

POLITECNICO DI TORINO

Collegio di Ingegneria Civile

**Corso di Laurea Magistrale
in Ingegneria Civile (Strutture)**

Tesi di Laurea Magistrale

**Cattedrale di San Giovanni Battista di Torino:
Analisi delle fasi costruttive, del comportamento
statico globale e locale, proposte di
consolidamento**



Relatori

Prof. Rosario Ceravolo

Candidato

Arianna Bertone
(s263327)

A.A. 2020/2021

Sommario

1.	INTRODUZIONE	1
2.	LA STRUTTURA.....	3
2.1	L'impianto originario	6
2.2	La struttura portante	8
2.3	Il sistema voltato	11
3.	INQUADRAMENTO STORICO	14
3.1	La costruzione del Duomo di Torino.....	14
3.2	Il Cinquecento e il Seicento	16
3.3	Il Settecento.....	19
3.4	La demolizione e la ricostruzione della scalinata	20
3.5	I lavori di restauro del 1926-1928	22
3.6	Le indagini per la redazione del progetto di restauro	24
3.7	Il restauro della volta centrale.....	29
4.	Parametri dei materiali	36
4.1	Analisi storico-critica	36
4.2	Rilievo	37
4.3	Livello di conoscenza e fattore di confidenza.....	38
4.4	La caratterizzazione meccanica dei materiali.....	38
5.	Modellazione.....	41
5.1	Modellazione con Midas FEA NX.....	43
5.2	Modellazione con MIDAS GEN	54
6.	Analisi dei carichi.....	63
6.1	Carichi permanenti strutturali	63
6.2	Carichi permanenti non strutturali.....	64

6.3	Azione del vento	65
6.4	Azione della neve.....	73
6.5	Azione sismica.....	76
6.6	Assegnazione dei carichi.....	83
6.7	Combinazione delle azioni.....	92
7.	Analisi Globale.....	96
7.1	Analisi statica	96
7.2	Analisi dinamica lineare.....	103
7.3	Verifica delle pareti in muratura	116
8.	Proposta di consolidamento	127
8.1	Condizione attuale.....	127
8.2	Proposta di intervento.....	133
9.	Analisi dei meccanismi locali	143
9.1	Parametri globali	143
9.2	Analisi dei macroelementi	151
9.3	Ripartizione semplificata dell'azione sismica	160
9.4	Valutazione dei moltiplicatori di collasso.....	162
10.	Conclusioni	212

1. INTRODUZIONE

La cattedrale di San Giovanni Battista, situata nell'omonima piazza nel comune di Torino, è il principale luogo di culto della città e sede dell'Arcidiocesi.

Lo scopo della presente tesi è quello di analizzarne le fasi costruttive ed il comportamento statico globale e locale, ponendo particolare attenzione alla volta a botte presente sulla navata centrale e agli interventi di restauro condotti tra il 1926 e il 1928, e di fare una proposta di consolidamento.

In primo luogo sono state delineate le principali caratteristiche della struttura del Duomo (*Capitolo 2*) e della sua storia (*Capitolo 3*) sulla base delle ricerche condotte all'Archivio Arcivescovile della Diocesi di Torino, dei contenuti del libro di Maurizio Momo "*Il Duomo di Torino: trasformazioni e restauri*" e dei rilievi geometrici realizzati con distanziometro laser e stazione totale.

Nel *Capitolo 4*, in base alle informazioni raccolte e ad un'indagine di tipo visivo, sono stati determinati i parametri meccanici della muratura, necessari per condurre le analisi sulla struttura.

Conoscendo la geometria e le caratteristiche del Duomo si è proceduto alla modellazione agli elementi finiti, i cui passi sono stati descritti nel *Capitolo 5*, mediante i due software *Midas FEA NX* e *Midas GEN*. Sono stati realizzati quattro modelli FEM differenti per poter studiare i mutamenti strutturali che hanno coinvolto la volta centrale, dall'edificazione della cattedrale ad oggi.

Per completare i modelli si sono definite le azioni agenti sulla struttura, conducendo l'analisi dei carichi riportata al *Capitolo 6*, sulla base di quanto indicato nel Capitolo 3 delle NTC del 17/01/2018 e s.m.i.

Le analisi, i cui risultati sono illustrati al *Capitolo 7*, sono state condotte sia da un punto di vista statico che dinamico, focalizzandosi sulle variazioni in termini di spostamenti e di frequenza

(in presenza dell'azione sismica) tra i quattro modelli realizzati. Nel presente capitolo oltre alle analisi sono state svolte le verifiche di resistenza della muratura, sia a Stato Limite Ultimo che a Stato Limite di Vita.

Avendo individuato delle criticità in termini di spostamento durante l'analisi dinamica lineare sulla volta centrale e sui muri adiacenti ad essa, nel *Capitolo 8* viene fatta una proposta di intervento che consenta di risolvere la problematica.

Nell'ultima fase dello studio, a partire dalla valutazione di alcuni parametri geometrici, è stato analizzato qualitativamente il comportamento strutturale globale della cattedrale, sotto l'azione di carichi verticali e orizzontali, e sono stati calcolati i moltiplicatori di collasso per i principali meccanismi nel piano e fuori dal piano di alcuni dei macroelementi che compongono il Duomo.

2. LA STRUTTURA

La Cattedrale di San Giovanni Battista di Torino si sviluppa su un'area a croce latina, sopraelevata rispetto al terreno, avente il braccio principale lungo 67 metri e largo 30 metri, il braccio trasversale lungo 42 metri e largo 14 metri ed una superficie complessiva pari a 2178 metri quadrati. Al di sotto della cattedrale è presente una grossa cripta avente le sue stesse dimensioni.

L'architettura del Duomo è caratterizzata da una navata centrale tagliata da un transetto a bracci eguali. Sulla navata si trovano nitide campiture intonacate e una volta a botte lunettata a sesto ribassato. In corrispondenza delle testate del transetto si trovano l'organo barocco in legno dorato e la tribuna reale. All'incrocio tra i due vani sopracitati si erge una cupola ottagonale, in muratura intonacata, chiusa in alto dall'occhio del cupolino, avente otto bifore e raccordata all'invaso quadrato del presbiterio sottostante mediante pennacchi.

La navata principale è fiancheggiata da due navate minori sostenute da un lato dai pilastri polistili e dall'altro dalla muratura perimetrale della chiesa, all'interno della quale sono ricavate le cappelle.

Durante il Seicento la parte terminale del coro fu in parte demolita e sulla testata fu inserita la cappella della Sindone, la struttura, a pianta circolare, risulta compenetrante nel Duomo. Nell'Ottocento la continuità degli spazi tra i due ambienti venne interrotta per motivi funzionali da una grande vetrata, tramite cui si ha una percezione di continuità dei volumi e dell'architettura. Al momento della costruzione della cappella, per garantirne l'accesso diretto dalla cattedrale, vennero costruiti, a seguito della demolizione della sacrestia cinquecentesca, due grandi scaloni sul prolungamento delle navate laterali.

L'impianto attuale è quello seicentesco modificato dai restauri del 1926-1928.

Tutto il lato orientale della chiesa è connesso con la mole di palazzo Reale: addirittura, alcuni locali come la nuova sacrestia, la galleria retrostante il coro e la sacrestia dei canonici si trovano all'interno della sua manica occidentale.

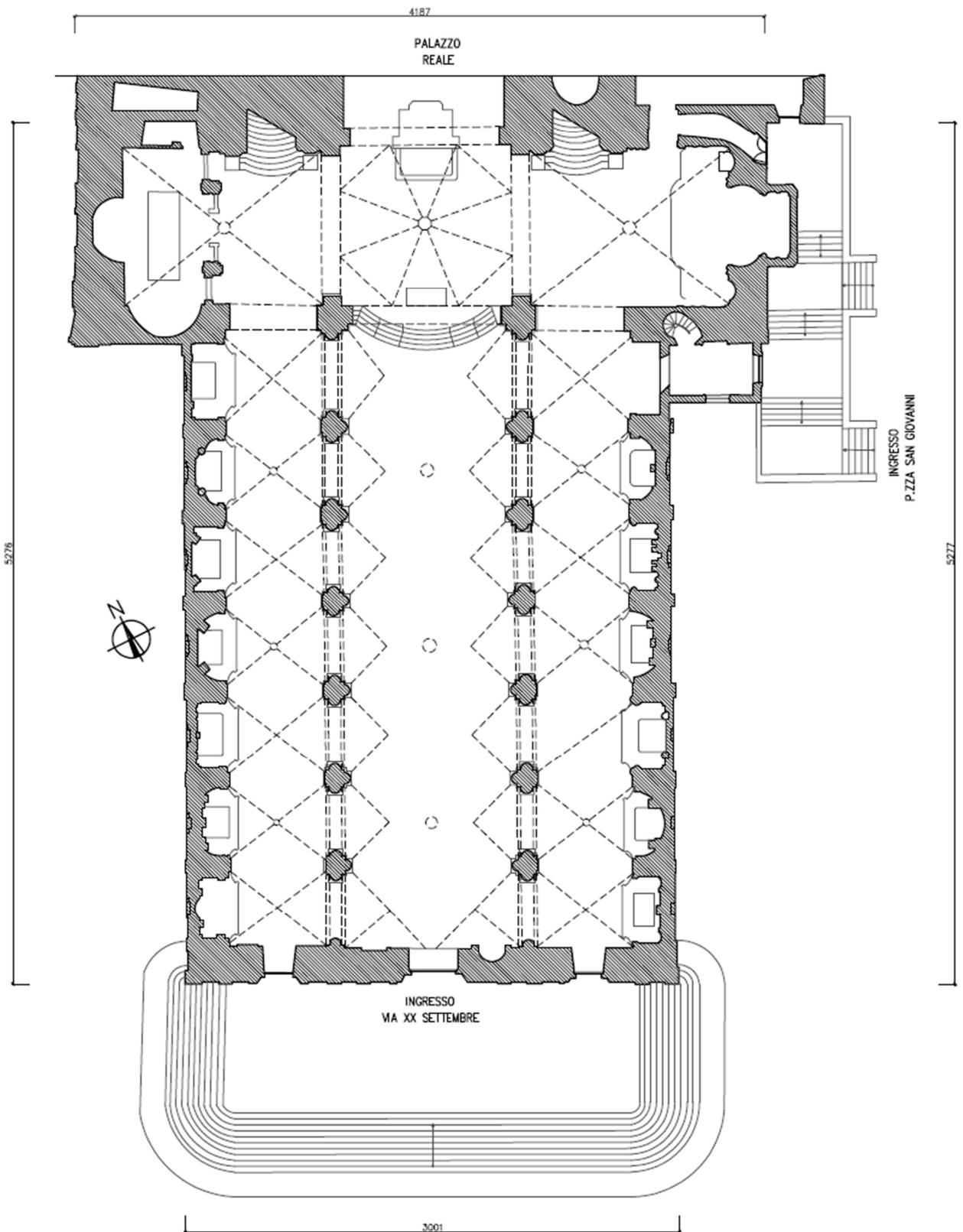


Figura 2.1 - Pianta della Cattedrale di San Giovanni Battista

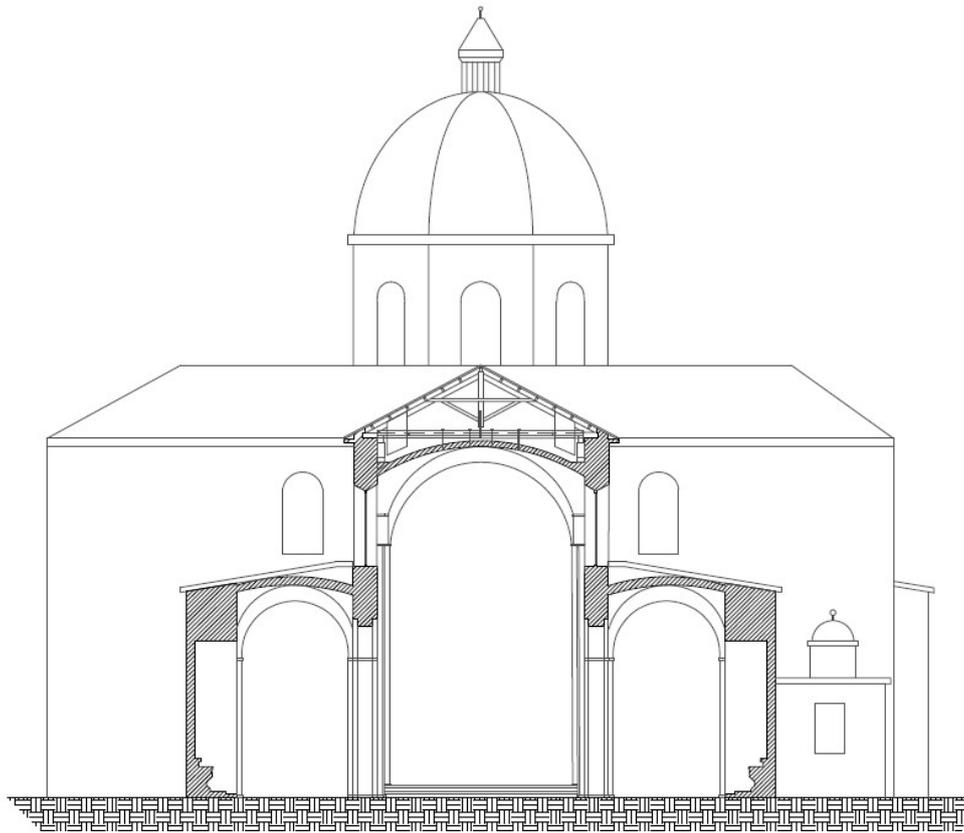


Figura 2.2 - Sezione trasversale della Cattedrale di San Giovanni Battista

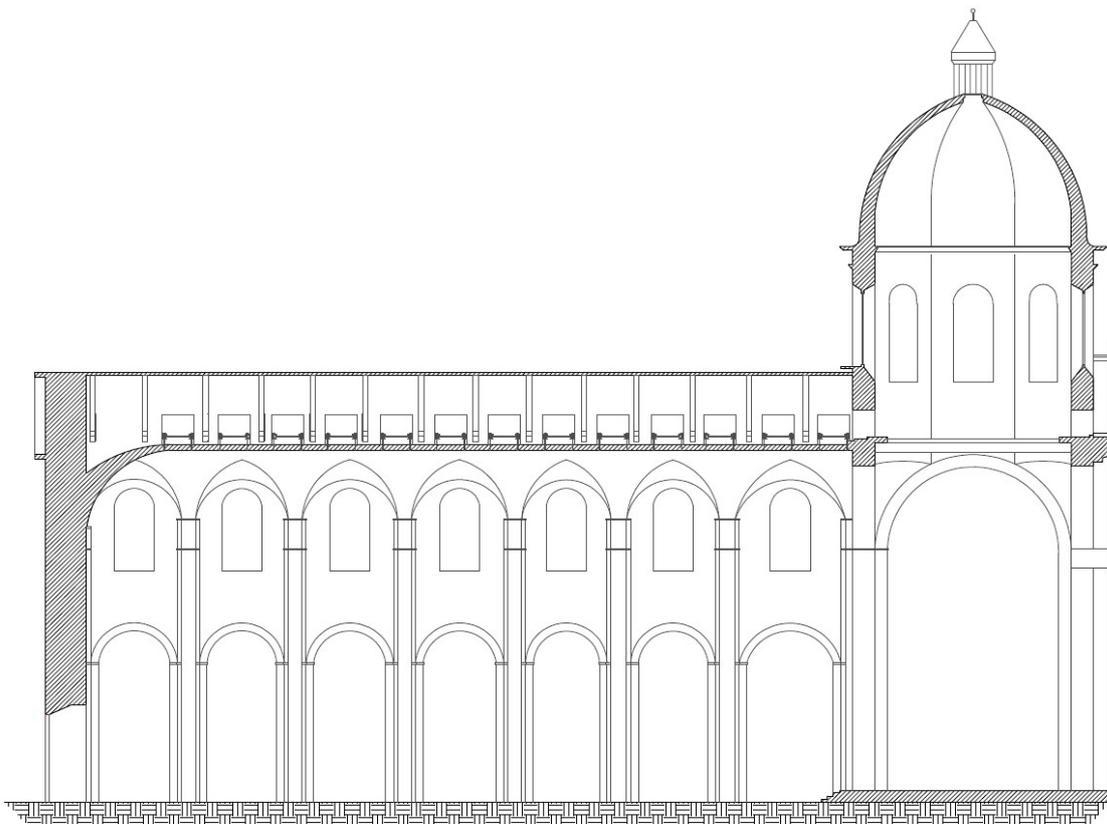


Figura 2.3 - Sezione longitudinale della Cattedrale di San Giovanni Battista

2.1 L'impianto originario

L'architettura dell'impianto rinascimentale, dopo i diversi restauri che hanno coinvolto la cattedrale dalla sua costruzione ad oggi, è ancora leggibile nelle parti antistanti al coro, perciò nella navata centrale, nelle navate laterali, nella cupola e nel transetto.

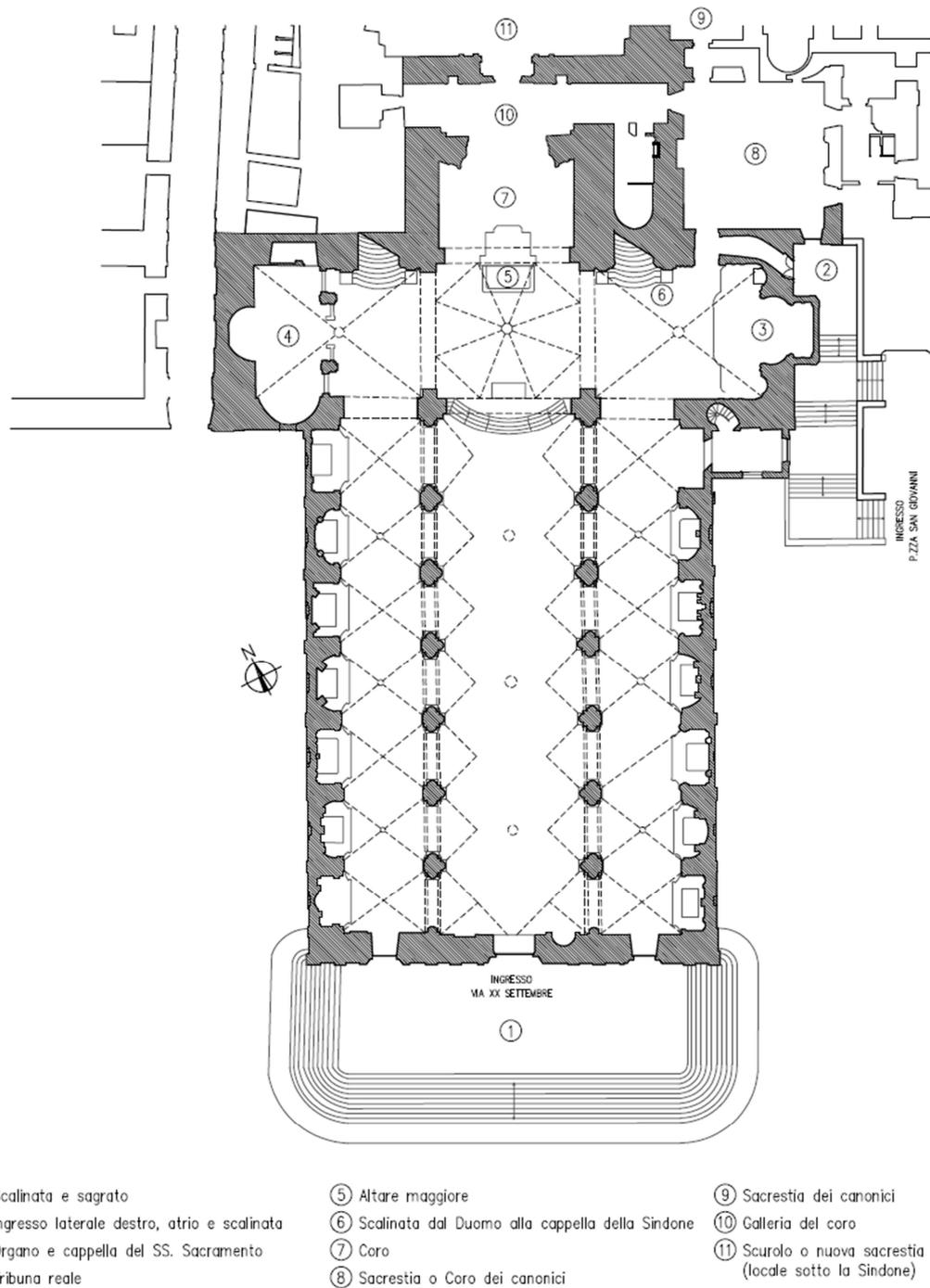


Figura 2.4 - Pianta del Duomo con descrizione dei settori

In origine la chiesa superiore e la cripta erano del tutto sovrapponibili: i muri perimetrali e i pilastri della parte semi-interrata proseguivano al piano superiore, il sistema voltato del piano inferiore corrispondeva, a meno di variazioni tipologiche, a quello della chiesa. Solo le sezioni delle murature e dei pilastri presentavano una variazione degli spessori e si alleggerivano proporzionalmente verso l'alto. Il fatto che negli anni l'architettura della cripta sia stata mantenuta integra ha permesso di sovrapporre l'impianto attuale e quello originale e di studiarne le differenze.

La navata centrale e le navate laterali presentano sei campate uguali che scandiscono la geometria dell'impianto e una settimana campata, che precede il presbiterio, avente dimensioni più ampie. I due bracci del transetto, il sottocoro e prima del Seicento il soprastante coro hanno uguali dimensioni. Questi riferimenti dimensionali sono mantenuti sia al piano della chiesa che a quello cripta (in cui però il sistema voltato è omogeneo); al piano superiore possono risultare meno evidenti in corrispondenza dell'abside, essendo che il coro antico è invaso dalla cappella della Sindone.

Dietro i pilastri e dietro le colonne binate su cui appoggia l'affaccio della cappella guariniana all'interno del Duomo è visibile il muro di testata del coro, che parte dal piano della cripta e arriva al piano della cappella e che sostiene il piano terreno della cappella.

Il muro antico ospita ancora oggi due edicole rinascimentali (anche se nascoste), una contenente il Santissimo e l'altra dedicata a San Secondo. Le edicole sono posizionate in maniera simmetrica rispetto all'asse del coro e nell'impianto originario facevano da cornice all'altare maggiore del Duomo.

Lo schema dell'impianto originale e del coro può essere ricostruito studiando le piante realizzate a inizio Settecento relative al piano del Duomo e al piano della cappella della Sindone.

I due bracci del transetto ed il coro avevano dimensioni molto simili e presentavano sull'asse del muro di testata una nicchia semicircolare. La nicchia del coro ospitava l'altare maggiore, quella del transetto destro l'altare del Sacramento e quella del transetto sinistro l'altare di San Solutore (dove successivamente venne costruita la tribuna reale).

La parete orientale dei bracci del transetto presentava una distribuzione identica, sul prolungamento dell'asse delle navate laterali: erano presenti due altari che vennero demoliti nel Seicento per la costruzione delle due scalinate che permettevano l'accesso alla cappella della Sindone. Sulla stessa parete si trovavano inoltre due scale, quella sul lato sinistro venne murata dopo la costruzione della tribuna reale, quella sul lato destro è sostituita oggi dall'ingresso dei canonici (risulta ancora visibile nel tratto superiore che conduceva all'organo). Sulla parete opposta di fronte alle scale vi erano altre due nicchie semicircolari; ad oggi solo quella del braccio sinistro è ancora visibile.

2.2 La struttura portante

L'impianto originario della Cattedrale ha un sistema strutturale costituito dalla muratura perimetrale, all'interno della quale sono contenute le cappelle, dai pilastri e dalle murature che portano le volte, il tamburo e la cupola. Gli elementi sono caratterizzati da geometrie semplici, secondo le consuetudini del Quattrocento.

I muri di fondazione e i muri perimetrali sono in muratura mista, rivestita esternamente da una foderia di mattoni posati a due o tre teste e internamente da una struttura muraria irregolare di ciottoli, pietrame e mattoni.

La muratura dei ritzi più sottili e del sistema voltato è stata realizzata soltanto con mattoni. Nel corso degli anni, durante le operazioni di restauro, si è potuto verificare che il paramento murario nei muri di fondazione e nelle murature dello zoccolo è generalmente costituito da mattoni di recupero posati con corsi irregolari. Nelle murature delle volte, negli archi fra i pilastri e in quelli di scarico, negli sguinci e nei sordini, e in tutti i punti dove il mattone lavora strutturalmente, la disposizione dei corsi e la lavorazione dei giunti di allettamento appare invece di buona fattura, con irregolarità solamente a livello locale. La muratura dei sottotetti è di tipo mista, cioè costituita da ciottoli, pietrame e mattoni.

I grandi ritzi perimetrali si vanno man a mano stringendo verso l'alto, alleggerendosi anche a livello strutturale: i muri che al piano della cripta sono appena forati dalle aperture delle finestre, a livello della chiesa vengono assottigliati dai vani delle cappelle, forati dalle

monofore e, al di sopra dei pilastri e nel coro, vengono ulteriormente alleggeriti dalle grandi bifore.

I muri appoggiano ai pilastri a fascio mediante un doppio arco longitudinale a pieno centro realizzato con due archi concentrici distanziati di circa 50 cm: l'imposta dell'arco inferiore si appoggia sulle mezze colonne e sulle lesene dei pilastri e quella dell'arco superiore sulle mezze lesene. Questo sistema permette di alleggerire il tracciato dell'intradosso dell'arco, che si riduce nella parte inferiore di un terzo.

I collegamenti di servizio verticali e le cappelle vennero ricavati, durante la costruzione del Duomo, all'interno del muro perimetrale. In particolare, le scale di accesso alla cripta e al tetto della sacrestia vennero costruite nella muratura inferiore del transetto, la scala di accesso al sottotetto della navata centrale fu inserita nel muro destro del coro.

La scala che porta alla cripta è visibile tuttora nella sua configurazione iniziale, è costituita da gradini in cotto, di altezza notevole e larghi circa 1.30 m. In posizione simmetrica si trovava la scala per l'accesso al tetto della sacrestia, ad oggi inesistente in quanto tra il Sette e Ottocento il suo vano inferiore venne trasformato in un piccolo disimpegno con funzione d'ingresso sul fronte sud per i canonici (comunicante direttamente con la sacrestia).

La scala principale dell'impianto, che collega la cripta al sottotetto, è di tipo chiocciola a pianta quasi quadrata; dal sottotetto imboccandone una tonda all'esterno del tamburo si può accedere al cornicione e tramite una scaletta all'estradosso della cupola al cupolino.

Le murature sono rifinite sia internamente che esternamente con intonaco, mentre i nodi architettonici di maggiore interesse sono rivestiti in pietra.

I pilastri al piano della chiesa sono realizzati con conci in pietra ed hanno evidentemente una funzione portante. Quelli a sostegno della navata centrale sono a fascio "irregolare" di derivazione romanico-gotica, hanno un nucleo centrale a sezione quadrata su cui poggiano tre semicolonne e una lesena. Gli archi che portano la muratura laterale della navata centrale, poggiano sulle due semicolonne in direzione longitudinale che presentano un piccolo capitello tuscanico.



Figura 2.5a , Figura 2.5b - Fotografie degli archi poggianti sulle semicolonne

La semicolonna verso la navata centrale prosegue invece fino all'imposta della volta a botte della navata stessa. La parte lapidea termina con un capitello, su cui si appoggia un piedritto coperto da cornice che sostiene la volta. Il piedritto ha una sezione rettangolare ed è realizzato in mattoni.

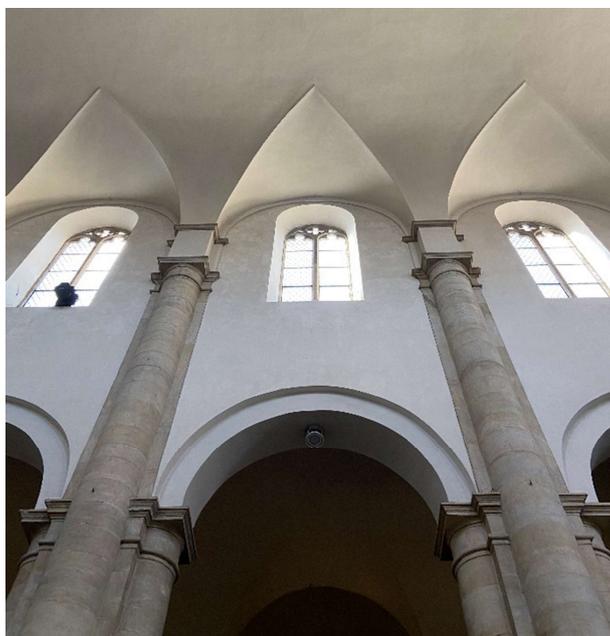


Figura 2.6 – Fotografia delle semicolonne verso la navata centrale

La lesena rivolta verso la navata laterale presenta lo stesso disegno di quella frontale sulla muratura della navata minore.



Figura 2.7 – Fotografia della lesena verso la navata laterale

I pilastri della chiesa sono sostenuti dai pilastri della cripta, completamente realizzati in muratura, aventi forma rettangolare e dimensioni 2.50x2.75 m; essi contengono comodamente al loro interno la proiezione dei pilastri superiori la cui lunghezza massima è di 1.90 m.

2.3 Il sistema voltato

Il sistema voltato è quello originale. Le volte che caratterizzano la Cattedrale sono di tipo a botte lunettate o a crociera, sia al piano terra che nella cripta. Le superfici sono continue, prive di nervature sporgenti dall'intradosso, segnate dall'apertura delle lunette e dall'intersezione delle unghie delle crociere.

La copertura delle navate minori è costituita da volte a crociera realizzate con mattoni disposti a coltello, mentre la navata maggiore è coperta da una volta a botte con le lunette che incorniciano le aperture delle finestre, realizzata con mattoni disposti di punta. In entrambi i casi si hanno rinforzi costituiti da costoloni e rinfianchi.



Figura 2.8 – Fotografia delle volte a crociera sulle navate laterali

La volta centrale si raccorda con la controfacciata con una testa di padiglione tagliata da due lunette simmetriche che permettono di inserire due finestre anche sulla facciata.

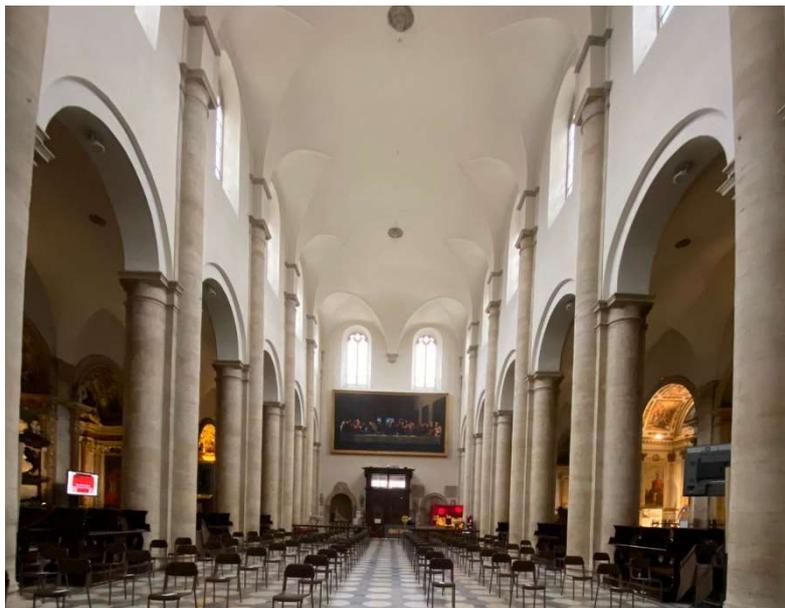


Figura 2.9 – Fotografia della volta a botte sulla navata centrale

I bracci del transetto sono coperti da grandi volte a crociera, le cui unghie sono in corrispondenza della testata e dell'arco del transetto. La volta del coro che copre lo stesso spazio di quelle nei bracci del transetto in origine era a crociera, ma fu demolita per inserire l'arco che sostiene l'affaccio della cappella guariniana. Al suo posto venne costruita una volta a botte a sesto fortemente ribassato.



Figura 2.10 – Fotografia della volta a crociera sul braccio del transetto

Gli appoggi delle volte sulla muratura perimetrale sono costituiti da capitelli di pilastrini oppure, quando il sostegno non prosegue verso il basso, da capitelli sospesi o peducci. Questi manufatti sono stati ricavati da blocchi in pietra di massello; in fase di posa la lastra su cui venivano scolpiti i capitelli, veniva inserita nella muratura leggermente incassata, in modo tale che l'intonaco della parete potesse coprire la pietra fino al filo della parte scolpita.

3. INQUADRAMENTO STORICO

Nel presente capitolo vengono delineati i maggiori nodi che caratterizzano la storia della cattedrale, dalla sua costruzione fino ai restauri del 1926-1928, sulla base di quanto è scritto nel libro “Il Duomo di Torino: trasformazioni e restauri” di Maurizio Momo (1997) e nelle fonti presenti all’Archivio Arcivescovile.

Sono state ripercorse con accuratezza le fasi costruttive del Duomo, gli eventi seicenteschi e gli interventi di restauro, ponendo particolare attenzione alla navata centrale.

3.1 La costruzione del Duomo di Torino

La costruzione della Cattedrale di San Giovanni Battista iniziò nella primavera del 1491 quando vennero abbattute le tre basiliche che formavano il Duomo antico: la basilica di San Salvatore, che si trovava in corrispondenza dell’attuale navata sinistra, la chiesa di San Giovanni, posizionata al posto dell’attuale navata centrale e la basilica di Santa Maria tra l’attuale navata laterale destra e l’ingresso laterale sud.

L’iniziativa per la realizzazione dell’opera venne presa da Domenico della Rovere, nelle vesti di vescovo di Torino, prima della fine del 1490.

I lavori di demolizione iniziarono il 24 maggio 1491, mentre la posa prima della prima pietra avvenne due mesi dopo, alla presenza della duchessa Bianca di Savoia e del Figlio Giovanni Carlo Amedeo.

Nel frattempo, giunsero a Torino gli otto scalpellini ingaggiati da Roma, con a capo Bernardino di Antonio, che fecero diversi sopralluoghi alla ricerca di una cava idonea all’estrazione dei blocchi da utilizzare per la costruzione del Duomo. La loro scelta ricadde sulle antiche cave di marmo in località Foresto, in valle di Susa, e su una seconda cava, che aprirono due anni dopo, sopra l’abitato di Chianocco, da usare in alternativa al marmo di Foresto. Le formazioni rocciose delle due cave erano molto simili: si trattava di calcare dolomitico con intercalazioni di calcescisti e micascisti che si differenziavano per i minerali accessori che conferivano colorazioni diverse alla pietra.

I blocchi vennero estratti effettuando delle perforazioni dentro alle quali si inserivano i cunei per le operazioni di distacco. Dopo il distacco venivano ribaltati sul piano di cava tramite l'uso di leve e trasportati a valle o per mezzo di slittoni, trainati manualmente o da buoi, o via fiume. Una volta raggiunta Torino i blocchi venivano semilavorati o del tutto rifiniti dagli scalpellini e posizionati all'interno della fabbrica.

All'inizio del mese di novembre Meo del Caprina, maestro fiorentino presente in cantiere fin dall'inizio dei lavori, si recò a Roma per discutere con Domenico della Rovere in merito all'architettura della fabbrica e alle modalità di pagamento. Probabilmente vi furono alcune difficoltà prima si giungere ad un accordo, visto il lasso di tempo intercorso tra l'incontro e la stipula del contratto. In definitiva le clausole vennero stipulate all'interno del contratto di allocazione *"Conveciones et pacta"* firmato a Torino il 15 novembre 1492 e all'interno dei *"Capituli infra lo reverendissimo cardinale di San Clemente et maestro Mheo"* redatti a Roma alla presenza di Domenico della Rovere e di Meo del Caprina.

A Meo venne affidata la costruzione di murature, coperture, volte, muri divisorii, ferramenta, pavimenti e ammattonati del Duomo e venne stabilito che tutti i materiali di demolizione, ad eccezione delle sculture e degli elementi decorativi, fossero di sua pertinenza.

Il contratto di appalto sotto molte voci era analitico, mentre alcune ancora in fase di elaborazione, come ad esempio per la scelta tra colonne e pilastri, o addirittura assenti, come per la facciata.

La copertura venne prescritta alla romana, quindi costituita da embrici a cui si sovrappongono coppi. Questo tipo di copertura, come constatato durante i lavori nel Seicento e nel Novecento, probabilmente non venne realizzata e venne sostituita da un manto di coppi o da un manto in pietra.

Il pavimento della chiesa era previsto in cotto: sappiamo che questo tipo di pavimentazione venne sottoposto a restauro e sostituzione, ma rimase tale fino alla fine del Seicento.

L'appaltatore si impegnava inoltre all'installazione di tutti gli infissi.

Intanto i lavori procedevano: alla fine del 1491 si concluse la demolizione della chiesa di Santa Maria mentre agli inizi dell'anno successivo si passò l'ultima chiesa rimasta.

Nel 1492 si realizzarono le fondazioni e la cripta. Dal 1493, quando il *“Conveciones et pacta”* divenne applicativo, ci fu un’accelerazione dei lavori, testimoniata dai numerosi pagamenti a favore di Meo del Caprina e dalla presenza di 40-50 lavoratori e 6-8 mastri in cantiere.

Nei due anni successivi le testimonianze scritte giunte fino a noi sono poche, e relative solamente alle consegne dei mattoni per la costruzione di muri e volte.

Il 24 dicembre del 1495 la chiesa e la cripta erano edificate, come annunciato da Domenico della Rovere, in una lettera a Pietro Cara. L’anno successivo il cardinale in persona si recò a Torino per prendere visione della fabbrica: le componenti principali dell’impianto erano terminate, rimanevano da realizzare i rivestimenti e gli apparati decorativi.

Vennero redatti due contratti di appalto, che insieme al contratto tra Meo de Caprina e il cardinale, offrono un quadro delle opere che erano da realizzare.

Il primo appalto si riferiva alla prosecuzione delle opere in atto: si trattava di effettuare i lavori di lastricatura del sagrato ed il completamento degli arredi fissi della chiesa.

Con il secondo appalto venne affidata al maestro falegname Franceschino Gaverna la costruzione delle porte della chiesa e degli arredi della sacrestia.

Nel febbraio del 1499 pare che l’accesso alla chiesa fosse definitivamente sistemato e il Duomo ebbe definitiva consacrazione il 20 settembre 1505 dal vescovo Baldassarre Bernezzo.

3.2 Il Cinquecento e il Seicento

Si hanno poche informazioni relative al Duomo di Torino nel periodo tra il Cinquecento ed il Seicento. Tra il 1522 e il 1528 venne realizzata la sacrestia in adiacenza ai muri del coro e del transetto destro, mentre nel 1547-48 iniziarono i primi interventi di manutenzione: si trattava di lavori ordinari, atti alla riparazione del pavimento e delle vetrate, che vennero poi eseguiti più volte anche negli anni successivi. Nel 1578 si realizzarono interventi sulle cappelle delle navate laterali, sicuramente più significativi: vennero chiuse alcune monofore incongruenti con gli allestimenti di nuovi altari.

Nello stesso anno, in particolare l’11 ottobre 1578, venne esposta per la prima volta a Torino la reliquia della Sindone, nel coro del Duomo davanti all’altare maggiore. L’evento scaturì la nascita di nuovo progetto avente lo scopo di custodire in maniera definitiva la Sindone nella

città. L'iniziativa, portata avanti in una fase iniziale da Emanuele Filiberto, prevedeva due alternative per la custodia della reliquia: la prima era quella di costruire un edificio autonomo rispetto alla cattedrale, la seconda era di realizzare un altare apposito all'interno della cattedrale.

Nel 1587, in attesa di una soluzione che potesse permettere la visione della teca ad un grande numero di fedeli, Carlo Emanuele I, figlio di Emanuele Filiberto, fece costruire nel presbiterio un piccolo tempio rotondo in cui porre la Sindone, che fino ad allora venne custodita in un oratorio. Il tempio era costituito da quattro colonne in legno di ordine composito, di colore azzurro, su cui fu costruita una cupola.

L'altare ligneo venne successivamente sostituito da una struttura più imponente, su due piani, costituita da un basamento in pietra e da quattro colonne di marmo nero di Frabosa, posizionata tra il presbiterio e il coro. La reliquia sarà custodita qui per più di ottanta anni, durante i quali venne realizzata la nuova cappella.

Intanto venne portata avanti l'idea di costruire una chiesa specificatamente dedicata alla Sindone: si decise di costruire una cappella ellissoidale in adiacenza al coro del Duomo, direttamente affacciata su di esso per permettere la visione della reliquia ai fedeli.

Il progetto prevedeva di posizionare la struttura all'esterno del muro di testa del coro, che venne demolito, per garantire la continuità tra i due ambienti.

La costruzione della cappella ebbe inizio nel mese di novembre del 1611, ma le difficoltà a reperire le pietre per la sua realizzazione (provenienti dalle cave sulle alture di Frabosa), facevano procedere i lavori molto lentamente, al punto che alla morte di Carlo Emanuele I nel 1630 la cappella era ancora allo stadio iniziale.

In questo periodo cominciarono a manifestarsi i primi degradi rilevanti: erano passati ormai cento anni dalla costruzione della cattedrale e la mancanza di fondi non aveva permesso di realizzare interventi di manutenzione idonei. Si decise quindi di iniziare ad eseguire gli interventi di restauro necessari, quasi sempre ritardati dalla difficoltà di reperire i fondi per realizzarli e dalla difficile situazione politica del periodo.

I primi lavori riguardarono le capriate del tetto e le travi del castello delle campane. Tra il 1610 e il 1630 ci si dedicò ai manti di copertura, in cui la principale causa di danni alle orditure era la presenza delle gronde all'interno della muratura e alle orditure della sacrestia, che avevano

ceduto a causa del pessimo stato di conservazione dei manti. Le coperture della cupola e della navata centrale erano malridotte per la presenza di arbusti tra gli inerti posti al di sotto di esse. In particolare, durante i primi interventi vennero sostituite le capriate e le travi della navata centrale ed alcune orditure del transetto e del coro. Su queste coperture il manto venne realizzato in coppi, mentre sulla navata laterale si utilizzarono lose di pietra. Inoltre, venne riparato il pavimento in cotto del coro, venne costruito un lavatoio in sacrestia e si imbiancò quest'ultima e la chiesa, i cui muri erano danneggiati dalle infiltrazioni di acqua.

Nel 1656 ci fu il crollo di una parte della volta principale che venne immediatamente ricostruita e rafforzata con l'inserimento di catene all'intradosso e all'estradosso della stessa. Le notizie relative all'evento sono molto scarse, ma venne studiato a fondo prima dei restauri del 1926-1928 dall'Ing. Giberti. Calcolando la resistenza della volta nelle condizioni iniziali, antecedenti al crollo, Giberti capì che essa era dotata di una stabilità molto debole, tendeva ad aprirsi verso le reni ed era sostenuta da pilastri che non erano in grado di far fronte alle spinte alle quali erano sottoposti. Venne ipotizzata come causa del crollo una perturbazione di questo equilibrio precario, come ad esempio un terremoto, che aveva provocato la rotazione dei pilastri.

Nel frattempo il raggiungimento nella seconda metà del Seicento di una situazione politica più tranquilla suscitò nella famiglia ducale un nuovo interesse nei confronti della Sindone. Nel 1655 si iniziò a parlare di una riapertura del cantiere per la realizzazione della cappella e, a seguito di diverse vicissitudini che hanno portato alla scelta del progetto di Bernardino Quadri, nella primavera del 1657 i lavori ebbero inizio.

Il progetto di Quadri comprendeva la costruzione della cappella della Sindone e la modifica sostanziale del transetto e del coro della cattedrale. I vani del Duomo e della Sindone risultavano compenetrati.

Le vicende degli anni successivi furono molto complesse e sull'impianto di Quadri si inseriranno poi Guarini 1667 e Bertola nel 1683. L'intervento in definitiva consisté nel demolire quanto costruito della cappella ellissoidale, del coro del Duomo e della sacrestia e nel costruire la nuova struttura. La nuova fabbrica comprendeva il "teatro" cioè la parte sottostante alla cappella della Sindone (detta "scurolo"), la cappella vera e propria della

Sindone, al piano del Palazzo Ducale, con le scale di collegamento al Duomo e una sacrestia annessa, la nuova sacrestia del Duomo, ricostruita per fare spazio alla scalinata destra della Sindone, chiamata Coro d'inverno, una terza sacrestia, sottostante quella della Sindone, usata dai canonici e la galleria di servizio, sul retro del coro, che collegava al piano del Duomo questi nuovi ambienti.

Gli interventi da eseguire risultavano quindi molto vari e complessi e la loro conclusione arrivò soltanto nel 1694 quando la reliquia trovò la sua definitiva collocazione.

3.3 Il Settecento

Il Settecento rappresenta per il Duomo un periodo di assestamento, durante il quale fu necessario intervenire a causa dei danni provocati dall'assedio del 1706.

Immediatamente dopo l'evento si partì rifacendo le tre porte della facciata che, oltre ad essere state danneggiate, risultavano degradate dal tempo.

Iniziarono anche diversi interventi nella cripta: venne consolidata la grande volta a padiglione lunettata sottostante il transetto destro tramite un arco di rinforzo trasversale e venne realizzata una seconda opera di rinforzo sulla muratura in corrispondenza del muro che divide i due grandi ambienti che stanno sotto il presbiterio e il coro.

Tra il 1713 e il 1714 vennero eseguiti i lavori di manutenzione e restauro delle coperture, vennero rifatti il pavimento e la scalinata esterna e si sostituirono i vetri danneggiati dall'assedio.

Nei due anni successivi proseguirono gli interventi: venne terminata la sostituzione dei portoni e installata una ringhiera in ferro battuto al posto della struttura lapidea della balaustra ottagonale del tamburo della cupola. Inoltre vennero promossi una serie di altri lavori relativi al transetto e al fianco sud della chiesa, ci si dedicò alla ristrutturazione della cassa lignea dell'organo e della cantoria, alla riplasmazione con forme barocche della cappella del Crocifisso, al nuovo ingresso sulla fronte sud e alla nuova sede di archivio.

Nel 1787 l'Architetto e Ingegnere civile Barberis intervenne sulla parete sud del transetto realizzando dei lavori di ampliamento della cappella del Crocifisso.

3.4 La demolizione e la ricostruzione della scalinata

La scalinata quattrocentesca venne sottoposta a numerosi restauri nel corso degli anni, a seguito dei danneggiamenti dovuti al degrado naturale e agli assedi di inizio Settecento. Nell'Ottocento il suo aspetto venne giudicato dai canonici non consono, per cui, nella seduta del Capitolo Metropolitano del 13 febbraio 1879, si decise di incaricare il Conte Reviglio della Venaria, di predisporre un progetto per il rifacimento della scalinata, che prevedesse l'aggiunta di una cancellata a protezione dell'accesso al sagrato.

Il disegno di progetto prevedeva la sostituzione dell'antico impianto con una nuova scalinata sempre rettilinea e di recintare il tutto con una inferriata continua che correva sulla fronte e sui lati, in sostituzione dei parapetti. Rispetto al tracciato precedente, per risolvere la rampa con un solo tratto ed eliminare il pianerottolo intermedio, Reviglio aveva previsto di abbassare il livello del sagrato e di inserire due gradini in corrispondenza dei portali.

A causa dei costi elevati vennero approvate le opere relative alla scalinata ma non quelle che riguardavano la cancellata dalla Commissione d'Ornato. Ebbe così inizio una lunga serie di "querelle" tra l'ente religioso e la Commissione d'Ornato: le ragioni che spingevano a volere la cancellata erano reali, ma la Commissione giudicava l'intervento troppo invasivo e costoso. Alla fine, si decise di chiedere l'intervento da parte delle istituzioni competenti affinché garantissero che il bene, in caso di eventi di grande solennità, venisse tutelato e nel 1880 il progetto della cancellata venne definitivamente rifiutato.

Nella primavera del 1881 il progetto della scalinata venne affidato a Melchiorre Pulciano. Il progetto, che venne approvato dalla Commissione, prevedeva una rampa che veniva fatta girare anche sui lati del sagrato raccordandolo sui tre lati con la piazza circostante.

La cancellazione dell'antico manufatto fu una perdita non rimediabile per il monumento, di cui si richiese il rifacimento durante i restauri del Novecento.

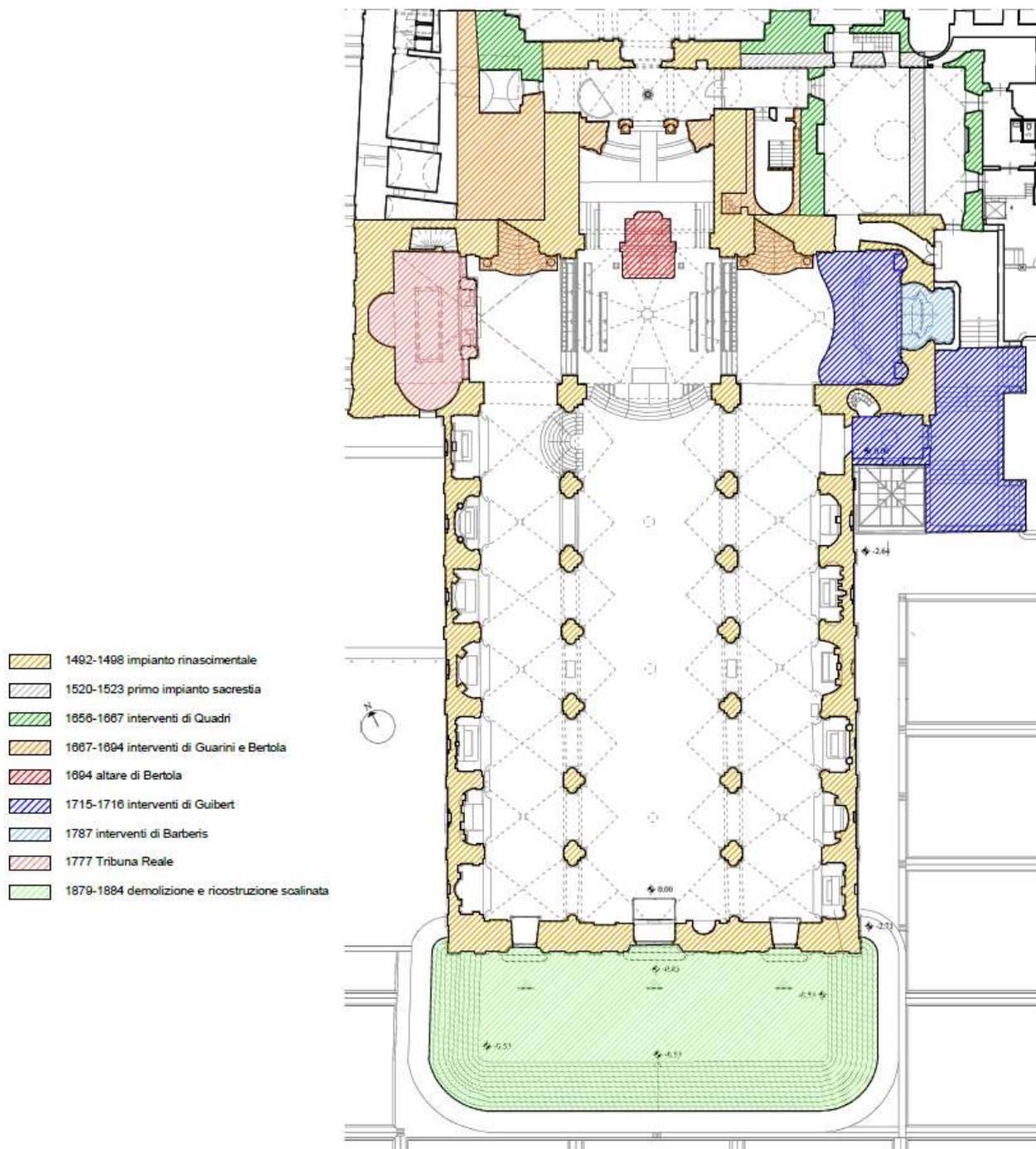


Figura 3.1 - Stratigrafia storica (Momo, 1997, p. 247)

3.5 I lavori di restauro del 1926-1928

I restauri del 1926-1928 ebbero origine dalle considerazioni fatte da Rondolino nel suo volume “Duomo di Torino Illustrato” nel 1898, che suggeriva un ritorno all’impianto primitivo secondo le linee proprie del restauro storico. Lo stesso Rondolino prese attivamente parte alla stesura delle relazioni introduttive all’intervento di restauro, in quanto membro della Commissione tecnica.

Gli interventi iniziarono a concretizzarsi però solamente nel 1924 quando, sulla base delle indicazioni sommarie relative al restauro, si formularono le prime ipotesi di spesa. Fin da subito si pose il problema del reperimento dei fondi e fu necessario disporre di un progetto di restauro a lunga scadenza che consentisse di non interrompere l’uso della cattedrale.

Nello stesso anno, a seguito della risposta affermativa da parte del Comune alla richiesta di cooperare, sigillata da un contributo finanziario, vennero costituiti due gruppi di lavoro, un tecnico e uno finanziario, per istituire le pratiche necessarie a dare inizio ai lavori.

3.5.1 La prima relazione sullo stato di conservazione della cattedrale

Le prime considerazioni sullo stato di conservazione del Duomo di Torino vennero fornite il 15 gennaio 1926 quando Cesare Berteà, Soprintendente ai monumenti, Giovanni Chevalley, allievo e collaboratore dell’Università di Torino e Vittorio Mesturino, funzionario della Soprintendenza, firmarono e inviarono all’Arcivescovo una prima relazione tecnica i cui maggiori contenuti vengono riportati nei successivi paragrafi.

A livello strutturale, le murature rinascimentali, i ritti della cripta, le volte e le murature della cupola, vennero giudicate in perfetto stato di conservazione. Le condizioni del lanternino erano invece allarmanti: le colonnine in pietra di Chianocco che sostenevano la trabeazione e la cuspide erano in uno stato di degrado molto avanzato; le differenti fasi di restauro consistevano nel sostituire le parti in ferro più corrose, installate durante i restauri pregressi, ed alcune colonne.

La copertura in piombo della cupola era in buone condizioni, gli unici interventi previsti consistevano nella sostituzione di alcune lastre di piccole dimensioni e di qualche cappelletto di protezione alle chiodature.

Per quanto riguarda le coperture in coppi, vennero giudicate in cattivo stato e si evidenziarono dei cedimenti nelle grandi orditure. Si prescrisse la totale revisione del tetto piano, del lucernario della sacrestia e delle gronde e pluviali di tutta la fabbrica.

Sulla facciata il giudizio non fu allarmante: era necessario fare un consolidamento degli apparati lapidei e di qualche frammento delle sculture rinascimentali, un ripasso dei cornicioni e la sostituzione delle coperture di coronamento.

Le cornici piane delle facciate laterali e le superfici intonacate risultarono in prima battuta in buono stato.

La manica dell'Archivio Capitolare venne ritenuta da demolire, mentre l'ingresso settecentesco a sud e la scalinata antistante si considerarono consoni e da integrare nei raccordi con il fianco liberato dalla demolizione dell'Archivio Capitolare.

Per quanto riguarda l'interno della cattedrale ci si soffermò prevalentemente sulla volta centrale dove si presentò il dubbio se questa fosse originaria o meno, dato che dagli scritti di Rondolino si venne a conoscenza del crollo del 1656, se le colonne che la sostenevano erano quelle originali e se sotto i dipinti presenti sull'intonaco ci fossero delle decorazioni più antiche. Per indagare su questi aspetti si decise di procedere con dei saggi più approfonditi, mediante l'uso di un ponte a carrello.

Si propose inoltre, di riaprire alcune monofore quattrocentesche demolendo alcuni degli altari delle navate laterali che le occludevano.

In contemporanea alla stesura della relazione si iniziarono gli studi, in collaborazione con i Canonici del Capitolo Metropolitano, per conoscere a fondo il Duomo, partendo dalla sua costruzione e passando ad analizzare tutti gli interventi effettuati nel corso degli anni.

Nel primo semestre del 1926, vennero costituiti i Comitati e le Commissioni, si fecero le indagini conoscitive sul costruito, i rilievi, le relazioni tecniche, il progetto, il preventivo di spesa, il capitolato e l'elenco prezzi per l'esecuzione dei lavori.

