



**Politecnico
di Torino**

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea magistrale in Ingegneria Aerospaziale

A.a. 2020-2021

Sessione di Laurea Luglio 2021

Studio fluidodinamico di palettatura supersonica

Relatori

Prof. Francesco Larocca

Prof. Andrea Ferrero

Candidata

Melania Del Pellaro

Studio fluidodinamico di palettatura supersonica

Melania Del Pellaro

Corso di laurea magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Politecnico di Torino

Anno Accademico 2020-2021

Sommario

Nel presente lavoro si sono investigate due tipologie di griglia costruite per studiare il comportamento di una turbina supersonica, mettendo in evidenza le problematiche di distorsione di griglia ottenute e le eventuali soluzioni adottate. Le due griglie (canale interpalare e intorno al profilo) sono state oggetto di analisi CFD.

L'analisi è stata portata avanti solo sulla griglia ibrida intorno alla geometria del profilo a causa di profonde distorsioni nella griglia del canale: si è effettuato uno studio di convergenza di griglia per identificare la risoluzione necessaria a risolvere bene il flusso e si sono messe in evidenza le principali strutture facendo un confronto qualitativo con i dati sperimentali disponibili.

Infine è stata impostata un'analisi di robustezza per valutare i cambiamenti nel flusso al variare delle condizioni di funzionamento.

A completamento della presente analisi, verranno svolti studi in futuro per indagare la natura della struttura formatasi nei pressi del bordo di attacco durante alcune simulazioni.

Alla mia famiglia

Indice

Introduzione	xii
1 Turbine supersoniche	1
2 Geometria e generazione griglia	5
2.1 Introduzione al capitolo	5
2.2 Gmsh	5
2.3 Profilo	7
2.4 Canale interpalare	14
2.5 Calcolo del numero di Reynolds	20
2.6 Effetti di Reynolds e Mach sullo strato limite	21
3 Modello fisico e schema numerico	25
3.1 Modello fisico	25
3.2 Schema numerico	28
4 Simulazioni CFD	29
4.1 Modello di Eulero	31
4.1.1 Griglia ibrida con Eulero	31
4.1.2 Canale interpalare con Eulero	32
4.2 Modello di Spalart-Allmaras con griglia grezza	34
4.3 Convergenza griglia	41
4.3.1 Distribuzione di y^+	42
4.3.2 Griglia con 35000 celle	44
4.3.3 Griglia con 70000 celle	47
4.3.4 Griglia con 140000 celle	51
4.3.5 Distribuzione di pressione a parete e perdite di pressione totale in scia	56
4.3.6 Profili in schiera	59

5	Analisi di robustezza	63
5.1	Perturbazione dell'angolo di incidenza	64
5.1.1	Angolo di incidenza di 78.32° (quindi -1°)	64
5.1.2	Angolo di incidenza di 77.32° (quindi -2°)	68
5.1.3	Angolo di incidenza di 80.32° (quindi $+1^\circ$)	72
5.1.4	Angolo di incidenza di 81.32° (quindi $+2^\circ$)	77
5.1.5	Considerazioni sulla perturbazione di beta	83
5.2	Perturbazione del Mach isoentrico di uscita	83
5.2.1	Considerazioni sulla perturbazione di Mach	87
6	Conclusioni	89
	Bibliografia	91

Elenco delle figure

1.1	Visualizzazione profilo tagliato [5]	2
1.2	b) geometria di un rotore con il corner-flow method; c) geometria di un rotore con la teoria del flusso vorticoso [7]	2
1.3	Linee caratteristiche [7]	3
2.1	Vista della sidebar di Gmsh	6
2.2	Coordinate vere	7
2.3	Coordinate normalizzate	8
2.4	Vista della geometria del bordo d'attacco	9
2.5	Vista della geometria del bordo di fuga	9
2.6	Vista della geometria del profilo	10
2.7	Vista della geometria del profilo	10
2.8	Immagine Schlieren palettatura secondo rotore	11
2.9	Vista della mesh del profilo	12
2.10	Close up mesh di strato limite del profilo	12
2.11	Vista della mesh del bordo d'attacco del profilo	13
2.12	Vista della mesh del bordo di fuga del profilo	14
2.13	Geometria canale interpolare	15
2.14	Geometria canale interpolare	15
2.15	Mesh canale interpolare	16
2.16	Mesh canale interpolare	16
2.17	Mesh canale interpolare	17
2.18	Problema angoli	17
2.19	Griglia mista	18
2.20	Griglia mista	19
2.21	Griglia mista	20
4.1	Simulazione con Eulero del flusso intorno al profilo	31
4.2	Close up distribuzione di velocità nello strato limite del profilo - Eulero	32

4.3	Simulazione con Eulero del flusso nel canale interpalare	33
4.4	Simulazione con Eulero del flusso nel canale interpalare	33
4.5	Simulazione con Eulero del flusso nel canale interpalare	34
4.6	Simulazione con Eulero del flusso nel canale interpalare	35
4.7	Close up distribuzione di velocità nello strato limite del canale	35
4.8	Campo di Mach - profilo con griglia grezza	36
4.9	Campo di Mach - bordo d'attacco	36
4.10	Urto e fascio d'espansione al bordo d'attacco - linee iso-Mach	37
4.11	Campo vettoriale della velocità	37
4.12	Campo di Mach - close up separazione sul dorso	39
4.13	Separazione sul dorso e bordo di fuga - visualizzazione linee iso-Mach .	40
4.14	Interazione urto-strato limite, da "Bifurcations in shock-wave/laminar- boundary-layer interaction: Global instability approach", Robinet [8] .	40
4.15	Distribuzione di y^+ lungo dorso e ventre	43
4.16	Campo di Mach	44
4.17	Campo di Mach - close up bordo d'attacco	45
4.18	Urto e fascio di espansione al bordo d'attacco - linee iso-Mach	45
4.19	Campo vettoriale di velocità	46
4.20	Campo di Mach - separazione sul dorso	46
4.21	Linee iso-Mach - bordo di fuga e canale	47
4.22	Campo di Mach	48
4.23	Campo di Mach - bordo d'attacco	48
4.24	Linee iso-Mach - bordo d'attacco	49
4.25	Linee iso-Mach	49
4.26	Linee iso-Mach	50
4.27	Linee iso-Mach	50
4.28	Campo di Mach	51
4.29	Linee iso-Mach - urti e linee d'espansione	52
4.30	Linee iso-Mach - bordo di fuga e canale a valle	53
4.31	Linee iso-pressione	53
4.32	Linee iso-pressione - close up sulle riflessioni di urti nel canale	54
4.33	Linee iso-pressione - close up urto e fascio di espansione al bordo d'attacco	54
4.34	Campo vettoriale di velocità	55
4.35	Ricostruzione Schlieren numerica	55
4.36	Ricostruzione Schlieren numerica - close up sul profilo	56
4.37	Distribuzione di pressione a parete	57

4.38	Perdite di pressione totale in scia	58
4.39	Ricostruzione Schlieren numerica della schiera	60
4.40	Ricostruzione Schlieren numerica della schiera - close up	61
4.41	Ricostruzione Schlieren numerica della schiera - close up riflessioni	62
5.1	Campo di Mach - beta 78.32°	64
5.2	Linee iso-Mach bordo d'attacco - beta 78.32°	65
5.3	Linee iso-Mach bordo d'uscita - beta 78.32°	65
5.4	Linee iso-Mach bordo d'uscita - beta 78.32°	66
5.5	Campo vettoriale di velocità - beta 78.32°	66
5.6	Riproduzione di Schlieren numerica paletta singola - beta 78.32°	67
5.7	Riproduzione di Schlieren numerica palette in schiera - beta 78.32°	67
5.8	Distribuzione di pressione statica a parete - beta 78.32°	68
5.9	Campo di Mach - beta 77.32°	68
5.10	Campo vettoriale di velocità	69
5.11	Linee iso-Mach - beta 77.32°	69
5.12	Campo di Mach - bordo di fuga - beta 77.32°	70
5.13	Ricostruzione Schlieren numerica schiera - beta 77.32°	70
5.14	Ricostruzione Schlieren numerica schiera - beta 77.32°	71
5.15	Distribuzione di pressione statica a parete - beta 77.32°	71
5.16	Campo di Mach - beta 80.32°	72
5.17	Campo di Mach - beta 80.32°	73
5.18	Linee iso-Mach bordo d'attacco - beta 80.32°	73
5.19	Linee iso-Mach bordo d'uscita - beta 80.32°	74
5.20	Linee iso-Mach - beta 80.32°	74
5.21	Ricostruzione Schlieren numerica - beta 80.32°	75
5.22	Ricostruzione Schlieren numerica schiera - beta 80.32°	75
5.23	Ricostruzione Schlieren numerica schiera - beta 80.32°	76
5.24	Distribuzione di pressione statica a parete - beta 80.32°	76
5.25	Campo di Mach - beta 81.32°	77
5.26	Campo di Mach bordo d'attacco - beta 81.32°	78
5.27	Mach - Simulazione 140000 celle - beta 77.32°	78
5.28	Mach - Simulazione 140000 celle - beta 77.32°	79
5.29	Mach - Simulazione 140000 celle - beta 77.32°	79
5.30	Mach - Simulazione 140000 celle - beta 77.32°	80
5.31	Mach - Simulazione 140000 celle - beta 77.32°	80
5.32	Mach - Simulazione 140000 celle - beta 77.32°	81

5.33 Mach - Simulazione 140000 celle - beta 77.32°	81
5.34 Mach - Simulazione 140000 celle - beta 77.32°	82
5.35 Distribuzione di pressione statica - beta 81.32°	82
5.36 Campo di Mach	84
5.37 Campo di Mach - bordo d'attacco	84
5.38 Campo vettoriale di velocità	85
5.39 Linee iso-Mach	85
5.40 Linee iso-Mach - bordo d'attacco	86
5.41 Ricostruzione Schlieren numerica	86
5.42 Ricostruzione Schlieren numerica	87

Introduzione

Il comportamento di un fluido è governato da principi fondamentali di conservazione (conservazione di massa, quantità di moto, energia). Da queste leggi di conservazione nascono le equazioni di governo, di cui in generale, però, non esiste una soluzione analitica, ma se ne trova una approssimata tramite la Fluidodinamica Computazionale. Il presente lavoro nasce quindi per studiare, tramite la CFD (Computational Fluid Dynamics), il flusso attraverso la palettatura rotorica di una turbina supersonica. Si fa riferimento, per il caso trattato, alle turbine supersoniche costruite per trascinare turbopompe usate per iniettare propellente liquido nei lanciatori.

Sul flusso attraverso la turbina oggetto della trattazione era stato già effettuato uno studio presso la galleria transonica del CNPM nel 1989. La turbina presentava due rotori e le prove erano state effettuate sulle palettature di entrambi. Purtroppo i dati geometrici relativi al primo rotore sono andati persi, dunque è stato possibile studiare numericamente solo il secondo rotore, le cui prove sperimentali fornivano però risultati peggiori rispetto al primo.

Gli svantaggi di un progetto in galleria del vento sono molteplici: i tempi sono lunghi, i costi elevati e, inoltre, per misurare bisogna strumentare, azione non possibile in ogni punto perché lo strumento può apportare un disturbo. Con la CFD, invece, si riesce a trovare una soluzione numerica approssimata delle equazioni di governo, sostituendo quest'ultime con numeri e manipolandoli nello spazio e nel tempo. Trovare il campo di moto in questo modo è più veloce e meno costoso. Le gallerie del vento oggi vengono comunque usate, ma più spesso in fase finale, di verifica.

Per quanto riguarda lo studio che era stato effettuato in galleria del vento, dunque, vi sono alcune considerazioni da fare. Per quanto riguarda le traverse a monte, le misure eseguite avevano individuato una zona molto ristretta in cui si poteva riscontrare una bassa tendenza alla periodicità (infatti non veniva rispettata la conservazione della portata): si trattava solo di 2-3 passi (su 17 da cui era formata la schiera), in particolare 9-10-11, mentre a valle si erano ottenuti buoni risultati, quindi probabilmente la presenza della schiera regolarizzava il flusso, non risultando troppo influenzato dalle

condizioni di monte. I valori di Mach e beta nominali si riferiscono proprio a tali passi e sono medie pesate sulla portata. Inoltre, per quanto riguarda il secondo rotore, per effettuare i calcoli erano stati utilizzati dati relativi ad un passo in cui il flusso non era ancora periodico, poiché il flusso che interessava il canale strumentato era quello relativo proprio a tale passo, dunque l'angolo di incidenza effettivo considerato è sensibilmente diverso da quello nominale. Inoltre non è nota la posizione della sezione a valle su cui erano state effettuate le misure per poter valutare le perdite in scia, quindi se ne assumerà una a $x/c = 1.25$.

La non eccellente periodicità che era stata ottenuta non può essere paragonata alla periodicità imposta a livello numerico, perché nel presente lavoro si eseguono i calcoli imponendo una perfetta periodicità della schiera. Per questo motivo e per l'elevata incertezza relativa ai dati di funzionamento, il confronto che si potrà effettuare non potrà che essere un *confronto qualitativo*, per verificare che le strutture presenti nel fluido siano le medesime. Si confronteranno le Schlieren sperimentali con Schlieren ricostruite a livello numerico, che dimostrano i motivi per cui si ottiene una distribuzione oscillante di pressione a parete.

All'interno della trattazione, vengono inoltre riportati i passi fondamentali del processo di costruzione delle geometrie su cui è stata poi studiata l'evoluzione del flusso che, in quanto supersonico, necessita particolari accorgimenti nella forma delle palette. Oltre al confronto fluidodinamico, la costruzione di due diverse geometrie (profilo isolato e canale interpilare) (e la successiva realizzazione della mesh) ha permesso di effettuare uno studio approfondito delle due tipologie di griglia. La costruzione di una griglia intorno a profili supersonici, infatti, presenta non poche difficoltà a causa della presenza degli spigoli. Si è scelto di effettuare le simulazioni sul profilo isolato, poiché la griglia del canale interpilare presentava problematiche nella descrizione dello spazio tramite celle.

Partendo da una griglia poco fitta intorno al profilo isolato, si è effettuata una convergenza di griglia aumentando progressivamente il numero di celle di calcolo e valutando i parametri, Reynolds e Mach, che influenzano la discretizzazione.

Il proposito di questa tesi è, quindi, quello di riuscire a predire con accuratezza le strutture che si creano intorno ad un profilo supersonico usando la tecnologia corrente, CFD, attraverso l'uso di un particolare codice di calcolo su modello RANS scritto in linguaggio Fortran e sviluppato per studiare il flusso nei rotori. Il calcolo computazionale in CFD per questo flusso ad alto numero di Reynolds prevede infatti l'utilizzo di un modello turbolento (RANS) che media le equazioni di Navier-Stokes. Ciò permette inoltre di effettuare uno studio parametrico e approfondire l'effetto che i diversi

parametri hanno sulla simulazione. Interessante, in questo tipo di macchine, è lo studio non solo delle prestazioni nel punto di progetto, ma anche della loro robustezza, ovvero di quanto degradano le prestazioni discostandosi dal punto di progetto. Ciò può essere effettuato variando le condizioni al contorno e studiando le variazioni nel comportamento del fluido.

Capitolo 1

Turbine supersoniche

Le turbine supersoniche [10] sono usate tipicamente per trascinare turbopompe di endoreattori a propellenti liquidi. Negli anni '50 aumentò fortemente l'interesse per queste macchine perché usate durante la guerra per trascinare turbopompe di missili balistici. Queste turbine forniscono elevata potenza specifica, quindi si può ottenere una riduzione del numero di stadi di bassa pressione e turbine più leggere, con ridotti costi di costruzione. Un flusso supersonico che incide su una paletta, quindi che va incontro ad una deflessione, necessita di uno spigolo appuntito per far sì che gli urti che si formano (per deviare il flusso) rimangano attaccati. A livello costruttivo, non è possibile avere una paletta con spessore nullo, dunque la si taglia davanti (figura 1.1). In questa figura è rappresentato il bordo d'attacco con i fenomeni di onda d'urto e fan di espansione.

Nel caso in questione, la tecnica di progetto è quella del "vortex flow method" [6] (figura 1.2), dove il flusso parallelo in ingresso viene convertito in un campo di flusso vorticoso grazie ad una forma ad arco. Poi attraverso archi circolari il flusso viene curvato e poi vi è un ultimo arco a dare un flusso uniforme in uscita. La figura 1.3 mostra tre regioni: l'arco in ingresso (da D a C e da B ad A) che ruota il flusso uniforme in ingresso; archi circolari concentrici (da C e da A verso la direzione di valle) e un ultimo arco per avere il flusso di nuovo in condizione uniforme in uscita.

Quando condotti convergenti sono attraversati da un flusso assialmente supersonico in ingresso, la macchina può avere problemi di innesco perché si forma un urto normale proprio nella sezione d'ingresso. Questo fenomeno è da studiare mediante l'analisi del Mach di ingresso e del rapporto tra area d'ingresso e di gola. Questo fenomeno può essere studiato con un'analisi di robustezza, come si vedrà nel capitolo 5.

Un altro problema che può presentarsi è l'elevato gradiente di pressione avverso che può portare a separazione, in cui il flusso non riesce più a seguire la curvatura

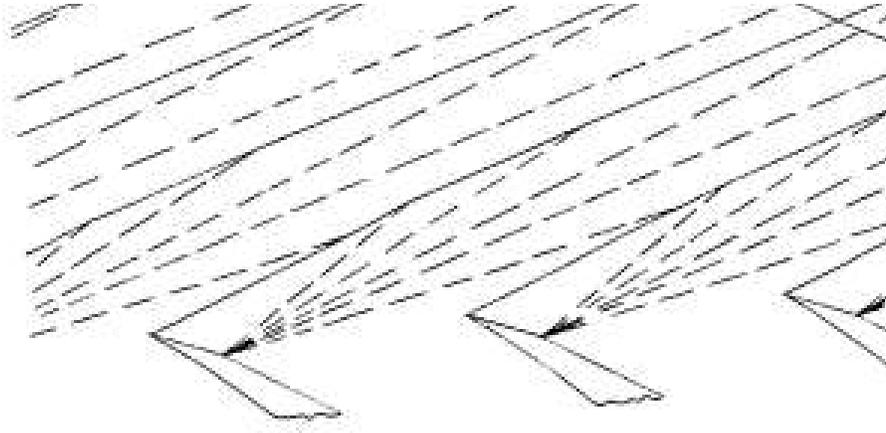


Figura 1.1: Visualizzazione profilo tagliato [5]

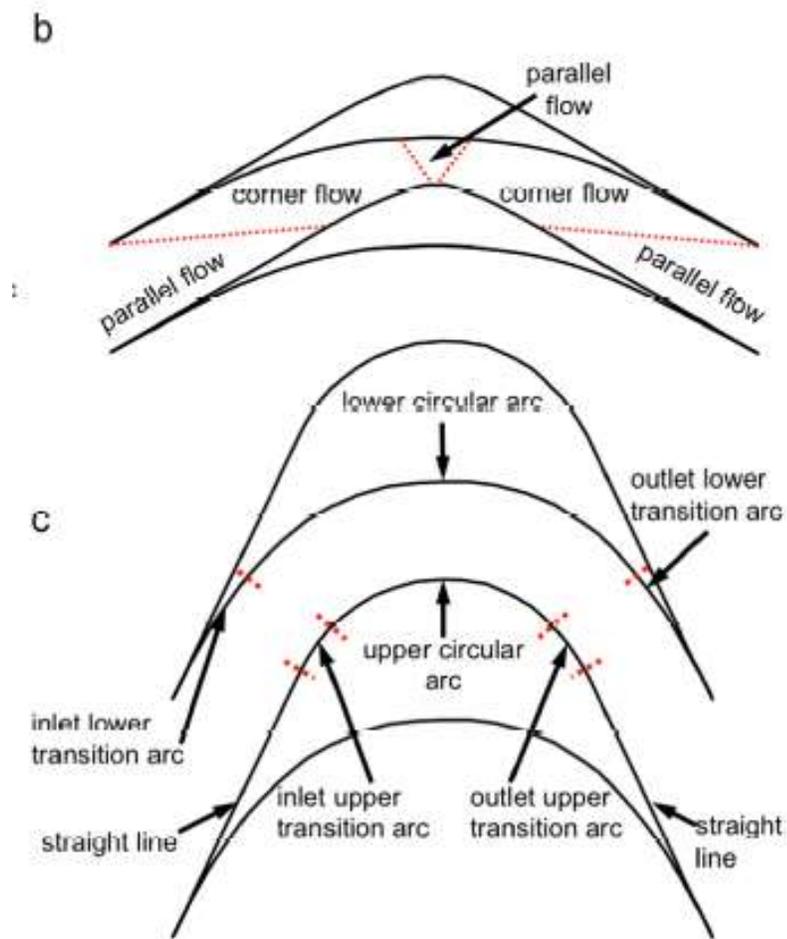


Figura 1.2: b) geometria di un rotore con il corner-flow method; c) geometria di un rotore con la teoria del flusso vorticoso [7]

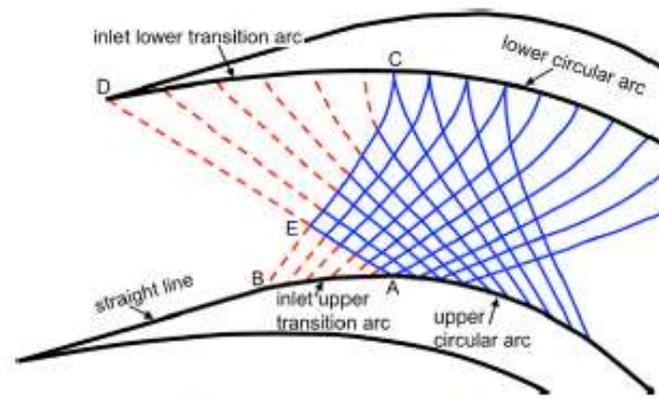


Fig. 6. Characteristic lines within the passage.

Figura 1.3: Linee caratteristiche [7]

della parete. Esiste inoltre un fenomeno chiamato "interazione urto-strato limite", in cui l'interazione tra urto e strato limite causa una separazione sulla superficie dorsale. Questa separazione è possibile osservarla anche durante le simulazioni all'interno del presente lavoro (capitolo 4).

Capitolo 2

Geometria e generazione griglia

2.1 Introduzione al capitolo

In un calcolo computazionale, per risolvere il flusso che lambisce un oggetto, il primo passo è ottenere una discretizzazione dello spazio, cioè generare una griglia. In questo capitolo viene, dunque, descritto il processo di costruzione di due geometrie: profilo isolato e canale interpalare, e delle relative mesh, sottolineandone le caratteristiche e ciò che le differenzia. Per la generazione di geometria e mesh si è utilizzato il software *Gmsh*. L'obiettivo è creare griglie che permettano di ottenere, nella simulazione, risultati fisicamente attendibili e che possano predire quanto accade nella realtà.

2.2 Gmsh

Gmsh è un software che permette la costruzione di una griglia bidimensionale (come in questo caso) o tridimensionale agli elementi finiti. Combina la possibilità di creare una geometria a quella di generare mesh. Inoltre, possiede un CAD integrato, per cui è possibile visualizzare il lavoro mentre viene scritto il codice. Ha un proprio linguaggio tramite cui passare i comandi, ma è possibile anche agire direttamente attraverso l'interfaccia grafica. Nella figura 2.1 è possibile distinguere i due moduli principali (*Geometry* e *Mesh*).

Per quanto riguarda la geometria, il modello di rappresentazione utilizzato da Gmsh è chiamato *BRep* (Boundary Representation): per questa trattazione, effettuata in due dimensioni, si ha una superficie contornata da curve. L'aggiunta di entità geometriche può essere visualizzata a schermo tramite il CAD integrato.

In quanto alla discretizzazione dello spazio, Gmsh utilizza gli elementi finiti suddividendo lo spazio in volumetti elementari di controllo in modo da generare una griglia

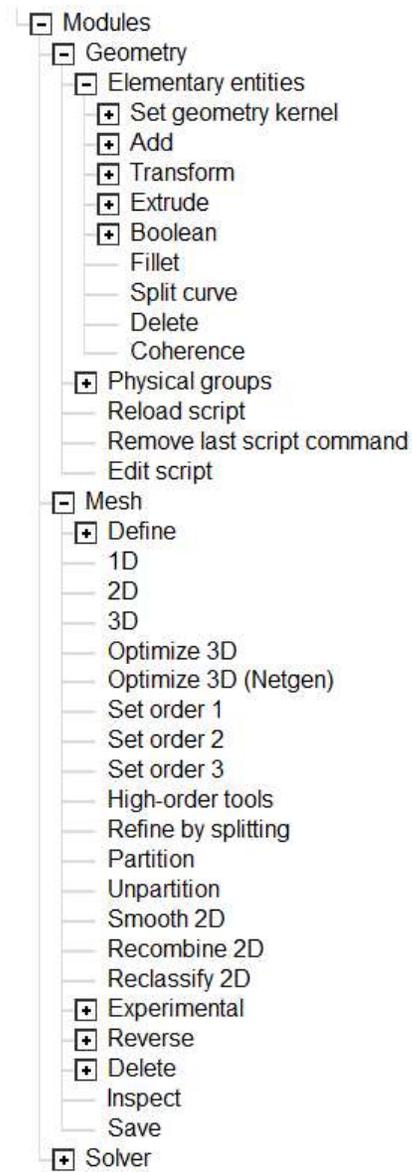


Figura 2.1: Vista della sidebar di Gmsh

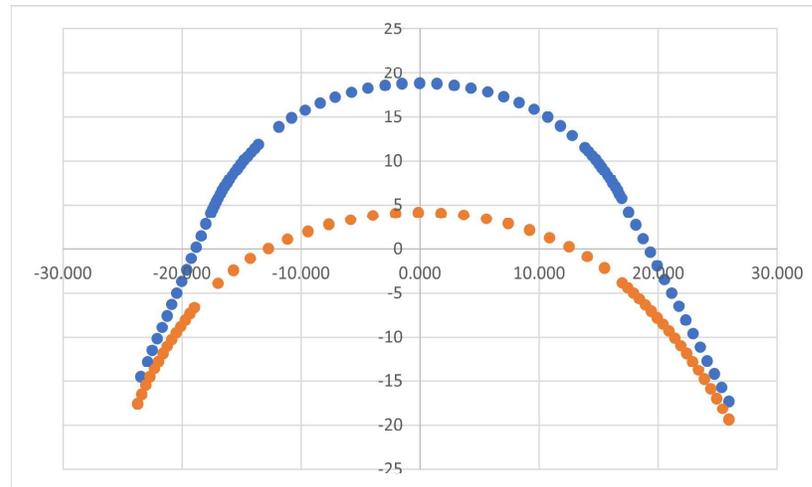


Figura 2.2: Coordinate vere

”conforme”.¹ Il volumetto elementare è un elemento di griglia: si parla di volume, ma, essendo in due dimensioni, si riferiscono a superfici. La tipologia di griglia che Gmsh genera è normalmente non strutturata, successivamente si può valutare l’aggiunta di *campi*, rendendo la griglia strutturata. Ciò che distingue queste due tipologie di griglia è il fatto che in una griglia strutturata i punti si trovano all’intersezione di linee coordinate, quindi è possibile numerarli con indici che scorrono in maniera regolare. Per le griglie non strutturate invece, non ci sono linee alle cui intersezioni si possono individuare punti, dunque è differente l’indicizzazione (si usa una numerazione sequenziale), però permettono di discretizzare lo spazio in maniera più semplice, descrivendo anche geometrie più complesse e rifinando le regioni in cui serve una migliore rappresentazione dello spazio. Gmsh, per creare griglie conformi, procede partendo dalla discretizzazione delle curve e successivamente utilizzando quest’ultima per discretizzare le superfici, infatti è il contorno a decidere come sarà la mesh della superficie. Per infittire la mesh è possibile aggiungere quelli che nel software vengono chiamati *Size fields*, cioè campi in cui in input viene assegnata una dimensione particolare per gli elementi, in modo da migliorare la mesh in quella sezione (as esempio lo strato limite).

2.3 Profilo

Come prima geometria, si prende in considerazione il profilo singolo. La corda reale è lunga 49.658 mm e va resa unitaria, figura 2.2.

¹Elementi finiti conformi sono elementi contigui, in cui viene rispettata la continuità degli spostamenti

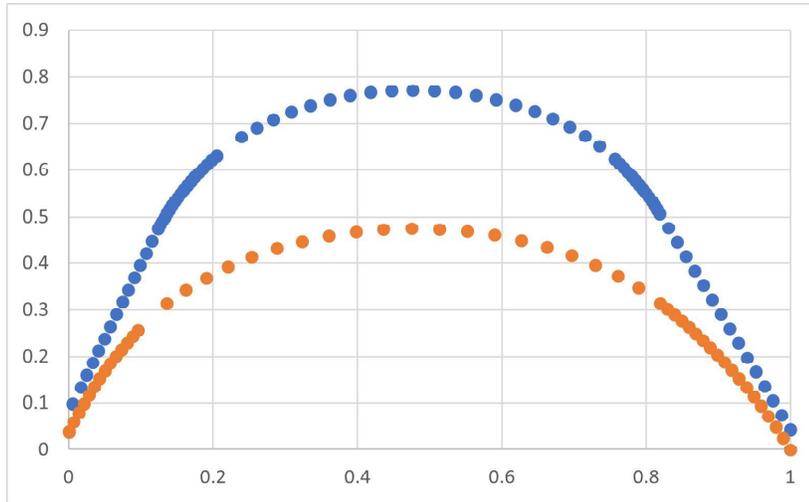


Figura 2.3: Coordinate normalizzate

Dalla normalizzazione si ricava un fattore di scala, applicato anche alle coordinate reali, figura 2.3.

