mathbf{V} + \lambda_V^T g + T S_F + \frac{qS}{m} A_F \quad (2.32)$$

in cui  $S_F$  è il coefficiente della spinta (switching function):

$$S_F = \lambda_V^T T / (mT) - \lambda_m / c \quad (2.33)$$

e  $A_F$  è il coefficiente dell'accelerazioni aerodinamiche:

$$A_F = -C_D \lambda_V^T V_r / V_r + C_L \lambda_V^T L / L \quad (2.34)$$

e annullandone le derivate parziali rispetto agli angoli  $\gamma_T$  e  $\psi_T$  si ottengono i valori ottimali per gli angoli di spinta:

$$\sin \gamma_T = \frac{\lambda_u}{\lambda_V} \quad (2.35)$$

$$\cos \gamma_T \cos \psi_T = \frac{\lambda_v}{\lambda_V} \quad (2.36)$$

$$\cos \gamma_T \sin \psi_T = \frac{\lambda_w}{\lambda_V} \quad (2.37)$$

dove:

$$\lambda_V = \sqrt{\lambda_u^2 + \lambda_v^2 + \lambda_w^2} \quad (2.38)$$

è il modulo del primer vector che, come si era anticipato, è parallelo alla direzione ottimale di spinta. Se la spinta è parallela a  $\lambda_V$  il coefficiente di spinta assume la forma:

$$S_F = \lambda_V / m - \lambda_m / c \quad (2.39)$$

e ipotizzando la velocità efficace di scarico  $c$ =costante si ha:

- Spinta massima se  $S_F > 0$
- Spinta minima se  $S_F < 0$
- Un arco singolare quando  $S_F = 0$  in un intervallo.

Mentre se si ipotizzano la spinta e la velocità efficace di scarico funzioni della potenza

$P = \frac{Tc}{2}$  assegnata, si avrà:

-  $c = c_{ott} = 2m\lambda_m/\lambda_V$  se  $c_{min} < c_{ott} < c_{max}$

-  $c = c_{min}$  se  $c_{ott} < c_{min}$

-  $c = c_{max}$  se  $c_{ott} > c_{max}$

La potenza sarà massima se  $S_F > 0$  e minima se  $S_F < 0$ .

Se  $c$  assume il minimo valore ammissibile il coefficiente di spinta  $S_F$  è minimo per cui sarà invece sempre positivo se  $c$  non è limitato cioè se  $c_{min} = 0$ .

Se invece  $c = c_{ott}$  si ha:

$$T = P\lambda_V / (m\lambda_m) = P\lambda_V / (m^2\lambda_m) \quad (2.40)$$

e se non si assumono vincoli su  $c$  il denominatore è costante e

$$T/m \propto \lambda_V$$

Allo stesso modo, derivando l'Hamiltoniano rispetto all'angolo  $\sigma$  si ottiene il valore ottimale per l'angolo di rollio:

$$\cos \sigma = \frac{\lambda_u \cos \gamma - \lambda_v \sin \gamma \cos \psi - \lambda_w \sin \gamma \sin \psi}{\lambda_V \sin \delta} \quad (2.41)$$

$$\sin \sigma = \frac{\lambda_v \sin \psi - \lambda_w \cos \psi}{\lambda_V \sin \delta} \quad (2.42)$$

che determina la direzione della portanza; si può verificare che il valore così determinato di  $\sigma$  è tale che la portanza si contenuta nel piano di  $\lambda_V$  e  $\mathbf{V}_r$ . Le equazioni differenziali per le variabili aggiunte sono fornite dalle equazioni di Eulero-Lagrange. Si ottiene:

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_r = & \frac{1}{r^2} \left[ \lambda_\vartheta \frac{v}{\cos \phi} + \lambda_\phi w + \lambda_u \left( -\frac{2}{r} + v^2 + w^2 \right) + \right. \\ & \left. + \lambda_v (-uv + vw \tan \phi) + \lambda_w (-uw - v^2 \tan \phi) \right] + \frac{2qS}{mV_r} \lambda_V \omega \cos \phi \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} & [V_E (-C_D \cos \delta + C_L \sin \delta) + L_E (-C_D \sin \delta - C_L \cos \delta)] + \\ & - \frac{qS}{m} \lambda_V \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{1}{\rho} (-C_D \cos \delta + C_L \sin \delta) \end{aligned}$$

$$\dot{\lambda}_\vartheta = 0 \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_\phi = & \frac{1}{r \cos^2 \phi} (-\lambda_\vartheta v \sin \phi - \lambda_v v w + \lambda_w v^2) + \frac{2qS}{mV_r} \lambda_V \omega r \sin \phi \\ & [V_E (-C_D \cos \delta + C_L \sin \delta) + L_E (-C_D \sin \delta - C_L \cos \delta)] \end{aligned} \quad (2.45)$$

$$\dot{\lambda}_u = \frac{1}{r} (-\lambda_r r + \lambda_v v + \lambda_w w) - \frac{2qS}{mV_r} \lambda_V [V_Z (-C_D \cos \delta + C_L \sin \delta) + L_Z (-C_D \sin \delta - C_L \cos \delta)] \quad (2.46)$$

$$\dot{\lambda}_v = \frac{1}{r} \left[ -\lambda_\vartheta \frac{1}{\cos \phi} - 2\lambda_u v + \lambda_v (u - w \tan \phi) + 2\lambda_w v \tan \phi \right] - \frac{2qS}{mV_r} \lambda_V [V_E (-C_D \cos \delta + C_L \sin \delta) + L_E (-C_D \sin \delta - C_L \cos \delta)] \quad (2.47)$$

$$\dot{\lambda}_w = \frac{1}{r} (-\lambda_\phi - 2\lambda_u w - \lambda_v v \tan \phi + \lambda_w u) - \frac{2qS}{mV_r} \lambda_V [V_N (-C_D \cos \delta + C_L \sin \delta) + L_N (-C_D \sin \delta - C_L \cos \delta)] \quad (2.48)$$

$$\dot{\lambda}_m = \frac{T}{m^2} \lambda_V + \frac{qS}{m^2} \lambda_V (-C_D \cos \delta + C_L \sin \delta) \quad (2.49)$$

dove  $\delta$  è l'angolo compreso tra il primer e la velocità relativa e si sono introdotte le componenti nel riferimento locale Zenit Est Nord dei versori paralleli alla velocità relativa:

$$V_Z = u/V_r = \sin \gamma \quad (2.50)$$

$$V_E = (v - \omega r \cos \phi)/V_r = \cos \gamma \cos \psi \quad (2.51)$$

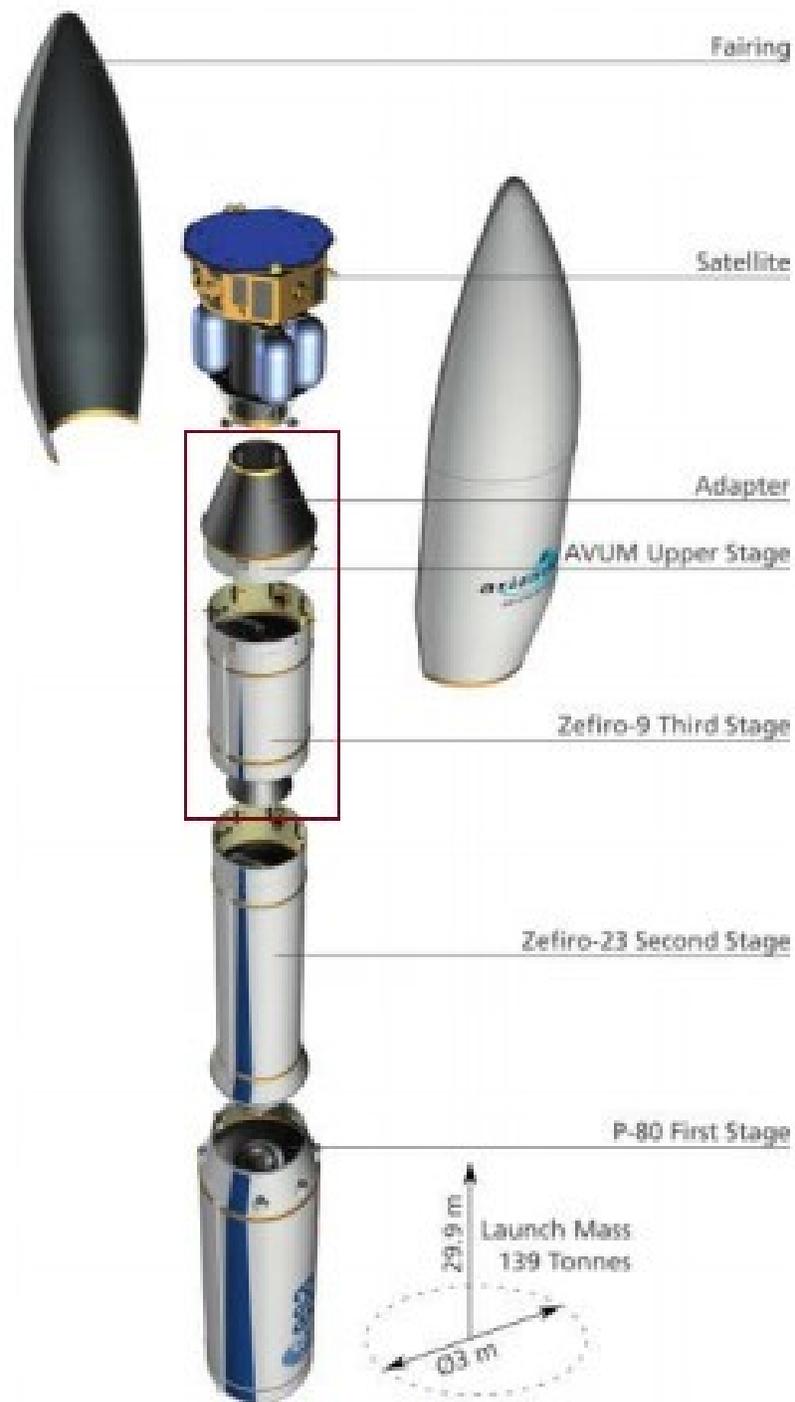
$$V_N = w/V_r = \cos \gamma \sin \psi \quad (2.52)$$

e alla portanza:

$$L_Z = \frac{\lambda_u (1 - \sin^2 \gamma) - \lambda_v \sin \gamma \cos \gamma \cos \psi - \lambda_w \sin \gamma \cos \gamma \sin \psi}{\lambda_V \sin \delta} \quad (2.53)$$

$$L_E = \frac{-\lambda_u \sin \gamma \cos \gamma \cos \psi + \lambda_v (1 - \cos^2 \gamma \cos^2 \psi) - \lambda_w \cos^2 \gamma \sin \psi \cos \psi}{\lambda_V \sin \delta} \quad (2.54)$$

$$L_N = \frac{-\lambda_u \sin \gamma \cos \gamma \sin \psi - \lambda_v \cos^2 \gamma \sin \psi \cos \psi + \lambda_w (1 - \cos^2 \gamma \sin^2 \psi)}{\lambda_V \sin \delta} \quad (2.55)$$



Esploso del VEGA. Foto: [www.dlr.de](http://www.dlr.de)

Figura 2.1: Lanciatore Vega

# Capitolo 3

## Risultati ottenuti

### 3.1 Introduzione

L'endoreattore in esame è destinato a un lanciatore di piccole dimensioni, del tipo Vega, per la messa in orbita di micro satelliti, il quale ha lo scopo di sostituire il terzo e il quarto stadio, rispettivamente solido e liquido, in un unico terzo stadio a propulsione ibrida.

L'obiettivo di questo studio di tesi è migliorare i principali indici prestazionali di un modello di riferimento, con particolare attenzione alla massimizzazione del payload per una data orbita finale, attraverso l'ottimizzazione dei seguenti parametri di progetto: *pressione del tank* e *mixture ratio*. Lo studio viene fatto attraverso simulazioni svolte con un codice sviluppato dal *Politecnico di Torino*.

Il codice si avvale di un metodo numerico che coniuga l'ottimizzazione del design del motore tramite un metodo di ottimizzazione diretta e l'ottimizzazione della traiettoria per una data orbita finale tramite un metodo di ottimizzazione indiretta, come introdotto e spiegato nel Capitolo 2. E' stato considerato un endoreattore a propulsione ibrida con sistema di alimentazione di tipo *partially regulated* in cui si ha una fase a pressione del tank costante durante la prima accensione, seguita da una fase di blowdown durante la seconda accensione. Si considera una geometria del grano con sezione circolare a porta singola.