Gli eventi relativi a tutte le fasi, da qui al termine dei lavori, sono state riportate in maniera dettagliata nel "*Diario dei Lavori*" consultabile presso l'Archivio Capitolare.

A marzo si costituirono ufficialmente il Comitato d'Onore presieduto dal Re Vittorio Emanuele II, il Comitato Promotore avente come presidenti l'Arcivescovo e il Commissario prefettizio della città, la Commissione Tecnica guidata da Cesare Bertea e la Commissione Finanziaria di cui era membro il Vicesindaco.

3.6 Le indagini per la redazione del progetto di restauro

Dopo la costituzione della Commissione Tecnica vennero svolte, fino al mese di agosto, le indagini propedeutiche alla redazione del progetto di restauro.

I saggi, le misurazioni, la stesura dei rilievi e la documentazione fotografica procedettero parallelamente. Vennero utilizzati strumenti di rilievo tradizionali, abbinati all'uso di scale; per operare sulla contro parete di facciata, sulla volta centrale e alla base del tamburo della cupola venne costruito un carrello-ponte nella navata centrale.

Nella seconda settimana di aprile iniziò da parte dell'ufficio tecnico, istituito dall'omonima Commissione, con a capo l'ingegner Ottavio Barbera, la redazione delle tavole di rilievo da utilizzare per l'appalto. Barbera si occupò di redigere anche tutti gli allegati grafici per documentare l'intervento. La cattedrale, ad eccezione di una pianta redatta per il Capitolo da Ernesto Melano, non dispone di rilievi probanti relativi all'Ottocento e al Novecento.

La pianta redatta nel 1926 fu un aggiornamento di quella del 1860. Le sezioni invece, costituivano un contributo documentario originale, dato che le uniche tavole reperibili negli archivi erano planimetrie. La loro stesura grafica fu strettamente conseguente ai rilievi metrici: si rilevarono gli spessori dei muri, pilastri e cornici, i tracciati delle volte della chiesa e della cripta, la cupola e il cupolino (rilevato tramite misure di fortuna a cui si accostarono le riprese fotografiche).

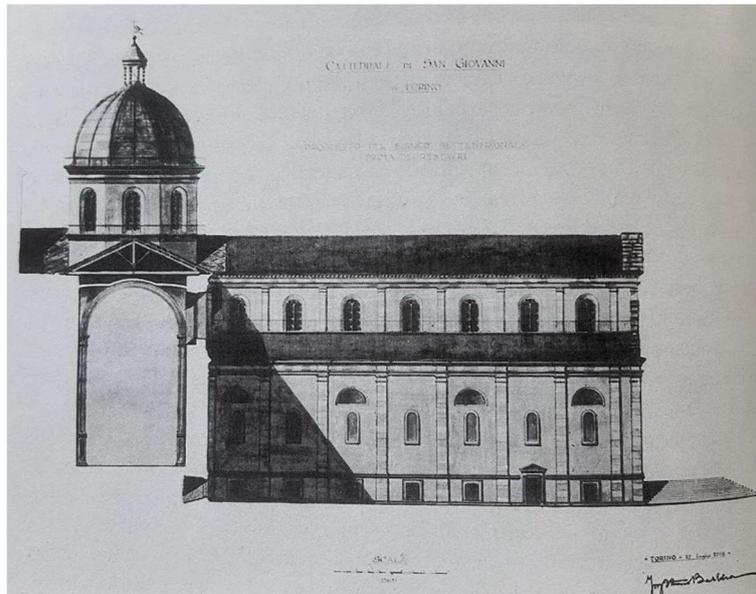


Figura 3.2 – Prospetto longitudinale (Momo, 1997, p. 138)

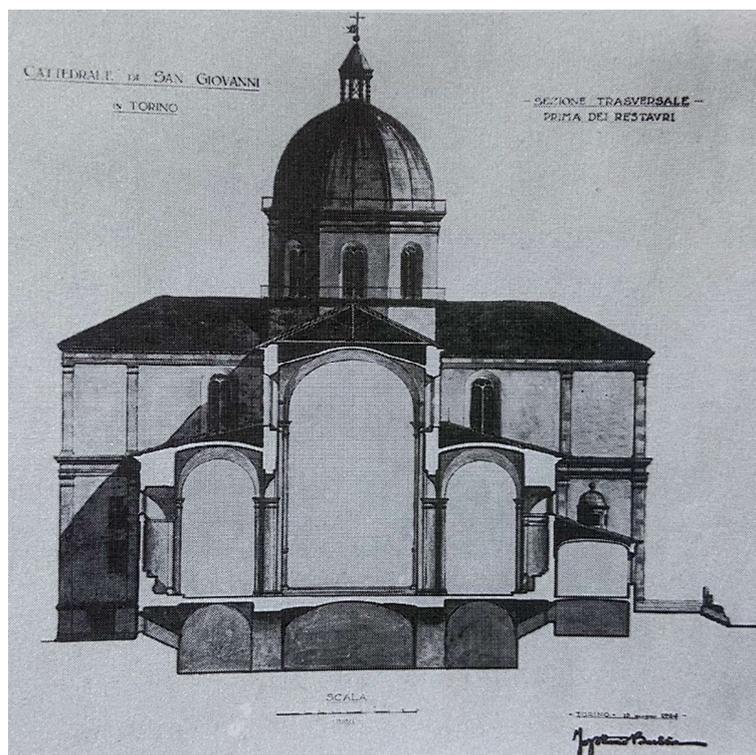


Figura 3.3 - Sezione trasversale (Momo, 1997, p. 138)

La relazione preliminare redatta del 1926 presentava grosse incertezze dovute sostanzialmente alla mancanza di indagini storiche sui materiali e sulle tecniche costruttive inerenti agli interventi passati. Quindi ai primi saggi, realizzati per iniziare ad indirizzare gli

appalti, si aggiungeranno molte informazioni che tuttora permettono di conoscere in maniera accurata la fabbrica.

Agli inizi del mese di aprile iniziarono gli scavi in adiacenza ai muri perimetrali della sacrestia e del transetto sud per verificare il tracciato della cornice marcapiano rinascimentale. All'interno della chiesa si scoprirono i manufatti lapidei ricoperti nel corso della decorazione ottocentesca come i basamenti, le semicolonne dei pilastri, le lesene delle navate laterali e poi sotto le campate della volta della navata centrale. Scrostando l'intonaco, mediante l'ausilio del carro ponte, si trovarono i conci di pietra in buono stato. All'imposta della volta centrale si è potuto constatare che il peduccio centrale era completamente integro e che la muratura circostante sembrava essere di tipo misto. Da questi saggi si poté escludere la presenza di strati pittorici più antichi di quelli dell'Ottocento.

Si proseguì con l'ispezione della bifora, mediante l'uso del carro ponte, definendo le caratteristiche del pilastrino e del telaio: il primo risultava avere una sezione ottagonale, il secondo invece privo di sagomatura.

Contemporaneamente alle indagini svolte all'interno iniziarono le ispezioni sulle coperture. Per le navate laterali, prive di sottotetto praticabile si analizzò la fascia sulla navata laterale destra sull'altare di San Giovanni Battista: al di sotto della prima falda del tetto, costituita da un manto in coppi poggiante da un'orditura di listelli, arcarecci e travetti tondi di diametro 10-15 cm, si trovò una seconda falda in pietra a doppio e triplice strato costruita su un riempimento poggiante sulla sottostante muratura della volta.

Analizzando lo stato di conservazione dei pilastri emerse la necessità di prevederne il restauro e una pulitura adeguata, in quanto la pietra risultava di colore giallastro.

Prima dello smontaggio del carro ponte, si fecero le verifiche sulla volta centrale e sull'arco trionfale, si misurò lo spessore della volta in chiave e si analizzò la consistenza dell'arco. Da uno scoprimento del partito murario dall'intonaco emerse che l'arco era stato costruito in due fasi successive: nella prima fase venne costruito l'arco portante vero e proprio, mentre nella seconda si realizzò un soprastante arco di scarico.

Al termine delle indagini venne redatta dall'ing. Barbera la "Relazione del progetto di restauro del Duomo di Torino", una relazione di tipo tecnico che illustrava i principali nodi progettuali, ad esclusione di quelli che necessitavano di ulteriori accertamenti.

Come già constatato nella prima relazione sullo stato della cattedrale, il giudizio sulle condizioni statiche dell'impianto murario e del sistema voltato era positivo: erano presenti solo alcune fessurazioni di lieve entità nella volta della navata centrale e in chiave all'arco trionfale. Rimase immutato anche il giudizio sul cupolino sovrastante la cupola: si prescrisse un intervento urgente di sostituzione delle colonne. Per quanto riguarda le lastre di piombo sulla cupola era necessario qualche intervento di saldatura ma potevano essere interamente conservate.

Dai saggi sulle coperture era emerso uno stato di degrado che ne richiedeva il completo rifacimento: si suggerì però di ripristinare l'antico manto realizzato in pietra, avente una pendenza minore e con il quale le falde delle navate laterali non occludevano la base delle finestre sulla navata centrale. Con il nuovo tetto si impose la realizzazione di un nuovo impianto di raccolta e di scarico delle acque pluviali, dato che quello esistente era mal funzionante. Si decise di procedere con gli stessi interventi anche sul tetto della sacrestia, che allo stato attuale era costituita da una copertura piana finita con piastrelle di cemento.

Per quanto riguarda il restauro degli elementi lapidei della facciata e dei cornicioni ci si soffermò in particolare sulle sculture dei portali, mentre per il restauro dei blocchi in pietra delle cornici orizzontali e delle paraste dei fianchi della navata centrale si rimandò ad una fase di studio maggiormente approfondita.

Venne prescritto il totale rifacimento dell'intonaco sui fianchi e sul tamburo della cupola nel quale erano presenti diverse lesioni e distacchi.

Con l'intenzione di demolire l'Archivio lungo il lato sud della Cattedrale, oltre a trovare altri locali per lo stesso, si stabilì che era necessario verificare lo stato di conservazione delle lesene e degli apparati decorativi lapidei della facciata da questo occultate e sistemare la gradinata e l'ingresso laterale di impianto settecentesco nelle zone adiacenti alle parti demolite.

Relativamente l'esterno della fabbrica venne infine toccato il problema della scalinata di fronte alla facciata, la scelta fu quella di tornare al disegno rinascimentale.

Per l'interno del Duomo, la Relazione prevedeva diverse lavorazioni di notevole importanza. Per le opere in pietra l'obiettivo era quello di eliminare le ricoperture ottocentesche; a seguito delle indagini le superfici lapidee, i pilastri e le lesene vennero giudicate in ottimo stato di conservazione per cui l'intervento consisteva in un'accurata pulizia, l'eliminazione delle tinteggiature presenti. Anche per quanto riguarda le pareti intonacate si decise di procedere con uno scrostamento generale accompagnato dal rifacimento di un intonaco bianco che restituisse all'edificio le sue linee primitive.

Il marmo del pavimento risultava in buone condizioni e avente la stessa posizione della pavimentazione originale in cotto, per cui il progetto prevedeva un intervento conservativo limitato a sostituire le lastre danneggiate.

Le indagini svolte sulla navata centrale ricadono tra quelle più rilevanti, soprattutto perché portarono alla realizzazione di un intervento decisamente esemplare per quei tempi.

In un primo momento le analisi avevano lo scopo di individuare l'effettiva estensione del crollo avvenuto nel 1657 nel tratto compreso tra il tamburo e la contro facciata; dalle misure condotte sulle centina emerse che solo una parte della volta era stata riparata, la curvatura della volta era costante per tutto il tratto con un'unica variazione in prossimità dell'arco trionfale. Questo significava che l'impianto della volta sembrava quello originario e che gli interventi realizzati dopo il crollo erano localizzati e non influivano in maniera significativa sull'architettura della volta.

Nella relazione si prevedeva il restauro e la ricostruzione delle aperture e la demolizione delle balconate ottocentesche.

Per quanto riguarda le navate laterali si studiò il tamponamento delle vetrate a mezzaluna che erano state aperte nel passato durante gli interventi seicenteschi, per prevedere l'apertura delle monofore originarie.

Durante questa fase iniziale vennero previsti anche interventi nel transetto destro, che non furono realizzati, che consistevano nella demolizione dell'ampliamento della cappella del Crocifisso in zona absidale, realizzato nel Settecento.

3.7 Il restauro della volta centrale

L'architettura della volta centrale all'inizio delle indagini lasciava molti dubbi: le irregolarità del profilo, la depressione del tracciato e la presenza delle catene la rendevano estranea e lontana dai modelli consueti del Quattrocento.

I primi rilievi, nell'estate del 1926, vennero eseguiti dall'intradosso, dopo la costruzione dei ponti, e dall'estradosso, dopo aver liberato i sottotetti dai depositi stratificati nel tempo. Per uno studio più accurato la volta venne alleggerita dai detriti e dalle tegole di risulta ammassate sugli ammattonati e sui rin fianchi.

Nella seconda metà del mese di gennaio del 1927, dopo il distacco dell'intonaco dagli intradossi, si poté procedere con le misure che permisero il tracciamento analitico del profilo longitudinale della volta e di sette sezioni trasversali.

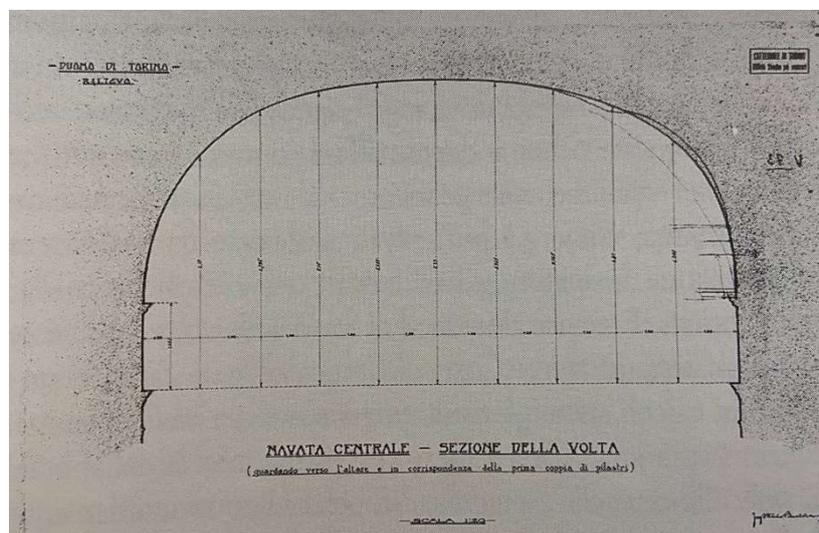


Figura 3.4 - Navata centrale. Sezione della volta (guardando verso l'altare in corrispondenza della prima coppia di pilastri)
(Diario dei Lavori, A.A.T., Archivio del Capitolo del Duomo, Sez. V, Varie, 52)

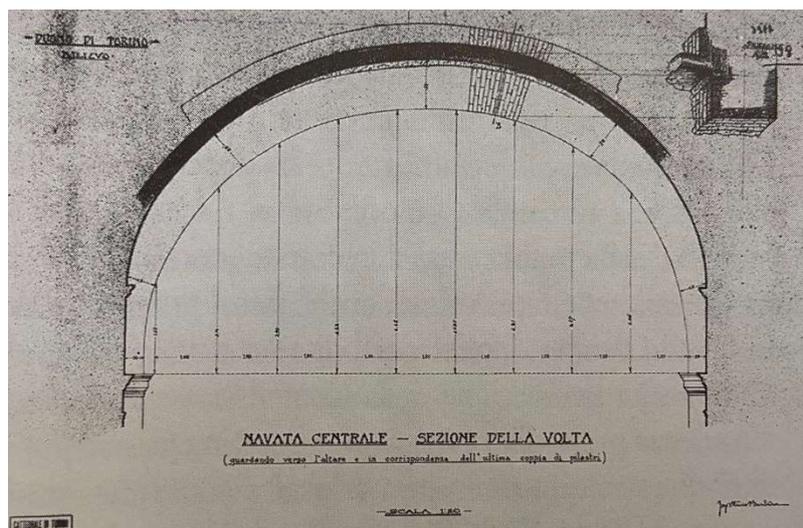


Figura 3.5 - Navata centrale. Sezione della volta (guardando verso l'altare in corrispondenza dell'ultima coppia di pilastri)
(Diario dei Lavori, A.A.T., Archivio del Capitolo del Duomo, Sez. V, Varie, 52)

I rilievi evidenziarono delle irregolarità nella volta, caratterizzata soprattutto da un assestamento della parte in sommità, quasi pianeggiante.

Analizzando la muratura e i pilastri di sostegno, si rilevò la presenza di lesioni orizzontali sul paramento lapideo dei pilastri all'altezza degli sguinci inferiori delle bifore ed emersero fenomeni di strapiombo dei pilastri verso l'esterno del valore massimo di quasi 10 cm nella mezzeria della navata.

Da queste prime indagini, nonostante l'assenza di calcoli statici, nacque una preoccupazione per la solidità strutturale della volta e l'intenzione di verificare la possibilità di eliminare, almeno al di sotto della volta, le catene, definite antiestetiche e poco efficaci.

Alla fine del mese di febbraio Barbera iniziò ad impostare i primi calcoli che vennero sviluppati in maniera più analitica dall'ingegner Croce che, alla luce delle numerose difficoltà, sottopose i calcoli all'esame del professore Camillo Guidi, illustre docente della Scuola Reale di Ingegneria.

Contemporaneamente vennero realizzati alcuni campioni di centinatura sull'intradosso della volta, operando sia sulle reni e all'imposta, che in chiave, con l'obiettivo di modificare il tracciato della volta e assorbirne le irregolarità. Le operazioni vennero però interrotte a causa delle instabilità evidenziate dai calcoli statici e dalla loro inefficacia.

Come già descritto in precedenza, nell'esecuzione dei calcoli venne prima di tutto calcolata la resistenza della volta, ipotizzandola nelle sue condizioni originarie. In questa sede si notò come la situazione in basso era meno problematica in quanto le spinte erano contrastate dalle volte della navata laterale.

Dopo aver esaminato la volta nelle sue condizioni passate, ci dedicò allo studio della volta nelle sue condizioni attuali: la stabilità dei piedritti era garantita dalle catene installate nel Seicento all'intradosso e all'estradosso della volta. La volta però tendeva ad aprirsi all'estradosso in corrispondenza delle reni e all'intradosso in mezzeria a causa dell'abbassamento della zona centrale. In passato, durante la ricostruzione, si era tentato di contrastare queste sollecitazioni riempiendone i fianchi con detriti; ciò aveva contribuito in minima parte a migliorare la stabilità della volta, ma al contempo aveva provocato un forte aumento della spinta sui piedritti che risultavano infatti eccessivamente caricati.

A seguito delle indagini si capì che era necessario eseguire un intervento in grado di migliorare sia le condizioni della volta che le condizioni dei pilastri. In sostanza bisognava alleggerire la volta e diminuire la spinta che essa provocava sui pilastri, la diminuzione però non doveva essere eccessiva perché la spinta della volta doveva essere in grado di contrastare l'effetto di quella delle volte laterali, garantendo la stabilità dei pilastri e permettendo la rimozione delle catene.

Per capire come raggiungere questi risultati Giberti e Barbera lavorarono alle verifiche statiche e avanzarono la proposta di alleggerire il tratto centrale della volta tramite l'uso di tiranti e di caricare i pilastri con un carico supplementare di 20 tonnellate; in questo modo le spinte ad aprirsi della volta sarebbero state eliminate, il carico sui pilastri non sarebbe più stato eccentrico ma uniformemente distribuito e si potevano rimuovere le catene della volta.

La proposta poteva essere messa in atto mediante la costruzione di un complesso sistema di travi in ferro trasversali, disposte parallelamente alle catene delle capriate, poggianti su elementi in muratura e in cemento realizzati sui rinfianchi della volta. Per la realizzazione dei carichi supplementari vennero previsti dei blocchi in calcestruzzo da appendere alle estremità delle travi in ferro, mentre per alleggerire al centro la volta vennero previsti dei tiranti filettati, ancorati alle travi in ferro e murati all'intradosso della volta, aventi una tensione in base all'alleggerimento programmato.

La proposta venne accolta dalla Commissione Tecnica e sottoposta alla verifica del prof. Guidi che approvò il progetto.

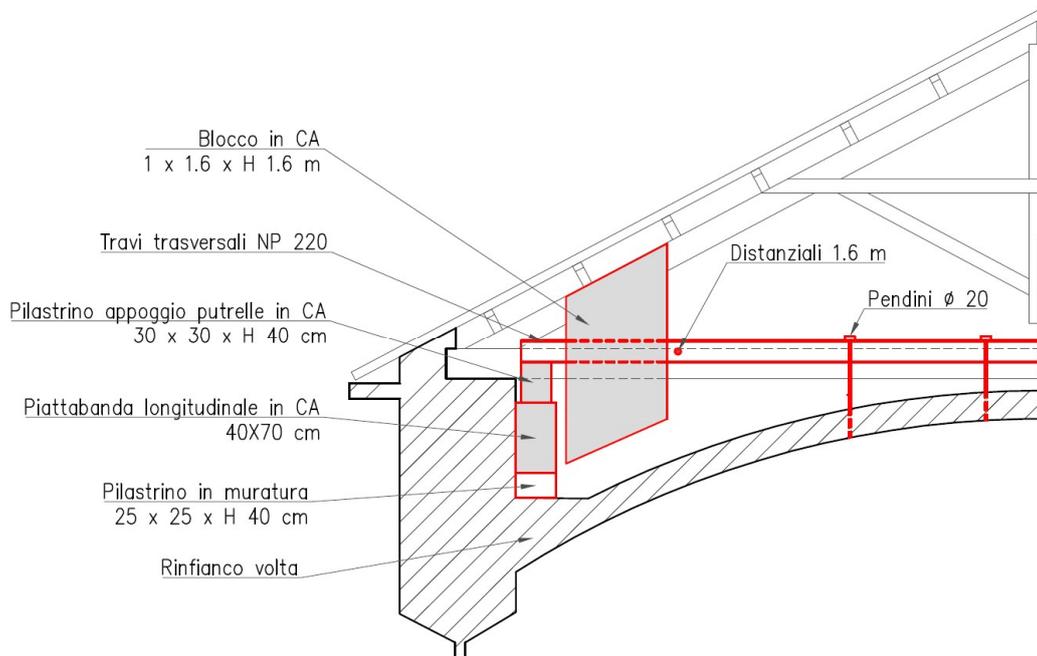


Figura 3.6 - Sezione trasversale dell'intervento sulla volta della navata centrale
(Momo, 1997, p. 207)

Si poté procedere quindi dar inizio ai lavori per realizzare l'opera di consolidamento che tuttora è presente al di sopra della volta centrale.

La prima operazione fu il tracciamento degli interassi per la posa delle travi in ferro, poste ad una distanza media di 1.30 m, e per la costruzione delle piattabande longitudinali di sostegno (con sezione 40x68 cm).

Successivamente venne verificata la consistenza dei sei rinfianchi in muratura che irrigidivano i costoloni della volta, su cui dovevano appoggiare le piattabande stesse. L'appoggio sui rinfianchi, larghi 50 cm e disposti con un interasse medio di 5.30 m (come i sottostanti pilastri), venne raddoppiato con la costruzione di due setti di sostegno in mattoni. Questi pilastri, visibili ai lati dei rinfianchi, allargano l'appoggio sulla muratura di 25 cm per parte ed hanno una profondità di 40 cm, pari alla larghezza della piattabanda di cemento che corre superiormente.

Dopo aver sistemato gli appoggi, vennero preparate e posizionate le cassature delle travi di piattabanda longitudinali, armate con tondini in acciaio di 18 mm di diametro. In corrispondenza dell'attacco della volta con il tamburo, per permettere l'accesso al sottotetto

per le operazioni di manutenzione, la trave venne soppressa e sostituita da putrelle binate appoggiate da una parte sull'estremità della banchina e dall'altra su un basamento in cemento realizzato in adiacenza alla muratura del tamburo. Dopo il getto delle piattabande, vennero realizzati i pilastrini di sostegno delle travi trasversali con le relative piastre di ripartizione. Le 26 travature di ferro trasversali hanno la sezione formata da due profili metallici ad "I" alti 22 cm e sono collegate a due a due alle estremità da distanziali, dietro i quali, si realizzarono grandi blocchi in calcestruzzo che costituivano i carichi supplementari. I blocchi sono quindi 13 per lato, hanno una profondità di un metro, altezza pari 1,60 m e una sezione trasversale larga superiormente di 1.60 m e inferiormente di 1.00 m, pensata in modo da appoggiare agevolmente la cassetta sulle travi trasversali.

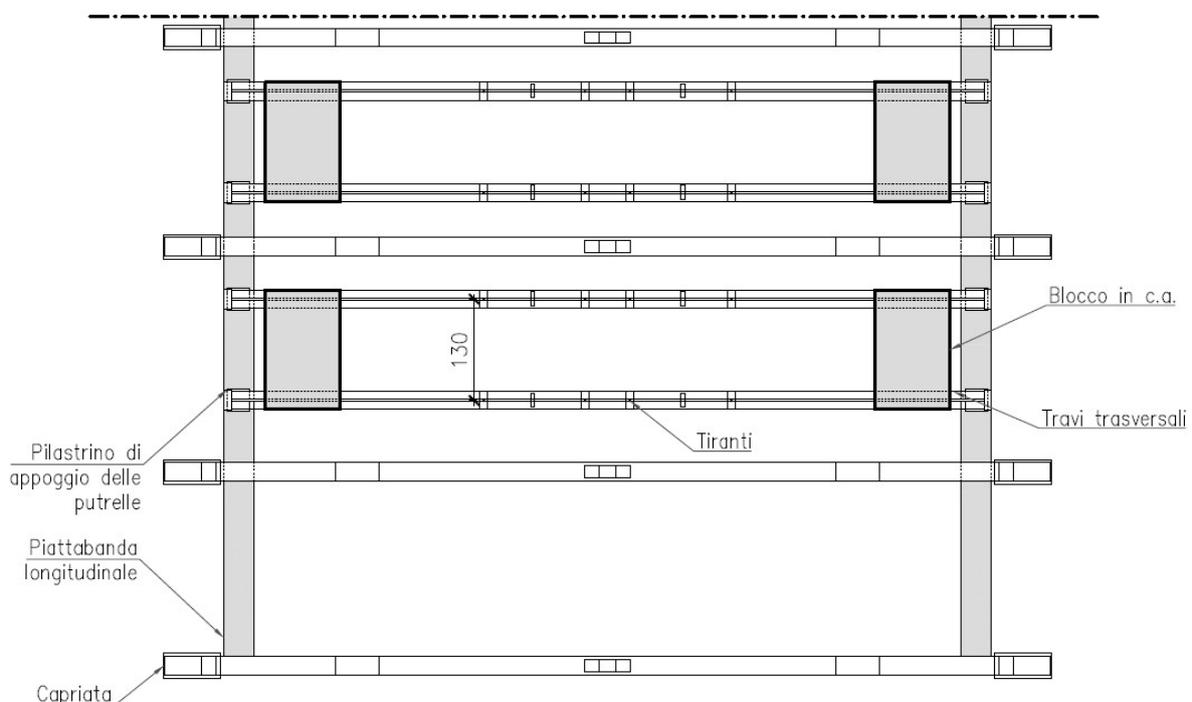


Figura 3.7 - Pianta dell'intervento sulla volta della navata centrale (M. Momo, 1997, p. 207)

Contemporaneamente furono eliminate le catene superiori e inglobate nel getto dei pilastrini (oggi si vedono correre al di sopra dei rinfianchi, tenuti da un rialzo in muratura).

A metà agosto l'armatura portante del sistema era costruita, si poté così procedere a collegarla con la volta sottostante. Vennero predisposti i tiranti, realizzati con tondini di acciaio di diametro 20 mm, che attraversavano la volta nel suo spessore, ancorati nella parte inferiore

a staffe murate nell'intradosso e nella parte superiore all'interno dei due profilati ad "I" che costituivano le travi trasversali. Superiormente i tondini erano filettati e muniti di bulloni poggianti su piastre di ferro, tramite l'avvitamento dei bulloni si alleggeriva la volta. Vennero posizionati per ogni trave trasversale quattro tiranti disposti ad un interasse laterale di 135 cm e centrale di 110 cm.



Figura 3.8 - Fotografia del sottotetto della navata centrale – Capriate, travi trasversali e tiranti



Figura 3.9 - Fotografia del sottotetto della navata centrale - Capriate, travi trasversali, tiranti e blocchi in calcestruzzo

Una volta predisposto il sistema si poté procedere a eseguire l'azione preliminare di consolidamento. Dai calcoli statici era emerso che la volta doveva essere alleggerita di 10 tonnellate per ogni campata: si dispose lo stesso peso sulle travi trasversali mediante sacchi

di sabbia, sotto l'effetto di tali pesi le travature subirono un cedimento in mezzeria che venne misurato per mezzo di flessimetri.

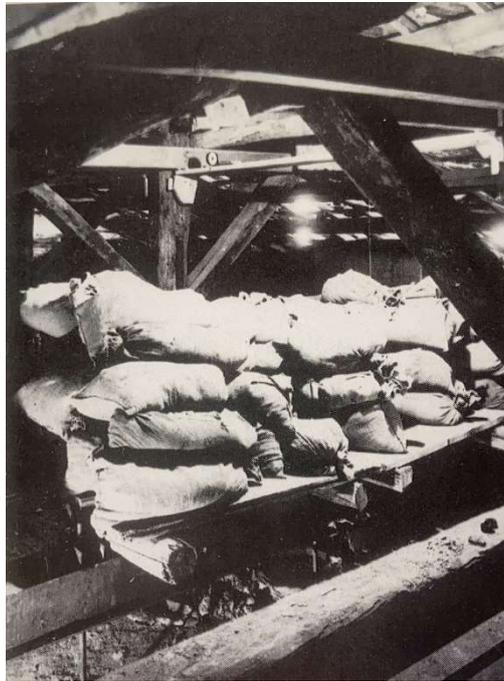


Figura 3.10 - Operazioni di consolidamento della volta: caricamento con sacchi di sabbia per la misurazione degli abbassamenti strutturali (Momo, 1997, p. 208)

Si allontanarono i sacchi di sabbia e le travature ripresero la posizione iniziale. A questo punto si tirarono i bulloni in modo da provocare nelle travature metalliche un cedimento uguale a quello provocato dalla disposizione dei sacchi di sabbia, che risultava compreso tra 20 e 25 mm.

Nella seconda settimana di settembre si poté procedere al taglio delle catene inferiori con lo sfilamento dei relativi bolzoni. Prima di procedere però si disposero strisce di scagliola sulla muratura e fili di piombo di osservazione in modo da monitorare ogni minimo movimento delle masse murarie. Il taglio venne praticato in mezzeria e si osservò che lo strappo avveniva quando la sega raggiungeva i 3-4 mm dall'estremità inferiore e che a seguito del taglio si aveva un notevole accorciamento delle catene. Al momento del taglio nelle catene erano presenti delle tensioni provocate, come spiegava Giberti, dal raffreddamento al seguito del riscaldamento per la loro posa nel 1656.

4. Parametri dei materiali

Nel presente capitolo vengono definiti i parametri meccanici dei materiali di cui è costituito il Duomo, necessari per poter procedere con le analisi. Si fa riferimento al capitolo 8, relativo alle costruzioni esistenti, delle *Norme Tecniche per le Costruzioni del 2018 (NTC18)* e alla *Circolare del 21 gennaio 2019 «Istruzioni per l'applicazione dell'Aggiornamento delle 'Norme tecniche per le costruzioni'»*.

La cattedrale di San Giovanni Battista è una struttura realizzata prevalentemente in muratura. Una costruzione in muratura, come riportato dalla *Circolare del 21 gennaio 2019 – Paragrafo C8.5.3.1* «è il risultato dell'assemblaggio di materiali diversi, in cui la tecnica costruttiva, le modalità di posa in opera, le caratteristiche meccaniche dei materiali costituenti e il loro stato di conservazione, determinano il comportamento meccanico dell'insieme.»

La conoscenza del manufatto assume quindi un ruolo centrale nello studio della struttura, per questo motivo le NTC definiscono i fattori di confidenza, in base ai quali vengono stabiliti i valori dei parametri meccanici dei materiali e l'accuratezza delle verifiche di sicurezza. I fattori di confidenza dipendono dal livello di conoscenza della costruzione, che varia in funzione del grado di approfondimento delle indagini.

4.1 Analisi storico-critica

Il primo passo per raggiungere un buon livello di conoscenza di una struttura è quello di analizzarne la storia, comprendendo e ricostruendo le fasi costruttive e le sue mutazioni nel tempo. L'analisi storico-critica del Duomo di Torino è stata eseguita nel capitolo precedente, tramite il libro di M. Momo "Il Duomo di Torino: trasformazioni e restauri" e tramite le fonti presenti all'Archivio Arcivescovile.

In particolare, come prevede la *Circolare del 21 gennaio 2019 – Paragrafo C8.5.1*, le ricerche si sono soffermate maggiormente sui seguenti aspetti: epoca di costruzione, tecniche costruttive dell'epoca di costruzione, forma originaria e successive modifiche, traumi subiti, alterazione delle condizioni al contorno, deformazioni, dissesti, quadri fessurativi, interventi di consolidamento, sviluppo dell'aggregato edilizio di cui fa parte.

4.2 Rilievo

Il *Paragrafo C8.5.2.1* della Circolare del 2019 è incentrato sulle fasi di rilievo delle strutture in muratura: una buona conoscenza della composizione degli elementi e dei collegamenti è fondamentale dal momento che si tratta di materiali dotati di una forte variabilità.

In base al grado di approfondimento del rilievo, la normativa sopracitata, prevede tre livelli di indagine:

- *Indagini limitate*: basate su indagini di tipo visivo, sul rilievo geometrico delle superfici esterne degli elementi costruttivi, su saggi locali che consentano di determinare le caratteristiche della muratura sotto intonaco e lo spessore, il grado di ammorsamento tra pareti ortogonali e le zone di appoggio dei solai, i dispositivi di collegamento e di eliminazione delle spinte;
- *Indagini estese*: indagini limitate accompagnate da saggi più estesi e diffusi in modo da ottenere tipizzazioni delle caratteristiche dei materiali e costruttive e una aderenza delle indicazioni fedele alla reale varietà della costruzione;
- *Indagini esaustive*: indagini come riportato al punto precedente ma estese in modo sistematico con il ricorso a saggi che permettano di individuare chiaramente la morfologia e la qualità delle murature, il rispetto della regola d'arte nella disposizione dei materiali, l'efficacia dell'ammorsamento tra le pareti e dei dispositivi di collegamento e di eliminazione delle spinte, oltre che sulle caratteristiche degli appoggi degli elementi orizzontali.

Per quanto riguarda la cattedrale di San Giovanni Battista si ricade del caso delle indagini limitate in quanto, durante i sopralluoghi, si è proceduto ad effettuare il rilievo geometrico e ad esaminare la struttura in maniera visiva.

4.3 Livello di conoscenza e fattore di confidenza

Prima di poter stabilire i parametri meccanici dei materiali è necessario determinare i *Fattori di Confidenza (FC)*, utilizzati come fattori riduttivi dei parametri stessi e come indicatori del livello di conoscenza della struttura. I fattori di confidenza vengono definiti in riferimento ai *Livelli di Conoscenza (LC)*. La *Circolare del 21 gennaio 2019 – Paragrafo C8.5.4* definisce tre livelli di conoscenza:

- LC1: viene raggiunto quando vengono effettuati l'analisi storico-critica, il rilievo geometrico completo e indagini limitate sui dettagli costruttivi, prove limitate sulle caratteristiche meccaniche dei materiali; il valore del fattore di confidenza è $FC=1.35$;
- LC2: viene raggiunto quando vengono effettuati l'analisi storico-critica, il rilievo geometrico completo e indagini estese sui dettagli costruttivi, prove estese sulle caratteristiche meccaniche dei materiali; il valore del fattore di confidenza è $FC=1.2$;
- LC3: viene raggiunto quando vengono effettuati l'analisi storico-critica, il rilievo geometrico completo e indagini esaustive sui dettagli costruttivi, prove esaustive sulle caratteristiche meccaniche dei materiali; il valore del fattore di confidenza è $FC=1.2$;

La geometria del Duomo è nota grazie ai rilievi svolti con un distanziometro laser e con la stazione totale; dalle tavole presenti all'Archivio Arcivescovile è stato possibile estrapolare le dimensioni degli elementi strutturali. Si ricade quindi nel caso di livello di conoscenza LC1 per il quale il fattore di confidenza FC è pari a 1.35.

4.4 La caratterizzazione meccanica dei materiali

La determinazione delle caratteristiche di resistenza e di deformabilità dei materiali è stata fatta sulla base del *Paragrafo C8.5.3* della *Circolare* del 2019.

Le caratteristiche meccaniche delle strutture in muratura possono essere individuate a seguito di prove in situ su porzioni di muratura o di prove in laboratorio su elementi indisturbati prelevati in situ. Nel caso in cui non sia possibile procedere con una caratterizzazione diretta

dei materiali si può fare uso della tabella C8.5.1 della normativa che riporta, per diverse tipologie di muratura, i valori di:

- resistenza media a compressione (**f**);
- resistenze medie a taglio in assenza di tensioni normali in riferimento ai modelli di capacità nel capitolo C8.7.1.3 (τ_0 e f_{v0});
- valore medio del modulo di elasticità normale (**E**);
- valore medio del modulo di elasticità tangenziale (**G**);
- peso specifico medio (**w**).

Tipologia di muratura	f	τ_0	f_{v0}	E	G	w
	(N/mm ²)	(kN/m ³)				
	min-max	min-max		min-max	min-max	
Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)	1,0-2,0	0,018-0,032	- -	690-1050	230-350	19
Muratura a conci sbozzati, con paramenti di spessore disomogeneo (*)	2,0	0,035-0,051	- -	1020-1440	340-480	20
Muratura in pietre a spacco con buona tessitura	2,6-3,8	0,056-0,074	- -	1500-1980	500-660	21
Muratura irregolare di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.,)	1,4-2,2	0,028-0,042	- -	900-1260	300-420	13 ÷ 16(**)
Muratura a conci regolari di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.,) (**)	2,0-3,2	0,04-0,08	0,10-0,19	1200-1620	400-500	
Muratura a blocchi lapidei squadriati	5,8-8,2	0,09-0,12	0,18-0,28	2400-3300	800-1100	22
Muratura in mattoni pieni e malta di calce (***)	2,6-4,3	0,05-0,13	0,13-0,27	1200-1800	400-600	18
Muratura in mattoni semipieni con malta cementizia (es.: doppio UNI foratura ≤40%)	5,0-8,0	0,08-0,17	0,20-0,36	3500-5600	875-1400	15

(*) Nella muratura a conci sbozzati i valori di resistenza tabellati si possono incrementare se si riscontra la sistematica presenza di zeppe profonde in pietra che migliorano i contatti e aumentano l'ammorsamento tra gli elementi lapidei; in assenza di valutazioni più precise, si utilizzi un coefficiente pari a 1,2.

(**) Data la varietà litologica della pietra tenera, il peso specifico è molto variabile ma può essere facilmente stimato con prove dirette. Nel caso di muratura a conci regolari di pietra tenera, in presenza di una caratterizzazione diretta della resistenza a compressione degli elementi costituenti, la resistenza a compressione f_{pu} può essere valutata attraverso le indicazioni del § 11.10 delle NTC.

(***) Nella muratura a mattoni pieni è opportuno ridurre i valori tabellati nel caso di giunti con spessore superiore a 13 mm; in assenza di valutazioni più precise, si utilizzi un coefficiente riduttivo pari a 0,7 per le resistenze e 0,8 per i moduli elastici.

Figura 4.1 - Valori di riferimento dei parametri meccanici della muratura (Circolare del 21 gennaio 2019, Tab. C8.5.1)

Vista la possibilità di realizzare solamente indagini limitate sul Duomo e di ricondurre la tipologia muraria con cui è stato realizzato a una di quelle presenti nella tabella soprastante, i valori dei parametri meccanici da utilizzare sono stati desunti dalla tabella stessa. Ricadendo nel caso del livello di conoscenza LC1, per le resistenze si sono considerati i lavori minimi, mentre per i moduli elastici i valori medi.

La tipologia muraria considerata è “*Muratura in mattoni pieni e malta di calce*” e i valori dei parametri sono:

- $f = 2.6 \text{ N/mm}^2$
- $\tau_0 = 0.05 \text{ N/mm}^2$
- $f_{v0} = 0.13 \text{ N/mm}^2$
- $E = 1500 \text{ N/mm}^2$
- $G = 500 \text{ N/mm}^2$
- $w = 18 \text{ kN/m}^3$

La *Circolare* specifica che l'adozione di questi parametri deve rispondere alle seguenti condizioni: «malta di calce di modeste caratteristiche (resistenza media a compressione f_m stimabile tra 0.7 e 1.5 N/mm^2), assenza di ricorsi (listature), paramenti semplicemente accostati o mal collegati, tessitura (nel caso di elementi regolari) a regola d'arte, muratura non consolidata. Inoltre, i parametri della Tabella sono finalizzati prevalentemente a verifiche nei confronti delle azioni sismiche. »

La resistenza a compressione può essere utilizzata anche nei riguardi delle azioni non sismiche, purché si considerino i possibili fenomeni di instabilità locale.

5. Modellazione

La modellazione agli elementi finiti della cattedrale è stata effettuata tramite l'uso di due software diversi. In un primo momento si è utilizzato *Midas FEA NX*.



Figura 5.1 - Logo di *Midas FEA NX*

Si tratta di un software di modellazione solida 3D che permette di creare oggetti geometrici molto complessi e che possiede diversi strumenti per la creazione di mesh 2D e 3D.

Nella seconda fase si è fatto uso di *Midas Gen*, un software per la progettazione e il calcolo, in grado di elaborare modelli con un grandissimo numero di elementi finiti, in cui è possibile importare ed esportare i file da *Midas FEA NX*.



Figura 5.2 - Logo di *MIDAS Gen*

Nella fase iniziale sono stati modellati tutti gli elementi in muratura: l'utilizzo del software *Midas FEA NX* ha permesso la modellazione delle volte, sia a crociera sulle navate laterali che a botte sulla navata centrale, e la realizzazione di una mesh più fitta in corrispondenza delle aperture e delle volte lungo la linea di connessione con la struttura. Tramite *Midas Gen* il

modello è stato ultimato, con l'aggiunta delle parti mancanti, dei vincoli e dei carichi e sono state effettuate le analisi.

Per studiare al meglio le dinamiche che hanno coinvolto la volta centrale del Duomo si è deciso di realizzare quattro modelli diversi che rispecchino le quattro configurazioni che la navata centrale ha assunto nel corso della storia. In particolare, il primo modello è rappresentativo della cattedrale nella sua condizione iniziale, nel secondo viene applicato un cedimento in sommità dei pilastri per riprodurre la rotazione verso l'esterno che hanno subito durante gli eventi seicenteschi. Il terzo modello rispecchia la configurazione immediatamente dopo l'inserimento delle catene all'intradosso e all'estradosso della volta avvenuto a seguito del crollo del 1656. Infine, il quarto modello è relativo alla situazione a seguito dei restauri del 1926-1928 (coincidente con quella attuale); nel modello è stato inserito il sistema costituito da travi, tiranti e blocchi di calcestruzzo nel sottotetto della navata centrale.

La distinzione dei quattro modelli è stata effettuata soltanto in un secondo momento mediante l'uso di *Midas Gen*.

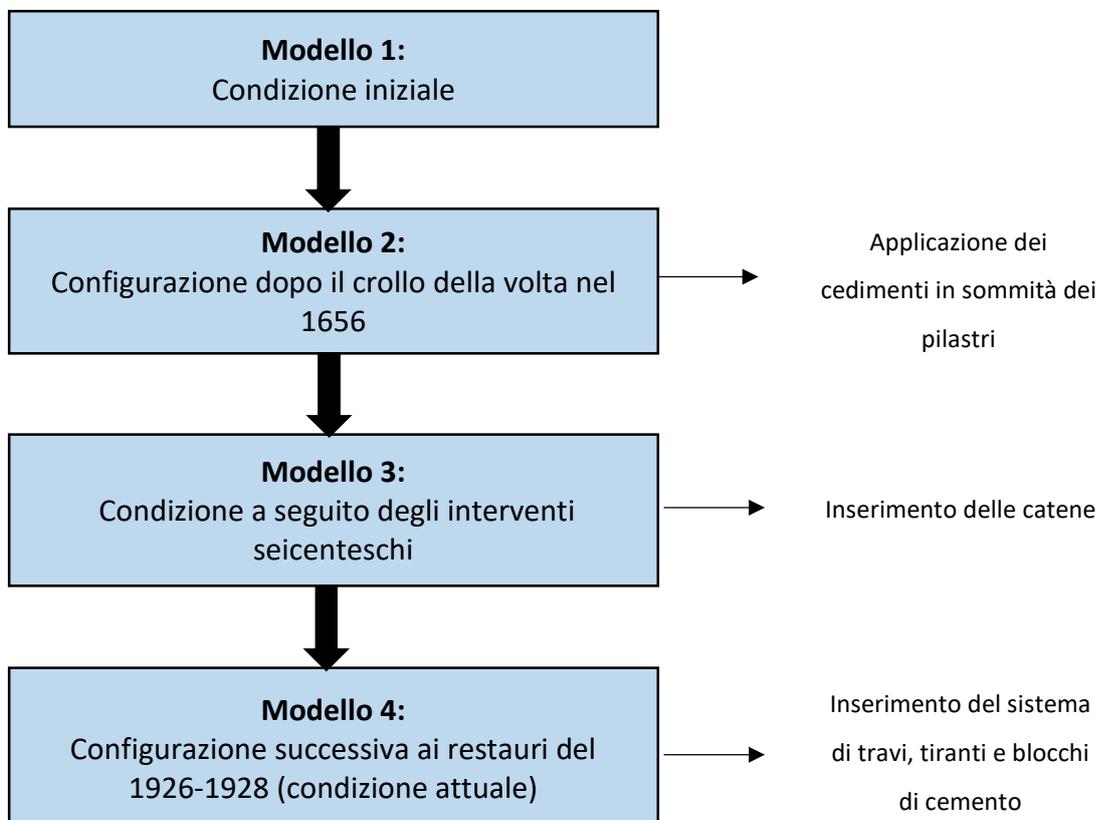


Figura 5.3 - Schema riassuntivo dei modelli FEM realizzati

5.1 Modellazione con Midas FEA NX

Prima di partire a realizzare il modello è stato necessario semplificare la pianta architettonica uniformando gli spessori murari e linearizzando alcune parti. È stata inoltre individuata la linea media, indispensabile per la modellazione agli elementi finiti. Il risultato che si ottiene è quello mostrato in *Figura 5.3*.

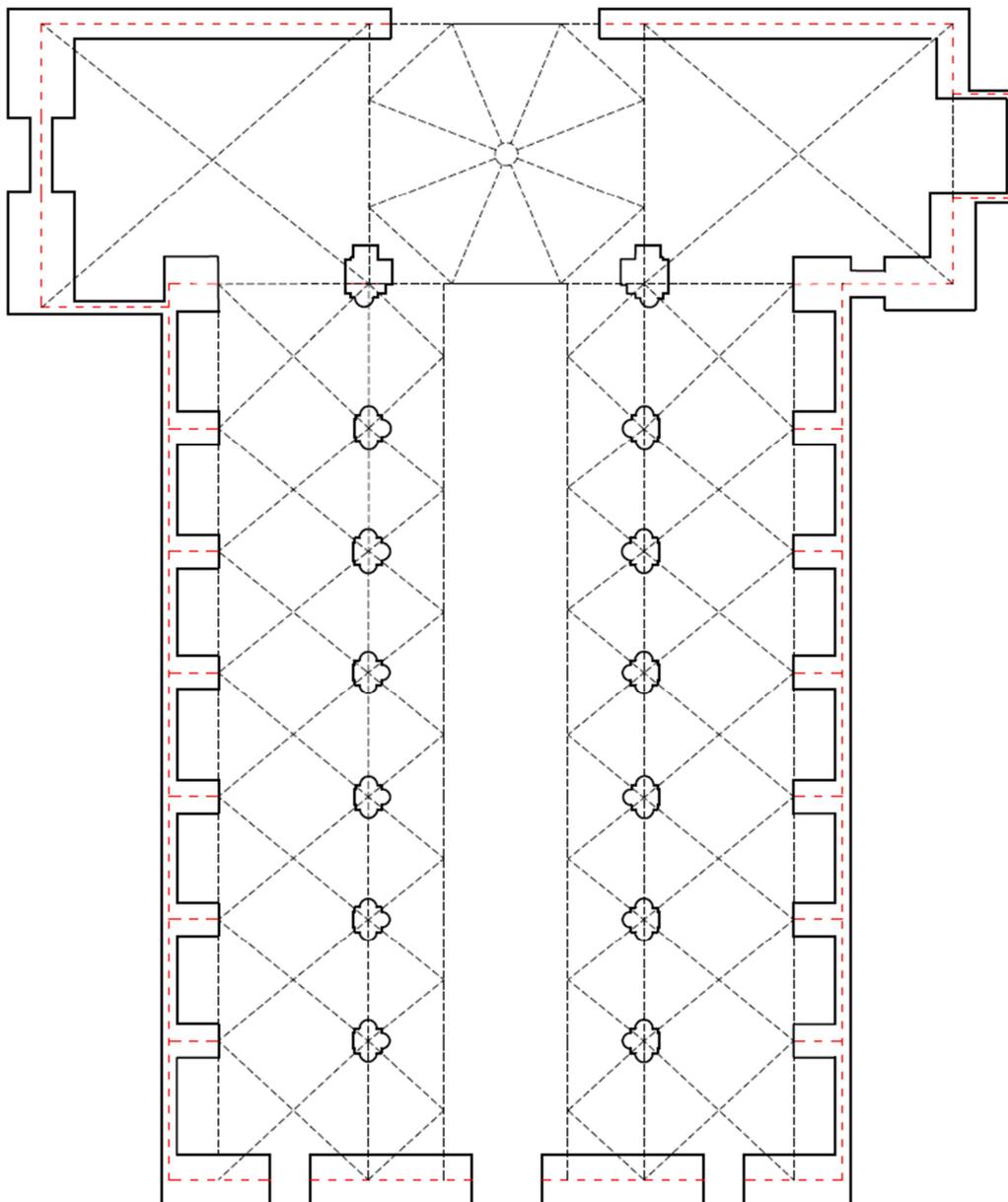


Figura 5.4 - Pianta del Duomo semplificata con tracciamento della linea media

Il primo passo all'interno del software è stato quello di disegnare la linea media dei muri.

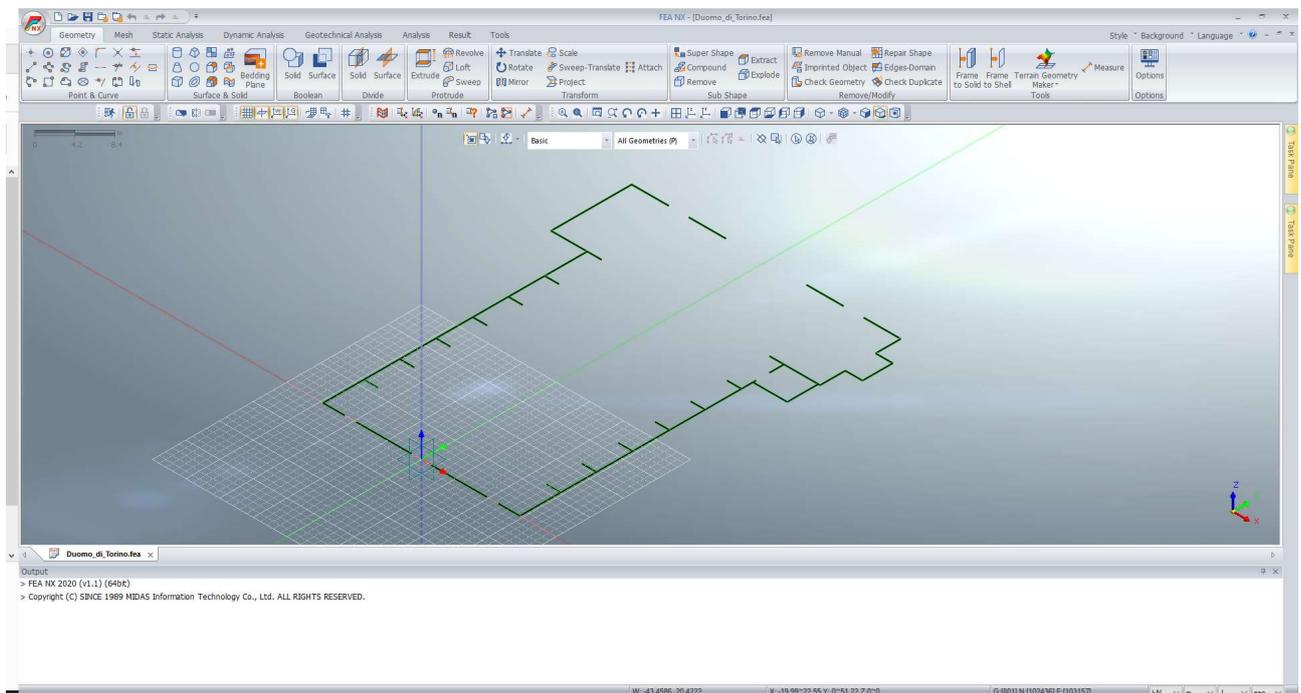


Figura 5.5 - Disegno della linea media dei muri su Midas FEA NX

Utilizzando le sezioni, tracciate sulla base delle tavole presenti all'Archivio Capitolare e del rilievo geometrico, sono state definite le altezze e le aperture presenti e sono state generate le superfici che definiscono perimetralmente il Duomo.

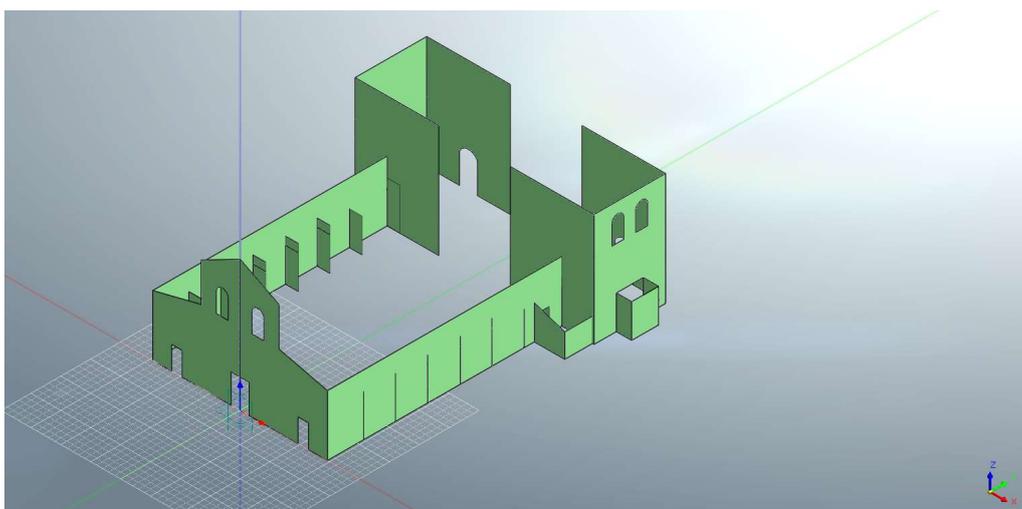


Figura 5.6 - Modello geometrico dei muri perimetrali

Dopo aver modellato i muri della cattedrale, è iniziata la modellazione delle volte partendo da quelle laterali. Le volte sulle navate laterali del Duomo di Torino sono volte a crociera,

derivanti quindi dall'intersezione di due volte a botte uguali e ortogonali, all'intradosso delle quali si trovano due spigoli curvilinei che vanno da un angolo a quello opposto.

Innanzitutto, ne sono state tracciate le dimensioni in pianta, considerando come punti di appoggio i centri dei pilastri e i muri che separano gli altari delle navate laterali, poi sono stati disegnati gli archi delle volte a botte.

