

POLITECNICO DI TORINO

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA MECCANICA

Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale



**Politecnico
di Torino**

**Studio del moto di una trave a sbalzo con massa
all'estremità attraverso l'elaborazione di immagini
acquisite con fotocamera ad alta velocità**

Relatore

Prof. Luigi Garibaldi

Co-relatore

Prof. Paolo Pennacchi

Candidato

Giovanni Bottini

Aprile 2021

Sommario

L'utilizzo di metodi ottici per la misura di rotazioni e traslazioni di un oggetto in moto ha conosciuto negli ultimi anni una notevole crescita, grazie a vantaggi quali la non invasività della misurazione e la semplicità di esecuzione. In questo panorama si inserisce il presente lavoro di tesi, il cui obiettivo principale è la determinazione dello spostamento verticale di una massa applicata all'estremità libera di una trave sottile a sbalzo.

L'analisi è effettuata elaborando un video registrato con la fotocamera ad alta velocità Phantom Miro C110, quando il sistema è soggetto ad un'accelerazione di tipo random alla base. Il tracciamento del moto è realizzato mediante tre diversi algoritmi: istogramma per righe dell'immagine, stima kernel di densità e cross-correlazione.

Lo studio dimostra che il metodo kernel è il migliore poiché, portando l'analisi al di sotto della dimensione del pixel, permette di ottenere una forma d'onda più vicina a quella reale. Inoltre, è eseguito un confronto con i risultati ottenuti applicando gli stessi algoritmi ad un video girato con lo smartphone Samsung S10e, un dispositivo poco costoso e disponibile ovunque, e a quelli acquisiti con strumenti classici di misura.

Infine, dal video è ricostruito il moto relativo fra la lamina e lo shaker elettrodinamico, completando così l'analisi del moto del sistema.

Abstract

Nowadays, the use of non-contact methods to evaluate the rotation and the translation of a motion target is widespread, since these techniques are minimally-invasive and easy to implement.

The main goal of this work is to assess the vertical displacement of a cantilever beam with a lumped mass at free end, by processing a video recorded by the high speed camera Phantom Miro C110 when the system is under random base excitation.

The motion tracking is performed by three algorithms: image histogram, kernel density estimate and cross-correlation. The study shows that the kernel method is the best way to track the object, because it brings the sensitivity of the analysis below the pixel size. As a result, the displacement found is closer to the real motion shape.

In addition, the results are compared with those obtained by applying the same algorithms to a video recorded by the smartphone Samsung S10e, and with the data acquired from common measuring devices.

Finally, the relative motion between the beam and the electrodynamic shaker is extracted from the video, thus completing the motion analysis.

Indice

Introduzione.....	8
1. Progettazione e analisi teorica del componente	9
1.1 Introduzione	9
1.2 Prima soluzione: trave a L.....	9
1.2.1 Trave a L in alluminio di spessore 20 millimetri.....	10
1.2.2 Trave a L in alluminio di spessore 5 millimetri.....	12
1.2.3 Trave a L in plexiglass di spessore 20 millimetri	14
1.3 Soluzione definitiva: lamina con massa applicata all'estremità libera	15
1.3.1 La lamina	16
1.3.2 La massa.....	17
1.3.3 Il dispositivo di fissaggio	18
1.4 Studio teorico della soluzione.....	20
1.4.1 Analisi statica.....	20
1.4.3 Analisi modale	22
2. Set-up sperimentale.....	28
2.1 Introduzione.....	28
2.2 Prima giornata di prove	28
2.3 Seconda giornata di prove	30
2.4 Strumentazione utilizzata	32
2.4.1 Gruppo di comando e acquisizione OROS OR-25.....	32
2.4.2 Trasduttore di posizione laser	35
2.4.3 Fotocamera Phantom Miro C110	37
2.4.4 Accelerometri PCB 333B30.....	38
2.4.5 Amplificatore GW SS100	38
3. Procedura per la determinazione del moto dal video.....	39
3.1 Introduzione.....	39
3.2 Preparazione dell'immagine e definizione del vettore dei tempi	40
3.2.1 Ricerca dell'area d'interesse	41
3.2.2 Conversione in scala di grigio e binarizzazione.....	43
3.2.3 Identificazione di un contorno.....	43
3.3 Tracciamento del moto della massa con istogramma per righe.....	44
3.4 Tracciamento del moto della massa con stima kernel di densità.....	49
3.5 Tracciamento del moto della massa con cross-correlazione di immagini.....	52

3.6	Analisi del moto relativo lamina-base	53
3.7	Dai pixel ai millimetri: scala di conversione	56
4.	Risultati sperimentali.....	58
4.1	Introduzione.....	58
4.2	Spostamento della massa nel video registrato con lo smartphone.....	58
4.3	Spostamento della massa nei video registrati con fotocamera ad alta velocità	59
4.3.1	Eccitazione random	59
4.3.2	Eccitazione al primo modo flessionale.....	60
4.4	Spostamento della lamina.....	63
4.4.1	Eccitazione al primo modo flessionale.....	63
4.4.2	Eccitazione al secondo modo flessionale	63
4.5	Identificazione dinamica.....	64
4.5.1	Funzione di trasferimento.....	64
4.5.2	Smorzamento del sistema.....	65
4.6	Confronti.....	67
4.6.1	Spostamento massa da smartphone e da fotocamera ad alta velocità	67
4.6.2	Spostamento massa da fotocamera ad alta velocità e da trasduttore laser	68
4.6.3	Effetto della dimensione delle finestre sull'analisi del moto lamina-shaker	71
4.6.4	Cross-correlazione partendo da un immagine non binarizzata	72
4.6.5	Trasmissibilità dal video registrato con fotocamera ad alta velocità	73
5.	Conclusioni	75
	Appendice A: dati tecnici del componente.....	76
A.1	Lamina.....	76
A.2	Masse.....	77
A.3	Dispositivo di fissaggio	78
A.4	Elementi di collegamento	79
	Appendice B: disegni tecnici.....	80
B.1	Lamina	80
B.2	Masse	80
B.2.1	Blocco superiore.....	80
B.2.2	Blocco inferiore.....	81
B.3	Dispositivo di fissaggio	82
B.3.1	Lastra inferiore	82
B.3.2	Lastra inferiore	82

Bibliografia.....	83
Sitografia	83
Ringraziamenti	84

Introduzione

Il lavoro di tesi è organizzato in cinque capitoli.

Il capitolo 1 verte sulla progettazione del componente oggetto dello studio. Tale componente serve a testare la capacità di misura della metodologia proposta e deve quindi soddisfare determinati requisiti progettuali. Ad una descrizione generale delle fasi di progetto e dei prototipi pensati, segue un modello teorico della soluzione scelta, al fine di determinare i suoi modi di vibrare e, quindi, l'intervallo di frequenze di interesse.

Nel capitolo 2 sono presentate le prove sperimentali realizzate. Viene fornita una descrizione dettagliata sia degli schemi di prova che degli strumenti utilizzati, così da rendere replicabile lo studio.

Il capitolo 3 fornisce un'analisi tecnica completa di tutte le informazioni necessarie per ricavare gli spostamenti della massa e della lamina dai video girati nelle prove. Innanzitutto, vengono presentate le tecniche di estrazione e di conversione di ogni fotogramma in un formato adatto all'elaborazione. Poi, è descritto il funzionamento dei tre algoritmi di analisi del moto della massa (istogramma per righe, stima kernel di densità e cross-correlazione), ponendo l'accento sulle differenze e sulle analogie dei risultati.

Infine, l'attenzione è posta sul moto della lamina, per la quale è stato scritto un algoritmo dedicato in grado di calcolare la sua posizione verticale nel tempo.

Nel capitolo 4 sono esposti e commentati i risultati sperimentali. In particolare, sono riportate le curve di spostamento della massa e della lamina ottenute dai video nelle varie prove. Inoltre, è mostrata la funzione di trasferimento sperimentale del sistema dalla quale, mediante un'operazione di fitting, sono estratti i valori di frequenze proprie e fattori di smorzamento del sistema. Infine, attraverso il confronto con la curva di spostamento ottenuta dal trasduttore di posizione, viene stabilito quale algoritmo di tracciamento porti alla miglior approssimazione del moto della massa.

Il capitolo 5 è dedicato alle conclusioni, in cui si riassumono brevemente i principali obiettivi e i risultati della tesi.

1. Progettazione e analisi teorica del componente

1.1 Introduzione

Il layout definitivo del componente è il risultato di un attento studio, che ha tenuto in considerazione tutti i vincoli progettuali esistenti.

In primo luogo, l'utilizzo di un'unica fotocamera consente di analizzare il moto solo in due dimensioni. L'oggetto può avere forma complessa ma la superficie inquadrata deve rimanere ortogonale all'obiettivo della fotocamera per tutta la durata della prova; infatti, qualora insorgesse un angolo d'incidenza diverso da 90° , si avrebbe una distorsione dell'immagine con conseguente errore sullo spostamento ricavato.

Un altro aspetto da non sottovalutare è la massa dell'intera struttura, che deve essere inferiore alla massima sopportabile dallo shaker. A causa della bassa densità, è stato prediletto l'impiego di alluminio per la realizzazione fisica degli elementi principali.

Questo primo capitolo espone le fasi di progettazione. Dopo aver discusso brevemente le ragioni che hanno portato a scartare la prima soluzione proposta (paragrafo 1.2), sono descritti caratteristiche e comportamento teorico del componente scelto (paragrafo 1.3 e paragrafo 1.4).

1.2 Prima soluzione: trave a L

Inizialmente è stato preso in considerazione un profilo di trave a L, poiché possiede dei modi di vibrare compatibili con la presente applicazione e perché è interessante dal punto di vista cinematico. Infatti, immaginando una situazione in cui la trave è sistemata a sbalzo su uno shaker elettrodinamico ed eccitata ad un modo flessionale, la flessione dei due tratti da cui è composta (orizzontale e verticale) avviene lungo due assi differenti.

Posizionando la fotocamera in modo tale da inquadrare la superficie laterale dell'oggetto si potrebbe registrare un video durante l'eccitazione e poi elaborarlo al fine di estrarre la forma modale alla data frequenza, determinando così la flessione dei due tratti.

Per questo sistema sono state analizzate tre versioni, riportate in *Tabella 1*.

Soluzione	Lunghezza (mm)	Altezza (mm)	Profondità (mm)	Spessore (mm)	Materiale
1	200	100	10	20	Alluminio
2	200	100	10	5	Alluminio
3	200	100	10	20	Plexiglass

Tabella 1: dimensioni travi a L

Ognuna delle tre soluzioni è stata analizzata in frequenza con un modello agli elementi finiti, volto alla valutazione delle pulsazioni proprie e dei modi di vibrare.

Nelle simulazioni è stato imposto un vincolo d'incastro sull'estremo libero del lato lungo 200mm e sono stati estratti i primi 6 modi di vibrare del sistema. L'obiettivo è trovare una configurazione che abbia dei modi di vibrare flessionali acquisibili dalla fotocamera, che campiona a 900Hz. Purtroppo le simulazioni hanno dimostrato che nessuna delle tre configurazioni soddisfa pienamente i vincoli di progetto, perciò è stata scelta una configurazione differente. Nei paragrafi seguenti sono riportati i risultati dell'analisi modale per ciascuna soluzione.

1.2.1 Trave a L in alluminio di spessore 20 millimetri

In *Tabella 2* si riportano le prime sei frequenze proprie del sistema e i corrispondenti modi di vibrare, specificandone il tipo (torsionale o flessionale) in relazione al sistema di riferimento del software di simulazione (visibile in tutte le figure estratte dalla simulazione, nell'angolo in basso a destra).

Modo di vibrare	Frequenza (Hz)	Tipo
1	106.41	Torsionale sul piano xz
2	208.6	Flessionale sul piano xy
3	369.71	Torsionale sul piano yz
4	843.05	Flessionale sul piano xy
5	1022.9	Torsionale sul piano xz
6	2436.9	Flessionale sul piano xy

Tabella 2: frequenze proprie e modi di vibrare trave a L di spessore 20mm (alluminio)

Dallo studio emerge che l'unico modo d'interesse è il secondo, in quanto comporta una flessione sul piano ortogonale all'obiettivo fotocamera e ad una frequenza in accordo con quella di acquisizione che, come anticipato, è pari a 900 Hz. Questa soluzione è stata scartata perché possiede delle pulsazioni proprie troppo elevate e pertanto non acquisibili (ad eccezione del primo modo flessionale). Come descritto nel paragrafo successivo 1.2.2, è stata esplorata una soluzione identica alla precedente eccetto che per la dimensione dello spessore, che è stato portato a 5mm per ridurre il valore delle pulsazioni proprie.

In *Figura 1*, *Figura 2* e *Figura 3* sono mostrati i primi tre modi di vibrare del sistema.

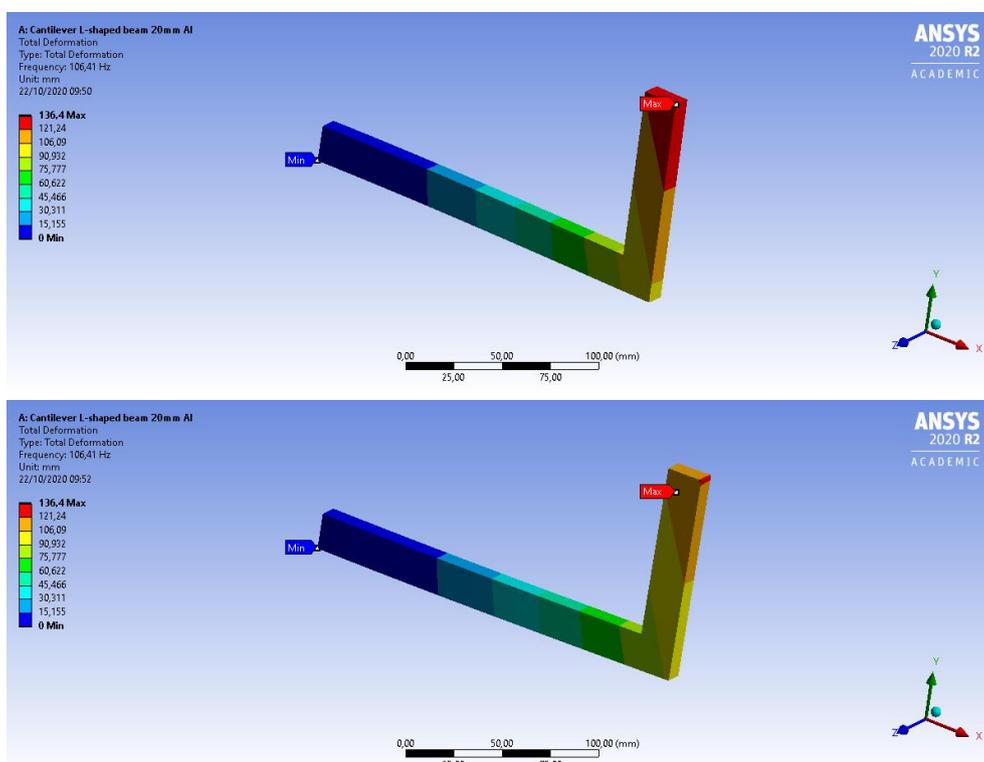


Figura 1: 1° modo di vibrare

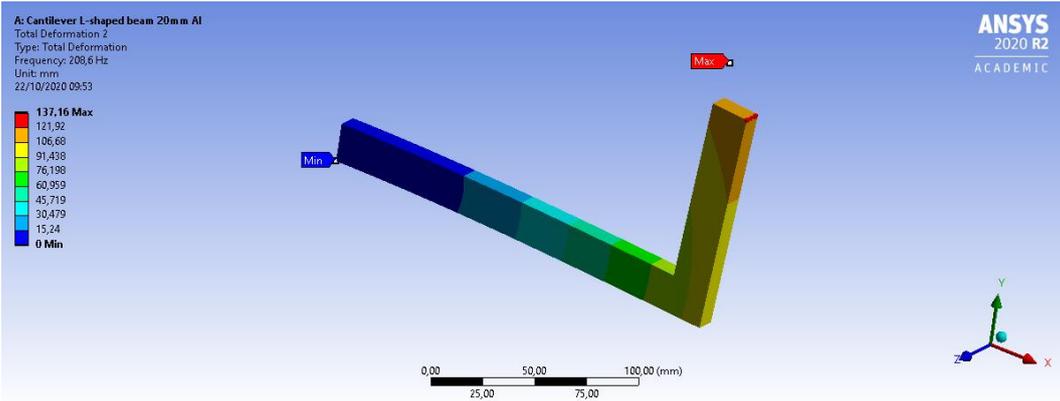
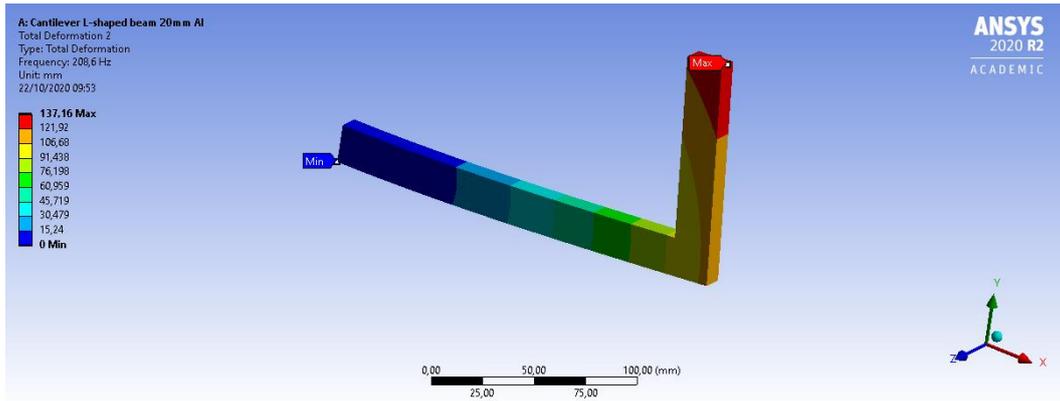


Figura 2: 2° modo di vibrare

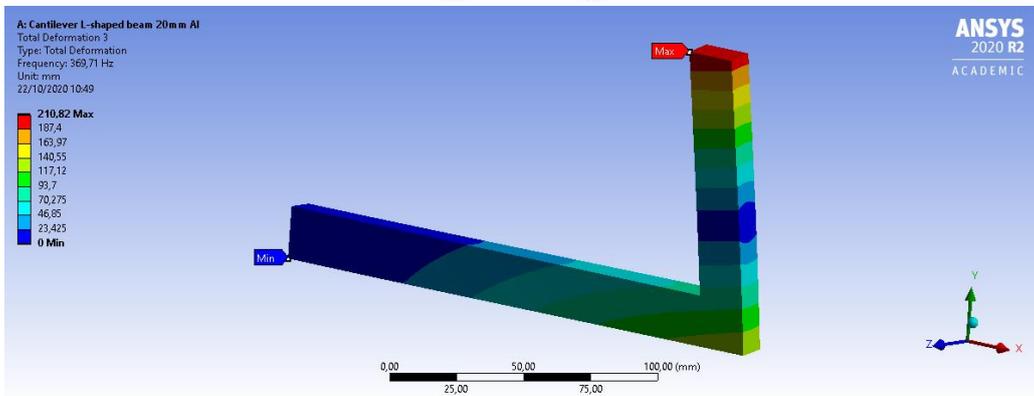
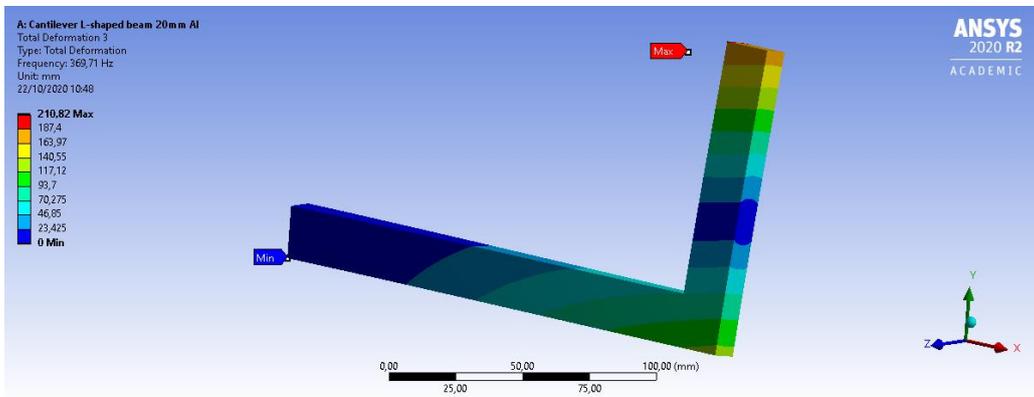


Figura 3: 3° modo di vibrare

1.2.2 Trave a L in alluminio di spessore 5 millimetri

In *Tabella 3* sono riportati i risultati della simulazione.

Modo di vibrare	Frequenza (Hz)	Tipo
1	57.507	Flessionale sul piano xy
2	102.06	Torsionale sul piano yz
3	237.81	Flessionale sul piano xy
4	252.18	Torsionale sul piano yz
5	683.21	Flessionale sul piano xy
6	1122.30	Torsionale sul piano xz

Tabella 3: frequenze proprie e modi di vibrare trave a L di spessore 5mm (alluminio)

Dallo studio si ottiene che:

- il primo e il terzo modo sono gli unici di interesse
- uno spessore piccolo mantiene relativamente basso il valore delle prime pulsazioni proprie

In *Figura 4*, *Figura 5* e *Figura 6* si mostrano i primi tre modi di vibrare del sistema. Nonostante la riduzione di spessore abbia portato a dei notevoli miglioramenti, le frequenze proprie sono state ritenute ancora troppo elevate, in particolar modo la prima.

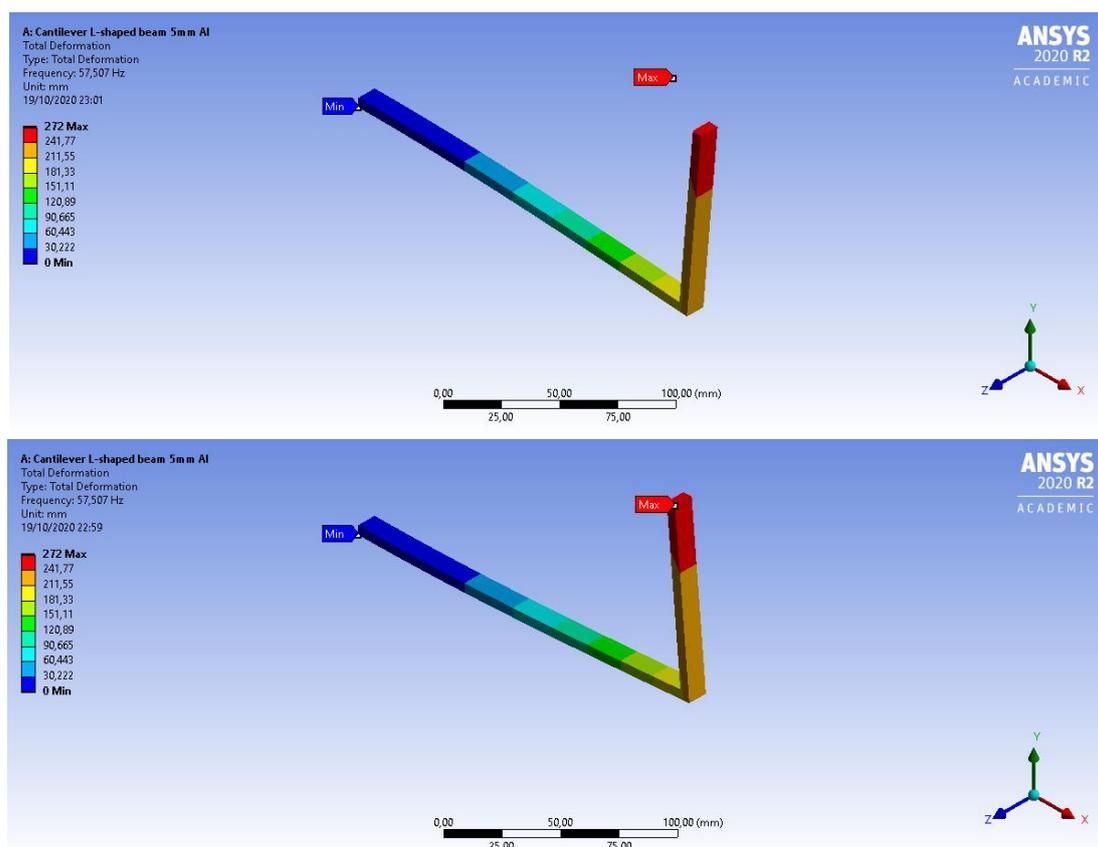


Figura 4: 1° modo di vibrare

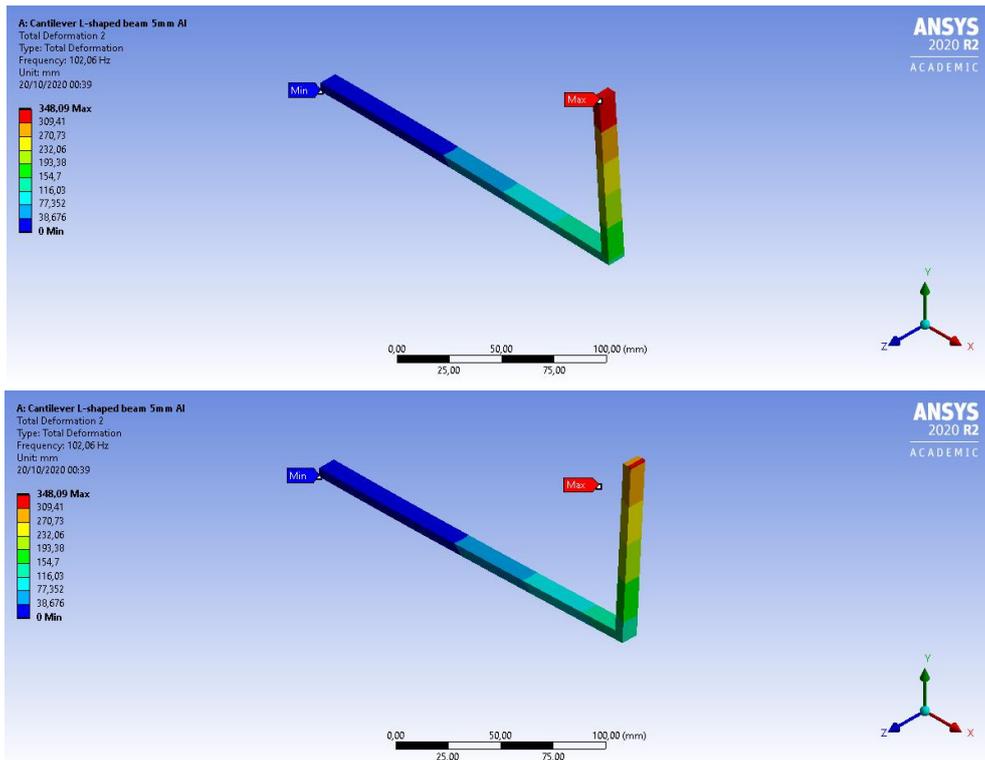


Figura 5: 2° modo di vibrare

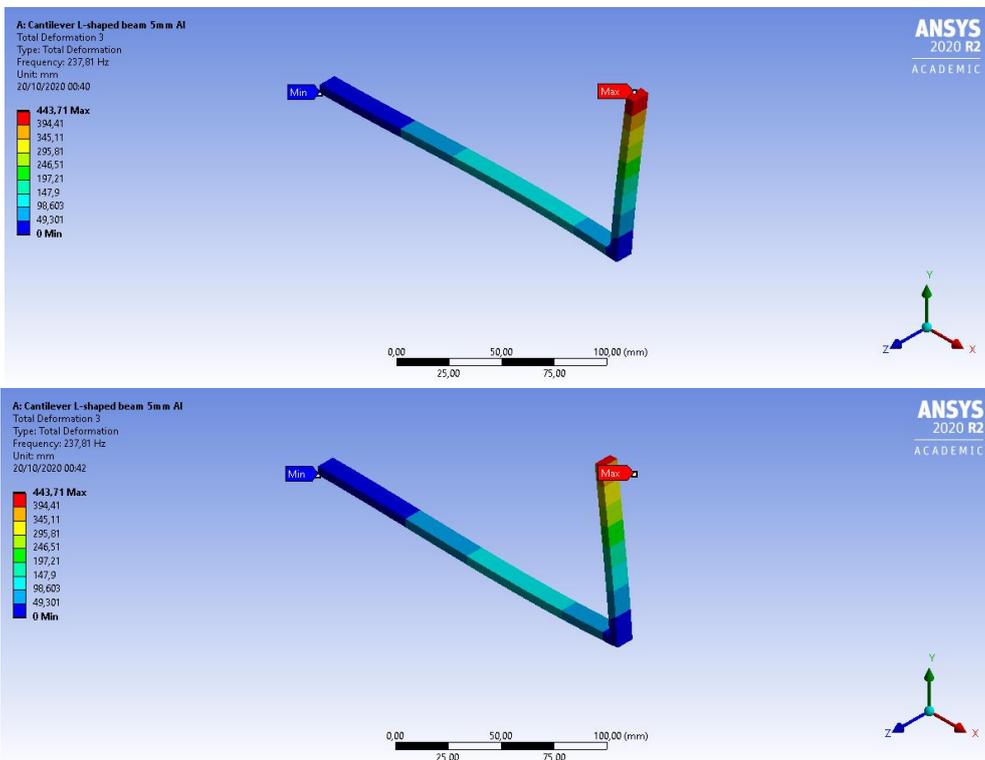


Figura 6: 3° modo di vibrare

1.2.3 Trave a L in plexiglass di spessore 20 millimetri

Per diminuire le frequenze proprie si è pensato di utilizzare un materiale con un modulo elastico inferiore a quello dell'alluminio, mantenendo invariate forma e dimensioni del componente descritto nel paragrafo precedente.

Il plexiglass soddisfa questi requisiti ($E_{\text{plex}} \cong 3,3 \text{ GPa}$ mentre $E_{\text{all}} \cong 70,3 \text{ GPa}$), come si può evincere dai risultati dell'analisi modale elencati in Tabella 4.

Modo di vibrare	Frequenza (Hz)	Tipo
1	34.717	Torsionale sul piano xz
2	68.149	Flessionale sul piano xy
3	118.84	Torsionale sul piano yz
4	275.28	Flessionale sul piano xy
5	334.21	Torsionale sul piano xz
6	795.49	Flessionale sul piano xy

Tabella 4: frequenze proprie e modi di vibrare trave a L di spessore 20mm (incastro)

La forma dei modi non cambia rispetto al caso di trave in alluminio ma le frequenze sono notevolmente inferiori. Ciononostante, il plexiglass è un materiale meno comune dell'alluminio e potrebbe inoltre portare a condizioni di incastro incerte e poco rigide. Per queste ragioni è stata abbandonata definitivamente questa configurazione, virando su un concetto completamente differente ma in grado di rispettare tutti i requisiti progettuali.

1.3 Soluzione definitiva: lamina con massa applicata all'estremità libera

Al fine di adeguare il comportamento dinamico del componente alle esigenze progettuali, è stato sviluppato un nuovo sistema, costituito dai seguenti elementi principali:

- lamina in lega di alluminio 6082-T6
- una massa in lega di alluminio 6060-T5
- un elemento di fissaggio in acciaio S235

In *Figura 7* è mostrato il modello tridimensionale dell'oggetto: la lamina da un lato è bloccata per un tratto pari a un quinto della sua lunghezza fra due piastre quadrate, mentre dall'altro è accoppiata con una massa.

In sede di prova la piastra quadrata inferiore è vincolata ad uno shaker elettrodinamico, tramite il quale vengono forniti due diversi tipi di accelerazione (random e sinusoidale pura). Il sistema studiato è quindi una trave a sbalzo con massa all'estremità libera, sottoposta ad eccitazione alla base (ovvero nella sede dell'incastro).

Come spiegato dettagliatamente nel Capitolo 2, durante le prove è stata inquadrata con la fotocamera la superficie laterale del componente e sono stati registrati dei video del sistema eccitato, dai quali è stato estratto lo spostamento verticale della massa e della lamina.

Prima di realizzare fisicamente il componente è stata effettuata un'analisi modale, per verificare la compatibilità fra i primi modi di vibrare e la frequenza di acquisizione della fotocamera (Paragrafo 1.4.3).

