



POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile - indirizzo strutture

Tesi di Laurea Magistrale

**Monitoraggio dinamico automatico
a lungo termine delle strutture storiche**

Candidato:
Pezzetti Ivan Oreste

Relatore:
Prof. D. Sabia

Co-relatore:
Ing. A. Quattrone

Marzo 2021

INDICE

Introduzione	5
2. Richiami di teoria.....	6
2.1 Modellazione	6
2.2 Tecniche di identificazione dinamica.....	11
2.3 Analisi statistica	14
3. Fondamenti di machine learning.....	16
3.1 Cos'è il machine learning.....	16
3.2 Apprendimento con supervisione	17
3.3 Novelty detection: apprendimento senza supervisione	23
3.4 Normalizzazione dei dati	29
4. Sviluppo di un algoritmo per il monitoraggio dinamico automatico.....	33
4.1 Pre-elaborazione dei dati	33
4.2 Definizione del modello.....	35
4.3 Identificazione dinamica.....	38
4.4 Selezione dei modi identificati	40
4.5 Clustering.....	41
4.6 Monitoraggio statistico	44
4.7 Correlazione con la temperatura.....	45
5. Caso studio: la Ghirlandina, anno 2016.....	47
5.1 Sistema di monitoraggio.....	47
5.2 Pre-elaborazione dei dati	49
5.3 Definizione del modello auto-regressivo.....	52
5.4 Identificazione dinamica.....	56
5.5 Monitoraggio	66
5.6 Correlazione frequenza-temperatura.....	73
6. Caso studio: la Ghirlandina, anno 2013.....	81
6.1 Pre-elaborazione dei segnali	81
6.2 Modellazione dei segnali	84
6.3 Identificazione dinamica e classificazione.....	84
6.4 Monitoraggio e correlazione con la temperatura	88
7. Caso studio: il Duomo di Modena	96
7.1 Sistema di monitoraggio.....	96
7.2 Pre-elaborazione dei dati	98

7.3 Definizione del modello auto-regressivo.....	101
7.4 Identificazione dinamica.....	104
7.5 Monitoraggio nel tempo.....	114
7.6 Correlazione frequenza-temperatura.....	122
8. Conclusioni	125
Ringraziamenti.....	127
Indice delle figure e delle tabelle	128
Bibliografia e opere citate	133

Introduzione

Il machine learning e il data mining sono oggi due dei più attuali e sviluppati argomenti di ricerca. Grazie alla loro generalità e facilità applicativa, essi non sono solo utilizzati in ambito informatico, ma trovano applicazioni avanzate anche nel settore del marketing, della sicurezza, dei processi di controllo, nonché in tutte le discipline legate all'ingegneria.

In questo elaborato il machine learning viene applicato nell'ambito dell'ingegneria civile nel monitoraggio di strutture monumentali e storiche, con particolare attenzione nei confronti della Torre Ghirlandina di Modena.

Il monitoraggio di strutture, argomento di forte attualità in seguito ai recenti tragici eventi, per mezzo di sistemi di misurazione di varia natura consente di eseguire un controllo delle condizioni strutturali di una qualsiasi costruzione in diretta e da remoto, permettendo un celere intervento in caso di cambiamenti repentini dalla condizione iniziale o "normale". Individuata una variazione o un trend evolutivo della grandezza monitorata è inoltre possibile analizzare eventuali correlazioni con altre grandezze, andando così a ricercare una plausibile spiegazione del cambiamento rilevato e la gravità di quello che può essere definito "danno".

Sulla Ghirlandina è stato installato un sistema di misurazione composto da 12 accelerometri e 4 termocoppie tramite il quale vengono raccolti dati in continuo. I dati così ottenuti sono utilizzati per valutare un modello numerico della struttura su cui effettuare un'identificazione dinamica dei modi propri di vibrare. Il monitoraggio nel tempo degli stessi, tramite un algoritmo di machine learning sviluppato in ambiente Matlab, permette di rilevare delle novelty, ovvero variazioni inaspettate della condizioni iniziale, e di correlarle con fattori esterni, ad esempio la temperatura, per tentare di giustificarle.

Dopo una breve digressione teorica sui modelli numerici e sugli algoritmi di machine learning, verrà presentato ed esposto l'algoritmo di monitoraggio applicato e i risultati ottenuti su 12 mesi di dati rilevati sulla Torre Ghirlandina. Infine, verrà analizzata la possibile correlazione tra le variazioni delle grandezze dinamiche identificate, con particolare attenzione alle frequenze proprie di vibrazione, e le fluttuazioni annuali di temperature.

Successivamente, per testare la validità del programma e dei risultati da esso ottenuti verranno eseguite altre due applicazioni: la prima sempre sulla Ghirlandina ma su un periodo temporale differente, la seconda su una struttura completamente diversa come il Duomo di Modena.

Qualora fosse provata tramite i suddetti test, la totale generalità dell'algoritmo studiato e sviluppato consentirebbe l'applicazione di questa metodologia di monitoraggio a qualsiasi tipologia di struttura dotata di un sistema di rilevamento e con numerosi dati misurati e disponibili.

2. Richiami di teoria

2.1 Modellazione

Con il termine modellazione ci si riferisce alla realizzazione di un costrutto matematico in grado di rappresentare una struttura e simularne il comportamento in modo tale da poter operare previsioni su di essa.

I modelli oggi utilizzati possono essere classificati in svariati modi: si distinguono infatti i modelli dinamici (analizzano l'evoluzione nel tempo di una o più variabili) dai modelli statici (analizzano un singolo istante), i modelli deterministici (in cui l'output dipende unicamente dall'input) dai modelli stocastici (in cui l'output appartiene ad una funzione di probabilità che prende in considerazione le incertezze tipiche dei dati forniti come input), i modelli lineari da quelli non-lineari (la differenza risiede nel tipo di equazioni che legano input e output). In generale si può però definire che esistano due approcci per la modellazione: il primo è basato sulla fisica, detto pertanto "physics-based", l'altro è invece basato sui dati, di conseguenza definito "data-driven".

Nell'approccio fisico, il concetto basilare è la realizzazione di una struttura bidimensionale o tridimensionale che presenti un comportamento fisico analogo a quello della struttura reale, basato su leggi fisiche e relazioni ben definite tra le varie componenti del modello.

Al contrario, nell'approccio basato sui dati non si ha alcun significato fisico all'interno del modello. Esso viene realizzato a partire da segnali noti in modo tale che la loro approssimazione abbia il più piccolo errore possibile.

Appare evidente come i due approcci siano radicalmente diversi tra loro, ma ciò non determina una loro mutua esclusione. In molte applicazioni civili è spesso realizzato dapprima un modello fisico successivamente e iterativamente aggiornato e migliorato dai risultati provenienti da modelli di tipo data-driven. Un'accuratezza di questo genere può però essere ottenuta solo in certi casi, dal momento che i due modelli richiedono informazioni diverse: in un approccio fisico è infatti necessario conoscere non solo la geometria della struttura, ma anche i materiali utilizzati, le azioni agenti su di essa, gli schemi strutturali. In un approccio data-driven è invece importante avere una grande quantità di segnali provenienti dalla struttura, il che richiede un sistema di monitoraggio ed un certo periodo di acquisizione, le cui caratteristiche dipendono dallo studio che si intende eseguire.

Sulla base di tali requisiti, è facile comprendere come il secondo approccio sia utilizzato per lo più per il monitoraggio di strutture esistenti complesse, o di cui siano note solo alcune informazioni, e di cui si dispongono grandi quantità di dati.

Per ciascuno dei due approcci descritti esistono innumerevoli tipologie di modelli, ma tra tutti quelli che sicuramente svettano sono rispettivamente il metodo agli elementi finiti e i modelli autoregressivi.

Il metodo agli elementi finiti è una tecnica numerica mediante la quale un sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali viene approssimato ad un sistema di equazioni algebriche. Un sistema, anche complesso, viene modellato come un insieme di elementi, detti appunto elementi finiti, in grado, nel loro complesso, di presentare un comportamento analogo a quello del sistema rappresentato. Gli elementi finiti possono essere di vario tipo, ognuno dei quali ha determinate caratteristiche; i più comuni e utilizzati in ambito civile sono sicuramente gli elementi beam, molla, truss (monodimensionali), le lastre e le piastre (bidimensionali), i brick (tridimensionali). Ognuno di essi è caratterizzato da una o più equazioni che rappresentano le interazioni tra i nodi, ovvero i punti che descrivono la geometria della struttura.

Di maggior interesse ai fini di questo elaborato sono invece i modelli data-driven, di seguito elencati e brevemente presentati.

Uno dei modelli più diffusi è la **regressione lineare**. Questo modello rappresenta, mediante l'equazione di una retta, la relazione che intercorre tra una variabile indipendente X ed una variabile dipendente Y. Il risultato del modello è una retta, detta retta di regressione, che rappresenta la miglior approssimazione della distribuzione dei dati a disposizione nello spazio X-Y.

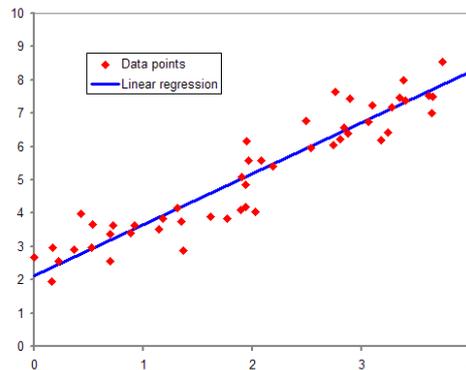


Figura 2.1: Esempio di regressione lineare semplice

Il modello è caratterizzato da due parametri (a e b) che rimangono fissi, più un parametro variabile ϵ_i che rappresenta l'errore di rappresentazione.

$$y_i = bx_i + a + e_i \quad (2.1)$$

La migliore tra tutte le rette di regressione sarà quella con l'errore minore, ovvero:

$$\sum e_i^2 = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \min \quad (2.2)$$

$$\hat{Y}_i = bX_i + a \quad (2.3)$$

Dove Y_i ed \hat{Y}_i sono rispettivamente il valore reale e il valore stimato assunti dalla variabile dipendente per ogni valore X_i .

I parametri a e b possono essere ricavati con varie procedure, tra cui quella dei minimi quadrati¹.

Qualora la variabile Y abbia una dipendenza multipla, ovvero da più variabili indipendenti, allora non si parla più di regressione semplice, bensì di **regressione multipla o multivariata**². Dato un numero di variabili indipendenti N, il modello di regressione esisterà nello spazio con dimensione N+1 e sarà caratterizzato da N+1 parametri b_i , sempre stimabili con il metodo dei minimi quadrati. La retta di regressione è in questo caso rappresentata dalla seguente relazione:

$$y_i = b_0 + b_1x_{1i} + b_2x_{2i} + \dots + b_nx_{ni} + e_i \quad (2.4)$$

Per certe distribuzioni di dati, la modellazione mediante una retta appare troppo semplificata e non accurata. In questi casi è opportuno utilizzare altre tipologie di funzioni (un polinomio di grado superiore al primo, un esponenziale, un logaritmo, ecc) e il modello assume il nome di **regressione non-lineare**

¹G. Rossi, "Appunti sulla regressione lineare semplice e multipla", 2004

²ibid.

semplice o multipla, sulla base del numero di variabili indipendenti. Anche in questo caso i parametri del modello possono essere stimati con il metodo dei minimi quadrati.

$$Y_i = f(X_i) + e_i \quad (2.5)$$

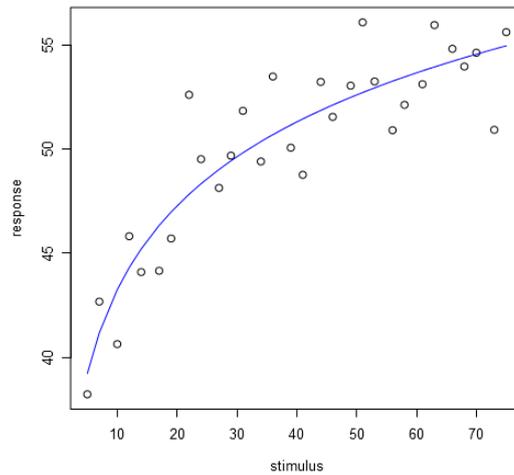


Figura 2.2: Esempio di regressione non-lineare

Nelle applicazioni di machine learning, i modelli di regressione possono essere addestrati sia con supervisione sia senza supervisione. La differenza tra questi due approcci verrà esplicitata nel capitolo successivo.

Altra tipologia di modello, utilizzato soprattutto nel caso di problemi binomiali, ovvero con due sole possibili classi in output, è la **regressione logistica**³. L’algoritmo appartiene alla famiglia dei modelli con apprendimento supervisionato. Essa si avvale di una funzione, chiamata comunemente logit, in grado di assumere tutti i valori compresi tra 0 e 1 (estremi esclusi). La classe del dato di input viene assegnata sulla base della maggior vicinanza ad uno dei due valori. La funzione e la sua rappresentazione sono di seguito riportate.

$$F(x) = \frac{1}{1+e^{-(b_0+b_1*x)}}$$

$$y = \frac{e^{(b_0+b_1*x)}}{1+e^{(b_0+b_1*x)}}$$

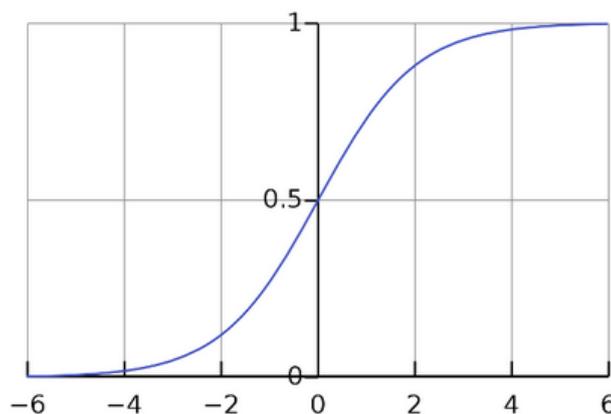


Figura 2.3: Funzione della regressione logistica

³ Maggiori informazioni in: A.Cerioli, F.Laurini, “Il modello di regressione logistica per le applicazioni aziendali”, 2019

La tipologia di modello più diffusa e utilizzata è costituita dai **modelli auto-regressivi**. Si tratta di modelli in grado di descrivere, rappresentare e fare previsioni su serie temporali di dati, quali ad esempio i segnali provenienti da un sistema di monitoraggio. Richiedendo dati su cui essere definiti, pertanto appartengono alla famiglia dei modelli supervisionati. Eccetto per alcune minime differenze che verranno analizzate di seguito, la filosofia comune di questi modelli è la realizzazione di una combinazione lineare in grado di legare l'output ad un certo istante ai dati noti degli istanti precedenti. In generale essi sono caratterizzati da un parametro p , chiamato ordine, che indica quanti istanti precedenti prendere in considerazione per definire l'output all'istante t e da un parametro N che indica la dimensione del modello, ovvero il numero di equazioni costituenti il sistema.

Le tipologie di modelli auto-regressivi sono tante, ma quelle di maggior interesse sono sicuramente le seguenti:

1. **ARMA**⁴: si tratta del più generale tra tutti. Acronimo di "Auto-regressive Moving Average", è un modello matematico lineare in cui ad ogni istante l'output è legato sia agli input che agli output degli istanti precedenti. Viene utilizzato per l'analisi di serie storiche sia per sistemi discreti che per sistemi continui. Nel caso discreto, l'equazione base del modello è la seguente:

$$y(t) + \alpha_1 y(t-1) + \dots + \alpha_n y(t-n) = \beta_0 u(t) + \beta_1 u(t-1) + \dots + \beta_n u(t-n) + \varepsilon \quad (2.6)$$

dove $y(t)$ rappresenta l'output ad un certo istante, $u(t)$ l'input ad un certo istante e ε l'errore di approssimazione. È facile notare come il modello sia costituito dalla somma di un termine auto-regressivo AR costituito dalla parte con i coefficienti α e una parte di moving average MA dei coefficienti β .

2. **ARIMA**⁵: acronimo di "Auto-regressive Integrated Moving Average", è un modello derivato direttamente dal modello ARMA ed utilizzato nel caso di serie storiche non stazionarie. Alle due parti precedentemente viste se ne aggiunge una terza, la parte integrata. Essa va a gestire le differenziazioni, ovvero le differenze tra istanti successivi. È caratterizzata da un parametro d , ovvero il numero di differenziazioni necessarie per rendere stazionaria la serie.
3. **AR**⁵: modello analogo all'ARMA, prevede esclusivamente la parte auto-regressiva, ovvero quella descritta dai coefficienti α e definita semplicemente dall'ordine p . Non richiede quindi di conoscere l'input ad ogni istante ed è per tale motivazione che viene utilizzato soprattutto in problemi in cui è necessario effettuare previsioni avendo noti solo gli output degli istanti precedenti (problemi ad input ignoto). La sua equazione base è privata infatti della parte a media mobile:

$$y(t) = \alpha_1 y(t-1) + \dots + \alpha_p y(t-p) + \varepsilon \quad (2.7)$$

dove ε rappresenta l'errore, ovvero il rumore bianco.

Un'altra tipologia di modelli con approccio data-driven è rappresentata dalle reti neurali, ma di esse verrà ampiamente parlato successivamente nel paragrafo dedicato al machine learning.

Ai fini del presente elaborato si deve sottolineare come, nell'analisi e rappresentazione dei segnali, le

⁴ G. E. Pelham Box, e G. M. Jenkins, "Time Series Analysis: Forecasting and Control", Holden-Day, 1970.

⁵ *Ibid.*

equazioni (2.1) e (2.2) vadano essenzialmente a rappresentare il valore di un singolo segnale ad un certo istante t funzione dei valori del medesimo segnale nei p istanti precedenti. Avendo noto però un segnale costituito da numerosi istanti, l'equazione può essere ripetuta per N istanti dando così origine ad un sistema di equazioni lineari.

$$\begin{cases} y(t_1) = \alpha_1 y(t_1 - 1) + \dots + \alpha_p y(t_1 - p) \\ \vdots \\ y(t_N) = \alpha_1 y(t_N - 1) + \dots + \alpha_p y(t_N - p) \end{cases} \quad (2.8)$$

Il modello in grado di rappresentare ed approssimare il segnale $y(t)$ sarà costituito dall'insieme dei coefficienti α , riorganizzati come si vedrà all'interno di una matrice. L'errore può essere eliso supponendo di aver raggiunto un grado di affidabilità tale da poterlo considerare trascurabile.

Come ulteriore generalizzazione è possibile operare su più segnali. Supponendo infatti di avere a disposizione non un solo canale di rilevamento, bensì n canali, è possibile andare a legare l'output di un singolo canale i ad un certo istante t agli output dei precedenti p istanti di tutti i canali:

$$y_i(t) = \alpha_{i,0} + \alpha_{i,1}^{(1)} y_i(t-1) + \dots + \alpha_{n,1}^{(1)} y_n(t-1) + \alpha_{i,1}^{(2)} y_i(t-2) + \dots + \alpha_{n,1}^{(2)} y_n(t-2) + \dots + \alpha_{i,1}^{(p)} y_i(t-p) + \dots + \alpha_{n,1}^{(p)} y_n(t-p) \quad (2.9)$$

Conseguentemente, applicando la medesima equazione (2.4) ad N istanti è possibile realizzare un sistema lineare analogo a (2.3) i cui coefficienti α costituiscono il modello del sistema.

Eseguire una modellazione introduce delle differenze tra il sistema reale e quello rappresentato. Un buon modello è quindi quello che va a fittare meglio il sistema reale. Per misurare il grado di verosimiglianza, e conseguentemente l'affidabilità del modello stesso, possono essere valutati alcuni parametri, generalmente definiti errori, sulla base dei residui, ovvero le differenze tra i dati osservati e quelli stimati dal modello. Un valore più piccolo di tali parametri determina un miglior fitting del modello. Alcuni dei più comuni vengono di seguito elencati e brevemente descritti.

1. **RMSE (Root Mean Square Error)**⁶: è la radice quadrata della varianza dei residui, ovvero la deviazione standard dei residui.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (2.10)$$

2. **RSE (Residual Standard Error)**: è la radice quadrata della somma dei residui al quadrato diviso per il numero di gradi di libertà dei residui.

$$RSE = \sqrt{\frac{1}{n - (1 + n_{ch}p)} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (2.11)$$

3. **MSE (Mean Square Error)**: è la somma dei quadrati dei residui.

$$MSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (2.12)$$

⁶ Grace-Martin K, "Assessing the Fit of Regression Models".

4. **R²-value**: si tratta di un coefficiente di determinazione che valuta la variabilità dei dati stimati dal modello rispetto alla variabilità dei dati originali.

$$R^2 = 1 - \frac{RSS}{TSS} \quad (2.13)$$

$$RSS = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (2.14)$$

$$TSS = \sum_{i=1}^n (y_i - y_m)^2 \quad (2.15)$$

dove y_m rappresenta il valor medio del segnale.

Come si vedrà in seguito, nel presente elaborato verrà sviluppato un modello AR la cui accuratezza sarà valutata attraverso il calcolo di RSE ed R^2 .

2.2 Tecniche di identificazione dinamica

Con l'espressione identificazione dinamica si intende l'insieme di tecniche che permettono di determinare le caratteristiche dinamiche di un sistema (frequenze proprie, smorzamenti, forme modali) a partire da segnali rilevati su di essa.

Le tecniche possono essere classificate in vario modo. Una prima distinzione può essere eseguita tra algoritmi che lavorano nel dominio delle frequenze e algoritmi che lavorano nel dominio del tempo: i primi sono adatti a sistemi con un grande range di frequenze o di modi da identificare, i secondi, al contrario, operano egregiamente per piccoli range di frequenza o con un modesto numero di modi di vibrazione.

Una seconda classificazione può essere effettuata tra i metodi che vanno a ricostruire il modello spaziale (metodi diretti) e quelli che invece vanno a realizzare un modello modale (metodi indiretti). In ambo i casi le caratteristiche dinamiche sono poi direttamente valutate a partire dal modello definito.

Dal punto di vista dell'analisi modale un'ulteriore distinzione può essere fatta tra EMA ed OMA:

- EMA, o analisi modale sperimentale: utilizzata per lo più in laboratorio (grazie al controllo sulle condizioni ambientali) richiede misurazioni relative sia alle azioni applicate alla struttura (input) sia alla risposta della stessa (output). In codesto contesto un'ulteriore selezione dei metodi di analisi dev'essere specificata. Sulla base della tipologia di input ed output registrato si distinguono infatti 4 diverse analisi:

- 1) SISO (Single-Input-Single-Output): input ed output sono misurati in un solo punto della struttura;
- 2) SIMO (Single-Input-Multiple-Output): un singolo input viene applicato, ma più output vengono rilevati;
- 3) MIMO (Multiple-Input-Multiple-Output): la struttura viene sottoposta a multipli input simultaneamente e multipli output vengono misurati;
- 4) MISO (Multiple-Input-Single-Output): la struttura viene sottoposta a multipli input contemporaneamente, ma un singolo output è monitorato.

- OMA, o analisi modale operazionale: richiede la sola misurazione della risposta della struttura, pertanto è molto utilizzata laddove le forzanti della struttura siano ignote, come ad esempio nel monitoraggio strutturale. Al loro interno un'ulteriore suddivisione può essere operata tra metodi parametrici, i quali sfruttano un modello parametrico, e metodi non parametrici, i quali operano direttamente sui dati registrati.

Verranno ora brevemente presentati alcuni dei metodi di identificazione più comuni.

1. **Peak Picking (PP):** tecnica non parametrica utilizzata nel dominio delle frequenze: va a ricavare le caratteristiche dinamiche dal grafico della magnitude della Frequency Response Function (FRF). In particolare le frequenze alle quali si manifestano i picchi corrispondono alle frequenze proprie; i modi di vibrazione sono ottenuti dal rapporto tra i picchi e gli smorzamenti, valutati sulla base della larghezza dei picchi.

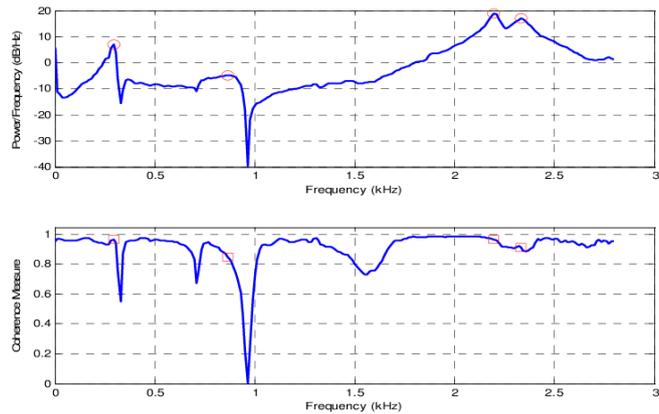


Figura 2.4: Esempi di Peak Picking

2. **Frequency Domain Decomposition (FDD):** tecnica non parametrica utilizzata nel dominio delle frequenze, esegue una decomposizione di una qualsiasi deformata strutturale, ovvero a partire dagli spostamenti di certi punti viene sviluppata una combinazione lineare dei modi che vi partecipano, consentendone così la loro identificazione. Le frequenze e gli smorzamenti vengono in questo caso ottenute mediante una trasformata inversa nel dominio del tempo, passaggio permesso però solo dall'**Enhanced Frequency Domain Decomposition (EFDD)**, che rappresenta essenzialmente lo sviluppo del precedente algoritmo.
3. **Stochastic Subspace Identification⁷ (SSI):** tecnica parametrica utilizzata nel dominio del tempo, sviluppa un modello sulla base della serie storica disponibile. Il modello è genericamente descritto

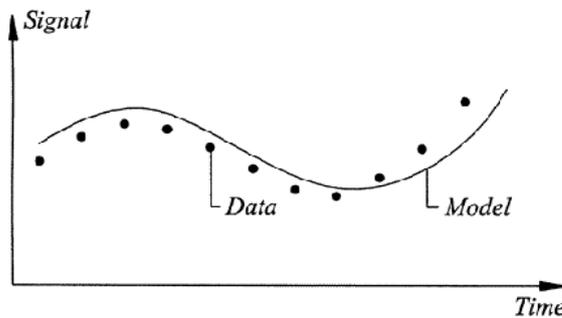


Figura 2.5: Esempio di modellazione di una serie temporale

come segue:

$$\begin{aligned} \hat{u}_{t+1} &= A\hat{u}_t + Ke_t \\ y_t &= C\hat{u}_t + e_t \end{aligned} \quad (2.16)$$

dove la matrice A contiene le informazioni fisiche del sistema, la matrice K le informazioni statistiche e la matrice C le informazioni dinamiche sulla risposta della struttura.

A partire da tali parametri, mediante alcuni algoritmi (ad esempio il Principal Component), possono essere quindi ricercate tutte le caratteristiche dinamiche del sistema modellato. Assume fondamentale importanza la stima dei parametri.

4. **Eigensystem Realization Algorithm⁸ (ERA):** tecnica tipica del dominio del tempo, sfrutta la state-space representation per la modellazione del sistema. Anche in questo caso il modello appare simile a quello definito nell'algoritmo precedente, come di fianco riportato, ma

$$s'(t) = As(t) + Bu(t)$$

$$y = Cs(t) + Du(t)$$

⁷ E. Reynders, G De Roeck, "Reference-based combined deterministic-stochastic subspace identification for experimental and operational modal analysis" - Mechanical Systems and Signal Processing, 2008 - Elsevier

⁸J.N. Juang, R. S. Pappa, "An Eigensystem Realization Algorithm for Modal Parameter Identification and Model Reduction". Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1985.

invece che il valore del segnale in questo caso la variabile s rappresenta lo stato del sistema, ovvero il suo spostamento e la sua velocità.

Negli ultimi due casi, ovvero gli algoritmi che lavorano nel dominio del tempo, appare evidente come la qualità del modello ricada nella stima delle matrici che fungono da coefficienti delle variabili. Per la loro valutazione, uno dei metodi più comuni è quello di rifarsi alla decomposizione a valori singolari della matrice di Hankel:

$$H(k-1) = \begin{bmatrix} Y(k) & Y(k+1) & \cdots & Y(k+p) \\ Y(k+1) & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \\ Y(k+r) & \cdots & & Y(k+p+r) \end{bmatrix}$$

dove $Y(k)$ è la risposta del sistema all'impulso all'istante k .

Avendo nota la matrice, la decomposizione a valori singolari è così eseguita: $H(0)=PDQ^T$, dove P , D e Q sono matrici. Da esse, considerando i soli modi fisici della struttura, si ottengono le sottomatrici P_n , D_n e Q_n con le quali sono valutate le matrici di coefficienti del modello:

$$A = D_n^{-\frac{1}{2}} P_n^T H(1) Q_n D_n^{-\frac{1}{2}} \quad (2.17)$$

$$B = D_n^{-\frac{1}{2}} Q_n^T E_m \quad (2.18)$$

$$C = E_n^T P_n D_n^{-\frac{1}{2}} \quad (2.19)$$

Le grandezze dinamiche di nostro interesse sono ricavate a partire dalla sola matrice A ; pertanto nel seguito della tesi questi passaggi verranno sostituiti con un artificio matematico.

Definita la matrice A , si giunge alle grandezze modali mediante i seguenti passaggi:

- 1- Scomposizione in autovalori ed autovettori: $\det(\lambda_d - A) = 0$ da cui si ottengono gli autovalori λ_d e i corrispondenti autovettori (forme modali) complessi a coppie coniugate raccolti in una matrice;
- 2- Passaggio dal discreto al continuo: $\lambda_c = f_s * \ln(\lambda_d)$ (2.20)
- 3- Calcolo delle frequenze modali: $f = \frac{|\lambda_c|}{2\pi}$ (2.21)
- 4- Calcolo degli smorzamenti: $\xi = -\frac{\text{real}(\lambda_c)}{|\lambda_c|}$ (2.22)

Nel presente elaborato, la matrice $[A]$ verrà ottenuta mediante una riorganizzazione dei termini presenti nella matrice $[W]$ definita nella fase di modellazione. A partire da essa saranno poi valutati frequenze, smorzamenti e deformate modali tramite l'applicazione delle equazioni appena proposte (2.20; 2.21; 2.22).

2.3 Analisi statistica

Nel seguito della tesi si farà riferimento a diversi concetti statistici, soprattutto per quanto concerne la fase di monitoraggio, di conseguenza assume una certa rilevanza effettuare un breve richiamo dei principali argomenti affrontati. In particolare si farà riferimento alla distribuzione probabilistica gaussiana semplice durante la fase di monitoraggio delle frequenze e a quella multi-variata nella fase di correlazione con la temperatura.

La distribuzione normale, o gaussiana, è una distribuzione probabilistica formulabile per mezzo di due parametri calcolati sulla base dei dati disponibili: la media (μ) e la varianza (σ^2). La sua funzione di densità è di seguito riportata:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.23)$$

Essa rappresenta una forma a campana, simmetrica, la cui larghezza aumenta all'aumentare della varianza, in quanto rispetto alla media si ha una maggiore dispersione dei dati.

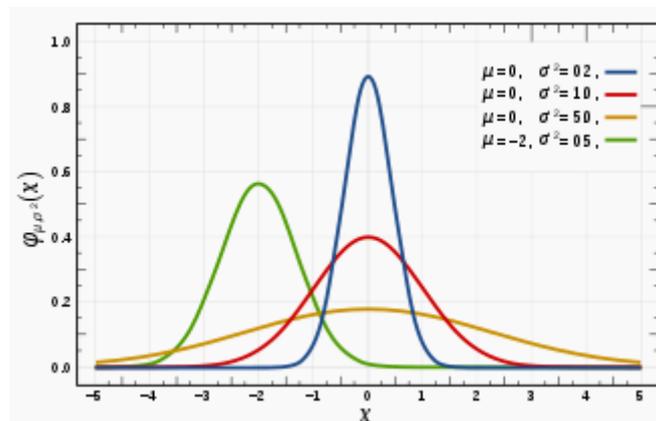


Figura 2.6: Grafico della distribuzione normale con cambiamento della varianza

La stessa funzione può poi essere riscritta in forma standardizzata, facilmente ottenibile andando ad imporre: $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$.

La forma standardizzata viene solitamente utilizzata per analizzare la funzione cumulativa, essendo la funzione di densità non integrabile in forma chiusa. Infatti, sussiste una relazione tra la variabile standardizzata Z e l'area sottesa dalla curva ϕ , riscontrabile nella tabella riportata in figura 2.7.

Come si vedrà successivamente, per poter effettuare un monitoraggio statistico è necessario ricercare delle soglie di allarme, ovvero livelli probabilistici che se superati generano delle novelty. La definizione di tali soglie non è univoca e si basa sul tipo di errore che si vuole limitare.

In statistica esistono infatti due tipi di errori:

- 1- Falsi-negativi: ovvero dati che vengono erroneamente segnalati come non appartenenti ad una certa distribuzione statistica;

z	$\Phi(z)$	$p(z)$
-4,00	0,00003	0,00013
-3,50	0,00023	0,00087
-3,00	0,00135	0,00443
-2,50	0,00621	0,01753
-2,00	0,02275	0,05399
-1,50	0,06681	0,12952
-1,00	0,15866	0,24197
-0,50	0,30854	0,35207
0,00	0,50000	0,39894
0,50	0,69146	0,35207
1,00	0,84134	0,24197
1,50	0,93319	0,12952
2,00	0,97725	0,05399
2,50	0,99379	0,01753
3,00	0,99865	0,00443
3,50	0,99977	0,00087
4,00	0,99997	0,00013

Figura 2.7: Relazione tra variabile Z ed area sottesa

2- Falsi-positivi: ovvero dati che vengono erroneamente segnalati come appartenenti ad una certa distribuzione statistica.

A questi due errori corrispondono delle conseguenze reali e sulla base della gravità di tali conseguenze viene deciso quale tipo sia più importante da evitare, o meglio, limitare. Occorre ricordare che non esiste in statistica il rischio zero, pertanto sarà impossibile definire una soglia in grado di annullare completamente un errore piuttosto che l'altro, bensì verranno identificati dei livelli tali da limitarne il verificarsi (generalmente si sceglie di usare soglie con un livello di affidabilità tra l'1%, il 5% e il 10%).

La loro identificazione può essere effettuata in diversi modi: ad esempio, si può richiedere che vengano scartati tutti i punti al di fuori di un intervallo definito da $\mu \pm k\sigma$; alternativamente si può richiedere di segnalare tutti i punti che siano all'esterno di un range definito sulla base di qualche limitazione tecnica-fisica; negli studi teorici si può scegliere di utilizzare il metodo Monte Carlo.

Nel proseguimento della tesi la scelta delle soglie verrà stabilita limitando la possibilità di avere falsi-positivi al di sotto di una certa percentuale e sarà stabilita sulla base del set di dati disponibili in modo tale da scartarne solo un numero di punti corrispondente a tale percentuale.

In seguito allo studio della correlazione tra le grandezze monitorate ed altre grandezze o fattori sarà necessario definire delle nuove soglie d'allarme per la nuova fase di monitoraggio. In tal caso però non sarà più sufficiente l'utilizzo di una gaussiana semplice, ma si dovrà ricorrere all'utilizzo di una normale multivariata, ovvero una distribuzione di probabilità calcolata sulla base di più grandezze ognuna delle quali caratterizzata da un valor medio e una varianza.

La formulazione della funzione di densità probabilistica non subisce grandi variazioni, si passa dall'utilizzo di parametri scalari all'uso di un parametro vettoriale μ (contenente tutte le medie) ed un parametro matriciale Σ , corrispondente alla matrice di varianza-covarianza. Analogamente, il grafico della suddetta funzione non sarà più piano, bensì definito in uno spazio k-dimensionale, dove k è il numero di grandezze correlate tra loro.

La potenzialità di questa distribuzione consiste nella considerazione automatica della correlazione tra le varie grandezze, motivo per cui risulta essere adatta agli scopi che si andranno ad indagare nei prossimi capitoli. All'interno della matrice Σ , infatti, il valore in posizione k_{ij} rappresenta essenzialmente la correlazione tra la i-esima e la j-esima grandezza, pertanto sulla base del valore da essa assunto è facile comprendere se le variabili indagate siano o meno relazionate tra loro.

La definizione delle soglie anche in questo caso può seguire varie metodologie, ma nel seguito verrà utilizzato un metodo analogo al caso mono-variato, ovvero la scelta di un livello probabilistico tale da andare a limitare la presenza di false novelty basato sul set di dati a disposizione.

Conclusa questa breve digressione sui principali concetti statistici utilizzati, verrà ora presentato un approfondimento riguardante il machine learning, con particolare enfasi per le sue peculiarità e i suoi algoritmi più comuni.

3. Fondamenti di machine learning

3.1 Cos'è il machine learning

Il monitoraggio strutturale tramite machine learning è un approccio con il quale si punta a far “imparare” ad un algoritmo, mediante un modello basato su una grande serie di dati acquisiti nel tempo, un metodo per il riconoscimento della presenza di un danno (ovvero una variazione o deviazione della grandezza monitorata nel tempo) in una determinata struttura. Applicazioni avanzate mirano ad indicare altresì la localizzazione di tale danno all'interno dell'apparato strutturale e la sua influenza nel comportamento futuro della struttura.

Ciò è reso possibile esclusivamente dal monitoraggio di grandezze suscettibili di danno, ovvero caratteristiche che variano al variare delle condizioni della struttura, ad esempio le forme modali o le frequenze proprie di vibrazione.

Il processo di identificazione del problema può essere schematizzato in 5 punti vitali:

1. Detection: il processo rileva la presenza di un danno nel sistema;
2. Localisation: viene individuata la posizione del danno all'interno del sistema;
3. Classification: viene definita la tipologia di danno;
4. Assessment: viene definita l'estensione del danno;
5. Prediction: vengono elaborate informazioni circa la sicurezza della struttura, ad esempio la vita residua.

I primi due livelli non richiedono alcuna conoscenza preliminare della struttura danneggiata. Il 4 e il 5 invece si basano sul conoscere il comportamento della struttura in caso di danno e appare a tal proposito essenziale la sua classificazione (livello 3).

In questa tesi ci si fermerà semplicemente al primo livello, ovvero al rilevamento di valori anomali delle grandezze monitorate.

All'interno del machine learning, gli algoritmi possono essere classificati in due modi sulla base del metodo di allenamento scelto:

1. Apprendimento supervisionato: tutte le possibili casistiche di danno devono essere identificate a priori e inserite all'interno dell'algoritmo. Questa tipologia di apprendimento è possibile qualora la struttura sia facile da modellare e tutti i possibili danni facilmente prevedibili.
2. Apprendimento non supervisionato: qualora non sia possibile stabilire quali danni possano verificarsi all'interno del sistema è preferibile questo apprendimento. Esso richiede una grande quantità di dati in quanto l'algoritmo registra i cambiamenti nell'andamento dei dati rispetto alle condizioni di normale esercizio, segnalando quindi lo stato di danno.

In campo civile, poiché non si hanno sempre informazioni sufficienti a determinare l'evoluzione di una struttura danneggiata, spesso non si conosce la totalità delle eventuali casistiche di danno, non si possono avere dati sperimentali su scala reale, ma si possiede una grande quantità di dati di rilevamento e monitoraggio, si preferisce utilizzare il secondo approccio, come verrà fatto anche di seguito in questo elaborato.

3.2 Apprendimento con supervisione

L'apprendimento con supervisione consiste nel fornire all'algoritmo informazioni sulla struttura sia in condizioni di integrità sia in condizioni danneggiate. L'algoritmo sarà quindi in grado non solo di valutare la presenza di danno, ma anche di diagnosticare la successiva evoluzione del danno. Il lato negativo di questo approccio risiede nel fatto che in ambito civile è difficile avere informazioni sui sistemi danneggiati e soprattutto è difficile prevedere tutti i possibili danni.

Una delle tecniche più diffuse è la **rete neurale artificiale**. Ispirato al funzionamento del cervello, si tratta di un algoritmo con architettura a strati. Ogni strato è formato da unità computazionali, dette neuroni, interconnesse tra loro. Se i neuroni sono non lineari, allora anche la rete sarà non lineare.

I neuroni ricevono una serie di input (dall'esterno o da altri neuroni) ed emettono un solo output nel caso in cui la somma degli input raggiunga una certa soglia di attivazione. Gli input x sono tutti segnali binari (0 o 1) opportunamente pesati con un fattore w e sommati.

$$z = \sum_{i=1}^n w_i x_i \quad (3.1)$$

Se la soglia di attivazione viene superata, allora l'output binario assume la forma $y = k(z)$, dove $k(z)$ rappresenta la funzione lineare o non lineare propria del neurone. Questo modello di neurone prende il nome di modello McCulloch-Pitts.

Una prima architettura di rete neurale sviluppata fu il cosiddetto Perceptron⁹ (perceptrone), formato da 3 livelli di neuroni: il primo livello (di input) ridistribuiva solamente i segnali ai livelli di elaborazione, il secondo (anche detto nascosto o associativo) elaborava i segnali e li inviava al terzo, definito livello decisionale, in grado di inviare output al mondo esterno. In questo modello, solo i pesi tra lo strato associativo e quello decisionale erano regolabili e questo dava problemi per quanto riguarda l'apprendimento di alcune funzioni semplici, per le quali era necessario un numero di neuroni doppio rispetto agli argomenti della funzione stessa.

La soluzione del problema¹⁰ fu di inserire una funzione di attivazione continua, oggi la più comune è la funzione $\tanh(x)$. Successivamente si è andati ad applicare la regola della propagazione inversa per l'addestramento della rete, si tratta di un algoritmo di discesa del gradiente per l'ottimizzazione della rete, e si è quindi giunti alla generalizzazione con la rete multistrato perceptrone andando ad aumentare il numero di livelli nascosti.

Il primo step per l'utilizzo di una rete neurale è la fase di formazione, ovvero l'attribuzione dei pesi w_i alle singole connessioni. È un addestramento supervisionato in quanto necessita di una serie di input di cui siano noti anche gli output. La rete viene quindi inizializzata, vengono poi immessi gli input ottenendo i corrispondenti output. Questi ultimi vengono quindi confrontati con gli output reali:

$$J(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_i(t) - \hat{y}_i(t))^2 \quad (3.2)$$

⁹F. Rosenblatt, "Principles of Neurodynamics: Perceptrons and the Theory of Brain Mechanisms", Spartan Books, Washington DC, 1962

¹⁰J J Hopfield, "Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons", PNAS, 1984

Se l'errore è piccolo la rete non viene modificata, in caso contrario l'errore viene passato indietro (algoritmo di propagazione inversa) in modo tale da regolare i pesi e minimizzarlo.

$$\Delta w_i = -\eta \frac{\partial J}{\partial w_i} = -\eta \nabla_i J \quad (3.3)$$

Il parametro η rappresenta la velocità con cui si giunge al valore ottimale dei parametri:

$$w_{ij}^{(m)}(t) = w_{ij}^{(m)}(t-1) + \eta \delta_i^{(m)}(t) x_j^{(m-1)}(t) \quad (3.4)$$

Se η è troppo piccolo, l'apprendimento avrà tempi lunghi, mentre se cresce si rischia che prima di giungere a convergenza i pesi abbiano delle oscillazioni nei valori. Per evitare questo fenomeno si introduce un parametro α , detto momento coerente, la cui funzione consiste proprio nello smorzare tali oscillazioni.

$$\Delta w_{ij}^{(m)}(t) = \alpha \Delta w_{ij}^{(m)}(t-1) + \eta \delta_i^{(m)}(t) x_j^{(m-1)}(t) \quad (3.5)$$

Uno dei problemi correlati al setting della rete è quello della generalizzazione e dell'overfitting. Il problema nasce nel momento in cui il numero di parametri è troppo grande rispetto al numero di set di addestramento disponibili. Secondo la regola di Tarassenko¹¹, infatti, il numero ottimale sarebbe di 10 set di allenamento per ogni peso della rete da settare. Nel caso in cui non ci siano sufficienti set, l'unica soluzione è la riduzione del numero di pesi della rete, possibile controllando il numero di unità nascoste.

Per far ciò sono necessari 3 gruppi di set di dati: formazione, validazione e test. La rete viene addestrata sul set di formazione e vengono calcolati gli errori anche per il set di convalida. Quando si è raggiunto il punto di inizio di sovrallenamento, l'errore sul set di convalida inizia a crescere, mentre quello sul set di formazione continua a diminuire. Viene quindi fissato il numero di unità nascoste nel momento in cui si è registrato l'errore minimo sul set di convalida terminando così il setting della rete. Un ulteriore controllo della generalizzazione viene eseguito verificando la rete con il set di test.

Un altro modo per migliorare la generalizzazione di una rete è la regolarizzazione, ovvero la riduzione o limitazione della dimensione dei pesi. Tecniche a tal proposito sono la penalizzazione nella valutazione dell'errore dei pesi di grandi dimensioni, oppure l'arresto anticipato dell'allenamento prima di giungere al punto di overfitting, oppure l'aggiunta del rumore ai dati di allenamento.

Altri algoritmi basati sulle reti neurali in via di sviluppo sono i seguenti:

- 1- Reti feedforward: analoghe alle reti neurali descritte in precedenza, l'unica differenza consiste nell'assenza di memoria, pertanto i loro output dipendono solo dal corrispondente input e dai pesi della rete.
- 2- Reti ricorrenti: gli output di queste reti vengono reintrodotti come input. L'output finale dipende quindi sia dagli input iniziali che dagli output precedenti. Possono esserci problemi di stabilità.
- 3- Reti cellulari: le unità di elaborazione qui sono chiamate celle. Esse hanno sia elementi lineari che non lineari e possono interagire solo con le adiacenti.

¹¹ L. Tarassenko, "Guide to neural computing applications", Elsevier, 1998

Un'altra tecnica diffusa è l'**apprendimento statistico**¹². Si tratta di un algoritmo in grado di apprendere mediante un set di dati di apprendimento una relazione f tra uno spazio n -dimensionale di input $\{x\}$ ed uno unidimensionale di output y . Analogamente alle reti neurali, la relazione viene definito andando a minimizzare l'errore della previsione settando adeguatamente dei parametri liberi w_i . L'errore, detto rischio reale, è qui valutato come:

$$R(\{w\}) = \int |y - f(\{x\}, \{w\})| p(\{x\}, y) d\{x\} dy \quad (3.6)$$

La densità congiunta degli ingressi e delle uscite $p(\{x\}, y)$ non è generalmente nota. Quindi si fa riferimento al cosiddetto rischio empirico:

$$R_{emp}(\{w\}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - f(\{x\}_i, \{w\})| \quad (3.7)$$

In modo tale che

$$R(\{w\}) \leq R_{emp}(\{w\}) + \varphi(h) \quad (3.8)$$

dove h è un parametro, chiamato dimensione di Vaprik-Chervonenkis, che determina l'intervallo di confidenza (aumenta all'aumentare di h).

L'algoritmo consiste nel creare una serie di modelli nidificati, ognuno con un proprio rischio empirico e un proprio intervallo di confidenza, e nell'andare a selezionare quello che minimizza la somma di queste due variabili, chiamata rischio strutturale. Tale minimizzazione può essere raggiunta riducendo il rischio empirico oppure tenendolo fisso e riducendo l'intervallo di confidenza.

Il procedimento può poi essere reso non-lineare sfruttando il Teorema di Cover, secondo cui un problema di classificazione è più facilmente separabile in modo non-lineare in uno spazio ad alta dimensione invece che in uno a bassa dimensione. Per ridurre l'onere computazionale vengono in questo caso utilizzate le funzioni del kernel valutate nello spazio dell'input $k(\{x\}_i, \{x\}_j)$.

Un altro algoritmo è la **regressione vettoriale**¹³. L'idea di base è che la generica funzione che lega l'input all'output di un set di addestramento sia approssimabile, con un certo errore definito rischio funzionale, mediante una sovrapposizione lineare di funzioni di base.

$$f(\{x\}, \{w\}) = \sum_{i=1}^M w_i g_i(\{x\}) \quad (3.9)$$

Il rischio funzionale può essere valutato in diversi modi (di seguito riportate alcune formulazioni), sulla base della tecnica scelta. Fattore comune a tutti i casi è comunque la ricerca del suo minimo valore.

$$R_{emp}^{1.5}(\{w\}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - f(\{x\}_i, \{w\}))^2 \quad (3.10a)$$

$$R_{emp}^{RR}(\{w\}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - f(\{x\}_i, \{w\})| \quad (3.10b)$$

Anche in questo caso, la combinazione di funzioni può diventare non-lineare a discapito di una maggiore dimensionalità richiesta.

¹² V. Cherkassky and F. Mulier, "Learning from Data: Concepts, Theory and Methods", John Wiley, New York, 1998

¹³ P. J. Huber, "Robust Estimation of a Location Parameter" 1964

Altri algoritmi appartenenti a questa categoria sono i classificatori, ovvero programmi in grado di assegnare nuovi dati di input ad una determinata classe. Il primo è il **CART, o Classification and Regression Tree**¹⁴. Si tratta di un modello in grado di classificare e fare previsioni utilizzando sia variabili discrete che continue.

Come tutti gli alberi decisionali, esso è composto da nodi all'interno dei quali è presente un valore o una scelta e dai quali scaturiscono altri nodi detti nodi figli. Questi possono essere a loro volta nodi padri e così via. Gli ultimi nodi, quelli senza ulteriori nodi figli, sono detti nodi foglia e rappresentano la scelta che dev'essere fatta, la previsione sui nuovi dati o il risultato atteso. Il numero di livelli di nodi definisce il livello, od ordine, dell'albero.

Se da ogni nodo escono al più due linee, allora l'albero sarà definito binario. In caso contrario, prenderà il nome di generale.

L'algoritmo CART, introdotto da Leo Breiman, prevede l'utilizzo di soli alberi binari.

Scelte opportunamente le variabili di input, i problemi relativi ai CART sono due: come definire le scelte da effettuare ad ogni nodo e definire l'ordine dell'albero, ovvero quanti livelli utilizzare.

Per quanto concerne l'addestramento della rete dei nodi, nel caso della modellazione predittiva (regressione) si fa riferimento alla minimizzazione dell'RSS (Residual Squared Sum) definito nell'equazione (2.14).

Per determinare invece il numero di livelli, evitando così il fenomeno dell'overfitting, si può utilizzare la regola di Tarassenko applicata al numero di nodi previsti.

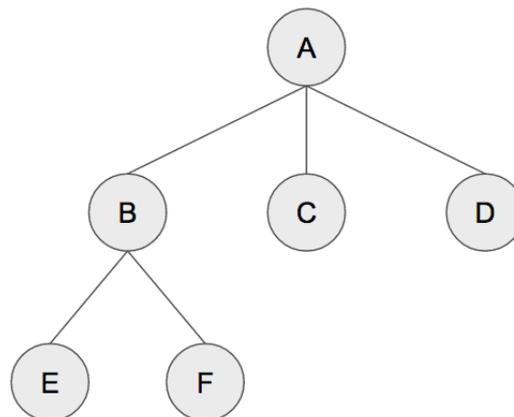


Figura 3.1: Esempio semplificato di albero decisionale

Una generalizzazione di questo algoritmo è il cosiddetto **Random Forest**, ovvero un modello nel quale uno stesso dato è introdotto in più alberi decisionali ognuno dei quali fornisce un risultato. Nel caso della classificazione, la classe più votata sarà la classe assegnata al dato; nel caso della regressione, la previsione sarà la media, ad esempio, di tutte le previsioni eseguite.

Un altro algoritmo utilizzato nella classificazione è il **Naive-Bayes**¹⁵. Si tratta di un classificatore in grado di assegnare una classe ad un certo dato di input sulla base della sua probabilità condizionata valutata mediante il teorema di Bayes. La classe assegnata sarà infatti quella con la maggior probabilità.

Il problema consiste nell'associare ad un vettore $\{X\}$ di dati osservati la classe di danno C_i corrispondente, quindi di valutare la probabilità $P(C_i|\{X\})$.

Se le probabilità di ogni classe di danno sono note (apprendimento supervisionato) il processo è semplice poiché la classe assegnata sarà quella con la probabilità più alta.

¹⁴ L. Breiman et al., "Classification and Regression Trees", 1984

¹⁵ C. R. Farrar e K. Worden, "Structural Health Monitoring A Machine Learning Perspective", 2013, capitolo 6

Nel monitoraggio strutturale, a meno di algoritmi più sofisticati nei quali si richiede anche di riconoscere il tipo di danno, le possibili classi sono due: danneggiato (D) o non danneggiato (U). Si tratta di capire se il rapporto:

$$\gamma = \frac{P(U|X)}{P(D|X)} \quad (3.11)$$

sia maggiore di 1 (non danneggiato) o minore di 1 (danneggiato).

Tali distribuzioni di probabilità non sono generalmente note, mentre, in seguito ad uno studio di densità di probabilità, possono essere note le distribuzioni $P(\{X\}|U)$ e $P(\{X\}|D)$. Sfruttando il teorema di Bayes e l'ipotesi di *indifferenza* $P(U)=P(D)$, il rapporto precedentemente indicato si dimostra divenire il seguente:

$$\gamma = \frac{P(\{X\}|U)}{P(\{X\}|D)} \quad (3.12)$$

definito con l'espressione "*rapporto di verosimiglianza*".

Il problema può poi essere generalizzato al caso con più di due classi possibili. Gli approcci, sulla base dei concetti mostrati in precedenza, validi sono due: il primo mira a definire la classe di un vettore di misure $\{X\}$ come quella con la $P(\{X\}|C_i)$ più alta, il secondo individua la classe di un vettore $\{X\}$ come quella che minimizza l'errore ad essa connesso.

Se si suppone che la probabilità $P(\{X\}|C_i)$ sia descritta da una distribuzione probabilistica caratterizzata da determinati parametri (esempio Gaussiana con parametri media e deviazione standard), allora è possibile limitare l'analisi ai parametri stessi, trovando la massima verosimiglianza tra i valori propri dei dati e quelli delle classi.

Una regola decisionale automatizzabile può essere definita imponendo

$$g_i(\{X\}) = f(P(\{X\}|C_i)) \quad (3.13)$$

e andando a massimizzare la funzione discriminante $g_i(\{X\})$. La tipologia di funzione dipende dalla distribuzione.

Imponendo poi:

$$g_i(\{X\}) = g_j(\{X\}) \quad \text{per ogni } i \neq j \quad (3.14)$$

si possono ottenere i limiti delle regioni decisionali. Sarà dunque sufficiente definire tra quali limiti la funzione $g_i(\{X\})$ ricade per associare al vettore di dati la classe corrispondente. Si perviene così al concetto di albero decisionale, ovvero un ciclo operativo nel quale ad ogni passaggio si confronta il valore della funzione discriminante con i limiti di una determinata classe.

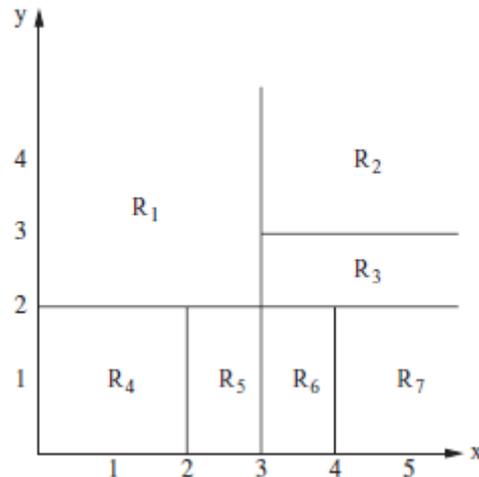


Figura 3.2: Partizione dello spazio delle misure in regioni decisionali

Il problema si sposta dunque sulla scelta di un'adeguata funzione densità di probabilità e sulla stima dei suoi parametri, sulla base dei quali definire poi la funzione discriminante. Selezionata la forma funzionale adatta per definire i parametri caratteristici di ogni classe si massimizza la funzione discriminante in termini parametrici utilizzando come dati quelli provenienti da vettori di misura di allenamento. Questo approccio è detto della massima verosimiglianza¹⁶.

Nel caso in cui tale forma funzionale non sia conosciuta a priori, generalmente viene scelta una funzione di densità di probabilità gaussiana, caratterizzata dai parametri μ (media) e σ (scarto quadratico medio). Mediante una serie di passaggi, ciò che si ottiene è che la media e lo scarto di ogni classe saranno uguali rispettivamente a:

$$\{\mu\} = \frac{1}{N_t} \cdot \sum_{k=1}^{N_t} \{x^{(k)}\} \quad (3.15)$$

$$\{\sigma\} = \frac{1}{N_t} \cdot \sum_{k=1}^{N_t} (\{x^{(k)}\} - \{\mu\})(\{x^{(k)}\} - \{\mu\})^T \quad (3.16)$$

dove: $\{\mu\}$ indica il vettore delle medie, $\{\sigma\}$ indica il vettore degli scarti quadratici, $\{x^{(k)}\}$ indica il k-esimo vettore di dati di allenamento, N_t indica il numero totale di vettori di allenamento.

Con i dati reali di misurazioni, nell'approccio della massima verosimiglianza si andranno a valutare media e scarto e si assegnerà al vettore la classe con i parametri che più si avvicinano ai valori calcolati.

Un classificatore in grado di operare una classificazione ed una divisione in gruppi in modo "spaziale" valutando la distanza tra i dati di input e le classi definite è il **KNN, K-Nearest Neighbors**¹⁷. Mediante un apprendimento supervisionato, una serie di istanze viene definita all'interno dell'algoritmo. Per ogni dato in entrata, il modello calcola la distanza tra esso e ciascuna istanza. La classe assegnata sarà quella con la distanza minore. Il processo può essere accelerato fissando un parametro k tale per cui il modello misurerà

¹⁶ R. J. Schalkoff, "Pattern Recognition: Statistical, Structural and Neural Approaches", Hardcover, 1991

¹⁷ *Ibid.*

solo le distanze dalle k-classi più vicine al dato. Uno svantaggio è l'assenza di apprendimento e la richiesta di tempi lunghi in caso di grandi quantità di dati.

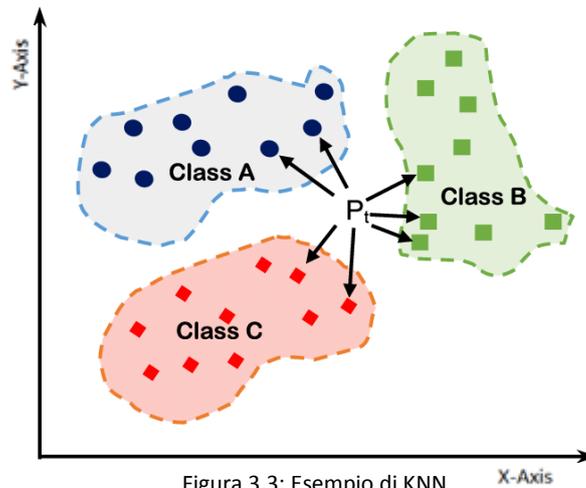


Figura 3.3: Esempio di KNN

Metodi per calcolare le distanze in questi modelli sono:

- euclidea: dati due punti P e Q:
$$d = \sqrt{(p_x - q_x)^2 + (p_y - q_y)^2} \quad (3.17)$$

- Mahalanobis: dato un valore, la media e la covarianza:
$$D_M(x) = \sqrt{(x - \mu)^T S^{-1} (x - \mu)} \quad (3.18)$$

- Manhattan: dati due punti P e Q:
$$L_1(P, Q) = |p_x - q_x| + |p_y - q_y| \quad (3.19)$$

- Minkowski: dati due punti P e Q di n-dimensione e un ordine di distanza p:
$$D = (\sum_{i=1}^n |P_i - Q_i|^p)^{\frac{1}{p}} \quad (3.20)$$

3.3 Novelty detection: apprendimento senza supervisione

L'apprendimento non supervisionato, anche detto rilevamento di anomalie o rilevamento delle novità, si basa sulla possibilità di avere informazioni riguardanti la struttura integra o nella sua condizione iniziale. A partire da tali informazioni può essere costruito un modello statistico sulla base del quale verranno eseguiti i controlli di ogni dato misurato successivamente: in caso di scostamento "anomalo" dalla "normalità" l'algoritmo segnalerà la condizione di anomalia, che potrebbe rappresentare un danno.

Come si può notare, non è dunque necessaria la presenza di informazioni riguardanti tutti i possibili stati di danno, difficoltosi da prevedere, ottenere ed analizzare nell'ambito delle strutture civili.

Condizione necessaria per sviluppare un algoritmo senza supervisione è la conoscenza dei dati della struttura in condizioni di integrità o in ben definite condizioni iniziali. Per lo studio successivo, è necessario che tali dati vengano rappresentati utilizzando una distribuzione di probabilità. In questo modo, l'analisi non verrà condotta su tutte le caratteristiche del sistema, ma solo su alcune proprietà della distribuzione scelta, riducendo così il numero di variabili in gioco.

L'idea di fondo è quella di valutare la discordanza tra i nuovi dati e quelli iniziali e successivamente confrontarla con una soglia adeguatamente definita. I dati con discordanze maggiori della soglia vengono segnalati come anomali.

A tal proposito, una prima scelta di distribuzione è la Gaussiana, facilmente parametrizzabile da media e varianza. Nel caso univariato, il problema può essere ulteriormente semplificato prendendo come riferimento la deviazione statistica:

$$z = \frac{|x_i - \bar{x}|}{\sigma_x} \quad (3.21)$$

dove x_i è il nuovo dato, X è la media dei dati iniziali, σ_x è la deviazione standard dei dati iniziali. Esistono definizioni della soglia di confidenza per quanto riguarda la variabile z , ad esempio la soglia di confidenza al 95% è data da una differenza di z di ± 1.96 .

Analogamente il caso multivariato può essere semplificato mediante la seguente espressione:

$$D_i^2 = (\{x\}_i - \{X\})^T [\Sigma] (\{x\}_i - \{X\}) \quad (3.22)$$

relazione che ricorda esplicitamente la distanza al quadrato di Mahalanobis.

In ambo i casi, media e varianza (o covarianza) possono essere valutati considerando solo i dati iniziali (metodo esclusivo) o considerando anche i dati attuali (metodo inclusivo). È consigliabile la via esclusiva siccome il potenziale anomalo è sempre noto a priori.

Per la valutazione della soglia invece viene spesso utilizzato il metodo Monte Carlo¹⁸, ovvero un algoritmo che genera una serie di valori non correlati secondo la distribuzione di probabilità analizzata.