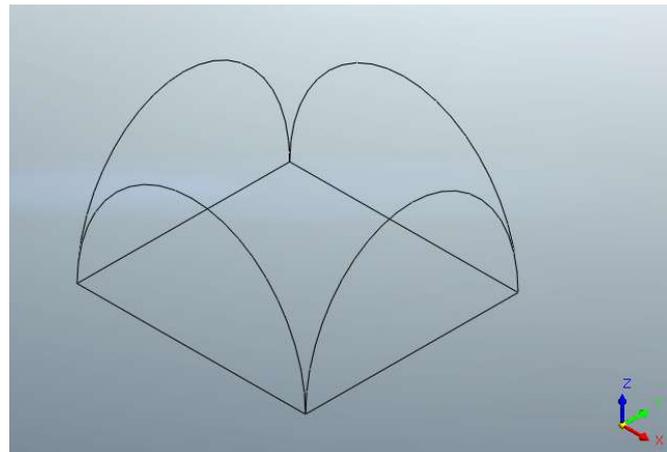


Figura 5.7 - Tracciamento delle dimensioni in pianta e degli archi di una volta laterale

Generando le superfici delle volte a botte e intersecandole si sono ottenute le volte a crociera.

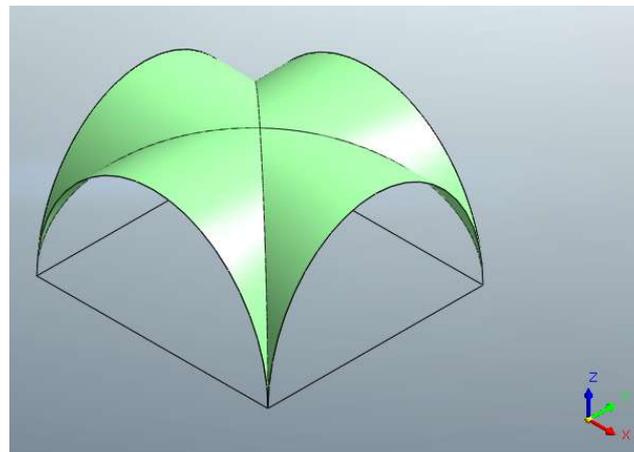


Figura 5.8 – Modello geometrico di una delle volte a crociera sulle navate laterali

Tra le volte laterali e i muri perimetrali della cattedrale sono presenti delle volte a botte posizionate al di sopra degli altari, poggianti sui muri che separano gli stessi. Per realizzarne il modello sono stati dapprima disegnati gli archi che le definiscono ed in seguito sono state generate le superfici.

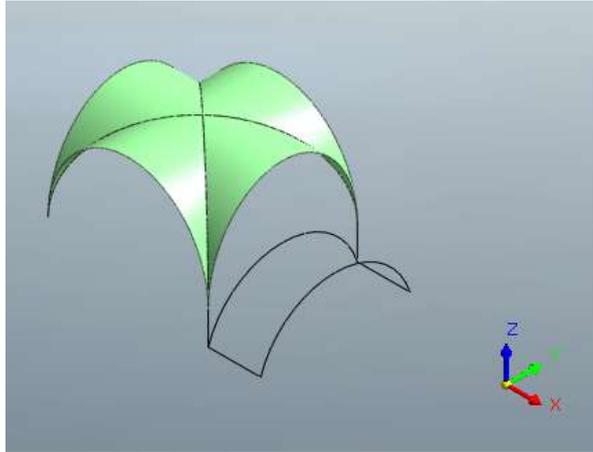


Figura 5.9 - Tracciamento degli archi di una volta a botte sugli altari laterali

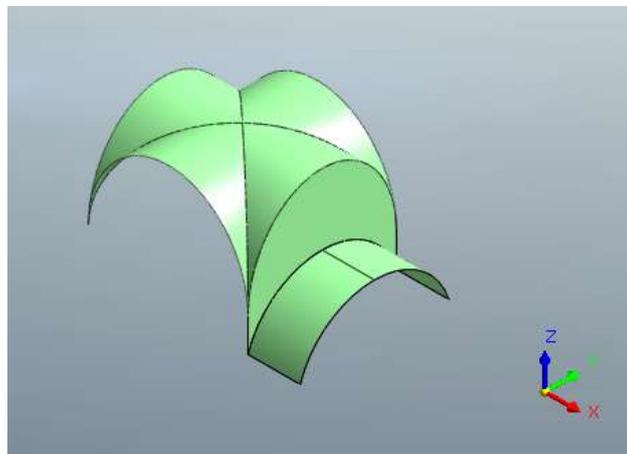


Figura 5.10 - Modello geometrico di una volta a botte sugli altari laterali

Posizionando le volte all'interno del modello, le coperture delle navate laterali, almeno a livello geometrico, risultano definite.

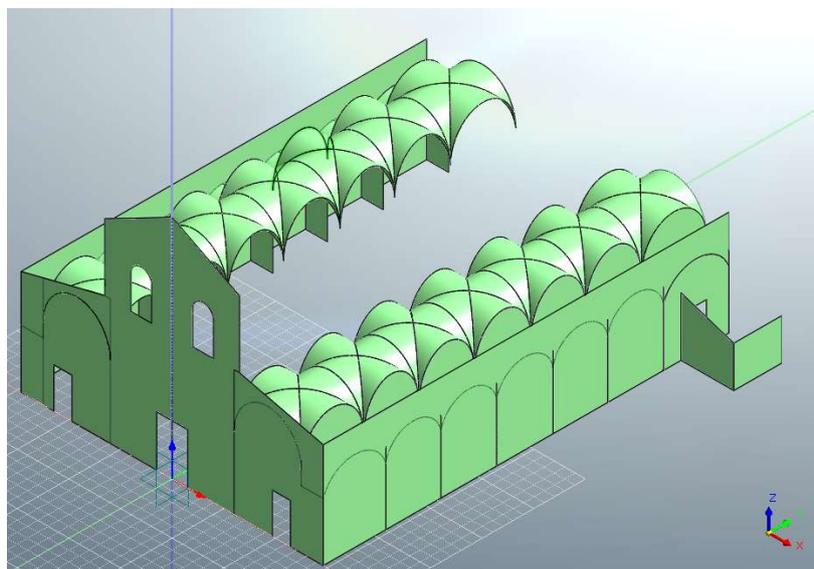


Figura 5.11- Aggiunta delle volte laterali nel modello geometrico del Duomo

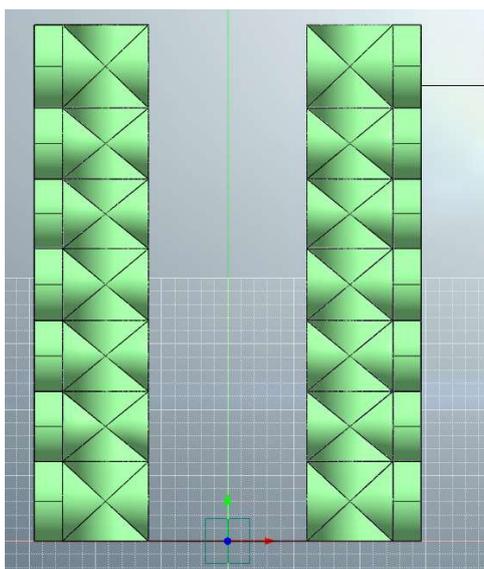


Figura 5.12 - Vista in pianta del modello dopo l'aggiunta delle volte laterali

Nella fase successiva è stata modellata la volta a botte lunettata sulla navata centrale. La volta a botte lunettata deriva dall'intersezione di una volta a botte principale e di diverse volte a botte ortogonali ad essa aventi un diametro inferiore. Il procedimento seguito è stato il medesimo di quello delle volte laterali, applicato a ciascuna campata della navata centrale. I punti di appoggio considerati in questo caso sono i centri dei pilastri.

Nella prima campata della volta centrale sono state modellate anche le due lunette frontali sulla facciata.

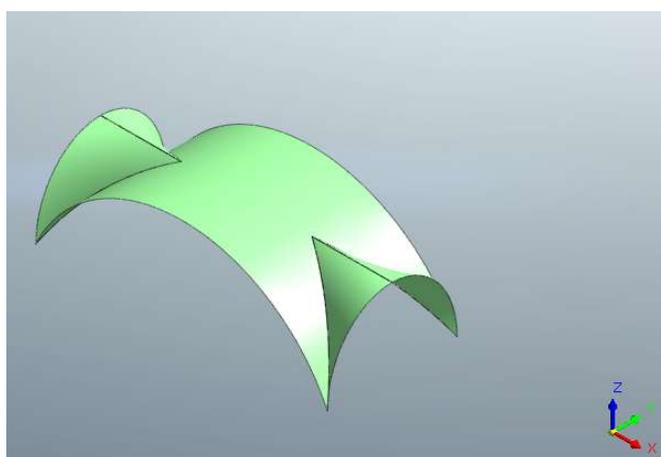


Figura 5.13 - Modello geometrico di una porzione di volta a botte lunettata

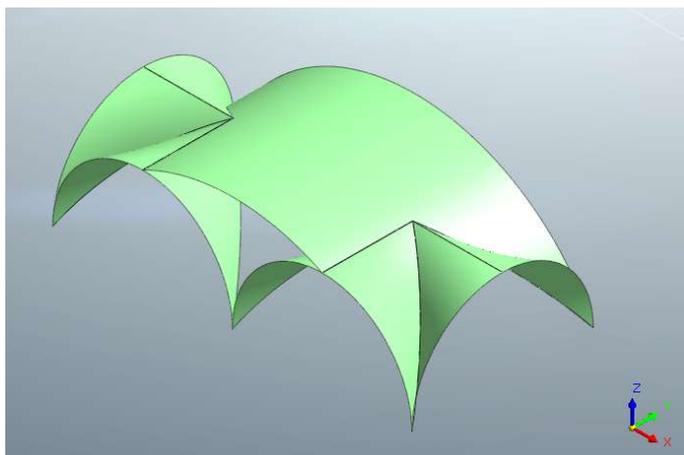


Figura 5.14 - Modello geometrico della volta a botte lunettata in corrispondenza della facciata

Dopo aver modellato e posizionato tutte le porzioni di volta centrale sono state create le superfici dei muri adiacenti ad essa, tenendo conto delle aperture presenti.

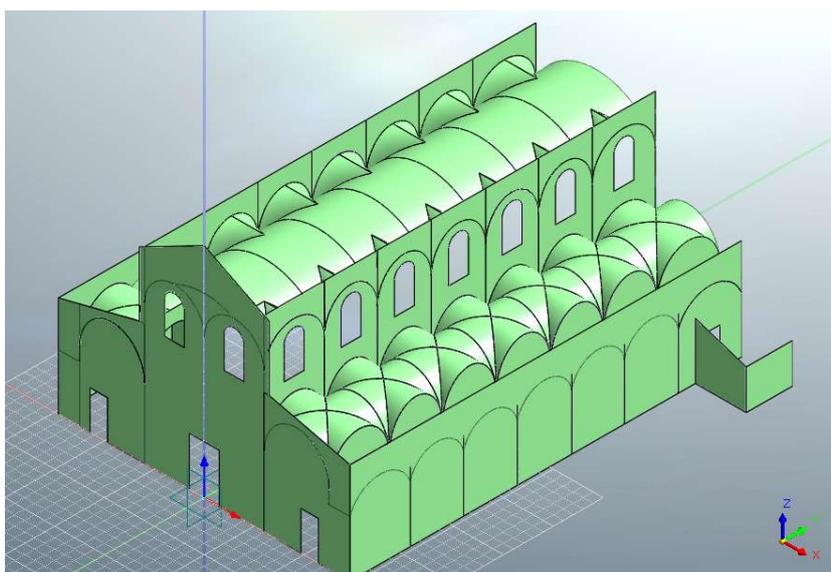


Figura 5.15 - Modello geometrico del Duomo con l'aggiunta delle volte e dei muri della navata centrale

A questo punto la muratura della parte anteriore del Duomo era, a livello geometrico, pressoché modellata, perciò ci si è dedicati alla parte posteriore modellando prima di tutto le volte a crociera al fondo delle navate laterali. L'imposta è alla medesima quota di quella della volta centrale, i punti di appoggio sono stati fissati al centro dei pilastri e sulla muratura perimetrale.

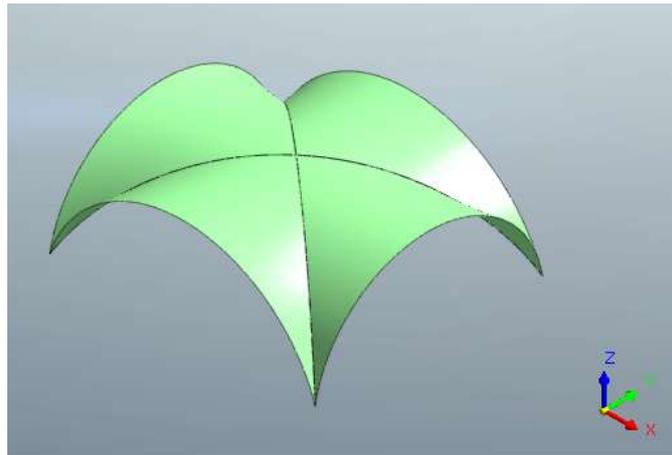


Figura 5.16 - Modello geometrico delle volte a crociera sul transetto

Tra le volte laterali al di sopra all'altare si erge la cupola ottagonale, il cui tamburo appoggia sugli archi che si trovano tra la cupola e la volta centrale, tra la cupola e le volte a crociera, tra la cupola e il muro retrostante del Duomo.

Prima di tutto sono stati modellati gli archi e le superfici che costituiscono i muri del tamburo. Dopo aver definito il piano di imposta della cupola, è stato posizionato il foro su cui si erge il cupolino e sono stati disegnati, con degli archi, i costoloni angolari che hanno permesso di modellare la cupola.

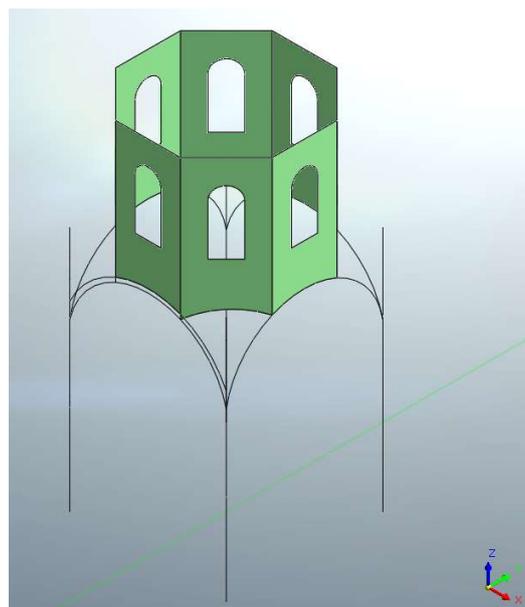


Figura 5.17 - Modello geometrico del tamburo e degli archi sottostanti

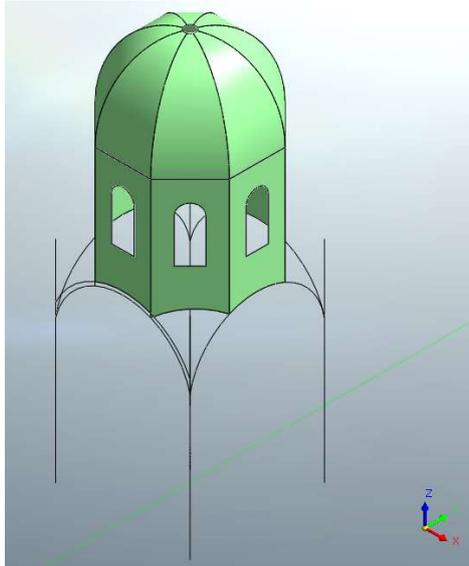


Figura 5.18 - Modello geometrico del tamburo e della cupola

Con il posizionamento della cupola il modello geometrico risulta completo, quindi è passati ad assegnare la mesh.

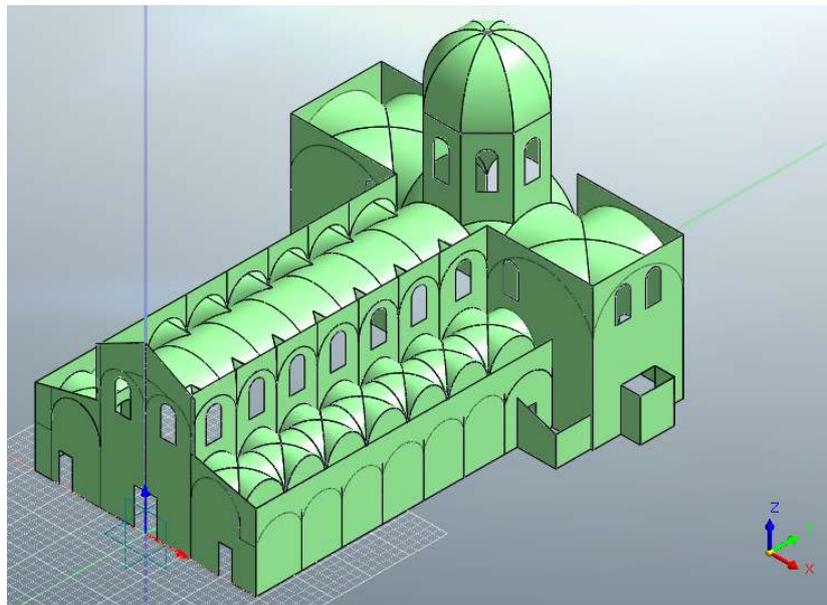


Figura 5.19 - Modello geometrico completo del Duomo

Il modello geometrico della cattedrale risulta quasi totalmente composto da elementi bidimensionali, infatti, ad eccezione dei quattro archi sotto la cupola, sono state modellate soltanto pareti e coperture (volte e cupola).

L'analisi di elementi bidimensionali è sicuramente più complessa dell'analisi di elementi monodimensionali (usati per modellare travi e pilastri) e richiede una maggiore attenzione:

per poter ottenere una notevole accuratezza dei risultati è necessario assegnare correttamente la mesh degli elementi bidimensionali, soffermandosi sul loro comportamento statico e scegliendo il giusto passo di discretizzazione.

In generale, gli elementi bidimensionali possono avere tre tipi di comportamento diversi:

- comportamento a lastra: ciascun nodo dell'elemento possiede due gradi di libertà che sono le due traslazioni nel piano dell'elemento. Si tratta di un elemento dotato di rigidità membranale, che trasmette solo sforzi nel suo piano, e che viene quindi utilizzato per rappresentare stati di sforzo piani e azioni sollecitanti nel piano dell'elemento stesso;
- comportamento a piastra: ciascun nodo dell'elemento ha tre gradi di libertà, due rotazioni attorno ai due assi appartenenti al piano dell'elemento e una traslazione ortogonale al piano medio dell'elemento. Si tratta di un elemento dotato di rigidità flessionale e in grado di trasmettere sollecitazioni taglianti e flessionali, utilizzato quindi quando le azioni sollecitanti sono ortogonali al piano dell'elemento;
- comportamento a guscio (shell): il comportamento dell'elemento è la sovrapposizione dei due comportamenti a lastra e a piastra. L'elemento shell è dotato di rigidità sia flessionale che membranale.

La corretta analisi degli elementi strutturali presenti nel modello del Duomo richiede la modellazione attraverso elementi *shell*, che, in generale, viene utilizzata per riprodurre il comportamento generico di un elemento strutturale piano.

L'accuratezza del risultato, come già precedentemente specificato, dipende dalla dimensione dei singoli elementi che compongono la mesh: più la discretizzazione è fitta, più i risultati sono accurati, ma di contro, più i tempi di risoluzione saranno lunghi dato che all'aumentare dei nodi aumenta la dimensione della matrice di rigidità. Si è deciso quindi di infittire la mesh nelle zone che possono essere definite critiche nelle quali il gradiente di tensione e di deformazione è più elevato, come le aperture e le linee di contatto tra le volte e tra le volte e le pareti, adottando un passo di 20 cm contro i 30 cm utilizzati nelle altre parti del modello. Durante l'assegnazione della mesh sono state attribuite anche le caratteristiche del materiale, gli spessori e le dimensioni (per le parti monodimensionali) ai diversi elementi che

compongono il modello. Tramite il comando *Material* si sono inserite le caratteristiche della muratura precedentemente individuate:

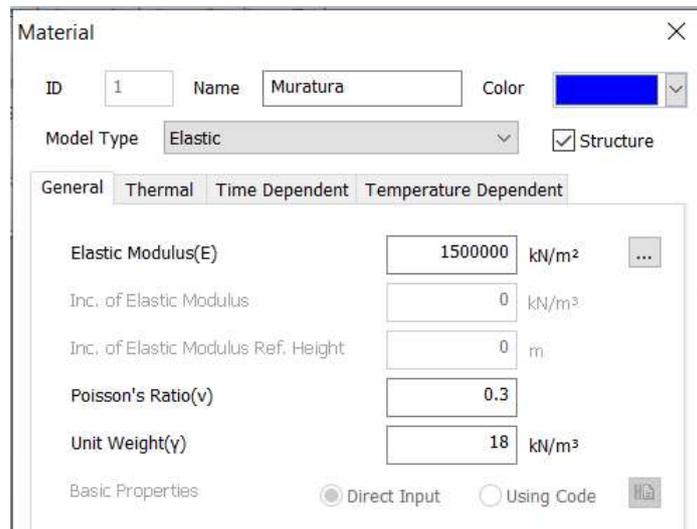


Figura 5.20 - Assegnazione del materiale in Midas FEA NX

Si riassumono nella *Tabella 5.1* gli spessori degli elementi principali che compongono il Duomo.

Elemento	Spessore [m]
<i>Facciata</i>	2.19
<i>Muri perimetrali adiacenti alla navata laterale</i>	0.67
<i>Muri adiacenti alla navata centrale</i>	1.05
<i>Muri tra gli altari delle navate laterali</i>	0.30
<i>Volte a botte sugli altari laterali</i>	0.30
<i>Volte a crociera sulle navate laterali</i>	0.40
<i>Volta a botte sulla navata centrale</i>	0.28
<i>Muro del transetto lato Palazzo Reale</i>	1.30
<i>Muro di testata del transetto</i>	2.00
<i>Muro del transetto lato Duomo</i>	2.00
<i>Tamburo della cupola</i>	1.10
<i>Cupola</i>	0.60

Tabella 5-1 - Spessori degli elementi principali

Si riporta qui di seguito un particolare della mesh in corrispondenza delle aperture, delle linee di giunzione tra le volte e delle linee di giunzione tra le volte e le pareti.

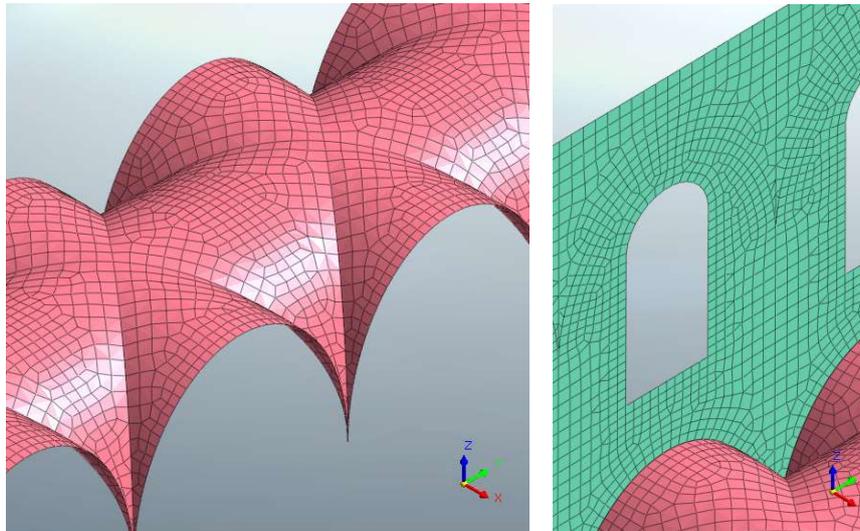


Figura 5.21 – Figura 5.22 - Infittimento della mesh nelle zone critiche

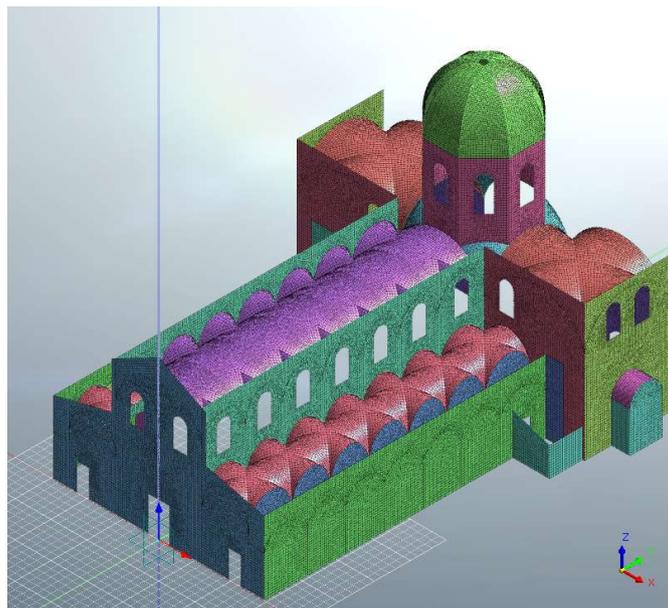


Figura 5.23 - Modello del Duomo dopo l'assegnazione della mesh

Infine, al termine di questa fase, il modello del Duomo è stato esportato da *Midas FEA NX* in formato *.mgt* e importato in *Midas GEN*.

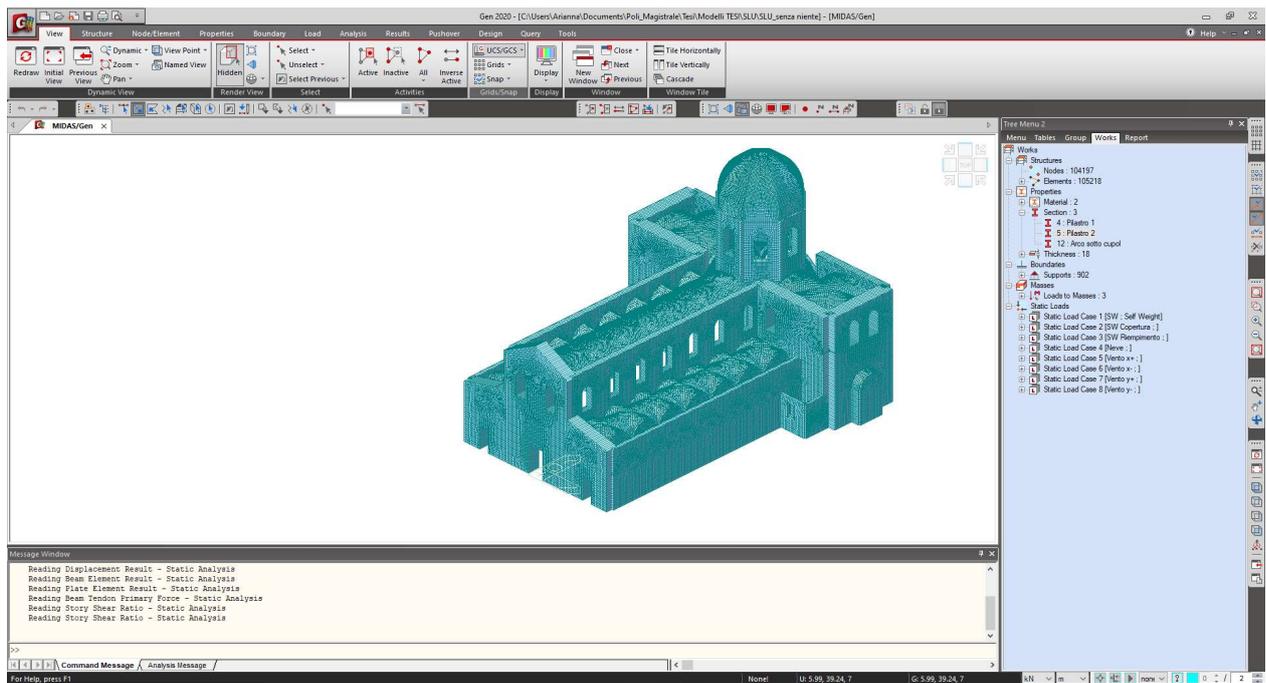


Figura 5.24 - Schermata di Midas GEN dopo l'importazione del modello

5.2 Modellazione con MIDAS GEN

Prima di assegnare i vincoli, i carichi e di procedere con le analisi è stato terminato il modello degli elementi in muratura su *Midas GEN* inserendo i pilastri.

Le sezioni presenti risultano di due tipologie:

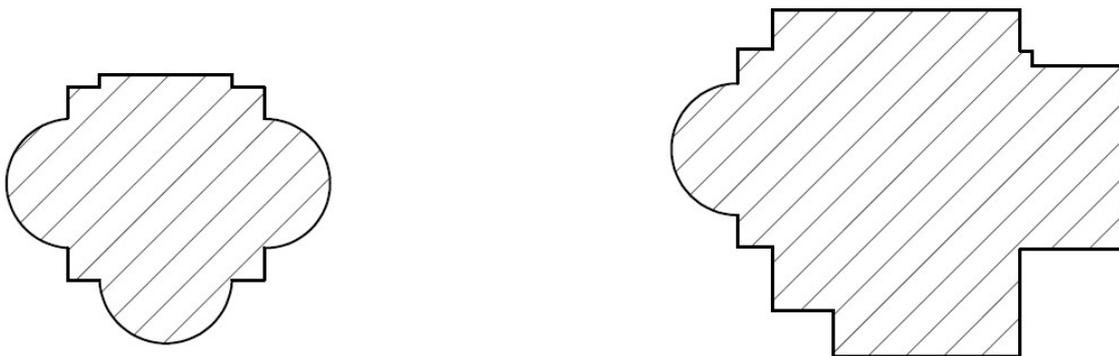


Figura 5.25 – Sezioni dei pilastri

Entrambe le sezioni sono state importate in formato *.dxf* all'interno dello strumento *Section Property Calculation* di *Midas GEN*, tramite cui sono state calcolate le caratteristiche delle

sezioni e inserite a loro volta nel file del modello. A questo punto è stato possibile modellare i pilastri come elementi *beam* assegnandogli le rispettive sezioni.

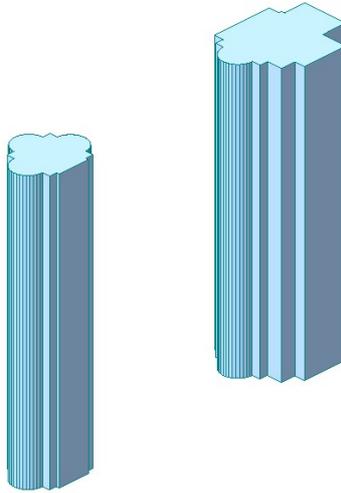


Figura 5.26 - Modello dei pilastri

Da qui in avanti si è iniziato a lavorare per realizzare i quattro modelli citati in precedenza per ripercorrere le fasi storiche che hanno coinvolto la volta centrale della cattedrale.

Il primo modello, rappresentativo della configurazione iniziale, è quello realizzato fino ad ora.

Nel secondo modello vengono simulati i cedimenti in sommità dei pilastri per riprodurre i fenomeni di strapiombo dopo il crollo della volta centrale nel 1656. I cedimenti devono essere inseriti sottoforma di forze che provocano gli stessi effetti dei cedimenti stessi, perciò in una prima fase ne è stato individuato il valore, mentre in un secondo momento si è proceduto a determinare le forze da inserire nel modello.

Nel libro “Il Duomo di Torino: trasformazioni e restauri” di M. Momo si parla di cedimenti pari a 10 cm nel pilastro centrale che vanno ad annullarsi in cima ed in fondo alla volta, rilevati durante i saggi condotti per i restauri del 1926-1928.

I valori corretti sono stati determinati tramite un rilievo in situ con stazione totale.



Figura 5.27 - Rilievo dei piombi dei pilastri con la stazione totale

Tramite due stazioni sono stati misurati 8 punti per ogni pilastro sull'estradosso verso la navata centrale. In *Figura 5.27* si illustrano in pianta la posizione delle due stazioni e del punto base misurato di tutti i pilastri.

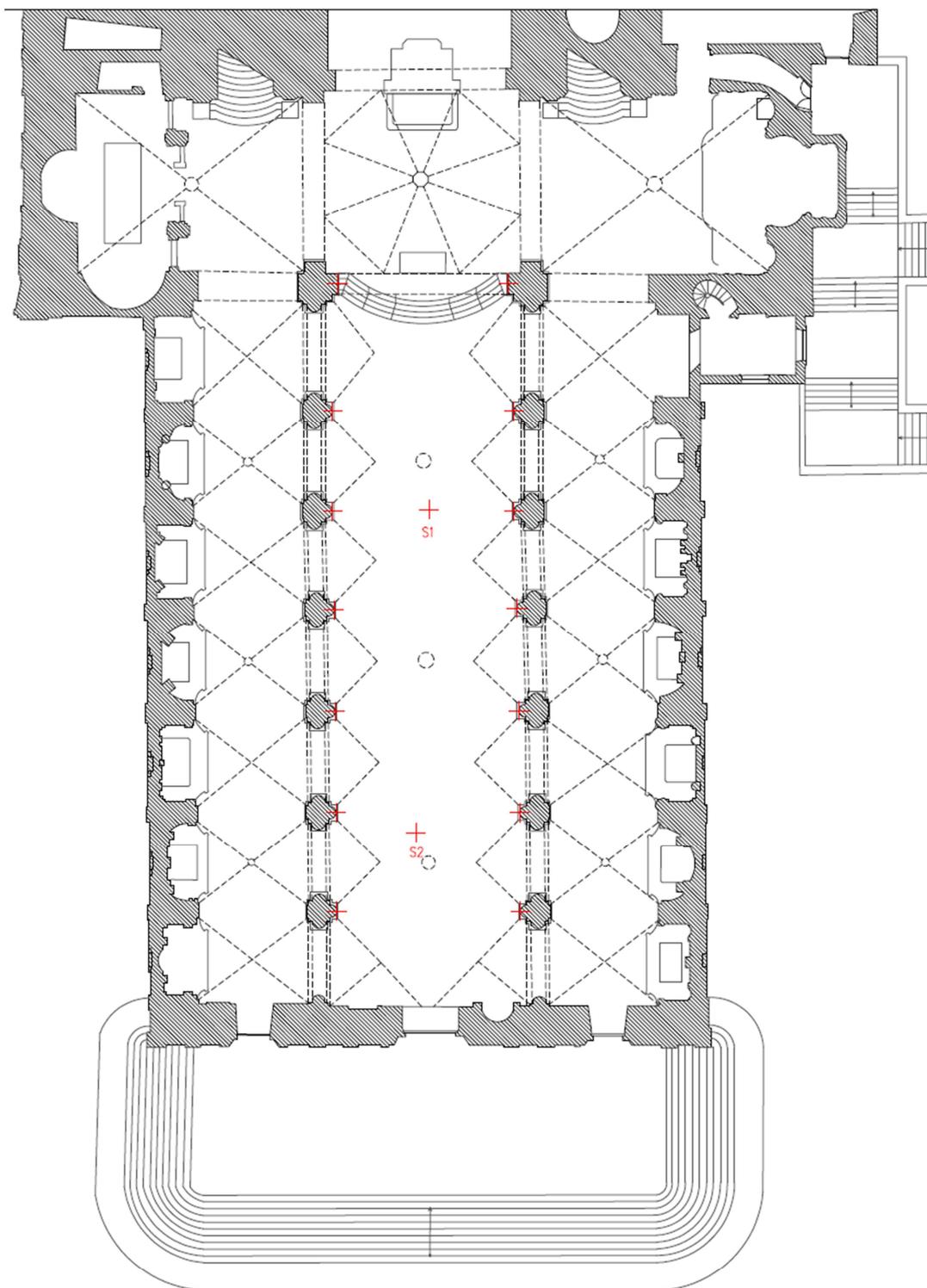


Figura 5.28 - Posizione delle stazioni e dei punti base rilevati

Riportando i risultati del rilievo su AutoCAD è stato possibile ricavare l'andamento dei pilastri determinare la distanza tra il punto alla base ed in sommità di essi, coincidente con il cedimento.

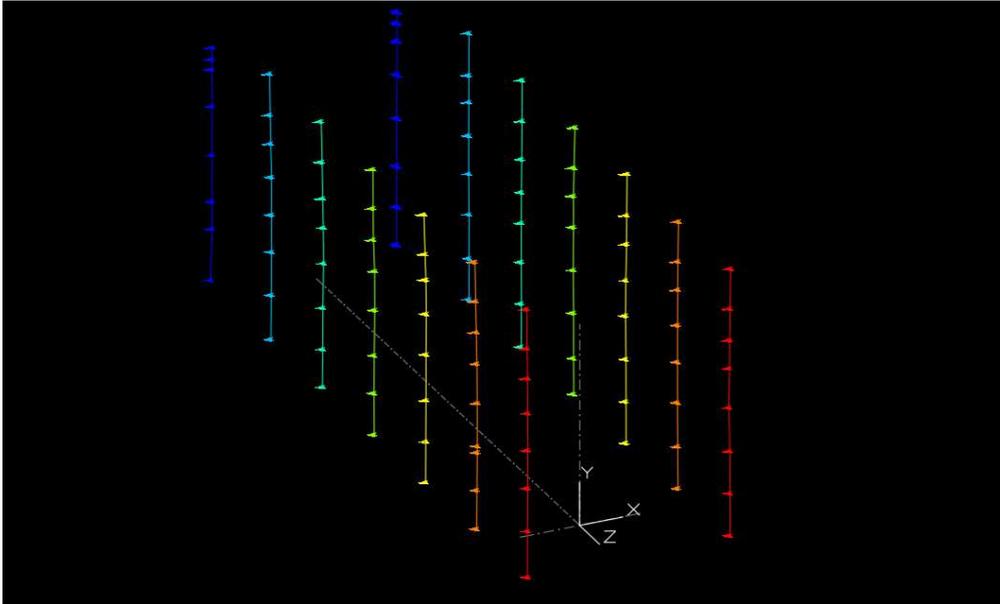


Figura 5.29 - Risultato del rilievo dei piombi dei pilastri con la stazione totale su AutoCAD

Si riportano i valori determinati nella *Tabella 5.2*. La numerazione delle file di pilastri è stata effettuata guardando nella direzione dell'altare, i valori hanno segno positivo quando il cedimento è verso l'esterno del Duomo e negativo quando è verso l'interno.

Fila pilastri (guardando verso l'altare)	Cedimento fila sinistra [cm]	Cedimento fila destra [cm]
1	5.90	2.60
2	8.70	3.50
3	6.80	6.40
4	6.90	4.70
5	8.70	5.10
6	7.10	0.60
7	-0.60	-1.20

Tabella 5-2 - Valore dei cedimenti da applicare in sommità dei pilastri

Tramite il comando *Specified Displacement* si sono assegnati gli spostamenti in sommità dei pilastri all'interno del modello privo degli altri carichi. A seguito delle analisi sono state individuate le reazioni vincolari che la presenza degli spostamenti provoca sui piedritti; queste

reazioni sono equivalenti alle forze da applicare al modello, per ottenere gli stessi effetti provocati dai cedimenti.

Il terzo modello, come già specificato in precedenza, è rappresentativo degli interventi effettuati dopo il crollo della volta nel 1656 durante i quali sono state installate delle catene, in corrispondenza di ciascun pilastro, all'intradosso e all'estradosso della volta. Nel modello le catene sono state inserite come elementi *Truss*, cioè che lavorano solo assialmente, aventi un diametro di 2 cm.

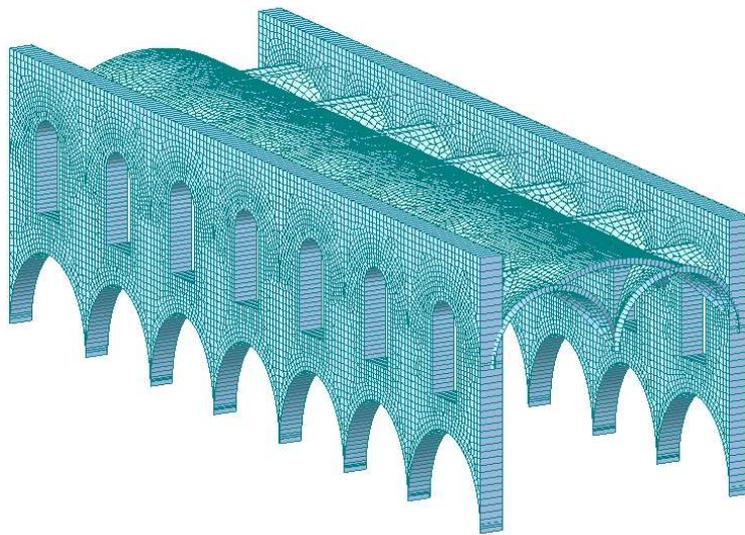


Figura 5.30 - Modello della volta centrale dopo l'inserimento delle catene

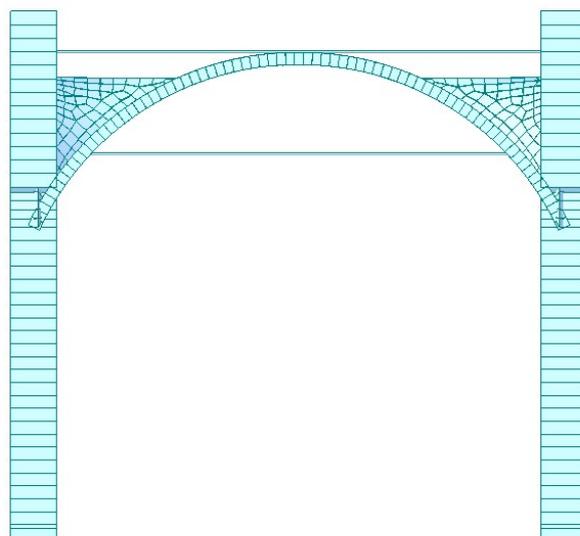


Figura 5.31 - Modello volta centrale dopo l'inserimento delle catene

Infine, il quarto modello, ha coinvolto la modellazione del sistema di travi realizzato al di sopra della navata centrale durante l'intervento di restauro del 1926-1928. Il sistema, come già analizzato in precedenza si presenta così:

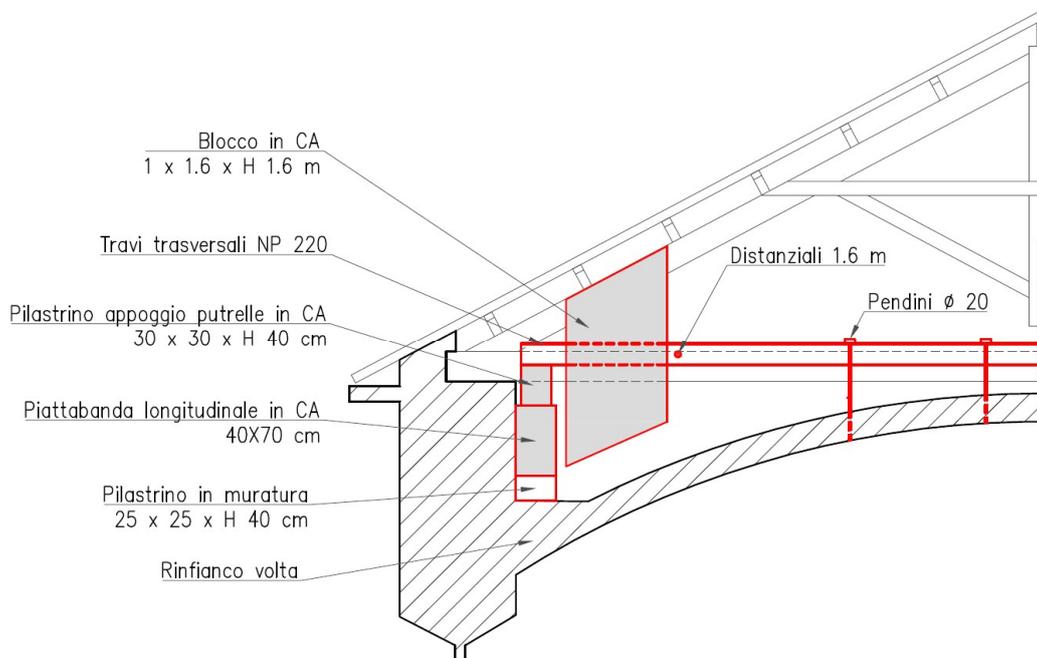


Figura 5.32 - Sezione trasversale dell'intervento sulla volta della navata centrale (M. Momo, 1997, p. 207)

Gli elementi che lo compongono sono:

- 26 blocchi in calcestruzzo (13 su un lato della volta e 13 sull'altro lato) aventi le dimensioni pari a 1 m x 1.60 m x 1.60 m;

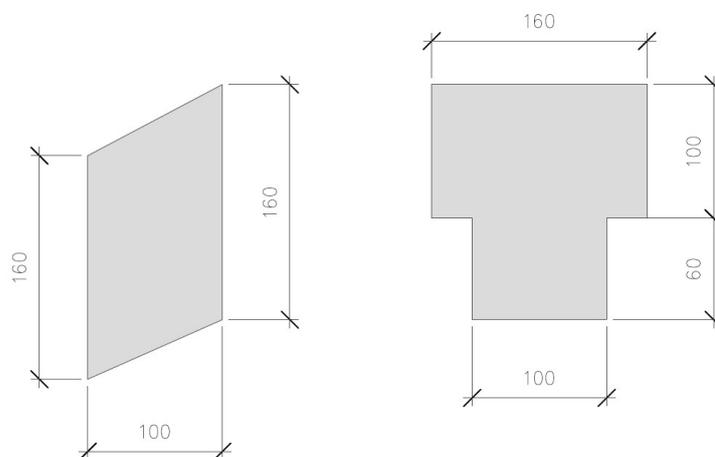


Figura 5.33 - Dimensioni blocchi in calcestruzzo

- 26 travi trasversali ciascuna costituita da due profili NP 220 accoppiati su cui appoggiano i blocchi. In particolare, ciascun blocco appoggia all'estremità di due travi trasversali;

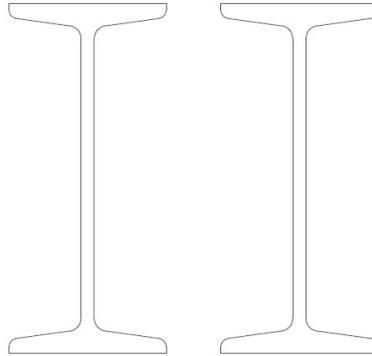


Figura 5.34 - Sezione travi trasversali

h [mm]	220	
b [mm]	98	
a [mm]	8.1	
e [mm]	12.2	
r [mm]	8.1	

Tabella 5-3 - Caratteristiche geometriche della sezione NP 220
www.oppo.it/tabelle/proflati_inp.htm

- 26 distanziali lunghi 1.6 m posizionati tra le coppie di travi su cui appoggia ciascun blocco. Sono presenti due distanziali per ogni coppia di travi e sono posizionati davanti ai blocchi di calcestruzzo verso il centro della volta;
- 104 tiranti con diametro 20 mm ancorati a un'estremità alle travi trasversali e all'altra alla volta, disposti ad un interasse laterale di 135 cm e centrale di 110 cm;
- 52 pilastri in calcestruzzo armato aventi dimensioni 30 cm x 30 cm x h 40 cm, posizionati alle estremità delle travi trasversali e aventi funzione di appoggio per le travi stesse;
- 2 piattabande longitudinali, su cui appoggiano i pilastri, in calcestruzzo armato con tondini di acciaio da 18 mm, con sezione 40 cm x 70 cm;

- 12 pilastri in muratura adiacenti ai rinfianchi (posizionati in corrispondenza dei pilastri) con dimensioni pari a 25 cm x 40 cm x h 25 cm. Lo scopo dei pilastri in muratura è quello di rinforzare i rinfianchi (larghi 50 cm) su cui appoggia la piattabanda longitudinale.

Il sistema di travi appena descritto è stato modellato tramite le seguenti componenti:

- 26 elementi *beam* orizzontali che costituiscono le travi trasversali aventi la sezione di due profili NP 220 accoppiati;
- 106 elementi *beam* verticali con sezione tonda di diametro pari a 20 mm, che costituiscono i pendini, collegati da un lato ad un nodo sulla trave trasversale e dall'altro lato a un nodo della mesh della volta centrale;
- 52 *rigid link* che schematizzano gli appoggi delle travi trasversali.

I *rigid link* vengono utilizzati per vincolare i gradi di libertà dei nodi definiti *slave*, che in questo caso corrispondono a dei nodi della *mesh* della volta, a un nodo *master*, che in questo caso è la base del pilastro di appoggio delle putrelle. Nel detto caso sono stati vincolati tutti gli spostamenti e tutte le rotazioni dei nodi.

Per quanto riguarda i blocchi in cemento si è deciso di posizionarli nel modello sotto forma di carichi concentrati alle estremità delle travi trasversali; ne è stata calcolata la massa durante l'analisi dei carichi.

Successivamente si è passati all'assegnazione dei vincoli in tutti e quattro modelli tramite l'apposito comando su *Midas GEN*. Tutti i punti alla base delle pareti e dei pilastri sono stati incastrati bloccando gli spostamenti lungo gli assi X, Y e Z e le rotazioni attorno ai medesimi assi, mentre per la parte retrostante del Duomo collegata con Palazzo Reale, sono state inserite delle cerniere, per bloccare soltanto gli spostamenti in X, Y e Z.

Prima di procedere con l'analisi è necessario calcolare i carichi agenti sulla cattedrale; i principali passi eseguiti nello svolgere l'analisi dei carichi sono stati illustrati nel *Capitolo 6*.

6. Analisi dei carichi

Le azioni caratteristiche agenti sul Duomo di Torino sono state calcolate sulla base di quanto indicato nel Capitolo 3 delle NTC del 17/01/2018 e s.m.i.

6.1 Carichi permanenti strutturali

I carichi permanenti strutturali dipendono dai pesi propri dei materiali e dalle dimensioni geometriche delle parti strutturali che compongono la cattedrale.

Avendo assegnato le corrette caratteristiche ai materiali in fase di modellazione, tramite *Midas GEN* è stato possibile assegnare in maniera automatica il peso proprio degli elementi in muratura, in calcestruzzo e in acciaio. Nella tabella sottostante si riepilogano i pesi al metro cubo considerati:

Materiale	Peso per unità di volume [kN/m³]
Muratura	18
Calcestruzzo armato	25
Acciaio	77

Tabella 6-1 -Pesi per unità di volume assegnati automaticamente da Midas GEN

Oltre ai carichi indicati precedentemente, tra i pesi propri dei materiali strutturali, ricadono il peso delle capriate, dei riempimenti sulle volte e dei blocchi in calcestruzzo. Per stabilire i carichi si è fatto uso della *Tab. 3.1.1 – Pesi dell'unità di volume dei principali materiali* delle NTC: per le parti in legno il peso proprio considerato è pari a 8.0 kN/m³, mentre per le parti in calcestruzzo è pari a 25 kN/m³.

Tab. 3.1.I - *Pesi dell'unità di volume dei principali materiali*

MATERIALI	PESO UNITÀ DI VOLUME [kN/m ³]
Calcestruzzi cementizi e malte	
Calcestruzzo ordinario	24,0
Calcestruzzo armato (e/o precompresso)	25,0
Calcestruzzi "leggeri": da determinarsi caso per caso	14,0 + 20,0
Calcestruzzi "pesanti": da determinarsi caso per caso	28,0 + 50,0
Malta di calce	18,0
Malta di cemento	21,0
Calce in polvere	10,0
Cemento in polvere	14,0
Sabbia	17,0
Metalli e leghe	
Acciaio	78,5
Ghisa	72,5
Alluminio	27,0
Materiale lapideo	
Tufo vulcanico	17,0
Calcere compatto	26,0
Calcere tenero	22,0
Gesso	13,0
Granito	27,0
Laterizio (pieno)	18,0
Legnami	
Conifere e pioppo	4,0 + 6,0
Latifoglie (escluso pioppo)	6,0 + 8,0
Sostanze varie	
Acqua dolce (chiara)	9,81
Acqua di mare (chiara)	10,1
Carta	10,0
Vetro	25,0

Figura 6.1 - *Pesi per unità di volume dei principali materiali (NTC18, Tab. 3.1.I)*

6.2 Carichi permanenti non strutturali

La normativa definisce i carichi permanenti non strutturali come «i carichi presenti sulla costruzione durante il suo normale esercizio, quali quelli relativi a tamponature esterne, divisori interni, massetti, isolamenti, pavimenti e rivestimenti del piano di calpestio, intonaci, controsoffitti, impianti ed altro.»

Anche in questo caso le azioni derivano dalle dimensioni geometriche e dai pesi per unità di volume dei materiali con cui sono realizzate le parti non strutturali della costruzione.

I carichi permanenti non strutturali, nel caso in esame, sono dati dall'azione delle coperture in pietra per quanto riguarda la navata centrale, le navate laterali ed il transetto, ed in piombo per quanto riguarda la cupola. I pesi per unità di superficie considerati sono 1.8 kN/m² per le

lose in pietra e 0.6 kN/m² per la copertura in piombo. Per determinarli si è effettuato un confronto con materiali simili, sulla base delle informazioni fornite dall'analisi storica e da un esame visivo.

6.3 Azione del vento

Il vento è un carico avente direzione orizzontale che esercita sulle costruzioni azioni variabili sia nel tempo che nello spazio. In generale l'azione del vento produce effetti dinamici, però ci riconduce quasi sempre ad azioni statiche equivalenti a meno di strutture particolari.

L'azione del vento è stata calcolata secondo quanto riportato nel *Capitolo 3.3 – Azione del Vento* nelle NTC.

6.3.1 Velocità base di riferimento

Il punto di partenza per determinare il carico del vento è la determinazione della velocità base di riferimento v_b definita dalla normativa come «il valore medio su 10 minuti, a 10 metri di altezza, sul suolo di un terreno pianeggiante e omogeneo, relativo a un periodo di ritorno di 50 anni.»

La formula per calcolarla è:

$$v_b = v_{b,0} \cdot c_a \quad (6.1)$$

Dove:

- $v_{b,0}$ è la velocità base di riferimento al livello del mare tabellata (*Tab. 3.3.1*) in base alla zona in cui sorge la costruzione;
- c_a è il coefficiente di altitudine pari a:

$$c_a = 1 \quad \text{se } a_s \leq a_0 \quad (6.2)$$

$$c_a = 1 + k_s \left(\frac{a_s}{a_0} - 1 \right) \quad \text{se } a_0 < a_s \leq 1500 \text{ m} \quad (6.3)$$

Dove:

- a_0 , k_s sono parametri forniti dalla tabella *Tab. 3.3.I* in funzione della zona in cui sorge la costruzione;
- a_s è l'altitudine sul livello del mare del sito ove sorge la costruzione.

La costruzione oggetto di esame è localizzata a Torino, quindi in Piemonte, la cui altitudine a_s è pari a 239 m sul livello del mare. Dalla tabella *Tab. 3.3.I – Valori dei parametri $v_{b,0}$, a_0 , k_s* si può desumere che il Duomo ricade in zona 1 e i valori dei parametri sono:

- $v_{b,0} = 25$ m/s;
- $a_0 = 1000$ m;
- $k_s = 0.40$.

Tab. 3.3.I -Valori dei parametri $v_{b,0}$, a_0 , k_s

Zona	Descrizione	$v_{b,0}$ [m/s]	a_0 [m]	k_s
1	Valle d'Aosta, Piemonte, Lombardia, Trentino Alto Adige, Veneto, Friuli Venezia Giulia (con l'eccezione della provincia di Trieste)	25	1000	0,40
2	Emilia Romagna	25	750	0,45
3	Toscana, Marche, Umbria, Lazio, Abruzzo, Molise, Puglia, Campania, Basilicata, Calabria (esclusa la provincia di Reggio Calabria)	27	500	0,37
4	Sicilia e provincia di Reggio Calabria	28	500	0,36
5	Sardegna (zona a oriente della retta congiungente Capo Teulada con l'Isola di Maddalena)	28	750	0,40
6	Sardegna (zona a occidente della retta congiungente Capo Teulada con l'Isola di Maddalena)	28	500	0,36
7	Liguria	28	1000	0,54
8	Provincia di Trieste	30	1500	0,50
9	Isole (con l'eccezione di Sicilia e Sardegna) e mare aperto	31	500	0,32

Figura 6.2 - Valore dei parametri per il calcolo della velocità base di riferimento (NTC18, Tab. 3.3.1)



Figura 6.3 - Mappa delle zone in cui è stato suddiviso il territorio italiano (NTC18, Figura 3.3.1)

Essendo $a_s < a_0$ il coefficiente di altitudine c_a risulta essere 1 e la velocità base di riferimento v_b è pari a:

$$v_b = v_{b,0} \cdot c_a = 25 \cdot 1 = 25 \text{ m/s} \quad (6.4)$$

6.3.2 Velocità di riferimento

La normativa definisce la velocità di riferimento v_r come «il valore medio su 10 minuti, a 10 m di altezza dal suolo su un terreno pianeggiante e omogeneo, riferito ad un periodo di ritorno di 50 anni.»