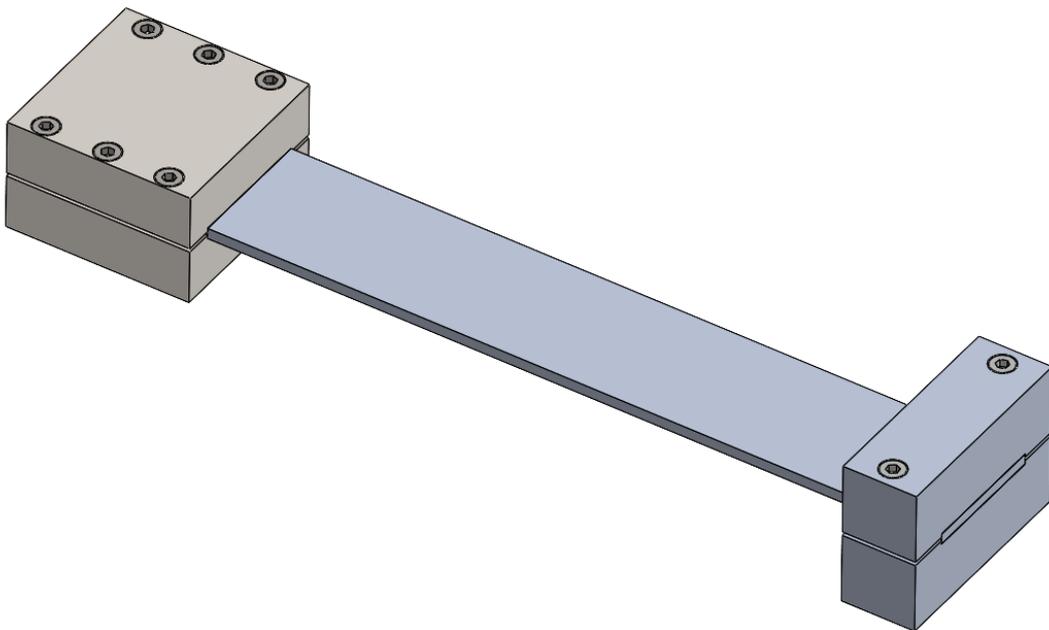


Figura 7: modello 3D della configurazione definitiva

Il dispositivo di fissaggio svolge due funzioni fondamentali per il corretto funzionamento del sistema. Innanzitutto, costituisce un vincolo di incastro per la lamina, inserita al suo interno e bloccata grazie al carico prodotto dalle sei viti mordenti che collegano le lastre. Inoltre, la lastra inferiore, come già spiegato, garantisce il collegamento dell'intero sistema alla testa dello shaker.

Sull'estremo libero della lamina è applicata la massa in alluminio, costituita da due parti unite mediante altrettanti viti a testa cilindrica con esagono incassato. Fra la parte superiore e inferiore della massa, a fissaggio avvenuto, esiste un gap di 1 millimetro. Questa scelta garantisce una perfetta aderenza con la lamina su tutta la superficie di contatto, prevenendo così micro-movimenti indesiderati durante l'eccitazione che potrebbero alterare i risultati delle misurazioni.

La soluzione soddisfa tutti i vincoli progettuali. Il peso proprio della struttura è adeguato alle caratteristiche della tavola vibrante, perché il materiale che predomina è l'alluminio, storicamente noto per la sua leggerezza.

Sono presenti delle superfici piane sulle quali valutare gli spostamenti e non si ha moto al di fuori del piano inquadrato dalla fotocamera poiché il baricentro del sistema cade sull'asse di simmetria del lato lungo della lamina e il vincolo assicura un perfetto fissaggio.

Nei paragrafi seguenti sono indicati i dettagli di ogni elemento della soluzione.

1.3.1 La lamina

In *Figura 8* è mostrato il modello 3D della lamina.

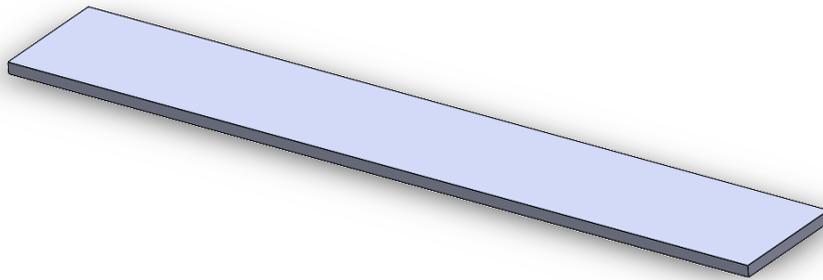


Figura 8: la lamina

La lamina è realizzata in lega di alluminio 6082-T6. La sigla T6 indica che nel ciclo produttivo è stato effettuato un trattamento termico che prevede solubilizzazione, tempra e invecchiamento artificiale.

Le proprietà meccaniche principali della lega sono riportate in *Tabella 5*. Per conoscere tutti i dati tecnici consultare l'Appendice A.

Densità (g/cm ³)	Modulo di elasticità (Mpa)	Coeff. di Poisson (-)
2.7	69000	0.33

Tabella 5: proprietà d'interesse della lega 6082-T6

La lamina è l'elemento flessibile del sistema e il collegamento elastico fra le masse. Le sue principali caratteristiche geometriche e fisiche sono riportate in *Tabella 6*.

Lunghezza (mm)	Larghezza (mm)	Spessore (mm)	Massa (g)
250	34.8	3	70

Tabella 6: caratteristiche geometriche e fisiche della lamina

1.3.2 La massa

Particolare attenzione è stata data alla definizione della forma della massa da applicare alla lamina. La massa è il target principale dell'acquisizione e pertanto deve adempire a tutti i requisiti progettuali precedentemente elencati.

In un primo momento è stata valutata la configurazione di *Figura 9*.

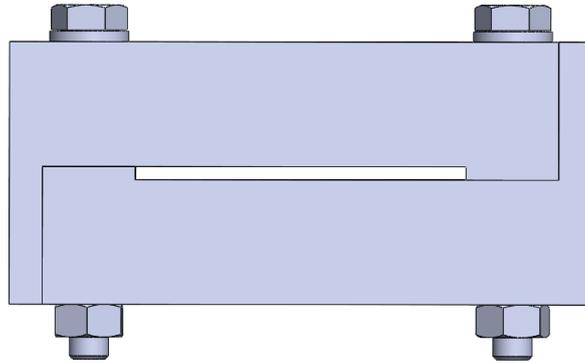


Figura 9: prima forma della massa

Questa è formata da due blocchetti di alluminio che si chiudono sulla lamina tramite due bulloni inseriti verticalmente.

Il principale vantaggio offerto dalla soluzione è l'assenza di una superficie di separazione fra i due blocchi. Dopo un'attenta analisi, questa idea è stata abbandonata perché in sede di prova si potrebbero avere delle vibrazioni indesiderate delle due ali sottili (*Figura 9*, in basso a sinistra e in alto a destra) con conseguente moto su un piano non perpendicolare alla fotocamera.

Il layout definitivo della massa è presentato in *Figura 10*.

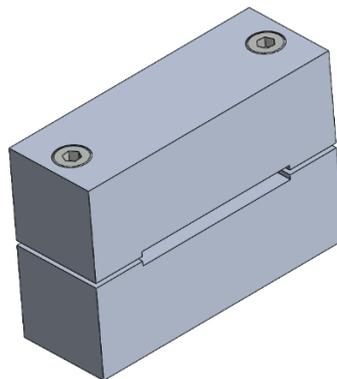


Figura 10: configurazione definitiva della massa

La massa è composta da due elementi in lega di alluminio, uniti mediante due viti mordenti M4 a testa cilindrica con esagono incassato. Per questo motivo, i due fori del blocco inferiore sono filettati. Sull'elemento superiore, invece, sono realizzate due cave per accogliere la testa della vite, le cui caratteristiche tecniche sono presentate in Appendice B .

La lega impiegata è la 6060-T5, sottoposta a formatura ad elevata temperatura, tempra e invecchiamento artificiale. In *Tabella 7* sono riportate le principali proprietà meccaniche della lega e la massa complessiva del pezzo (comprese le viti).

Per ulteriori approfondimenti consultare l'Appendice A e l'Appendice B.

Densità (g/cm ³)	Modulo di elasticità (Mpa)	Coeff. di Poisson (-)	Massa (g)
2.7	69000	0,33	0.120

Tabella 7: proprietà fisiche della massa

Entrambi i blocchi sono stati fresati internamente per consentire l'accoppiamento con la lamina. Inoltre, per assicurare un ottimo bloccaggio si è fatto in modo che la profondità delle cave non coprisse tutto lo spessore della lamina (analogo al fissaggio sullo shaker): i due blocchetti non sono quindi in contatto, come si evince da *Figura 11*.

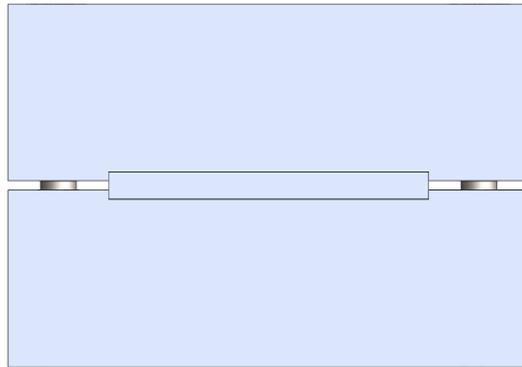


Figura 11: accoppiamento massa-lamina

1.3.3 Il dispositivo di fissaggio

Per la buona riuscita delle prove, è fondamentale costruire un incastro rigido che eviti movimenti del tratto di lamina bloccato al suo interno mentre la tavola vibrante è in moto. Il vincolo, il cui modello CAD è mostrato in *Figura 12* è costituito da due lastre quadrate in acciaio S235JR, che sono state fresate e forate.

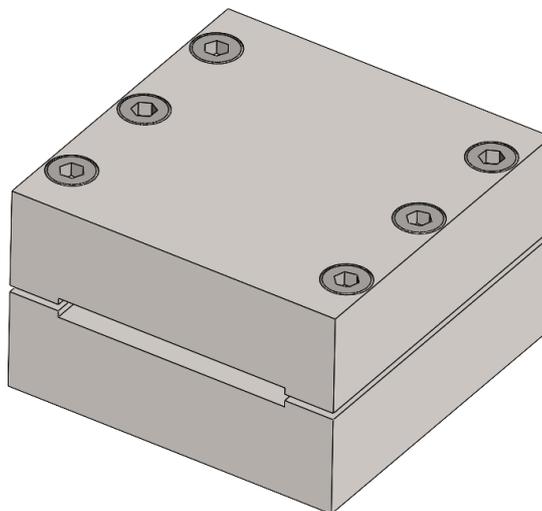


Figura 12: il dispositivo di fissaggio

La chiusura del vincolo è assicurata da sei viti M4 a testa cilindrica con esagono incassato, disposte simmetricamente tre per lato. I sei fori della piastra inferiore (Figura 13) sono filettati, mentre quelli della parte superiore presentano una cava cilindrica che ospita la testa della vite (Figura 14).

Sulla lastra inferiore sono inoltre presenti altri sei fori con cava cilindrica, disposti su una circonferenza di diametro 25.4 millimetri, per accogliere le viti M5 che si chiudono sulla testa della tavola vibrante, assicurando così il collegamento dell'intera struttura alla sorgente della sollecitazione dinamica.

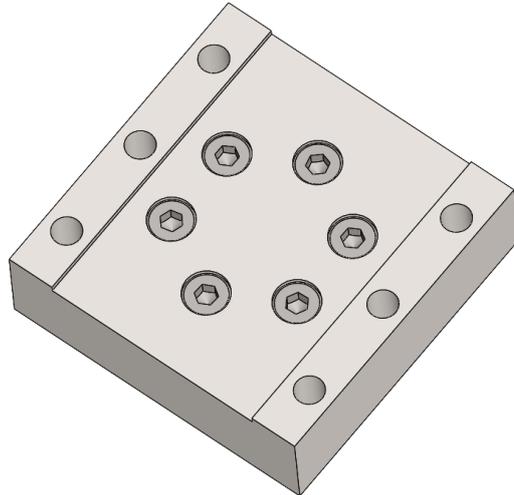


Figura 13: piastra inferiore con viti per accoppiamento con testa shaker

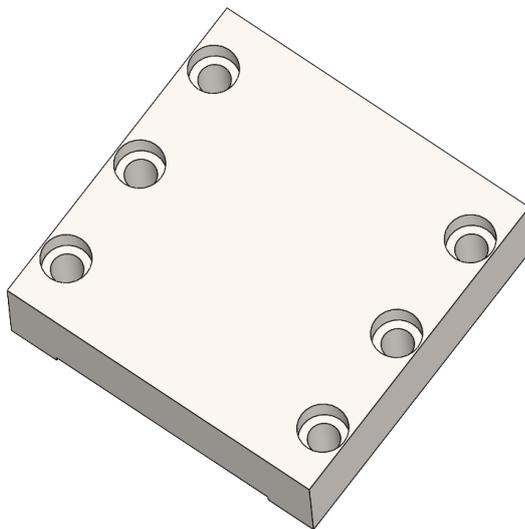


Figura 14: piastra superiore dispositivo di fissaggio

In Tabella 8 sono riportate le principali proprietà meccaniche del pezzo e la sua massa complessiva (comprese le 12 viti). Per ulteriori approfondimenti consultare l'Appendice A e l'Appendice B.

Densità (g/cm ³)	Modulo di elasticità (Mpa)	Coeff. di Poisson (-)	Massa (g)
7,8	210000	0,3	560

Tabella 8: proprietà fisiche del dispositivo di incastro

1.4 Studio teorico della soluzione

In questa sezione sono discussi il comportamento statico e la risposta modale teorici della soluzione adottata.

Sono stati elaborati due modelli: uno a parametri concentrati a singolo grado di libertà e uno continuo. Il modello a parametri concentrati, che ha permesso di stimare la deformata statica della lamina e la prima pulsazione propria, è stato sviluppato sotto le seguenti ipotesi:

- il sistema possiede un grado di libertà
- la lamina segue la teoria di Eulero-Bernoulli, pertanto sono prese in considerazione solo le vibrazioni flessionali
- la lamina è considerata lunga quanto la parte che fuoriesce dall'incastro (quattro quinti della lunghezza totale)
- l'inerzia alla rotazione delle masse è trascurata
- nel calcolo della deformata statica e della cedevolezza della trave, si assume che il punto di flessione coincida con quello del baricentro della massa, in quanto lì è applicata la forza peso. In realtà il tratto di trave chiuso fra i due blocchetti di alluminio è rigido e la flessione avviene al di fuori di questa zona.

Dal modello continuo, invece, sono state determinate le prime cinque frequenze proprie del sistema, la prima delle quali è stata confrontata con quella ottenuta dal modello a parametri concentrati.

1.4.1 Analisi statica

In assenza di sollecitazione esterna, il sistema occupa una posizione di equilibrio statico in cui la lamina è inflessa di una quantità che dipende dalla posizione della massa.

Nel caso in esame la situazione è quella mostrata in *Figura 15*, dove il termine P indica il peso della massa, il termine L_1 la distanza fra il baricentro della massa e l'incastro, e il termine L la lunghezza della parte di lamina non incastrata.

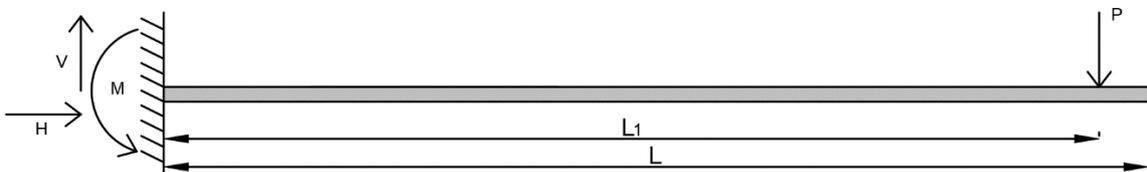


Figura 15: configurazione statica del sistema

Per l'equilibrio statico risulta:

$$\begin{cases} V - P = 0 \\ H = 0 \\ M = PL_1 \end{cases} \quad (1)$$

In *Tabella 9* sono riportati i moduli delle sollecitazioni vincolari all'incastro.

Dati			Sollecitazioni vincolari		
P (N)	L1 (mm)	L (mm)	V (N)	H (N)	M (N·mm)
1,2	190	200	1,2	0	224

Tabella 9: sollecitazioni vincolari agenti sulla struttura

Introducendo un sistema di riferimento Oxy centrato sull'incastro, con l'asse x orientato verso destra e l'asse y verso il basso, l'espressione della linea elastica $y(x)$ può essere trovata integrando due volte la seguente equazione differenziale:

$$EJ \frac{d^2 y(x)}{dx^2} = -M(x) \quad (2)$$

dove

$M(x)$ = momento flettente lungo l'asse x

E = modulo elastico lineare della lamina

J = momento d'inerzia (di superficie) lungo l'asse neutro

Il momento flettente $M(x)$ è definito a tratti:

$$M(x) = \begin{cases} -PL_1 + Px & 0 \leq x < L_1 \\ 0 & L_1 \leq x \leq L \end{cases} \quad (3)$$

Complessivamente si hanno quindi quattro costanti di integrazione, due per il primo tratto ($0 \leq x < L_1$) e due per il secondo ($L_1 \leq x \leq L$), determinate grazie alle seguenti condizioni al contorno:

$$y_I(x=0) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{dy_I(x=0)}{dx} = 0 \quad (5)$$

$$y_I(x=L_1) = y_{II}(x=L_1) \quad (6)$$

$$\frac{dy_I(x=L_1)}{dx} = \frac{dy_{II}(x=L_1)}{dx} \quad (7)$$

dove con il pedice I è indicato il primo tratto e con il pedice II il secondo.

Le espressioni (4) e (5) esprimono le condizioni all'incastro, ovvero spostamento e rotazione nulla. La (6) e la (7) impongono la conservazione dello spostamento e della rotazione sulla stessa sezione ma vista come appartenente a due tratti differenti. Si hanno cinque tratti e pertanto l'indice i varia da 1 a 4. Svolgendo i calcoli si ottiene:

Sostituendo (3) in (2), integrando due volte e imponendo le condizioni al contorno (4), (5), (6) e (7) l'espressione della deformata è determinata:

$$y(x) = \begin{cases} \frac{3PL_1x^2 - Px^3}{6EJ} & 0 \leq x < L_1 \\ \frac{1}{EJ} \left(\frac{PL_1^2(x-L_1)}{2} + \frac{PL_1^3}{3} \right) & L_1 \leq x < L \end{cases} \quad (8)$$

In *Figura 16* è mostrata la deformata statica teorica del caso in esame.

La flessione massima è nel punto della lamina più distante dall'incastro. L'andamento è cubico nel primo tratto e lineare nel secondo, in accordo con l'espressione del momento flettente.

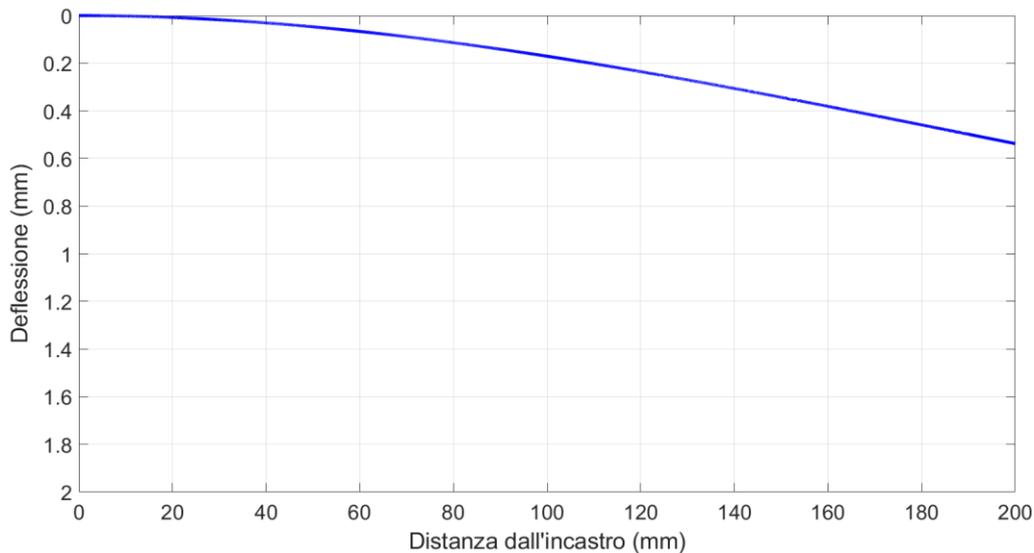


Figura 16: deformata statica della lamina

1.4.3 Analisi modale

Per la stima della prima pulsazione è stato sviluppato un modello a parametri concentrati ad un grado di libertà. Tenendo conto del fatto che il carico P non è applicato sull'estremo libero della lamina, ma ad una distanza pari a metà dello spessore della massa, la rigidità flessionale del sistema vale:

$$k_f = \frac{P}{\frac{PL_1^3}{3EJ}} = \frac{3EJ}{L_1^3} \approx 2363 \frac{N}{m} \quad (9)$$

mentre la frequenza naturale è definita come:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_f}{m_{tot}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_f}{m+m_{l,eq}}} \quad (10)$$

in cui $m_{l,eq}$ indica la massa equivalente della lamina.

Per comprendere il significato di questo termine, si consideri la lamina priva della massa in punta. Il caso è quello della trave incastrata-libera per il quale sono note le prime quattro pulsazioni naturali (Figura 17, [1]).

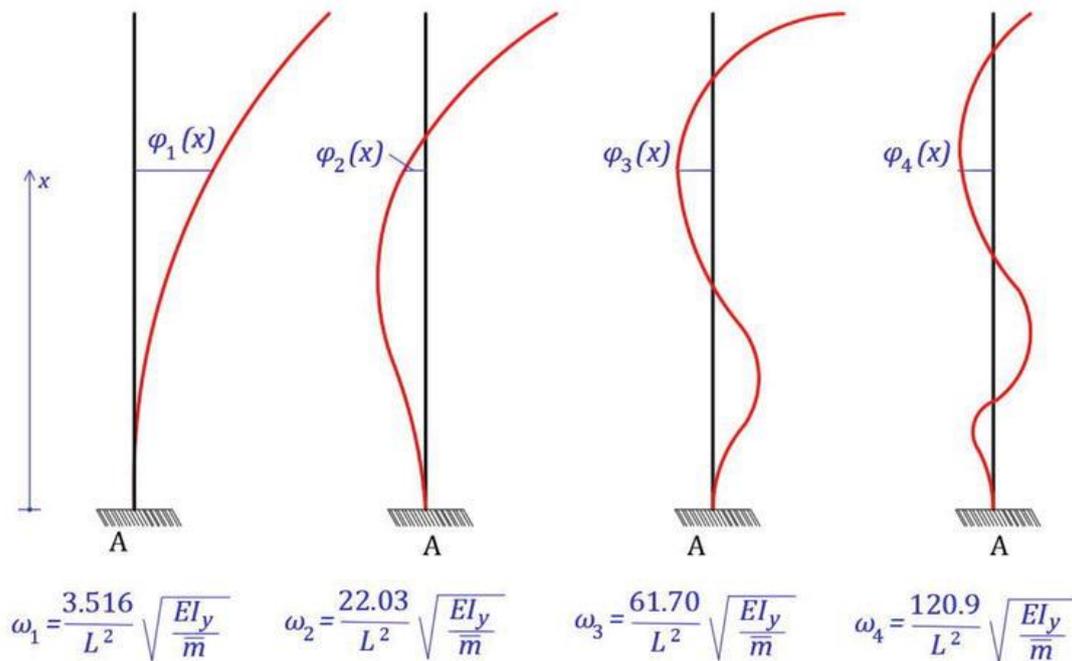


Figura 17: primo quattro modi di vibrare trave incastrata-libera [1]

Volendo costruire un modello ad un grado di libertà, si considera solo la prima pulsazione naturale, che si ricava facilmente dalle proprietà di massa della lamina:

$$\omega_1 = \frac{3.516}{L^2} \sqrt{\frac{EJ}{\bar{m}}} \approx 382.72 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (11)$$

dove \bar{m} indica la massa per unità di lunghezza.

La massa equivalente della lamina $m_{l,eq}$ è definita come:

$$m_{l,eq} = \frac{k_f}{\omega_1^2} \approx 0.016 \text{ kg}$$

e indica il valore della massa che deve possedere un modello ad un grado di libertà di rigidità k_f , per avere un comportamento identico al primo modo di vibrare del sistema trave incastrata-libera.

A questo punto è possibile ricavare la frequenza propria del sistema lamina-massa:

$$f_n \approx 20.97 \text{ Hz} \quad (12)$$

Tale risultato è molto vicino a quello ottenuto dalla simulazione numerica, che restituisce un valore della prima pulsazione pari a:

$$f_n \approx 21.05 \text{ Hz} \quad (13)$$

La simulazione è stata effettuata in Solidworks, utilizzando il tool “Simulation”. Sono stati assegnati i materiali ai vari elementi (lamina, massa e viti) e le condizioni di vincolo. La lamina è stata considerata lunga quanto la parte non incastrata ($L=200\text{mm}$) ed è stato imposto l’incastro della sezione più esterna, come mostrato in *Figura 18*.

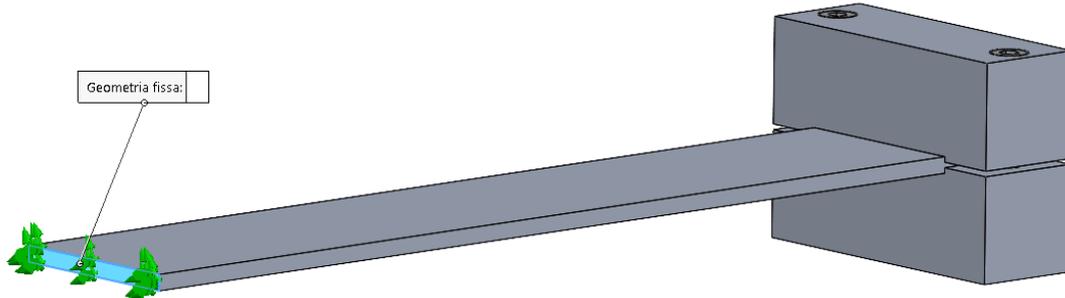


Figura 18: vincolo d’incastro su simulazione numerica

In *Tabella 10* sono riportate le prime tre frequenze proprie del sistema e i corrispondenti modi di vibrare, specificandone il tipo (torsionale o flessionale).

Modo di vibrare	Frequenza (Hz)	Tipo
1	21.05	Flessionale
2	148.74	Torsionale
3	257.14	Flessionale

Tabella 10: frequenze proprie e modi di vibrare del modello numerico

Il primo e il terzo modo sono d’interesse, poiché flessionali e ad una frequenza in accordo con quella di campionamento della fotocamera. Inoltre, il valore della prima frequenza propria di questo sistema è circa la metà di quella della trave a L con spessore 5mm. In *Figura 19*, *Figura 20* e *Figura 21* sono riportate le tre forme modali.

Forma della modalità : valore 1 = 21,046 Hz
Scala di deformazione: 0,00708433

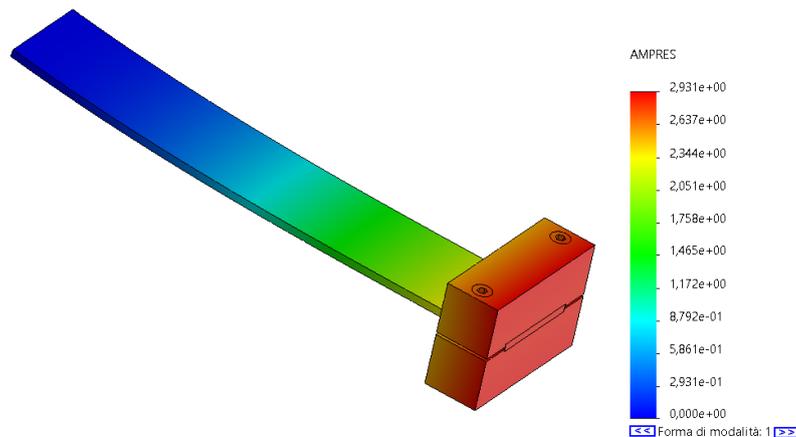


Figura 19: 1° modo di vibrare (flessionale)

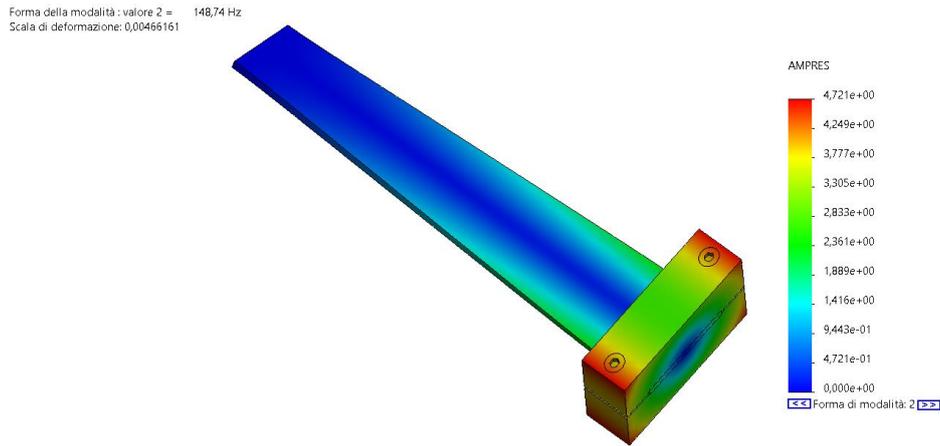


Figura 20: 2° modo di vibrare (torsionale)

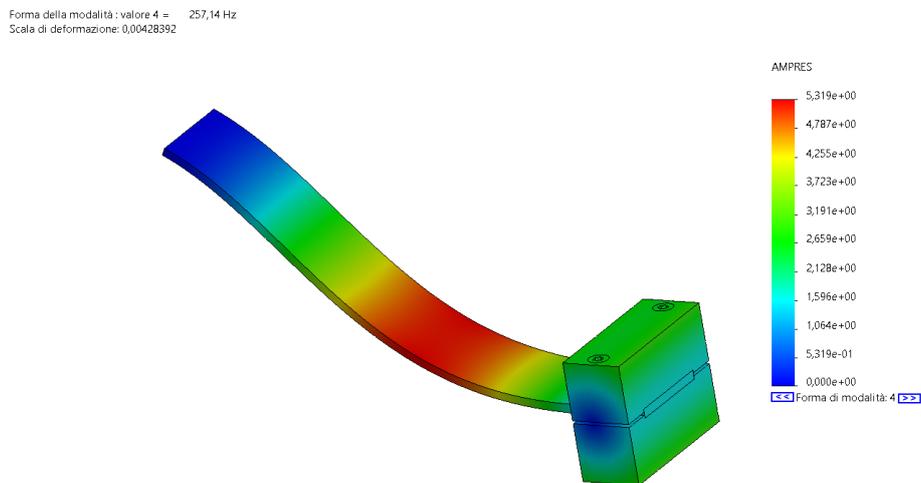


Figura 21: 3° modo di vibrare (flessionale)

Per confrontare i modi di vibrare teorici con quelli reali ricavati sperimentalmente, è necessario tenere in considerazione la presenza dell'accelerometro sulla massa (per dettagli sulla configurazione di prova consultare Capitolo 2).

Sono state quindi effettuate altre simulazioni, per comprendere quanto la presenza dell'accelerometro sulla massa influisca sulla riduzione del valore delle frequenze proprie rispetto al caso appena descritto. Dal datasheet dell'accelerometro utilizzato nelle prove (Paragrafo 2.2.4) è stata verificata la sua massa (4 grammi) ed è stata aggiunta al sistema, come mostrato in Figura 22.

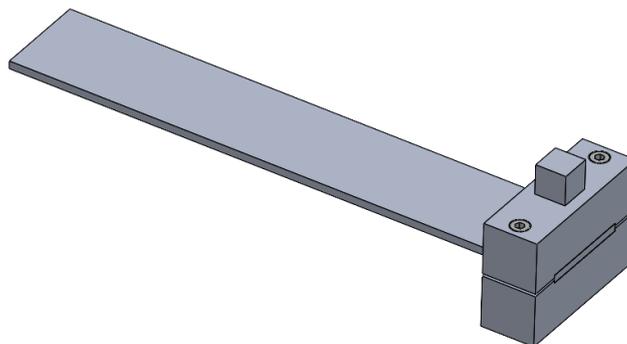


Figura 22: aggiunta dell'accelerometro sulla massa

In *Tabella 11* sono riportate le prime tre frequenze proprie del modello con accelerometro e i corrispondenti modi di vibrare, specificandone il tipo (torsionale o flessionale).

Modo di vibrare	Frequenza (Hz)	Tipo
1	20.87	Flessionale
2	146.38	Torsionale
3	252	Flessionale

Tabella 11: frequenze proprie e modi di vibrare del modello numerico con accelerometro

Le frequenze proprie si sono abbassate perché è stata aggiunta massa al sistema mantenendo invariata la rigidezza. I modi di vibrare non sono cambiati, come si evince da *Figura 23*, *Figura 24* e *Figura 25*.