Si possono in questo modo riportare le coordinate dei punti su Gmsh e formare la geometria.

Il profilo reale risultava tagliato verticalmente nel bordo d'attacco e nel bordo di fuga, come è possibile osservare dalla geometria ricostruita nella figura 2.4 e 2.5, tipica forma data alle turbine supersoniche, come introdotto nel capitolo 1. Per quanto riguarda la costruzione delle curve che descrivono il profilo, inizialmente si erano ricostruiti dorso e ventre utilizzando due spline. Avendo la geometria tagliata a ingresso e uscita, però, non è possibile unire i punti del dorso dall'attacco all'uscita con un'unica spline, poiché la curva presenterebbe un'oscillazione che, in supersonico, non è ammissibile. È dunque necessario spezzare la curva: la geometria tagliata va quindi rappresentata da un segmento retto, collegato poi alla spline che descrive il dorso del profilo.

Il campo di moto è periodico, quindi si considera un volume di controllo intorno al profilo: un canale che presenta un vincolo di periodicità tra il contorno inferiore e quello superiore (figure 2.6 e 2.7).

L'altezza del canale purtroppo rappresenta un dato andato perso, dunque si effettua una misurazione del passo da una delle immagini Schlieren² presenti nel report del 1989 (figura 2.8).

Per effettuare la misurazione: deve essere misurata la corda da bordo d'attacco a

²Il metodo Schlieren è una tecnica ottica in cui si sfrutta il diverso valore dell'indice di rifrazione legato alle variazioni di densità

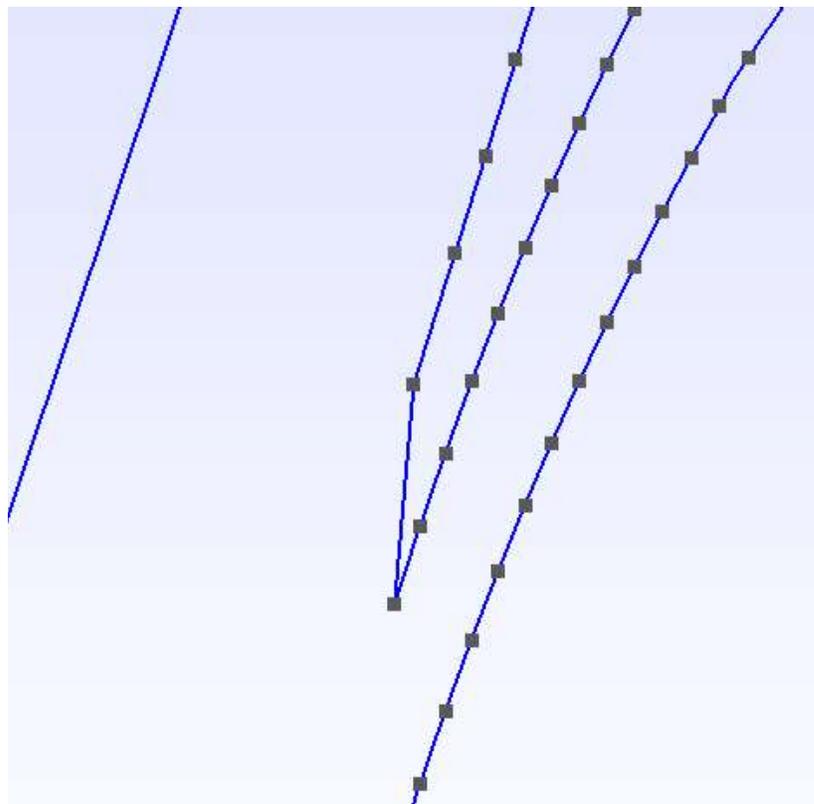


Figura 2.4: Vista della geometria del bordo d'attacco

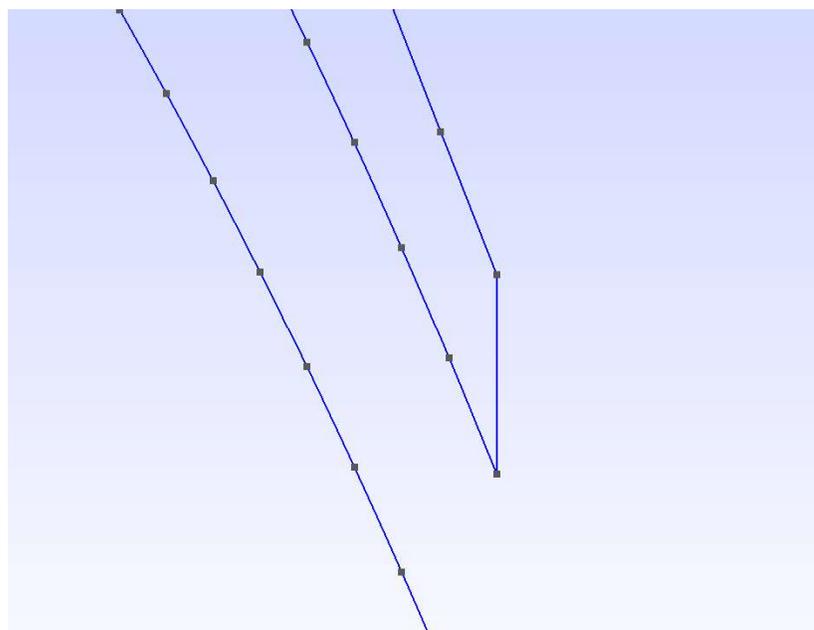


Figura 2.5: Vista della geometria del bordo di fuga

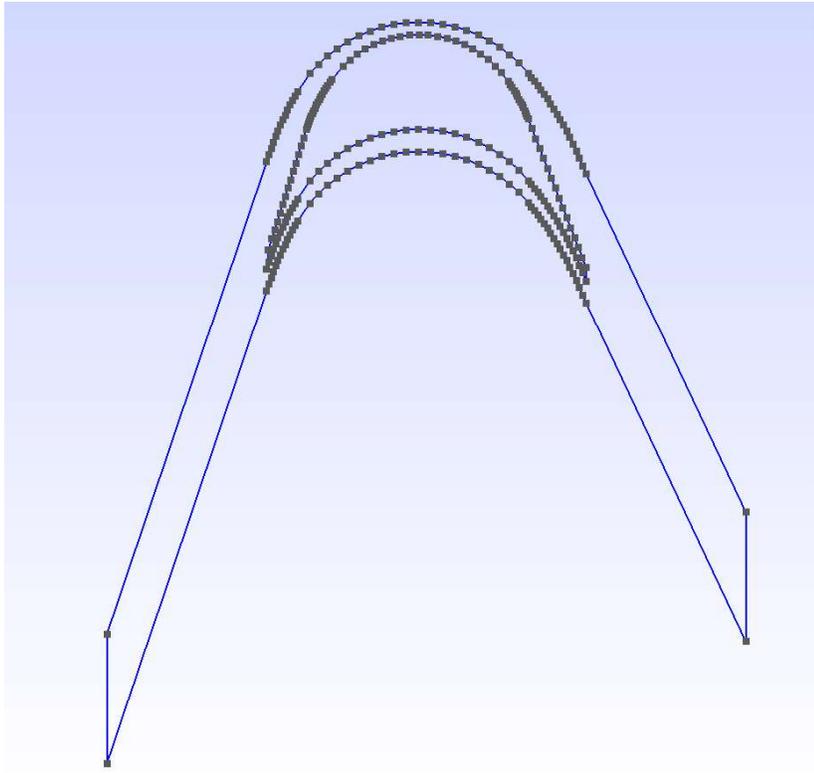


Figura 2.6: Vista della geometria del profilo

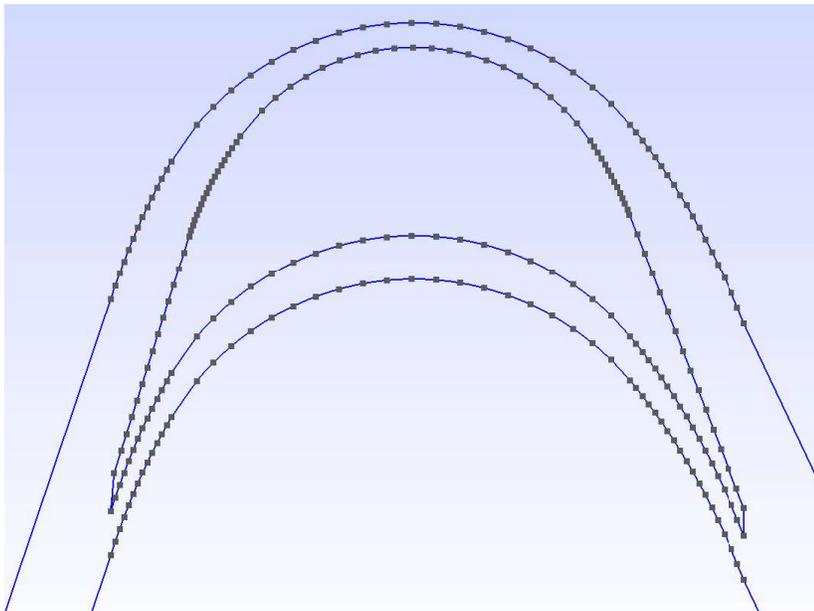


Figura 2.7: Vista della geometria del profilo

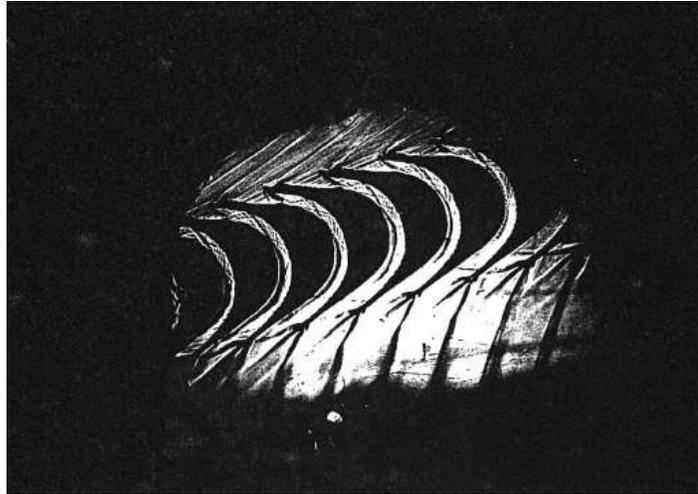


Figura 2.8: Immagine Schlieren palettatura secondo rotore

bordo di fuga; successivamente si misura la distanza tra due bordi d'attacco successivi (o tra il punto in cui avviene l'urto sul dorso di una pala e lo stesso punto sulla successiva) e, rapportando queste due distanze, si trova un rapporto adimensionale che si deve mantenere.

La distanza tra i due punti sul dorso di profili successivi è proprio il passo, che va poi normalizzato rispetto alla corda unitaria e risulta, infine, essere 0.405.

Il canale è molto ristretto, le palette sono molto vicine tra loro, perché il flusso ha bisogno di essere ben guidato, dato che si ha una deflessione ingente tra ingresso e uscita. Infatti, il flusso entra a $+75^\circ$ ed esce a -75° , dunque si ha una deflessione di 150° . Se guidato in un canale stretto, il flusso sbatte contro la parete e non può che curvare. Se invece non fosse confinato, con una deflessione così grande separa, rischiando la formazione di una bolla di ricircolo di grandi dimensioni.

Per costruire il volume di controllo intorno al profilo, si sono utilizzate due curve identiche alla spline rappresentante il ventre (e prolungandola), ma traslate sopra e sotto in modo da formare un canale distante un passo.

A questo punto Gmsh genera una griglia non strutturata per discretizzare lo spazio, utilizzando l'algoritmo Frontal-Delaunay for Quads. Si sta trattando una parete investita da corrente, dunque, per effetto dello strato limite, si hanno gradienti molto prossimi alla parete, è conveniente quindi costruire una griglia che si estenda per una certa altezza δ (la quale dipenderà da diversi fattori, che verranno analizzati in seguito), figura 2.9.

In direzione x (direzione parete) non si hanno particolari esigenze, perché non sono presenti gradienti notevoli; in direzione y (normale a parete) è necessaria una griglia a

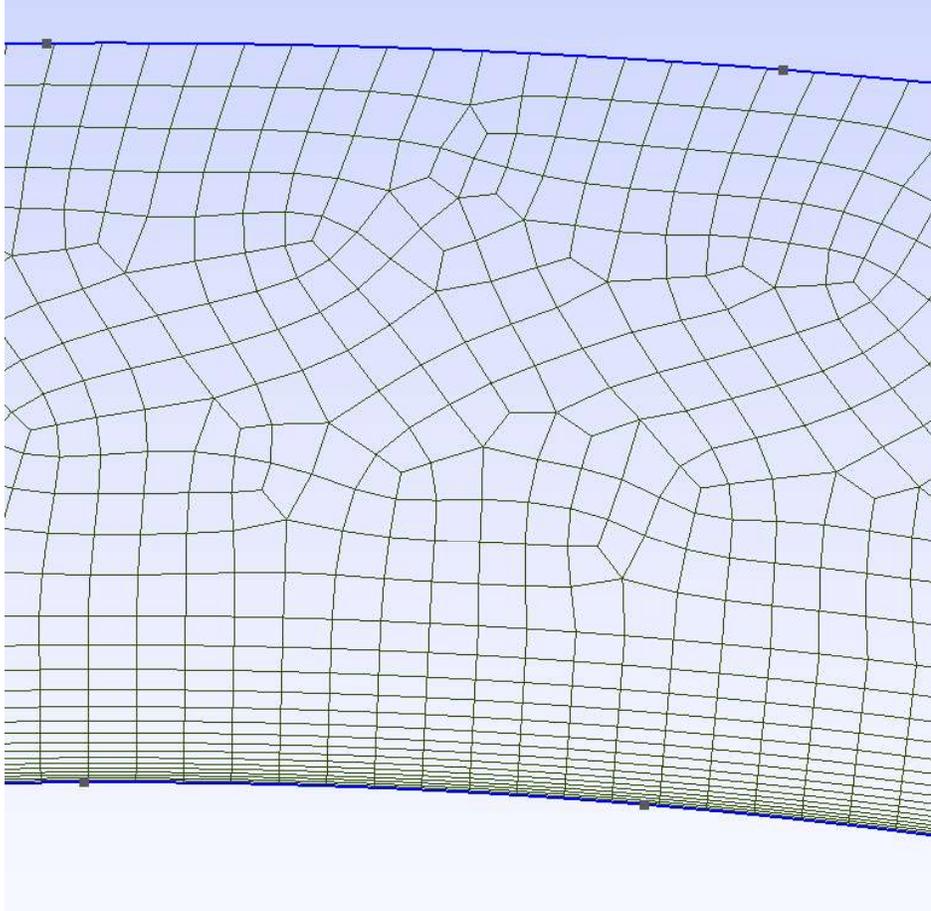


Figura 2.9: Vista della mesh del profilo

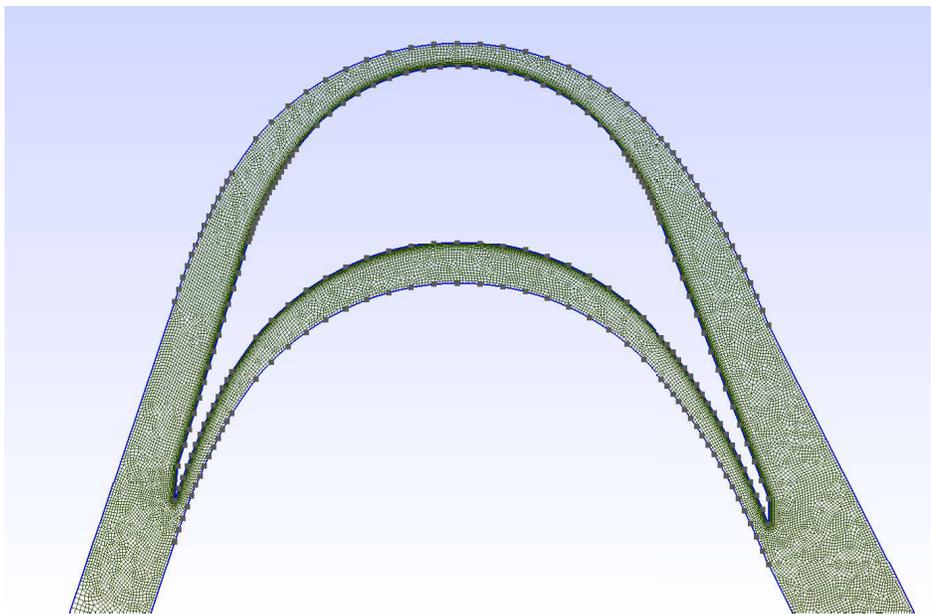


Figura 2.10: Close up mesh di strato limite del profilo

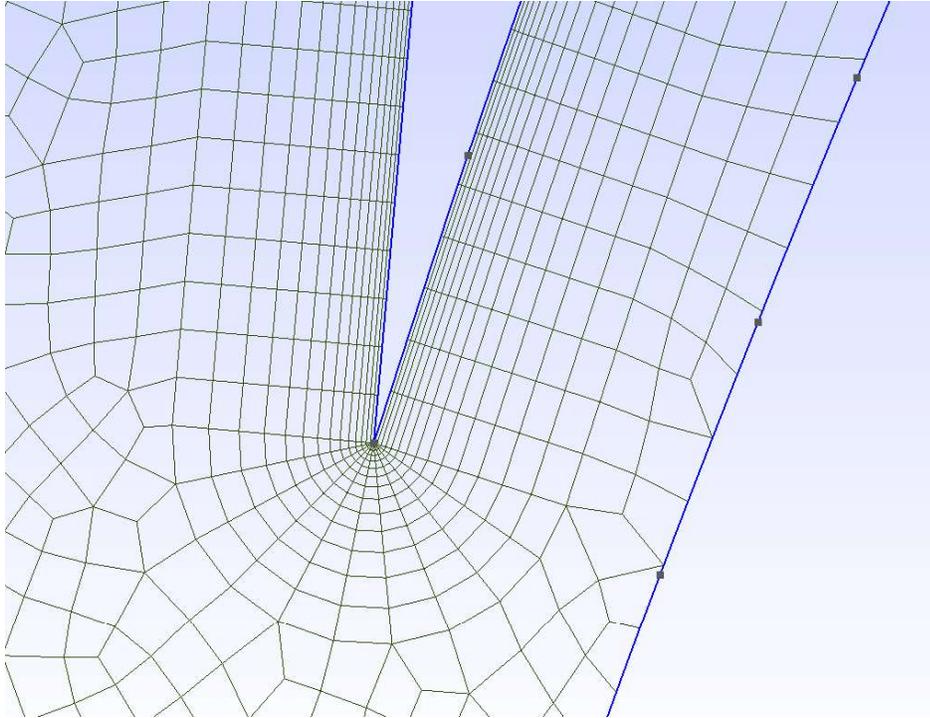


Figura 2.11: Vista della mesh del bordo d'attacco del profilo

Δy variabile. Si deve, pertanto, regolare la zona dello strato limite, in modo da avere una griglia ad O strutturata a parete, e con un fattore di crescita dello strato limite di 1.1, 1.2 (in genere non di più) della dimensione delle celle man mano che si allontanano dalla parete.

In questa particolare situazione, non è facile rifinire una griglia ad O, perché il profilo, in quanto supersonico, presenta spigoli appuntiti e non bordi arrotondati, quindi è più problematica la griglia. Infatti, nell'intorno degli spigoli (figure 2.11 e 2.12, per avere una griglia rifinita, bisognerebbe infittire molto la griglia in direzione assiale, che porta a diminuire la dimensione degli elementi. Ciò però risulta essere un problema perché avere una dimensione microscopica dei triangoli agli spigoli aumenta molto il rapporto tra la dimensione della prima cella dello strato limite e quella all'inizio della griglia non strutturata (rapporto di lunghezza di circa 20-30), e ciò rappresenta un salto di griglia troppo elevato, tale da portare l'errore di discretizzazione ad essere esagerato, con successiva ripercussione sui risultati.

Il limite esterno dello strato limite, pertanto, deve uniformarsi il più possibile alle dimensioni della griglia non strutturata, senza apportare un salto di livello significativo. Bisogna scegliere accuratamente le dimensioni della griglia strutturata, in modo tale che al termine di essa le celle siano diventate quasi isotrope. Quindi lo spessore nelle due direzioni deve essere simile, affinché si raccordino poi bene alla griglia non strutturata,

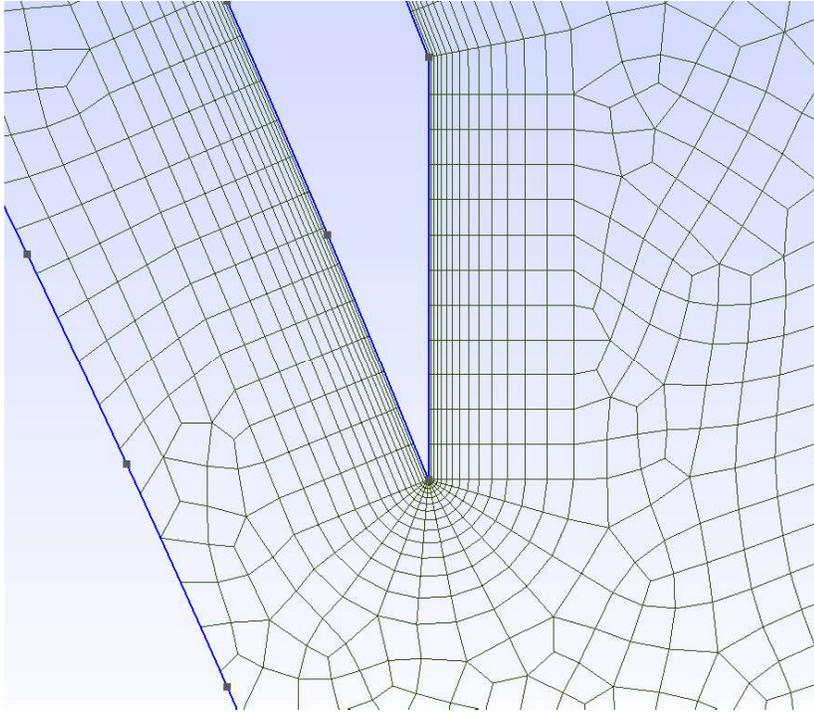


Figura 2.12: Vista della mesh del bordo di fuga del profilo

perché se la griglia strutturata viene interrotta dove le celle sono fortemente anisotrope e inizia subito quella non strutturata (che è isotropa), risulta poi esserci un forte salto di dimensioni di cella.

Ultimata la generazione di griglia, vengono aggiunte le condizioni al contorno, definendo le entità fisiche: ingresso, uscita, pareti solide e periodicità.

2.4 Canale interpalare

Un'altra opzione per generare la griglia è quella di considerare il canale interpalare, ovvero una porzione di spazio compresa tra la superficie in depressione e la superficie in pressione del profilo successivo. Inizialmente si pensava che la difficoltà nel generare una griglia di questo tipo fosse inferiore, a causa dell'assenza di spigoli appuntiti a bordo d'attacco e fuga. Provando però a costruire una griglia non strutturata, essa presentava purtroppo problemi nello strato limite intorno alle zone di bordo d'attacco e fuga delle superfici dei profili. Si è deciso, quindi, di prolungare la griglia strutturata dello strato limite fino all'ingresso e all'uscita del canale. Dovendo costruire un dominio periodico, l'ingresso e l'uscita devono essere verticali, quindi, a causa della pendenza delle pareti superiore e inferiore, ai vertici del canale si presentano angoli molto stretti, il che conduce ad un problema di celle schiacciate e allungate.