Essa si calcola come:

$$v_r = v_b \cdot c_r \quad (6.5)$$

Dove:

- v_b è la velocità base di riferimento calcolata in precedenza;
- c_r è il coefficiente di ritorno funzione del periodo di ritorno di progetto T_R .

In questo caso è stato considerato un periodo di ritorno pari a 50 anni a cui corrisponde un coefficiente di ritorno pari a 1, perciò:

$$v_r = v_b \cdot c_r = 25 \cdot 1 = 25 \text{ m/s} \quad (6.6)$$

6.3.3 Azioni statiche equivalenti

Il vento agisce sulle costruzioni sotto forma di pressioni e depressioni che agiscono ortogonalmente alle superfici interne ed esterne della struttura. L'azione di insieme che il vento esercita su una struttura è data dalla risultante delle azioni sui singoli elementi. Per il calcolo dell'azione sui singoli elementi si procede considerando l'azione più gravosa delle pressioni agenti.

La direzione del vento viene considerata lungo gli assi principali della pianta della costruzione. Nel caso in esame non è stato necessario tenere conto dell'azione tangente del vento,

prescritta dalla normativa per edifici di grande estensione, per cui si è proceduto a calcolare solo la pressione del vento e non la sua azione tangente.

6.3.4 Pressione del vento

L'espressione per il calcolo della pressione del vento è:

$$p = q_r \cdot c_e \cdot c_p \cdot c_d \quad (6.7)$$

Dove:

- q_r è la pressione cinetica di riferimento;
- c_e è il coefficiente di esposizione;
- c_p è il coefficiente di pressione;
- c_d è il coefficiente dinamico.

La pressione cinetica di riferimento si calcola secondo il *Paragrafo 3.3.6* della normativa come:

$$q_r = \frac{1}{2} \rho v_r^2 \quad (6.8)$$

Dove:

- ρ è la densità dell'aria assunta costante e pari a 1.25 kg/m³;
- v_r è la velocità di riferimento del vento precedentemente calcolata.

Per cui:

$$q_r = \frac{1}{2} \rho v_r^2 = \frac{1}{2} \cdot 1.25 \cdot 25^2 = 390 \frac{N}{m^2} \quad (6.9)$$

Il coefficiente di esposizione c_e dipende dall'altezza dal suolo z del punto preso in considerazione, dalla topografia del terreno e dalla categoria di esposizione del sito su cui sorge la costruzione. Non avendo analisi specifiche e altezze dal suolo inferiori a 200 m è stato possibile utilizzare le formule della normativa del *Paragrafo 3.3.7*:

$$c_e(z) = k_r^2 c_t \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \left[7 + \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)\right] \quad \text{per } z \geq z_{min} \quad (6.10)$$

$$c_e(z) = c_e(z_{min}) \quad \text{per } z < z_{min} \quad (6.11)$$

Dove i valori di $k_r = 0.23$, $z_0 = 0.70$ m e $z_{min} = 12$ sono stati ricavati dalla tabella *Tab. 3.3.II – Parametri per la definizione del coefficiente di esposizione* e c_t è il coefficiente di topografia posto uguale a 1.

Viene illustrato qui di seguito il procedimento per la determinazione dei parametri che definiscono il coefficiente di esposizione.

Innanzitutto, è stata determinata la categoria di esposizione del sito, in funzione della posizione geografica e della classe di rugosità del terreno.

Come si evince dalla tabella *Tab. 3.3.III – Classi di rugosità del terreno* il Duomo ricade in Classe A.

Tab. 3.3.III - Classi di rugosità del terreno

Classe di rugosità del terreno	Descrizione
A	Aree urbane in cui almeno il 15% della superficie sia coperto da edifici la cui altezza media superi i 15 m
B	Aree urbane (non di classe A), suburbane, industriali e boschive
C	Aree con ostacoli diffusi (alberi, case, muri, recinzioni,...); aree con rugosità non riconducibile alle classi A, B, D
D	a) Mare e relativa fascia costiera (entro 2 km dalla costa); b) Lago (con larghezza massima pari ad almeno 1 km) e relativa fascia costiera (entro 1 km dalla costa) c) Aree prive di ostacoli o con al più rari ostacoli isolati (aperta campagna, aeroporti, aree agricole, pascoli, zone paludose o sabbiose, superfici innevate o ghiacciate, ...)

L'assegnazione della classe di rugosità non dipende dalla conformazione orografica e topografica del terreno. Si può assumere che il sito appartenga alla Classe A o B, purché la costruzione si trovi nell'area relativa per non meno di 1 km e comunque per non meno di 20 volte l'altezza della costruzione, per tutti i settori di provenienza del vento ampi almeno 30°. Si deve assumere che il sito appartenga alla Classe D, qualora la costruzione sorga nelle aree indicate con le lettere a) o b), oppure entro un raggio di 1 km da essa vi sia un settore ampio 30°, dove il 90% del terreno sia del tipo indicato con la lettera c). Laddove sussistano dubbi sulla scelta della classe di rugosità, si deve assegnare la classe più sfavorevole (l'azione del vento è in genere minima in Classe A e massima in Classe D).

Figura 6.4 - Classi di rugosità del terreno (NTC18, Tab. 3.3.III)

Per la determinazione delle categorie di esposizione si è fatto uso della Fig. 3.3.2 della normativa:

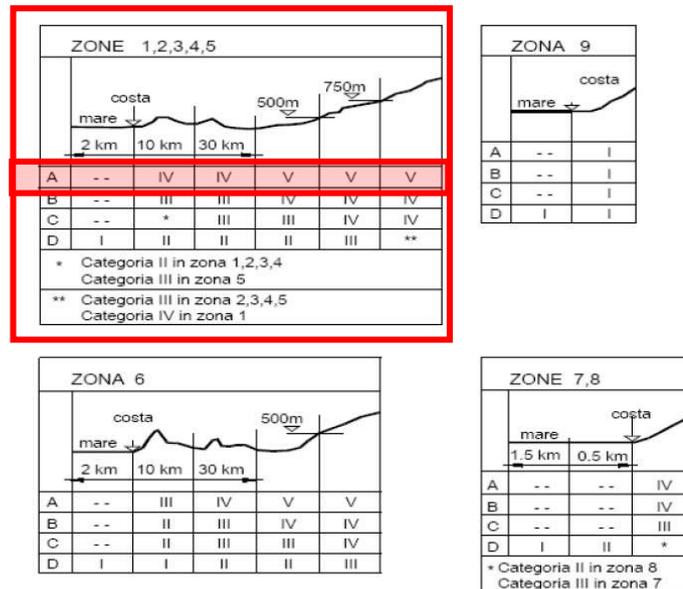


Fig. 3.3.2 - Definizione delle categorie di esposizione

Figura 6.5 - Definizione delle categorie di esposizione (NTC18, Tab. 3.3.III)

Essendo che il Duomo di Torino si trova a più di 30 km dalla costa e che in termini di rugosità è di Classe A, la categoria di esposizione è la categoria V. Per cui utilizzando la Tab. 3.3.II:

Tab. 3.3.II - Parametri per la definizione del coefficiente di esposizione

Categoria di esposizione del sito	K_r	z_0 [m]	z_{min} [m]
I	0,17	0,01	2
II	0,19	0,05	4
III	0,20	0,10	5
IV	0,22	0,30	8
V	0,23	0,70	12

Figura 6.6 - Parametri per la determinazione del coefficiente di esposizione (NTC18, Tab. 3.3.II)

A questo punto si è potuto procedere con il calcolo del coefficiente di esposizione in corrispondenza dei punti ritenuti più significativi: altezza di gronda della navata laterale, altezza di gronda della navata centrale, altezza del colmo della navata centrale, altezza di gronda della cupola, altezza della sommità della cupola.

Descrizione	z [m]	z ₀ [m]	z _{min} [m]	k _r	c _t	c _e
Altezza di gronda navata laterale	12.80	0.70	12.00	0.23	1.00	1.52
Altezza di gronda navata centrale	20.40	0.70	12.00	0.23	1.00	1.85
Altezza di colmo navata centrale	24.00	0.70	12.00	0.23	1.00	1.97
Altezza di gronda della cupola	30.60	0.70	12.00	0.23	1.00	2.15
Altezza in sommità della cupola	37.80	0.70	12.00	0.23	1.00	2.32

Tabella 6-2 - Valore del coefficiente di esposizione nei diversi punti della cattedrale

Per il calcolo del coefficiente di pressione c_p è necessario tener conto di diversi aspetti. Prima di tutto bisogna considerare che le superfici possono essere investite direttamente o indirettamente dal vento, quindi possono essere soggette a pressioni o depressioni. Per questa ragione si definiscono due tipologie di superfici:

- superfici sopravento: superfici investite in maniera diretta dal vento soggette ad azioni di pressione;
- superfici sottovento: superfici non investite in maniera diretta dal vento soggette ad azioni di depressione.

Per il calcolo del coefficiente di pressione si è fatto riferimento alla *Circolare 617/2009 (Istruzioni per l'applicazione delle "Nuove norme tecniche per le costruzioni" di cui al decreto ministeriale 14 gennaio 2008)*. Esso dipende dalla forma dell'oggetto investito dal vento ed è positivo se associato a pressioni e negativo se associato a depressioni.

La formulazione esprime c_p come somma tra $c_{p,i}$ coefficiente di pressione interna e $c_{p,e}$ coefficiente di pressione esterna.

Siccome gli elementi del modello del Duomo hanno un'inclinazione maggiore di 60° è stato assunto $c_{p,e}$ pari a 0.8 per le superfici sopravento e $c_{p,e}$ pari a -0.4 per le superfici sottovento. Inoltre, essendo che la costruzione è costituita da pareti con aperture di superficie inferiori a 1/3 $c_{p,i}$ risulta essere ± 0.2 .

Effettuando la combinazione più gravosa tra i diversi coefficienti si è determinato:

- $c_p = 1$ per le pareti sopravvento;
- $c_p = -0.6$ per le pareti sottovento.

Per quanto riguarda il coefficiente dinamico, che tiene conto degli effetti riduttivi associati alla non contemporaneità delle massime prestazioni locali e degli effetti amplificativi dovuti alla risposta dinamica della struttura, la normativa permette di assumerlo cautelativamente pari a 1.

Avendo tutti i coefficienti si è proceduto alla determinazione del carico del vento per le pareti sopravvento e sottovento, per le diverse altezze, considerando quattro direzioni per l'azione del vento denominate $x+$, $x-$, $y+$, $y-$ (visibili in *Figura 6.7*).

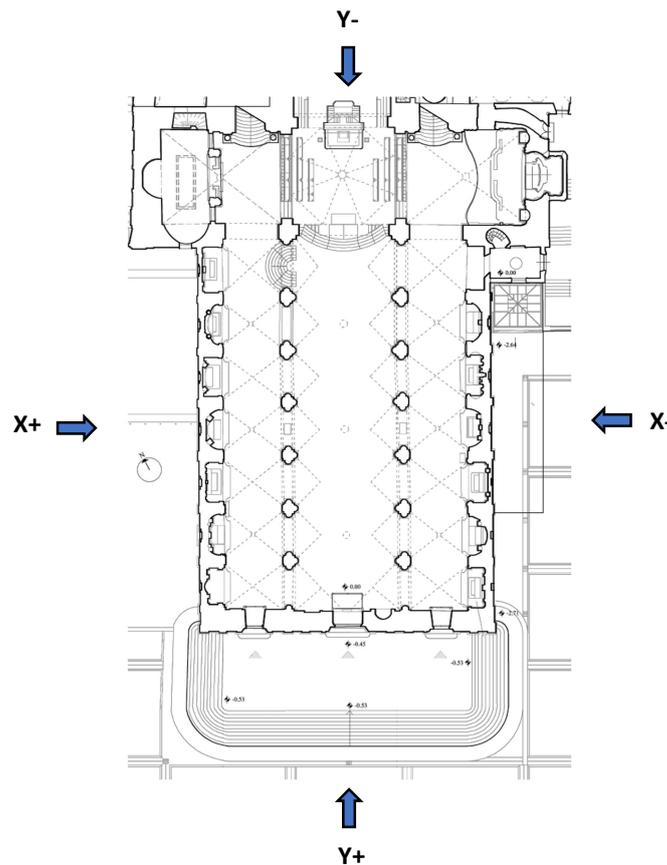


Figura 6.7 – Direzioni del vento considerate

Si riportano nella tabella sottostante i valori di pressione del vento relativi alle diverse altezze.

Descrizione	z [m]	Posizione	q _r [N/m ²]	c _e	c _p	c _d	p [N/m ²]
Altezza di gronda navata laterale	12.80	Sopravento	390	1.52	1.00	1.00	594
Altezza di gronda navata laterale	12.80	Sottovento	390	1.52	-0.60	1.00	-357
Altezza di gronda navata centrale	20.40	Sopravento	390	1.85	1.00	1.00	722
Altezza di gronda navata centrale	20.40	Sottovento	390	1.85	-0.60	1.00	-433
Altezza di colmo navata centrale	24.00	Sopravento	390	1.97	1.00	1.00	769
Altezza di colmo navata centrale	24.00	Sottovento	390	1.97	-0.60	1.00	-461
Altezza di gronda della cupola	30.60	Sopravento	390	2.15	1.00	1.00	841
Altezza di gronda della cupola	30.60	Sottovento	390	2.15	-0.60	1.00	-504
Altezza in sommità della cupola	37.80	Sopravento	390	2.32	1.00	1.00	905
Altezza in sommità della cupola	37.80	Sottovento	390	2.32	-0.60	1.00	-543

Tabella 6-3 - Valori della pressione esercitata dal vento alle diverse altezze

6.4 Azione della neve

Il *Paragrafo 3.4.1* della normativa fornisce la seguente espressione per il calcolo del carico provocato dalla neve sulle coperture:

$$q_s = q_{sk} \cdot \mu_i \cdot C_E \cdot C_t \quad (6.12)$$

Dove:

- q_{sk} è il valore di riferimento del carico della neve al suolo;
- μ_i è il coefficiente di forma della copertura;
- C_E è il coefficiente di esposizione;
- C_t è il coefficiente termico.

Il carico si considera agente in direzione verticale.

Il carico della neve al suolo dipende dal clima, dall'esposizione e dalla variabilità delle precipitazioni nevose da zona a zona. Per determinarlo si è fatto uso della figura Fig. 3.4.1 – Zone di carico della neve della normativa:

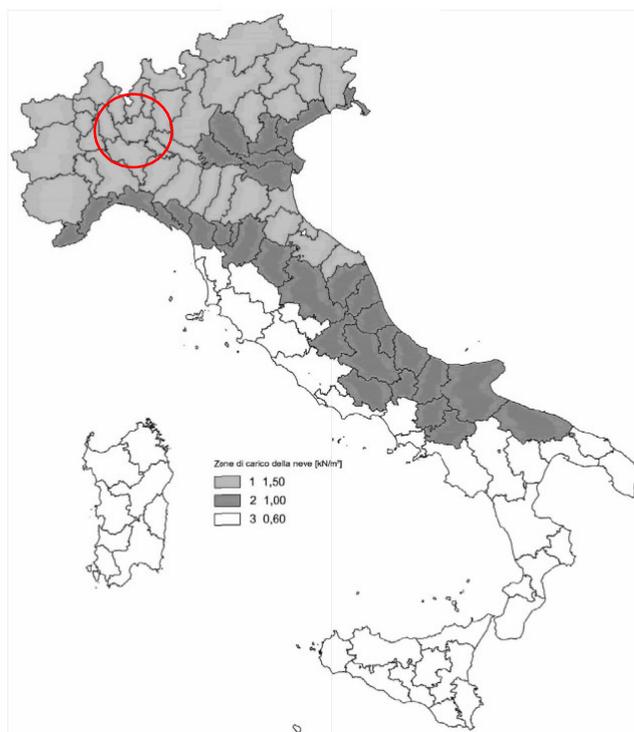


Figura 6.8 - Zone di carico della neve (NTC18, Figura 3.4.1)

Come si evince dalla figura soprastante Torino ricade in Zona 1. Le formulazioni per il calcolo di q_{sk} sono:

$$q_{sk} = 1.50 \frac{kN}{m^2} \quad a_s \leq 200 \text{ m} \quad (6.13)$$

$$q_{sk} = 1.39 \left[1 + \left(\frac{a_s}{728} \right)^2 \right] \frac{kN}{m^2} \quad a_s > 200 \text{ m} \quad (6.14)$$

Dato che $a_s = 239 \text{ m}$ il carico della neve al suolo è pari a:

$$q_{sk} = 1.39 \left[1 + \left(\frac{a_s}{728} \right)^2 \right] = 1.39 \left[1 + \left(\frac{239}{728} \right)^2 \right] = 1.54 \frac{kN}{m^2} \quad (6.15)$$

Per quanto riguarda il coefficiente di forma delle coperture, questo dipende secondo quanto enunciato delle NTC18 «dalla forma stessa della copertura e dall'inclinazione sull'orizzontale delle sue parti componenti e dalle condizioni climatiche locali del sito ove sorge la costruzione.»

Se ne determina il valore a partire dalla tabella *Tab. 3.4.II – Valori del coefficiente di forma* presente nella normativa:

Tab. 3.4.II – Valori del coefficiente di forma

Coefficiente di forma	$0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$	$30^\circ < \alpha < 60^\circ$	$\alpha \geq 60^\circ$
μ_1	0,8	$0,8 \cdot \frac{(60 - \alpha)}{30}$	0,0

Figura 6.9 - Valori del coefficiente di forma (NTC18, Tab. 3.4.II)

Si assume la seguente condizione di carico:

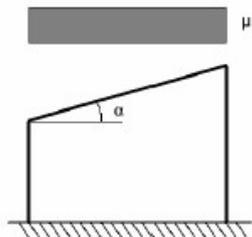


Figura 6.10 - Condizioni di carico per coperture ad una falda (NTC18, Figura 3.4.2)

Il coefficiente di esposizione C_E si determina dalla *Tab. 3.4.I – Valori di C_E per diverse classi di esposizione* in base alle caratteristiche dell'area in cui sorge l'opera.

Tab. 3.4.I – Valori di C_E per diverse classi di esposizione

Topografia	Descrizione	C_E
Battuta dai venti	Aree pianeggianti non ostruite esposte su tutti i lati, senza costruzioni o alberi più alti	0,9
Normale	Aree in cui non è presente una significativa rimozione di neve sulla costruzione prodotta dal vento, a causa del terreno, altre costruzioni o alberi	1,0
Riparata	Aree in cui la costruzione considerata è sensibilmente più bassa del circostante terreno o circondata da costruzioni o alberi più alti	1,1

Figura 6.11 - Valori del coefficiente di esposizione (NTC18, Tab. 3.4.I)

La scelta ricade sulla topografia “Normale” dato che il Duomo è circondato dalle costruzioni della città, per cui C_E è pari a 1.

Il coefficiente termico tiene conto della riduzione del carico dovuto allo scioglimento della neve; il suo valore dipende dalle proprietà di isolamento termico del materiale utilizzato in copertura. La normativa suggerisce di assumerlo pari a 1 in caso di mancanza di studi specifici come in questo.

In definitiva il carico della neve risulta pari a:

$$q_s = q_{sk} \cdot \mu_i \cdot C_E \cdot C_t = 1.54 \cdot 0.8 \cdot 1 \cdot 1 = 1.23 \frac{kN}{m^2} \quad (6.16)$$

6.5 Azione sismica

Le azioni sismiche di progetto si definiscono in base “pericolosità sismica di base” del sito e alle caratteristiche morfologiche e stratigrafiche.

La normativa al *Capitolo 3.2 – Azione sismica* enuncia che «La pericolosità sismica è definita in termini di accelerazione massima orizzontale a_g in condizioni di campo libero su sito di riferimento rigido con superficie topografica orizzontale (di categoria A), nonché di ordinate della spettro di risposta elastico in accelerazione ad essa corrispondente $S_e(T)$, con riferimento a prefissate probabilità di eccedenza P_{VR} , nel periodo di riferimento V_R . »

Le forme spettrali sono quindi definite dai seguenti tre parametri per ciascuna probabilità di superamento P_{VR} nel periodo di riferimento V_R :

- a_g accelerazione orizzontale massima al sito;
- F_0 valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale;
- T_C^* valore di riferimento per la determinazione del periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale.

Per la determinazione degli spettri di risposta (in direzione verticale e in direzione orizzontale) da inserire in *Midas GEN* è stato utilizzato il foglio di calcolo scaricabile dal sito del *Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici*.



Figura 6.12 - Schermata introduttiva foglio di calcolo degli spettri di risposta

Durante la prima fase, durante cui si individua la pericolosità del sito, è stata fornita la collocazione dell'opera indicando la regione Piemonte e il Comune di Torino.



Figura 6.13 - Individuazione della pericolosità sismica del sito (Foglio di calcolo degli spettri di risposta - Fase 1)

Nella seconda fase è stato necessario inserire la vita nominale della costruzione V_N ed il coefficiente d'uso C_U . Per quanto riguarda la vita nominale, definita dalla normativa come «il numero di anni nel quale l'opera, purché soggetta alla manutenzione ordinaria, deve poter

essere usata per lo scopo al quale è destinata», si è assunto in base alla tabella *Tab. 2.4.I* delle *NTC18* il valore di 50 anni.

Tab. 2.4.I – Valori minimi della Vita nominale V_N di progetto per i diversi tipi di costruzioni

TIPI DI COSTRUZIONI		Valori minimi di V_N (anni)
1	Costruzioni temporanee e provvisorie	10
2	Costruzioni con livelli di prestazioni ordinari	50
3	Costruzioni con livelli di prestazioni elevati	100

Figura 6.14 - Valori minimi di vita nominale di progetto per i diversi tipi di costruzioni (NTC18, Tab. 2.4.I)

Prima di determinare il coefficiente d'uso si è individuata la classe d'uso del Duomo, che, come si può dedurre dal paragrafo 2.4.2 delle NTC è la *Classe IV*, per cui dalla tabella *Tab. 2.4.II* si è ricavato C_U pari a 2.

Tab. 2.4.II – Valori del coefficiente d'uso C_U

CLASSE D'USO	I	II	III	IV
COEFFICIENTE C_U	0,7	1,0	1,5	2,0

Figura 6.15 - Valori dei coefficienti d'uso (NTC18, Tab. 2.4.II)

Si noti che il periodo di riferimento per l'azione sismica V_R si calcola come:

$$V_R = V_N \cdot C_U \quad (6.17)$$



Figura 6.16 - Scelta della strategia di progettazione (Foglio di calcolo degli spettri di risposta - Fase 2)

Per la determinazione dell'azione di progetto, quindi durante la fase tre, sono stati definiti i seguenti parametri:

- Gli stati limite considerati. Viene preso in esame sia lo Stato Limite di Vita che lo Stato Limite di Danno, il primo viene utilizzato per effettuare la verifica delle sezioni, il secondo per analizzare gli spostamenti.

Lo Stato Limite di Vita rientra nella categoria degli Stati Limite Ultimi e secondo quanto definisce il *Paragrafo 3.2.1 – NTC18* è quello per il quale «a seguito del terremoto la costruzione subisce rotture e crolli delle parti non strutturali e significativi danni alle componenti strutturali cui si associa una perdita di rigidezza significativa della struttura nei confronti delle azioni orizzontali; la costruzione conserva una parte della resistenza e rigidezza per azioni verticali e un margine di sicurezza nei confronti del collasso per azioni sismiche orizzontali». Lo Stato Limite di Danno rientra invece nella categoria degli Stati Limite di Esercizio e viene definito come quello per cui «a seguito del terremoto la costruzione nel suo complesso, includendo gli elementi strutturali, quelli non strutturali e le apparecchiature rilevanti alla sua funzione, subisce danni tali da non mettere a rischio gli utenti e da non compromettere significativamente la capacità di resistenza e di rigidezza nei confronti delle azioni verticali e orizzontali, mantenendosi immediatamente utilizzabile pur nell'interruzione d'uso di parte delle apparecchiature».

In funzione dello stato limite considerato il foglio di calcolo definisce la probabilità di superamento P_{VR} secondo la *Tab.3.2.1* della normativa:

Tab. 3.2.1 – Probabilità di superamento P_{VR} in funzione dello stato limite considerato

Stati Limite	P_{VR} : Probabilità di superamento nel periodo di riferimento V_R	
Stati limite di esercizio	SLO	81%
	SLD	63%
Stati limite ultimi	SLV	10%
	SLC	5%

Figura 6.17 - Probabilità di superamento in funzione degli stati limite (NT18, Tab. 3.2.1)

Da cui si può ricavare il periodo di ritorno T_R come:

$$T_R = -\frac{V_R}{\ln(1 - P_{VR})} \quad (6.18)$$

- La categoria del sottosuolo, che secondo la *Tab. 3.2.II* della NTC è la B.

Tab. 3.2.II – *Categorie di sottosuolo che permettono l'utilizzo dell'approccio semplificato.*

Categoria	Caratteristiche della superficie topografica
A	<i>Ammassi rocciosi affioranti o terreni molto rigidi caratterizzati da valori di velocità delle onde di taglio superiori a 800 m/s, eventualmente comprendenti in superficie terreni di caratteristiche meccaniche più scadenti con spessore massimo pari a 3 m.</i>
B	<i>Rocce tenere e depositi di terreni a grana grossa molto addensati o terreni a grana fina molto consistenti, caratterizzati da un miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di velocità equivalente compresi tra 360 m/s e 800 m/s.</i>
C	<i>Depositi di terreni a grana grossa mediamente addensati o terreni a grana fina mediamente consistenti con profondità del substrato superiori a 30 m, caratterizzati da un miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di velocità equivalente compresi tra 180 m/s e 360 m/s.</i>
D	<i>Depositi di terreni a grana grossa scarsamente addensati o di terreni a grana fina scarsamente consistenti, con profondità del substrato superiori a 30 m, caratterizzati da un miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di velocità equivalente compresi tra 100 e 180 m/s.</i>
E	<i>Terreni con caratteristiche e valori di velocità equivalente riconducibili a quelle definite per le categorie C o D, con profondità del substrato non superiore a 30 m.</i>

Figura 6.18 - *Categorie di sottosuolo che permettono l'utilizzo dell'approccio semplificato (NTC28, Tab. 3.2.II)*

- La categoria topografica, che naturalmente definisce le condizioni topografiche; la scelta è ricaduta su un terreno di tipo T1 in base alla tabella *Tab. 3.2.III* della normativa.

Tab. 3.2.III – *Categorie topografiche*

Categoria	Caratteristiche della superficie topografica
T1	<i>Superficie pianeggiante, pendii e rilievi isolati con inclinazione media $i \leq 15^\circ$</i>
T2	<i>Pendii con inclinazione media $i > 15^\circ$</i>
T3	<i>Rilievi con larghezza in cresta molto minore che alla base e inclinazione media $15^\circ \leq i \leq 30^\circ$</i>
T4	<i>Rilievi con larghezza in cresta molto minore che alla base e inclinazione media $i > 30^\circ$</i>

Figura 6.19 - *Categorie topografiche (NTC18, Tab. 3.2.III)*

- Il valore base del fattore di comportamento q_0 , che è stato posto pari a 1.

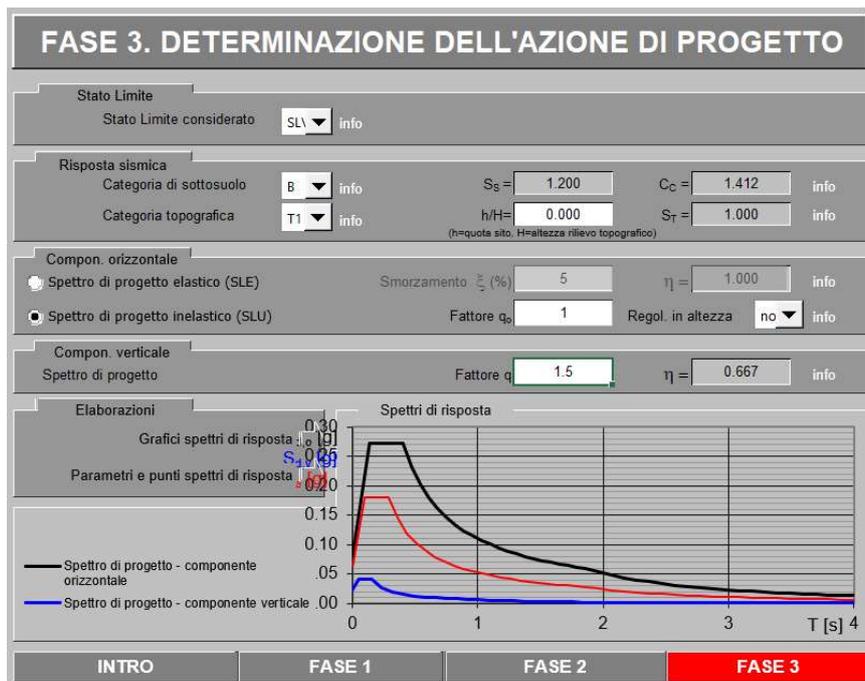


Figura 6.20 – Determinazione dell'azione di progetto (Foglio di calcolo degli spettri di risposta - Fase 3)

Il foglio di calcolo a seguito dell'inserimento di tutti i parametri richiesti è in grado di fornire gli spettri di risposta, i cui punti verranno importati all'interno di *Midas GEN*.

In particolare, sono stati ottenuti gli spettri di risposta per lo Stato Limite di Vita (SLV) e lo Stato Limite di Danno (SLD) sia per la componente orizzontale che per quella verticale, sia da un punto di vista grafico che sotto forma di tabella. La tabella verrà utilizzata in fase di importazione sul modello, mentre vengono riportati in *Figura 6.21* e in *Figura 6.22* i relativi grafici.

Spettri di risposta (componenti orizz. e vert.) per lo stato limite: SLD

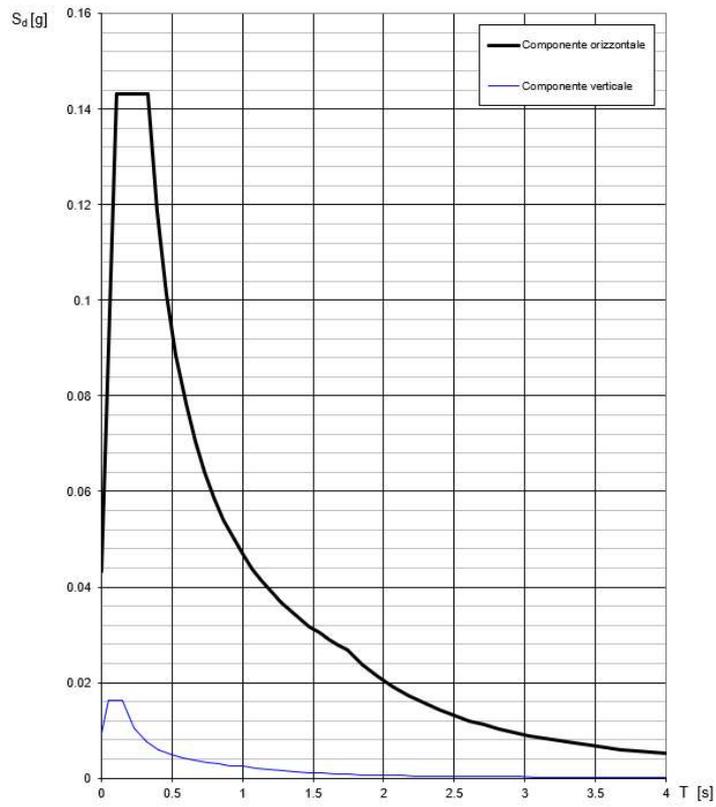


Figura 6.21 - Spettro di risposta a SLD (Foglio di calcolo degli spettri di risposta)

Spettri di risposta (componenti orizz. e vert.) per lo stato limite: SLV

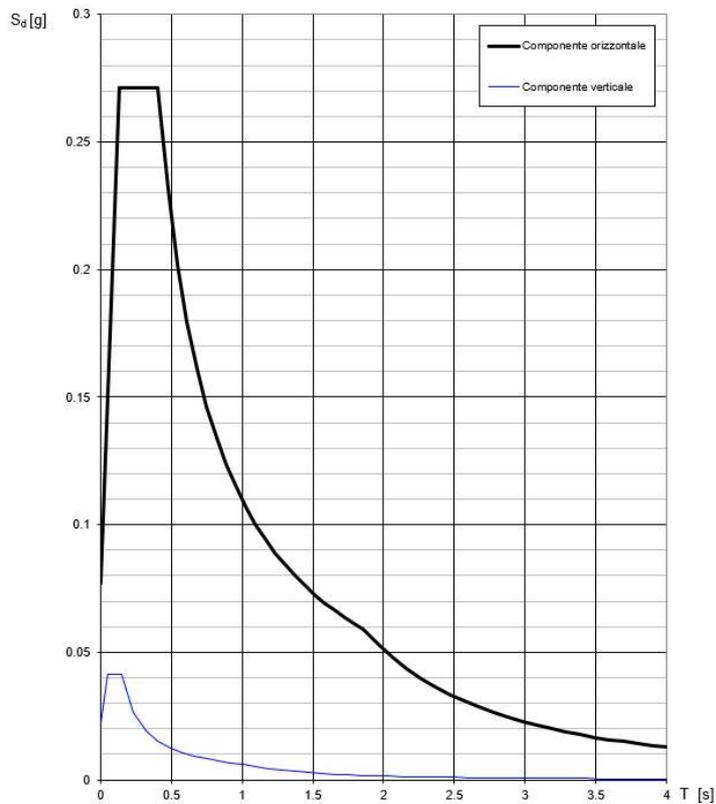


Figura 6.22 - Spettro di risposta SLV (Foglio di calcolo degli spettri di risposta)

6.6 Assegnazione dei carichi

Dopo aver individuato il valore delle azioni agenti sulla cattedrale si è proceduto ad assegnare i carichi ai diversi modelli su *Midas GEN*. Per ciascuna delle quattro configurazioni precedentemente individuate sono stati realizzati, in questa fase, tre diversi modelli in modo da tenere separati i tre stati limite, Stato Limite Ultimo, Stato Limite di Danno e Stato Limite di Vita, durante le analisi.

6.6.1 Carichi permanenti strutturali

Come già specificato in precedenza i pesi propri dei materiali fisicamente presenti nel modello sono calcolati e assegnati automaticamente dal software in base al peso unitario.

Per quanto riguarda il riempimento sulle volte a botte laterali e sulla volta centrale, i blocchi in calcestruzzo, le capriate e gli elementi lignei delle coperture si illustrano i calcoli nei prossimi paragrafi.

Riempimento volta centrale

Il carico strutturale agente sulla volta centrale ha avuto una variazione nel tempo: fino all'intervento di restauro del 1926-1928 era costituito dal riempimento di calcestruzzo e dai costoloni di irrigidimento della volta, mentre dopo l'intervento si sono aggiunti i pesi dei pilastrini, in calcestruzzo e in muratura, e della piattabanda longitudinale. Questi carichi sono stati assegnati, in maniera semplificata, come carichi superficiali su tutta la volta, la cui area risulta pari a 425 m².

Carico riempimento navata centrale						
	<i>Area [m²]</i>	<i>Volume [m³]</i>	<i>n°</i>	<i>Peso unitario [kN/m³]</i>	<i>Peso totale [kN]</i>	<i>Carico superficiale [kN/m²]</i>
Riempimento	0.20	7.84	2	25.00	392.00	0.92
Costoloni di irrigidimento	0.10	0.05	14	18.00	12.60	0.03
Pilastrino muratura	0.10	0.05	14	18.00	12.60	0.03
Piattabanda	0.28	10.98	2	25.00	548.80	1.29
Pilastrino ca	0.12	0.04	52	25.00	46.80	0.11

Tabella 6-4 - Determinazione del carico del riempimento della volta centrale

Riempimento volte laterali

Il riempimento in calcestruzzo presente sulle volte a botte laterali è stato assegnato come carico superficiale. Considerando che il suo spessore medio è di 2.74 m e il peso unitario del calcestruzzo determinato dalla normativa è 25 kN/m^3 ne è stato determinato il valore ed è stato assegnato alle superfici della volte.

$$q_{\text{riempimento}} = 2.74 \text{ m} \cdot 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} = 68.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (6.19)$$

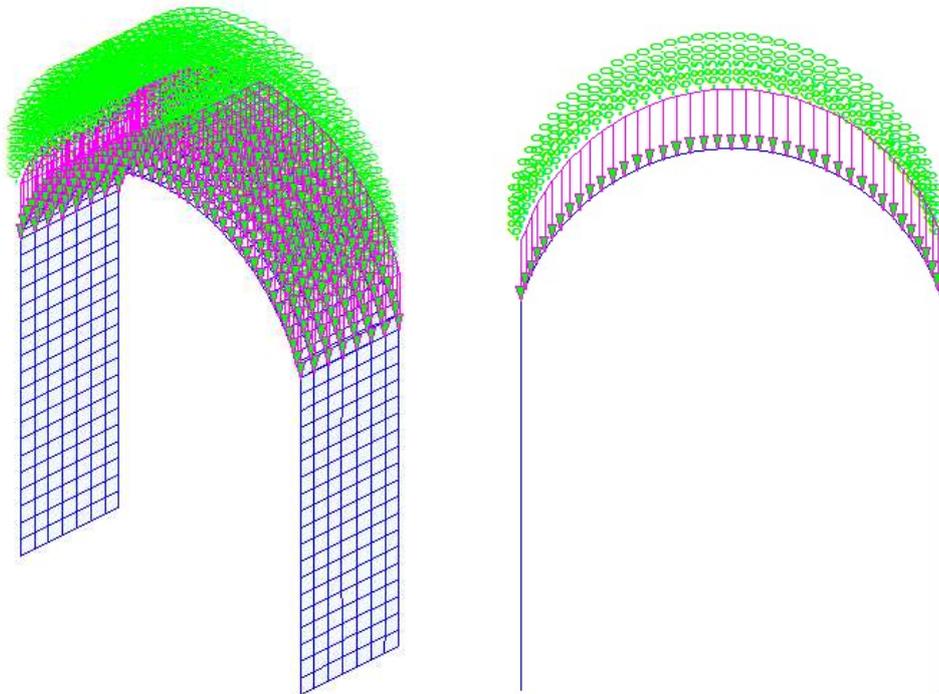


Figura 6.23- Assegnazione del riempimento sulla volta a botte laterale

Blocchi in calcestruzzo

Il peso dei blocchi in calcestruzzo è stato applicato come carico concentrato alle estremità di ciascuna trave trasversale del sottotetto della navata centrale.

Il volume di ciascun blocco è pari a:

$$V = 1.6 \text{ m} \cdot 1.6 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 2.56 \text{ m}^3 \quad (6.20)$$

Per cui il peso si calcola come:

$$P_{blocco} = 2.56 \text{ m}^3 \cdot 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} = 64 \text{ kN} \quad (6.21)$$

Dato che ogni blocco appoggia su due travi trasversali, il carico puntuale assegnato alle estremità di ciascuna trave è pari a 32 kN.

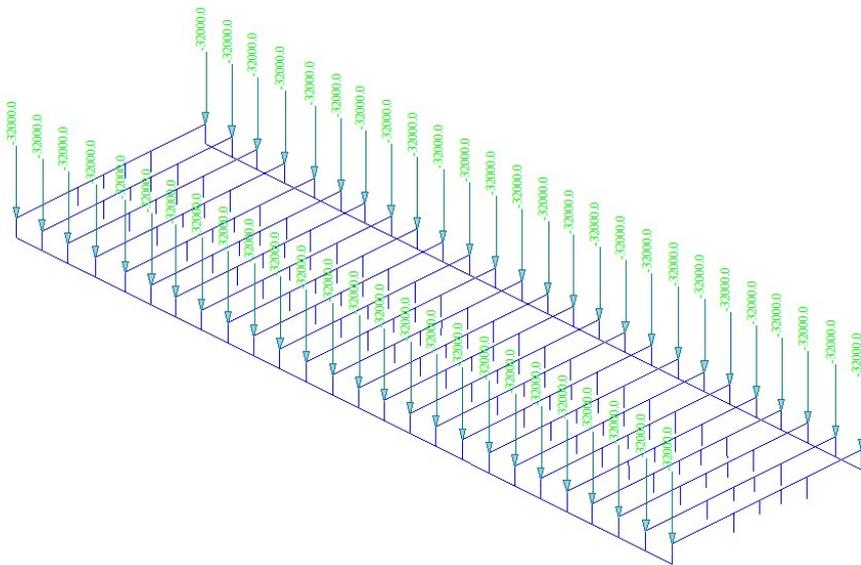


Figura 6.24 - Assegnazione dei carichi puntuali che costituiscono i blocchi in cemento

Per terminare l'assegnazione dei carichi permanenti strutturali si è proceduto al calcolo del peso delle capriate e del tavolato che è stato assegnato come carico lineare in sommità dei muri su cui appoggiano le coperture. I calcoli sono stati condotti in maniera separata per la navata centrale, le navate laterali ed il transetto.

Capriata ed elementi lignei della copertura della volta centrale

Il carico dovuto alla capriata e agli elementi lignei della copertura della volta centrale viene calcolato come il volume degli elementi per il peso specifico del legno.

Le dimensioni della capriata sono riportate in *Figura 6.25*.

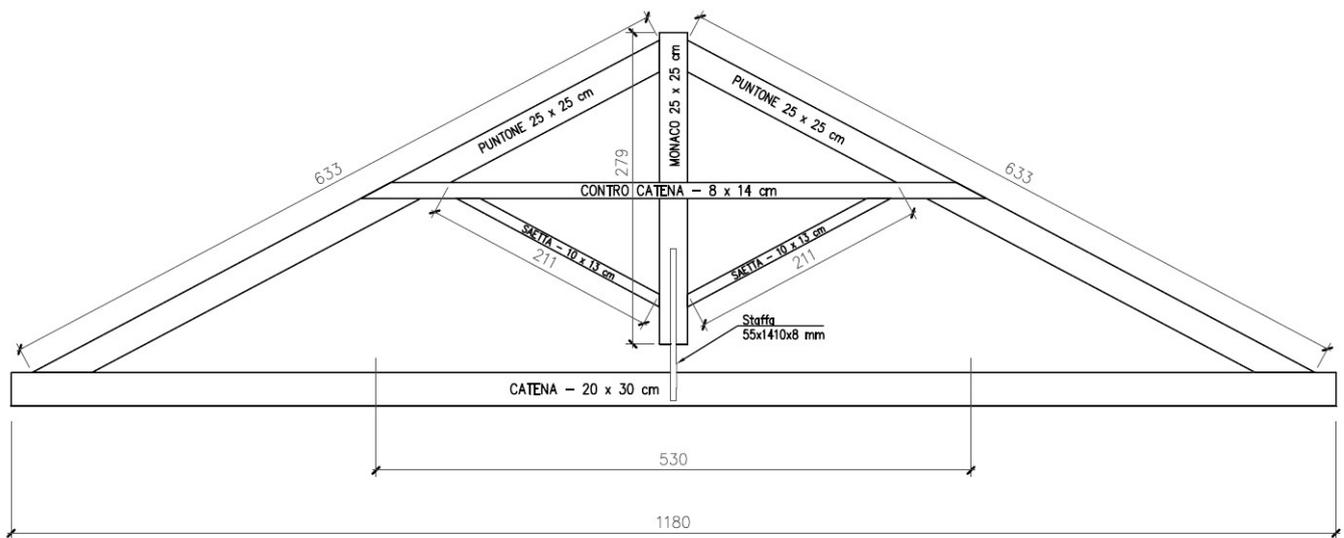


Figura 6.25 - Dimensioni degli elementi della capriata

In base alle dimensioni è stato calcolato il volume degli elementi della capriata:

Calcolo del volume della capriata					
	$b [m]$	$h [m]$	$l [m]$	n°	V
Catena	0.20	0.30	11.80	1	0.71
Puntone	0.25	0.25	6.33	2	0.75
Monaco	0.25	0.25	2.79	1	0.17
Contro catena	0.08	0.14	5.30	1	0.06
Saetta	0.10	0.13	2.11	2	0.05
Staffa	0.06	1.41	0.08	2	0.01

Tabella 6-5 - Volume degli elementi che compongono la capriata

Successivamente sono stati determinati i volumi degli altri elementi lignei presenti nel tetto della copertura della navata centrale, quindi dei listelli e del tavolato:

Elementi lignei del tetto					
	$b [m]$	$h [m]$	$l [m]$	n°	V
Listelli	0.09	0.23	39.20	13	10.54872
Tavolato	15.3	0.03	39.20	1	17.9928

Tabella 6-6 - Volume dei listelli e del tavolato del tetto

A questo punto, utilizzando il peso proprio unitario del legno, si è ricavato il carico lineare da applicare in sommità dei muri, dividendo il carico totale per la lunghezza del muro su cui scarica la copertura:

Carichi permanenti strutturali copertura			
	<i>Volume [m³]</i>	<i>Peso unitario [kN/m³]</i>	<i>Carico [kN/m]</i>
Capriata	25.20	8.00	2.58
Listelli	10.55	8.00	1.08
Tavolato	17.99	8.00	1.85
Totale	-	-	5.51

Tabella 6-7 - Carichi permanenti strutturali della copertura della navata centrale

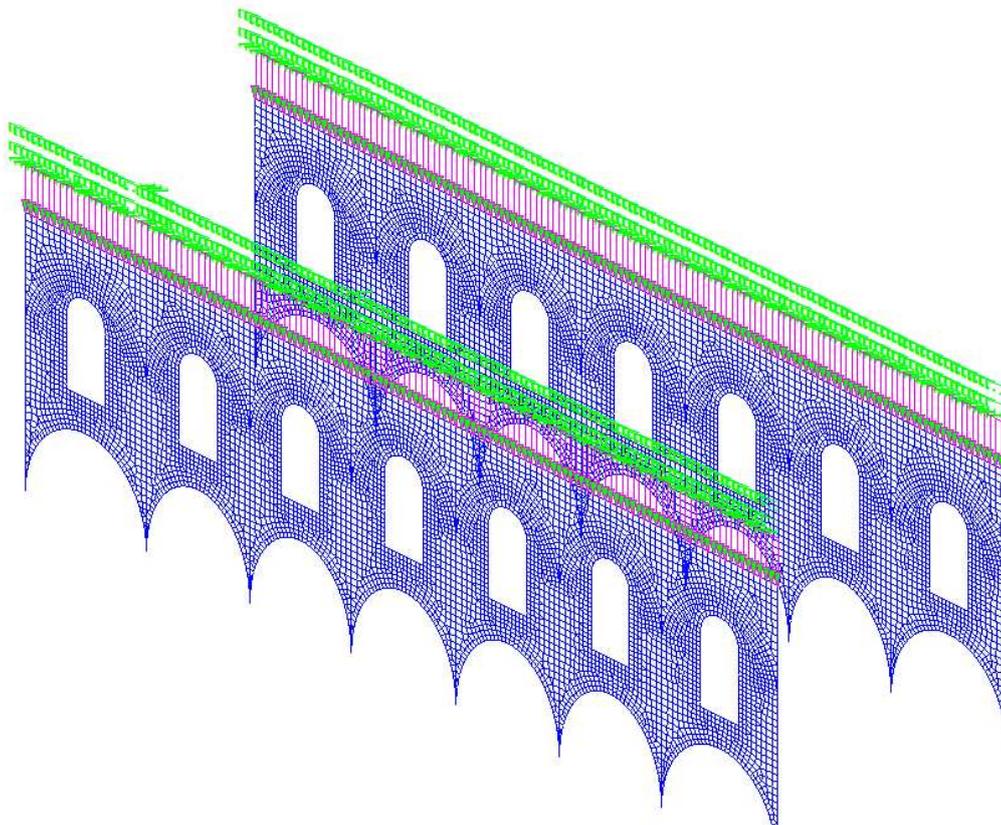


Figura 6.26 - Applicazione dei carichi relativi alla copertura della navata centrale

Elementi lignei della copertura della volta laterale

I calcoli per gli elementi strutturali della copertura della navata laterale sono stati svolti in maniera analoga a quelli della navata centrale. In questo caso, non essendo presenti le capriate, è stato determinato solo il volume del tavolato e dei listelli per calcolare il carico:

Carichi permanenti strutturali copertura				
		Volume [m ³]	Peso unitario [kN/m ³]	Carico [kN/m]
Navata laterale	Tavolato e listelli	10.24	8.00	2.10
Transetto	Tavolato e listelli	5.61	8.00	1.17

Tabella 6-8 - Carichi permanenti strutturali della copertura delle navate laterali e del transetto

6.6.2 Carichi permanenti non strutturali

I carichi permanenti non strutturali sono costituiti, come già specificato in precedenza, dal peso delle lose in pietra per le coperture della navata centrale, della navata laterale e del transetto e dal peso della copertura in piombo della cupola.

Per la copertura della cupola il carico è stato applicato direttamente come carico superficiale sulla superficie della cupola.

Il peso delle lose in pietra, come quello della parte strutturale in legno della copertura, è stato applicato in sommità del muro su cui scarica la copertura come carico lineare. Per determinarlo è stato calcolato il peso totale delle lose per ogni copertura ed è stato diviso per le lunghezze dei muri di appoggio. Si riportano i calcoli nella tabella sottostante:

Carico lose in pietra				
Copertura	Peso unitario [kN/m ²]	Area [m ²]	Carico totale [kN]	Carico lineare [kN/m]
Navata centrale	1.60	596.70	954.72	12.2
Navata laterale	1.70	341.25	580.12	14.9
Transetto	1.60	360.00	576.00	9.6

Tabella 6-9 - Carico permanente non strutturale

6.6.3 Azione del vento

Il carico del vento è stato assegnato come carico superficiale alle pareti secondo quanto calcolato al *Paragrafo 6.3* del presente capitolo.

6.6.4 Azione della neve

Il carico della neve, calcolato al *Paragrafo 6.4*, risulta essere pari a 1.23 kN/m^2 . Come per i carichi relativi al tetto, è stato assegnato come carico lineare in sommità dei muri su cui appoggiano le coperture. Per determinarne il valore è stato diviso il carico totale, ottenuto moltiplicando il carico superficiale per l'area di influenza, per la lunghezza del muro su cui scaricano le coperture.

Carico neve				
Copertura	Carico superficiale [kN/m ²]	Area [m ²]	Carico totale [kN]	Carico lineare [kN/m]
Navata centrale	1.23	596.7	733.94	9.6
Navata laterale	1.23	341.25	419.74	10.8
Transetto	1.23	360	442.80	6.2

Tabella 6-10 - Carico della neve

6.6.5 Azione sismica

L'inserimento dell'azione sismica all'interno dei modelli segue un procedimento un po' diverso da quello seguito per l'assegnazione degli altri carichi. In questo caso si caricano nel software i punti degli spettri di risposta orizzontali e verticali, in maniera separata, calcolati in precedenza tramite il comando *RS Functions (Response Spectrum Functions)*.

In particolare, vengono inseriti i valori di periodo T e di accelerazione normalizzata rispetto all'accelerazione di gravità g.

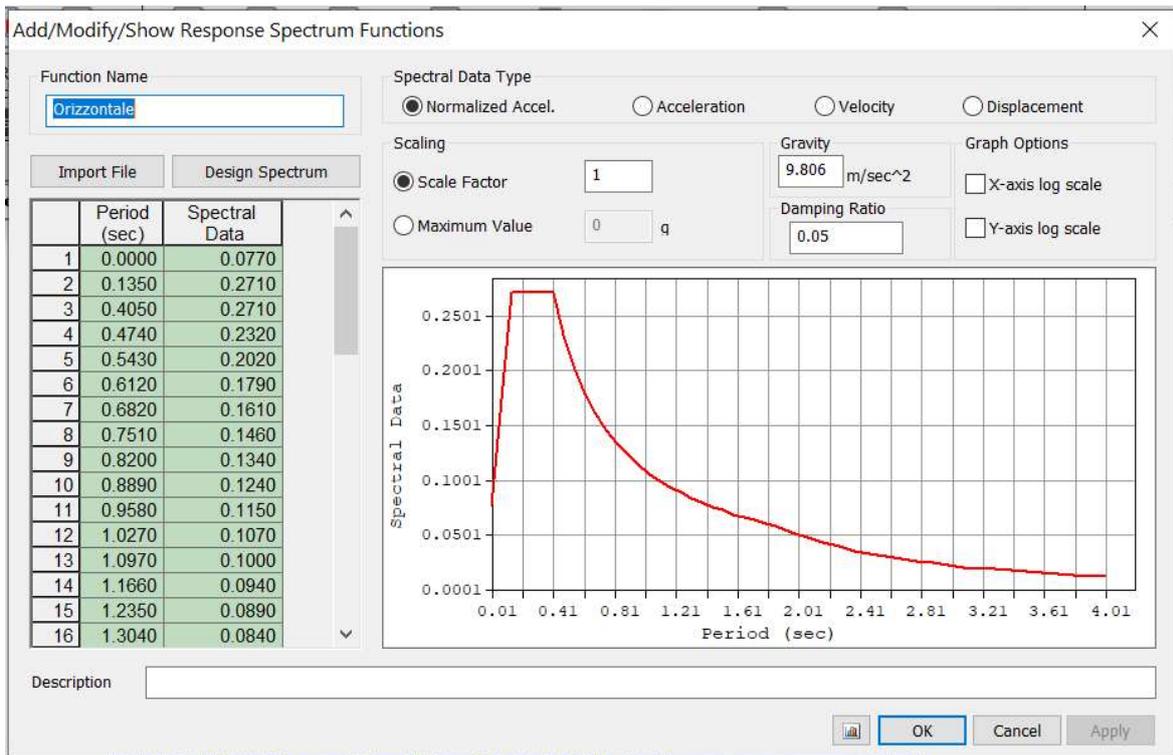


Figura 6.27- Comando RS Functions per lo spettro orizzontale a SLV

Una volta caricati gli spettri di risposta si procede a creare i casi di carico mediante il comando *RS Load Cases (Response Spectrum Load Cases)*. Per ciascun modello si hanno tre casi di carico uno in direzione X (RX), uno in direzione Y (RY) e uno in direzione Z (RZ). Il primo si crea a partire dallo spettro di risposta orizzontale con un angolo (detto *Excitation angle* in *Midas GEN*) pari a zero, per il secondo si utilizza sempre lo spettro di risposta orizzontale ma con un angolo di novanta gradi, il terzo caso di carico è basato sullo spettro di risposta verticale.

LoadCase	Direction	Scale
RX	X-Y	1
RY	X-Y	1
RZ	Z	1

Figura 6.28 - Casi di carico per il spettri di risposta creati su Midas GEN

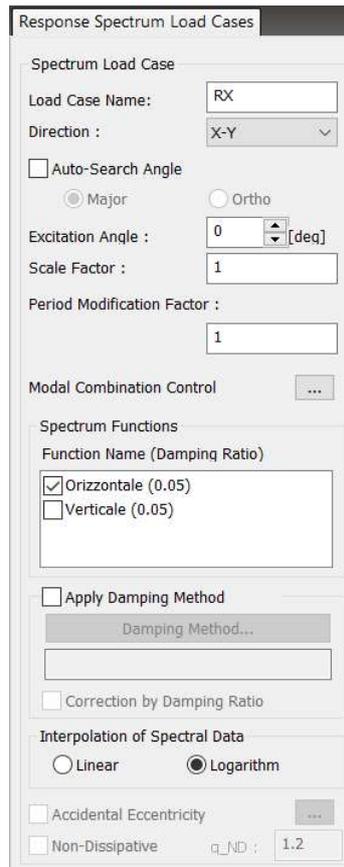


Figura 6.29 - Finestra del comando RS Load Cases di Midas GEN

Tramite il comando *Eigenvalues analysis control* si è impostata un'analisi secondo il metodo di Ritz (Type of analysis: *Ritz vectors*). Il numero di modi di vibrare scelto in modo da aver risultati accurati e tempi di risoluzione accettabili è pari a 30.