Forma della modalità : valore 1 = 20,873 Hz
Scala di deformazione: 0,00758142

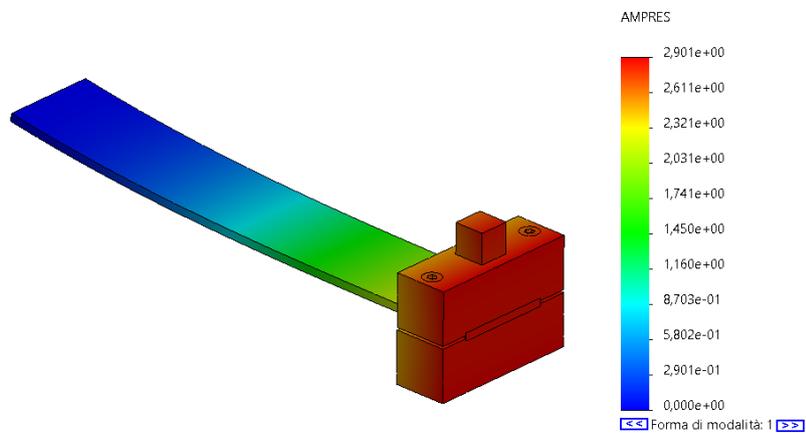


Figura 23: 1° modo di vibrare modello con accelerometro

Forma della modalità : valore 2 = 146,38 Hz
Scala di deformazione: 0,00441252

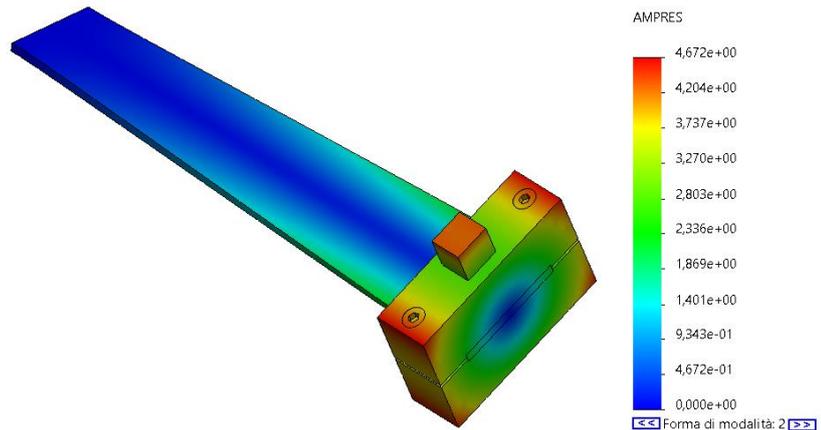


Figura 24: 2° modo di vibrare modello con accelerometro

Forma della modalità : valore 4 = 252 Hz
Scala di deformazione: 0,00422115

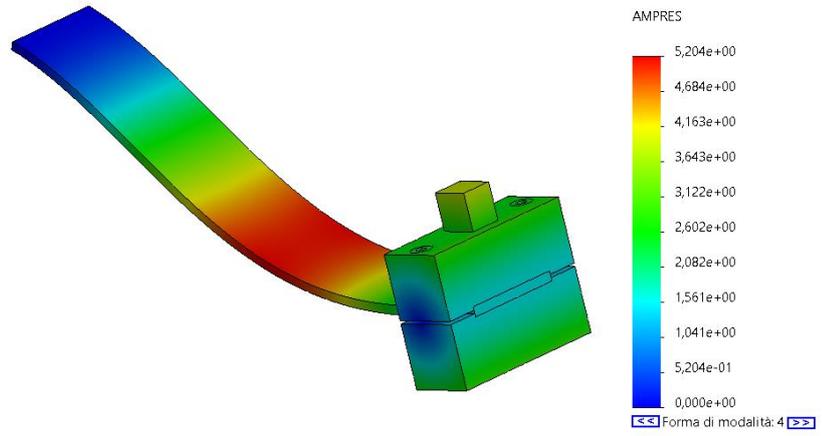


Figura 25: 3° modo di vibrare modello con accelerometro

2. Set-up sperimentale

2.1 Introduzione

Le prove in laboratorio e la successiva analisi dei dati acquisiti hanno rappresentato la parte principale del lavoro di tesi. Per tale ragione, l'obiettivo del presente capitolo è quello di fornire una descrizione dettagliata del tipo di prove effettuate e degli strumenti utilizzati, così da rendere replicabile lo studio.

Le prove sul componente sono state organizzate in due giorni differenti. La sezione 2.2 descrive la prima giornata di prove, mentre la sezione 2.3 presenta le prove realizzate il secondo giorno. Infine, il paragrafo 2.4 discute le caratteristiche degli strumenti impiegati nei due banchi prova. Nelle due giornate è stata utilizzata la stessa strumentazione, ad eccezione del mezzo di registrazione del video: lo smartphone Samsung S10e il primo giorno e la fotocamera ad alta velocità Phantom Miro C110 il secondo.

2.2 Prima giornata di prove

Nella prima giornata è stata effettuata una sola prova, durante la quale il componente è stato eccitato alla base con una accelerazione di tipo random. I dati della prova sono riportati in *Tabella 12*, mentre in *Figura 26* sono illustrati gli elementi del banco.

Prova	Tipo	Frequenza (Hz)	Durata (s)
1	Random	0-400	30

Tabella 12: dati prova prima giornata

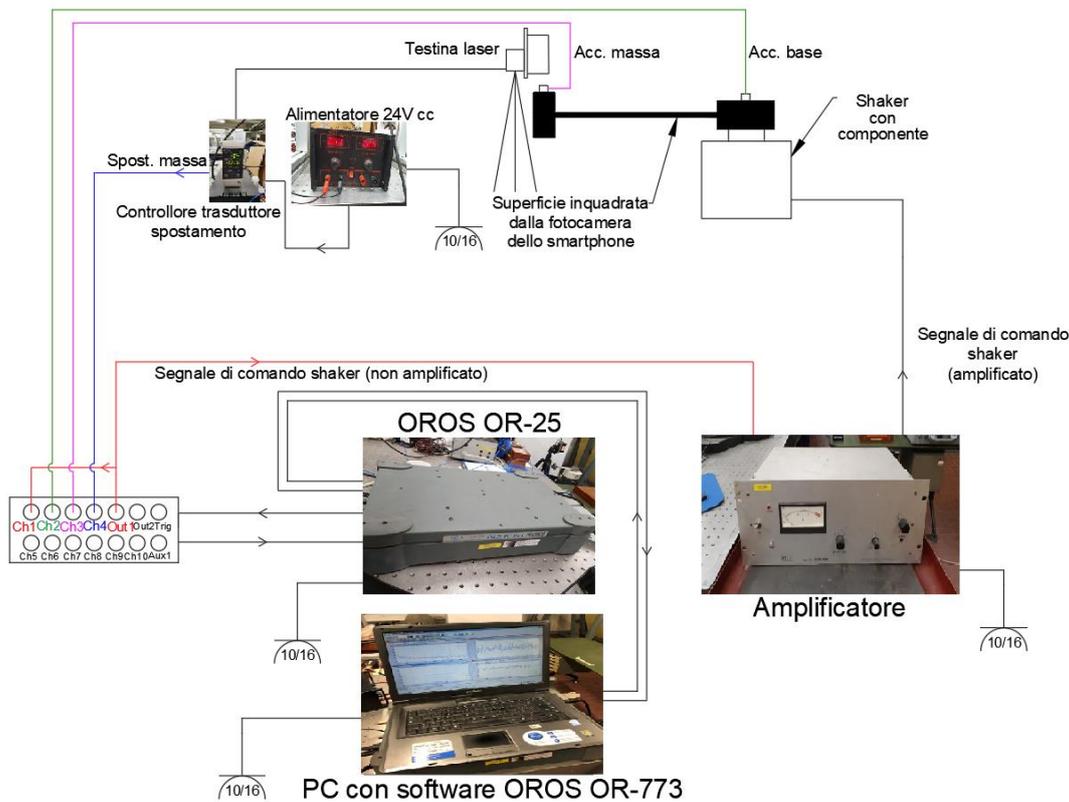


Figura 26: schema di prova prima giornata

Il software OR-773 genera il segnale richiesto, che è amplificato opportunamente per alimentare la tavola vibrante. Alla tavola vibrante è fissato il componente in prova, sul quale sono posizionati due accelerometri, uno per misurare l'accelerazione della base (ingresso) e l'altro per misurare l'accelerazione della massa (uscita).

È presente, inoltre, un trasduttore di spostamento laser per misurare direttamente lo spostamento della massa. Tutti i segnali sono acquisiti dalla scheda del gruppo OROS OR-25 e portati nuovamente al PC per la visualizzazione e il salvataggio.

Infine, a fianco del componente è posizionato lo smartphone S10e, ad una distanza sufficiente (circa 1m in questo caso) per inquadrare tutta la superficie laterale del pezzo, come mostrato in *Figura 27*.



Figura 27: campo inquadrato dalla fotocamera dello smartphone

Dal video girato con lo smartphone, come spiegato nel Capitolo 3, saranno calcolati gli spostamenti verticali della massa e della lamina durante l'eccitazione.

In *Figura 28* è mostrato il componente sulla tavola vibrante a montaggio avvenuto e pronto per l'esecuzione della prova. Si notano inoltre i due accelerometri e il trasduttore di posizione, in alto a sinistra.



Figura 28: componente in prova sulla tavola vibrante

Nella direzione inquadrata dalla fotocamera, dietro alla tavola vibrante, è stato posizionato uno sfondo bianco. Ciò serve a creare un contrasto con il colore grigiastro del componente, rendendo così distinguibile il suo moto da quello apparente dello sfondo. Gli obiettivi principali della prova possono essere così riassunti:

- ricavare dai dati degli accelerometri la funzione di trasferimento del sistema, per la valutazione delle frequenze proprie e dello smorzamento (Capitolo 4, par. 4.5)
- confrontare lo spostamento verticale della massa ottenuto direttamente dal trasduttore di posizione, con quello ottenuto dall'elaborazione del video (Capitolo 4, par. 4.2)

2.3 Seconda giornata di prove

Le prove effettuate il secondo giorno sono elencate in *Tabella 13*. Oltre all'ingresso random in accelerazione, sono stati forniti due ingressi sinusoidali puri alla frequenza del primo e del secondo modo di vibrare flessionale della struttura.

Prova	Tipo	Frequenza (Hz)	Durata (s)
1	Random	0-400	25
2	Random	0-400	25
3	Sinusoidale puro	18	25
4	Sinusoidale puro	235	25

Tabella 13: dati prove seconda giornata

Lo schema di prova è mostrato in *Figura 29*. L'unica differenza con lo schema precedente è l'assenza dei due accelerometri e l'utilizzo della fotocamera ad alta velocità Phantom Miro C110 al posto dello smartphone per la registrazione dei video. È inoltre presente un secondo PC in cui è installato il software di controllo della fotocamera.

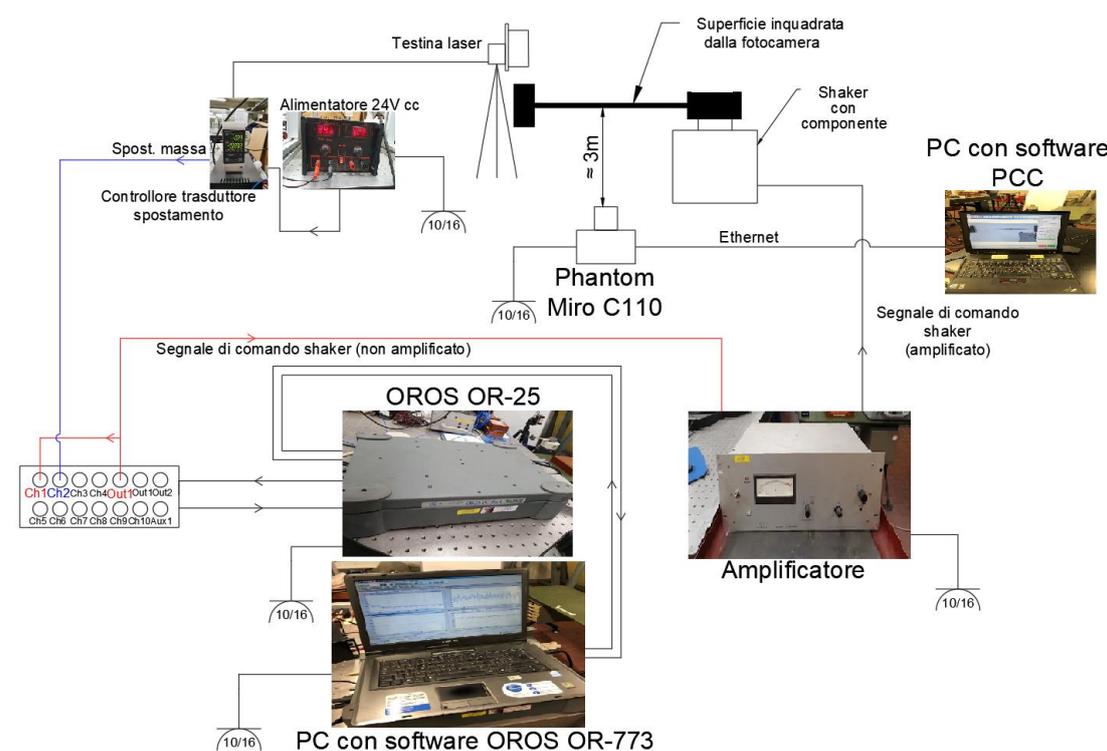


Figura 29: schema di prova seconda giornata

Anche in questo caso, valgono le considerazioni fatte in precedenza in merito al campo inquadrato dalla fotocamera.

Gli obiettivi delle prove possono essere riassunti nei seguenti punti:

- confrontare lo spostamento verticale della massa estratto dal video con quello misurato direttamente dal trasduttore di posizione (Capitolo 4, par. 4.6.2)
- ricavare dal video il moto relativo lamina-shaker (Capitolo 4, par. 4.4)

2.4 Strumentazione utilizzata

I paragrafi seguenti descrivono le caratteristiche degli strumenti di misura e illustrano i collegamenti fisici fra i vari elementi dei due banchi prova.

2.4.1 Gruppo di comando e acquisizione OROS OR-25

Il sistema OROS OR-25 [a], mostrato in *Figura 30*, svolge la doppia funzione di generatore di segnale per il comando dello shaker elettrodinamico e di acquisizione dei segnali provenienti dai sensori.



Figura 30: OROS OR-25

Il corpo centrale da un lato è collegato al PC (*Figura 31* e *Figura 32*), dall'altro alla scheda di acquisizione/comando (*Figura 33*).



Figura 32: interfaccia OROS OR-25 - PC (1/2)

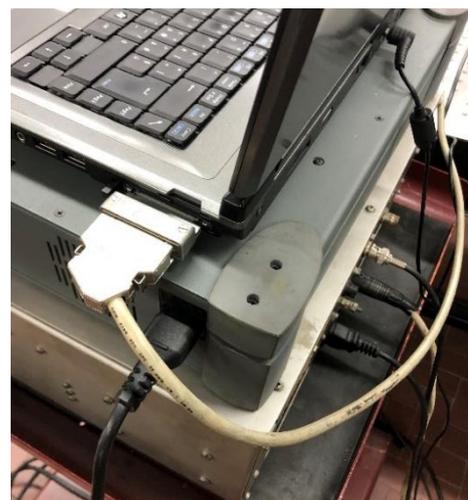


Figura 31: interfaccia OROS OR-25 - PC (2/2)



Figura 33: scheda di acquisizione/comando

La scheda possiede 2 canali di output e 8 canali di input. In input riceve i segnali dai sensori, mentre in output invia il segnale di comando all'amplificatore (paragrafo 2.3.5), che a sua volta lo trasmette alla tavola vibrante.

Il tipo di accelerazione da imporre alla tavola è selezionata dal software dedicato OROS OR-773 [a] installato sul PC (Figura 34).

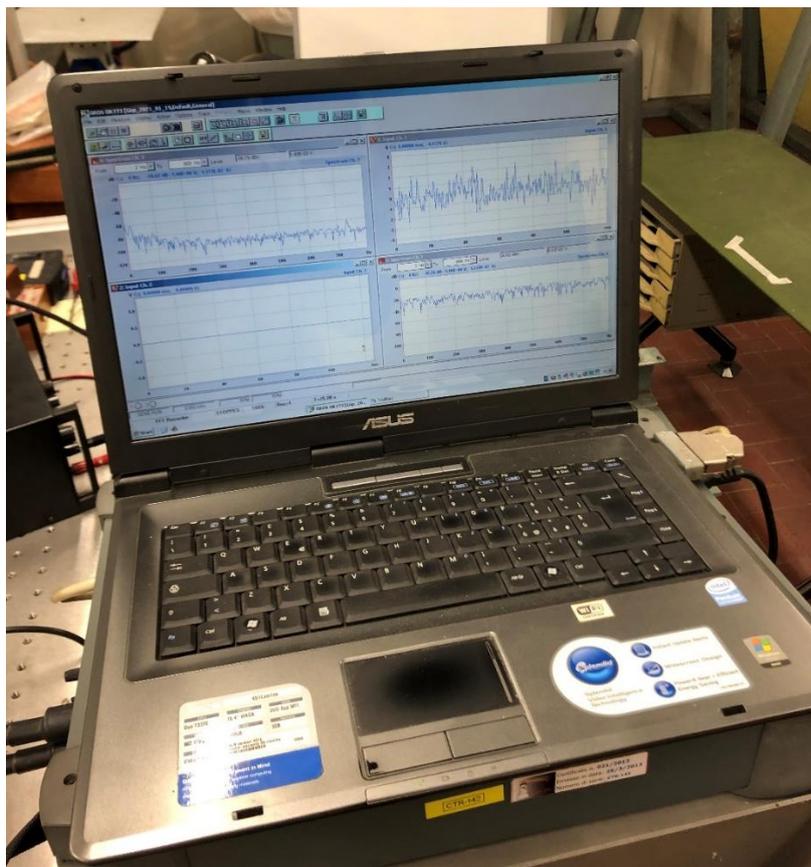


Figura 34: PC con software per il comando della tavola vibrante

Nella prima giornata di prove sulla scheda sono stati occupati quattro canali di input e un canale di output, come mostrato in *Figura 35*.

Dal canale Out1 parte il segnale di comando, che, grazie ad una giunzione a T, è contemporaneamente inviato all'amplificatore e acquisito nel canale Ch1. Nei canali Ch2 e Ch3 arrivano i segnali degli accelerometri, mentre nel canale Ch4 quello del sensore di posizione (laser).

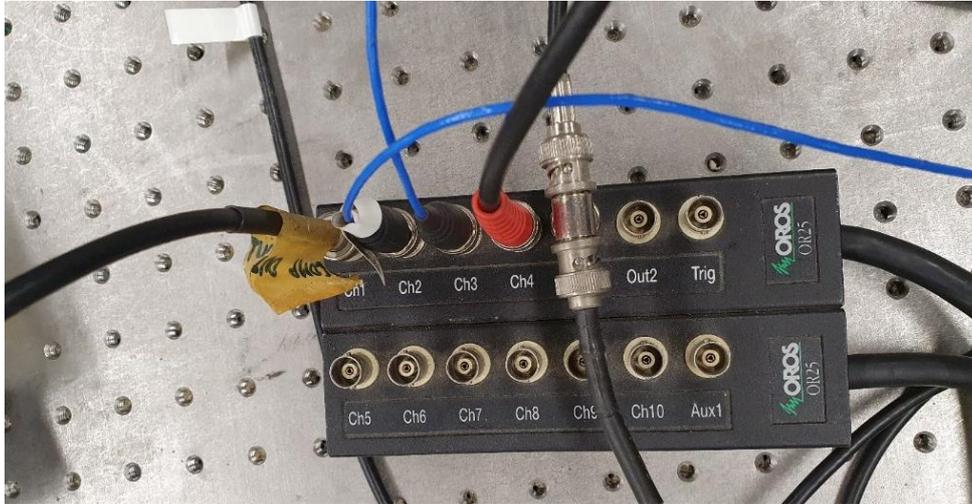


Figura 35: vista della scheda di comando/acquisizione nella prima giornata di prove

Nella seconda giornata di prove sono stati occupati solo il canale Ch1, per l'acquisizione del segnale di input e il canale Ch2 per la ricezione del segnale del sensore di posizione, come visibile in *Figura 36*.



Figura 36: vista della scheda di comando/acquisizione nella seconda giornata di prove

2.4.2 Trasduttore di posizione laser

Per rilevare lo spostamento della massa in modo diretto, è stato impiegato il trasduttore di spostamento laser KEYENCE serie LK-G. Il trasduttore è composto da due elementi:

- testina sensore LK-G152 [b]
- controllore LK-G3001(PV) [c] con schermo di visualizzazione integrato LK-GD500 [d]

Il sensore è caratterizzato da un medio raggio d'azione, precisamente da 110 a 190 millimetri, con una ripetibilità di 0,5 micrometri. Sulla testina risiedono la sorgente del fascio laser, con obiettivo cilindrico che incrementa lo spot del fascio, l'elemento ricettivo CCD (dall'inglese, Charged-Coupled Device), che accumula una carica elettrica proporzionale alla radiazione che lo investe e uno strumento di controllo chiamato ABLE (dall'inglese, Active Balanced Laser control Engine) che gestisce tre grandezze contemporaneamente:

- tempo di emissione del laser
- potenza del laser
- guadagno (fattore di amplificazione CCD)

Il controllo simultaneo di questi tre fattori garantisce una regolazione ottimale dell'intensità luminosa del laser.

Il controllore necessita di un'alimentazione a 24 V cc fornita da un opportuno generatore (*Figura 37*) e può gestire fino a due testine laser contemporaneamente.

Sulla parte posteriore del controllore (*Figura 38*) arriva l'alimentazione in corrente continua (cavi rosso e nero in basso) ed escono il cavo di collegamento (grigio, in basso) con la testina laser e il segnale di spostamento rilevato (morsetto in alto), che viene inviato all'acquisitore. Il segnale in uscita può essere in tensione o in corrente, a seconda che uno dei due terminali del morsetto venga inserito nel canale 1:V o 1:A.

Per una corretta acquisizione è obbligatorio inserire l'altro terminale nel canale 0, che assicura la messa a terra.



Figura 37: alimentatore 24 Vcc

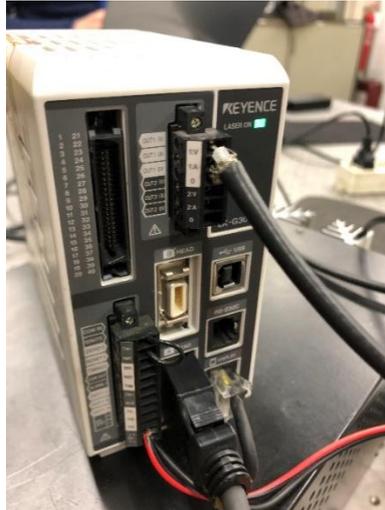


Figura 38: parte posteriore controllore del trasduttore di spostamento

Il controllore, oltre alla visualizzazione sull'apposito schermo, consente l'archiviazione dei dati grazie ad una memoria integrata. L'output del sistema può essere inviato sia direttamente al PC tramite porta USB, sia ad un acquisitore intermedio con ingresso analogico. Nel caso in cui i dati siano trasferiti tramite cavo USB è necessario aver preventivamente installato il software LK-Navigator sul portatile.

Come anticipato, nel caso in esame è stata seguita la seconda strada, portando il segnale al blocco di acquisizione OROS OR-25.

In Figura 39 è mostrata la testina laser a montaggio effettuato, mentre in Figura 40 si può vedere il controllore attivo durante la prova. La testina deve essere posizionata in modo tale che il fascio laser sia ortogonale al piano superiore della massa, quando il sistema si trova in posizione di equilibrio statico. Il led verde riporta, con due diverse sensibilità, lo spostamento in millimetri della massa dalla posizione di riferimento. Decisamente importante è la funzione "ZERO" (tasto blu), poiché se attivata premendo sull'apposito pulsante, definisce la posizione di zero a partire dalla quale il sensore misura lo spostamento.



Figura 39: testina laser del trasduttore



Figura 40: controllore attivo durante le prove

2.4.3 Fotocamera Phantom Miro C110

In *Figura 41* è mostrata la fotocamera Phantom Miro C110 [e], utilizzata per registrare il video del componente in movimento durante le prove della seconda giornata (paragrafo 2.3).

Sulla parte posteriore dello strumento arrivano il cavo nero dell'alimentazione e il cavo Ethernet blu per il collegamento del dispositivo al PC, sul quale è installato il software PCC (Phantom Camera Control) [e] per la visualizzazione del video e la gestione dei parametri della fotocamera (*Figura 42*)

Alla massima risoluzione dello strumento, che è di 1.3 Mpx, è possibile acquisire a 800 fps. Riducendo la risoluzione si può arrivare fino ad un massimo di 29800fps.

Per il caso in esame sono state impostate una risoluzione di 0.9 Mpx (1280x720) ed una frequenza di acquisizione di 900 fps. Inoltre, il tempo di esposizione è stato fissato a 1100 μ s, sufficiente per evitare la presenza di effetto mosso nelle immagini.

La telecamera è stata posizionata ad una distanza tale da poter acquisire con un'ottima messa a fuoco tutta la superficie laterale del componente e con obiettivo ortogonale a tale superficie.

In *Figura 43* è riportata una delle immagini estratte dal video.



Figura 41: Phantom Miro C110



Figura 42: Phantom Miro C110, dettaglio

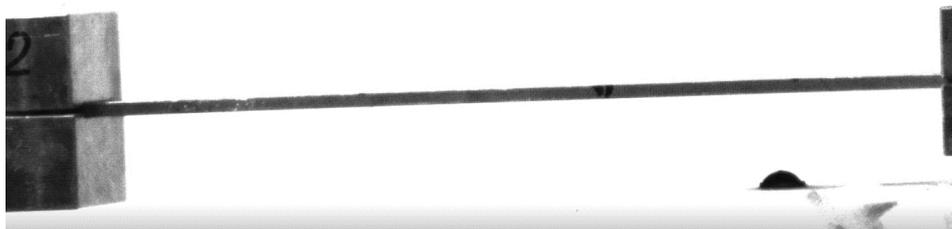


Figura 43: immagine del componente in moto estratta dal video

2.4.4 Accelerometri PCB 333B30

Per rilevare l'accelerazione della base e della massa in punta, sono stati impiegati due accelerometri ICP. La sigla ICP (Integrated Circuit Piezoelectric) identifica quei sensori che incorporano una microelettronica integrata, in grado di convertire un segnale di carica ad elevata impedenza, generato dall'elemento piezoelettrico sensitivo, in un segnale in tensione a bassa impedenza facilmente trasmissibile [f].

Gli accelerometri ICP sono caratterizzati da un'elevata sensibilità e consentono l'ottimo rilevamento di vibrazioni a basso livello e a bassa frequenza. In *Tabella 14* sono elencate le principali caratteristiche dei due accelerometri.

Sensibilità (mV/g)	Range in frequenza (Hz)	Range di misura (g pk)	Massa (kg)
100	($\pm 0.5\%$) 0.5-3000	± 50	0.004

Tabella 14: caratteristiche tecniche principali degli accelerometri utilizzati [g]

2.4.5 Amplificatore GW SS100

L'amplificatore riceve in ingresso il segnale proveniente dal canale Out1 della scheda OROS, lo amplifica di una quantità impostabile manualmente tramite la rotellina output (*Figura 44*, la più a destra delle tre) e lo invia alla tavola vibrante.

In *Figura 45* sono mostrati i cavi di input, output e alimentazione in corrente alternata.



Figura 44: amplificatore



Figura 45: amplificatore, dettaglio

3. Procedura per la determinazione del moto dal video

3.1 Introduzione

Ogni video è costituito da una successione di fotogrammi, il cui numero, a parità di tempo di registrazione, dipende dalla frequenza di acquisizione della fotocamera. Questa proprietà è identificata dalla sigla *fps*, ovvero *frame per second*, che stabilisce il numero di immagini presenti in un secondo di acquisizione (*frame rate*). Più alto è questo valore, maggiore è il campo di frequenze acquisibile. Dal teorema di Nyquist-Shannon discende infatti che, per campionare correttamente un segnale analogico senza perdere informazioni, è necessario avere una frequenza di acquisizione pari almeno al doppio della massima frequenza contenuta nel segnale.

Esistono due modalità di registrazione video: normale e slow-motion. Nel primo caso, a seconda della codifica, il *frame rate* vale 24, 26 o 30 *fps*, in grado di coprire un campo in frequenza fino a 12-15 Hz. Utilizzando, invece, la funzione slow-motion, il filmato è acquisito ad un *frame rate* più elevato (la fotocamera ad alta velocità utilizzata nello studio può arrivare a 52445*fps*) ma riprodotto al *frame rate* normale. In tal modo si ottiene un video rallentato di un valore pari al rapporto fra il *frame rate* di registrazione e il *frame rate* di riproduzione. Dato che nelle prove il componente è stato eccitato fino a 400Hz, è stata utilizzata la modalità slow-motion in tutti i video registrati.

Il presente capitolo descrive le tre tecniche utilizzate per ricavare lo spostamento verticale della massa dai filmati in slow-motion registrati durante le prove (Capitolo 2): istogramma per righe (paragrafo 3.3), funzione kernel (paragrafo 3.4) e cross-correlazione di immagini (paragrafo 3.5). Alcune operazioni preliminari sono comuni alle quattro tecniche (paragrafo 3.2), che invece si differenziano per la modalità di ricerca della posizione nel tempo. Tutti e quattro gli algoritmi sono stati scritti in Matlab e sono stati applicati sia al video registrato con lo smartphone S10e, sia ai filmati girati con la fotocamera ad alta velocità Phantom Miro C110.

Viene infine spiegato il funzionamento dell'algoritmo scritto per ottenere lo spostamento relativo della lamina rispetto alla sede dell'incastro (paragrafo 3.6) e il metodo di conversione dello spostamento da pixel a millimetri (paragrafo 3.7).

3.2 Preparazione dell'immagine e definizione del vettore dei tempi

Il primo passaggio da effettuare consiste nell'estrarre dal video le immagini che lo compongono, poiché tutti e tre gli algoritmi di analisi lavorano a livello della singola immagine.

La sequenza delle operazioni eseguite dagli algoritmi è la seguente:

- 1) caricamento del video in Matlab (mediante funzione *load* [h])
- 2) estrazione della prima immagine del video
- 3) operazioni preliminari sull'immagine
- 4) esecuzione del metodo di analisi sull'immagine
- 5) estrazione dell'immagine successiva e ripetizione dei punti 3) e 4)

Le operazioni preliminari (3.2.1, 3.2.2 e 3.2.3) consistono nell'identificazione di un'area d'interesse nell'immagine, della sua binarizzazione ed infine nella ricerca di un elemento tracciabile.

Un altro aspetto fondamentale è la costruzione del vettore dei tempi, per comprendere a quale istante temporale è associata ogni immagine. Per non cadere in errore è opportuno tenere conto del fatto che la durata del video è maggiore della durata effettiva dell'evento ripreso. Quando si ha a che fare con un video rallentato è opportuno distinguere fra la frequenza di acquisizione, ovvero il numero di immagini acquisite in un secondo durante la registrazione, e la frequenza di riproduzione, ovvero il numero di immagini riprodotte in un secondo. La durata effettiva dell'evento ripreso è data dal rapporto fra la durata del video e il tasso di rallentamento, che è determinato dividendo la frequenza di acquisizione per la frequenza di riproduzione. Il vettore tempi contiene quindi tanti elementi quanto il numero di immagini, ognuno dei quali è separato dal successivo di un valore pari all'inverso della frequenza di acquisizione (passo temporale).

Prendendo come esempio il video registrato con lo smartphone, risulta:

- *frequenza di acquisizione* $f_a = 960fps$
- *frequenza di riproduzione* $f_r = 30fps$
- *tasso di rallentamento* $tr = \frac{f_a}{f_r} = 32$
- *durata del video* $T_1 = 24.720s$
- *durata dell'evento* $T_2 = \frac{T_1}{tr} \approx 0.773s$
- *numero di immagini* $n = [f_r \cdot T_1] = 742$
- *passo temporale* $\Delta t = \frac{1}{f_a} \approx 0.001s$

Questi dati, uniti a quelli dei video registrati con fotocamera Phantom Miro C110, sono organizzati in *Tabella 15*.

Smartphone S10e						
f_a (Hz)	f_r (Hz)	tr (-)	T_1 (s)	T_2 (s)	n (-)	Δt (s)
960	30	32	24.720	0.773	742	0.001
Fotocamera Phantom Miro C110						
f_a (Hz)	f_r (Hz)	tr (-)	T_1 (s)	T_2 (s)	n (-)	Δt (s)
900	30	30	194.600	6.487	5838	0.001

Tabella 15: proprietà di registrazione dei dispositivi utilizzati

3.2.1 Ricerca dell'area d'interesse

All'interno della prima immagine del video è necessario individuare un'area di analisi, ovvero la regione sulla quale eseguire i tre algoritmi. L'area deve essere scelta in modo tale che contenga una parte della massa al suo interno. Per il corretto funzionamento degli algoritmi è fondamentale (o meglio, obbligatorio) centrare l'area sul bordo inferiore della massa, in modo tale da ottenere due porzioni ad elevato contrasto (sfondo bianco e massa grigia). Il perché di questa scelta è chiarito nel paragrafo 3.2.3. Una possibile scelta è riportata in *Figura 46*.



