

POLITECNICO DI TORINO

Facoltà di Ingegneria Aerospaziale
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

**Studio numerico e analitico dell’impatto della
grandine su strutture aeronautiche**



Relatori:

Prof. Marco Gherlone

Ing. Massimiliano Corrado Mattone

Candidato:

Pierre-Loïc Albrieux

Aprile 2021

Ringraziamenti

Porgo un sentito ringraziamento ai miei relatori, il Prof. Marco Gherlone e l'Ing. Massimiliano Mattone, per avermi aiutato nello svolgere questa tesi offrendomi spunti sempre validi e ottimi consigli nell'utilizzo dei software.

Ringrazio la Prof.ssa Sandra Pieraccini per la consulenza sui metodi numerici e per alcune dritte nell'utilizzo di MATLAB.

Affettuosamente ringrazio la mia ragazza, Miriam, oltre aver reso meravigliosi questi anni è sempre stata capace di aiutarmi lungo le difficoltà del percorso.

Ai miei genitori che hanno reso possibile tutto questo, spronandomi sempre a fare meglio, dedico il ringraziamento più grande.

Ringrazio di cuore mio fratello e sua moglie, perché se sono arrivato fin qua è anche merito loro.

Grazie anche ai miei amici di una vita, Andre e Gabri ma anche a tutti gli altri perché essere in buona compagnia è la cosa migliore che si possa desiderare!

Indice

Ringraziamenti	i
Indice delle figure	iv
Indice delle tabelle	vi
Sommario	vii
Capitolo 1 - Introduzione	1
Capitolo 2 - L'impatto della grandine	4
Capitolo 3 - Analisi sperimentale	6
3.1 Grandine	6
3.2 Ghiaccio simulato	7
3.3 Proprietà del ghiaccio	7
3.4 La prova	9
Approvvigionamento dei proiettili	9
Il sistema di lancio	10
3.5 Alcune prove d'impatto in letteratura	10
Capitolo 4 - Modellazione analitica del problema	16
4.1 Calibrazione del modello	17
4.2 Validazione del modello	18
Capitolo 5 - Modellazione numerica del problema	21
5.1 Discretizzazione del problema	21
5.2 Modelli numerici della grandine in letteratura	22
5.3 I parametri di modellazione utilizzati in letteratura	26
Capitolo 6 - Implementazione del modello numerico	30
6.1 Proprietà del ghiaccio in ambiente Abaqus/Explicit secondo il modello Tippmann e Kim	30
6.2 Verifica del modello numerico	31
6.3 Conclusioni del processo di validazione del modello della grandine su Abaqus/Explicit	36
Capitolo 7 - Implementazione del modello analitico	37
7.1 Il modello analitico a 2GDL e la sua implementazione su MATLAB	37
7.2 Validazione del modello analitico	39
7.3 Conclusioni del processo di validazione del modello analitico a 2GDL su MATLAB	40
Capitolo 8 - Modello numerico e modello analitico a confronto	42

8.1 Primo confronto	42
Simulazione numerica	42
Simulazione analitica	44
Risultati del primo confronto	44
8.2 Effetto della variazione della massa impattata.....	46
Risultati	47
8.3 Conclusioni del confronto tra modello analitico e modello numerico.....	54
Capitolo 9 - Conclusioni.....	55
Riferimenti bibliografici	56

Indice delle figure

Figura 1.1 Danno causato dalla grandine al volo 705BX della BAX Global [13]	1
Figura 1.2 Danno causato dalla grandine ad un Boeing 737 [13]	1
Figura 1.3 Danno causato dalla grandine, estremo superiore serbatoio combustibile, Shuttle Discovery missione STS-96 [11]	2
Figura 3.1 Rappresentazione schematica delle curve tensione deformazione al variare della velocità di deformazione: I, II ed III rappresentano rispettivamente una bassa, intermedia ed elevata velocità di deformazione [15]	7
Figura 3.2 Andamento della resistenza a trazione (T) e della resistenza a compressione (C) del ghiaccio, in funzione della velocità di deformazione. Vengono evidenziate in alto le fasi I, II ed III descritte precedentemente [15]	8
Figura 3.3 Area danneggiata in funzione dell'energia di impatto [2]	11
Figura 3.4 Schematizzazione del sistema di misura della forza di impatto [4]	11
Figura 3.5 Forza di picco in funzione dell'energia cinetica per tutti i test condotti [4]	12
Figura 3.6 Forza di picco in funzione dell'energia cinetica degli SHI minore di 400J [4]	12
Figura 3.7 Sequenza di impatto di un SHI con diametro di 50.8 mm alla velocità di 60,6 m/s (energia cinetica pari a 114J) [4]	13
Figura 3.8 Sistema di misurazione della forza di contatto [7]	13
Figura 3.9 Massa concentrata in acciaio dolce con piastra in lega di alluminio nella parte frontale [20] ..	14
Figura 3.10 SHI di forma sferica e irregolare con diametro di 55 mm [9]	15
Figura 3.11 Variazione della forza di contatto massima generata da proiettili di forma sferica ed irregolare al variare della velocità di impatto [9]. (a) 25,7m/s; (b) 30,5m/s; (c) 36m/s; (d) 39,8m/s; (e) 45,4m/s	15
Figura 4.1 Sistema a 2GDL massa molla smorzatore [7]	16
Figura 4.2 Forza di contatto in funzione dell'indentazione: caso lineare e caso non lineare a confronto [7].	18
.....	19
Figura 4.3 Calibrazione dei parametri di rigidità dell'impatto al variare del materiale del bersaglio [20].	19
.....	20
Figura 4.4 (a) Funzione cumulativa normalizzata per il kn; (b) Funzione cumulativa normalizzata per il COR. Dati sperimentali relativi a prove di impatto SHI non sferici, diametro 55mm [9]	20
Figura 6.1 Mesh della Piastra: a sinistra vista frontale, a destra il dettaglio della parte centrale con il rendering dello spessore della piastra	32
Figura 6.2 Mesh del quarto di sfera: a sinistra condizione simmetrica "Seed 0,381mm" a destra mesh direzionale " Seed Bias 0,354 mm to 2,223 mm ".	33
Figura 6.3 Assemblaggio della sfera con mesh direzionale	34
Figura 6.4 Studio di sensitività della mesh condotto da Tippmann e Kim [21]. Diametro SHI = 50,8 mm; Velocità iniziale = 60,6 m/s.	35
Figura 6.5 Validazione del modello Abaqus/Explicit per la grandine. Confronto della forza di contatto mesh simmetrica seed size 0,381mm (SIMM-sp e SIMM-aws) e biased mesh seed from 0.354mm to 2.223 mm (BIAS-sp e BIAS-aws)	36
Figura 7.1 Time history della forza di reazione (a) e della forza di contatto (b) per l'impatto di un SHI di diametro 50mm lanciato alla velocità di 28,5 m/s [9]	39
Figura 7.2 Risultati della validazione del modello a 2GDL implementato su MATLAB. Forza di reazione (a) e forza di contatto (b) per un SHI di massa 59,5g con velocità iniziale di 28,5m/s. Dati relativi al secondo grado di libertà $m_2 = 2,164\text{kg}$ $k_2 = 53,32\text{ kN/m}$	40

<i>Figura 8.1 Assemblaggio simulazione numerica dell'impatto tra un SHI (diametro 50mm; massa 58,9g; velocità 28,5m/s) e un cilindro metallico (AISI 1025; massa 2,164kg) collegato ad una molla (rigidezza 53,32kN/m).....</i>	<i>43</i>
<i>Figura 8.2 Validazione del modello numerico: studio dell'effetto sulla forza di contatto di una mesh simmetrica con seed 1,5mm (diametro 50,8mm; velocità 60,6m/s)</i>	<i>44</i>
<i>Figura 8.3 Confronto time history forza di contatto (SHI: $m = 58,9g$; $v = 28,5m/s$ - TARGET: $m = 2,164kg$ - MOLLA: $k = 53,32 kN/m$)</i>	<i>45</i>
<i>Figura 8.4 Confronto time history forza di reazione (SHI: $m = 58,9g$; $v = 28,5m/s$ - TARGET: $m = 2,164kg$ - MOLLA: $k = 53,32 kN/m$)</i>	<i>45</i>
<i>Figura 8.5 Confronto time history spostamento target (SHI: $m = 58,9g$; $v = 28,5m/s$ - TARGET: $m = 2,164kg$ - MOLLA: $k = 53,32 kN/m$)</i>	<i>45</i>
<i>Figura 8.6 Caso P2, forza di contatto: visione globale (a), zoom dei primi istanti dell'impatto (b).</i>	<i>47</i>
<i>Figura 8.7 Caso P2: forza di reazione (a), spostamento $x_2(t)$ (b)</i>	<i>48</i>
<i>Figura 8.8 Caso P1, forza di contatto: visione globale (a), zoom dei primi istanti dell'impatto (b).</i>	<i>48</i>
<i>Figura 8.9 Caso P1: forza di reazione (a), spostamento $x_2(t)$ (b)</i>	<i>49</i>
<i>Figura 8.10 Caso M1: forza di contatto (a), spostamento $x_2(t)$ (b)</i>	<i>49</i>
<i>Figura 8.11 Caso M3: forza di contatto (a), spostamento $x_2(t)$ (b)</i>	<i>50</i>
<i>Figura 8.12 Impulso della forza di contatto, confronto tra modello numerico e analitico</i>	<i>51</i>
<i>Figura 8.13 Valore di picco della forza di contatto: primo contatto (a) secondo contatto (b).</i>	<i>51</i>
<i>Figura 8.14 Istante temporale in cui si realizza la forza di contatto massima: primo picco (a) secondo picco (b).....</i>	<i>52</i>
<i>Figura 8.15 Valore massimo della forza di reazione esercitata dal corpo impattato: valore massimo positivo (a) valore massimo negativo (b).</i>	<i>52</i>
<i>Figura 8.16 Istante temporale in cui si realizza la forza di reazione massima: positiva (a), negativa(b).</i>	<i>53</i>
<i>Figura 8.17 Valore massimo della deflessione del corpo impattato: massimo positivo (a), massimo negativo (b).....</i>	<i>53</i>

Indice delle tabelle

<i>Tabella 2-1 Dimensione della grandine incontrata in volo [DEF STAN 00-35 part 4]</i>	<i>5</i>
<i>Tabella 4-1 Sommario relativo al modello stocastico dell'impatto della grandine [9]</i>	<i>20</i>
<i>Tabella 5-1 Parametri caratteristici della grandine per modellazioni con software commerciali [1-5,19]... ..</i>	<i>27</i>
<i>Tabella 5-2 Parametrizzazione delle curve tensione di snervamento a compressione in funzione della velocità di deformazione secondo ref. [4]</i>	<i>28</i>
<i>Tabella 5-3 Influenza della velocità di deformazione sulla tensione di snervamento a compressione utilizzata alla ref. [5]</i>	<i>29</i>
<i>Tabella 5-4 Valori per l'equazione di stato del ghiaccio utilizzati alla ref. [5]</i>	<i>29</i>
<i>Tabella 6-1 Proprietà lega di Alluminio 2024 T3 ricavati da MIL-HDBK-5J</i>	<i>32</i>
<i>Tabella 6-2 Proprietà del ghiaccio inserite all'interno di Abaqus/Explicit [4,21]</i>	<i>33</i>
<i>Tabella 6-3 Ghiaccio: carico di snervamento in funzione dello strain rate, valori inseriti in Abaqus/Explicit [4,21]</i>	<i>33</i>
<i>Tabella 6-4 Coefficiente lineare e quadratico del "Bulk Viscosity" inserito in Abaqus/Explicit [4,21].</i>	<i>34</i>
<i>Tabella 8-1 Proprietà AISI 1025 secondo MIL-HDBK-5J</i>	<i>43</i>
<i>Tabella 8-2 Parametri adottati nel modello analitico al fine di confrontare i risultati con la simulazione numerica</i>	<i>44</i>
<i>Tabella 8-3 Dati del problema</i>	<i>47</i>
<i>Tabella 8-4 Rapporti di massa tra proiettile di ghiaccio e cilindro impattato per la simulazione numerica e analitica</i>	<i>47</i>
<i>Tabella 8-5 Confronto dei tempi di calcolo necessari per le simulazioni numeriche e analitiche al variare del target impattato</i>	<i>54</i>

Sommario

La grandine è fonte di ingenti danni ai beni materiali dell'uomo; in questa tesi si analizzano alcuni problemi causati da essa alle strutture aeronautiche. Nell'ottica di adottare misure preventive in fase progettuale, si esegue un'analisi dello stato dell'arte delle prove sperimentali, dei modelli analitici e dei modelli numerici volti a misurare o calcolare la forza di contatto sviluppata dalla grandine contro un certo tipo di bersaglio. Per poter valutare i pro e i contro dei mezzi a disposizione per tale scopo, un modello numerico viene implementato sul codice commerciale Abaqus mentre un modello analitico viene sviluppato in ambiente MATLAB. I risultati ottenuti sfruttando queste due strade parallele, separate dal costo computazionale e dal livello di dettaglio dell'analisi, vengono infine confrontati.

Capitolo 1 - Introduzione

La grandine è un fenomeno atmosferico che può colpire e danneggiare gravemente numerosi beni dell'uomo, come ad esempio le culture, gli immobili, le infrastrutture e i veicoli. È un problema molto articolato per le compagnie assicurative ed è fonte di ingenti perdite di denaro per i soggetti colpiti.

In campo aeronautico, la grandine, diventa sia un rischio economico che un rischio per la sicurezza dei passeggeri e dell'equipaggio. Numerosi sono infatti, i casi in cui non è stato possibile evitare una forte tempesta di grandine durante la normale percorrenza di una rotta. L'impatto generato tra le masse di ghiaccio e le tipiche strutture aeronautiche in parete sottile, è tale da danneggiare fortemente il rivestimento del velivolo (figura 1.1, figura 1.2). Le zone che risultano essere particolarmente critiche sono: i bordi di attacco di tutte le superfici alari, il naso della fusoliera, il parabrezza della cabina di pilotaggio e, per i velivoli a reazione, le prese d'aria e le palette dei primi stadi del compressore [8].



Figura 1.1 Danno causato dalla grandine al volo 705BX della BAX Global [13]



Figura 1.2 Danno causato dalla grandine ad un Boeing 737 [13]

Il 4 aprile 1977 il volo numero 242 della Southern Airways [10] subì il più tragico tra gli incidenti dovuti ad una forte tempesta di grandine. Le condizioni meteo lungo la rotta variarono molto rapidamente e i piloti tentarono di stabilirne un'altra seguendo le indicazioni del radar

meteo presente a bordo del DC-9. Il suo funzionamento era però compromesso a causa delle eccessive precipitazioni e restituiva ai piloti valori non corretti delle condizioni meteo. I piloti furono quindi guidati verso il centro della tempesta, in questa zona sussistevano condizioni critiche di pioggia e grandine. In questo ambiente ostile, il DC-9, subì il flame-out di entrambi i motori e seri danneggiamenti sia al parabrezza che ai tubi di Pitot. Le condizioni di scarsa visibilità, l'assenza di spinta da parte dei motori e, delle non corrette indicazioni di velocità, portarono i piloti a non accorgersi che l'aereo fosse in condizione di stallo fintanto che non intravidero il suolo. Cercarono di completare un atterraggio d'emergenza lungo una strada ma sfortunatamente, il velivolo finì con lo scontrarsi contro un distributore di benzina ed un negozio di alimentari. Questo incidente causò la morte di 62 passeggeri, di un membro dell'equipaggio e di 9 persone a terra. Solamente 22 persone sopravvissero all'incidente riportando comunque ferite gravi.

A Cape Canaveral invece, la missione STS-96 dello Space Shuttle Discovery del 16 maggio 1999 venne rinviata: una forte grandinata avvenuta mentre lo Shuttle sostava sulla piattaforma di lancio causò ingenti danni al materiale protettivo del serbatoio principale (figura 1.3) [11]. In circostanze analoghe, ma con chicchi di grandine della dimensione di palle da golf, la missione STS-117 dello Space Shuttle Atlantis del 4 marzo 2007, subì un rollback: la grandine danneggiò seriamente il serbatoio principale e causò danni minori a 26 piastrelle dello scudo termico dell'ala sinistra [12].



Figura 1.3 Danno causato dalla grandine, estremo superiore serbatoio combustibile, Shuttle Discovery missione STS-96 [11]

Per prevenire questo tipo di danno, è necessario modellare la struttura affinché possa resistere alle sollecitazioni dovute all'impatto con la grandine.

A tale scopo, in questa tesi, verranno introdotti i dati fondamentali per lo studio dell'impatto della grandine (capitolo 2). Successivamente saranno analizzate le caratteristiche principali della grandine e, grazie agli studi rinvenuti in letteratura, verranno riportate alcune prove sperimentali d'impatto della grandine (capitolo 3).

Sulla base delle prove appena citate, sono stati creati dei modelli analitici semplificati (capitolo 4) e sono state condotte simulazioni numeriche (capitolo 5), che verranno discusse nel seguito.

In particolare, verrà implementato il modello numerico di Tippman e Kim [4,21] sul software commerciale Abaqus/Explicit (capitolo 6). Per la sua validazione, i risultati ottenuti dalle analisi di un problema saranno confrontati con quelli degli autori [4,21].

Nell'ottica di ridurre i tempi necessari per le analisi, è stato deciso di studiare il modello analitico semplificato proposto da Sun [7]. Questo modello sarà implementato su MATLAB (capitolo 7) dove, grazie agli algoritmi risolutivi dei sistemi ODE, subirà un processo di integrazione temporale. La validazione avverrà confrontando i risultati con quelli ottenuti da Perera [9] che propone un processo di integrazione del modello [7], utilizzando un foglio di calcolo.

Per ultimo, entrambi i modelli saranno confrontati in diverse condizioni (capitolo 8): in un primo momento, simulando, in ambiente numerico, le prove sperimentali da cui il modello analitico è stato generato; successivamente verranno analizzati diversi casi al variare della massa impattata.

Capitolo 2 - L'impatto della grandine

Per affrontare correttamente un problema di impatto, è fondamentale valutare la velocità relativa tra i corpi impattanti. Focalizzando l'attenzione sulle strutture aeronautiche è possibile ricondurre il problema a due principali casistiche: velivolo a terra (fermo o in fase di taxiing) oppure in volo. Per analizzare la condizione di velivolo fermo a terra è necessario calcolare la velocità limite del chicco di grandine. In caduta libera esso raggiunge la sua velocità limite nel momento in cui la sua forza peso eguaglia la sua resistenza aerodinamica:

$$m_G g = \frac{1}{2} \rho_A C_D V^2 S \quad (2.1)$$

Nella (2.1) compaiono:

- m_G , massa del chicco di grandine $m_G = \pi \rho_G d^3 / 6$;
- g , accelerazione di gravità;
- ρ_A , densità dell'aria;
- C_D , coefficiente di resistenza aerodinamica del chicco di grandine;
- V , velocità del chicco di grandine;
- S , sezione trasversale del chicco di grandine; $S = \pi d^2 / 4$;

Esplicitando i termini, la velocità limite può essere scritta nel seguente modo [8]:

$$V = \sqrt{\frac{4 \rho_G g}{3 \rho_A C_D}} d = K \sqrt{d} \quad (2.2)$$

In questa forma si evidenzia la dipendenza della velocità dal diametro della grandine, di conseguenza l'energia cinetica associata alla massa di ghiaccio sarà:

$$E_C = \frac{1}{2} m_G V^2 \propto d^4 \quad (2.3)$$

Diverso è il caso in cui si analizzi l'impatto della grandine in qualunque altra condizione di volo: la velocità relativa di impatto sarà essenzialmente quella del velivolo (trascurando le correnti d'aria che tuttavia non ne variano l'ordine di grandezza).

In secondo luogo, va identificata la dimensione del corpo impattante, un parametro tanto importante quanto probabilistico. Analizzando le normative europee tuttavia, non risulta possibile ottenere dati a riguardo; la normativa DEF STAN 00-35 part 4 definisce il problema della grandine, le condizioni ambientali, le rotte maggiormente a rischio e il tipico danno causato dalla grandine sulle strutture aeronautiche. La normativa DEF STAN 00-35 part 3 accenna a due tipologie di test ambientali per la grandine: uno relativo al criterio di erosione e uno relativo al singolo impatto con un provino di grandi dimensioni. Tuttavia, anche in questa normativa non viene specificata una dimensione soglia facendo riferimento al fatto che questi test non sono generalizzabili e vanno valutati caso per caso. La MIL-HDBK-17 Volume 3 consiglia di progettare le parti in composito affinché resistano all'impatto con la grandine, considerando per tutto il velivolo la condizione di grandine al suolo con velivolo in stazionamento ad eccezione dei bordi di attacco. Per questi ultimi è necessario prendere in considerazione anche l'impatto in volo.

A seguito di un'analisi del danno da impatto, causato dalla grandine, a 96 velivoli, la DEF STAN 00-35 part 4 riporta la seguente tabella (Tabella 2-1) che riassume il numero di casi

registrati che coinvolgono la grandine di una data dimensione in funzione della quota alla quale l'impatto si è verificato:

Height km	Diameter in millimeters ± 6 mm								
	6	6-19	19-32	32-45	45-57	57-70	70-83	83-95	95-110
	Number of Cases								
15-12			1						
12-9		5	5	1	2				
9-6	1	4	2	2	1				
6-3	8	3	3	4	1		1		
3-0	10	20	12	8		1			1
Total	19	32	23	15	4	1	1	0	1
Total	Percentage								
	20	33	24	16	4	1	1	0	1

Tabella 2-1 Dimensione della grandine incontrata in volo [DEF STAN 00-35 part 4]

Da quanto riportato in Tabella 2-1, risulta sensato effettuare un'analisi di impatto per grandine di dimensione compresa tra 20 mm e 50 mm per aeromobili in volo e a terra.

Definiti i due dati principali del problema, occorre valutare l'evoluzione temporale della forza scambiata tra il proiettile e la struttura. Per far ciò, in fase progettuale, si utilizzano dei modelli analitici e/o numerici che, sfruttando i dati a disposizione, offrono una soluzione al problema transitorio dell'impatto. Qualora i modelli disponibili in letteratura (come nel caso dell'impatto della grandine), siano ancora molto diversi tra di loro [1-5,7,9], è utile effettuare delle prove sperimentali per ottenere degli strumenti di comparazione e validazione del modello adottato.

Capitolo 3 - Analisi sperimentale

Relativamente alla prova sperimentale, è necessario effettuare una suddivisione in base alla funzione e agli obiettivi della prova stessa.

Fondamentalmente, in ambito strutturale, vi sono tre categorie di prove:

- *Prove di sviluppo*, necessarie per l'ottenimento di dati relativi alle caratteristiche chimiche, fisiche e meccaniche (e quindi in generale il comportamento) di un certo materiale o di un componente.
- *Prove di qualifica*, essenziali per verificare l'adeguatezza di un componente o di una struttura completa, sollecitandola al suo carico ultimo. Questa fase avviene in presenza di un ente certificatore che, nel caso in cui la prova sia andata a buon fine, rilascia un via libera per le fasi successive.
- *Prove di accettazione*, ciascun prodotto deve soddisfare a pieno tutti i requisiti che gli sono stati imposti. Per verificare questo criterio, si eseguono le prove di accettazione.

L'obiettivo delle prove sperimentali trattate in questo capitolo, è lo sviluppo di modelli analitici e numerici per l'impatto della grandine contro una struttura. Il campo di appartenenza è quindi quello delle prove di sviluppo; i modelli appena citati invece, saranno trattati nel dettaglio all'interno del capitolo 4 e del capitolo 5.

3.1 Grandine

Il meccanismo di formazione e accrescimento della grandine è tuttora ancora un'ipotesi, le condizioni che necessariamente devono sussistere però, sono:

- aria molto umida, con presenza di cumulonembi;
- sbalzo termico elevato tra il suolo e l'atmosfera soprastante (questa condizione genera forti correnti di ricircolo);
- elevato contenuto di acqua soprafusa all'interno del cumulonembo.

L'ipotesi maggiormente accreditata per l'accrescimento della grandine risulta basata sullo scambio termico tra la particella di ghiaccio e l'ambiente esterno [13]. Nelle condizioni ambientali appena citate, ogni singolo cristallo di ghiaccio può fungere da collettore di gocce di acqua soprafusa che, ghiacciando, daranno origine a molteplici strati del chicco di grandine. Gli strati però non sono uguali tra loro a causa del calore latente delle gocce di acqua soprafusa. Se l'ambiente che circonda la particella le permette un rilascio di calore per diffusione e quindi, molto rapido, allora si avrà un accrescimento a secco. In questa condizione si formerà uno strato di ghiaccio colmo di bolle d'aria (quindi di colore biancastro). Invece, quando la particella ricoperta di acqua soprafusa rilascia gradualmente calore latente, allora le bolle d'aria avranno il tempo di giungere in superficie. In questo modo si genererà uno strato di ghiaccio limpido contenente un piccolo quantitativo di bolle d'aria.