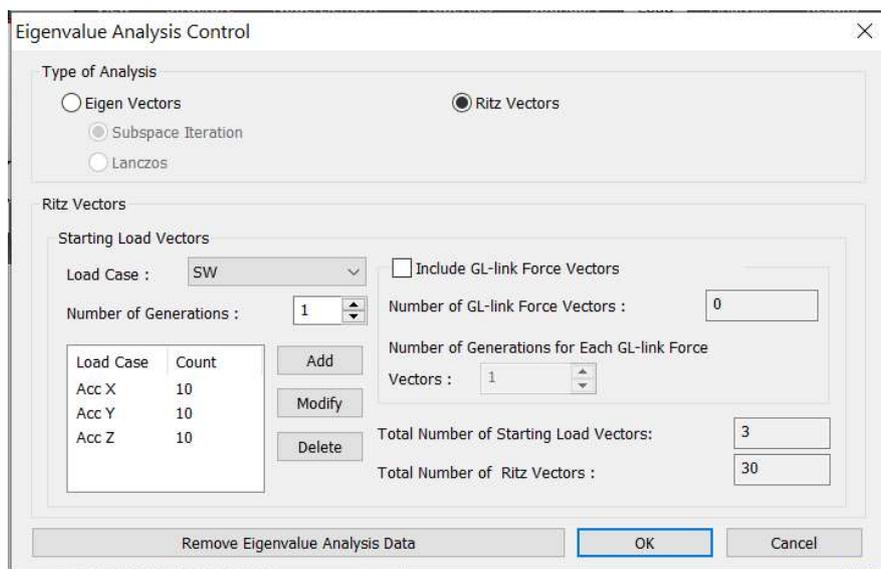


Figura 6.30 - Impostazioni relative all'analisi agli autovalori su Midas GEN

6.7 Combinazione delle azioni

Per la combinazione delle azioni si è fatto riferimento al *Capitolo 2* delle NTC18, che prevede, per la valutazione della sicurezza, un metodo semi probabilistico agli stati limite basato sull'impiego dei coefficienti parziali.

La normativa enuncia al *Paragrafo 2.3* enuncia che: «Nel metodo agli stati limite, la sicurezza strutturale nei confronti degli stati limite ultimi deve essere verificata confrontando la capacità di progetto R_d , in termini di resistenza, duttilità e/o spostamento, funzione delle caratteristiche meccaniche dei materiali che la compongono (X_d) e dei valori nominali delle grandezze geometriche (a_d), con il corrispondente valore di progetto della domanda E_d , funzione dei valori di progetto delle azioni e dei valori delle grandezze geometriche della struttura interessate.»

Il valore di progetto delle azioni agenti sulla struttura F_d è dato dal suo valore caratteristico F_k , pari al frattile 95% della distribuzione statistica, moltiplicato per γ_f fattore parziale relativo alle azioni. Quando sono presenti più azioni variabili di origine diversa si definisce un valore di combinazione $\psi_0 F_k$, dove $\psi_0 \leq 1$ è un coefficiente di combinazione che la normativa definisce per tener conto «della ridotta probabilità che più azioni di diversa origine si realizzino simultaneamente con il loro valore caratteristico.»

Ai fini delle verifiche degli stati limite, le NTC18 definiscono diverse combinazioni delle azioni al paragrafo 2.5.3. – *Combinazione delle azioni*. Nel caso del Duomo le combinazioni delle azioni adottate sono state 2: la combinazione fondamentale, generalmente impiegata per gli Stati Limite Ultimi (SLU) e la combinazione sismica, impiegata per gli stati limite ultimi e di esercizio connessi all'azione sismica (SLV e SLD).

- Combinazione fondamentale, generalmente impiegata per gli stati limite ultimi (SLU):

$$\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_P \cdot P + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} + \gamma_{Q2} \cdot \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \gamma_{Q3} \cdot \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots$$
 [2.5.1]
 - Combinazione caratteristica, cosiddetta rara, generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio (SLE) irreversibili:

$$G_1 + G_2 + P + Q_{k1} + \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots$$
 [2.5.2]
 - Combinazione frequente, generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio (SLE) reversibili:

$$G_1 + G_2 + P + \psi_{11} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \psi_{23} \cdot Q_{k3} + \dots$$
 [2.5.3]
 - Combinazione quasi permanente (SLE), generalmente impiegata per gli effetti a lungo termine:

$$G_1 + G_2 + P + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \psi_{23} \cdot Q_{k3} + \dots$$
 [2.5.4]
 - Combinazione sismica, impiegata per gli stati limite ultimi e di esercizio connessi all'azione sismica E:

$$E + G_1 + G_2 + P + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \dots$$
 [2.5.5]
 - Combinazione eccezionale, impiegata per gli stati limite ultimi connessi alle azioni eccezionali A:

$$G_1 + G_2 + P + A_d + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \dots$$
 [2.5.6]
- Gli effetti dell'azione sismica saranno valutati tenendo conto delle masse associate ai seguenti carichi gravitazionali:
- $$G_1 + G_2 + \sum_j \psi_{2j} Q_{kj}$$
- [2.5.7]

Figura 6.31 - Combinazioni delle azioni (NTC18, Paragrafo 2.5.3)

Nelle formule il simbolo “+” sta per “combinato con”. I valori dei coefficienti ψ_{0j} , ψ_{1j} e ψ_{2j} si ricavano dalla Tab. 2.5.I per le azioni del vento e della neve.

Tab. 2.5.I – Valori dei coefficienti di combinazione

Categoria/Azione variabile	ψ_{0j}	ψ_{1j}	ψ_{2j}
Categoria A - Ambienti ad uso residenziale	0,7	0,5	0,3
Categoria B - Uffici	0,7	0,5	0,3
Categoria C - Ambienti suscettibili di affollamento	0,7	0,7	0,6
Categoria D - Ambienti ad uso commerciale	0,7	0,7	0,6
Categoria E - Aree per immagazzinamento, uso commerciale e uso industriale Biblioteche, archivi, magazzini e ambienti ad uso industriale	1,0	0,9	0,8
Categoria F - Rimesse, parcheggi ed aree per il traffico di veicoli (per autoveicoli di peso ≤ 30 kN)	0,7	0,7	0,6
Categoria G - Rimesse, parcheggi ed aree per il traffico di veicoli (per autoveicoli di peso > 30 kN)	0,7	0,5	0,3
Categoria H - Coperture accessibili per sola manutenzione	0,0	0,0	0,0
Categoria I - Coperture praticabili	da valutarsi caso per caso		
Categoria K - Coperture per usi speciali (impianti, eliporti, ...)			
Vento	0,6	0,2	0,0
Neve (a quota ≤ 1000 m s.l.m.)	0,5	0,2	0,0
Neve (a quota > 1000 m s.l.m.)	0,7	0,5	0,2
Variazioni termiche	0,6	0,5	0,0

Figura 6.32 - Valori dei coefficienti di combinazione (NTC18, Tab. 2.5.I)

I valori dei coefficienti parziali di sicurezza γ_{Gi} e γ_{Qj} si trovano in Tab. 2.6.I per i carichi permanenti strutturali e non strutturali. La colonna di riferimento è la A1 dato che si sta facendo riferimento a componenti strutturali che non coinvolgano azioni di tipo geotecnico.

Tab. 2.6.I – Coefficienti parziali per le azioni o per l'effetto delle azioni nelle verifiche SLU

		Coefficiente	EQU	A1	A2
		γ_F			
Carichi permanenti G_1	Favorevoli	γ_{G1}	0,9	1,0	1,0
	Sfavorevoli		1,1	1,3	1,0
Carichi permanenti non strutturali $G_2^{(1)}$	Favorevoli	γ_{G2}	0,8	0,8	0,8
	Sfavorevoli		1,5	1,5	1,3
Azioni variabili Q	Favorevoli	γ_Q	0,0	0,0	0,0
	Sfavorevoli		1,5	1,5	1,3

⁽¹⁾ Nel caso in cui l'intensità dei carichi permanenti non strutturali o di una parte di essi (ad es. carichi permanenti portati) sia ben definita in fase di progetto, per detti carichi o per la parte di essi nota si potranno adottare gli stessi coefficienti parziali validi per le azioni permanenti.

Figura 6.33 - Coefficienti parziali per le azioni (NTC18, Tab. 2.6.I)

I coefficienti per la combinazione delle azioni sono stati inseriti tramite l'apposito comando *Load Combination* in *Midas GEN*. Per le azioni variabili sono state considerate tutte le possibili combinazioni in modo da cogliere quella più gravosa.

Load Combinations

General | Steel Design | Concrete Design | SRC Design | Cold Formed Steel Design | Footing Design | Aluminum Design |

Load Combination List

No	Name	Active	Type	SW(ST)	SW Copertura(ST)	SW Riempimento(ST)	Neve(ST)	Vento x+(ST)	Vento x-(ST)	Vento y+(ST)	Vento y-(ST)	Env wx(CB)	Env wy(CB)
1	Env wx	Acti	Envel					1.0000	1.0000				
2	Env wy	Acti	Envel							1.0000	1.0000		
3	SLU1	Acti	Add	1.3000	1.3000	1.5000	1.5000					0.9000	
4	SLU2	Acti	Add	1.3000	1.3000	1.5000	0.7500					1.5000	
5	SLU3	Acti	Add	1.3000	1.3000	1.5000	0.7500						1.5000
6	SLU4	Acti	Add	1.3000	1.3000	1.5000	0.7500						0.9000

Figura 6.34 - Combinazione a SLU delle azioni su Midas GEN

Per quanto riguarda l'azione sismica le NTC prevedono che la risposta della struttura venga studiata considerando tre diverse direzioni prevalenti di terremoto, lungo X, lungo Y e lungo Z. L'azione sismica lungo la direzione prevalente del terremoto viene considerata pari al 100%, mentre lungo le altre pari al 30%. Inoltre, è necessario considerare che le azioni sismiche possono avere segno positivo e segno negativo. In definitiva per le azioni sismiche si ottengono le seguenti 24 combinazioni di carico, applicando i coefficienti agli spettri di risposta in direzione X, Y, Z pari a ± 1 per la direzione prevalente del terremoto e ± 0.30 per le direzioni ortogonali.

Combinazione delle azioni sismiche				
<i>Combinazione</i>	<i>Direzione prevalente del terremoto</i>	<i>Coefficiente RX</i>	<i>Coefficiente RY</i>	<i>Coefficiente RZ</i>
1	x	1	0.3	0.3
2	x	1	0.3	-0.3
3	x	1	-0.3	0.3
4	x	1	-0.3	-0.3
5	x	-1	0.3	0.3
6	x	-1	0.3	-0.3
7	x	-1	-0.3	0.3
8	x	-1	-0.3	-0.3
9	y	1	0.3	0.3
10	y	1	0.3	-0.3
11	y	1	-0.3	0.3
12	y	1	-0.3	-0.3
13	y	-1	0.3	0.3
14	y	-1	0.3	-0.3
15	y	-1	-0.3	0.3
16	y	-1	-0.3	-0.3
17	z	1	0.3	0.3
18	z	1	0.3	-0.3
19	z	1	-0.3	0.3
20	z	1	-0.3	-0.3
21	z	-1	0.3	0.3
22	z	-1	0.3	-0.3
23	z	-1	-0.3	0.3
24	z	-1	-0.3	-0.3

Tabella 6-11 - Combinazione delle azioni sismiche

Per lo studio dei risultati si è proceduto a fare l'involuppo delle 24 combinazioni descritte nella tabella precedente. Per quanto riguarda le azioni diverse dal sisma, nella combinazione sismica, quelle permanenti (sia strutturali che non strutturali) hanno coefficiente 1, le azioni variabili di vento e neve in questo caso hanno coefficiente pari a 0.

Con l'inserimento dei carichi i modelli sono stati terminati per cui è possibile utilizzarli per procedere con le analisi.

7. Analisi Globale

Per lo studio della Cattedrale di San Giovanni Battista le analisi sono state condotte sia da un punto di vista statico che dinamico tramite l'uso di *Midas GEN*. In entrambi i casi ci si è soffermati sull'evoluzione storica del Duomo, con particolare attenzione alla volta a botte sulla navata centrale, studiando le differenze tra i quattro modelli di calcolo costruiti in precedenza e illustrati nuovamente in *Tabella 8-1*.

Modello	Fase storica	Modifiche apportate al modello
<i>Modello 1</i>	Condizione iniziale	-
<i>Modello 2</i>	Configurazione dopo il crollo della volta nel 1656	Applicazione dei cedimenti in sommità dei pilastri
<i>Modello 3</i>	Condizione a seguito degli interventi seicenteschi	Inserimento delle catene all'intradosso e all'estradosso della volta
<i>Modello 4</i>	Configurazione successiva ai restauri del 1926-1928 (condizione attuale)	Inserimento del sistema di travi, tiranti e blocchi in cemento

Tabella 7-1 - Modelli di calcolo del Duomo di Torino

7.1 Analisi statica

Nello svolgere l'analisi statica della cattedrale si fa uso della combinazione fondamentale, essendo la combinazione delle azioni più gravosa.

L'obiettivo in questa fase è di analizzare le variazioni dello stato deformativo tra i modelli di calcolo e lo stato tensionale del Duomo nella condizione attuale.

7.1.1 Stato deformativo

Si riportano qui di seguito le immagini relative alla configurazione deformata dei quattro modelli della Cattedrale di San Giovanni Battista per la combinazione fondamentale. Si considera la risultante degli spostamenti D_{xyz} calcolata come:

$$D_{xyz} = \sqrt{D_x^2 + D_y^2 + D_z^2}$$

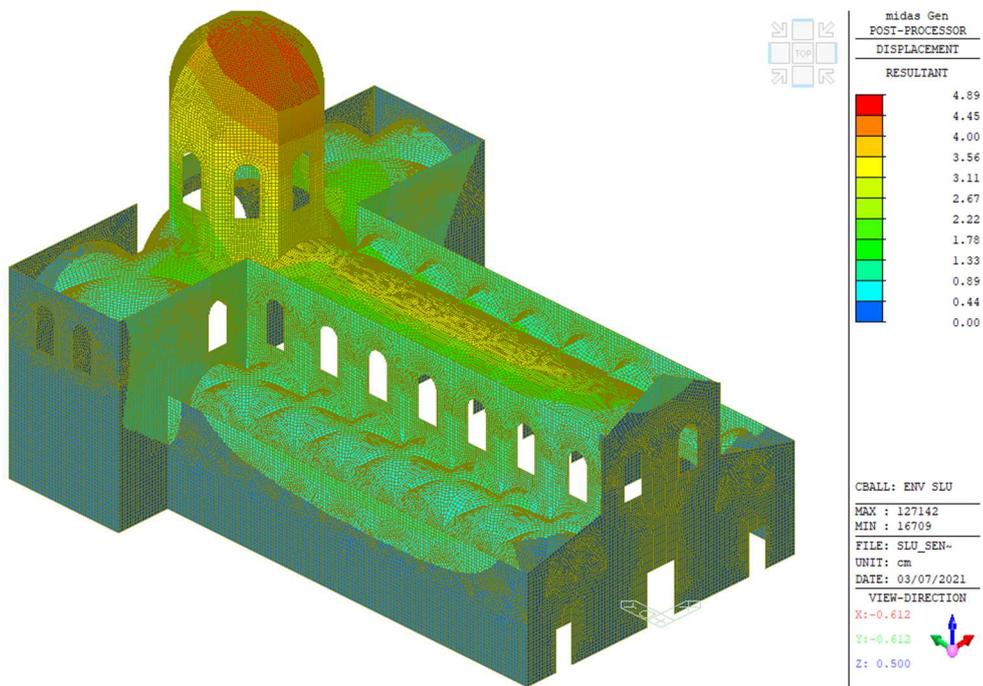


Figura 7.1 - Stato deformativo del Modello 1 (Combinazione fondamentale)

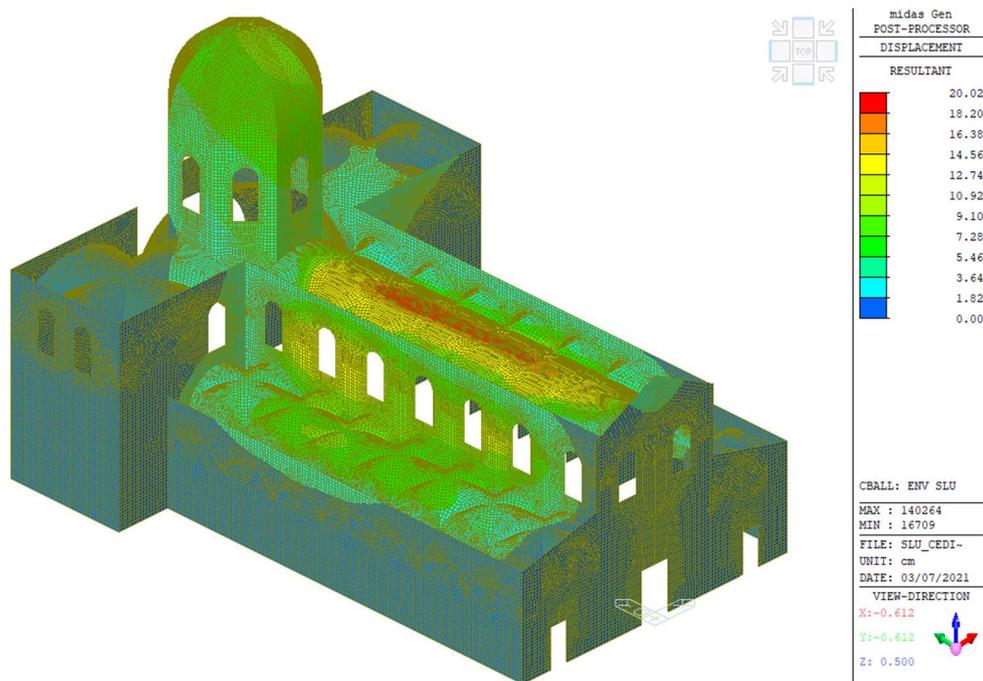


Figura 7.2 - Stato deformativo del Modello 2 (Combinazione fondamentale)

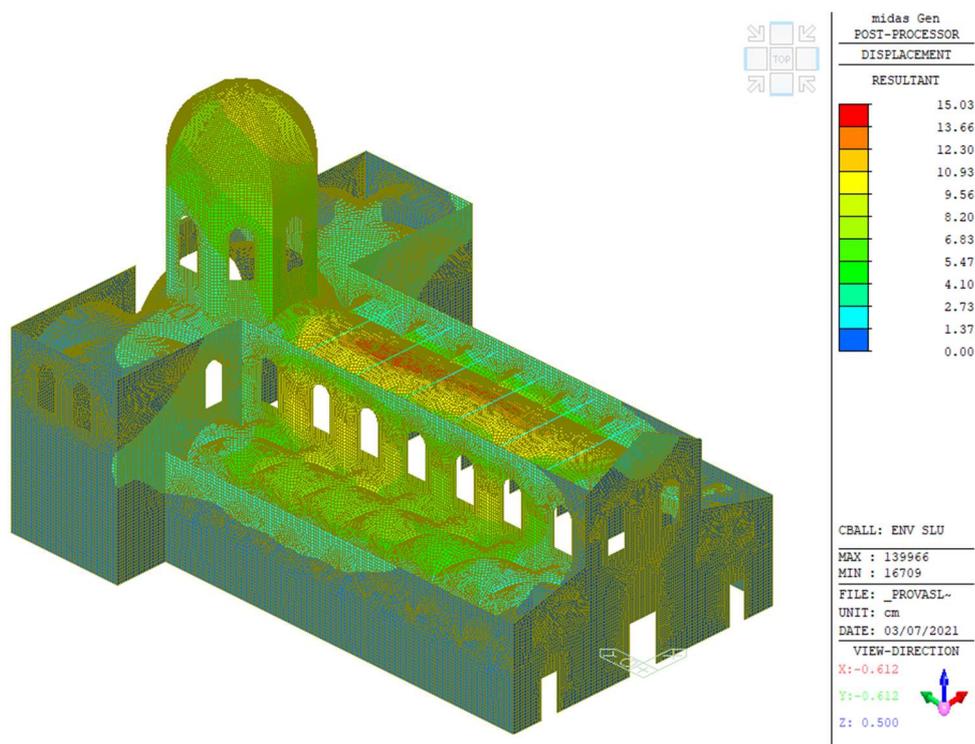


Figura 7.3 - Stato deformativo del Modello 3 (Combinazione fondamentale)

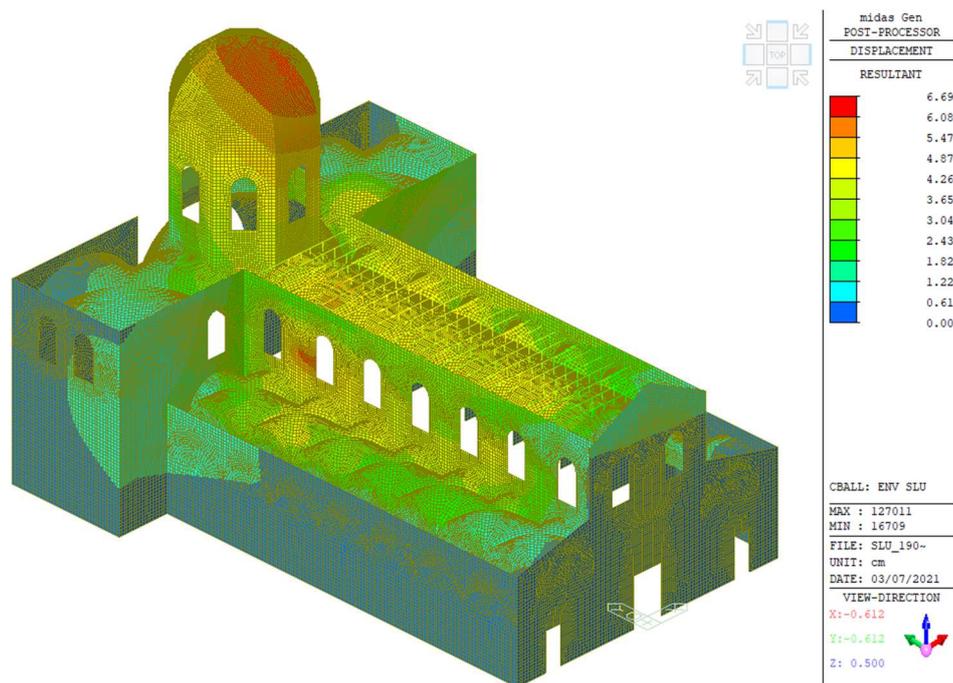


Figura 7.4 - Stato deformativo del Modello 4 (Combinazione fondamentale)

Osservando gli stati deformativi dei quattro modelli appare subito evidente che le maggiori criticità si hanno nella volta a botte centrale. Si riportano qui di seguito le immagini relative alla sua deformata (considerando nuovamente la risultante degli spostamenti) per una visione più accurata dei fenomeni che la coinvolgono.

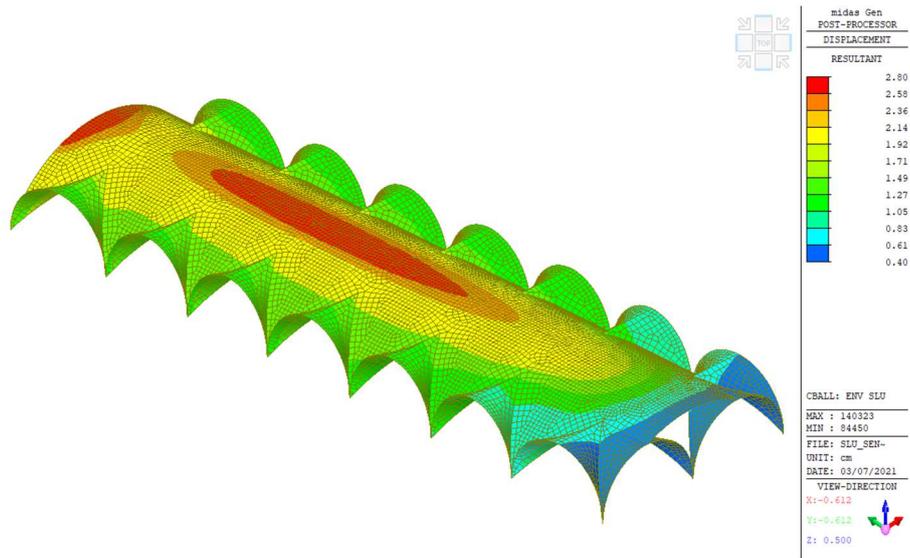


Figura 7.5 - Stato deformativo della volta centrale nel Modello 1 (Combinazione fondamentale)

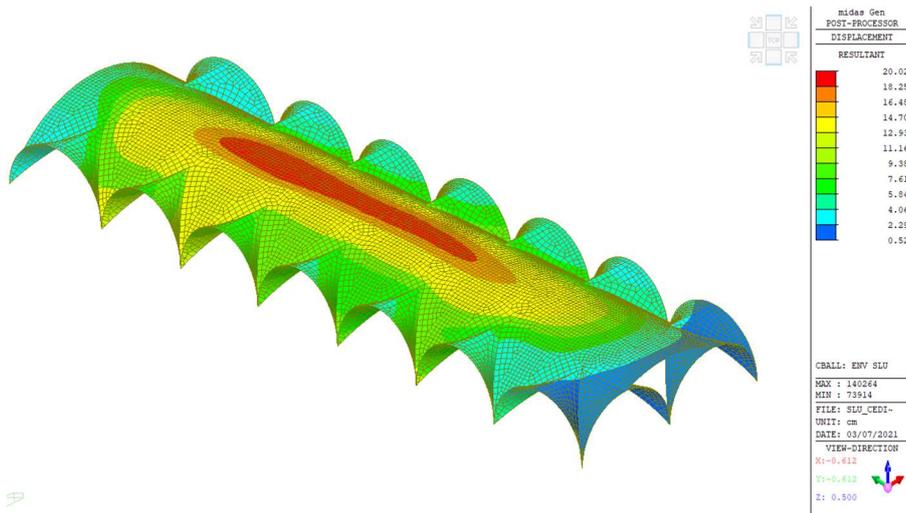


Figura 7.6 - Stato deformativo della volta centrale nel Modello 2 (Combinazione fondamentale)

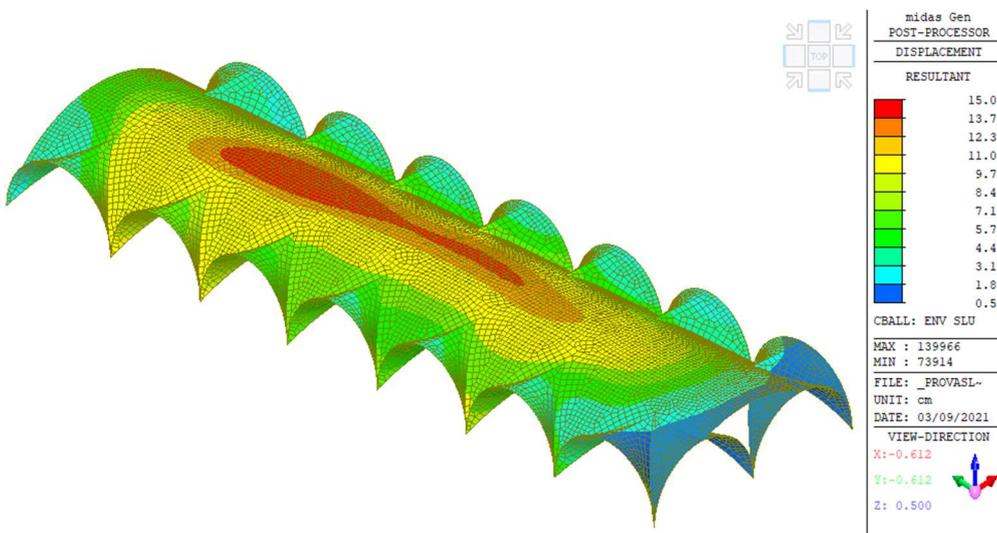


Figura 7.7 - Stato deformativo della volta centrale nel Modello 3 (Combinazione fondamentale)

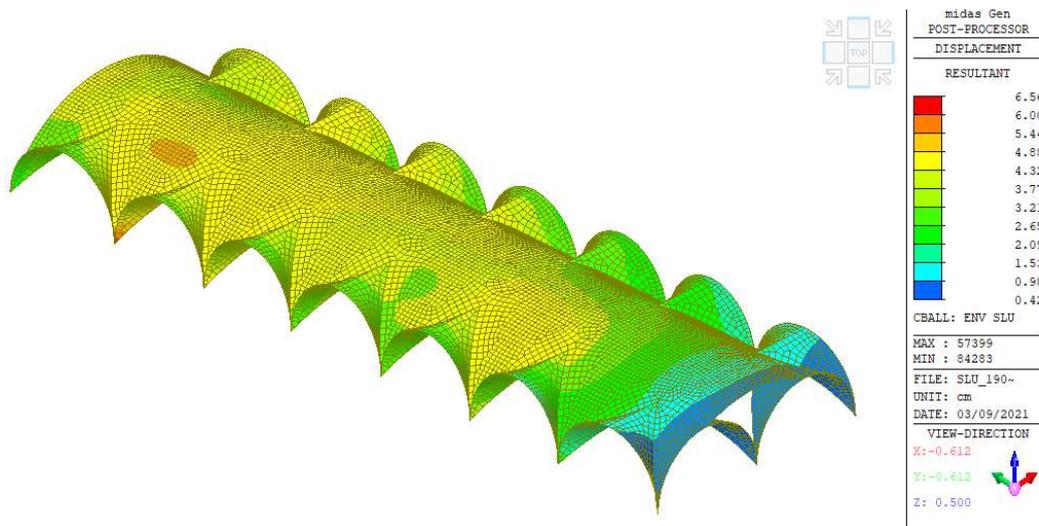


Figura 7.8 - Stato deformativo della volta centrale nel Modello 4 (Combinazione fondamentale)

Nella configurazione iniziale (Modello 1) la risultante degli spostamenti nella struttura varia da 0.00 cm a 4.89 cm. Si ha uno spostamento nullo alla base dove sono stati inseriti dei vincoli di tipo incastro, mentre le deformazioni massime si hanno sulla cupola e sulla volta della navata centrale.

Con l'introduzione delle forze che simulano i cedimenti in sommità dei pilastri (Modello 2), nel muro adiacente alla volta centrale si registrano degli spostamenti il cui valore è pari a quello dei cedimenti stessi. Dalla *Figura 8.6* si può vedere come nel Modello 2 la deformazione della volta raggiunge valori elevati (fino a 20.02 cm), che rispecchiano la situazione del crollo avvenuto nel 1656.

Aggiungendo le catene (Modello 3), gli spostamenti sulla volta si riducono pur rimanendo di elevata entità (fino a 15.03 cm), mentre gli spostamenti sul muro adiacente alla volta centrale rimangono pari a quelli del Modello 2, infatti le catene migliorano il comportamento della volta ma i cedimenti sui pilastri rimangono invariati.

Nel Modello 4 l'inserimento del sistema di travi realizzato durante i restauri del 1926-1928 migliora in maniera notevole il comportamento della volta: nonostante lo strapiombo dei pilastri la deformazione della volta a botte si riduce raggiungendo valori attorno ai 4 cm, non troppo distanti dalla configurazione iniziale (Modello 1).

7.1.2 Stato tensionale

La visualizzazione dello stato tensionale in *Midas GEN* può essere effettuata in tre modalità: Top, Bottom e Both Sides. Con le prime due si visualizzano le tensioni da un lato o dall'altro degli elementi, con la terza vengono mostrate su entrambi i lati.

Scegliendo prima l'opzione Top e poi Bottom le tensioni nella cattedrale si ottengono i valori riportati nelle *Figure 8.9 e 8.10*.

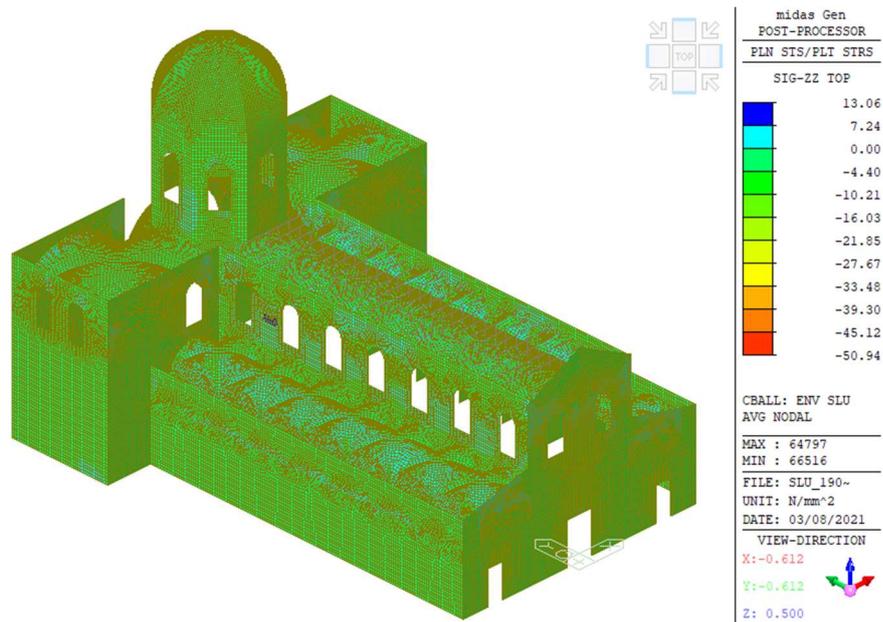


Figura 7.9 – Stato tensionale σ_{zz} – Top (Combinazione fondamentale)

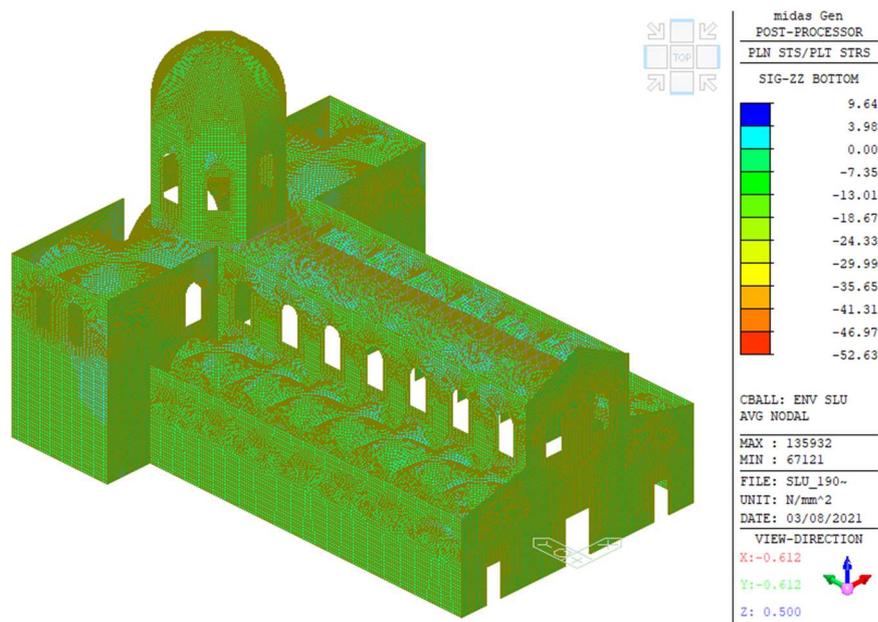


Figura 7.10 - Stato tensionale σ_{zz} – Bottom (Combinazione fondamentale)

I valori di tensione elevati che compaiono nella leggenda sono localizzati in alcuni punti. Osservando il modello si può vedere che in generale però i suoi valori sono inferiori, in entrambe le configurazioni a 1 MPa.

Utilizzando le tensioni è stato possibile verificare se il modello funziona correttamente: si è calcolato manualmente il valore delle tensioni alla base dei muri perimetrali ed è stato confrontato con il valore presente nel modello, tenendo conto soltanto dei carichi verticali.

Considerando una striscia larga 1 m dei muri perimetrali adiacenti alla navata laterale, il primo passo è stato quello di calcolare il carico agente costituito dal peso proprio del muro, dal peso del riempimento sulla volta a botte, della copertura e della neve.

Il carico agente risulta pari a 427 kN; per il calcolo della tensione occorre dividere questo valore per l'area su cui agisce pari a 0.67 m (spessore del muro) x 1 m (striscia considerata).

$$\sigma_z = \frac{427 \cdot 10^3 N}{0.67 \cdot 10^{-6} mm^2} = 0.64 \frac{N}{mm^2} \quad (7.1)$$

Il valore ottenuto è simile al valore delle tensioni del modello.

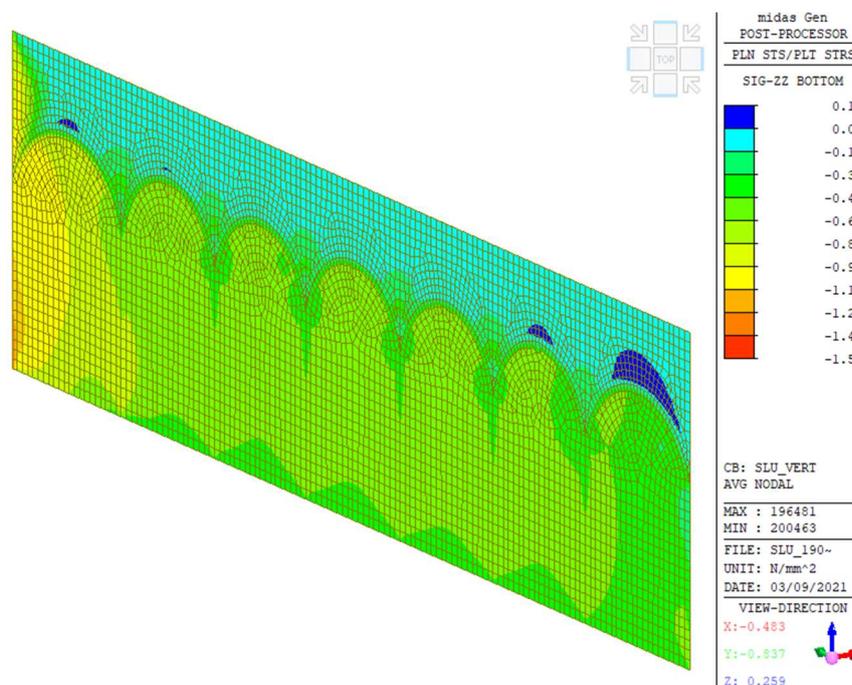


Figura 7.11 - Stato tensionale σ_{zz} muri perimetrali – Bottom (Combinazione fondamentale)

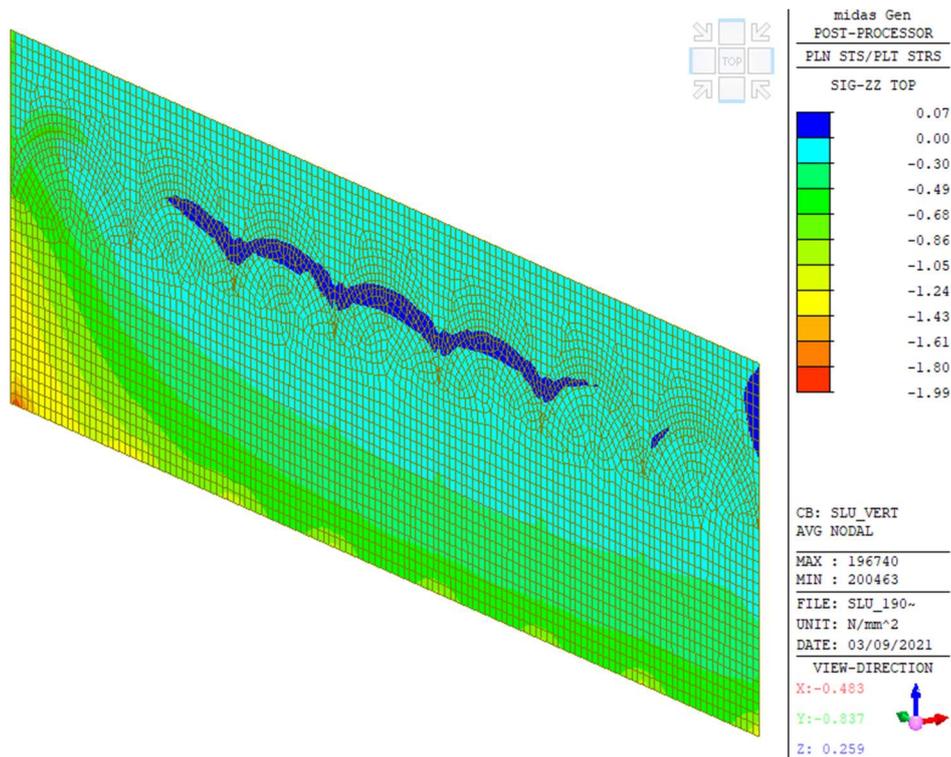


Figura 7.12 - Stato tensionale σ_{zz} muri perimetrali – Top (Combinazione fondamentale)

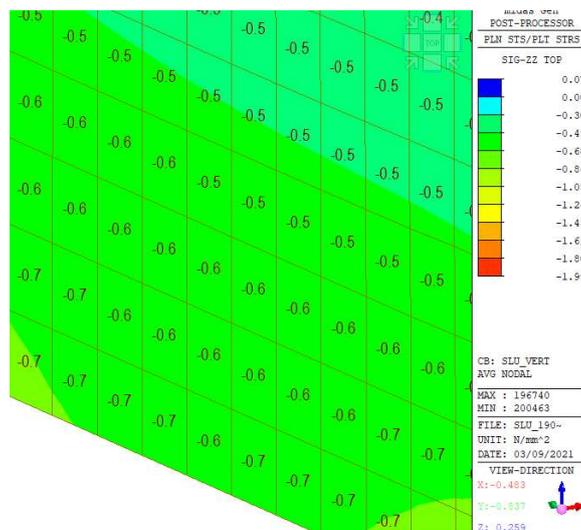


Figura 7.13 - Stato tensionale σ_{zz} alla base dei muri perimetrali – Top (Combinazione fondamentale)

7.2 Analisi dinamica lineare

Dal punto di vista dinamico è stata condotta un'analisi di tipo lineare. Secondo quanto previsto dal *Paragrafo 7.3.3.1. delle Norme Tecniche per le Costruzioni* l'analisi lineare dinamica consiste nel determinare i modi di vibrare della costruzione tramite un'analisi modale e determinare gli effetti dell'azione sismica per i modi individuati.

I modi di vibrare da considerare sono quelli che hanno una massa partecipante significativa, quindi superiore al 5%; la massa partecipante totale dei modi deve essere superiore all'85%.

Gli effetti dei singoli modi devono essere combinati. La combinazione può essere effettuata valutando la radice quadrata della somma dei quadrati degli effetti relativi a ciascun modo se il periodo di vibrazione varia di almeno il 10% rispetto agli altri. Si parla in questo caso di combinazione SRSS (Square Root of Sum of Squares):

$$E = \sqrt{\sum_i E_i^2} \quad (7.2)$$

Dove E_i è l'effetto associato all' i -esimo modo, mentre E è il valore combinato dell'effetto. Quando la variazione tra i periodi è inferiore al 10% si utilizza il metodo CQC:

$$E = \sqrt{\sum_i \sum_j \rho_{ij} \cdot E_i \cdot E_j} \quad (7.3)$$

Dove:

- E_i e E_j sono gli effetti dovuti al modo i e al modo j ;
- ρ_{ij} è il coefficiente di correlazione valutato come:

$$\rho_{ij} = \frac{8\sqrt{\xi_i \cdot \xi_j} \cdot (\beta_{ij} \cdot \xi_i + \xi_j) \cdot \beta_{ij}^{3/2}}{(1 - \beta_{ij}^2)^2 + 4 \cdot \xi_i \cdot \xi_j \cdot \beta_{ij} (1 + \beta_{ij}^2) + 4 \cdot (\xi_i^2 + \xi_j^2) \cdot \beta_{ij}^2} \quad (7.4)$$

In cui ξ è lo smorzamento viscoso dei modi i e j , β_{ij} è il rapporto tra l'inverso dei periodi di ciascuna coppia i - j di nodi.

I primi risultati presi in analisi sono quelli relativi allo stato attuale del Duomo. Tramite *Midas GEN* sono stati valutati i periodi, le frequenze e le percentuali di massa partecipante lungo i tre assi per ogni modo di vibrare.

Modo	Frequenza		Periodo	TRAN-X		TRAN-Y		TRAN-Z	
	N°	(rad/sec)		(cycle/sec)	(sec)	MASS(%)	SUM(%)	MASS(%)	SUM(%)
1	13.22	2.10	0.48	4.15	4.15	13.16	13.16	1.11	1.11
2	13.28	2.11	0.47	9.81	13.96	7.22	20.38	0.56	1.68
3	13.73	2.18	0.46	6.02	19.98	0.76	21.14	0.02	1.70
4	13.79	2.20	0.46	0.43	20.41	3.52	24.66	0.10	1.80
5	16.14	2.57	0.39	0.00	20.41	9.30	33.95	0.19	1.99
6	16.34	2.60	0.38	0.00	20.42	12.50	46.45	0.30	2.29
7	16.46	2.62	0.38	0.00	20.42	13.32	59.77	0.34	2.63
8	18.23	2.90	0.34	0.62	21.04	0.01	59.78	0.00	2.63
9	20.47	3.26	0.31	1.91	22.95	0.00	59.78	0.02	2.64
10	20.79	3.31	0.30	2.04	24.99	0.00	59.78	0.03	2.67
11	21.93	3.49	0.29	0.00	24.99	0.08	59.87	1.34	4.01
12	22.55	3.59	0.28	0.59	25.58	1.24	61.10	0.01	4.02
13	24.30	3.87	0.26	1.17	26.75	6.89	67.99	0.01	4.02
14	25.31	4.03	0.25	10.19	36.94	0.16	68.15	0.00	4.02
15	27.62	4.40	0.23	0.07	37.00	0.07	68.22	11.81	15.83
16	28.69	4.57	0.22	5.62	42.63	0.03	68.25	0.01	15.84
17	29.32	4.67	0.21	1.55	44.17	0.41	68.66	0.29	16.14
18	31.70	5.04	0.20	0.14	44.31	0.25	68.91	4.26	20.39
19	32.92	5.24	0.19	18.51	62.82	0.00	68.91	0.01	20.41
20	35.77	5.69	0.18	0.11	62.93	2.39	71.29	1.01	21.41
21	36.98	5.89	0.17	0.02	62.95	1.81	73.10	4.35	25.77
22	41.97	6.68	0.15	7.63	70.58	3.91	77.01	0.75	26.51
23	42.37	6.74	0.15	2.76	73.35	9.88	86.89	1.52	28.03
24	51.95	8.27	0.12	0.09	73.43	0.20	87.08	8.76	36.79
25	64.65	10.29	0.10	8.11	81.55	0.09	87.17	0.21	37.01
26	67.27	10.71	0.09	0.16	81.70	2.01	89.18	8.90	45.90
27	72.22	11.49	0.09	0.14	81.84	1.08	90.26	22.61	68.51
28	120.48	19.17	0.05	12.29	94.13	0.05	90.31	0.00	68.51
29	135.99	21.64	0.05	0.03	94.16	2.82	93.13	13.44	81.96
30	148.63	23.66	0.04	0.04	94.21	3.13	96.25	9.32	91.28

Tabella 7-2 - Modo di vibrare, frequenza, periodo, percentuale di massa partecipante e somma delle percentuali di massa partecipanti lungo X, Y e Z

Si riportano qui di seguito, a titolo di esempio, le forme deformate di alcuni modi di vibrare aventi una percentuale di massa partecipante abbastanza consistente in una delle tre direzioni. Il modo 1 presenta una massa partecipante in direzione Y pari al 13.16%, il modo 2 in direzione X pari al 9.81%, il modo 19 in direzione X pari al 18.51%, il modo 27 in direzione Z pari al 22.61%.

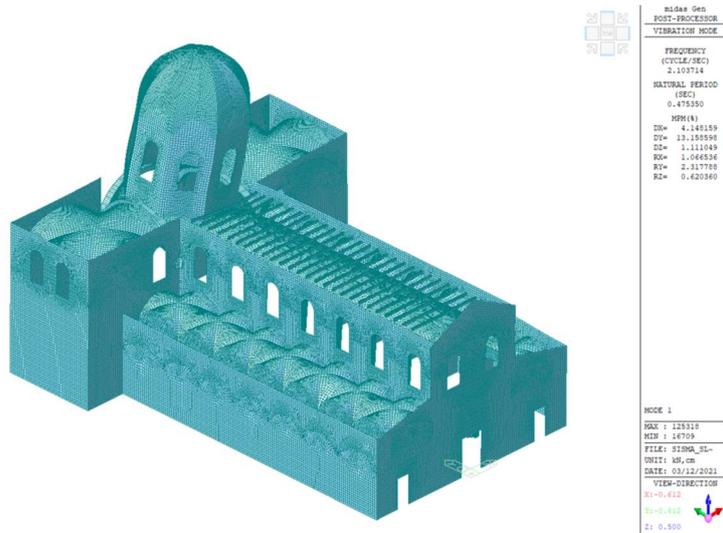


Figura 7.14 - Modo di vibrare 1

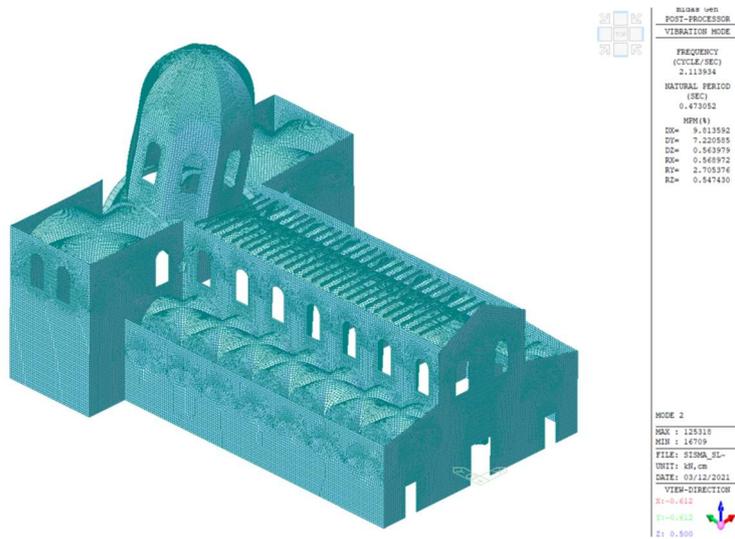


Figura 7.15 - Modo di vibrare 2

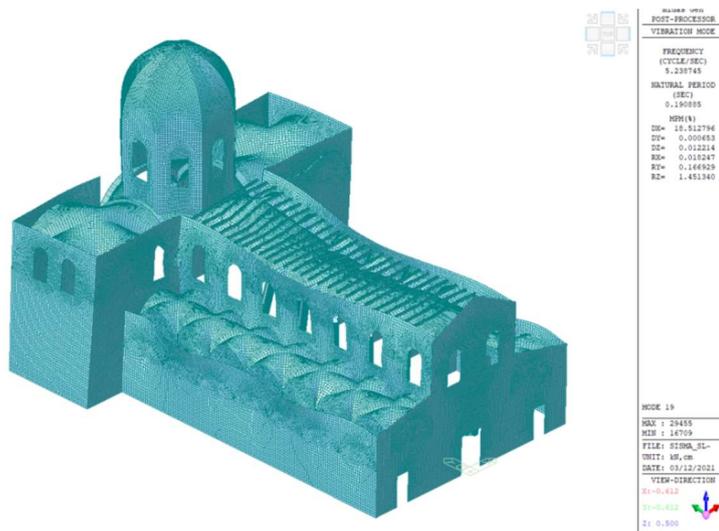


Figura 7.16 - Modo di vibrare 19

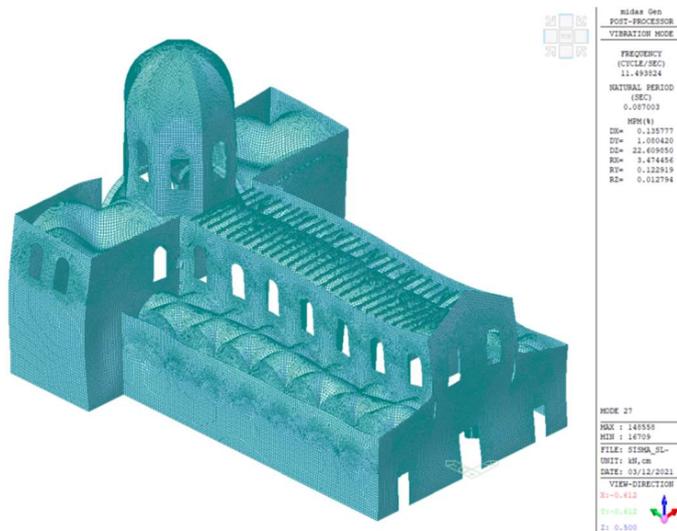


Figura 7.17 - Modo di vibrare 27

Il passo successivo è stato quello di confrontare i quattro modelli di calcolo sotto il profilo degli spostamenti e delle frequenze.

Le valutazioni sono state effettuate per la combinazione sismica utilizzando lo spettro di risposta a Stato Limite di Vita per le frequenze e a Stato Limite di Danno per gli spostamenti.

7.2.1 Frequenze

Il primo confronto viene effettuato tra le frequenze per ogni modo di vibrare dei modelli di calcolo; se ne riportano i valori in cicli/secondo nella tabella qui di seguito.

Modo N°	Frequenze			
	Modello 1 (cycle/sec)	Modello 2 (cycle/sec)	Modello 3 (cycle/sec)	Modello 4 (cycle/sec)
1	1.95	1.95	1.95	2.10
2	2.01	2.01	2.04	2.11
3	2.10	2.10	2.10	2.18
4	2.15	2.15	2.16	2.20
5	2.17	2.17	2.17	2.57
6	2.55	2.55	2.56	2.60
7	2.60	2.60	2.60	2.62
8	2.65	2.65	2.66	2.90
9	2.80	2.80	2.81	3.26
10	2.81	2.81	2.93	3.31
11	3.13	3.13	3.13	3.49
12	3.28	3.28	3.40	3.59

13	3.41	3.41	3.49	3.87
14	3.47	3.47	3.62	4.03
15	3.72	3.72	3.70	4.40
16	3.86	3.86	3.90	4.57
17	4.02	4.02	4.12	4.67
18	4.30	4.30	4.33	5.04
19	4.41	4.41	4.95	5.24
20	5.22	5.22	5.26	5.69
21	5.37	5.37	5.38	5.89
22	6.10	6.10	6.47	6.68
23	6.52	6.52	6.61	6.74
24	6.80	6.80	6.91	8.27
25	8.71	8.71	9.32	10.29
26	9.88	9.88	9.98	10.71
27	10.54	10.54	10.60	11.49
28	17.06	17.06	18.29	19.17
29	19.69	19.69	19.83	21.64
30	20.89	20.89	20.92	23.66

Tabella 7-3 - Confronto tra le frequenze dei quattro modelli di calcolo

Come si può vedere nei primi tre modelli le frequenze rimangono praticamente invariate dato che non c'è alcuna variazione nella massa della cattedrale.

Tra il terzo e il quarto modello, contrariamente a quanto ci si potrebbe aspettare, dato che il sistema di travi realizzato durante i restauri del 1926-1928 ha un peso elevato per la presenza dei 26 blocchi in calcestruzzo, le frequenze variano, ma in maniera poco significativa. Se ne riporta la variazione in percentuale nella *Tabella 8-4*.

Modo	Variazione della frequenza
N°	[%]
1	8.04
2	3.61
3	4.22
4	1.68
5	18.36
6	1.78
7	0.70
8	8.90
9	15.96
10	13.09
11	11.35

12	5.62
13	10.70
14	11.31
15	18.69
16	17.06
17	13.24
18	16.46
19	5.84
20	8.22
21	9.49
22	3.25
23	2.04
24	19.74
25	10.43
26	7.28
27	8.48
28	4.81
29	9.14
30	13.10

Tabella 7-4 – Variazione percentuale delle frequenze tra il Modello 3 e il Modello 4

Questo fenomeno si giustifica con il fatto che anche se il peso del sistema di travi e blocchi in calcestruzzo nel sottotetto della navata centrale è elevato (circa 1664 kN), rapportandolo al peso della struttura presente sulla navata centrale (muri adiacenti ad essa e volta centrale a botte) si individua una variazione di peso del 18% e rispetto al peso complessivo della cattedrale di circa il 5%.

7.2.2 Stato deformativo

Si riportano qui di seguito le immagini relative agli spostamenti dei quattro modelli della Cattedrale di San Giovanni Battista a Stato Limite di Danno, considerando come al *Paragrafo 8.1.1* la risultante degli spostamenti D_{xyz} .