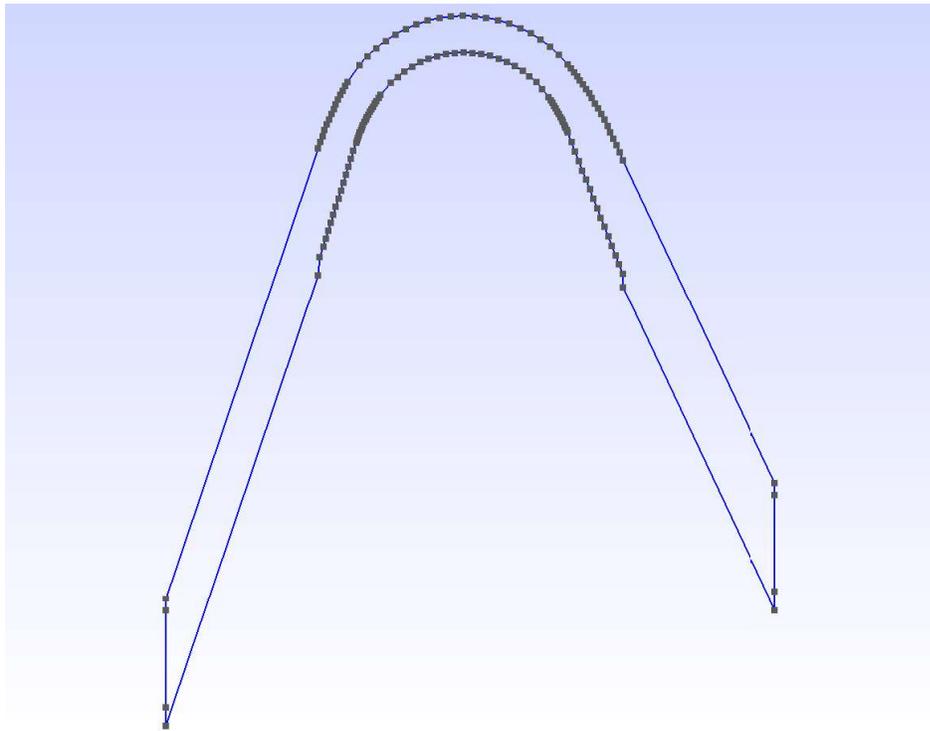


Figura 2.13: Geometria canale interpalare

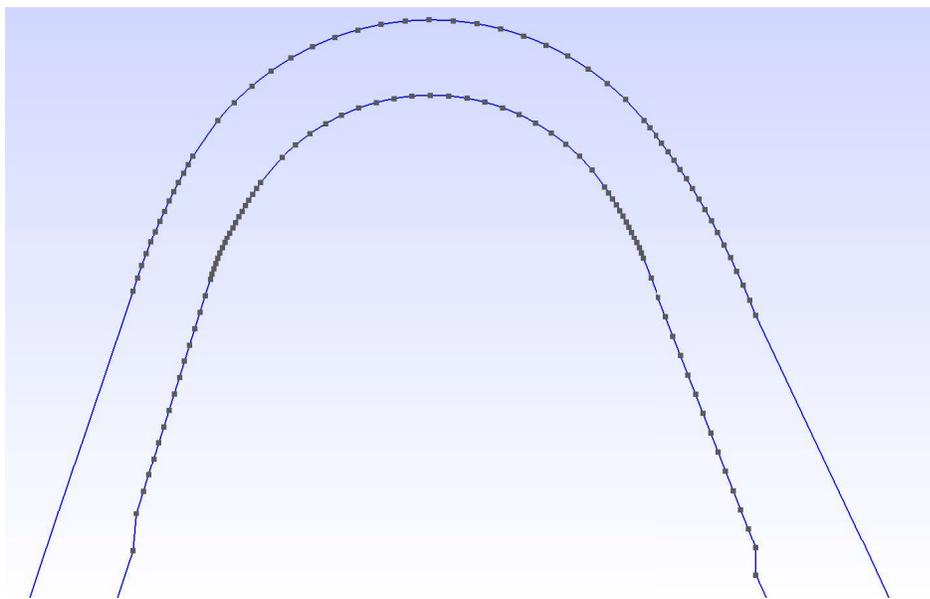


Figura 2.14: Geometria canale interpalare

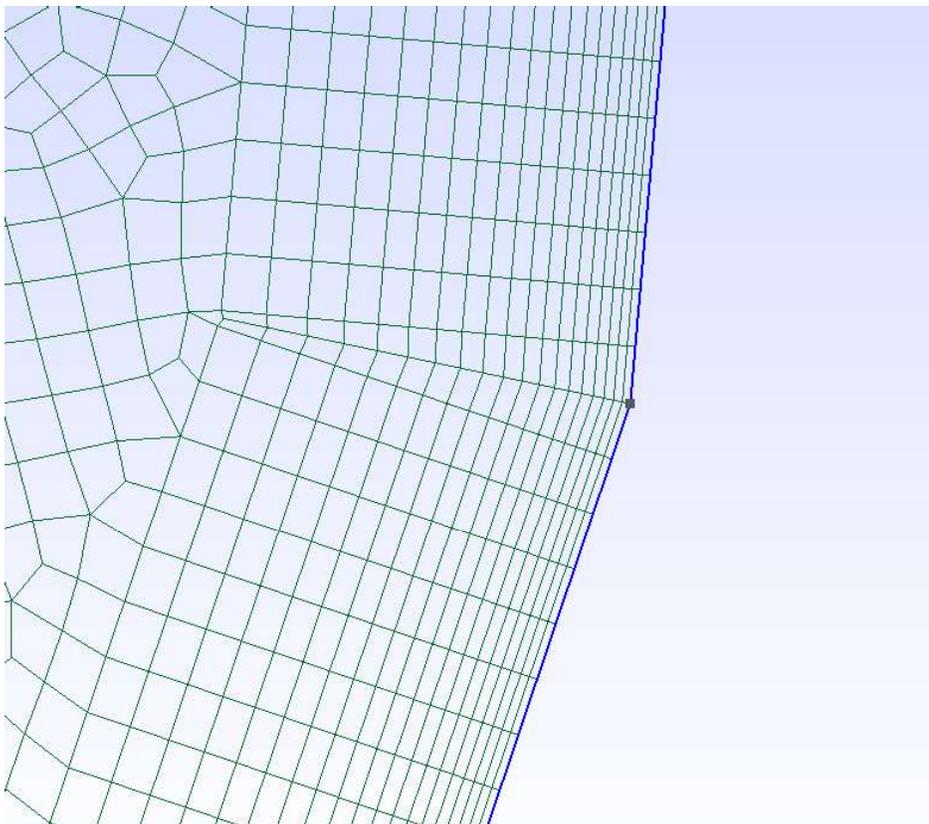


Figura 2.15: Mesh canale interpolare

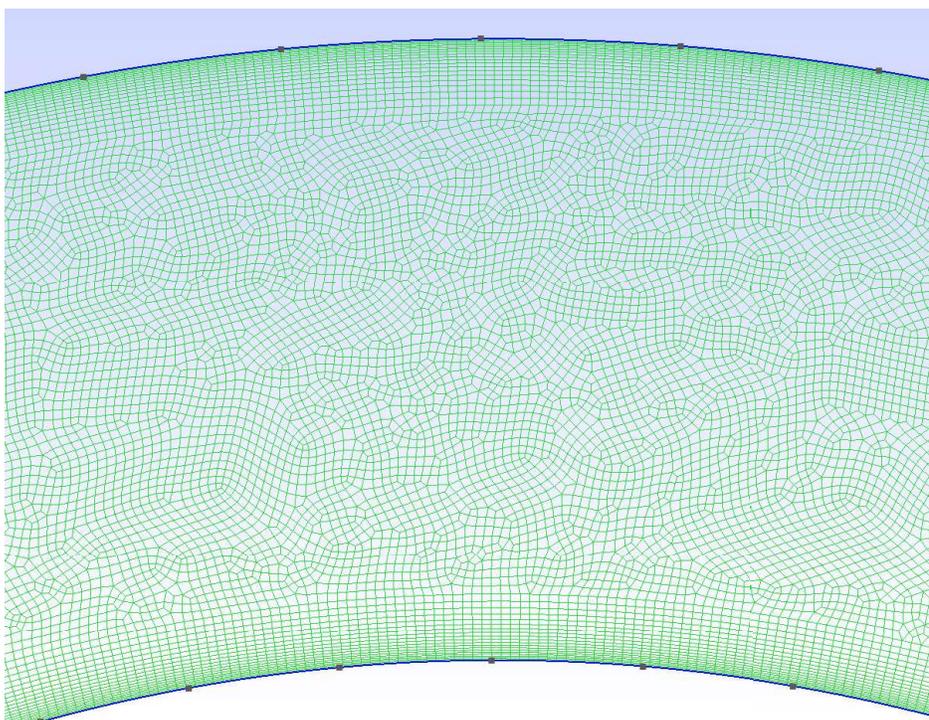


Figura 2.16: Mesh canale interpolare

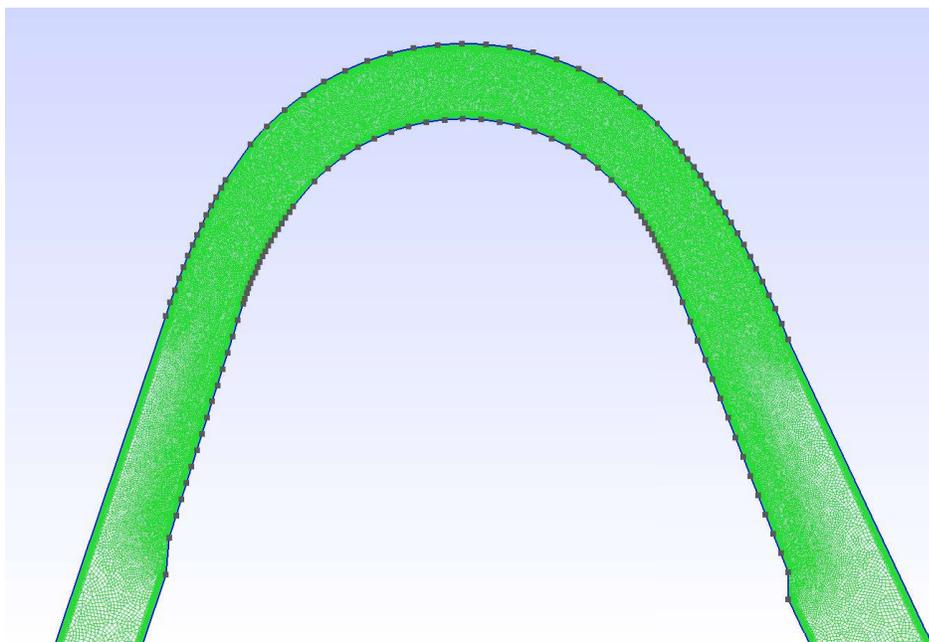


Figura 2.17: Mesh canale interpalare

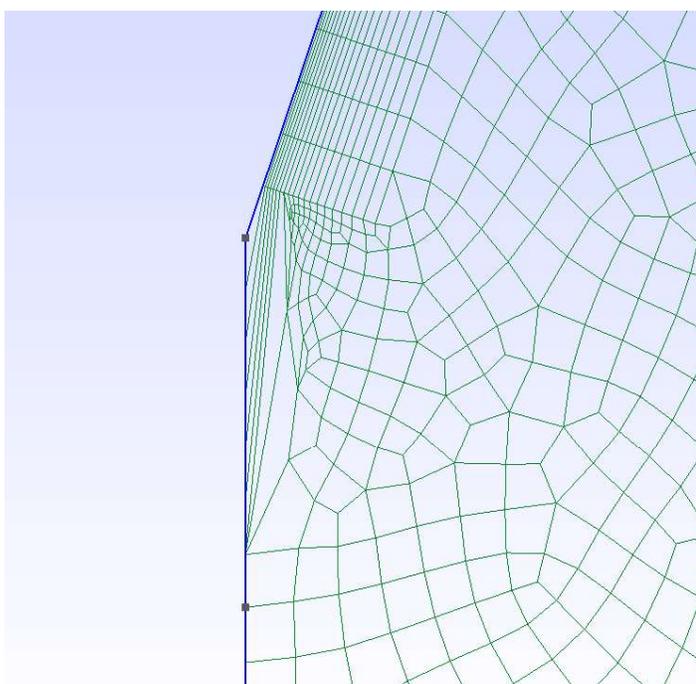


Figura 2.18: Problema angoli

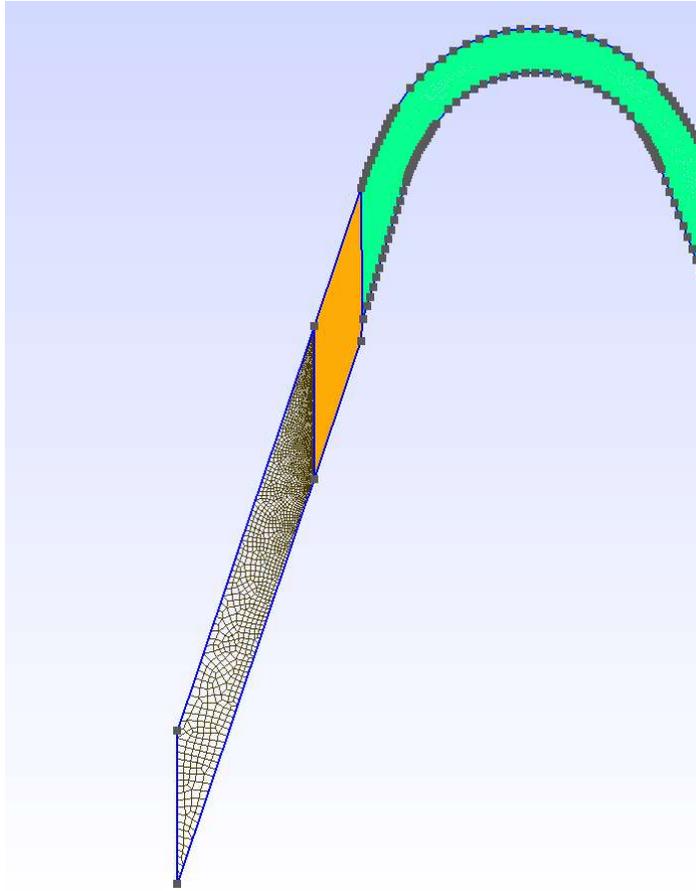


Figura 2.19: Griglia mista

Per Gmsh, in questi casi, risulta difficile riuscire a chiudere la mesh, a causa proprio di questi elementi deformati.

Presentando la geometria angoli lontani dall'essere retti, non è stata dunque di facile realizzazione questa tipologia di griglia, perché, per quanto con una griglia non strutturata ci sia la possibilità di descrivere lo spazio con celle di forma e dimensione variabili, le eccessive deformazioni delle celle e differenze nelle dimensioni possono far esplodere il calcolo.

Questo avviene quando il rapporto tra la dimensione delle celle presenti presso gli angoli e le celle più lontane è troppo grande (ordine di grandezza di 20-30), e tale salto di griglia conduce in ogni caso a errori di discretizzazione troppo elevati (figure 2.15 e 2.16).

Come è evidente dalla figura 2.18, la fine della griglia strutturata presenta le problematiche appena citate di celle troppo deformi e strette. Per risolvere questo problema, si è pensato di creare una griglia mista (figura 2.19), quindi con alcune sezioni strutturate e altre non strutturate.

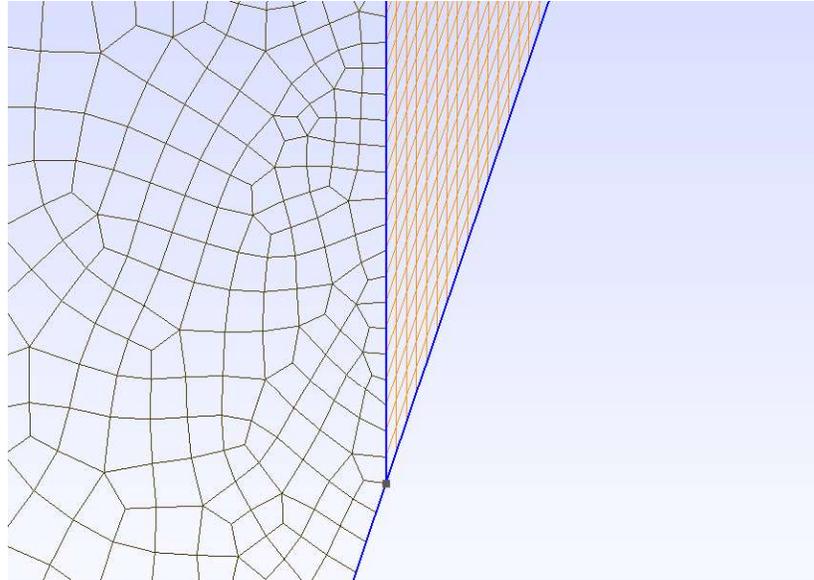


Figura 2.20: Griglia mista

L'ingresso del canale presenta una griglia non strutturata, che si infittisce sempre di più man mano che ci si avvicina all'attacco, figura 2.20 e ad un certo punto diventa strutturata, in modo tale da evitare problematiche di celle troppo piccole al bordo d'attacco.

Le problematiche, però, persistono perché le celle, come si può notare nella figura 2.21, sono ancora troppo allungate e strette, con cambiamenti repentini di forma e quindi elevati salti nelle dimensioni tra celle vicine.

Questo condurrà a prevedibili problemi nelle simulazioni (di cui si parlerà nel capitolo 4), che si interromperanno proprio a causa di questi salti di griglia troppo accentuati. Ciò condurrà a scegliere come strada preferenziale la prima opzione, quindi la griglia intorno al profilo.

Per quanto riguarda la regione dello strato limite, le sue dimensioni e le condizioni al contorno del canale, valgono ancora le considerazioni effettuate per il caso precedente, quindi anche qui si avrà la condizione di periodicità.

Quando si dà il comando di linea periodica, si ottengono punti posizionati esattamente sulla stessa posizione assiale sia sulla linea superiore sia su quella inferiore. Così facendo, la distribuzione dei punti effettuata su una linea viene imposta anche sull'altra.

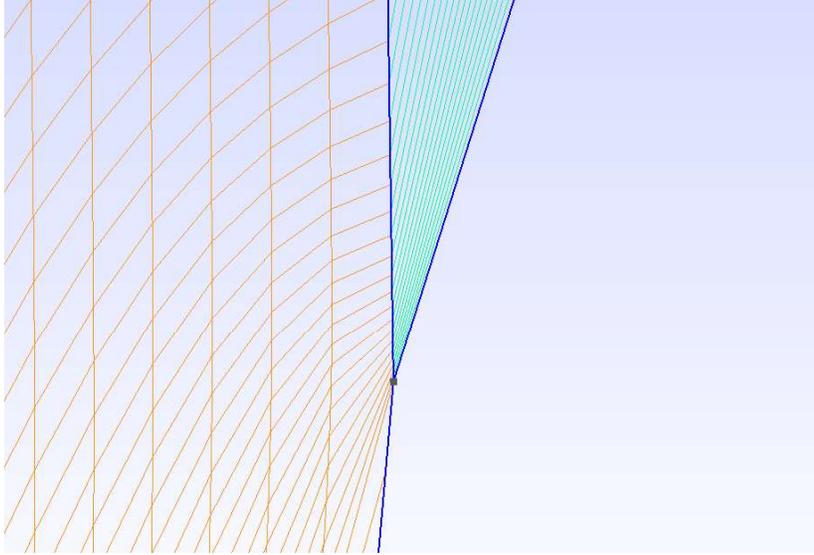


Figura 2.21: Griglia mista

2.5 Calcolo del numero di Reynolds

In questa sezione viene effettuato il calcolo del Reynolds.

Per calcolare il Reynolds a partire dai dati forniti nel report, si considerano le grandezze totali di monte e il numero di Mach isoentropico di uscita: a partire da essi, si calcolano temperatura e pressione statiche e, di conseguenza, la densità. Avendo la temperatura, si calcola la velocità del suono a e quindi la velocità V . Come lunghezza di riferimento L si considera la corda vera assiale c_{ax} . Il Reynolds quindi sarà:

$$Re = \frac{\rho V c_{ax}}{\mu} \quad (2.1)$$

Dati forniti:

- corda assiale: $c_{ax} = 49.658 \text{ mm} = 0.049658 \text{ m}$;
- temperatura totale a monte: $T_0 = 288 \text{ K}$;
- pressione totale a monte: $p_0 = 10 \text{ bar} = 10^6 \text{ Pa}$;
- Mach isoentropico di uscita: $M_{is,e} = 2$

Si calcolano temperatura e pressione statiche in uscita con le relazioni dell'isoentropica:

$$T_e = \frac{T_0}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{is,e}^2\right)} = 160 \text{ K} \quad (2.2)$$

$$p_e = \frac{p_0}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{is,e}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} = 127804 \text{ Pa} \quad (2.3)$$

Con $\gamma = 1.4$ per l'aria.

Per il calcolo della densità, si ricorre all'equazione di stato:

$$\frac{p}{\rho} = \frac{R}{M} T \quad (2.4)$$

Con $R = 8314 \frac{J}{Mole \cdot K}$ costante universale dei gas e $M = 29 \frac{kg}{Mole}$ massa molare dell'aria.

Quindi:

$$\rho_e = \frac{p_e}{\frac{R}{M} T_e} = 2.786 \frac{kg}{m^3} \quad (2.5)$$

Per il calcolo della velocità V è necessario conoscere la velocità del suono:

$$a = \sqrt{\gamma \frac{R}{M} T_e} = 253.4 \text{ m/s} \quad (2.6)$$

Quindi, usando la definizione di numero di Mach, si ha:

$$V = a M_{is,e} = 506.8 \text{ m/s} \quad (2.7)$$

Il Reynolds infine risulta essere:

$$Re = \frac{\rho V c_{ax}}{\mu} = 6.426 \cdot 10^6 \approx 6 \text{ milioni} \quad (2.8)$$

È un valore molto grande, però nelle palette di turbina ad alta pressione di un motore aeronautico il numero di Reynolds arriva facilmente sopra al milione e, una volta raggiunto questo ordine di grandezza, il comportamento del fluido si può considerare poco sensibile alle variazioni di Reynolds, come se avesse un comportamento asintotico, a differenza di una situazione a Reynolds più basso (es. intorno alle $100 \div 200$ mila unità adimensionali), in cui le variazioni di Reynolds hanno un effetto significativo sul comportamento del fluido.

2.6 Effetti di Reynolds e Mach sullo strato limite

Reynolds e Mach sono due numeri adimensionali usati in fluidodinamica per descrivere le proprietà di un fluido.

Il Reynolds è definito come il rapporto tra le forze d'inerzia e le forze viscosi:

$$Re = \frac{F_{inerzia}}{F_{viscose}} \sim \frac{\rho V^2}{L} * \frac{L^2}{\mu V} = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{V L}{\nu} \quad (2.9)$$

ed è quindi il parametro fluidodinamico adimensionale che governa il comportamento dei flussi viscosi e il campo di moto che si sviluppa nelle immediate vicinanze della parete: lo strato limite. Quando un fluido lambisce una parete, la parete impone una condizione di aderenza: la velocità a parete deve essere nulla. Si formerà quindi una zona in prossimità della parete (strato limite) in cui la velocità varia con continuità dal valore nullo tendendo asintoticamente alla velocità esterna. Sono dunque presenti gradienti di velocità, grazie ai quali gli effetti viscosi si fanno sentire. Anche se il fluido è viscoso, gli effetti della viscosità si manifestano in presenza di gradienti di velocità, quindi sono confinati nello strato limite. Infatti, all'aumentare del numero di Reynolds, le forze viscosi risultano trascurabili rispetto alle forze d'inerzia, ma questa condizione non basta per poter trascurare gli effetti viscosi nello strato limite perché, come è stato già esposto, essi sono imputabili ai gradienti di velocità, molto elevati in questa regione.

La dimensione delle celle a parete è quindi scelta in base al numero di Reynolds: questo parametro, non essendo fornito nel Report a cui si fa riferimento, deve essere calcolato tramite i dati a disposizione proprio perché influenza lo spessore δ dello strato limite. Per uno strato limite *laminare*, lo spessore risulta essere:

$$\delta \approx \frac{1}{\sqrt{Re}} \quad (2.10)$$

ma esistono poi delle relazioni analoghe con esponenti diversi anche per lo strato limite turbolento. Dunque all'aumentare del Reynolds, lo strato limite diventa più sottile (si avranno celle più piccole); al diminuire del Reynolds, si ha la possibilità di usare una griglia più rada nello strato limite, mantenendo una buona risoluzione e limitando il costo computazionale.

Dai calcoli effettuati nella sezione 2.5, il numero di Reynolds risulta essere $6.42 \cdot 10^6$.

Questo valore è ampiamente sopra il numero di Reynolds critico, dunque si tratta di un caso di campo di moto completamente turbolento, che in questa trattazione viene modellato tramite le RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes), come approfondito nel capitolo 3. Dunque, non essendo necessario risolvere in modo diretto le scale della turbolenza, ma solo in modo mediato, non è neppure necessario discretizzare lo spazio con celle piccolissime e isotrope, il che incrementerebbe notevolmente i tempi di calcolo. Verrà comunque effettuato uno studio di convergenza di griglia nel capitolo 4 per poter risolvere lo strato limite e avere una descrizione dettagliata delle strutture che si creano

nel campo di moto, perché l'accuratezza nella descrizione aumenta al diminuire della dimensione delle celle.

A differenza delle RANS, vi sono simulazioni, chiamate *scale resolving*, ad esempio le LES (Large Eddy Simulations) o le DNS (Direct Numerical Simulation) che risolvono direttamente le scale della turbolenza. Con la RANS non si risolvono direttamente le scale della turbolenza, ma si considera un campo medio, arrivando comunque a risolvere lo strato limite.

Volendo confrontare RANS e LES/DNS:

- per quanto riguarda la dimensione in direzione normale a parete, la RANS arriva a risoluzioni perfettamente paragonabili con una LES o una DNS, perché si arriva a y^+ molto bassi (sotto il 5 o addirittura sono l'1);
- il vantaggio della RANS risiede nel fatto che la griglia è estremamente anisotropa, se invece si dovesse utilizzare una DNS, la griglia dovrebbe essere isotropa, con conseguente aumento del numero di celle (si veda l'esempio trattato successivamente);
- inoltre LES o DNS non possono essere utilizzate in 2D, perché siccome si analizza la dinamica delle scale della turbolenza direttamente, per studiarla è necessaria la tridimensionalità.

Come descritto, il vantaggio della RANS risiede nel fatto che la griglia è estremamente anisotropa, per esempio si considerano celle con un rapporto 100:1, quindi con un'anisotropia di 100. Se si dovesse effettuare lo stesso calcolo nelle medesime condizioni con una DNS o LES, che risolvono lo strato limite e richiedono una griglia isotropa in 3D, si avrebbe: passando da griglia anisotropa in 2D a isotropa in 2D si avrebbe già che 1 cella RANS (data l'anisotropia di 100) dovrebbe essere sostituita da 100 celle isotrope; inoltre lo studio deve essere 3D, quindi, aggiungendo la terza dimensione e mantenendo l'isotropia, si ottiene un cubo di $100 \times 100 = 10000$ celle, dove con le RANS ve n'era una sola. Quindi affrontare uno studio con LES o DNS è estremamente costoso a livello computazionale, per cui viene effettuato con le RANS, considerando anche, come mostrato in questo capitolo, che si utilizzano celle estremamente anisotrope e molto schiacciate a parete.

Il Reynolds non è il solo termine ad agire sulla dimensione dello strato limite, ma va analizzato anche l'effetto del Mach.

Il numero di Mach è un parametro fluidodinamico adimensionale che esprime il rapporto tra la velocità locale del flusso V e la velocità del suono a nello stesso punto.

$$M = \frac{V}{a} \quad (2.11)$$

Il numero di Mach è un indice che permettere di definire i vari regimi di moto:

- subsonico, dove M è minore di 1;
- sonico, dove M è uguale a 1;
- supersonico, dove M è maggiore di 1.

In questa trattazione si studia una turbina supersonica, dunque il campo di moto è supersonico, per cui, se lo strato limite è a Mach elevati, gli effetti di compressibilità si fanno sentire, quindi esso si scalda e diventa più spesso, aspetto positivo perché significa che vi è la possibilità di utilizzare una griglia più rada. Quindi ad alti numeri di Mach vi è questo effetto benefico da un punto di vista computazionale, perché lo strato limite diventa più spesso.

In conclusione, per effettuare una scelta accurata va effettuato uno studio di convergenza di griglia (capitolo 4).

Capitolo 3

Modello fisico e schema numerico

In questo capitolo vengono indagati il modello fisico e lo schema numerico (discretizzazione delle equazioni) adottati nel codice di calcolo, quindi si descrive il modo in cui si risolve il problema.

3.1 Modello fisico

Il campo di moto turbolento presenta forti gradienti di velocità e strutture e moti organizzati a cui sono legati dei tempi caratteristici, che definiscono le *scale caratteristiche*. Esse dipendono fortemente dal numero di Reynolds: più è elevato il Reynolds, più è elevato il range di queste scale, cioè più piccole diventano le scale di turbolenza. Questo moto così complesso può essere studiato tramite le equazioni di Navier–Stokes, le quali descrivono il moto e l’interazione di tutte le scale della turbolenza, dalle più grandi alle più piccole.

Esistono diversi approcci per studiare il flusso turbolento e alcuni di essi risolvono direttamente le equazioni di Navier–Stokes, ad esempio la DNS (Direct Numerical Simulation), che risolve tutte le scale temporali e spaziali fino a quella più piccola di Kolmogorov, oppure la LES (Large Eddy Simulation) che risolve direttamente solo le scale più grandi mentre offre un modello per trattare le scale più piccole.

Si intuisce dunque che dal punto di vista delle applicazioni ingegneristiche, quindi non puramente accademico, queste equazioni descrivono il flusso in un modo troppo dettagliato, il che richiede un costo computazionale esageratamente elevato, a maggior ragione all’aumentare del numero di Reynolds. Considerando che in questo problema pratico, come solitamente avviene, si ha un Re di un ordine di grandezza del milione, una soluzione con un metodo diretto risulta molto difficile. Per applicazioni come questa, la sola conoscenza delle grandezze medie è sufficiente per studiare il problema,

quindi si derivano, dalle equazioni di Navier-Stokes, delle equazioni per le sole grandezze medie: le RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes, quindi equazioni di Navier Stokes mediate alla Reynolds).

Nel codice utilizzato in questa trattazione, vengono risolte le RANS, con modello di chiusura di Spalart-Allmaras. In realtà, sebbene ci si riferisca a queste equazioni con il nome di RANS, le RANS sono equazioni pensate per l'incompressibile, mentre qui viene trattato il compressibile [4]. La soluzione che si adotta è quella di usare la media alla Reynolds per la densità $\bar{\rho}$ e la pressione \bar{p} , mentre una media alla Favre per altre variabili come la velocità \tilde{v}_i , l'energia interna \tilde{E} , l'entalpia \tilde{H} e la temperatura \tilde{T} . La media alla Favre è una media pesata con la densità mediata alla Reynolds ($\bar{\rho}$).

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{v}_i) = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{v}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{v}_j \tilde{v}_i) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{\tau}_{ij} - \bar{\rho} v_i'' v_j'') \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{E}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{v}_j \tilde{H}) = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} - \bar{\rho} v_j^\pi h'' + \widetilde{\tau_{ij} v_i''} - \bar{\rho} v_j^\pi K \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} [\tilde{v}_i (\tilde{\tau}_{ij} - \bar{\rho} v_i'' v_j'')] \end{aligned} \quad (3.3)$$

Nelle equazioni della quantità di moto e dell'energia, il tensore degli sforzi viscosi assume la forma del tensore di Reynolds mediato alla Favre:

$$\tau_{ij}^F = -\bar{\rho} v_i'' v_j'' \quad (3.4)$$

Per quanto riguarda il modello di Spalart-Allmaras per la turbolenza [4]: esso è un modello ad una equazione di trasporto per la variabile (*eddy viscosity parameter*) $\tilde{\nu}$. Un dettaglio importante di questo modello è che si considera "locale", ovvero la soluzione in un punto non dipende dalla soluzione in altri punti, motivo per cui è possibile usarlo in questa trattazione su griglie non strutturate. La forma differenziale dell'equazione è la seguente:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{\nu} v_j) = & C_{b1} (1 - f_{t2}) \tilde{S} \tilde{\nu} \\ & + \frac{1}{\sigma} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v_L + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] + C_{b2} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right\} \\ & - \left[C_{w1} f_w - \frac{C_{b1}}{\kappa^2} f_{12} \right] \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 + f_{t1} \|\Delta \tilde{\nu}\|_2^2 \end{aligned} \quad (3.5)$$

A destra nell'equazione si trovano i seguenti termini, ovviamente riferiti al termine a sinistra dell'equazione, quindi al parametro eddy viscosity: produzione, diffusione conservativa, diffusione non conservativa, distruzione a parete, incremento di produzione dovuto a transizione, sorgente di turbolenza dovuta a transizione.