Un approccio di questo genere, utilizzando una distribuzione gaussiana, è possibile solo se tale distribuzione appare ellittica nello spazio delle caratteristiche ed è unimodale, ovvero con un solo picco. In tutti gli altri casi è più appropriato utilizzare una distribuzione non-gaussiana e un metodo adeguato è rappresentato dalle reti neurali auto-associative, già presentate nel paragrafo precedente.

Nella ricerca di anomalie, le reti neurali vengono addestrate sulla base delle condizioni normali e il loro compito consiste nell'estrazione, mediante un'architettura a "collo di bottiglia", delle caratteristiche dai dati di input formando così un vettore di caratteristiche $\{X\}$.

Tale vettore viene poi confrontato con ogni vettore risultante dalla rete da nuovi dati di input valutando il cosiddetto indice di novità $v(\{x\})$, definito dalla distanza tra il vettore $\{x\}$ e la sua rappresentazione nella rete $\{X\}$:

$$v(\{x\}) = \|\{x\} - \{X\}\| \quad (3.23)$$

Se $v(\{x\})=0$, allora il sistema risulta essere non danneggiato in quanto corrispondente alla condizione iniziale, in caso contrario il sistema risulterà potenzialmente danneggiato.

La potenzialità di questo metodo è la sua adattabilità a qualsiasi distribuzione di probabilità delle condizioni iniziali.

Un altro metodo per la rilevazione di novità consiste nella stima della densità del Kernel standard¹⁹. La filosofia del metodo è sempre la medesima, ciò che cambia è la distribuzione di probabilità. La forma della stima è la seguente:

$$p(\{x\}) = \frac{1}{Nh} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{\{x\} - \{x\}_i}{h}\right) \quad (3.24)$$

dove: $\{x\}_i$ è l' i -esimo vettore di allenamento, N è il numero di vettori di allenamento, K è la funzione del Kernel, h è il parametro di smoothing, la cui funzione è di controllare la larghezza dei singoli kernel. La funzione del Kernel più utilizzata in questo contesto è il gaussiano multivariato:

$$K(\{x\}) = \frac{1}{2\pi^{d/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \|\{x\}\|^2\right) \quad (3.25)$$

¹⁸ C. R. Farrar e K. Worden, "Structural Health Monitoring A Machine Learning Perspective", 2013, capitolo 6

¹⁹ *Ibid.*

dove d è la dimensione dello spazio dati.

Appare evidente come la stima dipenda essenzialmente da due parametri: la dimensione del set di dati di allenamento e il parametro h . Il valore ottimale di quest'ultimo può essere ricavato mediante la convalida incrociata dei minimi quadrati dell'errore inserito nella seguente equazione:

$$M_1(h) = \frac{2}{n^2 h^d} \sum_i \sum_{j < i} K * \left(\frac{\{Z\}_i - \{Z\}_j}{h} \right) + \frac{1}{n h^d} K^{(2)}(\{0\}) \quad (3.26)$$

Una volta definite la distribuzione di probabilità del sistema integro e quindi le corrispondenti caratteristiche da monitorare, il passo successivo è determinare i metodi per il controllo dei dati e la segnalazione delle anomalie. I criteri qui utilizzati sono di tipo statistico e fanno riferimento al controllo statistico del processo, anche detto controllo statistico della qualità, data la grande applicazione di queste tecniche nel controllo della qualità in ambito di produzione industriale. Di seguito verranno presentate alcune tra le più comuni tecniche di controllo della qualità, tutte accomunate dall'utilizzo di grafici di controllo di qualità²⁰.

La prima tipologia sono i cosiddetti **Grafici X**²¹. Si tratta di grafici ottenuti tracciando una linea orizzontale su μ e altre due linee orizzontali, una superiore ed una inferiore, che rappresentano i limiti di controllo (UCL e LCL). Questi limiti corrispondono essenzialmente a limiti di confidenza e vengono fissati come $\mu \pm K\sigma$, dove: K è un valore scelto in modo tale che quando la struttura è in buone condizioni le osservazioni ricadano entro i limiti, o meglio, vi ricadono in percentuale K ; μ è la media campionaria; σ è la deviazione standard campionaria. L'avviso di anomalia viene indicato nel caso in cui si presentino 5 osservazioni consecutive da una parte della media oppure nel caso di osservazioni fuori dai limiti non giustificabili da fattori operativi od ambientali.

Talvolta, le osservazioni vengono organizzate in sottogruppi di dimensioni n (adeguatamente scelto in modo che le osservazioni all'interno del sottogruppo siano più simili che tra gruppi), per ognuno si valuta la media campionaria e si traccia poi la media delle campionature. La linea centrale sarà ancora la media μ , ma la deviazione standard cambierà in σ/\sqrt{n} . Questo particolare tipo di grafico prende il nome di **Grafico a barre X** (o Shewhart chart)²².

Una problematica legata a questa tecnica risiede nel caso in cui i dati siano correlati tra loro, in tal caso la stima della deviazione standard, e quindi dei limiti, è inappropriata.

Nel caso di correlazione dei dati risulta maggiormente adeguato l'utilizzo dei Grafici a barre X ottenuti utilizzando i residui provenienti dalla parametrizzazione di un modello auto-regressivo di ordine p sui dati iniziali. Per residui si intende la differenza tra i nuovi dati osservati e i dati stimati dal modello auto-regressivo. Generalmente i fattori ambientali ed operativi vengono incorporati direttamente nel modello aggiungendo per ogni fattore un parametro.

Meno utilizzate o ancora in via di sviluppo sono invece le seguenti tecniche²³:

- 1- Tabella di controllo S: analoga ai grafici X a barre, unica differenza consiste nel fatto che non si analizza la media campionaria bensì la deviazione standard di ogni sottogruppo. I limiti superiore ed inferiore sono valutati con le seguenti due formule:

²⁰ Per altre informazioni riferirsi a: *Basseville e Nikiforov, 1993; Poor e Hadjiliadis, 2009; Sohn et al., 2003*

²¹ D.C. Montgomery, *"Introduction to Statistical Quality Control"*, John Wiley, New York, 1996

²² *Ibid.*

²³ C. R. Farrar e K. Worden, *"Structural Health Monitoring A Machine Learning Perspective"*, 2013, capitolo 10

$$UCL = S \sqrt{\frac{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}^2}{n-1}} \quad LCL = S \sqrt{\frac{\chi_{\frac{\alpha}{2}, n-1}^2}{n-1}} \quad (3.27)$$

- 2- Grafico CUSUM (o somma cumulativa): graficizza informazioni non solo per la corrente serie temporale, ma per l'intera serie di valori misurati. La variabile monitorata segue una distribuzione gaussiana di media μ e deviazione standard σ . Il cus tabulare conta le deviazioni dalla media che sono al di sopra di un limite superiore C_i^+ o al di sotto di un limite inferiore C_i^- , chiamati cusum unilaterali superiore ed inferiore e così valutati:

$$C_i^+ = \max \{0, x_i - (x + k\sigma) + C_{i-1}^+\} \quad (3.28a)$$

$$C_i^- = \max \{0, (x + k\sigma) - x_i + C_{i-1}^-\} \quad (3.28b)$$

Come nel caso dei Grafici X, k è un fattore rappresentativo della sensibilità del test.

Se un cusum diventa negativo, viene forzato a zero, così come se un cusum supera un limite $H=h\sigma$ il processo viene considerato fuori controllo.

- 3- Grafico EWMA: è una tabella di controllo basata sulla media mobile ponderata esponenzialmente. La variabile EWMA z si ottiene, partendo dalla variabile monitorata x mediante la seguente relazione:

$$z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda)z_{i-1} \quad (3.29)$$

dove λ è un fattore di dimenticanza: può assumere valori compresi tra zero ed uno (cui corrisponde la stima del valore medio standard). Anche in questo caso vengono definiti i limiti di controllo la cui sensibilità è controllata dal parametro L :

$$UCL, LCL = x_m \pm L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}]} \quad (3.30)$$

Finora sono stati analizzati i metodi per casi univariati, ovvero con una sola variabile monitorata. Esistono anche i metodi analoghi per il caso multivariato, di cui alcuni di seguito elencati.

- 1- Grafico Hotelling o Shewhart T^2 : è il caso multivariato del Grafico X a barre. La variabile di controllo viene definita come segue, dati $\{X\}_i$ osservazione, media $\{X\}_m$ e covarianza $[\Sigma]$:

$$T^2 = n(\{x\}_i - \{x\}_m)^T [\Sigma]^{-1} (\{x\}_i - \{x\}_m) \quad (3.31)$$

La variabile T^2 è definita semi-positiva, pertanto è sufficiente un limite superiore:

$$UCL = \frac{p(m+1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha, p, mn-m-p+1} \quad (3.32)$$

dove p è il numero di variabili monitorate, n la dimensione del sottogruppo, m il numero di sottogruppi ed F la distribuzione assunta con $mn-m-p+1$ gradi di libertà.

- 2- Grafico CUSUM multivariato: generalizzazione del caso univariato.
 3- Grafico EWMA multivariato: generalizzazione del caso univariato.

In tutti i metodi sopra descritti, appare importante la presenza di una o più soglie di rilevamento. La loro valutazione parte dai dati sulla condizione non danneggiata. Essi vengono raggruppati, per ogni

sottogruppo vengono quindi definite delle caratteristiche rappresentative e i corrispondenti valori massimi per il limite superiore o valori minimi per il limite inferiore. Viene poi ricercata la distribuzione cumulativa empirica adeguata a rappresentare i dati, parametrica o meno. Definita la curva corretta e il livello di fiducia desiderato (percentili), mediante un procedimento di estrazione si va a definire il limite adeguato.

La loro stima dev'essere adeguatamente definita per evitare errori di tipo I (falsi positivi) o di tipo II (falsi negativi). Il peso di questi due errori è diverso per ogni ambito di applicazione: le conseguenze di un falso positivo genera perdite economiche perché si preclude un sistema sano, le conseguenze di un falso negativo invece possono generare perdite più gravi in quanto non si preclude un sistema di per sé potenzialmente danneggiato. Le soglie vengono quindi definite e modificate sulla base di tali conseguenze. Per compiere un'adeguata valutazione della gravità degli errori, e quindi settare correttamente le soglie, la tendenza è di usare la curva ROC (curva caratteristica ricevitore-operatore).

La curva ROC è composta da una serie di punti le cui coordinate sono (t, TPR) , dove t corrisponde ad un punteggio fisso definito in base al metodo utilizzato, mentre TPR (tasso positivo reale) è dato dal numero di vettori di danno classificati come danneggiati diviso il numero totale di vettori di danno. Analogamente, il FPD (tasso di falsi positivi) è il rapporto tra il numero di vettori non danneggiati classificati come danneggiati e il numero totale di danneggiati.

Graficamente questo processo inizia posizionando una linea verticale (o soglia di decisione) alla coda destra della distribuzione corrispondente alla condizione normale mostrata nella figura 2. Questa posizione corrisponde a un valore FPR di zero. Il TPR corrispondente è l'area sotto la distribuzione a destra della soglia. Via via la soglia viene spostata a sinistra e viene calcolato un nuovo valore FPR come area nella distribuzione delle condizioni normali a destra della linea verticale e il corrispondente nuovo valore TPR. Il procedimento continua fino a quando l'intera distribuzione non si trova a destra della soglia.

Uno dei problemi di questo metodo è che la curva ROC²⁴ può essere costruita solo se sono presenti dati sia del sistema integro che del sistema danneggiato, il che presuppone un approccio supervisionato.

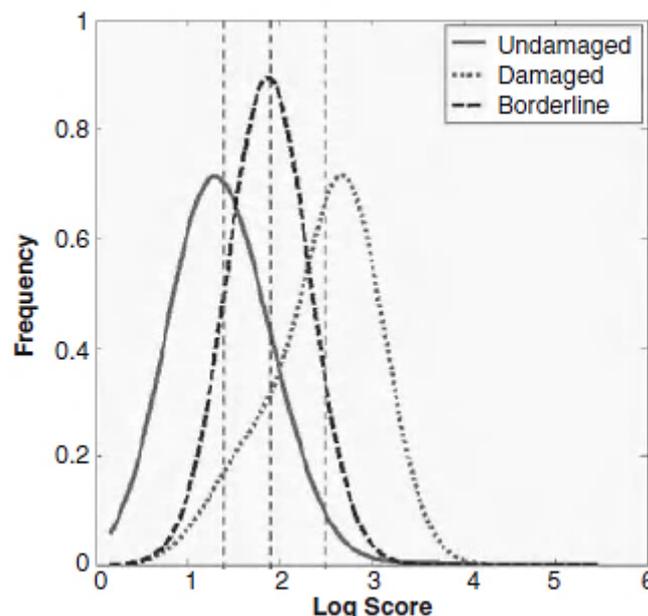


Figura 3.4: Stima delle soglie e delle funzioni di densità di probabilità

Oltre alla novelty detection, fino ad ora largamente presentata, esistono anche classificatori e modelli regressivi basati sull'apprendimento senza supervisione. Siccome però essi sono poco utilizzati in ambito civile rispetto all'anomaly detection, verranno solo citati e brevemente descritti per completezza.

²⁴ C. R. Farrar e K. Worden, "Structural Health Monitoring A Machine Learning Perspective", 2013, capitolo 9

Tra i classificatori, nonostante i più comuni siano supervisionati, ad esempio il KNN, esistono anche delle varianti non supervisionate. Uno di queste è il **k-means clustering**. Si tratta di un modello di clustering, ovvero attraverso un processo iterativo l'algoritmo, basandosi sul principio di massima verosimiglianza, ricerca delle somiglianze tra i dati e li organizza in gruppi che prendono il nome di cluster. Non richiede quindi una supervisione, quanto invece una fase di addestramento nella quale definire i primi k cluster. I dati successivi verranno inseriti all'interno dei gruppi misurando la distanza dai vari centroidi, oppure verranno organizzati in nuovi cluster nel caso in cui essi appaiano distanti da tutti i gruppi.

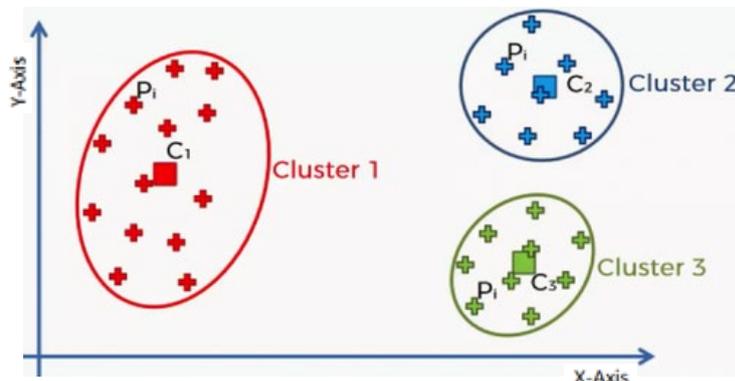


Figura 3.5: Esempio di k-means clustering

Definiti i cluster, ad ogni iterazione viene misurata la distanza tra il nuovo dato di input e poi viene riaggiornata la posizione del centroide di ciascun cluster:

$$c_{i,x} = \frac{1}{s_{i,x}} \sum x_i \quad (3.33)$$

dove $s_{i,x}$ è la somma di tutte le posizioni dei dati appartenenti al cluster i-esimo.

Altro classificatore largamente diffuso è il **Support Vector Machine (SVM)**. In questo caso, l'algoritmo divide i dati in diverse classi andando a ricercare una linea di separazione, detta iperpiano. Nel caso in cui non sia possibile definire una retta di separazione, data la complessità delle classi, allora si definisce una funzione kernel separatrice.

La retta, o la funzione, scelta è sempre quella che massimizza la distanza tra le classi, valutandola in riferimento al dato della classe più vicino alla linea.

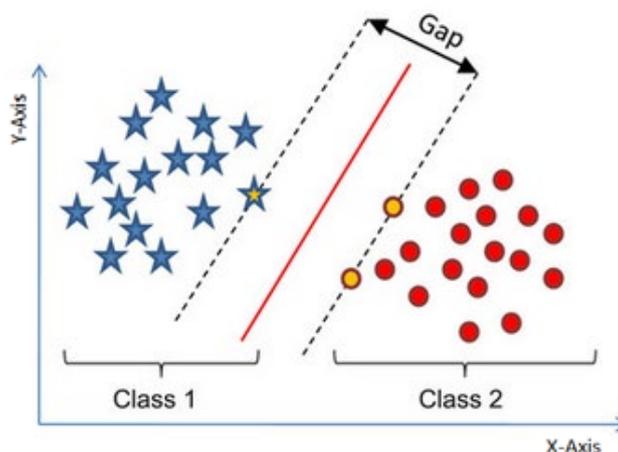


Figura 3.6: Esempio di SVM

In tutti gli algoritmi descritti in precedenza, un problema comune è quello della generalizzazione e dell'overfitting. Come già detto, queste due limitazioni possono essere affrontate con un adeguato numero di set di apprendimento in base al numero di variabili da settare. La citata regola empirica di Tarassenko suggerisce di avere 10 set di allenamento per ogni "grado di libertà" della rete. Dalla teoria dell'apprendimento statistico di Vaprik deriva invece la regola per la quale il numero n di set necessari per un certo valore W di pesi da settare ed un tasso di errore ϵ è determinato come:

$$n = \frac{W}{\epsilon} \quad (3.34)$$

Per un tasso di errore $\epsilon=0.1$, le due regole coincidono.

Come si è potuto notare, questa tipologia di approccio permette di verificare le condizioni della struttura avendo a disposizione solo i dati della stessa in condizioni integre. Essi permettono però solo un'analisi di livello 1, ovvero individuano la potenziale presenza di un danno all'interno della struttura, ma non sono in grado di valutare adeguatamente le conseguenze di tale danno, la vita residua, la programmazione di eventuali interventi. Per tali propositi è più indicato un approccio di apprendimento con supervisione.

3.4 Normalizzazione dei dati

Al contrario dei test eseguiti in laboratorio, dove l'ambiente è tenuto sotto controllo, nel monitoraggio delle strutture esistenti esistono fattori di disturbo dei segnali variabili nel tempo. Generalmente essi possono essere ambientali (temperatura, umidità, vento) od operativi (interferenze strumentazioni, vibrazioni esterne, variazioni dei carichi in esercizio, traffico, presenza umana).

La presenza di suddetti fattori risulta essere una problematica qualora vada ad influenzare in qualsiasi modo i parametri utilizzati per il monitoraggio facendo risultare un'inesistente variazione dello stato della struttura. È dunque necessaria una normalizzazione dei dati, ovvero una separazione dei cambiamenti del comportamento strutturale dovuti ai fattori ambientali ed operativi dai cambiamenti del comportamento dovuti all'effettiva presenza di un danno. A tal fine è talvolta necessaria la misurazione dei fattori di disturbo.

Esistono varie procedure (sia hardware che software) per la normalizzazione dei dati.

Le principali sono le seguenti:

1. Il primo approccio prevede un'iniziale analisi dei fattori che potrebbero influenzare i parametri di monitoraggio, dopo di che si passa alla loro diretta misurazione con un sistema di sensori progettato ad hoc. Talvolta è possibile che lo stesso sistema di monitoraggio venga progettato in modo tale da ridurre al minimo l'influenza dei fattori esterni.
2. Il secondo approccio prevede una modellazione (spesso si tratta di modelli di regressione lineare) dei fattori ambientali e operativi in modo tale da prevedere e analizzare la loro influenza sul comportamento della struttura e sulle caratteristiche di monitoraggio. Per settare propriamente il modello sono necessari una certa quantità di dati misurati dipendente dal numero di coefficienti che si hanno nel modello. Più il modello è complesso, più sarà grande il numero di parametri. I modelli regressivi possono essere di svariato tipo:

-Statici lineari: in cui il vettore dati $\{f\}_i$ è influenzato solo da un fattore t_i contemporaneo

$$\{f\}_i = \{a\} + \{b\}t_i \quad (3.35)$$

-Statici non-lineari: in cui il vettore dati $\{f\}_i$ è influenzato solo da un fattore t_i contemporaneo

$$\{f\}_i = \{a\} + \{b\}t_i + \{c\}t_i^2 \quad (3.36)$$

- Dinamici lineari/non-lineari: in cui il vettore dati $\{f\}_i$ è influenzato non solo da un fattore t_i contemporaneo ma anche da quelli misurati in istanti precedenti

$$\{f\}_i = \{a\} + \{b\}t_i + \{c\}t_i^2 + \{d\}t_{i-1} + \{e\}t_{i-1}^2 \quad (3.37)$$

- Nel caso in cui i fattori ambientali od operativi siano molteplici, si avranno gli stessi modelli ma t_i diventa un vettore di valori.

$$\{f\}_i = \{a\} + \{b\}\{t\}_i + \{c\}\{t\}_i^2 + \{d\}\{t\}_{i-1} + \{e\}\{t\}_{i-1}^2 \quad (3.38)$$

I coefficienti presenti nel modello vengono stimati mediante procedure basate sull'utilizzo di set di dati di addestramento misurati sulla struttura, come ad esempio minimi quadrati.

- Il terzo approccio consiste nelle tabelle di consultazione. Questo metodo viene utilizzato quando la misurazione diretta dei fattori d'influenza esterni non è possibile. Il procedimento prevede di analizzare le caratteristiche di monitoraggio in tutte le possibili e prevedibili condizioni operative della struttura e dell'ambiente nello stato di assenza di danno tabulando i dati così ottenuti. Successivamente, nello stato di struttura danneggiata, ogni nuova caratteristica misurata viene paragonata con quella più vicina in termini di distanza euclidea tabulata (condizioni maggiormente simili). Questo procedimento non esclude però che si tratti di una condizione ambientale od operativa non prevista e quindi non presente in tabella.
- Il quarto approccio sfrutta l'apprendimento automatico²⁵. Gli algoritmi qui utilizzati vengono addestrati con vettori di dati provenienti dalla struttura senza danni in diverse condizioni ambientali/operative reali o simulate (infatti non sono necessari in questo approccio dati misurati direttamente sulla struttura). Successivamente, nella fase di test, ogni vettore di caratteristiche viene convertito in un valore scalare denominato indice di danno DI sul quale verrà poi condotta l'analisi di rilevazione della novità. Se la normalizzazione è adeguata e solida, i DI saranno quasi invarianti in condizioni di mancanza di danno e con qualsiasi fattore esterno d'influenza; altresì, in caso di danno, l'algoritmo sarà in grado di segnalarlo anche in presenza di fattori nocivi alle caratteristiche analizzate.

Gli algoritmi maggiormente utilizzati in questo ambito sono 4:

- Reti neurali auto-associative: data una matrice di addestramento $[Y]$ (insieme di parametri anche provenienti da una situazione danneggiata) e una matrice dell'output previsto dalla rete neurale $[Y']$, l'errore residuo $[E]$ è definito come:

$$[E] = [Y] - [Y'] \quad (3.39)$$

L'indice di danno DI di ogni vettore di caratteristiche è invece assegnato come la distanza euclidea:

$$DI_i = ||[Y]_i - [Y']_i|| \quad (3.40)$$

Se la struttura non è danneggiata il DI risulterà circa pari a zero, in caso contrario si avrà uno scostamento da zero non attribuibile ad una variazione operativa e ambientale presente nei dati di addestramento (il che rappresenta un danno oppure una variabilità non registrata in precedenza).

- Analisi fattoriale: tecnica utilizzata per descrivere la relazione tra le caratteristiche misurate e i fattori operativi ed ambientali. Il fattore lineare può essere scritto come:

$$\{x\} = [\Lambda] \{\xi\} + \{\epsilon\} \quad (3.41)$$

²⁵ C. R. Farrar e K. Worden, "Structural Health Monitoring A Machine Learning Perspective", 2013, capitolo 12

Dove $\{x\}$ è il vettore delle caratteristiche, $[\Lambda]$ è la matrice che descrive il modello di interazione tra variabilità e caratteristiche, $\{\xi\}$ è il vettore delle variabilità operative ed ambientali, $\{\varepsilon\}$ è il vettore degli errori residui.

Stimato il vettore $\{x\}$, il DI di ogni vettore di dati misurato sulla struttura viene valutato come in precedenza mediante la distanza euclidea.

- MSD (Mahalanobis Squared-Distance): la matrice di addestramento, in cui ogni colonna rappresenta un vettore di caratteristiche estratto dai dati ottenuti sulla struttura non danneggiata in presenza di fattori ambientali od operativi, viene utilizzata per calcolare un vettore di caratteristiche medie $\{x\}_m$ e una matrice di covarianza $[\Sigma]$. Dopo di che, per tutti i vettori di test viene valutato un DI (utilizzando l'MSD che verrà illustrato nel seguito della trattazione) utilizzando la seguente equazione:

$$DI_i = (\{x\}_i - \{x\}_m)^T [\Sigma]^{-1} (\{x\}_i - \{x\}_m) \quad (3.42)$$

il DI sarà grande in caso di struttura danneggiata con condizioni di variabilità ambientale e operativa simili a quelle rappresentate dalle caratteristiche medie.

- Decomposizione del valore singolare: si basa sul calcolo del rango della matrice contenente i vettori di caratteristiche in presenza di fattori esterni. Data la matrice $[M]$ contenente tutti i vettori delle caratteristiche provenienti dalla condizione non danneggiata con diverse condizioni ambientali, mediante la decomposizione può essere valutato il suo rango R . Dopo di che, viene aggiunto un nuovo vettore di caratteristiche alla matrice e viene ricalcolato il nuovo rango: se esso è uguale al precedente, il nuovo vettore deriva da una condizione non danneggiata (in quanto può essere definito come combinazione lineare di quelli precedenti), in caso contrario deriva da una condizione danneggiata.

Per la normalizzazione dei dati la procedura è la medesima, ma in ambo gli step i valori singolari delle matrici $[M]$ ed $[M']$ vengono raccolti rispettivamente in due vettori $\{s\}_m$ ed $\{s\}_{m'}$. Se il vettore aggiunto deriva da una condizione danneggiata, il vettore $\{s\}_{m'}$ avrà alcuni valori singolari che non si sovrappongono a quelli del vettore $\{s\}_m$. Infine, il DI viene valutato come segue:

$$DI_i = \|\{s\}_m - \{s\}_{m'}\| \quad (3.43)$$

5. Il quinto approccio sfrutta il metodo delle proiezioni. L'idea di base è di scegliere ed utilizzare delle caratteristiche che siano insensibili alla variabilità ambientale ed operativa. Per ridurre la dimensionalità dei vettori di misura ed individuare tali caratteristiche si può ricorrere al metodo delle proiezioni: le caratteristiche originali vengono proiettate in uno spazio attraversato dagli autovettori corrispondenti agli autovalori più piccoli della matrice di covarianza delle caratteristiche. In questo modo si minimizza la variabilità ambientale, la quale rappresenta il maggior contributo alla varianza delle caratteristiche.
6. Il sesto ed ultimo approccio ivi analizzato si basa sulla cointegrazione, proprietà delle serie temporali non stazionarie. In particolare, due serie temporali non stazionarie si definiscono cointegrate se una loro combinazione lineare è stazionaria. L'ordine di integrazione rappresenta il numero di differenziazioni necessarie prima che una serie temporale non stazionaria diventi

stazionaria. Nell'analisi di cointegrazione, tutte le variabili incluse devono avere lo stesso ordine di integrazione.

L'analisi prevede di ricercare il vettore cointegrante $\{\beta\} : z_i = \{\beta\}^T \{y\}_i$ dove $\{y\}_i$ è non stazionario mentre z_i è stazionario.

Esistono diverse procedure di analisi, ma tra le più comuni vi è la procedura Johansen. Dalla procedura risulta un vettore $\{\beta\}$ caratterizzante la struttura non danneggiata in presenza della variabilità ambientale e operativa prevista. Esso rimarrà stazionario fintanto che non si presenterà un danno all'interno della struttura.

Nell'ultima parte della tesi, verrà sfruttata la normalizzazione dei dati per analizzare la correlazione tra gli andamenti delle frequenze e la temperatura rilevata. In questo contesto si sceglierà di utilizzare un approccio legato al machine learning: verrà costruita una distribuzione statistica dei casi misurati in un anno e sulla base di essa valutata la distanza dei dati in input relativi ad altri periodi temporali rispetto al modello statistico così realizzato.

4. Sviluppo di un algoritmo per il monitoraggio dinamico automatico

In questo capitolo verrà esposto, analizzato e spiegato l'algoritmo programmato per l'elaborazione e lo studio dei dati provenienti da un sistema di monitoraggio installato su una struttura reale.

Come ambiente di sviluppo si è scelto di utilizzare MATLAB® in quanto al suo interno sono già presenti delle routine e delle funzioni in grado di svolgere alcuni passaggi necessari per l'elaborazione e la gestione dei dati.

Si sottolinea comunque come prima dell'impiego di tali funzioni sia stato svolto un approfondito studio sul loro funzionamento e sulla loro utilità, ponendo l'attenzione direttamente sugli algoritmi di calcolo.

Il primo passo per lo sviluppo di un algoritmo in grado di lavorare su segnali misurati è la formazione di un modello della struttura reale su cui si deve operare. Come esposto nel capitolo 2, esistono due tipologie possibili di modelli: i modelli basati sulla fisica e i modelli basati sui dati. In questa tesi è stato scelto di utilizzare un modello data-driven utilizzando come dati i segnali provenienti da un sistema di accelerometri collocati in punti strategici.

Trattandosi di segnali reali, essi sono caratterizzati da numerose caratteristiche nocive per il raggiungimento di un'adeguata qualità del modello. Pertanto, prima del loro diretto impiego, è necessario operare una pre-elaborazione degli stessi in modo tale da rimuovere, almeno in parte, tutto ciò che non è determinante ai fini dello studio.

4.1 Pre-elaborazione dei dati

Generalmente i sensori utilizzati nei sistemi di monitoraggio, ad esempio accelerometri, termocoppie e velocimetri, presentano frequenze di acquisizione elevate rispetto alle frequenze proprie delle strutture: si va infatti da un minimo di 100 Hz fino all'ordine di pochi KHz a fronte di frequenze proprie dell'ordine di poche unità, o al più qualche decina, di Hz. È chiaro dunque come i segnali presentino un'ampia banda di alte frequenze che non solo rimangono inutilizzate, ma possono anche ridurre l'accuratezza del modello.

Per conoscere quale sia la banda di frequenze d'interesse della struttura analizzata si possono affrontare due possibili strade: la prima è l'analisi modale di un modello physics-based dalla quale ricavare i modi propri della struttura modellata e quindi le relative frequenze di vibrazione, la seconda consiste nella valutazione dei picchi presenti nel grafico PSD (Power Spectral Density) elaborato a partire da un segnale disponibile nel dominio del tempo. Poiché in questo caso si ha la disponibilità di dati temporali si è optato per la seconda opzione, evitando inoltre lo sviluppo di un ulteriore modello.

Selezionati quindi alcuni dei dati disponibili, si va ad applicare su di essi un algoritmo in grado di ottenere la PSD a partire dal segnale nel dominio del tempo. Si ricorda a tal proposito, che la Power Spectral Density, così come utilizzata in campo civile, non è nient'altro che la distribuzione della potenza del segnale nel dominio delle frequenze. Può essere facilmente ottenuta mediante la rappresentazione del quadrato del modulo della trasformata di Fourier del segnale nel dominio del tempo. Infatti, valutando la trasformata di Fourier di un segnale si passa al dominio delle frequenze:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-i2\pi ft} dt \quad (4.1)$$

La PSD è definita come segue:

$$PSD(f) = \frac{1}{f_c^n} |X(f)|^2 \quad (4.2)$$

L'algoritmo sviluppato in ambiente MATLAB per svolgere questi semplici passaggi è così composto: in primis va ad eseguire la trasformata di Fourier della serie temporale datagli in input e successivamente va ad applicare l'equazione 4.2. Occorre segnalare come, per il teorema di Nyquist, la massima frequenza rappresentabile è pari alla metà della frequenza di campionamento. Di conseguenza, solo la prima metà dei risultati ottenuti verrà utilizzata per la redazione dei grafici utili per l'analisi dei segnali. Se ciò non fosse fatto si otterrebbe erroneamente nella seconda metà del grafico una rappresentazione simmetrica alla prima metà.

Il grafico della PSD rappresenta la distribuzione dell'energia: per ogni frequenza è nota l'energia presente all'interno del segnale. Le frequenze dei picchi corrispondono alle frequenze proprie di vibrazione del sistema, essendo essi picchi di energia all'interno del sistema.

Da queste semplici osservazioni è quindi possibile individuare il range di frequenze di interesse sulla base del numero di modi oggetto di studio.

Il primo passaggio per la preparazione dei segnali consiste nella conversione degli stessi in quanto, essendo provenienti da un sistema di misurazione, non sempre sono nelle unità di misura utili e desiderate. Ad esempio, i segnali che verranno utilizzati successivamente nell'applicazione ai casi studio sono delle accelerazioni misurate in Volt: il trasduttore trasforma l'accelerazione misurata in una variazione di tensione e registra quest'ultimo valore. Ai fini dell'identificazione però le accelerazioni devono essere misurate in m/s^2 , pertanto come primo passo è necessario moltiplicare ogni segnale per il coefficiente caratteristico di ciascun sensore rappresentante il fattore di conversione V/g e determinato in modo sperimentale in laboratorio prima della sua installazione in situ.

Nella maggioranza dei casi il range individuato è una piccola parte rispetto alla totalità delle frequenze rilevate dai sensori. Per il teorema del campionamento (o di Nyquist-Shannon), per rappresentare, in maniera adeguata e senza avere perdita di informazioni, un segnale a banda limitata è sufficiente utilizzare una frequenza di campionamento pari ad almeno il doppio della massima frequenza di interesse. Lo stesso concetto può essere applicato in questo contesto, benché i segnali reali non siano a banda limitata (ovvero con una frequenza massima), e quindi può essere operato un decampionamento del segnale in modo tale da passare da una frequenza di campionamento alta ad una più vicina al range di interesse. Grazie al decampionamento possono essere rimosse dal segnale tutte le alte frequenze, elementi di disturbo per la modellazione.

In ambiente MATLAB, questa operazione viene svolta utilizzando la funzione *resample* che in input riceve il segnale e il rapporto di ricampionamento, vale a dire il rapporto tra la frequenza iniziale e quella voluta al termine del ricampionamento. La funzione esegue il ricampionamento dividendo il tempo in nuovi intervalli per ognuno dei quali viene calcolato il valor medio del segnale originale.

La funzione *resample* applica di default un filtro anti-aliasing prima di effettuare il ricampionamento, il quale esegue un restringimento della banda del segnale in modo tale da avvicinarlo alle ipotesi del teorema di Nyquist.

All'interno del segnale così ottenuto non tutte le frequenze sono però di stretto interesse. Ad esempio, in presenza di una PSD con un unico picco a 3 Hz tutte le frequenze "lontane" da esso sono inutili ai fini dell'analisi dinamica. Pertanto un ulteriore passaggio di filtraggio delle frequenze è opportuno e viene eseguito mediante i filtri già implementati su MATLAB.

Viene dunque creato il filtro da applicare al segnale: in questa tesi si è scelto di utilizzare un filtro IIR di tipo Butterworth (funzione *butter*) di ordine n , in grado di conservare l'ampiezza a discapito della fase. L'ordine di un filtro viene definito a seguito di un processo iterativo nel quale è applicato al segnale facendone variare l'ordine, fintanto che non si raggiunge un risultato considerato accettabile: aumentando infatti

l'ordine diminuisce lo smusso agli estremi del range di filtraggio a favore di un taglio più netto, ma per ordini molto elevati si ha un disturbo nelle medesime zone. Nella figura 4.1 viene riportato un semplice esempio rappresentativo di quest'evoluzione.

Oltre al tipo di filtro e all'ordine dello stesso, è richiesta anche l'introduzione delle frequenze di taglio normalizzate rispetto alla frequenza di Nyquist, assunta pari alla metà della frequenza di ricampionamento per le ragioni di cui sopra. Esse sono scelte sulla base dell'analisi dei picchi condotta sulla PSD ottenuta in precedenza.

Dopo essere stato progettato il filtro viene applicato al segnale ricampionato nel dominio del tempo. La funzione *filtfilt* applica il filtro due volte, una per ogni direzione, in modo tale da eliminare eventuali imprecisioni di calcolo. L'applicazione prevede il prodotto tra il segnale originale rappresentato nel dominio delle frequenze e il filtro stesso.

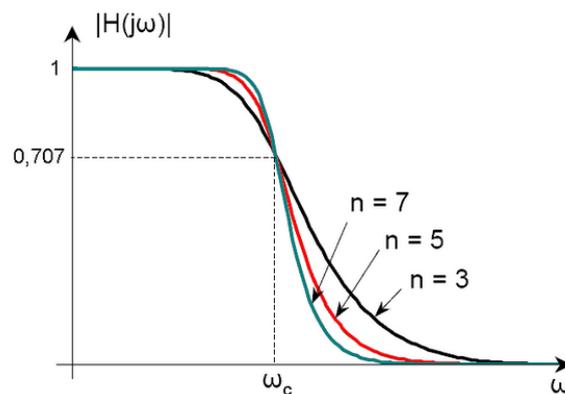


Figura 4.8: Variazione della forma del filtro al variare dell'ordine

Con quest'ultima operazione la pre-elaborazione del segnale è terminata. Essa verrà applicata a tutti i segnali in entrata al programma, siano essi destinati alla fase di validazione del modello, piuttosto che alla fase di test o a quella di monitoraggio.

4.2 Definizione del modello

Basandosi su un set di segnali pre-elaborati come sopra descritto si può costruire il modello.

La fase di realizzazione del modello viene generalmente suddivisa in due sottofasi: la fase di definizione e la fase di validazione. Nella prima lo scopo è quello di andare a definire la matrice dei coefficienti rappresentativa del modello, nella seconda fase invece si valuta la qualità del modello così definito mediante la stima di alcuni parametri.

Tra tutti i modelli elencati nel capitolo 2.1, si è scelto di sviluppare un AR, ovvero un modello autoregressivo in cui ogni istante del segnale è funzione di p istanti precedenti, dove p prende il nome di ordine. Nell'ambito di questa tesi però non ci si limita a ciò: in un sistema di monitoraggio i canali di misurazione sono molteplici, pertanto ogni istante di ogni segnale verrà modellato come funzione non solo degli istanti precedenti di quel medesimo segnale, ma anche di quelli di tutti gli altri canali.

La teoria che porterà alla definizione del modello è ben descritta nell'articolo di Sabia-Demarie "A machine learning approach for the automatic long-term structural health monitoring"²⁶, cui si rimanda per ulteriori

²⁶ G.V.Demarie, D.Sabia, "A machine learning approach for the automatic long-term structural health monitoring", Structural Health Monitoring, 2018

approfondimenti. Di seguito sono invece riportati solo alcuni passaggi fondamentali per la comprensione dell'algoritmo.

Per chiarezza viene qui richiamata l'equazione (2.9) che rappresenta il punto di partenza della trattazione.

$$y_i(t) = \alpha_{i,0} + \alpha_{i,1}^{(1)} y_i(t-1) + \dots + \alpha_{n,1}^{(1)} y_n(t-1) + \alpha_{i,1}^{(2)} y_i(t-2) + \dots + \alpha_{n,1}^{(2)} y_n(t-2) + \alpha_{i,1}^{(p)} y_i(t-p) + \dots + \alpha_{n,1}^{(p)} y_n(t-p) \quad (4.3)$$

dove n è il numero di canali di cui è composto il sistema di monitoraggio.

Quest'espressione è in grado di rappresentare la risposta all'istante t del canale i-esimo come combinazione lineare delle t-p precedenti risposte degli n canali che compongono l'intero sistema. Volendo però sviluppare un modello completo, questa formulazione deve essere ripetuta ad ogni istante e per ogni canale.

Possono quindi essere definiti i seguenti vettori:

$$\{y_t\} = \{y_{1,t} \quad y_{2,t} \quad \dots \quad y_{nch,t}\} \quad (4.4a)$$

$$\{y_{t-1}\} = \{y_{1,t-1} \quad y_{2,t-1} \quad \dots \quad y_{nch,t-1}\} \quad (4.4b)$$

$$\{y_{t-p}\} = \{y_{1,t-p} \quad y_{2,t-p} \quad \dots \quad y_{nch,t-p}\} \quad (4.4c)$$

$$\{w_i^{(p)}\} = \{w_{i,1}^{(p)} \quad w_{i,2}^{(p)} \quad \dots \quad w_{i,nch}^{(p)}\} \quad (4.4d)$$

Di conseguenza, l'equazione (4.3) può essere riscritta come segue:

$$y_{i,t} = w_{i,0} + \{y_{t-1}\} \{w_i^{(1)}\}^T + \{y_{t-2}\} \{w_i^{(2)}\}^T + \dots + \{y_{t-p}\} \{w_i^{(p)}\}^T \quad (4.5)$$

Estendendo poi l'equazione (4.5) a tutti i canali all'istante t si ottiene un sistema di equazioni:

$$\{y_t\} = \{1 \quad \{y_{t-1}\} \quad \{y_{t-2}\} \quad \dots \quad \{y_{t-p}\}\} \begin{bmatrix} w_{1,0} & w_{2,0} & \dots & w_{nch,0} \\ \{w_1^{(1)}\}^T & \{w_2^{(1)}\}^T & \dots & \{w_{nch}^{(1)}\}^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \{w_1^{(p)}\}^T & \{w_2^{(p)}\}^T & \dots & \{w_{nch}^{(p)}\}^T \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Ripetendo l'equazione (4.6) per N istanti successivi si giunge quindi al sistema finale rappresentate il modello della struttura:

$$\begin{bmatrix} \{y_{t1}\} \\ \{y_{t2}\} \\ \vdots \\ \{y_{tN}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \{y_{t1-1}\} & \dots & \{y_{t1-p}\} \\ 1 & \{y_{t2-1}\} & \dots & \{y_{t2-p}\} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \{y_{tN-1}\} & \dots & \{y_{tN-p}\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{1,0} & w_{2,0} & \dots & w_{nch,0} \\ \{w_1^{(1)}\}^T & \{w_2^{(1)}\}^T & \dots & \{w_{nch}^{(1)}\}^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \{w_1^{(p)}\}^T & \{w_2^{(p)}\}^T & \dots & \{w_{nch}^{(p)}\}^T \end{bmatrix} \rightarrow [Y_{current}] = [Y_{past}][W] \quad (4.7)$$

dove $[Y_{past}]$ è una matrice composta dagli istanti precedenti di ogni canale (ogni colonna corrisponde ad un canale), $[Y_{current}]$ è la matrice che contiene tutti gli istanti attuali organizzati anche in questo caso con un canale per ogni colonna, $[W]$ è la matrice dei coefficienti.

Il modello auto-regressivo è rappresentato essenzialmente dai coefficienti della combinazione lineare. Essi sono raccolti nella matrice $[W]$, pertanto lo scopo della fase di definizione del modello consiste nel calcolo di tale matrice. Se $N \gg p$ il sistema è determinato ed una sola soluzione esiste, calcolata come segue:

$$[W] = [Y_{past}]^+ [Y_{current}] \quad (4.8)$$

E' importante notare come la matrice $[Y_{past}]$ sia rettangolare, essendo $N > p$, pertanto non ammette inversa. Per assolvere a questa problematica se ne valuta la pseudo-inversa, come indicato nell'equazione (4.8). Questa fase del programma è stata sviluppata in ambiente MATLAB andando a scrivere unicamente le matrici dell'equazione (4.7). Successivamente è stata valutata la pseudo-inversa della matrice $[Y_{past}]$ grazie alla funzione *pinv* e quindi la matrice $[W]$ attraverso l'implementazione dell'equazione (4.8).

Con la stima della matrice dei coefficienti la definizione del modello che approssima i segnali termina e inizia la fase di valutazione del medesimo.

Nella seconda fase l'obiettivo primario è di valutare quale sia il livello di approssimazione del modello, ovvero quanto esso vada a fittare adeguatamente i segnali reali dati in input, proprietà fondamentale in quanto i successivi passaggi verranno eseguiti direttamente su di esso.

È importante sottolineare come il segnale su cui viene eseguita questa fase debba essere diverso rispetto a quello su cui è stato stimato il modello. Questo permette di individuare eventuali casi di overfitting e di avere risultati più significativi.

Quindi la prima sottofase è rappresentata dalla stima, mediante il modello definito con i passaggi di cui sopra, di un segnale selezionato casualmente tra quelli a disposizione e opportunamente pre-elaborato. La stima dei segnali è effettuata utilizzando l'equazione (4.7):

$$[Z_{val}] = [Y_{val}][W]$$

dove la matrice $[Y_{val}]$ contiene i valori dei segnali stimati per ogni canale di misurazione ed organizzati in colonne.

La matrice $[Z_{val}]$ sarà alla base del calcolo degli indicatori, costituente la seconda sottofase, poiché saranno paragonati ai corrispondenti segnali reali contenuti nella matrice $[Y_{current}]$.

Per effettuare queste valutazioni vengono quindi calcolati due indicatori:

- 1- **RSE (Residual Standard Error)**: è valutato per ogni canale; indica lo scostamento, o più precisamente lo scarto, tra il segnale reale ed il medesimo segnale modellato ad ogni istante t . Si tratta di un errore, pertanto un suo valore vicino a zero indicherà un buon livello di approssimazione, mentre al crescere dello stesso la qualità della modellazione diminuisce. Il valore di RSE dell'intero modello sarà dato dalla media degli RSE di ogni canale.

L'equazione per il calcolo è la medesima di quella presentata nel capitolo 2:

$$RSE = \sqrt{\frac{1}{N - (1 + n_{ch}p)} \sum_{t=t_1}^{t_N} (y_{i,t} - \hat{y}_{i,t})^2} \quad (4.9)$$

dove, con notazione analoga a quella utilizzata in precedenza, N indica il numero di istanti presi in considerazione, n_{ch} il numero di canali analizzati, p l'ordine del modello, $\hat{y}_{i,t}$ il segnale analizzato e stimato dal modello mentre $y_{i,t}$ è il segnale reale originario.

- 2- R^2 : si tratta in questo caso di un coefficiente di determinazione. Esso indica la variabilità del segnale modellato paragonandola, mediante un rapporto, con la variabilità del segnale reale. Può assumere valori compresi tra 0 e 1, dove 0 rappresenta una pessima approssimazione in quanto caratterizzato da un'alta variabilità, mentre 1 rappresenta un perfetto fitting, ovvero senza variabilità aggiuntive rispetto a quelle originarie.

La sua valutazione avviene mediante le seguenti espressioni, già citate nel capitolo 2:

$$R^2 = 1 - \frac{RSS}{TSS} \quad (4.10)$$

dove:

- $RSS = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ rappresenta la variabilità del segnale stimato dal modello;

- $TSS = \sum_{i=1}^n (y_i - y_m)^2$ rappresenta la variabilità del segnale reale, essendo y_m il suo valore medio.

Analogamente all'RSE, anche questo valore viene valutato separatamente per ogni canale e poi mediato tra tutti in modo tale da ottenere il valore finale e rappresentativo dell'intero modello.

Un modello di qualità avrà quindi un valore molto basso di RSE e un valore di R^2 che si avvicina ad 1.

L'obiettivo principale della valutazione della validità del modello risiede nella stima dei parametri di modellizzazione. Come riassunto nel capitolo 2, i modelli auto-regressivi si basano essenzialmente su due parametri: l'ordine p , ovvero il numero di istanti passati da combinare in modo tale da stimare l'istante corrente, e il numero N , ovvero il numero di istanti da prendere in considerazione all'interno del modello per stimare la matrice dei coefficienti. I loro valori vengono scelti sulla base di un processo di ottimizzazione basato su due passaggi:

- 1- Il primo valore stimato è l'ordine p . Esso viene fatto variare all'interno di un range di possibili valori e per ognuno di essi viene definito e validato il modello mantenendo costante il valore di N , solitamente pari alla lunghezza del segnale originale. I valori di RSE e R^2 vengono salvati e successivamente plottati. Sulla base del loro andamento o di criteri di scelta definiti a priori (ad esempio un valore massimo di RSE o minimo di R^2) viene quindi selezionato il valore ottimale di p : il più piccolo che soddisfa i criteri di scelta o dopo il quale si ha una stabilizzazione dell'andamento.
- 2- Scelto l'ordine p si passa alla selezione della dimensione del sistema N . Anche in questo caso viene iterativamente definito e valutato il modello variando N all'interno di un insieme di possibili valori e mantenendo costante p , in questo caso pari al valore determinato al passaggio 1. Così come in precedenza, il valore ottimale di N è trovato sulla base dell'andamento degli indicatori o sulla base di criteri di scelta.

Con la scelta dei parametri p ed N termina la fase di definizione del modello, quindi il modello definitivo viene valutato utilizzando i segnali disponibili e si può passare alla successiva fase di identificazione dinamica.

4.3 Identificazione dinamica

Nel capitolo 3 sono stati ricapitolati i principali metodi utilizzati per l'identificazione dinamica. Nel presente elaborato si è optato per un metodo alternativo. La matrice $[A]$, necessaria per la valutazione degli

autovalori e degli autovettori, non è definita a partire dalla decomposizione della matrice di Hankel, come ad esempio eseguito nel metodo ERA, bensì andando a riorganizzare la matrice $[W]$ ²⁷.

Sfruttando quanto già visto nel paragrafo 4.2, si può giungere alla scrittura di un'equazione differenziale del primo ordine partendo dall'equazione (4.6). Quest'ultima può essere riscritta nel seguente modo:

$$\{y_t\}^T = \{w_0\} + [W^{(1)}]\{y_{t-1}\}^T + [W^{(2)}]\{y_{t-2}\}^T \dots + [W^{(p)}]\{y_{t-p}\}^T \quad (4.11)$$

dove: $\{w_0\} = \{w_{1,0} \ w_{2,0} \ \dots \ w_{nch,0}\}^T$ e $[W^{(j)}] = \begin{bmatrix} w_{1,1}^{(j)} & \dots & w_{1,nch}^{(j)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{nch,1}^{(j)} & \dots & w_{nch,nch}^{(j)} \end{bmatrix}$, mentre $\{y_t\}$ rimane il

medesimo di prima.

A sua volta l'equazione (4.11) può essere riscritta andando a formulare un'equazione differenziale vettoriale del primo ordine:

$$\begin{bmatrix} \{y_t\}^T \\ \{y_{t-1}\}^T \\ \{y_{t-2}\}^T \\ \vdots \\ \{y_{t-p+1}\}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{w_0\} \\ \{0\} \\ \{0\} \\ \vdots \\ \{0\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [W^{(1)}] & [W^{(2)}] & \dots & [W^{(p)}] \\ [I] & [0] & \dots & [0] \\ [0] & [I] & \dots & [0] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [0] & [0] & [I] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{y_{t-1}\}^T \\ \{y_{t-2}\}^T \\ \{y_{t-3}\}^T \\ \vdots \\ \{y_{t-p}\}^T \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

in forma matriciale:

$$\{z_t\} = \{w_0\} + [A]\{z_{t-1}\} \quad (4.13)$$

La matrice quadrata $[A]$ di dimensioni $n_{ch} \times p$ permette, mediante le formulazioni viste nel capitolo 3, di individuare $n_{ch} \times p$ modi propri della struttura, comprese le corrispondenti frequenze proprie e rapporti di smorzamento. Considerando poi che ogni segnale viene suddiviso in K sottoparti, ciascuna di lunghezza N , il numero totale di modi identificati sarà pari a $K \times n_{ch} \times p$.

Il numero di modi individuabili con questo metodo è direttamente proporzionale all'ordine p del modello. La scelta quindi di tale parametro non influenza solamente la qualità del modello, bensì anche il numero di modi individuabili. Con un ordine elevato si avrà un maggior numero di modi, ma gran parte di essi saranno modi non-strutturali e legati per lo più alle componenti ad alta frequenza dell'eccitazione ignota della struttura²⁸.

Dal punto di vista dell'implementazione, per definire la matrice $[A]$ è sufficiente riorganizzare gli elementi della matrice $[W]$ e inserire la matrice identità $[I]$ laddove necessaria.

Per maggior chiarezza vengono di seguito riportate le equazioni che permettono il calcolo delle principali caratteristiche dinamiche di una struttura, già indicate nel capitolo 2:

- 1- Scomposizione in autovalori ed autovettori: $\det(\lambda_d - IA) = 0$ da cui si ottengono gli autovalori λ_d e i corrispondenti autovettori (forme modali) complessi a coppie coniugate raccolti in una matrice;

²⁷ Per ulteriori approfondimenti si rimanda all'articolo: G.V.Demarie, D.Sabia, "A machine learning approach for the automatic long-term structural health monitoring", Structural Health Monitoring, 2018

²⁸ G.V.Demarie, D.Sabia, "A machine learning approach for the automatic long-term structural health monitoring", Structural Health Monitoring, 2018

B. Peeters, G. De Roeck, "Reference-based stochastic subspace identification for output-only modal analysis", Mech Syst Signal Pr 1999; pagine: 855–878

2- Passaggio dal discreto al continuo: $\lambda_c = f_s * \ln(\lambda_d)$

3- Calcolo delle frequenze modali: $f = \frac{|\lambda_c|}{2\pi}$

4- Calcolo degli smorzamenti: $\xi = -\frac{\text{real}(\lambda_c)}{|\lambda_c|}$

Il primo punto richiede essenzialmente di risolvere un problema agli autovalori. Tuttavia non è necessario implementare l'intero iter risolutivo in quanto MATLAB contiene una funzione in grado di risolverlo velocemente. Si tratta della funzione *eig*, la quale ricevendo in input la matrice [A] risolve il problema agli autovalori e riporta in output due matrici: la prima contenente gli autovettori lungo le righe, la seconda contenente gli autovalori lungo la diagonale.

Tutti gli altri punti sono invece svolti implementando le equazioni sopra riportate.

La funzione *eig* presenta come risultati $n_{ch} \times p$ modi complessi e coniugati. Per non trascinarsi dietro il doppio dei dati, per ogni modo individuato viene salvato solo uno dei due coniugati. Inoltre, la matrice [autovect] è quadrata di dimensione $n_{ch} \times p$, ciò significa che ogni riga, e quindi ogni autovettore, possiede n_{ch} componenti come diretta conseguenza della dimensione e geometria della matrice [A]. La deformata modale reale sarà però funzione dei soli spostamenti misurati dai sensori del sistema di monitoraggio, quindi i reali modi saranno composti dai soli primi n_{ch} elementi di ogni riga.

Seguendo questi criteri di selezione, i risultati ottenuti dalla fase di identificazione dinamica vengono organizzati e salvati in un'unica matrice [Result]: in ogni sua riga sono riportati ordinatamente frequenza modale, smorzamento e coordinate della deformata modale.

La matrice [Result] viene quindi utilizzata come input per un altro script che eseguirà la selezione e "pulizia" dei modi identificati.

4.4 Selezione dei modi identificati

Di tutti i modi identificati dall'algoritmo solo una parte di essi risulta essere utile ai fini del monitoraggio. Affinché un modo possa essere considerato strutturale, e dunque d'interesse, deve soddisfare tre requisiti fondamentali:

- 1- la sua frequenza propria di vibrazione deve ricadere all'interno dell'intervallo definito in precedenza per l'applicazione del filtro passabanda (si veda il paragrafo 4.1 a tal proposito);
- 2- la percentuale di smorzamento dev'essere minore di una soglia massima definita sulla base di parametri teorici tipici dell'ingegneria civile;
- 3- la deformata modale dev'essere "reale".

Il mancato soddisfacimento di anche solo uno di questi criteri è motivo di esclusione dalle fasi successive dell'analisi.

Per quanto riguarda il primo criterio, il controllo viene effettuato andando a rimuovere tutti i modi la cui frequenza ricade al di fuori dell'intervallo di filtraggio applicato durante la pre-elaborazione dei dati. Ciò è dovuto al fatto che, benché siano strutturali, si tratta di modi con frequenze di mancato interesse.

Analogamente, per il secondo criterio viene impostato un limite massimo e tutti i modi con uno smorzamento superiore sono esclusi. Questo criterio è necessario perché non sono ammissibili rapporti di smorzamento elevati dal momento che le strutture civili sono caratterizzate da una bassa capacità smorzante generalmente dell'ordine di pochi punti percentuali, a meno di particolari applicazioni sismiche.

Il terzo criterio risulta il più difficile da verificare.

Come ben descritto nell'articolo di Sabia-Demarie²⁹, una forma modale può essere considerata reale quando nel piano di Gauss, ovvero il piano in grado di rappresentare i numeri complessi avendo la parte reale sull'asse delle ascisse e la parte immaginaria su quello delle ordinate, la distribuzione delle componenti può essere approssimata da una retta.

Per facilitare l'implementazione di questo criterio, per ogni forma modale viene valutato il coefficiente di correlazione tra la parte reale e la parte immaginaria. Il coefficiente può assumere valori compresi tra -1 e 1: più si avvicina agli estremi e più la relazione tra le due variabili correlate sarà lineare. Di seguito la formulazione per il calcolo della correlazione.

$$r = \frac{\sum[(x_i - x_m)(y_i - y_m)]}{\sqrt{\sum(x_i - x_m)^2 * \sum(y_i - y_m)^2}} \quad (4.14)$$

dove x_i è la parte reale dell' i -esima componente, y_i la parte immaginaria dell' i -esima componente, mentre x_m ed y_m i rispettivi valori medi.

Vengono conservati solo i modi le cui componenti della deformata modale presentano un coefficiente di correlazione superiore ad una certa soglia minima, genericamente 0.90-0.95.

Nel caso in cui parallelamente fosse sviluppato un modello FEM della struttura indagata, si potrebbe eseguire un ulteriore confronto tra le forme modali così individuate e quelle proposte dal modello agli elementi finiti.

Nello sviluppo dell'algoritmo si sono dunque implementati i tre criteri di selezione dei modi strutturali.

I limiti sopra descritti sono stati inseriti come vettori: *filtfreq* è un vettore contenente le due frequenze di taglio del filtro, *damplim* è il valore della soglia limite per quanto concerne lo smorzamento, *corrlim* è il valore della soglia minima per quanto concerne la correlazione.

Si sottolinea inoltre come all'interno delle librerie MATLAB sia già implementata la funzione *corrcoef*, in grado di valutare il coefficiente di correlazione tra due vettori che gli vengono dati in input (essenzialmente esegue il calcolo rappresentato dall'equazione (4.14)).

I modi le cui caratteristiche superano tutti e tre i criteri citati sono salvati in una matrice, la quale rappresenta l'input per l'algoritmo di clustering, fase successiva dell'analisi.

4.5 Classificazione

Il risultato di tutti i passaggi finora eseguiti è una matrice contenente al suo interno un insieme di modi strutturali, con relative frequenze e smorzamenti. Per procedere con il monitoraggio però è necessario andarli a suddividere in cluster, uno per ogni modo strutturale, per poi monitorarne l'evoluzione nel tempo. Per rendere la classificazione, termine con cui si indica l'assegnazione di ogni nuovo dato ad un determinato cluster, il più possibile automatizzata vengono sfruttati alcuni metodi di machine learning: si tratta di algoritmi in grado di creare dei cluster all'interno di un insieme di dati, addestrare un classificatore in grado di compiere le assegnazioni e quindi applicarlo ai nuovi dati.

In questo elaborato, in particolare, si è scelto di utilizzare il KNN. Come esposto nel capitolo 3, si tratta di un classificatore che associa la classe di un nuovo input in base alle classi dei suoi k vicini, dove k è l'unico parametro richiesto e da stimare.

²⁹ G.V.Demarie, D.Sabia, "A machine learning approach for the automatic long-term structural health monitoring", Structural Health Monitoring, 2018

Prima di applicare il KNN è però necessario addestrarlo e, a tal proposito, è richiesta la definizione a priori delle varie classi, trattandosi di un algoritmo supervisionato. Pertanto l'intero processo di clusterizzazione sarà suddiviso in sottofasi:

- 1- Creazione di cluster predefiniti per l'addestramento del KNN;
- 2- Addestramento del KNN;
- 3- Applicazione del classificatore ai dati successivi.

La definizione dei cluster avviene mediante la classificazione di una parte dei risultati ottenuti dal processo precedente, oppure andando a processare solamente un limitato intervallo temporale di dati, genericamente un paio di mesi. Questa prima classificazione avviene seguendo un procedimento articolato in due fasi: dapprima i modi vengono classificati sulla base della loro distribuzione spaziale nel piano frequenza-smorzamento, successivamente i cluster ottenuti vengono affinati facendo riferimento alle forme modali.

La suddivisione sulla base delle frequenze è eseguita utilizzando la funzione MATLAB *DBSCAN* (Density-based spatial clustering of applications with noise). Si tratta di un classificatore in grado di creare raggruppamenti sulla base della densità di punti. I gruppi così definiti possono essere di qualsiasi forma, grandezza, densità e non è richiesto di indicare a priori il numero di gruppi da creare (parametro necessario ad esempio con l'utilizzo del classificatore k-means).

Oltre ai dati da analizzare, gli input richiesti dalla funzione sono esclusivamente due: un raggio *eps* e il numero minimo di punti da trovare all'interno di tale raggio *min_points*. L'output consiste invece nelle etichette delle classi assegnate ai dati. I punti assegnatigli come input possono essere organizzati in un vettore o una matrice, ma è essenziale per il funzionamento della funzione che i valori siano reali.

L'algoritmo della funzione esegue 4 semplici passaggi:

- 1- Dal set di dati è selezionato il primo punto non classificato come punto corrente ed è inizializzato il primo cluster con etichetta 1;
- 2- Sono quindi ricercati tutti i punti che ricadono all'interno dell'intervallo definito dal parametro *eps*. Il metodo di misurazione della distanza può essere scelto tra svariate tipologie (per le successive applicazioni è sufficiente quella Euclidea, impostata di default). Se il numero di punti interni è minore del parametro *min_points*, il punto analizzato è classificato come outlier (o "noise point") all'interno di un cluster "-1", altrimenti viene etichettato come un "core point" appartenente al cluster 1;
- 3- Il punto 2 viene replicato iterativamente a tutti i punti vicini individuati nello step precedente fintanto che non ne vengono ritrovati di nuovi;
- 4- Dal set di dati è dunque selezionato il prossimo punto non classificato, viene creato un nuovo cluster (aumentando il numero dell'etichetta di un'unità) e sono ripetuti gli step 2-3. Le iterazioni continuano fintanto che rimangono punti non etichettati nel set di dati.