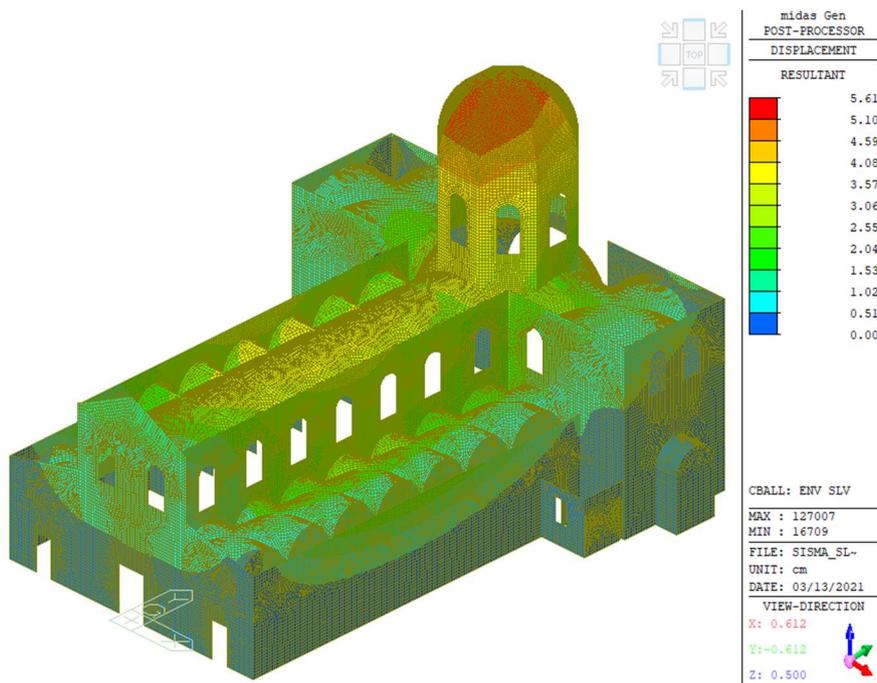


Figura 7.18 - Stato deformativo del Modello 1 (Combinazione sismica – Stato Limite di Danno)

Nel Modello 1 gli spostamenti massimi si hanno in sommità della cupola. Sulla volta centrale e sui muri adiacenti ad essa si registrano deformazioni massime di 4.08 cm.

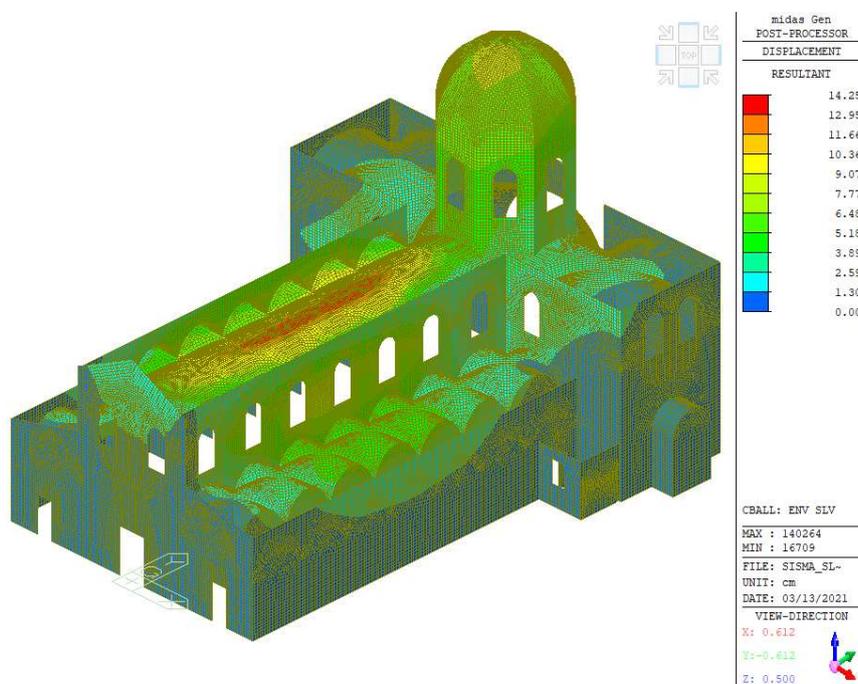


Figura 7.19 - Stato deformativo del Modello 2 (Combinazione sismica – Stato Limite di Danno)

Per quanto riguarda il Modello 2 si possono fare le medesime considerazioni fatte in assenza di sisma: si ha un forte aumento degli spostamenti nella volta a botte (situazione che

rispecchia il crollo avvenuto nel 1656) e le deformazioni sui muri laterali della navata centrale assumono i valori dei cedimenti presenti sui pilastri.

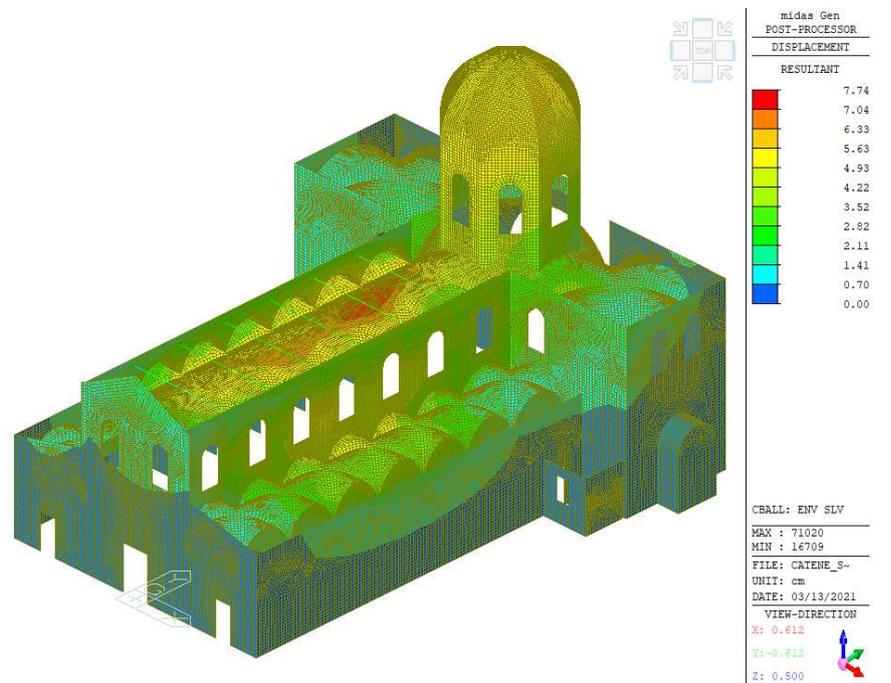


Figura 7.20 - Stato deformativo del Modello 3 (Combinazione sismica – Stato Limite di Danno)

Con l’inserimento delle catene si evidenzia un netto miglioramento della cattedrale quando è sottoposta ad azione sismica, si passa da uno spostamento massimo di 14.25 cm a uno spostamento di 7.74 cm.

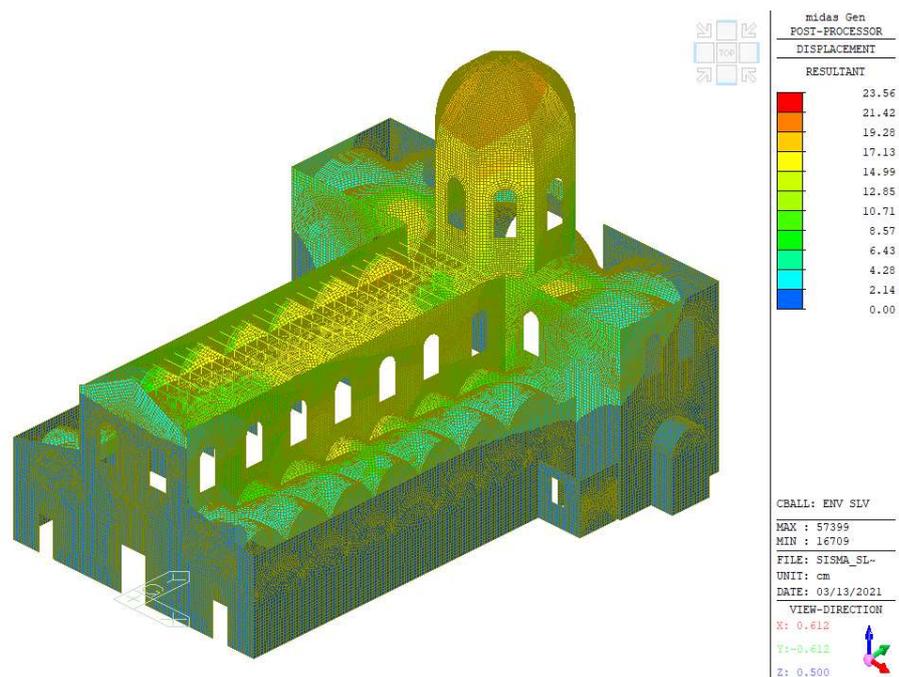


Figura 7.21 - Stato deformativo del Modello 4 (Combinazione sismica – Stato Limite di Danno)

Nel Modello 4 diversamente da quanto succedeva per la statica si ha un aumento pronunciato delle deformazioni. Ciò significa che con gli interventi di restauro del 1926-28 si sono migliorate le condizioni della volta centrale da un punto di vista statico, peggiorando però la situazione sotto il profilo dinamico.

Dalle immagini relative agli spostamenti nei quattro modelli emerge che i maggiori spostamenti si hanno sulla volta a botte centrale e sui muri adiacenti ad essa. Per una visione più chiara dei fenomeni se ne riportano le immagini relative agli stati deformativi.

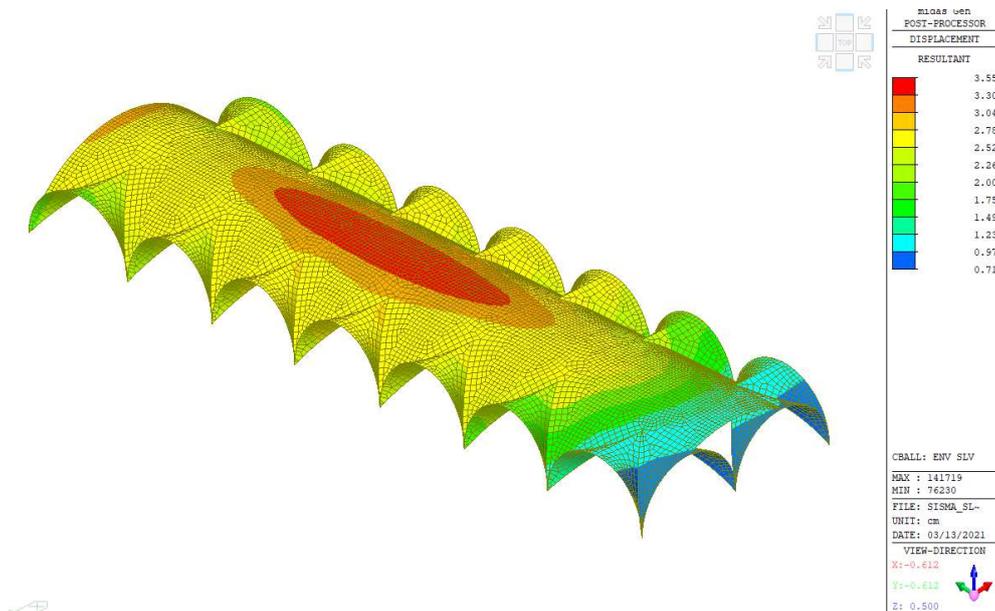


Figura 7.22 - Stato deformativo della volta centrale nel Modello 1 (Combinazione sismica – SLD)

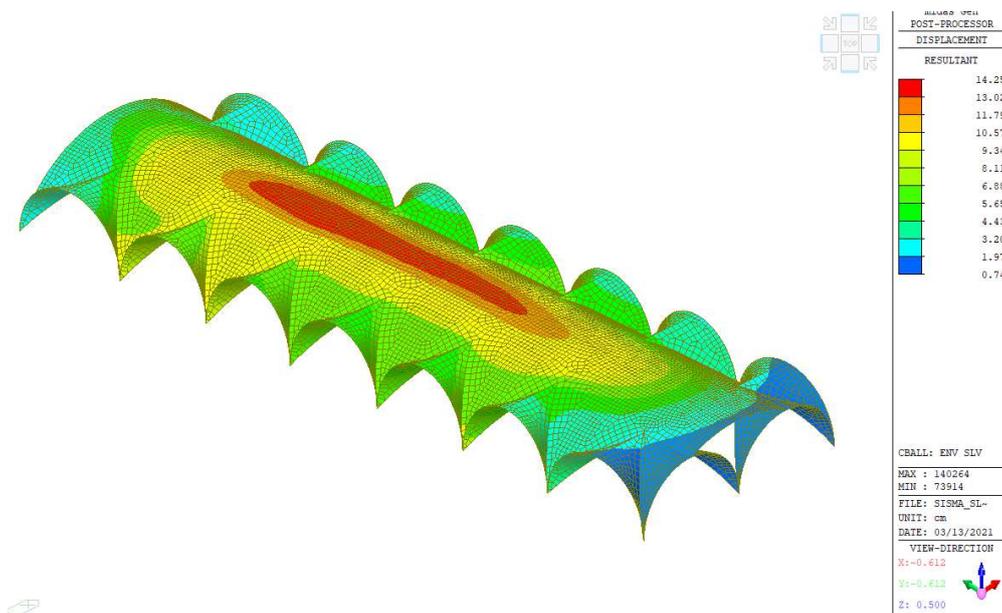


Figura 7.23 - Stato deformativo della volta centrale nel Modello 2 (Combinazione sismica – SLD)

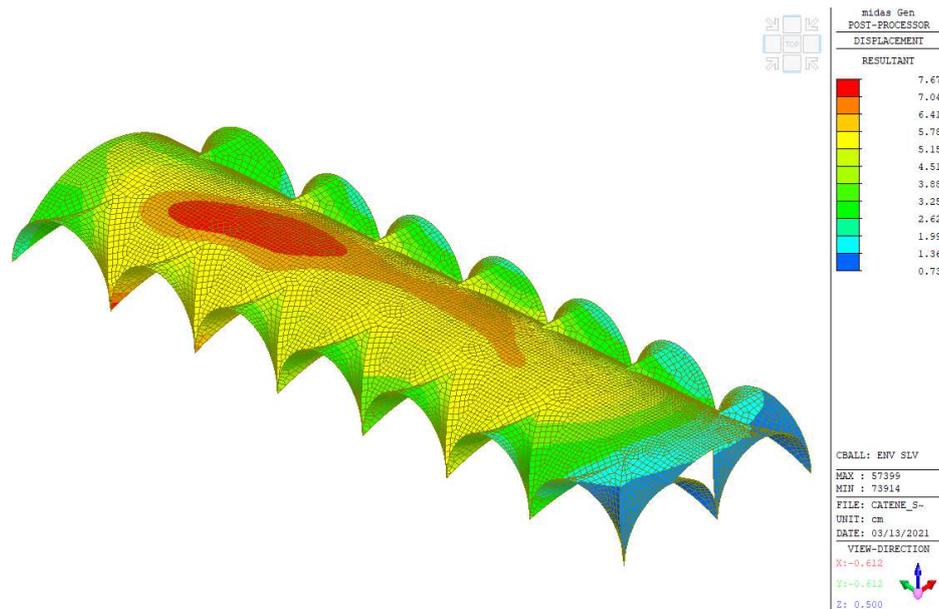


Figura 7.24 - Stato deformativo della volta centrale nel Modello 3 (Combinazione sismica – SLD)

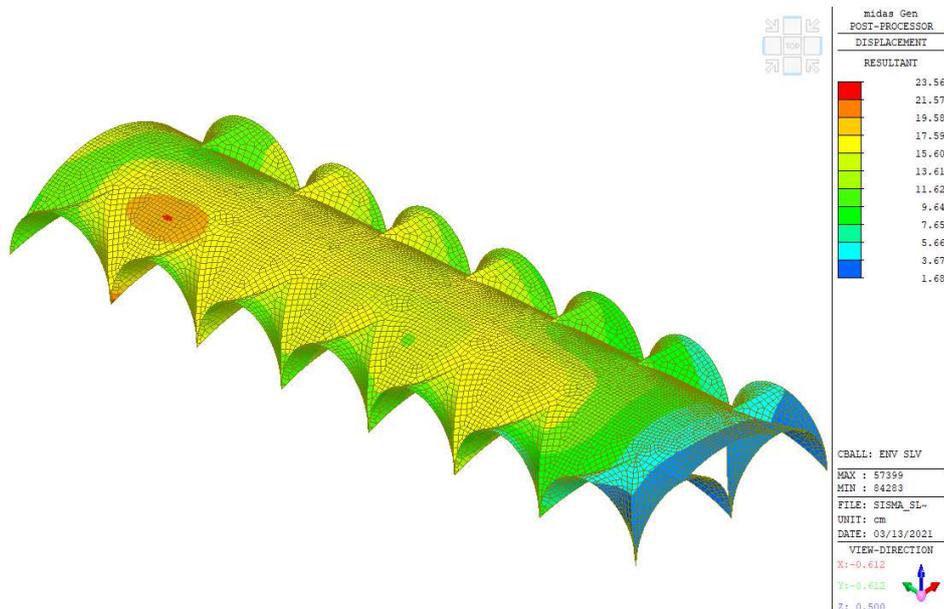


Figura 7.25 - Stato deformativo della volta centrale nel Modello 4 (Combinazione sismica – SLD)

La volta centrale nel modello relativo alla condizione iniziale del Duomo sotto l'azione sismica si deforma al massimo di 3.55 cm nella sua zona centrale. Con l'applicazione dei cedimenti, come si è potuto già notare in precedenza, gli spostamenti manifestano un forte incremento. L'inserimento della catene però migliora nettamente il comportamento della volta: si passa ad uno spostamento massimo di 7.67 cm. È interessante notare come la riduzione delle deformazioni tra il Modello 2 e il Modello 3 sia più accentuata nel caso dinamico (in cui si passa

da uno spostamento massimo di 14.25 cm a uno spostamento massimo di 7.67 cm), che in quello statico (in cui si passa da 20.02 cm a 15.05 cm).

Nel Modello 4 si ha nuovamente un forte incremento delle deformazioni, diversamente da quanto accadeva a livello statico.

Per i muri adiacenti alla volta centrale, come si può vedere qui si seguito, può essere fatto un discorso analogo.

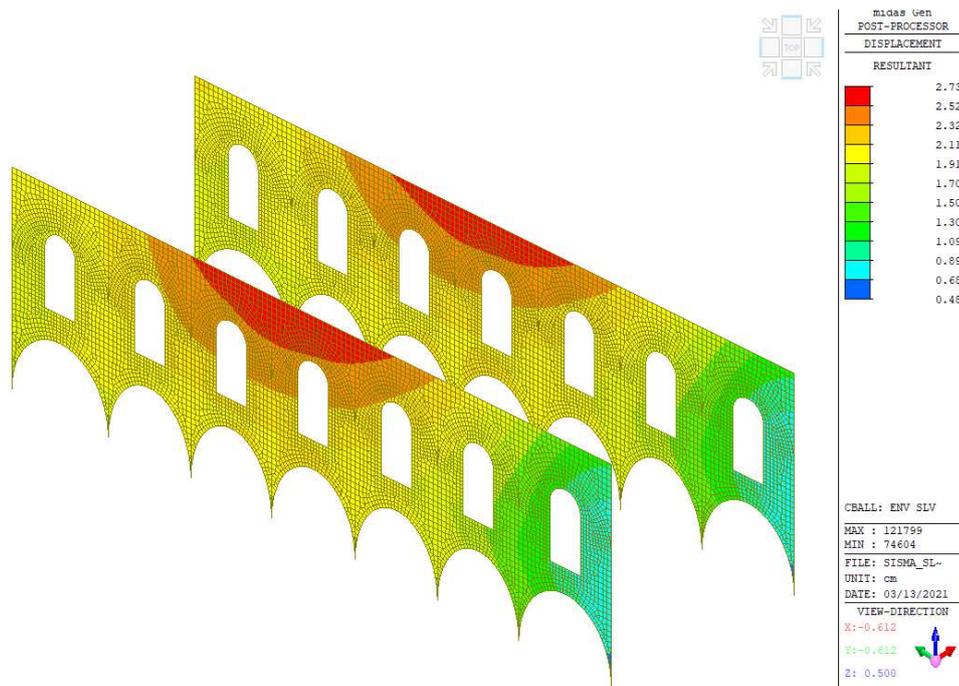


Figura 7.26 - Stato deformativo dei muri adiacenti alla volta centrale nel Modello 1 (Combinazione sismica – SLD)

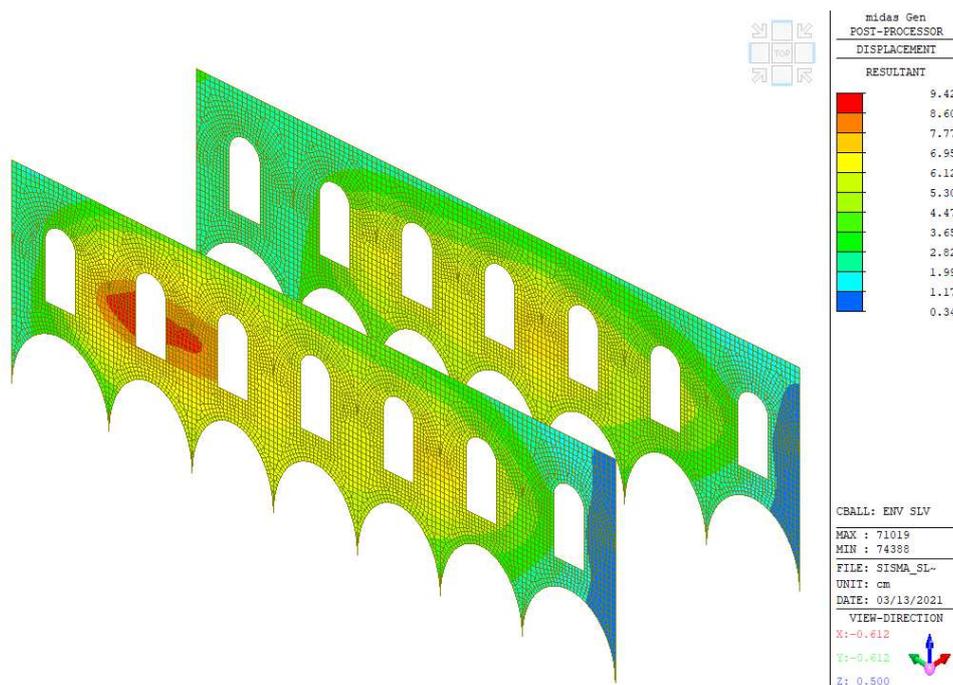


Figura 7.27 - Stato deformativo dei muri adiacenti alla volta centrale nel Modello 2 (Combinazione sismica – SLD)

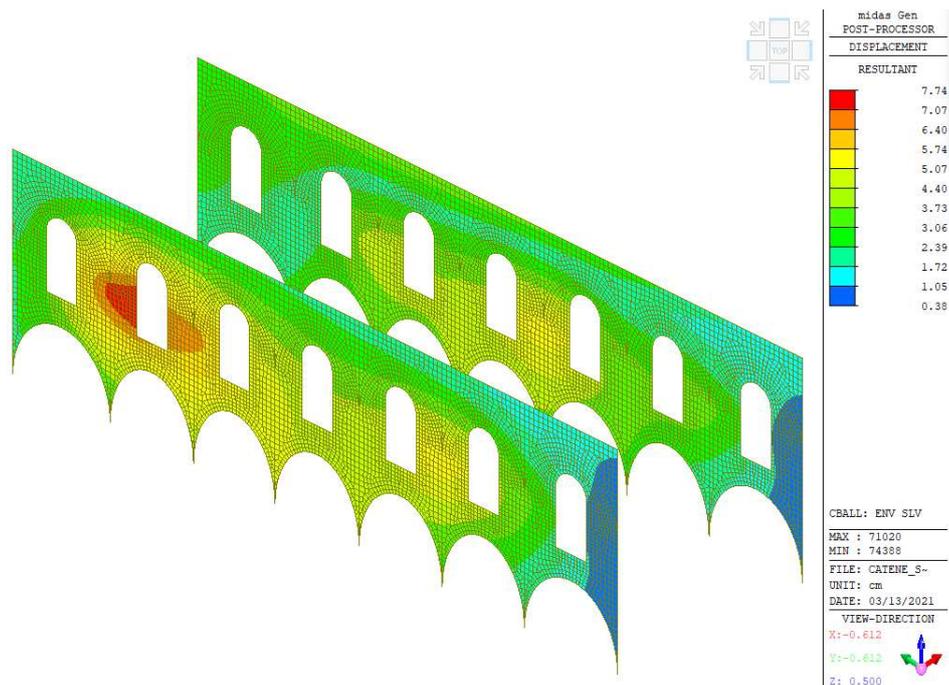


Figura 7.28 - Stato deformativo dei muri adiacenti alla volta centrale nel Modello 3 (Combinazione sismica – SLD)

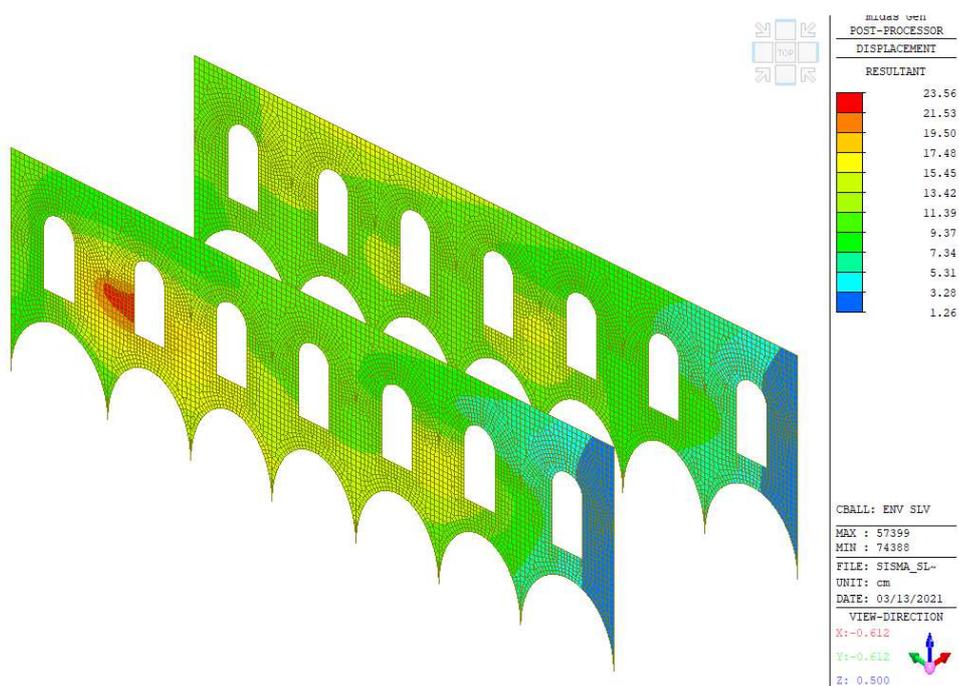


Figura 7.29 - Stato deformativo dei muri adiacenti alla volta centrale nel Modello 4 (Combinazione sismica – SLD)

Nel primo modello la deformazione massima è di 2.73 cm, nel secondo si raggiunge il valore di 9.42 cm in corrispondenza del pilastro in cui lo spostamento è maggiore, nel modello con le catene si arriva a 7.74 cm. I maggiori problemi si hanno con l'aggiunta del sistema di travi e blocchi di cemento nel sottotetto in cui si raggiunge un valore massimo di spostamento di

23.56 cm. Nel *Capitolo 8* viene presentata una proposta di consolidamento per migliorare il comportamento della cattedrale sotto questo punto di vista.

7.3 Verifica delle pareti in muratura

La verifica della pareti in muratura viene condotta sulla base di quanto riportato nelle *Norme Tecniche per le Costruzioni del 2018 (NTC18)* e alla *Circolare del 21 gennaio 2019 "Istruzioni per l'applicazione dell' "Aggiornamento delle 'Norme tecniche per le costruzioni'"*.

Le pareti considerate sono la facciata, i muri perimetrali a fianco delle navate laterali e i muri adiacenti alla navata centrale; gli stati limite considerati sono Stato Limite Ultimo e Stato Limite di Vita.

7.3.1 Verifica a compressione

La verifica a compressione viene effettuata confrontando il valore di tensione media nella parete con la resistenza a compressione della muratura:

$$\sigma_{medio} \leq f_d \quad (7.5)$$

La tensione media riferita all'area totale della sezione si calcola come rapporto tra il carico applicato e l'area della sezione, per cui la formula utilizzata è:

$$\sigma_{medio} = \frac{N}{l \cdot t} \quad (7.6)$$

Dove:

- N è lo sforzo normale agente nel pannello murario;
- l è la lunghezza del pannello murario assunta pari a 1 m;
- t è lo spessore del muro;

- f_d è la resistenza a compressione di progetto della muratura pari a $\frac{f_m}{\gamma_m \cdot F_c}$, in cui f_m è la resistenza media a compressione calcolata al *Paragrafo 4.4*, γ_m è il coefficiente parziale del materiale (pari a 3 per l'analisi statica e pari a 2 per l'analisi sismica), F_c è il fattore di confidenza valutato al *Paragrafo 4.3* pari a 1.35.

Si riportano nelle tabelle qui di seguito i calcoli effettuati a Stato Limite Ultimo e Stato Limite di Vita. Le verifiche sono tutte soddisfatte.

Facciata	
N [kN]	957.00
l [m]	1.00
t [m]	2.19
f_m [MPa]	2.60
γ_m [MPa]	3.00
F_c [-]	1.35
f_d [Mpa]	0.64
σ_{medio} [MPa]	0.44

Tabella 7-5 - Verifica a compressione della facciata (SLU)

Muri perimetrali	
N [kN]	297.00
l [m]	1.00
t [m]	0.70
f_m [MPa]	2.60
γ_m [MPa]	3.00
F_c [-]	1.35
f_d [Mpa]	0.64
σ_{medio} [MPa]	0.42

Tabella 7-6 - Verifica a compressione dei muri perimetrali (SLU)

Muri navata centrale	
N [kN]	350.00
l [m]	1.00
t [m]	1.20
f_m [MPa]	2.60
γ_m [MPa]	3.00
F_c [-]	1.35
f_d [Mpa]	0.64
σ_{medio} [MPa]	0.29

Tabella 7-7 - Verifica a compressione dei muri adiacenti alla navata centrale (SLU)

Facciata	
N [kN]	1150.00
l [m]	1.00
t [m]	2.19
f_m [MPa]	2.60
γ_m [MPa]	2.00
FC [-]	1.35
f_d [Mpa]	0.96
σ_{medio} [MPa]	0.52

Tabella 7-8 - Verifica a compressione della facciata (SLV)

Muri perimetrali	
N [kN]	430.00
l [m]	1.00
t [m]	0.70
f_m [MPa]	2.60
γ_m [MPa]	2.00
FC [-]	1.35
f_d [Mpa]	0.96
σ_{medio} [MPa]	0.61

Tabella 7-9 - Verifica a compressione dei muri perimetrali (SLV)

Muri navata centrale	
N [kN]	511.00
l [m]	1.00
t [m]	1.20
f_m [MPa]	2.60
γ_m [MPa]	2.00
FC [-]	1.35
f_d [Mpa]	0.96
σ_{medio} [MPa]	0.43

Tabella 7-10 - Verifica a compressione dei muri adiacenti alla navata centrale (SLV)

7.3.2 Verifica a pressoflessione nel piano

Secondo quanto riportato al *Paragrafo 7.8.2.2.1 – NTC18*: «La verifica a pressoflessione di una sezione di un elemento strutturale si esegue confrontando il momento agente di progetto con il momento ultimo resistente calcolato assumendo la muratura non reagente a trazione e un'opportuna distribuzione non lineare delle compressioni. Nel caso di una sezione

rettangolare e diagramma delle compressioni rettangolare con valore della resistenza pari a $0.85 f_d$.»

La formula per il calcolo del momento ultimo risulta essere:

$$M_u = \left(l^2 \cdot t \cdot \frac{\sigma_0}{2} \right) \left(1 - \frac{\sigma_0}{0.85 \cdot f_d} \right) \quad (7.7)$$

Dove:

- M_u è il momento di collasso per pressoflessione;
- l è nuovamente la lunghezza della parete assunta pari a 1;
- t è lo spessore della parete;
- σ_0 è la tensione normale media (coincidente con σ_{medio}), riferita all'area totale della sezione calcolata come $\sigma_0 = \frac{N}{l \cdot t}$ dove N è la forza assiale. Se N è di compressione si assume con segno positivo se è di trazione si considera M_u pari a 0;
- f_d è la resistenza a compressione calcolata al paragrafo precedente.

Si riportano nelle tabelle qui di seguito i calcoli effettuati a Stato Limite Ultimo e Stato Limite di Vita. Le verifiche sono tutte soddisfatte.

Facciata	
N [kN]	957.00
l [m]	1.00
t [m]	2.19
f_m [MPa]	2.60
γ_m [MPa]	3.00
FC [-]	1.35
f_d [Mpa]	0.64
σ_0 [MPa]	0.44
M_{Ed} [kN·m]	91.00
M_{Rd} [kN·m]	97.10

Tabella 7-11 - Verifica a pressoflessione del piano della facciata (SLU)

Muri perimetrali	
N [kN]	297.00
l [m]	1.00
t [m]	0.70
f_m [MPa]	2.60
γ_m [MPa]	3.00
FC [-]	1.35
f_d [Mpa]	0.64
σ_0 [MPa]	0.42
M_{Ed} [kN·m]	31.00
M_{Rd} [kN·m]	33.00

Tabella 7-12 - Verifica a pressoflessione del piano dei muri perimetrali (SLU)

Muri navata centrale	
N [kN]	350.00
l [m]	1.00
t [m]	1.20
f_m [MPa]	2.60
γ_m [MPa]	3.00
FC [-]	1.35
f_d [Mpa]	0.64
σ_0 [MPa]	0.29
M_{Ed} [kN·m]	79.00
M_{Rd} [kN·m]	81.50

Tabella 7-13 - Verifica a pressoflessione del piano dei muri adiacenti alla navata centrale (SLU)

Facciata	
N [kN]	1150.00
l [m]	1.00
t [m]	2.19
f_m [MPa]	2.60
γ_m [MPa]	2.00
FC [-]	1.35
f_d [Mpa]	0.96
σ_0 [MPa]	0.52
M_{Ed} [kN·m]	198.00
M_{Rd} [kN·m]	207.00

Tabella 7-14 - Verifica a pressoflessione del piano della facciata (SLV)

Muri perimetrali	
N [kN]	430.00
l [m]	1.00
t [m]	0.70
f_m [MPa]	2.60

γ_m [MPa]	2.00
FC [-]	1.35
f_d [Mpa]	0.96
σ_0 [MPa]	0.61
M_{Ed} [kN·m]	51.00
M_{Rd} [kN·m]	53.60

Tabella 7-15 - Verifica a pressoflessione del piano dei muri perimetrali (SLV)

Muri navata centrale	
N [kN]	511.00
l [m]	1.00
t [m]	1.20
f_m [MPa]	2.60
γ_m [MPa]	2.00
FC [-]	1.35
f_d [Mpa]	0.96
σ_0 [MPa]	0.43
M_{Ed} [kN·m]	119.00
M_{Rd} [kN·m]	122.60

Tabella 7-16 - Verifica a pressoflessione del piano dei muri adiacenti alla navata centrale (SLV)

7.3.3 Taglio

La Circolare del 21 gennaio 2019 al Paragrafo C8.7.1.2.1.9 fornisce la seguente formulazione per il calcolo della resistenza al taglio per azioni nel piano del pannello:

$$V_t = l \cdot t \frac{1.5\tau_{0d}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1.5\tau_{0d}}} = l \cdot t \frac{f_{td}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{f_{td}}} \quad (7.8)$$

Dove:

- l , t , σ_0 sono i parametri già citati in precedenza;
- f_{td} e τ_{0d} sono i valori di calcolo della resistenza a trazione per fessurazione diagonale e della corrispondente resistenza al taglio di riferimento della muratura ($f_t = 1.5 \tau_0$);
- b è un coefficiente correttivo legato alla distribuzione degli sforzi sulla sezione. Il suo valore dipende dalla snellezza della parete, viene assunto pari a h/l (con h altezza del pannello) e deve essere necessariamente compreso tra 1 e 1.5.

Naturalmente i valori di resistenza al taglio devono essere confrontati con quelli agenti. Si riportano nelle tabelle qui di seguito i calcoli effettuati a Stato Limite Ultimo e Stato Limite di Vita. Le verifiche sono tutte soddisfatte.

Facciata	
N [kN]	957.00
l [m]	1.00
t [m]	2.19
σ_0 [MPa]	0.44
τ_0 [MPa]	0.05
f_{td} [MPa]	0.08
γ_m [MPa]	3.00
FC [-]	1.35
V_{Ed} [kN]	119.00
V_{Rd} [kN]	134.40

Tabella 7-17 - Verifica a taglio della facciata (SLU)

Muri perimetrali	
N [kN]	297.00
l [m]	1.00
t [m]	0.70
σ_0 [MPa]	0.42
τ_0 [MPa]	0.05
f_{td} [MPa]	0.08
γ_m [MPa]	3.00
FC [-]	1.35
V_{Ed} [kN]	24.00
V_{Rd} [kN]	42.30

Tabella 7-18 - Verifica a taglio dei muri perimetrali (SLU)

Muri navata centrale	
N [kN]	350.00
l [m]	1.00
t [m]	1.20
σ_0 [MPa]	0.29
τ_0 [MPa]	0.05
f_{td} [MPa]	0.08
FC [-]	1.35
V_{Ed} [kN]	51.00
V_{Rd} [kN]	60.60

Tabella 7-19 - Verifica a taglio dei muri adiacenti alla navata centrale (SLU)

Facciata	
N [kN]	1150.00
l [m]	1.00
t [m]	2.19
σ_0 [MPa]	0.52
τ_0 [MPa]	0.05
f_{td} [Mpa]	0.08
γ_m [MPa]	2.00
FC [-]	1.35
V_{Ed} [kN]	79.00
V_{Rd} [kN]	181.40

Tabella 7-20 - Verifica a taglio della facciata (SLV)

Muri perimetrali	
N [kN]	430.00
l [m]	1.00
t [m]	0.70
σ_0 [MPa]	0.42
τ_0 [MPa]	0.05
f_{td} [Mpa]	0.08
γ_m [MPa]	2.00
FC [-]	1.35
V_{Ed} [kN]	56.00
V_{Rd} [kN]	62.30

Tabella 7-21 - Verifica a taglio dei muri perimetrali (SLV)

Muri navata centrale	
N [kN]	511.00
l [m]	1.00
t [m]	1.20
σ_0 [MPa]	0.43
τ_0 [MPa]	0.05
f_{td} [Mpa]	0.08
FC [-]	1.35
V_{Ed} [kN]	56.00
V_{Rd} [kN]	62.30

Tabella 7-22 - Verifica a taglio dei muri adiacenti alla navata centrale (SLV)

7.3.4 Pressoflessione fuori piano

Secondo quanto riportato al *Paragrafo 7.8.2.2.3 – NTC18*: «Il valore del momento di collasso per azioni perpendicolari al piano della parete è calcolato assumendo un diagramma delle compressioni rettangolare, un valore della resistenza pari a $0.85 f_d$ e trascurando la resistenza a trazione della muratura». Per effettuare la verifica si farà riferimento a quanto riportato nel *Paragrafo 8.3.2*, considerando come spessore della parete quella che prima veniva considerata la lunghezza e viceversa.

Si riportano nelle tabelle qui di seguito i calcoli effettuati a Stato Limite Ultimo e Stato Limite di Vita. Le verifiche sono tutte soddisfatte.

Facciata	
N [kN]	957.00
t [m]	1.00
l [m]	2.19
f_m [MPa]	2.60
γ_m [MPa]	3.00
FC [-]	1.35
f_d [Mpa]	0.64
σ_0 [MPa]	0.44
M_{Ed} [kN·m]	78.00
M_{Rd} [kN·m]	213.50

Tabella 7-23 - Verifica a pressoflessione fuori dal piano della facciata (SLU)

Muri perimetrali	
N [kN]	297.00
t [m]	1.00
l [m]	0.70
f_m [MPa]	2.60
γ_m [MPa]	3.00
FC [-]	1.35
f_d [Mpa]	0.64
σ_0 [MPa]	0.42
M_{Ed} [kN·m]	5.00
M_{Rd} [kN·m]	23.10

Tabella 7-24 - Verifica a pressoflessione fuori dal piano dei muri perimetrali (SLU)

Muri navata centrale	
N [kN]	350.00
t [m]	1.00
l [m]	1.20
f_m [MPa]	2.60
γ_m [MPa]	3.00
FC [-]	1.35
f_d [Mpa]	0.64
σ_0 [MPa]	0.29
M_{Ed} [kN·m]	66.00
M_{Rd} [kN·m]	97.80

Tabella 7-25 - Verifica a pressoflessione fuori dal piano dei muri adiacenti alla navata centrale (SLU)

Facciata	
N [kN]	1150.00
t [m]	1.00
l [m]	2.19
f_m [MPa]	2.60
γ_m [MPa]	2.00
FC [-]	1.35
f_d [Mpa]	0.96
σ_0 [MPa]	0.52
M_{Ed} [kN·m]	180.00
M_{Rd} [kN·m]	457.10

Tabella 7-26 - Verifica a pressoflessione fuori dal piano della facciata (SLV)

Muri perimetrali	
N [kN]	430.00
t [m]	1.00
l [m]	0.70
f_m [MPa]	2.60
γ_m [MPa]	2.00
FC [-]	1.35
f_d [Mpa]	0.96
σ_0 [MPa]	0.61
M_{Ed} [kN·m]	6.00
M_{Rd} [kN·m]	37.60

Tabella 7-27 - Verifica a pressoflessione fuori dal piano dei muri perimetrali (SLV)

Muri navata centrale	
N [kN]	511.00
t [m]	1.00
l [m]	1.20
f_m [MPa]	2.60

γ_m [MPa]	2.00
FC [-]	1.35
f_d [Mpa]	0.96
σ_0 [MPa]	0.43
M_{Ed} [kN·m]	51.00
M_{Rd} [kN·m]	147.10

Tabella 7-28 - Verifica a pressoflessione fuori dal piano dei muri adiacenti alla navata centrale (SLV)

8. Proposta di consolidamento

Dall'analisi dinamica lineare condotta sulla cattedrale di San Giovanni Battista è emerso che nella condizione attuale si hanno dei problemi in termini di spostamento sulla volta centrale e sulle pareti adiacenti ad essa. Nel presente capitolo si intende analizzare il fenomeno a livello locale e fare una proposta di consolidamento.

8.1 Condizione attuale

Nel *Capitolo 7* si è potuto vedere come rimuovendo le catene e inserendo il sistema di travi e di blocchi di cemento, durante gli interventi di restauro del 1926-1928, ci sia stato un miglioramento in termini di spostamento sulla volta a botte della navata centrale a Stato Limite Ultimo, ma al contempo un peggioramento, sempre in termini di spostamento, nelle pareti adiacenti alla navata centrale e nella volta a Stato Limite di Danno.

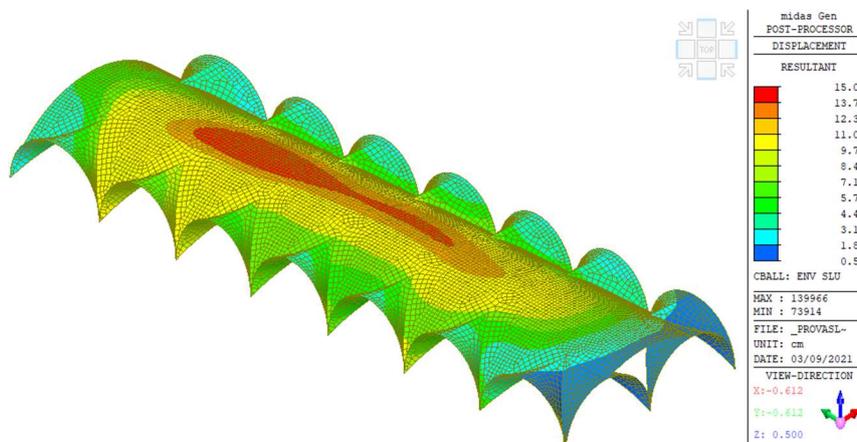


Figura 8.1 - Stato deformativo della volta centrale nel Modello 3 (Combinazione fondamentale)

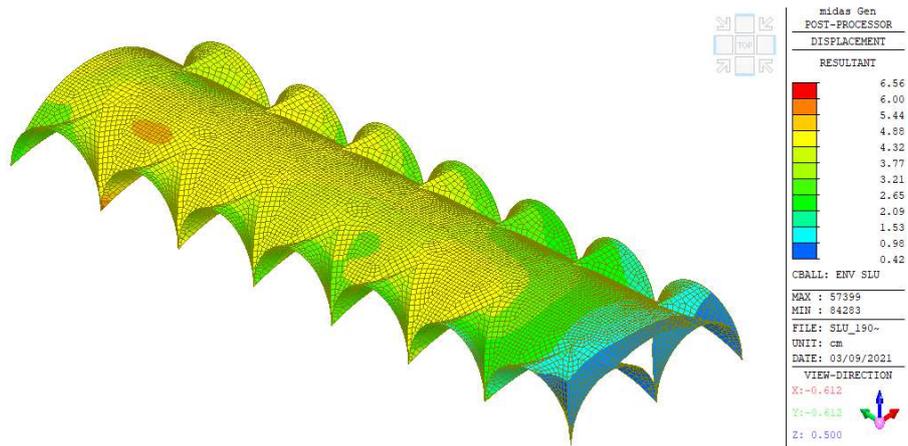


Figura 8.2 - Stato deformativo della volta centrale nel Modello 4 (Combinazione fondamentale)

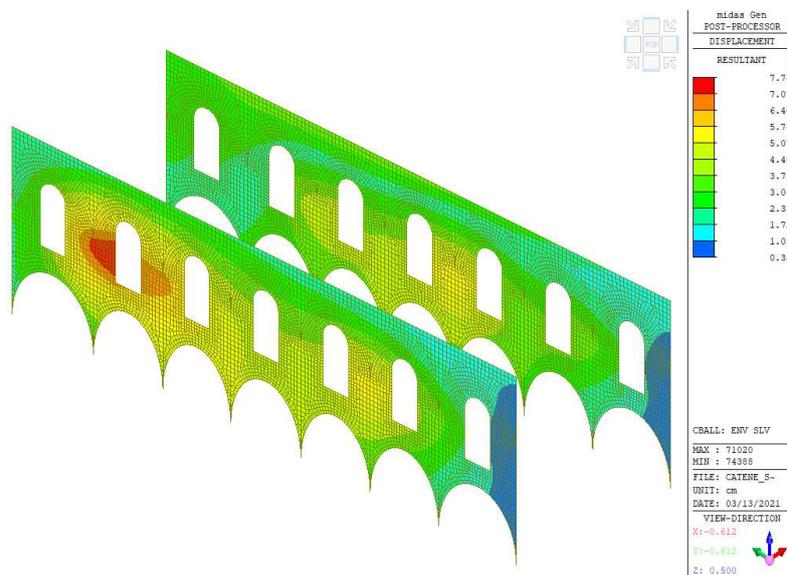


Figura 8.3 - Stato deformativo dei muri adiacenti alla volta centrale nel Modello 3 (Combinazione sismica – SLD)

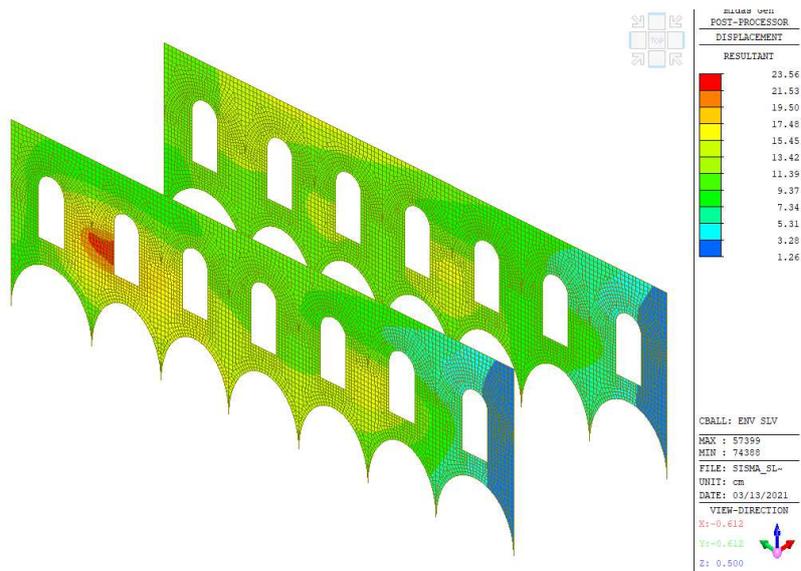


Figura 8.4 - Stato deformativo dei muri adiacenti alla volta centrale nel Modello 4 (Combinazione sismica – SLD)

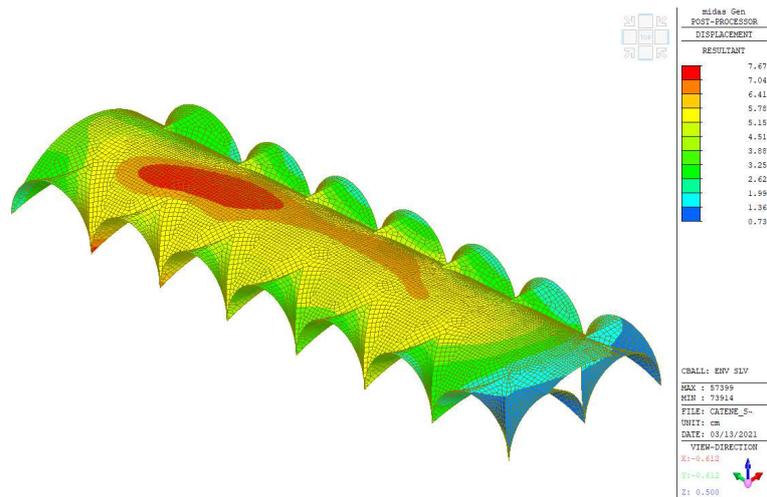


Figura 8.5 - Stato deformativo della volta centrale nel Modello 3 (Combinazione sismica – SLD)

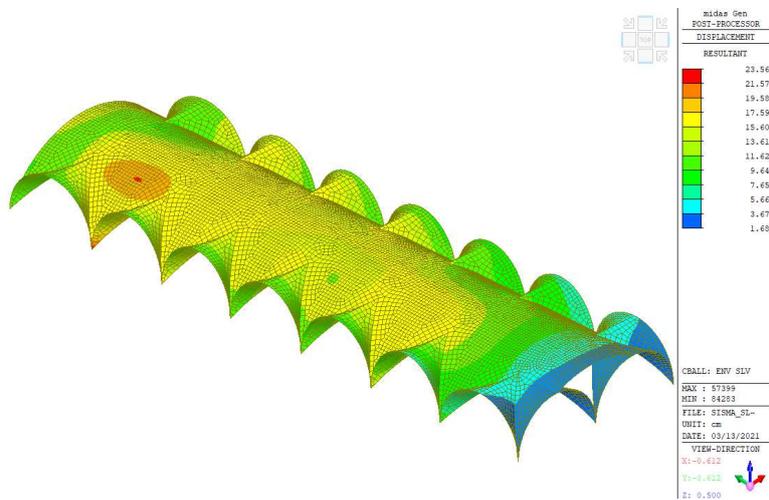


Figura 8.6 - Stato deformativo della volta centrale nel Modello 4 (Combinazione sismica – SLD)

Per un'analisi più completa si è deciso di studiare il problema anche a livello locale, andando a valutare il ribaltamento semplice fuori dal piano delle pareti adiacenti alla navata centrale. L'analisi di questo meccanismo viene sviluppata conducendo un'analisi limite dell'equilibrio secondo l'approccio cinematico, in cui viene valutata l'azione orizzontale che attiva il cinematismo analizzato.

Si considera la parete come un corpo rigido avente la resistenza a trazione nulla e quella a compressione infinita e si calcola il moltiplicatore dei carichi λ che comporta l'attivazione del meccanismo. Per farlo si applica il Principio dei Lavori Virtuali in termini di spostamento, andando ad eguagliare il lavoro totale eseguito dalle forze esterne (applicate al sistema in corrispondenza di un moto virtuale), al lavoro di eventuali forze esterne. Vengono considerate

tutte le azioni agenti sul sistema che sono: il peso proprio della parete, i carichi verticali portati, la spinta delle volte, le forze orizzontali proporzionali ai carichi verticali e le forze esterne (dovute ad esempio alla presenza di catene).

Il meccanismo di ribaltamento semplice si può schematizzare come una rotazione rigida fuori dal piano di porzioni di parete attorno ad una cerniera cilindrica orizzontale. Si considera la formazione di cerniere cilindriche all’imposta delle arcate longitudinali, in quanto al di sotto di esse i fenomeni di ribaltamento fuori dal piano sono limitati per la presenza del confinamento dato dalla navata laterale.

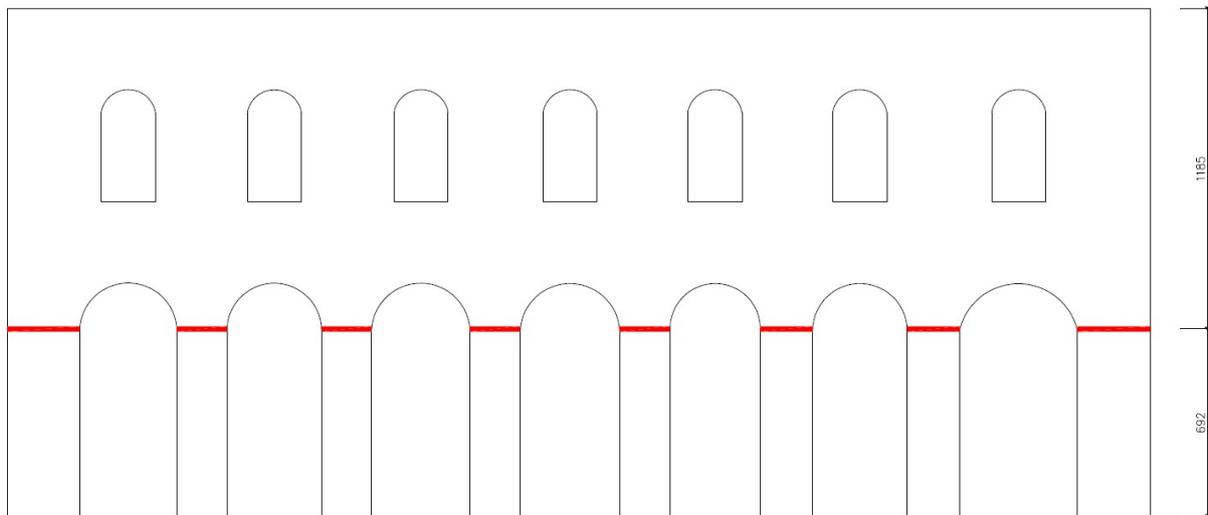


Figura 8.7 - Cerniere orizzontali per le pareti adiacenti alla navata centrale

Il moltiplicatore di collasso delle forze orizzontali viene valutato imponendo l’equilibrio della parete in condizioni di incipiente ribaltamento. Si valuta il momento delle forze che determinano il ribaltamento del corpo attorno alle cerniere cilindriche (momento ribaltante) e si eguaglia a quello stabilizzante, cioè delle forze che si oppongono alla rotazione. Lo schema di riferimento è riportato in *Figura 8.8*.