Durante l'accrescimento della particella può capitare che, scontrandosi, essa si frantumi (dando origine a nuovi collettori) oppure si aggreghi ad altre particelle (generando così chicchi di dimensioni maggiori e multilobati).

La densità della grandine è fortemente variabile a causa della sua conformazione stratificata; tuttavia, per i chicchi di dimensioni maggiori ai 20 mm si ha una stabilizzazione della densità per un range compreso tra 810-915 kg/m³ [13].

Non risulta economicamente conveniente la raccolta della grandine reale o la sua riproduzione in laboratorio, è preferibile quindi analizzare le proprietà di provini monolitici, di forma sferica o cilindrica, che ne simulino il comportamento.

3.2 Ghiaccio simulato

Nelle prove sperimentali di laboratorio, è necessario ricercare un metodo che permetta di ottenere numerosi proiettili, velocemente e a basso costo. Per questa ragione, negli esperimenti condotti [2,4,7,9], è stata utilizzata la grandine simulata (SHI – Simulated Hail Ice).

Esistono fondamentalmente due tipologie di SHI, una ottenuta tramite congelamento di acqua potabile o demineralizzata e la seconda, ottenuta congelando dei batuffoli di cotone intrisi di acqua.

Il secondo tipo, pur essendo proposto dalla normativa ASTM F320-16, riguardante i test pass-fail dei rivestimenti trasparenti dei velivoli (ad esempio parabrezza di cabina e cupolini), risulta il meno adatto a simulare la grandine [16,17]. Nello studio condotto da Deconinck [16], attraverso delle prove di impatto, vengono poste a confronto la grandine reale (raccolta a seguito di un evento atmosferico) con altre tipologie di grandine simulata. Gli SHI riempiti di cotone hanno generato valori di forza di contatto e deformazione massima della struttura impattata di gran lunga superiori agli altri casi. Si dimostrano quindi, eccessivamente conservativi. Anche il loro modo di rottura risulta diverso da quello della grandine reale; il loro comportamento in questa fase è molto più duttile [17], il che consente un maggior scambio energetico tra proiettile e struttura.

Per queste ragioni, in letteratura, la quasi totalità delle prove sperimentali e le relative simulazioni numeriche, fanno riferimento a campioni di ghiaccio puro: esente da fibre di rinforzo.

3.3 Proprietà del ghiaccio

Il ghiaccio possiede proprietà meccaniche fortemente variabili a seconda della sua microstruttura, della sua densità, della temperatura alla quale si trova, del tipo di sollecitazione che riceve e della velocità con la quale questa viene impartita.

Facendo riferimento alle prove di impatto, una caratteristica molto importante del ghiaccio, è la sua capacità di effettuare una transizione da un comportamento duttile ad uno fragile a seconda della velocità di deformazione [15,18]. Questo comportamento si realizza sia in trazione che in compressione ma con caratteristiche differenti ben riassunte dalla figura 3.1

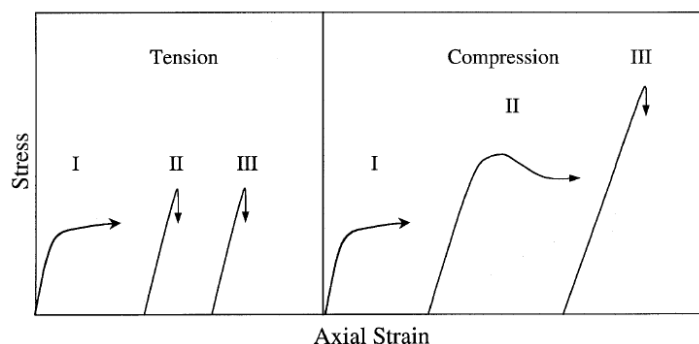


Figura 3.1 Rappresentazione schematica delle curve tensione deformazione al variare della velocità di deformazione: I, II ed III rappresentano rispettivamente una bassa, intermedia ed elevata velocità di deformazione [15].

In particolare, per velocità di deformazione molto piccole ovvero, in condizioni quasi statiche (curva I della figura 3.1), il comportamento del ghiaccio, sia in trazione che in compressione, risulta essere duttile. Dopo aver raggiunto il carico di snervamento infatti, è possibile osservare un andamento non lineare della curva tensione-deformazione che corrisponde al tratto plastico. In queste condizioni, non si osserva la presenza di cricche nel materiale fino al raggiungimento della rottura.

Per velocità di deformazione intermedie (curva II della figura 3.2), il comportamento in tensione diventa fragile, mentre quello a compressione risulta ancora duttile. Il fatto che per le sollecitazioni a trazione, la transizione da duttile a fragile, avvenga a velocità di deformazione più basse, è fondamentalmente dovuto al meccanismo di apertura delle cricche che questo stato tensionale esalta.

Quando il ghiaccio è sottoposto a velocità di deformazione superiori (curva III della figura 3.2), anche una sollecitazione a compressione induce la transizione dal comportamento duttile a quello fragile.

Anche il carico di rottura è influenzato dalla velocità di deformazione (figura 3.2) [15]. Quando il ghiaccio è sottoposto a compressione, il suo carico di rottura aumenta esponenzialmente con l'aumentare dello strain rate fino al punto di transizione (che avviene per velocità di deformazione dell'ordine di 10^{-3} s^{-1}). Oltre questo punto la curva si stabilizza. Questo fenomeno non avviene per la resistenza a trazione che rimane pressoché costante a qualunque strain-rate; il carico di rottura a trazione del ghiaccio è maggiormente influenzato dalla microstruttura e dalla temperatura.

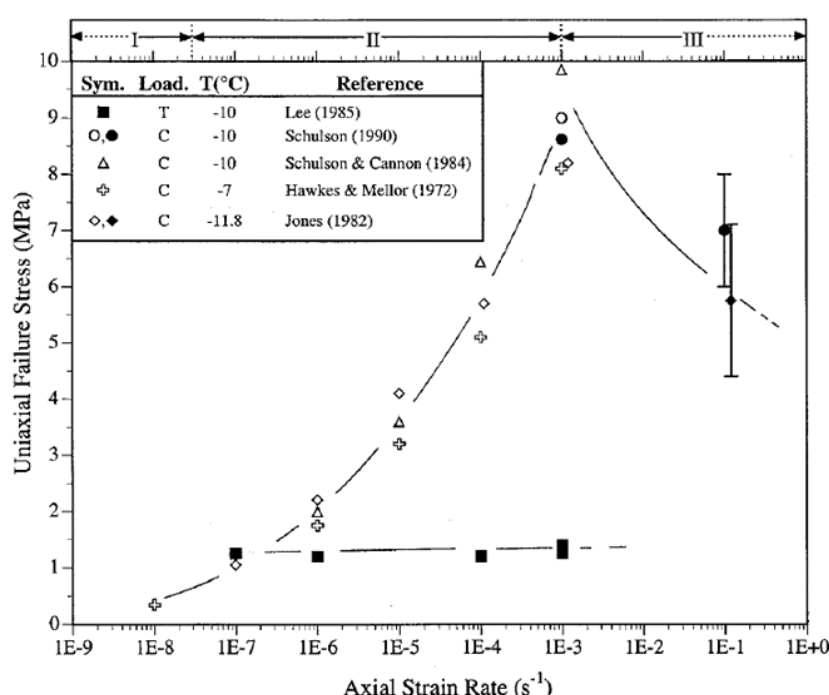


Figura 3.2 Andamento della resistenza a trazione (T) e della resistenza a compressione (C) del ghiaccio, in funzione della velocità di deformazione. Vengono evidenziate in alto le fasi I, II ed III descritte precedentemente [15].

La temperatura gioca un ruolo fondamentale nella resistenza a trazione e quella a compressione del ghiaccio; in particolare, un abbassamento della temperatura di poche decine di gradi è capace di far raddoppiare le resistenze meccaniche del ghiaccio [13,15,18].

3.4 La prova

Entrando nell'ottica della prova come strumento di validazione di un modello analitico o numerico, la grandezza fondamentale che va misurata è l'andamento temporale della forza di contatto scambiata tra il proiettile ed il bersaglio. Solitamente, questo dato si ottiene utilizzando una cella di carico o degli accelerometri ma, quando il bersaglio è sufficientemente sottile, è possibile sfruttare degli estensimetri. Questi strumenti di misura necessitano di essere posizionati sul bersaglio posteriormente alla zona di impatto; così facendo risulteranno protetti durante il test ma, non restituiranno il valore massimo della forza di contatto perché una parte di essa sarà assorbita dall'inerzia della struttura impattata [7]. Altre grandezze di interesse sono: la deformata del target, la sua risposta nel tempo e il modo di rottura della palla di ghiaccio.

Per eseguire le prove di impatto della grandine è necessario avere: un metodo consistente di approvvigionamento dei proiettili, un opportuno sistema di lancio in grado accelerare fino alla velocità desiderata la palla di ghiaccio, un sistema di supporto studiato sia per il bersaglio che per gli strumenti di misura e, infine, un sistema di protezione per evitare la proiezione di detriti permettendo, quindi, di eseguire le prove in totale sicurezza.

Approvvigionamento dei proiettili

La fabbricazione degli SHI ha come obiettivo quello di generare dei provini di ghiaccio monolitici, con microstruttura policristallina, esenti da cricche e perfettamente limpidi. In questo modo infatti, ci si pone in una situazione conservativa (per l'ottima qualità del ghiaccio) e, una volta effettuato il lancio, si avrà una maggiore probabilità che il proiettile arrivi al bersaglio intatto.

Attualmente, non esiste un metodo infallibile sotto questo punto di vista. A tal proposito, è stato proposto il seguente metodo [4] che sfrutta uno stampo in alluminio composto di due matrici chiudibili ermeticamente:

- Inserire, per mezzo di una siringa, un quantitativo esatto di acqua demineralizzata. Il quantitativo va calcolato considerando l'espansione volumica che si realizza in fase di solidificazione. Il ghiaccio, congelando, deve riempire completamente lo stampo senza generare eccessi o lacune. La siringa va inserita nel canale di colata e il riempimento di acqua deve avvenire dal fondo dello stampo (ermeticamente chiuso). Eventuali errori in questa fase possono dare origine a molteplici punti di inizio congelamento; questi porteranno ad una disomogeneità microstrutturale del proiettile che, una volta solidificato completamente, presenterà lacune (bolle d'aria) o cricche (causate dalle tensioni residue interne).
- Lo stampo in alluminio deve essere posto all'interno di un congelatore con temperatura non inferiore ai -7°C per un minimo di 6 ore.
- Trascorse 6 ore si procede alla rimozione del ghiaccio dallo stampo. Per effettuare quest'operazione, lo stampo va riscaldato immergendolo in acqua a temperatura ambiente. Non appena sarà possibile, occorre separare le due parti dello stampo e rimuovere i campioni di ghiaccio. A questo punto essi vanno immediatamente riposti all'interno di un contenitore di plastica che viene sigillato e immagazzinato in un secondo congelatore. La temperatura di quest'ultimo deve essere pari a -20°C . Questi

ultimi due passaggi garantirebbero una maggiore uniformità di temperatura durante la fase di congelamento.

- Prima di passare alla fase di lancio occorre un'attenta ispezione visiva: l'autore, ha comunque sottolineato che i provini scartati a causa di cricche od opacità nel ghiaccio, risalivano ad un 30-50% del totale.

Il sistema di lancio

Facendo riferimento alla normativa ASTM F320-16, l'area di lancio deve essere libera nel raggio di almeno 3 metri; non vi sono restrizioni nel sistema di lancio, è possibile, quindi, utilizzare un cannone con alimentazione a gas o polvere da sparo.

Se i proiettili di ghiaccio necessitassero di appositi sabot, dovrebbe essere previsto un sistema per il loro sgancio prima che avvenga l'impatto; questo sistema può essere di tipo aerodinamico o avvenire per mezzo di trappole per sabot.

È fondamentale un sistema di misurazione della velocità di impatto; nella normativa viene descritto un sistema basato sull'utilizzo di circuiti elettrici disegnati su carta con apposite pitture. Questi circuiti devono essere posti in direzione di tiro, ad una certa distanza l'uno dall'altro. Al passaggio del proiettile i circuiti vengono recisi e, per mezzo di un contatore, si ne calcola la velocità. Qualunque altro sistema di misurazione è accettato purché rispetti il criterio di precisione dell'1% sulla misura della velocità.

Per verificare l'integrità del proiettile prima dell'impatto, è necessario scattare una foto della palla di ghiaccio mentre viene illuminata da una luce stroboscopica o, alternativamente, utilizzare una videocamera ad elevato frame rate.

Il bersaglio deve rispettare le condizioni di vincolo reale come da progetto; infine, la zona di impatto va separata dall'ambiente esterno con un sistema di protezione che inibisca la proiezione di schegge o detriti al di fuori dell'area di lancio.

Prima della fase di test occorre effettuare un processo di calibrazione del sistema di lancio affinché il proiettile colpisca esattamente il punto di interesse con l'angolazione desiderata alla velocità prestabilita.

I sabot devono essere costruiti con materiale isolante e devono trovarsi ad una temperatura di circa -20 °C in modo da evitare shock termici alla palla di ghiaccio e consentire la solidificazione della superficie della sfera eventualmente liquefatta durante il trasferimento dal contenitore di plastica al sabot. Occorre rapidità nella sequenza di lancio in quanto le proprietà meccaniche degli SHI sono estremamente variabili con la temperatura e si potrebbero generare delle cricche a causa degli sbalzi termici.

3.5 Alcune prove d'impatto in letteratura

Park e Kim [2], hanno condotto una campagna di prove per valutare gli effetti generati dall'impatto della grandine su una giunzione incollata. Il giunto è stato realizzato per sovrapposizione semplice di due piastre cross-ply simmetriche in fibra di carbonio. I proiettili utilizzati erano delle sfere di ghiaccio in struttura monolitica del diametro di 50,8 mm. Il danneggiamento è stato analizzato al variare della velocità di impatto in due step: prima scansionando tramite un C-scan ad ultrasuoni la superficie di contatto e successivamente, nel caso in cui il pannello risultasse danneggiato, sezionando la zona di interesse per analizzarla con un microscopio ottico. Dai risultati, riportati nella figura 3.3, si nota come esista una regione iniziale in cui l'energia di impatto non è sufficientemente elevata per innescare il danno (in questo caso il valore di soglia è 210 J). Successivamente si nota una zona intermedia (in questo

caso compresa tra 210 e 250 J) in cui il danno esiste ma è contenuto. E una terza zona al di sopra della quale si ha la completa rottura del giunto incollato.

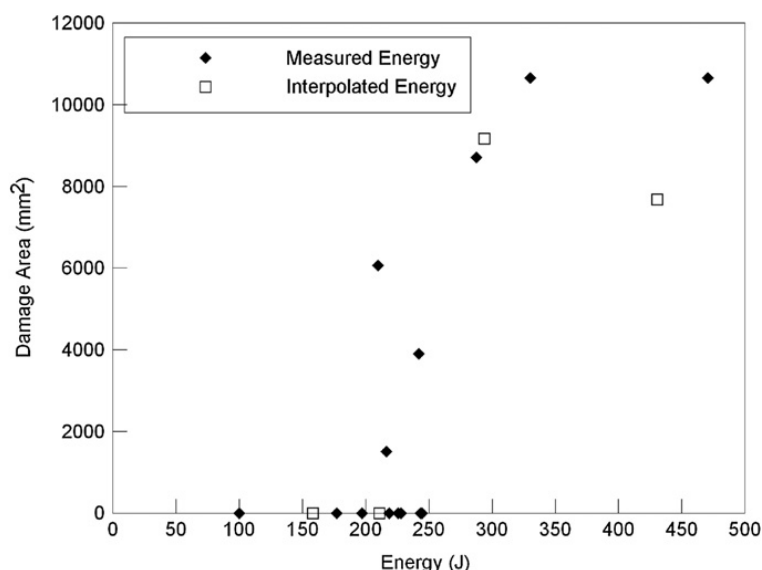


Figura 3.3 Area danneggiata in funzione dell'energia di impatto [2]

Lo studio dettagliato della superficie sezionata è servito per individuare i modi di innesco e propagazione della cricca. Questi dati si sono resi necessari per la validazione del modello numerico successivamente generato con l'ausilio del codice commerciale Abaqus/Explicit.

Tippmann, Kim e Rhymer [4], hanno condotto una serie di prove di impatto tra sfere di ghiaccio ed il particolare sistema di misurazione della forza che viene riportato alla figura 3.4.

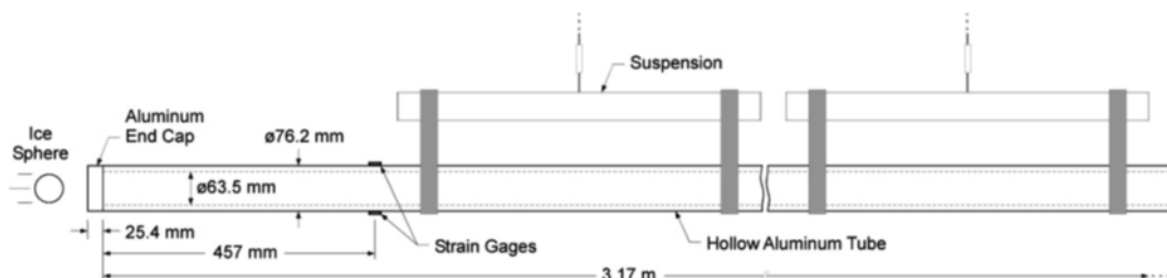


Figura 3.4 Schematizzazione del sistema di misura della forza di impatto [4].

L'onda di pressione generata dall'impatto si propaga all'interno della trave come onda di tensione; la configurazione a mezzo ponte utilizzata per gli estensimetri, depura l'eventuale componente flessionale che può generarsi nel sistema. I test effettuati hanno coinvolto SHI del diametro di 38,1 mm, 50,8 mm e di 61,0 mm per velocità comprese tra i 19 e i 194 m/s. Particolare cura è stata posta nella misurazione della temperatura dei proiettili: seguendo il procedimento di fabbricazione precedentemente descritto, è stata montata una termocoppia su alcuni SHI per misurare la temperatura al centro della sfera e sulla superficie nelle varie fasi di produzione e lancio.

A campagna conclusa, si sono ottenuti come risultati gli andamenti della forza misurata nel tempo; i valori di picco sono stati plottati in relazione all'energia di impatto come riportato in figura 3.5 e 3.6.

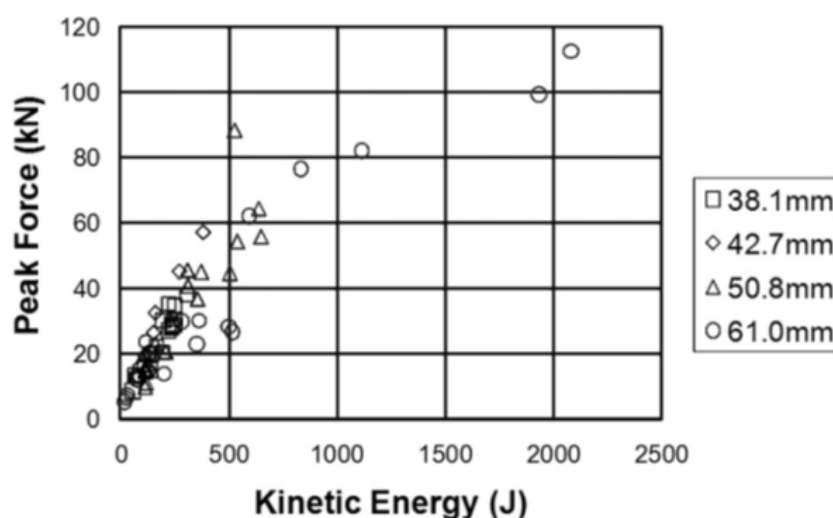


Figura 3.5 Forza di picco in funzione dell'energia cinetica per tutti i test condotti [4].

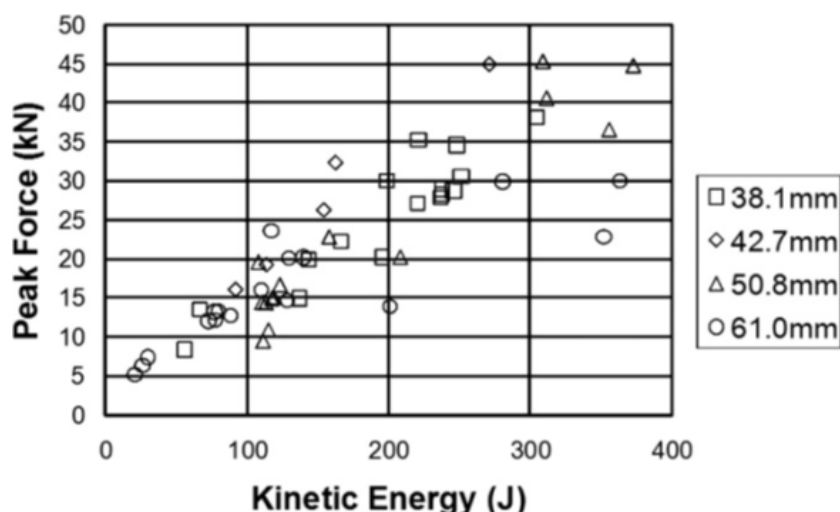


Figura 3.6 Forza di picco in funzione dell'energia cinetica degli SHI minore di 400J [4].

Gli andamenti delle forzanti nel tempo, sono stati utilizzati per la validazione di un modello numerico, implementato sul codice commerciale Abaqus/Explicit. Le immagini, riportate in figura 3.7, sono state ottenute tramite una videocamera ad elevato frame rate, rivolta verso la zona di impatto. Esse ritraggono in modo molto dettagliato la nascita e l'accrescimento delle cricche nella sfera di ghiaccio a causa dell'impatto. Queste immagini si sono dimostrate utili per un'ulteriore validazione fisica del modello numerico.

Sun [7], ha condotto uno studio relativo all'impatto della grandine e alle forze di contatto da esso generate. Per questo studio ha utilizzato sfere di grandine simulata con diametro di 50,0mm, 57,5 mm e 63,5 mm ipotizzando che queste giungessero al suolo in caduta libera. Quindi, rispettivamente, le velocità utilizzate per le sfere nella fase di test sono di 28,4 m/s, 30,5 m/s e 32 m/s. Per l'accelerazione dei proiettili è stato utilizzato un cannone a gas, per il rilevamento della forza di contatto invece, si è sfruttato un particolare sistema massa molla autocostruito riportato schematicamente in figura 3.8.

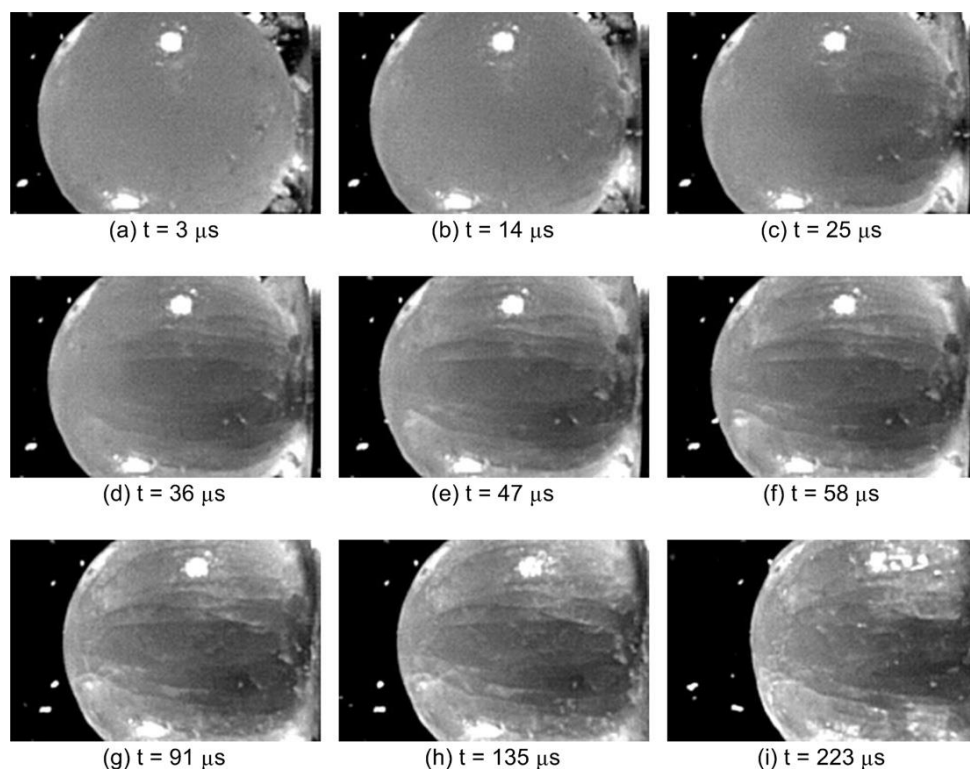


Figura 3.7 Sequenza di impatto di un SHI con diametro di 50.8 mm alla velocità di 60,6 m/s (energia cinetica pari a 114J) [4].