Come anticipato, e come verrà poi mostrato successivamente nei casi studio, questo algoritmo è qui applicato ad un dominio di dati composto da frequenze e smorzamenti, ovvero nel piano che presenta sull'asse delle ascisse le frequenze e su quello delle ordinate gli smorzamenti.

Un clustering siffatto non garantisce però che ogni cluster corrisponda effettivamente ad un unico modo. Pertanto è necessario compiere un affinamento della classificazione indagando direttamente le forme modali. Un'analisi di questo tipo può essere sviluppata sfruttando il MAC, Modal Assurance Criterion. Si tratta di uno strumento che permette di affermare quanto due forme modali siano simili tra loro. Esso può

assumere valori compresi tra 0 e 1, dove 1 è raggiunto da due modi identici mentre 0 si ottiene tra due modi ortogonali tra loro. La sua formulazione è la seguente.

$$MAC(\{\varphi_r\}, \{\varphi_s\}) = \frac{|\{\varphi_r\} * \{\varphi_s\}^T|^2}{(\{\varphi_r\} * \{\varphi_r\}^T)(\{\varphi_s\} * \{\varphi_s\}^T)} \quad (4.15)$$

dove $\{\varphi_r\}$ e $\{\varphi_s\}$ sono due forme modali.

Note quindi le forme modali reali, ogni modo identificato al punto precedente può essere paragonato agli altri del medesimo cluster e di tutti vengono raggruppati solo quelli che possiedono un valore di MAC maggiore di una soglia minima, generalmente 0.90 oppure 0.95.

Questo procedimento può essere implementato mediante 3 semplici step applicati iterativamente ad ogni gruppo creato dalla scansione operata da DBSCAN:

- 1- Viene preso come riferimento il primo modo appartenente all'i-esimo gruppo e ne viene valutato il MAC con tutti gli altri modi del medesimo cluster;
- 2- Tutti i modi che presentano un MAC superiore ad una certa soglia minima sono raggruppati in un i-esimo sottogruppo;
- 3- Tra i modi rimanenti viene scelto un altro modo e gli step 1-2 vengono iterati fintanto che non rimangono più forme modali non assegnate ad un sottogruppo.

Con questo metodo non è però garantito che ogni sottogruppo rifletta effettivamente un modo strutturale di interesse. Nasce così la necessità di un giudizio ingegneristico sulle deformate per selezionare quali sottogruppi debbano essere considerati d'interesse. Per far ciò, di ogni sottogruppo viene valutato il valor medio di tutte le componenti, successivamente è eseguita una normalizzazione delle stesse rispetto alla componente con valore maggiore ed infine i valori così ottenuti vengono riportati, sottoforma di vettori nelle posizioni dei sensori, su una semplificata rappresentazione della struttura.

Dalla supervisione delle deformate così raffigurate vengono indicati i sottogruppi rappresentanti i modi strutturali e, di conseguenza, da monitorare nel tempo. Essi sono quindi riordinati in un'unica matrice in modo tale da utilizzarla per l'addestramento di un classificatore KNN.

In MATLAB l'addestramento del classificatore di tipo KNN può essere svolto facilmente mediante la funzione *fitcknn*. La funzione richiede come input una matrice contenente dei dati di cui sia nota la classificazione e il vettore contenente le corrispondenti classi; inoltre viene richiesto di indicare il numero di vicini che dovranno essere considerati nella successiva classificazione, *NumNeighbors*.

Tale parametro può essere individuato con una procedura iterativa dove ad ogni ciclo viene valutato l'errore di classificazione, ovvero il numero di dati noti che vengono classificati in modo errato. La scelta ricadrà sul valore più basso che presenta un errore minimo e considerato accettabile.

L'allenamento del modello permette di velocizzare il processo di identificazione e classificazione dei risultati trovati successivamente in quanto non sarà più necessario l'utilizzo della funzione DBSCAN e la valutazione dei valori del MAC. Ai nuovi modi provenienti dall'algoritmo di identificazione sarà sufficiente applicare il KNN per sapere in automatico la loro classe di appartenenza.

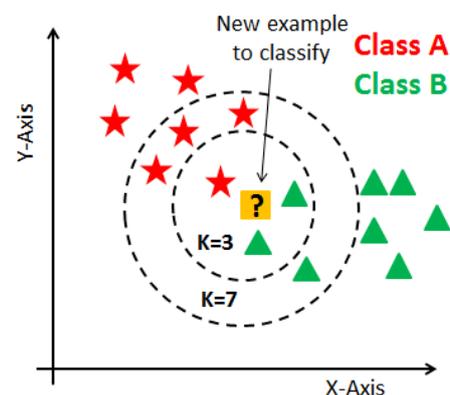


Figura 4.9: Significato del parametro k

In ambiente MATLAB questo passaggio è permesso dalla funzione *predict*, la quale assegna ai dati forniti in input la corrispondente classe secondo il modello KNN prescelto e addestrato.

La classe di assegnazione viene scelta mediante un calcolo statistico: per ogni nuovo punto viene valutata la probabilità di appartenenza a ciascun cluster sulla base delle classi dei k vicini; la classe assegnata sarà quella con la probabilità maggiore.

Con la classificazione dei modi termina il processo di identificazione dinamica della struttura e si può dunque procedere con la fase di monitoraggio nel tempo.

4.6 Monitoraggio statistico

L'ultima fase del programma riguarda il monitoraggio, ovvero il controllo di alcune variabili strutturali nel tempo in modo tale da identificare eventuali evoluzioni dello stato della struttura.

Assume fondamentale importanza la scelta delle grandezze da monitorare in quanto devono essere non solo facilmente misurabili, ma anche sensibili ad eventuali variazioni delle condizioni strutturali. Una possibile scelta ricade nelle frequenze dei modi propri di vibrazione: esse sono infatti suscettibili di cambiamenti della massa o della rigidità del sistema, che sono le variazioni più comuni in caso di danno, e risultano anche di facile valutazione, grazie all'algoritmo sviluppato nei passi precedenti.

L'applicazione continua del programma di identificazione dinamica e classificazione su lunghi periodi temporali permette di valutare le frequenze dei modi di interesse per tutto il periodo analizzato e la loro rappresentazione permette di individuare eventuali salti, trend o variazioni.

L'algoritmo di monitoraggio dev'essere in grado di segnalare tali cambiamenti in modo tale da richiedere l'intervento del giudizio ingegneristico, ovvero uno studio più approfondito delle condizioni o delle ragioni che hanno indotto tale cambiamento strutturale. Un sistema ottimale per automatizzare la segnalazione di eventuali valori anomali è l'individuazione di soglie di segnalazione: ogni qualvolta che la soglia viene superata dai parametri monitorati il programma segnala la presenza di un'anomalia.

Il problema si trasforma quindi in un problema di tipo statistico, in quanto le soglie devono essere definite in modo tale da limitare errori di tipo I e di tipo II. Come già spiegato nel capitolo 3, l'errore di tipo I, anche detto falso-positivo, consiste nella segnalazione di anomalie che in realtà rientrano nelle condizioni standard della struttura, mentre l'errore di tipo II, anche detto falso-negativo, consiste nell'esatto contrario, ovvero nella mancata segnalazione di un valore che non rientra nelle condizioni standard. Poiché è impossibile evitare ambo gli errori, si deve decidere sulla base delle conseguenze quale dei due sia più importante da evitare. In ambito di sicurezza strutturale un errore di tipo I significa creare un falso allarme con conseguenze per lo più economiche o funzionali, mentre un errore di tipo II significa creare le condizioni per conseguenze che possono diventare anche tragiche. Sulla base di questo ragionamento, risulta essere più importante la limitazione degli errori di tipo II, pertanto la scelta delle soglie dovrà prevedere dei valori che statisticamente vadano a limitare i falsi-negativi. Genericamente si impone che i falsi-negativi siano solo il 10%, 5% o 1% dei casi.

Le soglie utilizzate in questo elaborato sono di tipo probabilistico: per ogni nuovo dato di input viene valutata la probabilità che esso appartenga alla distribuzione statistica scelta in precedenza; se il valore della probabilità è inferiore ad un certo valore limite, la soglia appunto, allora esso verrà segnalato come anomalia e salvato in un'apposita matrice.

La definizione dei valori limite è stata sviluppata in questa tesi sfruttando la distribuzione probabilistica definita sulla base dei modi identificati nei primi due mesi di analisi: partendo dai dati disponibili viene

formulata una distribuzione statistica che li rappresenti in modo adeguato; successivamente, i valori al suo interno vengono ordinati in modo crescente e vengono quindi scelte le soglie che rispettano i criteri basati sulla minimizzazione degli errori.

Volendo quindi riassumere, l'algoritmo di monitoraggio esegue i seguenti step:

- 1- Sulla base di una piccola quantità di dati, genericamente un paio di mesi, va a stimare una distribuzione statistica con un buon grado di fitting.
Scelta una tipologia di distribuzione, su MATLAB può facilmente essere stimata mediante la funzione *makedist*, inserendo come input il tipo di distribuzione e i relativi parametri statistici.
Siccome in questo elaborato si lavora con grandezze strutturali che presentano delle distribuzioni a campana, appare essere una buona scelta l'utilizzo di una distribuzione di tipo Gaussiano, i cui parametri richiesti saranno unicamente la media e la varianza delle grandezze monitorate.
- 2- Dai dati generati allo step 1 viene definita una soglia di segnalazione delle novelty che limiti gli errori del secondo tipo. Essa viene individuata andando ad ordinare in ordine crescente le probabilità calcolate mediante la distribuzione formulata nello step precedente di tutti i punti facenti parte del set di addestramento. Successivamente viene selezionato il punto la cui probabilità è tale da essere superata solo nella percentuale di volte prescelta, andando così a limitare l'errore di tipo II. Tale valore di probabilità corrisponde alla soglia.
- 3- Via via che arrivano le frequenze dal programma di identificazione, l'algoritmo le classifica, sulla base di un calcolo probabilistico, come standard o oltre-soglia, andando a salvare in una matrice di anomalie quest'ultime. Il calcolo consiste essenzialmente nella valutazione della probabilità per mezzo della distribuzione creata allo step 1: un basso valore di probabilità indica che il punto difficilmente appartiene a quella distribuzione statistica e quindi alle condizioni "normali", essendo essa stata formulata sulla base della situazione iniziale della struttura. Sui punti segnalati come novelty sarà richiesta un'ulteriore analisi per verificare il motivo di tale scostamento dalla norma.

Un monitoraggio di questo tipo può essere applicato a posteriori rispetto alla raccolta dei dati, come è stato fatto in questa tesi, ma permette anche un'applicazione online: una volta che la condizione iniziale e normale del sistema è stata formulata, via via che arrivano nuovi segnali il programma è in grado di elaborarli ed eventualmente segnalare problematiche in tempo reale.

4.7 Correlazione con la temperatura

Nei casi studio analizzati e descritti nei successivi capitoli si noterà come le grandezze monitorate presentino dei fenomeni ciclici con periodicità annuale. Da un'attenta analisi, accompagnata dai risultati rintracciabili in studi presenti in letteratura, si è supposta l'esistenza di una possibile correlazione tra il comportamento strutturale e la temperatura ambientale. Nel caso fosse confermato un simile legame, ciò andrebbe a giustificare le novelty individuate dal primo algoritmo di monitoraggio, che rientrerebbero quindi nella normalità.

Per compiere un simile studio è stato ideato e programmato un ulteriore algoritmo di monitoraggio statistico in grado di analizzare contemporaneamente più grandezze rilevate e di valutare una possibile correlazione tra esse. Ciò è stato reso possibile dall'impiego della distribuzione normale multivariata, ovvero una generalizzazione della distribuzione gaussiana che prende però in considerazione più variabili.

Gli step con cui lavora questo nuovo algoritmo sono analoghi a quelli presentati nel precedente paragrafo, eccezion fatta per alcune necessarie modifiche. Vengono ora brevemente descritti:

- 1- Sulla base della totalità dei risultati ottenuti su un intero anno di analisi si va a stimare una distribuzione statistica con un buon grado di fitting. La differenza di dimensione del set di addestramento rispetto al caso precedente è dovuta al fatto che si intende indagare una serie di fenomeni caratterizzati da una ciclicità annuale.
Anche in questo caso su MATLAB si può facilmente stimare la distribuzione gaussiana multivariata mediante la funzione *makedist*. L'unica differenza consiste nel tipo di input assegnati: essendo una distribuzione con più variabili, la media e la varianza non saranno più valori singoli bensì vettori e matrici.
- 2- Analogamente a prima, anche in questo caso la soglia di segnalazione viene individuata andando ad ordinare in ordine crescente le probabilità calcolate mediante la distribuzione formulata nello step precedente di tutti i punti facenti parte del set di addestramento. Successivamente viene selezionato il punto la cui probabilità è tale da essere superata solo nella percentuale di volte prescelta, andando così a limitare l'errore di tipo II.
- 3- Via via che arrivano i nuovi input dal programma di identificazione, l'algoritmo li classifica sulla base di un calcolo probabilistico come standard o oltre-soglia, andando a salvare in una matrice di novelty questi ultimi. Il calcolo in questo caso è composto da due sottofasi: inizialmente viene presa in considerazione solo la grandezza strutturale e viene valutata la sua appartenenza alla distribuzione formulata nello step 1; nel caso in cui la valutazione dia un risultato positivo viene presa in considerazione la temperatura: se essa è nei range stagionali allora il punto viene considerato "normale", in caso contrario viene etichettato come novelty. Procedendo in questo modo le novelty corrisponderanno ai soli punti caratterizzati da valori discordanti delle due grandezze, il che corrisponde ad avere una bassa probabilità di appartenenza alle condizioni iniziali della struttura. Per maggiori dettagli si rimanda al caso studio della Ghirlandina.

La correlazione tra le grandezze non è esplicitamente introdotta dall'utente in quanto è già presa in considerazione all'interno della distribuzione multivariata. Essa, come parametro iniziale, richiede infatti l'introduzione della matrice di varianza-covarianza: gli elementi fuori dalla diagonale di tale matrice corrispondono ai coefficienti di correlazione tra le relative grandezze. Un'analisi di tali coefficienti permette di individuare l'eventuale influenza reciproca tra le variabili studiate.

In sintesi, il percorso seguito dal programma prevede i seguenti passaggi:

1. Pre-elaborazione dei segnali provenienti da un sistema di rilevamento;
2. Definizione di ordine e dimensione del modello auto-regressivo;
3. Interpolazione del modello auto-regressivo sulla base dei parametri precedentemente definiti utilizzando i segnali pre-elaborati nel primo passaggio;
4. Stima delle grandezze dinamiche d'interesse, quali frequenza, smorzamento e forme modali;
5. Classificazione delle grandezze stimate nello step precedente;
6. Monitoraggio nel tempo delle grandezze classificate in modo da individuare eventuali novelty;
7. Correlazione tra le grandezze monitorate ed altri parametri in modo tale da individuare un eventuale influenza tra esse.

Nei capitoli successivi verrà presentata l'applicazione del programma ad un paio di casi studio e saranno discussi i risultati ottenuti.

5. Caso studio: la Ghirlandina, anno 2016

La Ghirlandina è un campanile del Duomo di Modena. Alta circa 86 m, è stata inserita dal 1997 nella lista dei siti italiani patrimonio dell'umanità dall'UNESCO assieme all'annesso Duomo, alla Piazza Grande e alla Torre Civica.

L'importanza assunta da questo monumento è testimoniata dalla sua storia e dalle opere artistiche ed architettoniche che sono in essa rintracciabili.

L'originale Torre di San Geminiano, di pianta quadrata, fu innalzata su cinque piani entro il 1179. Nei due secoli successivi fu ulteriormente elevata con l'introduzione della caratteristica punta ottagonale, rendendola così appartenente al tipico stile gotico. La punta è ornata da due ghirlande, ovvero due ringhiere di marmo, dalle quali deriva il nome.

All'interno, la "Sala della Secchia", caratterizzata da affreschi del Quattrocento, custodisce una copia della celebre secchia rapita: testimonianza di quando la torre era sede dei forzieri e dei trofei del comune modenese.

Alla fine dell'Ottocento venne riparata la parte piramidale superiore esterna (1890), successivamente venne poi realizzata un'armatura perimetrale sulla quale fu eseguito il rivestimento in marmo di Verona (1893-1897).

Nel 2008 iniziarono degli interventi di restauro, sia sulla torre che sull'annesso duomo, conclusi definitivamente nel settembre del 2011.

L'anno successivo fu conclusa l'installazione di un sistema di monitoraggio in grado di monitorare il comportamento dinamico dell'intero complesso. Il sistema iniziò a raccogliere dati in continuo nella seconda metà del medesimo anno e continua tuttora.

Compresa l'importanza culturale dell'edificio in questione, si passa dunque alla discussione dei risultati ottenuti dall'utilizzo del programma descritto nel capitolo 4 sui dati misurati nel periodo compreso tra il 12 novembre 2015 e il 31 ottobre 2016. Il periodo di analisi è stato scelto in modo tale da avere la possibilità di osservare eventuali criticità con ciclicità annuale.

5.1 Sistema di monitoraggio

Il sistema di monitoraggio installato sulla torre è composto da 6 accelerometri capacitivi, per un totale di 12 canali di acquisizione, e 4 termocoppie. Si tratta di sensori, le cui specifiche sono riportate nella tabella a fianco, in grado di misurare le accelerazioni in una o più direzioni. La grandezza misurata non è direttamente l'accelerazione della struttura bensì una variazione di tensione elettrica. Il passaggio da una grandezza all'altra è eseguibile mediante un coefficiente di trasformazione proprio di ogni sensore. Essi sono stati collocati in punti strategici della struttura: facili da raggiungere per l'installazione e la manutenzione ma significativi per la misurazione. Di seguito sono riportate le foto di uno dei sensori utilizzati.

Sensitivity	mV/(m/s ²)	203.9±5%
Frequency response	Hz	0~100±1dB
Frequency response	Hz	0~400±3dB
Resonance Frequency	kHz	≥0.4
Acceleration Range	±m/s ² pk	29.42
Electrical noise	m/s ² rms	≤0.000049
Shock limit	±m/s ² pk	980
Temperature range	°C	-25~70
Amplitude nonlinearity	%	±0.1
Transverse sensitivity	%	≤1
Power requirements	VDC	11~16
	mA	20
Weight	g	50

Tabella 5.1: Specifiche degli accelerometri utilizzati

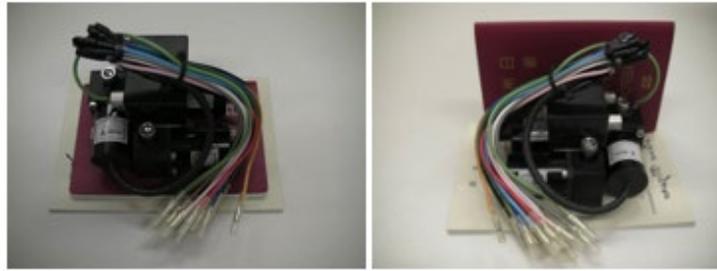


Immagine 5.10: Sensore utilizzato nel sistema di monitoraggio

Il sistema acquisisce dati in continuo con determinate frequenze di campionamento che verranno presentate nel paragrafo successivo.

Mentre la posizione delle termocoppie non è di fondamentale importanza, in quanto verrà analizzata solo l'andamento ciclico della temperatura senza riferimento ai valori assoluti, assume grande significatività la posizione degli accelerometri in modo tale da poter tracciare le deformate della struttura. A fianco (figura 5.1) si possono notare le coordinate delle posizioni dei sensori nella tabella, una rappresentazione grafica esplicativa della torre e l'orientamento in pianta del sistema di riferimento.

In precedenza si è inoltre citato il coefficiente di trasformazione tipico di ogni sensore. Benché i sensori siano tutti dello stesso tipo, i coefficienti non sono identici per svariati motivi che vanno dalla fabbricazione alla registrazione degli stessi. Pertanto, vengono di seguito riassunti e tabulati i coefficienti che saranno utilizzati all'interno dell'algoritmo.

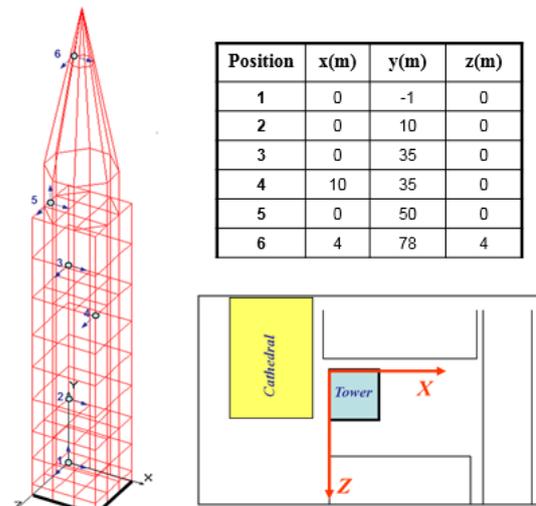


Figura 5.1: Rappresentazione del sistema di acquisizione delle accelerazioni

Channel	Direction	Serial Number	Sensibility		Coefficient ((m/s ²)/V)
			(V/G)	(V/(m/s ²))	
1	-6X	A809364	2.0093	0.204892	4.880630
2	+6Z	1170065	2.0066	0.204616	4.887197
3	+5X	1170060	2.0054	0.204494	4.890122
4	-5Z	1170081	2.0034	0.204290	4.895003
5	+5Y	1170059	2.0116	0.205126	4.875050
6	+3Z	1170066	2.0082	0.204779	4.883303
7	+3X	1170067	2.0103	0.204994	4.878202
8	-4Z	1180080	2.0034	0.204290	4.895003
9	+2X	1170064	2.0036	0.204310	4.894515
10	+1X	1170071	2.0064	0.204596	4.887684
11	+1Z	1170070	2.0081	0.204769	4.883547
12	+1Y	1170058	2.0083	0.204790	4.883060

Tabella 5.2: Tabella riassuntiva dei coefficienti degli accelerometri

5.2 Pre-elaborazione dei dati

Come esposto nel paragrafo 4.1, il primo passo per l'analisi dei dati è la pre-elaborazione dei dati.

I dati rilevati dal sistema presentano le frequenze di campionamento dei sensori sopra descritti: per i dati di accelerazione 100 Hz, per i dati relativi alle temperature 10 Hz.

Mentre per le temperature la frequenza di campionamento è accettabile, i segnali delle accelerazioni richiedono un decampionamento e un filtraggio. Per definire le frequenze di taglio, si utilizza l'algoritmo di analisi dei segnali descritto in precedenza in modo tale da ottenere il diagramma della PSD dal quale è possibile notare le frequenze approssimate dei modi propri.

L'analisi è stata fatta su un insieme di 100 segnali estratti casualmente dal database disponibile. Di seguito viene riportato a titolo d'esempio la rappresentazione del segnale del canale n.3 misurato il 16 maggio 2016 a partire dalle 10:02:39 e la rispettiva PSD. Si ricorda a tal proposito che ogni segnale presenta una durata di 1 ora, pertanto è formato da 360000 punti, mentre la frequenza massima rappresentabile è la metà della frequenza di campionamento, quindi 50 Hz.

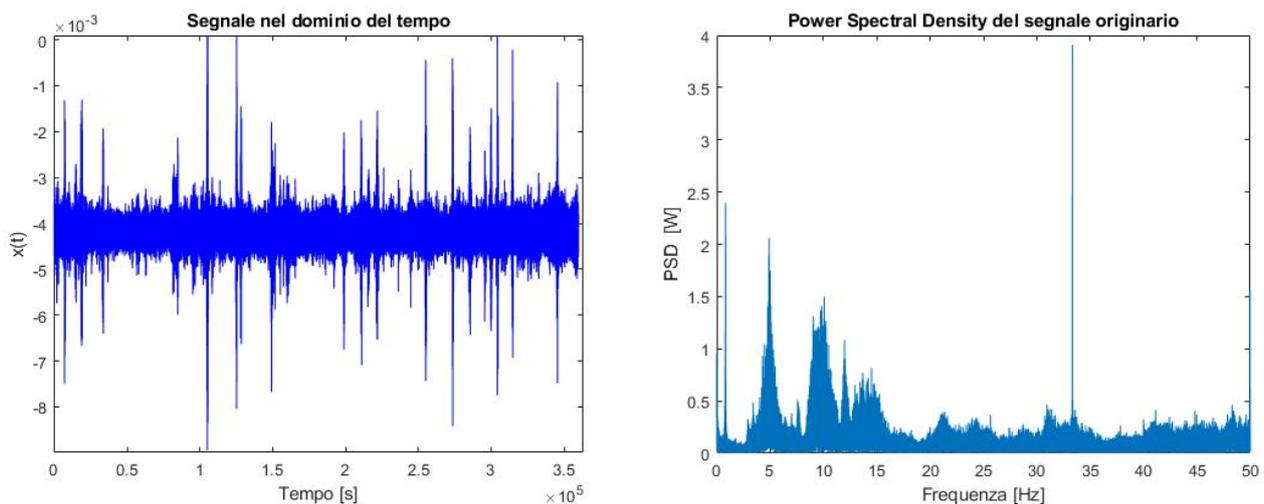


Figura 5.2: Rappresentazione del segnale nel dominio del tempo (sinistra) e la relativa PSD (destra)

Per quanto riguarda il segnale nel dominio del tempo, a monte di questa trasformazione è stata eseguita la moltiplicazione tra le misurazioni reali e i coefficienti dei sensori, pertanto i valori assunti dalla variabile rilevata rappresentano già le accelerazioni reali subite dalla struttura.

Per quanto concerne la PSD, si nota come i picchi si trovino sparsi lungo tutto il range di frequenze rappresentato. Trattandosi però di una struttura a torre, quindi con una dimensione preponderante rispetto alle altre due, si suppone che le frequenze dei primi modi di vibrare siano relativamente basse. Si è quindi deciso di analizzare solo i modi la cui frequenza si trova entro i 4 Hz. Dagli studi effettuati in passato è stata infatti ritrovata la conferma che i primi 4 modi di vibrare sono collocati entro tale intervallo.

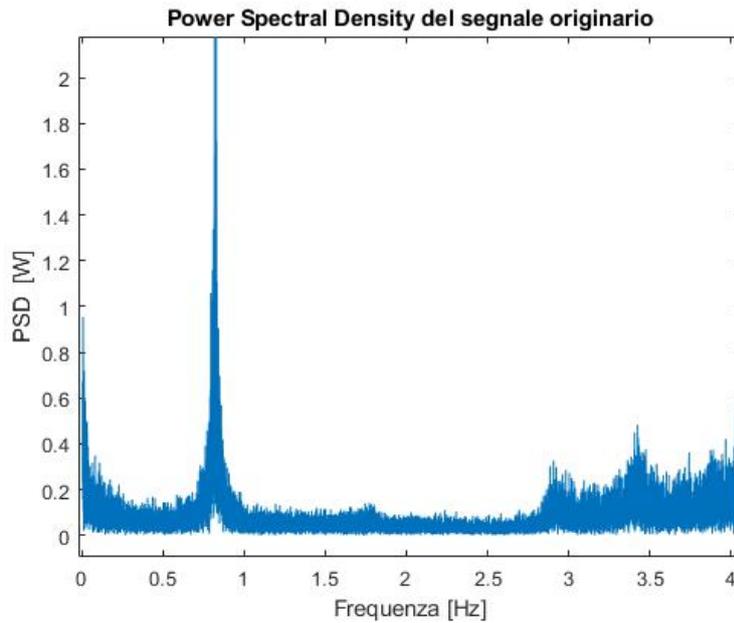


Figura 5.3: Zoom sulla PSD del segnale sopra riportato nell'intervallo di studio

In base ai picchi presenti nella prima parte, ci si aspetta di trovare dei modi alle seguenti frequenze: 0.8 Hz, 1.7 Hz, 2.9 Hz, 3.4 Hz.

Successivamente, si è deciso di utilizzare come frequenza di decampionamento 12.5 Hz per due motivi: in primis in quanto essendo un divisore di 100 permette di utilizzare senza difficoltà le funzioni già implementate in MATLAB descritte nel capitolo precedente; inoltre, per la regola di Nyquist, esso permette di rappresentare tutte le frequenze fino ad un valore di 6.25 Hz, ovvero una soglia leggermente maggiore rispetto al taglio scelto in precedenza (è buona pratica in quanto permette di evitare problemi legate alle approssimazioni apportate dal filtro applicato successivamente).

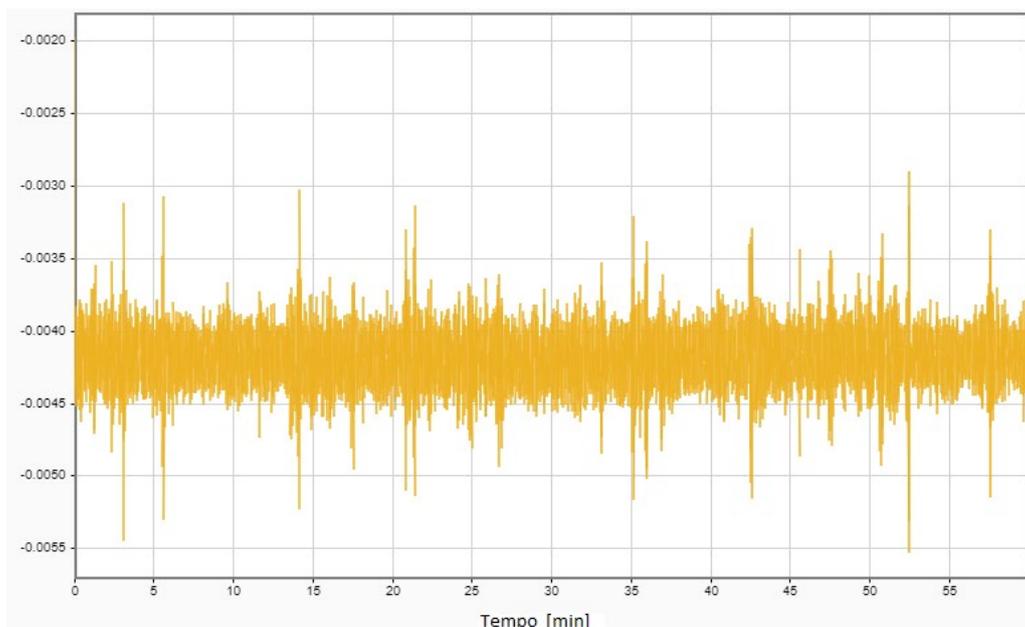


Figura 5.4: Rappresentazione del segnale decampionato nel dominio del tempo

Nel dominio del tempo, la lunghezza dell'intervallo ottenuta è la stessa, ma il numero di punti scende a 45000, ovvero un ottavo del numero iniziale di punti. Il valore assunto da ognuno di essi viene calcolato dall'algoritmo mediante una media matematica sul corrispondente intervallo temporale: il segnale originale viene suddiviso in un numero di segmenti pari ad 1/8 del campionamento originario e per ognuno di essi è valutato il valor medio dell'accelerazione.

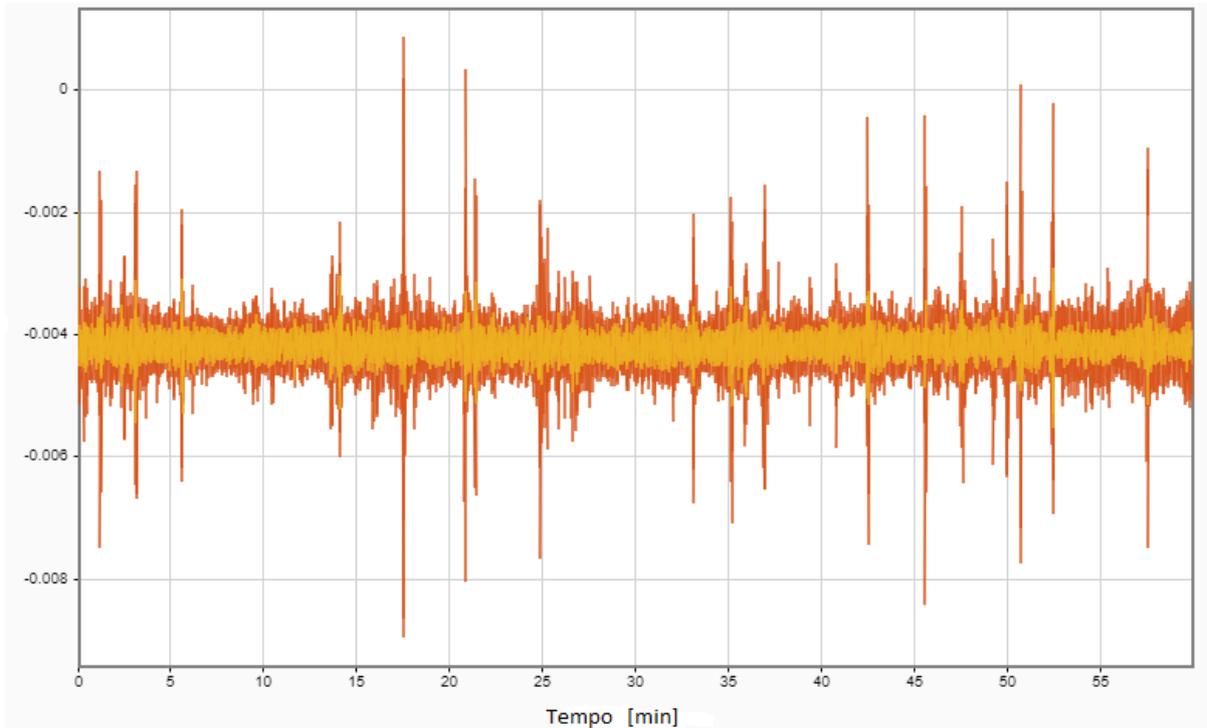


Figura 5.5: Sovrapposizione nel dominio del tempo tra il segnale originale (in arancione) e il segnale decampionato (in giallo)

Il filtro che si è scelto di utilizzare è un passabanda di ordine 4 di tipo Butterworth con frequenze di taglio 0.25 Hz e 4 Hz, più che sufficienti per isolare i modi attesi senza avere disturbi o problemi di approssimazione legati alla forma del filtro. I filtri di tipo Butterworth sono filtri IIR, quindi conservano l'ampiezza a discapito della fase. Per questo motivo il segnale filtrato appare traslato rispetto all'originario.

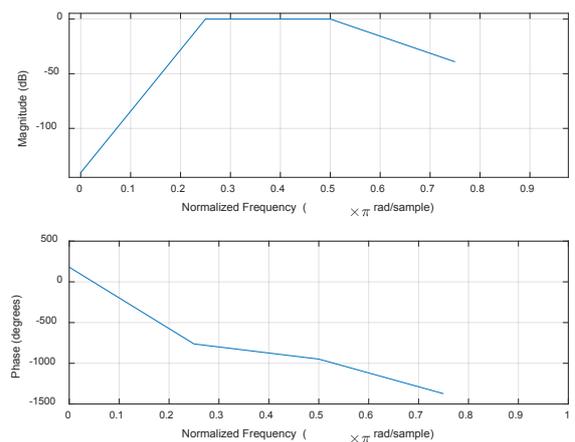


Figura 5.6: Forma del filtro applicato al segnale

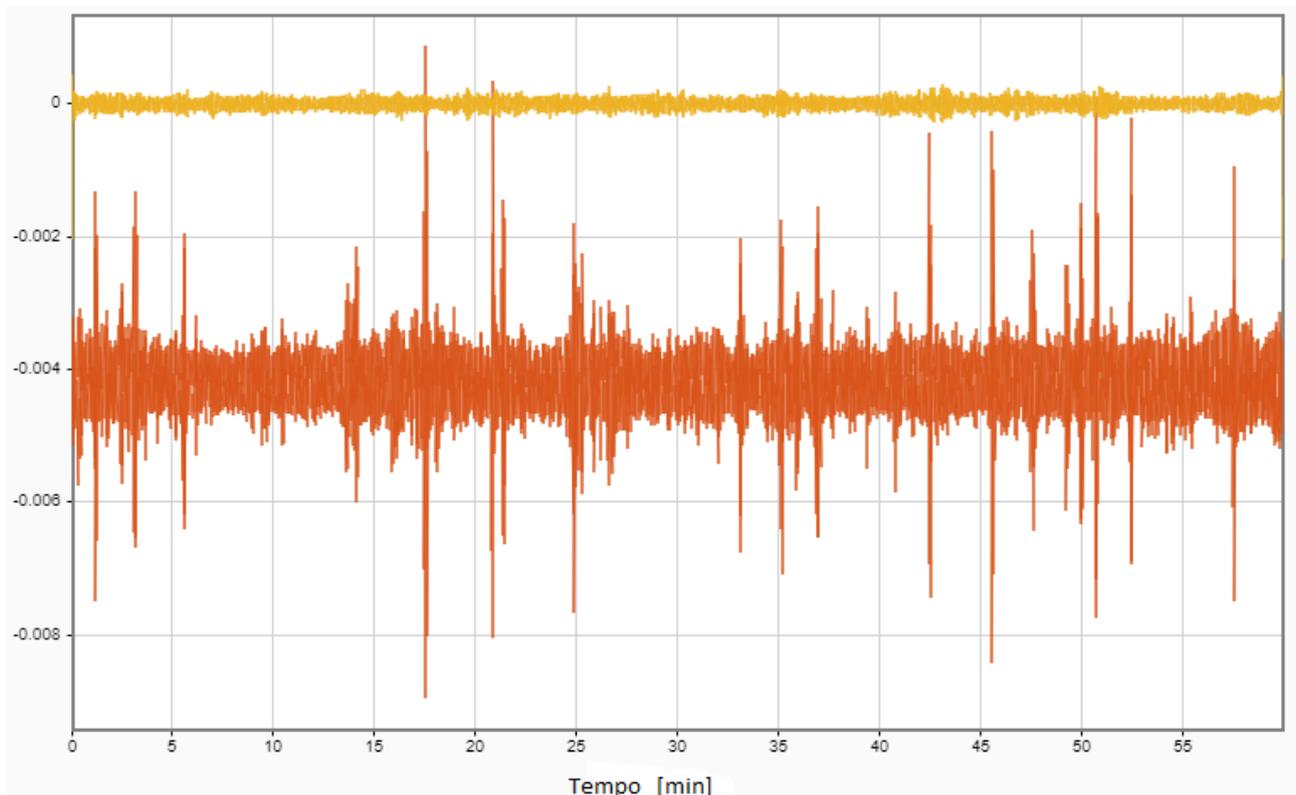


Figura 5.7: Sovrapposizione nel dominio del tempo tra il segnale filtrato (in giallo) e il segnale originale (in arancione)

I segnali utilizzati nel seguito saranno quindi pre-elaborati con queste impostazioni e in queste modalità.

5.3 Definizione del modello auto-regressivo

Per procedere con l'identificazione è necessario realizzare un modello data-driven della struttura. In questo elaborato la scelta della tipologia di modello è ricaduta su un AR, ovvero un modello auto-regressivo lineare. Lo scopo della fase di modellazione è quello di realizzare un sistema matematico in grado di simulare il comportamento della struttura quando soggetta ad un certo input. Nel caso in cui non si abbiano informazioni circa l'input reale, ciò si traduce nella realizzazione di un modello tale da approssimare col minimo errore possibile i segnali acquisiti in quanto unici indizi relativi al comportamento strutturale.

Prima di procedere con la modellazione è però richiesta la stima dei parametri di modello.

Nei modelli AR i parametri da stimare sono 2: l'ordine p e il numero di equazioni N . La loro stima può essere eseguita in maniera iterativa facendo variare uno dei due mantenendo fisso l'altro. Per far ciò sono state utilizzate 10 coppie di segnali casualmente estratti dal database disponibile: per ogni coppia, il primo segnale è stato utilizzato per la stima iterativa del modello, il secondo invece per il calcolo degli indicatori della qualità dell'approssimazione. In particolare, il secondo segnale viene dato in input al modello stimato e l'output da esso ottenuto è direttamente paragonato al segnale originale; dalla differenza si ottengono i valori degli indicatori per ogni canale, successivamente mediati tra loro in modo tale da ottenere i grafici finali.

Nel caso in esame si è scelto di far variare l'ordine all'interno dell'intervallo $[1, 20]$ tenendo fisso e pari a un'ora l'intervallo temporale analizzato, ossia un numero di equazioni $N=45000$. Per definire il valore

ottimale ci si è basati su due indicatori³⁰: RSE e R^2 . Generalmente, come si evince in letteratura, si ricerca il primo valore di p caratterizzato da $R^2 > 0.95$. I risultati ottenuti dalla variazione dell'ordine sono di seguito riportati.

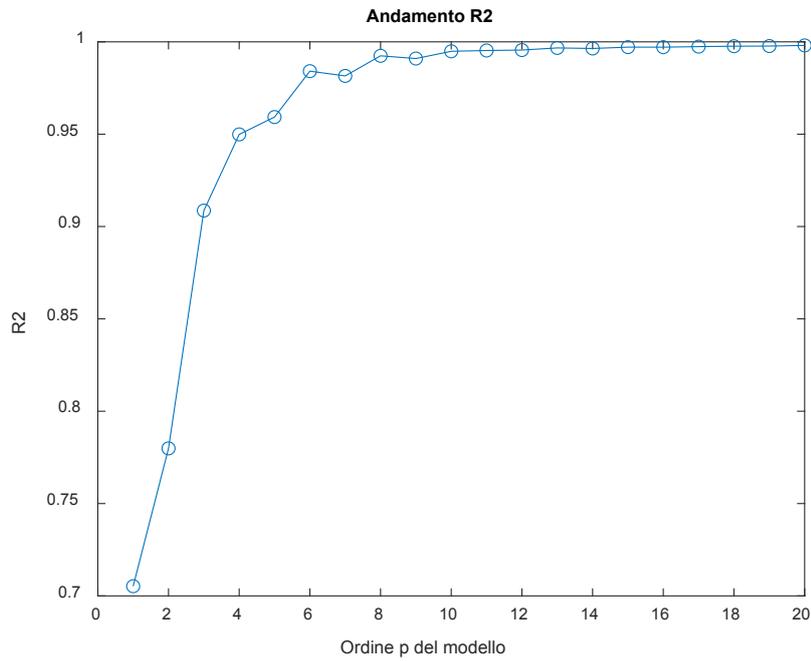


Figura 5.8: Andamento del R² al variare dell'ordine p del modello

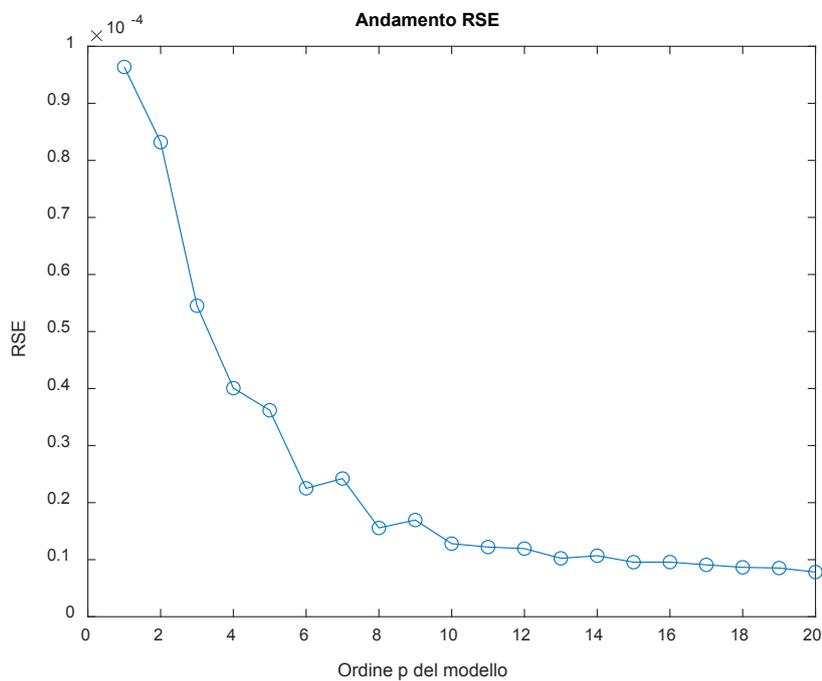


Figura 5.9: Andamento del RSE al variare dell'ordine p del modello

Sulla base degli andamenti graficizzati la scelta è ricaduta su un ordine di modello pari a 9, in quanto, oltre che a rispettare il valore minimo di R^2 , nella figura 5.9 si presenta una successiva stabilizzazione dell'errore

³⁰ Per la loro formulazione si rimanda al capitolo 2.

RSE, di conseguenza un valore maggiore avrebbe aumentato il costo computazionale senza ottenere importanti miglioramenti di approssimazione.

Tenendo quindi fisso l'ordine p viene fatto variare il numero di equazioni del sistema. La variazione è eseguita in questo caso all'interno dell'intervallo tra 6 minuti e 60 minuti assumendo un passo di 3 minuti (ovvero 2250 equazioni) tra un'iterazione e la successiva. Analogamente, vengono nuovamente redatti, e di seguito riportati, i grafici relativi all'andamento di RSE e R^2 .

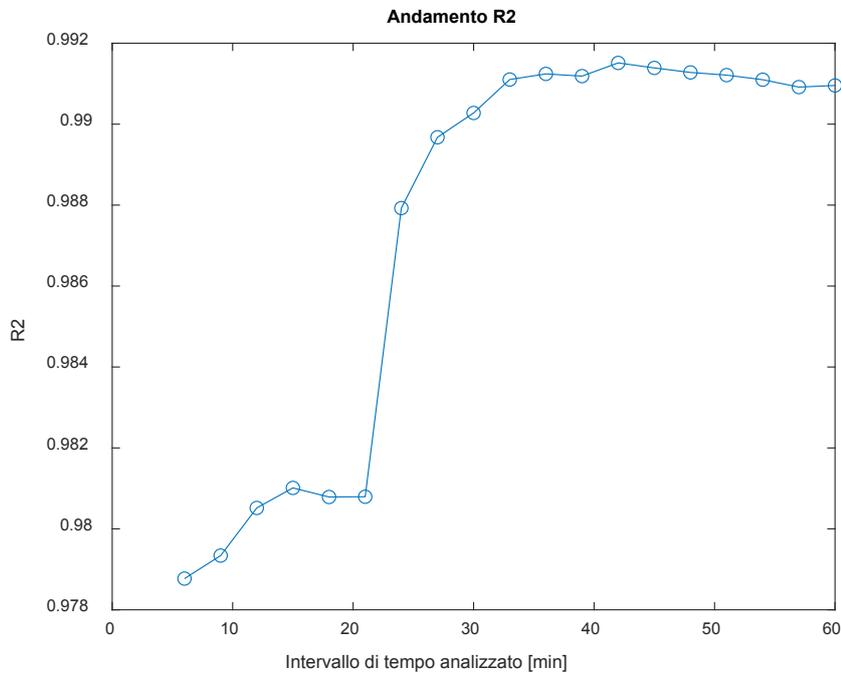


Figura 5.10: Andamento del R^2 al variare della dimensione N del modello

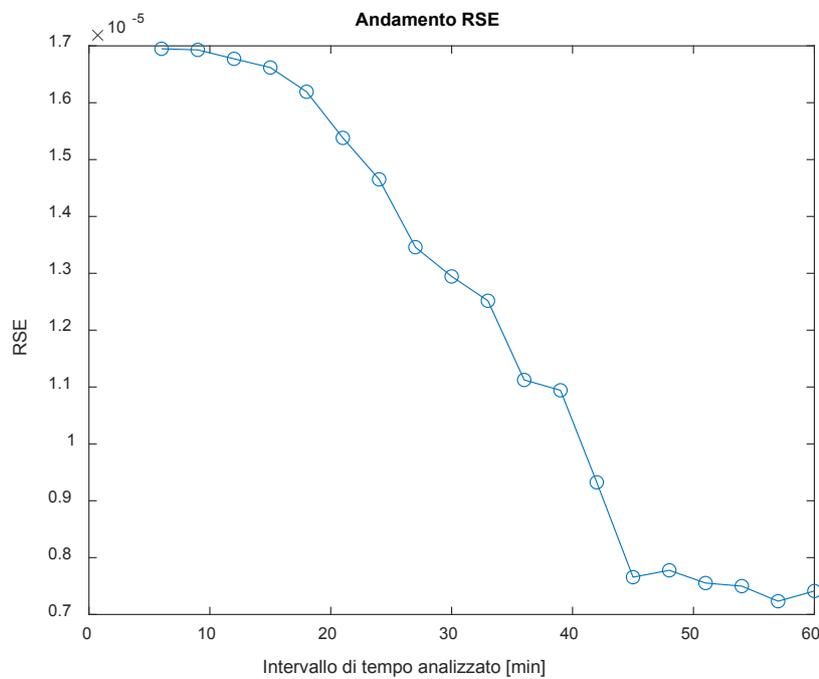


Figura 5.11: Andamento del RSE al variare della dimensione N del modello

La dimensione del sistema ottimale appare essere di 15750 punti, corrispondenti a 21 minuti. Si sceglie questo valore perché nell'andamento dell' R^2 si nota una successiva impennata, possibile sintomo di overfitting del modello. Per facilità d'implementazione e automatizzazione è stato però scelto $N=15000$, in quanto permette di dividere il segnale in 3 parti uguali senza avere eccessive perdite di qualità nell'approssimazione dal momento che il valore dell' R^2 rimane abbondantemente sopra a 0,95, più precisamente $R^2 = 0.981$.

I parametri così definiti saranno alla base della modellazione di tutti i segnali disponibili per poi procedere con l'identificazione dinamica. A titolo di esempio viene di seguito riportato un segnale approssimato con i parametri sopra definiti sovrapposto al corrispondente segnale originale.

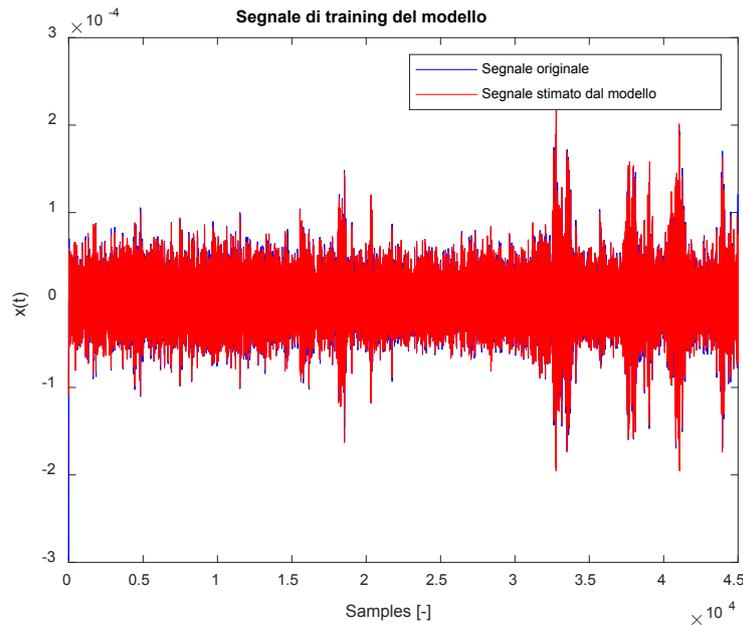


Figura 5.12: Sovrapposizione del segnale originale e del segnale stimato dal modello per il segnale registrato dal canale 1 il 27/11/2015 a partire dalle ore 20:23:33

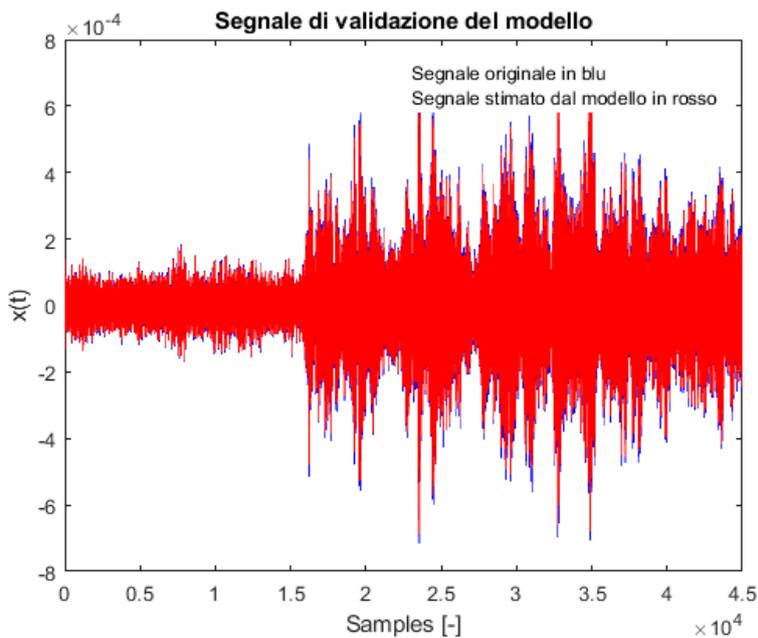


Figura 5.13: Sovrapposizione del segnale originale e del segnale stimato dal modello per il segnale registrato dal canale 1 il 15/06/2016 a partire dalle ore 12:58:16

Come si nota dai due esempi di segnale riportati, la qualità dell'approssimazione del modello con i parametri scelti è alta e potrà quindi essere utilizzata per le successive fasi del programma.

5.4 Identificazione dinamica

Come esposto nel capitolo 4, la fase successiva all'identificazione consiste nella classificazione dei modi propri riconosciuti. Al fine di rendere più efficiente l'algoritmo, tale fase sfrutta l'utilizzo del classificatore KNN. Esso richiede una fase di addestramento, pertanto in questa prima parte dell'identificazione non verranno processati tutti i segnali dell'intervallo temporale oggetto di studio, bensì solo i primi due mesi. I risultati così ottenuti verranno classificati e utilizzati per l'addestramento del KNN con il quale si procederà per l'analisi della rimanente parte di segnali.

Dalla modellazione e identificazione operata sui segnali acquisiti dal 12 novembre 2015 al 31 dicembre 2015 sono stati ottenuti un totale di 14501 modi identificati.

Per la fase di pulizia dei dati, di cui si è discusso nel paragrafo 4.4, sono stati scelti i seguenti criteri di selezione:

- 1- Frequenze limite pari alle frequenze di taglio definite nella fase di pre-elaborazione dei dati, quindi 0.25 Hz e 4 Hz;
- 2- Smorzamento limite pari al 25%: anche se nelle strutture presenti in ambito civile il rapporto di smorzamento rimane relativamente basso, si preferisce qui essere maggiormente cautelativi e prendere in considerazione un range più ampio di punti;
- 3- Indice di correlazione limite tra parte reale e parte immaginaria delle coordinate delle forme modali pari a 0.9.

La distribuzione dei modi identificati e filtrati nel piano avente in ascissa la frequenza e in ordinata il rapporto di smorzamento è di seguito riportato.

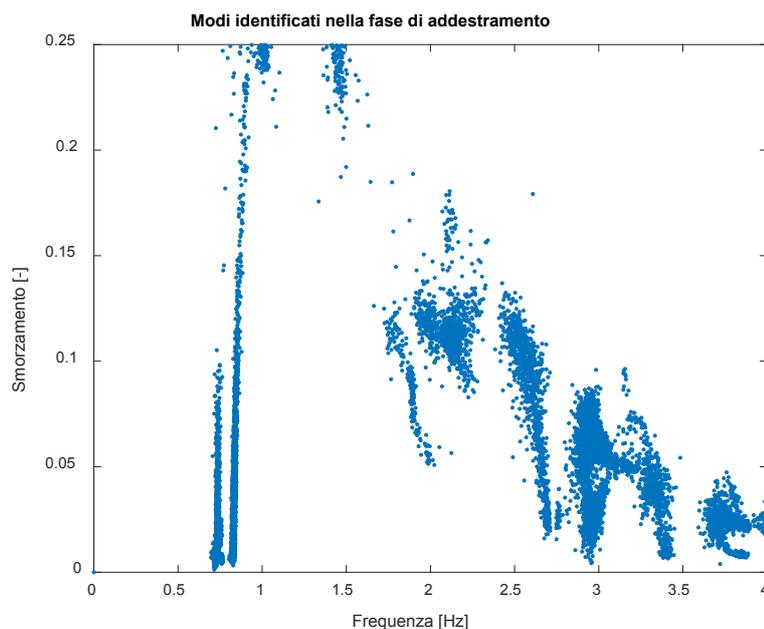


Figura 5.14: Modi identificati nell'intervallo temporale compreso tra novembre 2015 e dicembre 2015

Nella Figura 5.15 è riportato il diagramma delle occorrenze, ovvero un istogramma in cui per ogni intervallo di frequenze viene contato il numero di punti rilevati. I picchi di tale grafico rappresentano le frequenze più presenti, che dovrebbero corrispondere ai modi propri della struttura.

I modi che risultano essere identificati in questo periodo bimensile di training si trovano quindi alle frequenze attese dall'analisi dei segnali eseguita nella fase di pre-elaborazione dei dati: 0.7 Hz, 0.8 Hz, 2.1 Hz, 2.6 Hz, 2.9 Hz, 3.4 Hz, 3.6 Hz. Le forme modali corrispondenti a queste frequenze dovranno successivamente essere indagate e discriminate per definire quali classi l'algoritmo dovrà monitorare, ovvero per capire quali tra quelle rappresentino effettivamente deformate strutturali.

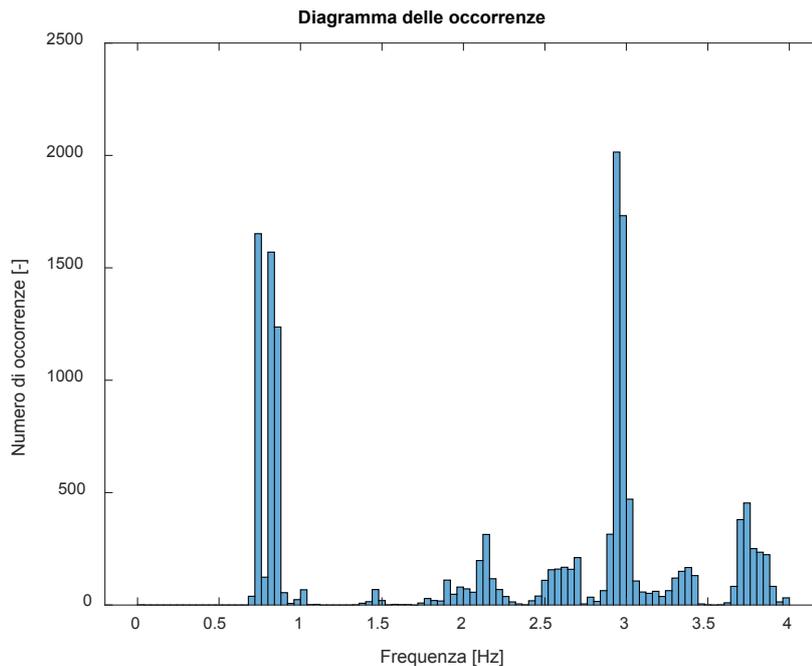


Figura 5.15: Diagramma delle occorrenze relativo ai modi identificati nell'intervallo temporale compreso tra novembre 2015 e dicembre 2015

La classificazione dei modi avviene su due fasi.

La prima fase consiste nella suddivisione in cluster mediante la funzione DBSCAN, implementata in MATLAB sulla base della loro distribuzione spaziale. La classificazione ottenuta in questa fase è di seguito rappresentata. Il raggio minimo e il numero minimo di punti compresi al suo interno, ovvero i due parametri necessari per l'utilizzo del DBSCAN, sono stati definiti sulla base della forma e della distribuzione spaziale dei punti: per avere una buona classificazione è stato scelto un numero di punti minimo pari a 10 da avere all'interno di un raggio pari a 0.01. La suddivisione spaziale risultante è riportata in figura 5.16.

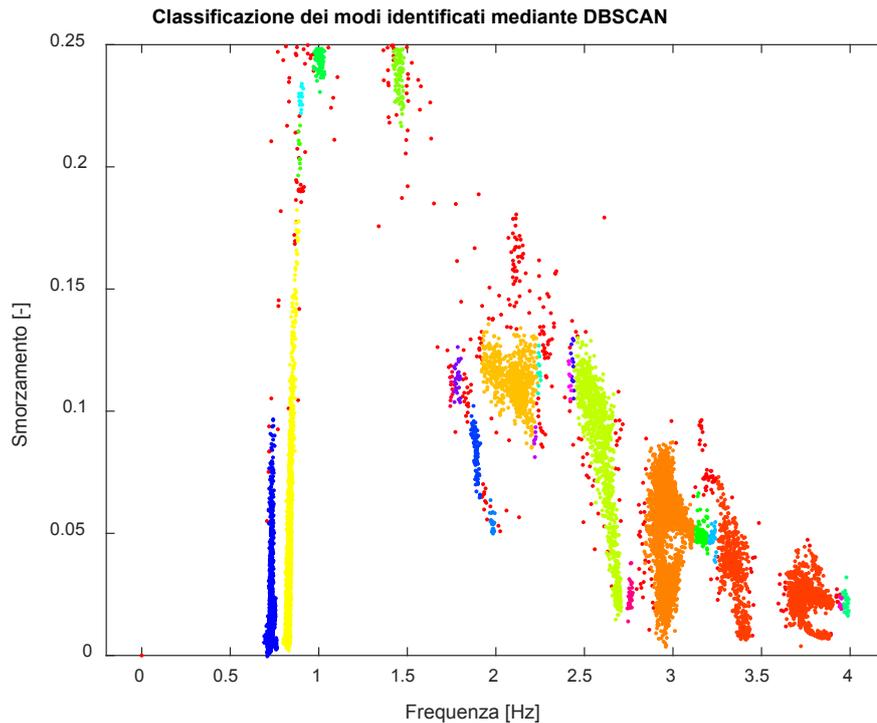


Figura 5.16: Classificazione a seguito dell'applicazione del DBSCAN ai modi identificati nell'intervallo temporale compreso tra novembre 2015 e dicembre 2015

Data la forma e la dimensione degli insiemi così ottenuti non si ha la certezza che ciascun cluster corrisponda effettivamente ad un modo di vibrazione. Pertanto, ognuno di essi viene nuovamente analizzato in modo tale da formare dei sottogruppi caratterizzati da un elevato valore di MAC, indice di somiglianza delle forme modali contenute al suo interno. La soglia minima del MAC assunta per classificare due modi come appartenenti allo stesso cluster è pari a 0.90. Non esistono dei criteri universali per la scelta di tale soglia in quanto dipende dalla reciproca vicinanza dei modi propri: in alcune strutture è sufficiente un MAC pari a 0.6 per riconoscere nettamente le diverse forme modali senza perdita di informazioni, per altre invece è necessario un MAC decisamente superiore per poterle separare adeguatamente. In questo studio era stata scelta preliminarmente una soglia minima pari a 0.99, ma dalla sua applicazione si è notato che il quinto modo, ovvero il primo modo torsionale, era eccessivamente discretizzato. Si è pertanto scelto di ridurre la soglia a 0.90 verificando di non avere perdite di informazioni relativamente alle altre forme modali. I risultati ottenuti sono riportati nelle pagine seguenti.