Il momento stabilizzante è pari a:

$$M_{S(A)} = W \cdot \frac{s}{2} + F_V \cdot d_V + P_S \cdot d + T \cdot h \quad (8.1)$$

Mentre il momento ribaltante è pari a:

$$M_{R(A)} = \lambda \cdot [W \cdot y_G + F_V \cdot d_V + P_S \cdot h] + F_H \cdot h_V + P_H \cdot h \quad (8.2)$$

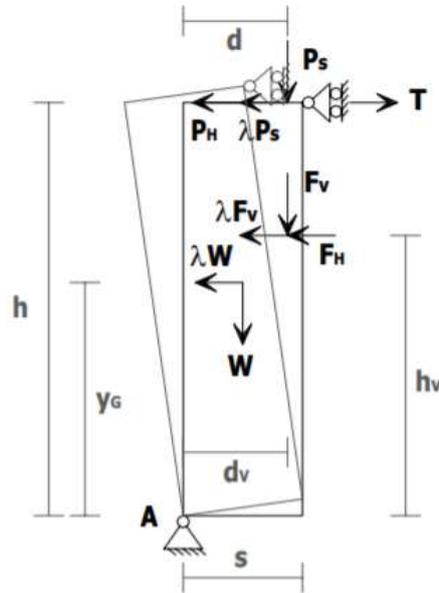


Figura 8.8 - Schema di calcolo (www.reluis.it/doc/emergenza_terremoto_abruzzo/Schede_Meccanismi.pdf)

Eguagliando i due termini si ottiene:

$$\lambda = \frac{W \cdot \frac{s}{2} + F_V \cdot d_V + P_S \cdot d + T \cdot h - F_H \cdot h_V - P_H \cdot h}{W \cdot y_G + F_V \cdot h_V + P_S \cdot h} \quad (8.3)$$

Dove:

- W è il peso proprio della parete;
- F_V è la componente verticale della spinta della volta centrale sulla parete;
- F_H è la componente orizzontale della spinta della volta centrale sulla parete;
- P_S è il peso della copertura agente sulla parete calcolato sulla base dell'area di influenza;
- P_H è la spinta orizzontale trasmessa dalla copertura;
- T è il valore massimo dell'azione di un eventuale tirante in testa alla parete (in questo caso è assente);
- s è lo spessore della parete;
- h è l'altezza della parete rispetto alla cerniere in A;

- h_v è il punto di applicazione della spinta della volta centrale;
- d è la distanza orizzontale tra il punto di applicazione del carico della copertura e la cerniera in A;
- d_v è la distanza orizzontale tra la cerniera in A e il punto di applicazione di F_v ;
- y_G è l'altezza del baricentro della parete rispetto alla cerniera in A;
- λ è il moltiplicatore delle forze orizzontali.

Il peso della parete è stato determinato moltiplicando l'area per lo spessore per il peso unitario della muratura pari a 18 kN/m^3 . Le componenti della spinta della volta centrale sono state determinate direttamente da *Midas GEN*. Le spinte provocate dalla copertura sono soltanto verticali: si tratta infatti di un tetto non spingente grazie alla presenza delle capriate.

La determinazione dell'altezza del baricentro della parete rispetto alla cerniera in A è avvenuta utilizzando la geometria delle aree. Si riportano qui di seguito l'immagine con la suddivisione delle aree utilizzata e le tabelle con i calcoli, effettuati rispetto all'area A1.

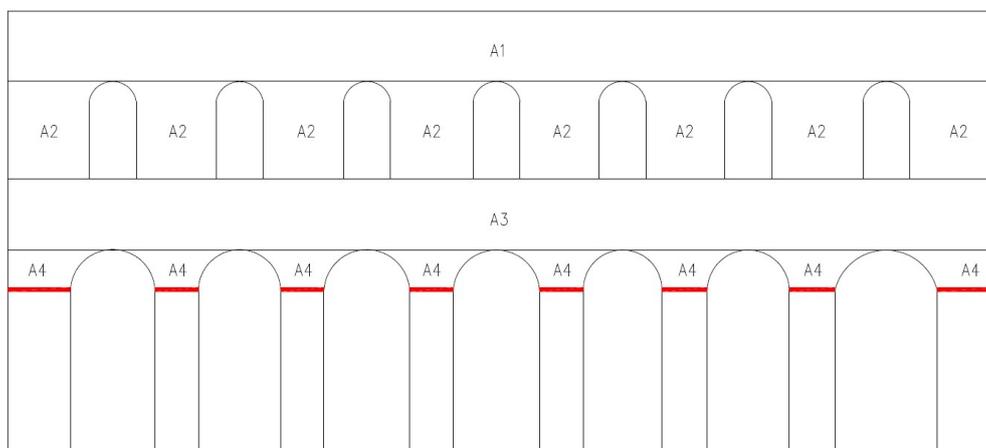


Figura 8.9 - Suddivisione delle aree per il calcolo del baricentro della parete

Muro	Area [m ²]	b _i [m]	h _i [m]	X _{gi} [m]	Y _{gi} [m]	d _{xi} [m]	d _{yi} [m]
A1	125.00	43.00	3.00	21.50	1.50	0.00	0.00
A2	121.50	43.00	4.15	21.50	2.08	0.00	-3.58
A3	1226.70	43.00	3.00	21.50	1.50	0.00	-7.15
A4	38.60	43.00	1.68	21.50	0.84	0.00	-9.49
Totale	1511.80						

Tabella 8-1 - Aree, baricentri e distanza dal baricentro dell'area A1

Muro	S _x [m ³]	S _y [m ³]
A1	0.00	0.00
A2	-434.36	0.00
A3	-8770.91	0.00
A4	-366.31	0.00
Totale	-9571.58	0.00

Tabella 8-2 - Momenti statici

Da cui:

$$X_{G,A1} = \frac{S_y}{A} = 0.00 \text{ m} \quad (8.4)$$

$$Y_{G,A1} = \frac{S_x}{A} = -\frac{9571.58}{1511.80} = -6.33 \text{ m} \quad (8.5)$$

Perciò l'altezza del baricentro della parete rispetto alla cerniera cilindrica è pari a 4.00 m.

In definitiva i parametri ottenuti per il calcolo del moltiplicatore di collasso sono quelli illustrati nella tabella sottostante:

A [m ²]	s [m]	h [m]	W [kN]	F _v [kN]	F _H [kN]	P _s [kN]	P _H [kN]	h _v [m]	d [m]	d _v [m]	y _g [m]
423.50	1.05	11.85	8004.15	4573.00	798.40	690.30	0.00	7.35	1.05	0.77	4.00

Tabella 8-3 - Parametri per il calcolo di λ

Il moltiplicatore di collasso risulta quindi λ = 0.05.

8.2 Proposta di intervento

La proposta di consolidamento pensata per migliorare il comportamento della cattedrale è quella di inserire delle catene all'intradosso della volta centrale che limitino gli spostamenti trasversali della stessa e dei muri adiacenti ad essa. L'idea nasce dai risultati dell'analisi del comportamento del Duomo dopo gli interventi seicenteschi; nel Modello 3 infatti, con l'inserimento delle catene si ha un miglioramento del comportamento sotto il profilo degli spostamenti senza altre importanti variazioni sia a livello statico (stato deformativo) che dinamico (frequenze).

Per il dimensionamento delle catene è stato utilizzato un foglio di calcolo dell'applicativo C.I.N.E. (Condizione d'Instabilità Negli Edifici), predisposto per il calcolo del tiro delle catene. Il massimo tiro esplicabile dalla catena è determinato come il valore minimo tra la resistenza dei tiranti allo snervamento, la resistenza al punzonamento della muratura nelle zone di ancoraggio e la resistenza alla pressione di contatto sulla muratura.



Figura 8.10 - Copertina dell'applicativo C.I.N.E.

I parametri da inserire nel foglio di calcolo sono:

- Area della sezione trasversale del tirante: si utilizzano catene con diametro pari a 2 cm per cui $A_s = 314 \text{ mm}^2$;
- Altezza e larghezza della piastra di ancoraggio: si sceglie di usare delle piastre 35x35 cm;
- Spessore della parete su cui è ancorato il tirante: dagli spessori utilizzati nel modello si può vedere che risulta pari a 1.05 m;
- Angolo di attrito della muratura: secondo quanto riportato dall' Ing. Sparacio (1977) il comportamento elastico e post-elastico di una muratura è molto vicino a quello di un terreno, perciò l'angolo di attrito β può essere calcolato secondo il criterio di Mohr-Coulomb, utilizzato per la meccanica delle terre, come:

$$\text{sen } \beta = - \frac{\sigma'_0 + \sigma''_0}{\sigma'_0 - \sigma''_0} \quad (8.6)$$

In cui σ_0' è la tensione di rottura a trazione, calcolata come $1.5 \cdot \tau_0$, pari a 7.5 N/cm^2 e σ_0'' è la tensione di rottura a compressione pari a 26 N/cm^2 .

Effettuando i calcoli si trova un angolo β pari a 42° ;

- Distanza del bordo dalla piastra dal lato libero più vicino della parete a cui è ancorato: le catene sono state posizionate ad una distanza di 3.3 m dalla cima della parete adiacente alla navata centrale;
- Percentuale di contributo di taglio sulle facce laterale: si assume pari al 100%;
- Fattore di confidenza F_C e coefficiente di sicurezza parziale γ_m : i due coefficienti sono stati determinati in precedenza e risultano rispettivamente pari a 1.35 e 3;
- Resistenza di calcolo dei tiranti: si decide di utilizzare un acciaio S235 da cui

$$f_{d,s} = \frac{235}{1.15} = 204.35 \text{ MPa}$$

- Resistenza media a compressione della muratura e resistenza al taglio della muratura: secondo quanto riportato al *Capitolo 4* risultano 260 N/cm^2 e 5 N/cm^2 .

Inserendo i parametri viene determinato il massimo tiro esplicabile dalla catena che risulta pari a 67.2 kN.

CARETTISTICHE GEOMETRICHE	Area della sezione trasversale del tirante A_S [m^2]	314.0
	Altezza della piastra di ancoraggio del tirante a [cm]	35.0
	Larghezza della piastra di ancoraggio del tirante b [cm]	35.0
	Spessore della parete su cui è ancorato il tirante t [cm]	105.0
	Angolo di attrito della muratura β [$^\circ$]	42.0
	Area della zona di contatto della muratura con la piastra di ancoraggio del tirante A_1 [cm^2]	1225.0
	Distanza del bordo della piastra dal più prossimo lato libero della parete su cui è ancorata [m]	3.3
	Area di ripartizione delle azioni di compressione A_2 [cm^2]	1722.3
	$\sqrt{(A_2/A_1)} \leq 2$	1.2
PARAMETRI MECCANICI	Percentuale del contributo del taglio sulle facce laterali per il calcolo di T_2 [%]	100.0%
	Fattore di confidenza F_C	1.35
	Coefficiente parziale di sicurezza sulla resistenza a compressione della muratura γ_M	3.00
	Resistenza di calcolo dei tiranti $f_{d,S}$ [N/mm^2]	223.00
	Resistenza media a compressione della muratura f_m [N/cm^2]	260.00
	Resistenza media a taglio della muratura τ_0 [N/cm^2]	5.00
	Tensione di calcolo a compressione della muratura $f_{d,M}$ [N/cm^2]	64.20
TIRO DELLA CATENA	Resistenza di calcolo a taglio della muratura $f_{v,d,M}$ [N/cm^2]	1.23
	Resistenza dei tiranti allo sneravamento T_1 [kN]	70.0
	Resistenza al punzonamento della muratura nelle zone di ancoraggio T_2 [kN]	67.2
	Resistenza alla pressione di contatto sulla muratura T_3 [kN]	93.2
	Massimo tiro esplicabile dalla catena T [kN]	67.2

Figura 8.11 - Calcolo del massimo tiro esplicabile dalla catena

A questo punto è stato realizzato un quinto modello del Duomo in *Midas GEN* in cui sono state inserite 6 catene, una in corrispondenza di ogni coppia di pilastri come quelle installate nel Seicento. Le catene sono state modellate, come in precedenza, come elementi di tipo *Truss* aventi una sezione tonda con diametro di 2 cm, posizionati all'interno della volta a botte centrale ad un'altezza media tra l'imposta e la chiave della volta.

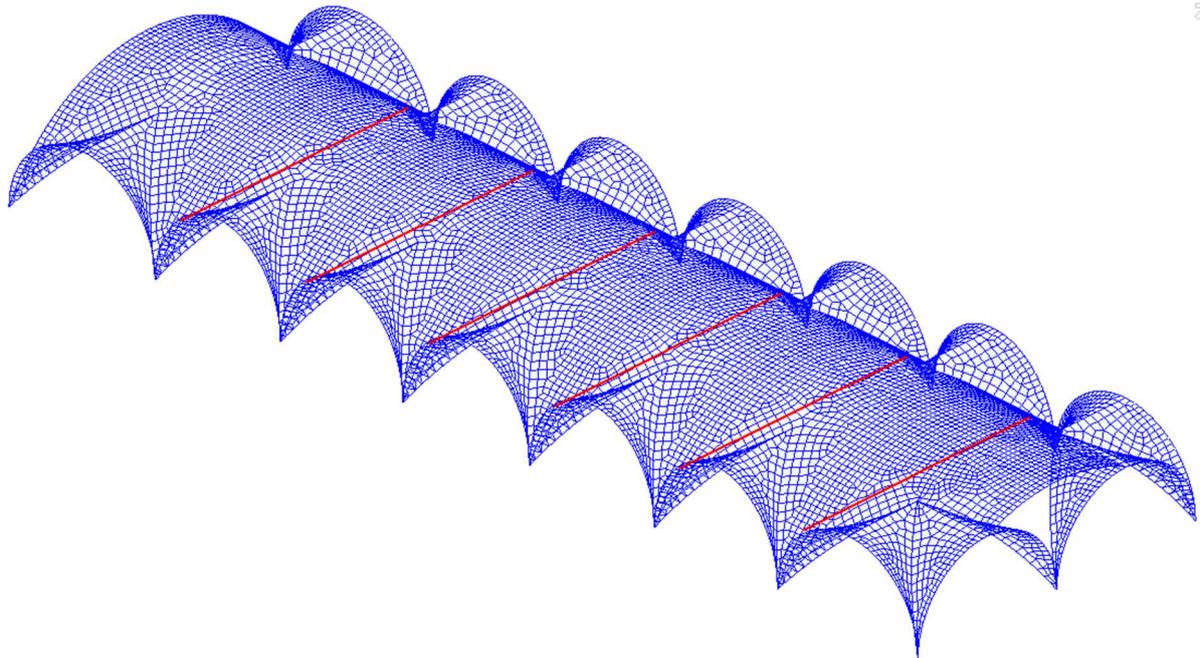


Figura 8.12 - Modello della volta centrale con la proposta di intervento

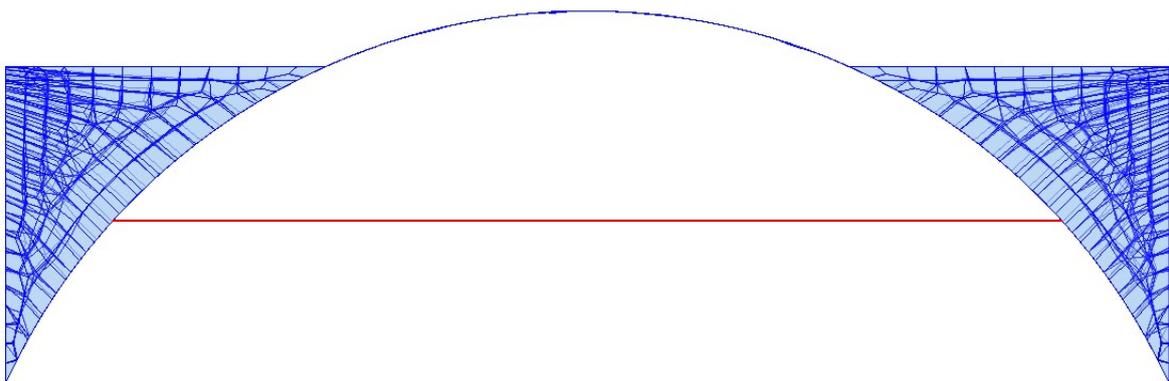


Figura 8.13 - Vista frontale del modello della volta centrale con la proposta di intervento

Facendo un'analisi statica è stato possibile determinare il valore della forza assiale presente nelle catene che, perché siano verificate, deve risultare inferiore al massimo tiro esplicabile appena calcolato.

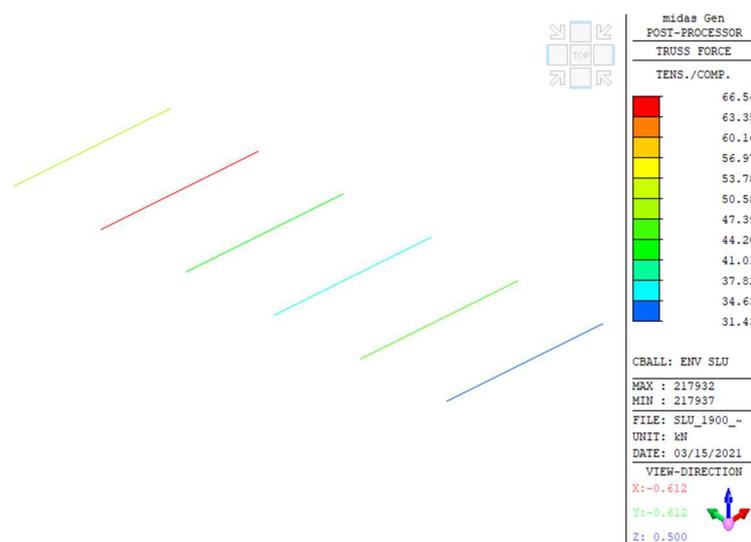


Figura 8.14 - Forze assiali nelle catene

La forza assiale massima è pari a 66.54 kN nella catena in corrispondenza del pilastro con il cedimento massimo e risulta inferiore al tiro di 67.20 kN calcolato in precedenza (Figura 8.11), perciò gli elementi sono verificati.

Si riportano qui di seguito gli spostamenti del modello globale, dal punto di vista statico, del Duomo nello stato attuale (Modello 4) e con l'inserimento delle catene (Modello 5) in modo da individuare gli effetti della proposta di intervento.

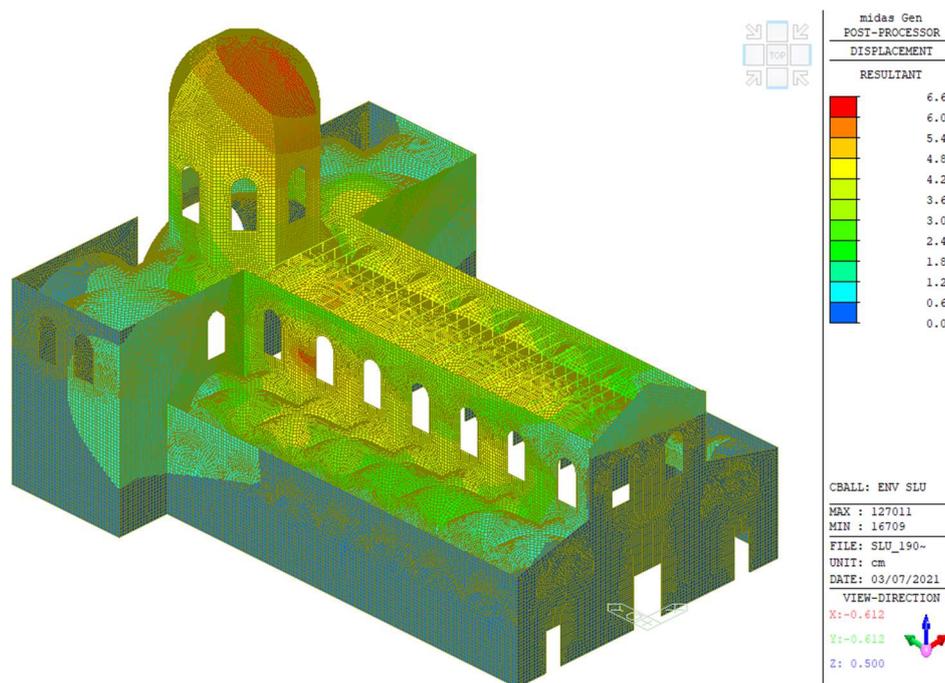


Figura 8.15 - Stato deformativo del Modello 4 (Combinazione fondamentale)

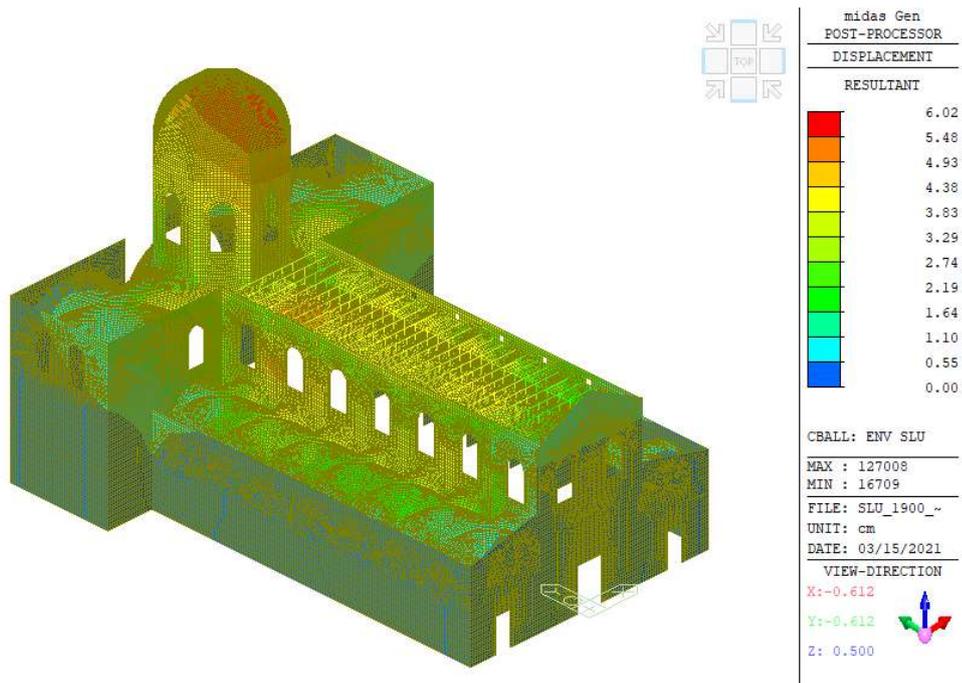


Figura 8.16 - Stato deformativo del Modello 5 (Combinazione fondamentale)

Dalle deformazioni del modello nella combinazione fondamentale, si può vedere una riduzione, del range degli spostamenti: si passa da una deformazione massima di 6.69 cm a una deformazione massima di 6.02 cm. Nelle *Figure 9.14 e 9.15* si riportano i risultati relativi alla volta a botte sulla navata centrale, su cui ci si era soffermati durante l'analisi statica.

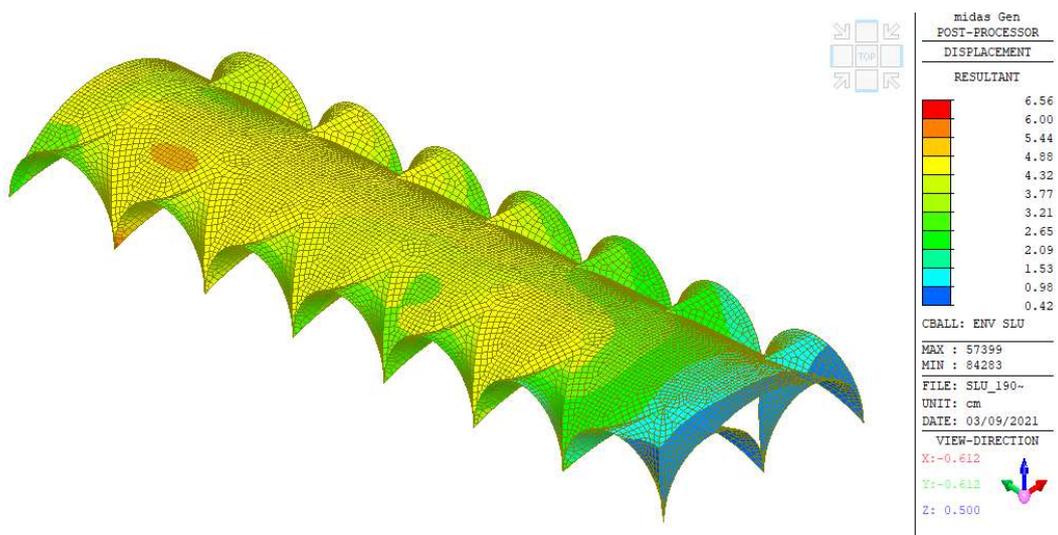


Figura 8.17 - Stato deformativo della volta centrale nel Modello 4 (Combinazione fondamentale)

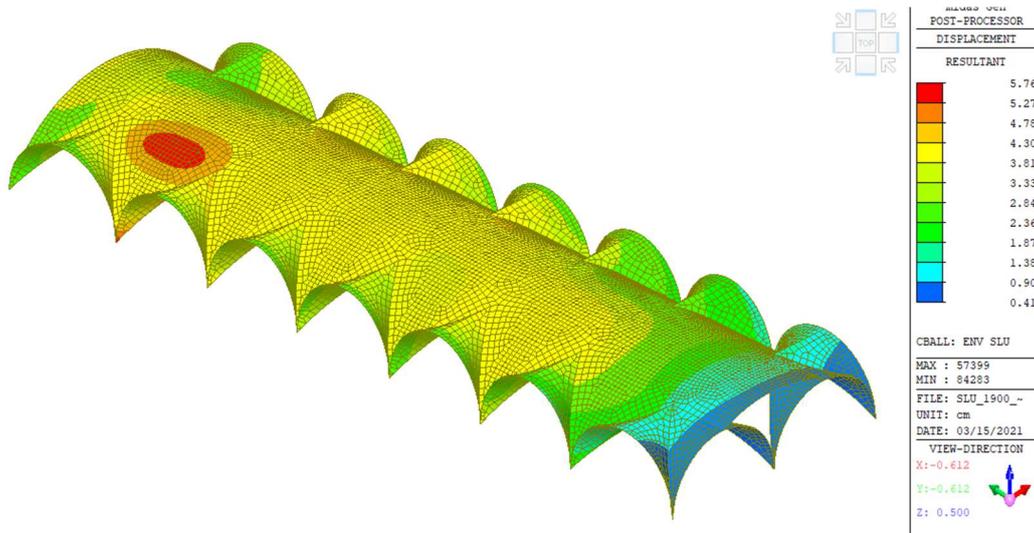


Figura 8.18 - Stato deformativo della volta centrale nel Modello 5 (Combinazione fondamentale)

Come si evince dalle immagini si ha un lieve miglioramento anche sulla volta centrale in termini di spostamento.

Considerando gli spostamenti nella combinazione sismica si hanno gli spostamenti riportati nelle figure sottostanti.

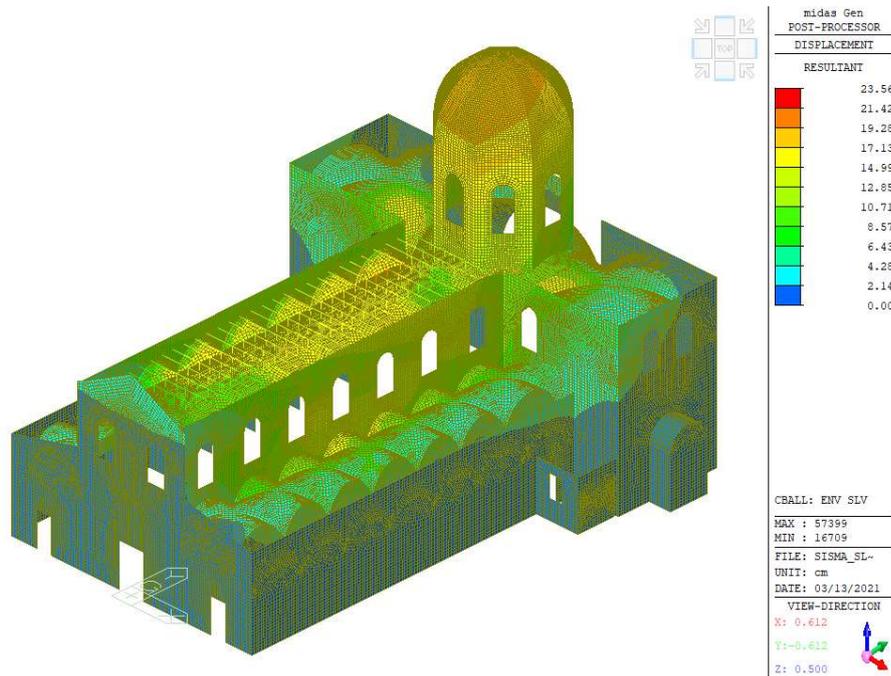


Figura 8.19 - Stato deformativo del Modello 4 (Combinazione sismica – Stato Limite di Danno)

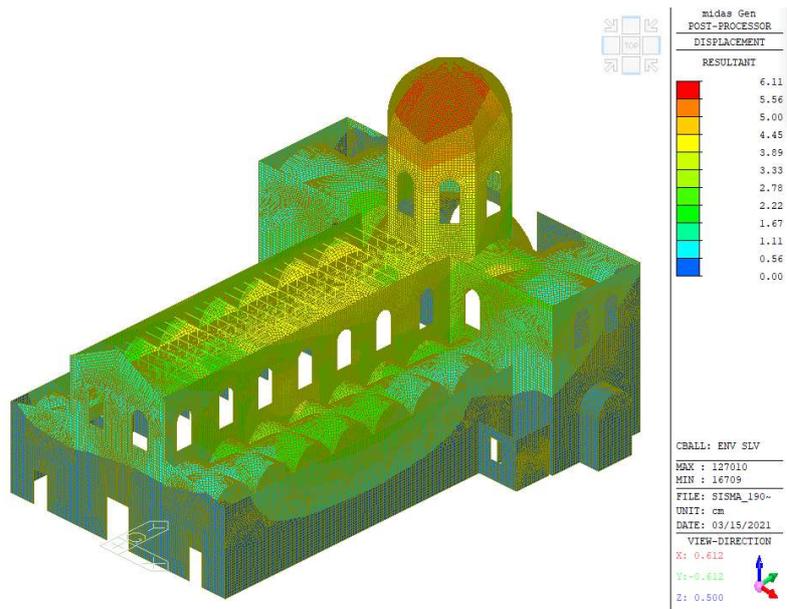


Figura 8.20 - Stato deformativo del Modello 4 (Combinazione sismica – Stato Limite di Danno)

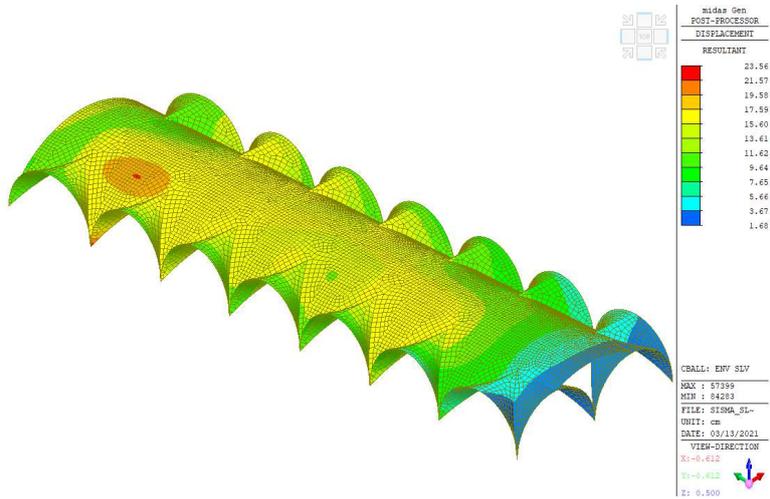


Figura 8.21 - Stato deformativo della volta centrale nel Modello 4 (Combinazione sismica – SLD)

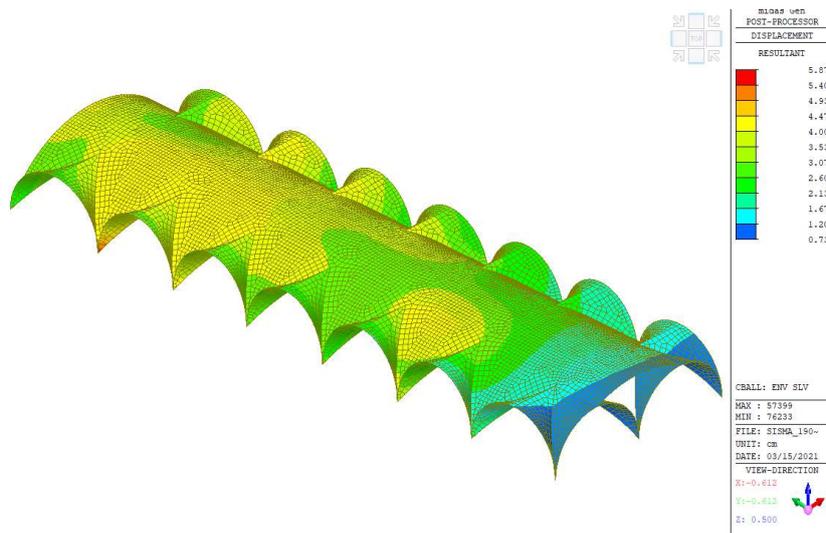


Figura 8.22 - Stato deformativo della volta centrale nel Modello 5 (Combinazione sismica – SLD)

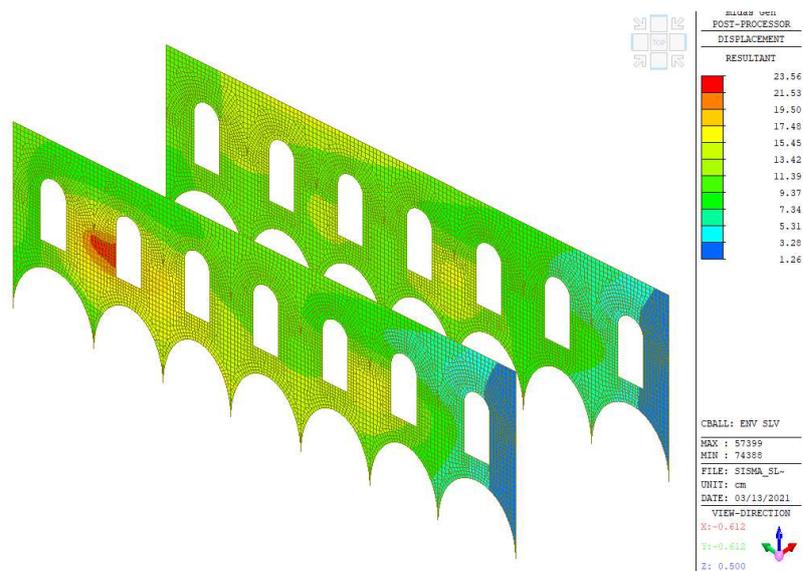


Figura 8.23 - Stato deformativo dei muri adiacenti alla volta centrale nel Modello 4 (Combinazione sismica – SLD)

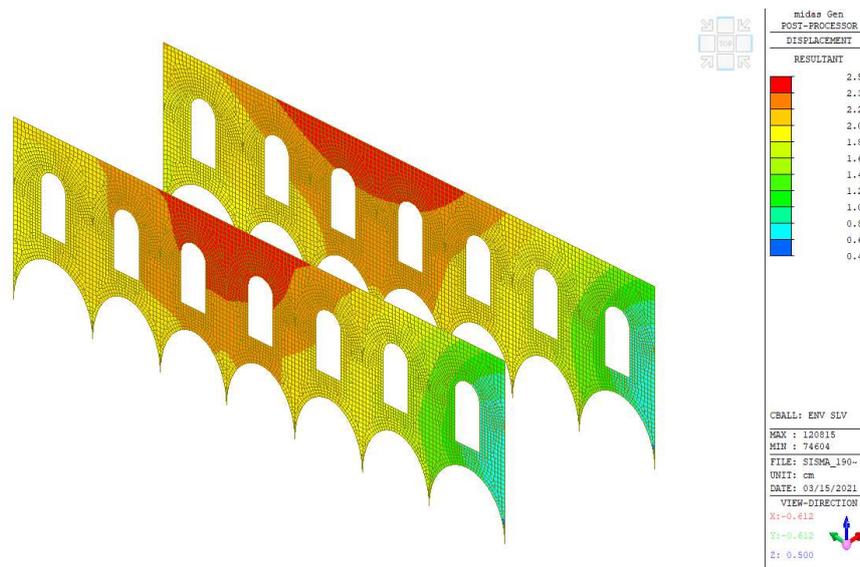


Figura 8.24 - Stato deformativo dei muri adiacenti alla volta centrale nel Modello 5 (Combinazione sismica – SLD)

Si può notare un netto miglioramento in termini di spostamento dopo l’inserimento delle catene: nella volta centrale si passa da uno spostamento massimo di 23.56 cm a uno di 5.87 cm, nei muri adiacenti ad essa si passa da 23.56 cm a 2.59 cm.

Per una valutazione più completa dei risultati viene fatta un’analisi anche a livello locale: si procede al calcolo del moltiplicatore di collasso aggiungendo il contributo delle catene secondo l’Equazione 8.3.

Si riportano in tabella i parametri per il calcolo del moltiplicatore di collasso:

A [m ²]	s [m]	h [m]	W [kN]	F _v [kN]	F _H [kN]	P _S [kN]	P _H [kN]	T [kN]	h _v [m]	d [m]	d _v [m]	y _g [m]
423.50	1.05	11.85	8004.15	4573.00	798.40	690.30	0.00	403.20	7.35	1.05	1.05	4.00

Figura 8.25 - Parametri per il calcolo di λ

Con l'aggiunta delle catene si ottiene $\lambda = 0.12$.

Il moltiplicatore di collasso effettuando l'intervento aumenterebbe, passando da un valore di 0.05 a 0.12; ciò significa che la forza orizzontale necessaria ad innescare il meccanismo diventa più elevata quindi si ha una maggiore stabilità delle pareti adiacenti alla navata centrale.

9. Analisi dei meccanismi locali

Per gli edifici storici presenti sul territorio italiano il terremoto è uno dei maggiori fattori di rischio, soprattutto per le chiese, dal momento che sono costituite da grandi aule senza muri di spina e senza orizzontamenti intermedi di collegamento, con elementi spingenti come archi, volte e cupole. Perciò si è deciso di effettuare almeno una valutazione su larga scala del comportamento sismico della cattedrale di San Giovanni Battista, tramite un approccio semplificato e speditivo, basato sull'uso di parametri geometrici relativi sia alla struttura nel suo complesso, che ai singoli macroelementi che la compongono.

Combinando tra loro i parametri geometrici globali relativi al Duomo si ha un'indicazione qualitativa sul comportamento per carichi verticali e azioni orizzontali. Analizzando i parametri dei singoli macroelementi invece si possono studiare i meccanismi di collasso attesi tramite il moltiplicatore di collasso, come è stato fatto nel *Capitolo 8* per il ribaltamento delle pareti adiacenti alla navata centrale.

9.1 Parametri globali

Dalla combinazione dei parametri geometrici in questione si possono ricavare: la compattezza in pianta, la snellezza minima e massima dell'edificio, il rapporto fra area delle murature e area totale in pianta a livello globale, lungo la direzione longitudinale e lungo la direzione trasversale.

Dalle dimensioni geometriche principali della chiesa B , larghezza trasversale, L , lunghezza longitudinale e H , altezza, vengono definiti la compattezza in pianta B/L , la snellezza massima H/B e la snellezza minima H/L .

Nel caso del Duomo di Torino, come si può vedere qui di seguito, si hanno due lunghezze longitudinali diverse e tre altezze diverse, per cui si è deciso di procedere facendone una media.

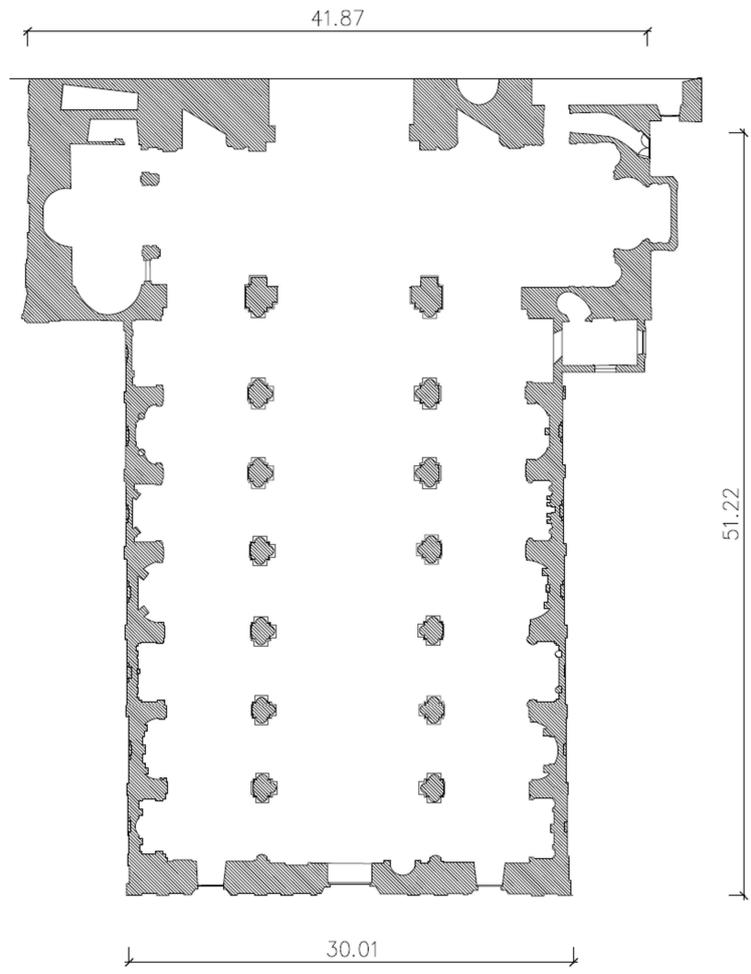


Figura 9.1 – Larghezze trasversali e lunghezza longitudinale del Duomo

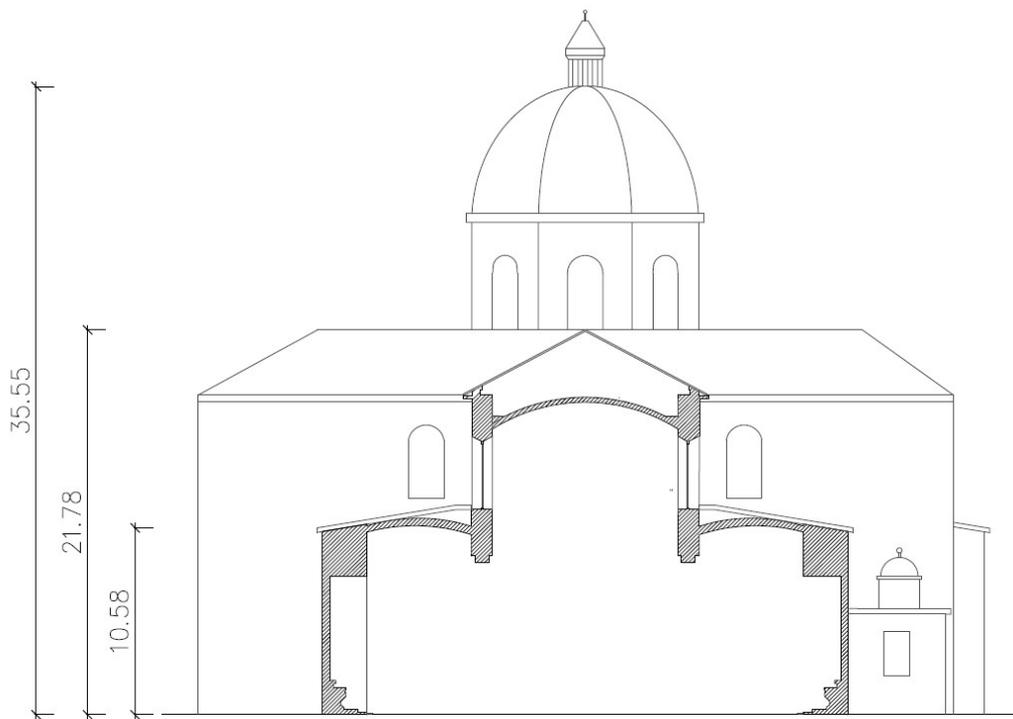


Figura 9.2 - Altezze del Duomo

Le dimensioni geometriche risultano quindi pari a:

- B = 35.94 m

$$B = \frac{B_1 + B_2}{2} = \frac{30.01 + 41.87}{2} = 35.94 \text{ m} \quad (9.1)$$

- L = 51.22 m
- H = 22.64 m

$$H = \frac{H_1 + H_2 + H_3}{3} = \frac{10.58 + 21.78 + 35.55}{3} = 22.64 \text{ m} \quad (9.2)$$

I valori dei rapporti adimensionali sopracitati sono riportanti nella tabella sottostante:

B/L	0.68
H/B	0.62
H/L	0.42

Tabella 9-1 - Rapporti adimensionali tra i parametri geometrici globali

Tramite altri parametri si è proceduto a valutare il comportamento della struttura, in maniera semplificata, per effetto dei carichi verticali e orizzontali.

Per la valutazione del comportamento sotto carichi verticali si è calcolato il rapporto tra l'area totale alla base delle murature (A_{netta}) e l'area totale in pianta (A_{tot}). Il valore di tale aree è stato individuato tramite i disegni su Autocad. I risultati si riassumono in *Tabella 7-2*.

$A_{netta} [m^2]$	271.00
$A_{tot} [m^2]$	1732.00
A_{netta}/A_{tot}	0.16

Tabella 9-2 - Valutazione del comportamento sotto carichi verticali

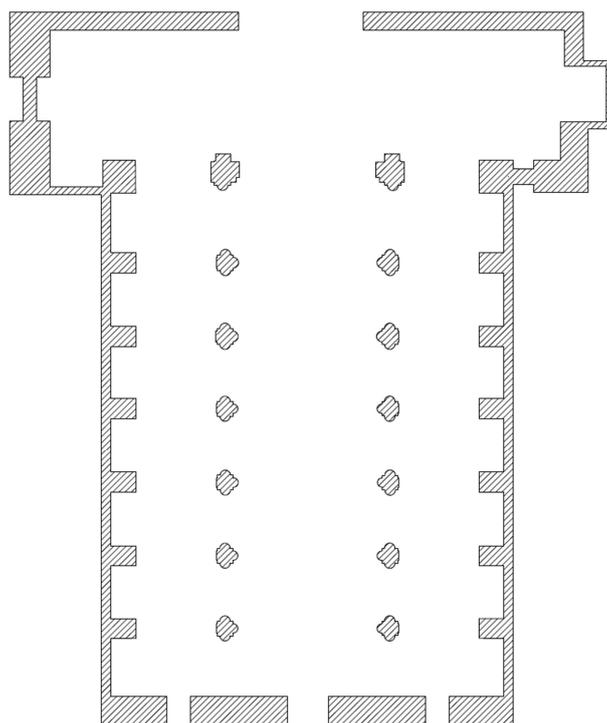


Figura 9.3 - Area netta

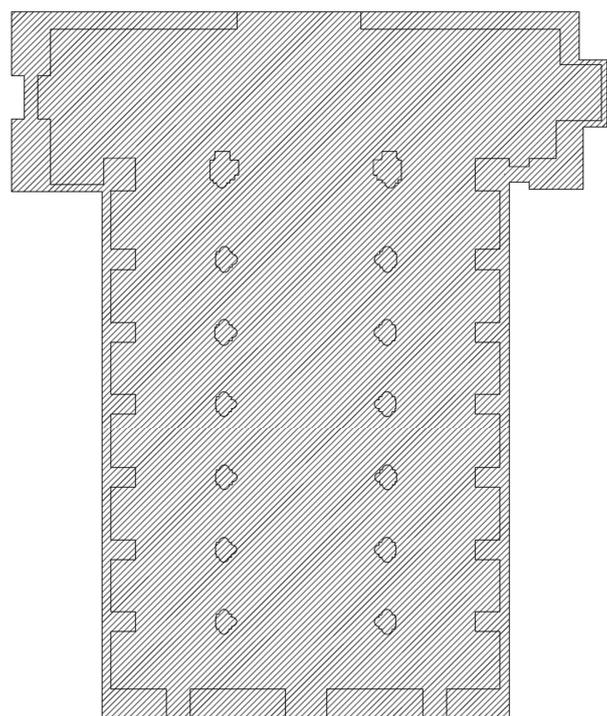


Figura 9.4 - Area totale

Il valore del rapporto tra le due aree corrisponde a quello tipico delle strutture in muratura compreso tra valori pari a $1/5 \div 1/6$ ed è indicativo del comportamento del Duomo sotto carichi verticali, in quanto all'aumentare di A_{netta}/A_{tot} ci si aspetta una diminuzione dei valori

di tensione alla base. In questo modo si ha quindi anche una valutazione approssimativa del tasso di lavoro, che può però essere affinata calcolando le tensioni normali da carico verticale. Si è quindi proceduto al calcolo della tensione media e dei valori di tensione da carico verticale massima e minima presenti alla base dei maschi murari, senza tenere conto delle imperfezioni e delle eccentricità che sono presenti normalmente negli edifici in muratura.

La tensione media è stata determinata utilizzando la seguente formula:

$$\sigma_{media} = \frac{W_{tot}}{A_{netta}} \quad (9.3)$$

Il valore di W_{tot} indica il peso totale della struttura, il cui valore viene ricavato tramite un'analisi statica su *Midas GEN* e risulta essere:

$$W_{tot} = 111458.91 \text{ kN}$$

Per cui:

$$\sigma_{media} = \frac{111458.91 \cdot 10^3}{271.00 \cdot 10^6} = 0.41 \text{ MPa} \quad (9.4)$$

Dopo la valutazione del comportamento del Duomo sotto i carichi verticali, sono stati individuati altri parametri sempre di natura geometrica, per una valutazione di massima del comportamento sotto azioni orizzontali:

- L'area netta alla base dei muri in direzione trasversale, adimensionalizzata rispetto all'area totale ($A_{w,trasv}/A_{tot}$), che rappresenta una misura della resistenza tagliante alla base in direzione trasversale;
- L'area netta alla base dei muri in direzione longitudinale, adimensionalizzata rispetto all'area totale ($A_{w,long}/A_{tot}$), che rappresenta una misura della resistenza tagliante alla base in direzione longitudinale;
- Il rapporto tra l'area netta dei muri e il peso totale (A_w/W_{tot}), che fornisce una misura della sezione resistente orizzontale per unità di peso.

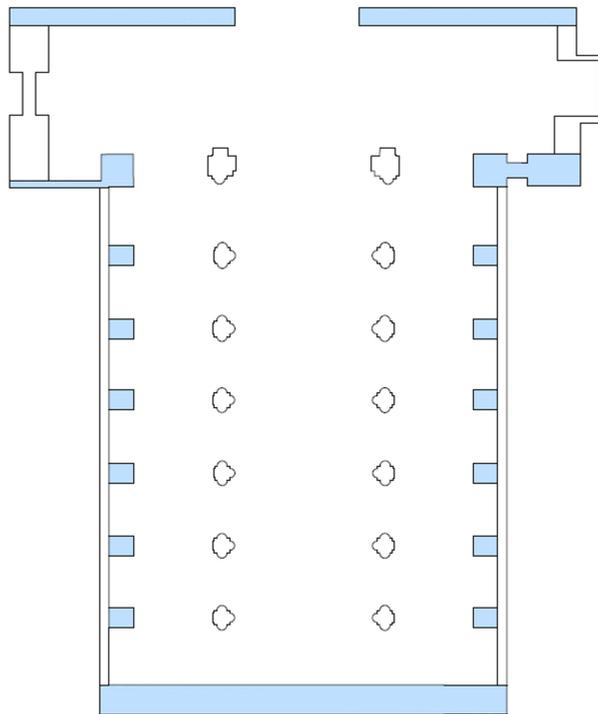


Figura 9.5 - Aree trasversali

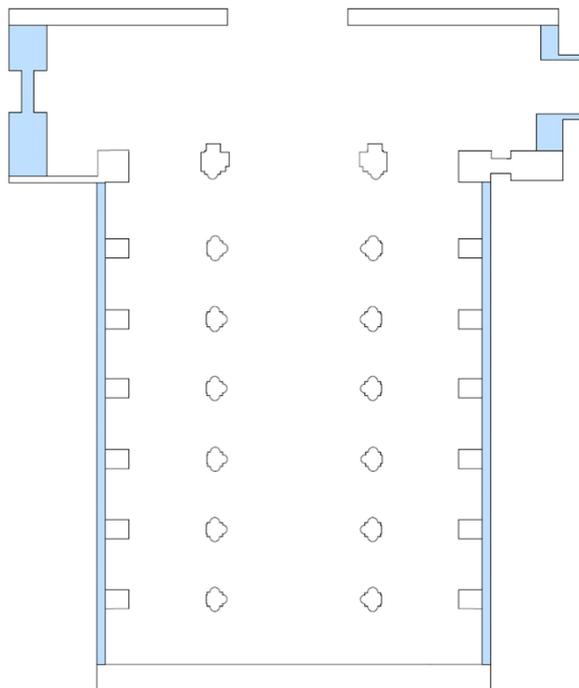


Figura 9.6 - Aree longitudinali

I risultati ottenuti sono riportati nella tabella sottostante:

$A_{w,trasv}$ [m ²]	138.20
$A_{w,long}$ [m ²]	100.40
A_w [m ²]	238.60
W_{tot} [kN]	111458.91
$A_{w,trasv}/A_{tot}$ [%]	8.00
$A_{w,long}/A_{tot}$ [%]	6.00
A_w/A_{tot} [%]	14.00

Tabella 9-3 - Rapporti tra le aree per la valutazione del comportamento sotto azioni orizzontali

I valori calcolati sono stati confrontati con i valori della normativa per gli edifici definiti “semplici”. L’Eurocodice 8 prevede che le due aree adimensionalizzate, rappresentative delle aree resistenti al taglio adimensionalizzate, assumano valori superiori al 2÷5% a seconda del numero dei piani della struttura e della massima accelerazione sismica prevista; nel caso in esame, essendo che il Duomo ha un piano questo range si restringe al 2 ÷ 3.5%.

Accelerazione al sito $a_g \times S$		$\leq 0,07 k \times g$	$\leq 0,10 k \times g$	$\leq 0,15 k \times g$	$\leq 0,20 k \times g$
Tipologia di costruzione	Numero di piani (n) ^{*)}	Somma minima delle aree trasversali delle pareti di taglio orizzontali in ogni direzione, come percentuale dell’area totale di piano per piano ($\rho_{A,min}$)			
Muratura non armata	1	2,0%	2,0%	3,5%	n/a
	2	2,0%	2,5%	5,0%	n/a
	3	3,0%	5,0%	n/a	n/a
	4	5,0%	n/a ^{*)}	n/a	n/a
Muratura confinata	2	2,0%	2,5%	3,0%	3,5%
	3	2,0%	3,0%	4,0%	n/a
	4	4,0%	5,0%	n/a	n/a
	5	6,0%	n/a	n/a	n/a
Muratura armata	2	2,0%	2,0%	2,0%	3,5%
	3	2,0%	2,0%	3,0%	5,0%
	4	3,0%	4,0%	5,0%	n/a
	5	4,0%	5,0%	n/a	n/a

*) n/a significa “non accettabile”.
 **) Lo spazio del tetto sopra gli interi piani non è incluso nel numero dei piani.

Figura 9.7 - Percentuali minime di aree resistenti al taglio (Eurocodice 8, Paragrafo 9.7.2)

L'OPCM 3431/05 introduce, invece, un aumento della percentuale dipendente dall'accelerazione di picco al suolo come si può vedere dalla tabella sottostante.

Accelerazione di picco del terreno $a_g \cdot S \cdot S_I^{(1)}$		≤ 0.07 g	≤ 0.1 g	≤ 0.15 g	≤ 0.20 g	≤ 0.25 g	≤ 0.30 g	≤ 0.35 g	≤ 0.40 g	≤ 0.45 g	≤ 0.4725 g
Tipo di struttura	Numero piani										
Muratura ordinaria	1	3,5 %	3,5 %	4,0 %	4,5 %	5,0 %	5,5 %	6,0 %	6,0 %	6,0 %	6,5 %
	2	4,0 %	4,0 %	4,5 %	5,0 %	5,5 %	6,0 %	6,5 %	6,5 %	6,5 %	7,0 %
	3	4,5 %	4,5 %	5,0 %	5,5 %	6,0 %	6,5 %	7,0 %			
Muratura armata	1	2,5 %	3,0 %	3,0 %	3,0 %	3,5 %	3,5 %	4,0 %	4,0 %	4,5 %	4,5 %
	2	3,0 %	3,5 %	3,5 %	3,5 %	4,0 %	4,0 %	4,5 %	5,0 %	5,0 %	5,0 %
	3	3,5 %	4,0 %	4,0 %	4,0 %	4,5 %	5,0 %	5,5 %	5,5 %	6,0 %	6,0 %
	4	4,0 %	4,5 %	4,5 %	5,0 %	5,5 %	5,5 %	6,0 %	6,0 %	6,5 %	6,5 %

(¹) S_I si applica solo nel caso di strutture con fattore di importanza > 1 (p. 3.2.3)

Figura 9.8 - Area delle pareti resistenti in ciascuna direzione ortogonale per edifici semplici (OPCM 3431/05, Tab. 8.2)

Essendo che il Comune di Torino si trova in zona sismica 3, secondo il paragrafo 3.2.1 dell'OPCM l'accelerazione di picco al suolo ha un valore pari a 0.15g. Per tener conto del profilo stratigrafico del suolo di fondazione l'accelerazione di picco al suolo viene moltiplicata per il fattore S , ricavato dalla Tabella 3.1 dell'OPCM 3431/05, considerando che il suolo su cui si erge la cattedrale ricade in categoria B.