Il bersaglio consiste in una massa concentrata in acciaio dolce, quindi estremamente rigida rispetto al proiettile, connessa ad una molla di rigidezza 53.32 kN/m, a sua volta vincolata ad un sistema di supporto indeformabile. Un accelerometro unidirezionale è montato posteriormente alla massa concentrata mentre la deformazione della molla viene registrata grazie ad una videocamera ad elevato frame rate. La forza di contatto viene quindi calcolata, e non misurata, tenendo conto degli effetti inerziali del sistema secondo la relazione (3.1).

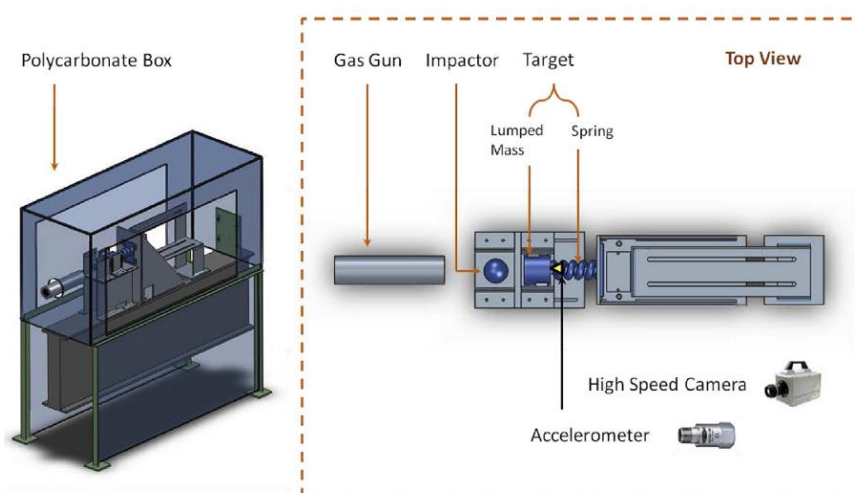


Figura 3.8 Sistema di misurazione della forza di contatto [7].

$$F_C = F_I + F_R = m_2 a_2 + k_2 x_2 \quad (3.1)$$

In cui:

- F_I è la forza d'inerzia del bersaglio data dalla massa concentrata m_2 moltiplicata per la sua accelerazione a_2 ;
- F_R è la forza di reazione del bersaglio ottenuta moltiplicando la rigidità della molla k_2 per la sua deformata x_2 .

Come si evince dalle prove sperimentali, il contributo principale alla forza di contatto è generato dalle forze inerziali. Il picco della forza di reazione infatti, ha un valore di circa 1/10 rispetto alla forza di contatto massima. La durata della forza di reazione è però 10 volte più estesa rispetto alla forza di contatto. I risultati ottenuti sono utilizzati per la creazione di un modello analitico semplificato basato su un sistema massa molla smorzatore a due gradi di libertà, governato da leggi viscoelastiche non lineari.

Nel 2016, Perera e i suoi collaboratori [20] hanno utilizzato un apparato per la misurazione sperimentale della forza di contatto identico a quello di Sun [7]. Hanno condotto una serie di prove di impatto con proiettili sferici di materiale diverso (legno, cemento e terracotta). Il tutto serviva per valutare i danni potenzialmente causati da detriti di questo tipo nelle condizioni di una forte tempesta.

Il setup originale della prova è stato modificato collocando una piastra di lega di alluminio 5052-H34 dello spessore di 4 mm sulla parte frontale del bersaglio (originalmente di acciaio dolce), come riportato in figura 3.9, per tracciare l'influenza del materiale del target sulla forza di contatto.

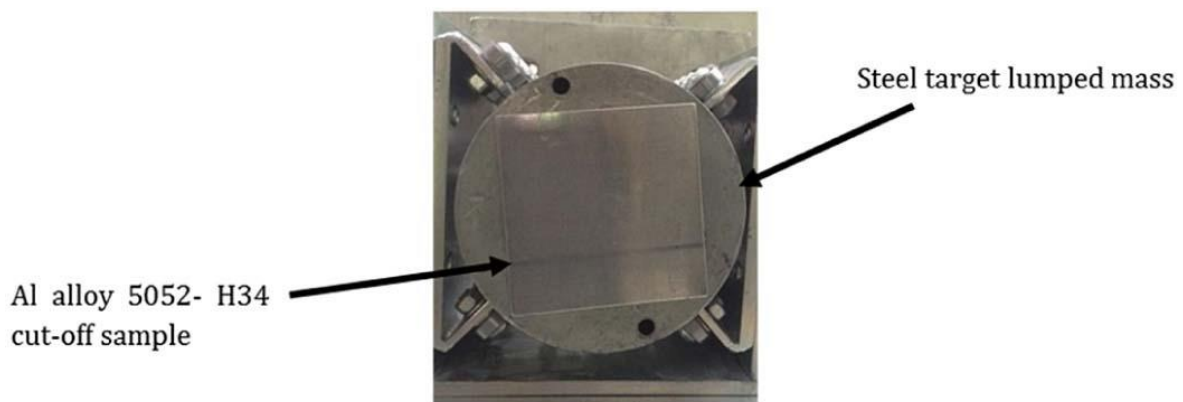


Figura 3.9 Massa concentrata in acciaio dolce con piastra in lega di alluminio nella parte frontale [20].

Nel 2017, Perera [9] riprende lo studio condotto da Sun [7] e, utilizzando lo stesso apparato per la misurazione della forza di contatto, amplia il database delle prove sperimentali sulla grandine. I test condotti hanno avuto come soggetto dei provini sia di forma sferica che irregolare (figura 3.10) del diametro di 55 mm; le velocità analizzate sono situate in un intervallo compreso tra 25,7 e 45,4 m/s.

Lo scopo dello studio è stato quello di ampliare le conoscenze riguardanti le forze di contatto sviluppate dalla grandine e di condurre un'analisi probabilistica su di esse, il tutto sfruttando il modello precedentemente creato da Sun [7]. L'autore afferma che l'effetto della forma del proiettile genera differenze trascurabili nella forza di reazione del bersaglio (governata dalla

sua deformata), tuttavia, come si può notare nella figura 3.11 [9], l'effetto dell'irregolarità influisce fortemente sul valore assunto dalla forza di contatto. Il valor medio di quest'ultima rimane comunque molto vicino ai risultati ottenuti da Sun [7].

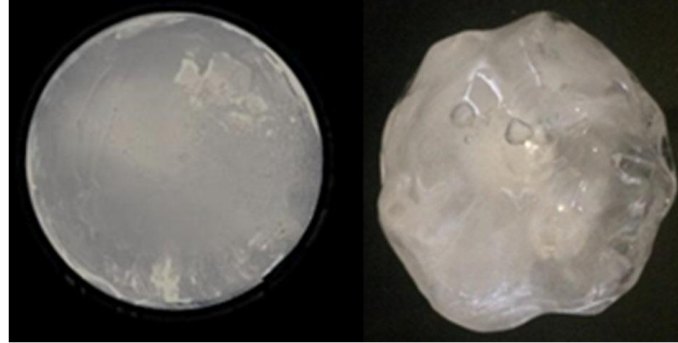


Figura 3.10 SHI di forma sferica e irregolare con diametro di 55 mm [9].

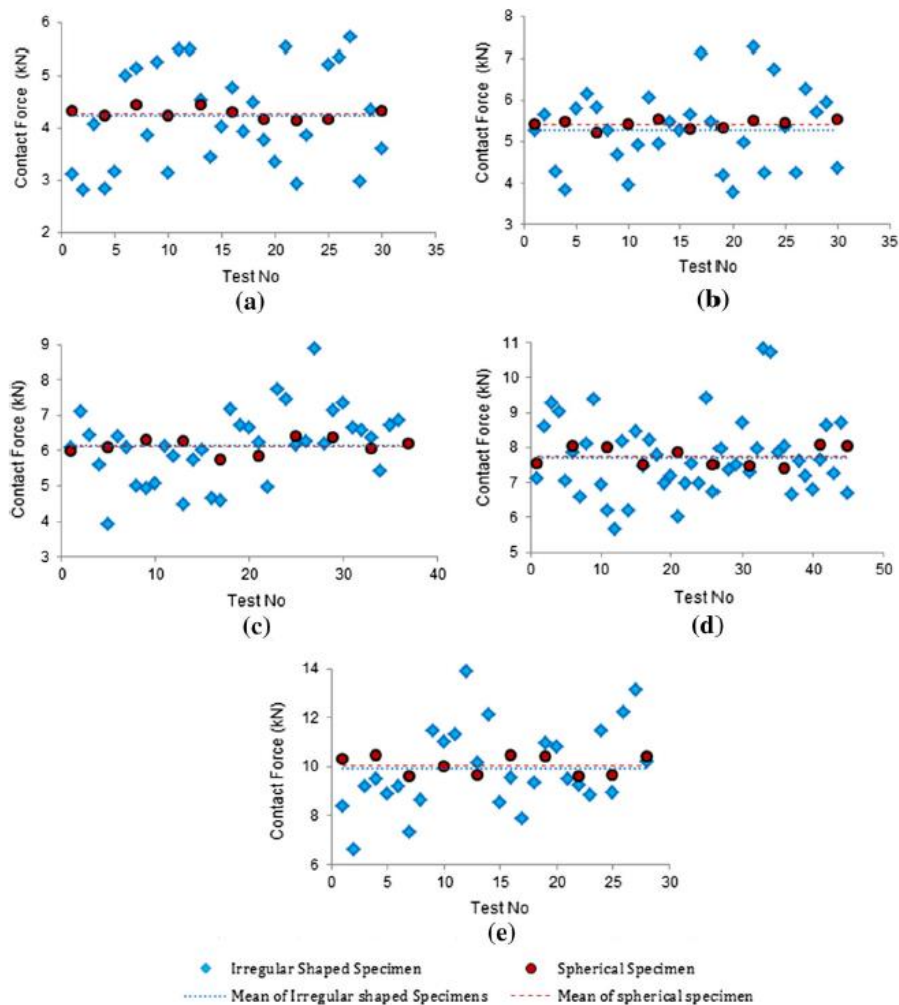


Figura 3.11 Variazione della forza di contatto massima generata da proiettili di forma sferica ed irregolare al variare della velocità di impatto [9]. (a) 25,7m/s; (b) 30,5m/s; (c) 36m/s; (d) 39,8m/s; (e) 45,4m/s.

Capitolo 4 - Modellazione analitica del problema

L'andamento temporale della forza di contatto che si sviluppa a seguito dell'impatto tra un SHI e un bersaglio, sulla superficie di contatto, può essere ottenuto: sperimentalmente (tramite prove sperimentali e strumenti di misura opportuni), numericamente (tramite simulazioni agli elementi finiti) e attraverso lo studio di modelli analitici semplificati (sistema a due gradi di libertà).

Lo studio di un sistema massa-molla-smorzatore, a due gradi di libertà (GDL), è una tecnica semplice che permette di simulare un impatto. Utilizzandola, è possibile ottenere risultati concreti in termini di forza di contatto e deflessione del bersaglio. Questa semplice tecnica è implementabile all'interno di un comune foglio di calcolo [9]; il che, effettuando un'integrazione temporale, permette di risolvere il sistema di equazioni differenziali che governa il problema. La schematizzazione è rappresentata in figura 4.1.

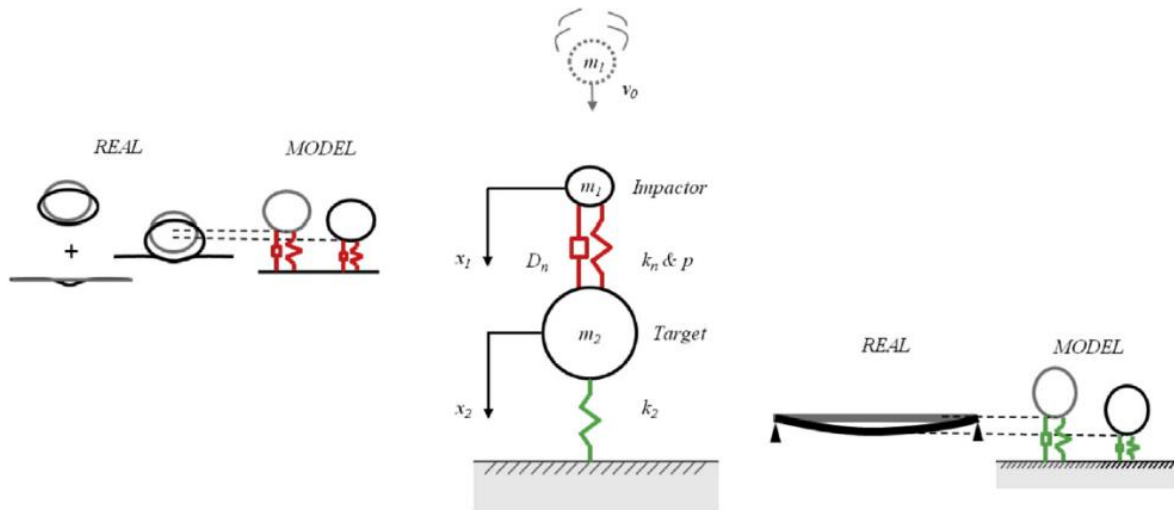


Figura 4.1 Sistema a 2GDL massa molla smorzatore [7].

La massa concentrata m_1 , che rappresenta il proiettile, è connessa tramite un gruppo molla-smorzatore (con comportamento viscoelastico non lineare) alla massa m_2 . Quest'ultima, che rappresenta il bersaglio, è a sua volta vincolata al sistema di supporto per mezzo di una molla dalla caratteristica lineare.

Le proprietà che governano l'impatto, in termini di rigidezza e dissipazione energetica, vengono descritte dagli elementi situati tra la massa m_1 e la massa m_2 ; la risposta del bersaglio è invece legata al comportamento della molla di rigidezza k_2 .

I parametri incogniti per la caratterizzazione del modello sono quindi quelli relativi agli elementi situati tra la massa m_1 e la massa m_2 , la relazione che li lega è la seguente [7]:

$$F_C = D_n \delta^p \dot{\delta} + k_n \delta^p \quad (4.1)$$

I termini che compaiono all'interno dell'Equazione (4.1) sono:

- D_n coefficiente di smorzamento non lineare relativo all'impatto;
- k_n coefficiente di rigidità non lineare relativo all'impatto;
- p esponente della non linearità;
- δ è l'indentazione del proiettile nella superficie del bersaglio e assume il seguente valore:

$$\delta = x_1 - x_2 \quad (4.2)$$

- $\dot{\delta}$ è la velocità di indentazione

$$\dot{\delta} = v_1 - v_2 \quad (4.3)$$

- x_1 e x_2 sono quelli evidenziati in figura 4.1 mentre v_1 e v_2 sono le loro rispettive derivate nel tempo.

D_n , k_n e p descrivono dunque lo smorzamento e la rigidità associate all'impatto della massa m_1 contro la massa m_2 . Questo significa che, intrinsecamente, dipendono sia dalle proprietà meccaniche del corpo impattante che da quelle relative al bersaglio [20] oltre che dalla velocità relativa dei corpi [7].

Questi tre parametri sono stati ricavati sperimentalmente da Sun [7] attraverso numerose prove sperimentali per il caso di proiettili di ghiaccio contro un target in acciaio dolce. Nelle prove è stata fatta variare sia la velocità che la massa (strettamente legata al diametro) del corpo impattante. Per ottenere D_n , k_n e p , relativi ad ogni prova sperimentale, Sun e i suoi collaboratori [7], hanno utilizzato una procedura di calibrazione a due step che viene brevemente riassunta nel paragrafo successivo.

Sebbene vi siano tre parametri (D_n , k_n , e p) per descrivere l'andamento della forzante nel tempo ($F_c(t)$), solamente due di essi (k_n e p) sono linearmente indipendenti mentre il terzo (D_n) è ricavato tramite un'espressione in forma chiusa una volta noti gli altri due.

4.1 Calibrazione del modello

La procedura di calibrazione di D_n , k_n , e p , accuratamente descritta alla ref. [7], richiede di essere effettuata per ogni prova sperimentale (precedentemente illustrata all'interno del paragrafo 3.5) ed è divisa in due passaggi:

- Il primo step consiste nell'assumere il comportamento viscoelastico del sistema (Eq. (4.1)) come se fosse di tipo lineare ($p=1$). A seguito di un approfondito studio [7], l'autore ha concluso che, nella curva che mette in relazione la forza di contatto con l'indentazione, il punto a tangente verticale (δ_{max} : indentazione massima) ha una differenza trascurabile tra il caso lineare e quello non lineare (la differenza sussiste nel tipo di isteresi del grafico, come evidenziato in figura 4.2). Ponendo a confronto il modello a 2GDL lineare con i risultati della prova sperimentale, viene ottenuto per calibrazione il valore di k_l (coefficiente di rigidità per il caso lineare). Ottenendo questo dato è possibile calcolare il valore di δ_{max} .
- Il valore di δ_{max} viene usato nel secondo step; il sistema non viene più considerato lineare, quindi, vengono messi a confronto il modello viscoelastico non lineare con i risultati sperimentali. Dal paragone viene ricavato l'esponente p tramite calibrazione.

Con questo dato è possibile calcolare il valore di k_n per quella data prova sperimentale. Una volta messo a punto il modello, la soluzione del sistema a 2 GDL si ottiene sfruttando le equazioni (4.1) e (4.4) [7] che vengono raccolte nel seguito:

$$F_c(t) = D_n \delta^p(t) \dot{\delta}(t) + k_n \delta^p(t) \quad (4.1)$$

$$D_n = (0.2p + 1.3) \left(\frac{1-COR}{COR} \right) \frac{k_n}{\delta} \quad (4.4)$$

Come precedentemente anticipato, il D_n è funzione di k_n , di p e di un terzo termine, il coefficiente di restituzione di Newton (COR) che viene riportato nell'equazione (4.5):

$$COR = -\frac{\dot{\delta}_f}{\dot{\delta}_0} = \frac{v'_2 - v'_1}{v_{01} - v_{02}} \quad (4.5)$$

$\dot{\delta}_f$ è la velocità relativa tra il proiettile ed il bersaglio nel momento in cui i corpi si separano mentre $\dot{\delta}_0$ è la velocità relativa nell'istante in cui i corpi entrano in contatto.

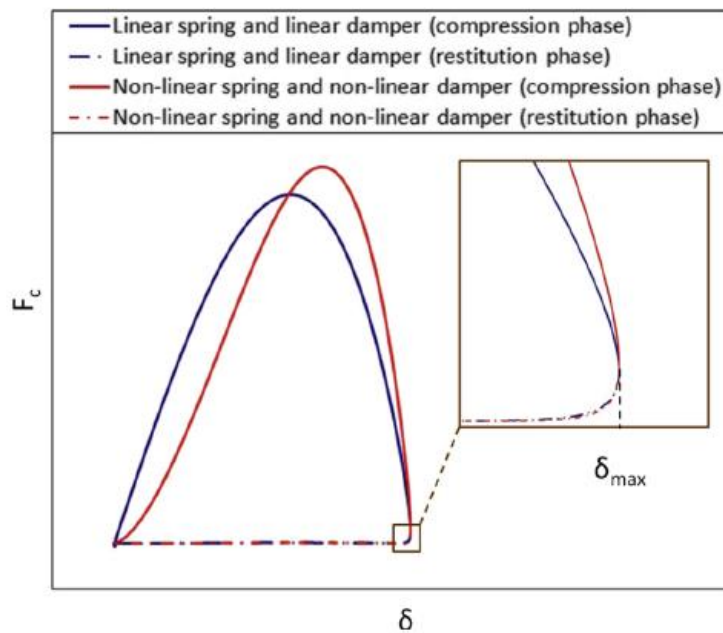


Figura 4.2 Forza di contatto in funzione dell'indentazione: caso lineare e caso non lineare a confronto [7].

4.2 Validazione del modello

A seguito di numerose prove sperimentali, da ognuna delle quali sono stati estrapolati i valori di k_n , p e COR (riferiti al caso di impatto di proiettili di ghiaccio contro una struttura in acciaio dolce), l'autore [7] afferma che:

- A parità di massa, un aumento di velocità porta ad un lieve aumento (in proporzione con quello relativo all'intensità dell'impatto) di k_n e di p , questo si riconduce ad un proiettile che si irrigidisce (anche se in modo contenuto) man mano che la velocità di impatto aumenta. Il valore assunto dal coefficiente di restituzione (COR) ha una variazione talmente minima che l'autore lo definisce pressoché costante. I risultati trovati sono stati raccolti sfruttando una regressione lineare che viene riportata nelle equazioni (4.6), (4.7) e (4.8).

$$k_n = 2.202 v_0 + 170 \left(\frac{kN}{m} \right) \quad (R^2 = 0.85) \quad (4.6)$$

$$p = 0.01 v_0 + 1.27 \quad (R^2 = 0.96) \quad (4.7)$$

$$COR = -0.001 v_0 + 0.049 \quad (R^2 = 0.98) \quad (4.8)$$

- Mantenendo fissa la velocità (quindi a COR costante per definizione) e studiando l'effetto della massa del SHI, l'autore non registra particolari variazioni sui valori di k_n e di p a seguito di aumenti considerevoli di massa impattante.

Si fa notare che, le equazioni (4.6), (4.7), e (4.8), sono valide esclusivamente per SHI sferici impattanti contro superfici in acciaio dolce; in base alle prove effettuate, l'intervallo di velocità per cui possono considerarsi valide è compreso tra i 10 e i 50 m/s.

Grazie al tipo di prove sperimentali eseguite da Sun e dai suoi collaboratori [7], il sistema a due gradi di libertà così tarato è svincolato dal tipo di bersaglio. Infatti, per qualunque tipo di struttura, è possibile risalire al valore della massa concentrata e della rigidità della molla relativi al secondo grado di libertà grazie alle tecniche tradizionali di analisi dinamica.

In base ai risultati ottenuti da Perera [20], il materiale di cui è composto il bersaglio influisce sulla forza di contatto. Nelle sue prove, una sfera di legno di betulla del diametro di 62,5 mm veniva accelerata alla velocità di 30,6 m/s e successivamente fatta impattare contro il bersaglio in due diverse configurazioni. Nella prima il bersaglio consisteva nella stessa massa in acciaio dolce utilizzata da Sun [7], nella seconda una piastra di 4 mm di spessore, realizzata in lega di alluminio, veniva incollata alla suddetta massa. Effettuando infine, la stessa procedura di parametrizzazione dei coefficienti k_n e p hanno rilevato [20] un irrigidimento del contatto per il target in acciaio dolce rispetto a quello in lega di alluminio che viene riportato in figura 4.3.

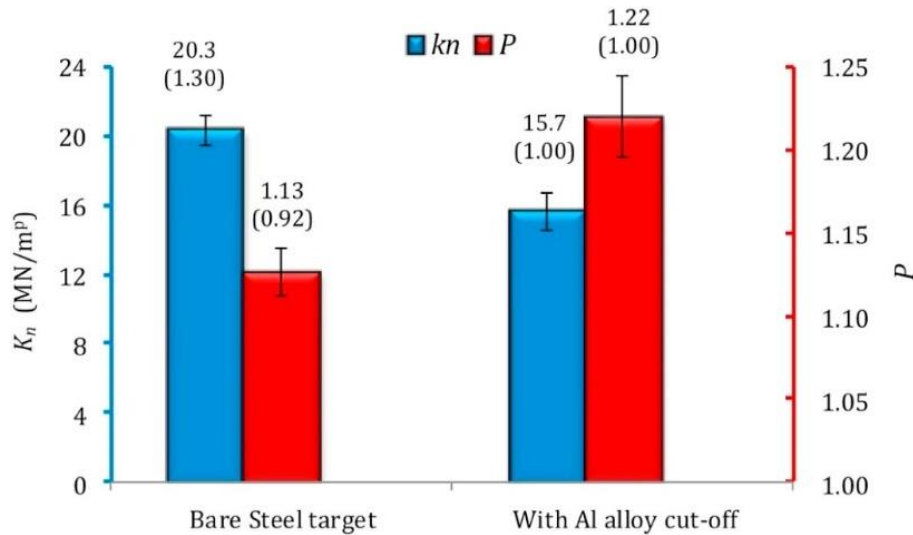


Figura 4.3 Calibrazione dei parametri di rigidità dell'impatto al variare del materiale del bersaglio [20].

Nel 2018 Perera e i suoi collaboratori [9], adottando scrupolosamente la stessa procedura di calibrazione descritta in precedenza, ricavano i valori di k_n , p e COR per proiettili di grandine dalla forma irregolare. Per quanto riguarda k_n e COR l'effetto della forma genera una notevole

fluttuazione rispetto al valor medio; quest'ultimo, però, rimane invariato rispetto ai proiettili dalla forma regolare. L'esponente p invece, non subisce variazioni. I dati ottenuti sono stati raccolti sia in termini della funzione cumulativa normalizzata (rispetto al corrispondente valore ottenuto da SHI sferici, figura 4.3) che in termini di funzione densità di probabilità (tabella 4-1).