Figura 46: selezione dell'area di interesse

Non esistono particolari vincoli sulle dimensioni dell'area, ma bisogna tenere conto di due aspetti:

- la sua posizione è la stessa in tutte le immagini e pertanto deve avere un'altezza pari almeno al doppio dell'ampiezza di oscillazione della massa, che altrimenti scomparirebbe dall'inquadratura in alcuni istanti temporali, come mostrato in *Figura 47*.
- all'aumentare dell'area è richiesta una maggiore potenza di calcolo. È preferibile quindi limitare la larghezza del rettangolo a circa un terzo dello spessore della massa (circa 60px nel caso in esame)

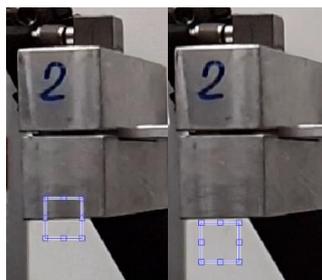


Figura 47: area selezionata nel primo frame (a sinistra), assenza della massa nell'area in un frame successivo (a destra)

Individuata l'area di interesse tutte le immagini sono tagliate in corrispondenza di tale zona, utilizzando il comando *imcrop* [i] di Matlab.

La funzione necessita delle coordinate in pixel del vertice in alto a sinistra e delle dimensioni del rettangolo, ed esegue automaticamente il taglio. Il risultato è visibile in *Figura 48*.



Figura 48: immagine ritagliata nell'area di interesse con la funzione Matlab imcrop

L'immagine è ora pronta per essere sottoposta alle successive operazioni preliminari: binarizzazione e messa in evidenza di un contorno. Per completezza sono riportate in *Tabella 16* le dimensioni delle aree utilizzate nei video. La differenza di 20 pixel in altezza è dovuta al fatto che nelle prove in cui il video è stato registrato con fotocamera ad alta velocità è stata imposta un'ampiezza di oscillazione maggiore al sistema. La larghezza è invece stata incrementata per testare la velocità dell'algoritmo quando deve gestire una quantità maggiore di dati.

Smartphone		Fotocamera ad alta velocità	
Altezza [px]	Larghezza [px]	Altezza [px]	Larghezza [px]
60	60	80	90

Tabella 16: dimensioni delle aree di interesse

3.2.2 Conversione in scala di grigio e binarizzazione

L'operazione di taglio ha consentito di ridurre l'immagine alla sola regione di interesse, che però non possiede ancora tutte le proprietà necessarie per realizzare il tracciamento della massa. L'immagine deve essere convertita in scala di grigi e poi binarizzata. La conversione a soli 256 livelli di colore permette di diminuire la variabilità cromatica all'interno dell'immagine, mentre la binarizzazione definisce un livello soglia di colore al di sopra del quale tutti i pixel sono bianchi e i restanti neri. I comandi utilizzati sono *rgb2gray [j]* e *imbinarize [k]*. In *Figura 49* è mostrato il risultato, in cui si nota chiaramente come i pixel lato massa siano neri, mentre quelli dello sfondo hanno assunto il colore bianco. Il valore di soglia è trovato automaticamente dal comando *imbinarize*, a seguito di un'analisi globale sull'immagine.



Figura 49: area d'interesse binarizzata

3.2.3 Identificazione di un contorno

L'ultimo passo da effettuare, prima dell'esecuzione degli algoritmi di tracciamento, è quello di evidenziare il bordo che separa la zona bianca da quella nera nell'immagine binarizzata. Nel paragrafo 3.2.1 è stato spiegato come sia fondamentale identificare un'area di interesse che contenga una porzione del bordo inferiore della massa. Ciò è dovuto al fatto che il bordo è l'elemento tracciato nelle varie immagini per determinare lo spostamento verticale della massa.

Utilizzando il comando *edge [l]* sull'immagine binarizzata, sono posti bianchi tutti i pixel dello spigolo inferiore della massa e neri tutti gli altri, come si nota in *Figura 50*. L'immagine è finalmente pronta ad essere utilizzata dai tre algoritmi.

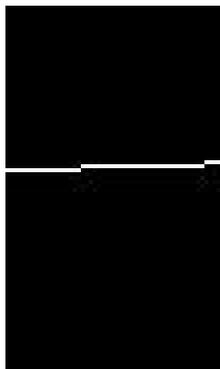


Figura 50: area d'interesse dopo esecuzione del comando *edge*

3.3 Tracciamento del moto della massa con istogramma per righe

Qualsiasi immagine, in termini matematici, è una matrice in cui ad ogni cella è associato un pixel. Il valore numerico della cella è pari all'intensità di colore del pixel. L'immagine di *Figura 50* è descritta da una matrice avente il valore 1 sui pixel bianchi e il valore 0 sui pixel neri (perché è stata binarizzata). La posizione dei pixel bianchi varia da un'immagine all'altra, poiché essi seguono il moto della massa, come mostrato in *Figura 51*. Ciò equivale a dire che l'indice riga associato a quei pixel cambia, aumentando o diminuendo, a seconda che la massa si stia spostando verso il basso o verso l'alto.

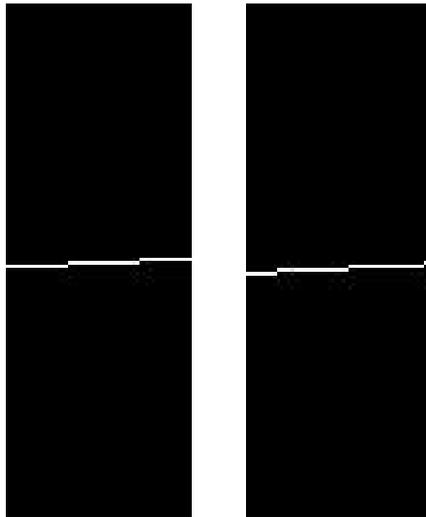


Figura 51: spostamento dei pixel bianchi verso il basso in due frame consecutive

Seguendo, quindi, lo spostamento di un indice riga nelle varie immagini, si risale allo spostamento della massa.

Le domande che ora sorgono spontanee sono: quale indice tracciare? E come identificare tale indice? Ricordando che l'immagine non è altro che una matrice, è necessario procedere come segue:

- sommare per righe i valori della matrice
- identificare gli indici associati a somme non nulle
- individuare l'indice associato alla somma massima

Si consideri ad esempio l'immagine a sinistra di *Figura 51*, dove i pixel bianchi sono distribuiti su tre righe. Eseguendo la somma per righe, si ottiene un vettore colonna di tutti zero, eccetto che nelle 3 righe con pixel bianchi. La somma più elevata è raggiunta in corrispondenza della riga che contiene il maggior numero di pixel bianchi. La situazione è presentata in *Figura 52*, in cui a sinistra è riportato il frame e a destra l'istogramma per righe. L'istogramma ha in ordinata l'indice riga ed in ascissa il valore della somma. La somma massima si ha alla riga 73, che contiene 23 pixel bianchi.

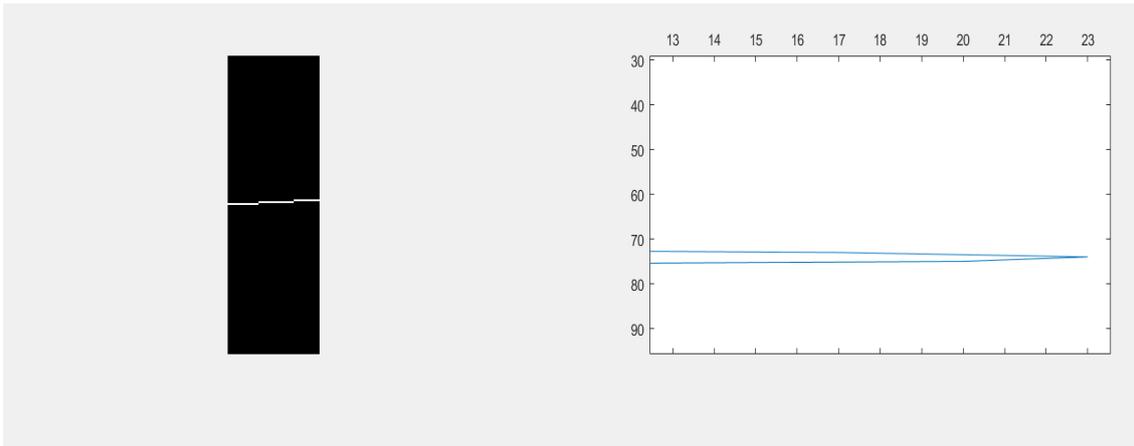


Figura 52: istogramma per righe dell'immagine

Il risultato fornito dall'algoritmo è un vettore riga con tante celle quante il numero di immagini processate, in cui ogni cella contiene l'indice riga associato all'immagine.

Per ricostruire correttamente il verso dello spostamento è doveroso tenere presente che quando l'indice riga aumenta la massa non si sta spostando verso l'alto ma verso il basso. Se, ad esempio, l'indice riga associato al massimo passa da 73 a 75 fra due celle consecutive, significa che è avvenuto uno spostamento di 2px verso il basso.

Da ciò deriva che per conoscere la componente alterna dello spostamento, occorre:

- sottrarre al vettore riga il valor medio degli indici
- cambiare il segno del contenuto di ogni cella dopo la sottrazione del valor medio

In Figura 53 è mostrato il risultato ottenuto applicando l'algoritmo al video girato con la fotocamera ad alta velocità durante la prima prova random. Per i grafici ricavati dalle altre prove consultare il Capitolo 4.

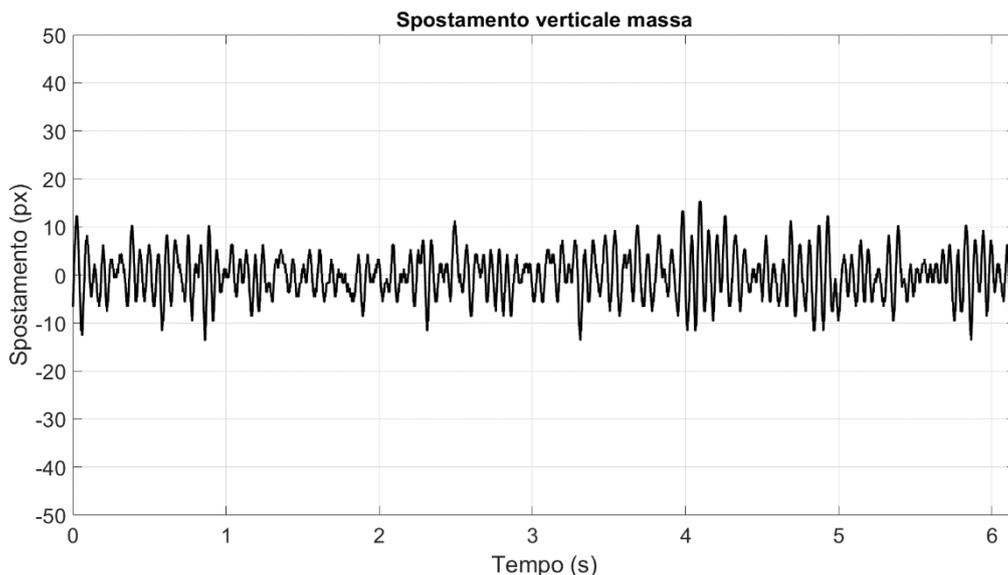


Figura 53: spostamento verticale della massa da istogramma per righe

L'andamento oscillatorio sembra essere riprodotto fedelmente, ma guardando più nel dettaglio si notano due aspetti interessanti. Innanzitutto esistono degli intervalli temporali in cui la massa sembra rimanere ferma (tratti con spostamento costante), ad esempio fra $t=2.309s$ e $t=2.311$ come evidenziato in *Figura 54*. Ciò è dovuto principalmente ad una risoluzione del video insufficiente per seguire lo spostamento verticale in ogni istante temporale.

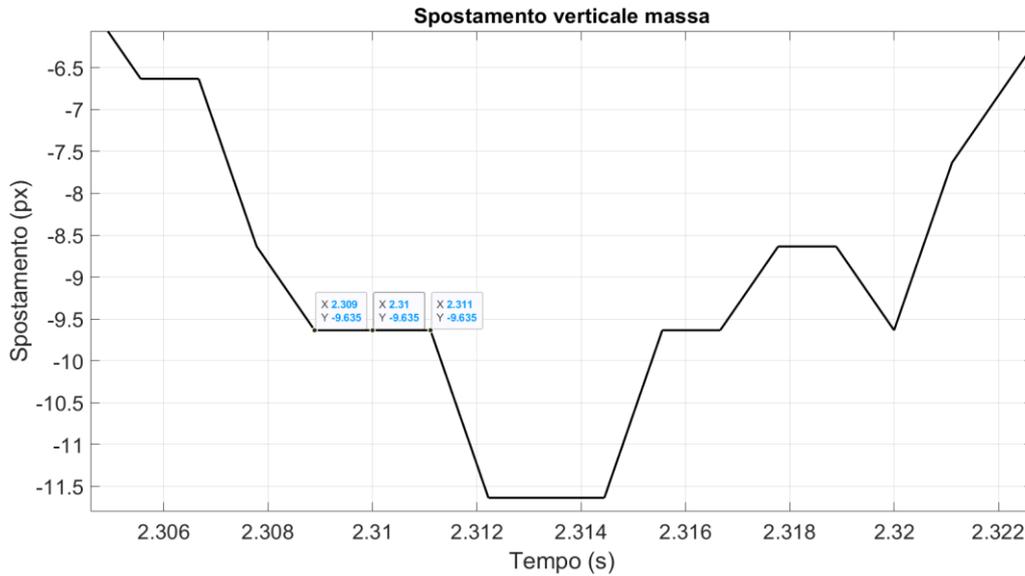


Figura 54: tratti a spostamento costante

Osservando le due immagini binarizzate della massa negli istanti $t=2.309s$, $t=2.310s$ (*Figura 55*), si nota infatti che la somma è massima in corrispondenza della medesima riga (seconda riga dal basso per l'immagine a sinistra e terza riga dal basso per l'immagine a destra e indice riga pari a 27 in entrambi i casi). Con una risoluzione maggiore l'immagine risulterebbe meglio definita e questi errori di posizione sarebbero limitati o addirittura annullati.

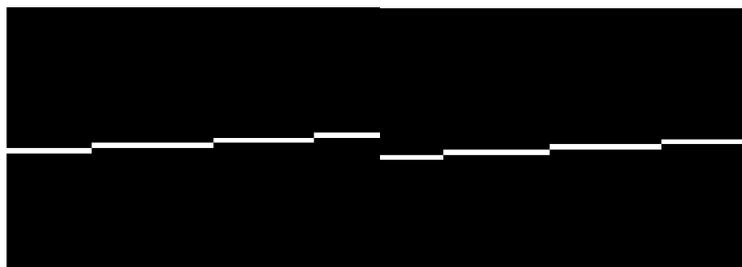


Figura 55: immagine binarizzata a $t=2.309s$ (sinistra) e a $t=2.310s$ (destra)

Il secondo aspetto che emerge da *Figura 54* è che la sensibilità sull'asse delle ordinate è pari a 1px. Ciò significa che non è possibile rilevare, fra due istanti temporali consecutivi, spostamenti verticali inferiori a 1px. Questo accade perché l'algoritmo estrae da ogni immagine un indice riga, ovvero un numero intero. Per risolvere questo problema è stata utilizzata la funzione kernel, discussa nel paragrafo 3.4.

Dall'analisi degli istogrammi nelle varie immagini emerge, infine, un'altra problematica: la presenza di somme uguali su righe differenti. Qualora si presenti questa situazione

l'algoritmo restituisce il più piccolo dei due indici riga, anche se in realtà un altro indice è associato alla stessa somma. La mancata univocità dell'indice è una fonte di errore sulla valutazione dello spostamento.

Per evitare questa situazione, è necessario modificare l'algoritmo come segue:

- sommare per righe i valori della matrice
- identificare gli indici associati a somme non nulle
- eseguire il valor medio fra l'indice riga più alto e quello più basso

Invece di trovare in ogni immagine l'indice riga associato alla massima somma, si cerca l'indice riga medio. In pratica, è come se venisse tracciato lo spostamento verticale del centro del rettangolo avente larghezza uguale a quella dell'immagine e altezza pari alla distanza fra la prima e l'ultima riga bianca (*Figura 56*). In questo modo è eliminato del tutto il problema di non univocità dell'indice.

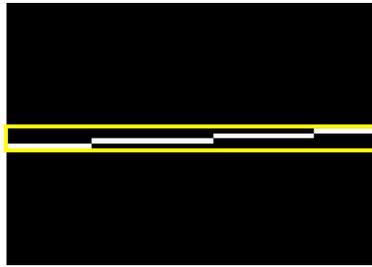


Figura 56: rettangolo costruito sull'immagine

Applicando l'algoritmo modificato sullo stesso video e sovrapponendo lo spostamento ricavato a quello ottenuto in precedenza, è possibile confrontare i due risultati come mostrato in *Figura 57*.

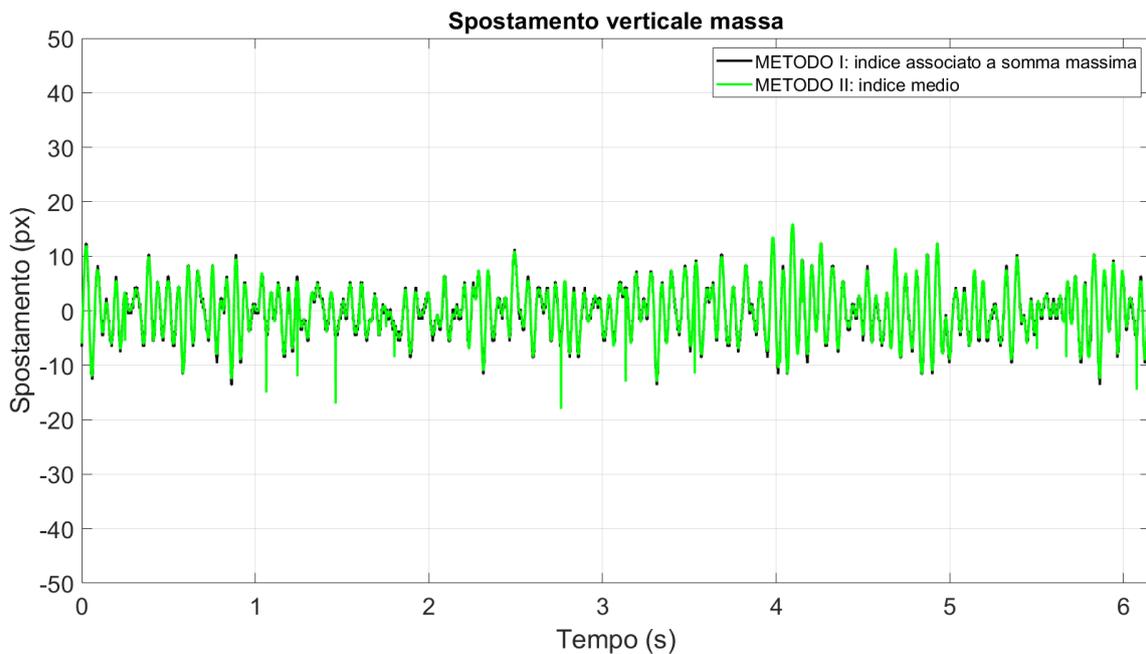


Figura 57: confronto dello spostamento della massa ottenuto dai due algoritmi

Dal grafico di *Figura 57* non si notano grandi differenze fra i due risultati. Le curve mantengono globalmente lo stesso andamento e risultano, a meno di qualche pixel, coincidenti.

In realtà, come si può vedere da *Figura 58*, il secondo algoritmo permette di ottenere una forma d'onda più regolare perché elimina la problematica della duplicità dell'indice, portando ad un risultato più affidabile.

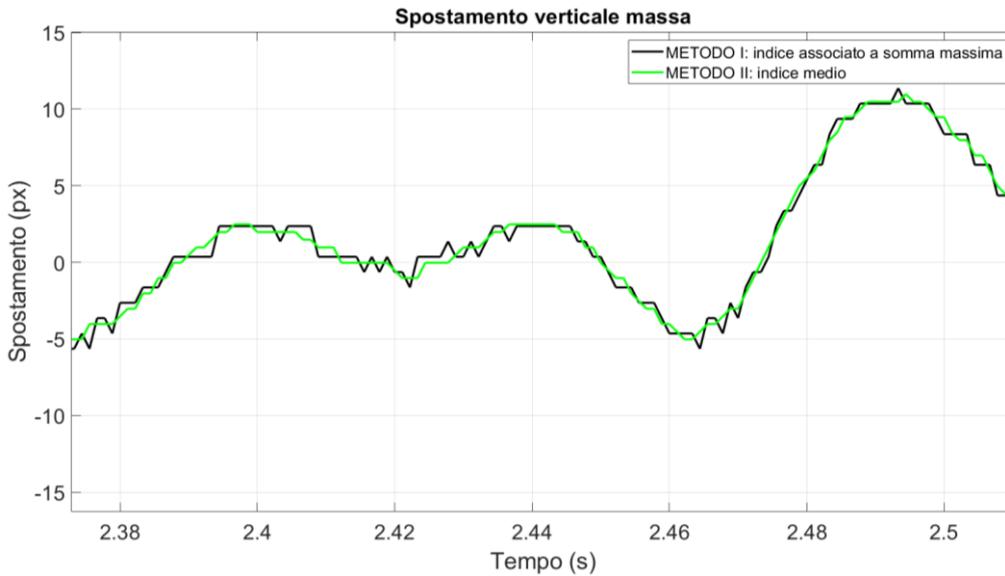


Figura 58: confronto fra i due spostamenti, dettaglio

A tale vantaggio si aggiunge però il problema evidenziato in *Figura 59*.

All'istante $t=2.761s$, ad esempio, è presente un picco di spostamento che causa una distorsione della forma d'onda. Questo errore non si manifesta nella curva nera, in cui si vede chiaramente come lo spostamento in quell'istante di tempo sia concorde con l'andamento globale.

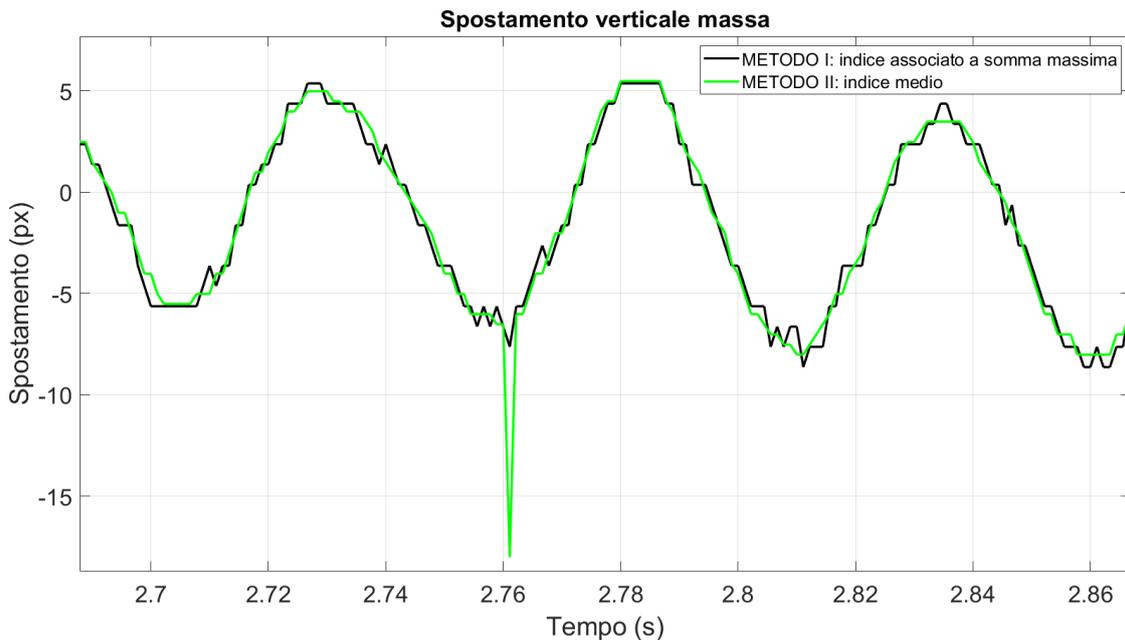


Figura 59: valore errato di spostamento nella curva verde

Per comprendere il motivo del picco è necessario considerare l'immagine che l'algoritmo processa in quell'istante, riportata in *Figura 60*. Osservandola si nota che, oltre ai pixel bianchi rappresentativi del bordo della massa, è presente un gruppo di quattro pixel nella parte bassa, dovuti probabilmente all'imperfetto contrasto fra la superficie del pezzo e lo sfondo. La presenza di questi pixel altera il valore dell'indice medio trovato ed è la causa del picco sulla curva.

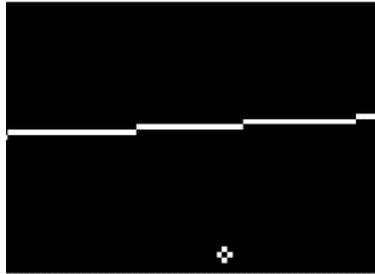


Figura 60: pixel indesiderati nell'immagine

La modifica dell'algoritmo ha quindi portato ad una forma d'onda migliore ma anche alla comparsa di picchi indesiderati sulla curva di spostamento. Per avere un segnale privo di picchi e per incrementare la sensibilità della misura è necessario utilizzare la funzione kernel, descritta nel paragrafo seguente.

3.4 Tracciamento del moto della massa con stima kernel di densità

Nonostante abbia portato a dei buoni risultati, l'istogramma per righe non è in grado di individuare spostamenti inferiori al pixel. Ciò accade perché ogni barra dell'istogramma è centrata su un indice riga, ovvero su un numero intero.

Per portare la sensibilità al di sotto del pixel è necessario introdurre i *kernel density plot*, che rappresentano l'evoluzione dell'istogramma. I *kernel density plot* sono costruiti attraverso la *kernel density estimate*, un metodo non parametrico di stima della densità di una variabile aleatoria. Il metodo esegue una media di funzioni, chiamate funzioni kernel, ognuna delle quali è centrata attorno all'osservazione campionaria. Esistono diverse famiglie di funzioni che possono essere utilizzate come funzioni kernel. La più comune, utilizzata anche nel caso in esame, è la densità gaussiana [m].

In *Figura 61* è mostrata la differenza fra il metodo kernel e l'istogramma.

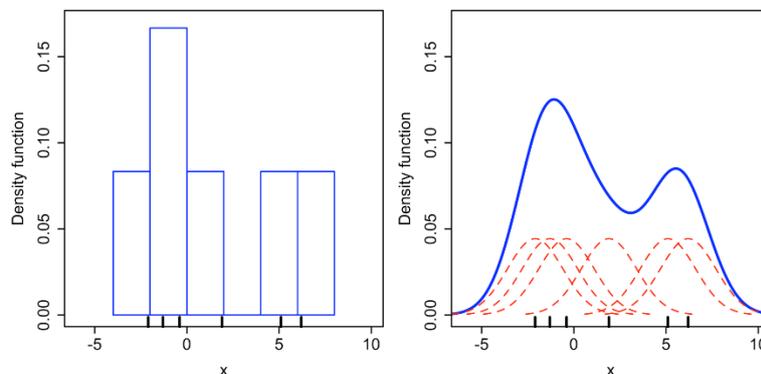


Figura 61: confronto fra istogramma e metodo kernel [n]

Ogni barra dell'istogramma è sostituita da una gaussiana centrata sul valore del campione e sommando tutte le funzioni kernel si ottiene la *kernel density estimate* (curva blu). Passando da una quantità discreta, l'istogramma, ad una curva continua, la densità kernel, la sensibilità sull'asse delle ascisse aumenta.

Per realizzare questa operazione sull'immagine, così da sostituire l'istogramma per righe con la funzione densità, è stato utilizzato il comando Matlab *ksdensity*.

Le operazioni che il nuovo algoritmo effettua sulle immagini binarizzate sono le seguenti:

- moltiplicazione di ogni riga della matrice per l'indice riga associato
- conversione della matrice ottenuta in un vettore colonna contenente solo i valori non nulli
- calcolo della *kernel density estimate* del vettore colonna con comando *ksdensity*
- estrazione dell'ascissa del massimo della curva

In *Figura 62* è riportato un esempio di *kernel density estimate* eseguita su un'immagine estratta da uno dei video. Come si vede il massimo non è più associato ad un valore intero, ma ad un numero che cade fra l'indice riga 10 e l'indice riga 11, precisamente 10.5166.

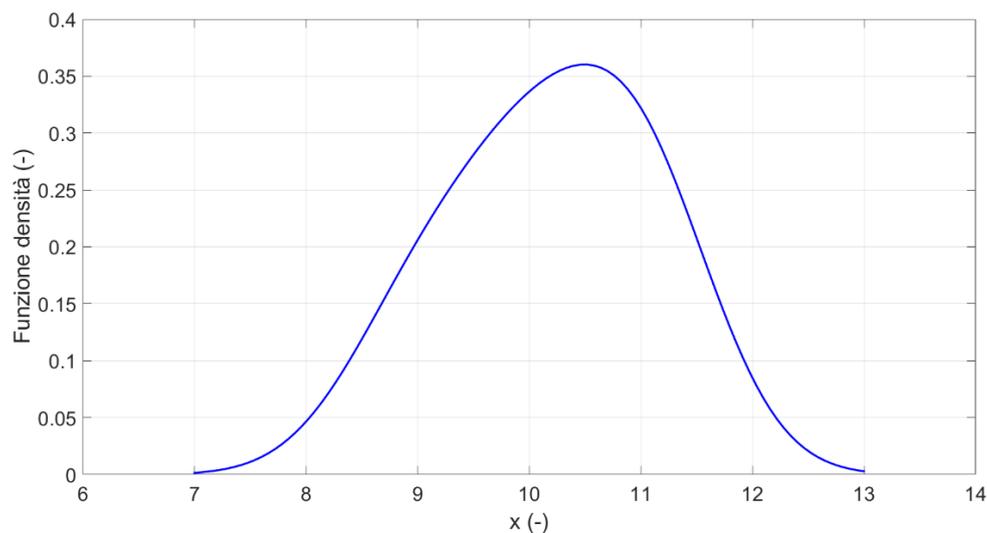


Figura 62: esempio di metodo kernel applicato su un'immagine

In *Figura 63* è confrontato lo spostamento della massa ottenuto utilizzando il metodo kernel, con quelli ricavati dai due algoritmi analizzati in precedenza. La forma d'onda è conservata e a livello macroscopico non si registrano sostanziali differenze le altre due curve.

Effettuando però due ingrandimenti dell'immagine, si notano due importanti differenze:

- assenza di picchi indesiderati sullo spostamento (*Figura 64*)
- riduzione del numero e della durata di tratti a spostamento costante, ovvero la visualizzazione grafica dell'incremento di sensibilità (*Figura 65*)

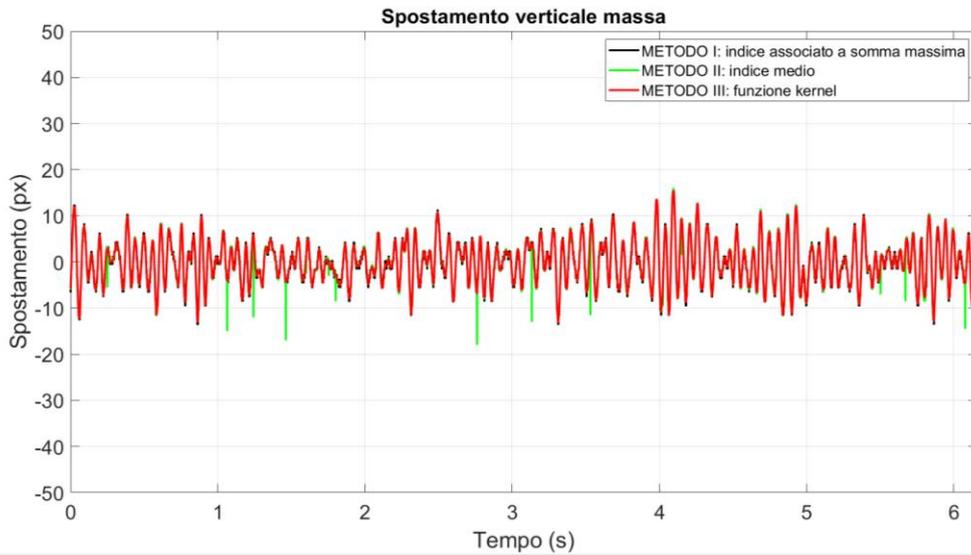


Figura 63: confronto dello spostamento ottenuto dai tre algoritmi

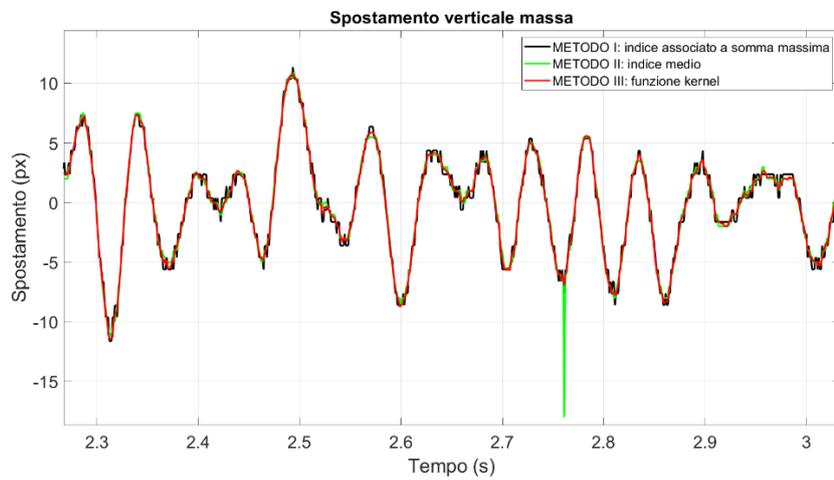


Figura 64: eliminazione dei picchi di spostamento

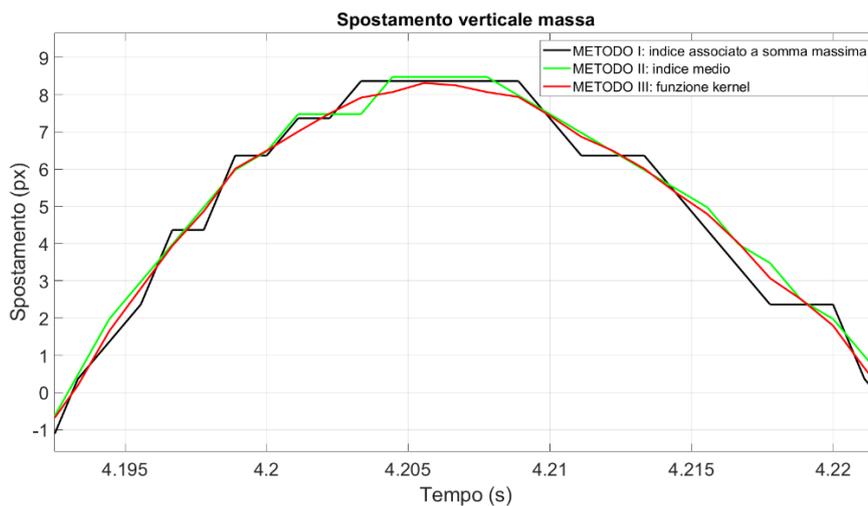


Figura 65: incremento della sensibilità col metodo kernel

Il secondo risultato è determinante per rendere questo algoritmo il migliore dei tre visti finora, poiché i valori di spostamento ottenuti sono più vicini a quelli della curva reale.