Il combustibile, quindi il grano, è integralmente costituito da paraffina (wax) mentre l'ossidante liquido è costituito per il 10% da  $H_2O$  e per il 90% da perossido di idrogeno  $H_2O_2$ . E' emerso da precedenti studi, i quali hanno messo a confronto le prestazioni e il comportamento di diverse combinazioni di ossidanti e propellenti, che la combinazione di un ossidante liquido con la paraffina risulta la scelta migliore; in quanto a buone prestazioni associa la possibilità di usare una geometria del grano

semplice mantenendo un rateo di erosione maggiore rispetto ad altre combinazioni, e infine questa combinazione risulta solo lievemente influenzata dal fenomeno dell'erosione della gola.

Questo vale per tutti i propellenti che durante la combustione sono soggetti a liquefazione; infatti il forte flusso gassoso che colpisce la paraffina liquefatta genera all'interfaccia tra liquido e gas un'instabilità detta di Kelvin-Helmholtz, la quale fa sì che si staccino delle goccioline dal fluido che aumentano la portata di combustibile, oltre a quella che gassifica, aumentando il rateo di regressione, come la rappresentazione in fig. 3.1. Inoltre, un ulteriore vantaggio di questo fenomeno è che non altera lo strato limite per cui non riduce i fenomeni di convezione.

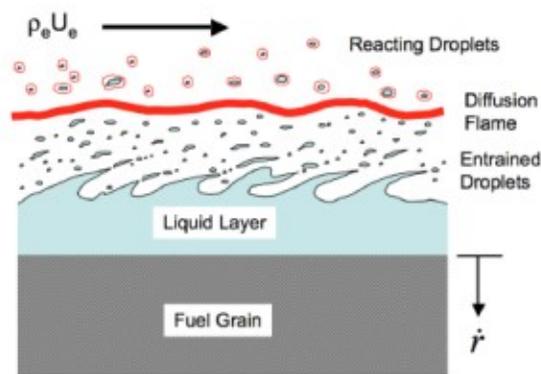


Figura 3.1

Si studierà solo l'arco temporale dall'accensione al primo spegnimento, che comprende una prima fase di regolazione a pressione costante del tank e una seconda fase di blowdown.

### 3.1.1 Prestazioni

L'analisi dei risultati ottenuti durante lo studio delle prestazioni di un endoreattore a propulsione ibrida, per via delle sue caratteristiche e relative problematiche, potrebbe essere non immediatamente intuitivo e/o comprensibile. E' necessario per cui individuare le dipendenze fondamentali dei principali indici prestazionali, introdotti nel paragrafo 1.1 per un endoreattore ideale.

Il coefficiente di spinta, come scritto nella relazione (1.8), nell'ipotesi di flusso critico in gola, può essere riformulato in funzione della funzione di Mach  $\Gamma$  e facendo riferimento all'area di gola:

$$C_F = \frac{\dot{m} * w_e + A_e (p_e - p_0)}{p_c * A_t} = C_{FV} - \epsilon \left( \frac{p_0}{p_c} \right) = \Gamma \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \epsilon \left( \frac{p_e}{p_c} \right) - \epsilon \left( \frac{p_0}{p_c} \right) \quad (3.1)$$

Da cui si deduce che le grandezze da cui dipende il coefficiente di spinta sono:

$$C_F = f\left(\gamma, \epsilon, \frac{p_0}{p_c}\right) \quad (3.2)$$

Invece la velocità caratteristica  $c^*$ , espressa dalla relazione (1.9) è funzione della portata

$$\dot{m} = \frac{p_c A_t}{\sqrt{R^* * T_c}} \Gamma = \frac{p_c A_e}{\sqrt{R^* * T_c}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ \left( \frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left( \frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}$$

e può quindi essere riscritta come:

$$c^* = \frac{\sqrt{R^* T_c}}{\Gamma} = f(\gamma, M, T_c) \quad (3.3)$$

Infine si deduce facilmente che la velocità di scarico  $c$  sarà funzione di

$$c = f\left(\gamma, M, T_c, \epsilon, \frac{p_0}{p_c}\right) \quad (3.4)$$

E' evidente che  $\gamma$ , *Mach*, e temperatura in camera di combustione  $T_c$  variano al variare del rapporto di miscela, il quale come anticipato nel paragrafo 1.2.7, può variare anche notevolmente durante il processo di combustione negli HRE. Alla luce di queste considerazioni, è possibile allora valutare i risultati ottenuti in questo studio.

### 3.1.2 Parametri di progetto

Per ottenere il dimensionamento del motore e delle sue grandezze fisiche è necessario, in fase di progetto, assegnare valori di tentativo al set di parametri di progetto in ingresso al codice di calcolo:

- Pressione iniziale del tank  $p_{t_i}$
- Rapporto di espansione dell'ugello  $\epsilon$
- Mixture Ratio iniziale  $MR_i$
- Spinta iniziale  $F_i$
- Throat area to initial port area ratio  $J$

Ma anche altri parametri sono di conseguenza vincolati, come ad esempio la pressione in camera  $p_c$  che rispetta il rapporto  $\frac{p_t}{p_c} = 1.5$ .

Le portate di massa all'accensione (cioè al tempo  $t = 0$ ) sono ricavate dalla spinta iniziale  $F_i$ :

$$(\dot{m}_p)_i = (1 + \alpha_i) (\dot{m}_F)_i = \frac{1 + \alpha_i}{\alpha_i} (\dot{m}_O)_i = \frac{F_i}{c_i^* (C_F)_i} \quad (3.5)$$

L'area di gola e la port area sono rispettivamente:

$$(A_{th})_i = \frac{(\dot{m}_p)_i c_i^*}{(p_c)_i} \quad (3.6)$$

e

$$(A_p)_i = \frac{(A_{th})_i}{J} \quad (3.7)$$

e infine l'area bruciata iniziale:

$$(A_b)_i = \frac{(\dot{m}_F)_i}{(\dot{y})_i \rho_F} \quad (3.8)$$

Per ogni set di parametri la procedura indiretta fornisce la traiettoria ottimale e i corrispondenti indici di performance. I parametri di progetto sono allora variati di una piccola quantità per valutare numericamente le derivate degli indici di performance rispetto ai parametri di design.

Al fine di trovare il massimo indice di performance, si usa una procedura basata sul metodo di Newton che determina il set di parametri che simultaneamente annulla le derivate parziali degli indici.