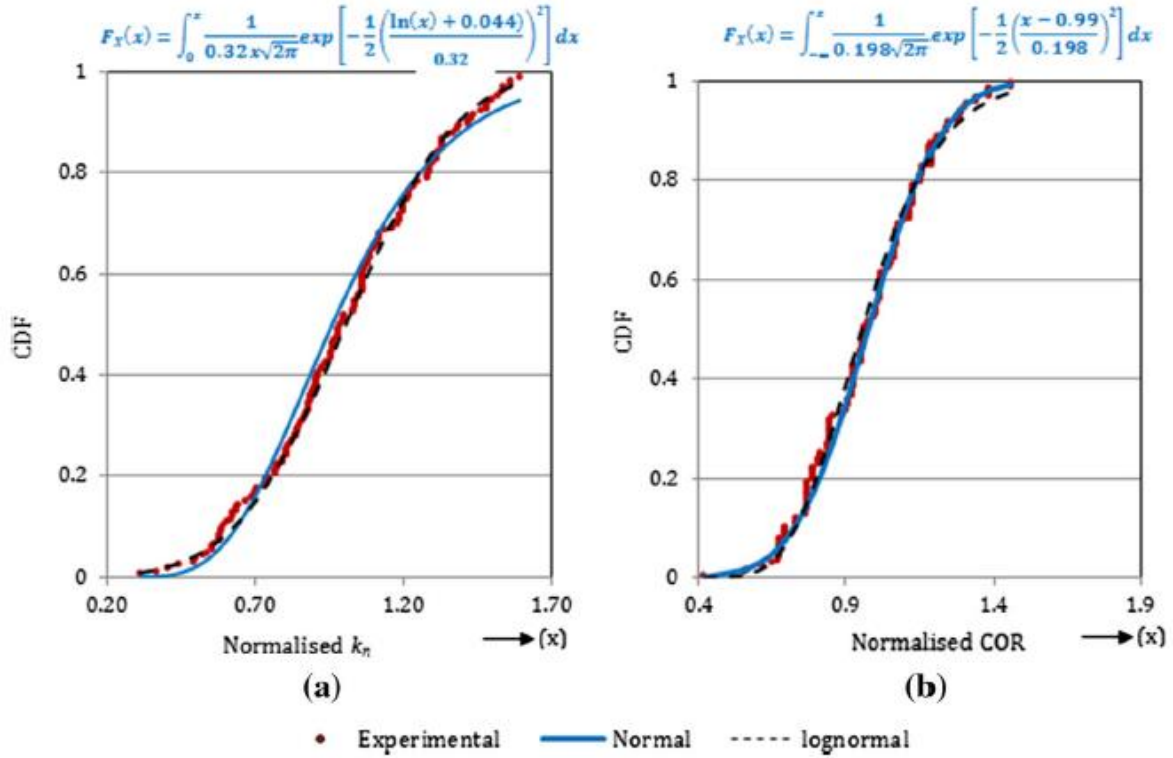


Figura 4.4 (a) Funzione cumulativa normalizzata per il k_n ; (b) Funzione cumulativa normalizzata per il COR. Dati sperimentali relativi a prove di impatto SHI non sferici, diametro 55mm [9].

Parametro	Soluzione deterministica [7]	Funzione densità di probabilità [9]
k_n	$k_{n\ sphere} = 2.202 v_0 + 170 \left(\frac{kN}{m}\right)$	$\frac{1}{0.32k_n\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln k_n - (\ln k_{n\ sphere} - 0.095)}{0.32}\right)^2\right]$
p	$p_{sphere} = 0.01v_0 + 1.27$	<i>No variations modelled</i>
COR	$COR_{sphere} = -0.001 v_0 + 0.049$	$\frac{1}{0.198 COR_{sphere}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{COR - COR_{sphere}}{0.198 COR_{sphere}}\right)^2\right]$

Tabella 4-1 Sommario relativo al modello stocastico dell'impatto della grandine [9]

La soluzione del sistema a 2GDL è ottenibile calcolando i parametri raccolti in Tabella 4-1 e inserendoli all'interno delle Equazioni (4.1) e (4.4). Il sistema è implementabile all'interno di un foglio di calcolo utilizzando, ad esempio, la procedura descritta all'Appendice 2 dell'articolo pubblicato da Perera [9].

Capitolo 5 - Modellazione numerica del problema

Ingegneristicamente parlando, le simulazioni numeriche potrebbero offrire enormi vantaggi rispetto alle prove sperimentali; ad esempio, un corretto utilizzo, consentirebbe di risparmiare una grande quantità di tempo e risorse nella progettazione di strutture resistenti all'impatto della grandine. Dalle simulazioni, infatti, emergono informazioni fondamentali come ad esempio lo stato tensionale interno, la nascita del danno e la sua propagazione, e moltissimi altri dati difficilmente reperibili tramite la sperimentazione.

Per modellare numericamente il problema, è necessario ricorrere a codici di calcolo agli elementi finiti (FE). Nei laboratori di ricerca e anche in ambito industriale, i software proprietari maggiormente utilizzati per risolvere i problemi di impatto sono: Abaqus/Explicit (DASSAULT SYSTEMES) [2,4] e LS-DYNA (ANSYS, Inc.) [1,3,5,19].

Che si tratti di grandine, di grandine simulata o più genericamente, di ghiaccio, le sue caratteristiche non sono quelle di un materiale strutturale. Il problema che si viene quindi a creare, è l'assenza di un modello ben definito e universalmente accettato, che sia in grado di riprodurre adeguatamente il comportamento nei sopracitati codici commerciali.

L'obiettivo dei ricercatori, e di questa tesi, è la creazione di un modello per il ghiaccio che sia: *pratico*, *conservativo* e *robusto* quindi, deve essere in grado di permettere di risolvere il problema dell'impatto al variare delle velocità e delle dimensioni della grandine, senza sottostimarne gli effetti. Per far ciò è necessario definire il comportamento elastico, il comportamento plastico, la dipendenza delle proprietà al variare della velocità di deformazione e della temperatura, capire le cause e i modi di cedimento associandoli ad un opportuno criterio di rottura da implementare nel codice di calcolo.

5.1 Discretizzazione del problema

L'utilizzo del metodo agli elementi finiti (FEM) nei programmi di calcolo, permette di discretizzare il dominio continuo del problema in un numero finito di elementi; questo passaggio può avvenire in diversi modi, ognuno dei quali, presenta i propri pregi e difetti.

Metodo Lagrangiano: è il metodo più comune per la soluzione dei problemi non lineari nel campo della meccanica del continuo [3]. È numericamente molto efficiente, il suo punto debole scaturisce quando le deformazioni in gioco sono molto grandi. Essendo la mesh costruita sul materiale del corpo, se questo subisce grandi deformazioni, anche la mesh ne sarà soggetta. Questo fenomeno conduce ad un'inaccettabile perdita di precisione oltre che ad un notevole incremento del tempo di calcolo, giungendo talvolta al crash prematuro dell'analisi [1].

Metodo Euleriano: seguendo questo metodo, la mesh viene creata e mantenuta fissa nello spazio. Il materiale dei corpi soggetti all'impatto fluisce attraverso la mesh che ne registra la variazione delle proprietà. Il metodo Euleriano non soffre dello stesso problema del metodo Lagrangiano e quindi, consente di analizzare grandi deformazioni nel corpo con grande stabilità. Tuttavia, per ottenere una buona accuratezza di calcolo sfruttando questo approccio, bisognerebbe realizzare una mesh nello spazio molto estesa e questo, porterebbe a tempi di calcolo molto elevati [1].

Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE): l'idea alla base di questo metodo è lo sfruttamento dei soli vantaggi dei due precedenti metodi [1]. La mesh è realizzata nello spazio e non sul corpo, il materiale fluisce attraverso di essa come nel metodo Euleriano. Il termine “arbitrario”, che compare nel nome del metodo, si riferisce al fatto che questa mesh può essere dotata di una velocità arbitraria che può quindi essere diversa sia da quella del corpo impattante sia da quella del bersaglio. Il vantaggio è immediatamente chiaro quando si pensa ad un problema in cui il moto dei corpi e della materia ricopre una regione molto ampia dello spazio. Occorre precisare che, nella dinamica di un impatto, è possibile che del materiale venga proiettato in molteplici direzioni in breve tempo quindi, per prevedere questo flusso in uscita dalla mesh (che si muove con una certa velocità rispetto ai corpi in gioco), essa dovrà essere leggermente più grande del corpo in esame.

Smoothed particle hydrodynamics (SPH): è un metodo sviluppato nel 1997 per lo studio dei fenomeni astrofisici, successivamente esteso per la trattazione della fluidodinamica computazionale (CFD) ed infine adottato nella meccanica del continuo [1]. Questo metodo non si basa sull'utilizzo di una mesh, sfrutta un algoritmo per la suddivisione del dominio in particelle. L'algoritmo utilizzato è uno schema interpolatorio che sta alla base del metodo [1]. Le particelle sono legate tra di loro dalle proprietà del materiale; queste vengono opportunamente pesate in base alla distanza che intercorre tra ognuna di esse [3]. Questo metodo consente di analizzare grandi deformazioni a patto che la distribuzione delle particelle sia estremamente regolare [19].

FE-to-SPH: alcuni software espliciti hanno recentemente implementato questo metodo che permette di passare da un approccio Lagrangiano ad un approccio SPH nell'istante in cui la distorsione degli elementi Lagrangiani è troppo elevata o si è raggiunto un certo criterio di rottura [19]. Si può decidere che gli elementi Lagrangiani e le particelle SPH collaborino per tutta la durata del problema oppure, si può imporre un criterio di erosione basato sulla deformazione dell'elemento o la sua tensione interna. Ad ogni modo, nel caso in cui non si attivasse un criterio di erosione, le particelle SPH non darebbero un contributo significativo nell'evoluzione del problema perché sarebbero gli elementi solidi a governarla [19]. Altrettanto importante è una corretta definizione delle proprietà che riguardano gli elementi lagrangiani e quelle relative alle particelle. Infatti, la definizione può avvenire separatamente e in maniera diversa; pertanto, una buona correlazione fisica sarebbe opportuna.

5.2 Modelli numerici della grandine in letteratura

Una volta scelto il tipo di discretizzazione che verrà adottato per la soluzione del problema, è necessario impostare la modellazione della grandine; in base al software utilizzato, si sfrutteranno una serie di parametri atti a definire il comportamento elastico, il comportamento plastico, la dipendenza delle proprietà al variare della velocità di deformazione e della temperatura. Si dovranno inserire delle relazioni per verificare l'integrità o l'eventuale cedimento del ghiaccio. In quest'ultimo caso, vanno definite le conseguenze in termini di carichi trasferibili alla struttura.

In questo paragrafo vengono riportate le modellazioni reperite in letteratura, alla fine verrà proposta una tabella riassuntiva (tabella 5-1) delle proprietà assegnate al ghiaccio dai diversi autori.

Nello studio di Anghileri [1], l'impatto della grandine contro una piastra viene analizzato con tre discretizzazioni differenti: Lagrangiana, ALE e SPH. Il software utilizzato è LS-Dyna,

lo scopo dello studio è valutare quali differenze sorgano al variare della discretizzazione utilizzata.

Per quella Lagrangiana sono stati utilizzati elementi solidi esaedrici con otto nodi. Il materiale utilizzato possiede caratteristica elastoplastica con rottura (*MAT 13 di LS-Dyna), esso permette di considerare un indurimento plastico che riproduce adeguatamente l'effetto della propagazione delle micro-cricche nel ghiaccio prima che si frantumi e inizi quindi, a comportarsi come un liquido. Quando il ghiaccio raggiunge la deformazione plastica di rottura, tutte le componenti taglianti della tensione vengono annullate. Invece, se esso arriva alla tensione di rottura a trazione, il materiale è solo più in grado di sopportare carichi a compressione idrostatici (come i fluidi). In questo modello non viene considerata la dipendenza non lineare che esiste tra pressione e volume del ghiaccio (equazione di stato del ghiaccio) e nemmeno l'effetto della velocità di deformazione che incide sulle sue proprietà.

Nello sviluppo del modello ALE, è stato necessario discretizzare una regione leggermente superiore rispetto alle dimensioni della palla di ghiaccio per evitare una fuoriuscita di materiale durante l'impatto. La mesh traslava con velocità pari alla velocità media della palla di ghiaccio. Le proprietà utilizzate in questa discretizzazione sono le stesse assegnate al modello Lagrangiano e gli elementi della mesh sono di forma esaedrica.

Il modello SPH è stato generato a partire dalle mesh precedenti; in particolare, la distanza tra le particelle è stata posta uguale alla lunghezza caratteristica degli elementi della discretizzazione Lagrangiana. Siccome il materiale utilizzato per le precedenti mesh non era ancora implementato per la soluzione SPH, è stato necessario ricorrere ad un altro modello (*MAT 10 di LS-Dyna). Questo tipo di materiale possiede una caratteristica elastoplastica idrodinamica, permette di rappresentare in modo adeguato il comportamento del ghiaccio sia negli istanti iniziali dell'impatto (in cui il ghiaccio risulta molto rigido) sia negli istanti seguenti (dominati da un comportamento simile a quello di un fluido). Il criterio di rottura adottato per questo materiale prevede il solo raggiungimento della tensione di rottura a trazione, quando essa viene raggiunta allora la componente deviatorica delle tensioni si azzerà e il materiale sopporta esclusivamente carichi a compressione. Non è stato inserito il criterio relativo alla deformazione plastica in quanto ritenuto inadeguato. Il *MAT 10 di LS-Dyna richiede l'inserimento di un'equazione di stato (EOS), viene quindi utilizzata l'equazione di stato dell'acqua in forma polinomiale. I modelli vengono validati rispetto alla deflessione di una piastra in lega di alluminio soggetta ad un impatto con un proiettile di grandine sferica alla velocità di 192 m/s. I risultati mostrano una corretta rappresentazione della deflessione reale, si sono registrati errori minori dell'1% sia per la modellizzazione Lagrangiana che per quella SPH, col metodo ALE sono stati ottenuti errori minori del 4%.

Park e Kim [2], già citati nel capitolo 3 in merito alle prove sperimentali, utilizzano il codice commerciale Abaqus/Explicit per l'analisi di impatto di una palla di ghiaccio contro un giunto incollato. Per la creazione del modello del ghiaccio si fa ricorso al "Dynamic Failure Model". Il criterio di rottura a trazione si attiva quando gli stress idrostatici superano un valore di soglia imposto dall'utente; è possibile scegliere di cancellare gli elementi per i quali il criterio è stato raggiunto ma così facendo, le simulazioni soffrirebbero di notevole instabilità. Si è optato per il seguente settaggio: "brittle shear" e "ductile pressure". In questo modo gli elementi ceduti non possono più trasmettere componenti deviatoriche di tensione ed il carico dovuto alla pressione rimane al valore soglia. Per ridurre l'oscillazione numerica dei risultati è stato necessario intervenire sul parametro lineare relativo alla viscosità volumica; esso instaura un

effetto smorzante all'interno della simulazione tuttavia, se aumentato eccessivamente, compromette la bontà del risultato (per ogni simulazione effettuata è stato necessario inserire un valore diverso). Adottando il "Dynamic Failure Model", va definita la tensione di snervamento e la pressione di rottura. Nella modellazione proposta in questo articolo le caratteristiche del ghiaccio sono state ottenute tramite uno studio parametrico affinché le analisi riproducessero correttamente la prova sperimentale; i valori ottenuti sono validi per lo specifico caso in questione.

Pernas-Sánchez [3], prende in considerazione lo studio degli impatti relativi a proiettili di ghiaccio proponendo una relazione costitutiva basata sul modello di Drucker e Prager per la plasticità. Il nuovo modello generato permette lo studio di un differente comportamento in trazione ed in compressione per il ghiaccio; la resistenza a compressione viene legata alla velocità di deformazione attraverso una legge esponenziale mentre la resistenza a trazione viene mantenuta costante. Nell'articolo [3] viene proposto un criterio di rottura sulla trazione e uno sulla compressione, in entrambi i casi se i criteri vengono raggiunti allora le componenti deviatoriche della tensione vengono azzerate e gli elementi ceduti possono sopportare solo sforzi normali a compressione (idrostatici). Il modello così creato è stato introdotto in una subroutine dell'utente all'interno del codice commerciale LS-Dyna. Per la validazione, l'autore prende come riferimento diversi test sperimentali effettuati da altri autori. In queste prove sperimentali i proiettili di ghiaccio dalla forma cilindrica venivano fatti impattare contro una piastra in acciaio e, l'andamento della forzante nel tempo era ottenuto tramite cella di carico. Sono stati utilizzati tre metodi di integrazione: Lagrangiano, ALE ed SPH. Per la discretizzazione Lagrangiana è stato inserito un criterio di erosione per evitare un'eccessiva distorsione degli elementi, questi ultimi venivano infatti rimossi automaticamente quando la loro velocità era prossima a zero. Dai risultati ottenuti, si nota che tutte e tre le discretizzazioni calcolano correttamente la forza di contatto massima e l'impulso; il metodo ALE ed il metodo SPH tendono a sovrastimare leggermente la forza massima, il metodo Lagrangiano restituisce un valore molto più vicino ai valori sperimentali. Questo fatto è probabilmente dovuto al criterio di erosione adottato.

Tippmann e Kim [4] indagano un modello per la caratterizzazione dell'impatto di SHI sferici basandosi su dati sperimentali. In particolare, il modello si prefigge di condurre un'analisi dettagliata dei primi istanti dell'impatto fino allo sviluppo della forza di contatto massima. I parametri del modello sono stati studiati affinché non fossero necessari interventi correttivi post-analisi da parte dell'utente. Per far ciò, gli autori [4] si servono di Abaqus/Explicit, discretizzano sia il proiettile che il bersaglio con una mesh Lagrangiana. In base a studi precedenti viene affermato che il coefficiente di attrito può essere trascurato e il contatto tra sfera e bersaglio risulta essere quindi di tipo "Hard". I parametri lineari e quadratici della viscosità volumica fungono da smorzatori; a tal proposito, è stato condotto uno studio parametrico per definirne i valori. Il termine lineare ha un effetto molto smorzante ma se aumentato troppo genera forze di contatto eccessive, nella maggior parte dei casi il valore di 1,2 è risultato valido e quindi si è optato per tenere tale valore. Per quanto riguarda la componente quadratica si è notato che non fosse molto influente ai fini dell'analisi ed è stata posta pari a zero. La resistenza a compressione è stata definita in funzione della velocità di deformazione sfruttando le informazioni presenti in letteratura. Vista la grande dispersione dei dati raccolti, gli autori hanno scelto di eseguire tre diverse regressioni lineari dei valori su scala logaritmica. Sono state ottenute tre curve che vengono raccolte nella tabella 5-4: una curva (C1)

rappresenta la media di tutti i dati, la curva inferiore (C2) rappresenta i dati al di sotto della C1 mentre la curva superiore (C3) rappresenta i casi al di sopra della C1. Tutte e tre le curve partono dallo stesso punto, la prima viene usata per tutti i casi mentre le altre due vengono introdotte saltuariamente. Nel modello proposto si verifica il seguente fatto: quando un elemento, sottoposto ad una certa velocità di deformazione, inizia a cedere per compressione, assume un comportamento perfettamente plastico. Quindi, la tensione al suo interno rimane pari al valore di snervamento associato alla velocità di deformazione che stava subendo a processo iniziato. Il criterio di erosione degli elementi ceduti non viene utilizzato, gli autori lo definiscono fisicamente poco realistico in fase di compressione (lo sarebbe di più per un cedimento a trazione) e, il suo utilizzo, comporterebbe una rumorosità eccessiva nei risultati. Per quanto concerne il criterio di rottura a trazione, viene impostato un valore di tensione limite che se raggiunto, porta le componenti deviatoriche di tensione ad annullarsi e l'elemento è in grado di sostenere esclusivamente carichi di tipo idrostatico. Questi ultimi non sono limitati in compressione mentre in trazione non possono superare il valore soglia. Questo limite è fissato ad un valore costante indipendente dalla velocità di deformazione. Il tipo di mesh utilizzata (molto fine nella zona che si estende dal centro della sfera di ghiaccio fino alla superficie di contatto con il bersaglio e più grossolana nelle zone posteriori e laterali esterne) consente di effettuare studi validi esclusivamente per i primi istanti dell'impatto. I risultati ottenuti da questa modellizzazione possiedono buona correlazione con i valori sperimentali.

Nello articolo di Keegan e Nash [5] è stato trattato il problema di impatto della grandine sul profilo di estremità di una pala eolica. Gli autori hanno utilizzato il software commerciale LS-Dyna e, basandosi su un modello di grandine originalmente pensato per la discretizzazione Euleriana, lo hanno implementato facendo ricorso ad una discretizzazione SPH. Il modello considera l'influenza della velocità di deformazione sulla tensione di snervamento a compressione e, in aggiunta, viene introdotta l'equazione di stato del ghiaccio per descrivere la relazione che sussiste tra deformazione volumica e pressione. La validazione del modello è stata effettuata sulla base degli esperimenti originali da cui deriva la formulazione euleriana. Da questo studio risulta che, anche con il metodo SPH, questo modello è in grado di fornire risultati coerenti con la sperimentazione.

In un recente articolo Anghileri, Castelletti e Prato [19] si sono dedicati nuovamente allo studio dettagliato della discretizzazione del problema. Per la modellazione del ghiaccio sono stati utilizzati dei parametri ottenuti in letteratura. Nello studio, la sfera di grandine viene discretizzata con mesh Lagrangiana, SPH e FE-to-SPH facendo ricorso al software LS-Dyna. Nel primo caso viene analizzata la stabilità degli elementi solidi esaedrici e tetragonali. Ponendo a confronto i risultati, gli autori [19] hanno rilevato che i primi conferiscono buona stabilità al sistema mentre i secondi portano la soluzione a divergere e, sovente, sono causa di un arresto prematuro ed errato dell'analisi. Per la soluzione SPH viene studiata la distribuzione delle particelle: in alcuni casi esse vengono distribuite sulla base della mesh Lagrangiana (una particella per ogni elemento) mentre in altri è stata studiata una ripartizione maggiormente omogenea. Ne risulta che, per il periodo che va dagli istanti iniziali fino al raggiungimento della forza di contatto massima, l'andamento della forza di contatto è fortemente influenzato dalla distribuzione delle particelle; dopo questo intervallo temporale, l'andamento del grafico è pressoché lo stesso tra tutte le distribuzioni. Recenti aggiornamenti dei codici commerciali permettono di sfruttare il metodo FE-to-SPH descritto in precedenza, su LS-Dyna questo si realizza attivando una scheda di controllo denominata `*ADAPTIVE_SOLID_TO_SPH` [19]. In

questo modo è come se le due discretizzazioni (Lagrangiana e SPH) fossero sovrapposte e collaboranti. Vengono analizzate due casistiche: nella prima, l'erosione degli elementi viene impedita; nella seconda, viene adottato un criterio di erosione per gli elementi Lagrangiani giunti a rottura. I risultati ottenuti dimostrano che nel primo caso le particelle SPH collaborano in maniera molto ridotta (quasi nulla) nella determinazione della forza di contatto; passando al secondo caso, il loro contributo è molto rilevante negli istanti successivi allo sviluppo della forza di contatto massima. In questo frangente, infatti, gli elementi Lagrangiani eccessivamente distorti vengono rimossi, evitando quindi un crash prematuro dell'analisi. Dallo studio emerge che la fase iniziale è sempre controllata dagli elementi Lagrangiani, essi si rivelano molto validi per lo studio dei problemi non lineari fintanto che non subiscono una grande deformazione.

5.3 I parametri di modellazione utilizzati in letteratura

Come precedentemente anticipato, in questo paragrafo viene proposta la tabella 5-1 che cerca di racchiudere le proprietà assegnate alla grandine dagli autori delle modellazioni appena citate.