La viscosità turbolenta μ_T viene ricavata nel modo seguente:

$$\mu_T = f_{v1}\rho\tilde{\nu} \quad (3.6)$$

Il primo termine (di produzione) è descritto da:

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= f_{v3}S + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2} \\ f_{v1} &= \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3}, \quad f_{v2} = \left(1 + \frac{\chi}{C_{v2}}\right)^{-3}, \\ f_{v3} &= \frac{(1 + \chi f_{v1})(1 - f_{v2})}{\max(\chi, 0.001)}, \quad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{v_L} \end{aligned} \quad (3.7)$$

dove S è il modulo della velocità media di rotazione. Per quanto riguarda il quarto termine (di distruzione della eddy viscosity):

$$\begin{aligned} f_w &= g \left(\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6} \right)^{1/6}, \\ g &= r + C_{w2} (r^6 - r), \quad r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S}\kappa^2 d^2} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Per quanto riguarda gli ultimi due termini, le funzioni usate per modellare la transizione sono:

$$\begin{aligned} f_{t1} &= g_t C_{t1} \exp \left(-C_{t2} \frac{\omega_t^2}{\Delta U^2} (d^2 + g_t^2 d_t^2) \right) \\ f_{t2} &= C_{t3} \exp(-C_{t4} \chi^2), \quad g_t = \min[0.1, \|\Delta \vec{v}\|_2 / (\omega_t \Delta x_t)] \end{aligned} \quad (3.9)$$

Le costanti hanno i seguenti valori:

$$\begin{aligned} C_{b1} &= 0.1355, \quad C_{b2} = 0.622, \\ C_{v1} &= 7.1, \quad C_{v2} = 5, \quad \sigma = 2/3, \quad \kappa = 0.41 \\ C_{w1} &= C_{b1}/\kappa^2 + (1 + C_{b2})/\sigma, \quad C_{w2} = 0.3, \quad c_{w3} = 2, \\ C_{t1} &= 1, \quad C_{t2} = 2, \quad C_{t3} = 1.3, \quad C_{t4} = 0.5 \end{aligned} \quad (3.10)$$

3.2 Schema numerico

Nella precedente sezione sono state presentate le equazioni differenziali che governano il problema, ora viene descritto invece l'approccio utilizzato per discretizzare le equazioni. Per quanto riguarda la discretizzazione dello spazio, si utilizzano i volumi finiti (forma integrale) al secondo ordine su griglie non strutturate e si ha che la derivata nel tempo del valor medio in ogni cella è uguale alla sommatoria dei flussi che entrano e escono dalle varie celle. Nei volumi finiti la pendenza all'interno della cella viene valutata con il metodo dei minimi quadrati pesati (così abbiamo un secondo ordine di accuratezza), ma la ricostruzione lineare deve essere poi limitata per evitare oscillazioni e per farlo si usa il limitatore di Barth-Jespersen [3]. Il metodo dei minimi quadrati pesati viene usato anche per calcolare i gradienti necessari per calcolare i termini diffusivi.

L'integrazione nel tempo viene fatta con uno schema di Eulero implicito, quindi primo ordine, e questo schema richiede di risolvere un sistema lineare sparso ad ogni passo nel tempo e la risoluzione viene fatta con l'algoritmo iterativo GMRES con il preconditionatore Additive Schwarz. La libreria GMRES con il preconditionatore Additive Schwarz è stata utilizzata nella libreria PETSC, una libreria che permette di fare i calcoli in parallelo con il protocollo MPI su sistemi a memoria distribuita.

Il flusso numerico, il termine convettivo, viene poi calcolato col metodo di *Lax-Friedrichs locale* (anche detto Rusanov), che è robusto ma molto diffusivo, oppure con il solver AUSN+, che è meno dissipativo.

Capitolo 4

Simulazioni CFD

modello fisico schemi numerici convergenza di griglia

Per effettuare simulazioni con flusso turbolento in 2D, si procede con il modello RANS, come esposto nel capitolo 3, utilizzando i volumi finiti. Nel codice che risolve le equazioni, si devono impostare le condizioni al contorno per poter effettuare le simulazioni.

Condizioni d'ingresso:

dal Report a cui facciamo riferimento, a monte si ha una temperatura totale di 288 K e una pressione totale di 10 bar (nell'esperimento vi erano bomboloni di alta pressione a 100 bar, ma consideravano come pressione di serbatoio 10 bar poiché valore prossimo a quello effettivamente presente durante le prove - ma probabilmente avevano un riduttore di pressione per regolarla a 10 bar - n.d.r). Le variabili inserite come condizioni in ingresso nel codice sono variabili normalizzate rispetto alla temperatura totale e pressione totale di riferimento, che qui vengono considerate proprio uguali a quelle di monte, quindi il valore risulta essere 1. L'angolo di ingresso nominale è di 75° . Riferendosi a quanto riportato nel Report, le condizioni effettive erano ben diverse da quelle nominali, quindi l'angolo di incidenza con cui la macchina dava una migliore qualità del flusso era di 79.32° , ed è proprio questo il valore preso in considerazione in questa trattazione.

Condizioni d'uscita::

Per effettuare i conti serve sapere il rapporto tra pressione totale di monte e pressione statica di valle, cioè, in altri termini, il Mach isoentropico di uscita. Se si ha un'uscita supersonica, non bisogna imporre nessuna condizione; se l'uscita è subsonica bisogna imporre una pressione statica. Qui, invece della pressione statica si è imposto il Mach

isoentropico d'uscita. Si consideri infatti la relazione:

$$\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{is,e}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (4.1)$$

Se in questa relazione si assume che:

- la pressione totale di monte si conservi indisturbata fino all'uscita;
- la pressione statica sia quella della sezione d'uscita

si ottiene il Mach isoentropico d'uscita, cioè il Mach che ci sarebbe in sezione d'uscita con quella pressione statica se la pressione totale di monte si conservasse costante fino all'uscita, quindi in assenza di perdite.

Purtroppo nel Report non era presente il valore della pressione statica in uscita, dunque, dovendo dare una condizione in uscita, si è scelto di fornire - come Mach isoentropico di uscita - il valore del Mach d'ingresso, quindi 2.09. Si avrà quindi lo stesso valore di Mach di ingresso e Mach isoentropico di uscita, così nell'inizializzazione parte tutto uguale, però di fatto quello all'ingresso è usato solo per la condizione iniziale, ma non è poi una condizione imposta.

Condizione iniziale:

Nel report, con l'incidenza di 79.32° imposta all'ingresso, il Mach di ingresso di funzionamento della macchina risultava essere 2.09, che viene inserito solo come valore iniziale per il calcolo, non ha influenza sulla soluzione stazionaria, ma al massimo può influenzare il transitorio. Quindi questo Mach d'ingresso iniziale viene utilizzato solo per l'inizializzazione. Da questa condizione iniziale pressoché arbitraria parte il calcolo e, evolvendo nel tempo: a monte si raggiunge la condizione imposta dall'incidenza unica (approfondita in sezione 4.2); a valle ci sarà un campo che si instaura in base alla pressione statica che poi il gas raggiungerà.

Un altro dato da fornire è il Reynolds, che si è stimato essere $Re = 6$ milioni (capitolo 2.5), quindi tutto il moto nel condotto è considerato essere turbolento.

Le prime simulazioni sono state effettuate con una griglia relativamente grezza, quindi con pochi punti. Con questa griglia si è provato ad effettuare in primo luogo una simulazione con Eulero, quindi al primo ordine.

Questo ha permesso di:

- capire con quale griglia (Profilo o Canale interpolare) portare avanti le analisi al secondo ordine;
- avere un'idea iniziale di quali siano le strutture presenti all'interno del canale. Le onde d'urto e di espansione sono infatti fenomeni visibili già con Eulero, anche se poco nette e molto lontane dalla configurazione visibile con i volumi

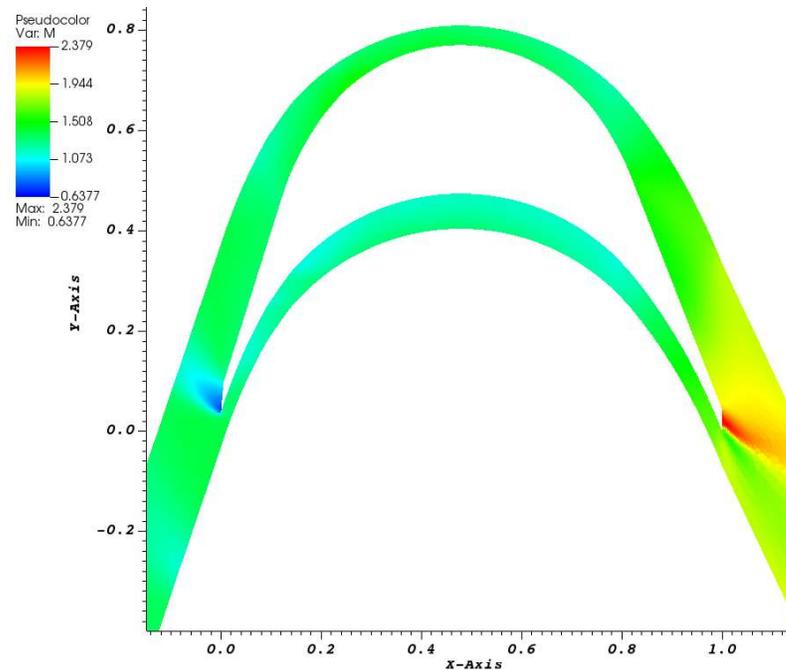


Figura 4.1: Simulazione con Eulero del flusso intorno al profilo

finiti risolvendo le RANS, tramite cui si riescono a vedere anche l'evoluzione e le interazioni tra le onde d'urto delle varie palette;

- ottenere soluzioni approssimate, che possono essere usate come restart per effettuare poi simulazioni più accurate.

4.1 Modello di Eulero

Si inizia quindi facendo un conto Euleriano al primo ordine (quindi assumendo una distribuzione costante delle grandezze in ogni cella), integrando con schema implicito. L'integrazione nel tempo dipende dalla CFL: imponendo una CFL iniziale di 1, essa cresce man mano che diminuiscono i residui. Il conto è al primo ordine con una griglia grezza, quindi si ottiene una soluzione approssimata che costituisce la struttura di base della soluzione.

4.1.1 Griglia ibrida con Eulero

Consideriamo in primo luogo una griglia ibrida intorno alla geometria del profilo nel canale periodico, composta da una zona strutturata ad O circondata da una zona non strutturata.

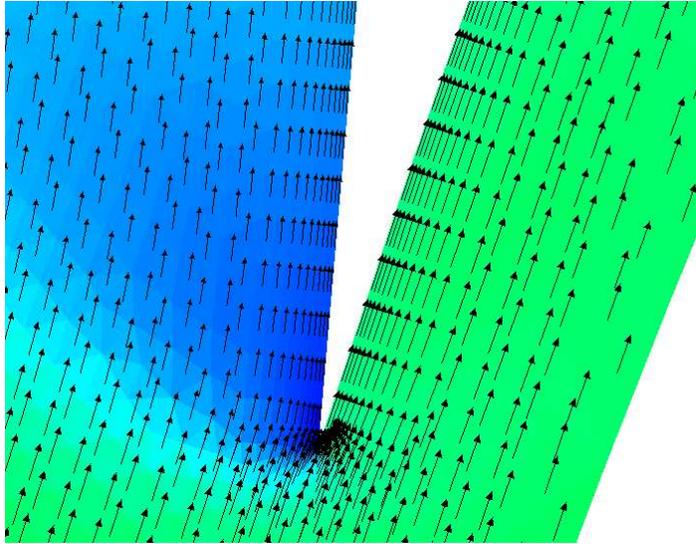


Figura 4.2: Close up distribuzione di velocità nello strato limite del profilo - Eulero

Come si può vedere dalla figura¹ 4.1, la soluzione è molto approssimata, l'onda d'urto sul bordo d'attacco poco netta. La simulazione ha però raggiunto la convergenza senza problemi e quindi è stato possibile utilizzare questa soluzione per inizializzare una successiva simulazione con schema al secondo ordine.

Dalla figura 4.2 è possibile osservare come lo strato limite non sia assolutamente risolto, perché risolvere le equazioni di Eulero significa trascurare la viscosità, quindi non considerare la presenza una regione in cui si fanno sentire gli effetti viscosi (strato limite). Il profilo di velocità è dunque costante a parete.

4.1.2 Canale interpolare con Eulero

Il canale ha presentato problemi con entrambe le griglie: mista e non strutturata. Nelle figure viene mostrata una simulazione sulla griglia non strutturata, ma entrambe purtroppo saltavano già con queste simulazioni al primo ordine, a causa di una griglia troppo deformata, come già descritto nel capitolo 2.

La visualizzazione in questione (figure 4.3 e 4.4) è ben lontana dall'essere stazionaria, ma purtroppo non si è riusciti a portarla a termine. La soluzione non è chiaramente arrivata a convergenza perché il calcolo diventava instabile prima, a causa della griglia troppo deformata che dava luogo a instabilità di calcolo.

Si riporta un close up della zona dopo il bordo d'attacco in cui nasce una zona di instabilità del flusso; nelle figure (4.5, 4.6, 4.7) è riportato l'andamento del Mach e si

¹Tutte le immagini che visualizzano i risultati delle simulazioni sono state create con il software VisIt

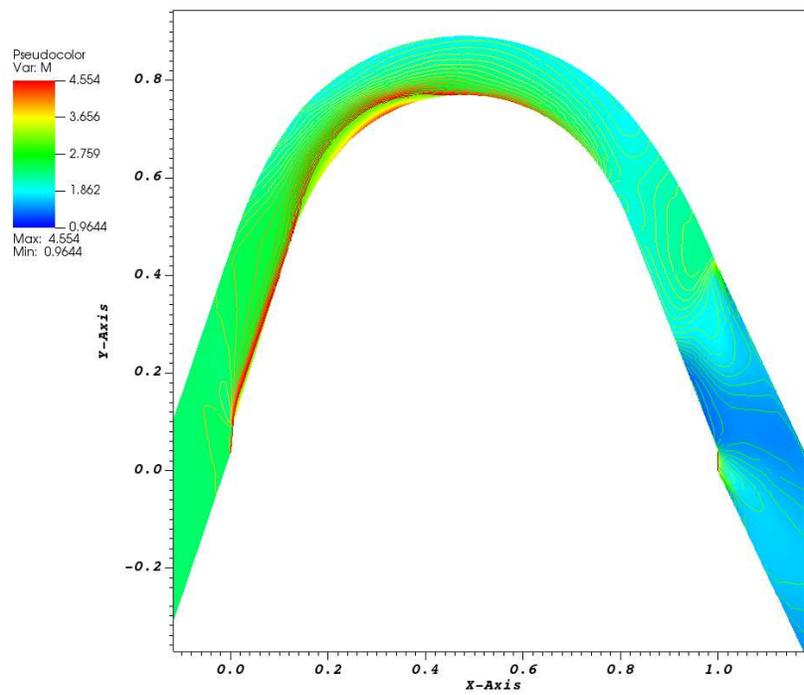


Figura 4.3: Simulazione con Eulero del flusso nel canale interpalare

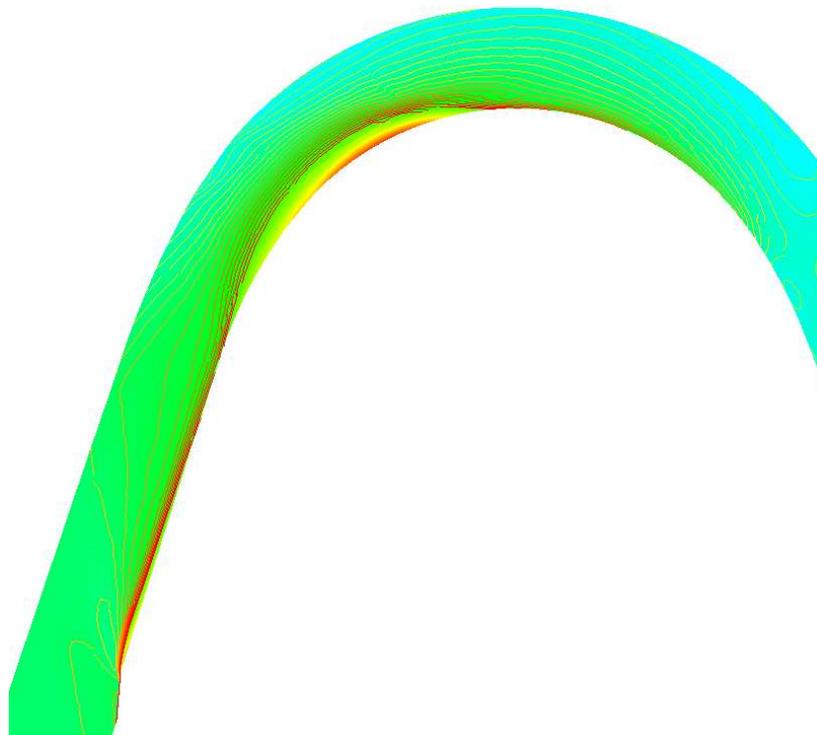


Figura 4.4: Simulazione con Eulero del flusso nel canale interpalare

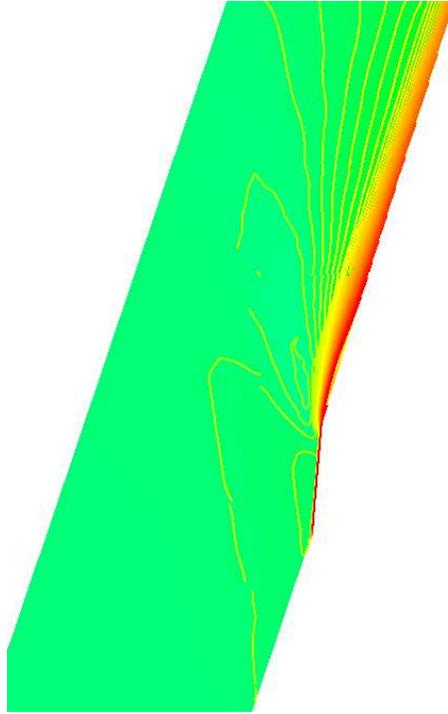


Figura 4.5: Simulazione con Eulero del flusso nel canale interpalare

possono intravedere le linee iso-Mach. È possibile anche qui visualizzare la distribuzione costante di velocità a parete (figura 4.7). Come è già stato esposto, il problema di questa simulazione risiede nella tipologia di griglia: purtroppo avendo elementi lunghi e attaccati, con un grande salto nella loro dimensione caratteristica, l'accuratezza degrada e la simulazione non riesce a procedere. Vi è una limitazione del software Gmsh nella discretizzare di geometrie in cui sono presenti angoli in ingresso e uscita così grandi (diversi da un ingresso orizzontale in cui si ha la perpendicolarità tra esso e le pareti del condotto, e dunque la griglia di strato limite può terminare perpendicolarmente). La griglia in questione in alcuni punti (ingresso, uscita, bordo d'attacco e bordo di fuga) è molto deformata e per studiarli la CFL va ridotta notevolmente ed è facile che il conto esploda a causa, appunto, dei problemi di instabilità numerica che si creano.

Si abbandona dunque questa geometria e si sceglie di portare avanti i calcoli col la geometria del Profilo, effettuando il calcolo RANS e andando a raffinare la griglia.

4.2 Modello di Spalart-Allmaras con griglia grezza

Come primo calcolo, viene fatta partire una simulazione sul profilo con griglia grezza usando il modello di Spalart-Allmaras. Quindi si risolvono le RANS (con i volumi finiti al secondo ordine). In figura 4.8 si osserva il campo di Mach. Si vede già meglio,

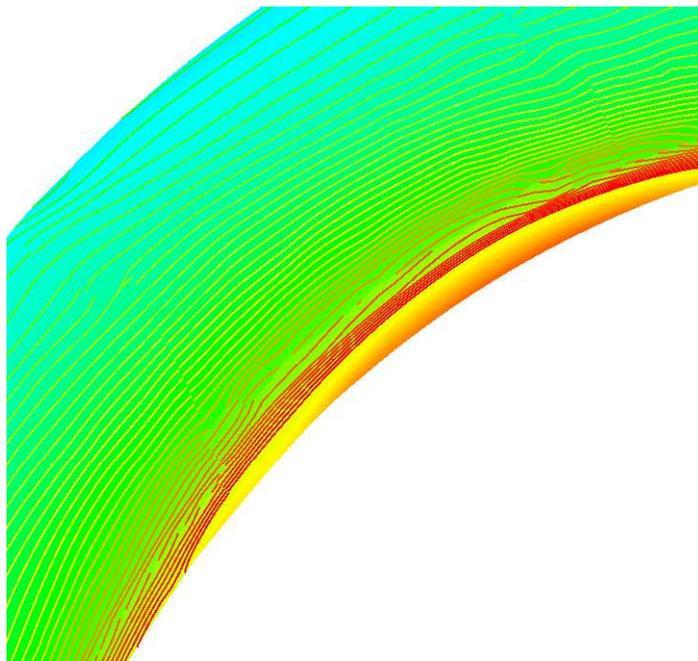


Figura 4.6: Simulazione con Eulero del flusso nel canale interpalare

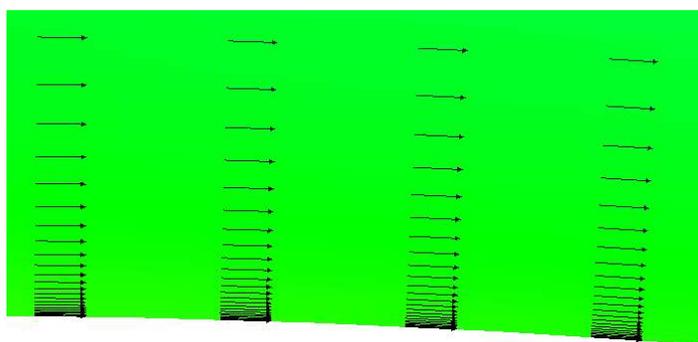


Figura 4.7: Close up distribuzione di velocità nello strato limite del canale

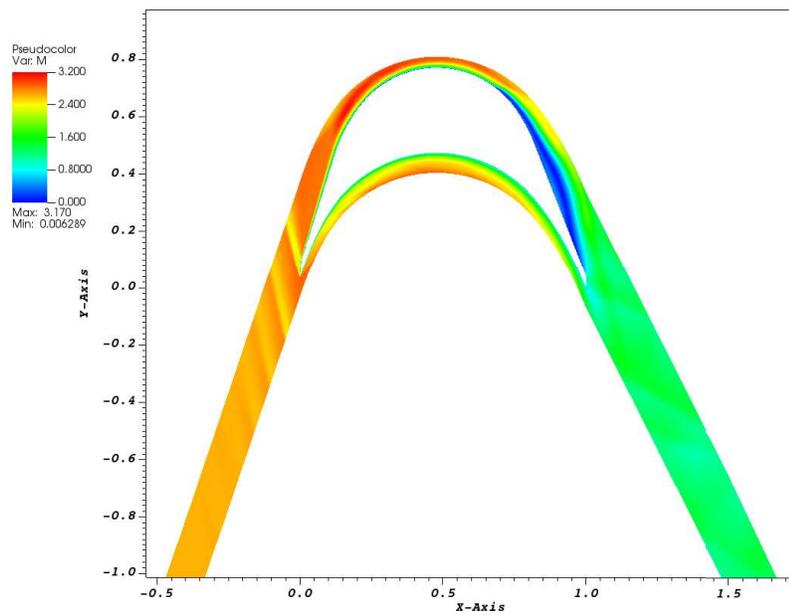


Figura 4.8: Campo di Mach - profilo con griglia grezza

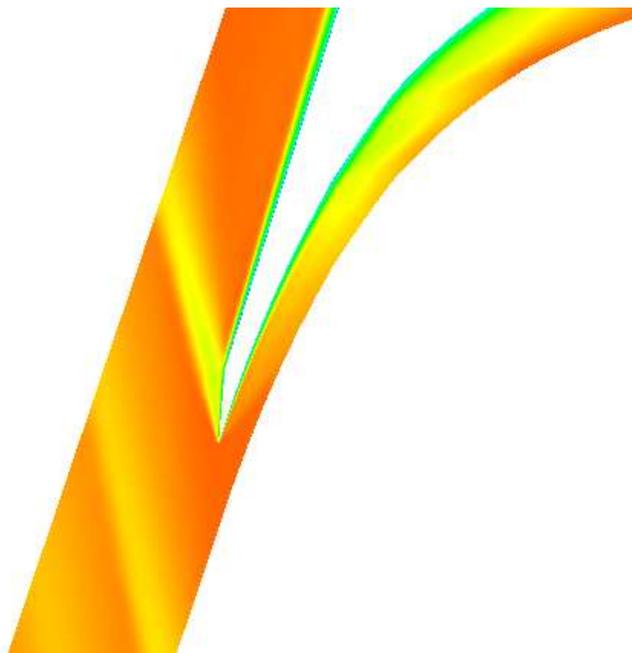


Figura 4.9: Campo di Mach - bordo d'attacco

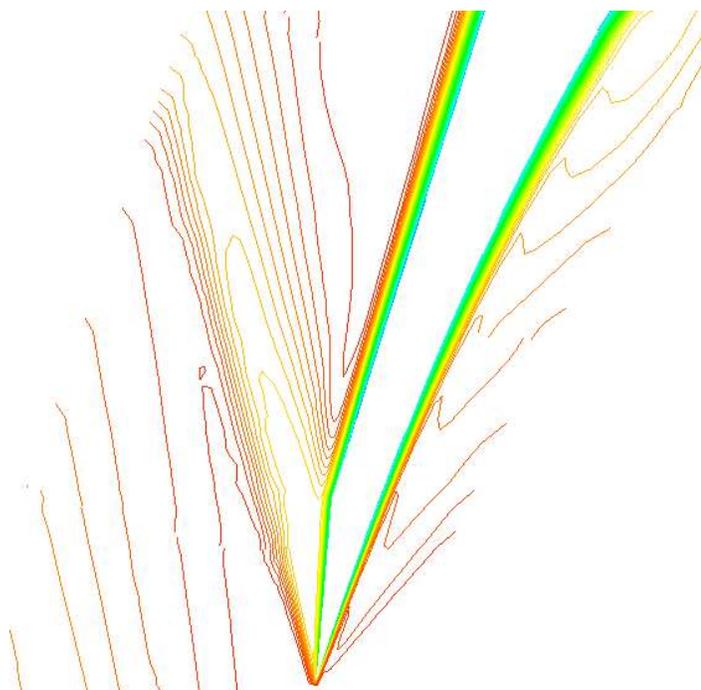


Figura 4.10: Urto e fascio d'espansione al bordo d'attacco - linee iso-Mach

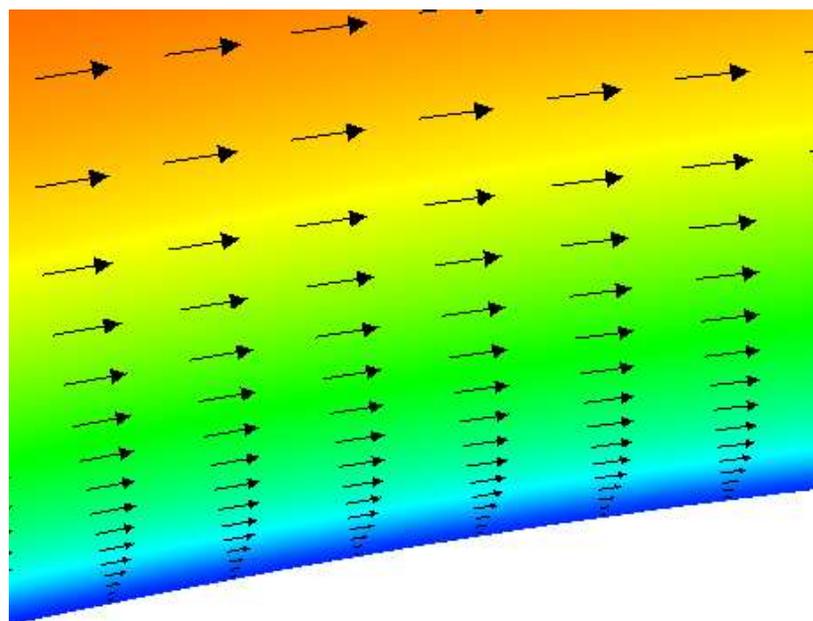


Figura 4.11: Campo vettoriale della velocità

rispetto ad Eulero, l'onda d'urto sul bordo d'attacco e poi il fan di espansione subito dopo l'urto (figure 4.9 e 4.10). Si osserva la periodicità, quindi l'onda d'urto esce da sopra e rientra da sotto. In realtà, se si visualizzasse la schiera di profili, le onde d'urto a monte del bordo d'attacco in questione sono proprio la continuazione delle onde d'urto posizionate all'attacco di ogni profilo della schiera. Nel transitorio, facendo evolvere la soluzione nel tempo, si è potuto osservare l'onda d'urto inclinarsi verso la paletta, quindi schiacciarsi (in ogni caso, si trattano in questo caso flussi molto delicati, quindi il transitorio iniziale è molto sensibile alla CFL adottata).

Già in questa simulazione si può notare come il Mach assiale risulti subsonico, dunque le linee caratteristiche di sinistra sarebbero rivolte verso monte, dunque la schiera esercita un'influenza sulla corrente, la corrente di monte risente della presenza della schiera. Si è dunque in un caso di *incidenza unica*: fenomeno che si manifesta quando si trattano schiere di palettature caratterizzate da flusso supersonico in ingresso, che però assialmente è subsonico. Incidenza unica significa che la direzione della corrente a monte della schiera e il Mach non sono indipendenti tra loro. La direzione della corrente non può essere qualsiasi, ma è dettata anche dalla geometria della schiera. Quando si va ad imporre l'angolo d'ingresso, non si impone anche il Mach d'ingresso, non si sa quale sarà. I dati che vanno imposti sono: temperatura totale, pressione totale di ingresso e angolo di ingresso. Il Mach di ingresso lo determinerà la fisica tenendo conto del fatto che, siccome assialmente è subsonico, ci sono i segnali che risalgono. Dalle figure si vede bene che i segnali vanno verso monte: sia l'onda d'urto che il fascio risalgono assialmente verso monte, quindi vanno ad influenzare tutto ciò che avviene all'ingresso.