Si sottolinea inoltre come tutti i sottogruppi composti da meno di 50 modi siano stati scartati ed assegnati al gruppo 0, in rosso. La giustificazione risiede nel fatto che un modo non può essere definito strutturale se la sua occorrenza in un periodo di due mesi è così bassa.

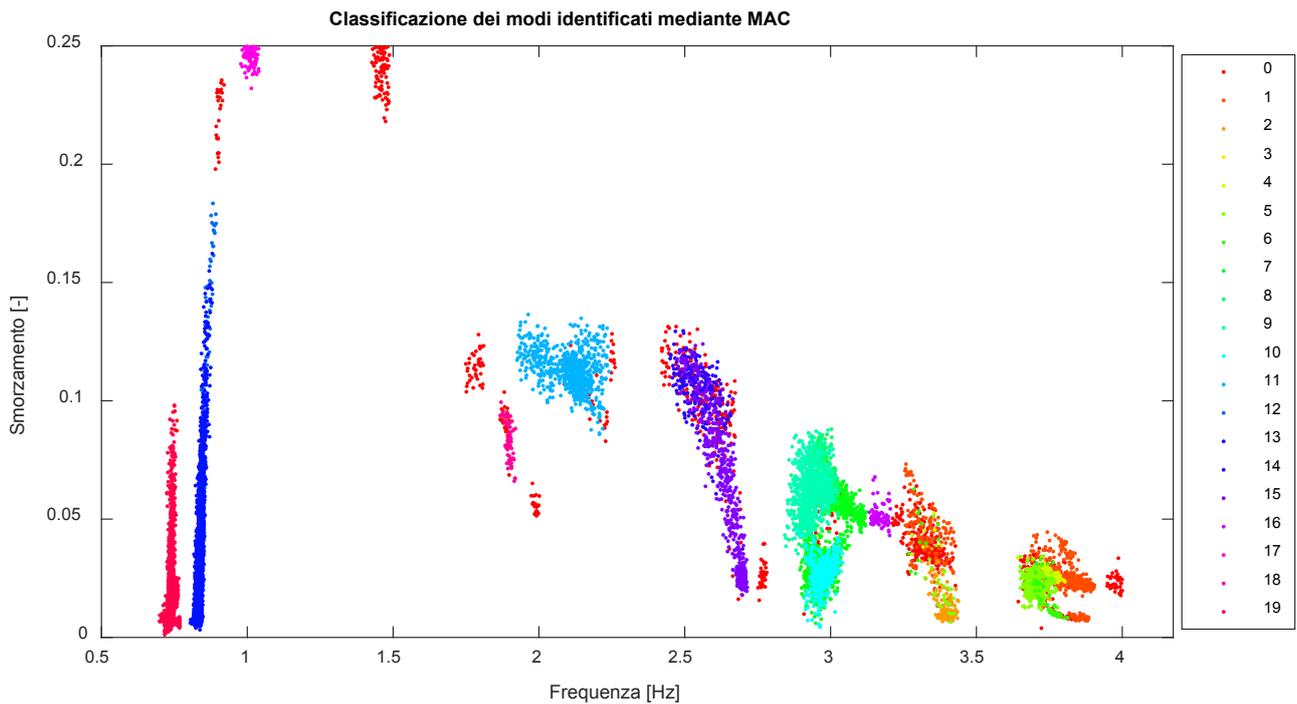


Figura 5.17: Classificazione a seguito dell'applicazione del MAC ai modi precedentemente classificati mediante la funzione DBSCAN

Come si evince dalla figura 5.17, sono stati così definiti una grande quantità di sottogruppi. Non tutti rappresentano però un reale modo strutturale. Per selezionare quali di essi meritino di essere monitorati è però richiesto l'intervento ingegneristico: all'interno di ciascun sottogruppo viene effettuata la stima delle coordinate medie modali e i risultati sono poi rappresentati sul modello strutturale riportato in figura 5.1 in modo tale da riconoscere i modi strutturali.

Procedendo con quest'analisi, mediante un giudizio ingegneristico su tutte le deformate plottate, sono stati individuati 5 modi strutturali, le cui caratteristiche e forme modali sono di seguito riportate. Nel seguito, esclusivamente questi gruppi verranno monitorati e controllati nel tempo in quanto rappresentativi dei modi propri della struttura.

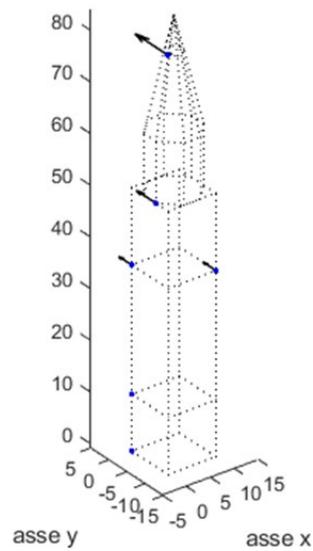


Figura 5.18: Primo modo flessionale in y

Modo 1		
Frequenza	Smorzamento	Coordinate
[Hz]	[-]	[-]
0.741	0.020	0.095
		1.000
		-0.045
		-0.602
		-0.028
		0.401
		-0.034
		-0.400
		-0.011
		-0.001
		0.010
		0.006

In figura 5.18 è stata rappresentata la forma modale corrispondente al cluster numero 19. Come si può notare, si tratta del primo modo flessionale in direzione y, ovvero perpendicolarmente al Duomo. La frequenza media rilevata nel periodo di addestramento è di 0.74 Hz, come evidente dalla tabella affianco.

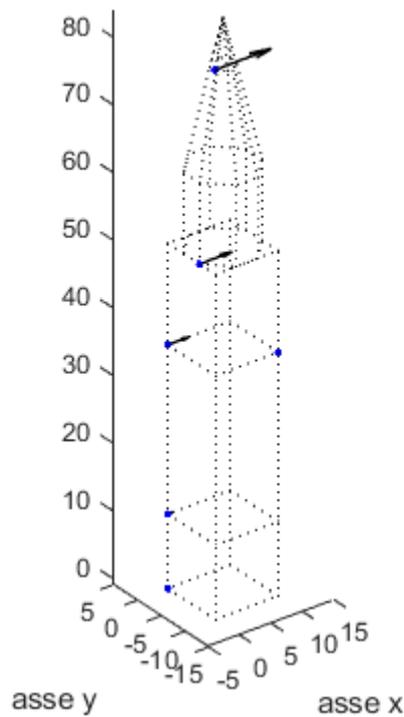


Figura 5.19: Primo modo flessionale in x

Modo 2		
Frequenza	Smorzamento	Coordinate
[Hz]	[-]	[-]
0.838	0.035	1.000
		-0.057
		-0.575
		0.021
		-0.018
		-0.029
		-0.370
		0.023
		-0.090
		-0.010
		-0.002
		0.003

In figura 5.19 è invece facilmente riconoscibile il primo modo flessionale in direzione x, ovvero parallelamente al Duomo. Il cluster corrispondente a questo modo di vibrare è il 13 con una frequenza media nel periodo di addestramento pari a 0.84 Hz.

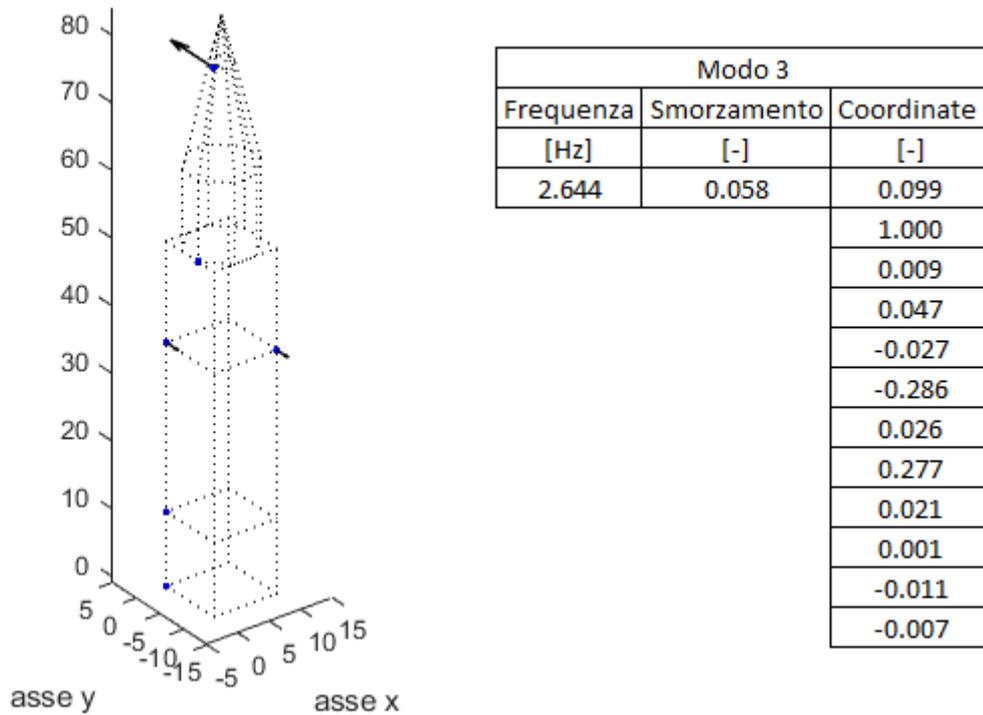


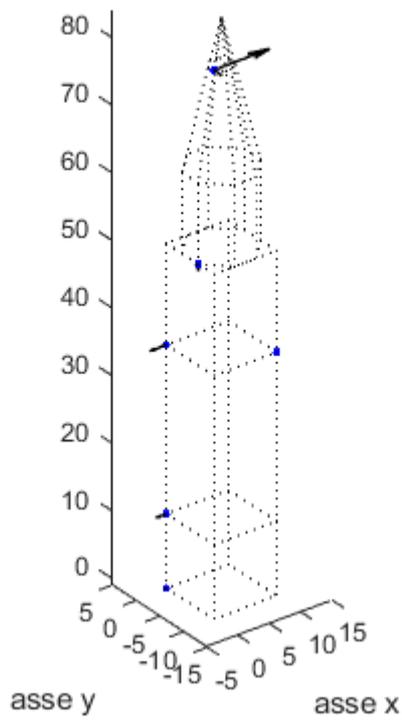
Figura 5.20: Secondo modo flessionale in y

Nella figura 5.20 è riportata la rappresentazione del terzo modo strutturale individuato, vale a dire il secondo modo flessionale nella direzione y. Esso corrisponde al cluster numero 15 con una frequenza media di 2.64 Hz.

Di seguito, rispettivamente in figura 5.21 e in figura 5.22, sono riportati anche il secondo modo flessionale in direzione x e il primo modo torsionale. Essi sono stati tracciati dal classificatore DBSCAN rispettivamente come cluster 10, con frequenza media di 2.97 Hz, e cluster 5, con frequenza media pari a 3.68 Hz.

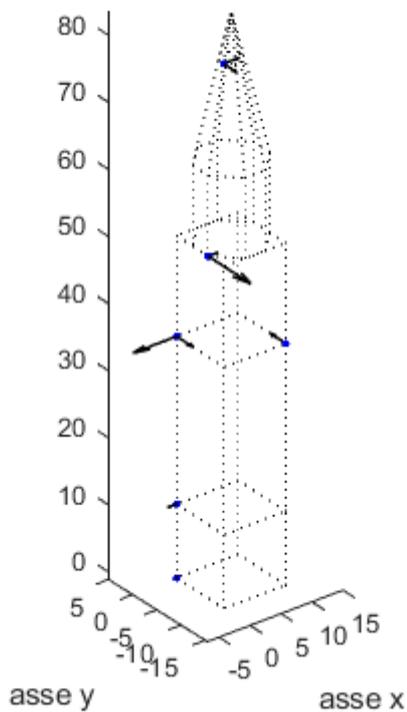
A titolo d’esempio, ai fini dell’esposizione del metodo di scelta ingegneristico utilizzato, viene inoltre riportata in figura 5.23 una tra le forme modali considerate non strutturali. Si tratta del cluster numero 18. Essa presenta una frequenza media di 1.89 Hz e, come si può facilmente notare, sviluppa una grande deformazione in cima alla torre mentre il resto della struttura rimane quasi indeformata, chiaro sintomo di forma modale spuria, ovvero irreali e dovuta al procedimento di calcolo dell’algoritmo.

In tutte le tabelle riportate affianco delle rispettive deformate, sono riportati i valori delle coordinate modali normalizzate rispetto alla componente massima, in modo tale da poterle scalare e studiare in maniera più appropriata e precisa.



Modo 4		
Frequenza	Smorzamento	Coordinate
[Hz]	[-]	[-]
2.975	0.027	1.000
		-0.191
		0.054
		-0.036
		-0.107
		0.063
		0.290
		-0.043
		0.181
		0.044
		0.009
		-0.013

Figura 5.21: Secondo modo flessionale in x



Modo 5		
Frequenza	Smorzamento	Coordinate
[Hz]	[-]	[-]
3.679	0.022	0.288
		-0.310
		-0.183
		1.000
		0.027
		-0.392
		0.785
		-0.377
		0.164
		0.023
		0.009
		0.034

Figura 5.22: Primo modo torsionale

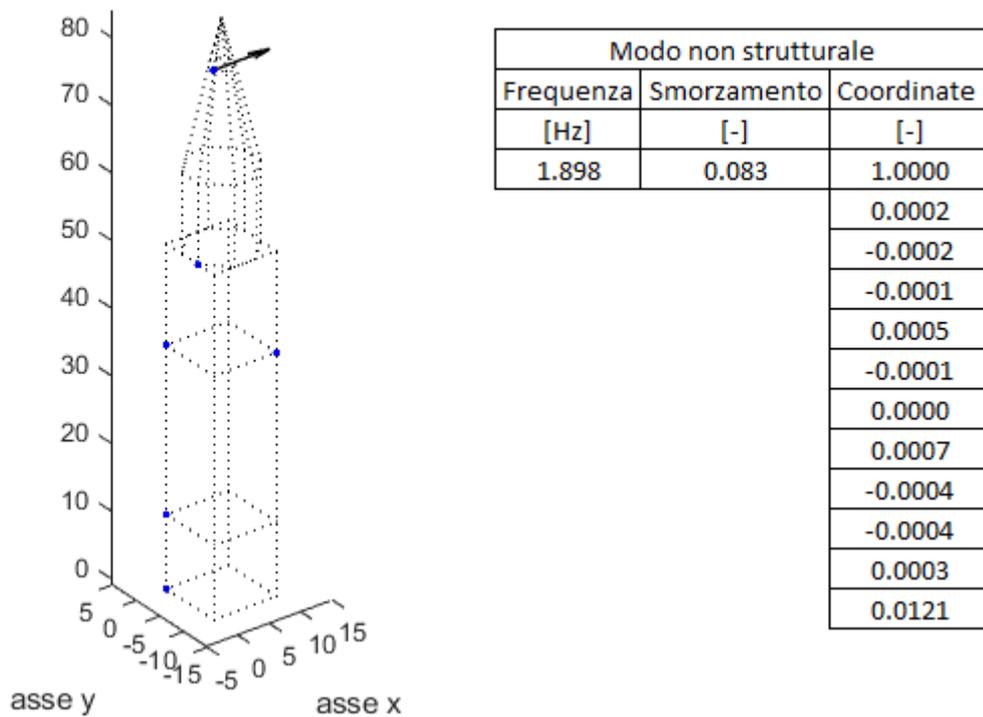


Figura 5.23: Esempio di modo non strutturale

Di seguito si riporta inoltre una tabella riassuntiva dei valori medi delle grandezze dinamiche di tutti i modi che risulterà essere utile successivamente per la fase di monitoraggio.

	Frequenza	Smorzamento	Coordinate											
	[Hz]	[-]	[-]											
Modo 1	0.7413	0.0198	0.095	1.000	-0.045	-0.602	-0.028	0.401	-0.034	-0.400	-0.011	-0.001	0.010	0.006
Modo 2	0.8384	0.0347	1.000	-0.057	-0.575	0.021	-0.018	-0.029	-0.370	0.023	-0.090	-0.010	-0.002	0.003
Modo 3	2.6444	0.0583	0.099	1.000	0.009	0.047	-0.027	-0.286	0.026	0.277	0.021	0.001	-0.011	-0.007
Modo 4	2.9748	0.0271	1.000	-0.191	0.054	-0.036	-0.107	0.063	0.290	-0.043	0.181	0.044	0.009	-0.013
Modo 5	3.6785	0.0221	0.288	-0.310	-0.183	1.000	0.027	-0.392	0.785	-0.377	0.164	0.023	0.009	0.034

Tabella 5.3

Ai fini dell'addestramento del classificatore, i risultati ottenuti sono stati riorganizzati all'interno di una matrice in cui ogni riga corrisponde ad un modo. Troviamo infatti al suo interno: frequenza, smorzamento, coordinate modali e classe. La numerazione delle classi è stata definita ordinando in ordine crescente le frequenze. Tutti i modi non strutturali sono invece stati classificati all'interno di un cluster zero. In questo modo il classificatore riceverà in input le caratteristiche identificate dal programma e assocerà il corrispondente modo alla classe con la probabilità condizionata più alta. Per il calcolo della probabilità di appartenenza alla classe è stato scelto di valutare i 3 punti più vicini³¹.

Il modo più appropriato per valutare un classificatore è verificarne l'errore di classificazione. Pertanto, il KNN è stato applicato in primis ai dati classificati dall'algorithm precedentemente presentato. In questo modo è stato possibile valutarne l'affidabilità, la precisione e la correttezza grazie ad un paragone tra la sua

³¹ Per maggiori informazioni relativamente a questo passaggio si rimanda ai capitoli 3 e 4.

classificazione e quella precedente. Il risultato è rappresentato in figura 5.24 ed è facile notare come non ci siano differenze eclatanti rispetto a quanto riportato nella figura 5.16.

Nella legenda della figura 5.24 i modi sono riportati nell'ordine di presentazione utilizzato in precedenza.

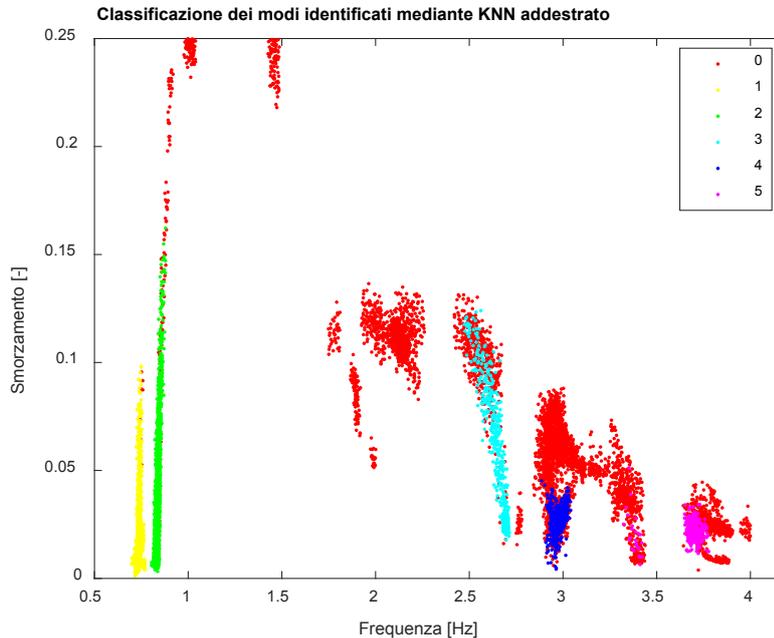


Figura 5.24: Rappresentazione della classificazione mediante KNN sui dati utilizzati nella fase di addestramento

Con il KNN così definito si è dunque proceduto con la modellazione e identificazione del resto dei dati disponibili, ovvero dal 12/11/2015 alle 20:21 fino al 31/10/2016 alle 12:02 . Dall'analisi sono stati ritrovati un totale di 85885 modi, classificati nelle 5 classi individuate. Per mantenere anche una traccia temporale delle analisi, utile per la successiva fase di monitoraggio, oltre ai dati dinamici sono state anche salvate data e ora di ciascun modo rilevato.

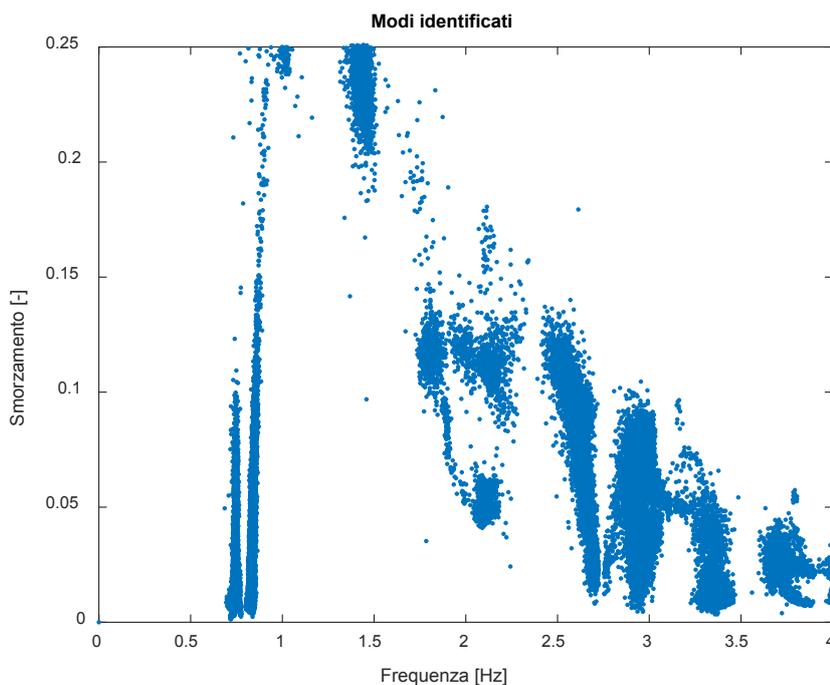


Figura 5.25: Modi identificati nel periodo tra novembre 2015 e ottobre 2016

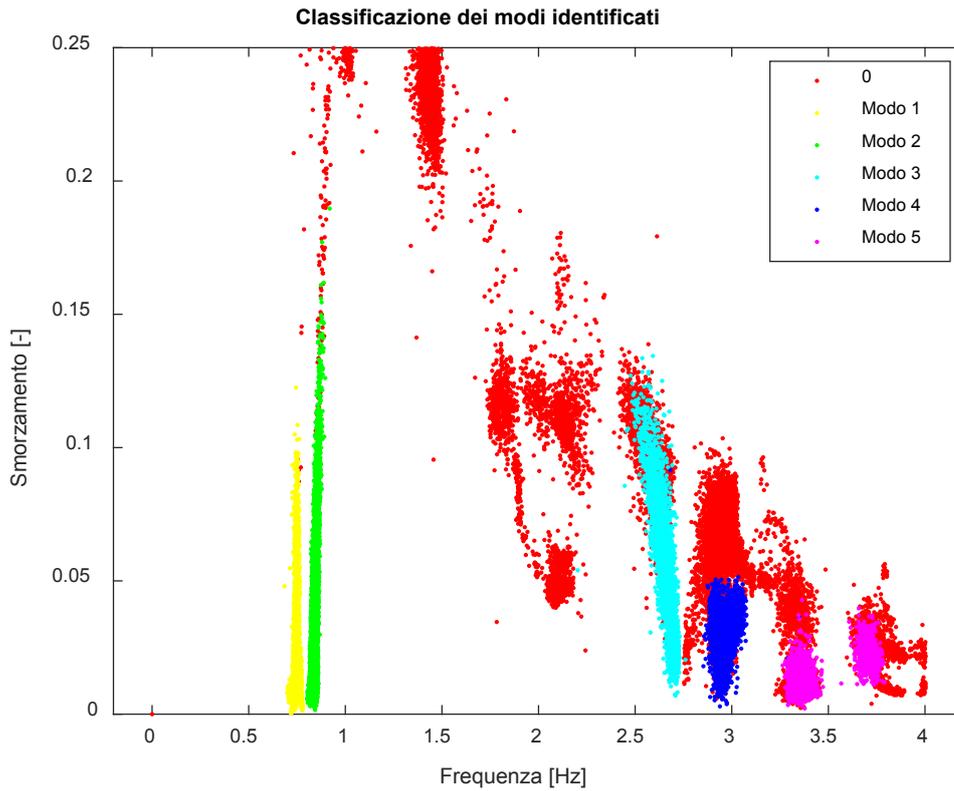


Figura 5.26: Classificazione mediante KNN dei modi identificati nel periodo compreso tra novembre 2015 e ottobre 2016

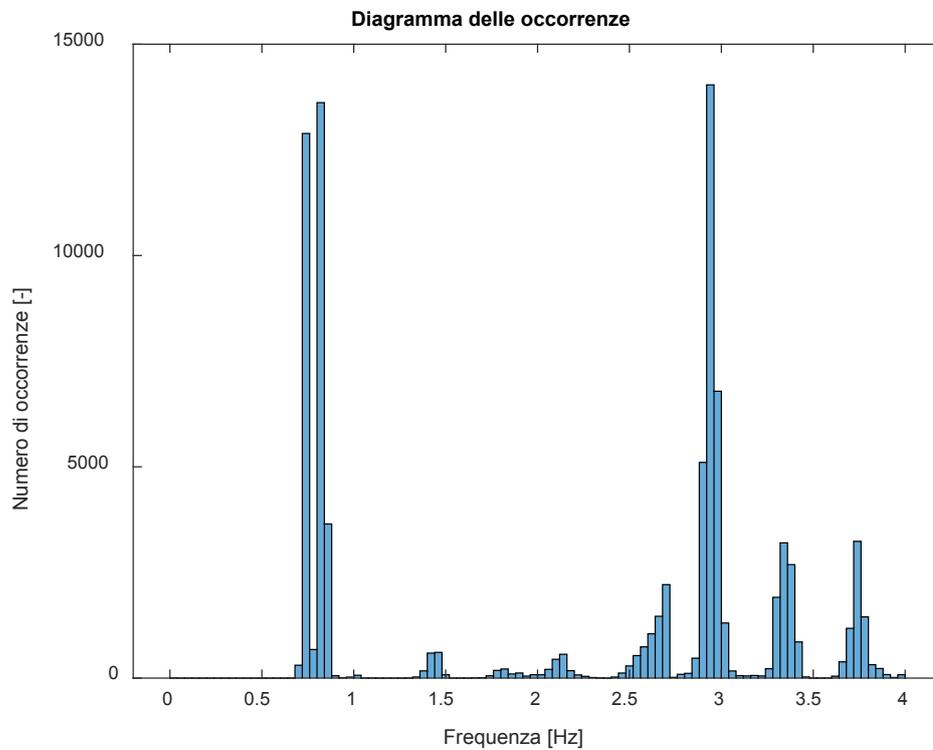


Figura 5.27: Diagramma delle occorrenze dei modi identificati nel periodo compreso tra novembre 2015 e ottobre 2016

Il diagramma delle occorrenze fornisce una prima importante conferma, ovvero l'esattezza dei modi identificati e in particolare delle loro frequenze di vibrazione, perfettamente in linea con le attese derivanti dallo studio preliminare dei segnali e della PSD.

Si riportano inoltre le medie dei cinque modi identificati e le rispettive forme modali. Come si può notare non ci sono evidenti differenze tra i dati finali e quelli dell'addestramento, testimonianza della correttezza del classificatore KNN e in generale di tutto l'algoritmo.

Come ulteriore conferma, nel capitolo successivo verranno graficizzate le deformate modali mediate sull'intero periodo di analisi e si potrà notare la totale somiglianza rispetto alle rispettive forme modali rappresentate nel corrente paragrafo e riferite al solo periodo di addestramento.

	Frequenza [Hz]	Smorzamento [-]	Coordinate [-]											
			0.172	1.000	-0.041	-0.606	-0.028	0.400	-0.031	-0.397	-0.010	-0.001	0.021	0.013
Modo 1	0.7413	0.020	0.172	1.000	-0.041	-0.606	-0.028	0.400	-0.031	-0.397	-0.010	-0.001	0.021	0.013
Modo 2	0.8384	0.035	1.000	-0.131	-0.589	0.019	-0.020	-0.027	-0.375	0.024	-0.085	-0.020	-0.001	0.006
Modo 3	2.6444	0.058	0.238	1.000	0.020	0.018	-0.046	-0.269	0.013	0.294	0.020	0.000	-0.052	-0.034
Modo 4	2.9748	0.0271	1.000	-0.231	0.080	-0.042	-0.107	0.055	0.308	-0.031	0.160	0.032	0.010	-0.019
Modo 5	3.4557-3.6785	0.0221	-0.080	-0.864	0.197	1.000	0.052	0.393	-0.609	0.210	-0.084	-0.045	-0.013	0.043

Tabella 5.4

5.5 Monitoraggio continuo

La fase successiva dello studio consiste nel monitoraggio continuo della struttura nel tempo.

Come grandezze da monitorare si è optato per le frequenze proprie di ciascun modo: avendo conservato i risultati relativi ad un intero anno è stato possibile tracciarne l'andamento nel tempo.

Per l'analisi degli andamenti, come esposto nel paragrafo 4.6, è stato sviluppato un algoritmo di novelty detection in grado di segnalare eventuali scostamenti da una condizione iniziale e considerata "normale".

Sulla base dei dati identificati nella fase di addestramento, per ogni frequenza monitorata è stata definita una funzione di distribuzione di tipo Gaussiano. La scelta di tale distribuzione è giustificata dai seguenti istogrammi: come si trova riportato in letteratura, se l'istogramma di occorrenza assume una forma a campana, allora la distribuzione normale può essere considerata una sua buona approssimazione. A titolo d'esempio vengono di seguito riportati i diagrammi di occorrenza delle frequenze del secondo e del quinto modo di vibrare. Essi non si riferiscono al periodo di addestramento bensì all'intero periodo di monitoraggio. Questa scelta è stata effettuata per evidenziare alcuni trend approfonditi in seguito.

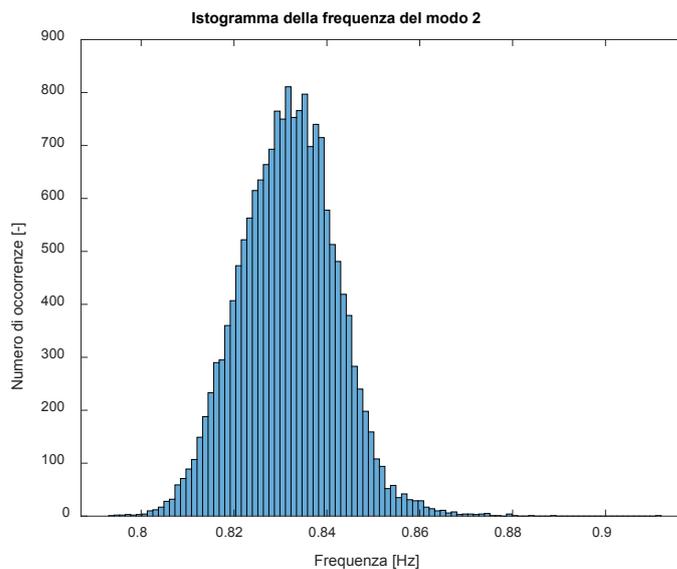


Figura 5.28: Distribuzione della frequenza del primo modo flessionale in x

Dall'analisi dell'istogramma riportato in figura 5.28 si può facilmente visualizzare la distribuzione a forma di campana che rende lecita la scelta di utilizzare una distribuzione normale come curva probabilistica per la novelty detection.

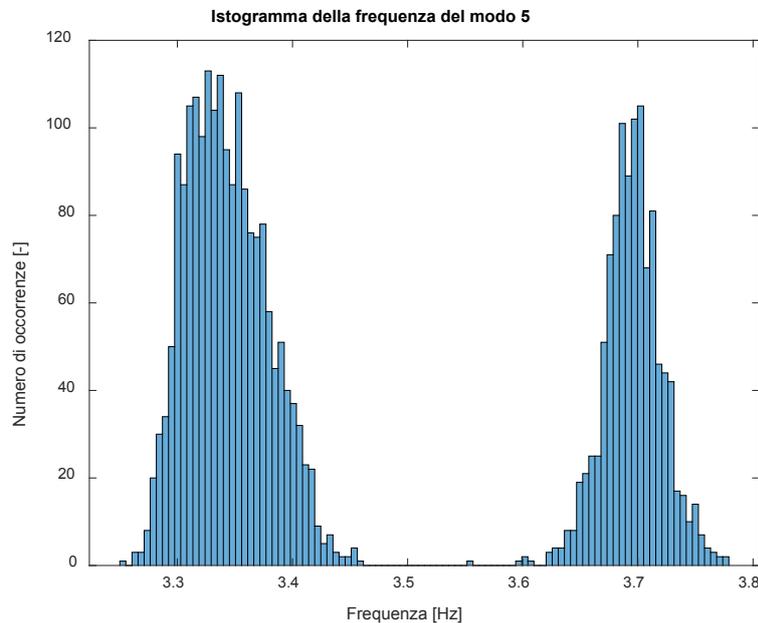


Figura 5.29: Distribuzione della frequenza del primo modo torsionale

Nella figura 5.29, rappresentante la distribuzione della frequenza del quinto modo, si nota un doppio picco. Ciò è dovuto all'andamento nel tempo che presenta, come si vedrà in seguito, un salto nei mesi invernali e primaverili. La distribuzione di una gaussiana è comunque accettabile se si considera il fatto che nella fase di addestramento (della durata di circa due mesi) solo uno dei due picchi è presente. Pertanto, nella fase di monitoraggio l'altro picco verrà poi considerato correttamente come anomalo.

Dopo aver definito la curva da utilizzare, devono essere definite le soglie di allarme per l'anomaly detection. Sulla base delle discussioni sviluppate nel capitolo precedente, le soglie in questo caso devono essere scelte in modo tale da minimizzare la presenza di falsi-negativi, i quali presentano possibili danni di una gravità maggiore rispetto a quella dei falsi-positivi. Si è pertanto scelto di definire una probabilità limite che generasse falsi-negativi solo nel 5% dei casi, consapevole che il raggiungimento del rischio zero non è possibile in questo ambito. I valori delle soglie non sono universali, ma richiedono una valutazione appropriata per ogni singolo modo, essendo ognuno di essi caratterizzato da una distribuzione statistica differente.

Avendo quindi definito la distribuzione probabilistica e le soglie di ciascun modo, per ogni nuovo input viene calcolata la probabilità di appartenenza a tale distribuzione e se essa scende al di sotto della soglia definita il programma segnala la presenza di una novelty. Esse, raccolte in una matrice definita, richiederanno l'intervento del giudizio ingegneristico per valutarne la gravità, le cause e gli eventuali interventi da operare.

Nei grafici che seguono è stata inserita una linea rossa continua rappresentante il valore medio della frequenza, o dello smorzamento, in modo tale rendere maggiormente evidenti particolari trend o salti. Questi saranno infatti oggetto di studio per quanto concerne l'algoritmo di machine learning per il rilevamento di anomalie.

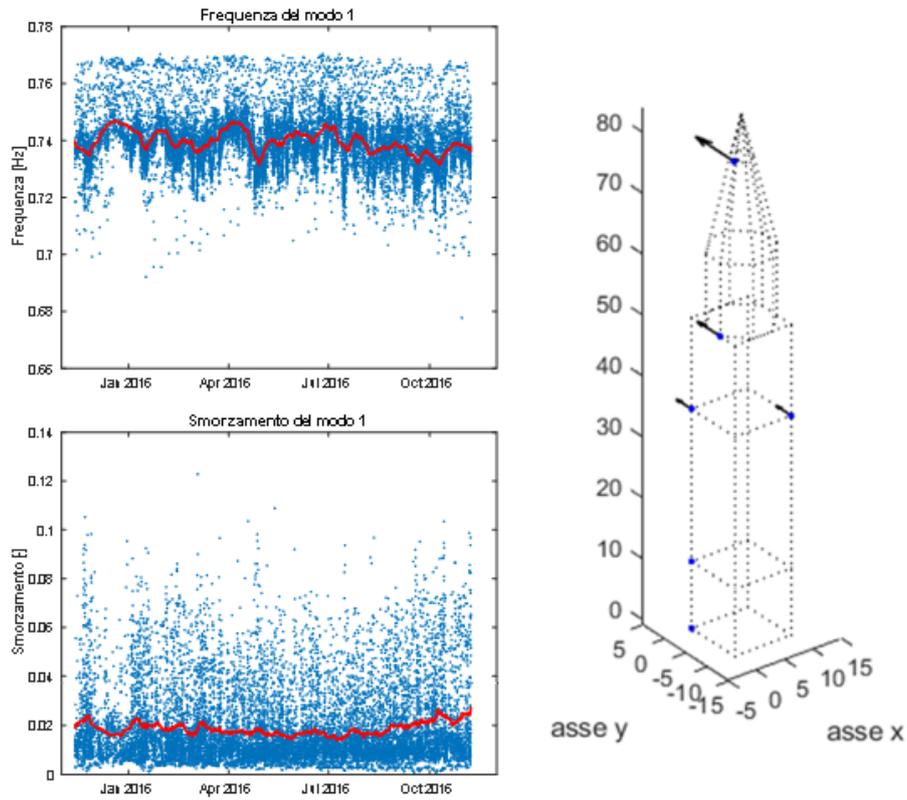


Figura 5.30: Distribuzione temporale della frequenza e dello smorzamento del primo modo flessionale in y

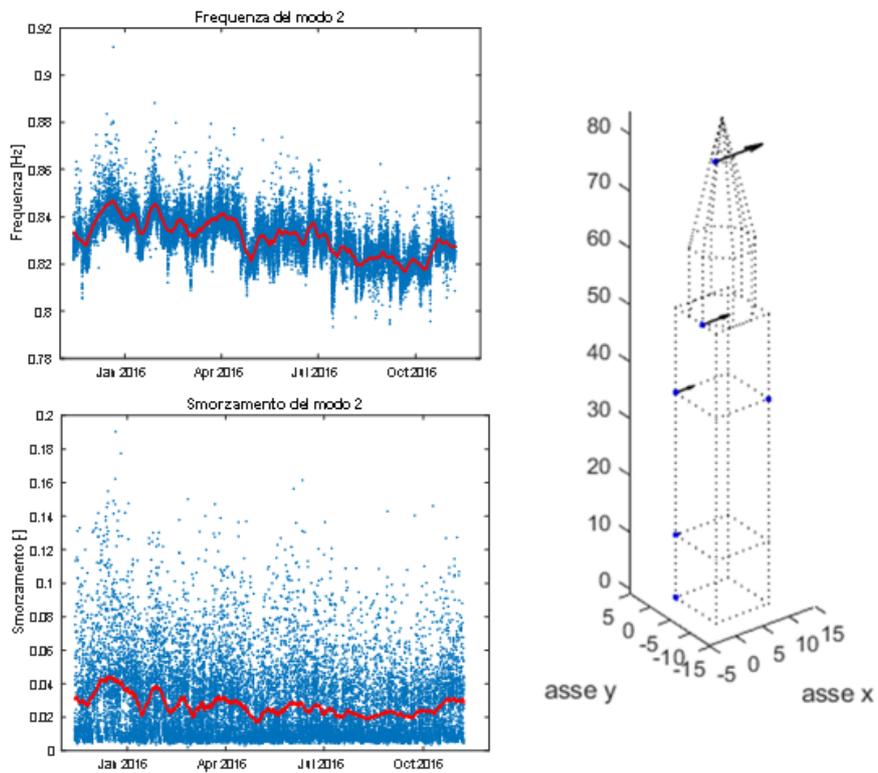


Figura 5.31: Distribuzione temporale della frequenza e dello smorzamento del primo modo flessionale in x

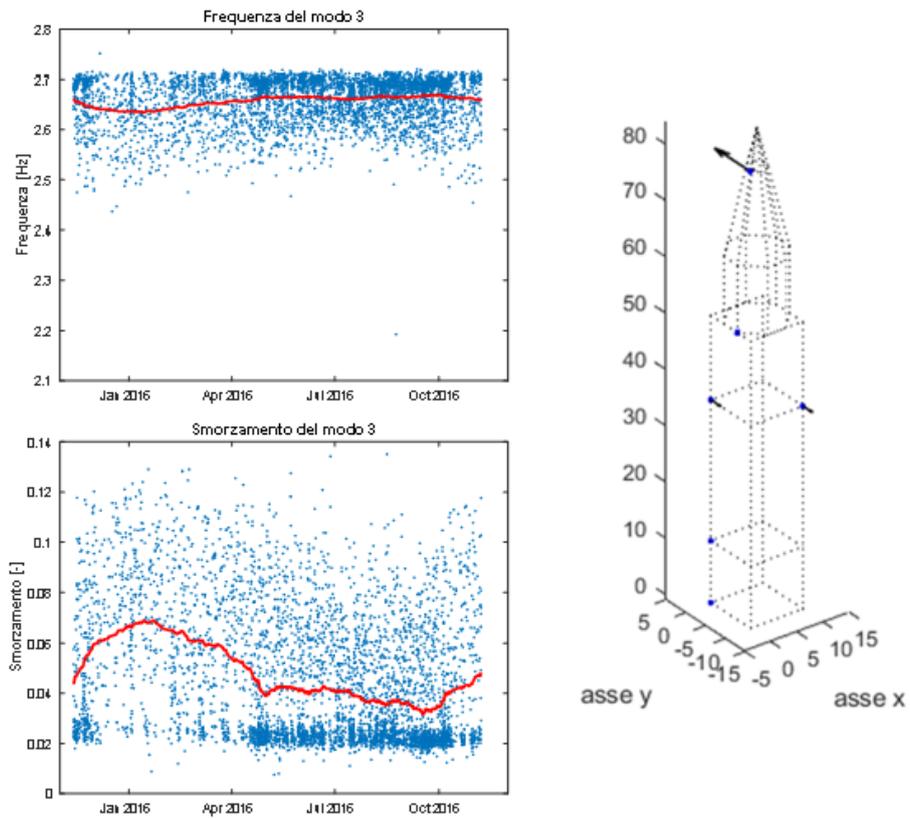


Figura 5.32: Distribuzione temporale della frequenza e dello smorzamento del secondo modo flessionale in y

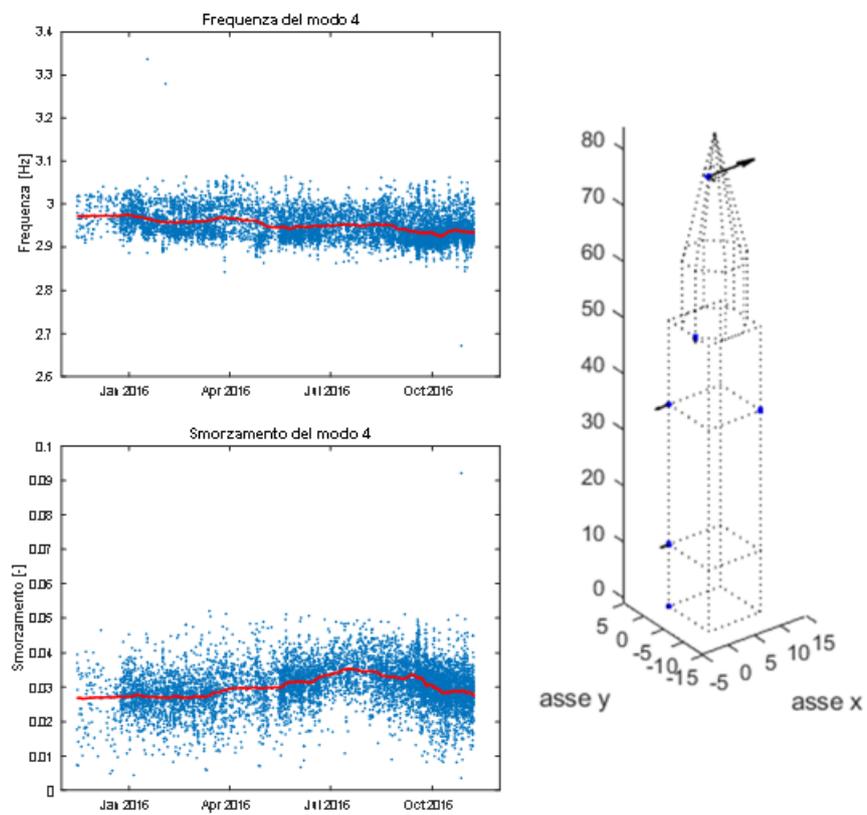


Figura 5.33: Distribuzione temporale della frequenza e dello smorzamento del secondo modo flessionale in x

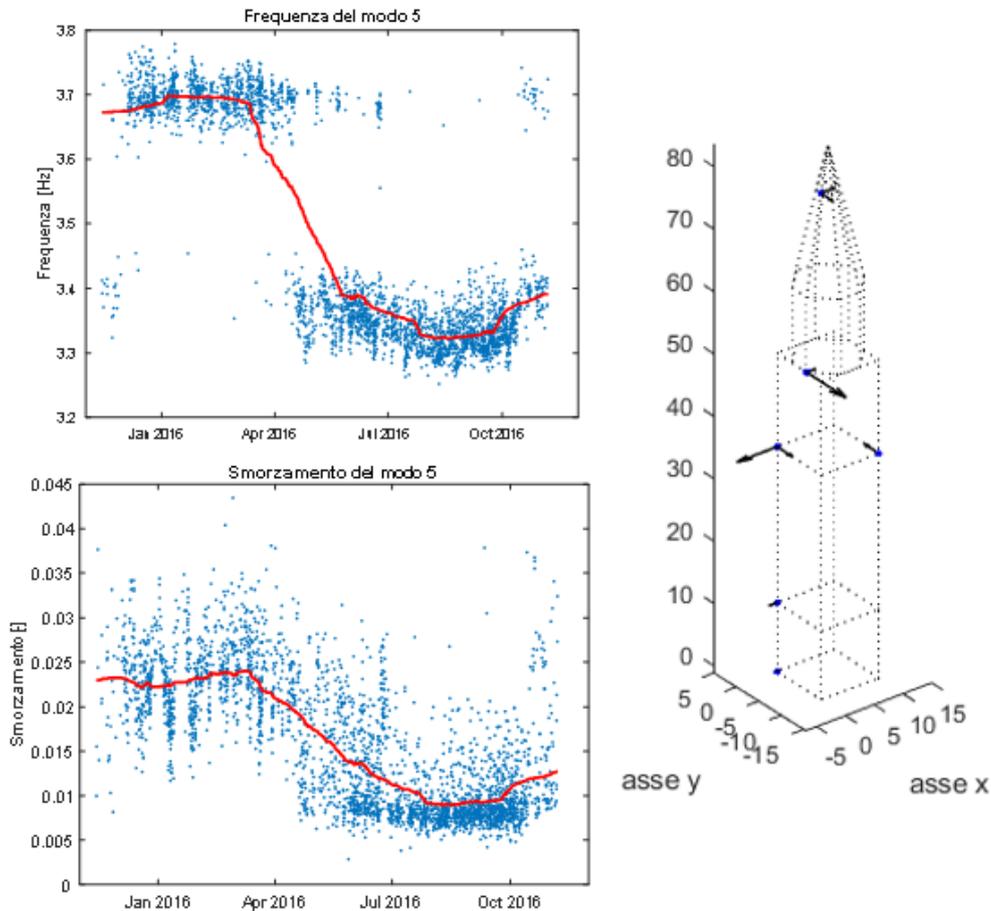


Figura 5.34: Distribuzione temporale della frequenza e dello smorzamento del primo modo torsionale

Nel seguito verrà presa in esame la frequenza e ci si concentrerà sullo studio dei suoi andamenti. Mentre per quanto concerne i primi quattro modi non sono rilevabili anomalie significative ma semplici trend stagionali, nel quinto modo è apprezzabile un salto della frequenza nei mesi invernali e primaverili. La stessa conclusione è stata confermata dall'utilizzo dell'algoritmo di novelty detection descritto in precedenza.

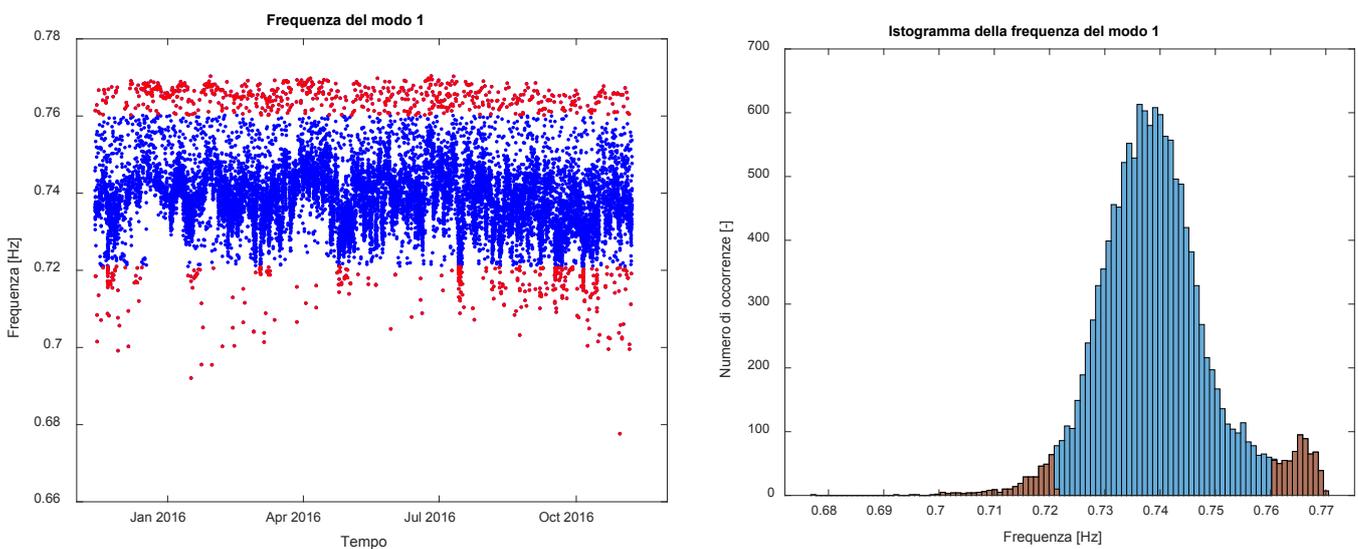


Figura 5.35: A destra l'andamento della frequenza e a sinistra il diagramma delle occorrenze del primo modo flessionale in y

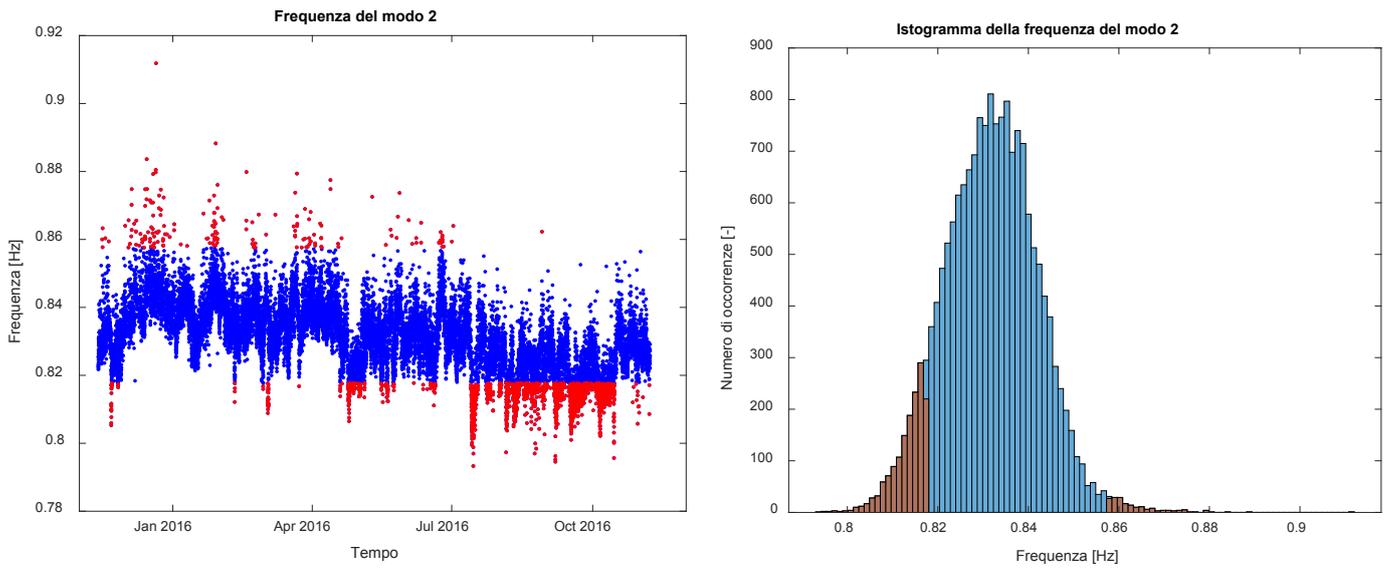


Figura 5.36: A destra l'andamento della frequenza e a sinistra il diagramma delle occorrenze del primo modo flessionale in x

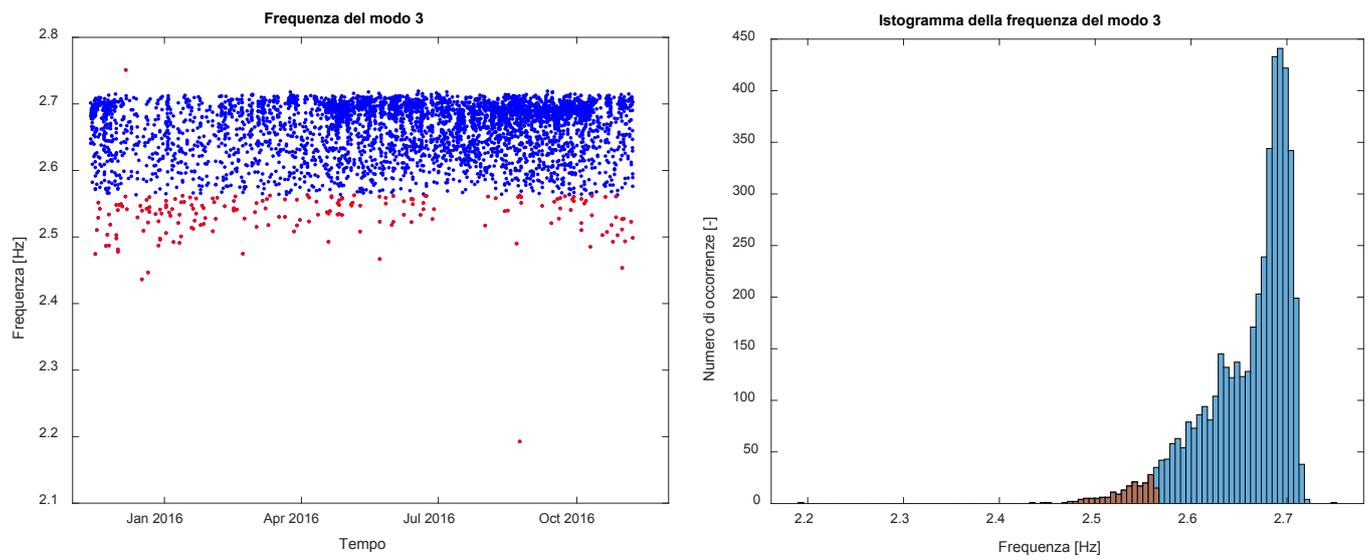


Figura 5.37: A destra l'andamento della frequenza e a sinistra il diagramma delle occorrenze del primo modo flessionale in y

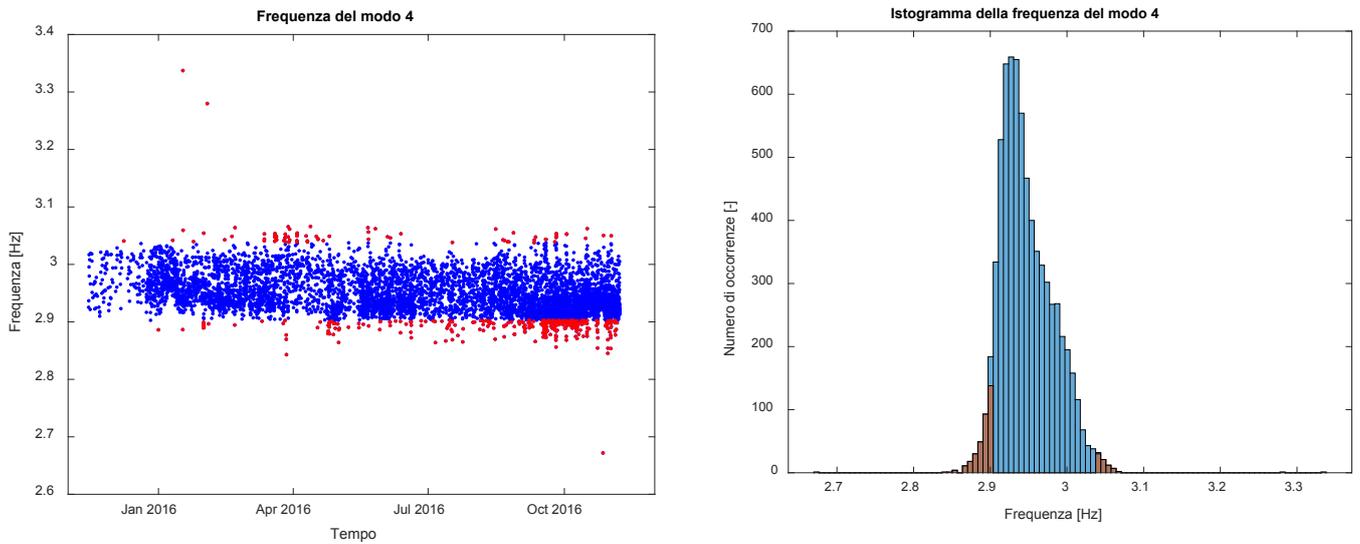


Figura 5.38: A destra l'andamento della frequenza e a sinistra il diagramma delle occorrenze del primo modo flessionale in x

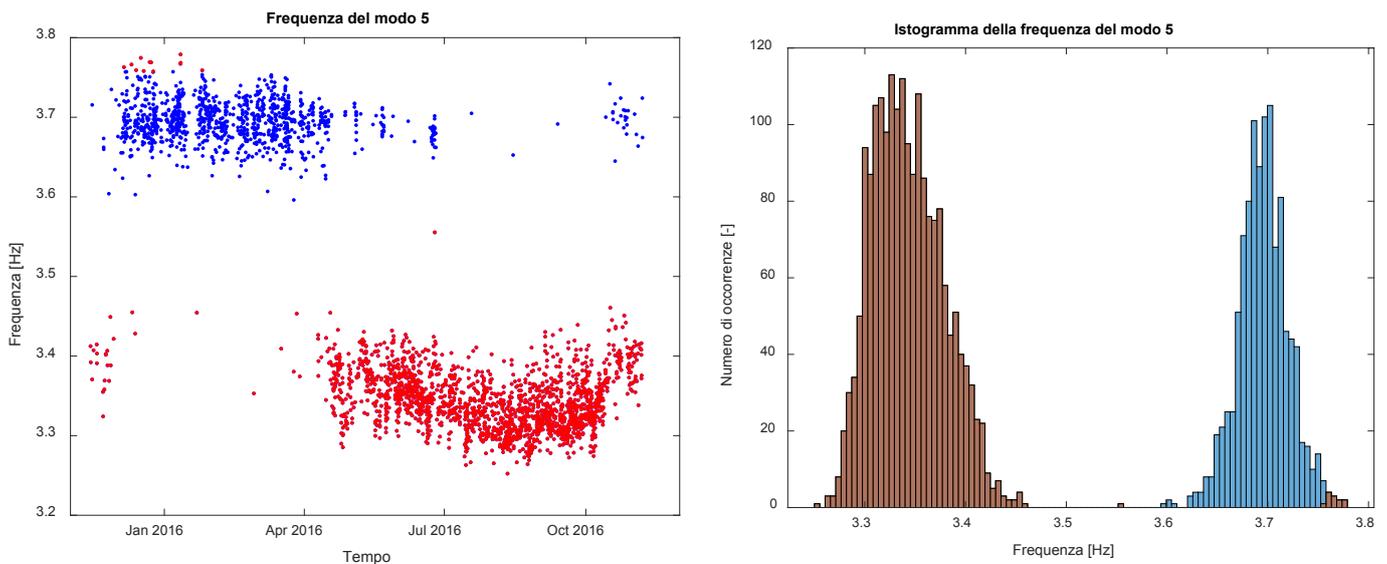


Figura 5.39: A destra l'andamento della frequenza e a sinistra il diagramma delle occorrenze del primo modo flessionale in y

A seguito dell'applicazione dell'algoritmo è possibile notare come nel primo modo (figura 5.35), nel secondo modo (figura 5.36) e nel quarto modo (figura 5.38) le novelty segnalate corrispondano alle code della distribuzione, come ci si attendeva dal livello di errore scelto; nel terzo modo (figura 5.37) i risultati presentano delle difformità giustificabili da un'identificazione molto dispersa e imprecisa; nel quinto modo (figura 5.39) è invece ben rappresentata la situazione di maggior interesse, ovvero la segnalazione di anomalie dovute ad un'oscillazione stagionale della frequenza di vibrazione. Nel seguito ci si concentrerà quindi nell'analisi di quest'ultima.

5.6 Correlazione frequenza-temperatura

Il particolare andamento individuato nel precedente paragrafo fa presupporre che vi sia una correlazione tra le variabili monitorate e una o più variabili esterne. Dagli studi condotti sulla Ghirlandina che si possono ritrovare in letteratura³² si evince come esista una correlazione tra la risposta dinamica della torre e la temperatura. In particolare, è stato descritto come al diminuire della temperatura vi sia un cambiamento della rigidità della torre dovuto all'intervento all'interno del suo schema statico di un nuovo vincolo, rappresentato del collegamento tra la Ghirlandina e il Duomo.