## 3.2 Analisi dei risultati

Lo studio si svolge su una configurazione di riferimento approssimata i cui valori di tentativo iniziali, come anticipato nel paragrafo 3.1.2, sono:

- Pressione del tank iniziale  $p_{t_i} = 45$  bar
- Pressione in camera di combustione iniziale  $p_{c_i} = 10$  bar
- Rapporto di espansione dell'ugello  $\epsilon = 65$
- Mixture ratio iniziale  $MR_i = 6$
- Spinta iniziale  $F_i = 55$  kN
- Throat area to initial port area ratio  $J = 0.2$

Dati questi valori di input per questa configurazione si ricavano le prestazioni indicate nella tabella seguente:

$\dot{r}$ [ $\frac{mm}{s}$ ]	$c^*$ [ $\frac{m}{s}$ ]	$c$ [ $\frac{m}{s}$ ]	$C_F$	$(I_{sp})_{avg}$ [s]	Payload [kg]
2.684	1606.269	3049.795	1.899	305.20	161.59

Tabella 3.1: Prestazioni iniziali

In questo capitolo saranno analizzati e confrontati i risultati ottenuti per i casi di studio dell'endoreattore ibrido presi in esame, ed esposti nei paragrafi successivi:

- Caso di riferimento esatto
- Caso di riferimento ottimizzato
- Caso di riferimento ottimizzato con introduzione del tubo di Venturi

Si valuterà nel paragrafo 3.3 l'andamento dei principali parametri di design e di performance:

- Portata di ossidante  $\dot{m}_o$
- Mixture ratio  $MR$
- Rateo di regressione  $\dot{r}$

- Profilo di spinta  $F$
- Velocità caratteristica  $c^*$
- Coefficiente di spinta  $C_F$
- Velocità efficace di scarico  $c$
- Impulso specifico  $I_{sp}$

### 3.2.1 Caso di riferimento - modello esatto

Al fine di aumentare le prestazioni, si parte dalla configurazione di riferimento descritta nel precedente paragrafo in cui si considerano le proprietà del propellente valutate assumendo la pressione in camera  $p_c=10$  bar.

Per passare da un modello approssimato a un modello esatto si sono ricavati gli andamenti della velocità caratteristica  $c^*$  e del rapporto dei calori specifici  $\gamma$ , in funzione del mixture ratio, a due diversi valori di pressione in camera di combustione:  $p_c = 10$  bar e  $p_c = 30$  bar ottenuti tramite il software CEA (NASA) per un modello frozen. Se ne è valutato per entrambi l'andamento e lo si è approssimato con un polinomio interpolante di quarto grado nell'intervallo compreso tra  $MR = 3.5$  e  $MR = 6.5$ , poichè è in quell'intervallo che la funzione approssima meglio l'andamento dei parametri, ottenendo quattro polinomi interpolanti come si vede nei grafici sottostanti, figure 3.2, 3.3, 3.4, 3.5.

Infine è stata introdotta nel codice un'interpolazione lineare di  $c^*$  e  $\gamma$  tra i due relativi polinomi ottenuti a  $p_c = 10$  bar e  $p_c = 30$  bar, creando così una dipendenza di questi due parametri dalla pressione in camera  $p_c$ . Questa scelta inoltre riduce il costo computazionale del processo. Questo primo passo ha comportato un aumento del payload di circa il 9% da 161.59 kg a 176.04 kg.

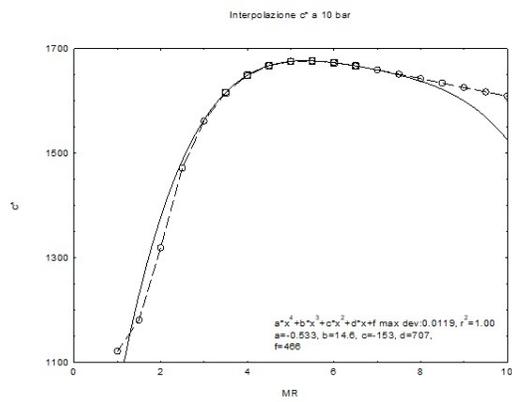


Figura 3.2: Approssimazione  $c^*$  a 10 bar

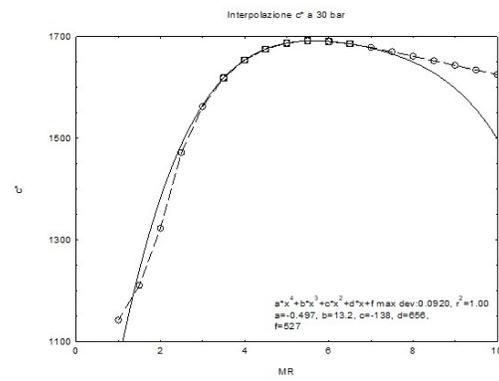


Figura 3.3: Approssimazione  $c^*$  a 30 bar

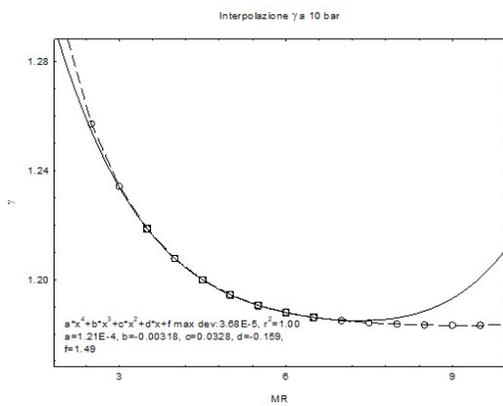


Figura 3.4: Approssimazione  $\gamma$  a 10 bar

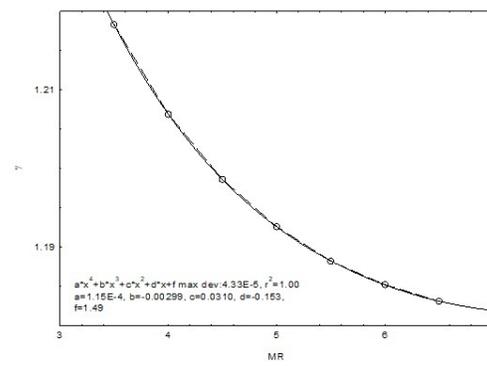


Figura 3.5: Approssimazione  $\gamma$  a 30 bar

### 3.2.2 Ottimizzazione

Poichè si è notato che riducendo la pressione del tank iniziale il payload tende a crescere si è optato per abbassarla a  $p_t = 35$  bar, permettendo inoltre di alleggerirne leggermente il peso. Successivamente si è passati alla procedura di ottimizzazione iterativa e si è deciso di ottimizzare, tramite l'uso del codice di calcolo, alcuni parametri di progetto per migliorare le prestazioni del motore. I parametri scelti, inseriti nel codice, da ottimizzare sono stati la pressione iniziale del tank  $p_{t_i}$  e il mixture ratio iniziale  $MR_i$ , i cui valori ottimizzati a seguito delle iterazioni sono risultati  $p_{t_i} = 33,78$  bar e  $MR_i = 6,08$ .