Siccome si sta effettuando un calcolo viscoso, è bene valutare la risoluzione da utilizzare nello strato limite. Si osserva la figura 4.11, in cui si diagramma il campo vettoriale della velocità. Considerando, appunto, finalmente l'effetto della viscosità, si ha a parete un profilo di velocità. Per la condizione di aderenza, la velocità a parete dovrebbe essere nulla; qui risulta essere ancora diversa da zero, essendo lo strato limite ancora sottorisolto, perché la griglia di strato limite è ancora poco fitta e le sue celle presentano un'altezza in direzione normale troppo grande. La scarsa risoluzione dello strato limite è visibile già a livello zero di controllo, quindi osservano la distribuzione di velocità, senza andare a diagrammare la distribuzione di y^+ .

Avendo un Reynolds di 6 milioni, lo strato limite diventa sottile e la griglia attuale è ancora troppo rada nello strato limite. Inoltre il solutore utilizzato è Lax-Friedrichs al secondo ordine, che è piuttosto dissipativo, anche se robusto, dunque cattura peggio lo strato limite.

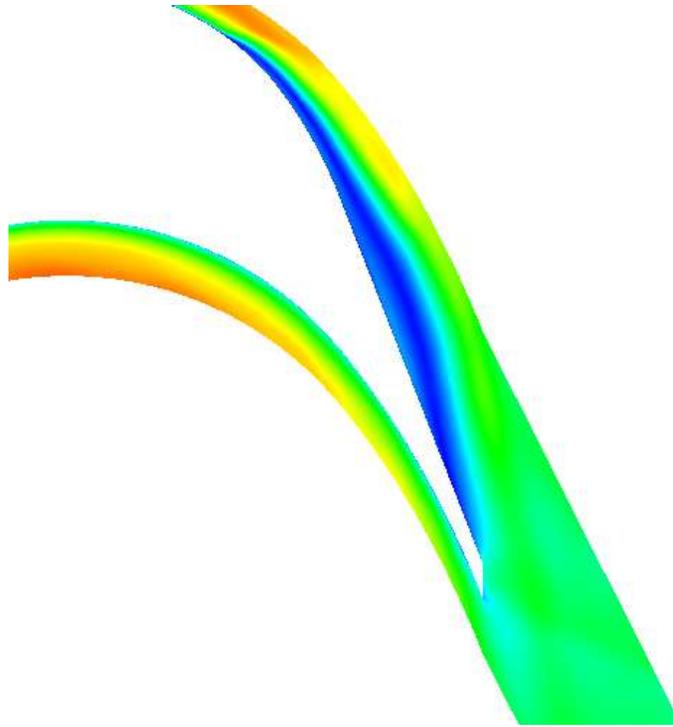


Figura 4.12: Campo di Mach - close up separazione sul dorso

Il canale ad un certo punto diventa sonico, quindi quello che succede dietro questo punto non influenza quello che succede davanti. Nella figura 4.12 si osserva una zona blu molto grande in cui il flusso è separato. Purtroppo la separazione con la RANS è difficile da catturare, se poi la griglia è estremamente sottorisolta - come in questo caso - è ancora più complicato.

Dalle Schlieren degli esperimenti (figura 2.8) non si notava una zona separata di dimensioni notevoli, infatti si vedrà che è proprio la griglia grezza a far sì che questa zona venga risolta in modo approssimativo. Osservando le Schlieren, sul bordo di fuga si osservano le due onde d'urto, una delle quali va ad incidere sull'ultima parte del dorso della paletta che sta sotto. La separazione che vediamo in figura 4.12 è causata dall'onda d'urto che arriva dalla paletta di sopra e va effettivamente a interagire con l'ultima parte del dorso della paletta di sotto e induce la separazione. È un caso di *interazione urto-strato limite* [9] (figura 4.14), si nota proprio una rampa fluidica.

L'ultima parte della paletta, infatti, è possibile vederla come una lamina piana, su cui giunge un'onda d'urto dalla paletta sopra e quando arriva fa separare lo strato limite e si genera questa struttura molto complessa [1]: l'onda d'urto induce un fortissimo gradiente di pressione, dunque il fluido dello strato limite, per aumentare la pressione, non può che rallentare (e quindi trasformare la pressione dinamica in pressione statica), ma se non ha abbastanza pressione dinamica non riesce ad affrontare l'aumento di

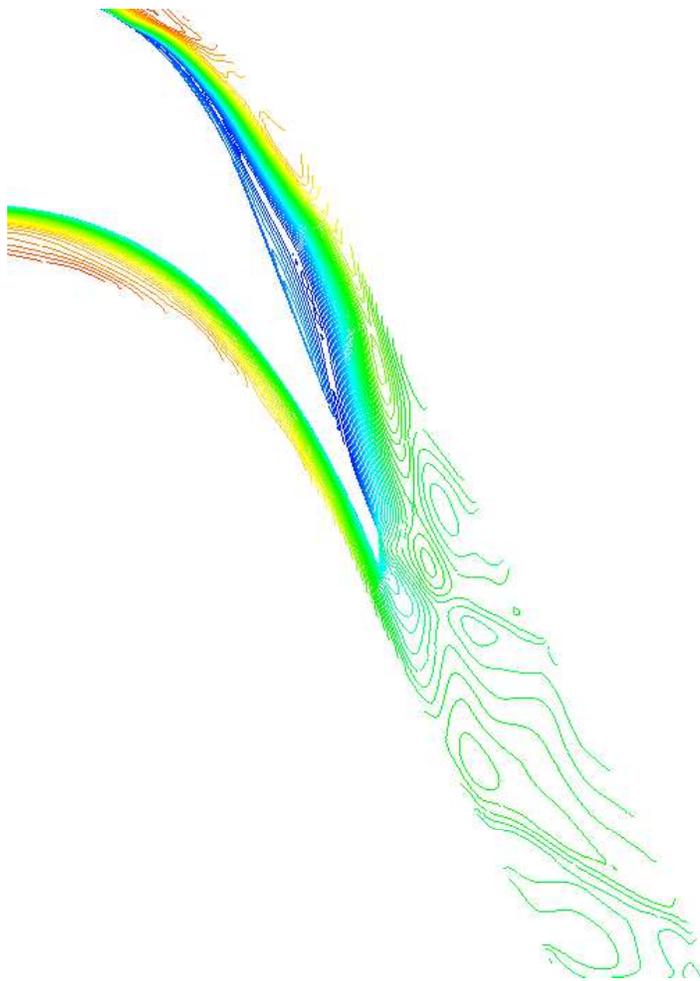


Figura 4.13: Separazione sul dorso e bordo di fuga - visualizzazione linee iso-Mach

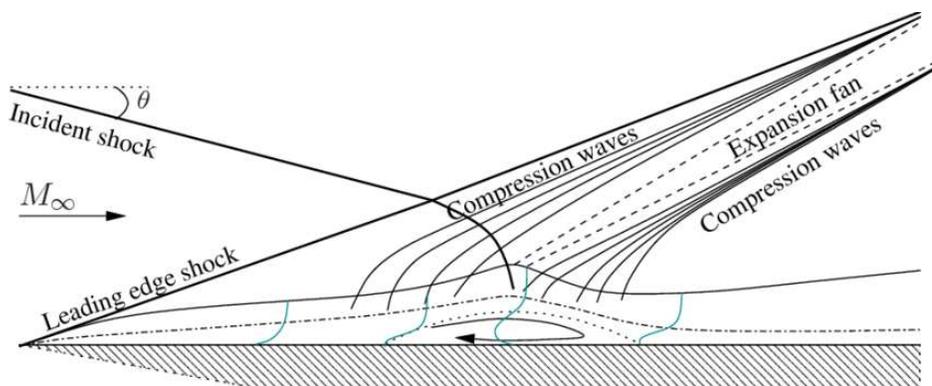


Figura 4.14: Interazione urto-strato limite, da "Bifurcations in shock-wave/laminar-boundary-layer interaction: Global instability approach", Robinet [8]

pressione che gli viene imposto esternamente dall'onda d'urto che arriva, quindi separa. Quando separa, però, diventa un ostacolo e un ostacolo in un flusso supersonico si comporta come una rampa, quindi la separazione genera un'altra onda d'urto davanti, chiamata *leading edge shock*. Si genera inoltre una serie di compressioni/espansioni sulla bolla di ricircolo, che vanno poi ad interagire lì con l'urto.

La zona blu che è possibile vedere in 4.12 è proprio quella rappresentata in figura. Facendo i calcoli con una griglia più raffinata, si risolve meglio lo strato limite e si può osservare meglio il fenomeno. Una separazione di questo tipo, qualora dovesse essere importante, influenza le perdite in scia.

In 4.13 si vede bene l'onda d'urto sul bordo di fuga, verso il basso, che è proprio l'onda d'urto che incide sul dorso della paletta sotto e, interagendo con lo strato limite, induce la separazione.

4.3 Convergenza griglia

Avendo una bassa risoluzione dello strato limite, come si è esposto si deve diminuire la massima dimensione in direzione normale a parete delle celle presenti nello strato limite, così da raffinare la griglia strutturata di strato limite. Nella mesh si è impostato un h_{wall} , ovvero una dimensione massima (in direzione normale alla parete) delle celle nello strato limite, di $2.5 \cdot 10^{-4}$ volte la corda, quindi è molto spesso, per risolverlo meglio, è necessario andare a $1 \cdot 10^{-4}$. Modificato il codice che genera la mesh, si effettua una nuova simulazione (descritta in sezione 4.3.2), senza aver raffinato la griglia non strutturata, ma solo avendo variato h_{wall} , e si salvano i dati relativi a y^+ , per controllare che siano in accordo con i limiti imposti dal modello Spalart-Allmaras: $y^+ < 5$. La descrizione di questo passaggio viene effettuata in sezione 4.3.1. Si ottengono, su tutto il profilo, valori minori di 1, quindi è ampiamente soddisfatto il requisito imposto.

Per quanto riguarda la risoluzione della griglia lontano da parete, non esiste un criterio universale per discernere se il campo di moto sia ben risolto o meno, allora si agisce in questo modo: a parete si cerca di soddisfare y^+ sempre, poi per la ragione esterna si fa un'*analisi di convergenza di griglia*: si parte da una griglia grezza e la si raffina facendo 3 livelli di griglia: una grezza (di partenza), una media e una fine:

1. 35000 celle
2. 70000 celle
3. 140000 celle

Facendo la differenza tra le griglie, si osserva la soluzione ai vari livelli e l'incertezza legata all'errore di discretizzazione

Avendo già diminuito la dimensione delle celle a parete, se quelle sono le celle più piccole che limitano la CFL, raddoppia il tempo di calcolo perché il δT diventa più piccolo. Inoltre, per raffinare la griglia va aumentato il numero di punti della griglia in ogni direzione, quindi il costo computazionale in generale aumenterà. Anche se, avendo diminuito la dimensione normale delle celle a parete, lo strato limite sembra piuttosto risolto, vi è poi un enorme salto di livello tra la cella finale della griglia strutturata e quella appena sopra, quindi sarebbe utile cercare di evitarlo. Infiltrando la mesh, si può provare a rendere la griglia più continua. Ovviamente si continua a usare il nuovo valore di h_{wall} per tutte le griglie, in modo da avere a parete una risoluzione tale da risolvere lo strato limite.

Si effettuano dunque 3 simulazioni diverse: il test case è lo stesso, quindi tutti i parametri vengono impostati allo stesso modo, ma con le griglie via via più fitte in modo da vedere cosa cambia da un caso all'altro.

4.3.1 Distribuzione di y^+

Si effettua una misura quantitativa andando a diagrammare la distribuzione di y^+ , che è la dimensione della cella a parete in direzione normale alla parete y diviso la lunghezza caratteristica dello strato limite calcolata in unità viscosi l_τ (quindi con la τ_w di parete) (riferimento all'equ.(4.7)). Con l'analisi dimensionale, se a parete si ha una certa τ_w , quindi uno sforzo viscoso, esso dimensionalmente è pari a una densità per una velocità al quadrato:

$$\tau_w = \rho \cdot (u_\tau)^2 \quad (4.2)$$

dove u_τ è la velocità caratteristica di strato limite. Si ricava quindi:

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (4.3)$$

e così si trova una velocità caratteristica associata ai fenomeni viscosi u_τ . Sempre tramite un'analisi dimensionale, si osserva che la diffusività cinematica ν (che è una proprietà del fluido) è uguale dimensionalmente ad una velocità per una lunghezza, quindi:

$$\nu = u_\tau \cdot l_\tau \quad (4.4)$$

Si ricava l_τ :

$$l_\tau = \frac{\nu}{u_\tau} \quad (4.5)$$

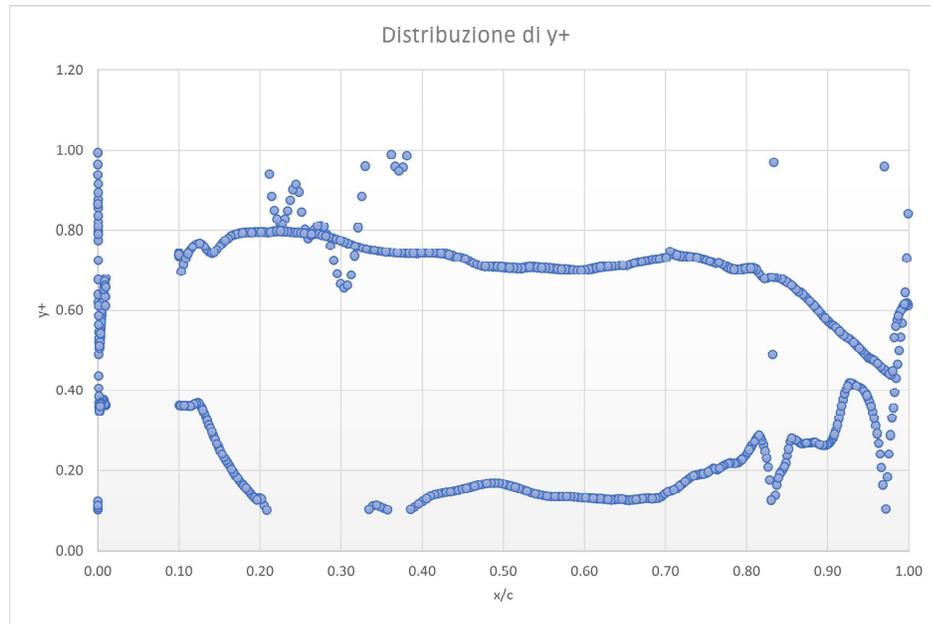


Figura 4.15: Distribuzione di y^+ lungo dorso e ventre

che è la lunghezza caratteristica associata ai fenomeni diffusivi viscosi nello strato limite, e viene utilizzata per normalizzare le distanze da parete. Quando si studiano lo strato limite (es. lamina piana), si mette in evidenza che lo strato limite è universale, è self-similare, ossia se si descrive tutto in funzione di una velocità normalizzata con u_τ :

$$u^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau} \quad (4.6)$$

e di una distanza da parete normalizzata con l_τ :

$$y^+ = \frac{y}{l_\tau} \quad (4.7)$$

allora esiste una legge universale (almeno sulle lamine piane) che dà u^+ in funzione di y^+ a seconda soltanto del Reynolds:

$$u^+ = f(y^+) \quad (4.8)$$

All'atto pratico ci sono delle linee guida per le RANS:

- se viene effettuato un conto con Spalart-Allmaras, a parete deve essere $y^+ < 5$ (in unità adimensionali). Il 5, in unità adimensionali, rappresenta il *sottostrato viscoso* dello strato limite (poi c'è il *buffer layer* e poi lo *strato logaritmico*). Spalart-Allmaras chiede di mettere almeno un punto dentro il sottostrato viscoso;

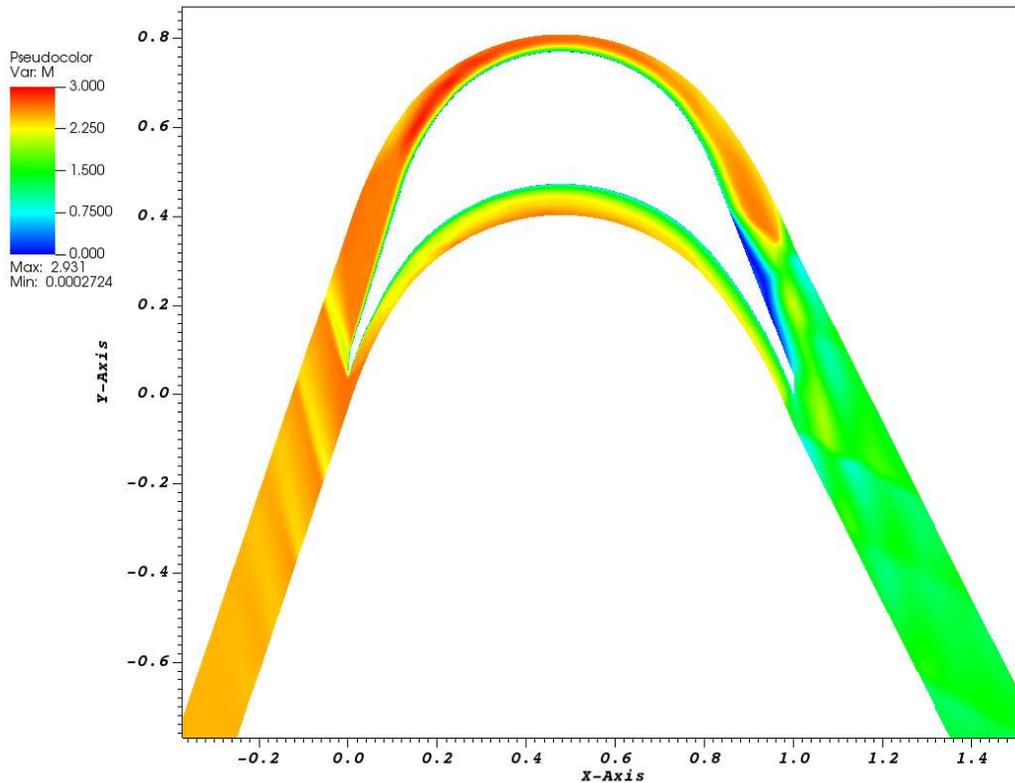


Figura 4.16: Campo di Mach

- se viene effettuato un conto con altri modelli, ad es. $k - \omega$ la raccomandazione è di stare a $y^+ < 1$.

Avendo nello strato limite delle linee guida, legate a y^+ , il codice utilizzato salva la distribuzione di y^+ e la si verifica a posteriori e agire in modo tale da avere una y^+ nel range richiesto. Quindi diagrammando la distribuzione di y^+ si ottiene il grafico in figura 4.15.

Si osserva una distribuzione di punti mista di dorso e ventre, però è interessante l'ordine di grandezza dei valori: sono tutti valori minori di 1 (si ricorda che è la distribuzione di y^+ dopo aver ridotto il termine h_{wall}).

4.3.2 Griglia con 35000 celle

Si considera la simulazione (figura 4.8) effettuata variando solamente il parametro h_{wall} .

Vi sono 35000 celle, quindi questa griglia è lasca: ha pochi punti e le celle hanno una dimensione elevata. La soluzione è però ben visibile, anche nelle onde che risalgono a monte (figure 4.17 e 4.18).

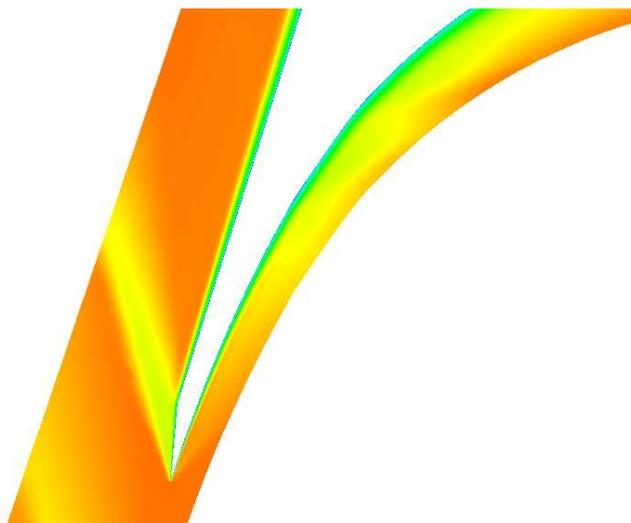


Figura 4.17: Campo di Mach - close up bordo d'attacco



Figura 4.18: Urto e fascio di espansione al bordo d'attacco - linee iso-Mach

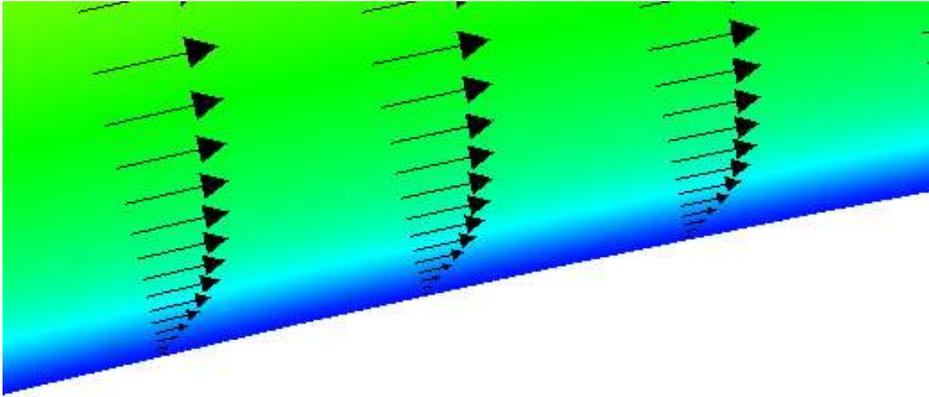


Figura 4.19: Campo vettoriale di velocità

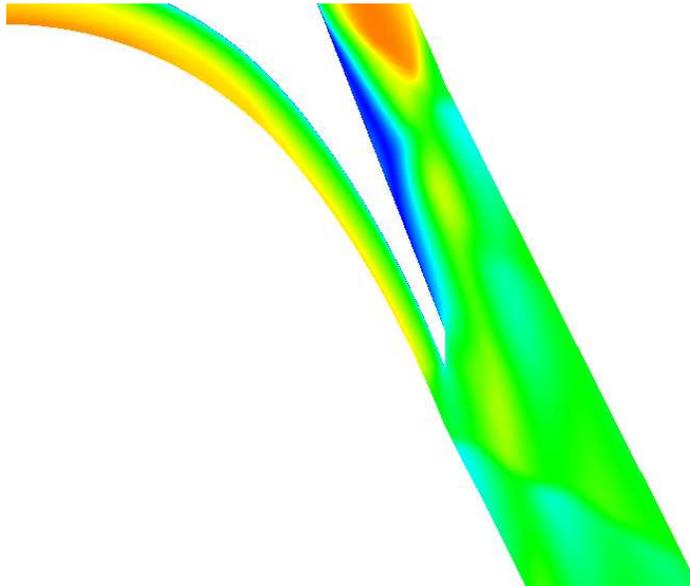


Figura 4.20: Campo di Mach - separazione sul dorso

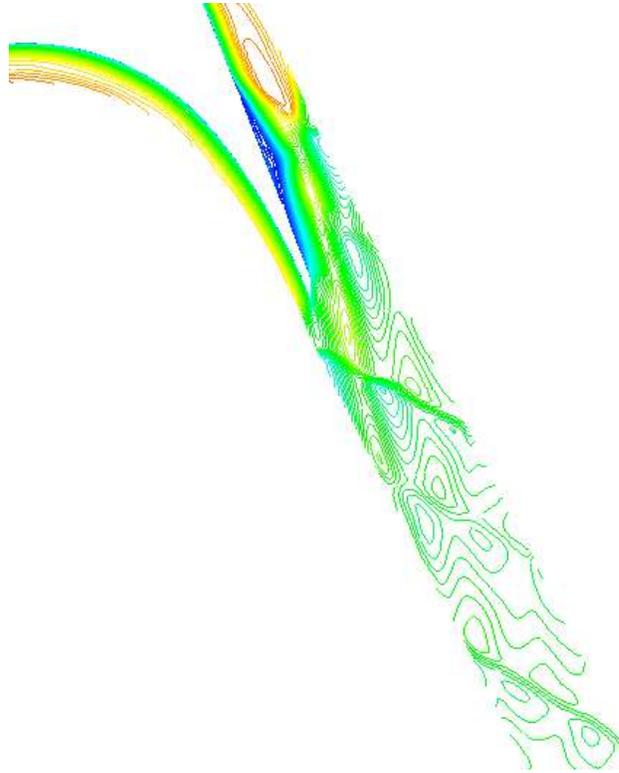


Figura 4.21: Linee iso-Mach - bordo di fuga e canale

In figura 4.19 si osserva finalmente un profilo di velocità che tende a zero avvicinandosi a parete, migliorato dopo aver ridotto la dimensione delle celle a parete.

Nella precedente simulazione (sezione 4.2) la zona separata era molto estesa, mentre riducendo h_{wall} migliora molto (figure 4.20 e 4.21), è più contenuta, perché la separazione è un fenomeno molto sensibile allo stato dello strato limite, al livello di turbolenza che vi è in esso e, risolvendo male lo strato limite, la separazione può variare notevolmente. In queste figure si iniziano a osservare nel canale gli urti che nascono dal bordo di fuga dei vari profili della schiera.