3.5 Tracciamento del moto della massa con cross-correlazione di immagini

In generale la cross-correlazione fra due segnali $q_1(t)$ e $q_2(t)$ è definita come:

$$R_{q_1q_2}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T q_1(t)q_2(t + \tau)dt \quad (14)$$

ovvero si prendono due segnali, si moltiplica il primo per il secondo ritardato di τ secondi e si calcola l'area sottesa al prodotto. La cross-correlazione viene normalmente impiegata per calcolare il ritardo nel tempo fra due segnali. Infatti, il massimo della funzione si ha in corrispondenza del tempo di ritardo.

Quando i due segnali nel tempo sono sostituiti da due immagini nel dominio spaziale si parla di correlazione di immagini. Il metodo consiste nella ricerca del massimo della correlazione fra l'intensità dei pixels di un'immagine di riferimento del target e l'intensità dei pixels di un'immagine (o di una sua porzione) dello stesso target acquisita in un momento successivo. Una volta identificato il massimo della correlazione è noto lo spostamento del target fra le due immagini.

Nel caso in esame il target è la massa, del quale si vuole conoscere lo spostamento verticale. La cross-correlazione è stata effettuata sulle immagini binarizzate utilizzando la funzione Matlab *normxcorr2* [o] e scegliendo come riferimento la prima immagine di ogni video.

Il comando calcola la cross-correlazione bidimensionale $\gamma(u, v)$ nel seguente modo:

$$\gamma(u, v) = \frac{\sum_{x,y}[f(x, y) - \bar{f}_{u,v}][t(x - u, y - v) - \bar{t}]}{\{\sum_{x,y}[f(x, y) - \bar{f}_{u,v}]^2 \sum_{x,y}[t(x - u, y - v) - \bar{t}]^2\}^{0.5}} \quad (15)$$

Il termine $f(x, y)$ indica l'intensità del pixel nel punto (x, y) dell'immagine di riferimento, mentre $t(x - u, y - v)$ indica l'intensità del pixel nel punto $(x - u, y - v)$ di una delle immagini acquisite quando il target è in movimento. Ricordando che l'immagine può essere vista come una matrice in cui il valore di ogni cella è rappresentativo del livello di colore di un pixel, le coordinate x e y individuano rispettivamente l'indice riga e l'indice colonna del punto.

Volendo determinare lo spostamento verticale dell'oggetto, ciò che interessa è solamente la coordinata y del massimo della cross-correlazione. Individuata tale coordinata per ogni coppia di immagini del video si risale alla traslazione verticale dell'oggetto (*Figura 66*).

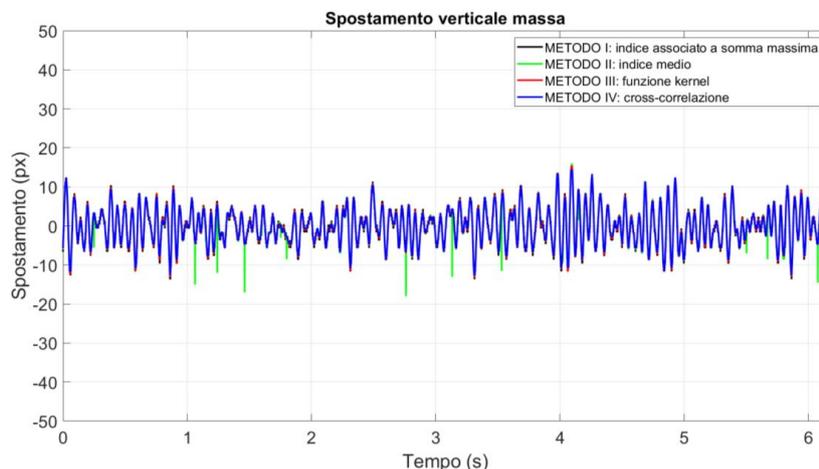


Figura 66: confronto dello spostamento della massa ottenuto dai quattro algoritmi

Lo spostamento ottenuto sembra essere in linea con quello ricavato con gli altri algoritmi. Dal grafico di *Figura 66* si notano l'assenza di picchi indesiderati (presenti invece nella curva verde come già visto) e la sovrapposizione quasi completa con le altre curve. L'ingrandimento in corrispondenza di un picco (*Figura 67*) permette di evidenziare un limite dell'algoritmo, già discusso per il primo metodo: la bassa sensibilità sullo spostamento. Anche questo metodo non permette di tracciare spostamenti inferiori a 1px perché il massimo della cross-correlazione è centrato sempre su due valori interi, l'indice riga x e l'indice colonna y .

Il metodo non porta alcun miglioramento rispetto agli altri analizzati e restituisce risultati nettamente inferiori all'algoritmo che utilizza la funzione kernel.

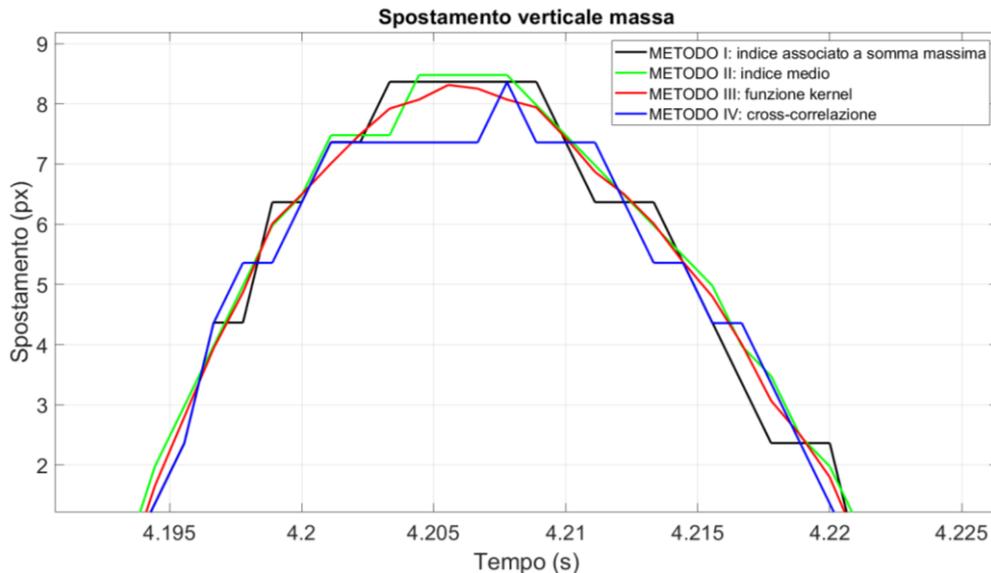


Figura 67: confronto fra i quattro algoritmi, dettaglio

3.6 Analisi del moto relativo lamina-base

Dallo studio del moto della massa è emerso che tutti gli algoritmi, nonostante alcune differenze sulla qualità del risultato, riescono a tracciare lo spostamento verticale.

È quindi lecito pensare di estendere l'analisi anche alla lamina, così da ottenere un quadro completo sulla cinematica del sistema. L'obiettivo è quindi la determinazione dello spostamento relativo verticale della lamina rispetto alla base durante la sollecitazione.

Per realizzare tutto ciò è necessario apportare delle modifiche ai metodi di analisi utilizzati per la massa. Le operazioni preliminari sulle immagini non cambiano ed anche in questo caso è necessario individuare un'area di interesse, convertirla in scala di grigi, binarizzarla ed evidenziarne i contorni fra due regioni ad elevato contrasto. La regione di interesse, però, è molto più grande di quella utilizzata in precedenza perché al suo interno deve essere inclusa tutta la lamina, come si può vedere da *Figura 68*. Nel caso in esame è stata utilizzata una area di interesse di dimensioni 1068x120px.



Figura 68: area di interesse binarizzata

Una volta selezionata l'area d'analisi è necessario suddividerla ulteriormente in porzioni più piccole, sulle quali eseguire l'algoritmo di tracciamento. A differenza di quanto fatto per la massa, in questo caso si vuole determinare la storia temporale di un insieme di punti sulla lamina e poi riprodurla su uno stesso grafico, in modo tale da ottenere lo spostamento globale in un dato istante.

Si consideri ad esempio quanto riportato in *Figura 69*. Suddividendo l'area di interesse in quattro parti ed eseguendo su ognuna di esse uno degli algoritmi visti in precedenza, si ottengono quattro punti. Collegando i punti è determinata la deformata della lamina nell'istante temporale associato all'immagine.

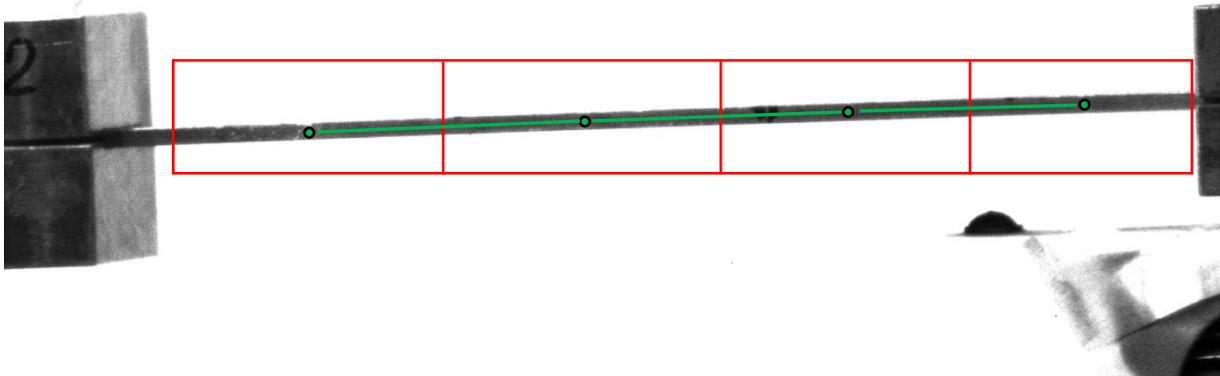


Figura 69: suddivisione dell'area di interesse in quattro parti

Questa affermazione è tanto più vera quanto maggiore è il numero delle finestre. Infatti, all'aumentare del numero di suddivisioni cresce il numero di punti considerati e la riproduzione della deformata è di conseguenza più realistica. In *Figura 70* è riportato un esempio di suddivisione con otto finestre. Il caso limite è rappresentato da finestre larghe 1px.

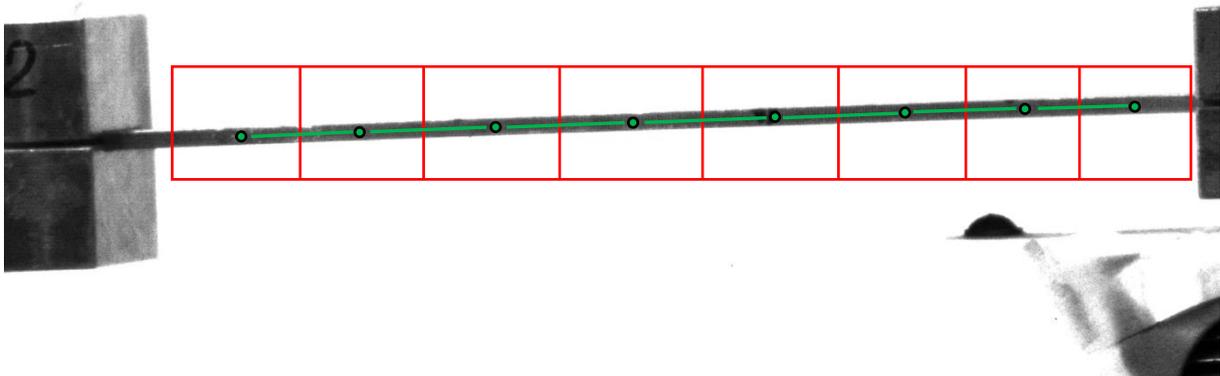


Figura 70: suddivisione dell'area di interesse in otto parti

Fra i quattro proposti, il metodo di tracciamento utilizzato è il secondo, ovvero quello che segue l'indice medio (per dettagli consultare il paragrafo 3.3). La scelta è dettata dal fatto che all'interno di ogni finestra si hanno due righe di pixels bianchi, una dovuta al bordo superiore della lamina e l'altra al bordo inferiore, come visibile in *Figura 68*. L'indice medio è quindi rappresentativo della posizione verticale del baricentro di ogni tratto di lamina.

Nonostante il metodo kernel abbia portato ai migliori risultati nello studio del moto della massa, in questa applicazione il suo utilizzo richiede una potenza di calcolo eccessiva e pertanto non è preso in considerazione.

Dopo aver eseguito l'algoritmo su ogni finestra, per visualizzare lo spostamento relativo della lamina rispetto all'incastro è necessario:

- sottrarre ad ogni indice quello della finestra più a destra (ovvero quello della finestra più vicina all'incastro)
- calcolare il valor medio dei valori ottenuti dopo la sottrazione e sottrarlo agli stessi così da eliminare il contributo della deformata statica
- riportare in un grafico i valori ottenuti in funzione della distanza della posizione orizzontale sulla finestra di campionamento.

Per comprendere l'ultimo punto si supponga di aver suddiviso l'area di interesse in dodici porzioni di uguale larghezza. Dato che la regione di interesse ha una larghezza di 1068px, ogni suddivisione si estende orizzontalmente per 89px ($1068\text{px} \div 12 = 89\text{px}$).

Il valore di spostamento associato alla prima delle cinquanta finestre è quindi centrato sull'ascissa 44.5px (ascissa del centro), quello relativo alla seconda finestra sull'ascissa 133.5px ($44.5\text{px} + 89\text{px}$) e così via fino all'ultimo che è centrato sul valore 1023.5px ($1068\text{px} - 44.5\text{px}$, ascissa del centro della cinquantesima finestra).

In *Figura 71* è riportato un esempio di deformata in un certo istante temporale durante la sollecitazione al primo modo. Sul grafico sono presenti tre curve, ognuna associata ad un certo tipo di suddivisione dell'area di interesse. La curva verde deriva da una suddivisione con finestre larghe 1px, quella blu da finestre larghe 50px e quella rossa da finestre larghe 100px. Dalla *Figura 71* non emergono macroscopiche differenze sulle curve, che sono sovrapposte e riproducono la stessa forma della deformata.

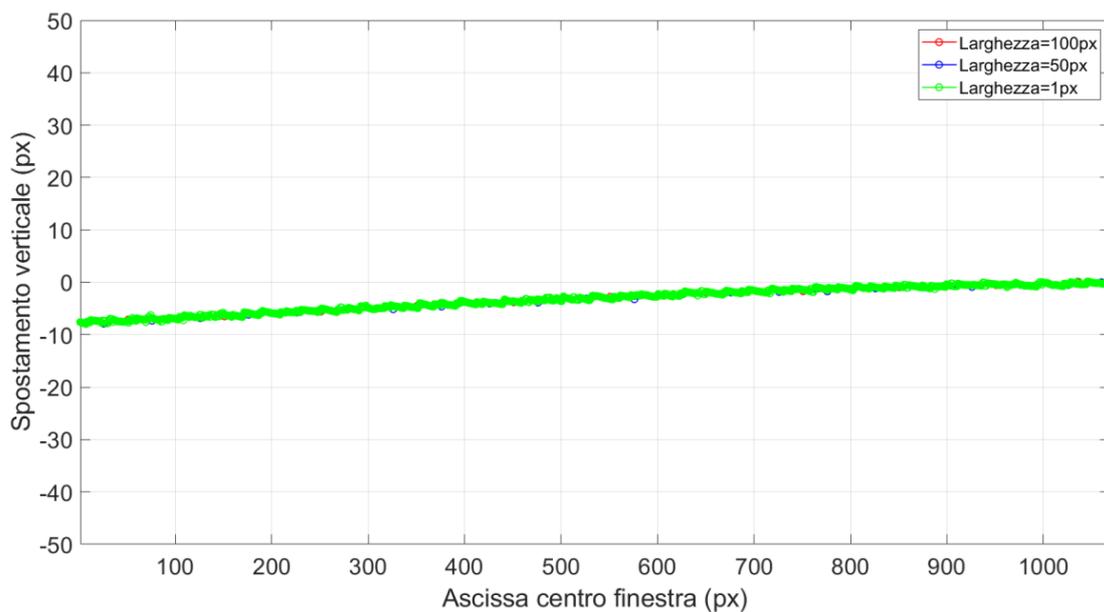


Figura 71: deformata della lamina con diverse finestre di analisi

Ingrandendo l'immagine, come mostrato in *Figura 72*, si nota come al diminuire della larghezza delle finestre aumentano i punti della lamina presi in considerazione e di conseguenza anche gli errori sull'aspetto della deformata appaiono più evidenti.

Infatti, i punti della curva ottenuta campionando l'area di interesse con finestre larghe 1px sono distribuiti nell'intorno della deformata e solo in alcuni tratti sono allineati. Il motivo di tale distribuzione imprecisa è la presenza di alcuni pixels bianchi sullo sfondo che alterano il valore dell'indice medio, problema già affrontato nello studio del moto della massa (paragrafo 3.3, *Figura 60*).

Dall'analisi delle curve ottenute si può quindi affermare che:

- l'andamento globale della deformata non è influenzato dalla larghezza delle finestre, perché le tre curve sono sovrapposte
- solo con finestre larghe 1px si riesce a riprodurre la deformata su tutta la lunghezza della lamina, a scapito di una maggior visibilità degli errori di posizione

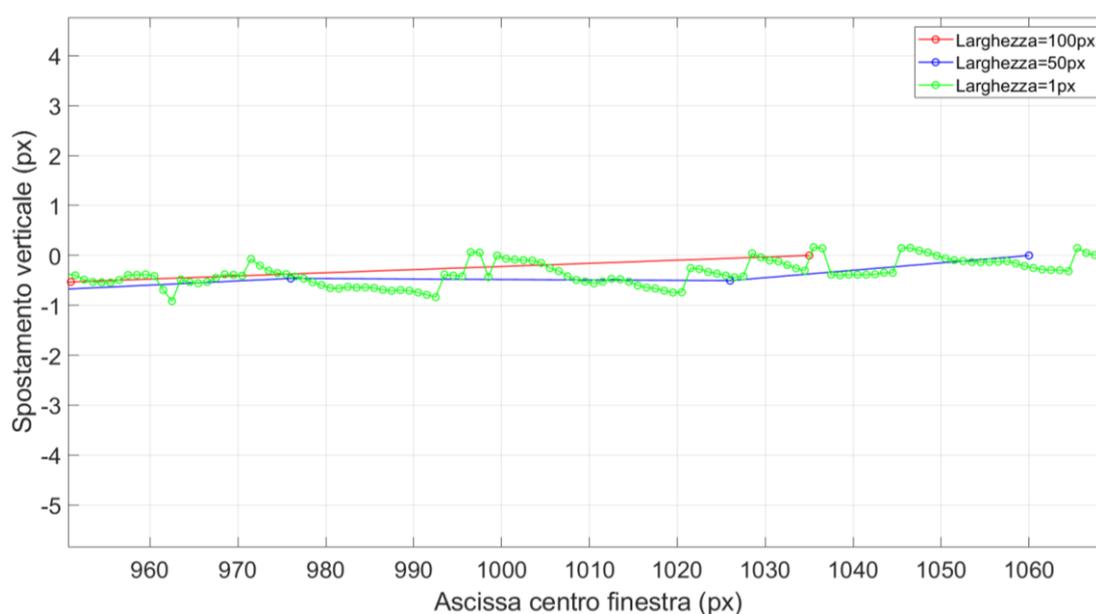


Figura 72: deformata della lamina con diverse finestre di analisi, dettaglio

3.7 Dai pixel ai millimetri: scala di conversione

Fino ad ora, tutti i grafici riportati presentano sull'asse delle ordinate una coordinata di spostamento in pixel. Lavorando su immagini, ovvero su matrici di pixel, tutti gli spostamenti trovati non possono che essere espressi secondo questa unità fondamentale. Ma poiché uno degli obiettivi dello studio è il confronto dello spostamento della massa ricavato dal video con quello acquisito dal trasduttore di spostamento, è necessario attuare una conversione dai pixel ai millimetri.

Essendo noti i valori di altezza della massa e di lunghezza della lamina, per il calcolo del fattore di scala px/mm è sufficiente:

- aprire in Paint una delle immagini del video in cui la lamina si trova in posizione orizzontale

- tracciare una linea verticale pari all'altezza della massa (linea rossa in *Figura 73*) e una orizzontale pari alla lunghezza del tratto di lamina compreso fra l'incastro e la massa (linea verde in *Figura 73*)
- annotare la lunghezza in pixel delle due linee. Ogni volta che si traccia una linea su Paint, la lunghezza in pixel è visualizzata sulla barra bianca in basso
- dividere la lunghezza in pixel della linea verticale per l'altezza della massa in millimetri (pari a 41mm) e quella in pixel della linea orizzontale per la lunghezza in millimetri del tratto di lamina (pari a 180mm)
- calcolare il valor medio dei due rapporti, ottenendo così il fattore di scala

L'altezza in pixel della massa è pari a 370px e pertanto il primo rapporto vale all'incirca 9.02px/mm. La lunghezza in pixel del tratto di lamina vale 1620, da cui deriva un secondo rapporto pari a 9px/mm. Eseguendo il valor medio dei due rapporti è determinato il fattore di conversioni, il cui valore è 9.01pxmm.

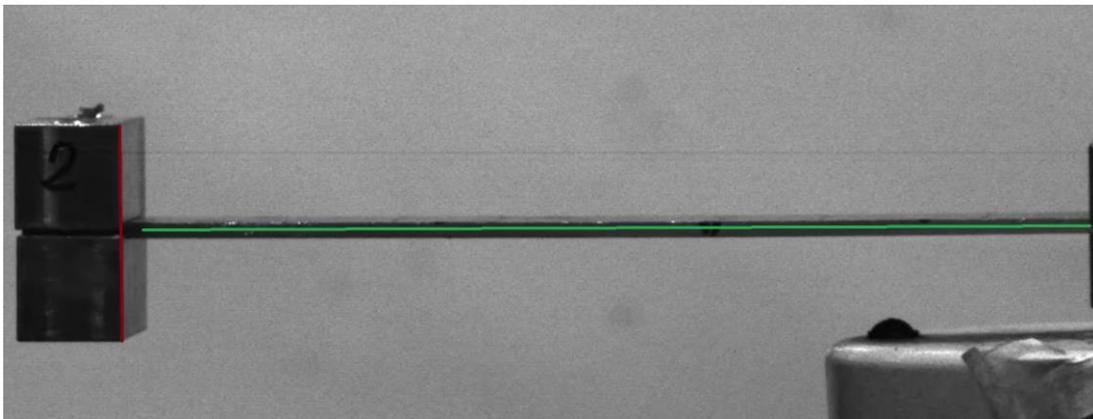


Figura 73: determinazione del fattore di conversione px-mm

In *Figura 74* è riportato lo spostamento in millimetri della massa durante il secondo test random.

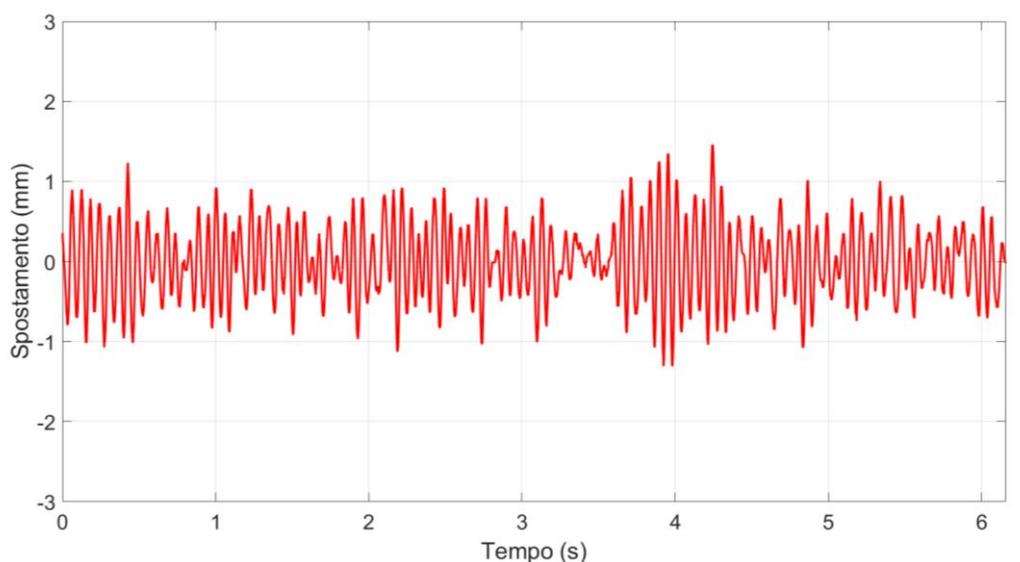


Figura 74: spostamento della massa in millimetri

4. Risultati sperimentali

4.1 Introduzione

Il capitolo descrive i principali risultati sperimentali ottenuti. Nei paragrafi 4.2, 4.3 e 4.4 sono presentati gli spostamenti verticali di massa e lamina, determinati applicando gli algoritmi di analisi del Capitolo 3 a tutti i video registrati durante le prove. In particolare, nella sezione 4.2 è analizzato il video girato con lo smartphone, mentre nelle sezioni 4.3 e 4.4 quelli girati con fotocamera ad alta velocità.

Nel paragrafo 4.5 è caratterizzato dinamicamente il sistema a massa singola, determinando pulsazioni proprie e fattori di smorzamento dall'analisi della sua funzione di trasferimento. Infine, nel paragrafo 4.6 sono commentati e confrontati i vari risultati.

4.2 Spostamento della massa nel video registrato con lo smartphone

Come già spiegato nel Capitolo 2, con lo smartphone è stato registrato un unico video del sistema sottoposto ad eccitazione random. In *Figura 75* è mostrato lo spostamento della massa ottenuto applicando al video i quattro algoritmi descritti nel Capitolo 3.

L'intervallo temporale di analisi è inferiore al secondo, a causa dei limiti imposti dalla modalità di registrazione slow-motion. Osservando l'immagine è evidente come la ricostruzione dello spostamento dal video presenti alcune imperfezioni. Innanzitutto il segnale appare "a gradini", ovvero esistono degli intervalli di tempo in cui lo spostamento della massa rimane costante anche se nella realtà si sta spostando. Un secondo problema, che deriva dal precedente, è rappresentato dalla impossibilità di individuare in modo chiaro e univoco gli zeri del segnale; ad esempio, fra $t=0.2s$ e $t=0.3s$, il segnale attraversa più di una volta l'asse delle ascisse ma non è possibile stabilire dove.

Per tale ragioni il segnale non può essere confrontato con quelli ottenuti dal trasduttore laser e per integrazione dell'accelerazione.

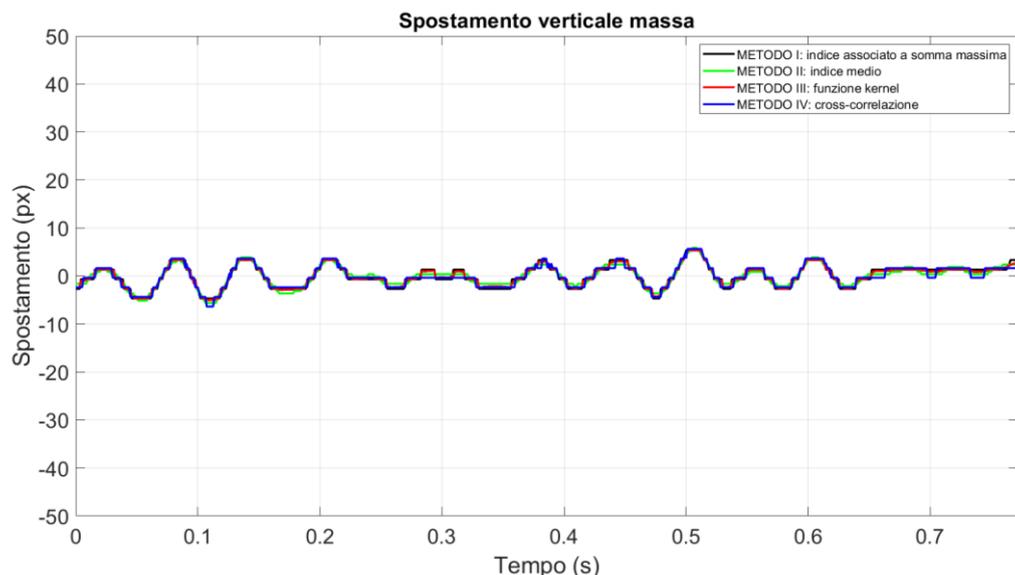


Figura 75: spostamento della massa da smartphone

In accordo con quanto detto nel Capitolo 3, la funzione kernel è il miglior metodo di analisi. Da *Figura 76*, si vede infatti che tutte le curve, eccetto quella rossa, presentano lunghi tratti di spostamento costante. Utilizzando stima kernel di densità la sensibilità sullo spostamento è maggiore e pertanto il segnale risulta meglio definito. L'ampiezza di oscillazione è invece circa la stessa per tutti e quattro i metodi, con differenze nell'ordine di qualche pixel ampiamente accettabili.

In definitiva, nonostante il video abbia la stessa risoluzione di quello girato con fotocamera ad alta velocità (1280x720 px), la forma d'onda ottenuta non è buona. Per capire la ragione di questa differenza, si rimanda al paragrafo 4.6.1.

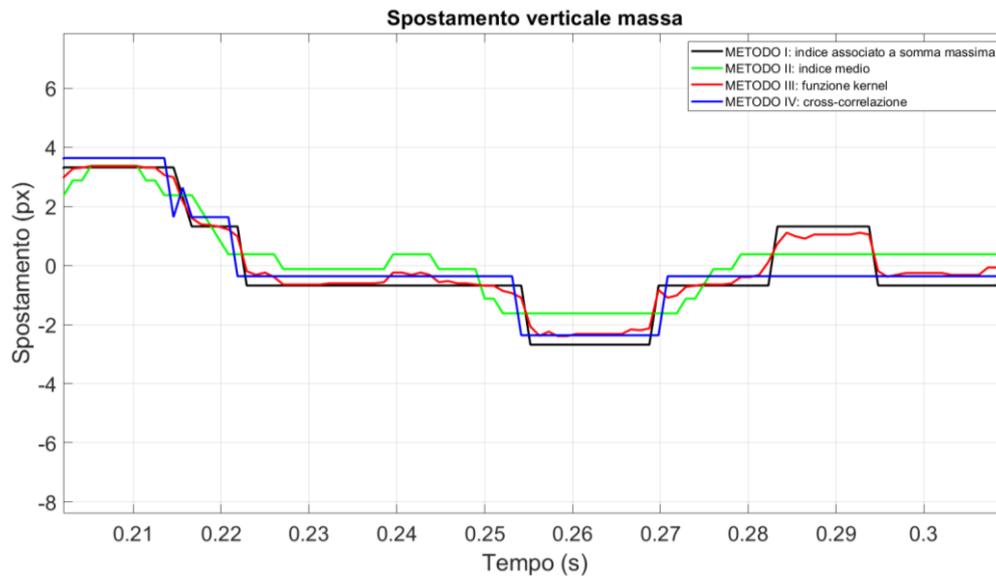


Figura 76: spostamento della massa da smartphone, dettaglio

4.3 Spostamento della massa nei video registrati con fotocamera ad alta velocità

Il paragrafo riporta lo spostamento verticale della massa ottenuto dall'analisi dei video registrati con fotocamera ad alta velocità, quando il sistema è sottoposto ad eccitazione random alla base e quando è eccitato alla frequenza del primo modo.