Basandosi su questi studi, si è optato per lo studio della correlazione tra temperatura e frequenze proprie di vibrazione. Prima di addestrare un algoritmo di novelty detection, si è però voluto verificare graficamente una possibile correlazione tra le due grandezze. I risultati sono di seguito riportati: nei grafici la linea rossa continua rappresenta il valor medio della grandezza di riferimento, mentre con la linea arancione tratteggiata si rappresenta l'andamento della temperatura media oraria.

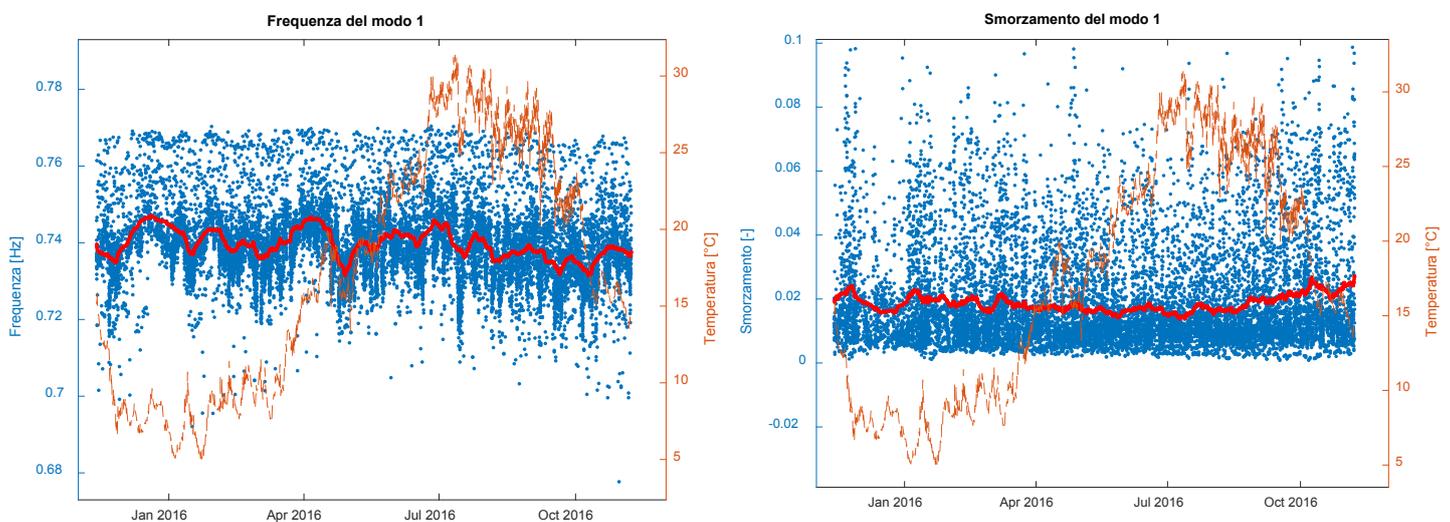


Figura 5.40: Rappresentazione della correlazione tra temperatura e grandezze dinamiche del primo modo flessionale in y

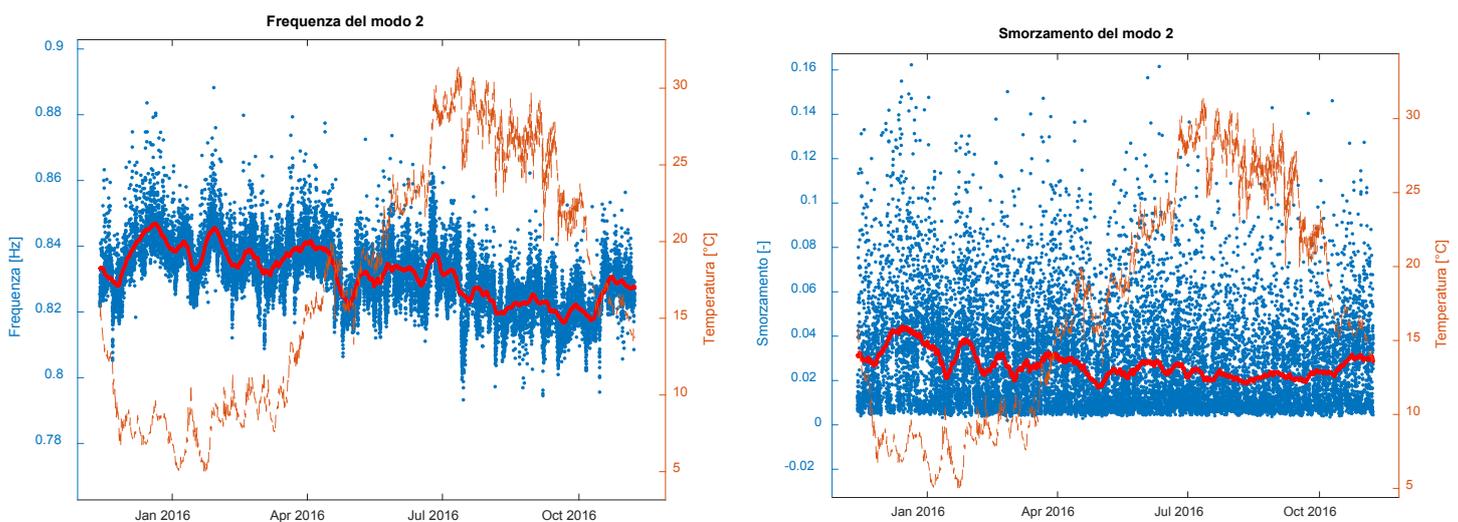


Figura 5.41: Rappresentazione della correlazione tra temperatura e grandezze dinamiche del primo modo flessionale in x

³² Si vedano, per ulteriori approfondimenti a tal proposito, le pubblicazioni riportate in bibliografia

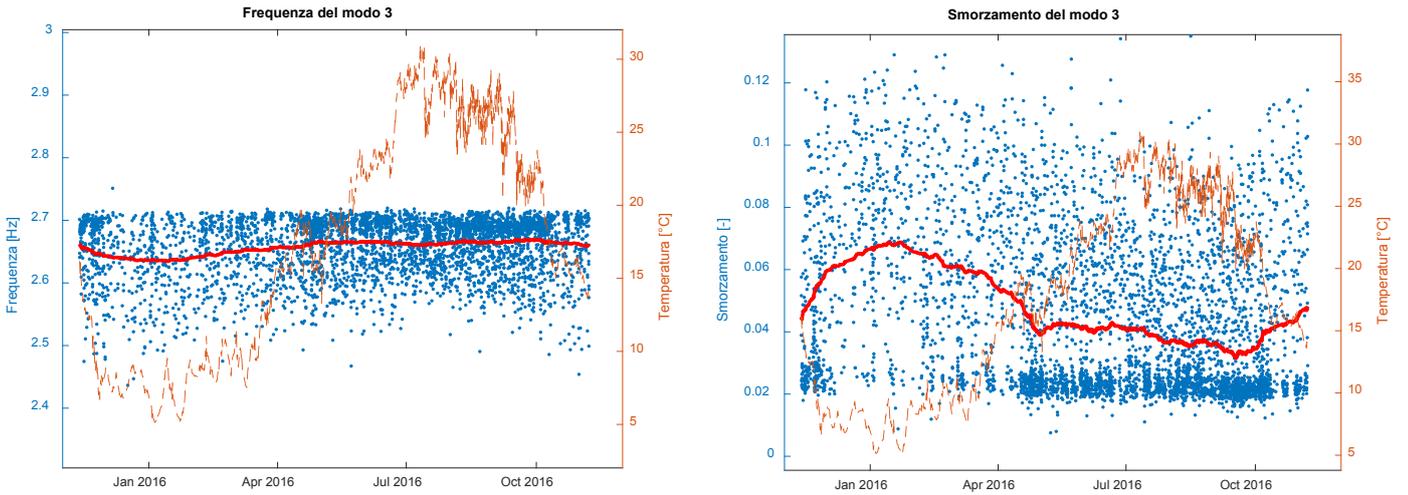


Figura 5.42: Rappresentazione della correlazione tra temperatura e grandezze dinamiche del secondo modo flessionale in y

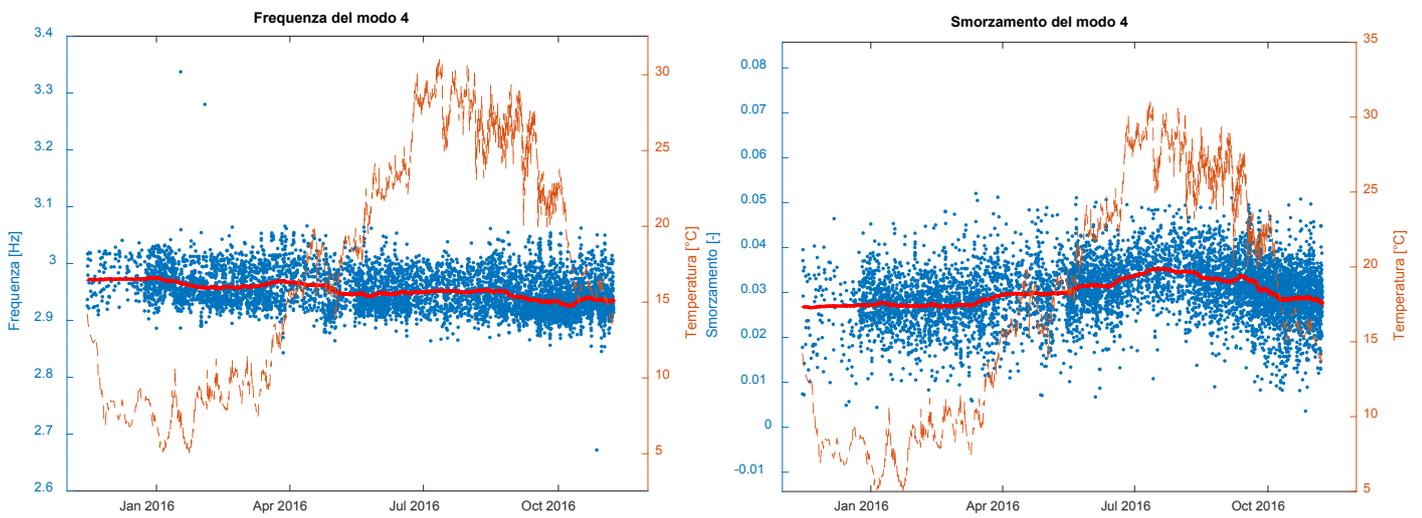


Figura 5.43: Rappresentazione della correlazione tra temperatura e grandezze dinamiche del secondo modo flessionale in x

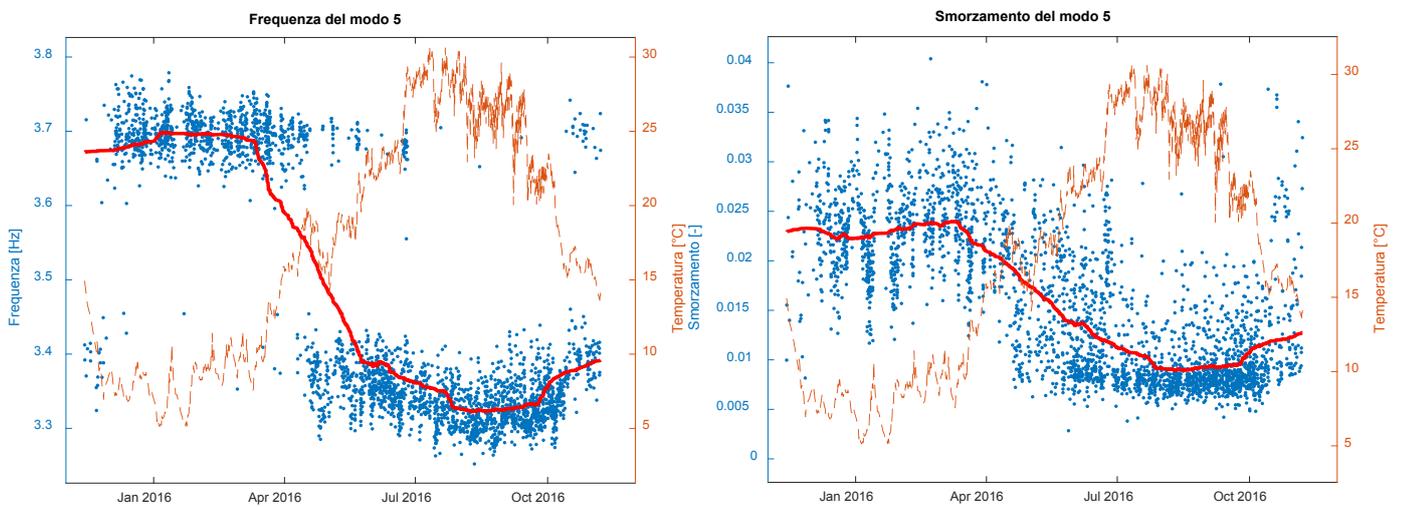


Figura 5.44: Rappresentazione della correlazione tra temperatura e grandezze dinamiche del primo modo torsionale

Dai grafici sopra riportati appare evidente che vi sia una correlazione, un legame, tra la temperatura e le grandezze dinamiche analizzate. Il fenomeno è indiscutibilmente chiaro in molteplici casi legati agli smorzamenti, dove è possibile notare dei trend di aumento o diminuzione in relazione all'andamento stagionale della temperatura; dal punto di vista delle frequenze, il fenomeno è sufficientemente testimoniato nel caso del quinto modo, dove può essere notato un vero e proprio salto della frequenza di vibrazione: quando la temperatura scende al di sotto di 15°C circa la frequenza presenta un salto di 0.2 Hz, passando da una media di 3.4 Hz ad una media di 3.6 Hz. In tutti gli altri casi si nota una lieve variazione anch'essa correlata all'andamento della temperatura.

L'incremento della frequenza del quinto modo identificato è sintomo di un aumento di rigidità, essendo la massa considerata costante nel tempo, che può manifestarsi solamente con l'introduzione di un nuovo vincolo, dal momento che non sono stati effettuati interventi di consolidamento della struttura.

Avendo ottenuto conferma dei risultati riscontrabili in letteratura, si è dunque deciso di sviluppare un algoritmo di machine learning in grado di analizzare la correlazione tra la frequenza di ogni modo e la temperatura misurata.

Analogamente all'algoritmo utilizzato nella prima fase del monitoraggio, anche in questo caso viene definita una distribuzione probabilistica sui dati disponibili, sulla base di essa si ricercano le soglie di segnalazione delle novelty e quindi si vanno nuovamente a rilevare le anomalie. La principale differenza risiede nella distribuzione probabilistica scelta: avendo qui due variabili da monitorare si è optato per una distribuzione normale bi-variata. Si tratta di una generalizzazione della distribuzione gaussiana in cui i parametri sono nuovamente media e varianza, ma organizzati in vettori e matrici piuttosto che essere singoli valori. In particolare, il vettore media sarà costituito da due colonne, ognuna delle quali rappresenta la media di una variabile; analogo discorso vale per il vettore input; la varianza è invece rappresentata dalla matrice di varianza-covarianza, ovvero una matrice quadrata e simmetrica in cui gli elementi della diagonale sono pari a 1 (in quanto si tratta dell'autocorrelazione delle singole grandezze), mentre gli elementi fuori diagonale rappresentano il valore della correlazione tra le corrispondenti grandezze. Il fatto che siano già presenti tali valori di correlazione rende questa tipologia di distribuzione particolarmente funzionale ai fini dello studio in oggetto.

Nel caso in esame, ci si è concentrati sull'analisi del primo modo torsionale, essendo quello con salti più evidenti. Le variabili da correlare sono la sua frequenza propria e la temperatura dell'aria. Per quanto riguarda il set di addestramento, ovvero l'insieme di dati utilizzati per definire la distribuzione probabilistica, mentre nella prima fase di monitoraggio sono stati utilizzati esclusivamente i primi due mesi di risultati, ora si è obbligati ad utilizzare un intero anno di dati in quanto le variazioni che generano segnalazioni sono su scala annuale e seguono la variazione annuale della temperatura.

Dando come addestramento i risultati ottenuti nell'anno 2016, la distribuzione bi-variata definita per il quinto modo è la seguente:

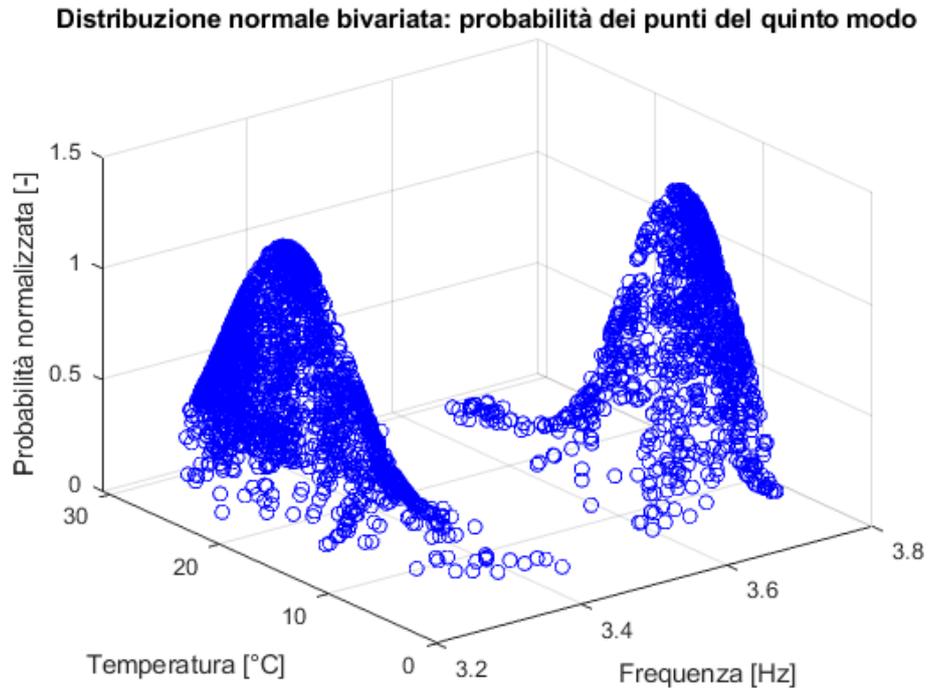


Figura 5.45: Distribuzione normale bi-variata del primo modo torsionale

A primo impatto si nota come la distribuzione presenti, in linea con le attese, due picchi: uno “invernale”, con temperature relativamente basse e frequenza media vicina a 3.6 Hz, ed uno “estivo”, con temperature relativamente più elevate e frequenza media vicina a 3.4 Hz. Si sottolinea inoltre come le probabilità calcolate siano state normalizzate rispetto al massimo valore della fase di addestramento.

Sulla base di questa distribuzione, sfruttando gli stessi passaggi presentati in precedenza, viene valutata una soglia di allarme. In questo caso si è definito un valore minimo tale per cui tutti i modi che presentano una probabilità di appartenenza alla distribuzione minore ad esso vengono classificati come “novelty”.

L’algoritmo sviluppato valuta la probabilità di appartenenza come segue:

- 1- Per ogni nuovo dato di input viene selezionato il valore della frequenza e valutato statisticamente a quale dei due picchi appartiene tale punto, ovvero quello con la probabilità maggiore;
- 2- Definito il picco di appartenenza, viene valutata la temperatura, in particolare se essa rientra nel range di temperature correlato al picco;
- 3- È così calcolata la probabilità del vettore input e nel caso in cui essa sia inferiore alla soglia scelta il vettore verrà etichettato come novelty.

Il valore normalizzato della soglia nel caso in esame è pari a 0.05 e i punti che conseguentemente risultano essere delle novelty sono rappresentati in rosso nella figura 5.46. Tale soglia è stata scelta conseguentemente al ragionamento su quale tipo di errore evitare con maggiore insistenza: volendo ottenere una percentuale di falsi-negativi inferiore al 5% la soglia è così definita. Il valore basso di probabilità delle varie segnalazioni è dovuto al fatto che i valori della frequenza e della temperatura non ricadono all’interno della distribuzione bi-variata su cui è stato allenato l’algoritmo di anomaly detection. Ciò, in particolare, può essere dovuto alla presenza di una frequenza alta con temperatura alta o, viceversa, ad una frequenza bassa con temperatura bassa.

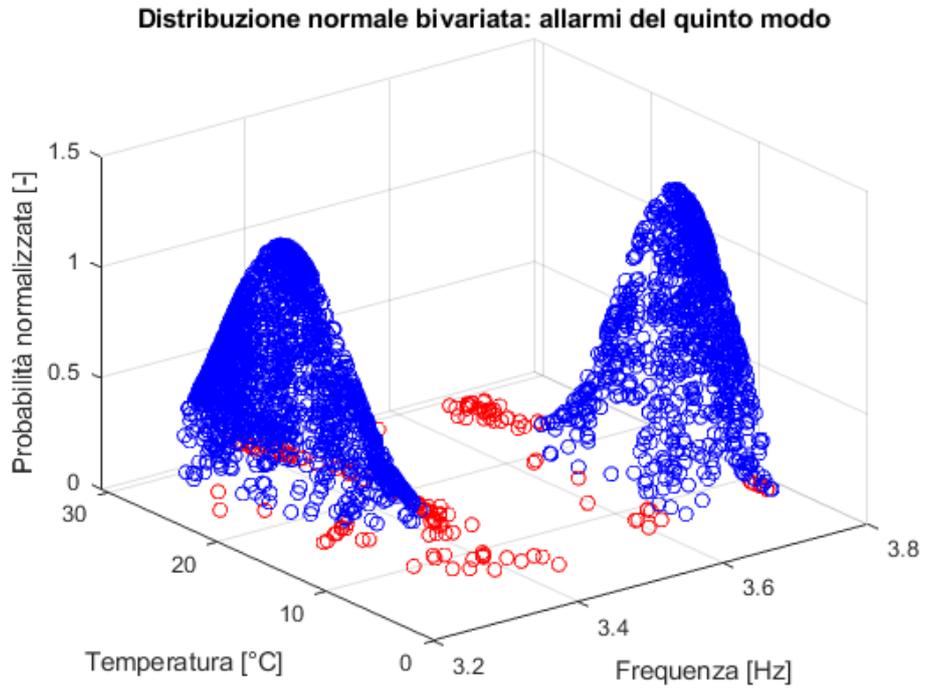


Figura 5.46: Distribuzione normale bi-variata del primo modo torsionale con segnalazioni

Grazie alla conservazione dei riferimenti temporali, i punti possono essere riorganizzati in un grafico avente come ascissa il tempo, in modo tale da verificare la distribuzione temporale delle novelty.

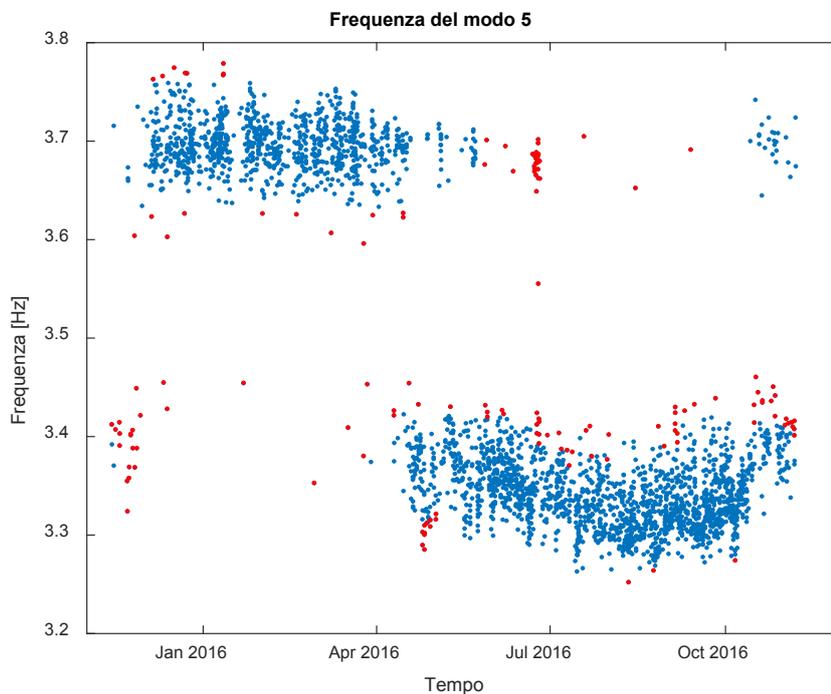


Figura 5.47: Monitoraggio del primo modo torsionale con correlazione della temperatura

Dal grafico 5.47 appare evidente come le novelty residue siano rappresentate da quei modi che presentano una frequenza “alta” in presenza di temperature relativamente alte, o, viceversa, una frequenza “bassa” in presenza di temperature relativamente basse, in linea con le attese e a conferma di quanto precedentemente esposto.

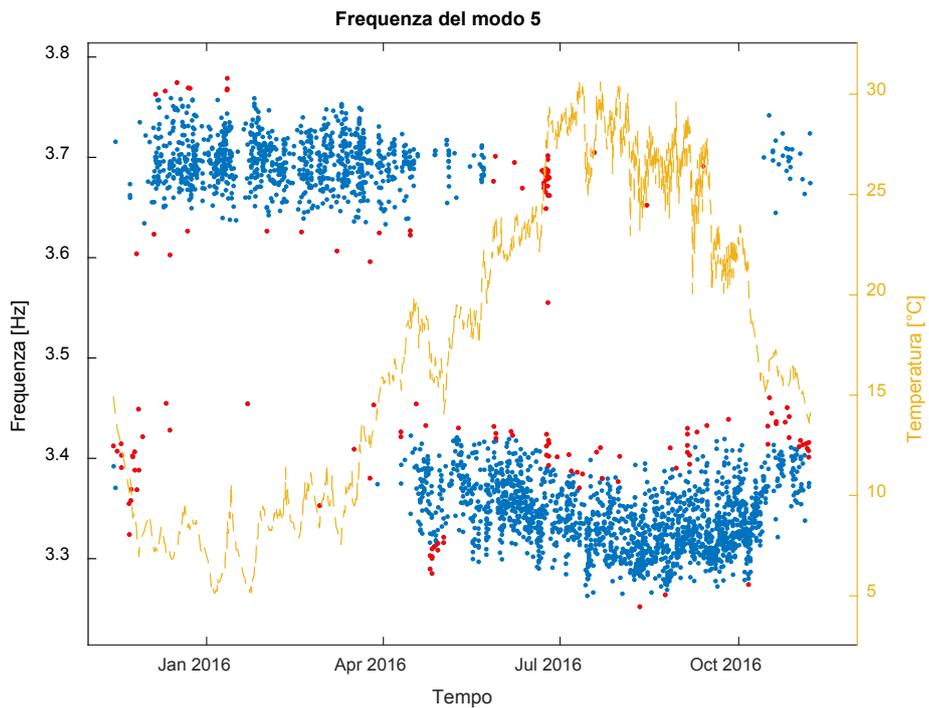


Figura 5.48: Sovrapposizione tra temperatura e primo modo torsionale monitorato con la correlazione

Nonostante i risultati più interessanti ed importanti siano stati ottenuti dallo studio del modo torsionale, vengono di seguito riportati per completezza i diagrammi risultanti dal monitoraggio degli altri modi di vibrare. Sarà facile notare le diverse segnalazioni rispetto al caso mono-variato: consistono infatti in tutti i punti caratterizzati da una bassa probabilità dovuta per lo più ad un eccessivo scostamento rispetto all'andamento medio stagionale della frequenza. Trattandosi inoltre di casi sporadici e isolati tra loro, non destano particolare preoccupazione da un punto di vista strutturale. Tuttavia è sempre un bene un controllo ingegneristico dei punti etichettati come novelty.

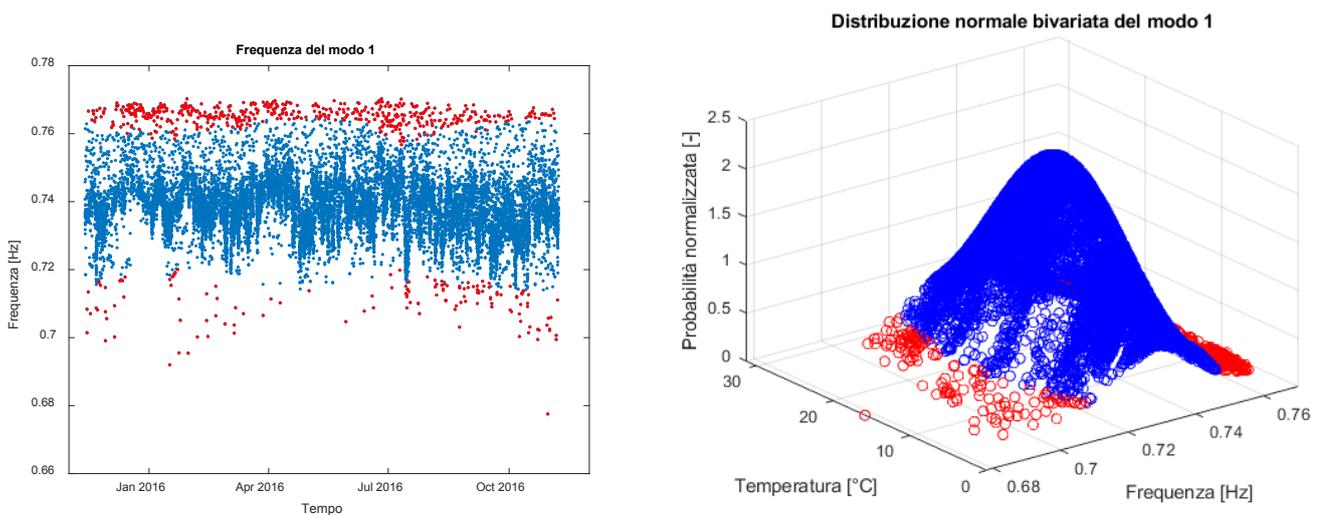


Figura 5.49: Monitoraggio del primo modo flessionale in y e considerando la correlazione con la temperatura

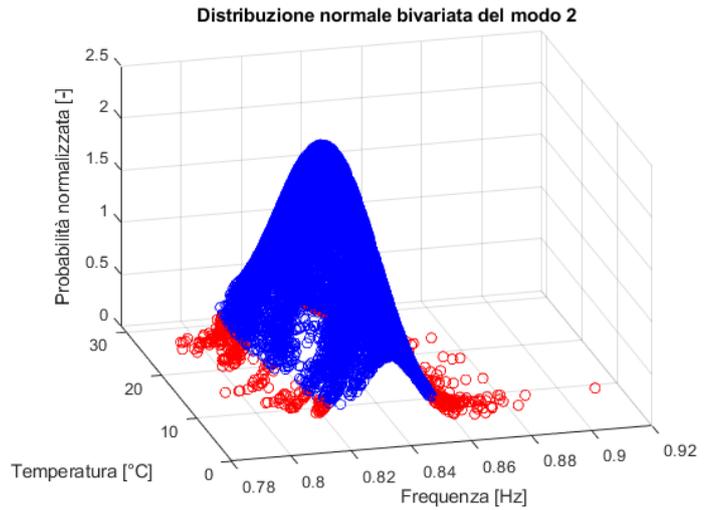
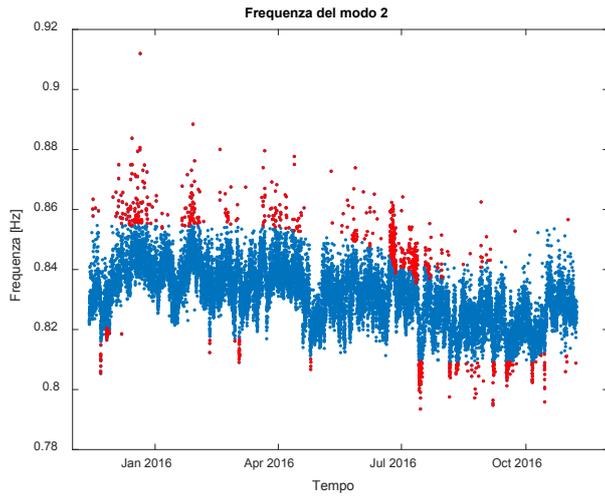


Figura 5.50: Monitoraggio del primo modo flessionale in x considerando la correlazione con la temperatura

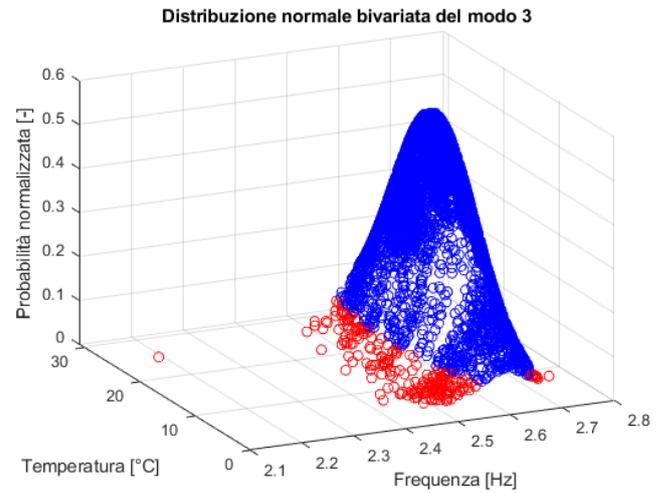
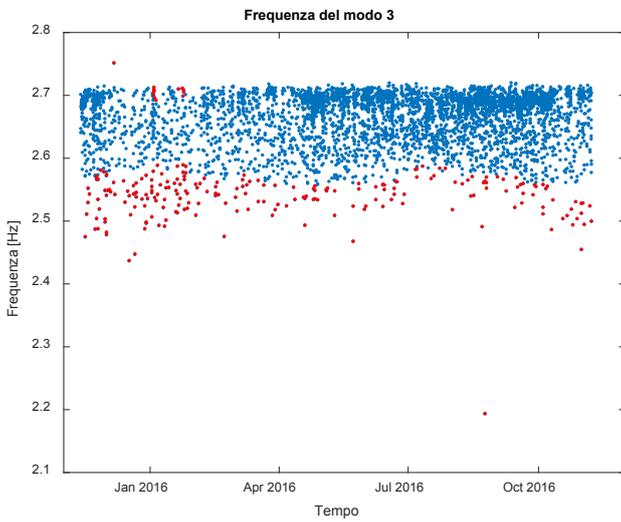


Figura 5.51: Monitoraggio del secondo modo flessionale in y considerando la correlazione con la temperatura

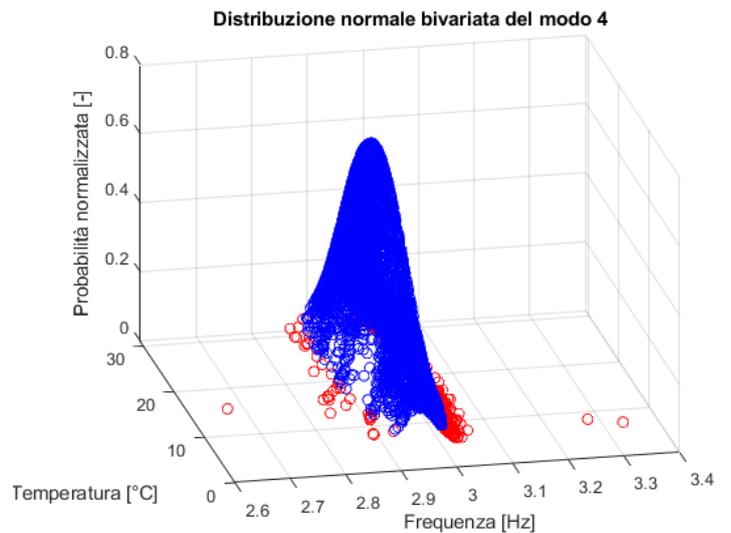
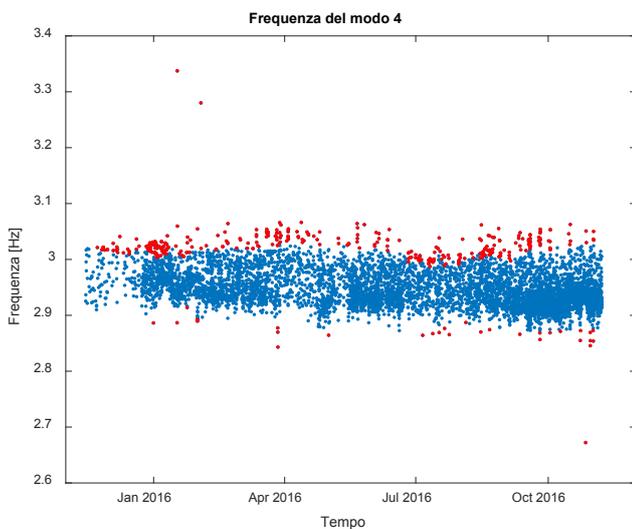


Figura 5.52: Monitoraggio del secondo modo flessionale in x considerando la correlazione con la temperatura

Sulla base dei risultati ottenuti si può affermare che il comportamento anomalo registrato dall'algoritmo non sia in realtà sintomo di un danneggiamento, bensì una normale conseguenza del comportamento della torre dovuta all'interazione della stessa con l'ambiente, in particolare con la temperatura. Le evidenze qui dimostrate non danno però la certezza che si tratti di un fenomeno ciclico, ovvero si deve ancora dimostrare che questa variazione stagionale si ripeta annualmente per poter affermare definitivamente che sia un comportamento proprio della Ghirlandina. Per ricercare la conferma di ciò si è deciso di utilizzare l'algoritmo sviluppato su un altro set di dati, provenienti sempre dallo stesso sistema di monitoraggio, e di confrontare i risultati. Questo studio verrà affrontato nel capitolo seguente.

6. Caso studio: la Ghirlandina, anno 2013

Con i risultati presentati nel capitolo 5 si è dimostrato come la torre presa in esame presenti un comportamento dipendente dalla temperatura: il primo modo torsionale infatti tende a subire un salto nella frequenza di vibrazione quando le temperature scendono al di sotto di un certo livello, indicativamente 15°C. Questo fenomeno è stato giustificato dall'introduzione di un vincolo aggiuntivo, corrispondente alla giunzione tra la torre e il duomo adiacente.

Per poter parlare però di un fenomeno ciclico con cadenza annuale, piuttosto che di un fenomeno sporadico e occasionale, è necessario rilevare lo stesso comportamento e gli stessi risultati su più anni. Pertanto, avendo a disposizione più anni di dati si è optato per l'utilizzo dell'algoritmo su un altro set di dati in grado di ricoprire un intero anno. La definizione di questo set non è stata banale in quanto essendo dati provenienti da un sistema di monitoraggio installato su una struttura esistente, immersa in un contesto cittadino imprevedibile, non è facile trovare un lungo periodo in cui non si manifestino problemi al sistema di monitoraggio, alterazioni o disturbi dei segnali e altre simili problematiche.

Dopo un'attenta analisi dei dati disponibili, tale periodo è stato individuato tra il 14/09/2012 e il 21/08/2013. Benché non si tratti di un intero anno, il set prescelto è comunque sufficiente ai fini della ricerca qui condotta perché ricopre perfettamente il periodo in cui si sono manifestate le principali variazioni nell'anno 2016, ovvero i mesi invernali e primaverili.

Per poter effettuare un confronto è necessario che anche l'algoritmo utilizzato sia il medesimo, in modo tale da evitare la presenza di risultati dipendenti dal metodo di analisi. Pertanto, i dati sono stati processati utilizzando lo stesso programma del capitolo precedente senza apportare alcuna modifica alle impostazioni o ai passaggi svolti. Di seguito verrà nuovamente affrontata un'analisi passo-passo analoga a quella presentata nel capitolo precedente presentando solo un richiamo delle impostazioni tenute.

6.1 Pre-elaborazione dei segnali

Per poter utilizzare i segnali selezionati è necessario effettuare nuovamente una loro pre-elaborazione.

Per evitare che i risultati ottenuti siano dipendenti dalle impostazioni qui scelte, quali frequenza di decampionamento e frequenze di taglio dei filtri, si è optato per mantenere costanti i valori individuati nel paragrafo 5.1:

- frequenza di decampionamento pari a 12.5 Hz, ovvero 1/8 della frequenza di campionamento dei sensori installati sulla torre;
- frequenze di taglio del filtro passabanda pari a 0.25 Hz e 4 Hz;
- utilizzo di un filtro Butterworth di ordine 4.

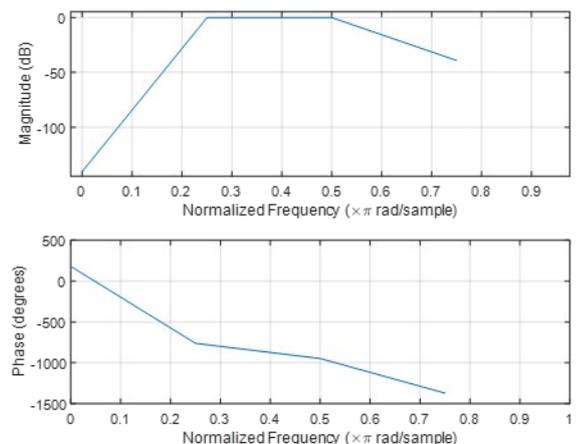


Figura 6.11: Forma del filtro applicato ai segnali

Quest'assunzione è giustificata dalla PSD ottenuta analizzando un segnale casuale del nuovo set: di seguito è infatti riportato il segnale originario, e la relativa PSD, misurato il 10/05/2013 alle 10:31:48 dal canale 1.

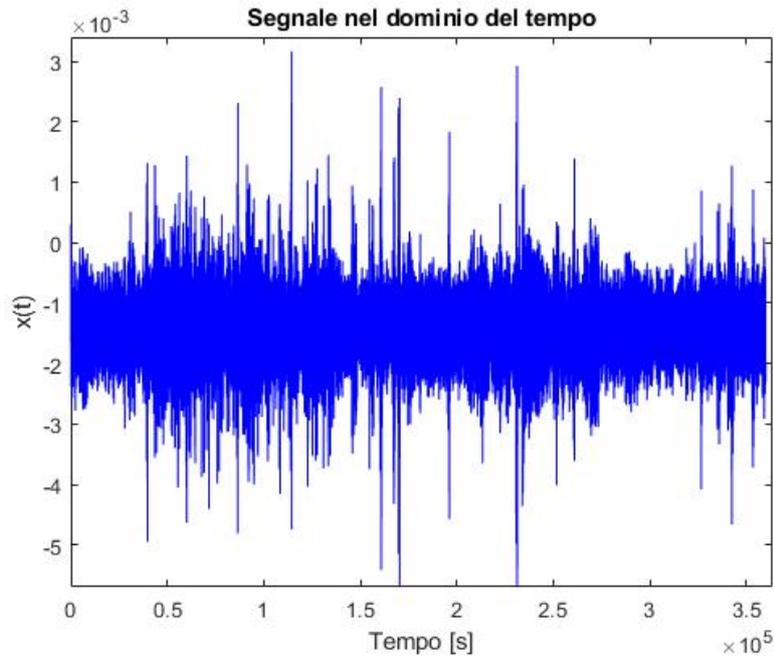


Figura 6.12: segnale rilevato dal canale

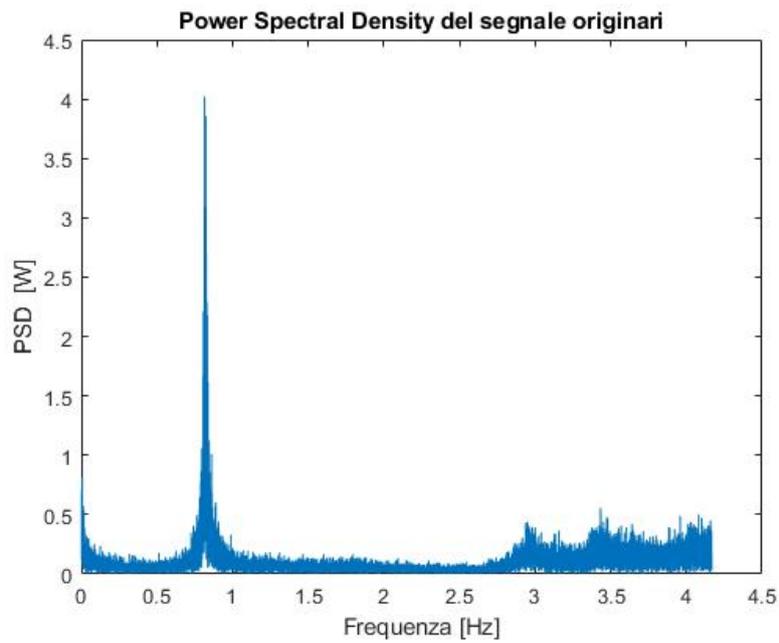


Figura 6.13: PSD del segnale rappresentato in figura 6.1

La PSD rivela la presenza di picchi nella medesima posizione individuata nel capitolo 5. Come diretta conseguenza è quindi accettabile la scelta di utilizzare gli stessi parametri di pre-elaborazione dei dati. A titolo esemplificativo sono di seguito rappresentati i risultati ottenuti sul segnale presentato in figura 6.1 .

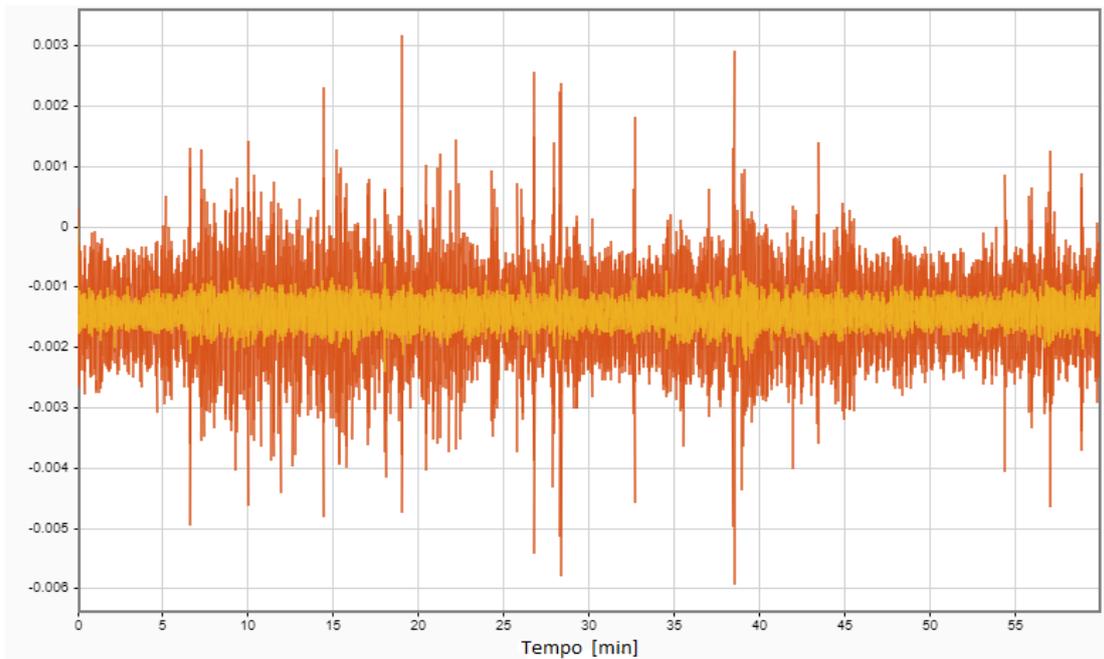


Figura 6.14: Sovrapposizione tra il segnale originale (rosso) e il segnale decampionato (giallo)

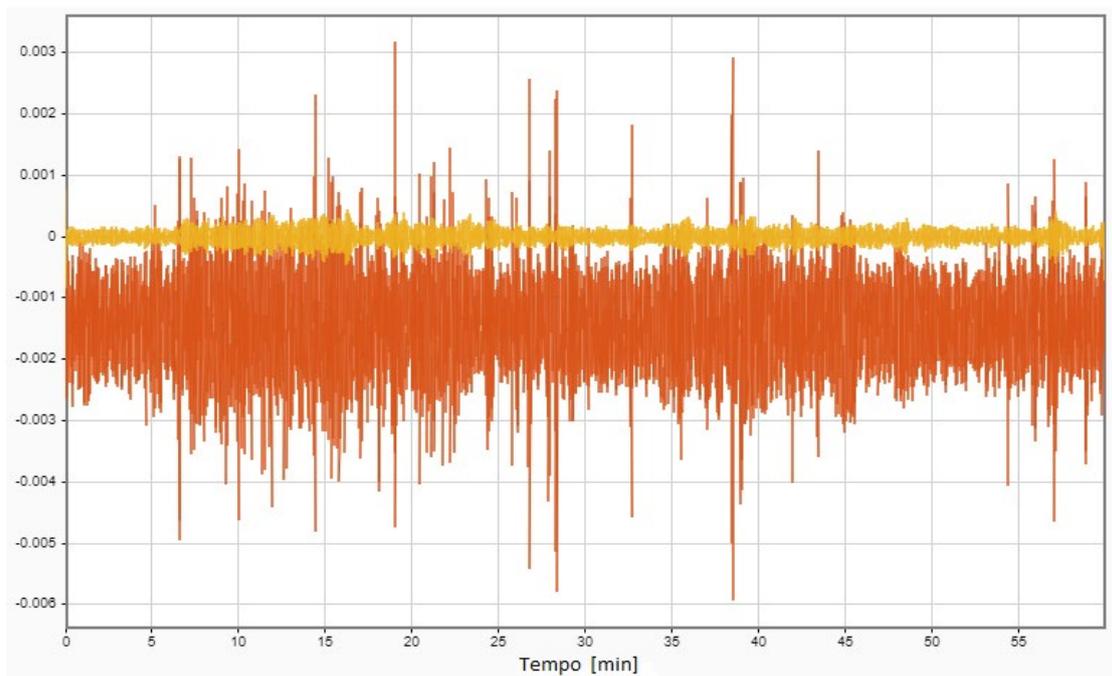


Figura 6.15: Sovrapposizione tra il segnale originale (in rosso) e il segnale filtrato (in giallo)

Da un confronto qualitativo si può notare come il segnale decampionato e filtrato sia analogo a quello presentato nel paragrafo 5.1.

Procedendo in questo modo si vanno a rendere indipendenti dal trattamento dei segnali introdotti nell'algoritmo i risultati che si otterranno, pertanto eventuali divergenze saranno da ritenersi dovute ad altri fattori.

6.2 Modellazione dei segnali

Nel paragrafo 5.2 si è puntualmente esposto come siano stati definiti i parametri da utilizzare per la modellazione dei segnali per mezzo di un sistema data-driven. Per testare l'efficacia e la robustezza di tali parametri e sancire l'indipendenza dei risultati dal modello adottato, si è scelto di non farli variare e di utilizzarli anche per la modellazione del nuovo set di dati.

Si ricorda a tal proposito che, in seguito all'analisi degli andamenti dell' R^2 e dell'RSE, è stato scelto un ordine di modello $p=9$ e una dimensione del sistema pari a 15000 equazioni, ovvero 15000 punti analizzati ad ogni ciclo.

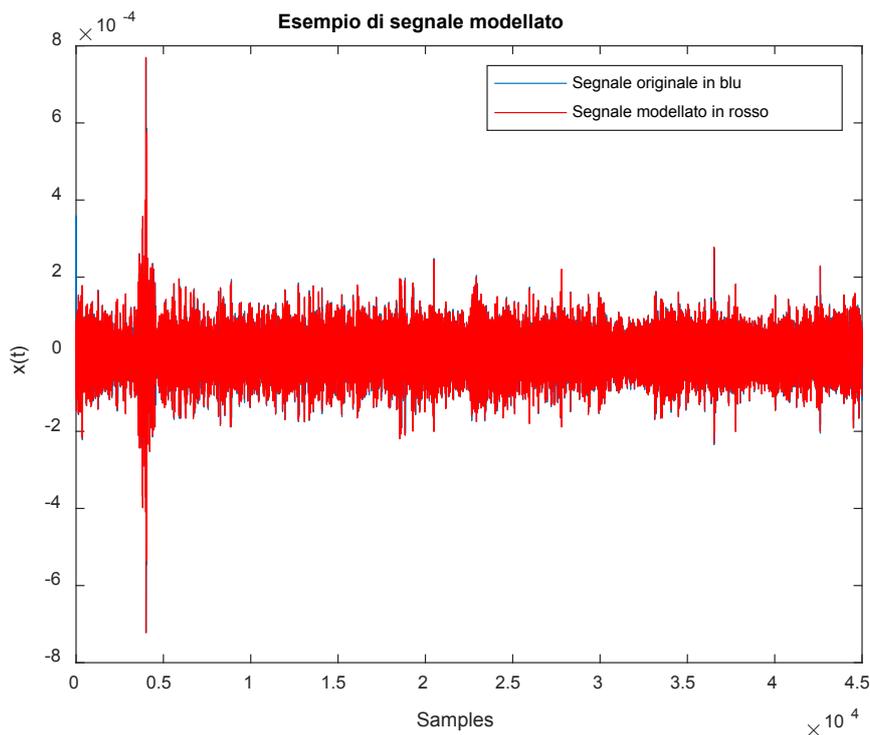


Figura 6.16: Modellazione del segnale rilevato dal canale 4 il 20/02/2013 alle 10:22:58

Il modello ottenuto, riportato in figura 6.6, dimostra come, mantenendo invariati i parametri, la modellazione del segnale appaia comunque accettabile e con un modico errore di approssimazione, analogamente a quanto ottenuto nel capitolo precedente.

Avendo conservato l'indipendenza dei futuri risultati anche dalla tipologia di modello e dalle sue impostazioni si può procedere con l'identificazione dinamica.

6.3 Identificazione dinamica e classificazione

Per effettuare l'analisi del primo set di dati è stato necessario individuare un sottogruppo di segnali da utilizzare come addestramento per i modelli e per i classificatori.

Supponendo che la struttura non sia mutata nel tempo, la fase di addestramento può essere evitata e si può quindi procedere direttamente con l'utilizzo dei modelli e dei classificatori sviluppati in precedenza. Basarsi su tale semplificazione non è indice di errore in quanto tra il 2012 e il 2016 non sono stati registrati interventi strutturali di rilevanza sulla Ghirlandina, di conseguenza il sistema reale può facilmente essere considerato costante e invariato nel tempo.

Sono quindi stati processati in continuità tutti i segnali rilevati tra il 14/09/2012 alle 15:55 e il 21/08/2013 alle 09:18. Il risultato ottenuto consiste nell'identificazione di un totale di 69082 modi distribuiti in maniera analoga a quanto rilevato per l'anno 2016 nello spazio frequenza-smorzamento, figura 6.7.

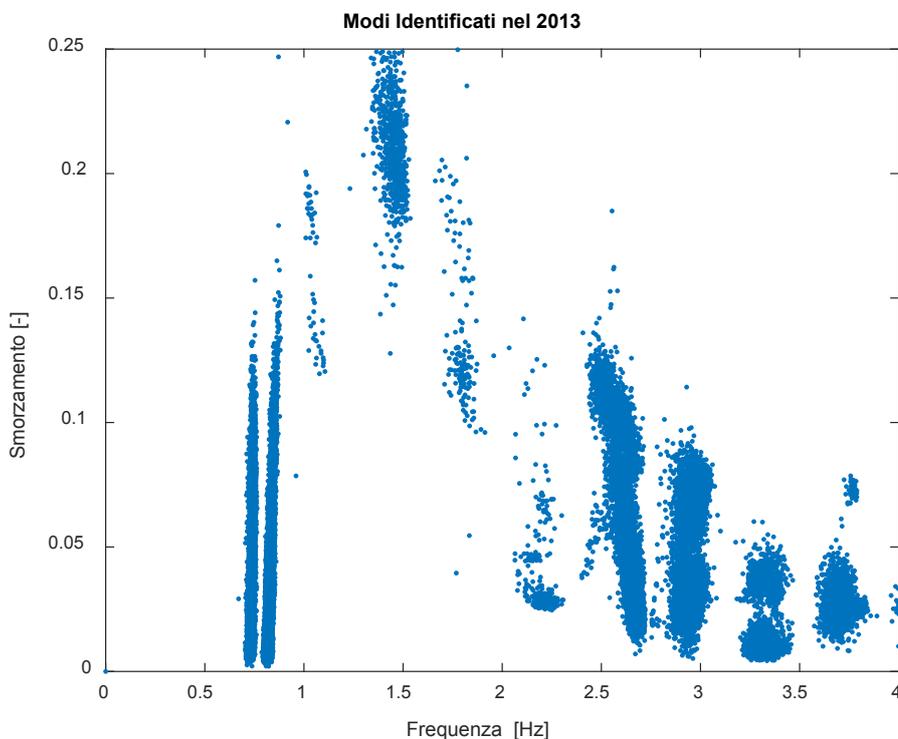


Figura 6.17: Modi identificati nel periodo compreso tra settembre 2012 e ottobre 2013

Anche il relativo diagramma delle occorrenze, figura 6.8, rivela delle somiglianze e delle analogie tra l'anno attualmente in esame e l'annata analizzata nel capitolo precedente. In particolare possono essere notati gli stessi picchi alle frequenze 0.7 Hz, 0.8 Hz, 2.6 Hz, 2.9 Hz, 3.4 Hz, 3.6 Hz.

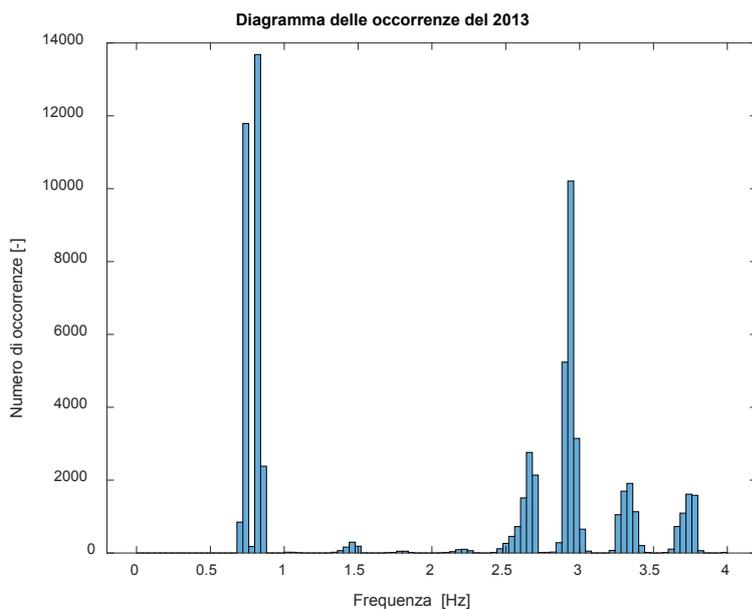


Figura 6.18: Diagramma delle occorrenze dei modi identificati nel periodo compreso tra settembre 2012 e ottobre 2013

Per quanto concerne la classificazione dei modi identificati all'interno di cluster, basandosi nuovamente sul concetto di stazionarietà delle condizioni strutturali nel tempo, si è optato per l'utilizzo del classificatore KNN addestrato in precedenza a discapito di un nuovo classificatore. Procedendo in questa maniera si va a testare la robustezza del classificatore e si verifica l'assenza di un eventuale overfitting dell' algoritmo ai dati utilizzati nella fase di addestramento. Si ricorda che l'unico parametro utile è il numero di vicini da considerare per l'assegnazione della classe, adeguatamente scelto in precedenza pari a 3 e mantenuto anche in questo caso.

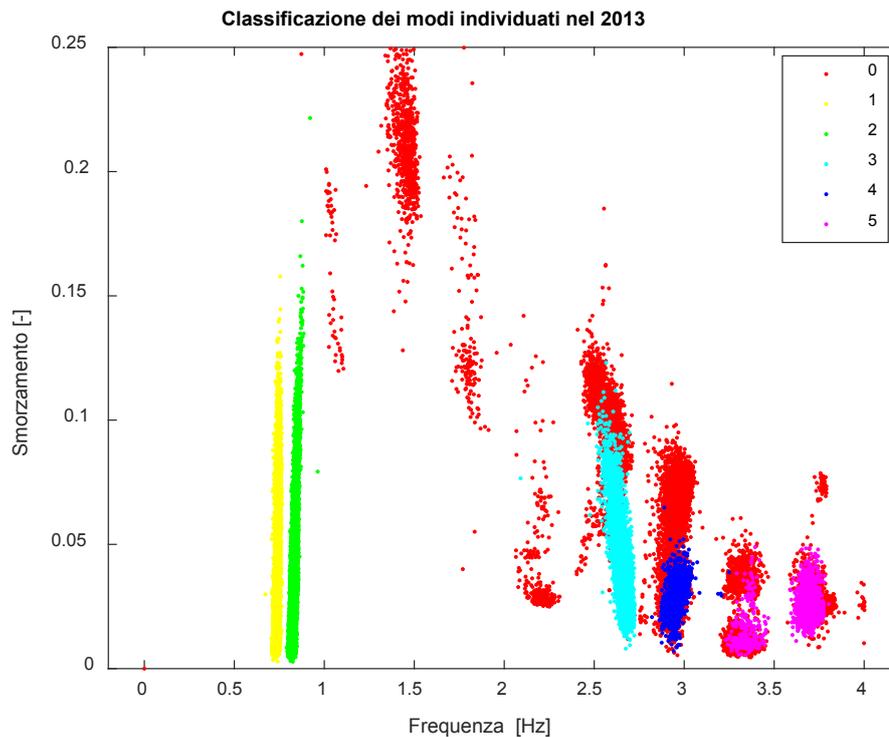


Figura 6.19: Classificazione mediante KNN dei modi individuati nel periodo compreso tra settembre 2012 e ottobre 2013

A seguito dell'applicazione del KNN, le cui classi ottenute sono rappresentate in figura 6.9, è evidente come non vi sia un netto discostamento delle nuove classi rispetto a quelle verificate nel capitolo precedente. Ciò non solo testimonia la validità del metodo di classificazione, ma certifica anche la validità della supposizione fatta circa il mantenimento invariato delle condizioni strutturali della Ghirlandina.

Per concludere però che non vi siano differenze quantitative è necessaria un'ulteriore analisi sulle forme modali identificate e clusterizzate. Di conseguenza, per mezzo di un procedimento analogo a quello presentato nel capitolo 5, sono state separate le grandezze dinamiche più importanti e caratterizzanti ciascuna classe: frequenza di vibrazione, rapporto di smorzamento e forme modali. I relativi risultati sono di seguito riassunti nella tabella 6.1 e rappresentati nelle figure a seguire.