4.3.3 Griglia con 70000 celle

Si considera ora la simulazione su griglia a 70000 celle. In figura 4.22 si vede chiaramente la periodicità nelle onde d'urto. Inoltre risultano essere molto ben definite (figura 4.23 sia le onde d'urto che le onde di espansione (figura 4.24. Anche qui si è giunti, come in tutte le altre simulazioni su modello Spalart-Allmaras, alla soluzione stazionaria. In figura

Si può osservare (figura 4.26) che il canale a valle non è uniforme, perché grazie alla griglia più fine iniziano ad essere meglio descritte le varie strutture, a differenza di una

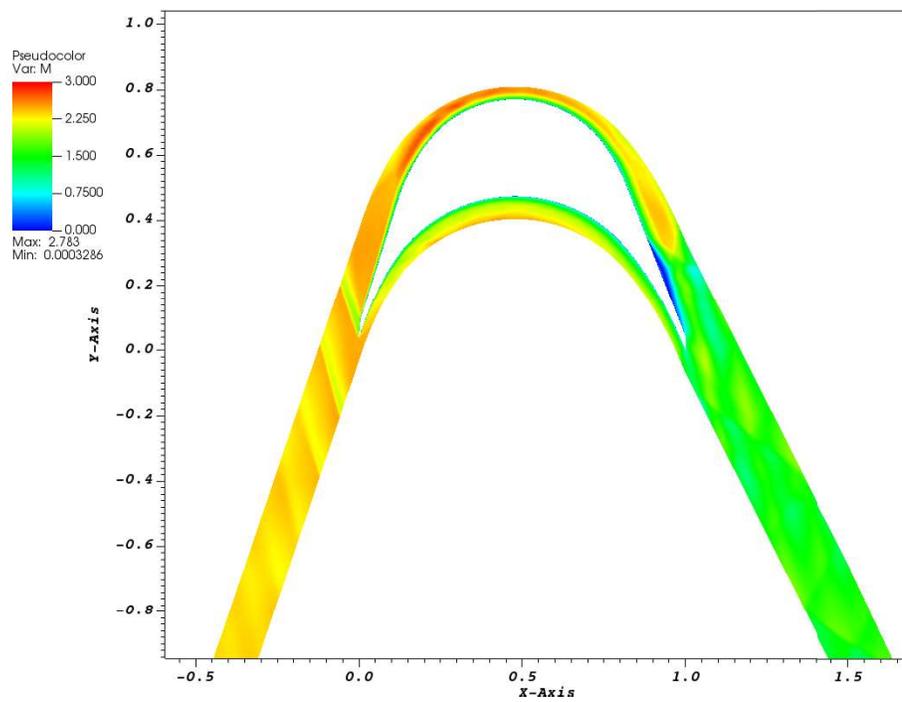


Figura 4.22: Campo di Mach

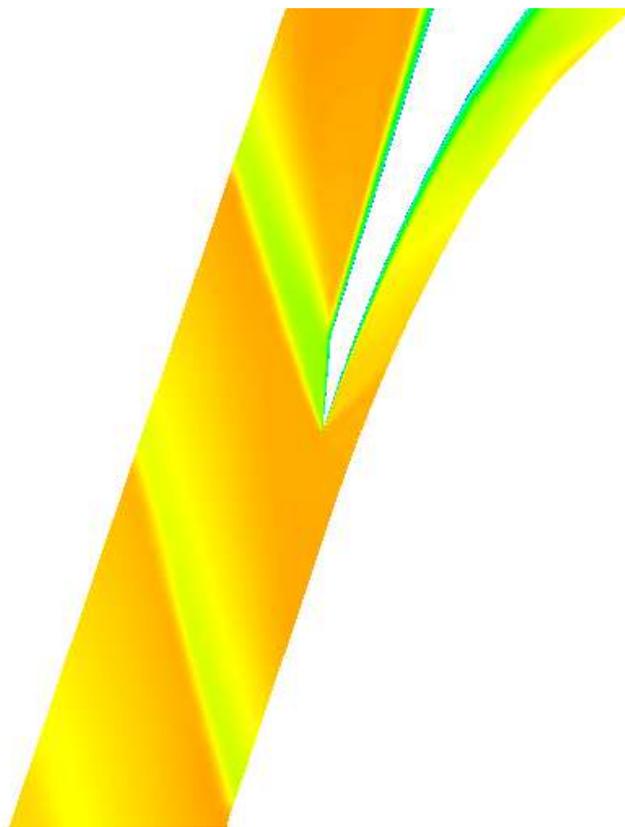


Figura 4.23: Campo di Mach - bordo d'attacco

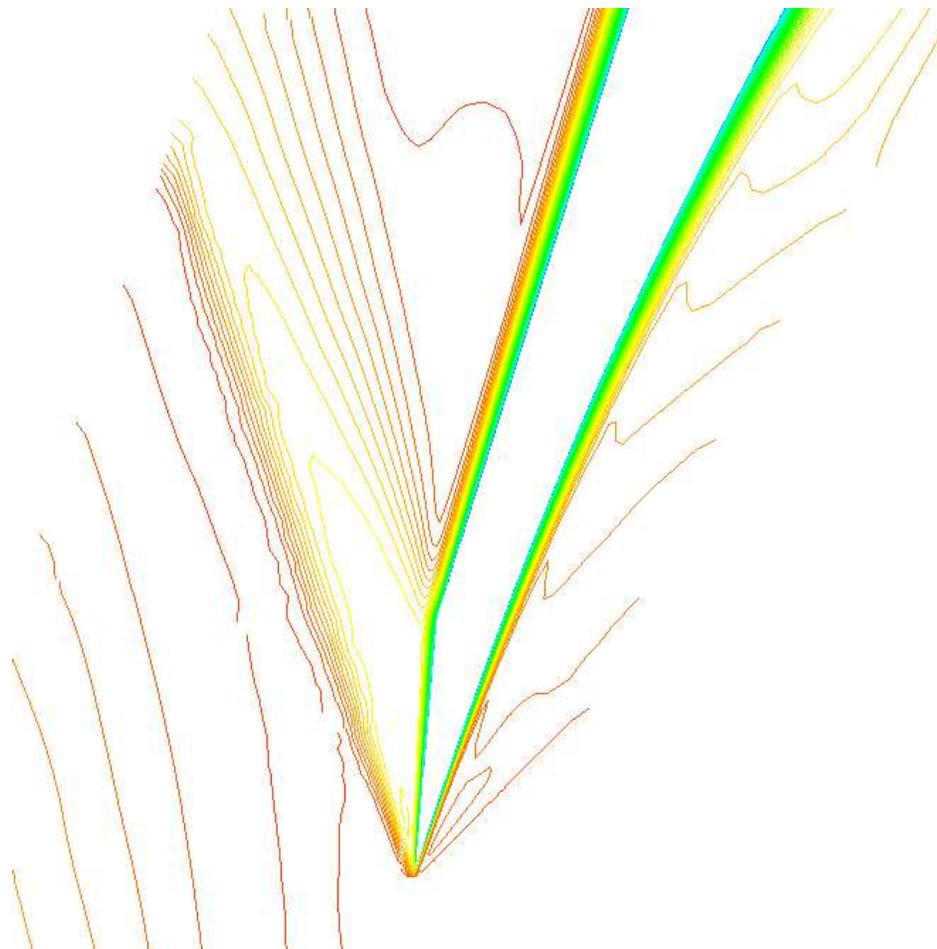


Figura 4.24: Linee iso-Mach - bordo d'attacco

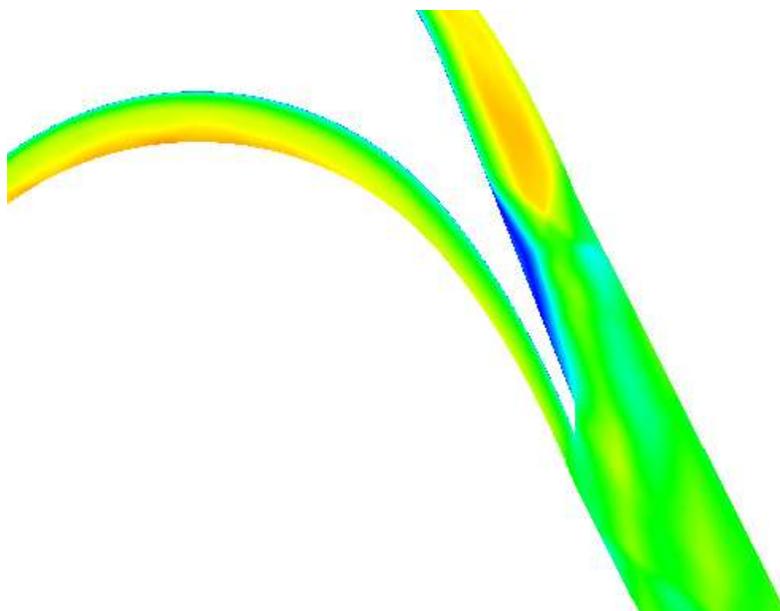


Figura 4.25: Linee iso-Mach

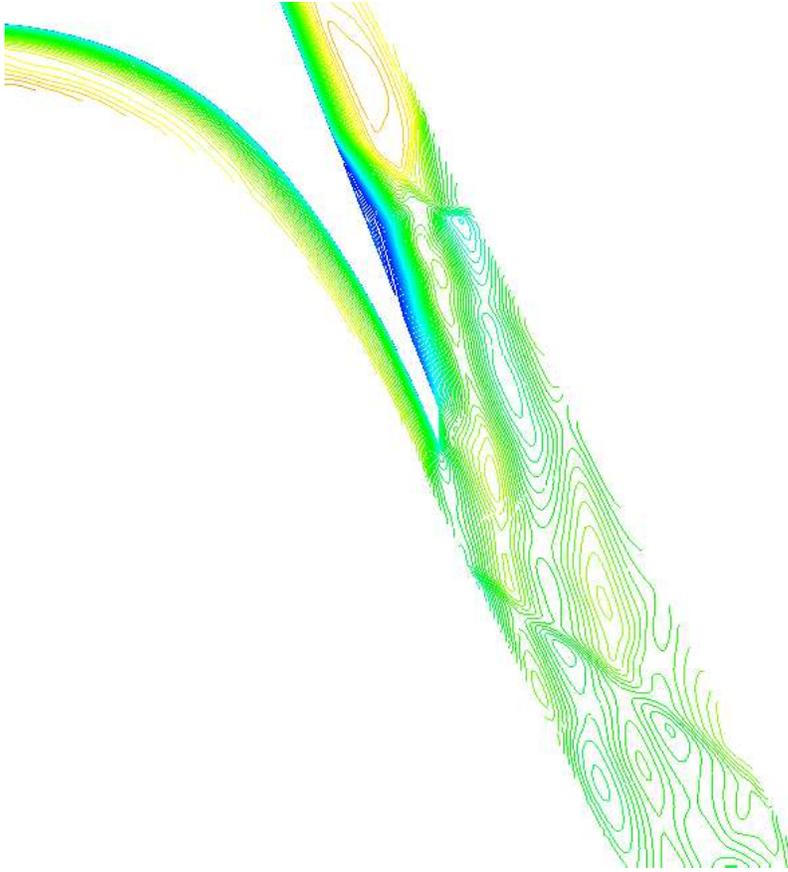


Figura 4.26: Linee iso-Mach

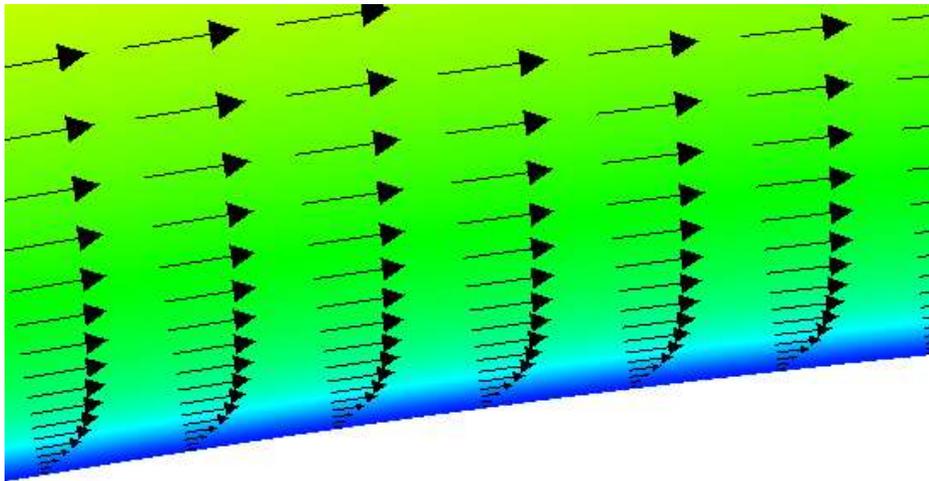


Figura 4.27: Linee iso-Mach

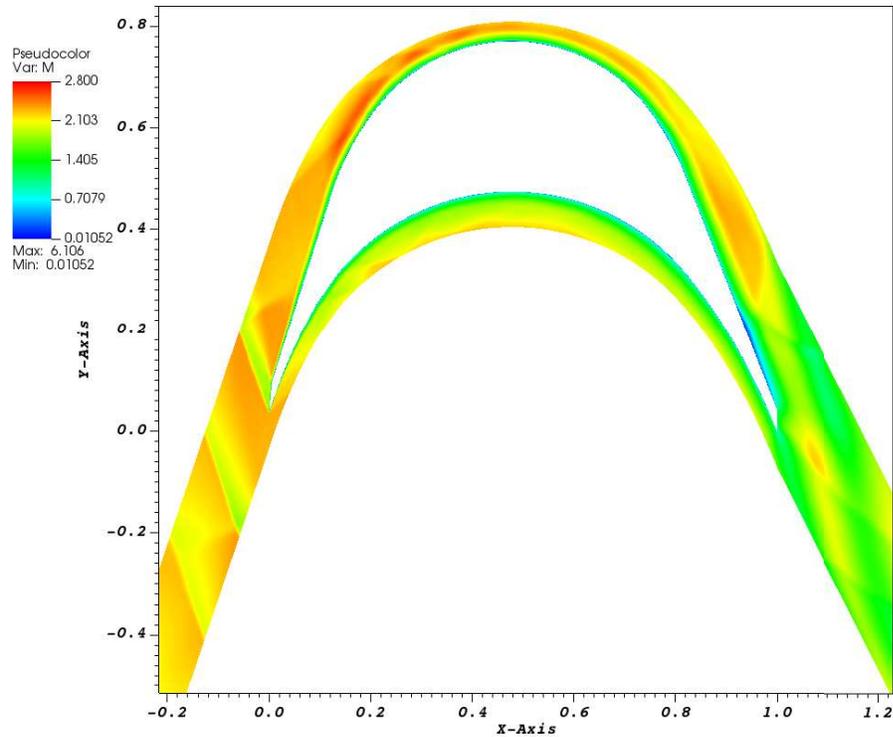


Figura 4.28: Campo di Mach

simulazione a griglia più grezza.

Si riescono a vedere ancora meglio le onde d'urto che si generano sul bordo di fuga e che propagano in maniera periodica.

L'onda d'urto che si vede nascere subito dopo il bordo di fuga e proseguire verso destra è quella che si forma quando c'è la separazione sul dorso della paletta sottostante (*leading edge shock*) (più avanti nel canale si osserva un altro suo passaggio).

Osservando le figure 4.25 e 4.26, si osserva una ulteriore riduzione della zona di separazione. Per quanto riguarda lo strato limite (figura 4.27), esso è risolto comunque meglio della simulazione a 35000 celle.

4.3.4 Griglia con 140000 celle

Si considera, infine, la simulazione con la griglia da 140000 celle, la più fine (figura 4.28). Per affrontare la simulazione, si è tenuto il calcolo a CFL bassa (1.5), perché altrimenti si sarebbe corso il rischio di osservare delle instabilità numeriche nella zona a valle dove c'è interazione tra la scia turbolenta e le onde d'urto che attraversano qualche cella più deformata delle altre. È una simulazione che descrive in modo nitido le strutture che si sviluppano: lo si può osservare dalle onde d'urto nette che si hanno



Figura 4.29: Linee iso-Mach - urti e linee d'espansione

davanti (figure 4.29 e 4.33). In queste immagini si evince, dalle strutture presenti, come la periodicità, essendo imposta a livello numerico, non può che essere rispettata. Anche a valle si osservano molte più strutture e la separazione risulta estremamente piccola (figura 4.30), se confrontata con la prima griglia grezza trattata (figura 4.12), ciò in linea con i dati sperimentali in cui non si riscontrano notevoli separazioni nelle Schlieren (figura 2.8). Infatti la simulazione con 35000 celle era molto sotto-risolta, ma man mano che si è raffinata la griglia, si è risolto anche meglio lo strato limite e descritto in modo più accurato sia l'onda d'urto al bordo d'attacco (stabile) che la separazione sul dorso. Come per la precedente simulazione, anche qui (figura 4.30) a valle nel canale si osservano gli urti riflessi che si originano dagli urti incidenti che generano la separazione sul dorso.

Osservando la figura 4.32, che mostra gli andamenti delle linee di iso-pressione, si può notare come dopo il bordo d'attacco, tra una pala e l'altra, ci sia anche qualche onda dentro, in accordo con la serie di urti dentro il canale che si nota negli esperimenti. Questo fenomeno si potrà osservare meglio nelle Schlieren (figure 4.35 e 4.36) e sarà il motivo per cui si osserverà una distribuzione di pressione a parete oscillante. Purtroppo, oltre all'onda d'urto che si genera sul bordo d'attacco e che entra nel canale e viene poi riflessa più volte [2], nelle immagini relative alle linee iso-pressione e alle Schlieren numeriche si possono osservare due urti sul ventre all'interno del canale,



Figura 4.30: Linee iso-Mach - bordo di fuga e canale a valle

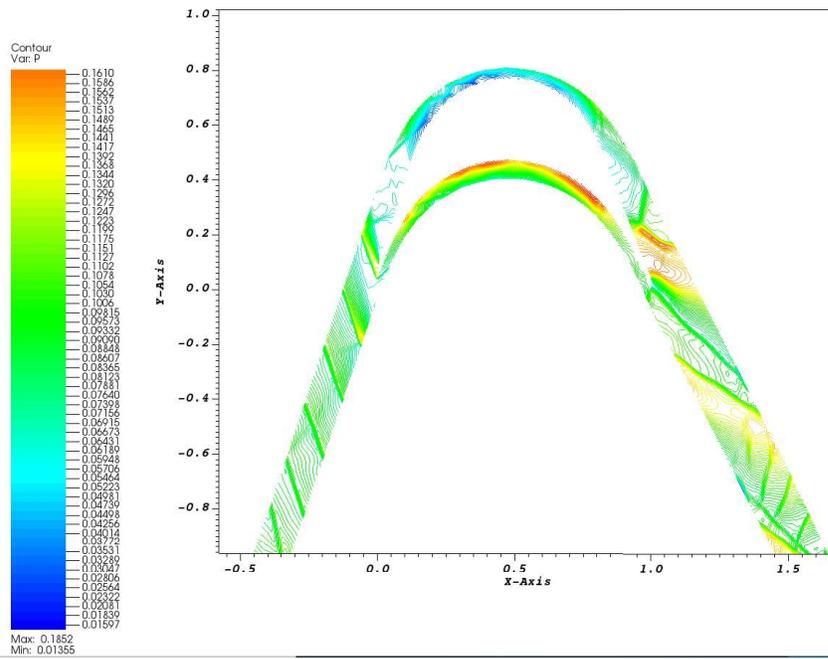


Figura 4.31: Linee iso-pressione

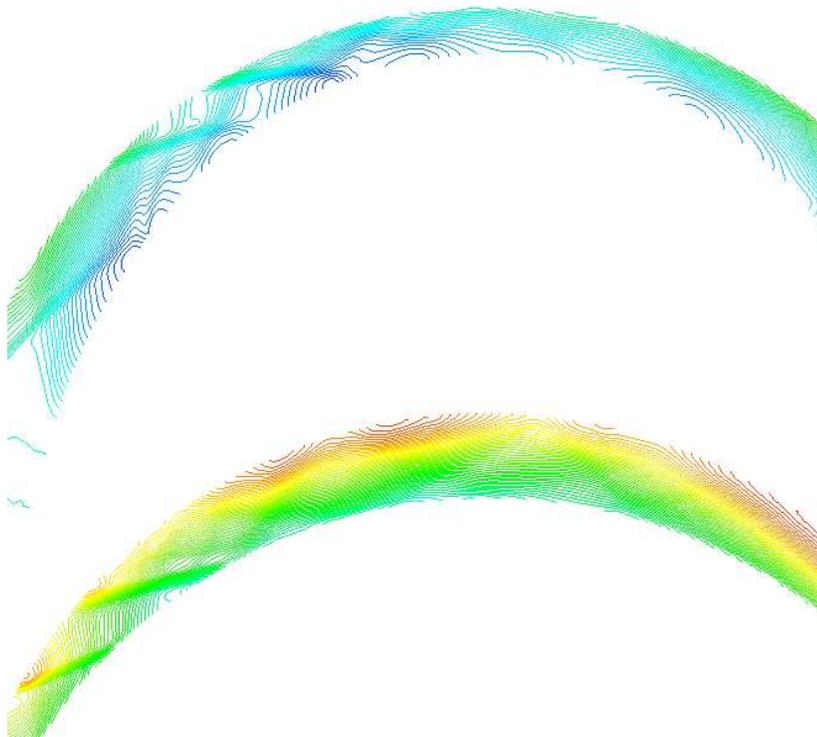


Figura 4.32: Linee iso-pessione - close up sulle riflessioni di urti nel canale



Figura 4.33: Linee iso-pessione - close up urto e fascio di espansione al bordo d'attacco

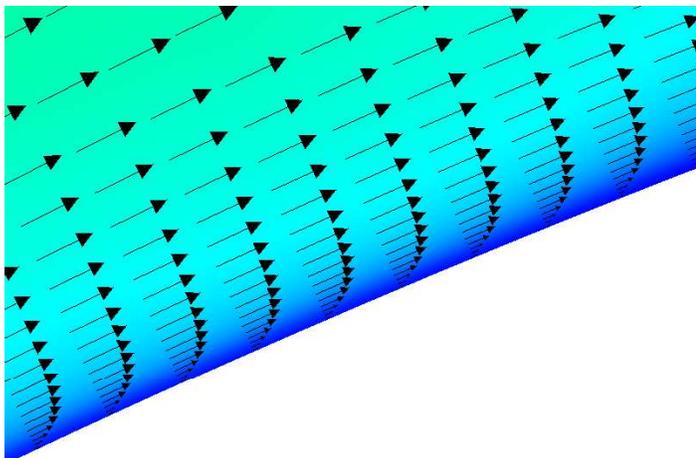


Figura 4.34: Campo vettoriale di velocità



Figura 4.35: Ricostruzione Schlieren numerica



Figura 4.36: Ricostruzione Schlieren numerica - close up sul profilo

che sono associabili alla piccola discontinuità nella pendenza che si ha nella geometria, che è stata però implementata così come era fornita.

La risoluzione in questa simulazione su griglia fine a Mach isoentropico d'uscita 2.09 e angolo di incidenza 79.32° è elevata, gli urti vengono descritti molto bene (figura 4.33 con andamenti linee iso-p), quindi questa sarà la griglia definitiva su cui osservare i risultati ed effettuare successive analisi.

Volendo ricavare come risultato un valore numerico del Mach: nella prima sezione si ottiene un Mach di 2.36 e nella sezione di monte di 2.25.

4.3.5 Distribuzione di pressione a parete e perdite di pressione totale in scia

Viene diagrammato, all'interno dello stesso grafico (4.37), il valore della pressione statica a parete, sia del *pressure side* che del *suction side* della paletta perché, avendo adottato una griglia non strutturata, quando il calcolatore riporta i valori, segue la numerazione della griglia.

Se si osservano le Schlieren numeriche (costruite diagrammando l'andamento del gradiente di pressione) (figure 4.35 e 4.36) si notano tutte le onde d'urto su dorso e ventre, motivo per cui la pressione oscilla. Dove ogni onda va sbattere contro la parete, lì fa oscillare la pressione. Questa è la pressione statica rapportata con quella totale

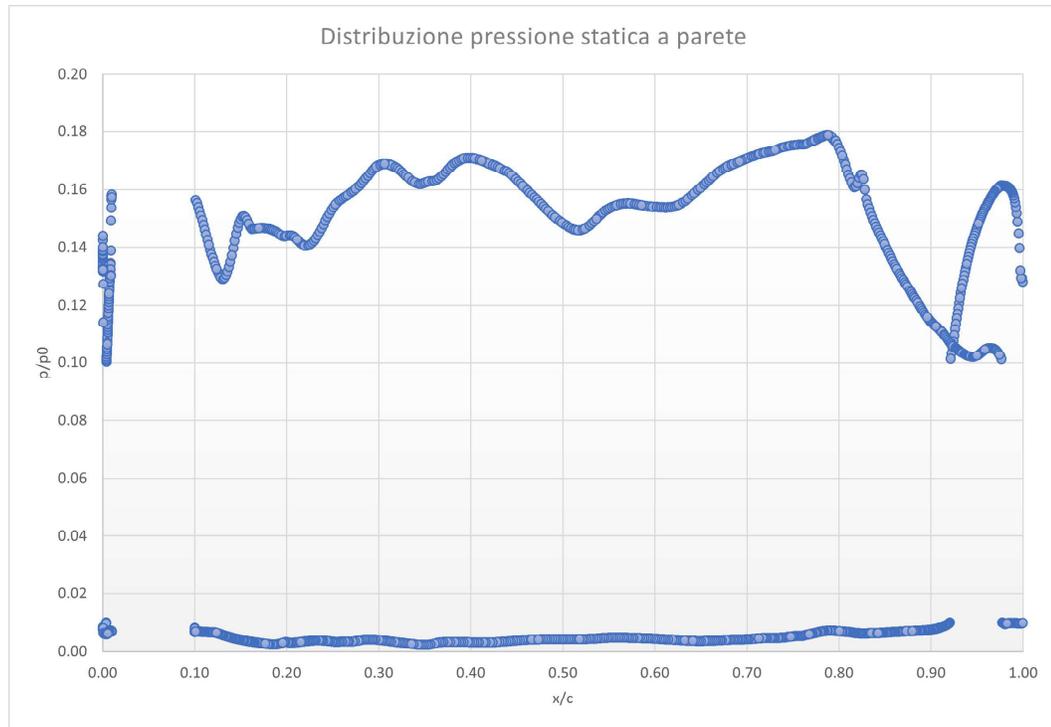


Figura 4.37: Distribuzione di pressione a parete

di monte. Anche nelle simulazioni, se si visualizza la distribuzione di pressione (figure 4.29 e 4.33), si vedono molto bene queste onde d'urto, come nelle Schlieren numeriche.

In ultimo, si considerano le perdite in scia. Purtroppo, nel Report, non si è riusciti a risalire alla posizione della sonda che rilevava i dati a valle, dunque si è ipotizzata essere nella sezione $\frac{x}{c} = 1.25$.

Si introduce la definizione della perdita di pressione totale:

$$perdite = 1 - p \cdot \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (4.9)$$

La pressione totale di monte è usata come riferimento per adimensionalizzare le equazioni e quindi vale 1. Usando il comando *lineout* in VisIt per estrarre la distribuzione della variabile *perdite* in direzione y, si ottiene l'andamento in figura 4.38 al variare di y/passato.

Questi sono diagramma con la distribuzione numerica di pressione e di perdite. Se si volesse fare un confronto con i dati sperimentali presenti all'interno del Report, bisognerebbe fare due considerazioni:

1. il Mach isoentropico di uscita, diverso nei due casi, potrebbe influenzare l'ultima parte della paletta, perché lì i segnali risalgono (è assialmente subsonico), ma la metà anteriore non dovrebbe venire alterata, a parità di condizioni di ingresso;

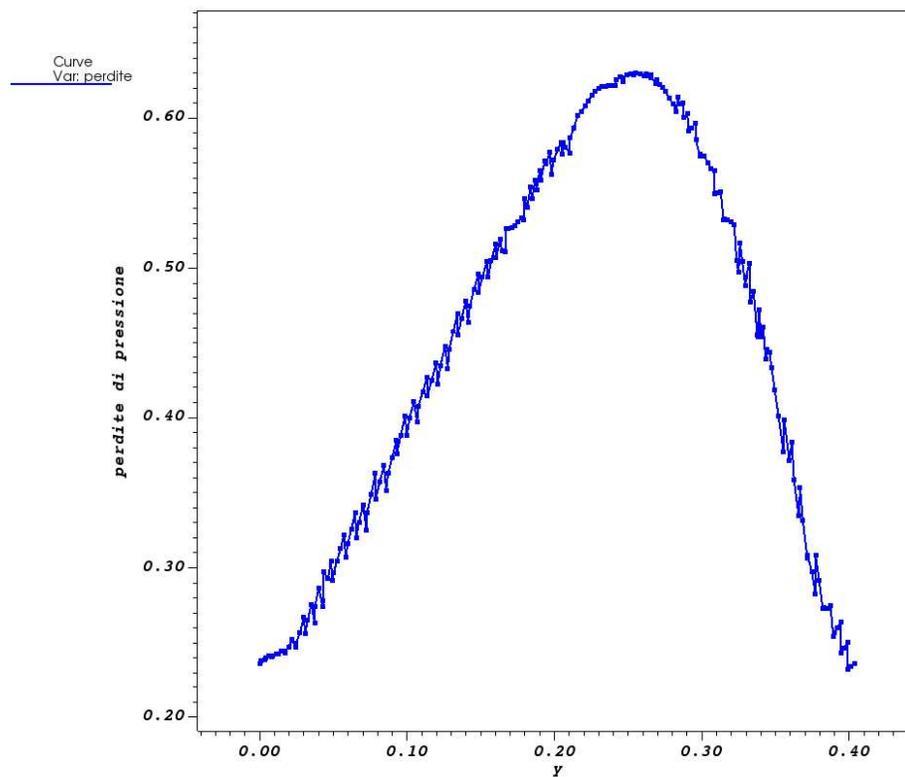


Figura 4.38: Perdite di pressione totale in scia

2. considerando ipoteticamente lo stesso Mach isoentropico di uscita, non ci si può aspettare in ogni caso che i dati siano paragonabili, perché in questa trattazione i conti sono stati fatti su una schiera veramente periodica, mentre gli esperimenti sono stati svolti su poche pale e con scarsa periodicità.

4.3.6 Profili in schiera

Duplicando il canale di passaggio e traslandolo di 1 e 2 passi, si ottiene la rappresentazione dei profili in schiera (figure 4.39, 4.40 e 4.41). Con questa visualizzazione si può osservare la perfetta periodicità della macchina e gli urti che sbattono contro le pareti tra un profilo e il successivo (a determinare l'oscillazione di pressione).

Queste Schlieren numeriche sono molto nitide, quindi si riesce finalmente ad osservare in modo accurato il *leading edge shock* che prosegue all'interno del canale a valle. Per quanto riguarda il bordo d'attacco, gli urti sono netti e si distingue chiaramente il fascio di espansione.

In questo caso è possibile osservare che le onde di espansione incidono sull'urto man mano che si allontanano dal bordo d'attacco. Così facendo, lo indeboliscono e lo rendono sempre più curvo. Ad una certa distanza, esso si sarà indebolito e incurvato a tal punto da assumere la direzione di una linea di Mach.