Il secondo modo è poco eccitato e, di conseguenza, poco visibile. Per tale ragione non è riportato il grafico di spostamento della massa quando il sistema è eccitato a tale frequenza (del secondo modo).

4.3.1 Eccitazione random

In *Figura 77* e *Figura 78* sono riportati gli andamenti nel tempo della traslazione verticale massa durante le prove di eccitazione random alla base.

L'immagine di *Figura 77* è stata già descritta nel Capitolo 3, in quanto è stata presa come esempio per spiegare la differenza fra i quattro algoritmi di analisi. Come già discusso l'algoritmo più efficiente è quello che impiega la funzione kernel, poiché riduce il numero di tratti a spostamento costante ed evita la presenza di picchi in ampiezza non desiderati.

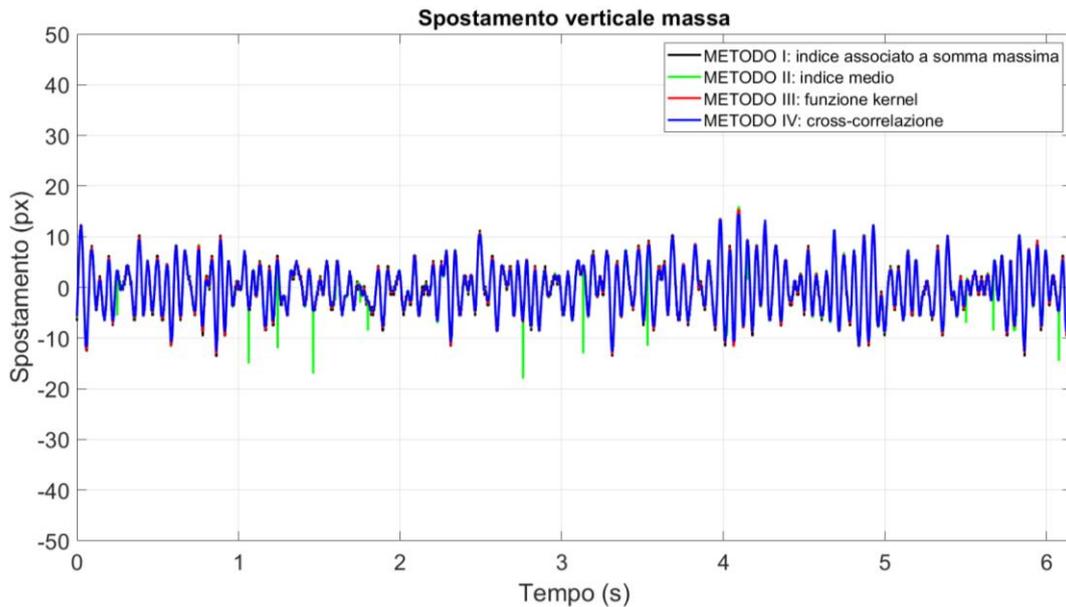


Figura 77: spostamento della massa nella prima prova random

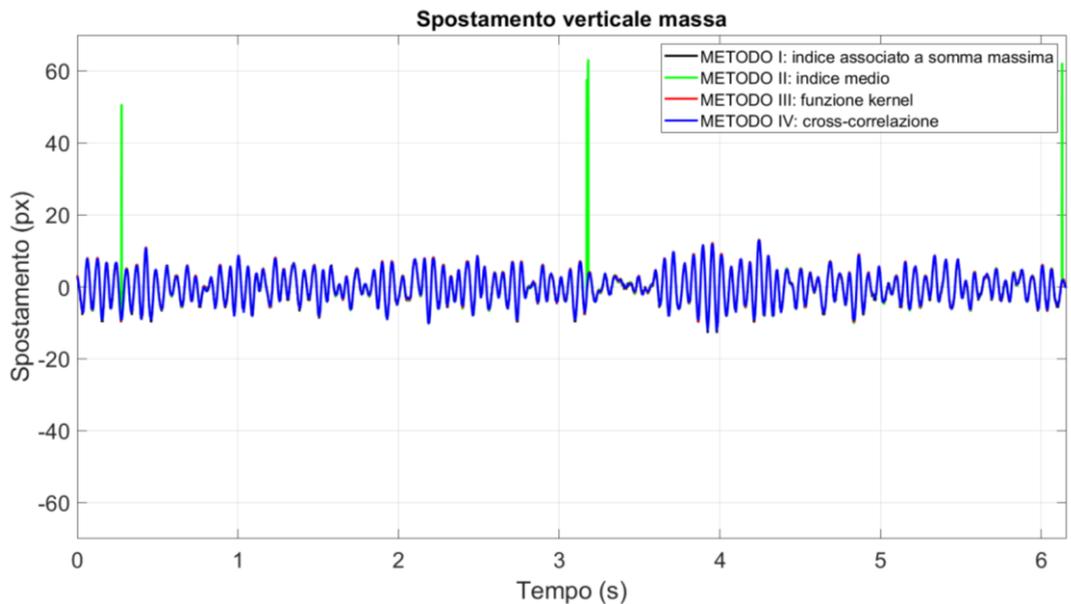


Figura 78: spostamento della massa nella seconda prova random

4.3.2 Eccitazione al primo modo flessionale

Dall'analisi in frequenza (Paragrafo 4.5) è noto che il sistema possiede alla frequenza $f=18\text{Hz}$ il primo modo di vibrare. Il modo è flessionale e quindi acquisibile con la fotocamera, perché durante il moto è mantenuta l'ortogonalità fra l'asse della lente e la superficie laterale del pezzo.

Il sistema è stato quindi eccitato con un'accelerazione puramente sinusoidale ad ampiezza costante e alla frequenza $f=18\text{Hz}$. In Figura 79 è mostrato lo spostamento estrapolato dal video. L'immagine sembra riprodurre bene lo spostamento della massa, in quanto sia periodo che ampiezza del segnale sono costanti in tutto l'intervallo temporale.

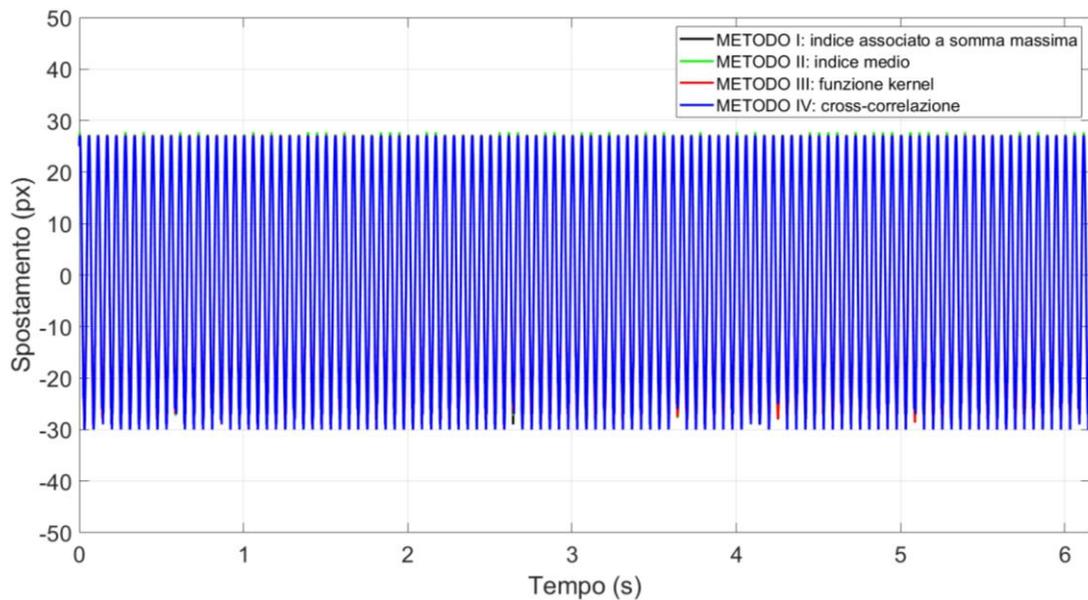


Figura 79: spostamento della massa al primo modo

In un intervallo di tempo pari a 1 secondo (Figura 80) si contano 18 picchi e pertanto la periodicità è conservata. I quattro algoritmi forniscono gli stessi valori di spostamento ovunque eccetto che in corrispondenza dei minimi locali (Figura 81), che sono punti di inversione del moto. In prossimità di questi punti il modulo del vettore velocità diminuisce fino ad annullarsi e poi cresce nuovamente. La stessa situazione si verifica in corrispondenza dei massimi. Poiché le differenze fra gli algoritmi si manifestano nei punti di minimo locali ma non nei massimi, tali differenze non sono legate alla dinamica del componente (altrimenti si manifesterebbero anche in prossimità dei massimi locali).

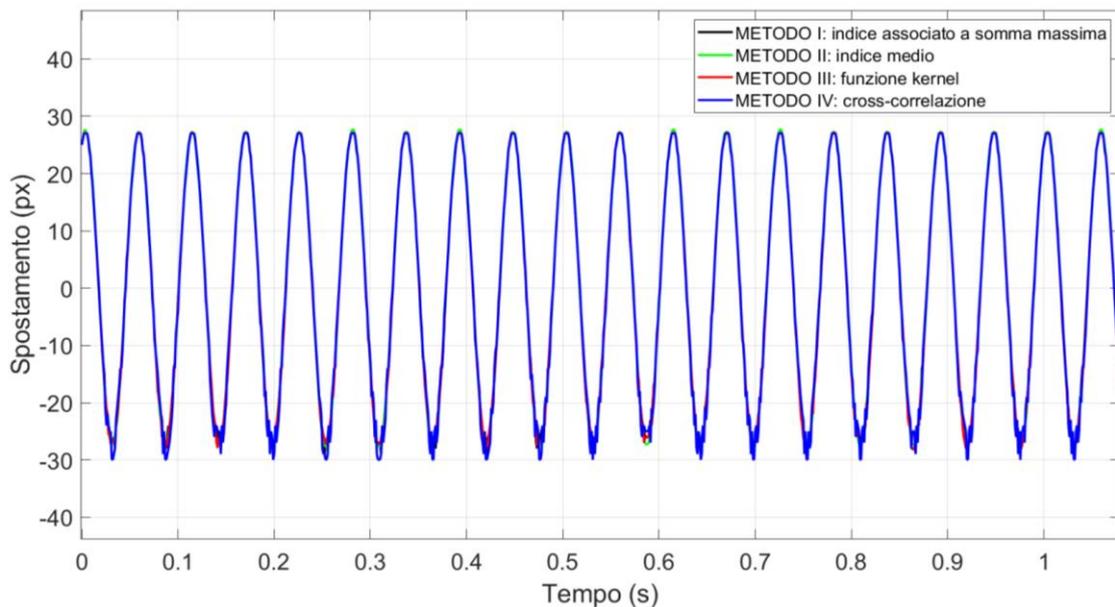


Figura 80: spostamento della massa al primo modo, dettaglio 1

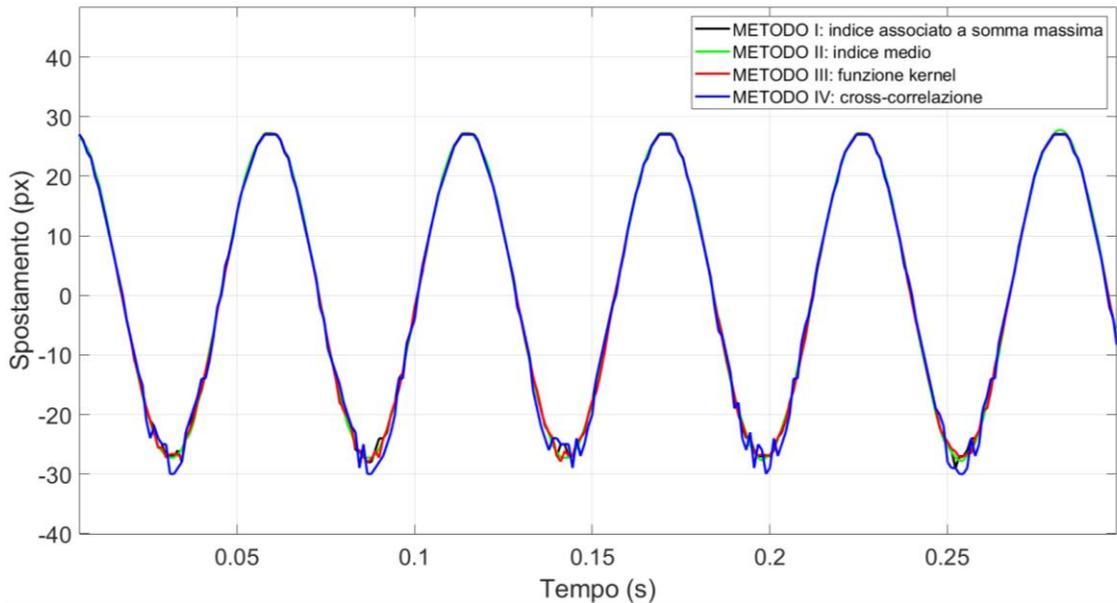


Figura 81: spostamento della massa al primo modo, dettaglio 2

Premettendo che le differenze fra gli spostamenti sono minime, l'algoritmo che restituisce la forma d'onda migliore è quello che traccia la posizione dell'indice medio (Figura 82). Non esiste un'unica spiegazione del perché questo metodo funzioni meglio degli altri ma sicuramente è da cercare nella distribuzione dei pixel bianchi sulle immagini. Ricordando che il bordo della massa sull'immagine binarizzata non appare come un'unica linea bianca ma come un insieme di pixel distribuiti su almeno tre righe, molto probabilmente in prossimità dei punti di inversione la distribuzione è tale da rendere ottimale il tracciamento dell'indice medio. Traducendo in linguaggio tecnico significa che il centro del rettangolo costruito sull'immagine, come spiegato nella sezione 3.3, segue perfettamente il moto verticale della massa.

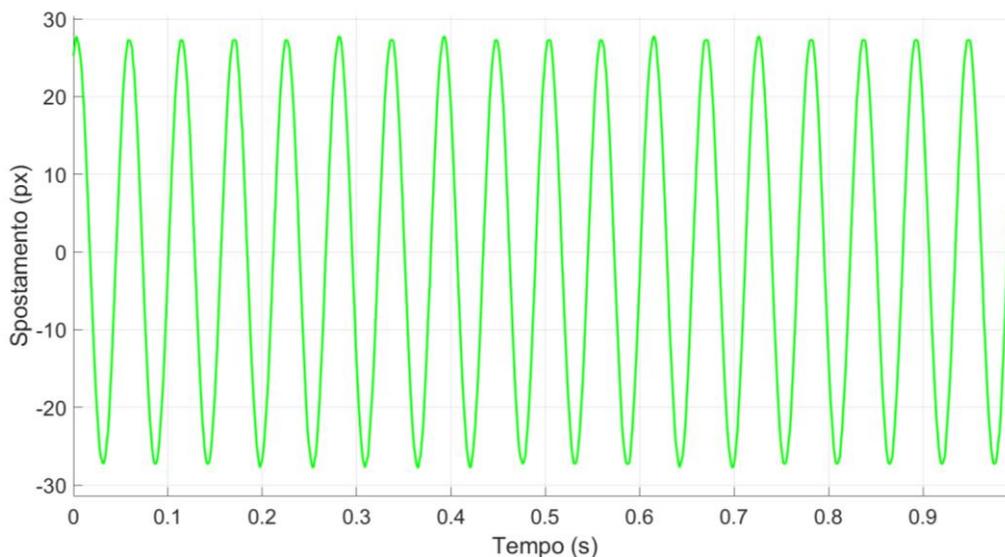


Figura 82: spostamento della massa al primo modo, dettaglio 3

4.4 Spostamento della lamina

La buona qualità di registrazione offerta dalla fotocamera ad alta velocità, ha permesso di analizzare in post-processing anche il moto della lamina. La sezione discute i risultati ottenuti eccitando il sistema al primo e al secondo modo flessionale.

4.4.1 Eccitazione al primo modo flessionale

La *Figura 83* mostra lo spostamento relativo della lamina rispetto allo shaker quando il sistema è eccitato alla frequenza $f=18\text{Hz}$. La procedura seguita per ricostruire lo spostamento della lamina è stata spiegata nel paragrafo 3.6, che si consiglia di consultare per comprendere in modo chiaro l'immagine.

In ognuno dei tre grafici della figura troviamo in ascissa la distanza orizzontale fra il centro delle varie finestre utilizzate nell'algoritmo e la sezione di incastro lamina-massa, mentre in ordinata la distanza verticale fra il centro delle finestre e il punto di incastro della lamina-shaker. In questo caso sono state utilizzate finestre larghe 1px.

Nel grafico in alto e in quello al centro è mostrata la deformata della lamina in due istanti di tempo molto ravvicinati, mentre nel grafico in basso le due curve sono sovrapposte in modo tale da visualizzare la prima forma modale. Esistono dei piccoli disturbi sullo spostamento, dovuti a imperfezioni sulle immagini elaborate dall'algoritmo, che alterano leggermente la deformata ma il risultato è ritenuto assolutamente soddisfacente.

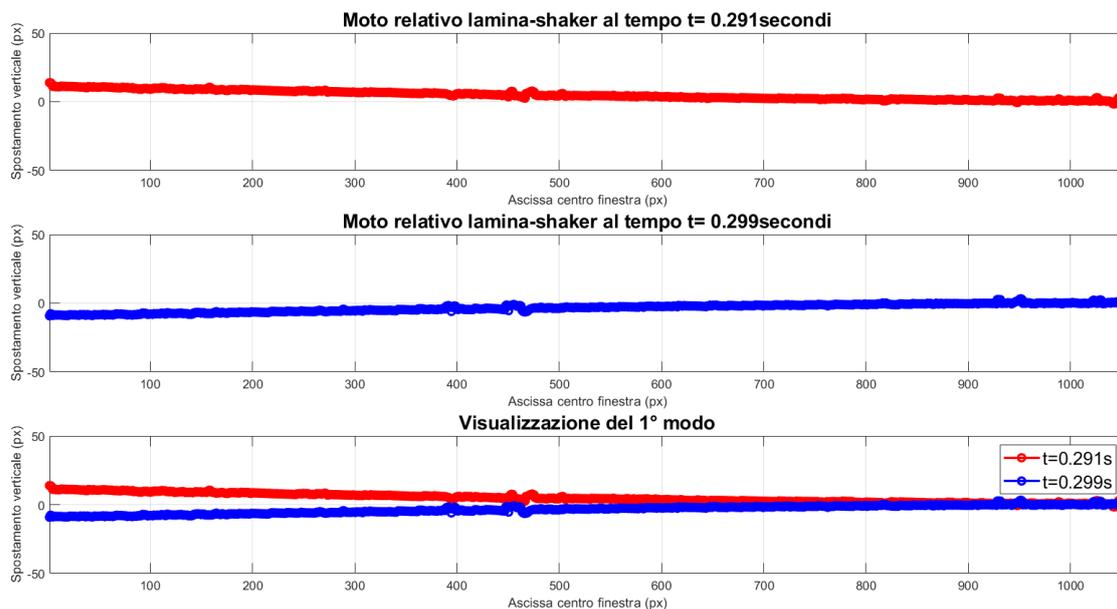


Figura 83: deformata lamina a $f=18\text{Hz}$

4.4.2 Eccitazione al secondo modo flessionale

In *Figura 84* è mostrato lo spostamento relativo lamina-shaker quando il sistema è eccitato alla frequenza $f=235\text{Hz}$. La lettura dell'immagine è analoga a quella del paragrafo precedente. Dalla sovrapposizione delle due deformate nel grafico più in basso si riesce a visualizzare il secondo modo. Procedendo da destra a sinistra le due curve partono dallo stesso punto (sede dell'incastro), si allontanano nella parte centrale e poi si

riavvicinano nuovamente nell'estremo opposto. Il nodo si trova sotto la massa e pertanto non è possibile visualizzarlo.

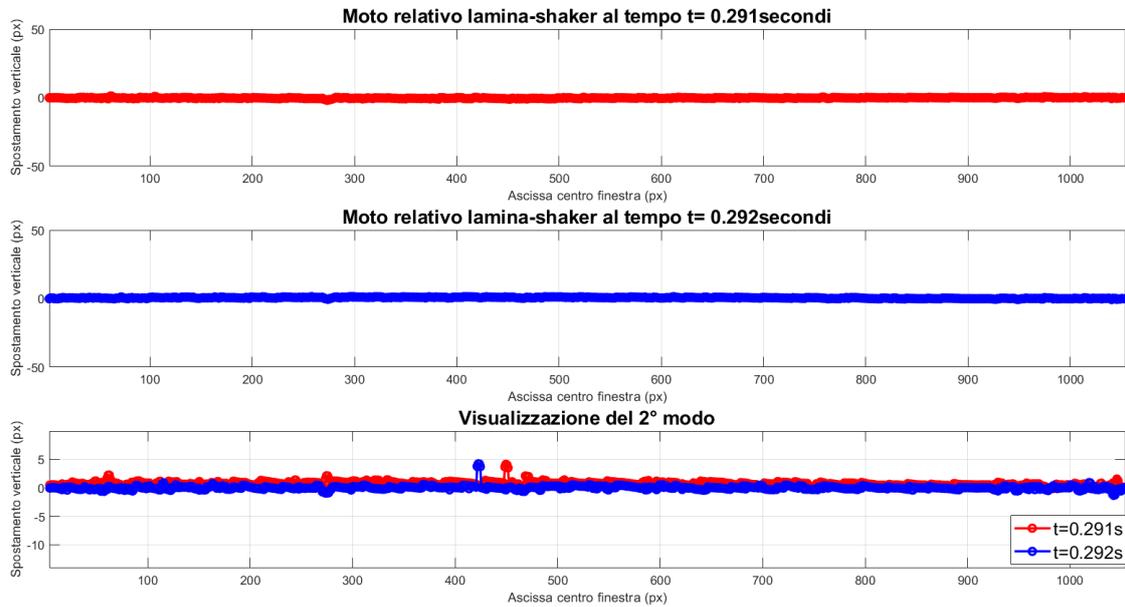


Figura 84: deformata lamina a $f=235\text{Hz}$

4.5 Identificazione dinamica

Il paragrafo riporta la caratterizzazione dinamica del sistema. Nella sezione 4.5.1 è descritta la funzione di trasferimento ottenuta dai dati degli accelerometri, mentre nella sezione 4.5.2 sono riportati i parametri di smorzamento al primo e al secondo modo flessionale.

4.5.1 Funzione di trasferimento

In Figura 85 sono mostrati i segnali di accelerazione in ingresso (base) e in uscita (massa) misurati dagli accelerometri, acquisiti a 1024Hz.

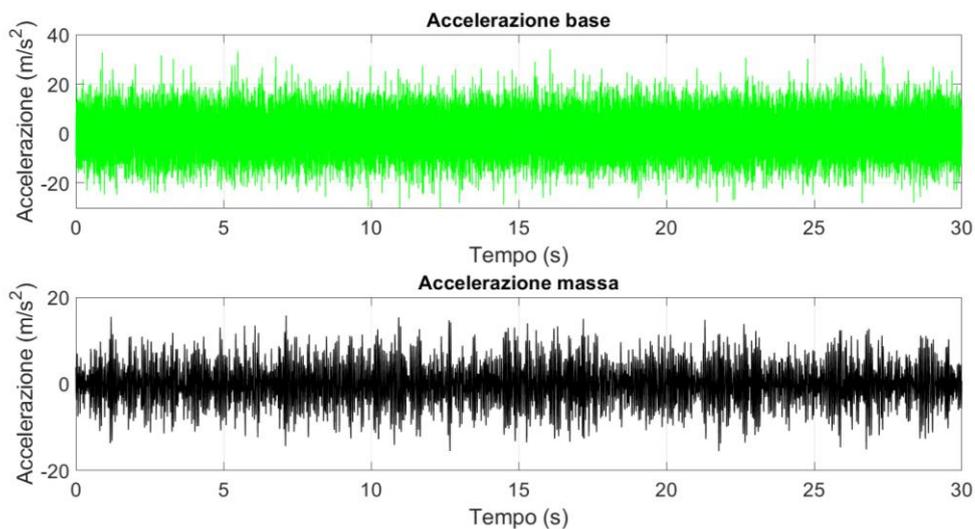


Figura 85: accelerazione in ingresso e in uscita

Inserendo i dati nella funzione Matlab *modalfrf* si ottiene la funzione di trasferimento del sistema, mostrata in *Figura 86*.

Sono visibili due modi flessionali a $f_1=18\text{Hz}$ e $f_2=235\text{Hz}$ e un modo torsionale a $f\approx 145\text{Hz}$, che non è stato sollecitato in quanto non acquisibile con una sola fotocamera. In alto nel grafico è riportata la fase che, in corrispondenza delle frequenze naturali, vale 90° .

I valori delle frequenze proprie reali sono differenti del 14,28% (1° modo) e del 6,74% (2° modo) da quelli ottenuti dalle simulazioni numeriche del Capitolo 1 ($f_1=21\text{Hz}$ e $f_2=252\text{Hz}$).

Il motivo di questa differenza è da ricercare nelle proprietà meccaniche del materiale di cui è costituita la lamina, il cui modulo elastico reale è probabilmente inferiore a quello teorico.

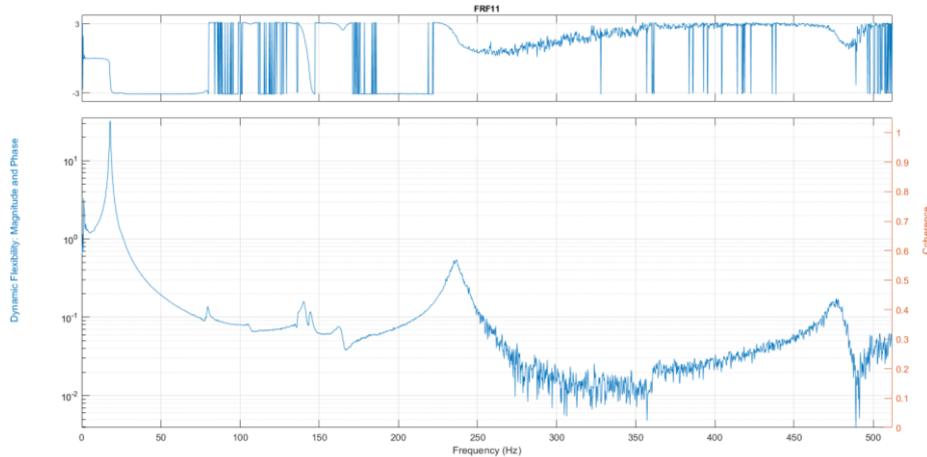


Figura 86: modulo e fase della funzione di trasferimento

4.5.2 Smorzamento del sistema

In questa sezione è eseguita una stima del fattore di smorzamento del sistema in corrispondenza dei due modi flessionali.

I parametri sono stati stimati mediante un'operazione di sintesi dinamica, che riceve in input il modulo della funzione di trasferimento e poi itera fino a trovare il la miglior curva interpolante (*Figura 87*).

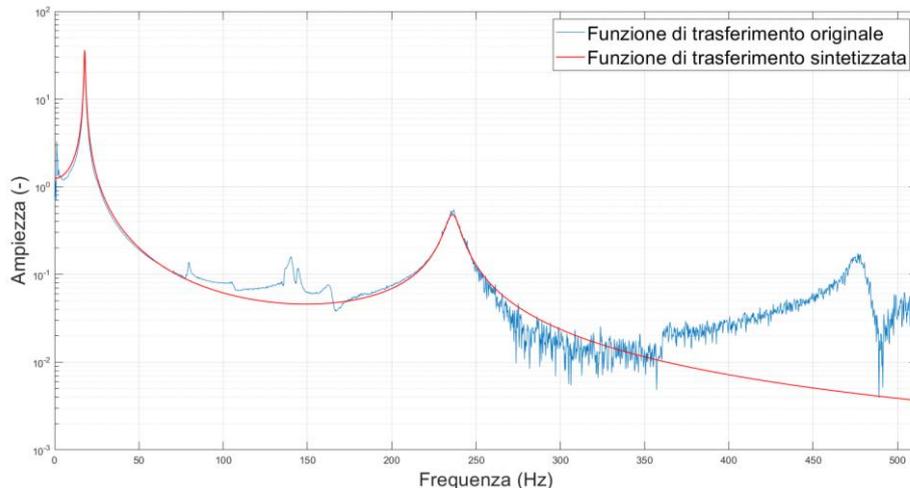


Figura 87: funzione di trasferimento sperimentale e sintetizzata

I valori di frequenze proprie e fattori di smorzamento stimati sono riportati in *Tabella 17*. Il fattore di smorzamento è prossimo allo zero poiché l'unica azione smorzante nel sistema è l'attrito interno.

1° modo flessionale		2° modo flessionale	
Frequenza (Hz)	Fattore di smorzamento (-)	Frequenza (Hz)	Fattore di smorzamento (-)
17.8904	0.0171	235.0318	0.0155

Tabella 17: parametri dinamici stimati

4.6 Confronti

Il paragrafo confronta diversi aspetti emersi dall'analisi sperimentale. La sezione 4.6.1 spiega come gli algoritmi di analisi portino a risultati migliori se applicati al video girato con fotocamera ad alta velocità. La sezione 4.6.2 mette a confronto lo spostamento della massa ottenuto dal trasduttore di spostamento con quello derivato dall'analisi del video. Il paragrafo 4.6.3 commenta quanto influisce sull'errore la larghezza della finestre utilizzate per l'analisi del moto della lamina. Nella sezione 4.6.4 viene ampliato il discorso sull'algoritmo di cross-correlazione, analizzando cosa cambierebbe se fosse applicato su un'immagine non binarizzata.

Infine, il paragrafo 4.6.5 confronta la funzione di trasferimento costruita con i dati degli accelerometri con quella ricavata dall'elaborazione dei video.

4.6.1 Spostamento massa da smartphone e da fotocamera ad alta velocità

Il confronto più immediato è quello fra lo spostamento della massa ottenuto dall'elaborazione di due video girati con dispositivi differenti: smartphone e fotocamera ad alta velocità. In *Figura 88* sono mostrate due curve, entrambe ottenute con il metodo kernel: la curva in alto è quella ottenuta dal video girato con lo smartphone, mentre quella in basso è ricavata dal video girato con la fotocamera ad alta velocità durante la prima prova random. Le curve fanno quindi riferimento a due prove diverse e pertanto i rispettivi valori di spostamento non sono confrontabili, ma è evidente come nella prima l'andamento "a gradini" sia molto più marcato. In altre parole, la forma d'onda ottenuta dall'elaborazione del video girato con lo smartphone è decisamente peggiore.

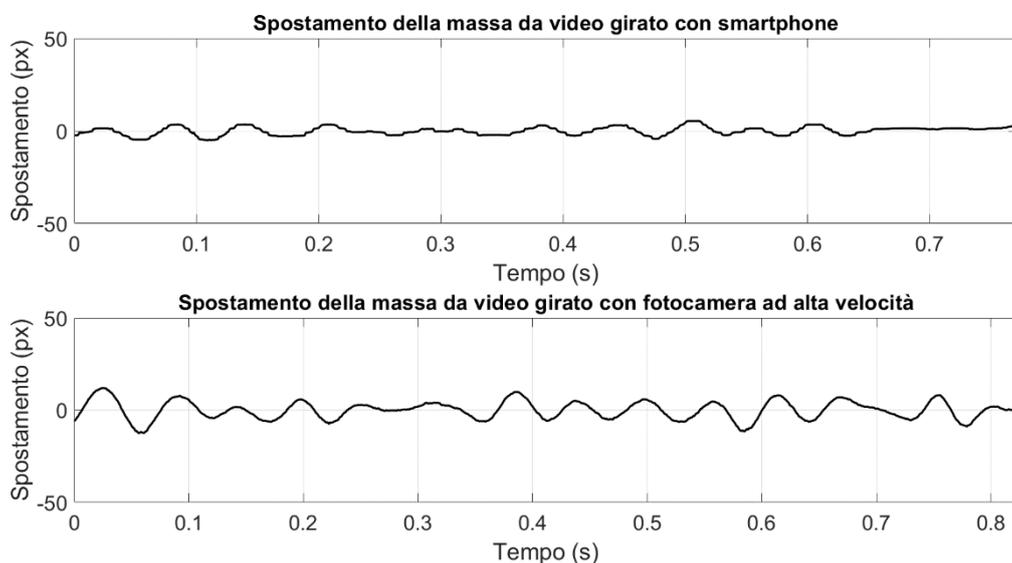


Figura 88: fotocamere a confronto

In un primo momento si potrebbe pensare che la differenza fra i due risultati sia legata alla risoluzione dei video, ma in realtà in entrambi i casi il valore è 0.9Mpx.