Si è scelto di ottimizzare questi due parametri in virtù della rilevante influenza che hanno nelle prestazioni degli endoreattori a propulsione ibrida. In particolare, nel Capitolo 1 è stata analizzata l'influenza del mixture ratio sul funzionamento degli endoreattori a propellenti ibridi, a causa del suo andamento non costante.

Mentre la pressione del tank  $p_t$  influisce sulla regolazione; nel sistema di alimentazione utilizzato la  $p_t$  rimane uguale al valore iniziale  $p_{t_i}$  e cioè costante durante la prima fase, mentre segue un'espansione isoentropica del gas pressurizzante durante la successiva fase di blowdown per cui decresce. Durante la fase a pressione costante del tank, la pressione in camera  $p_c$  decresce leggermente mentre subisce una ripida decrescita durante la fase di blowdown. E' possibile notare, osservando i grafici di confronto tra i vari casi di studio dei parametri quali coefficiente di spinta, velocità caratteristica e impulso specifico riportati nella sezione successiva, come questa ottimizzazione ha permesso di aumentare le prestazioni. Infine, si fa presente che durante questo processo iterativo è stato più volte necessario rivedere e correggere le interpolazioni nel codice di masse e lunghezze di alcuni componenti del motore, quali il serbatoio del gas inerte, il tank dell'ossidante, la camera di combustione e l'ugello.

### 3.2.3 Uso di Venturi cavitante

In questo caso si è deciso di valutare le prestazioni nel caso in cui la portata fosse indipendente dalle condizioni di valle. Per ottenere ciò si è ipotizzata una modifica al sistema di alimentazione che disaccoppiasse la portata dal salto di pressione del motore tramite un restringimento, cioè un tubo di Venturi, nel percorso del liquido. Il tubo di Venturi è un ugello convergente o convergente/divergente e viene utilizzato per regolare la portata di massa in modo che diventi funzione lineare della pressione a monte. Esso è fatto in modo che, per la conservazione dell'energia, se l'area diminuisce la velocità aumenta e la pressione diminuisce, e se la pressione scende al di sotto della pressione di vapore il flusso è soggetto al fenomeno della cavitazione e la portata risulta di conseguenza bloccata.

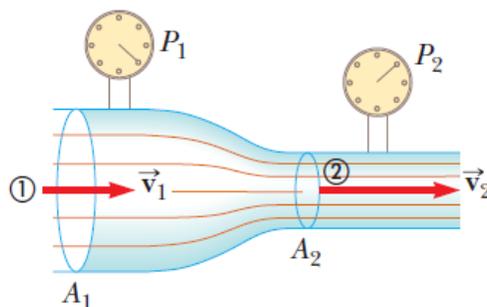


Figura 3.6: Tubo di Venturi convergente

Si ricorda però che il fenomeno della cavitazione è sempre preferibile non si manifesti durante il funzionamento poichè può provocare gravi danni strutturali ai componenti del motore, per cui il tubo di Venturi deve essere opportunamente progettato per una gamma ben definita di portate.

A differenza dei precedenti casi analizzati, in questo caso quindi la portata di ossidante mostra un andamento quasi costante e non crescente, comportando un diverso profilo di spinta, la quale risulta anch'essa circa costante, a differenza dei precedenti casi in cui invece la spinta seguiva un profilo di spinta progressivo. Ne segue che, se durante il funzionamento la portata di ossidante ha un andamento quasi costante mentre la burning area aumenta progressivamente, questo caso si mostra più sensibile al fenomeno del mixture ratio shifting, infatti il mixture ratio tende a crescere più che negli altri casi a causa della drastica riduzione del rateo di regressione.

Nel codice in input sono stati usati i parametri ottimizzati dal caso precedente e per la convergenza del metodo è stato necessario aumentare il valore di spinta in input da 55 kN a 62 kN.

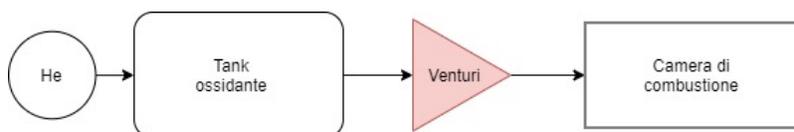


Figura 3.7: Modifica al sistema di alimentazione con tubo di Venturi

### 3.3 Analisi grafica dei risultati

In questo paragrafo si riportano a seguire i grafici dei principali parametri e indici prestazionali dei quattro casi di studio .

In ogni grafico le curve per ciascuno dei quattro casi sono così distinte:

- colore nero: riferimento approssimato
- colore rosso: riferimento esatto
- colore blu: ottimizzato
- colore verde: ottimizzato Venturi

#### 3.3.1 Portata di ossidante

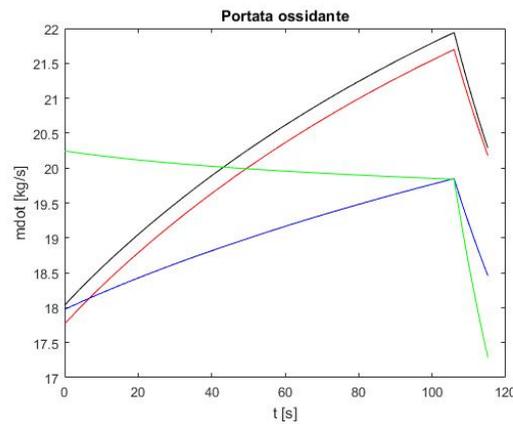


Figura 3.8: Portata ossidante

In figura 3.8 si può notare, come anticipato, che solo con l'introduzione del tubo di Venturi, curva verde, la portata di ossidante ha andamento non crescente poichè disaccoppiata dalle condizioni a valle. In tutti gli altri casi presi in esame, la portata di ossidante aumenta via via che il processo di combustione si alimenta durante la fase a pressione  $p_t$  costante, mentre subisce una forte diminuzione quando passa al funzionamento in blowdown.

Si ricorda, come già specificato nei paragrafi precedenti, che negli HRE la portata di ossidante è l'unico parametro su cui agire per la regolazione.