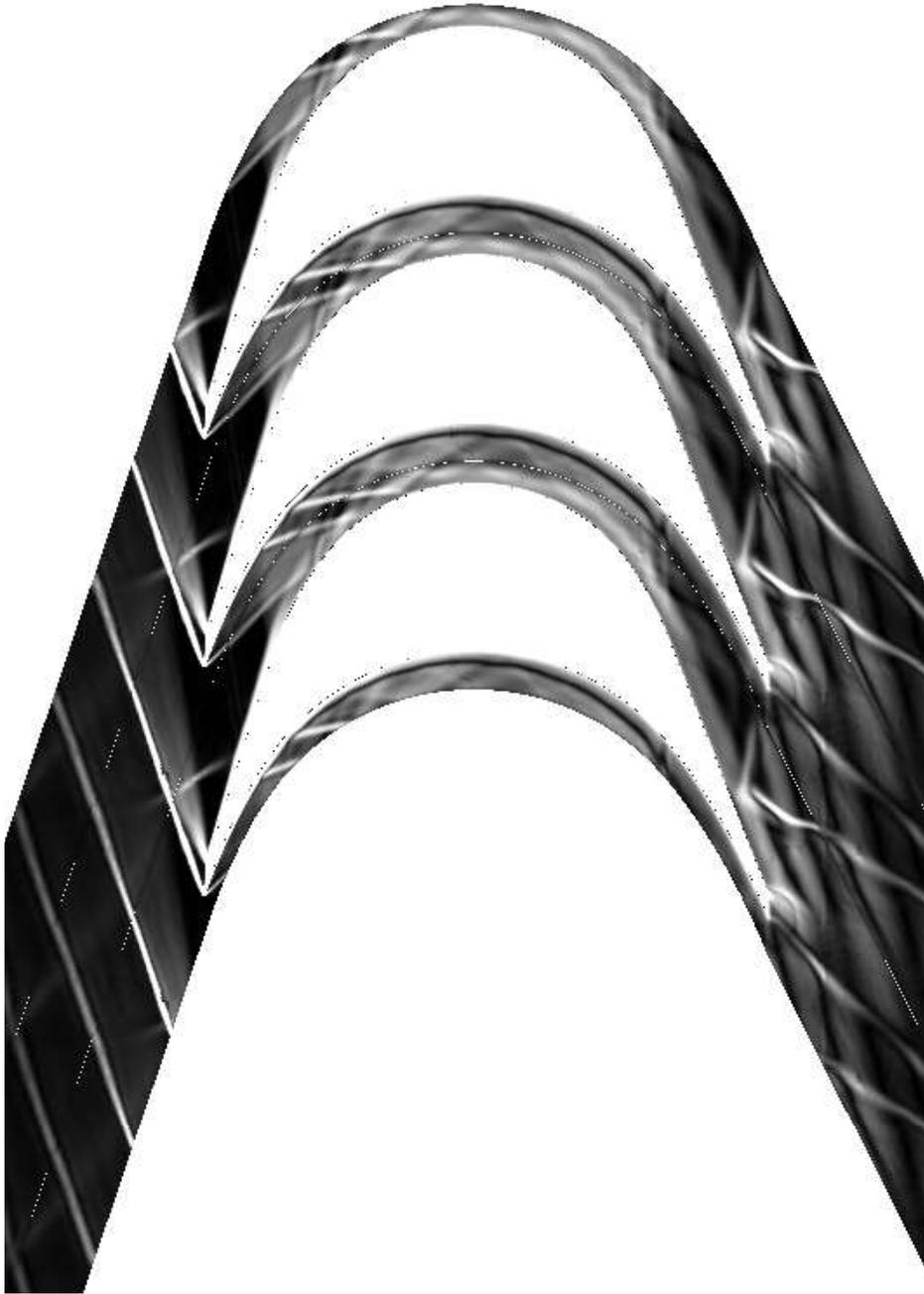


Figura 4.39: Ricostruzione Schlieren numerica della schiera



Figura 4.40: Ricostruzione Schlieren numerica della schiera - close up



Figura 4.41: Ricostruzione Schlieren numerica della schiera - close up riflessioni

Capitolo 5

Analisi di robustezza

La soluzione riportata nel capitolo 4 è quella che ci si aspetta, però si vuole ora studiare il comportamento del profilo al variare di due parametri: angolo di incidenza a Mach isoentropico di uscita (quindi pressione statica alla sezione d'uscita).

Come già esposto, tra angolo di incidenza e Mach d'ingresso c'è dipendenza, dunque variando l'angolo di incidenza, a monte il flusso, evolvendo nel tempo, raggiungerà la condizione imposta dall'incidenza unica per quell'angolo di incidenza.

La variazione di Mach isoentropico di uscita potrà avere conseguenze sul campo a valle e, probabilmente, sull'ultima parte della paletta.

Questo tipo di studio, in cui si perturbano alcune condizioni al contorno, viene chiamato *Studio della robustezza delle turbomacchine* e fa parte delle discipline di ottimizzazione delle turbomacchine. Viene effettuato per valutare il range di funzionamento della macchina e l'andamento delle prestazioni allontanandosi dal punto di funzionamento studiato. Attualmente, più che cercare di migliorare l'efficienza nel punto di progetto, si cerca di rendere le macchine robuste, perché durante la loro vita utile non lavoreranno sempre esattamente nel punto di progetto.

Si vogliono quindi indagare le conseguenze di queste perturbazioni per capire, ad esempio, se l'onda d'urto possa staccarsi e avanzare, causando il disinnescamento della macchina. In tal caso si avrebbe una paletta molto sensibile (da qui anche "*Analisi di Sensitivity*" della macchina) alle condizioni al contorno e che presenta, variando leggermente le condizioni di funzionamento, un brusco cambiamento nella risposta. A causare il distacco dell'urto potrebbe essere una riduzione del Mach a monte: in supersonico, più è basso il Mach e minore è la deflessione che si può ottenere al massimo con un'onda d'urto. Diminuendo il Mach, raggiunge un valore basso a tal punto che il flusso non riesce più a deflettersi dell'angolo imposto dalla parete della paletta e dunque l'urto si distacca curvandosi. Nel Report si accenna al fatto che per il Rotore

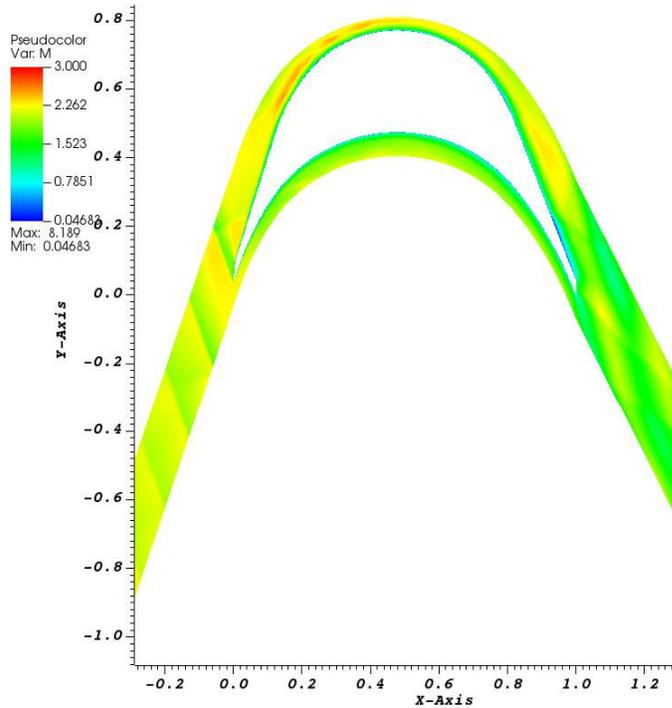


Figura 5.1: Campo di Mach - beta 78.32°

2 non è stato possibile realizzare le prove con un beta di 80°, poiché per tale angolo il flusso risultava bloccato a causa dell'ingombro delle pale e dunque non si riusciva ad innescare il flusso supersonico.

Si procede ora perturbando un solo parametro e lasciando l'altro invariato.

5.1 Perturbazione dell'angolo di incidenza

Si considera fissato il Mach isoentropico di uscita e si perturba l'angolo di incidenza di +1° e -1°, e poi di +2° e -2°. Vengono quindi effettuate 4 simulazioni con la griglia più raffinata, quella da 140000 celle.

In seguito, vengono riportate le 4 casistiche senza soffermarsi sulla descrizione delle strutture presenti, poiché già effettuata all'interno del capitolo 4. Si può evincere, da questo studio, che al variare del beta di ingresso in un range di $\pm 2^\circ$, l'urto rimane attaccato e la macchina continua a funzionare.

5.1.1 Angolo di incidenza di 78.32° (quindi -1°)

Si considera la simulazione con angolo 78.32°, in figure: 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8.

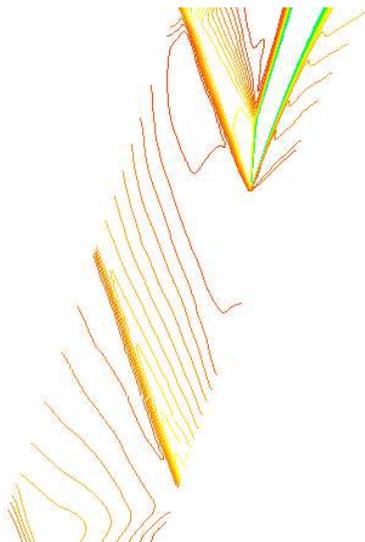


Figura 5.2: Linee iso-Mach bordo d'attacco - beta 78.32°

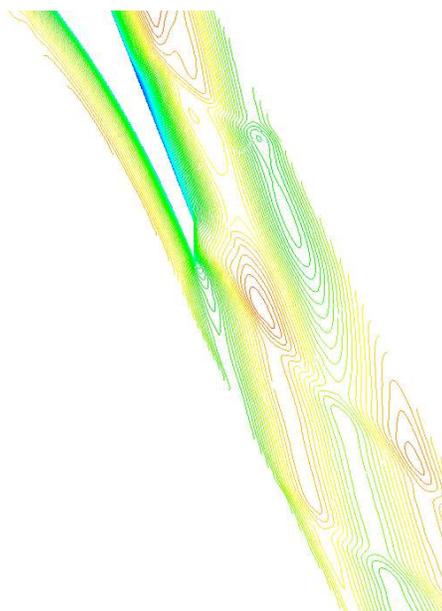


Figura 5.3: Linee iso-Mach bordo d'uscita - beta 78.32°

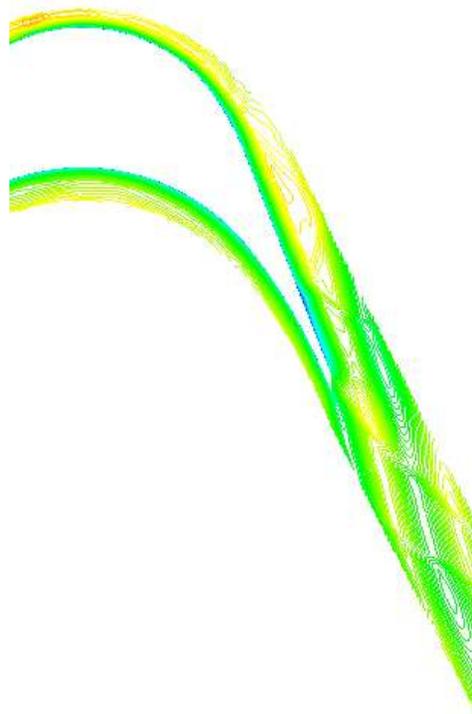


Figura 5.4: Linee iso-Mach bordo d'uscita - beta 78.32°

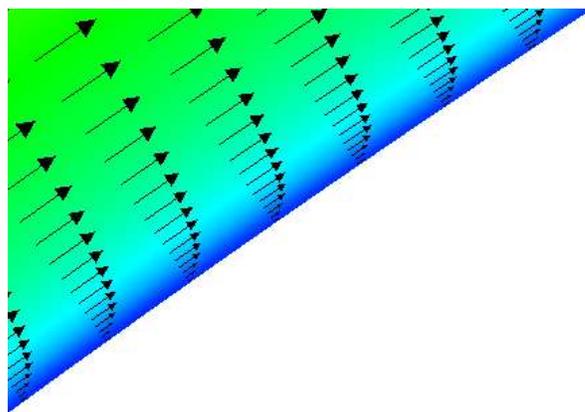


Figura 5.5: Campo vettoriale di velocità - beta 78.32°



Figura 5.6: Riproduzione di Schlieren numerica paletta singola - beta 78.32°

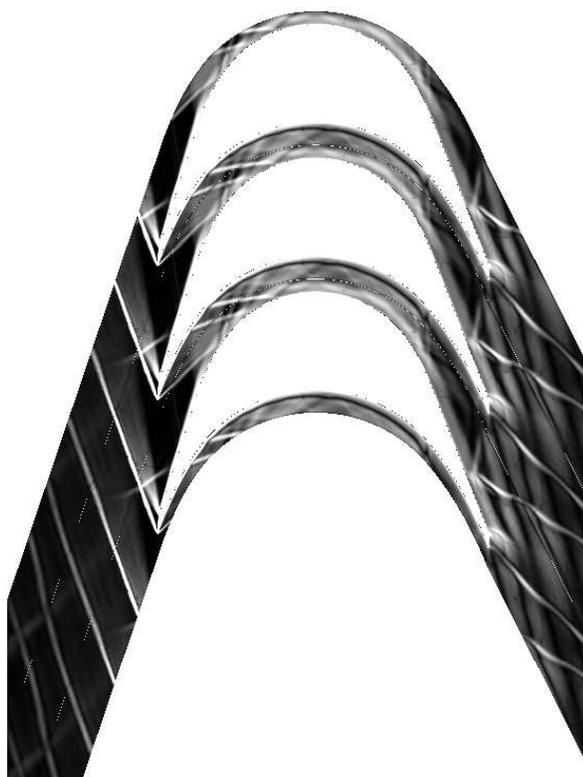


Figura 5.7: Riproduzione di Schlieren numerica palette in schiera - beta 78.32°

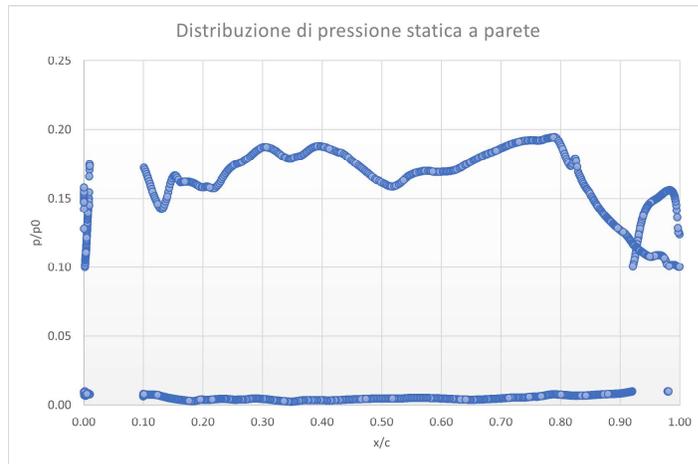


Figura 5.8: Distribuzione di pressione statica a parete - beta 78.32°

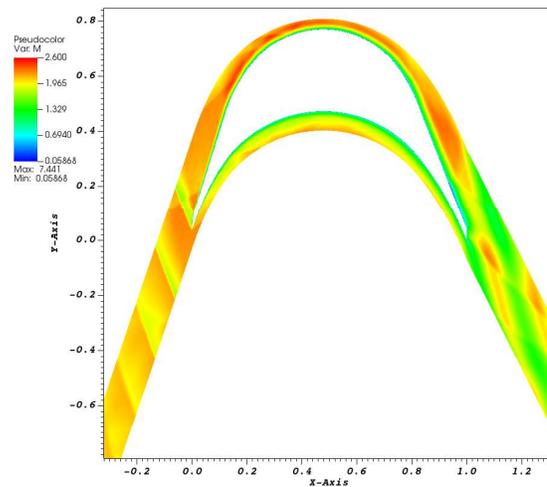


Figura 5.9: Campo di Mach - beta 77.32°

5.1.2 Angolo di incidenza di 77.32° (quindi -2°)

Si considera la simulazione con angolo 77.32°, in figure: 5.9, 5.10, 5.11, 5.12, 5.13, 5.14, 5.15.

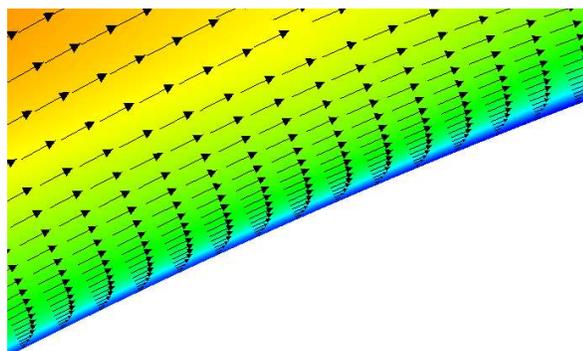


Figura 5.10: Campo vettoriale di velocità

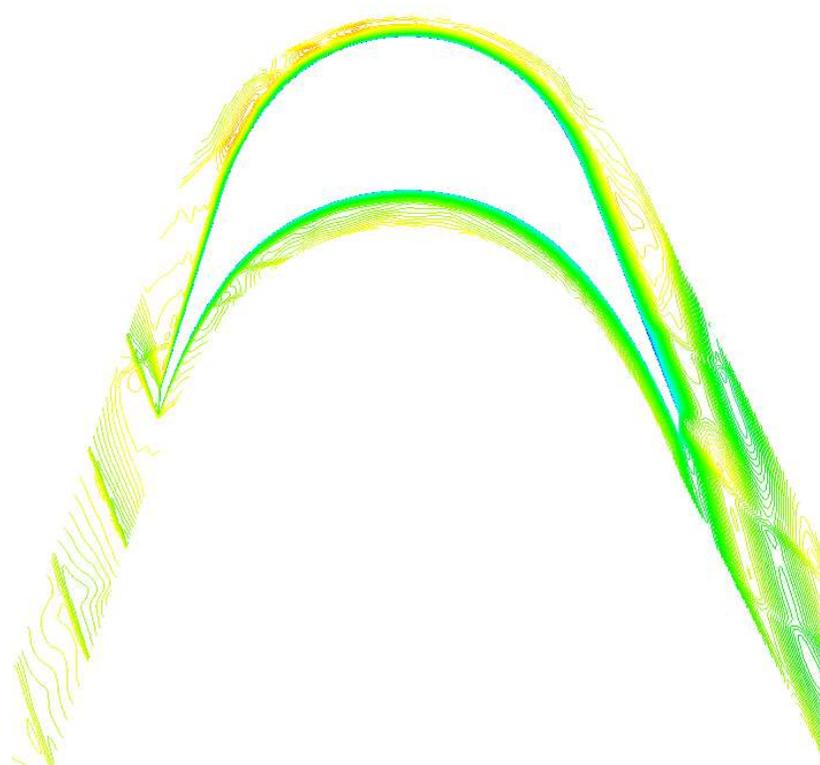


Figura 5.11: Linee iso-Mach - beta 77.32°

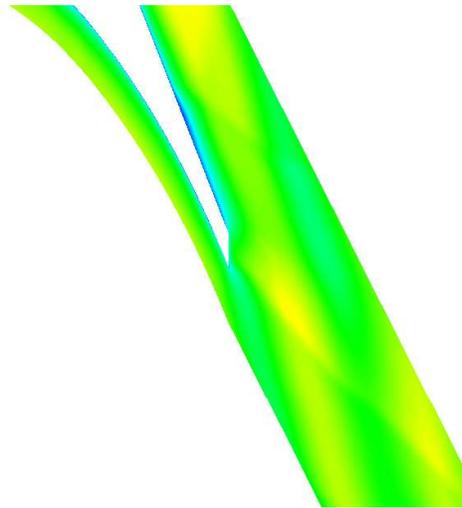


Figura 5.12: Campo di Mach - bordo di fuga - beta 77.32°



Figura 5.13: Ricostruzione Schlieren numerica schiera - beta 77.32°

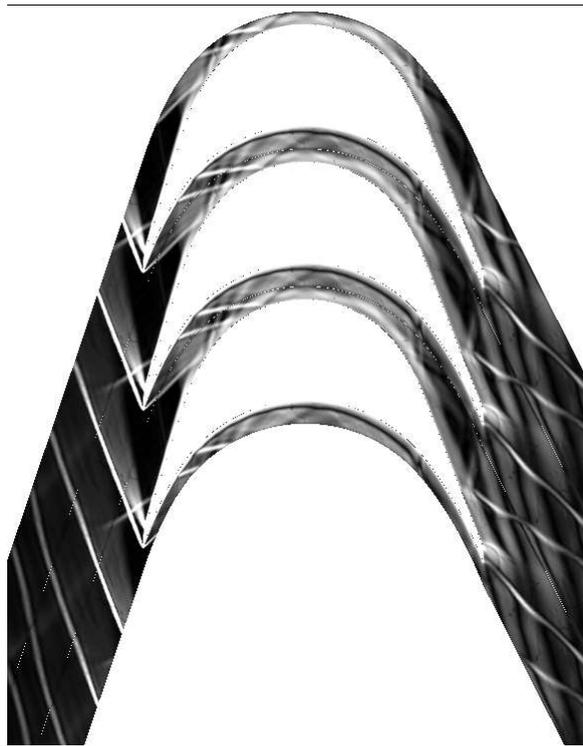


Figura 5.14: Ricostruzione Schlieren numerica schiera - beta 77.32°

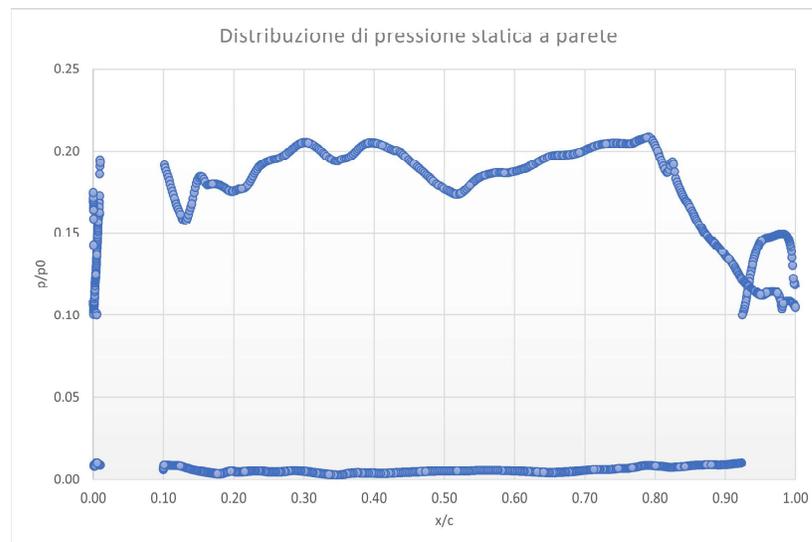


Figura 5.15: Distribuzione di pressione statica a parete - beta 77.32°

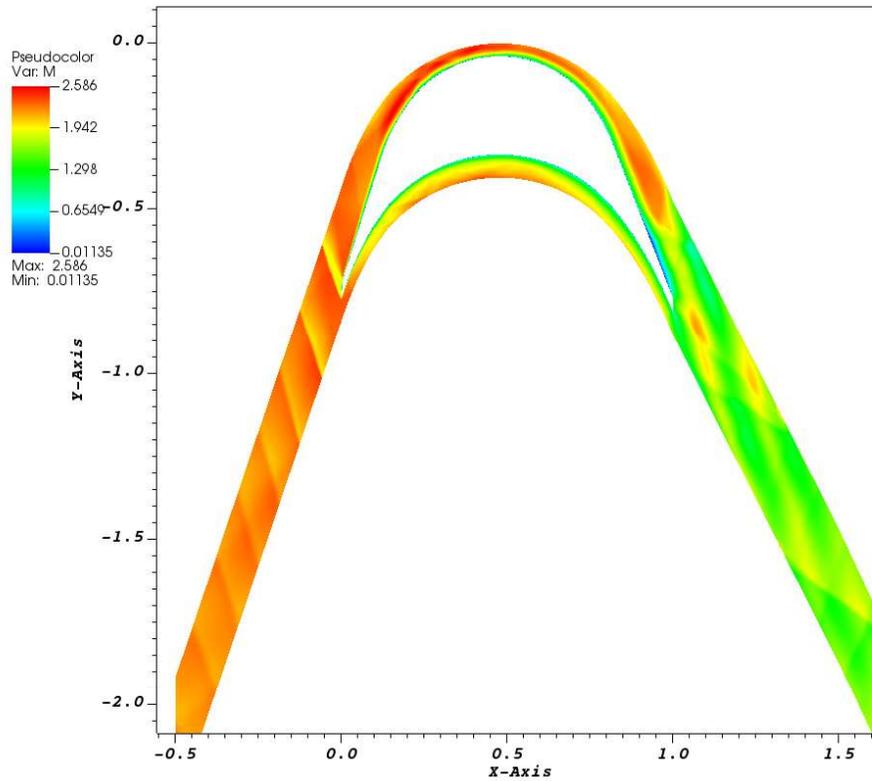


Figura 5.16: Campo di Mach - beta 80.32°

5.1.3 Angolo di incidenza di 80.32° (quindi $+1^\circ$)

Si considera la simulazione con angolo 80.32° , in figure: 5.16, 5.17, 5.18, 5.19, 5.20, 5.21, 5.22, 5.23, 5.24.