	Frequenza [Hz]	Smorzamento [-]	Coordinate modali normalizzate [-]											
Modo 1	0.7413	0.0198	0.095	1.000	-0.045	-0.602	-0.028	0.401	-0.034	-0.400	-0.011	-0.001	0.010	0.006
Modo 2	0.8384	0.0347	1.000	-0.057	-0.575	0.021	-0.018	-0.029	-0.370	0.023	-0.090	-0.010	-0.002	0.003
Modo 3	2.6444	0.0583	0.099	1.000	0.009	0.047	-0.027	-0.286	0.026	0.277	0.021	0.001	-0.011	-0.007
Modo 4	2.9748	0.0271	1.000	-0.191	0.054	-0.036	-0.107	0.063	0.290	-0.043	0.181	0.044	0.009	-0.013
Modo 5	3.4558-3.6784	0.0221	0.288	-0.310	-0.183	1.000	0.027	-0.392	0.785	-0.377	0.164	0.023	0.009	0.034

Tabella 6.1: Valori medi dei modi individuati nel periodo compreso tra settembre 2012 e ottobre 2013

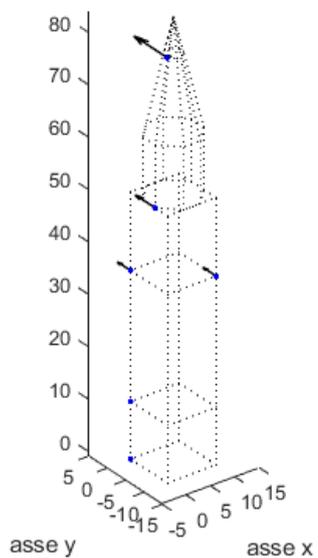


Figure 6.10: Primo modo flessionale in y corrispondente al cluster 1

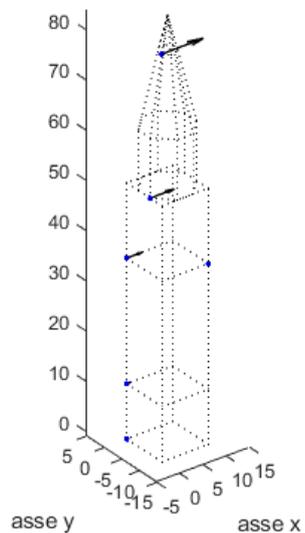


Figure 6.11: Primo modo flessionale in x corrispondente al cluster 2

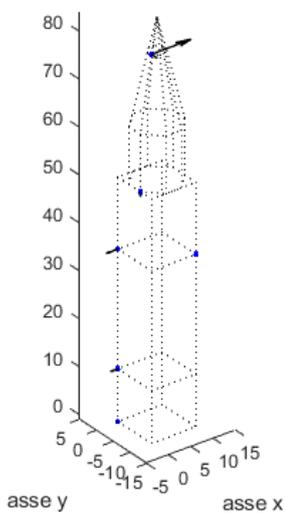


Figure 6.12: Secondo modo flessionale in y corrispondente al cluster 3

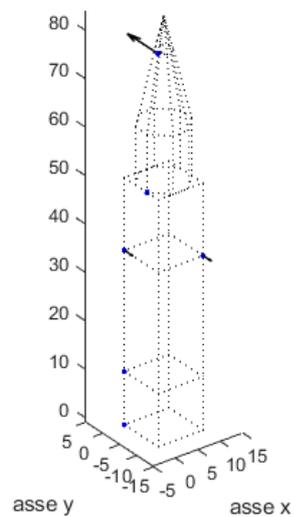


Figure 6.13: Secondo modo flessionale in x corrispondente al cluster 4

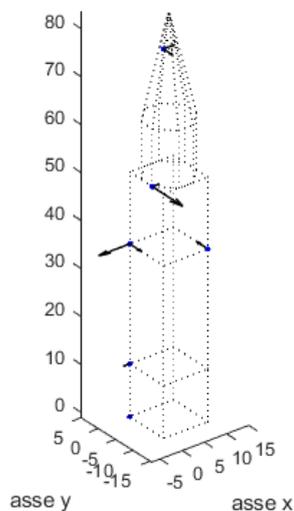


Figure 6.14: Primo modo torsionale corrispondente al cluster 5

È facile notare dalle rappresentazioni proposte e dalle tabelle riportate come non vi siano né in termini qualitativi né in termini quantitativi grandi differenze tra i modi identificati e classificati nell'anno 2016 e quelli individuati per l'anno 2013 utilizzando come addestramento sempre lo stesso set di dati (novembre 2015 e dicembre 2015), ad ulteriore conferma della validità, robustezza e affidabilità del programma sviluppato.

Si può dunque concludere con la ricerca della validità e del funzionamento dell'algoritmo di monitoraggio basato sul machine learning, nonché della correlazione individuata tra temperatura ambientale e comportamento dinamico della struttura.

6.4 Monitoraggio continuo e correlazione con la temperatura

Ulteriore passo nell'analisi del nuovo set di dati è il monitoraggio continuo. Anche per quanto concerne questo step finale si è scelto di utilizzare i medesimi modelli e le stesse impostazioni usate per il 2016.

Le distribuzioni statistiche su cui si fa leva per consentire il monitoraggio strutturale sono state mantenute invariate per tutti i modi. A giustificazione di tale scelta si riportano (figure 6.15 e 6.16) gli istogrammi del secondo e del quinto modo di vibrare relativi all'intero 2013: è facile notare la totale somiglianza con i rispettivi istogrammi del 2016.

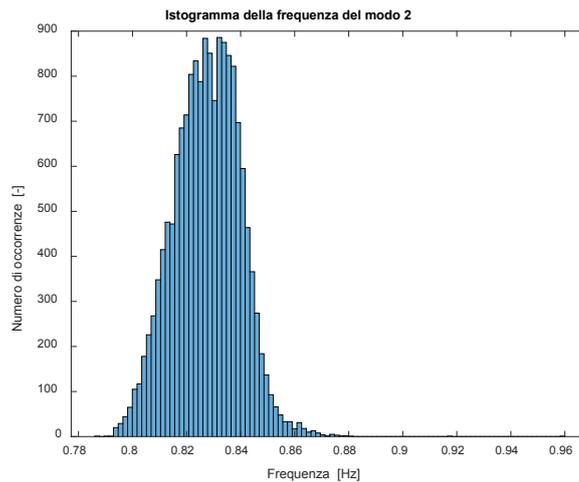


Figura 6.15: Distribuzione della frequenza del primo modo flessionale in x

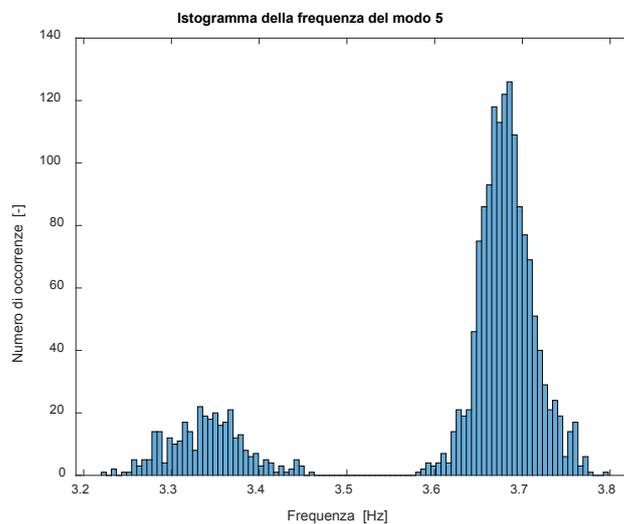


Figura 6.16: Distribuzione della frequenza del primo modo torsionale

Optare per questa tipologia di analisi permette anche di proporre la possibilità di un monitoraggio online: se la distribuzione statistica può essere considerata costante nel tempo dal momento che non sussistono cambiamenti strutturali rilevanti, man mano che arrivano i dati può essere eseguita in diretta la fase di monitoraggio, permettendo interventi tempestivi in caso di rilevati allarmi.

Allo stesso modo si sottolinea come in caso di interventi strutturali o di variazioni delle condizioni della struttura l'assunzione circa l'utilizzo della medesima distribuzione statistica decade ed è richiesta, come immediata conseguenza, una nuova fase di addestramento per la definizione di una nuova ed aggiornata distribuzione. Nel caso di monitoraggio online ciò potrebbe essere risolto mediante lo sviluppo di un algoritmo in grado di aggiornare le proprie condizioni iniziali in maniera autonoma ad ogni ciclo. Tale applicazione ricade però al di fuori dell'analisi scelta all'interno di questa tesi.

Le grandezze monitorate nel nuovo anno di dati sono sempre la frequenza e il rapporto di smorzamento, anche se la successiva correlazione con la temperatura è stata analizzata solo sulla frequenza. Nei diagrammi riportati di seguito si ricorda come la linea rossa rappresenti il valor medio della grandezza mentre quella arancione tratteggiata l'andamento della temperatura.

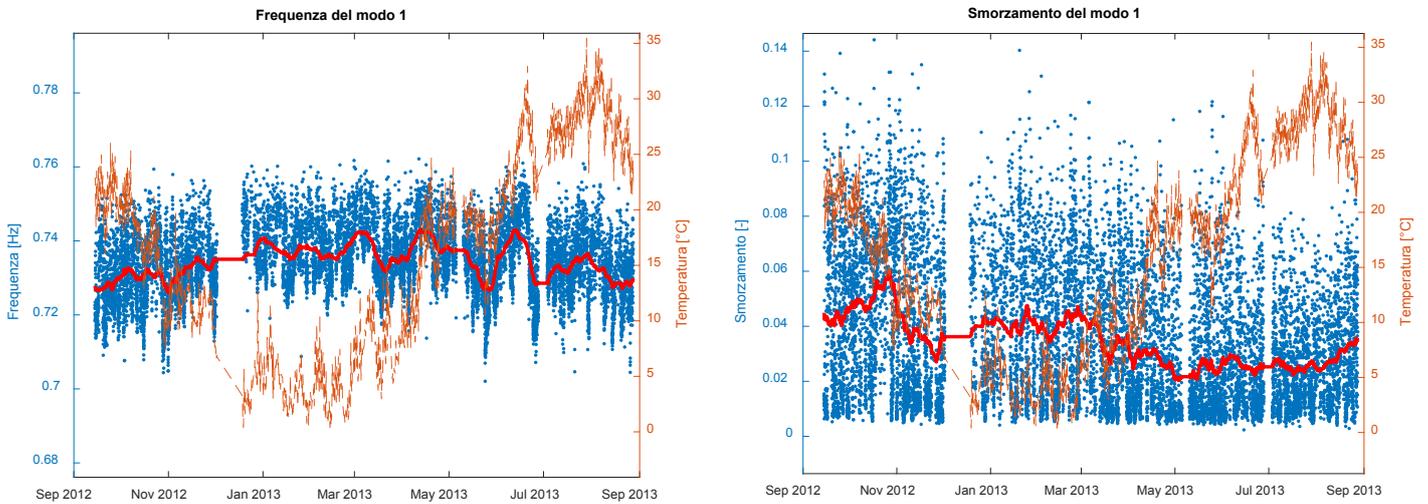


Figura 6.17: Correlazione tra temperatura e caratteristiche dinamiche del primo modo flessionale in y

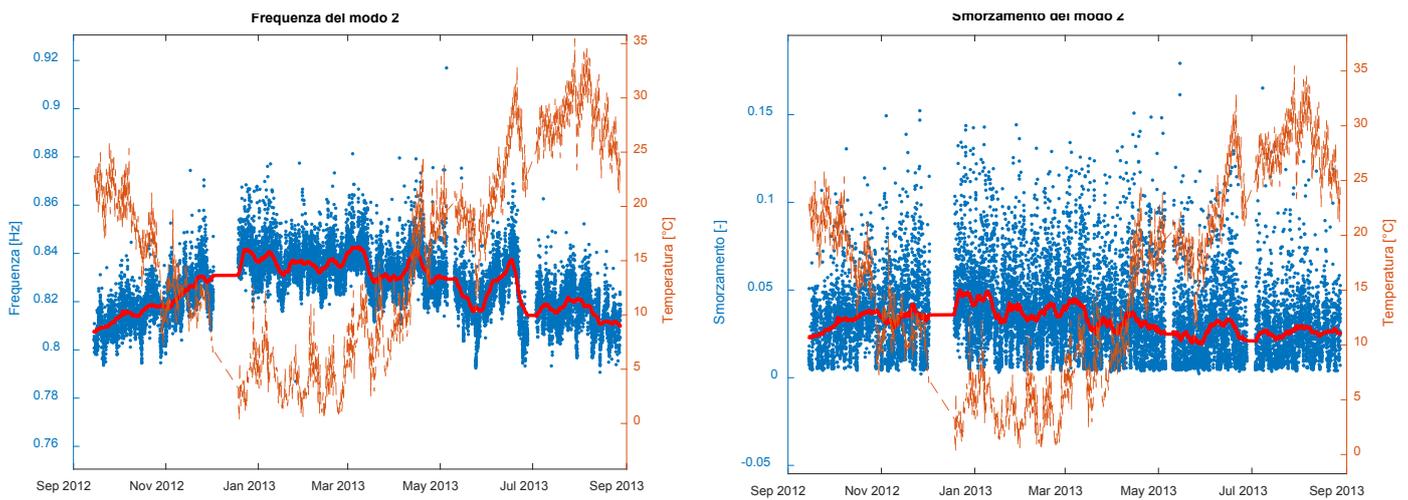


Figura 6.18: Correlazione tra temperatura e caratteristiche dinamiche del primo modo flessionale in x

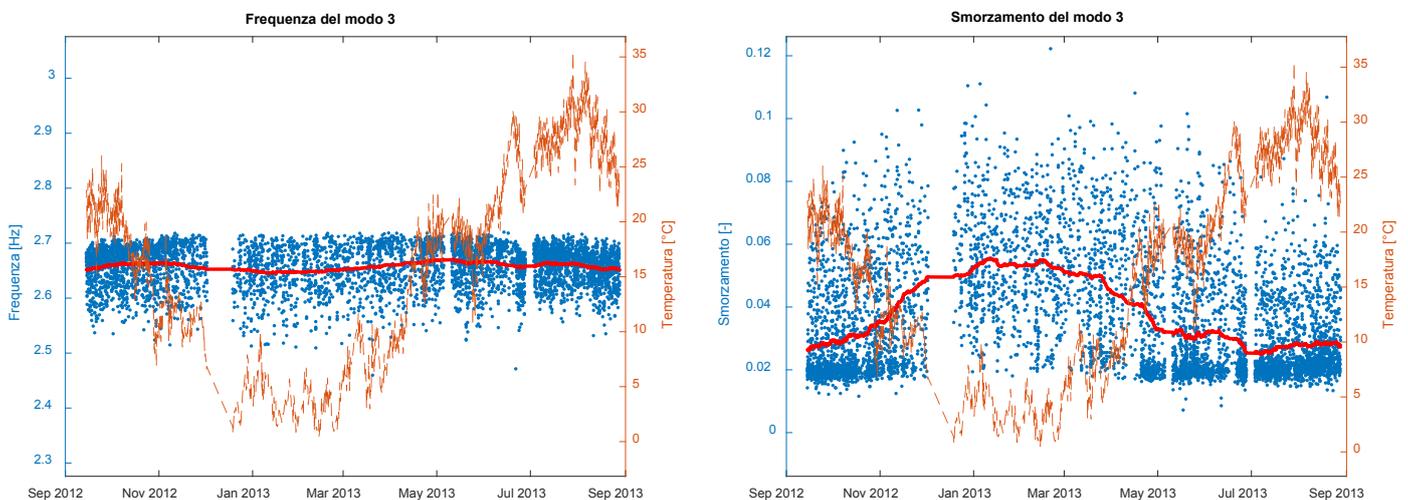


Figura 6.19: Correlazione tra temperatura e caratteristiche dinamiche del secondo modo flessionale in y

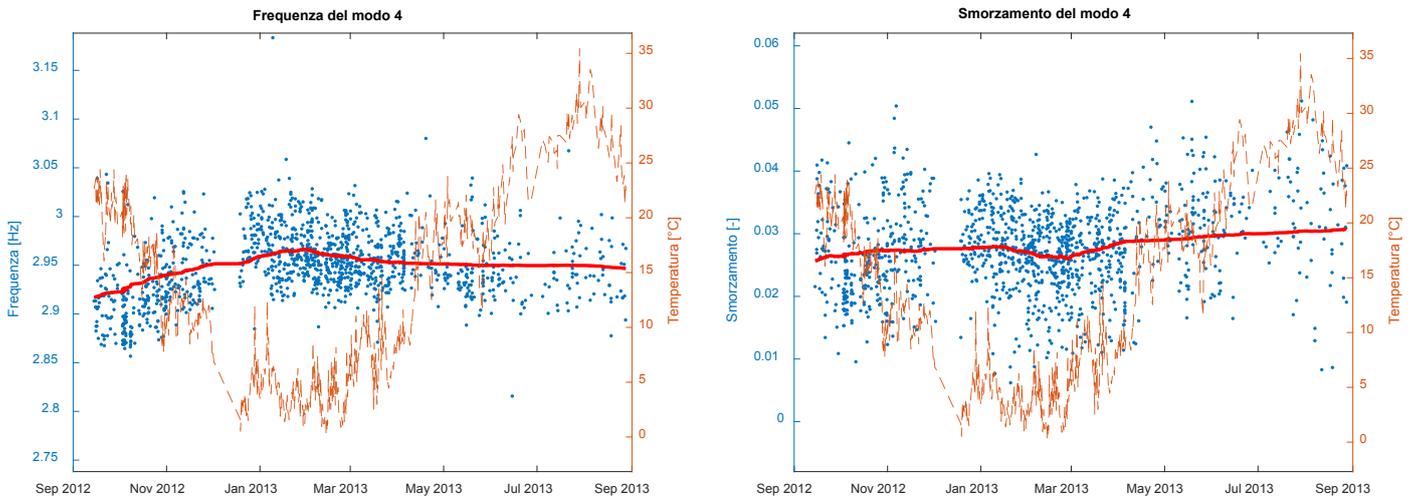


Figura 6.20: Correlazione tra temperatura e caratteristiche dinamiche del secondo modo flessionale in x

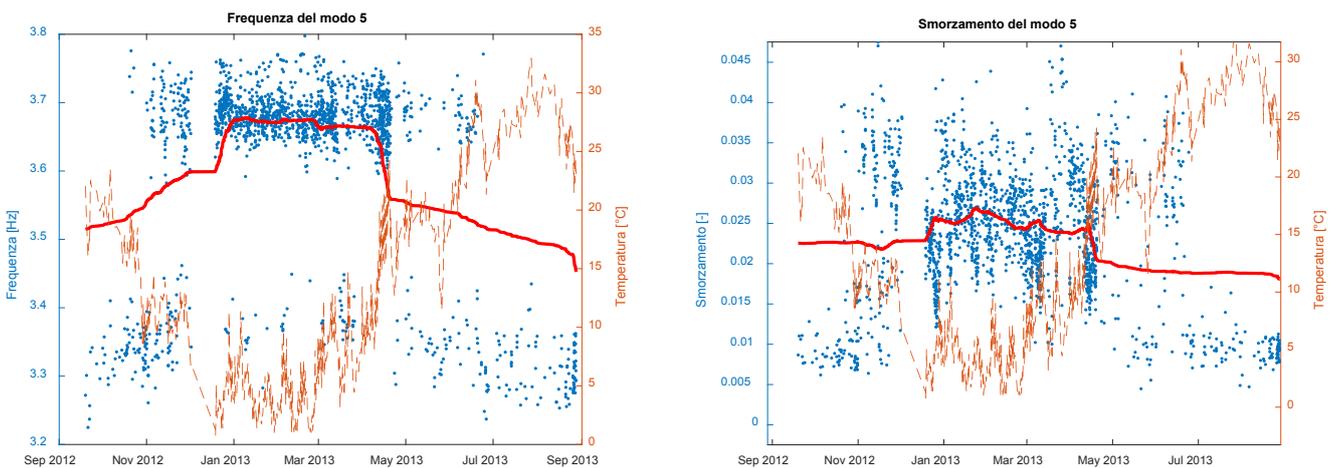
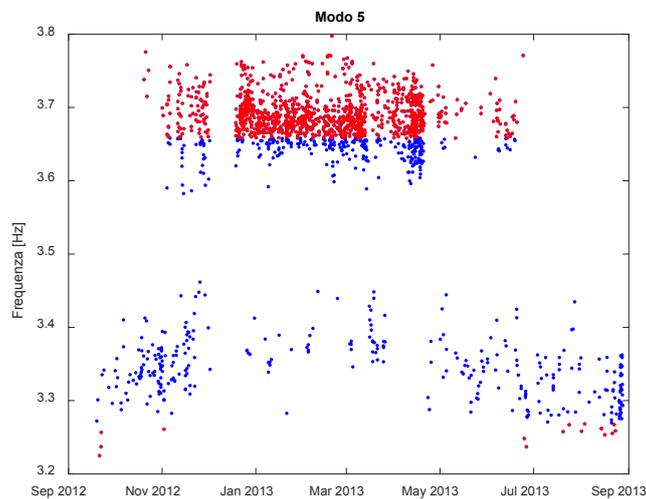
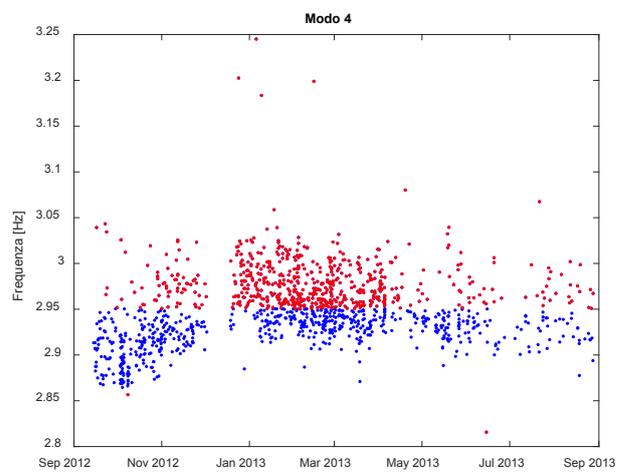
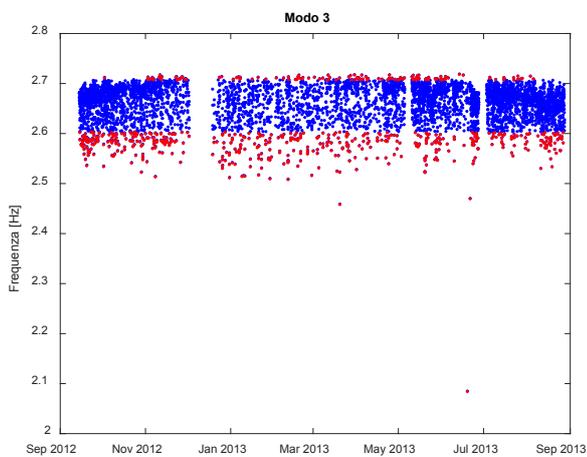
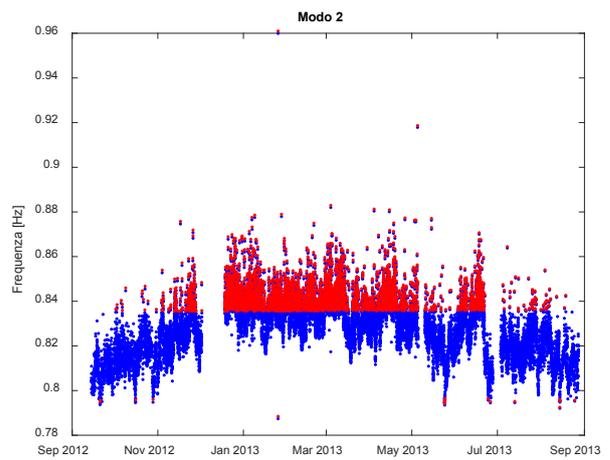
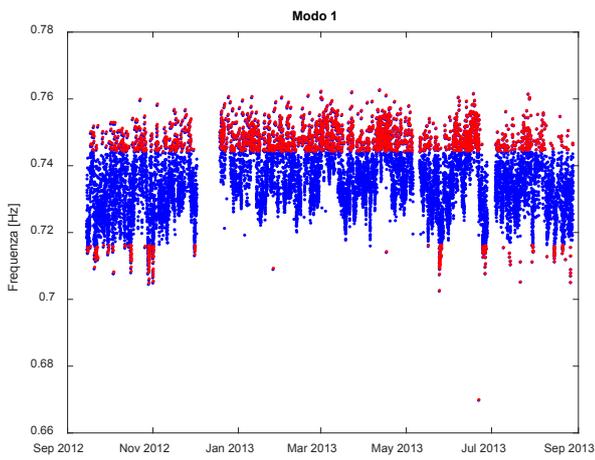


Figura 6.21: Correlazione tra temperatura e caratteristiche dinamiche del primo modo torsionale

Come si può notare gli andamenti nel tempo delle grandezze correlate alla temperatura sono analoghi a quelli ritrovati nel capitolo precedente, ulteriore conferma del fatto che si tratti di un fenomeno ciclico con cadenza annuale: ad eccezione di alcuni casi, è evidente la correlazione temperatura-frequenza. In generale, in presenza di temperature basse si può assistere ad un irrigidimento della struttura con innalzamento della frequenza e una variazione dello smorzamento.

Dando come input all’algoritmo di monitoraggio semplice, quindi senza correlazione con la temperatura, i grafici appena ottenuti, esso rileva delle novelty che presentano la stessa distribuzione del 2016, a conferma della correttezza del procedimento.



Applicando al modo torsionale l'algoritmo di monitoraggio in cui viene tenuta in considerazione l'influenza delle condizioni ambientali, grazie all'utilizzo della distribuzione gaussiana bi-variata in precedenza formulata, si nota come le novelty dovute alla variazione ciclica scompaiano e permangono solo quelle caratterizzate da un basso valore di probabilità dovuto ad una delle due possibili condizioni: alta frequenza

di vibrazione in presenza con un'alta temperatura o, viceversa, bassa frequenza di vibrazione in concomitanza con una bassa temperatura ambientale.

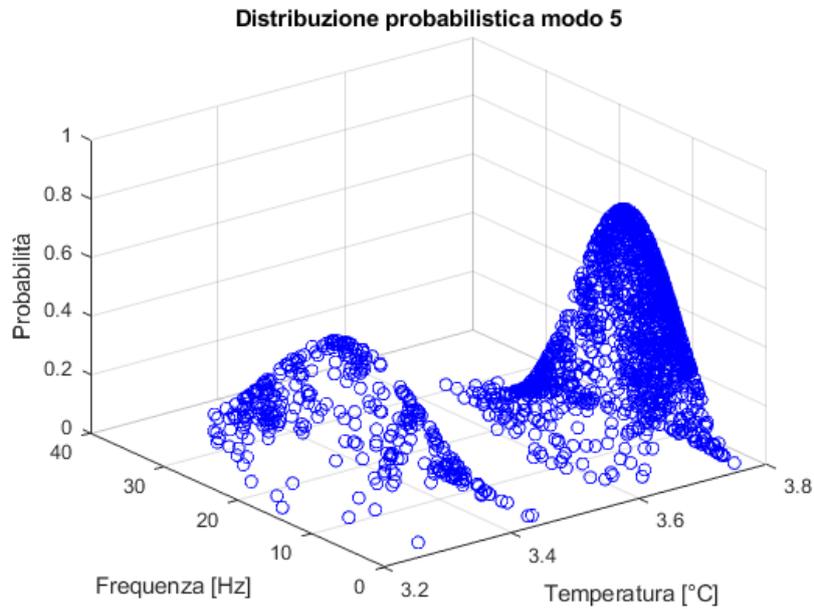


Figura 6.22: Distribuzione bi-variata del primo modo torsionale

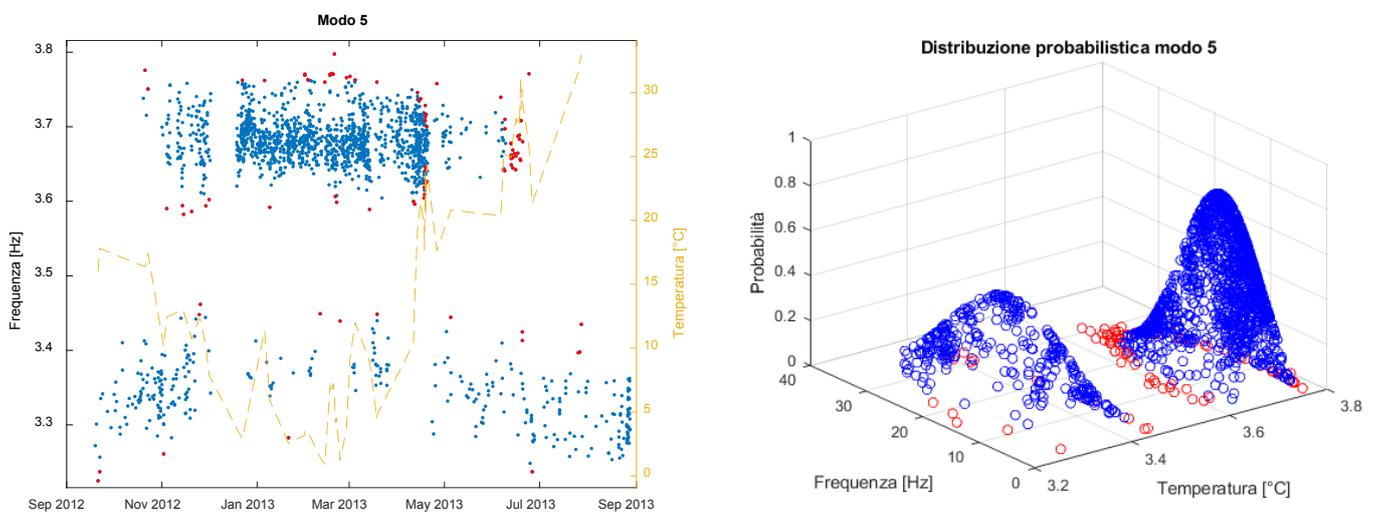


Figura 6.23: Monitoraggio del primo modo torsionale considerando la correlazione con la temperatura

A titolo informativo e per ulteriore completezza vengono di seguito riportati anche i risultati ottenuti sugli altri modi. Si può constatare come anch'essi vadano a confermare quanto ottenuto nel precedente capitolo.

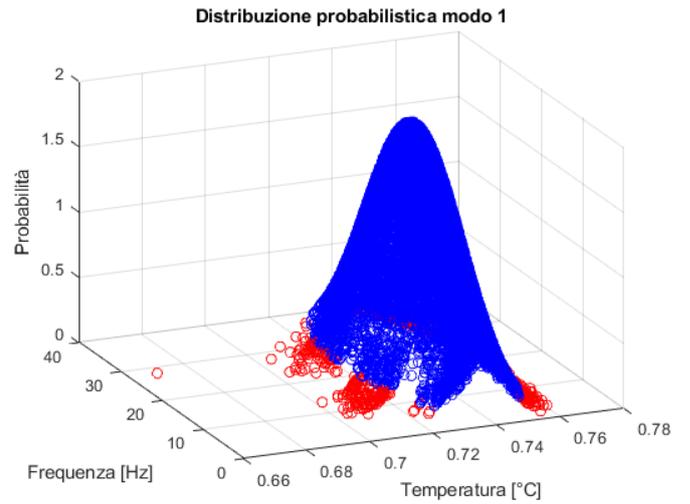
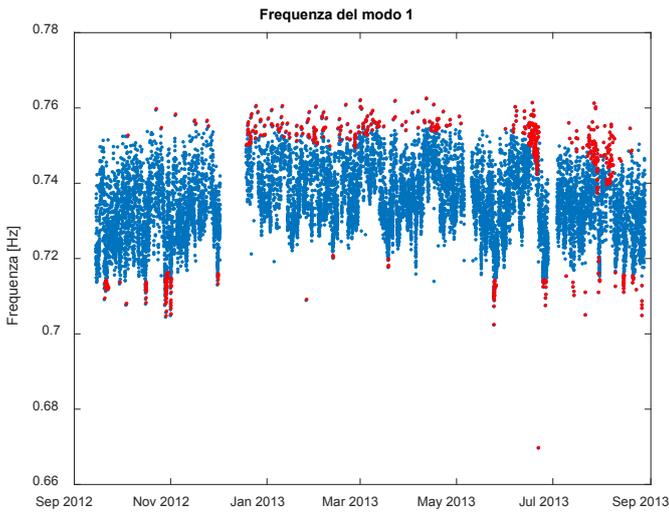


Figura 6.24: Monitoraggio del primo modo flessionale in y considerando la correlazione con la temperatura

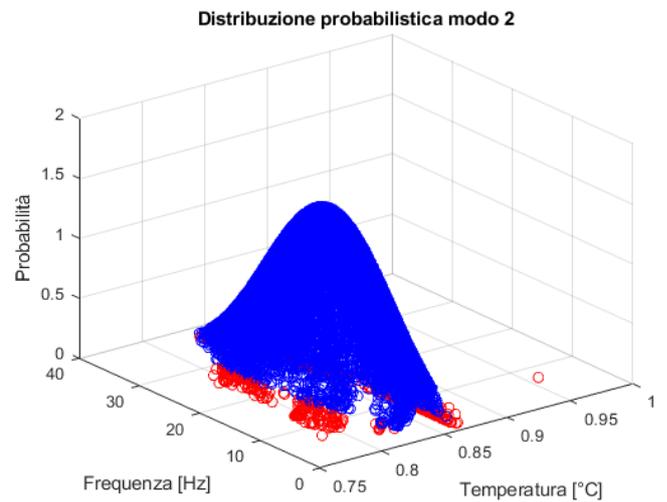
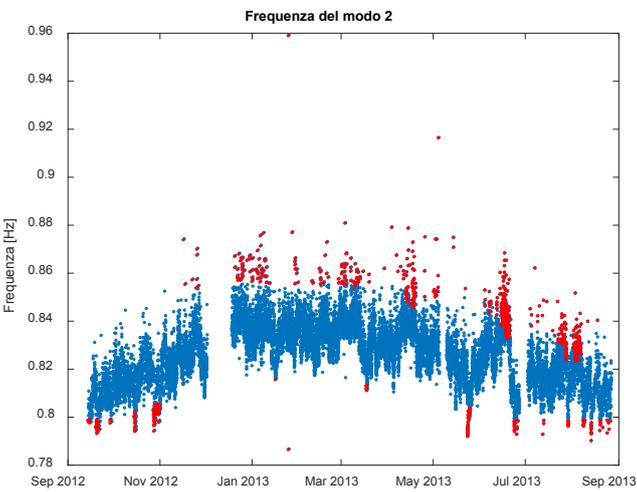


Figura 6.25: Monitoraggio del primo modo flessionale in x considerando la correlazione con la temperatura

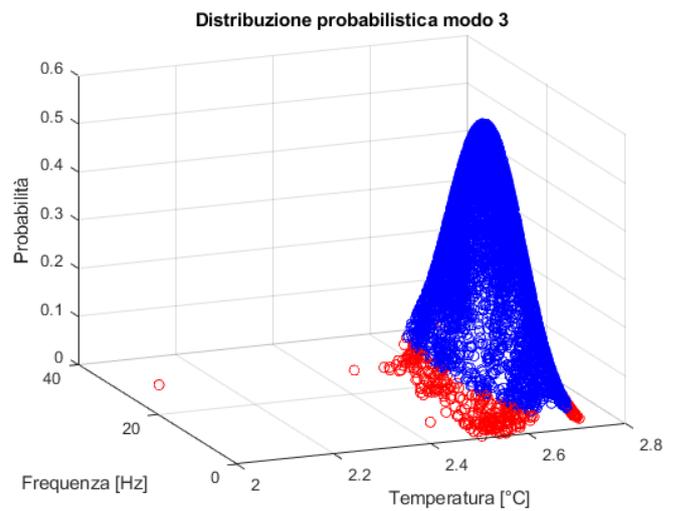
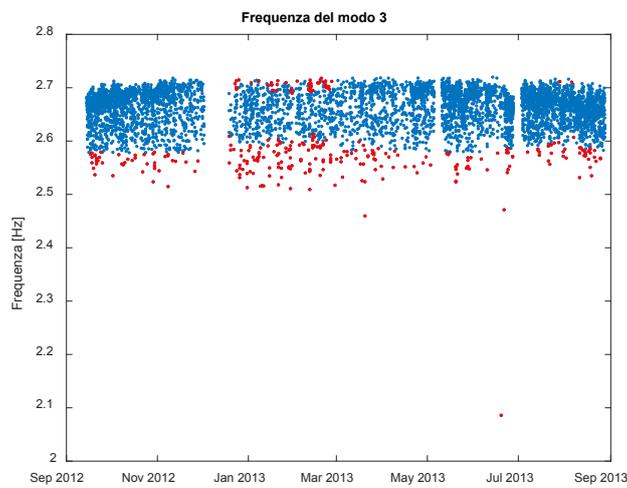


Figura 6.26: Monitoraggio del secondo modo flessionale in y considerando la correlazione con la temperatura

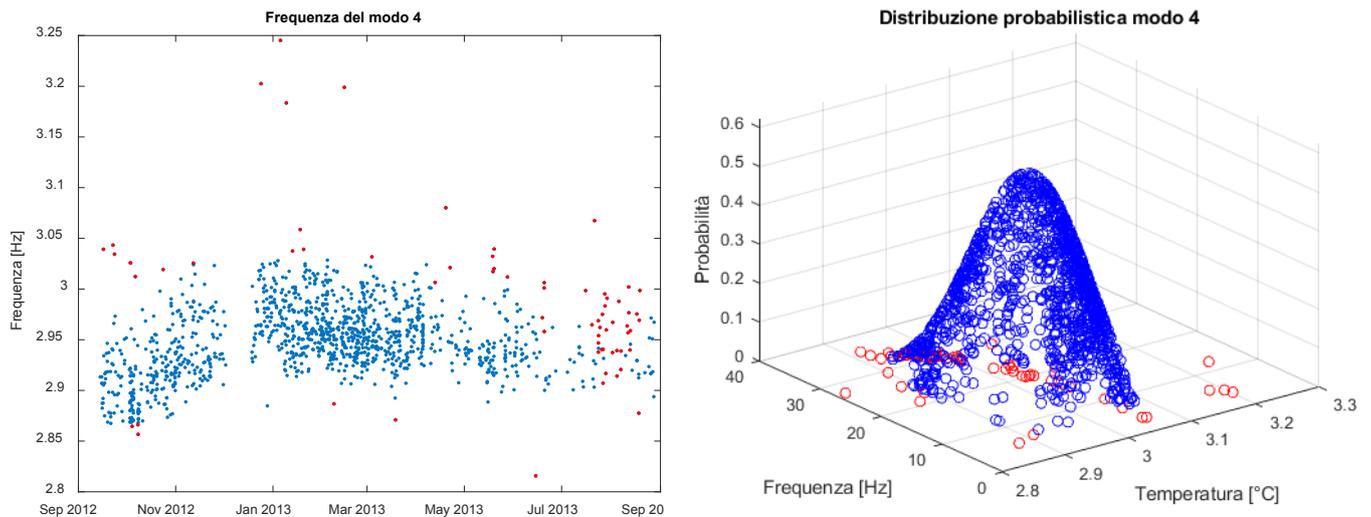


Figura 6.27: Monitoraggio del secondo modo flessionale in x considerando la correlazione con la temperatura

In conclusione, sulla base dei risultati ottenuti possiamo quindi affermare con certezza come la Ghirlandina sia affetta effettivamente da un comportamento ciclico dipendente dalla temperatura ambientale. Utilizzando infatti le stesse impostazioni e gli stessi parametri, il suddetto comportamento è stato osservato in maniera evidente sia sui dati raccolti dal sistema di monitoraggio nel corso del 2013 sia sui dati raccolti durante il 2016.

Risultati analoghi possono essere verificati anche in letteratura, ad esempio nelle opere citate nella bibliografia annessa a questa tesi. Ciò consente di affermare con adeguata certezza come il programma sviluppato in questo contesto sia affidabile e corretto, almeno per quanto concerne le sue applicazioni alle torri.

Nel prossimo e ultimo capitolo si cercherà invece di valutare la robustezza e l'efficacia del programma in una sua possibile applicazione su una struttura completamente diversa dalla Ghirlandina.

7. Caso studio: il Duomo di Modena

Per poter definire l'algoritmo come totalmente robusto, generale e applicabile a qualsiasi struttura, ovviamente preve le necessarie modifiche riguardanti la diversa natura strutturale, si rende di fondamentale importanza una sua applicazione sperimentale su un genere di struttura completamente differente da quella fino ad ora analizzata. Pertanto, si è scelto di testare il programma utilizzando i dati provenienti da un analogo sistema di monitoraggio installato sull'adiacente Duomo di Modena. I risultati ottenuti sono raccolti e sintetizzati in questo capitolo.

La scelta del Duomo come nuovo caso applicativo è stata effettuata sulla base di svariati benefici: in primis, essendo esso adiacente alla Ghirlandina, si ha la possibilità di individuare eventuali e possibili influenze da parte della torre sul suo comportamento strutturale; si tratta, poi, di una struttura su cui sono disponibili dati su svariati anni, in quanto il sistema di sensori fu installato in contemporanea con quello del suo campanile; infine, benchè la Ghirlandina sia più conosciuta, nel panorama storico e culturale italiano assume anch'esso una certa rilevanza, grazie alle sue peculiarità architettoniche e al patrimonio artistico e culturale rintracciabile al suo interno.

Si sottolinea però come in questo caso ci si sia fermati alla sola identificazione dei modi di vibrare e al tracciamento dell'andamento della frequenza nel tempo, senza applicare ai risultati ottenuti l'algoritmo di segnalazione delle novelty. Questa scelta è dovuta al fatto che con quest'applicazione non si voleva testare l'intero programma, bensì la sola parte di identificazione, in modo tale da poterla definire generale. Dal momento che si ottiene una distribuzione temporale di dati si dà per scontato il funzionamento dell'ultima parte del programma, essendo esso indipendente dal tipo di struttura analizzato.

7.1 Sistema di monitoraggio

Il sistema di monitoraggio installato nel Duomo è composto da 12 accelerometri capacitivi, per un totale di 16 canali di acquisizione. Si tratta di sensori analoghi a quelli utilizzati per la Ghirlandina, pertanto non ci si dilunga ulteriormente sulla loro descrizione, ma si riporta solo una tabella riassuntiva delle caratteristiche tecniche più importanti. I sensori sono stati collocati in punti strategici della struttura: facili da raggiungere per l'installazione e la manutenzione, ma significativi per la misurazione. Il sistema acquisisce dati in continuo con determinate frequenze di campionamento che verranno presentate nel paragrafo successivo.

Nella figura 7.1 viene riportato uno schema riassuntivo della posizione dei sensori: si può notare come essi siano stati collocati in pianta e in altezza in modo tale da rilevare i principali modi di vibrazione: i modi della campata, il modo tipico della facciata, i modi delle volte e infine il modo di vibrare dei torrini presenti sulla facciata. In precedenza si è inoltre citato il coefficiente di trasformazione, tipico di ogni sensore, utile per il tracciamento delle forme modali. Anche in questo caso, data la loro importanza vengono di seguito tabulati i coefficienti utilizzati all'interno dell'algoritmo.

Sensitivity	mV/(m/s ²)	203.9±5%
Frequency response	Hz	0~100±1dB
Frequency response	Hz	0~400±3dB
Resonance Frequency	kHz	≥0.4
Acceleration Range	±m/s ² pk	29.42
Electrical noise	m/s ² rms	≤0.000049
Shock limit	±m/s ² pk	980
Temperature range	°C	-25~70
Amplitude nonlinearity	%	±0.1
Transverse sensitivity	%	≤1
Power requirements	VDC	11~16
	mA	20
Weight	g	50

Tabella 7.1: Specifiche degli accelerometri utilizzati

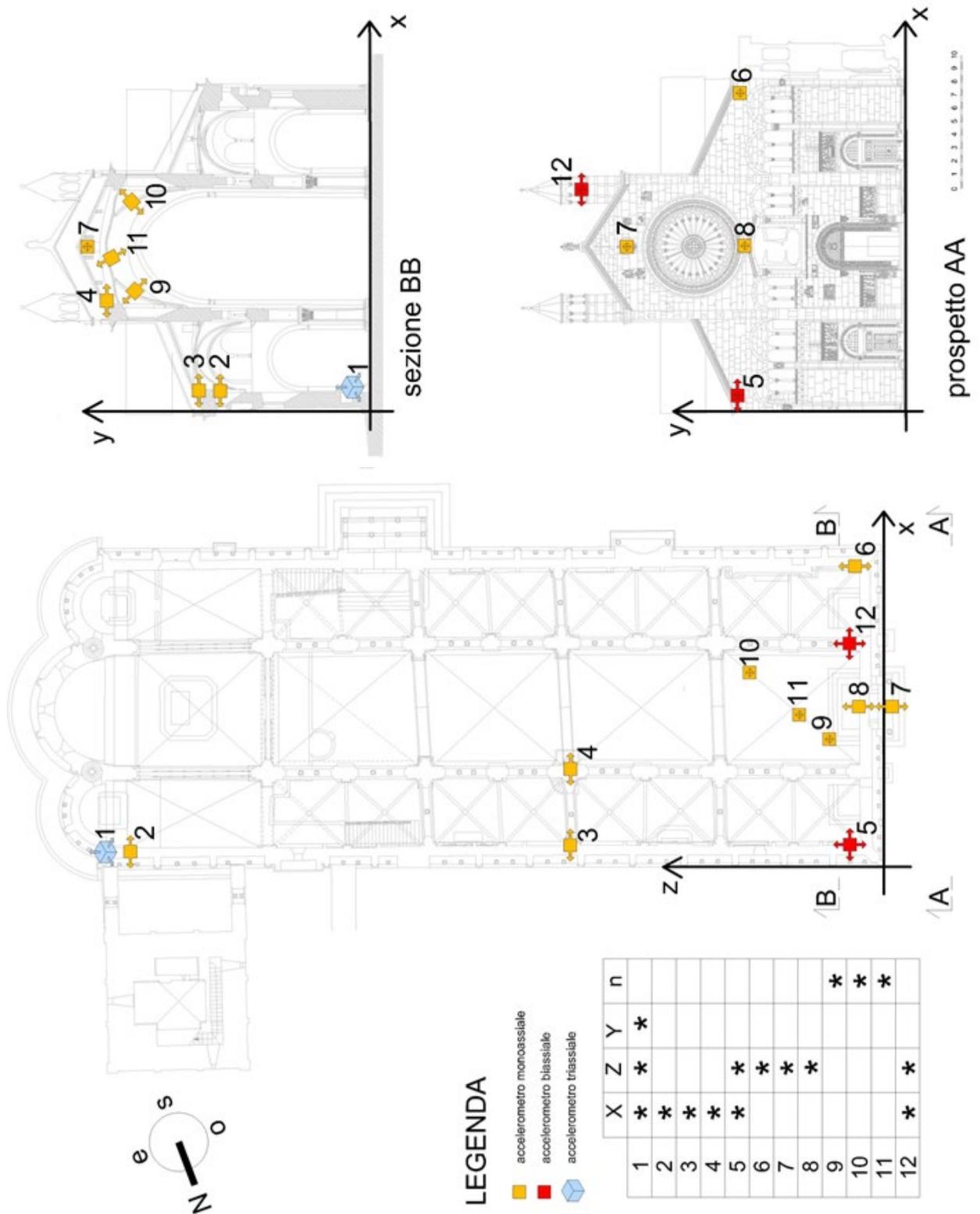


Figura 7.120: Nelle rappresentazioni sono riportate rispettivamente due sezioni tipo del Duomo con la relativa disposizione dei sensori, la disposizione in pianta degli stessi e una legenda con le indicazioni relative alle direzioni indagate da ciascun sensore

Accelerometri e canale registrazione	Posizione	Direzione		Serial No.	Sensibilità		
		Locale	Globale		V/G	V/(m/s ²)	(m/s ²)/V
1		x	Z	14Y0001	2.0118	0.20514651	4.87456507
2	1	y	-X	14Y0002	2.0116	0.20512611	4.87504971
3		z	Y	14Y0003	2.0115	0.20511592	4.87529207
4	2	z	X	14Y0004	2.0086	0.20482020	4.88233098
5	3	z	X	14Y0005	2.0095	0.20491197	4.88014431
6	4	z	X	14Y0006	2.0048	0.20443271	4.89158520
7	5	y	-Z	14Y0007	2.0077	0.20472842	4.88451960
8		z	X	14Y0008	2.0078	0.20473862	4.88427632
9	6	z	Z	14Y0009	2.0073	0.20468764	4.88549295
10	7	z	Z	14Y0010	2.0084	0.20479980	4.88281717
11	8	z	Z	14Y0011	2.0106	0.20502414	4.87747439
12	9	z	Y	14Y0012	2.0131	0.20527907	4.87141722
13	10	z	Y	14Y0013	2.0114	0.20510572	4.87553445
14	11	z	Y	14Y0014	2.0099	0.20495276	4.87917309
15		y	X	14Y0015	2.0092	0.20488138	4.88087298
16	12	z	Z	14Y0016	2.0100	0.20496296	4.87893035

Tabella 7.2: Tabella riassuntiva dei coefficienti degli accelerometri

7.2 Pre-elaborazione dei dati

Come esposto nel paragrafo 4.1, il primo passo per l'analisi è la pre-elaborazione dei dati.

I dati rilevati dal sistema presentano le frequenze di campionamento dei sensori sopra descritti, ovvero di 100 Hz. Anche in questo caso i segnali delle accelerazioni richiedono un decampionamento e un filtraggio. Per definire le frequenze di taglio, si utilizza l'algoritmo di analisi dei segnali descritto in precedenza in modo tale da ottenere il diagramma della PSD dal quale è possibile notare le frequenze approssimate dei modi propri.

L'analisi è stata fatta su un insieme di 50 segnali estratti casualmente dal database disponibile. Di seguito viene riportato a titolo d'esempio la rappresentazione del segnale del canale n.10 misurato l'11 agosto 2015 a partire dalle 21:43:37 e la rispettiva PSD. Si ricorda che a monte di questa rappresentazione è già stata compiuta la conversione dei segnali in m/s².

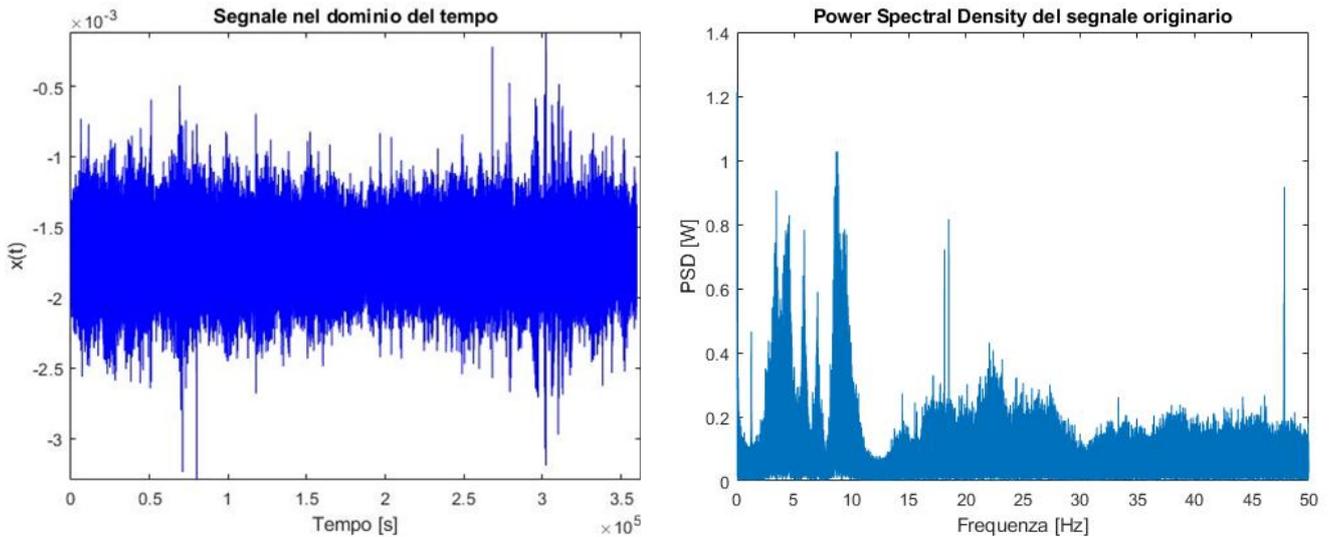


Figura 7.2: Rappresentazione del segnale nel dominio del tempo (sinistra) e la relativa PSD (destra)

In base ai picchi presenti nella prima parte ci si aspetta di trovare i principali modi entro la frequenza di 20Hz.

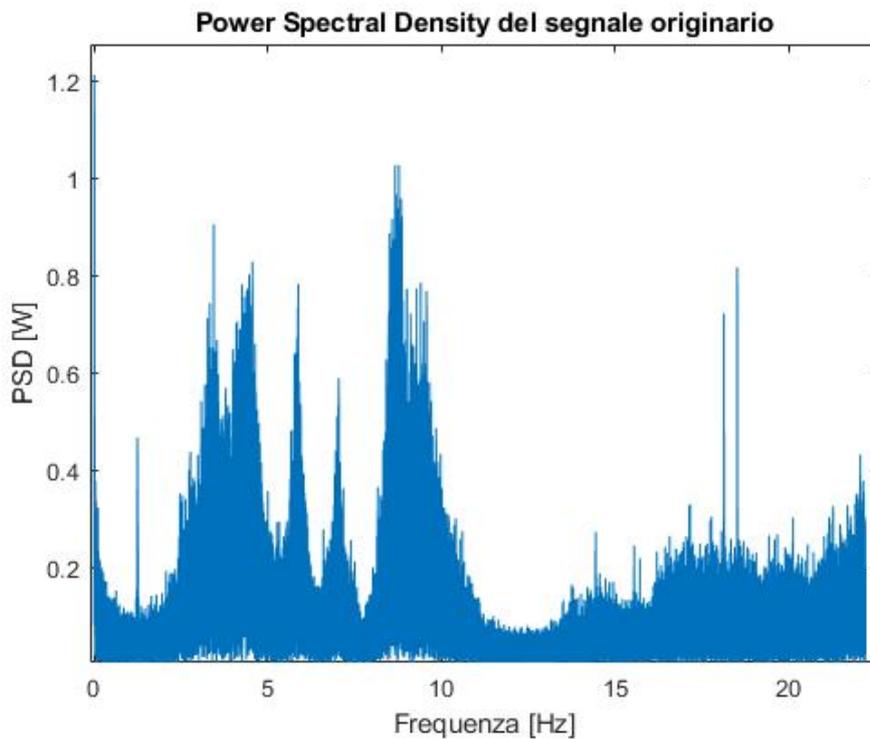


Figura 7.321: Rappresentazione della PSD nell'intervallo di interesse

Si è quindi deciso di utilizzare come frequenza di decampionamento 50 Hz per due motivi: in primis in quanto essendo un divisore di 100 permette di utilizzare senza difficoltà le funzioni già implementate in MATLAB descritte nei capitoli precedenti; inoltre, per la regola di Nyquist, esso permette di rappresentare tutte le frequenze fino ad un valore di 25 Hz, ovvero una soglia leggermente maggiore rispetto all'intervallo d'interesse.

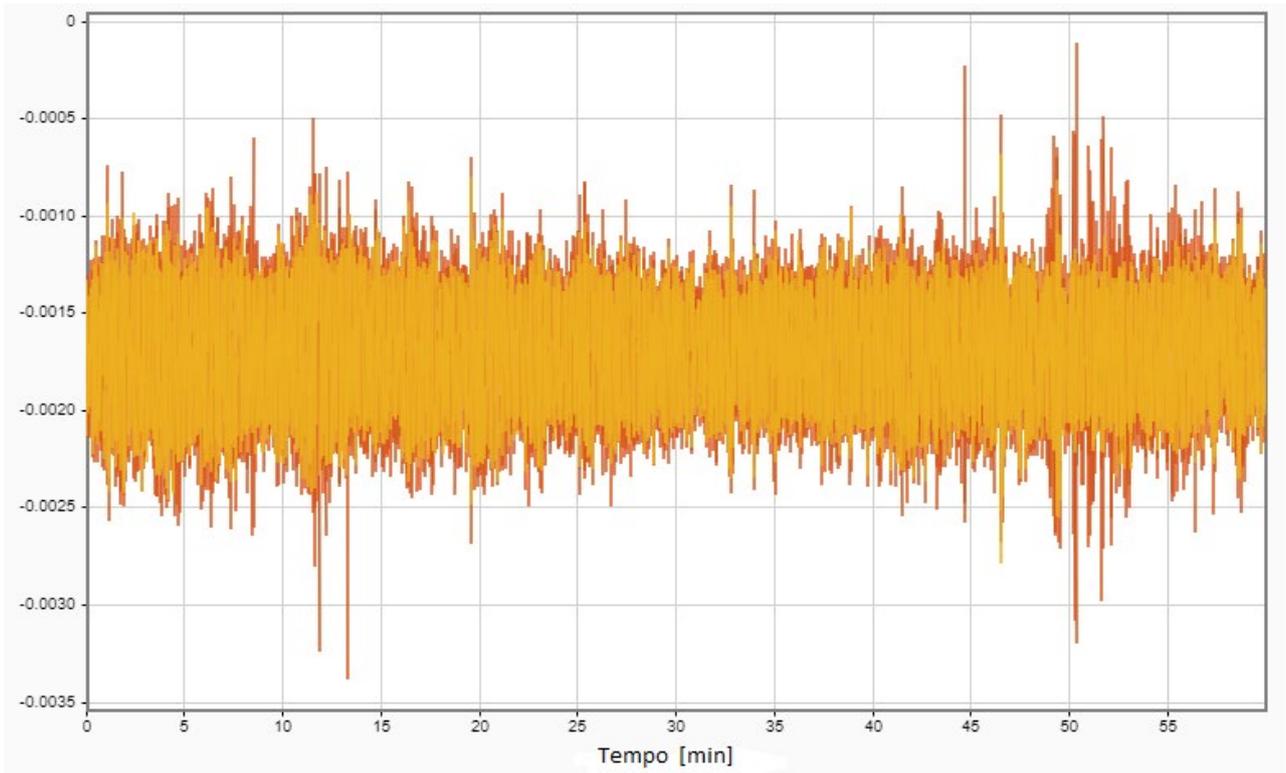


Figura 7.4: Sovrapposizione del segnale originale (in arancione) e del segnale decampionato (in giallo) nel dominio del tempo

Il filtro che si è scelto di utilizzare è un passabanda di ordine 4 di tipo Butterworth con frequenze di taglio 1 Hz e 20 Hz, più che sufficienti per isolare i modi attesi senza avere disturbi o problemi di approssimazione legati alla forma del filtro. I filtri di tipo Butterworth sono filtri IIR, quindi conservano l'ampiezza a discapito della fase: per questo motivo il segnale filtrato appare traslato rispetto all'originario.

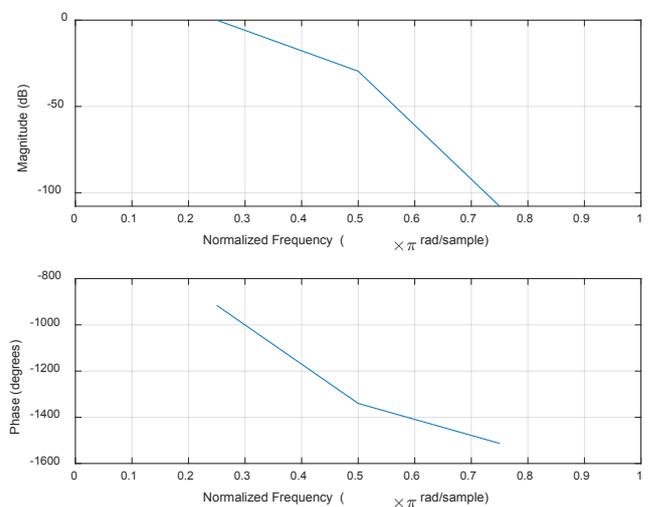


Figura 7.5: Forma del filtro applicato al segnale

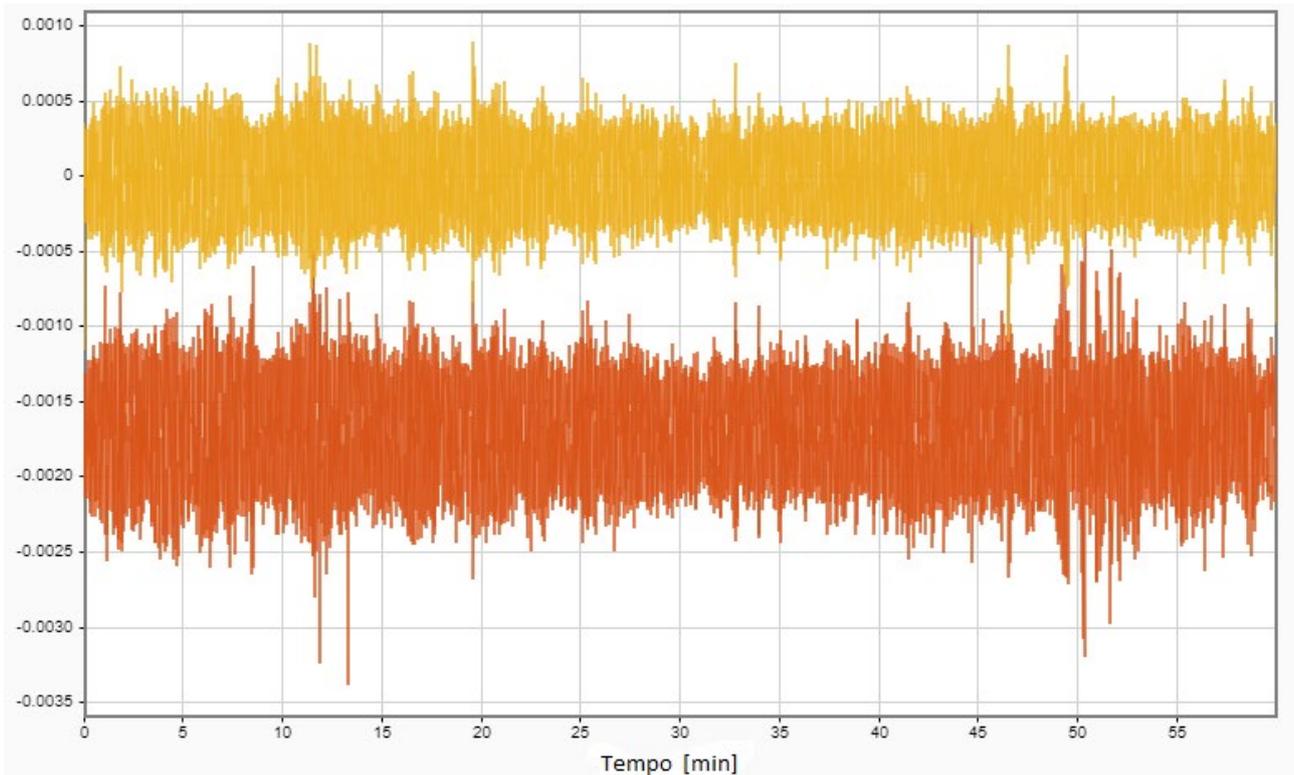


Figura 7.6: Sovrapposizione nel dominio del tempo tra il segnale filtrato (in giallo) e il segnale originale (in rosso)

I segnali utilizzati nel seguito saranno quindi pre-elaborati con queste impostazioni e in queste modalità.