Ciò che rende diversi i due risultati è la dimensione del sensore nelle due fotocamere. Ogni sensore è costituito da milioni di pixel: più grande è il sensore, migliore è la qualità del video perché ad una dimensione maggiore corrispondono pixel più grandi che riducono il rumore [p]. La dimensione del sensore della fotocamera dello smartphone è

5.76x4.29mm, mentre quella della fotocamera ad alta velocità vale 7.17x5.73mm. Nel primo la dimensione del pixel è pari a 1.4 μ m, mentre nel secondo vale 5.6 μ m, quattro volte più grande. Il risultato è un video in cui il rumore di fondo è nettamente inferiore, con contorni degli oggetti inquadrati meglio definiti e più adatti al tracciamento.

4.6.2 Spostamento massa da fotocamera ad alta velocità e da trasduttore laser

Il confronto più interessante è sicuramente quello fra lo spostamento della massa ottenuto dal trasduttore di posizione e quello ricavato dal video con il metodo kernel, perché permette di verificare l'efficacia dell'algorithm. I due segnali sono confrontabili solo per 6.5s, ovvero per la durata dell'evento registrato con la fotocamera ad alta velocità.

In *Figura 89* sono sovrapposti i due spostamenti negli ultimi 6.5s della seconda prova random. Per la conversione da pixel a millimetri dello spostamento ricavato dal video è stato seguito il metodo descritto nel paragrafo 3.7. A livello qualitativo, come conferma l'ingrandimento di *Figura 90*, la sovrapposizione è ottima.

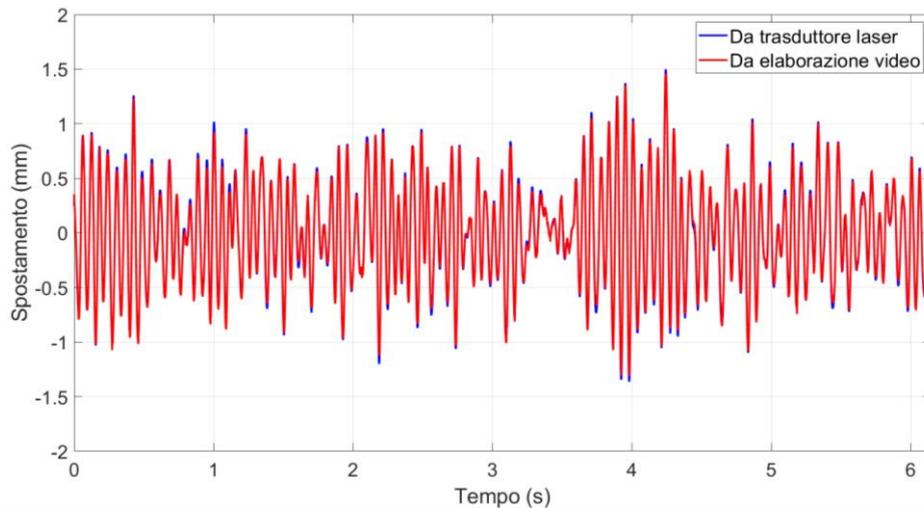


Figura 89: sovrapposizione degli spostamenti

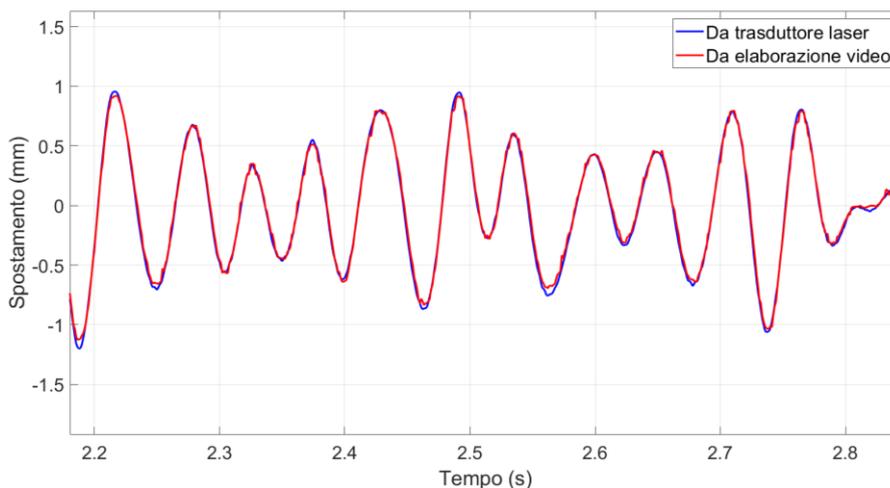


Figura 90: sovrapposizione degli spostamenti, dettaglio

Per definire quantitativamente quanto lo spostamento ottenuto dal video sia vicino a quello ricavato dal trasduttore è necessario calcolare il *root-mean-square error (RMSE)* fra i due segnali:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{n}} \quad (16)$$

dove n indica la numerosità dei campioni, x_i l' i -esimo punto della curva di spostamento ricavata dal video e \hat{x}_i l' i -esimo punto della curva di spostamento ricavata dal trasduttore. Assumendo come riferimento lo spostamento acquisito dal trasduttore, più l' $RMSE$ è vicino a zero più il segnale ricavato dal video gli è vicino.

Per rendere i due segnali confrontabili è stato necessario ricampionare a 900Hz (ovvero al *frame rate* della fotocamera) lo spostamento ottenuto dal trasduttore, il quale originariamente era stato acquisito a 2048Hz.

In *Figura 91* è mostrato l'andamento nel tempo dell'errore assoluto fra i due segnali, definito come il modulo della differenza fra i valori di spostamento in ogni istante temporale, e l' $RMSE$ che è un termine costante e vale 0.0358mm. L'errore è quindi nell'ordine dei centesimi di millimetri, un ottimo risultato considerando che la massa oscilla fra ± 1.5 mm.

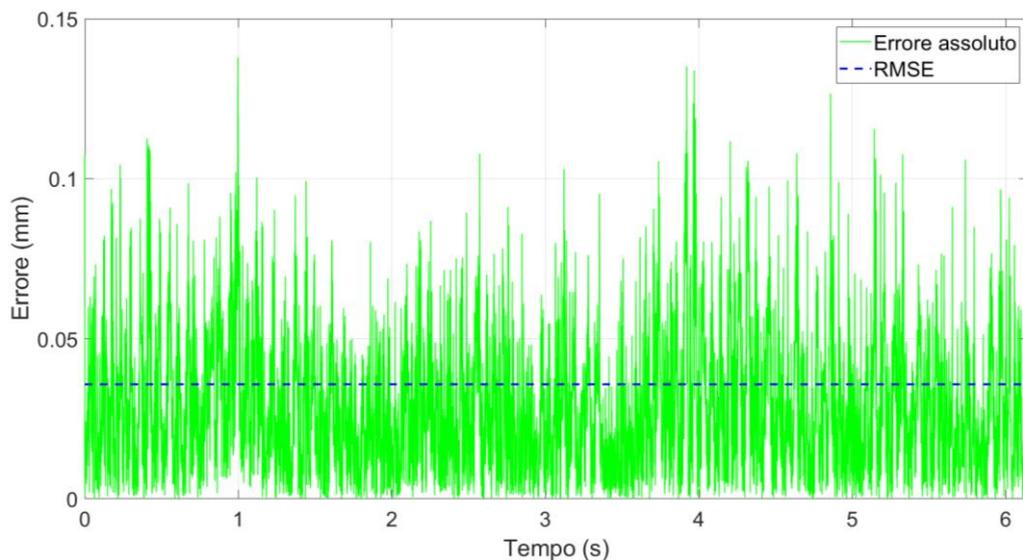


Figura 91: errore assoluto e RMSE

Per completezza si esegue il calcolo dell' $RMSE$ anche per gli altri tre algoritmi. I risultati, riportati in *Tabella 18*, sono un'ulteriore conferma del fatto che la miglior ricostruzione dello spostamento è ottenuta con la stima kernel di densità.

RMSE (mm)		
METODO I- indice massimo	METODO II- indice medio	Metodo IV- cross-correlazione
0.0529	0.0388	0.0457

Tabella 18: valori dell' $RMSE$ nei tre metodi peggiori

I grafici associati sono mostrati in Figura 92, Figura 93 e Figura 94.

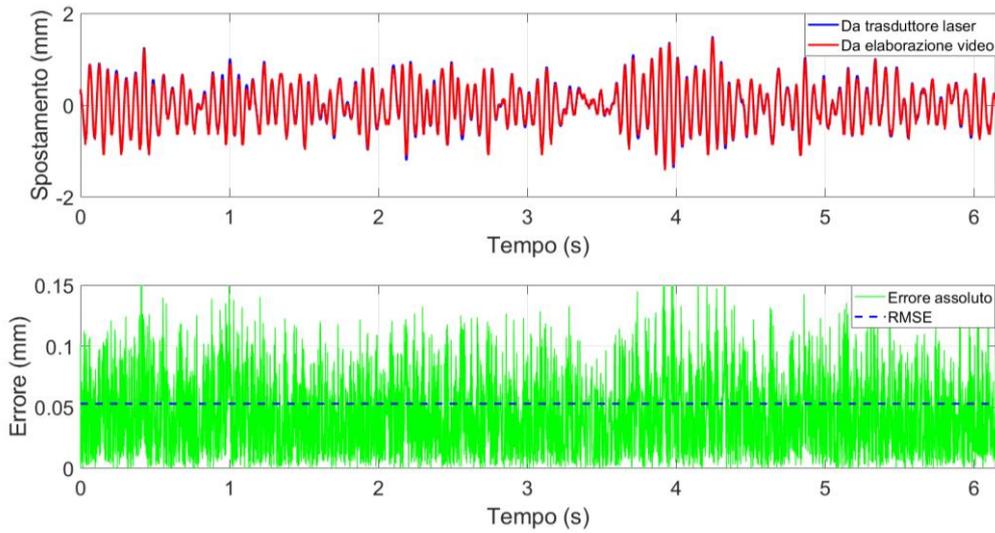


Figura 92: metodo I, confronto con spostamento da trasduttore laser e RMSE

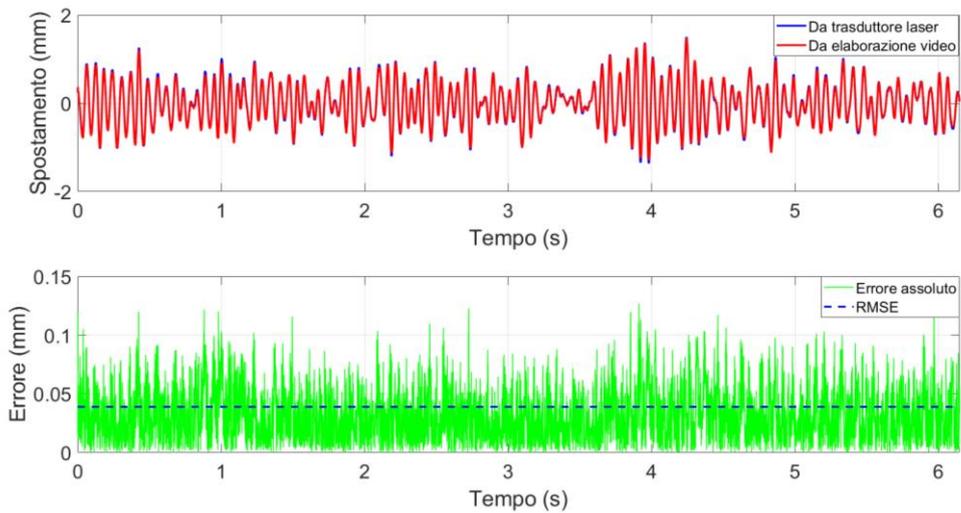


Figura 93: metodo II, confronto con spostamento da trasduttore laser e RMSE

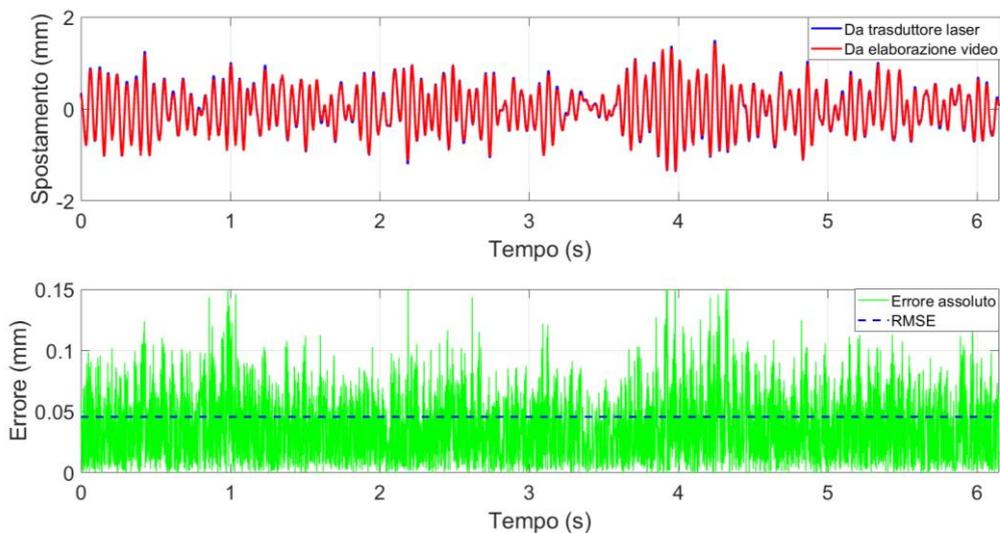


Figura 94: metodo IV, confronto con spostamento da trasduttore laser e RMSE

4.6.3 Effetto della dimensione delle finestre sull'analisi del moto lamina-shaker

Nel paragrafo 3.6 è stato spiegato il metodo impiegato per ricavare il moto relativo fra la lamina e lo shaker. Il primo dato fornito all'algoritmo di analisi è la larghezza (e quindi il numero) delle finestre con cui discretizzare la lamina. Al diminuire della larghezza aumenta il numero delle finestre utilizzate per la discretizzazione e la quantità di dati che il programma deve gestire. Parallelamente però, prendendo in considerazione un numero maggiore di punti sulla lamina, la ricostruzione del moto è più veritiera.

L'effetto di dimensioni differenti delle finestre per la valutazione della deformata della lamina è visibile in *Figura 92*. L'immagine mostra tre curve di spostamento della lamina, ognuna delle quali è riferita allo stesso istante temporale ma ottenuta campionando l'immagine con una finestra differente.

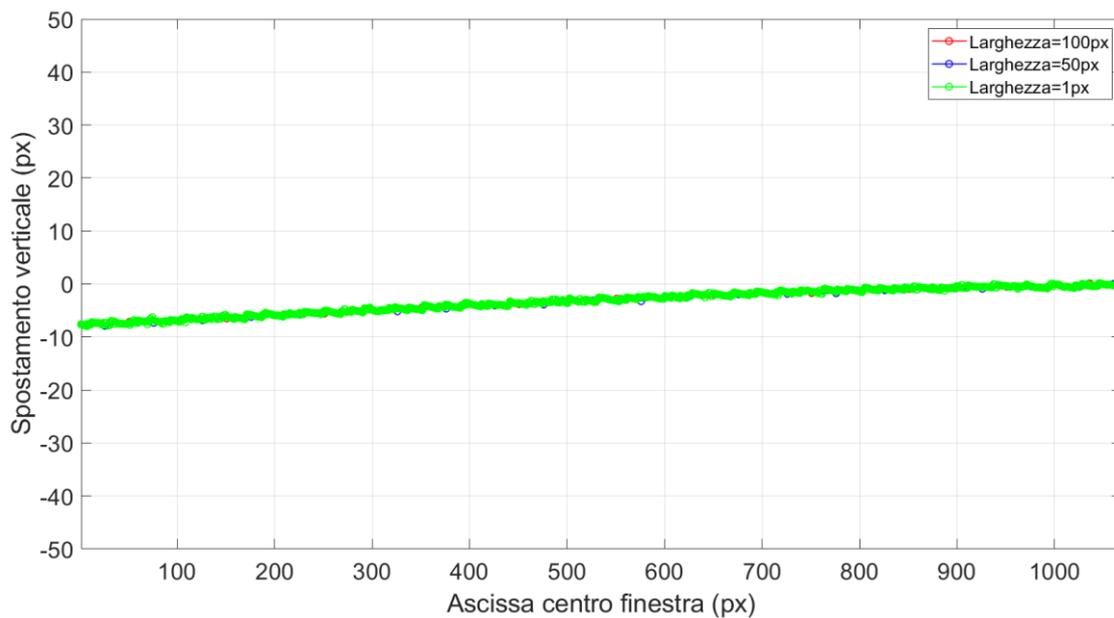


Figura 95: effetto della campionatura

Le tre curve sembrano sovrapposte ma in realtà, ingrandendo l'immagine (*Figura 93*), si notano alcune differenze. L'ingrandimento è stato volutamente effettuato sulla parte più a destra del grafico, ovvero la zona in cui la lamina si interfaccia con lo shaker, perché permette di capire che utilizzando finestre più strette si includono nell'analisi più punti della lamina. Infatti la curva verde, ottenuta con finestre larghe 1px, è quella che termina più a destra, ovvero descrive la deformata della lamina fino alla sezione di incastro.

Sfortunatamente però, in tale curva è sicuramente più marcato l'effetto del rumore di fondo, che influisce negativamente sull'allineamento dei vari punti.

In definitiva, si può affermare che l'impiego di finestre più strette consente di estendere l'analisi del moto a un maggior numero di punti, rendendo però più evidente l'azione del disturbo di fondo.

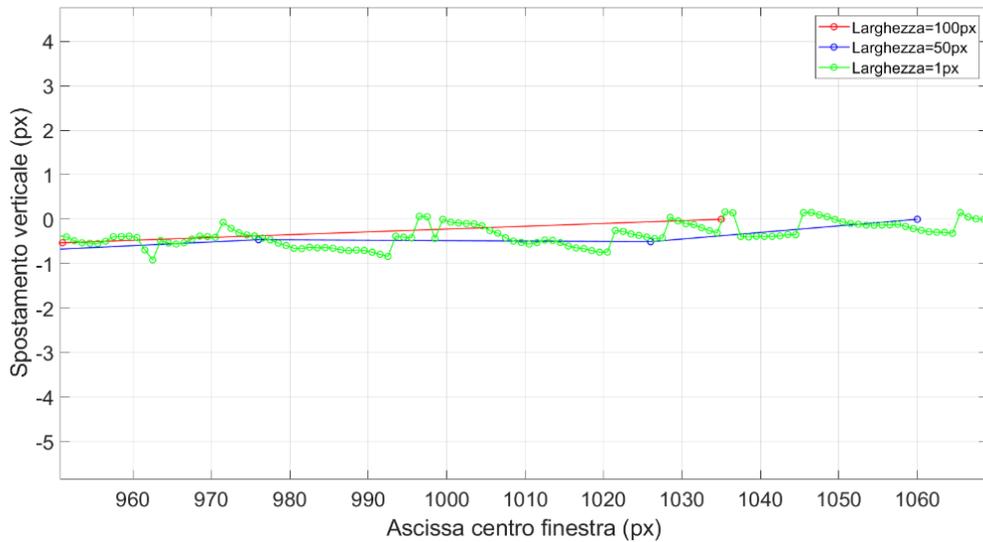


Figura 96: effetto della campionatura, dettaglio

4.6.4 Cross-correlazione partendo da un immagine non binarizzata

L’algoritmo di cross-correlazione descritto nel paragrafo 3.6 lavora sulle stesse immagini binarizzate utilizzate dagli altri tre algoritmi. In realtà, siccome tale metodo di analisi è basato su un confronto fra immagini, la binarizzazione potrebbe essere superflua.

In *Figura 94* è confrontato lo spostamento verticale della massa ottenuto applicando l’algoritmo o a immagini binarizzate (curva blu) o a immagini in scala di grigio (curva nera). Tutte le immagini sono state estratte dal video girato con fotocamera ad alta velocità durante la prova ad eccitazione random. Se le immagini non sono binarizzate, l’algoritmo non lavora correttamente in corrispondenza dei valori minimi di spostamento, ovvero nei punti di inversione di moto. Questi errori possono essere legati ad una scarsa illuminazione del pezzo quando si trova in quella posizione, vanificando la capacità di tracciamento dell’algoritmo. Grazie alla binarizzazione tutti i problemi di illuminazione sono eliminati e quindi l’algoritmo produce risultati migliori.

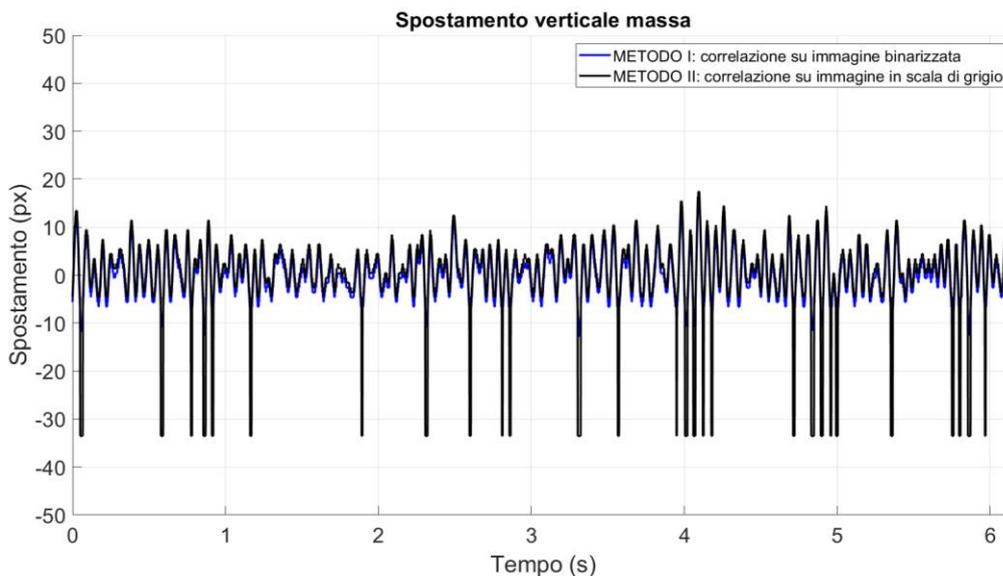


Figura 97: effetto del tipo di immagine sulla cross-correlazione

4.6.5 Trasmissibilità dal video registrato con fotocamera ad alta velocità

L'ultimo aspetto che deve essere affrontato per ritenere lo studio completo è l'estrazione della funzione di trasferimento del sistema dal video girato con fotocamera ad alta velocità.

In realtà è più corretto parlare di trasmissibilità, perché la funzione è costruita attraverso valori di spostamento e non di accelerazione, a differenza di quanto discusso nella sezione 4.5. Per il calcolo della trasmissibilità è sufficiente estrarre dallo stesso video sia lo spostamento della massa che quello della base ed eseguire il rapporto fra i relativi spettri. Quest'ultimo passaggio è eseguito automaticamente dalla funzione Matlab *modalfrf*, noto l'andamento nel tempo dei due spostamenti.

Il video utilizzato per l'analisi è quello girato con fotocamera ad alta velocità durante la prima delle due prove random (prova 1 in *Tabella 13*). In *Figura 95* sono evidenziate le due aree di interesse scelte: in basso a sinistra per lo spostamento della massa e in alto a destra per lo spostamento della testa dello shaker. In entrambi i casi è stato implementato l'algoritmo che utilizza la funzione kernel.



Figura 98: aree di interesse selezionate

In *Figura 96* è riportata la funzione di trasferimento ottenuta. A differenza di quanto mostrato in *Figura 86*, in questo caso è visibile solo il picco centrato sul primo modo. Il modo torsionale a 145Hz e il secondo modo flessionale sono assenti, probabilmente perché i segnali di spostamento ricavati dal video, in particolar modo quello dello shaker, non sono adatti ad un'analisi di questo tipo.

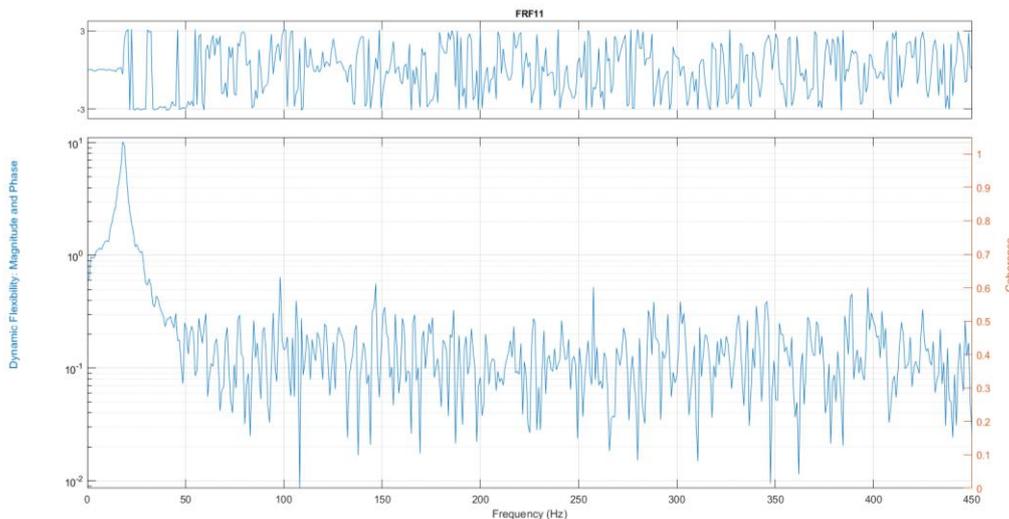


Figura 99: trasmissibilità da video

Il confronto con la funzione di trasferimento ottenuta dalle accelerazioni, è quindi possibile solo al primo modo flessionale.

In *Figura 97* è riportato il fitting dinamico sulla trasmissibilità, che restituisce un valore della prima frequenza propria pari a 18.48Hz, leggermente più alto di quello ottenuto nella sezione 4.5.2 (17.89Hz) a causa dell'assenza dell'accelerometro sulla massa.

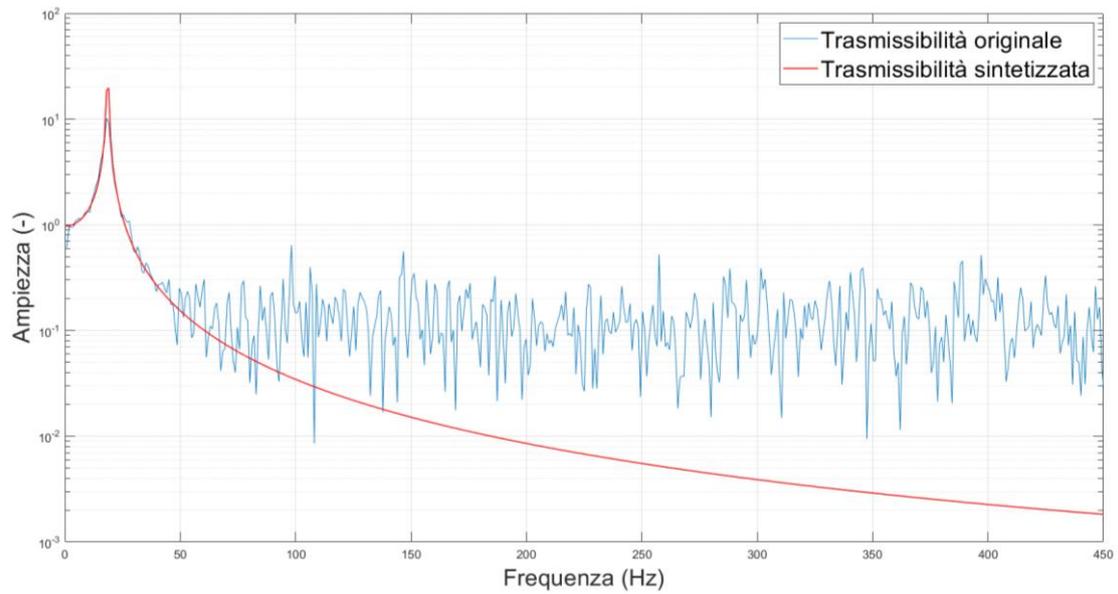


Figura 100: trasmissibilità originale e sintetizzata

5. Conclusioni

Scopo dell'elaborato di tesi è lo studio del moto di una trave incastrata-libera con massa applicata in punta, partendo da video registrati quando il sistema è eccitato alla base da un ingresso random in accelerazione nel campo in frequenza 0-400Hz. In particolare, si vuole determinare la posizione verticale assunta dalla massa durante l'eccitazione e il moto relativo della lamina rispetto alla testa dello shaker elettrodinamico.

In un primo momento è stato registrato un video con la fotocamera dello smartphone Samsung S10e, ma a causa delle sue scarse proprietà ottiche non è stato possibile risalire correttamente al moto del sistema. Per tale ragione si è deciso di utilizzare uno strumento più adeguato alle frequenze eccitate, la fotocamera ad alta velocità Phantom Miro C110. Per ricavare la posizione della massa, l'elaborazione dei video è stata effettuata con tre modelli innovativi scritti in ambiente Matlab:

- istogramma per righe
- cross-correlazione
- stima kernel di densità

La capacità di misura di ogni algoritmo è stata verificata mediante un confronto con lo spostamento della massa ottenuto da un trasduttore laser. Assumendo come riferimento il segnale proveniente dal trasduttore e calcolando l'*RMSE* con gli spostamenti forniti dagli algoritmi, si conclude che utilizzando la stima kernel di densità l'errore è minimizzato. A tale metodo è associato un *RMSE* di 0.0358mm, inferiore a quelli ottenuti dal confronto con l'istogramma per righe (*RMSE*=0.0388mm) e con la cross-correlazione (*RMSE*=0.0457mm).

Una volta stabilito che la stima kernel di densità è il miglior metodo di tracciamento, la sua capacità di misura è stata testata anche nel dominio della frequenza. In particolare, è stato calcolato dal video lo spostamento verticale dell'incastro (ingresso del sistema), con il quale è stata costruita la trasmissibilità del sistema, essendo già noto lo spostamento della massa (uscita del sistema). Analizzando la trasmissibilità ottenuta dal video, è stato verificato che solo il primo modo è visibile e coincidente con quello della funzione di trasferimento ricavata dai dati degli accelerometri. Il secondo modo non è, invece, visualizzato e pertanto non è stato replicato l'ottimo grado di approssimazione visto nel dominio del tempo.

In ultimo, è stato determinato il moto relativo della lamina rispetto alla testa dello shaker con un metodo derivato dall'istogramma per righe dell'immagine, già utilizzato per la massa, ottenendo una forma del moto molto vicina a quella reale.

Come sviluppo futuro si potrebbe pensare di eseguire lo studio su un elemento meccanico di un sistema più complesso e di potenziare la capacità di misura nel dominio della frequenza.

Appendice A: dati tecnici del componente

A.1 Lamina

Di seguito si riportano le proprietà dell'alluminio 6082, materiale di cui è costituita la lamina.

LEGA DI ALLUMINIO DA ESTRUSIONE Extrusion Aluminium Alloy		EN AW-6082									
<p>Gli estrusi in lega EN AW-6082 sono impiegati come componenti di strutture e macchinari, ove valgono requisiti di alta resistenza e rigidità meccanica, associati ad una accettabile resistenza alla corrosione. La composizione chimica e i parametri di estrusione sono formulati per consentire la realizzazione di profili con sezione di media complessità, comprendente cavità e scanalature.</p>											
Caratteristiche fisiche											
massa volumica :	2,71	g / cm ³	conduttività termica a 20°C								
punto di fusione inferiore :	580	°C	- nello stato O: 2,09 W / cm °K								
calore specifico tra 0° e 100°C:	897	J/Kg °K	- nello stato T6: 1,72 W / cm °K								
modulo di elasticità lineare E:	69000	N / mm ²	coefficiente di dilatazione termica lineare								
modulo elasticità tangenziale G:	26000	N / mm ²	- tra 20° e 100°C: 23,2 · 10 ⁻⁶ 1 / °K								
			- tra 20° e 200°C: 24,1 · 10 ⁻⁶ 1 / °K								
			- tra 20° e 300°C: 25,0 · 10 ⁻⁶ 1 / °K								
			resistività elettrica a 20°C								
			- nello stato O: 3,14 μΩ · cm								
			- nello stato T6 3,85 μΩ · cm								
Composizione chimica secondo Norma Europea EN 573.3											
	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti	Altri		Al
									ciascuno	totale	
EN AW-6082	0,70 + 1,30	0,50 max	0,10 max	0,40 + 1,00	0,60 + 1,20	0,25 max	0,20 max	0,10 max	0,05 max	0,15 max	resto
Proprietà meccaniche minime, secondo Norma Europea EN 755.2											
Tipi di profilo	(1) stato fisico di fornitura	diametro D [mm] per tondi, o spess. S [mm] per barre, o spess. di parete e per profili		Carico di rottura a trazione R _m [MPa]		Carico limite di elasticità R _{p0,2} [MPa]		Allungamento			
				min	max	min	max	A % min	A _{50mm} % min		
Tondi e barre piene	O, H111	D ≤ 200	S ≤ 200	-	160	-	110	14	12		
	T4 (*)	D ≤ 200	S ≤ 200	205	-	110	-	14	12		
	T6 (*)	D ≤ 20	S ≤ 20	295	-	250	-	8	6		
		20 < D ≤ 150	20 < S ≤ 150	310	-	260	-	8	-		
150 < D ≤ 200		150 < S ≤ 200	280	-	240	-	6	-			
		200 < D ≤ 250	200 < S ≤ 250	270	-	200	-	6	-		
Tubi	O, H111	e ≤ 25		-	160	-	110	14	12		
	T4 (*)	e ≤ 25		205	-	110	-	14	12		
	T6 (*)	e ≤ 5		290	-	250	-	8	6		
5 < e < 25		310	-	260	-	10	8				
Profili cavi e aperti	O, H111	tutte		-	160	-	110	14	12		
	T4 (*)	e ≤ 25		205	-	110	-	14	12		
Profili aperti	T5	e ≤ 5		270	-	230	-	8	6		
	T6 (*)	e ≤ 5		290	-	250	-	8	6		
		5 < e < 25		310	-	260	-	10	8		
Profili cavi	T5	e ≤ 5		270	-	230	-	8	6		
	T6 (*)	e ≤ 5		290	-	250	-	8	6		
		5 < e < 15		310	-	260	-	10	8		
<p>NOTA (*): proprietà meccaniche dello stato fisico indicato ottenibili anche con tempra alla pressa (1): vedasi Tavola relativa a: "Descrizione dei trattamenti e degli stati metallurgici adottati nella produzione standard"</p>											

A.2 Masse

Di seguito si riportano le proprietà dell'alluminio 6060, il materiale dei quattro corpi vincolati sulla lamina. Ogni corpo è costituito da due blocchetti di alluminio tenuti insieme da due viti a testa cilindrica con esagono incassato.