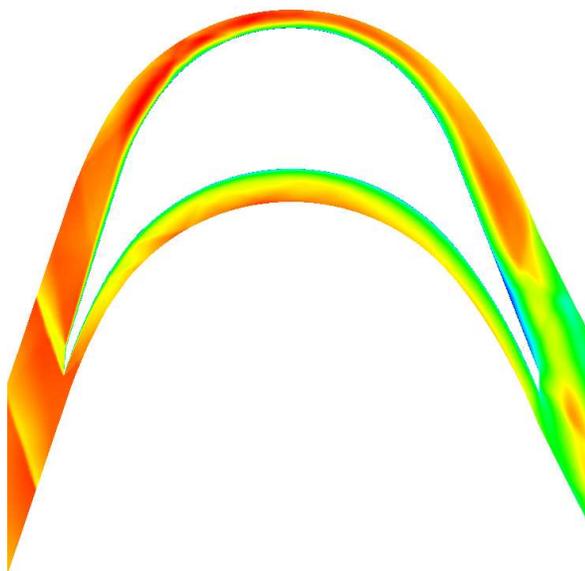


Figura 5.17: Campo di Mach - beta 80.32°

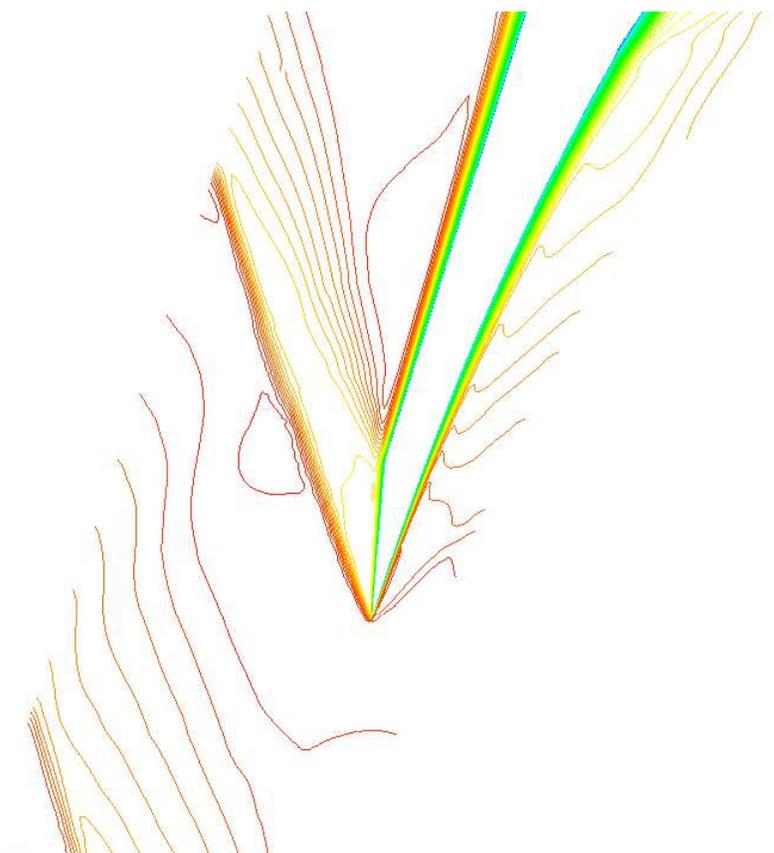


Figura 5.18: Linee iso-Mach bordo d'attacco - beta 80.32°

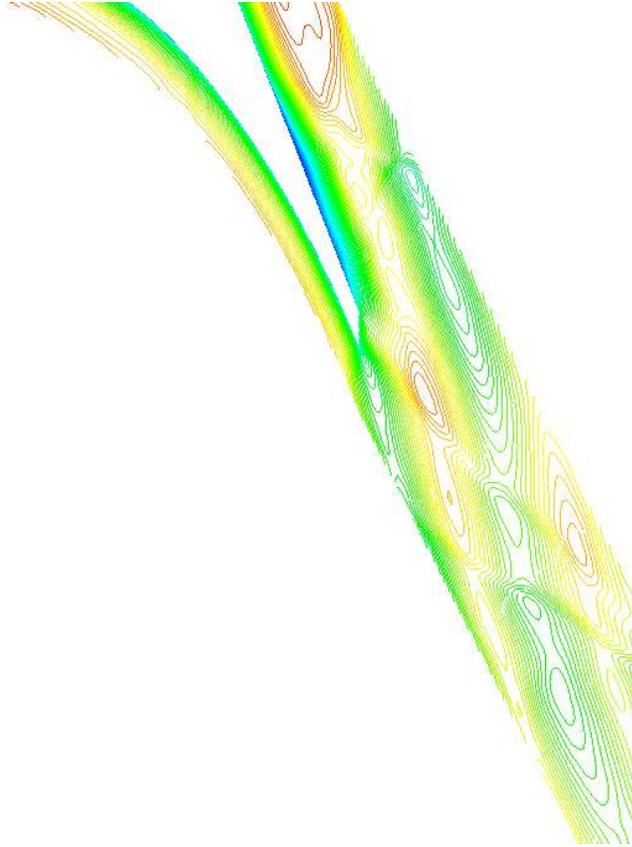


Figura 5.19: Linee iso-Mach bordo d'uscita - beta 80.32°

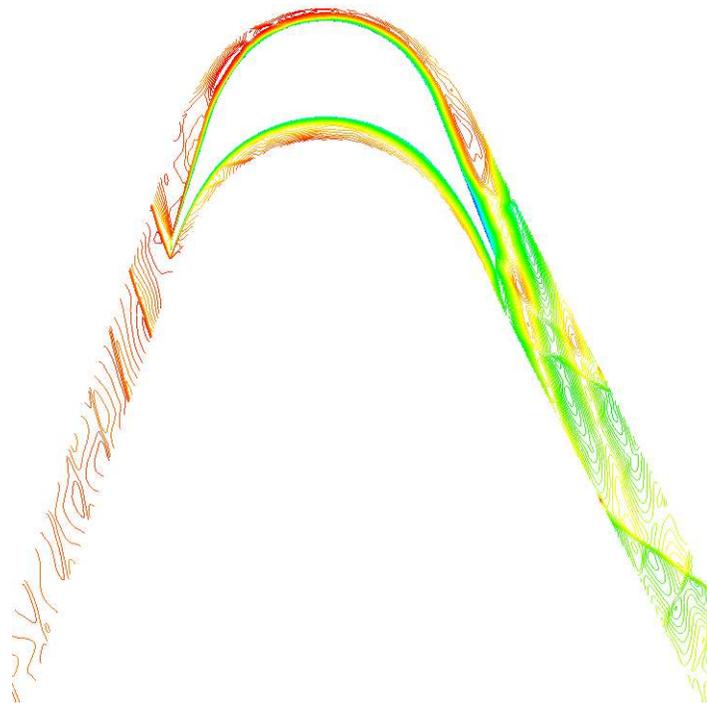


Figura 5.20: Linee iso-Mach - beta 80.32°

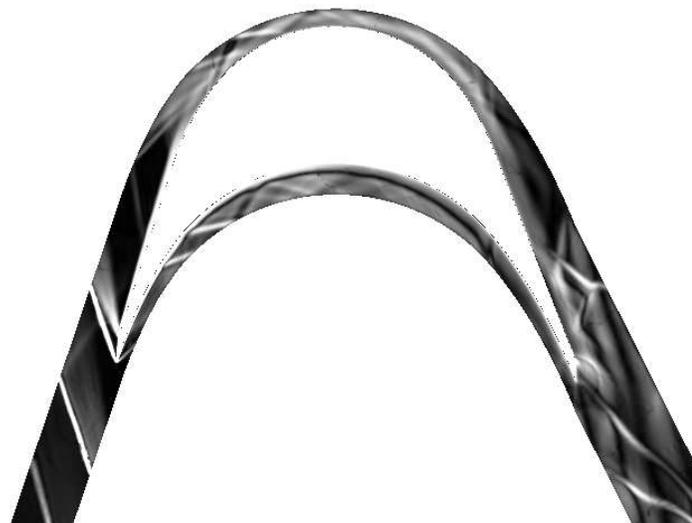


Figura 5.21: Ricostruzione Schlieren numerica - beta 80.32°

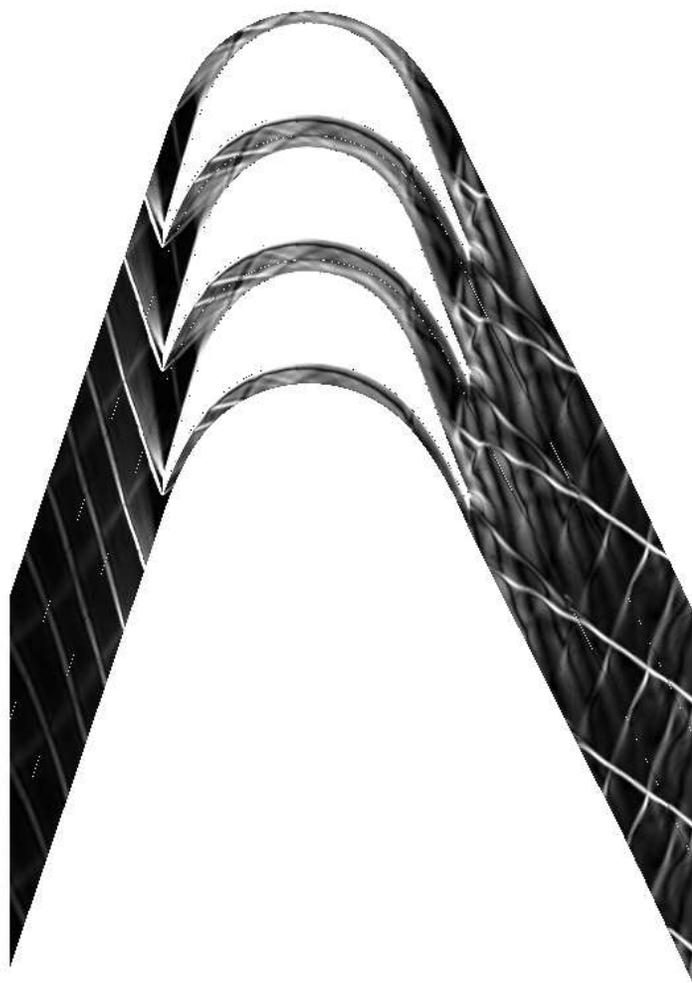


Figura 5.22: Ricostruzione Schlieren numerica schiera - beta 80.32°



Figura 5.23: Ricostruzione Schlieren numerica schiera - beta 80.32°

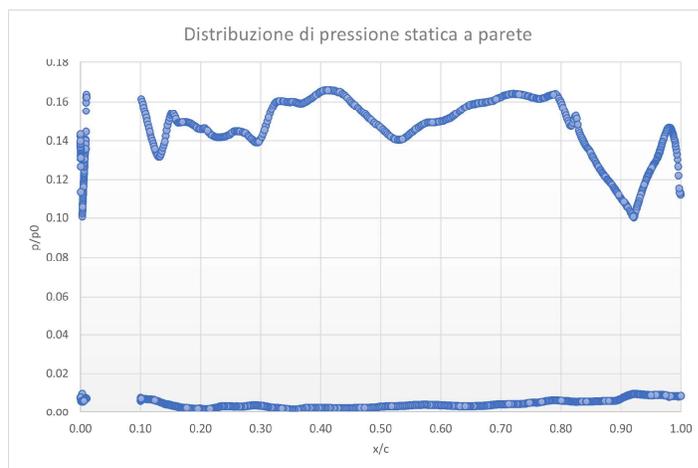


Figura 5.24: Distribuzione di pressione statica a parete - beta 80.32°

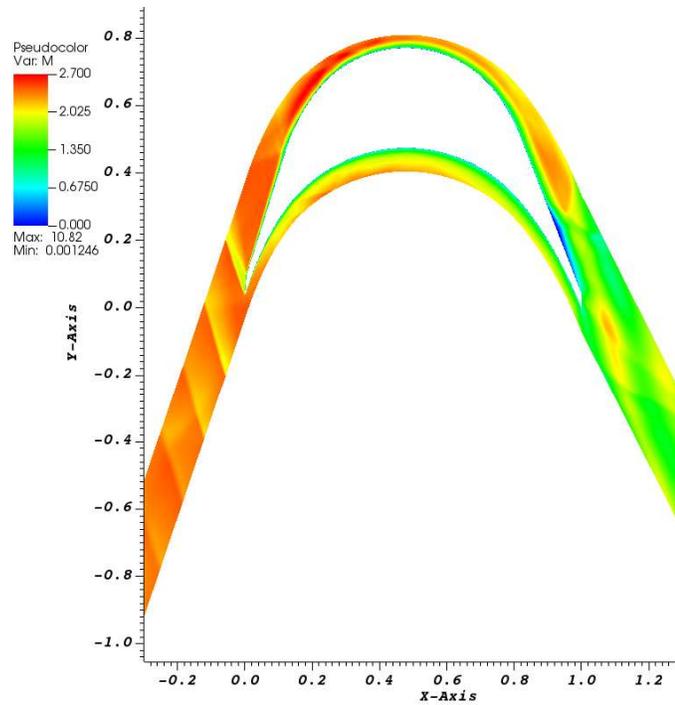


Figura 5.25: Campo di Mach - beta 81.32°

5.1.4 Angolo di incidenza di 81.32° (quindi +2°)

Si considera la simulazione con angolo 80.32°, in figure: 5.35, 5.26, 5.27, 5.28, 5.29, 5.30, 5.31, 5.32, 5.33, 5.34.

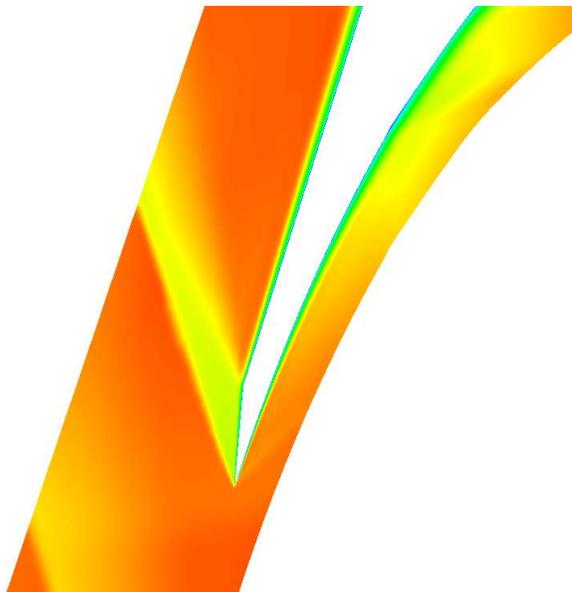


Figura 5.26: Campo di Mach bordo d'attacco - beta 81.32°

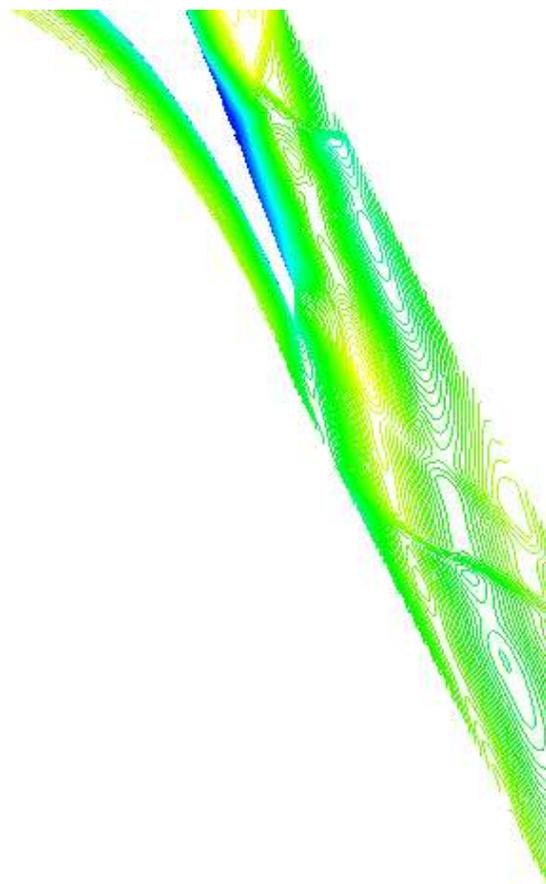


Figura 5.27: Mach - Simulazione 140000 celle - beta 77.32°

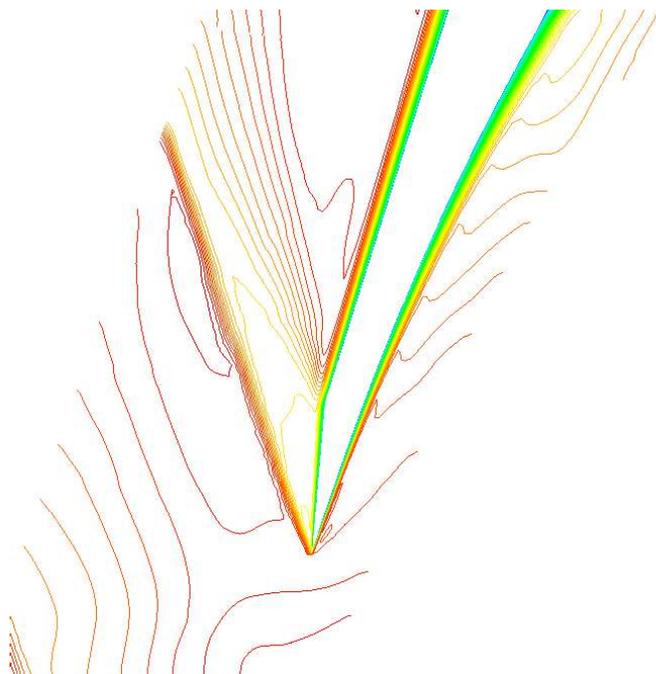


Figura 5.28: Mach - Simulazione 140000 celle - beta 77.32°

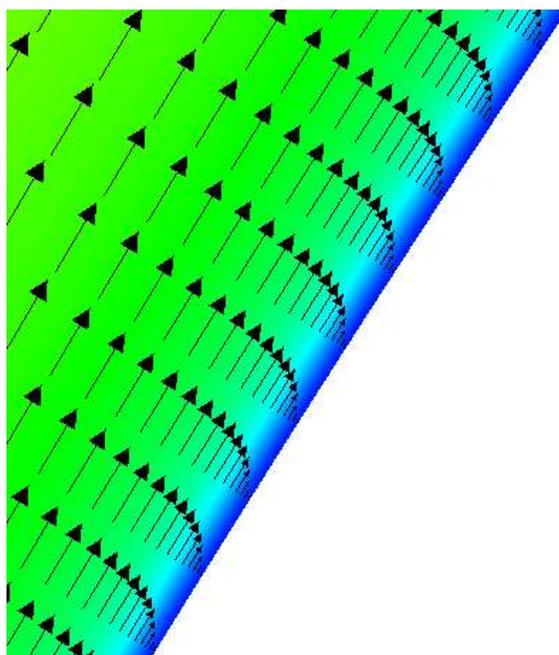


Figura 5.29: Mach - Simulazione 140000 celle - beta 77.32°



Figura 5.30: Mach - Simulazione 140000 celle - beta 77.32°



Figura 5.31: Mach - Simulazione 140000 celle - beta 77.32°



Figura 5.32: Mach - Simulazione 140000 celle - beta 77.32°



Figura 5.33: Mach - Simulazione 140000 celle - beta 77.32°

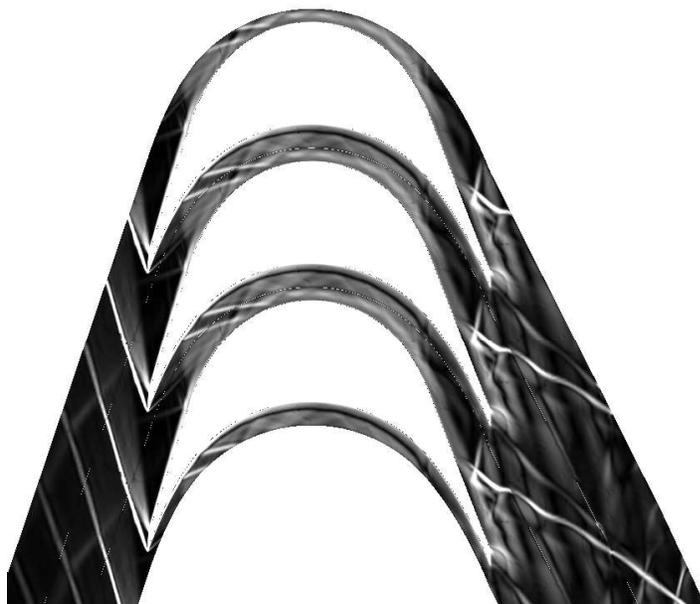


Figura 5.34: Mach - Simulazione 140000 celle - beta 77.32°

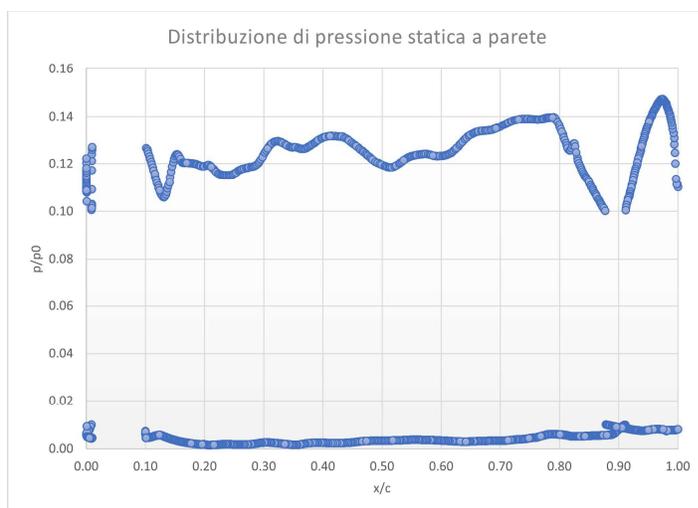


Figura 5.35: Distribuzione di pressione statica - beta 81.32°

5.1.5 Considerazioni sulla perturbazione di beta

A valle di queste 4 simulazioni, vi sono alcune considerazioni da portare alla luce:

- la paletta funziona in tutte e 4 le condizioni;
- le strutture sono molto simili a quelle descritte nella condizione di funzionamento (a incidenza 79.32°);
- sembra presentarsi una distribuzione di pressione inferiore nella condizione a 81.32°
- nelle condizioni di 79.32° (funzionamento), di 78.32° e di 77.32° nell'intorno del bordo d'attacco è presenta una struttura non ben identificata. Potrebbe essere un problema numerico o dovuto al fatto che la sezione di monte andrebbe posta più lontano. Sarà dunque, questo quesito, oggetto di futuri studi. Si vuole però fare osservare, in questa considerazione, che le condizioni a 80.32° e 81.32° non presentano nessun problema o struttura non identificata.

5.2 Perturbazione del Mach isoentropico di uscita

A fissato angolo di incidenza, si impone un Mach isoentropico di uscita pari a 2.

Se si varia la pressione statica a valle: per il fatto che questo flusso assialmente è subsonico, il segnale di pressione rimonta (un segnale di pressione statica risale perché viaggia con velocità del suono che, se il flusso è assialmente subsonico, è maggiore della velocità assiale, dunque riesce a risalire). Quindi finché il flusso è assialmente subsonico, le perturbazioni riescono a salire, ma arrivato all'incirca al piano di simmetria della paletta, lì il flusso è supersonico assialmente quindi non influenza più a monte.

Il Mach isoentropico di valle (cioè la pressione statica di valle) determina quindi quello che succede solo nella seconda metà della pala, quindi è possibile indagare i possibili effetti sulla separazione, degli urti a valle del bordo di fuga.

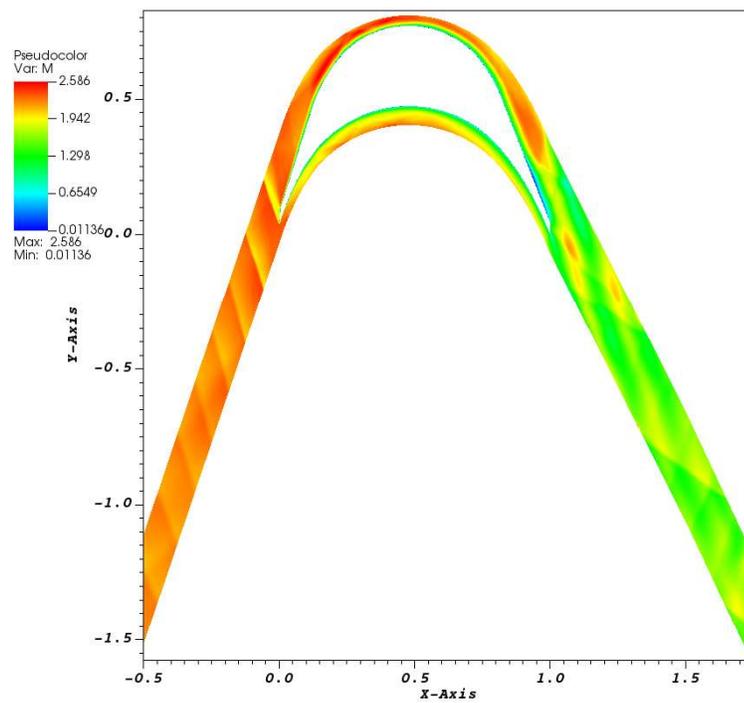


Figura 5.36: Campo di Mach

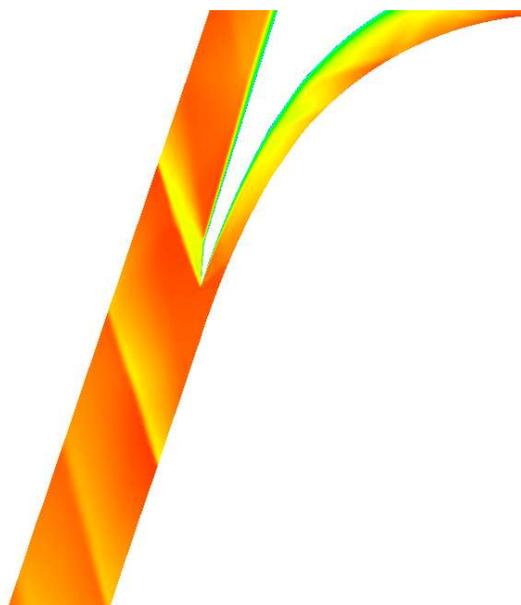


Figura 5.37: Campo di Mach - bordo d'attacco

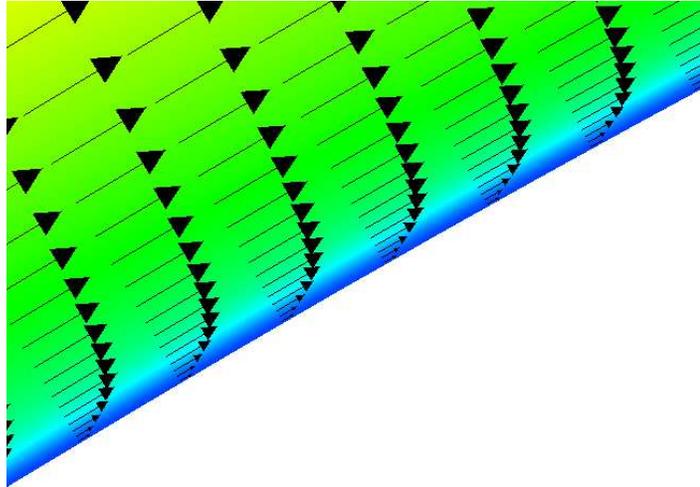


Figura 5.38: Campo vettoriale di velocità

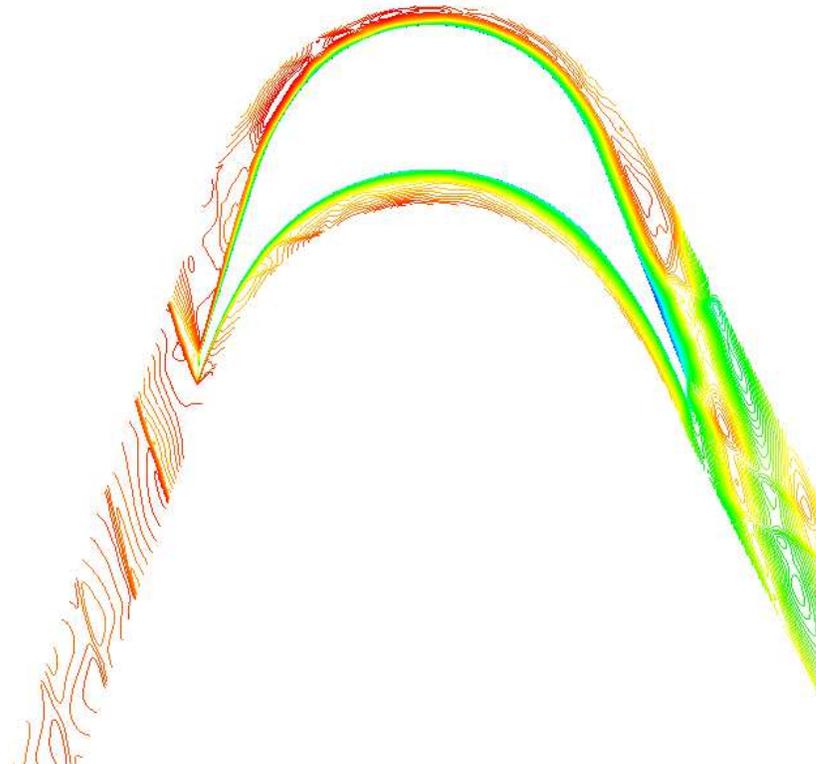


Figura 5.39: Linee iso-Mach

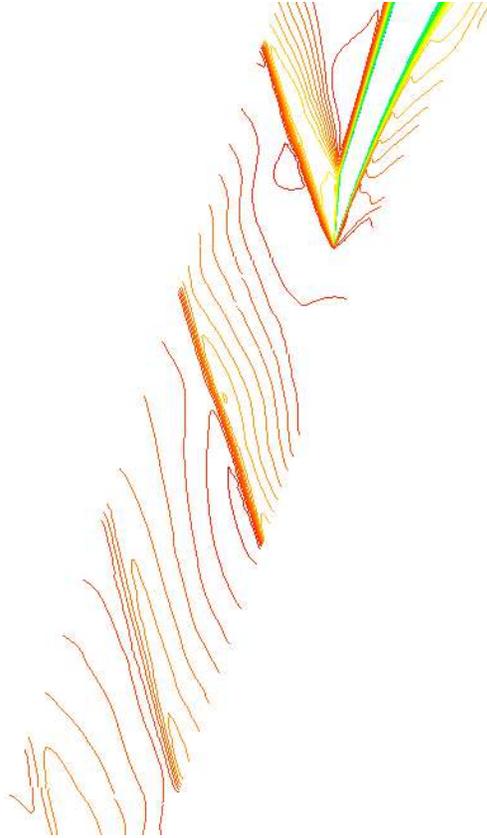


Figura 5.40: Linee iso-Mach - bordo d'attacco



Figura 5.41: Ricostruzione Schlieren numerica



Figura 5.42: Ricostruzione Schlieren numerica

5.2.1 Considerazioni sulla perturbazione di Mach

Come si può percepire dalle immagini, la macchina funziona anche in seguito a questa variazione di Mach isoentropico di uscita, prevedibile, dato che si sospettava un'influenza solo nella parte posteriore. È possibile dunque confermare che non vi sia un effetto a monte dovuto alla variazione di Mach isoentropico di uscita. Inoltre, anche le strutture di valle e la dimensione della separazione, ad un'osservazione visiva, risultano simili a quelle già presentate. Non si riscontrano dunque particolari variazioni nella risposta della paletta alla perturbazione.

Capitolo 6

Conclusioni

Nel presente lavoro si sono investigate due tipologie di griglie mettendo in evidenza le problematiche di distorsione ottenute nel caso di canale interpallare.

L'analisi è dunque stata portata avanti sulla mesh intorno alla geometria del profilo: si è effettuata un'analisi di convergenza per identificare la risoluzione necessaria a risolvere bene il flusso e si sono messe in evidenza le principali strutture facendo un confronto qualitativo con i dati sperimentali disponibili.

Infine è stata impostata un'analisi di robustezza per valutare i cambiamenti nel flusso al variare delle condizioni di funzionamento.

A completamento della presente analisi, verranno svolti studi in futuro per indagare la natura della struttura formatasi nei pressi del bordo di attacco durante alcune simulazioni.

Bibliografia

- [1] T. C. Adamson Jr e A. F. Messiter. *Analysis of two-dimensional interactions between shock waves and boundary layers*. 1980.
- [2] John D. Anderson. *Modern Compressible Flow - with Historical Perspective*. 2003.
- [3] Timothy J. Barth e Dennis C. Jespersen. *The design and application of upwind schemes on unstructured meshes*. 1989.
- [4] Jiri Blazek. *Computational Fluid Dynamics Principles and Applications*. 2005.
- [5] Emanuel Boxer, James R. Sterrett e John Wlodarskix. *Application of supersonic vortex-flow theory to the design of supersonic impulse compressor or turbine-blade sections*. 1952.
- [6] C. D. Colclough. *Design of turbine blades suitable for supersonic relative inlet velocities and the investigation of their performance in cascades: part II- experiments, results and discussion*. 1965.
- [7] G. Paniagua et al. *Design and analysis of pioneering high supersonic axial turbines*. 2014. URL: www.elsevier.com/locate/ijmecsci.
- [8] Jean-Christophe Robinet. *Bifurcations in shock-wave/laminar-boundary-layer interaction: Global instability approach*. 2007. URL: <https://www.researchgate.net/publication>.
- [9] Alexander J. Smits e Jean-Paul Dussauge. *Turbulent Shear Layers in Supersonic Flow*. 2006.
- [10] Markus Waesker et al. *Optimization of supersonic axial turbine blades based on surrogate models*. 2020.