7.3 Definizione del modello auto-regressivo

Anche per quanto riguarda il Duomo è stato scelto un modello di tipo AR, ovvero un modello auto-regressivo lineare.

Per la determinazione dei parametri p ed N sono state utilizzate 10 coppie di segnali casualmente estratti dal database disponibile: analogamente a quanto fatto per la Ghirlandina, per ogni coppia, il primo segnale è stato utilizzato per la stima iterativa del modello, il secondo invece per il calcolo degli indicatori della qualità dell'approssimazione. In particolare, il secondo segnale viene dato in input al modello stimato e l'output ottenuto è direttamente paragonato al segnale originale; dalla differenza si ottengono i valori degli indicatori per ogni canale successivamente mediati tra loro in modo tale da ottenere i grafici finali.

Nel caso in esame si è scelto di far variare l'ordine all'interno dell'intervallo $[1, 20]$ tenendo fisso e pari a un'ora l'intervallo temporale analizzato, ossia un numero di equazioni $N=180000$. Per definire il valore ottimale dell'ordine del modello generalmente è richiesto di raggiungere un livello minimo di R^2 pari a 0.95. Tuttavia, data la complessità del sistema di acquisizione, tale soglia è raggiungibile solo per valori di p elevati, ma per evitare di rallentare le elaborazioni dei dati si è optato per diminuire la soglia minima e dar maggior peso all'andamento dell'RSE. I risultati ottenuti dalla variazione dell'ordine sono di seguito riportati.

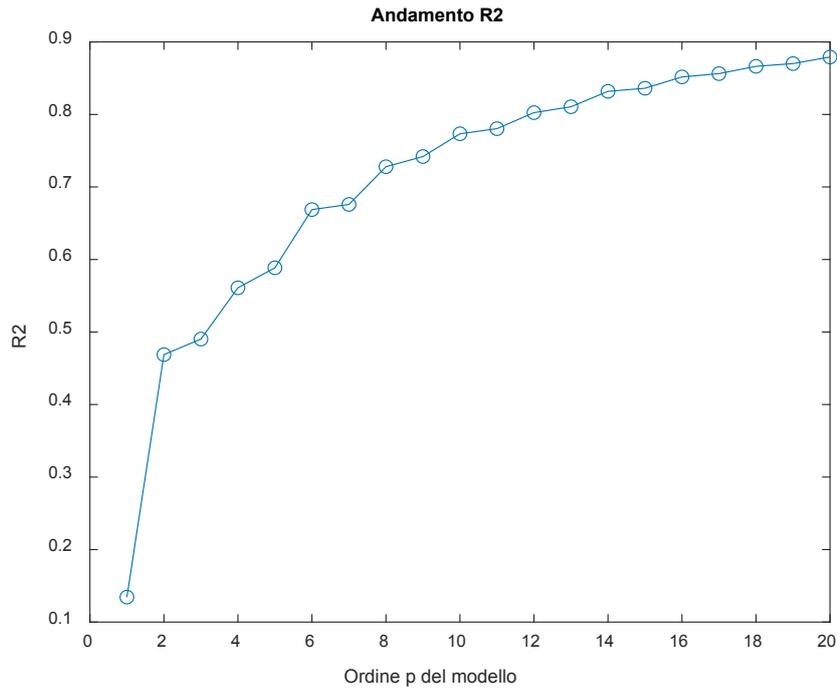


Figura 7.7: Andamento del R² al variare dell'ordine p del modello

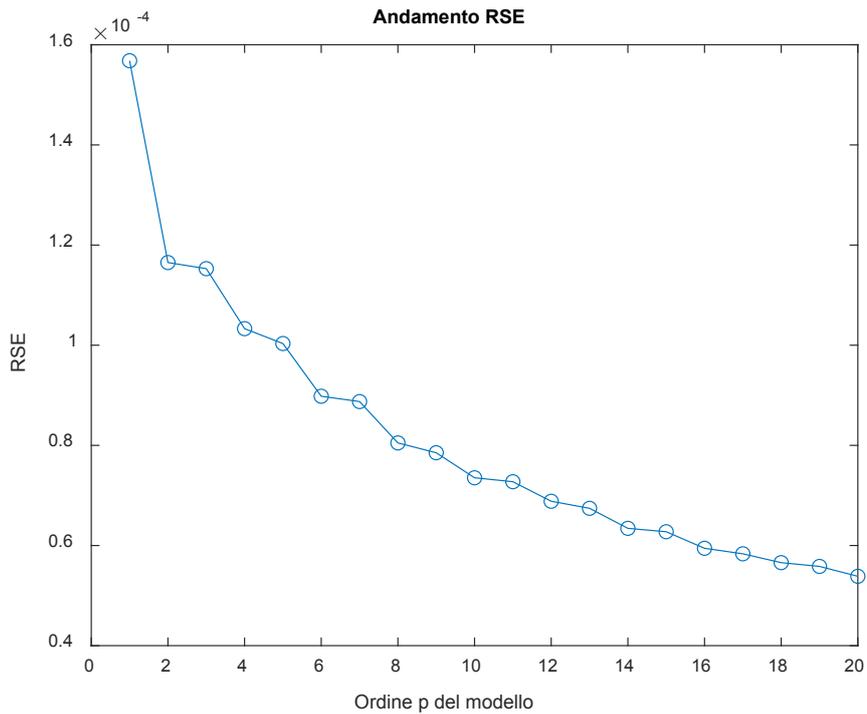


Figura 7.8: Andamento del RSE al variare dell'ordine p del modello

Come si può vedere, a partire dall'ordine $p=8$ si ha una stabilizzazione sia dell'andamento dell'RSE che dell'andamento dell' R^2 , di conseguenza appare una scelta papabile prendere un ordine di modello uguale a 9: benchè non sia raggiunto un livello elevato del primo parametro, scegliere una grandezza di sistema maggiore non comporterebbe grandi miglorie in termini di approssimazione dei segnali, ma una maggiore complessità di calcolo.

Tenendo quindi fisso l'ordine p viene fatto variare il numero di equazioni del sistema. La variazione è eseguita in questo caso all'interno dell'intervallo tra 6 minuti e 60 minuti assumendo un passo di 3 minuti (ovvero 9000 equazioni) tra un'iterazione e la successiva. Analogamente, vengono nuovamente redatti, e di seguito riportati, i grafici relativi all'andamento di RSE e R^2 .

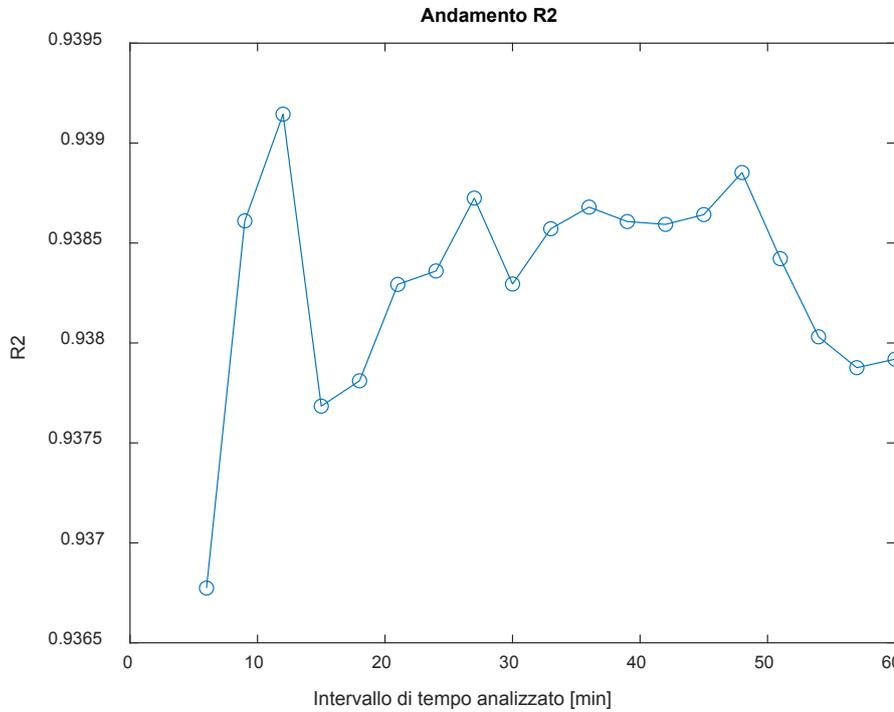


Figura 7.9: Andamento del R^2 al variare della dimensione N del modello

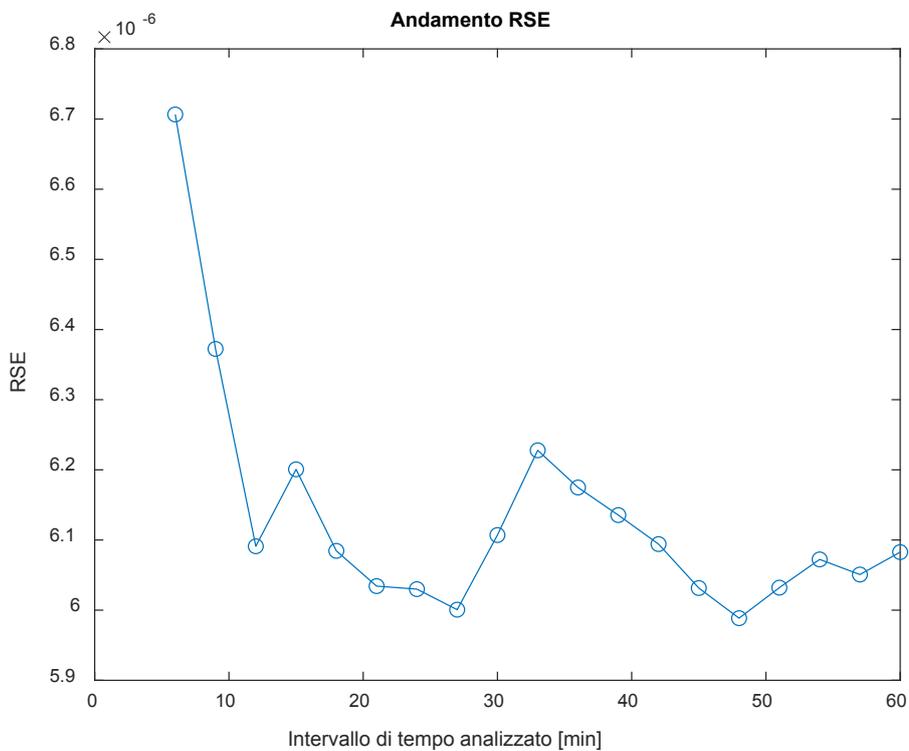


Figura 7.10: Andamento del RSE al variare della dimensione N del modello

La dimensione del sistema ottimale appare essere di 81000 punti, corrispondenti a 27 minuti. Si sceglie questo valore perché nell'andamento dell' R^2 , e parzialmente anche in quello dell'RSE, si nota un successivo andamento altalenante, possibile sintomo di over-fitting del modello. I parametri così definiti saranno alla base della modellazione di tutti i segnali disponibili per poi procedere con l'identificazione dinamica. A titolo di esempio viene di seguito riportato un segnale approssimato con i parametri sopra definiti sovrapposto al corrispondente segnale originale.

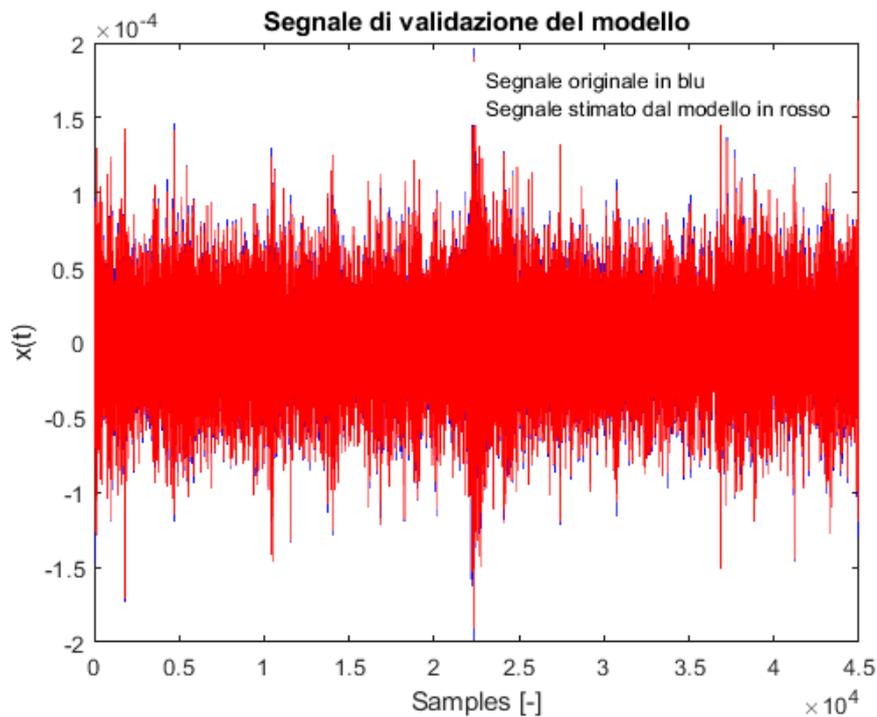


Figura 7.11: Sovrapposizione del segnale originale e del segnale stimato dal modello per il segnale registrato dal canale 5 il 30/11/2015 a partire dalle ore 17:28:51

Come si nota dai due esempi di segnale riportati, la qualità dell'approssimazione del modello con i parametri scelti è alta e potrà quindi essere utilizzata per le successive fasi del programma.

7.4 Identificazione dinamica

Come esposto nel capitolo 4, la fase successiva all'identificazione consiste nella classificazione dei modi propri riconosciuti, anche qui effettuata mediante l'utilizzo del classificatore KNN. Per la sua fase di addestramento si è scelto di utilizzare solamente i primi due mesi di dati. I risultati così ottenuti verranno classificati e utilizzati per l'addestramento del KNN con il quale si procederà per l'analisi della rimanente parte di segnali.

Dalla modellazione e identificazione operata sui segnali acquisiti dal 12 giugno 2015 al 10 agosto 2015 sono stati ottenuti un totale di 9593 modi. La loro distribuzione nel piano avente in ascissa la frequenza e in ordinata il rapporto di smorzamento è di seguito riportato.

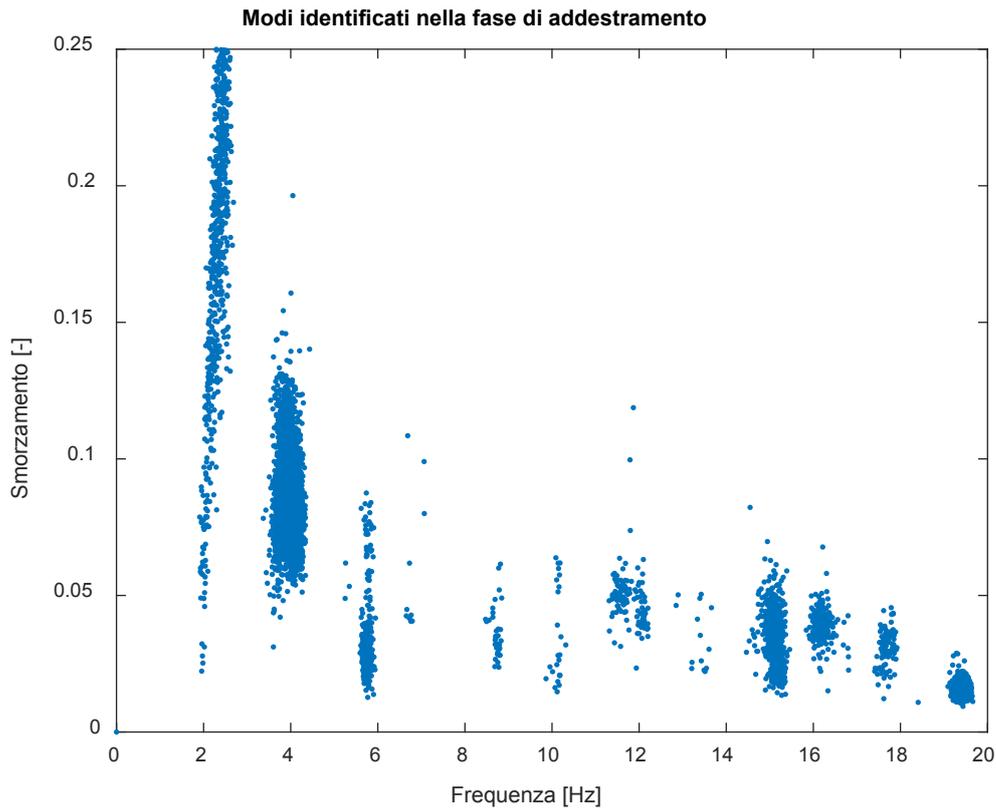


Figura 7.12: Modi identificati nell'intervallo temporale compreso tra giugno 2015 e agosto 2015

Nel grafico 7.12 è riportato il relativo diagramma delle occorrenze.

Si ricorda che per la fase di pulizia dei modi i filtri utilizzati sono i seguenti:

- 1- Frequenza compresa tra le frequenze di taglio del filtro utilizzato nella fase di pre-elaborazione dei dati: 1 Hz - 20 Hz;
- 2- Smorzamento limite pari al 25%;
- 3- Livello minimo di correlazione tra parte reale e parte immaginaria delle deformate modali pari a 0.9.

I modi che risultano essere identificati in questo periodo bimensile di training si trovano quindi alle frequenze: 2 Hz, 4 Hz, 6 Hz, 15 Hz, 16 Hz, 18 Hz, 19 Hz. Le forme modali corrispondenti a queste frequenze dovranno successivamente essere indagate e discriminate per definire quali classi siano effettivamente strutturali.

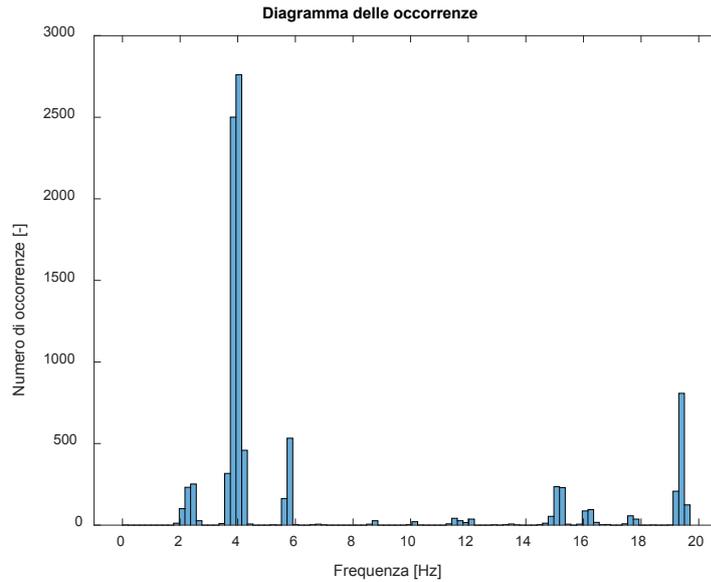


Figura 7.13: Diagramma delle occorrenze relativo ai modi identificati nell'intervallo temporale compreso tra giugno 2015 e agosto 2015

La classificazione dei modi, come ben descritto nel capitolo 4, avviene su due fasi.

La prima fase consiste nella suddivisione in cluster mediante la funzione DBSCAN contenuta in MATLAB sulla base della loro distribuzione spaziale. La classificazione ottenuta in questa fase è di seguito rappresentata. Il raggio minimo e il numero minimo di punti compresi al suo interno, ovvero i due parametri necessari per l'utilizzo del DBSCAN, sono stati definiti sulla base della forma e della distribuzione spaziale dei punti: per avere una buona classificazione è stato scelto un numero di punti minimo pari a 10 da avere all'interno di un raggio pari a 1. La suddivisione spaziale risultante è la seguente.

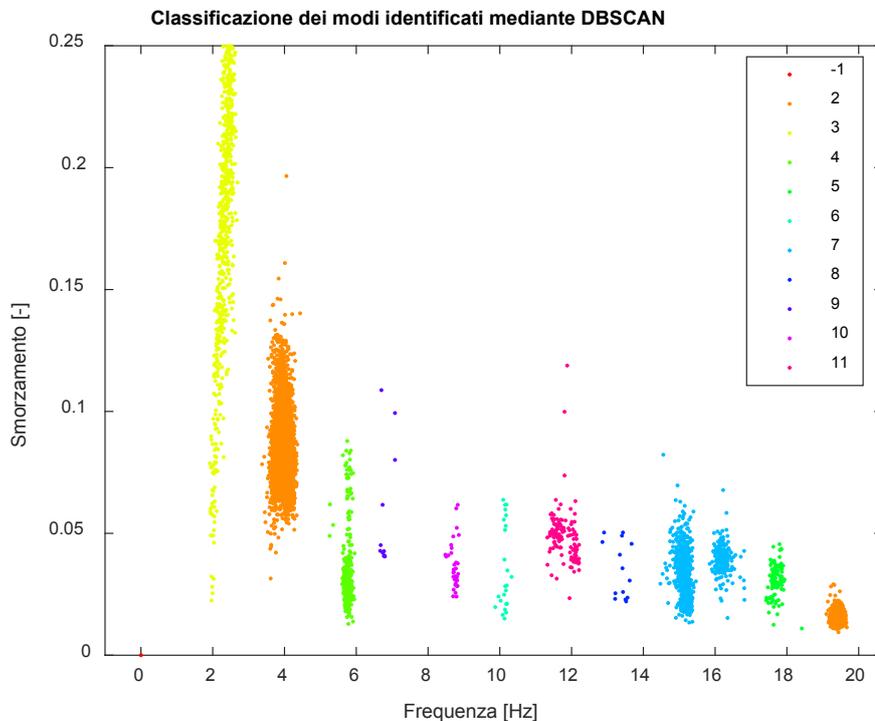


Figura 7.14: Classificazione a seguito dell'applicazione del DBSCAN ai modi identificati nell'intervallo temporale compreso tra giugno 2015 e agosto 2015

Ognuno dei cluster sopra rappresentati viene nuovamente analizzato in modo tale da formare dei sottogruppi caratterizzati da un elevato valore di MAC, indice di somiglianza delle forme modali contenute al suo interno. Il risultato ottenuto è riportato in figura 7.14 .

Si sottolinea inoltre come tutti i sottogruppi composti da meno di 50 modi siano stati scartati ed assegnati al gruppo 0, in rosso. La giustificazione risiede nel fatto che un modo non può essere definito strutturale se la sua occorrenza in un periodo di due mesi è così bassa, come testimonia il diagramma delle occorrenze riportato in figura 7.12.

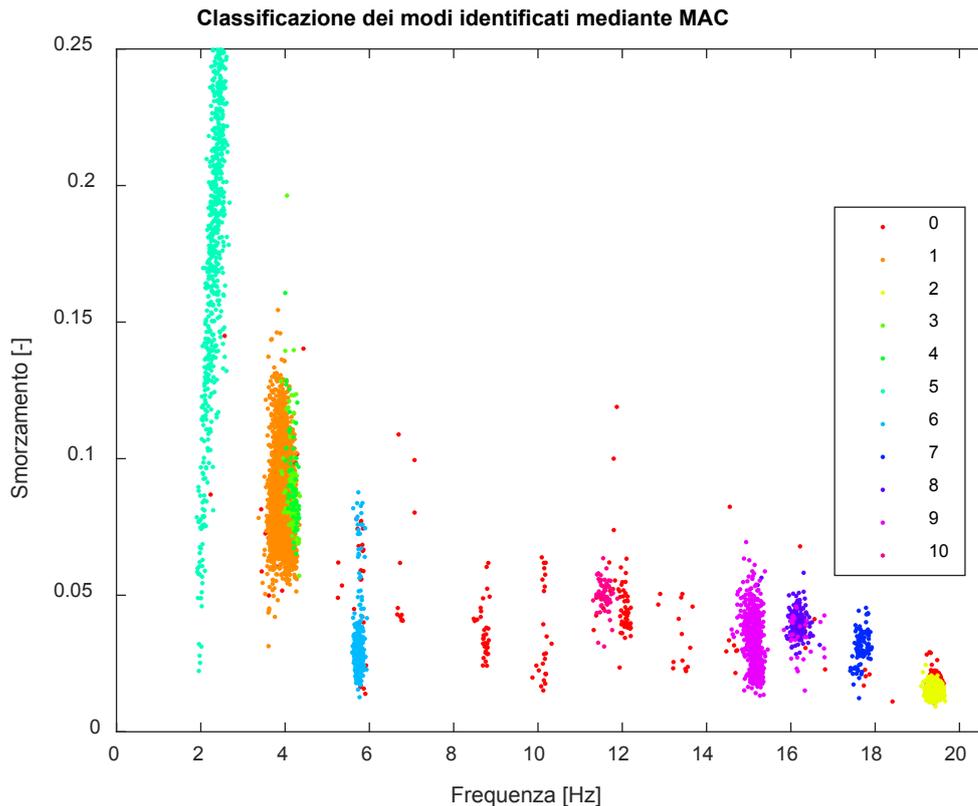
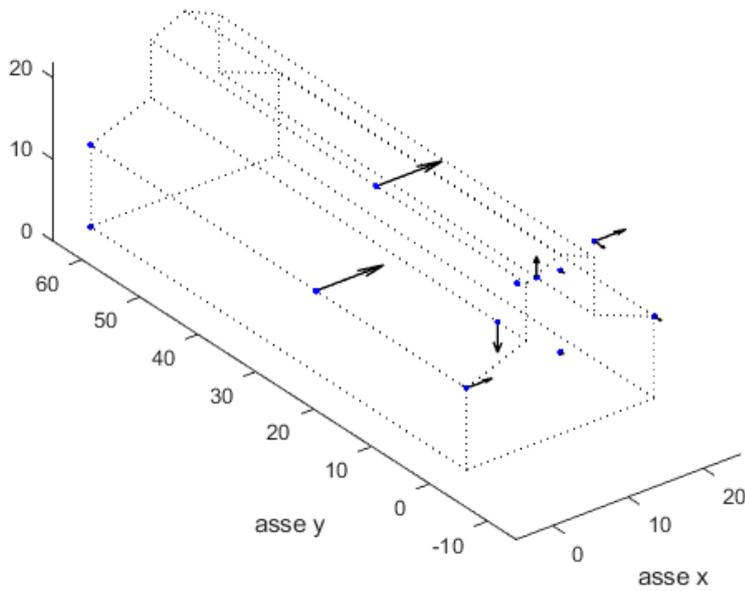


Figura 7.15: Classificazione a seguito dell'applicazione del MAC ai modi precedentemente classificati mediante la funzione DBSCAN

Come si evince dal grafico 7.14, non solo il MAC conferma i modi che erano stati ipotizzati sulla base del diagramma delle occorrenze, ma definisce anche una discretizzazione dei gruppi tale da segnalare la presenza di due diversi modi concentrati attorno alla frequenza di 4 Hz. Tuttavia rimane necessario l'intervento ingegneristico per definire quali di essi siano strutturali e di che tipologia di modi si tratti. È stata quindi effettuata la stima delle coordinate medie modali e i risultati sono poi stati rappresentati su un modello strutturale schematico.

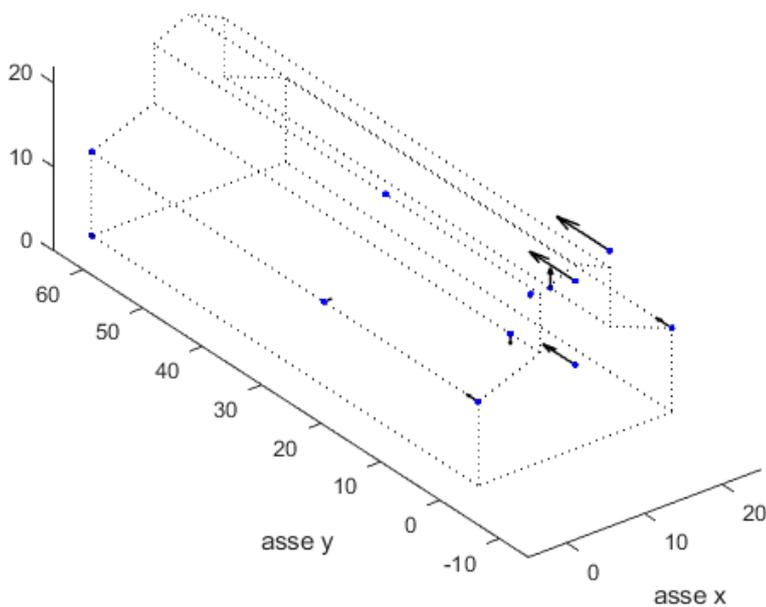
Procedendo con quest'analisi, mediante un giudizio ingegneristico su tutte le deformate plottate, sono stati individuati 7 modi strutturali, le cui caratteristiche e forme modali sono di seguito riportate. A fianco ad ogni grafico viene riportata una tabella riassuntiva delle principali caratteristiche dinamiche; si segnala come le coordinate modali siano già state normalizzate rispetto al valore massimo.



Modo 1		
Frequenza	Smorzamento	Coordinate
[Hz]	[-]	[-]
2.322	0.177	-0.017
		0.001
		0.011
		0.033
		1.000
		0.967
		-0.077
		0.381
		-0.131
		-0.079
		-0.066
		-0.409
		0.281
		-0.022
		0.460
		-0.203

Figura 7.16: Primo modo identificato

In figura 7.16 è stata rappresentata la forma modale corrispondente al cluster numero 5 (colore verde acqua). Come si può notare, si tratta del primo modo flessionale della navata. La frequenza media rilevata nel periodo di addestramento è di 2.3 Hz, come evidente dalla tabella a fianco.



Modo 2		
Frequenza	Smorzamento	Coordinate
[Hz]	[-]	[-]
3.947	0.084	-0.021
		-0.009
		0.021
		-0.015
		0.113
		0.045
		-0.224
		-0.003
		0.308
		0.859
		0.606
		-0.146
		0.266
		-0.051
		0.025
		1.000

Figura 7.17: Secondo modo identificato

In figura 7.17 è stata rappresentata la forma modale corrispondente al cluster numero 1 (colore arancione). Come si può notare, si tratta del modo proprio della facciata. La frequenza media rilevata nel periodo di addestramento è di 3.9 Hz, in linea con le attese.

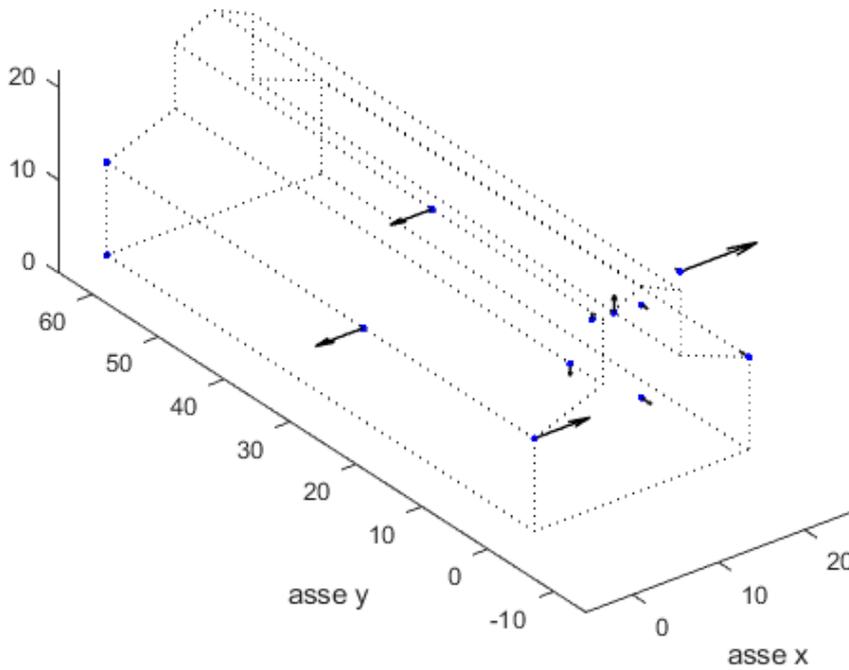
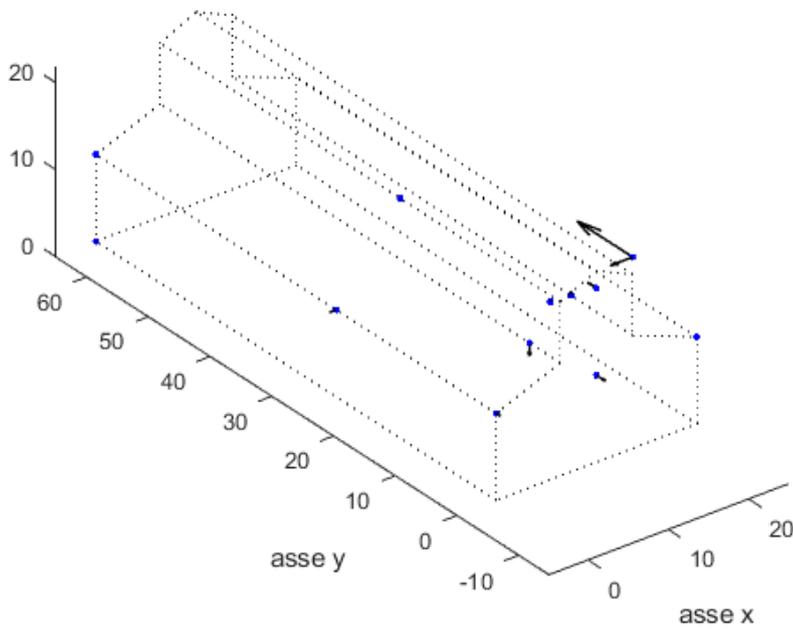


Figura 7.18: Terzo modo identificato

Modo 3		
Frequenza	Smorzamento	Coordinate
[Hz]	[-]	[-]
4.180	0.091	0.003
		0.005
		0.006
		0.037
		-0.619
		-0.542
		0.004
		0.719
		0.128
		-0.107
		-0.170
		-0.150
		0.215
		0.079
		1.000
		0.082

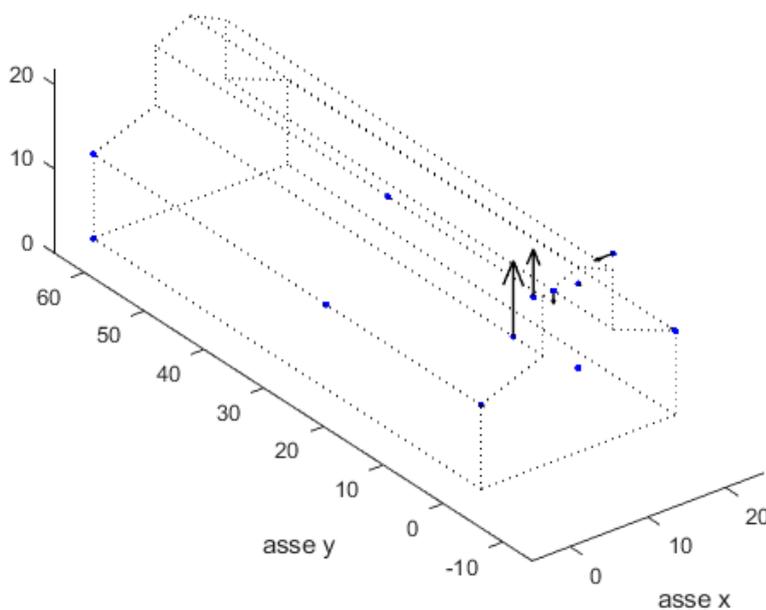
In figura 7.18 è stata rappresentata la forma modale corrispondente ai cluster numero 3 e 4 (colori verdi). In questo caso, i due cluster sono stati uniti in quanto simili nelle coordinate. I valori tabulati delle grandezze sono una media delle due classi. Come si può notare, si tratta del secondo modo della navata. La frequenza media rilevata nel periodo di addestramento è di 4.1 Hz.



Modo 4		
Frequenza	Smorzamento	Coordinate
[Hz]	[-]	[-]
5.750	0.030	0.005
		0.004
		-0.004
		0.000
		-0.089
		-0.016
		0.078
		0.053
		0.041
		0.161
		-0.164
		-0.167
		0.054
		0.016
		-0.310
		1.000

Figura 7.19: Quarto modo identificato

In figura 7.19 è stata rappresentata la forma modale corrispondente al cluster numero 6 (colore azzurro) e si tratta di uno dei modi del torrino. Non è possibile stabilire se sia un modo flessionale o torsionale dal momento che sul torrino era stato installato un singolo sensore bidirezionale all'apice del medesimo con l'unico scopo di rilevare l'accelerazione massima a quella quota. La frequenza media rilevata nel periodo di addestramento è di 5.7 Hz.



Modo 5		
Frequenza	Smorzamento	Coordinate
[Hz]	[-]	[-]
15.196	0.034	0.004
		0.000
		0.001
		0.007
		0.010
		0.004
		0.004
		0.021
		-0.003
		0.042
		-0.026
		1.000
		0.034
		0.487
		-0.024
		0.044

Figura 7.20: Quinto modo identificato

In figura 7.20 è stata rappresentata la forma modale corrispondente al cluster numero 9 (colore fucsia) e si tratta del primo modo della volta. La frequenza media rilevata nel periodo di addestramento è di 15.2 Hz.

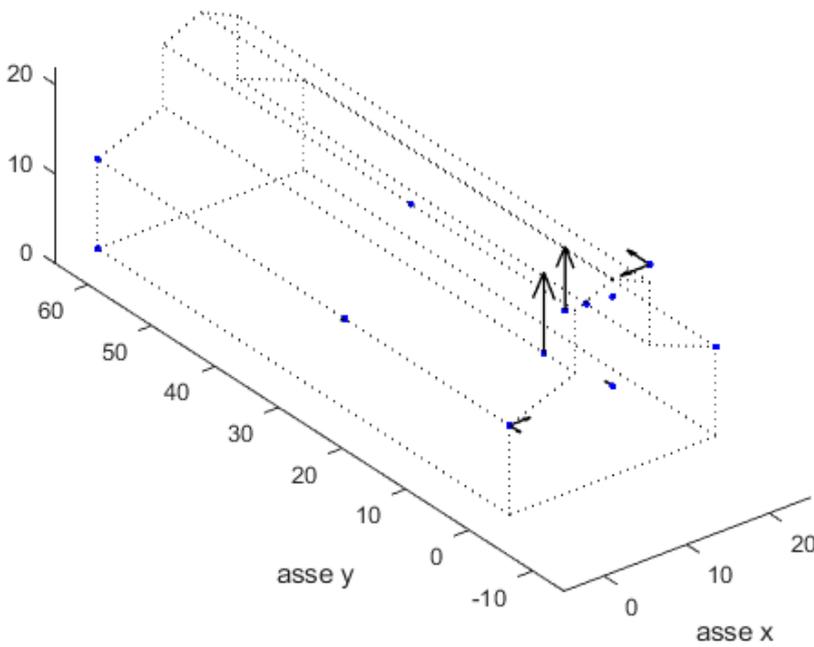


Figura 7.21: Sesto modo identificato

Modo 6		
Frequenza	Smorzamento	Coordinate
[Hz]	[-]	[-]
17.683	0.032	-0.011
		0.004
		0.007
		0.010
		-0.031
		-0.015
		0.058
		-0.031
		0.085
		-0.055
		0.000
		1.000
		-0.173
		0.629
		-0.274
		-0.012

In figura 7.21 è stata rappresentata la forma modale corrispondente ai cluster numero 7 e 8 (colori blu). I valori tabulati delle grandezze sono una media delle due classi. Come si può notare, si tratta del secondo modo della volta. La frequenza media rilevata nel periodo di addestramento è di 17.7 Hz.

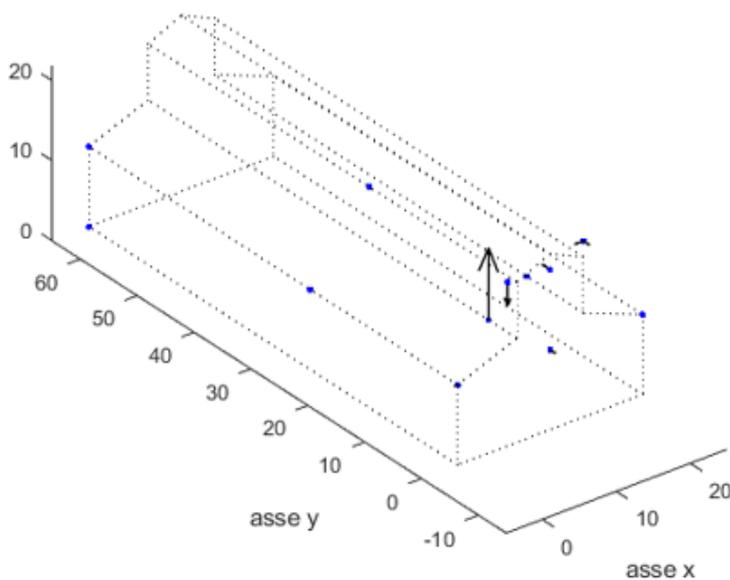


Figura 7.22: Settimo modo identificato

Modo 7		
Frequenza	Smorzamento	Coordinate
[Hz]	[-]	[-]
19.391	0.015	0.002
		-0.002
		0.001
		0.013
		0.002
		0.011
		0.022
		-0.058
		0.004
		0.157
		-0.108
		1.000
		0.025
		-0.325
		-0.131
		-0.121

In figura 7.22 è stata rappresentata la forma modale corrispondente al cluster numero 2 (colore giallo) e si tratta del terzo modo della volta. La frequenza media rilevata nel periodo di addestramento è di 19.4 Hz.

Ai fini dell'addestramento del classificatore, i risultati ottenuti sono stati riorganizzati all'interno di una matrice in cui ogni riga corrisponde ad un modo. Troviamo infatti al suo interno: frequenza, smorzamento, coordinate modali e classe. Tutti i modi non strutturali sono stati classificati all'interno di un cluster zero. In questo modo il classificatore riceverà in input le caratteristiche identificate dal programma e assocerà il corrispondente modo alla classe con la probabilità condizionata più alta. Per il calcolo della probabilità di appartenenza alla classe è stato scelto di valutare i 3 punti più vicini³³.

Nel grafico 7.15 i modi della fase di addestramento sono classificati utilizzando il KNN e si può verificare la sua correttezza e affidabilità dal momento che i gruppi sono in linea con quelli definiti allo step precedente.

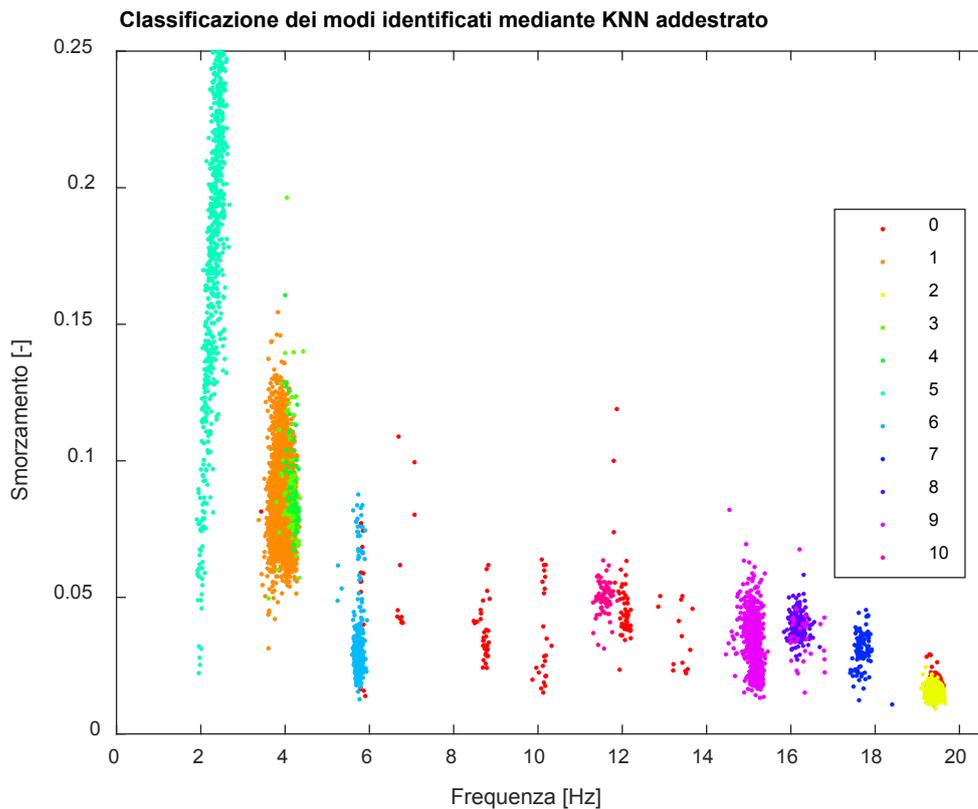


Figura 7.23: Rappresentazione della classificazione mediante KNN sui dati utilizzati nella fase di addestramento

Con il KNN così definito si è dunque proceduto con la modellazione e identificazione del resto dei dati disponibili, ovvero dal 12/06/2015 alle 10:23 fino al 31/12/2016 alle 10:50 . Dall'analisi sono stati ritrovati un totale di 92674 modi, classificati nelle 7 classi individuate in precedenza. Per mantenere anche una traccia temporale delle analisi, utile per la successiva fase di monitoraggio, oltre ai dati dinamici sono state anche salvate data e ora di ciascun modo rilevato.

³³ Per maggiori informazioni relativamente a questo passaggio si rimanda ai capitoli 3 e 4.

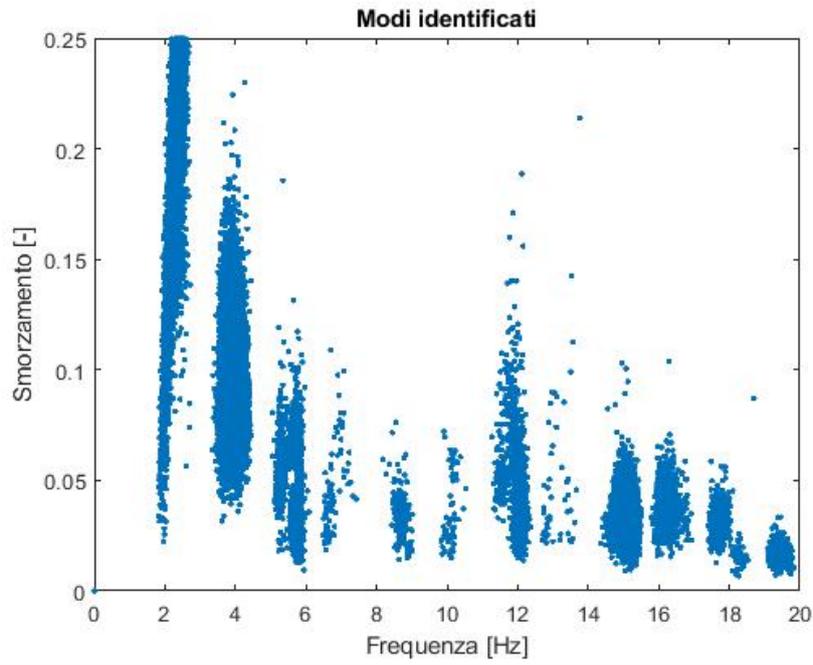


Figura 7.24: Modi identificati nel periodo tra giugno 2015 e dicembre 2016

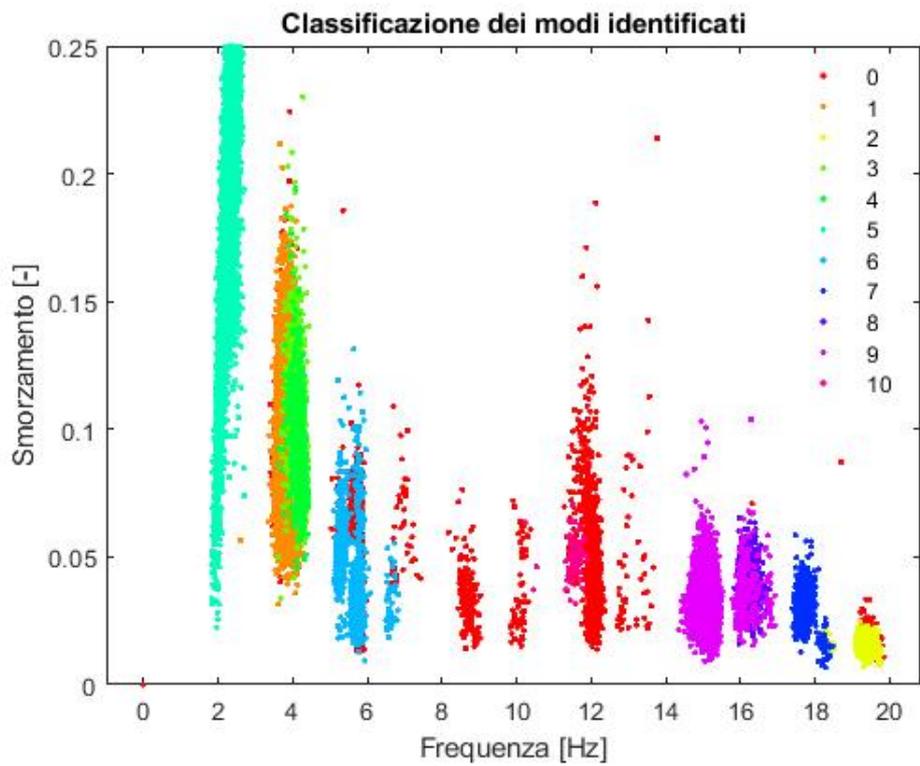


Figura 7.25: Classificazione mediante KNN dei modi identificati nel periodo compreso tra giugno 2015 e dicembre 2016

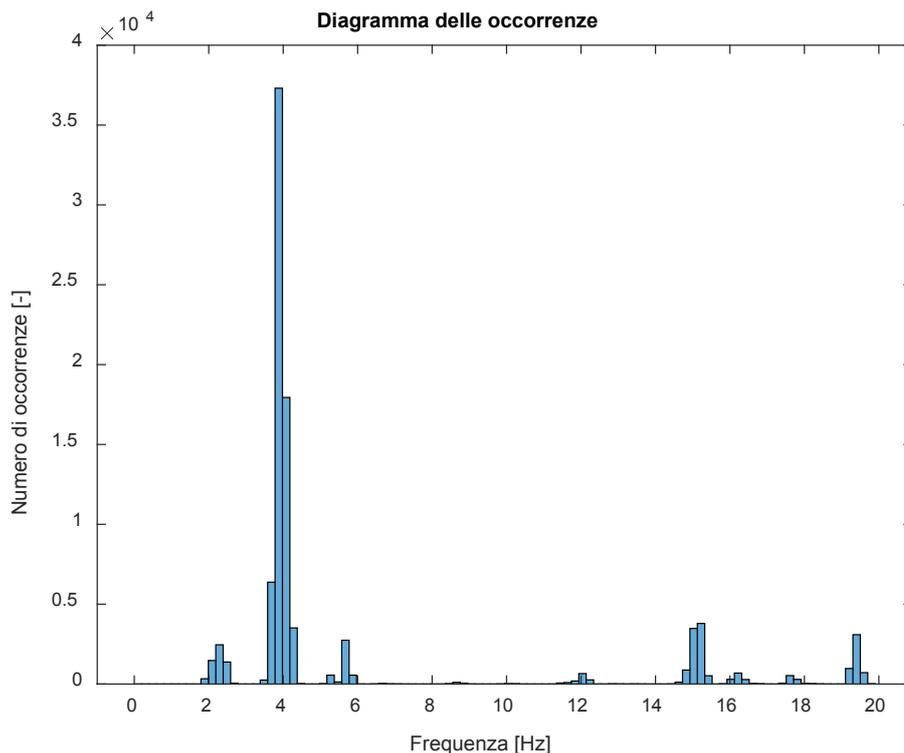


Figura 7.26: Diagramma delle occorrenze dei modi identificati nel periodo compreso tra giugno 2015 e dicembre 2016

Il diagramma delle occorrenze fornisce una prima importante conferma, ovvero l'esattezza dei modi identificati e in particolare delle loro frequenze di vibrazione in quanto perfettamente in linea con quanto rilevato dalla fase di addestramento.

Come ulteriore conferma, nel paragrafo successivo verranno graficizzate le deformate modali su un modellino semplificato di struttura e si potrà notare la totale somiglianza rispetto alle rispettive forme modali rappresentate nel corrente paragrafo.

7.5 Monitoraggio continuo nel tempo

La fase successiva dello studio consiste nel monitoraggio continuo della struttura nel tempo.

Come grandezze da monitorare si è optato per le frequenze proprie di ciascun modo e i relativi smorzamenti: avendo conservato i risultati relativi ad un intero anno è stato possibile tracciarne l'andamento nel tempo.

Nei grafici che seguono è stata inserita una linea rossa continua rappresentante il valore medio della frequenza, o dello smorzamento, in modo tale da evidenziare particolari trend o salti.