LEGA DI ALLUMINIO DA ESTRUSIONE Extrusion Aluminium Alloy		EN AW-6060																																												
<p>La lega EN AW-6060 è la lega da estrusione più diffusa sul mercato europeo, per le sue doti di alta velocità di deformazione a caldo. Essa consente la realizzazione di profilati con sezione anche complessa, comprendente molteplici cavità e scanalature, per avvicinare quanto più possibile il disegno dell'estruso a quello del manufatto finito, e ridurre al minimo le lavorazioni intermedie.</p>																																														
Caratteristiche fisiche																																														
<table border="1"> <tr> <td>massa volumica :</td> <td>2,70</td> <td>g / cm³</td> </tr> <tr> <td>punto di fusione inferiore :</td> <td>605</td> <td>°C</td> </tr> <tr> <td>calore specifico tra 0° e 100°C:</td> <td>890</td> <td>J/Kg °K</td> </tr> <tr> <td>modulo di elasticità lineare E:</td> <td>69000</td> <td>N / mm²</td> </tr> <tr> <td>modulo elasticità tangenziale G:</td> <td>26000</td> <td>N/ mm²</td> </tr> </table>	massa volumica :	2,70	g / cm ³	punto di fusione inferiore :	605	°C	calore specifico tra 0° e 100°C:	890	J/Kg °K	modulo di elasticità lineare E:	69000	N / mm ²	modulo elasticità tangenziale G:	26000	N/ mm ²	<table border="1"> <tr> <td>conducibilità termica a 20°C</td> <td>- nello stato O:</td> <td>2,09</td> <td>W / cm °K</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-nello stato T6:</td> <td>1,75</td> <td>W / cm °K</td> </tr> <tr> <td>coefficiente di dilatazione termica lineare</td> <td>-tra 20° e 100°C:</td> <td>23,0 · 10⁻⁶</td> <td>1 / °K</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-tra 20° e 200°C:</td> <td>24,0 · 10⁻⁶</td> <td>1 / °K</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-tra 20° e 300°C:</td> <td>25,0 · 10⁻⁶</td> <td>1 / °K</td> </tr> <tr> <td>resistività elettrica a 20°C</td> <td>-nello stato O:</td> <td>3,14</td> <td>μΩ · cm</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-nello stato T6</td> <td>3,25</td> <td>μΩ · cm</td> </tr> </table>	conducibilità termica a 20°C	- nello stato O:	2,09	W / cm °K		-nello stato T6:	1,75	W / cm °K	coefficiente di dilatazione termica lineare	-tra 20° e 100°C:	23,0 · 10 ⁻⁶	1 / °K		-tra 20° e 200°C:	24,0 · 10 ⁻⁶	1 / °K		-tra 20° e 300°C:	25,0 · 10 ⁻⁶	1 / °K	resistività elettrica a 20°C	-nello stato O:	3,14	μΩ · cm		-nello stato T6	3,25	μΩ · cm		
massa volumica :	2,70	g / cm ³																																												
punto di fusione inferiore :	605	°C																																												
calore specifico tra 0° e 100°C:	890	J/Kg °K																																												
modulo di elasticità lineare E:	69000	N / mm ²																																												
modulo elasticità tangenziale G:	26000	N/ mm ²																																												
conducibilità termica a 20°C	- nello stato O:	2,09	W / cm °K																																											
	-nello stato T6:	1,75	W / cm °K																																											
coefficiente di dilatazione termica lineare	-tra 20° e 100°C:	23,0 · 10 ⁻⁶	1 / °K																																											
	-tra 20° e 200°C:	24,0 · 10 ⁻⁶	1 / °K																																											
	-tra 20° e 300°C:	25,0 · 10 ⁻⁶	1 / °K																																											
resistività elettrica a 20°C	-nello stato O:	3,14	μΩ · cm																																											
	-nello stato T6	3,25	μΩ · cm																																											
Composizione chimica secondo Norma Europea EN 573.3																																														
	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti	Altri		Al																																			
									ciascuno	totale																																				
EN AW-6060	0,30 ÷ 0,60	0,10 ÷ 0,30	0,10 max	0,10 max	0,35 ÷ 0,60	0,05 max	0,15 max	0,10 max	0,05 max	0,15 max	resto																																			
Proprietà meccaniche minime, secondo Norma Europea EN 755.2																																														
Tipi di profilo	(1) stato fisico di fornitura	diametro D [mm] per tondi, o spess. S [mm] per barre, o spess. di parete e per profili		Carico di rottura a trazione R _m [MPa]		Carico limite di elasticità R _{p0.2} [MPa]		Allungamento																																						
				min	max	min	max	A % min	A _{50mm} % min																																					
Barre piene	T4 (*)	D ≤ 150	S ≤ 150	120	-	60	-	16	14																																					
	T5	D ≤ 150	S ≤ 150	160	-	120	-	8	6																																					
	T6 (*)	D ≤ 150	S ≤ 150	190	-	150	-	8	6																																					
	T64 (*)	D ≤ 50	S ≤ 50	180	-	120	-	12	10																																					
	T66 (*)	D ≤ 150	S ≤ 150	215	-	160	-	8	6																																					
Tubo estruso	T4 (*)	e ≤ 15		120	-	60	-	16	14																																					
	T5			160	-	120	-	8	6																																					
	T6 (*)			190	-	150	-	8	6																																					
	T64 (*)			180	-	120	-	12	10																																					
	T66 (*)			215	-	160	-	8	6																																					
Profili aperti e cavi	T4 (*)	e ≤ 25		120	-	60	-	16	14																																					
	T5	e ≤ 5		160	-	120	-	8	6																																					
		5 < e < 25		140	-	100	-	8	6																																					
	T6 (*)	e ≤ 3		190	-	150	-	8	6																																					
		3 < e < 25		170	-	140	-	8	6																																					
T64 (*)	e ≤ 15		180	-	120	-	12	10																																						
T66 (*)	e ≤ 3		215	-	160	-	8	6																																						
	3 < e < 25		195	-	150	-	8	6																																						
<p>NOTA (*): proprietà meccaniche dello stato fisico indicato ottenibili anche con tempra alla pressa (1): vedasi Tavola relativa a: "Descrizione dei trattamenti e degli stati metallurgici adottati nella produzione standard"</p>																																														

A.3 Dispositivo di fissaggio

Di seguito si presentano le proprietà del materiale delle due lastre che compongono l'incastro, l'acciaio S235JR.

BETTINELLI ACCIAI | schede tecniche

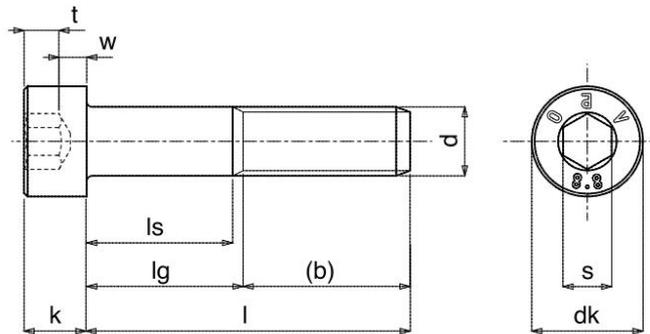
S235JR								
Norma di riferimento EN 10025-2 : 2004								
Numero 1.0038								
COLORAZIONE -								
CORRISPONDENZE								
EN	UNI	GB	DIN	AFNOR	BS	GOST	AISI	-
S235JR	FE360BFN	Q2358	RSt 37-2	-	40 B	St3SP		-
COMPOSIZIONE CHIMICA								
C% max	Mn% max	Si%	Cr%	Ni%	Mo%	Cu% max	Nb%	V%
0,17*	1,40	-	-	-	-	0,40	-	-
0,19*	1,50	-	-	-	-	0,45	-	-
Al%	P% max	S% max	N% max	-	-	-	-	-
-	0,035	0,035	0,012**					colata
-	0,045	0,045	0,014** *					prodotto
S235JR n° 1.0122 P% - S% max 0,040 in colata								
* = per spessori > 40 mm fino a mm 100 max 0,20 in colata/0,23 su prodotto; per spessori >100 da concordare								
** = valore max di N non si applica se la composizione chimica mostra contenuto di Al (tot.) > 0,020%								
*** = valore max di N non si applica se la composizione chimica mostra contenuto di Al (tot.) > 0,015%								
CARATTERISTICHE MECCANICHE								
stato	TRAFILATO A FREDDO + C EN 10277-2:2008							
sezione [mm]		Prova di trazione in longitudinale a + 20°C						
oltre	fino a	R	Rp 0,2	A%	HB			
		N/mm ²	N/mm ² min	min	per informaz.			
5	10	470-840	355	8	141-250			
10	16	420-770	300	9	125-231			
16	40	390-730	260	10	114-224			
40	63	380-670	235	11	110-203			
63	100	360-640	215	11	104-198			
per piatti e profili speciali il carico Rp 0,2 può differire del - 10% e R del +/- 10%								
i valori sopra esposti valgono anche per +C + SL								

ACCIAI NON LEGATI
STRUTTURALI

A.4 Elementi di collegamento

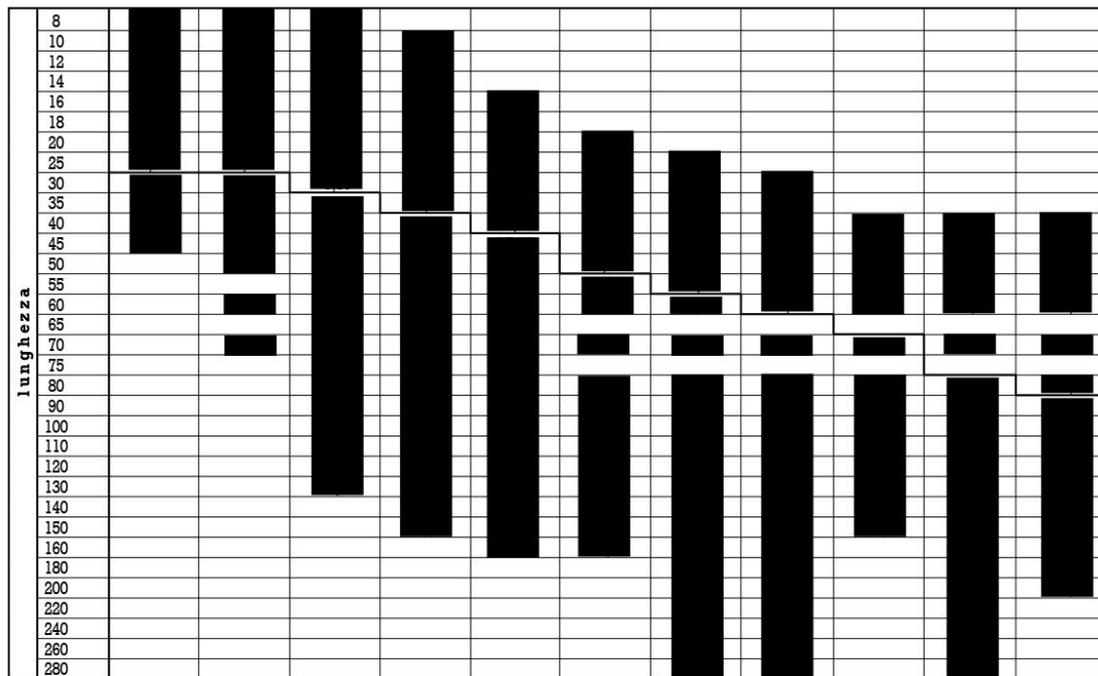
Di seguito si riporta la prescrizione tecnica della viteria impiegata per collegare gli elementi del componente. Le due lastre di acciaio sono collegate da viti M4x25, mentre i due blocchetti di alluminio che compongono la massa sono tenuti insieme da viti M4x35. Infine il collegamento fra la lastra inferiore d'acciaio e la testa della tavola vibrante avviene mediante viti M5x16.

EN ISO 4762
UNI 5931
DIN 912
classe 8.8



Viti testa cilindrica con esagono incassato

d	4x0,7	5x0,8	6x1	8x1,25	10x1,5	12x1,75	14x2	16x2	18x2,5	20x2,5	24x3
dk	7	8,5	10	13	16	18	21	24	27	30	36
k	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20	24
s	3	4	5	6	8	10	12	14	14	17	19
t min.	2	2,5	3	4	5	6	7	8	9	10	12
w min.	1,4	1,9	2,3	3	4	4,8	5,8	6,8	7,8	8,6	10,4
b	20	22	24	28	32	36	40	44	48	52	60
ls min.	ls min. = lg max - 5 volte il passo										
lg max.	lg max = l - b										

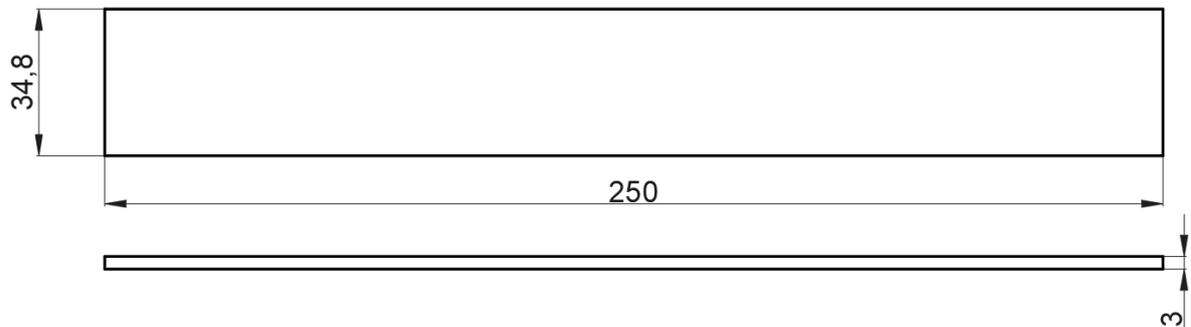


Le misure sopra la linea sono totalmente filettate

Appendice B: disegni tecnici

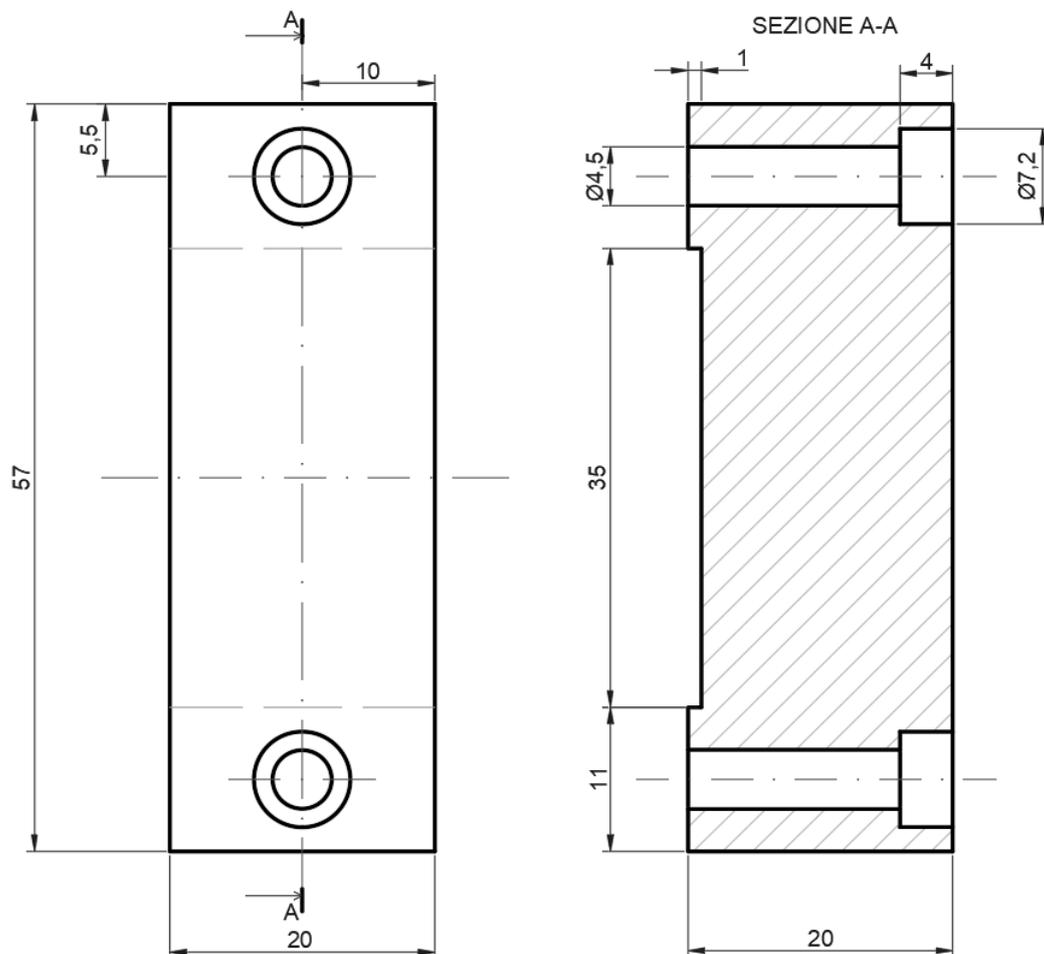
Scopo dell'appendice B è quello di fornire indicazioni dettagliate sulle dimensioni di ogni elemento del componente, per eventuali repliche future del caso studio.

B.1 Lamina

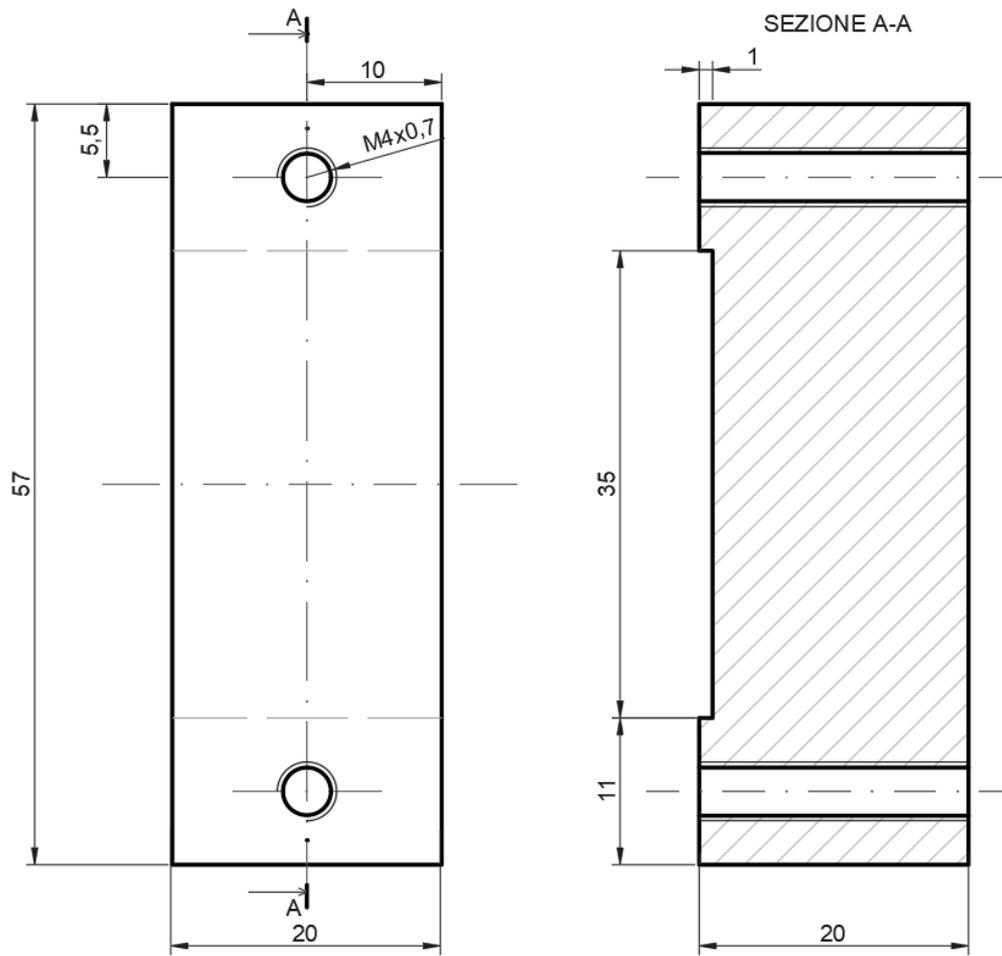


B.2 Masse

B.2.1 Blocco superiore

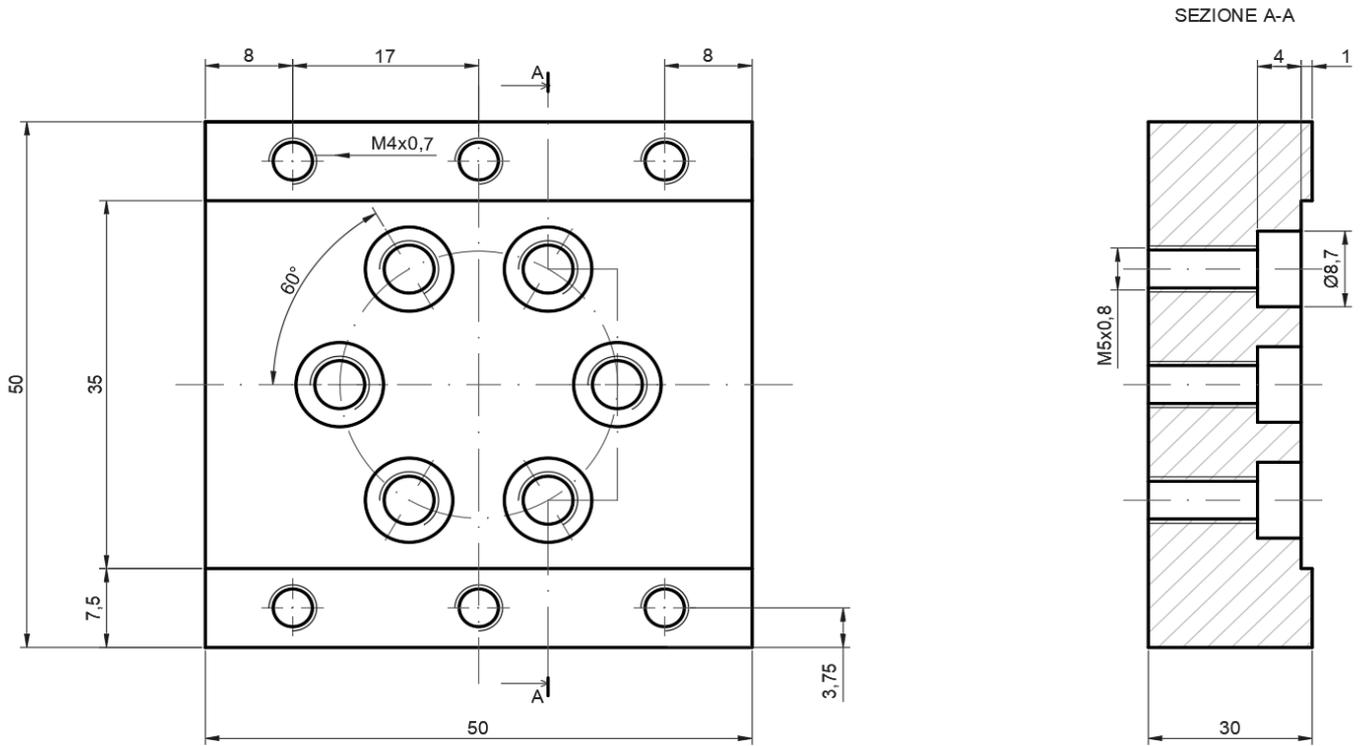


B.2.2 Blocco inferiore

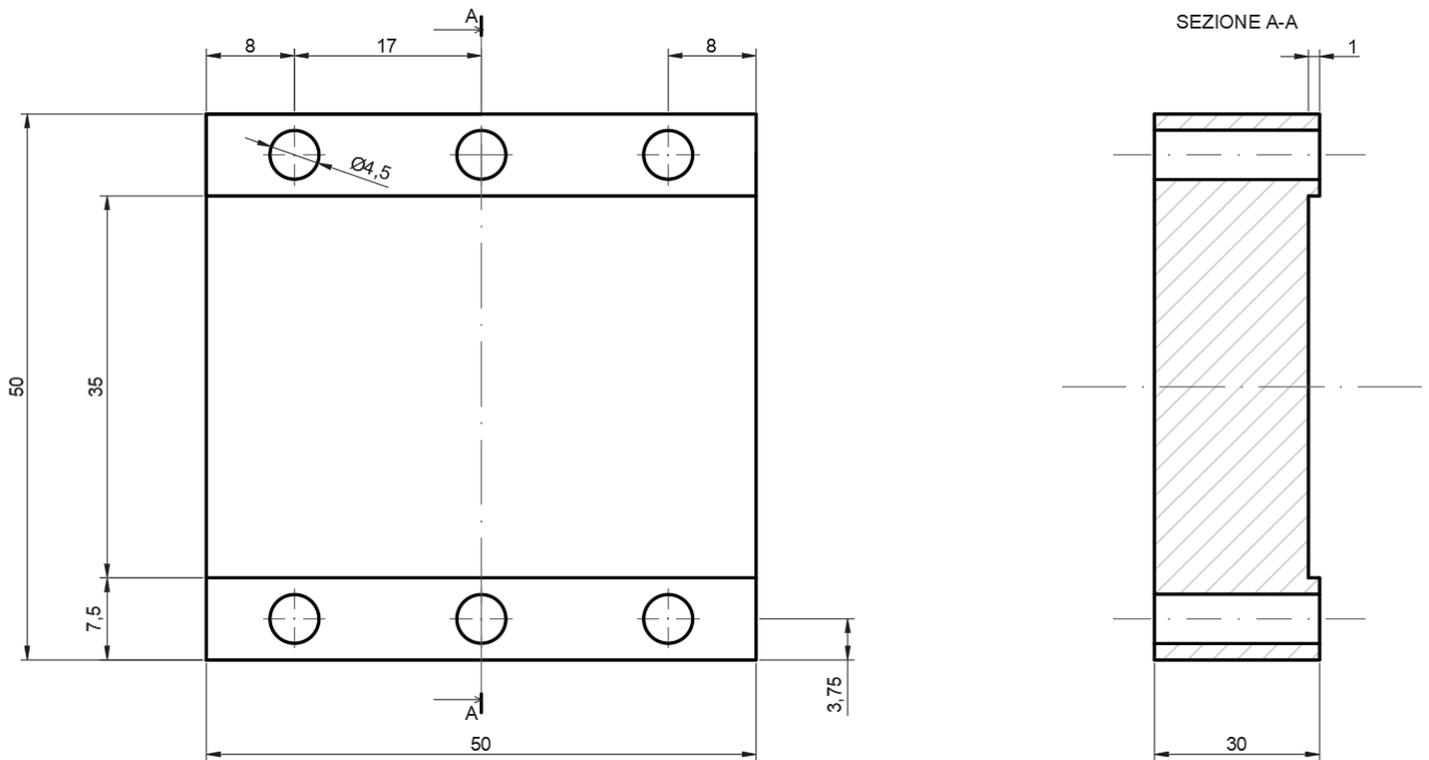


B.3 Dispositivo di fissaggio

B.3.1 Lastra inferiore



B.3.2 Lastra inferiore



Bibliografia

[1] Makarios TK, *Identification of Eigen-Frequencies and Mode-Shapes of Beams with Continuous Distribution of Mass and Elasticity and for Various Conditions at Supports*, IntechOpen, 2020.

Sitografia

[a] <https://www.all-electronics.de/wp-content/uploads/migrated/document/48229/2b50eb1fa13.pdf>

[b] <https://www.keyence.it/products/measure/laser-1d/lk-g3000/models/lk-g152/>

[c] <https://www.keyence.it/products/measure/laser-1d/lk-g3000/models/lk-g3001/>

[d] <https://www.keyence.it/products/measure/laser-1d/lk-g3000/models/lk-gd500/>

[e] <https://www.phantomhighspeed.com/products/cameras/mirocnn/c110>

[f] <https://www.pcb.com/it/sensori-per-test-e-misure/accelerometri/icp-ad-alta-sensibilit%C3%A0>

[g] <https://www.pcb.com/resources/technical-information/introduction-to-accelerometers>

[h] <https://it.mathworks.com/help/matlab/ref/load.html>

[i] <https://it.mathworks.com/help/images/ref/imcrop.html>

[j] <https://it.mathworks.com/help/matlab/ref/rgb2gray.html>

[k] <https://it.mathworks.com/help/images/ref/imbinarize.html>

[l] <https://it.mathworks.com/help/images/ref/edge.html>

[m] <https://www.treccani.it/enciclopedia/kernel-%C2%A0density-%C2%A0kernelstim-a-%C2%A0di-/>

[n] https://it.wikipedia.org/wiki/Stima_kernel_di_densit%C3%A0

[o] <https://it.mathworks.com/help/images/ref/normxcorr2.html>

[p] <https://www.dday.it/redazione/4763/guida-la-dimensione-conta-pi-dei-megapixel.html>

Ringraziamenti

Desidero ringraziare il mio relatore, Prof. Luigi Garibaldi, per avermi supportato e guidato costantemente nel percorso di tesi, proponendomi un argomento stimolante nonostante il protrarsi della pandemia non abbia agevolato il lavoro.

Ringrazio l'Ing. Alessandro Daga, una presenza costante nel percorso di tesi e sempre disponibile a chiarire i miei dubbi ogniqualvolta lo abbia cercato.

Un grazie sincero al Prof. Paolo Pennacchi per aver accettato il ruolo di co-relatore, permettendomi così di conseguire il doppio titolo di laurea.

Grazie all' "Officina Fratelli Bertolotti S.p.A" per aver realizzato tutti i pezzi in prova in pochissimo tempo, rendendo così possibile l'esecuzione della parte sperimentale.

Grazie alla mia famiglia per non avermi fatto mai mancare il supporto durante tutto il percorso di studi.

Grazie a mia madre Cristina, che so già si emozionerà sia alla discussione che alla proclamazione, un'anima pura che mi ha spinto a inseguire i miei sogni, pur sapendo di rimanere sola.

Grazie a mio fratello Andrea, che sento sempre nel mio cuore anche se fisicamente distante, ti voglio bene fratellino.

Grazie a Claudio e Sandro, modelli di crescita e di vita che sempre seguirò.

Grazie a tutti i miei amici e a tutte le mie amiche di Perugia.

Grazie al mio amico Edoardo, fratello acquisito, che mi ha fatto capire cosa vuol dire studiare al Politecnico e come oltrepassare i miei limiti, rendendomi un ragazzo migliore.

Grazie a Marco, Federico e Teo, compagni di avventure e amici di cui sempre mi fiderò.

Grazie a Rosalba, per avermi fatto conoscere nel profondo.

Grazie ad Anna, il tuo arrivo nella mia vita è stato inaspettato, e da quel giorno ho iniziato a vedere il mondo in un modo diverso. Ogni momento speso con te è un viaggio che vorrei non terminasse mai. Grazie per esserci e per il tuo amore, che rende tutto più facile e felice.

Grazie a tutti coloro che non leggono il proprio nome su queste righe, ma che sanno essere parte della mia vita.

Grazie a mio papà Paolo e a mio zio Roberto, a voi dedico questa tesi. Anche se non siete più qui, i vostri insegnamenti e le vostre voci vivono e vivranno per sempre in me, e continuerò ad ascoltarle per sentirvi un po' meno lontani.