### 3.3.2 Mixture Ratio

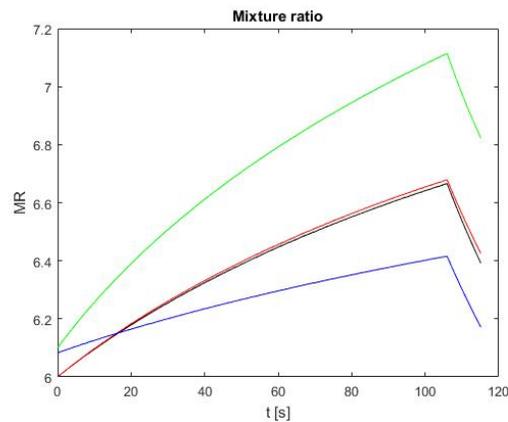


Figura 3.9: Mixture Ratio

In questo grafico, fig.3.9, si può vedere come le curva rossa e la curva nera, casi antecedenti l'ottimizzazione, hanno come valore iniziale  $MR = 6$ , fissato nei valori in ingresso. Contrariamente alle altre due curve che hanno origine dal valore ottimizzato di  $MR = 6.08$ . In tutti i casi il  $MR$  ha andamento crescente e non costante, diversamente dagli endoreattori a propulsione solida e liquida, a causa del *mixture ratio shifting*, descritto nel paragrafo 1.2.7. Si sottolinea inoltre che quando  $p_t$  è costante il mixture ratio aumenta mentre diminuisce durante la fase di blowdown. Per la combinazione scelta, il mixture ratio è vicino al valore di ottimo e il motore è più efficiente. Inoltre, come anticipato al paragrafo 3.2.3, il caso con tubo di Venturi subisce maggiormente il fenomeno del mixture ratio shifting a causa del ridotto rateo di regressione che contribuisce a sua volta a ridurre il termine della portata di combustibile.

### 3.3.3 Rateo di regressione

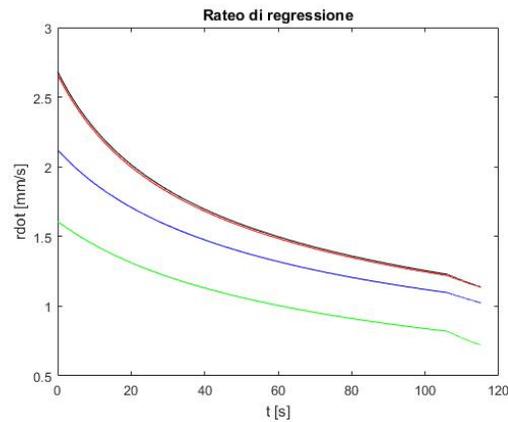


Figura 3.10: Rateo di regressione

Il rateo di regressione, fig.3.10, diminuisce man mano che la combustione avanza. Il caso con tubo di Venturi è quello con rateo di regressione più basso, ma in tutti i casi il rateo di regressione resta superiore al valore critico di  $0.2\text{mm/s}$ , al di sotto del quale si manifesta il fenomeno del cooking, per via della combinazione di ossidante e propellente.

### 3.3.4 Spinta

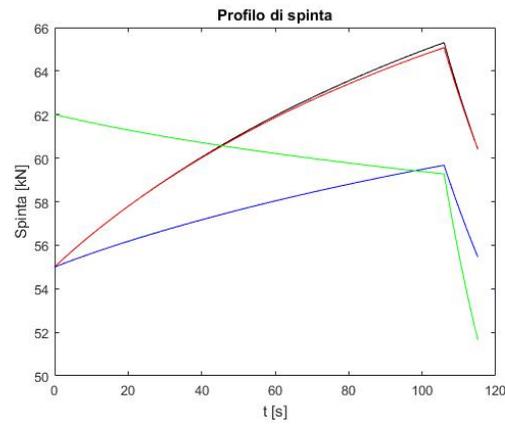


Figura 3.11: Profilo di spinta

Il profilo di spinta varia linearmente con la portata complessiva secondo la legge  $F = (\dot{m}_o + \dot{m}_f) * c$ , ha quindi andamento progressivo, durante la fase a pressione  $p_t$  costante, in tutti casi tranne nel caso con tubo di Venturi in cui segue un andamento lievemente decrescente per la diminuzione di portata.

### 3.3.5 Pressione del tank

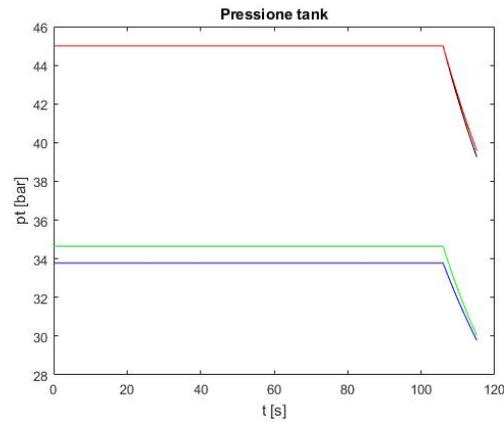


Figura 3.12

La pressione del tank è costante durante la fase di ossidante, mentre subisce un'espansione isoentropica durante la fase di blowdown.

### 3.3.6 Pressione in camera di combustione

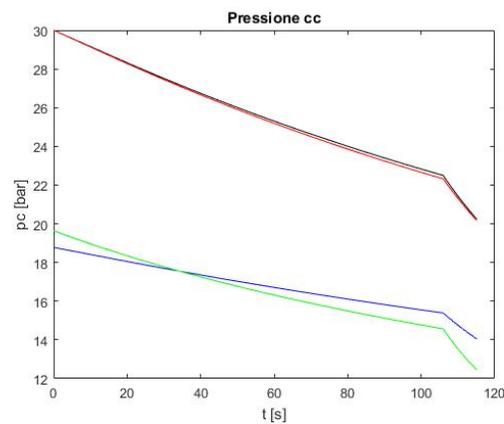


Figura 3.13

La pressione in camera di combustione diminuisce durante il funzionamento del motore

### 3.3.7 Prestazioni

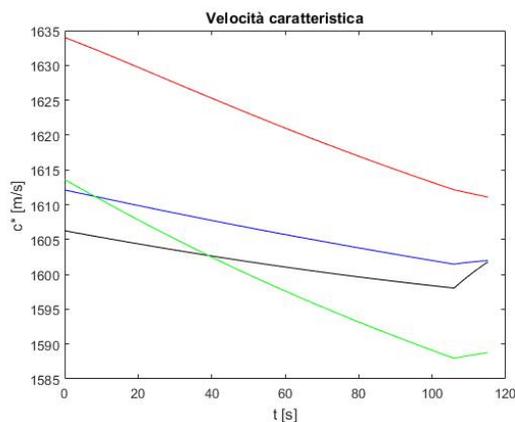


Figura 3.14: Velocità caratteristica

La velocità caratteristica ha andamento leggermente decrescente durante il funzionamento del motore a causa dell'aumento di portata durante il processo di combustione. Inoltre è calcolata con l'aggiunta di un'efficienza pari a 0.96 allo scopo di ottenere un valore di tale indice prestazionale più vicino a quello reale.