Ref.	[1], [19]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
Codice commerciale	LS-DYNA	LS-DYNA	Abaqus /Explicit	LS-DYNA	Abaqus/Explicit	LS-DYNA
Modello materiale	MA T_13	MA T_10	---	User subroutine implementation	---	*5,1
Mesh	Lag/ALE	SPH	Lagrangiana	Lag/ALE/SPH	Lagrangiana	SPH
Density [kg/m ³]	846	846	836	897,6	900	897,6
Elastic modulus [Gpa]	---	---	9,38	9,31	9,38	9,31
Elastic shear modulus [Gpa]	3,46	3,46	---	---	---	---
Poisson's coefficient	---	---	0,33	0,33	0,33	0,33
Yeld strength [MPa]	10,3	10,3	33,01	---	---	---
Hardening modulus [Gpa]	6,89	---	---	---	---	---
Plastic hardening modulus [Gpa]	---	6,89	---	---	---	---
Bulk modulus [Gpa]	8,99	---	---	---	---	---
Plastic failure strain	0,35	---	---	---	---	---
tensile failure pressure [MPa]	-4	---	---	---	0,517	---
Pressure cut-off [MPa]	---	-4	---	---	---	---

Failure pressure [MPa]	---	---	1,379	---	---	---
"Tensile failure" option	---	---	Element delet= no; shear = brittle; press = ductile;	---	---	---
Linear bulk viscosity	---	---	0,6	---	---	---
Quadratic bulk viscosity	---	---	1,2	---	---	---
Initial compressive strength [MPa]	---	---	---	10,976	---	---
Compressive strain rate sensitivity	---	---	---	0,093783	---	---
Tensile strength [MPa]	---	---	---	1,72	---	---
Internal friction factor	---	---	---	1,15	---	---
Quasi-static yield strength [MPa]	---	---	---	---	5,2	---
Rate dependent yield strength	---	---	---	---	Input Tabellare Tabella 5-2	Input Tabellare Tabella 5-3
Initial compressive flow stress [MPa]	---	---	---	---	---	172,4
Initial tensile flow stress [MPa]	---	---	---	---	---	17,24
Plastic Tangent Modulus [MPa]	---	---	---	---	---	6,89
Pressure cut-off in compression [MPa]	---	---	---	---	---	4,93
Pressure cut-off in tension [MPa]	---	---	---	---	---	0,433
*5,1 MAT_PLASTICITY_COMPRESSION_TENSION_EOS						

Tabella 5-1 Parametri caratteristici della grandine per modellazioni con software commerciali [1-5,19].

Il modello di Tippmann e Kim [4], per inglobare la dispersione dei dati sperimentali nel modello assunto, considera l'influenza della velocità di deformazione sul carico di snervamento a compressione come tre curve distinte che vengono riportate nella tabella 5-2.

Strain Rate [s^{-1}]	Tensione di snervamento a compressione riferita al valore quasi-statico		
	Curva	Curva	Curva
	C1-Media	C2-Inferiore	C3-Superiore
0 (quasi-statico)	1	1	1
0,1	1,01	1,01	1,01
0,5	1,5	1,27	1,72
1	1,71	1,38	2,03
5	2,2	1,65	2,75
10	2,42	1,76	3,06
50	2,91	2,03	3,78
100	3,13	2,15	4,09
500	3,62	2,41	4,81
1,00E+03	3,84	2,53	5,12
5,00E+03	4,33	2,8	5,84
1,00E+04	4,55	2,91	6,15
5,00E+04	5,04	3,18	6,86
1,00E+05	5,25	3,29	7,17
5,00E+05	5,75	3,56	7,89
1,00E+06	5,96	3,67	8,2

Tabella 5-2 Parametrizzazione delle curve tensione di snervamento a compressione in funzione della velocità di deformazione secondo ref. [4]

Keegan e Nash [5] prendono in considerazione l'effetto della velocità di deformazione sul carico di snervamento a compressione secondo quanto riportato nella tabella 5-3. L'equazione di stato del ghiaccio che viene utilizzata nel modello è raccolta all'interno della tabella 5-4.

Strain Rate [s^{-1}]	Fattore di scala della tensione
1	1
10	1,2566
100	1,5132
200	1,59044
300	1,63562
400	1,66768
500	1,69255
600	1,71287
700	1,73005
800	1,74493
900	1,75805
1000	1,76979

1100	1,78042
1500	1,81498
10000	2,02639

Tabella 5-3 Influenza della velocità di deformazione sulla tensione di snervamento a compressione utilizzata alla ref. [5]

In Volumetric Strain	Pressure [MPa]	Bulk Modulus [Gpa]
0	0	8,96
-0,00767	68,9	8,96
-0,0313	68,9	2,2
-10	68,9	6,89

Tabella 5-4 Valori per l'equazione di stato del ghiaccio utilizzati alla ref. [5]

Capitolo 6 - Implementazione del modello numerico

Lo scopo di questa tesi è la ricerca di un modello capace di affrontare i problemi di impatto della grandine sulle classiche strutture aeronautiche in parete sottile.

Il primo passo è stato quello di affrontare il problema della simulazione numerica attraverso la licenza dipartimentale, messa a disposizione dal Politecnico di Torino, per l'utilizzo di Abaqus/Explicit.

A tal proposito, il modello scelto per l'assegnazione delle proprietà del ghiaccio in ambiente Abaqus/Explicit è quello proposto da Tippmann e Kim [4,21]. Le motivazioni che hanno portato a tale scelta sono le seguenti:

- il modello proposto è supportato da una grande quantità di prove sperimentali;
- non è necessario effettuare una correzione manuale dei parametri di input in funzione del caso studiato;
- il modello è stato sviluppato appositamente per le simulazioni di impatto della grandine contro strutture metalliche sfruttando Abaqus/Explicit.

Essendo il modello di Tippmann e Kim definito per una mesh solida Lagrangiana, di seguito il problema verrà affrontato con questo tipo di discretizzazione, inoltre, gli elementi Lagrangiani permettono di ottenere buoni risultati in termini di forza di contatto e deformazione del corpo impattato a fronte di un costo computazionale maggiore rispetto alle altre discretizzazioni [1,19].

Per la creazione del materiale è stata seguita la procedura guidata riportata all'Appendice A della tesi di Tippmann [21]. Nel paragrafo seguente verrà ripercorsa la procedura di assegnazione delle proprietà al ghiaccio e, per verificare di aver correttamente seguito le istruzioni, verranno riprodotte le simulazioni effettuate dagli autori in merito allo studio di convergenza al variare delle dimensioni della mesh [21].

6.1 Proprietà del ghiaccio in ambiente Abaqus/Explicit secondo il modello Tippmann e Kim

Il primo step di questo processo è la creazione del materiale all'interno di Abaqus/Explicit. Questo è stato chiamato genericamente "ghiaccio", ad esso è stata assegnata una densità pari a 900 kg/m^3 .

Passando all'inserimento dei dati relativi alle proprietà meccaniche, all'interno della sottosezione proprietà elastiche è stato utilizzato un modulo di Young di $9,38 \text{ GPa}$ ed un coefficiente di Poisson pari a $0,33$.

Sempre nella sezione delle proprietà meccaniche, sono stati inseriti i parametri relativi al comportamento plastico del ghiaccio. È stato quindi assegnato il valore di carico di snervamento pari a $5,2 \text{ kPa}$ sia per deformazione ϵ nulla (0 m/m) che per ϵ unitaria (1 m/m).

All'interno della scheda delle proprietà plastiche è stato possibile aggiungere tra le "Suboption" la dipendenza del carico di snervamento in funzione dello strain rate; in questo modo Abaqus/Explicit calcola per ogni singolo elemento della sfera di ghiaccio il rateo di deformazione a cui associa direttamente il corrispettivo carico di snervamento. È da notare che quando un elemento raggiunge il carico di snervamento associato allo strain rate che sta

subendo, lo stato tensionale al suo interno rimane costante come se si comportasse in modo perfettamente plastico [4]. Per inserire questi parametri, dal menu a tendina “Suboption” è stato selezionato “Rate Dependent” e la legge di indurimento (“Hardening”) è stata impostata su “Yeld Ratio”. Il campo è stato compilato facendo riferimento alla Tabella 5-2, in particolare alla curva C1-Media.

A questo punto, dallo stesso menù, è necessario inserire il tipo di rottura per le varie componenti della sollecitazione. Selezionando quindi la scheda “Tensile Failure” il valore assegnato alla pressione di “cutoff” è di 0,517 MPa, il comportamento assegnato agli sforzi di compressione è di tipo duttile (“Pressure Ductile”), quello degli sforzi di taglio invece è fragile (“Shear Brittle”). Particolare attenzione è stata posta nel negare la possibilità ad Abaqus/Explicit di attivare l’erosione automatica degli elementi che hanno raggiunto il criterio di rottura. Utilizzando questo settaggio gli elementi che arrivano alla pressione di cutoff non vengono eliminati; tuttavia, collaborano al trasferimento dei carichi soltanto attraverso le componenti di tensione di tipo idrostatico (sia in trazione che in compressione), mentre le componenti deviatoriche sono azzerate.

La creazione del materiale è così conclusa, gli ultimi parametri da impostare riguardano le proprietà del contatto e i termini di “Bulk viscosity”.

Per le prime entrando nel modulo “Interaction”, nella sezione proprietà meccaniche, il comportamento tangenziale è stato definito in assenza di attrito (“Friction formulation: Frictionless”); quello in direzione normale invece è stato definito come “Hard Contact” mentre gli altri parametri sono stati lasciati di default.

Il termine lineare e quello quadratico della “Bulk viscosity” vengono impostati dal modulo step. È stato creato lo step di tipo “Dynamic, Explicit” e nella sezione “Other” al termine lineare è stato assegnato il valore di 1,2 mentre a quello quadratico un valore pari a 0.

6.2 Verifica del modello numerico

Al fine di verificare che il modello del ghiaccio fosse stato implementato nella maniera corretta, è stato preso come riferimento lo studio di sensitività della mesh condotto dagli autori [4,21]. Questo è stato replicato nelle condizioni di mesh omogenea estremamente raffinata (“Seed size 0,381 mm”) e mesh direzionale (“Seed Bias 0,354 mm to 2,223 mm”).

In entrambi i casi è stata attribuita una mesh solida Lagrangiana sia al proiettile sferico che alla piastra impattata. I modelli sono stati generati sfruttando la simmetria del problema, quindi costruendo un quarto della piastra e un quarto del proiettile e applicando in seguito le opportune condizioni al contorno.

Nello studio condotto dagli autori il proiettile aveva un diametro di 50,8 mm e la sua velocità iniziale era di 60,6 m/s. La piastra invece era vincolata ad avere spostamenti nulli su tutti i nodi sono quindi stati utilizzati questi dati per la validazione.

Il target idealizzato in questa validazione è una piastra quadrata il cui lato è lungo 200 mm, lo spessore è pari a 2mm. Sfruttando la simmetria del problema è stato modellato solo il primo quadrante della piastra (100x100 mm con spessore 2 mm). La geometria generata è stata partizionata al fine di poter utilizzare una mesh di tipo “Structured” che fosse molto fitta nella parte centrale e meno dettagliata verso l’esterno (come riportato in figura 6.1) per un totale di 4500 elementi di tipo S4R (elementi shell a 4 nodi che sfruttano l’integrazione ridotta selettiva).

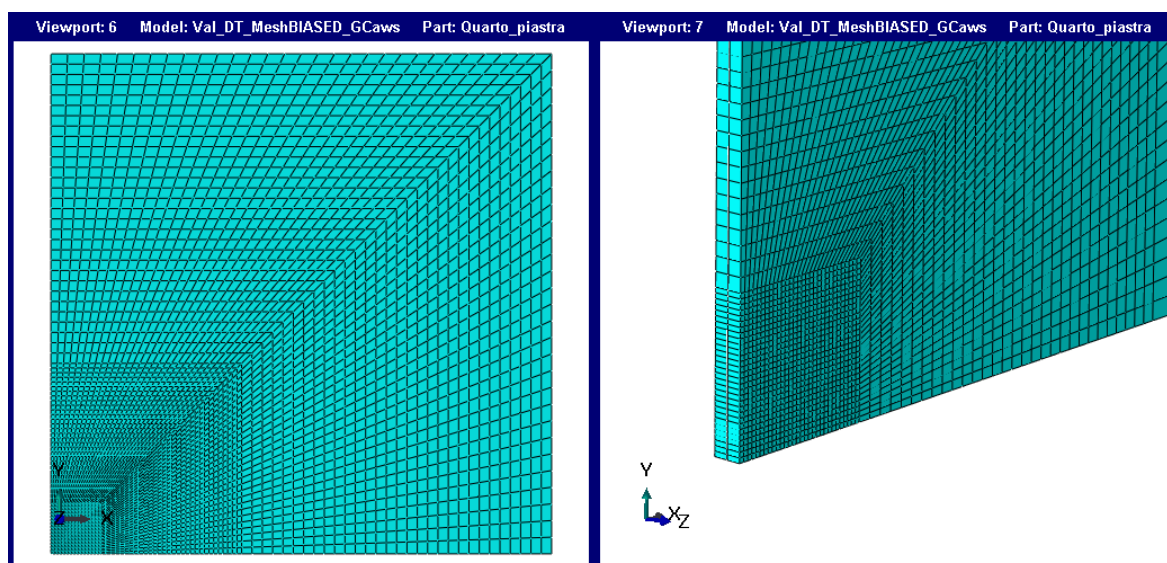


Figura 6.1 Mesh della Piastra: a sinistra vista frontale, a destra il dettaglio della parte centrale con il rendering dello spessore della piastra.

Il materiale di cui è costituita la piastra è una lega di Alluminio 2024 i cui valori di densità, modulo elastico e coefficiente di Poisson sono stati ricavati dalla MIL-HDBK-5J e vengono riportati nella tabella 6-1. Infine, tutti i nodi della piastra sono stati vincolati ad avere spostamenti nulli (in tutte le direzioni) durante la simulazione.

Dati lega di Alluminio 2024 T3	
Densità [kg/m ³]	2768
Modulo di Young [GPa]	72,4
Coefficiente di Poisson	0,33

Tabella 6-1 Proprietà lega di Alluminio 2024 T3 ricavati da MIL-HDBK-5J

Anche il proiettile è stato modellato sfruttando la simmetria del problema e quindi disegnando solo un quarto della sfera. Al fine di generare una mesh di tipo “Structured” identica alla versione “Seed Bias 0,354 mm to 2,223 mm” si è fatto riferimento all’Appendice B del lavoro di Tippmann [21]. Invece, per la mesh “Seed size 0,381 mm” non erano presenti dati relativi al partizionamento tuttavia, utilizzando la stessa tecnica, è stato possibile realizzare una mesh simmetrica senza difficoltà. In entrambi i casi alle sfere è stato assegnato il materiale ghiaccio precedentemente descritto al paragrafo 6.1 di cui si riportano sinteticamente le proprietà in tabella 6-2 e 6-3.

Proprietà del materiale: Ghiaccio	
Densità [kg/m ³]	900
Modulo di Young [GPa]	9,38
Coefficiente di Poisson	0,33
Yeld stress at 0 m/m plastic strain [MPa]	5,2
Yeld stress at 1 m/m plastic strain [MPa]	5,2
Rate dependent (Yeld ratio)	Input tabellare (Tabella 6-3)
Tensile failure	Pressure “Ductile” Shear “Brittle”

Hydrostatic cutoff stress [MPa]	0,517
---------------------------------	-------

Tabella 6-2 Proprietà del ghiaccio inserite all'interno di Abaqus/Explicit [4,21]

Carico di snervamento in funzione dello strain rate	
Yeld Stress Ratio	Eq Plastic Strain Rate
1	0
1,01	0,1
1,495577759	0,5
1,709011483	1
2,204589242	5
2,418022966	10
2,913600725	50
3,127034449	100
3,622612208	500
3,836045932	1000
4,331623691	5000
4,545057415	10000
5,040635174	50000
5,254068897	100000
5,749646657	500000
5,96308038	1000000

Tabella 6-3 Ghiaccio: carico di snervamento in funzione dello strain rate, valori inseriti in Abaqus/Explicit [4,21]

Per entrambe le simulazioni sono stati assegnati alla sfera elementi di tipo C3D8R (elementi cubici a 8 nodi che sfruttano l'integrazione ridotta selettiva) esattamente come riportato nell'articolo [4,21]. Per il primo caso ("Seed Bias 0,354 mm to 2,223 mm") il quarto di sfera è stato composto da 30366 elementi mentre nel secondo ("Seed size 0,381 mm") erano presenti 271737 elementi. Le due mesh vengono rappresentate in figura 6.2.

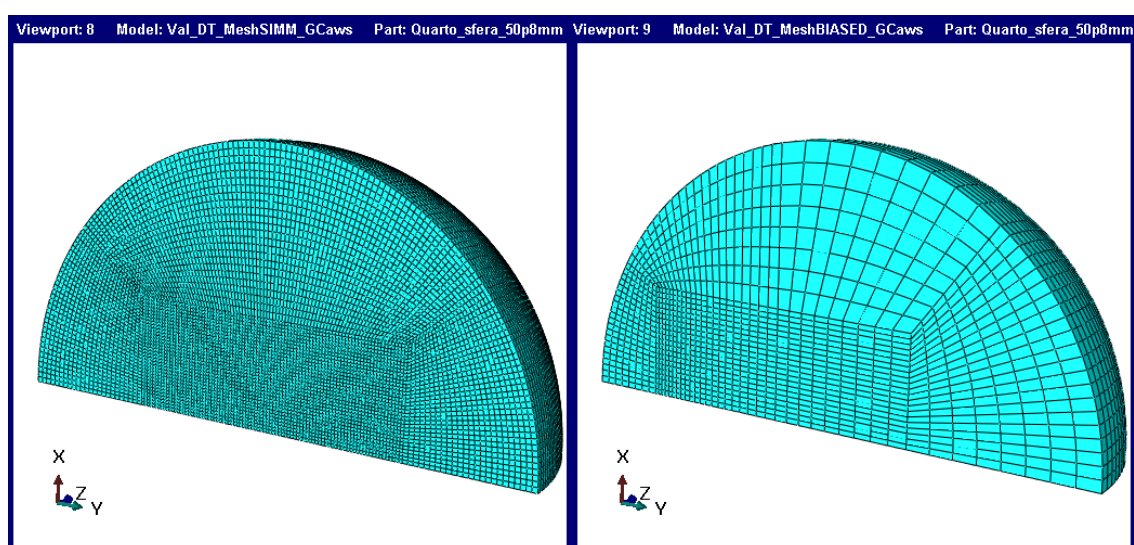


Figura 6.2 Mesh del quarto di sfera: a sinistra condizione simmetrica "Seed 0,381mm" a destra mesh direzionale "Seed Bias 0,354 mm to 2,223 mm".

È importante ricordare che in fase di assemblaggio, per quanto concerne il modello con mesh direzionale, saranno le regioni con mesh più raffinate ad impattare per prime contro la piastra, come riportato in figura 6.3.

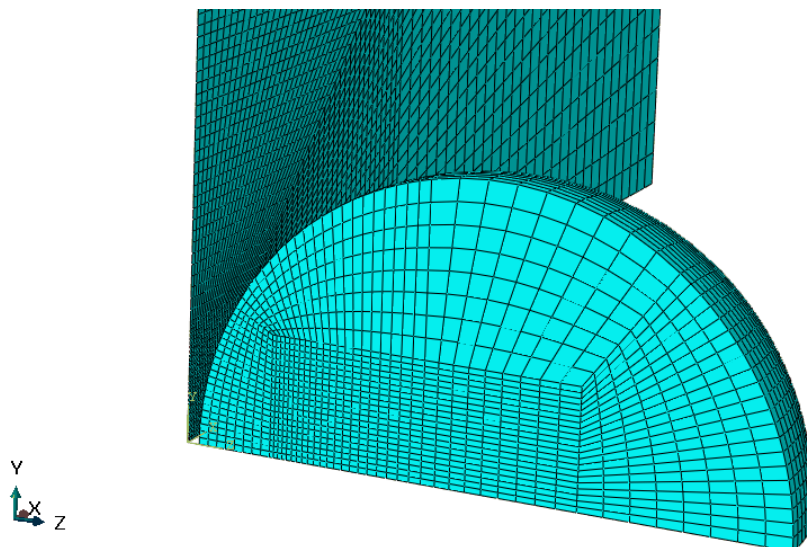


Figura 6.3 Assemblaggio della sfera con mesh direzionale.

Nel modulo Step del modello sono stati inseriti tre diversi step ora riportati secondo il corso degli eventi:

- Initial, è lo step di default di Abaqus/Explicit, è stato utilizzato per imporre le condizioni al contorno (BC's) relative alla simmetria del problema, queste BC's sono propagate negli altri step fino al completamento dell'analisi
- Sparo, questo step è necessario per imporre la velocità iniziale al proiettile che in questo caso è stata posta pari a 60,6 m/s. Questa condizione è creata in questo step ma eliminata nello step successivo.
- Impatto, questo terzo step è necessario sia per definire il tipo di interazione tra i corpi che per registrare i risultati in termini di forza di contatto scambiata tra la sfera di ghiaccio e la piastra indeformabile.

All'interno di questo modulo è stato possibile inserire i parametri relativi al "Bulk Viscosity" come riportato in tabella 6-4.

Parametri di Bulk Viscosity inseriti nel modulo Step	
Linear bulk viscosity parameter	1,2
Quadratic bulk viscosity parameter	0

Tabella 6-4 Coefficiente lineare e quadratico del "Bulk Viscosity" inserito in Abaqus/Explicit [4,21].

Nella sezione "Interaction Properties" sono state inserite le caratteristiche del contatto come precedentemente descritto nel paragrafo 6.1, successivamente nel modulo "Interaction", selezionando il caso "General Contact (Explicit)" è stata assegnata tale proprietà allo step "Impatto". A questo punto le simulazioni si dividono in altre due casistiche in quanto sono state effettuate due prove per ogni tipo di mesh. Lo scopo è stato verificare quali differenze potessero sorgere nei risultati nei seguenti casi:

- Nel primo, lasciando libero arbitrio ad Abaqus/Explicit di determinare le superfici a contatto,
- Nel secondo, definendo opportunamente le superfici, quella esterna del proiettile e quella della piastra rivolta verso di esso.

Per prima cosa vengono riportati i risultati dello studio di sensitività della mesh condotto da Tippmann e Kim [21] alla figura 6.4. In questa figura sono riportati i valori della forza di contatto scambiata tra la sfera di ghiaccio e la piastra metallica (i cui nodi sono vincolati ad avere spostamenti nulli in tutte le direzioni) nelle seguenti condizioni: diametro del proiettile 50,8 mm e velocità iniziale pari a 60,6 m/s. I casi di particolare interesse che vengono riprodotti in questa tesi sono la curva blu e quella nera. La prima rappresenta una mesh simmetrica con “Seed size” pari a 0,381 mm; la seconda invece rappresenta il caso di mesh direzionale con elementi la cui dimensione principale è compresa tra 0,354 mm e 2,223 mm.

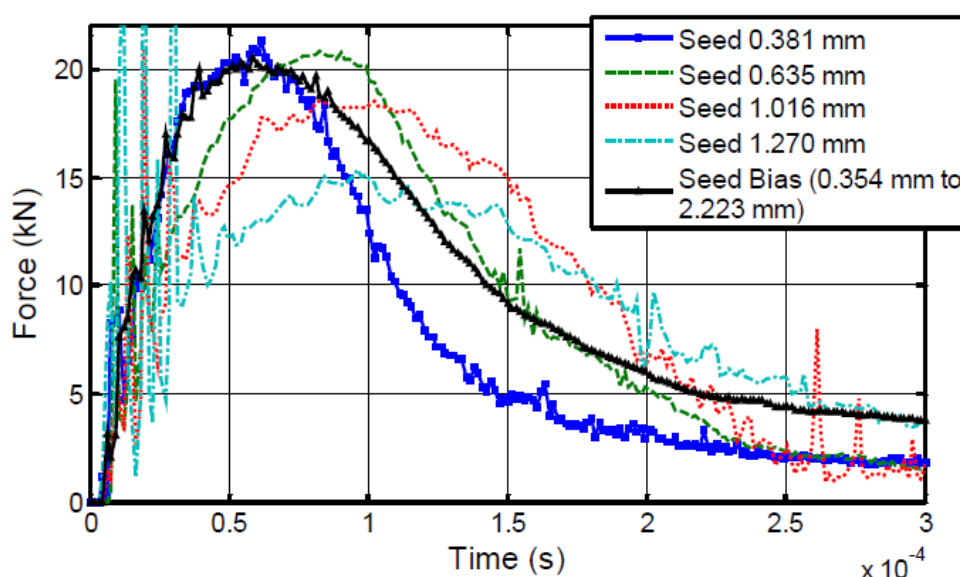


Figura 6.4 Studio di sensitività della mesh condotto da Tippmann e Kim [21]. Diametro SHI = 50,8 mm; Velocità iniziale = 60,6 m/s.

In figura 6.5 vengono riportati i risultati ottenuti in questo lavoro di tesi al fine di verificare la corretta implementazione di tutti i parametri del ghiaccio e l’adeguata comprensione del modello.

Come precedentemente accennato, in figura 6.5 sono riportate quattro curve; in riferimento alla legenda in cui compaiono le diciture SIMM, BIAS, sp e aws si applicano le seguenti definizioni:

- SIMM, indica i risultati ottenuti dalla mesh estremamente raffinata e simmetrica;
- BIAS, indica i risultati ottenuti dalla mesh di tipo direzionale;
- aws, è l’abbreviazione di “All with self” ovvero quando Abaqus/Explicit calcola in autonomia le superfici che vengono a contatto;
- sp, è l’abbreviazione di “Surface Pair” ovvero quando nella definizione dell’interazione tra i corpi vengono specificate dall’utente le superfici che entrano in contatto.