Modo 1

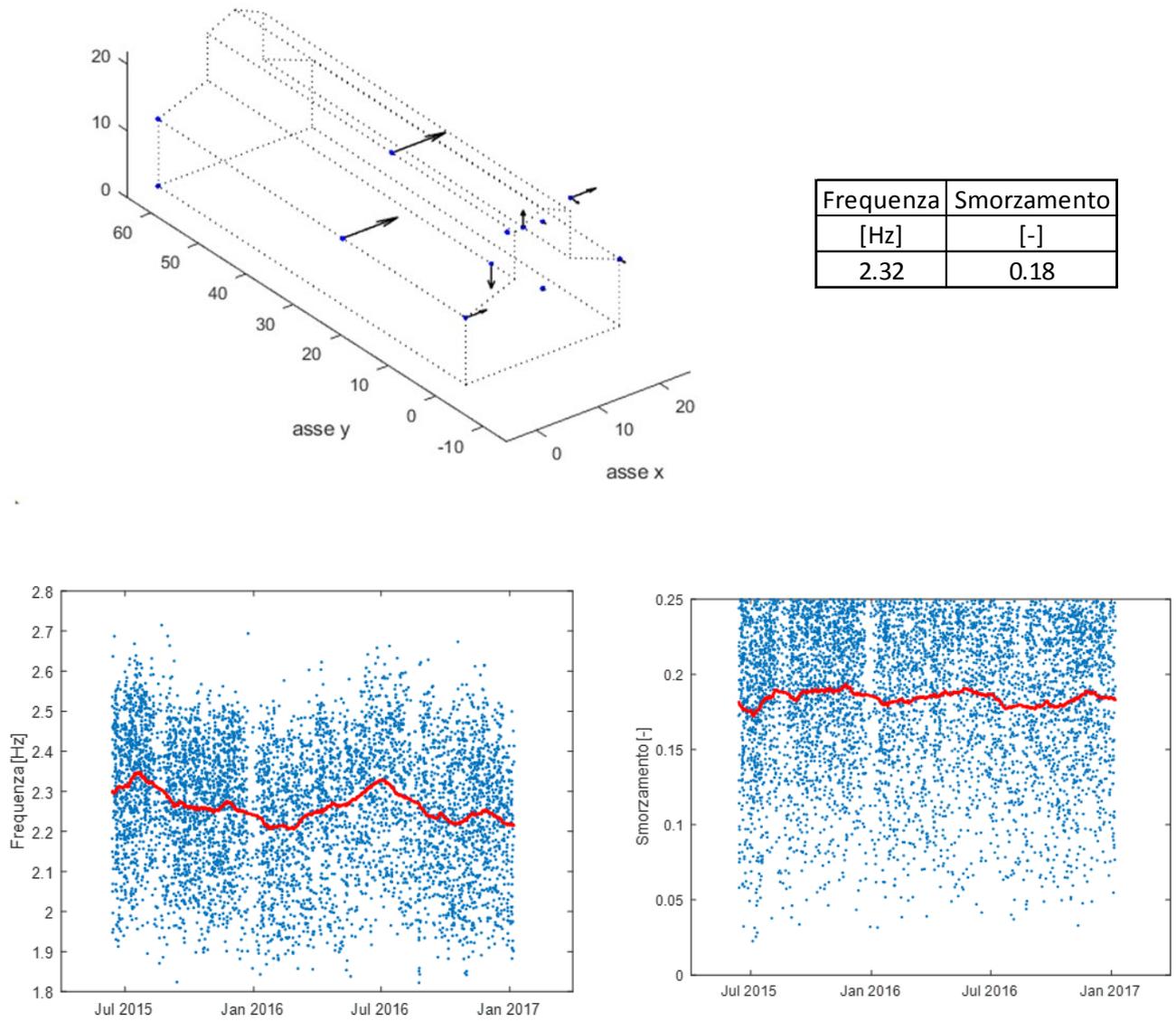


Figura 7.27: Rappresentazione della deformata modale (sopra), dell'andamento della frequenza nel tempo (sotto a sinistra) e dell'andamento dello smorzamento nel tempo (sotto a destra) del primo modo della navata

Modo 2

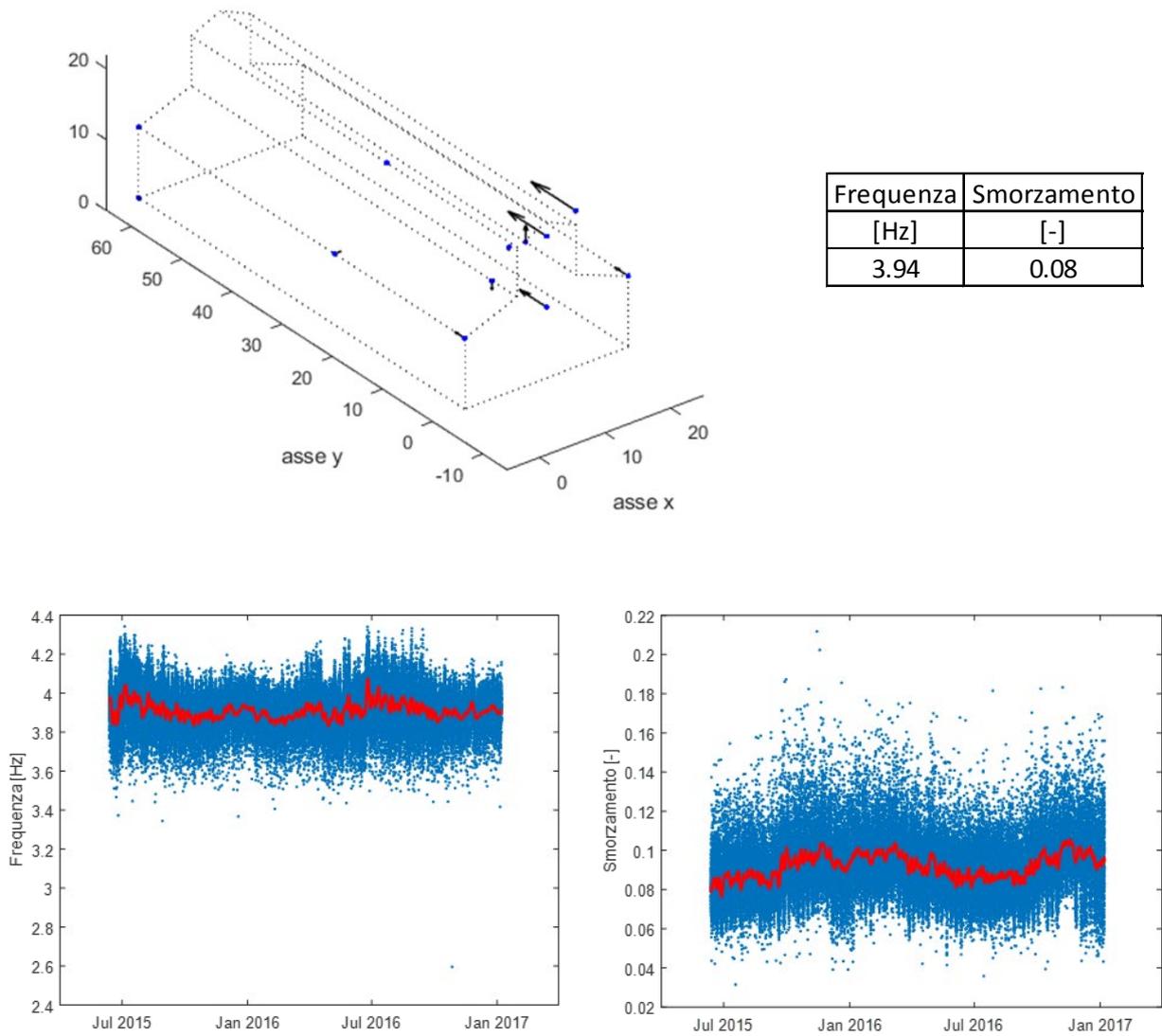


Figura 7.28: Rappresentazione della deformata modale (sopra), dell'andamento della frequenza nel tempo (sotto a sinistra) e dell'andamento dello smorzamento nel tempo (sotto a destra) del modo della facciata

Modo 3

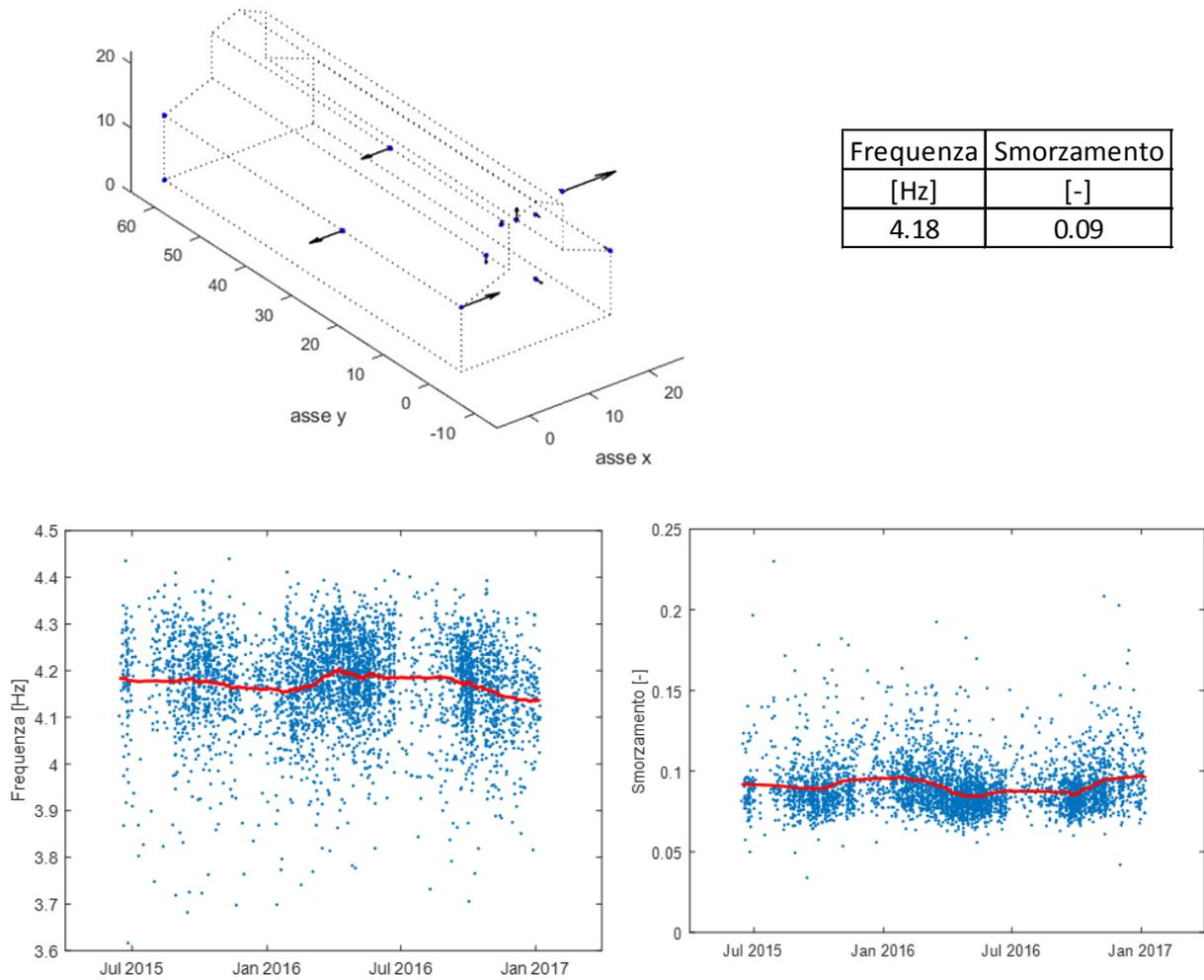


Figura 7.29: Rappresentazione della deformata modale (sopra), dell'andamento della frequenza nel tempo (sotto a sinistra) e dell'andamento dello smorzamento nel tempo (sotto a destra) del secondo modo della navata

Modo 4

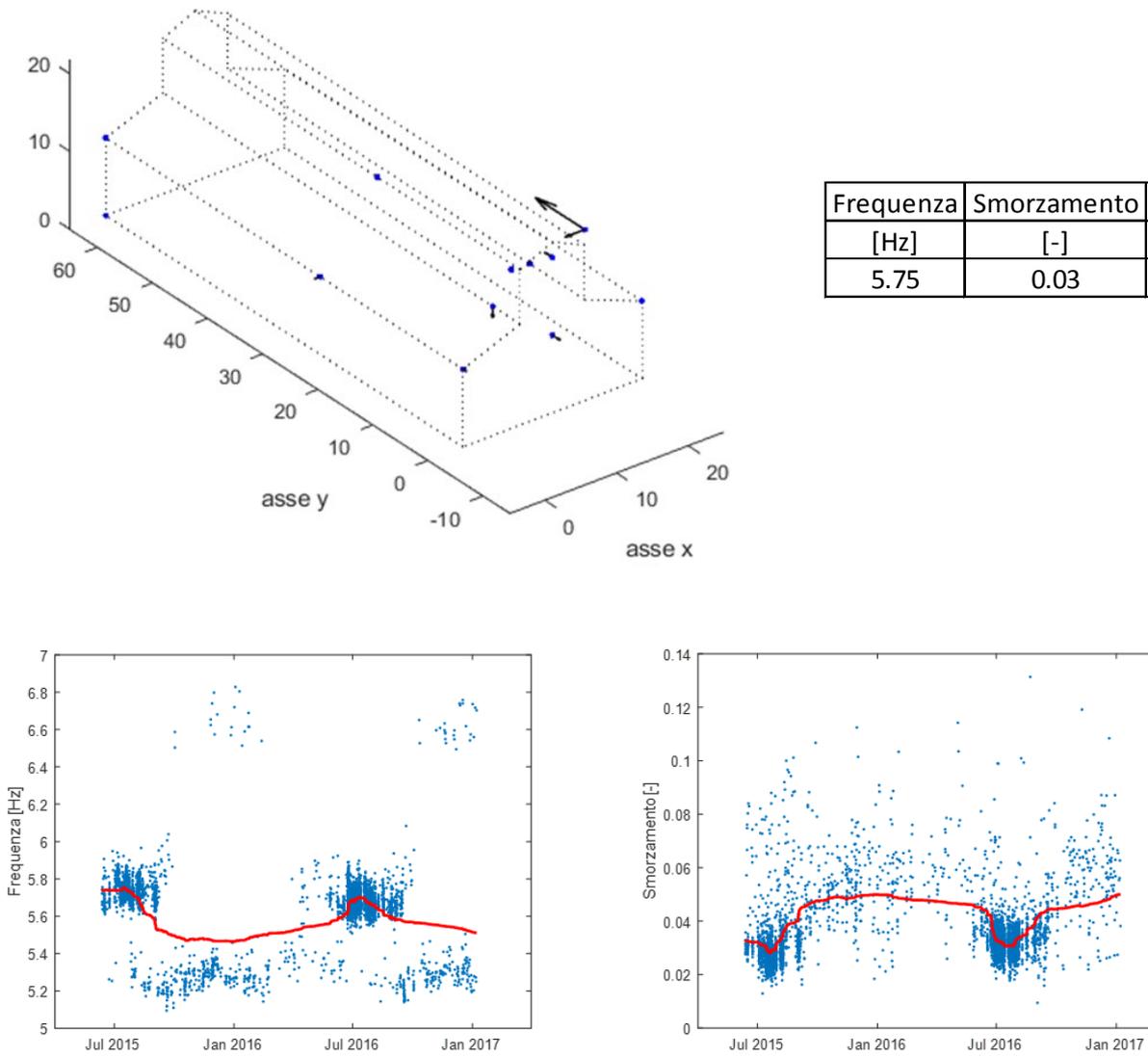


Figura 7.30: Rappresentazione della deformata modale (sopra), dell'andamento della frequenza nel tempo (sotto a sinistra) e dell'andamento dello smorzamento nel tempo (sotto a destra) del modo del torrino

Modo 5

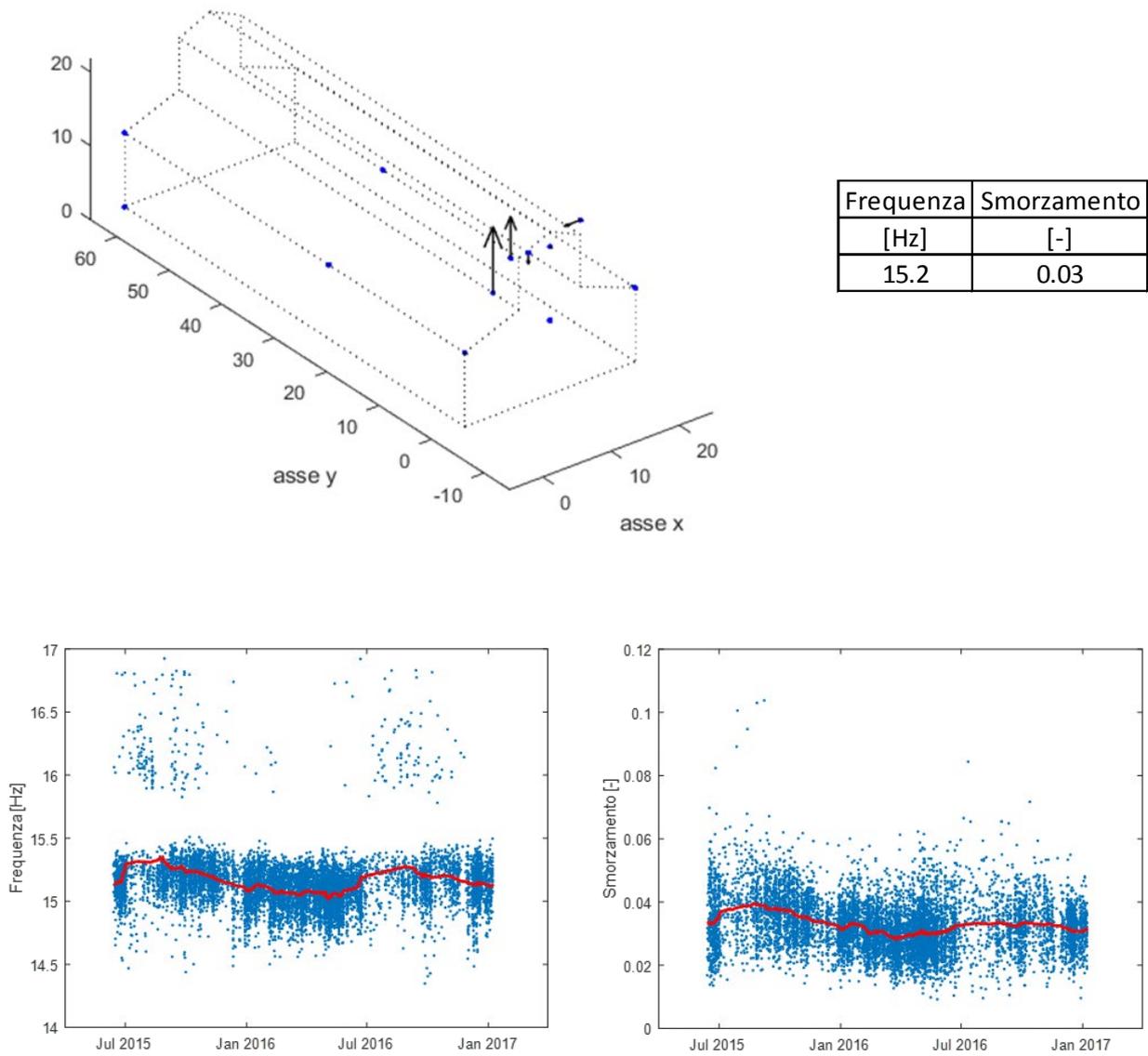


Figura 7.31: Rappresentazione della deformata modale (sopra), dell'andamento della frequenza nel tempo (sotto a sinistra) e dell'andamento dello smorzamento nel tempo (sotto a destra) del primo modo della volta

Modo 6

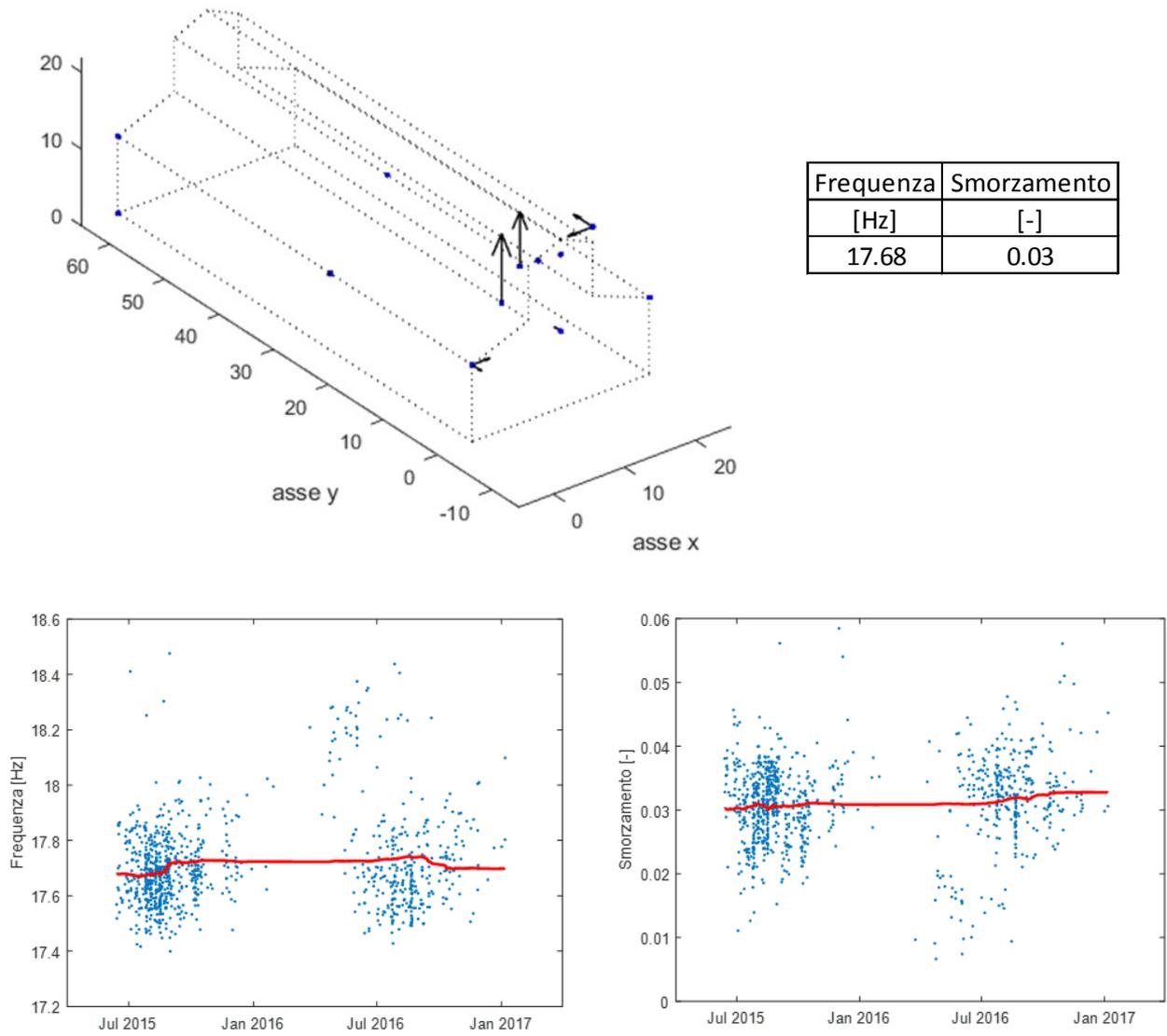


Figura 7.32: Rappresentazione della deformata modale (sopra), dell'andamento della frequenza nel tempo (sotto a sinistra) e dell'andamento dello smorzamento nel tempo (sotto a destra) del secondo modo della volta

Modo 7

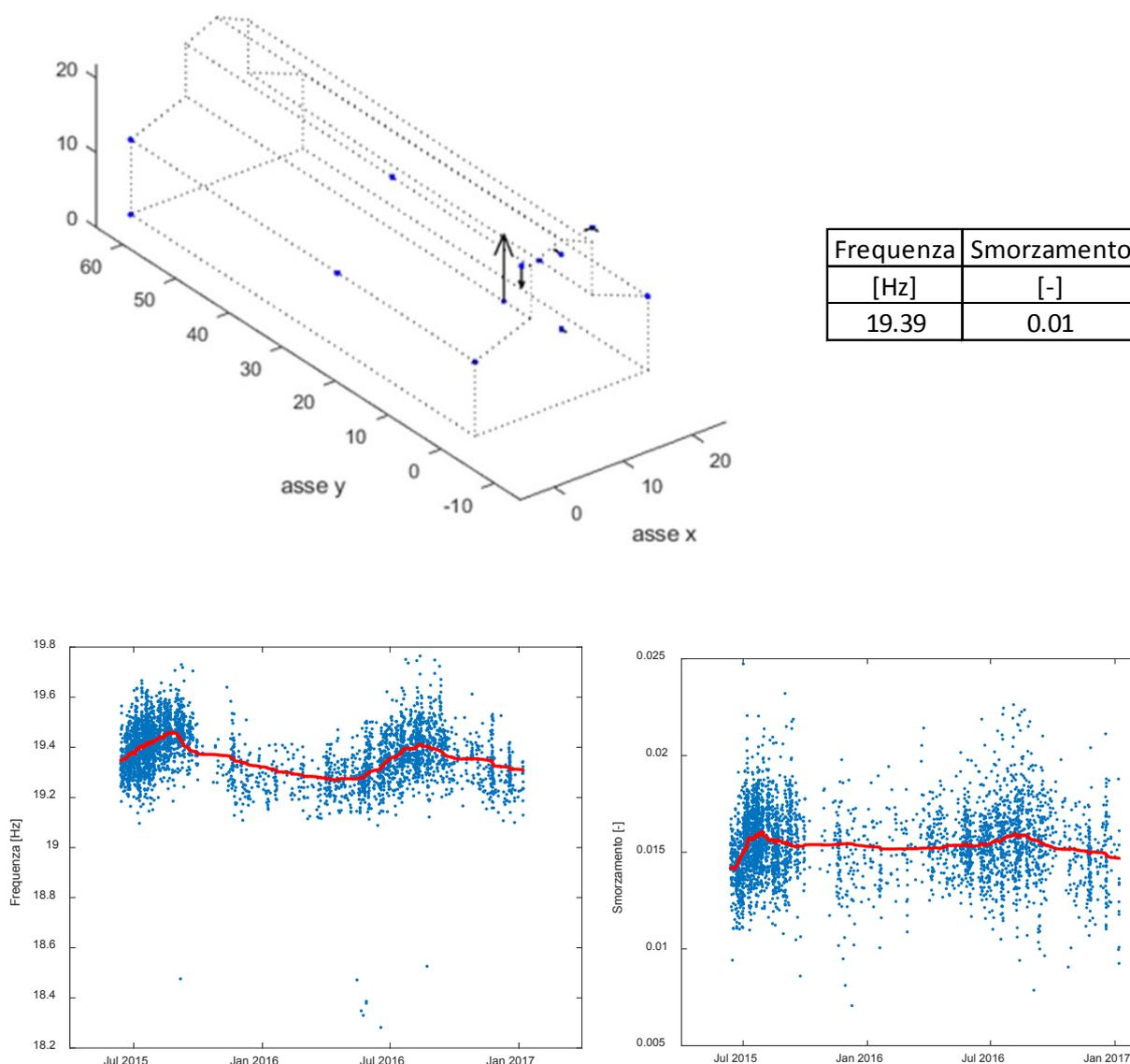


Figura 7.33: Rappresentazione della deformata modale (sopra), dell'andamento della frequenza nel tempo (sotto a sinistra) e dell'andamento dello smorzamento nel tempo (sotto a destra) del terzo modo della volta

Anche senza l'applicazione dell'algoritmo di monitoraggio in quasi tutti i modi sono evidenti dei trend stagionali, salti di frequenza o buchi nei grafici delle grandezze monitorate. Ciò fa supporre dell'esistenza di un'interazione con la temperatura. Pertanto, nel successivo paragrafo verrà inserita la temperatura negli stessi grafici in modo da verificarne l'influenza sul comportamento strutturale del Duomo.

7.6 Correlazione frequenza-temperatura

Come anticipato nel paragrafo precedente, gli andamenti di frequenza e smorzamento fanno supporre che vi sia, come nel caso della Ghirlandina, una correlazione con la temperatura ambientale rilevata. Sono quindi di seguito riportati i diagrammi di monitoraggio con la temperatura ad essi sovrapposta: nei grafici la linea rossa continua rappresenta il valor medio della grandezza di riferimento, mentre con la linea arancione tratteggiata si rappresenta l'andamento della temperatura media oraria.

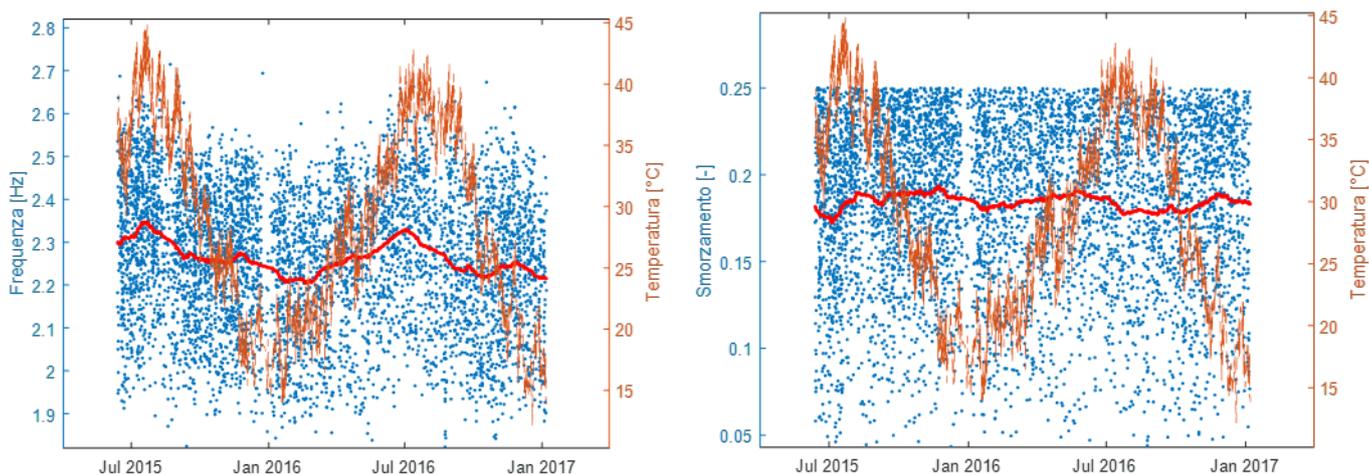


Figura 7.34: Sovrapposizione tra temperatura rilevata e grandezze dinamiche monitorate del primo modo della navata

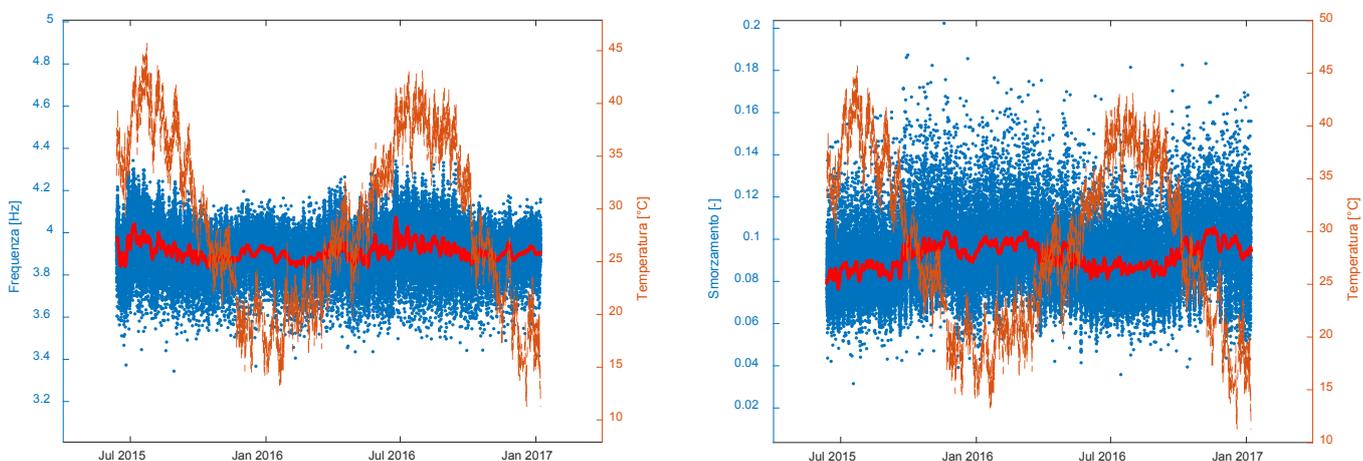


Figura 7.35: Sovrapposizione tra temperatura rilevata e grandezze dinamiche monitorate del modo della facciata

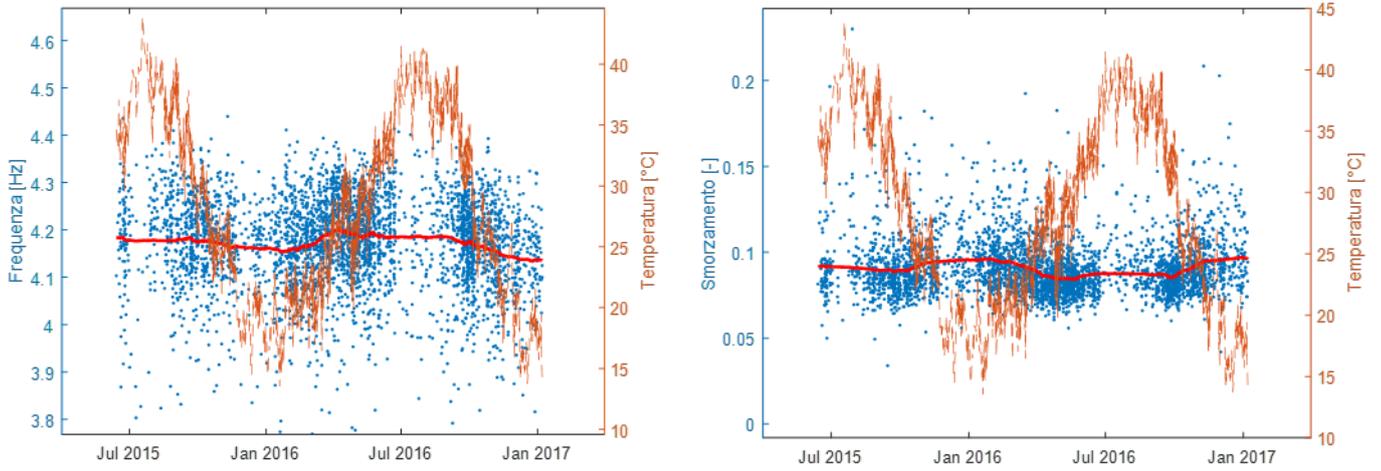


Figura 7.36: Sovrapposizione tra temperatura rilevata e grandezze dinamiche monitorate del secondo modo della navata

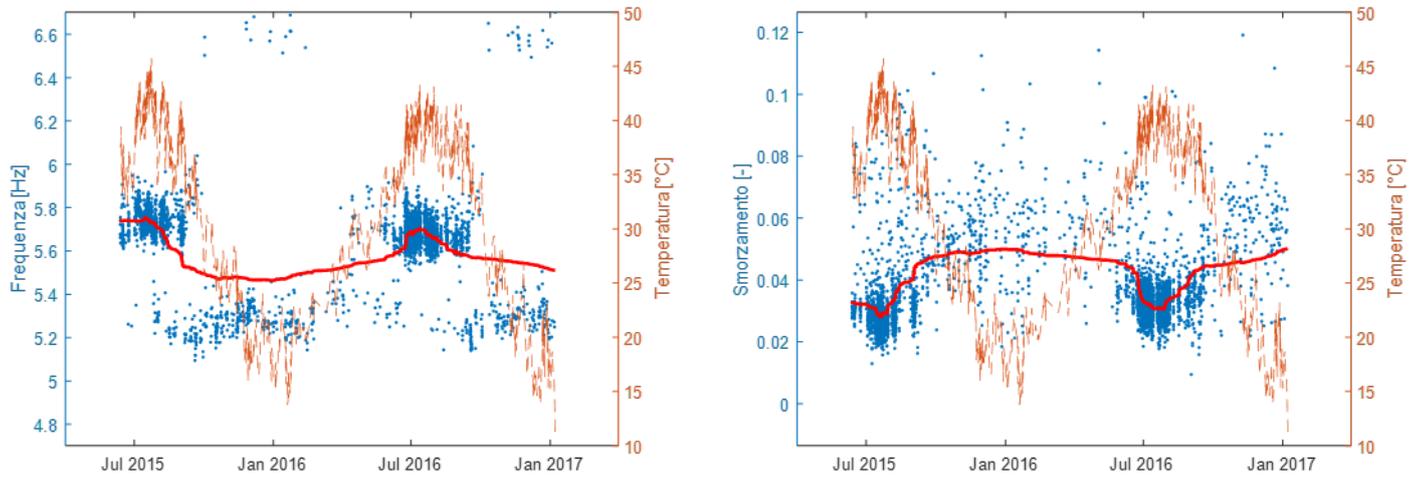


Figura 7.37: Sovrapposizione tra temperatura rilevata e grandezze dinamiche monitorate del modo del torrino

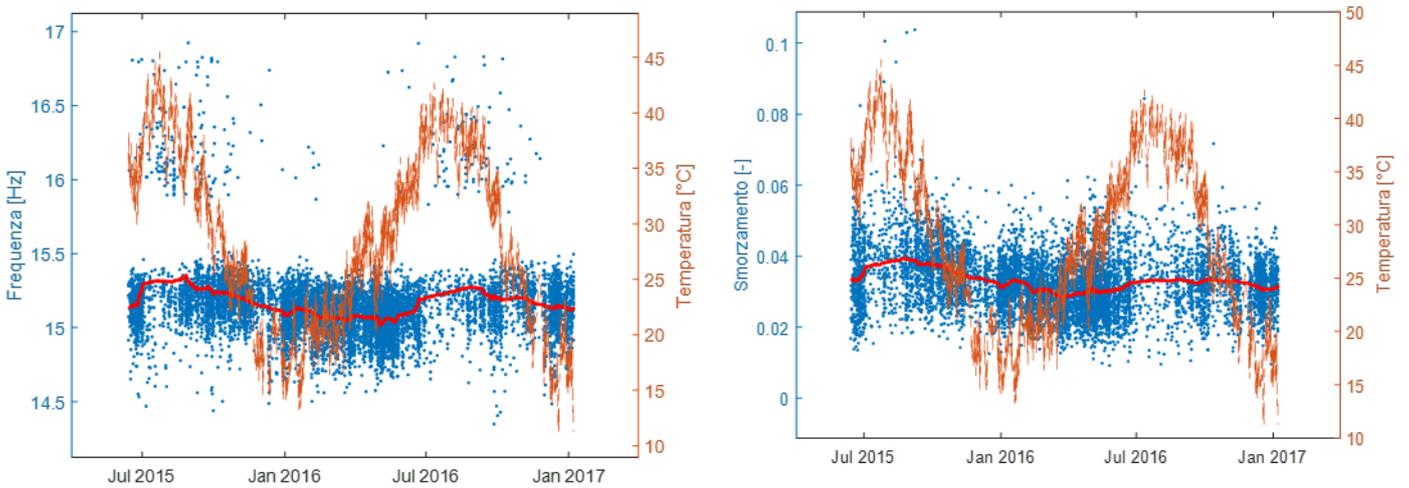


Figura 7.38: Sovrapposizione tra temperatura rilevata e grandezze dinamiche monitorate del primo modo della volta

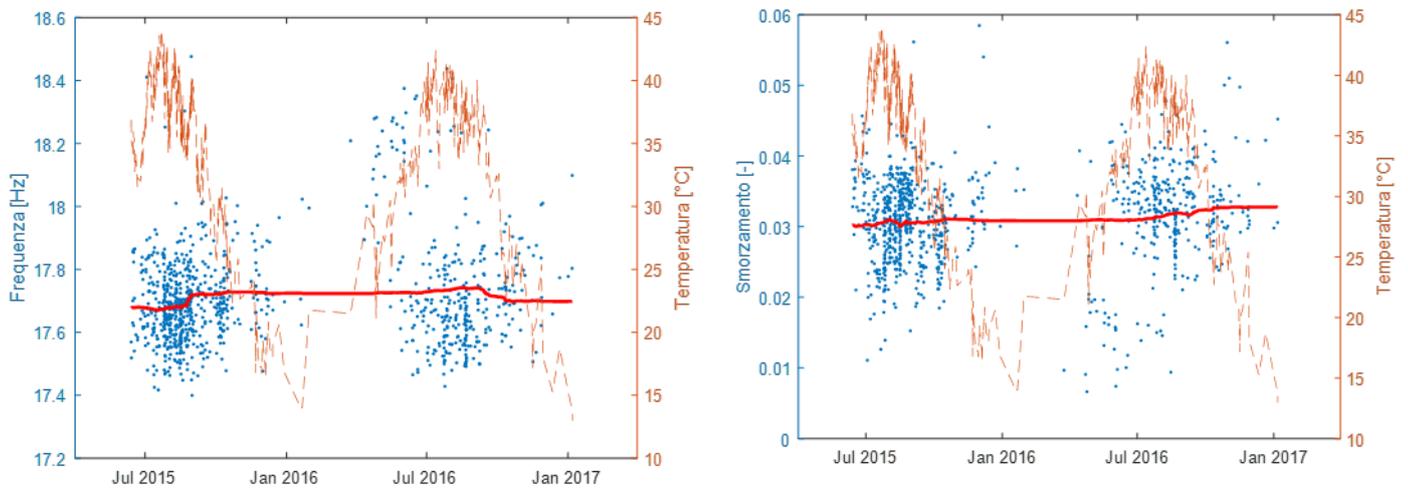


Figura 7.39: Sovrapposizione tra temperatura rilevata e grandezze dinamiche monitorate del secondo modo della volta

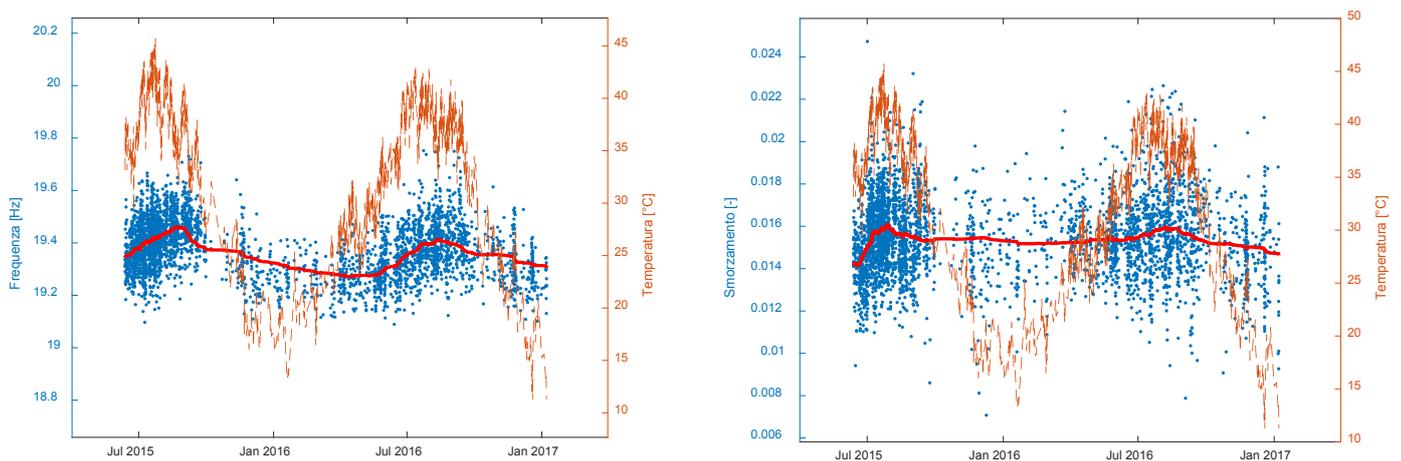


Figura 7.40: Sovrapposizione tra temperatura rilevata e grandezze dinamiche monitorate del terzo modo della volta

Dai grafici sopra riportati appare evidente che vi sia una correlazione, un legame, tra la temperatura e le grandezze dinamiche analizzate: in generale, tutte le alterazioni dalla norma, quali ad esempio salti, buchi o addensamento di punti, sono rilevate quando la temperatura è nei pressi dei picchi massimi. Il raggiungimento di tale conclusione giustificherebbe l'applicazione dell'algoritmo di segnalazione delle novelty testato sulla Ghirlandina. Tuttavia, tale applicazione esce dallo scopo di questo secondo caso studio: come anticipato, in questo paragrafo si voleva semplicemente provare la robustezza e l'applicabilità a qualsiasi tipologia di struttura dell'algoritmo di identificazione dinamica e classificazione dei modi. L'obiettivo risulta essere pienamente raggiunto considerando il fatto che le stesse deformate modali, compresi i valori della frequenza media, sono confermate in letteratura. A tal proposito, riscontri positivi possono essere individuati nella Tesi di Laurea Magistrale di M. Rovesti "*Seismic vulnerability of historical and monumental buildings*"³⁴, in cui il candidato analizzò le forme modali del Duomo di Modena mediante un modello FEM: le forme modali e le frequenze proprie dei modi da lui identificati coincidono con quelle ritrovate in questo elaborato, il che fa supporre l'esattezza delle analisi.

³⁴ M. Rovesti, "*Seismic vulnerability of historical and monumental buildings*", Politecnico di Torino, 2020

8. Conclusioni

Nel quadro generale del patrimonio nazionale assume grande importanza la gestione, la salvaguardia e il recupero delle strutture sensibili, strategiche e di rilevanza storico-culturale. L'obiettivo del monitoraggio consiste nel preservare, controllare nel tempo ed effettuare periodiche verifiche di sicurezza di tali strutture.

La richiesta via via maggiore di interventi legati al monitoraggio ha spinto, nell'ambito di questa tesi, a sviluppare un programma in grado di sfruttare algoritmi di machine learning per la sorveglianza automatica delle strutture.

Si è quindi scritto un algoritmo in ambiente MATLAB in grado di riconoscere eventuali cambiamenti del comportamento dinamico di una struttura monitorata nel tempo: il programma partendo da un database di segnali di dimensioni sufficienti a consentire l'addestramento dell'algoritmo, non solo è in grado di identificare e classificare i modi propri di vibrare della struttura analizzata, ma sviluppa anche un monitoraggio statistico delle grandezze dinamiche, segnalando eventuali variazioni della risposta strutturale (novelty). In seguito a tale segnalazione, un secondo algoritmo di monitoraggio, addestrato su un anno di dati invece che su due mesi, correla le grandezze monitorate in precedenza con altre grandezze fisiche, in modo tale da valutare effetti ciclici stagionali ed eliminare la presenza di falsi positivi.

La validità dell'intero algoritmo è stata valutata mediante lo studio di alcune strutture reali.

La prima struttura su cui si è indagato è stata la Ghirlandina di Modena. I diagrammi di monitoraggio ottenuti hanno dimostrato come la torre sia affetta da un comportamento dinamico dipendente dalla temperatura. Dallo studio di due diversi set di dati provenienti da due differenti intervalli temporali di misurazione, il primo nel biennio 2015-2016 e il secondo nel biennio 2012-2013, si è inoltre concluso che si tratti di un comportamento ciclico con cadenza annuale, di conseguenza non definibile come novelty.

Il fenomeno è risultato particolarmente evidente per il primo modo torsionale, dove nei mesi invernali si assiste ad un salto di 0.35 Hz della frequenza di vibrazione, passando da una media di 3.35 Hz ad una di 3.70 Hz.

Poiché non è presente una rilevante variazione della massa del sistema, la causa di tale cambiamento risiede in una variazione stagionale dell'interazione tra la Ghirlandina e il Duomo.

Questi risultati trovano numerose conferme dagli studi condotti in passato e rintracciabili in letteratura.

Al fine di testare la robustezza, la generalità e l'applicabilità del metodo studiato a qualsiasi tipologia strutturale, si è indagato su una seconda struttura completamente diversa dalla prima: il Duomo di Modena. I risultati ottenuti non hanno mostrato interessanti comportamenti correlabili alla temperatura, ma hanno comunque confermato la bontà, la precisione e l'affidabilità dell'algoritmo di identificazione dinamica e di classificazione. I modi strutturali identificati mostrano, infatti, delle deformate modali e delle frequenze proprie di vibrazione perfettamente in linea con quelle rintracciabili in letteratura da studi condotti su un modello agli elementi finiti.

L'utilizzo di algoritmi di machine learning e di novelty-detection, ha permesso di ottenere un programma efficiente in grado di elaborare grandi quantità di segnali in poco tempo: infatti, per l'elaborazione di un anno di dati della Ghirlandina, corrispondenti a circa 60 GB di segnali, sono risultate sufficienti appena 4 ore di calcolo, mentre per il Duomo sono state necessarie 6 ore di calcolo, complice la maggiore complessità del sistema di monitoraggio e un volume di dati pari a circa 80 GB.

La grande capacità di calcolo mostrata rende ipotizzabile l'applicazione del programma sia nel caso di un monitoraggio in diretta delle strutture, con risultati disponibili in pochi secondi e senza la necessità di

salvare grandi quantità di dati, sia nel caso di un monitoraggio a posteriori, su dati raccolti nel tempo per lo studio o l'approfondimento di eventuali fenomeni.

Inoltre, la capacità dell'algoritmo di offrire un monitoraggio in continuo permette di individuare salti, trend o variazioni temporali delle grandezze che non potrebbero essere rilevate mediante un monitoraggio discontinuo basato su misurazioni sporadiche nel tempo.

Benché nell'ambito di questo elaborato sia stata provata e dimostrata la funzionalità e la versatilità dell'algoritmo di novelty detection studiato per le applicazioni al monitoraggio strutturale, sono numerosi gli sviluppi che possono essere immaginati. Ad esempio si può pensare di non fermarsi esclusivamente alla segnalazione delle eventuali novelty, ma di proporre un monitoraggio sintomatico, ovvero in grado di giudicare a cosa esse siano dovute, verificarne l'importanza e valutarne l'impatto sulla sicurezza strutturale. Inoltre, in questa tesi è stata affrontata la correlazione con la sola temperatura, ma è ipotizzabile anche uno studio delle correlazioni tra più grandezze, introducendo altri parametri strutturali statici o dinamici e altri fattori ambientali, in modo tale da affinare e migliorare l'algoritmo di segnalazione delle novelty.

Come si può notare, si tratta quindi di un metodo valido, rivoluzionario e di grande impatto nel sempre più attuale mondo del monitoraggio, anche se ancora in via di sviluppo. Il crescente interesse circa l'utilizzo del machine learning in ambito civile per la valutazione della sicurezza strutturale fa comunque supporre un suo imminente e largo utilizzo nella gestione e nella sorveglianza delle strutture e delle infrastrutture.

Ringraziamenti

Dietro ad un lavoro come quello presentato in questo elaborato non vi è solo un'attività di studio e ricerca della durata di qualche mese, ma un lungo ed impegnativo percorso, fatto di molteplici ostacoli e difficoltà. Giungere alla conclusione di un simile percorso non è frutto esclusivamente del mio impegno, ma di un grande insieme di persone che da sempre mi sono vicine e mi supportano. È quindi doveroso, al termine di questo elaborato, ringraziare tutti coloro che lo hanno reso possibile.

In primo luogo occorre ringraziare il professor Donato Sabia, relatore di questa tesi, per l'opportunità concessami, la grande e continua disponibilità nel risolvere dubbi ed incertezze e la collaborazione durante lo sviluppo di ogni fase del progetto. Analogamente, un grande ringraziamento va anche all'ing. Antonino Quattrone, co-relatore di questa tesi, per la disponibilità, la collaborazione ed i consigli fornitomi dal punto di vista tecnico, soprattutto per l'implementazione dell'algoritmo in ambiente MATLAB.

Un sentito e doveroso ringraziamento va riservato a tutti i miei famigliari, in particolare a mia madre Susanna e a mio padre Giovanni, per il continuo e interminabile sostegno morale ed economico, senza i quali sicuramente non sarei riuscito ad arrivare a questo risultato.

Un naturale ringraziamento è dedicato a Milva e alla sua famiglia, per l'aiuto, il supporto e l'incoraggiamento fornitomi durante tutti questi anni pieni di impegni ed imprevisti.

Un ringraziamento speciale va poi diretto a tutti i miei amici del Canavese, terra in cui sono nato e cresciuto, per il persistente sostegno psicologico e sociale che da anni mi offrono sia nei momenti di difficoltà sia in quelli di felicità grazie alla loro spensieratezza e vivacità.

Infine, una dedica particolare è rivolta a tutti i colleghi universitari per la costante collaborazione e i lunghi momenti di confronto, fondamentali per il raggiungimento di questo traguardo finale.

Indice delle figure e delle tabelle

Figura 2.1: Esempio di regressione lineare semplice	7
Figura 2.2: Esempio di regressione non-lineare	8
Figura 2.3: Funzione della regressione logistica	8
Figura 2.4: Esempi di Peak Picking.....	12
Figura 2.5: Esempio di modellazione di una serie temporale	12
Figura 2.6: Grafico della distribuzione normale con cambiamento della varianza	14
Figura 2.7: Relazione tra variabile Z ed area sottesa.....	15
Figura 3.1: Esempio semplificato di albero decisionale	20
Figura 3.2: partizione dello spazio delle misure in regioni decisionali	22
Figura 3.3: Esempio di KNN	23
Figura 3.4: Stima delle soglie e delle funzioni di densità di probabilità	27
Figura 3.5: Esempio di k-means clustering	28
Figura 3.6: Esempio di SVM	28
Figura 4.8: Variazione della forma del filtro al variare dell'ordine.....	35
Figura 4.9: Significato del parametro k	43
Tabella 5.1: Specifiche degli accelerometri utilizzati.....	47
Immagine 5.10: Sensore utilizzato nel sistema di monitoraggio.....	48
Figura 5.1: Rappresentazione del sistema di acquisizione delle accelerazioni	48
Tabella 5.2: Tabella riassuntiva dei coefficienti degli accelerometri	48
Figura 5.2: Rappresentazione del segnale nel dominio del tempo (sinistra) e la relativa PSD (destra).....	49
Figura 5.3: Zoom sulla PSD del segnale sopra riportato nell'intervallo di studio.....	50
Figura 5.4: Rappresentazione del segnale decampionato nel dominio del tempo.....	50
Figura 5.5: Sovrapposizione nel dominio del tempo tra il segnale originale (in rosso) e il segnale decampionato (in giallo).....	51
Figura 5.6: Forma del filtro applicato al segnale	51
Figura 5.7: Sovrapposizione nel dominio del tempo tra il segnale filtrato (in giallo) e il segnale originale (in rosso)	52
Figura 5.8: Andamento del R^2 al variare dell'ordine p del modello	53
Figura 5.9: Andamento del RSE al variare dell'ordine p del modello	53
Figura 5.10: Andamento del R^2 al variare della dimensione N del modello.....	54
Figura 5.11: Andamento del RSE al variare della dimensione N del modello	54
Figura 5.12: Sovrapposizione del segnale originale e del segnale stimato dal modello per il segnale registrato dal canale 1 il 27/11/2015 a partire dalle ore 20:23:33	55
Figura 5.13: Sovrapposizione del segnale originale e del segnale stimato dal modello per il segnale registrato dal canale 1 il 15/06/2016 a partire dalle ore 12:58:16	55
Figura 5.14: Modi identificati nell'intervallo temporale compreso tra novembre 2015 e dicembre 2015 ...	56
Figura 5.15: Diagramma delle occorrenze relativo ai modi identificati nell'intervallo temporale compreso tra novembre 2015 e dicembre 2015.....	57
Figura 5.16: Classificazione a seguito dell'applicazione del DBSCAN ai modi identificati nell'intervallo temporale compreso tra novembre 2015 e dicembre 2015	58
Figura 5.17: Classificazione a seguito dell'applicazione del MAC ai modi precedentemente classificati mediante la funzione DBSCAN	59

Figura 5.18: Primo modo flessionale in y	60
Figura 5.19: Primo modo flessionale in x	60
Figura 5.20: Secondo modo flessionale in y	61
Figura 5.21: Secondo modo flessionale in x	62
Figura 5.22: Primo modo torsionale.....	62
Figura 5.23: Esempio di modo non strutturale.....	63
Tabella 5.3	63
Figura 5.24: Rappresentazione della classificazione mediante KNN sui dati utilizzati nella fase di addestramento	64
Figura 5.25: Modi identificati nel periodo tra novembre 2015 e ottobre 2016.....	64
Figura 5.26: Classificazione mediante KNN dei modi identificati nel periodo compreso tra novembre 2015 e ottobre 2016.....	65
Figura 5.27: Diagramma delle occorrenze dei modi identificati nel periodo compreso tra novembre 2015 e ottobre 2016.....	65
Tabella 5.4	66
Figura 5.28: Distribuzione della frequenza del primo modo flessionale in x	66
Figura 5.29: Distribuzione della frequenza del primo modo torsionale.....	67
Figura 5.30: Distribuzione temporale della frequenza e dello smorzamento del primo modo flessionale in y	68
Figura 5.31: Distribuzione temporale della frequenza e dello smorzamento del primo modo flessionale in x	68
Figura 5.32: Distribuzione temporale della frequenza e dello smorzamento del secondo modo flessionale in Y	69
Figura 5.33: Distribuzione temporale della frequenza e dello smorzamento del secondo modo flessionale in x	69
Figura 5.34: Distribuzione temporale della frequenza e dello smorzamento del primo modo torsionale.....	70
Figura 5.35: A destra l'andamento della frequenza e a sinistra il diagramma delle occorrenze del primo modo flessionale in y.....	70
Figura 5.36: A destra l'andamento della frequenza e a sinistra il diagramma delle occorrenze del primo modo flessionale in x.....	71
Figura 5.37: A destra l'andamento della frequenza e a sinistra il diagramma delle occorrenze del primo modo flessionale in y.....	71
Figura 5.38: A destra l'andamento della frequenza e a sinistra il diagramma delle occorrenze del primo modo flessionale in x.....	72
Figura 5.39: A destra l'andamento della frequenza e a sinistra il diagramma delle occorrenze del primo modo flessionale in y.....	72
Figura 5.41: Rappresentazione della correlazione tra temperatura e grandezze dinamiche del primo modo flessionale in x	73
Figura 5.40: Rappresentazione della correlazione tra temperatura e grandezze dinamiche del primo modo flessionale in y	73
Figura 5.43: Rappresentazione della correlazione tra temperatura e grandezze dinamiche del secondo modo flessionale in x.....	74
Figura 5.44: Rappresentazione della correlazione tra temperatura e grandezze dinamiche del primo modo torsionale.....	74

Figura 5.42: Rappresentazione della correlazione tra temperatura e grandezze dinamiche del secondo modo flessionale in y.....	74
Figura 5.45: Distribuzione normale bi-variata del primo modo torsionale.....	76
Figura 5.46: Distribuzione normale bi-variata del primo modo torsionale con segnalazioni	77
Figura 5.47: Monitoraggio del primo modo torsionale con correlazione della temperatura	77
Figura 5.48: Sovrapposizione tra temperatura e primo modo torsionale monitorato con la correlazione....	78
Figura 5.49: Monitoraggio del primo modo flessionale in y considerando la correlazione con la temperatura	78
Figura 5.51: Monitoraggio del secondo modo flessionale in y considerando la correlazione con la temperatura	79
Figura 5.52: Monitoraggio del secondo modo flessionale in x considerando la correlazione con la temperatura	79
Figura 5.50: Monitoraggio del primo modo flessionale in x considerando la correlazione con la temperatura	79
Figura 6.12: Forma del filtro applicato ai segnali	81
Figura 6.13: segnale rilevato dal canale	82
Figura 6.14: PSD del segnale rappresentato in figura 6.1	82
Figura 6.15: Sovrapposizione tra il segnale originale (rosso) e il segnale decampionato (giallo)	83
Figura 6.16: Sovrapposizione tra il segnale originale (in rosso) e il segnale filtrato (in giallo)	83
Figura 6.17: Modellazione del segnale rilevato dal canale 4 il 20/02/2013 alle 10:22:58	84
Figura 6.18: Modi identificati nel periodo compreso tra settembre 2012 e ottobre 2013	85
Figura 6.19: Diagramma delle occorrenze dei modi identificati nel periodo compreso tra settembre 2012 e ottobre 2013.....	85
Figura 6.20: Classificazione mediante KNN dei modi identificati nel periodo compreso tra settembre 2012 e ottobre 2013.....	86
Tabella 6.1: Valori medi dei modi individuati nel periodo compreso tra settembre 2012 e ottobre 2013	86
Figure 6.11: Primo modo flessionale in x corrispondente al cluster 2	87
Figure 6.10: Primo modo flessionale in y corrispondente al cluster 1	87
Figure 6.13: Secondo modo flessionale in x corrispondente al cluster 4	87
Figure 6.12: Secondo modo flessionale in y corrispondente al cluster 3	87
Figure 6.14: Primo modo torsionale corrispondente al cluster 5.....	88
Figura 6.17: Correlazione tra temperatura e caratteristiche dinamiche del primo modo flessionale in y	90
Figura 6.19: Correlazione tra temperatura e caratteristiche dinamiche del secondo modo flessionale in y .	90
Figura 6.18: Correlazione tra temperatura e caratteristiche dinamiche del primo modo flessionale in x	90
Figura 6.20: Correlazione tra temperatura e caratteristiche dinamiche del secondo modo flessionale in x .	91
Figura 6.21: Correlazione tra temperatura e caratteristiche dinamiche del primo modo torsionale	91
Figura 6.22: Distribuzione bi-variata del primo modo torsionale	93
Figura 6.23: Monitoraggio del primo modo torsionale considerando la correlazione con la temperatura ...	93
Figura 6.24: Monitoraggio del primo modo flessionale in y considerando la correlazione con la temperatura	94
Figura 6.25: Monitoraggio del primo modo flessionale in x considerando la correlazione con la temperatura	94
Figura 6.26: Monitoraggio del secondo modo flessionale in y considerando la correlazione con la temperatura	94

Figura 6.27: Monitoraggio del secondo modo flessionale in x considerando la correlazione con la temperatura	95
Tabella 7.1: Specifiche degli accelerometri utilizzati.....	96
Figura 7.21: Nelle rappresentazioni sono riportate rispettivamente due sezioni tipo del Duomo con la relativa disposizione dei sensori, la disposizione in pianta degli stessi e una legenda con le indicazioni relative alle direzioni indagate da ciascun sensore.....	97
Tabella 7.2: Tabella riassuntiva dei coefficienti degli accelerometri	98
Figura 7.2: Rappresentazione del segnale nel dominio del tempo (sinistra) e la relativa PSD (destra).....	99
Figura 7.322: Rappresentazione della PSD nell'intervallo di interesse	99
Figura 7.4: Sovrapposizione del segnale originale (in rosso) e del segnale decampionato (in giallo) nel dominio del tempo	100
Figura 7.5: Forma del filtro applicato al segnale	100
Figura 7.6: Sovrapposizione nel dominio del tempo tra il segnale filtrato (in giallo) e il segnale originale (in rosso)	101
Figura 7.7: Andamento del R^2 al variare dell'ordine p del modello	102
Figura 7.8: Andamento del RSE al variare dell'ordine p del modello	102
Figura 7.9: Andamento del R^2 al variare della dimensione N del modello.....	103
Figura 7.10: Andamento del RSE al variare della dimensione N del modello	103
Figura 7.11: Sovrapposizione del segnale originale e del segnale stimato dal modello per il segnale registrato dal canale 5 il 30/11/2015 a partire dalle ore 17:28:51	104
Figura 7.12: Modi identificati nell'intervallo temporale compreso tra giugno 2015 e agosto 2015.....	105
Figura 7.13: Diagramma delle occorrenze relativo ai modi identificati nell'intervallo temporale compreso tra giugno 2015 e agosto 2015.....	106
Figura 7.14: Classificazione a seguito dell'applicazione del DBSCAN ai modi identificati nell'intervallo temporale compreso tra giugno 2015 e agosto 2015	106
Figura 7.15: Classificazione a seguito dell'applicazione del MAC ai modi precedentemente classificati mediante la funzione DBSCAN	107
Figura 7.16: Primo modo identificato.....	108
Figura 7.17: Secondo modo identificato	108
Figura 7.18: Terzo modo identificato	109
Figura 7.19: Quarto modo identificato.....	110
Figura 7.20: Quinto modo identificato	110
Figura 7.21: Sesto modo identificato	111
Figura 7.22: Settimo modo identificato.....	111
Figura 7.23: Rappresentazione della classificazione mediante KNN sui dati utilizzati nella fase di addestramento	112
Figura 7.24: Modi identificati nel periodo tra giugno 2015 e dicembre 2016	113
Figura 7.25: Classificazione mediante KNN dei modi identificati nel periodo compreso tra giugno 2015 e dicembre 2016.....	113
Figura 7.26: Diagramma delle occorrenze dei modi identificati nel periodo compreso tra giugno 2015 e dicembre 2016.....	114
Figura 7.27: Rappresentazione della deformata modale (sopra), dell'andamento della frequenza nel tempo (sotto a sinistra) e dell'andamento dello smorzamento nel tempo (sotto a destra) del primo modo della navata.....	115

Figura 7.28: Rappresentazione della deformata modale (sopra), dell'andamento della frequenza nel tempo (sotto a sinistra) e dell'andamento dello smorzamento nel tempo (sotto a destra) del modo della facciata	116
Figura 7.29: Rappresentazione della deformata modale (sopra), dell'andamento della frequenza nel tempo (sotto a sinistra) e dell'andamento dello smorzamento nel tempo (sotto a destra) del secondo modo della navata	117
Figura 7.30: Rappresentazione della deformata modale (sopra), dell'andamento della frequenza nel tempo (sotto a sinistra) e dell'andamento dello smorzamento nel tempo (sotto a destra) del modo del torrino..	118
Figura 7.31: Rappresentazione della deformata modale (sopra), dell'andamento della frequenza nel tempo (sotto a sinistra) e dell'andamento dello smorzamento nel tempo (sotto a destra) del primo modo della volta	119
Figura 7.32: Rappresentazione della deformata modale (sopra), dell'andamento della frequenza nel tempo (sotto a sinistra) e dell'andamento dello smorzamento nel tempo (sotto a destra) del secondo modo della volta	120
Figura 7.33: Rappresentazione della deformata modale (sopra), dell'andamento della frequenza nel tempo (sotto a sinistra) e dell'andamento dello smorzamento nel tempo (sotto a destra) del terzo modo della volta	121
Figura 7.35: Sovrapposizione tra temperatura rilevata e grandezze dinamiche monitorate del modo della facciata	122
Figura 7.34: Sovrapposizione tra temperatura rilevata e grandezze dinamiche monitorate del primo modo della navata	122
Figura 7.38: Sovrapposizione tra temperatura rilevata e grandezze dinamiche monitorate del primo modo della volta	123
Figura 7.37: Sovrapposizione tra temperatura rilevata e grandezze dinamiche monitorate del modo del torrino.....	123
Figura 7.36: Sovrapposizione tra temperatura rilevata e grandezze dinamiche monitorate del secondo modo della navata	123
Figura 7.39: Sovrapposizione tra temperatura rilevata e grandezze dinamiche monitorate del secondo modo della volta	124
Figura 7.40: Sovrapposizione tra temperatura rilevata e grandezze dinamiche monitorate del terzo modo della volta	124

Bibliografia e opere citate

- al., L. Breiman et. *Classification and Regression Trees*. 1984.
- B.Peeters, G. De Roeck. «Reference-based stochastic subspace identification for output-only modal analysis.» *Mech Syst Signal*, 1999.
- Bonetto, A. *Sviluppo e applicazione di algoritmi per l'identificazione dinamica e il rilevamento del danno delle strutture civili*. Tesi di laurea magistrale presso l'Università di Padova, 2013.
- C.R.Farrar, K.Worden. *Structural Health Monitoring: A Machine Learning Perspective*. John Wiley, 2013.
- D. Sabia, T. Aoki, R.M. Cosentini et al. «Model updating to forecast the dynamic behavior of the Ghirlandina tower in Modena, Italy.» *J Earthq Eng*, 2015.
- D.C.Montgomery. *Introduction to Statistical Quality Control*. John Wiley, 1996.
- E. Reynders, G. De Roeck. «Reference-based combined deterministic-stochastic subspace identification for experimental and operational modal analysis.» *Mechanical Systems and Signal Processing* (Elsevier), 2008.
- G.E.Pelham Box, G.M.Jenkins. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Holden-Day, 1970.
- G.V. Demarie, D. Sabia. «A machine learning approach for the automatic long-term structural health monitoring.» *Structural Health Monitoring*, 2018.
- Hopfield, J.J. *Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons*. PNAS, 1984.
- Huber, P.J. *Robust Estimation of a Location Parameter*. 1964.
- J.N. Juang, R.S. Pappa. «An Eigensystem Realization Algorithm for Modal Parameter Identification and Model Reduction.» *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1985.
- J.P. Mueller, L. Massaron. *Machine Learning For Dummies*. John Wiley, 2016.
- K, Grace-Martin. *Assessing the Fit of Regression Models*. s.d.
- Manson, G. «The application of machine learning to structural health monitoring.» *Philosophical Transactions of The Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 2007.
- R.J.Schalkoff. *Pattern Recognition: Statistical, Structural and Neural Approaches*. Hardcover, 1991.
- R.M. Cosentini, S. Foti, R. Lancellotta. «Dynamic behaviour of shallow founded historic towers: validation of simplified approaches for seismic analyses.» *Int J Geotech Eng*, 2015.
- Rosenblatt, F. *Principles of Neurodynamics: Perceptrons and the Theory of Brain Mechanisms*. Spartan Books, 1962.
- Rovesti, M. *Seismic vulnerability of historical and monumental buildings*. Tesi di laurea magistrale presso il Politecnico di Torino, 2020.
- Tarassenko, L. *Guide to neural computing applications*. Elsevier, 1998.
- Theobald, O. *Machine Learning for Absolute Beginners*. 2017.
- UNESCO. *Cattedrale di Modena, Torre della Ghirlandina e Piazza Grande Patrimonio dell'Umanità dal 1997*. s.d.
- V. Cherkassky, F. Mulier. *Learning from Data: Concepts, Theory and Methods*. John Wiley, 1998.