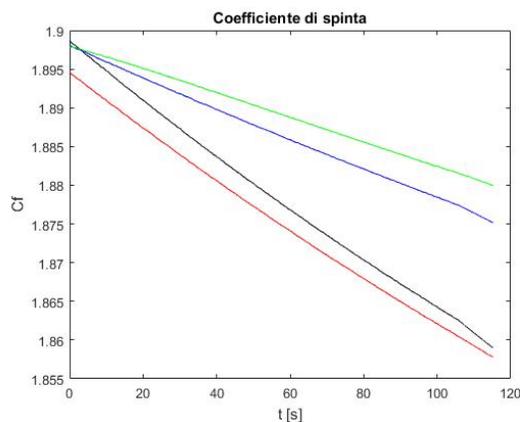


Figura 3.15: Coefficiente di spinta

Anche il coefficiente di spinta  $C_F$  è calcolato con l'aggiunta di un'efficienza pari a 0.98 per correggere il coefficiente di spinta nel vuoto  $C_{F_V}$ , allo scopo di ottenere un valore di tale indice prestazionale più vicino a quello reale. Si nota che nei casi

ottimizzati le curve hanno una pendenza meno negativa, e questo porta durante la missione a valori maggiori dell'indice di prestazione in esame.

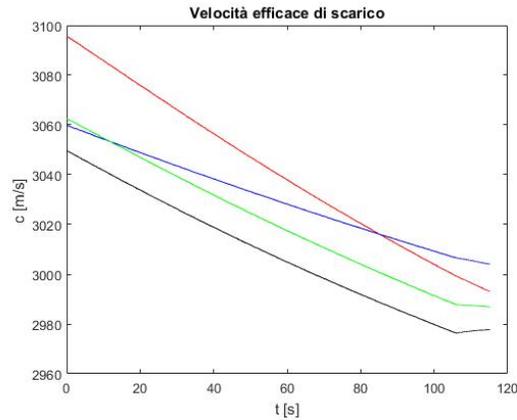


Figura 3.16: Velocità efficace di scarico

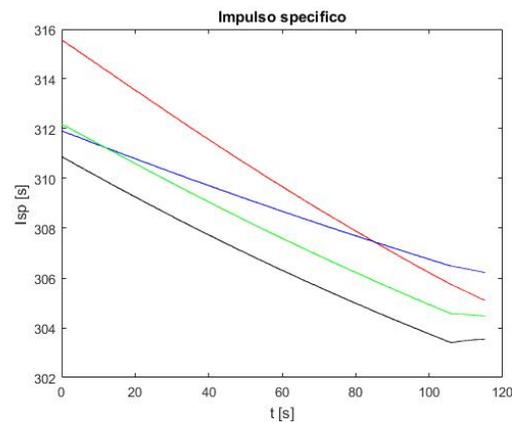


Figura 3.17: Impulso specifico

L'impulso specifico segue lo stesso andamento della velocità efficace di scarico  $c$ , essendo la stessa quantità scalata solo del fattore costante di gravità e qualsiasi deduzione vale per ambo gli indici. Anche in questo grafico, la curva del caso ottimizzato ha una pendenza meno negativa, quindi il tasso di riduzione dell'indice durante la missione è minore.

### 3.3.8 Payload

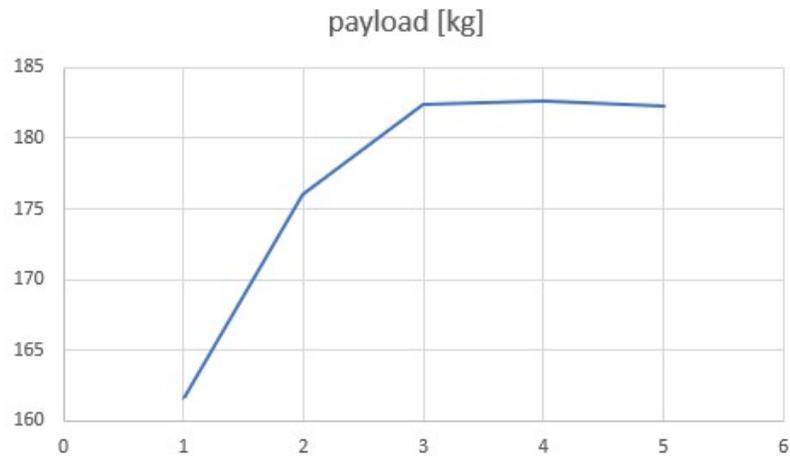


Figura 3.18: Payload

La massimizzazione del payload è stata in ogni processo di questo elaborato l'obiettivo primo, nel rispetto dei vincoli imposti dalle altre necessità di progetto. La figura 3.18 mostra come, con il processo di ottimizzazione realizzato in questo studio, è stato possibile aumentare il payload complessivamente del 13% fino a 182.60 kg, rispetto al caso di partenza a cui corrispondeva un payload pari a 161.59 kg.

### 3.3.9 Dimensionamento e Mass Budget

Si riportano di seguito la tabella delle masse Tab.3.2, altresì il mass budget, i cui valori sono riportati in kilogrammi e la tabella delle dimensioni principali del motore Tab.3.3, i cui valori sono riportati in millimetri.