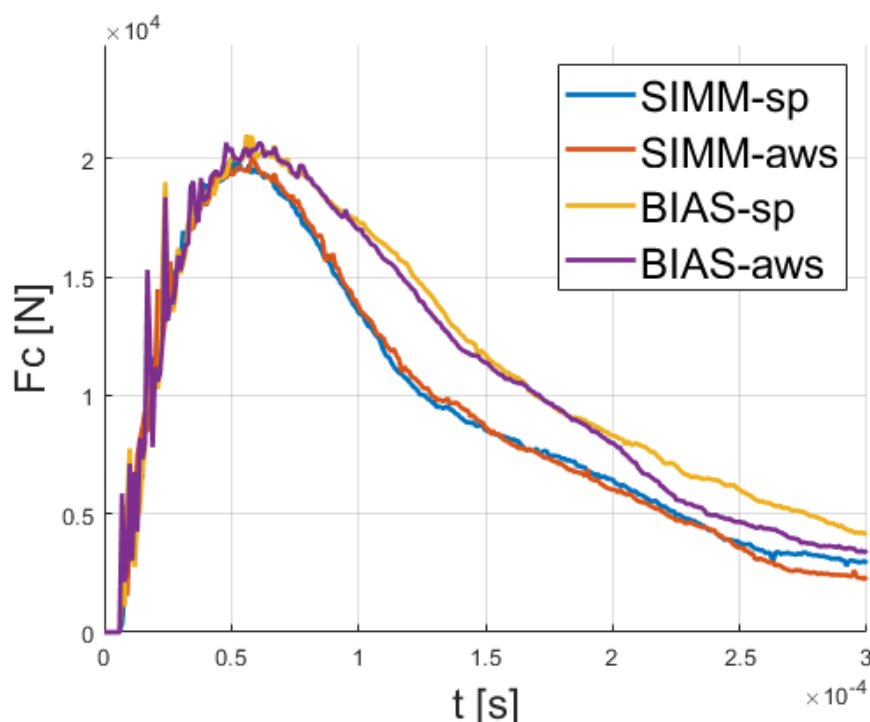


Figura 6.5 Validazione del modello Abaqus/Explicit per la grandine. Confronto della forza di contatto mesh simmetrica seed size 0,381mm (SIMM-sp e SIMM-aws) e biased mesh seed from 0.354mm to 2.223 mm (BIAS-sp e BIAS-aws).

6.3 Conclusioni del processo di validazione del modello della grandine su Abaqus/Explicit

Confrontando i risultati ottenuti in questo studio (figura 6.5) con quelli relativi all'analisi di sensitività della mesh condotti da Tippmann [21] (figura 6.4) si può affermare che:

- La time history della forza di contatto possiede andamenti molto simili in entrambi i casi;
- Il valore di picco relativo alla forza di contatto è coerente;
- L'istante temporale in cui si sviluppa la forza di contatto massima è identico.
- Non si registrano differenze degne di nota tra i casi in cui le superfici a contatto sono state calcolate automaticamente da Abaqus e quelli in cui sono state definite manualmente.

Si può pertanto affermare che il modello della grandine è stato implementato correttamente ed è quindi validato.

Utilizzando un PC dotato di un processore Intel Core i7-5500 e 8Gb di RAM i tempi richiesti dal modello più dettagliato sono di 1,5 h mentre per la mesh BIAS sono stati necessari 10 min.

Capitolo 7 - Implementazione del modello analitico

Il modello numerico proposto nel capitolo 6 è molto vantaggioso sotto certi aspetti, basti pensare alla sua versatilità ad esempio, la grandine potrebbe impattare su qualunque tipo di struttura che sia essa infinitamente rigida o deformabile, oppure alla quantità di informazioni che si possono ottenere, ad esempio, lo stato tensionale, le deformazioni elastiche e plastiche della struttura impattata, la risposta in termini di spostamento o in generale le energie coinvolte nell'impatto e così via.

Nonostante ciò, attraverso la simulazione numerica si sono potute riscontrare le seguenti problematiche:

- La determinazione dell'intervallo temporale da utilizzare nelle simulazioni non è determinabile in modo esatto a priori e varia in funzione del tipo di soluzione che viene ricercata, ad esempio se lo scopo dell'analisi è la sola determinazione della forza di contatto scambiata tra i corpi allora l'intervallo temporale sarà molto breve, dell'ordine di pochi decimi di millisecondo. Invece, se si volesse determinare la risposta della struttura l'intervallo temporale sarà funzione dei modi di vibrare sollecitati dall'impatto.
- Complicando il modello, le analisi richiederebbero un costo computazionale molto elevato e quindi più tempo per essere portate a termine.

Le motivazioni sopracitate hanno fatto sì che in questo lavoro di tesi venisse ricercato un percorso alternativo per il calcolo della time history della forza di contatto. Il vantaggio maggiore di questo approccio sarebbe poter applicare la time history della forza di contatto in numerosi punti del modello FEM della struttura da analizzare, senza l'inconveniente di dover aggiungere altri elementi (per le sfere di ghiaccio) e quindi aumentare la complessità del modello.

Tra i modelli semplificati che permettono un approccio analitico ai problemi di impatto, è stato studiato il modello massa-molla-smorzatore proposto da Sun [7]. Questo modello è stato appositamente sviluppato per i problemi di impatto della grandine ed è stato validato sperimentalmente sulla base di numerosi test. Il modello è inoltre stato ripreso e studiato da altri autori come ad esempio Perera [9,20] che ha utilizzato le leggi di contatto [7] per implementare una procedura di integrazione temporale della forza di contatto utilizzando un comune foglio di calcolo [9]. Per questi motivi il modello di Sun [7] è stato scelto come percorso alternativo alle analisi numeriche.

Nel corso dei seguenti paragrafi verranno riportati i passaggi che hanno permesso l'implementazione del modello su MATLAB. Per verificare la correttezza del modello sarà effettuato un confronto con i risultati ottenuti da Perera attraverso il foglio di calcolo [9].

7.1 Il modello analitico a 2GDL e la sua implementazione su MATLAB

La trattazione dettagliata del modello analitico a 2GDL con comportamento viscoelastico non lineare è ampiamente trattata all'interno del capitolo 4, in questo paragrafo ci si limita a descrivere i passaggi che hanno permesso di sfruttare gli algoritmi predefiniti di MATLAB per la soluzione dei sistemi di equazioni differenziali ordinarie (ODE).

Facendo riferimento alla figura 4.1 si può scrivere il sistema (7.1) in cui compaiono la definizione della forza di contatto sviluppata dal proiettile e l'equazione del moto:

$$\begin{cases} F_C = D_n \delta^p \dot{\delta} + k_n \delta^p = m_1 \ddot{x}_1 \\ F_C = F_i + F_R = m_2 \ddot{x}_2 + k_2 x_2 \end{cases} \quad (7.1)$$

I termini D_n , k_n e p che compaiono nell'espressione della forza di contatto, sono costanti e vengono determinati attraverso le equazioni (4.4), (4.6), (4.7) una volta definite le condizioni iniziali del problema (velocità del proiettile).

Nell'equazione del moto compaiono i seguenti termini

- F_i , forza d'inerzia del secondo grado di libertà $F_i = m_2 \ddot{x}_2$;
- F_R , forza di reazione del secondo grado di libertà $F_R = k_2 x_2$;

Esplicitando le accelerazioni si ottiene il sistema (7.2):

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 = -\frac{F_C}{m_1} \\ \ddot{x}_2 = \frac{F_C - F_R}{m_2} \end{cases} \quad (7.2)$$

A questo punto si eseguono le opportune sostituzioni che ricondurranno il sistema del secondo ordine (7.2) ad un sistema del primo ordine; la soluzione del sistema sarà il vettore y rappresentato dalla (7.3), essa verrà ricavata risolvendo il sistema differenziale del primo ordine che appare nella (7.4).

$$y = \begin{cases} y_1 = x_1 \\ y_2 = \dot{x}_1 \\ y_3 = x_2 \\ y_4 = \dot{x}_2 \end{cases} \quad (7.3)$$

$$dydt = \begin{cases} dydt_1 = y_2 \\ dydt_2 = \dot{y}_2 \\ dydt_3 = y_4 \\ dydt_4 = \dot{y}_4 \end{cases} = \begin{cases} \dot{x}_1 \\ \ddot{x}_1 = -\frac{F_C}{m_1} \\ \dot{x}_2 \\ \ddot{x}_2 = \frac{F_C - F_R}{m_2} \end{cases} \quad (7.4)$$

Particolare attenzione va posta al segno della forza di contatto F_c , per definizione è la forza scambiata tra i corpi quando essi si trovano in contatto ovvero, solo quando l'indentazione (che definisce la distanza relativa tra i corpi) è positiva. Da questo se ne deduce che la F_c possa essere calcolata con la (4.1) solamente nei casi in cui l'indentazione è maggiore di zero, negli altri casi deve essere posta pari a zero; queste condizioni vengono riportate nella (7.5)

$$\begin{cases} F_C = D_n \delta^p \dot{\delta} + k_n \delta^p & \leftrightarrow \delta > 0 \\ F_C = 0 & \leftrightarrow \delta \leq 0 \end{cases} \quad (7.5)$$

Nonostante questa limitazione, dalla (7.5) potrebbero comparire valori negativi della forza di contatto a causa della velocità di indentazione $\dot{\delta}$; per la fisica del problema questo comportamento è da escludere, pertanto, all'interno del codice MATLAB è necessario prevedere la condizione riportata nella (7.6)

$$\begin{cases} F_C = \max(0, D_n \delta^p \dot{\delta} + k_n \delta^p) & \leftrightarrow \delta > 0 \\ F_C = 0 & \leftrightarrow \delta \leq 0 \end{cases} \quad (7.6)$$

Sfruttando la (7.6) è stato possibile risolvere il sistema di equazioni differenziali del primo ordine proposto nella (7.4) grazie all'algoritmo ode45 predefinito all'interno di MATLAB.

Quello che è stato proposto in questo paragrafo è solo uno degli infiniti modi possibili per ottenere la soluzione al modello analitico proposto da Sun [7]. Per verificare la correttezza del modello appena descritto, nel paragrafo successivo, si confronteranno i risultati (ponendosi nelle stesse condizioni iniziali) con il modello proposto da Perera [9] implementabile su un semplice foglio di calcolo.

7.2 Validazione del modello analitico

Secondo quanto riportato da Perera [9] nell'esempio di calcolo presentato alla figura 7.1, si fa riferimento all'impatto di un proiettile di ghiaccio del diametro $d_1 = 50$ mm, di massa $m_1 = 59,5$ g la cui velocità iniziale era $v_{01} = 28,5$ m/s contro un target cilindrico in acciaio dolce di massa $m_2 = 2,16$ kg. Il cilindro è collegato, per mezzo di una molla dal comportamento lineare di rigidezza pari a $k_2 = 53,32$ kN/m, ad un supporto infinitamente rigido. Con questi dati, i coefficienti k_n , p e COR calcolati secondo le equazioni (4.6), (4.7) e (4.8), assumevano i seguenti valori:

- $k_n = 233$ kN/m
- $p = 1,55$
- $COR = 0,02$

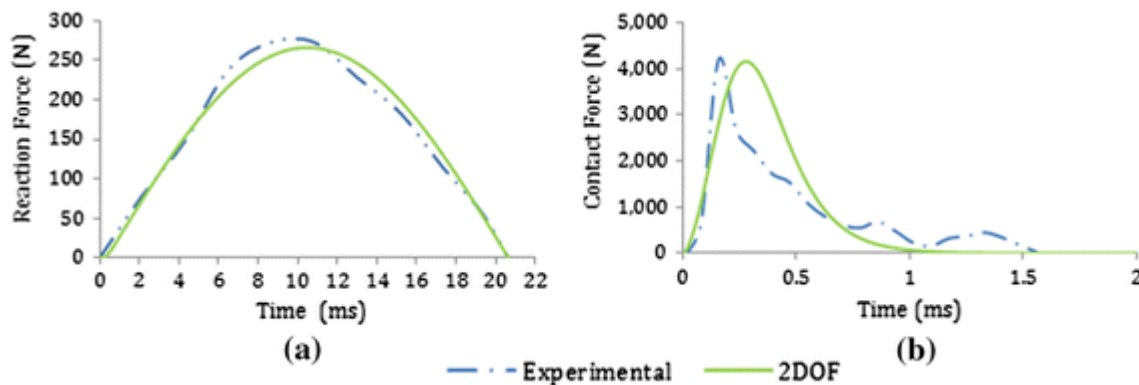


Figura 7.1 Time history della forza di reazione (a) e della forza di contatto (b) per l'impatto di un SHI di diametro 50mm lanciato alla velocità di 28,5 m/s [9].

Al fine di confrontare il modello proposto in questa tesi con quello di Perera [9] si applicano gli stessi dati iniziali al modello MATLAB. I risultati ottenuti vengono proposti nella figura 7.2 in termini di evoluzione temporale della forza di reazione (a) e della forza di contatto (b).

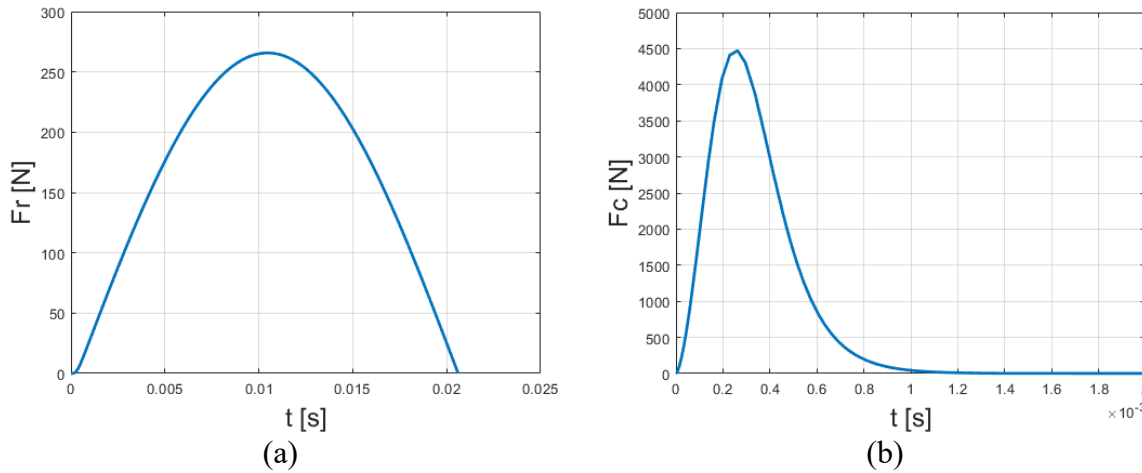


Figura 7.2 Risultati della validazione del modello a 2GDL implementato su MATLAB. Forza di reazione (a) e forza di contatto (b) per un SHI di massa 59,5g con velocità iniziale di 28,5m/s. Dati relativi al secondo grado di libertà $m_2 = 2,164\text{kg}$ $k_2 = 53,32\text{ kN/m}$

7.3 Conclusioni del processo di validazione del modello analitico a 2GDL su MATLAB

Dal confronto tra i risultati ottenuti da Perera [9] riportati nella figura 7.1 con quelli ottenuti in questo lavoro di tesi riportati nella 7.2 si può affermare che: sia la forza di reazione che la forza di contatto sono correttamente calcolate, esse infatti, rispecchiano il modello proposto da Perera [9] sia nelle time history che nel valore massimo.

I tempi necessari per eseguire un'analisi di questo tipo sono dell'ordine dei pochi decimi di secondo quindi, anche se non si fosse a conoscenza dell'intervallo temporale su cui eseguire l'integrazione, si potrebbe procedere per tentativi fino all'individuazione dell'intervallo corretto. L'obiettivo prefissato è stato raggiunto: è stato trovato un metodo semplificato che permettesse di ottenere le time history della forza di contatto sviluppata a seguito di un impatto tra un proiettile di ghiaccio contro un target metallico. Tuttavia, prima di poter utilizzare questi andamenti per gli scopi precedentemente anticipati nell'introduzione del capitolo 7, è necessario verificare che la forza di contatto calcolata nel modello MATLAB sia coerente con la forza di contatto calcolata nel modello Abaqus/Explicit.

Come nota aggiuntiva viene evidenziato che il modello semplificato a 2GDL permette di ottenere anche le informazioni sulla risposta della struttura impattata; si noti, infatti, che la forza di reazione è direttamente proporzionale allo spostamento del secondo grado di libertà per mezzo del coefficiente di rigidità della molla k_2 .

Si sottolinea infine che il modello a 2GDL, trattandosi di un modello semplificato, non è esente da limitazioni che vengono di seguito ricordate:

- le prove sperimentali condotte da Sun [7], per la parametrizzazione del modello, hanno avuto come oggetto degli SHI sferici con massa compresa tra 59,5g (diametro SHI = 50,0mm) e 131,0g (diametro SHI = 62,5mm) dotate di velocità compresa tra 7,9 m/s e 31,9 m/s quindi sarebbe poco opportuno utilizzare il modello al di fuori di questi range;
- come evidenziato dal lavoro condotto da Perera [20] nello studio delle forze di contatto sviluppate da detriti di tipo diverso impattanti contro varie superfici, le proprietà meccaniche del target influenzano i parametri D_n , k_n e p in quanto essi descrivono la dissipazione energetica, la rigidità e la non linearità del contatto e non del corpo

impattante. Essendo le prove sperimentali condotte da Sun [7] relative all'impatto degli SHI contro un cilindro in acciaio dolce, il modello è valido per bersagli metallici il cui modulo di Young è nell'intorno dei 200 GPa

- si fa riferimento al solo modulo elastico in quanto la rigidezza associata al target nel modello è di tipo lineare quindi le deformazioni del corpo impattato possono essere solo di tipo elastico e non plastico;
- come riportato nello studio sulla grandine condotto da Perera [9] non dovrebbero esistere limitazioni nelle caratteristiche di massa e rigidezza del corpo impattato. Esso deve, tuttavia, rispettare le condizioni per essere assimilato ad un sistema a 1GDL. Una volta verificate queste condizioni è possibile, attraverso un'analisi modale e un'analisi statica, determinare la frequenza propria e la rigidezza statica del corpo da cui è possibile ricavare massa modale coinvolta nel modo di vibrare sollecitato.

Capitolo 8 - Modello numerico e modello analitico a confronto

A seguito delle conclusioni riportate nel paragrafo 7.3, in questo capitolo si verificherà che le forze di contatto calcolate nel modello MATLAB siano rappresentative di quelle calcolate nel modello Abaqus/Explicit; per farlo, sarà necessario costruire delle opportune simulazioni in ambiente Abaqus al fine di porsi all'interno del range di validità del modello a 2GDL.

Per quanto riguarda le analisi condotte su Abaqus/Explicit, che per comodità verranno chiamate simulazioni numeriche (o talvolta modelli numerici), la prima sarà la simulazione della prova sperimentale condotta da Sun [7]. Quindi verrà modellata una sfera di ghiaccio impattante contro un cilindro in acciaio dolce collegato ad un sistema di supporto infinitamente rigido per mezzo di una molla con caratteristica di rigidità lineare. Tutte le altre simulazioni che verranno proposte nel capitolo, possiederanno la stessa configurazione ma studieranno l'effetto della variazione della massa impattata. Da ognuna di esse verranno salvate le evoluzioni temporali della forza di contatto tra i corpi, della forza di reazione e dello spostamento associati alla massa impattata.

Parallelamente a questo lavoro verranno condotte le analisi del modello semplificato a 2GDL implementato su MATLAB; sempre per comodità, si farà riferimento ad esse chiamandole simulazioni analitiche (oppure modelli analitici). All'interno di questi modelli sarà variata la massa impattata coerentemente con le simulazioni numeriche; in questo modo saranno ottenute le time history della forza di contatto, della forza di reazione e dello spostamento da poter confrontare con quelli precedentemente citati.

8.1 Primo confronto

Simulazione numerica

La prima simulazione numerica ha avuto come soggetto del modello una delle prove condotte da Sun [7]. Queste prove avevano lo scopo di parametrizzare il modello analitico, quindi si è pensato di riprodurre la prova d'impatto fra una sfera di ghiaccio del diametro di 50,0 mm contro un cilindro in acciaio dolce di massa pari a 2,164 kg. Questo cilindro, che fungeva da bersaglio, era collegato per mezzo di una molla di rigidità pari a 53,32 kN/m ad un sostegno infinitamente rigido.

La definizione del ghiaccio, delle sue proprietà meccaniche e dei parametri inseriti su Abaqus/Explicit è la stessa descritta nel capitolo 6 di questa tesi. La sfera di ghiaccio di diametro 50 mm con densità pari a 900 kg/m^3 possiede quindi una massa pari a 58,9 g. Questa massa è molto vicina a quella utilizzata all'interno del capitolo 7 per la validazione del modello analitico che era pari a 59,5 g tuttavia, come verrà mostrato nel seguito, nella simulazione analitica si è tenuto conto di questa differenza.

Nelle prove sperimentali condotte da Sun [7] il cilindro impattato possedeva le seguenti caratteristiche: diametro pari a 90 mm, spessore di 40 mm e costituito di un generico acciaio dolce. Per le simulazioni numeriche si è fatto riferimento all'acciaio dolce AISI 1025 le cui caratteristiche, densità, modulo elastico e coefficiente di Poisson, sono state ricavate dalla MIL-HDBK-5J e vengono riportate nella tabella 8-1.

Densità [kg/m ³]	7861,1
Modulo di Young [GPa]	200,0
Coefficiente di Poisson	0,32

Tabella 8-1 Proprietà AISI 1025 secondo MIL-HDBK-5J

A fronte di questi dati, al fine di mantenere inalterata la massa impattata, è stata mantenuta fissa la profondità del cilindro a 40 mm mentre il diametro è stato portato a 93,6 mm ottenendo una massa impattata di 2,164 kg.

La geometria del supporto rigido, ininfluenza sui risultati, è quella di una piastra quadrata di lato 100 mm e spessore pari a 10 mm. Il materiale assegnatole è l'acciaio AISI 1025. Essendo tutti i nodi della piastra incastrati, essa si comporta come corpo rigido; la sua implementazione è stata necessaria per realizzare il collegamento del cilindro alla molla.

Per la molla è stato utilizzato un elemento SpringA disponibile su Abaqus/Explicit a cui è stata associata una rigidità pari a 53,32 kN/m.

La geometria del problema ha reso possibile lo sfruttamento delle simmetrie, quindi è stato modellato un quarto di ogni parte (figura 8.1) per ridurre il costo computazionale.

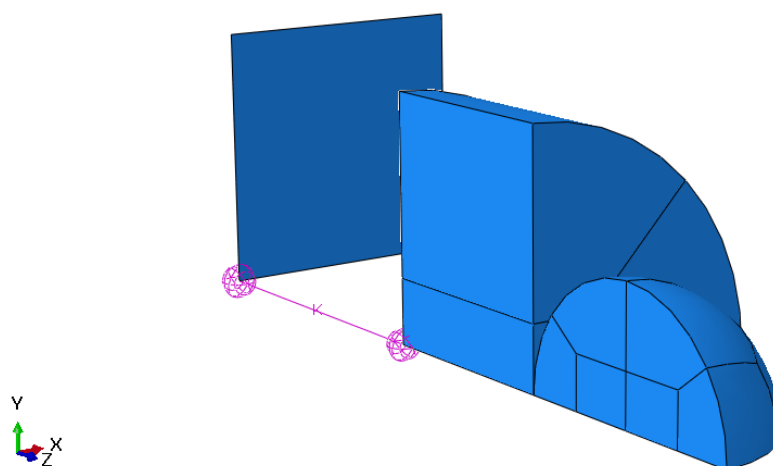


Figura 8.1 Assemblaggio simulazione numerica dell'impatto tra un SHI (diametro 50mm; massa 58,9g; velocità 28,5m/s) e un cilindro metallico (AISI 1025; massa 2,164kg) collegato ad una molla (rigidità 53,32kN/m)

Al quarto di sfera è stata assegnata una mesh simmetrica definendo una distanza tra i seed pari a 1,5 mm (per un totale di 4752 elementi C3D8R) quindi molto meno raffinata della condizione "Seed 0,381mm" trattata nel capitolo 6. Le motivazioni che hanno portato a effettuare questa scelta risiedono nel fatto che, per poter catturare la risposta della massa impattata, le analisi sono state condotte su una scala temporale molto ampia (in questo caso 25 ms contro gli 0,3 ms delle analisi al capitolo 6) ed è stato necessario ridurre ulteriormente il costo computazionale. L'effetto che questa scelta comporta sui risultati è stato valutato sul problema considerato in fase di validazione. Effettuando una breve digressione, nella figura 8.2 vengono riproposte le curve della figura 6.5 sovrapposte a quella ottenuta con la mesh simmetrica con seed 1,5 mm. Si nota che i risultati sono affetti da fluttuazioni notevoli ma nonostante ciò, il valore massimo

della forza di contatto è accettabile in relazione al tempo impiegato per condurre l'analisi (140 s).