In entrambe le tabelle si fa riferimento ai seguenti casi analizzati:

RA: riferimento approssimato

RE: riferimento esatto

O: ottimizzato

OV: ottimizzato Venturi

Caso	$m_{grano}$	$m_{ox}$	$m_{gas}$	$m_{consumata}$	$m_{cc}$	$m_{tank}$	$m_{serb}$	$m_{nozzle}$	$m_{fin}$
RA	355.89	2189.17	12.78	2368.75	120.22	139.13	36.58	159.64	1131.25
RE	320.73	2177.81	12.77	2356.06	119.85	138.64	36.58	159.71	1143.94
O	359.22	2174.48	9.19	2359.72	119.65	132.15	36.41	161.31	1140.28
OV	336.18	2053.41	9.46	2361.77	127.42	133.58	36.42	152.54	1138.23

Tabella 3.2: Masse principali

Caso	$\Phi_{grano}$	$L_{grano}$	$L_{tank}$	$L_{serb}$	$\Phi_{cc}$	$L_{cc}$	$\Phi_{tin}$	$\Phi_{tfin}$	$L_{tot}$
RA	655.12	1325.09	2030.36	1272.76	687.76	2013.21	110.88	143.43	2816.90
RE	655.51	1315.22	2020.57	1272.76	688.16	2003.43	111.00	143.68	2808.20
O	689.04	1306.12	2017.71	1244.26	721.95	2001.57	140.17	164.08	3069.16
OV	614.7	1768.94	2037.23	1246.35	646.34	2447.48	145.53	167.96	3563.22

Tabella 3.3: Dimensioni principali

Abbassare la pressione del tank, come anticipato, ha permesso di ridurre leggermente la massa e la dimensione longitudinale, essendo il diametro un parametro fissato (530 mm), come si legge confrontando la riga del caso di riferimento esatto e del caso ottimizzato. Infine si osserva che il caso ottimizzato con tubo di Venturi, ha fatto sì che si modificasse il rapporto  $L/D$  aumentandolo di circa il 35% rispetto agli altri casi, definendo una conformazione del razzo più lunga e snella, si lascia a un successivo approfondimento se questo rapporto può dare origine a problemi di tipo strutturale. Infine, in ogni caso analizzato, si hanno circa 32/33 kg di residuo

di combustibile e 142/143 kg di residuo di ossidante, dovuti alla minor efficienza di combustione degli endoreattori di tipo ibrido rispetto agli altri endoreattori chimici.

# Capitolo 4

## Conclusioni

Gli stadi superiori di un piccolo lanciatore sono un'applicazione accattivante per i motori a razzo ibridi. Il codice di calcolo usato per questo elaborato, sviluppato interamente dal Politecnico di Torino, sfrutta un'ottimizzazione accoppiata dell'intera traiettoria di ascesa e del motore ibrido dello stadio superiore di un piccolo lanciatore del tipo Vega. I processi di ottimizzazione diretta e indiretta forniscono rispettivamente il progetto del motore e la traiettoria corrispondente a massimizzare il carico utile per una data orbita finale. L'ottimizzazione accoppiata è necessaria poichè i requisiti della missione e le caratteristiche ottimali del motore sono strettamente correlate. Inoltre il metodo può essere facilmente modificato per valutare diverse architetture di sistema e leggi di controllo.

L'obiettivo dell'elaborato è stato di migliorare, con opportune modifiche, il modello di riferimento di questo endoreattore ibrido assegnata una data orbita finale, valutando i risultati in termini di massimizzazione del payload e di incremento delle prestazioni.

Partendo dal modello di riferimento con parametri di tentativo assegnati, l'introduzione di un'interpolazione lineare della velocità caratteristica  $c^*$  e del rapporto dei calori specifici  $\gamma$ , valutati in un uguale intervallo del mixture ratio, tra due diversi valori della pressione in camera di combustione  $p_c$  ha permesso di rendere il modello più preciso. L'ottimizzazione dei due parametri selezionati, mixture ratio e pressione del tank  $p_t$ , invece ha effettivamente incrementato i principali indici performance del motore, quali coefficiente di spinta, velocità caratteristica e impulso specifico. Si è dimostrato che il processo di ottimizzazione dei soli due parametri mixture ratio  $MR$  e pressione del tank di ossidante  $p_t$ , ha permesso di aumentare il payload complessivamente del 13% da 161.59 kg a 182.6 kg. Infine l'introduzione del tubo di Venturi permette di valutare le performance agendo su una diversa regolazione, svincolando

quindi la portata di ossidante dalle condizioni a valle. Infatti in questo caso la portata ha un andamento non crescente come negli altri casi analizzati, ma quasi costante e ciò porta a un profilo di spinta diverso.

I risultati ottenuti in questo elaborato, inoltre, mostrano quanto auspicato all'inizio dello studio, cioè che questo tipo di endoreattore può essere la soluzione ottimale per un lanciatore di piccole dimensioni. Infatti, un lanciatore così progettato permetterebbe la messa in orbita di piccoli satelliti con una missione dedicata, svincolandosi da missioni di diverso obiettivo, e permetterebbe inoltre una maggiore probabilità di successo della missione nonché una riduzione dei costi di missione, per via delle caratteristiche della propulsione ibrida.

Si propone in uno studio successivo di continuare il processo di ottimizzazione per incrementare la massa del payload oltre i 200 kg.

# Bibliografia

- [1] Sutton G.P., Biblartz O. (2017) *Rocket Propulsion Elements*, 9th Edition, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.
- [2] P. G. Hill and C. R. Peterson. *Mechanics and Thermodynamics of Propulsion*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, MA, USA, second edition, 1992.
- [3] Casalino L., Pastrone D., *Optimal Design of Hybrid Rocket Motors for Launchers Upper Stages*, in " *JOURNAL OF PROPULSION AND POWER*, XXVI, n. 3, Maggio–Giugno 2010.
- [4] Casalino L., Letizia F., Pastrone D., *Optimization of Hybrid Upper-Stage Motor with Coupled Evolutionary/Indirect Procedure*, in " *JOURNAL OF PROPULSION AND POWER*, XXX, n. 5, Settembre-Ottobre 2014.
- [5] Lentini D., 2001. Dispense del corso di Endoreattori, tenuto all'Università degli Studi di Roma "La sapienza".
- [6] Spoto C., *Simulazione numerica di processi di combustione in endoreattori ibridi durante il transitorio di regolazione del motore*, tesi di laurea magistrale in Ingegneria Aeronautica, Politecnico di Milano, a.a. 2012/13, Relatore R.Galfetti, Co-relatore F.Maggi.
- [7] Mazzella G., *Robust Design di un Endoreattore a propellenti ibridi in presenza di Erosione della gola nell'ugello*, tesi di laurea magistrale in Ingegneria Aerospaziale, Politecnico di Torino, a.a. 2018, Relatore L.Casalino.
- [8] European Space Agency <https://www.esa.int>