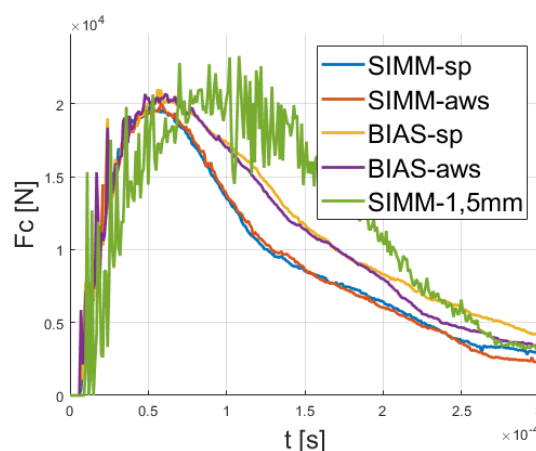


Figura 8.2 Validazione del modello numerico: studio dell'effetto sulla forza di contatto di una mesh simmetrica con seed 1,5mm (diametro 50,8mm; velocità 60,6m/s)

Ritornando alla descrizione del modello numerico, dopo aver partizionato il quarto di cilindro in modo da conferirgli una mesh strutturata, gli sono stati assegnati 5740 elementi C3D8R mentre la mesh del supporto rigido è stata costruita con 100 elementi S4R.

Infine, è stata impartita una velocità iniziale al proiettile di ghiaccio pari a 28,5 m/s ed il time step relativo alla fase “impatto” è stato portato a 25 ms al fine di catturare la risposta della massa impattata.

Simulazione analitica

Il modello analitico descritto nel capitolo 7 è stato adattato alla simulazione numerica; l'unico parametro che ha subito una variazione è stata la massa del proiettile di ghiaccio. I valori utilizzati per condurre la simulazione analitica sono riportati nella tabella 8-2.

Massa proiettile [kg]	0,0589
Velocità proiettile [m/s]	28,5
Massa bersaglio [kg]	2,164
Rigidezza molla [N/m]	53320

Tabella 8-2 Parametri adottati nel modello analitico al fine di confrontare i risultati con la simulazione numerica

Risultati del primo confronto

In questa sezione vengono riportati i risultati ottenuti dal modello numerico e da quello analitico a parità di tutti i dati del problema.

Nella figura 8.3 si trova l'andamento della forza di contatto, in particolare sulla sinistra abbiamo una visione globale della sua durata mentre a destra è stato effettuato un ingrandimento al fine di evidenziare le differenze tra i modelli. Si nota che il picco della forza di contatto misurato nel modello numerico è circa il doppio di quello ottenuto nel modello analitico; l'istante temporale in cui essi si realizzano è diverso tra le due simulazioni e questo vale anche per il periodo di applicazione della forza di contatto.

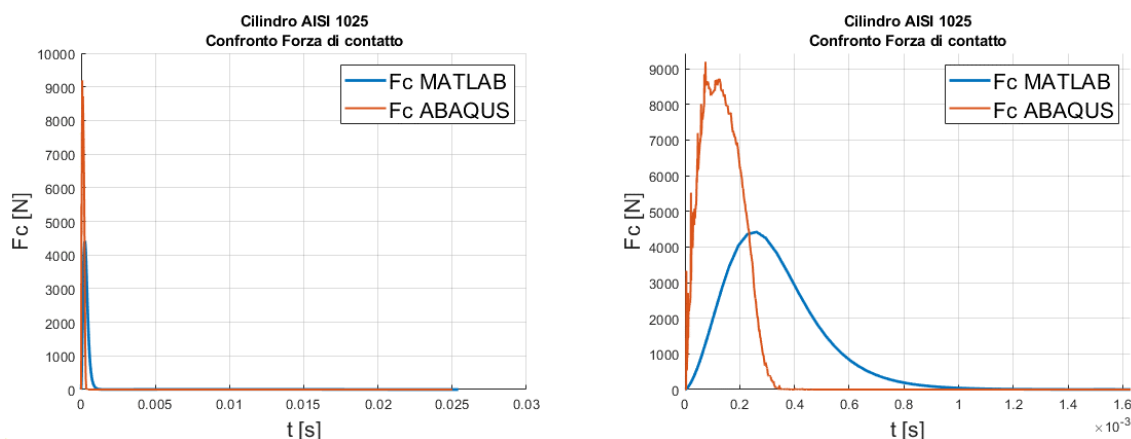


Figura 8.3 Confronto time history forza di contatto (SHI: $m = 58,9\text{g}$; $v = 28,5\text{m/s}$ - TARGET: $m = 2,164\text{kg}$ - MOLLA: $k = 53,32\text{ kN/m}$)

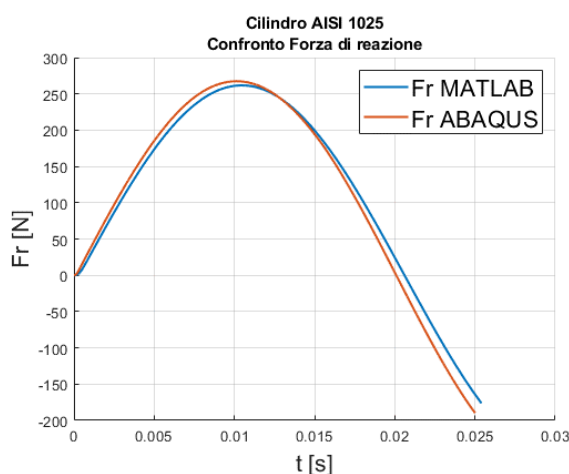


Figura 8.4 Confronto time history forza di reazione (SHI: $m = 58,9\text{g}$; $v = 28,5\text{m/s}$ - TARGET: $m = 2,164\text{kg}$ - MOLLA: $k = 53,32\text{ kN/m}$)

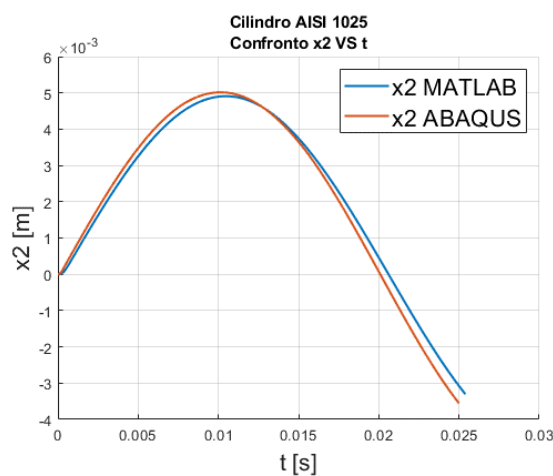


Figura 8.5 Confronto time history spostamento target (SHI: $m = 58,9\text{g}$; $v = 28,5\text{m/s}$ - TARGET: $m = 2,164\text{kg}$ - MOLLA: $k = 53,32\text{ kN/m}$)

Nonostante ciò, calcolando a posteriori gli impulsi generati dalle forze di contatto si hanno i seguenti risultati: 1,7337 Ns per il modello analitico contro 1,6997 Ns per il modello numerico con uno scarto percentuale tra i due valori di 1,96%. L'impulso trasmesso nel contatto fra i due corpi genera una variazione di quantità di moto nel corpo impattato che si traduce in una forza di reazione (figura 8.4) e uno spostamento (figura 8.5) praticamente identici nelle due simulazioni.

Riassumendo i risultati ottenuti in questo primo confronto si può affermare che:

- la time history della forza di contatto calcolata dal modello analitico non è rappresentativa di quella ottenuta attraverso la simulazione numerica nel caso considerato;
- l'impulso generato dall'impatto della sfera di ghiaccio contro il cilindro metallico è coerente nelle due simulazioni;
- le evoluzioni temporali dello spostamento della massa impattata e della forza di reazione generata dalla molla sono molto simili in entrambi i modelli.

Il tempo impiegato per condurre l'analisi numerica è stato di 45 minuti, quello necessario per ottenere i risultati dal modello analitico è dell'ordine di pochi secondi.

8.2 Effetto della variazione della massa impattata

Dai risultati ottenuti nel capitolo 8.1 si è deciso di condurre ulteriori analisi per valutare quali conseguenze potesse avere, sui risultati, una variazione della massa impattata.

Per quanto riguarda la parte numerica di questo studio si precisa che tutte le geometrie, le mesh e le condizioni al contorno sono rimaste le stesse del capitolo 8.1; le uniche differenze inserite nei vari modelli riguardano la densità del materiale associato alla massa impattata e la durata dello step "impatto". La motivazione che ha portato a scegliere di creare dei materiali "fittizi" risiede nella semplicità con cui è possibile assegnare un materiale ad una parte all'interno di Abaqus. Sarebbe stato molto più macchinoso modificare la geometria e la mesh del cilindro al fine di mantenere lo stesso materiale (AISI 1025). Modificando la massa impattata varia la frequenza propria del sistema, quindi per studiarne la risposta è stato necessario modificare il periodo dello step "impatto" di caso in caso.

Di seguito nella tabella 8-3 vengono riportati i dati fissi di ogni problema sulla base dei quali sono stati calcolati i rapporti di massa evidenziati nella tabella 8-4. In quest'ultima sono raccolti anche: il nome assegnato al materiale per un dato rapporto, la densità, la pulsazione e la frequenza propria del corpo impattato. In aggiunta, sempre nella tabella 8-4, è riportata la durata del periodo che è stata utilizzata sia nelle simulazioni numeriche (nello step "impatto") che in quelle analitiche (per definire l'intervallo di integrazione temporale utilizzato dall'algoritmo esplicito ode45).

Si fa notare che anche per le simulazioni analitiche si fa riferimento alle tabelle 8-3 e 8-4; infatti, per ogni caso studiato è stata variata la massa del target cilindrico e l'intervallo di integrazione.

Diametro proiettile [m]	50,0 E-03
Densità proiettile [kg/m ³]	900,0
Massa proiettile [kg]	58,9 E-03
Velocità proiettile [m/s]	28,5
Diametro target [m]	93,6 E-03

Profondità target [m]	40,0 E-03
Volume target [m ³]	2,75 E-04
Rigidezza molla posteriore [N/m]	53,32 E+03

Tabella 8-3 Dati del problema

Materiale target	Rapporto m2/m1	Massa target (m2)	Densità target	Pulsazione propria	Frequenza propria	Intervallo di integrazione temporale
		[kg]	[kg/m ³]	[rad/s]	[Hz]	[ms]
AISI 1025	36,73	2,164	7861,1	157,0	25,0	25
P3	1000	5,89E+01	2,14E+05	30,1	4,8	160
P2	100	5,89E+00	2,14E+04	95,1	15,1	60
P1	10	5,89E-01	2,14E+03	300,9	47,9	18
P0	1	5,89E-02	2,14E+02	951,4	151,4	6,7
M1	0,1	5,89E-03	2,14E+01	3008,6	478,8	4,4
M2	0,01	5,89E-04	2,14E+00	9514,1	1514,2	4,0
M3	0,001	5,89E-05	2,14E-01	30086,3	4788,4	4,0

Tabella 8-4 Rapporti di massa tra proiettile di ghiaccio e cilindro impattato per la simulazione numerica e analitica.

Risultati

Di seguito verrà riportato nel dettaglio il confronto tra modello analitico e numerico basandosi sulle evoluzioni temporali della forza di contatto, della forza di reazione e dello spostamento. Per limitare la ridondanza dei grafici, in questa prima parte dei risultati, verranno esposti i casi principali ovvero: tutte le curve relative ai casi P2 e P1 (in quanto il cilindro in acciaio AISI 1025, precedentemente trattato, si trova a cavallo delle due condizioni) e le curve di forza di contatto e spostamento per i casi M1 ed M3 (vedere tabella 8-4). La scelta di proporre esclusivamente la curva di spostamento e non quella della forza di reazione, negli ultimi due casi, è giustificata dal fatto che le due curve sono direttamente proporzionali tra loro per mezzo del coefficiente di rigidezza della molla.

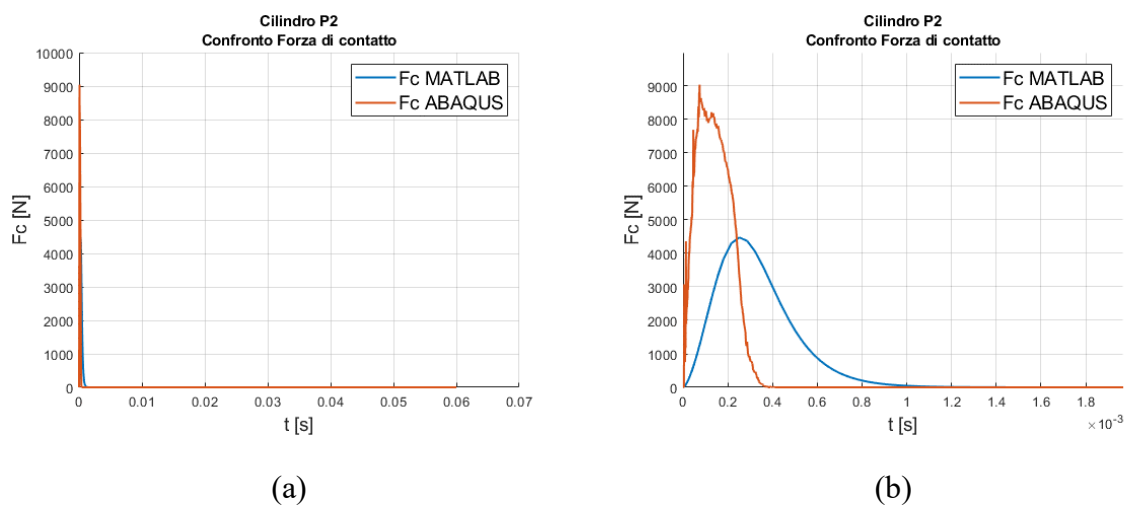


Figura 8.6 Caso P2, forza di contatto: visione globale (a), zoom dei primi istanti dell'impatto (b).

In una seconda parte dei risultati verranno raccolte le caratteristiche principali di tutte le curve (impulso della forza di contatto, primo e secondo picco della forza di contatto, valore massimo positivo e valore massimo negativo della forza di reazione e dello spostamento del target) per offrire una visione globale degli effetti indotti dalla variazione della massa impattata.

È possibile notare nella figura 8.6, relativa al caso P2, un'estrema somiglianza con il caso del cilindro in acciaio dolce presentato in figura 8.3. Infatti, anche in questo caso la forza di contatto occupa i primissimi istanti dell'analisi e le differenze tra il modello Abaqus ed il modello MATLAB sono ampie, i picchi delle due curve si trovano in un rapporto 2:1 mentre per il periodo di applicazione il rapporto è circa l'inverso (1:2).

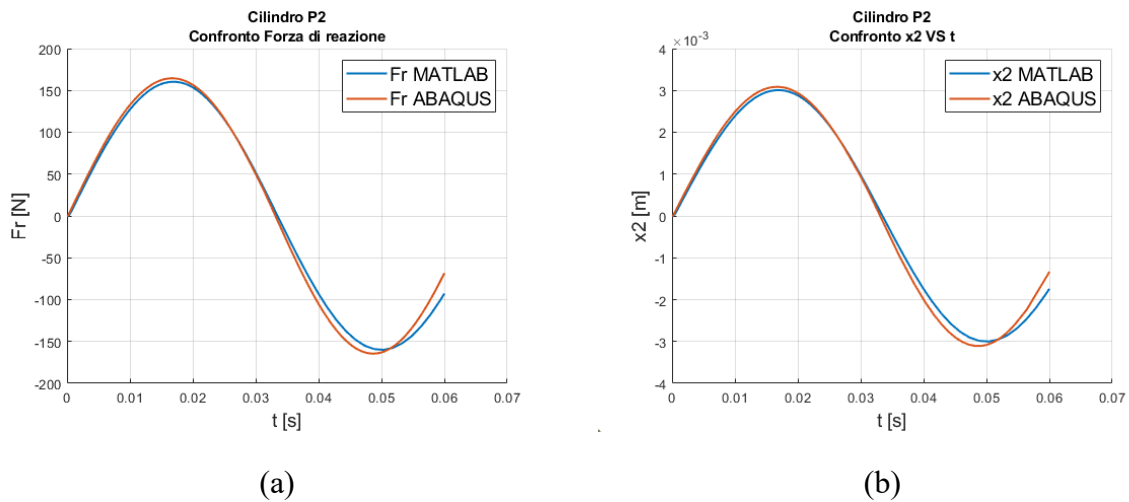


Figura 8.7 Caso P2: forza di reazione (a), spostamento $x_2(t)$ (b)

All'interno della figura 8.7 sono rappresentate la forza di reazione (a) e lo spostamento nel tempo del cilindro di materiale P2; come si può notare, entrambi i modelli restituiscono dei risultati molto simili, le curve esposte sono quasi perfettamente sovrapposte. Si fa notare inoltre che come precedentemente anticipato, lo spostamento e la forza di reazione hanno andamenti identici e sono legate tra di loro secondo legge proporzionale per mezzo del fattore di rigidità della molla.

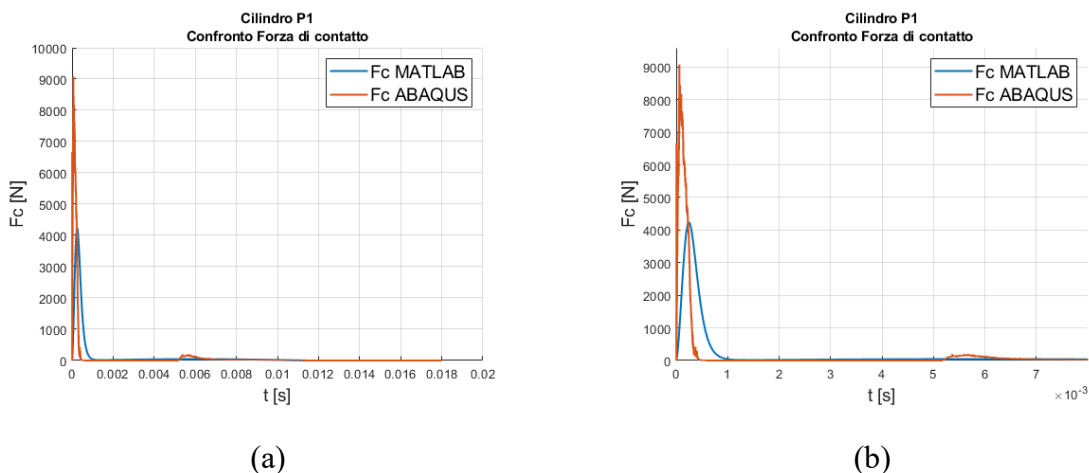


Figura 8.8 Caso P1, forza di contatto: visione globale (a), zoom dei primi istanti dell'impatto (b).

Passando al caso P1 ed in particolare alla curva relativa alla forza di contatto proposta nelle figure 8.8 (a), in cui si ha una visione globale della sua durata, e 8.8 (b), ingrandita nei primi istanti, si nota che le curve sono in rapporti molto simili a quelli del caso P2 descritti poco fa. La differenza rispetto al caso precedente compare attorno ai 5,5ms, istante in cui il modello numerico cattura un secondo picco della forza di contatto, molto più basso rispetto al primo. Questo secondo picco è effettivamente dovuto ad un secondo contatto: nel primo impatto la sfera di ghiaccio non riesce a scaricare tutta la sua energia cinetica sul bersaglio in materiale P1 e continua il suo avanzamento fino al generarsi del secondo contatto.

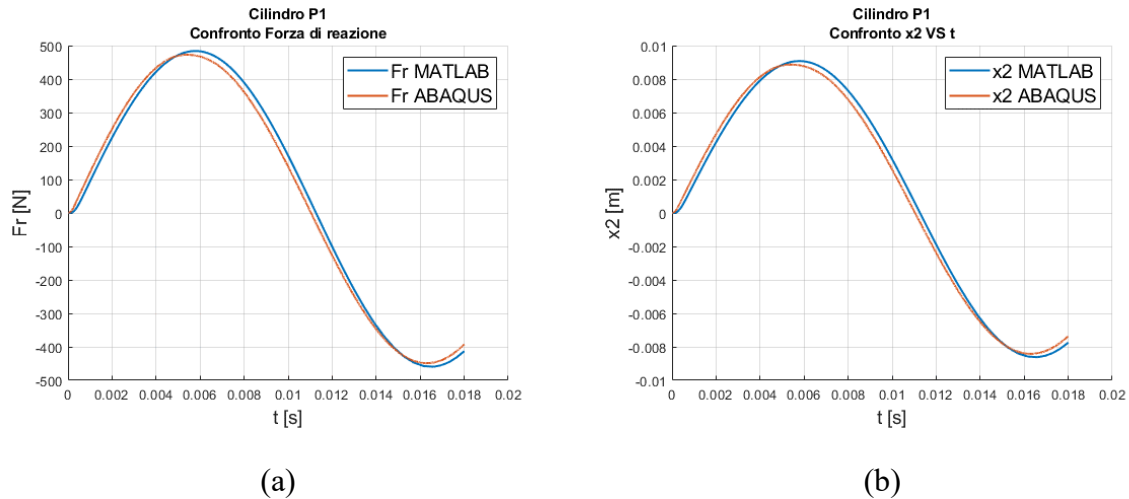


Figura 8.9 Caso P1: forza di reazione (a), spostamento $x_2(t)$ (b)

Nella figura 8.9 vengono riportate la forza di reazione (a) e lo spostamento del target (b) nel corso della simulazione P1. In entrambi i modelli queste quantità sono correttamente calcolate, il secondo contatto non incide su nessuna di esse in modo significativo. Infatti, si può notare come il massimo positivo ed il valore massimo negativo delle curve sia identico in valore assoluto.

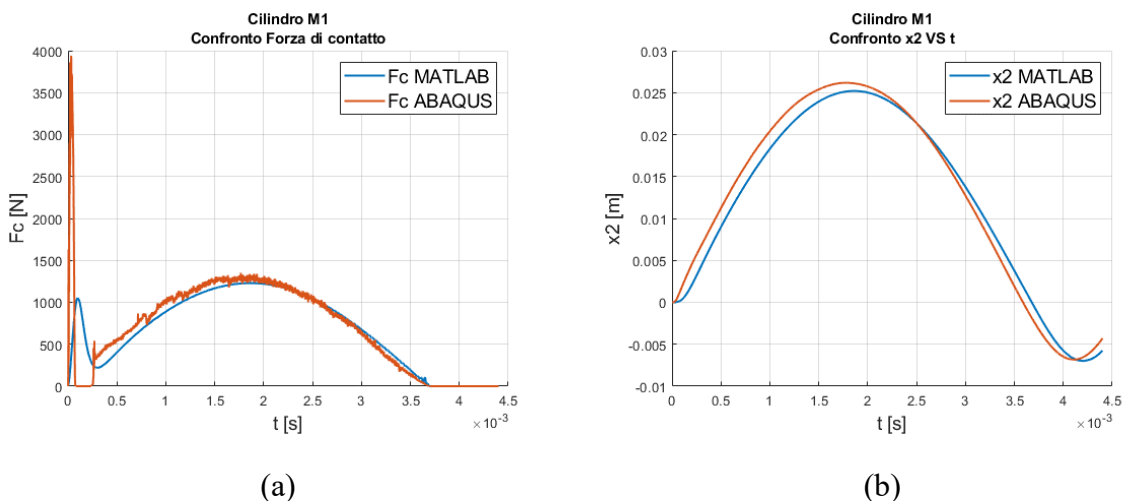


Figura 8.10 Caso M1: forza di contatto (a), spostamento $x_2(t)$ (b)

Nella figura 8.10 sono rappresentate la forza di contatto (a) e lo spostamento (b) per il caso M1. In particolare, nella 8.10 (a) sono nuovamente presenti due picchi, per quanto riguarda il primo (molto breve ma più intenso del secondo) abbiamo un rapporto tra il modello numerico e quello analitico di circa 4:1 per il valore massimo (che risulta più basso di quello registrato nei casi precedenti); passando al secondo contatto invece, le due curve sono perfettamente sovrapposte e hanno una durata paragonabile al tempo di risposta della struttura che viene riportato in figura 8.10 (b).

Nella 8.10 (b) è importante notare la differenza tra il valore massimo positivo (circa 25mm) ed il valore massimo negativo (circa 7,5mm in direzione negativa). Questa differenza è data dal fatto che lo spostamento massimo positivo è dettato dal contatto tra la sfera di ghiaccio ed il cilindro in materiale M1, quando nella fase di ritorno i corpi smettono di essere a contatto il cilindro inizia a oscillare in base alle sue caratteristiche inerziali e di rigidezza.

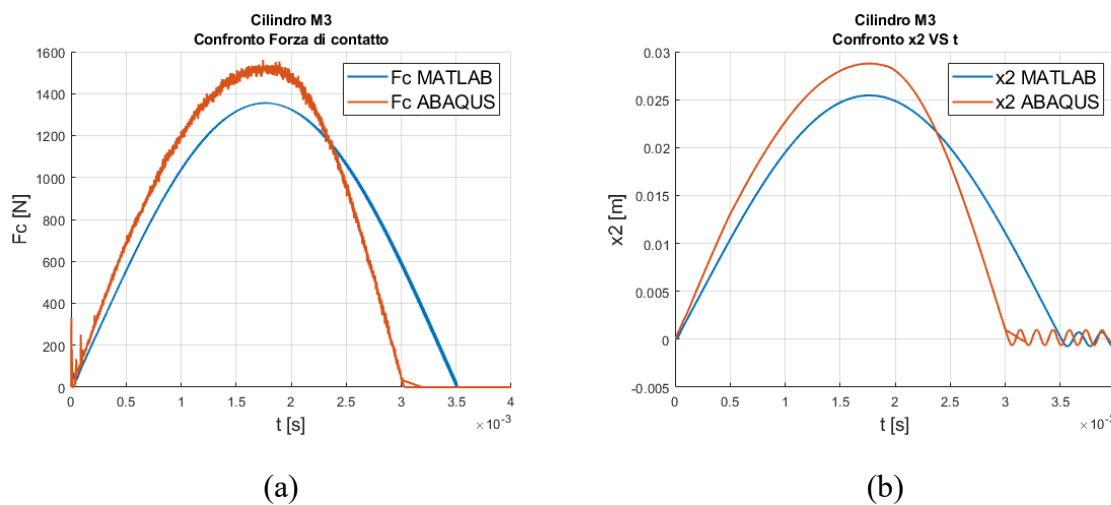


Figura 8.11 Caso M3: forza di contatto (a), spostamento $x_2(t)$ (b)

Giungendo infine, al caso M3 riportato all'interno della figura 8.11, focalizzandosi sulla forza di contatto 8.11(a), si nota che il primo picco perde quasi totalmente importanza in favore del secondo contatto, in questo caso le curve non sono perfettamente sovrapposte e si nota uno sfasamento tra il modello numerico e quello analitico. Questa differenza si ritrova anche nella curva relativa allo spostamento del bersaglio (figura 8.11 (b)). Un dettaglio, presente in entrambe le curve numeriche (curve arancioni) della figura 8.11, è che a cavallo dei 3ms è presente un tratto rettilineo inclinato, probabilmente dovuto ad un crash e quindi alla ripartenza dell'analisi dall'ultimo istante salvato.

Come precedentemente anticipato all'inizio di questo paragrafo, verranno ora proposte le caratteristiche principali di tutti i casi studiati per valutarne la variazione in funzione della massa impattata. In particolare, la maggior parte dei grafici sarà caratterizzata da un asse delle ascisse in scala logaritmica, riportante la frequenza propria del sistema impattato (vedere tabella 8-4), e da un asse delle ordinate su cui sarà riportata la caratteristica di interesse.

La prima caratteristica di interesse riguarda l'impulso generato dalla forza di contatto, questo viene rappresentato in figura 8.12 dove si può notare che in tutti i casi studiati gli impulsi generati all'interno del modello numerico, sono estremamente vicini a quelli dei modelli analitici.

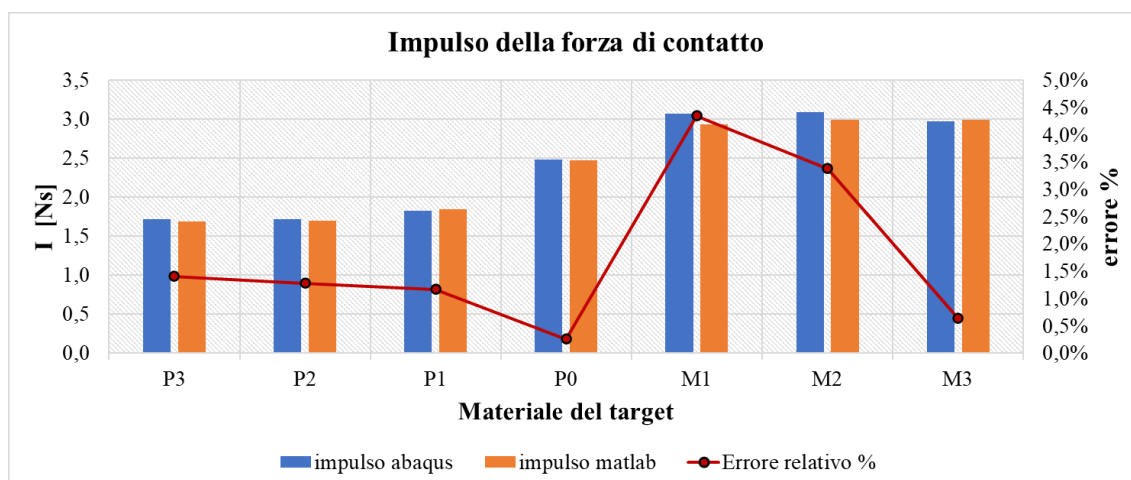


Figura 8.12 Impulso della forza di contatto, confronto tra modello numerico e analitico

Infatti, ponendo lo sguardo sulla linea rossa che rappresenta l'errore percentuale, (calcolato ipotizzando che il modello numerico fosse corretto) si nota che essa si trova al di sotto del 4,5% in tutti i casi.

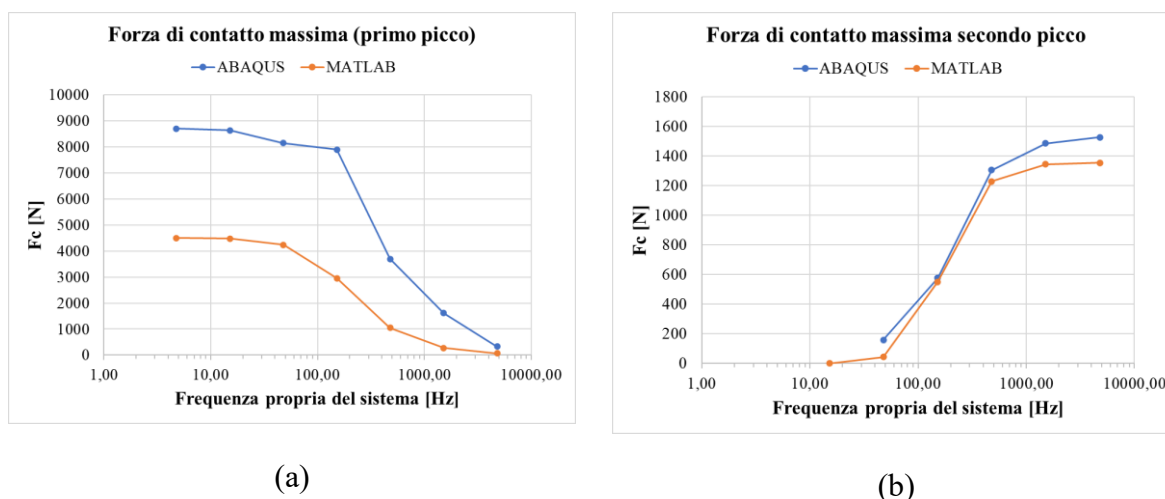
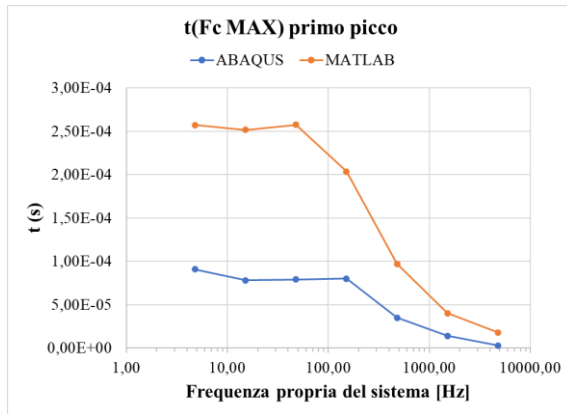


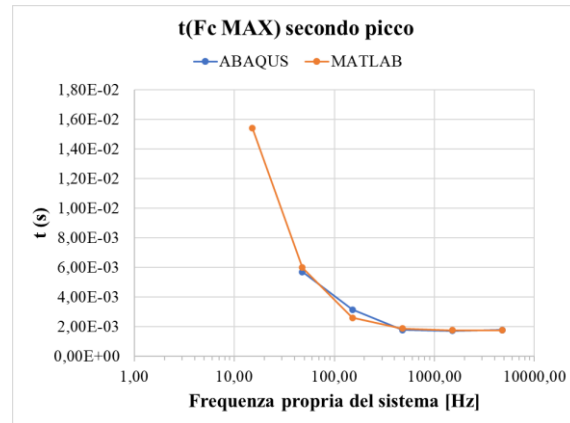
Figura 8.13 Valore di picco della forza di contatto: primo contatto (a) secondo contatto (b).

Passando ai valori massimi assunti dalla forza di contatto, in figura 8.13 vengono illustrati i valori del primo picco (a) e del secondo (b) in funzione della frequenza propria del sistema impattato. Si nota che all'aumentare della frequenza propria del target (e quindi, a parità di rigidità, diminuendo la massa impattata), i valori massimi del primo picco tendono a diminuire fino ad annullarsi mentre quelli del secondo picco tendono ad avere sempre maggiore importanza. Si nota inoltre che la differenza tra il modello numerico e quello analitico è di gran lunga superiore nel primo contatto rispetto al secondo.

Questa differenza non riguarda solo il valore massimo della forza di contatto ma anche l'istante temporale in cui essa si realizza. Infatti, come riportato nella figura 8.14, soltanto per il primo impatto è presente uno sfasamento temporale tra il picco calcolato dal modello numerico e quello calcolato dal modello analitico.



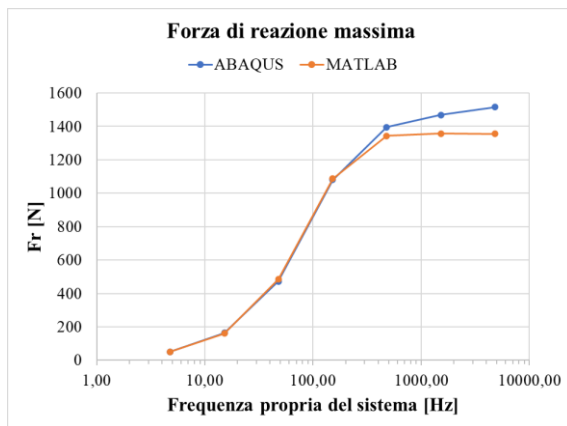
(a)



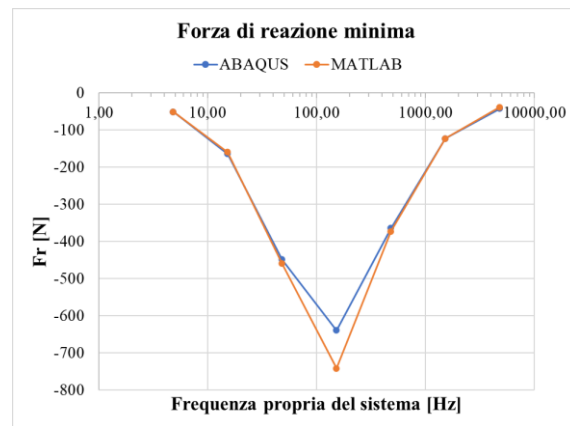
(b)

Figura 8.14 Istante temporale in cui si realizza la forza di contatto massima: primo picco (a) secondo picco (b).

Si può quindi desumere che il modello analitico non è in grado di cogliere adeguatamente la forza di contatto quando il rapporto tra la massa impattata e quella del proiettile è molto grande ma, diventa sempre più performante via via che questo diminuisce.



(a)



(b)

Figura 8.15 Valore massimo della forza di reazione esercitata dal corpo impattato: valore massimo positivo (a) valore massimo negativo (b).

Focalizzando l'attenzione sulla figura 8.15 in cui vengono rappresentati i valori di massimo (figura 8.15a) e di minimo (figura 8.15b) della forza di reazione, si nota che nella prima gli andamenti assunti dalle curve sono del tutto simili a quelli trovati in figura 8.13b; il motivo risiede nel fatto che mentre il primo contatto è estremamente rapido e occupa circa un decimo del periodo rispetto al secondo, quest'ultimo è comandato dalla risposta del sistema impattato.

Nei casi P3 e P2 la massa del proiettile (rispettivamente di tre e di due ordini di grandezza inferiore rispetto alla massa impattata) va ad impattare contro il cilindro inducendo una risposta estremamente contenuta perché la forza di contatto in questi casi è compensata maggiormente dalla componente inerziale del target. Per i casi successivi, in cui la massa di ghiaccio diventa

confrontabile con quella del cilindro e poi addirittura ordini di grandezza superiore, il fenomeno appena descritto svanisce; in questi casi si ha che il proiettile, colpendo il bersaglio, lo trasporta con sé fintanto che la forza di reazione esercitata dalla molla non compensa la forza di contatto. Questo succede perché nei casi M1, M2 ed M3 la componente inerziale del target è molto contenuta.

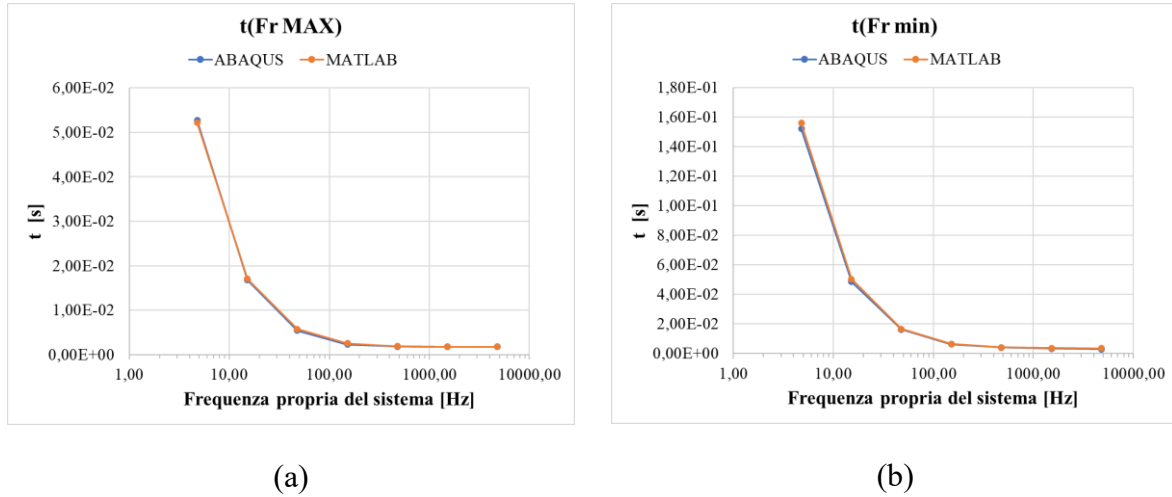


Figura 8.16 Istante temporale in cui si realizza la forza di reazione massima: positiva (a), negativa(b).

Nella figura 8.16 vengono confrontati gli istanti temporali in cui si realizzano i picchi della forza di reazione tra il modello analitico e quello numerico, si evidenzia che entrambi i modelli colgono correttamente questo valore.

Si può quindi confermare che il modello analitico sia in grado di calcolare adeguatamente le time history delle forze di reazione della struttura impattata per qualunque rapporto di massa tra proiettile e bersaglio.

Le deflessioni massime del target vengono riportate nella figura 8.17 che risulta avere andamenti identici alla 8.15 anche se questa volta la risposta è misurata in termini di spostamento.

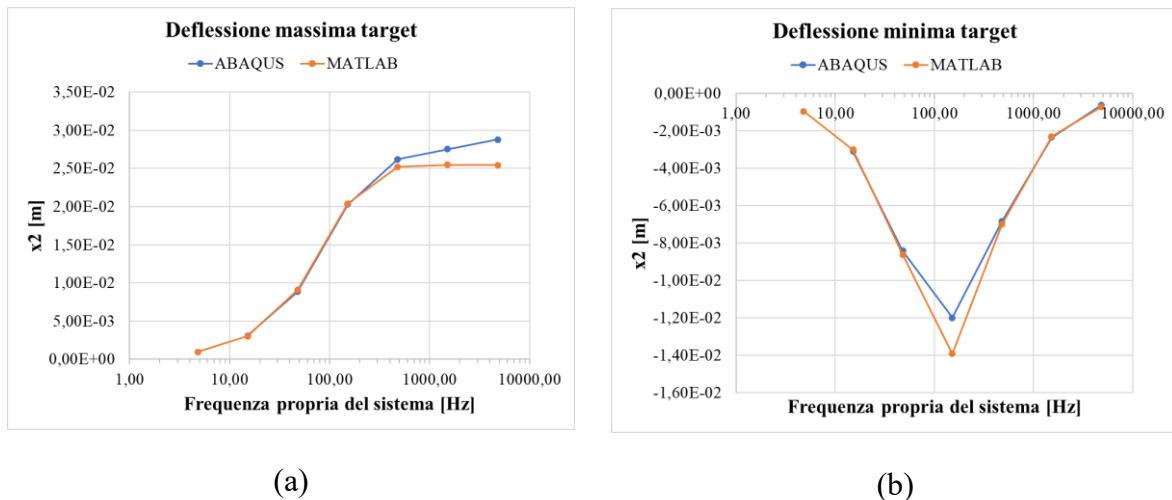


Figura 8.17 Valore massimo della deflessione del corpo impattato: massimo positivo (a), massimo negativo (b).

Infine, come ultimo dato significativo, si riporta nella tabella 8-5 i tempi di calcolo necessari per far girare i modelli analitici e numerici al variare del target considerato.

Materiale target	Modello Abaqus/Explicit	Modello MATLAB
P3	6 h 48 min	< 5 s
P2	1 h 58 min	< 5 s
P1	0 h 32 min	< 5 s
P0	0 h 38 min	< 5 s
M1	1 h 08 min	< 5 s
M2	3 h 21 min	< 5 s
M3	12 h + crash time	< 5 s

Tabella 8-5 Confronto dei tempi di calcolo necessari per le simulazioni numeriche e analitiche al variare del target impattato.

8.3 Conclusioni del confronto tra modello analitico e modello numerico

Cercando di riassumere i risultati ottenuti all'interno di questo capitolo si può affermare che:

- da una prima analisi numerica, in cui si è cercato di replicare la prova sperimentale da cui sono stati estratti i parametri per la caratterizzazione del modello analitico, sembrerebbe che i due modelli non coincidano in termini di forza di contatto. Pertanto, in queste condizioni il modello analitico non è rappresentativo del modello numerico e viceversa. Tuttavia, il modello analitico ha dato subito prova della sua capacità di cogliere la risposta della struttura impattata.
- Da analisi successive in cui è stato studiato l'effetto della variazione della massa impattata, a parità di tutte le altre condizioni, il modello analitico restituisce risultati sempre più compatibili con quelli numerici al diminuire del rapporto tra massa impattata e massa del proiettile.
- Dalla tabella riassuntiva dei tempi di calcolo (tabella 8-5) è immediato risalire al vantaggio offerto dal modello analitico in questi termini. Tuttavia, è bene ricordare che il modello analitico presenta numerose limitazioni al di fuori delle quali non è applicabile. Oltre a quelle elencate nel capitolo 7.3, se si volessero ottenere delle informazioni attendibili dall'andamento della forza di contatto, va aggiunto che il rapporto di massa tra target e proiettile deve essere inferiore a 10^{-2} .

Capitolo 9 - Conclusioni

In questa tesi è stata condotta un'approfondita ricerca sui problemi di impatto della grandine, sui modelli numerici e analitici che cercano di descriverli e sulle prove sperimentali necessarie per generare questi modelli.

Il modello numerico sviluppato da Tippmann e Kim [4,21] è stato implementato sul software commerciale Abaqus/Explicit; al termine di questa procedura è stata effettuata una scrupolosa validazione per verificare il corretto inserimento di tutti i parametri del modello attraverso il confronto diretto con i risultati degli autori.

È stato subito evidente che la simulazione numerica è capace di fornire numerose informazioni utili agli analisti e ai progettisti, il tempo necessario per portare a termine analisi di strutture complesse con molteplici impatti potrebbe non risultare un buon compromesso.

Per questo la ricerca ha virato verso lo studio di modelli semplificati in grado di trattare adeguatamente il problema di impatto tra un corpo estremamente fragile, composto di ghiaccio, e uno metallico. Le leggi di contatto per un modello viscoelastico non lineare a 2GDL, sviluppate da Sun [7] per l'impatto della grandine contro una massa in acciaio dolce, risultavano dunque la scelta migliore. Queste leggi sono state implementate in ambiente MATLAB per essere sottoposte al processo di integrazione temporale attraverso l'algoritmo ode45; il modello analitico è stato infine validato confrontandolo con quello proposto da Perera [9] per un comune foglio di calcolo.

Siccome le leggi del modello analitico sono state ottenute su base empirica, si è cercato di riprodurre la fase di test all'interno di Abaqus per poter verificare che i modelli fossero compatibili e, mentre la risposta del sistema impattato lo era, non è stato possibile affermare lo stesso per la forza di contatto.

Infine, è stato studiato l'effetto della variazione della massa impattata; il modello numerico e quello analitico sono stati utilizzati per ricavare gli andamenti della forza di contatto, della forza di reazione e della risposta in termini di spostamento del cilindro metallico. I risultati hanno permesso di giungere alla seguente conclusione: il modello massa molla smorzatore, governato dalle leggi di contatto proposte da Sun [7], è paragonabile al modello numerico quando la massa impatta tende ad essere molto piccola rispetto a quella del proiettile.

In futuro potrebbero essere necessari dei modelli semplificati in grado di considerare la deformazione plastica del target oppure applicabili a materiali compositi.

Riferimenti bibliografici

- [1] Anghileri, M., Castelletti, Invernizzi, and Mascheroni. "A Survey of Numerical Models for Hail Impact Analysis Using Explicit Finite Element Codes." *International Journal of Impact Engineering* 31.8 (2005): 929-44.
- [2] Park, Hwun, and Hyonny Kim. "Damage Resistance of Single Lap Adhesive Composite Joints by Transverse Ice Impact." *International Journal of Impact Engineering* 37.2 (2010): 177-84.
- [3] Pernas-Sánchez, J., Pedroche, Varas, López-Puente, and Zaera. "Numerical Modeling of Ice Behavior under High Velocity Impacts." *International Journal of Solids and Structures* 49.14 (2012): 1919-927.
- [4] Tippmann, Jeffery D, Hyonny Kim, and Jennifer D Rhymer. "Experimentally Validated Strain Rate Dependent Material Model for Spherical Ice Impact Simulation." *International Journal of Impact Engineering* 57 (2013): 43-54.
- [5] Keegan, M H, D H Nash, and M M Stack. "On Erosion Issues Associated with the Leading Edge of Wind Turbine Blades." *Journal of Physics D: Applied Physics* 46.38 (2013): 20.
- [6] Punge, H., J. Bedka, K. Kunz, and M. Werner. "A New Physically Based Stochastic Event Catalog for Hail in Europe." *Natural Hazards* 73.3 (2014): 1625-645.
- [7] Sun, Jing, Nelson Lam, Lihai Zhang, Dong Ruan, and Emad Gad. "Contact Forces Generated by Hailstone Impact." *International Journal of Impact Engineering* 84 (2015): 145-58.
- [8] Abrate, Serge. "Soft Impacts on Aerospace Structures." *Progress in Aerospace Sciences* 81 (2016): 1-17.
- [9] Perera, Shihara, Nelson Lam, Mahil Pathirana, Lihai Zhang, Dong Ruan, and Emad Gad. "Probabilistic Modelling of Forces of Hail." *Natural Hazards* 91.1 (2018): 133-53.
- [10] <https://www.nts.gov/investigations/AccidentReports/Reports/AAR7803.pdf>
- [11] <https://science.ksc.nasa.gov/shuttle/missions/sts-96/images/captions/KSC-99PP-0540.html>
- [12] https://www.nasa.gov/home/hqnews/2007/feb/HQ_07060_Atlantis.html
- [13] Field PR, Hand W, Cappelluti G, McMillan A, Foreman A, Stubbs D, Willows M "Hail threat standardisation final report for EASA OP.25" (2008).
- [14] <https://en.wikipedia.org/wiki/Hail>
- [15] Schulson, Erland. "The Structure and Mechanical Behavior of Ice." *JOM* 51.2 (1999): 21-27.
- [16] Deconinck, Paul. "Development of a Hailstone Substitute for Representative Impact Tests" (2019).
- [17] Swift J M. "Simulated Hail Ice Mechanical Properties and Failure Mechanism at Quasi-Static Strain Rates" (2013).
- [18] Schulson, Erland M. "Brittle Failure of Ice." *Engineering Fracture Mechanics* 68.17-18 (2001): 1839-887.
- [19] Prato, Anghileri, Castelletti "Hail Impact Problem in Aeronautical Field." (2015).

- [20] Perera, Shihara, Lam, Nelson, Pathirana, Mahil, Zhang, Lihai, Ruan, Dong, and Gad, Emad. "Deterministic Solutions for Contact Force Generated by Impact of Windborne Debris." *International Journal of Impact Engineering* 91 (2016): 126-41.
- [21] Tippmann, J. (2011). Development of a strain rate sensitive ice material model for hail ice impact simulation. UC San Diego.