Categoria suolo	S	T_B	T_C	T_D
A	1,0	0,15	0,40	2,0
B, C, E	1,25	0,15	0,50	2,0
D	1,35	0,20	0,80	2,0

Figura 9.9 - Valori dei parametri per la definizione dello spettro di risposta elastico (OPCM 3431/05, Tab. 3.1)

Si ha un risultato pari a:

$$a_g \cdot S = 0.15 \cdot 1.25 = 0.18g \quad (9.5)$$

Perciò i valori trovati sono anche in questo caso all'interno di un range ammissibile.

Gli ultimi parametri valutati relativi alla struttura nella sua globalità sono quelli delle sezioni resistenti per unità di pesi. E' stato quindi calcolato il rapporto tra le aree dei muri nelle due direzioni e il peso totale della struttura.

$A_{w,trasv}/W_{tot}$ [m ² /MN]	1.24
$A_{w,long}/W_{tot}$ [m ² /MN]	0.90

Tabella 9-4 - Rapporto tra le aree resistenti e il peso della struttura

Loiureno et al. (2013) raccomanda un valore per questi parametri superiori a 1.2 m²/MN. Il limite è rispettato nel caso del Duomo in direzione trasversale ma non in direzione longitudinale.

9.2 Analisi dei macroelementi

Come anticipato in precedenza lo studio del comportamento della cattedrale sotto azione sismica può essere effettuato, in maniera semplificata, andando a scomporre la struttura in macroelementi di cui si analizzano i meccanismi di collasso. In base alla conformazione del Duomo sono stati individuati nove macroelementi trasversali e sei longitudinali:

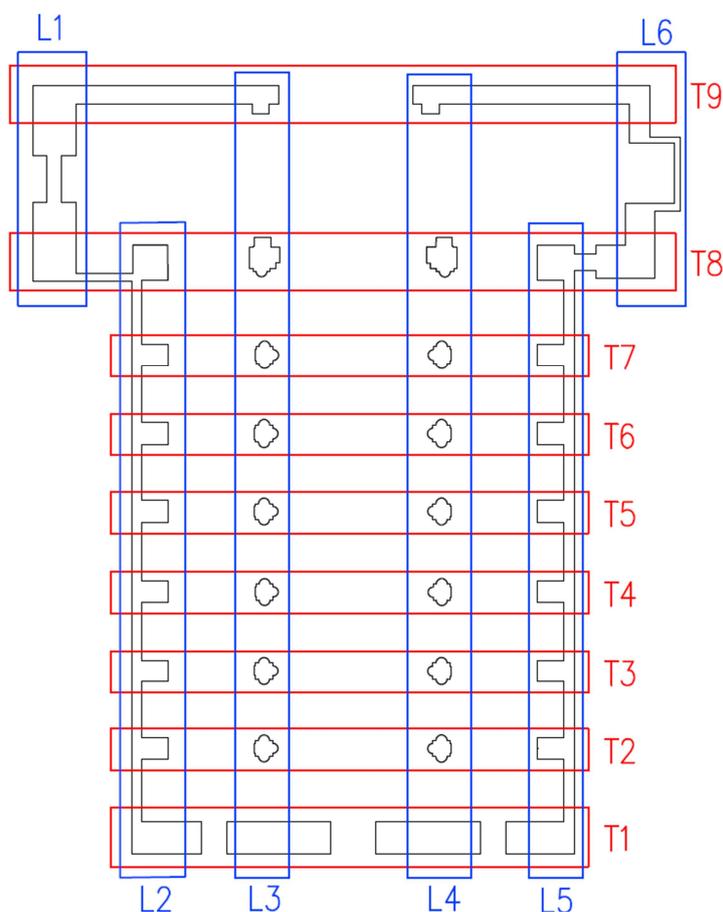


Figura 9.10 – Macroelementi

Per ciascun macroelemento è stato calcolato un coefficiente f , che può essere definito come un rapporto di foratura, che si calcola con la seguente formula (Brandonisio, 2007):

$$f = \left(\frac{A_{fori}}{A_{tot}} \right)_{macroelemento} \quad (9.6)$$

Si riportano i calcoli per ogni macroelemento nei paragrafi qui di seguito.

9.2.1 Macroelemento T1

Il primo macroelemento trasversale analizzato è T1 e corrisponde alla facciata della cattedrale, vengono riassunti in *Tabella 7-5* i calcoli relativi alle aree e al fattore f .

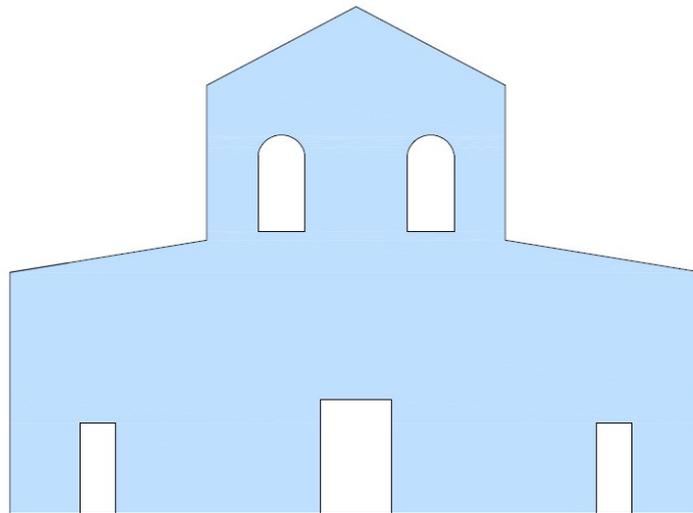


Figura 9.11 - Macroelemento T1

Macroelemento T1			
Area		Area fori	
Elemento	Area [m ²]	Elemento	Area [m ²]
A1	21.95	F1	7.34
A2	243.66	F2	7.34
A3	82.54	F3	6.83
A4	8.18	F4	14.70
A5	82.54	F5	6.83
A6	8.18		
Totale	441.48	Totale	42.74
Area muratura [m ²]		398.74	
Fattore f		0.096	

Tabella 9-5 – Aree e calcolo del fattore f per il macroelemento T1

9.2.2 Macroelementi T2, T3, T4, T5, T6, T7

I macroelementi T2, T3, T4, T5, T6 e T7 sono uguali tra loro e corrispondono alle arcate trasversali.

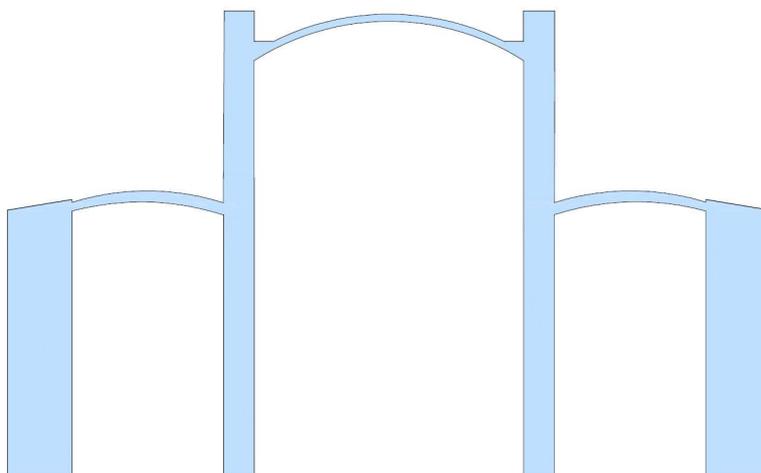


Figura 9.12 - Macroelementi T2, T3, T4, T5, T6 e T7

Per determinare l'area occupata dai pilastri si è calcolato il diametro del pilastro a sezione circolare equivalente. Innanzitutto, da *Midas GEN* è stata ricavata l'area della sezione del pilastro che è pari a 2.1 m^2 , utilizzando la formula per il calcolo dell'area del cerchio $A = \pi r^2$ e $d = 2r$, il diametro equivalente risulta pari a 1.64 m .

Macroelementi T2 - T3 - T4 - T5 - T6 - T7			
Area muratura		Area	
Elemento	Area [m ²]	Elemento	Area [m ²]
M1	22.48	A1	246.23
M2	22.48	A2	88.03
M3	3.36	A3	88.03
M4	5.17		
M5	5.17		
M6	2.40		
M7	2.40		
M8	10.82		
M9	6.83		
Totale	81.11	Totale	422.29
Area fori [m ²]		341.18	
Fattore f		0.808	

Tabella 9-6 - Aree e calcolo del fattore f per il macroelemento T2, T3, T4, T5, T6 e T7

9.2.3 Macroelemento T8

Il macroelemento T8 costituisce la divisione tra le navate ed il transetto. Si illustrano i risultati relativi al calcolo delle aree in *Tabella 7-7*.

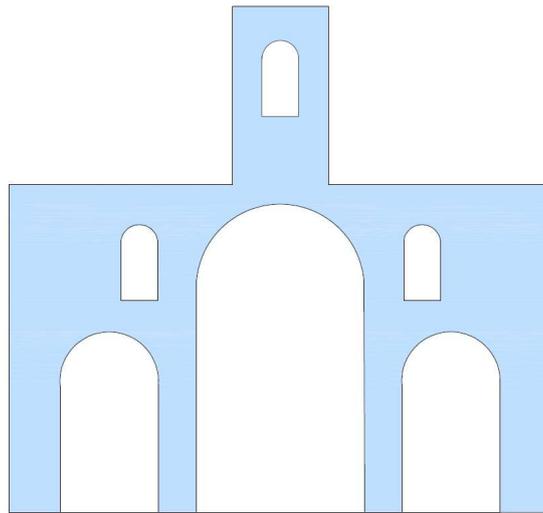


Figura 9.13 - Macroelemento T8

Macroelemento T8			
Area muratura		Area	
Elemento	Area [m ²]	Elemento	Area [m ²]
M1	32.60	A1	758.80
M2	32.60	A2	46.30
M3	3.36		
M4	225.13		
M5	225.13		
M6	5.17		
M7	5.17		
M8	47.26		
Totale	576.42	Totale	805.10
Area fori [m ²]		228.68	
Fattore <i>f</i>		0.284	

Tabella 9-7 - Aree e calcolo del fattore *f* per il macroelemento T8

9.2.4 Macroelemento T9

Il macroelemento T9 è l'ultimo macroelemento trasversale studiato e separa il Duomo dalla struttura di Palazzo Reale.

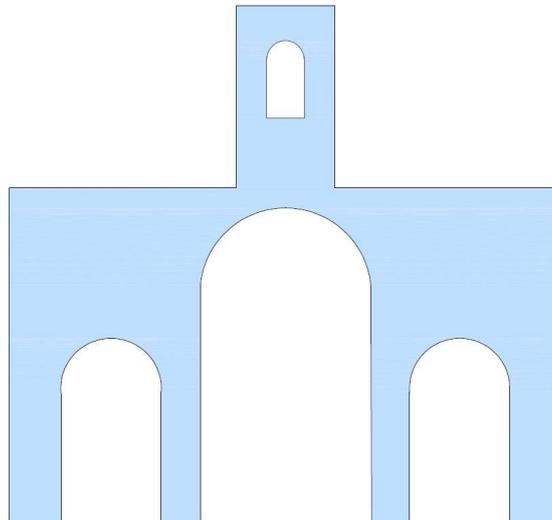


Figura 9.14 - Macroelemento T9

Macroelemento T9			
Area muratura		Area fori	
Elemento	Area [m ²]	Elemento	Area [m ²]
M1	248.18	F1	17.40
M2	248.18	F2	17.40
M3	46.66	F3	137.00
		F4	7.34
Totale	543.02	Totale	179.14
<i>Area [m²]</i>		722.16	
<i>Fattore f</i>		0.248	

Tabella 9-8 - Aree e calcolo del fattore *f* per il macroelemento T9

9.2.5 Macroelemento L1

Dopo aver terminato i calcoli per i macroelementi trasversali si è passati a calcolare le aree e il coefficiente *f* per gli elementi longitudinali partendo da L1.

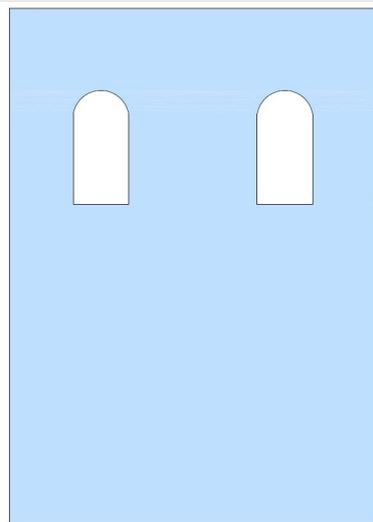


Figura 9.15 - Macroelemento L1

Macroelemento L1			
Area		Area fori	
Elemento	Area [m ²]	Elemento	Area [m ²]
A1	227.26	F1	7.34
		F2	7.34
Totale	227.26	Totale	14.68
<i>Area muratura [m²]</i>		212.58	
<i>Fattore f</i>		0.065	

Tabella 9-9 - Aree e calcolo del fattore *f* per il macroelemento L1

9.2.6 Macroelementi L2

Il macroelemento L2 corrisponde ai muri perimetrali adiacenti alla navate laterale sinistra e risulta privo di aperture.

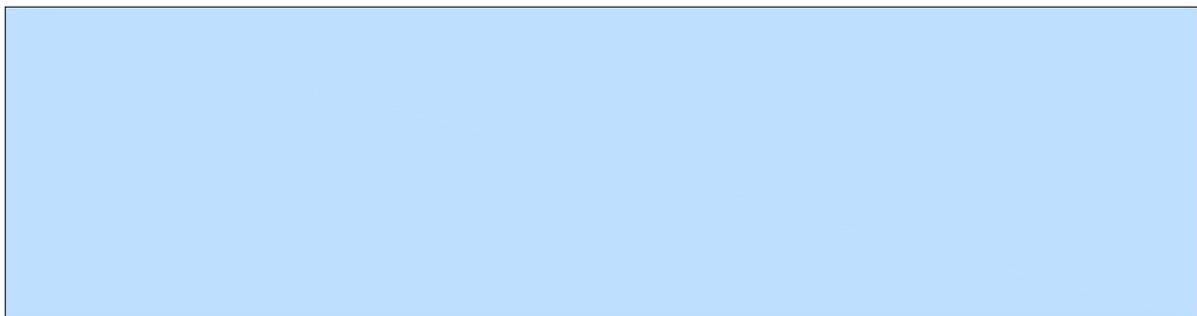


Figura 9.16 – Macroelemento L2

Macroelemento L2			
Area		Area fori	
Elemento	Area [m ²]	Elemento	Area [m ²]
A1	399.90		
Totale	399.90	Totale	0.00
Area muratura [m ²]		399.90	
Fattore <i>f</i>		0.000	

Tabella 9-10 - Aree e calcolo del fattore *f* per il macroelemento L2

9.2.7 Macroelementi L3 e L4

I macroelementi L3 e L4 individuano le pareti laterali della navata centrale che si presentano come in *Figura 7.17*.

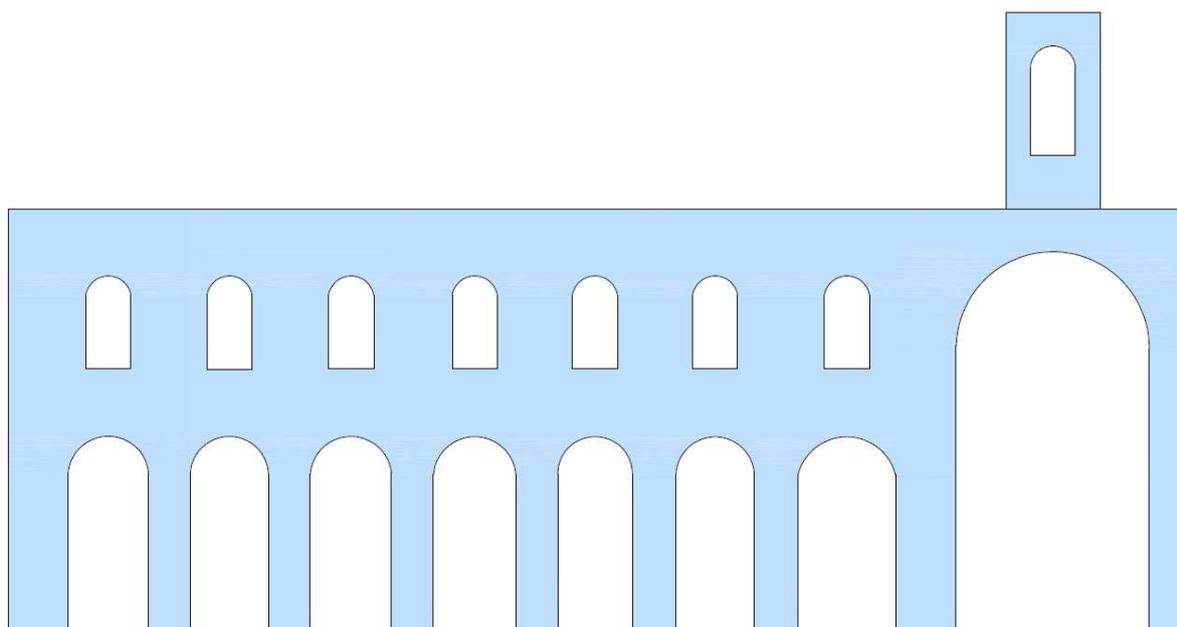


Figura 9.17 - Macroelementi L3 e L4

Macroelementi L3 - L4			
Area		Area fori	
Elemento	Area [m ²]	Elemento	Area [m ²]
A1	1018.07	F1	52.50
		F2	229.20
		F3	124.80
Totale	1018.07	Totale	406.50
Area muratura [m ²]		611.57	
Fattore <i>f</i>		0.399	

Tabella 9-11 - Aree e calcolo del fattore *f* per i macroelementi L3 e L4

9.2.8 Macroelemento L5

Il macroelemento L5 è in posizione simmetrica rispetto a L2 e si differenzia da esso per la presenza di una apertura.



Figura 9.18 - Macroelemento L5

Macroelemento L5			
Area		Area fori	
Elemento	Area [m ²]	Elemento	Area [m ²]
A1	399.90	F1	7.80
Totale	399.90	Totale	7.80
Area muratura [m ²]		392.10	
Fattore <i>f</i>		0.020	

Tabella 9-12 - Aree e calcolo del fattore *f* per il macroelemento L5

9.2.9 Macroelemento L6

L'ultimo macroelemento longitudinale analizzato è L6. Si presenta come L1 ma ha un'apertura in più per la presenza di un altare su cui si trova una volta a botte.

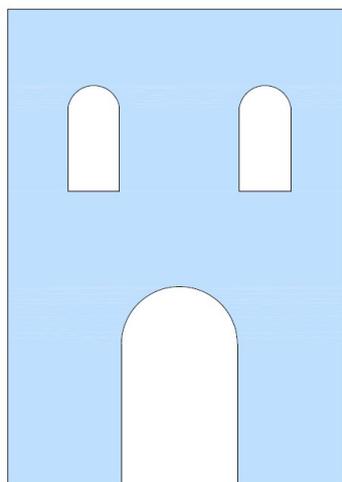


Figura 9.19 - Macroelemento L6

Macroelemento L6			
Area		Area fori	
Elemento	Area [m ²]	Elemento	Area [m ²]
A1	227.26	F1	7.34
		F2	7.34
		F3	30.83
Totale	227.26	Totale	45.51
Area muratura [m ²]		181.75	
Fattore <i>f</i>		0.200	

Tabella 9-13 - Aree e calcolo del fattore *f* per il macroelemento L6

Si riportano nelle tabelle qui di seguito i risultati ottenuti per tutti i macroelementi.

MACROELEMENTI TRASVERSALI									
T1		T2		T3		T4		T5	
<i>A_{fori}</i> [m ²]	42.74	<i>A_{fori}</i> [m ²]	341.18						
<i>A_{tot}</i> [m ²]	441.48	<i>A_{tot}</i> [m ²]	422.29						
<i>f</i> [%]	9.68	<i>f</i> [%]	80.79						
T6		T7		T8		T9			
<i>A_{fori}</i> [m ²]	341.18	<i>A_{fori}</i> [m ²]	341.18	<i>A_{fori}</i> [m ²]	228.68	<i>A_{fori}</i> [m ²]	179.14		
<i>A_{tot}</i> [m ²]	422.29	<i>A_{tot}</i> [m ²]	422.29	<i>A_{tot}</i> [m ²]	805.10	<i>A_{tot}</i> [m ²]	722.16		
<i>f</i> [%]	80.79	<i>f</i> [%]	80.79	<i>f</i> [%]	28.40	<i>f</i> [%]	24.81		

Tabella 9-14 - Valore del coefficiente *f* per i macroelementi trasversali

MACROELEMENTI LONGITUDINALI					
L1		L2		L3	
<i>A_{fori}</i> [m ²]	14.68	<i>A_{fori}</i> [m ²]	0.00	<i>A_{fori}</i> [m ²]	406.50
<i>A_{tot}</i> [m ²]	212.58	<i>A_{tot}</i> [m ²]	399.90	<i>A_{tot}</i> [m ²]	1018.07
<i>f</i> [%]	6.91	<i>f</i> [%]	0.00	<i>f</i> [%]	39.93
L4		L5		L6	
<i>A_{fori}</i> [m ²]	406.50	<i>A_{fori}</i> [m ²]	7.80	<i>A_{fori}</i> [m ²]	45.51
<i>A_{tot}</i> [m ²]	1018.07	<i>A_{tot}</i> [m ²]	399.90	<i>A_{tot}</i> [m ²]	227.26
<i>f</i> [%]	39.93	<i>f</i> [%]	2.00	<i>f</i> [%]	20.03

Tabella 9-15 - Valore del coefficiente *f* per i macroelementi longitudinali

9.3 Ripartizione semplificata dell'azione sismica

Le Linee Guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale (Circolare 26/2010) al *Paragrafo 5.3.3* specificano che non è necessario ricorrere ad un modello globale della costruzione per verificare la risposta sismica del manufatto. Si può infatti procedere scomponendo la struttura in parti (i macroelementi) e valutando la ripartizione delle azioni sismiche tra le diverse parti strutturali in base alle diverse rigidzze e ai collegamenti tra di esse. La normativa prevede che la ripartizione possa essere effettuata in maniera approssimata, a patto che venga garantito l'equilibrio per quanto riguarda le azioni orizzontali.

In questo caso per una ripartizione approssimata si farà uso della seguente formula (Brandonisio, 2007), che deriva dall'equilibrio delle forze in direzione orizzontale:

$$\frac{F_i}{\gamma_I \cdot F} = \frac{A_{macro,i} \cdot d_i}{\sum_i A_{macro,i} \cdot d_i} \quad (9.7)$$

Dove $A_{macro,i}$ è l'area dell'i-esimo macroelemento, mentre d_i è un parametro geometrico pari a:

$$d_i = 2 \cdot s_i \quad (9.8)$$

Se il macroelemento è disposto ortogonalmente all'azione sismica, mentre è pari a:

$$d_i = \delta_i \cdot b_i \quad (9.9)$$

Se il macroelemento è disposto parallelamente all'azione sismica. Si esplicitano qui di seguito i termini delle equazioni precedenti:

- s_i è lo spessore medio del i-esimo macroelemento;
- b_i è la lunghezza dell'i-esimo macroelemento;
- $\delta_i = 1 - f_i \geq 0.5$ per archi e arcate trasversali e per i macroelementi perimetrali;
- $\delta_i = 1 - 2 \cdot f_i \geq 0.5$ per le arcate longitudinali interne;
- f_i è la percentuale di foratura dell'i-esimo macroelemento.

Si determina quindi il valore adimensionale del taglio su ciascun macroelemento individuato in precedenza, che equivale a valutare il rapporto:

$$\frac{A_{macro,i} \cdot d_i}{\sum_i A_{macro,i} \cdot d_i} \quad (9.10)$$

Macroelemento	S_i [m]	$A_{macro,i}$ [m ²]	f_i [%]	δ_i	b_i [m]	d_i - sisma x [m]	d_i - sisma y [m]	Taglio in direzione trasversale	Taglio in direzione longitudinale
T1	2.19	404.01	9.63	0.90	29.91	27.03	4.38	20.50	3.26
T2	1.45	81.11	80.79	0.19	29.91	5.74	2.90	0.87	0.43
T3	1.45	81.11	80.79	0.19	29.91	5.74	2.90	0.87	0.43
T4	1.45	81.11	80.79	0.19	29.91	5.74	2.90	0.87	0.43
T5	1.45	81.11	80.79	0.19	29.91	5.74	2.90	0.87	0.43
T6	1.45	81.11	80.79	0.19	29.91	5.74	2.90	0.87	0.43
T7	1.45	81.11	80.79	0.19	29.91	5.74	2.90	0.87	0.43
T8	1.50	576.42	28.40	0.72	41.99	30.06	3.00	32.53	3.19
T9	1.27	543.02	24.81	0.75	41.70	31.36	2.54	31.96	2.54
L1	2.40	197.90	6.91	0.93	13.31	4.80	12.39	1.78	4.52
L2	0.67	399.90	0.00	1.00	41.50	1.34	41.50	1.01	30.60
L3	1.05	611.57	39.90	0.20	41.99	2.10	8.48	2.41	9.56
L4	1.05	611.57	39.90	0.20	41.99	2.10	8.48	2.41	9.56
L5	0.67	399.90	0.02	1.00	41.50	1.34	41.49	1.01	30.59
L6	1.67	181.75	20.03	0.80	13.31	3.34	10.64	1.14	3.57

Tabella 9-16 - Taglio adimensionalizzato in direzione trasversale e longitudinale per ogni macroelemento

Per una visione più chiara è stato realizzato il grafico dei risultati ottenuti:

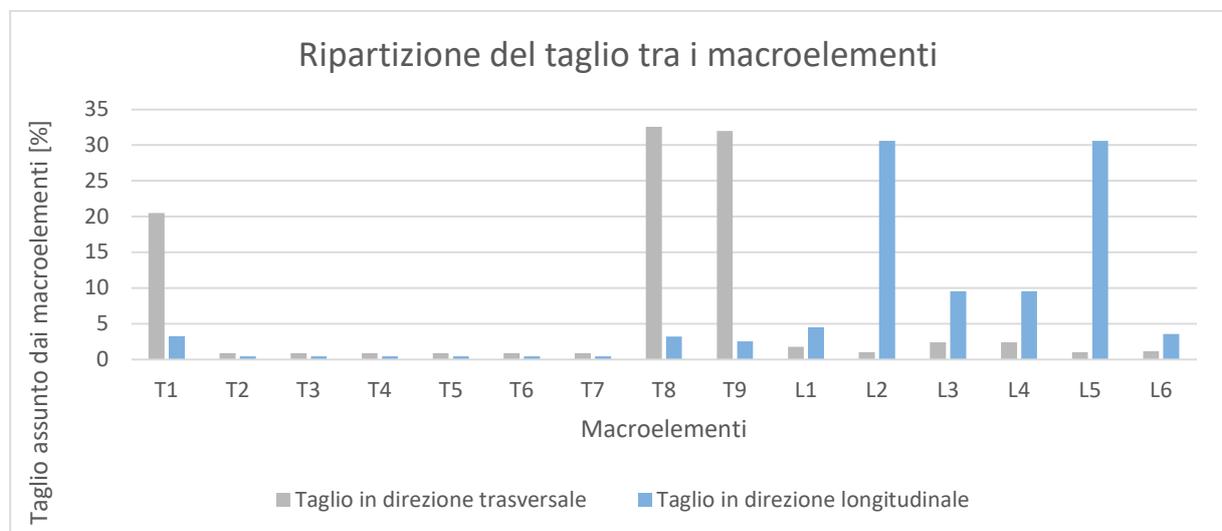


Figura 9.20 - Ripartizione del taglio tra i macroelementi in presenza del sisma nelle due direzioni

9.4 Valutazione dei moltiplicatori di collasso

Dopo aver valutato la risposta complessiva della struttura nei confronti delle azioni verticali e orizzontali si è proceduto a determinare i possibili scenari di danno e meccanismi di collasso relativi alle singole porzioni del Duomo, tramite il moltiplicatore di collasso λ .

Il moltiplicatore di collasso (già valutato per il ribaltamento semplice fuori dal piano per le pareti adiacenti alla navata centrale) è un parametro adimensionale che si calcola in funzione delle caratteristiche meccaniche e geometriche degli elementi, calcolabile come (Conti, 2018):

$$\lambda = \frac{F}{W_{tot}} \quad (9.11)$$

Dove:

- F è la forza orizzontale;
- W_{tot} è il peso totale degli elementi in muratura, a cui si somma anche il peso della copertura.

L'analisi è stata condotta su alcuni dei macroelementi che compongono la cattedrale.

9.4.1 Facciata

Dal punto di vista architettonico la facciata della Cattedrale di San Giovanni Battista risulta divisa su due piani da una grande trabeazione ed è sormontata da un frontone triangolare; verticalmente risulta suddivisa in tre portali incorniciati da lesene binate, che mettono in evidenza le tre navate che costituiscono l'architettura della chiesa.

La struttura è costituita da un muro continuo con alcune aperture (tre portali e due bifore) rivestito da conci in pietra ed è un elemento continuativo del muro perimetrale della chiesa.

L'analisi è stata condotta sia per i meccanismi nel piano della facciata che fuori dal piano; nel primo caso si hanno tre tipi di collasso, nel secondo sette studiati sia in caso di cattivo ammorsamento che di buon ammorsamento. Nei paragrafi qui di seguito vengono riportati i calcoli per la valutazione dei moltiplicatori di collasso della facciata.



Figura 9.21 - Prospetto della facciata del Duomo (M. Momo, "Il Duomo di Torino: trasformazioni e restauri", pag. 53)



Figura 9.22 - Fotografia della facciata del Duomo

Valutazione del moltiplicatore di collasso nel piano della facciata

I meccanismi di rottura che si possono innescare nel piano di una parete piena e che verranno studiati per la facciata del Duomo sono:

1. Ribaltamento;
2. Taglio da scorrimento;
3. Ribaltamento con lesione centrale.

Meccanismo di rottura per ribaltamento

Il primo meccanismo di rottura preso in considerazione per la facciata è il ribaltamento.

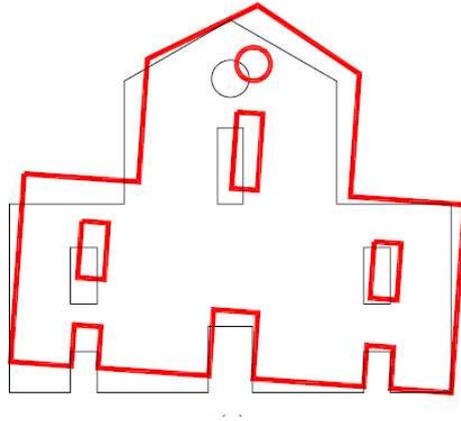


Figura 9.23 - Collasso per ribaltamento
(G. Brandonisio, "Analisi di edifici a pianta basilicale soggetti ad azioni sismiche", Figura 6.45(a))

La determinazione del moltiplicatore di collasso λ avviene tramite l'imposizione dell'equilibrio alla rotazione della facciata stessa (Brandonisio, 2007). Se la facciata fosse un pannello rettangolare come quello in *Figura 7.24* caricato dal peso proprio applicato nel baricentro, dal peso della copertura in sommità e da una forza orizzontale F applicata all'altezza h_f si avrebbe:

$$F \cdot h_f = W_{tot} \cdot \frac{b}{2} \quad (9.12)$$

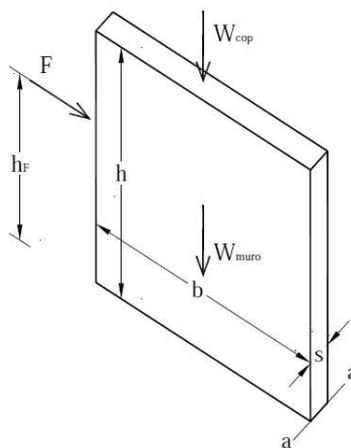


Figura 9.24 - Caratteristiche geometriche della parete piana
(G. Brandonisio, "Analisi di edifici a pianta basilicale soggetti ad azioni sismiche", Figura 6.38)

Da cui si può ricavare l'espressione per determinare λ in base all'Equazione 9.11:

$$\lambda = \frac{1}{\frac{h}{b}} \cdot \chi \quad (9.13)$$

Dove:

$$\chi = \frac{1}{2 \cdot \alpha} \quad (9.14)$$

$$\alpha = 0.5 \cdot \frac{1 + 2\beta}{1 + \beta} \quad (9.15)$$

$$\beta = \frac{W_{cop}}{W_{muro}} \quad (9.16)$$

Essendo però che la facciata non è un pannello rettangolare semplice la formulazione (Conti, 2018) per determinare χ sarà:

$$\chi = \frac{\omega_m - f \cdot \omega_f + \beta \cdot \omega_c}{\beta_m - f \cdot \beta_f + \beta} \quad (9.17)$$

Dove:

$$\omega_c = \frac{b_c}{b} \quad (9.18)$$

$$\beta_m = \frac{h_m}{h} \quad (9.19)$$

$$\omega_m = \frac{b_m}{b} \quad (9.20)$$

$$\beta_f = \frac{h_f}{h} \quad (9.21)$$

$$\omega_f = \frac{b_f}{b} \quad (9.22)$$

Le grandezze geometriche (espresse in metri) presenti nelle equazioni precedenti rappresentano rispettivamente:

- b la larghezza della facciata;
- h l'altezza della facciata;
- b_c la distanza orizzontale tra il punto di applicazione del peso della copertura e il centro di rotazione;
- h_m l'altezza del baricentro della parete in assenza di fori dal centro di rotazione;
- b_f la distanza orizzontale tra il punto di applicazione del peso negativo associato all'area dei fori e il centro di rotazione;
- h_f l'altezza del baricentro del peso negativo associato all'area dei fori rispetto al centro di rotazione;
- b_m è la distanza orizzontale del baricentro della parete (in assenza di fori) dal centro di rotazione.

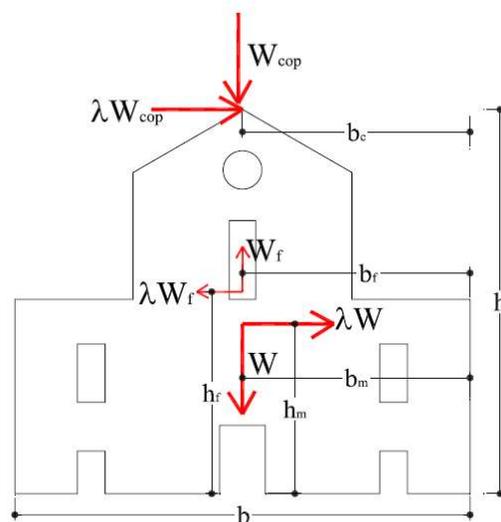


Figura 9.25 – Caratteristiche geometriche della facciata
(G. Brandonisio, "Analisi di edifici a pianta basilicale soggetti ad azioni sismiche", Figura 6.45 (b))

Prima di procedere con i calcoli del moltiplicatore di collasso sono state le seguenti considerazioni:

- la facciata è simmetrica per cui viene considerato un unico punto di rotazione nello spigolo in basso a sinistra;
- il peso della copertura viene applicato in sommità del frontone triangolare centrale;
- il peso delle volte viene trascurato dal momento che esse esercitano una spinta orizzontale sulla facciata che, ai fini del meccanismo di collasso in esame, può essere considerata come contributo stabilizzante.

Sono stati calcolati il baricentro della facciata in assenza dei fori e il baricentro dei fori stessi sfruttando la geometria delle aree.

Si riportano le tabelle utilizzate per i calcoli qui di seguito, per la facciata priva di fori i momenti statici sono stati determinati rispetto al baricentro dell'area A3, per i fori invece rispetto al baricentro dell'area F2.

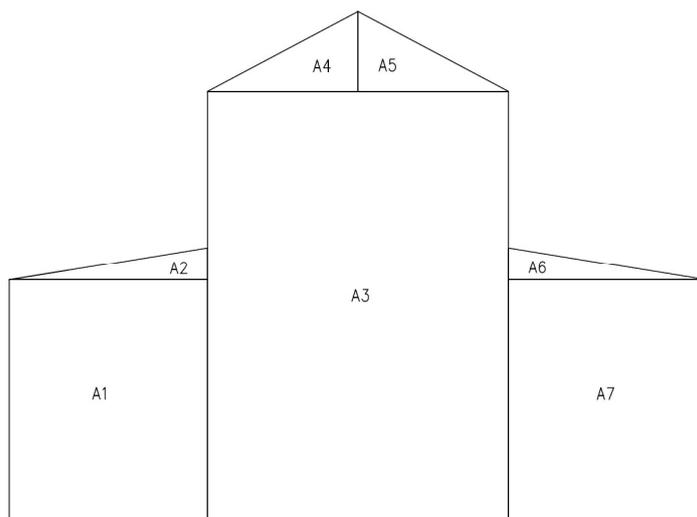


Figura 9.26 - Suddivisione delle aree che compongono la facciata per la determinazione del baricentro

Muro	Area [m ²]	b _i [m]	h _i [m]	X _{gi} [m]	Y _{gi} [m]	d _{xi} [m]	d _{yi} [m]
A1	87.01	8.38	10.38	4.19	5.19	-10.55	-4.02
A2	5.81	8.38	1.38	2.79	0.46	-9.15	1.63
A3	234.32	12.72	18.42	6.36	9.21	0.00	0.00
A4	10.76	6.36	3.38	2.12	1.13	-2.12	10.34
A5	10.76	6.36	3.38	2.12	1.13	2.12	10.34
A6	5.81	8.38	1.38	2.79	0.46	9.15	1.63
A7	87.01	8.38	10.38	4.19	5.19	10.55	-4.02
Totale	441.48						

Tabella 9-17 - Aree, baricentri e distanza dal baricentro dell'area A3 degli elementi che compongono la facciata

Muro	S_x [m ³]	S_y [m ³]
A1	-349.78	-917.96
A2	9.47	-53.16
A3	0.00	0.00
A4	111.22	-22.81
A5	111.22	22.81
A6	9.47	53.18
A7	-349.78	917.96
Totale	-458.17	0.00

Tabella 9-18 - Momenti statici delle aree che compongono la facciata

Da cui la posizione del baricentro della facciata priva di fori rispetto al centro di rotazione risulta essere:

$$X_G = \frac{S_y}{A_{tot}} + 14.74 = 14.74 \text{ m} \quad (9.23)$$

$$Y_G = \frac{S_x}{A_{tot}} + 9.21 = 8.17 \text{ m} \quad (9.24)$$

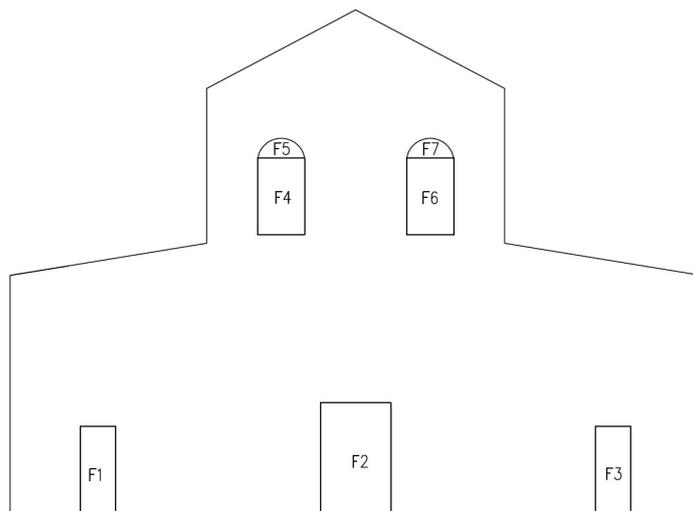


Figura 9.27 - Suddivisione delle aree dei fori presenti sulla facciata

Foro	Area [m ²]	b _i [m]	h _i [m]	X _{gi} [m]	Y _{gi} [m]	d _{xi} [m]	d _{yi} [m]
F1	5.85	1.50	3.90	0.75	1.95	-10.99	-0.50
F2	14.70	3.00	4.90	1.50	2.45	0.00	0.00
F3	5.85	1.50	3.90	0.75	1.95	10.99	-0.50
F4	6.60	2.00	3.30	1.00	1.65	-3.18	11.33
F5	1.57	2.00	1.00	1.00	0.42	-3.18	13.40
F6	6.60	2.00	3.30	1.00	1.65	3.18	11.33
F7	1.57	2.00	1.00	1.00	0.42	3.18	13.40
Totale	42.74						

Tabella 9-19 - Aree, baricentri e distanza dal baricentro dell'area F2 dei fori presenti sulla facciata

Muro	S _x [m ³]	S _y [m ³]
A1	-2.93	-64.29
A2	0.00	0.00
A3	-2.93	64.29
A4	74.78	-20.99
A5	21.05	-4.99
A6	74.78	20.99
A7	21.05	4.99
Totale	185.80	0.00

Tabella 9-20 - Momenti statici delle aree dei fori presenti sulla facciata

Da cui la posizione del baricentro dei fori rispetto al centro di rotazione risulta essere:

$$X_G = \frac{S_y}{A_{tot}} + 14.74 = 14.74 \text{ m} \quad (9.25)$$

$$Y_G = \frac{S_x}{A_{tot}} + 9.21 = 6.80 \text{ m} \quad (9.26)$$

Si riportano nella figura sottostante i punti di interesse per la valutazione del meccanismo di ribaltamento.

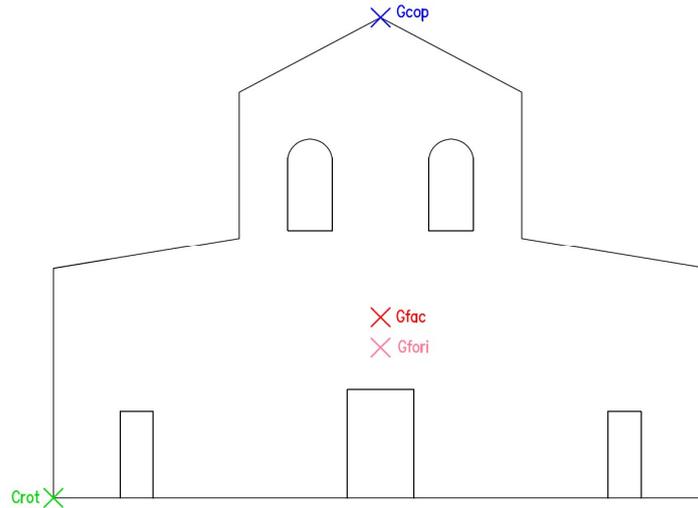


Figura 9.28 - Centro di rotazione (C_{rot}), baricentro della facciata priva di fori (G_{fac}), baricentro dei fori presenti sulla facciata (G_{fori}), punto di applicazione del peso della copertura (G_{cop})

Per poter procedere è necessario determinare il peso della copertura che permette il calcolo del coefficiente β . Per copertura si intendono gli elementi costituenti il tetto del Duomo, quindi le capriate, i listelli, il tavolato e le lose in pietra. Per determinarne il peso si è fatto riferimento all'analisi dei carichi utilizzando però le corrette aree di influenza.

La copertura scarica direttamente sulle pareti longitudinali, ma una parte di essa risulta appoggiare alla facciata. L'area di influenza considerata ha lunghezza pari alla lunghezza della facciata e profondità pari al punto medio in direzione longitudinale della prima campata.

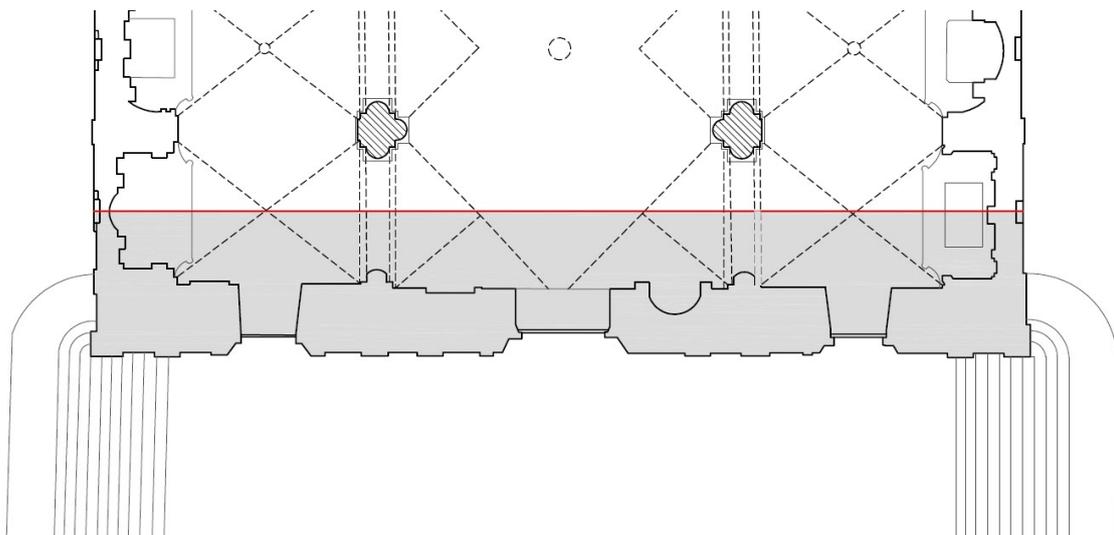


Figura 9.29 - Area di copertura che scarica sulla facciata

Il peso della copertura risulta quindi pari al carico lineare determinato durante l'analisi dei carichi, moltiplicato per la profondità considerata pari a 4.70 m e per i quattro muri longitudinali coinvolti.

$$W_{cop} = 17.35 \frac{kN}{m} \cdot 4.70 m \cdot 4 = 326.18 kN \quad (9.27)$$

Per il calcolo del coefficiente β è stato necessario anche determinare il peso della muratura, moltiplicando l'area della facciata, per il suo spessore e per il peso specifico determinato in fase di calcolo dei parametri dei materiali:

$$W_{tot} = 404.05 m^2 \cdot 2.19 m \cdot 18 \frac{kN}{m^3} = 17403.03 kN \quad (9.28)$$

Il rapporto di foratura f è quello calcolato in precedenza.

In definitiva i parametri necessari a calcolare il valore del coefficiente χ risultano pari a:

h[m]	b [m]	f [-]	β [-]	b_c [m]	h_m [m]	b_m [m]	h_f [m]	b_f [m]
21.80	29.48	0.096	0.02	14.74	8.17	14.74	6.80	14.74

Tabella 9-21- Parametri per il calcolo del coefficiente χ

ω_c [-]	β_m [-]	ω_m [-]	β_f [-]	ω_f [-]
0.50	0.37	0.50	0.31	0.50

Tabella 9-22- Parametri per il calcolo del coefficiente χ

Da cui si ottiene:

χ [-]	1.27
λ [-]	1.71

Tabella 9-23 - Moltiplicatore di collasso per il meccanismo di ribaltamento

E' stato ottenuto un valore del moltiplicatore di carico maggiore di 1, perciò perché il meccanismo di ribaltamento della facciata sia attivato l'azione orizzontale deve essere superiore a quella verticale di circa il 70%. Se i calcoli fossero stati eseguiti considerando un altro centro di rotazione il risultato sarebbe stato lo stesso dato che la facciata è simmetrica.

Meccanismo di rottura per taglio da scorrimento

Il meccanismo considerato è quello mostrato in *Figura 7.30*:

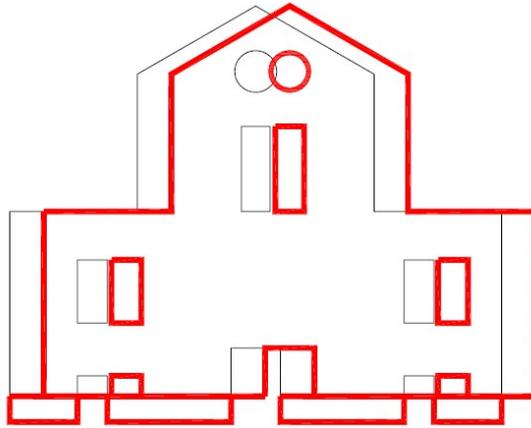


Figura 9.30 – Meccanismo di rottura per taglio (Brandonisio, 2007, Figura 6.44 (a))

La resistenza al taglio viene valutata secondo quanto riportato nell'OPCM 3431/2005 al *Paragrafo 8.2.2.2*:

$$V_t = b' \cdot s \cdot f_{vd} \quad (9.29)$$

Dove:

- b' è la lunghezza compressa della facciata;
- s è lo spessore della facciata;
- f_{vd} è la resistenza di progetto della muratura.

Nel caso in esame, per semplicità, si andrà a considerare un valore di b' pari alla larghezza complessiva della facciata b .

La resistenza al calcolo viene calcolata secondo quanto prescritto dalla normativa come:

$$f_{vd} = f_{vm0} + 0.4 \cdot \sigma_0 \quad (9.30)$$

In cui σ_0 rappresenta la tensione normale media calcolata sulla parte compressa della sezione e risulta pari a:

$$\sigma_0 = \frac{W_{tot}}{b' \cdot s} \quad (9.31)$$

f_{vm0} è la resistenza media al taglio che, nel caso in cui non venga determinata direttamente, può essere calcolata come:

$$f_{vm0} = \frac{f_{vk0}}{0.7} \quad (9.32)$$

Riprendendo la formula del moltiplicatore di collasso λ e andando a inserire i valori dei parametri appena determinati si ottiene:

$$\lambda = \frac{F}{W_{tot}} = \frac{b' \cdot s \cdot f_{vd}}{W_{tot}} = \frac{b' \cdot s \cdot f_{vd}}{(1 + \beta) \cdot \gamma \cdot h \cdot b \cdot s} = 0.4 + \frac{f_{vk0}/0.7}{\sigma_0} \quad (9.33)$$

La formulazione appena ricavata però sarebbe valida nel caso in cui il pannello murario esaminato avesse un unico spessore e un'altezza costante. La facciata del Duomo non risponde a questi requisiti per cui la formulazione utilizzata per determinare λ è la seguente (Brandonisio, 2007):

$$\lambda = 0.4 + \frac{f_{vm0} \cdot (1 - \Xi)}{(1 + \beta) \cdot \gamma \cdot h_{med} \cdot (1 - f)} \quad (9.34)$$

In cui:

- Ξ è il rapporto tra la somma delle aperture a quota 0 (i 3 portali) e la lunghezza di base:

$$\Xi = \frac{b_1 + b_2 + b_3}{b} \quad (9.35)$$

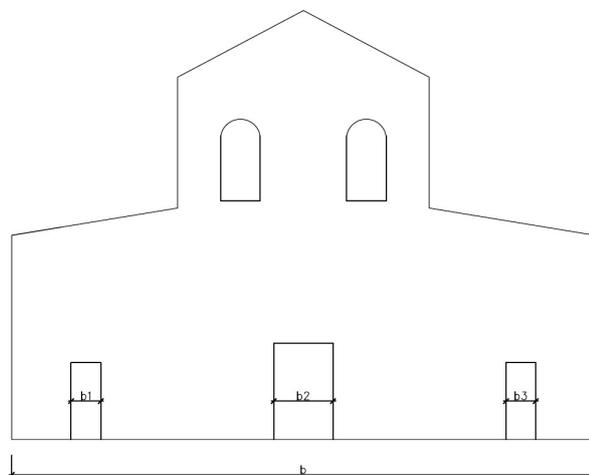


Figura 9.31 - Caratteristiche geometriche della facciata (Brandonisio, 2007, Figura 6.44 (b))

- h_{med} è l'altezza media della facciata, determinata facendo il rapporto tra l'area della facciata e la lunghezza della base;
- il coefficiente f è il rapporto di foratura valutato in precedenza tramite il quale si tiene conto in maniera grossolana del peso reale dell'elemento, comprensivo di vuoti.

Il primo parametro ad essere stato valutato è la resistenza al taglio. In questo caso:

$$f_{vm0} = \frac{f_{vk0}}{0.7} = \frac{0.7 \cdot f_{vm}}{0.7} = f_{vm} \quad (9.36)$$

Dove f_{vm} è la resistenza media al taglio della muratura determinata durante la definizione dei parametri dei materiali e che risulta essere pari a 5.0 N/cm².

Il valore del coefficiente β è lo stesso determinato per il meccanismo di ribaltamento dato che, anche in questo caso, non si considera il contributo delle volte dal momento che sarebbe favorevole.

Si riporta il valore del moltiplicatore di collasso e quello dei parametri per la sua determinazione nelle tabelle sottostanti:

b_1 [m]	b_2 [m]	b_3 [m]	b [m]	β [-]	Ξ [-]	A [m ²]	h_{med} [m]	f [-]	f_{vm0} [MPa]	γ [kN/m ³]
1.50	3.00	1.50	29.48	0.02	0.20	404.01	13.70	0.096	0.05	18.00

Tabella 9-24 - Parametri per la valutazione del moltiplicatore di collasso

λ [-]	0.58
---------------	------

Tabella 9-25 - Moltiplicatore di collasso per il meccanismo di rottura per taglio

Il collasso dovuto al taglio per scorrimento della facciata può essere prodotto da una forza orizzontale pari al 58% del carico verticale dato dal peso della copertura e dal peso della facciata.

Meccanismo di rottura per ribaltamento con formazione di una lesione centrale

L'ultimo meccanismo di collasso considerato nel piano della facciata è quello di ribaltamento ipotizzando la formazione di una lesione centrale.

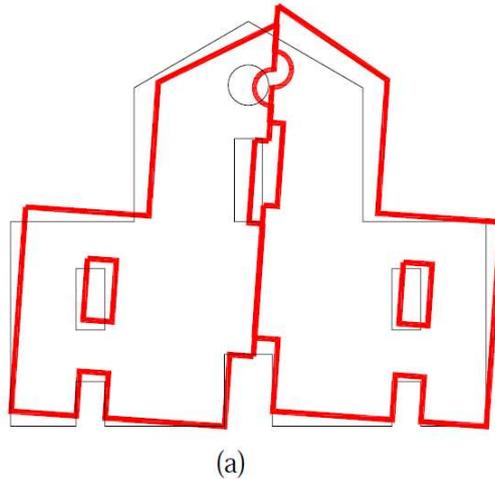


Figura 9.32- Meccanismo di ribaltamento con lesione centrale (Brandonisio, 2007, Figura 6.46(a))

Il moltiplicatore di collasso ha una formulazione molto simile al caso del ribaltamento precedentemente analizzato: si andranno semplicemente a cambiare alcuni fattori dato che si sta considerando metà facciata e per tenere conto dei contributi stabilizzanti delle tensioni tangenziali lungo le lesioni verticali. La formulazione per la determinazione del coefficiente χ (Brandonisio, 2007) sarà la seguente:

$$\chi = \frac{\omega_m - f \cdot \omega_f + \beta \cdot \omega_c + \frac{\tau_k \cdot \sum_i h_{fascia,i}}{\gamma \cdot A_{tot,facciata}} \cdot (1 - \xi)}{2 \cdot (\beta_m - f \cdot \beta_f + \beta \cdot \beta_c)} \quad (9.37)$$

I nuovi termini coinvolti sono:

- $\beta_c = \frac{h_c}{h}$ dove h_c è la distanza verticale del punto di applicazione del peso della copertura e il centro di rotazione;
- $\xi = \frac{b_0}{b}$ dove b_0 è la larghezza del portone di accesso;
- $h_{fascia,i}$ che sono le altezze di fascia di muratura piena presenti nella mezzeria della facciata;
- τ_k che è la resista a taglio caratteristica della muratura.

Nelle formule di ω_c , ω_m , ω_f cambia il denominatore e si passa dal valore di b a $b/2$, mentre le formule per determinare β_m e β_f non variano.

Si noti che le grandezze utilizzate non sono le stesse del meccanismo di ribaltamento semplice, dal momento che ogni dettaglio relativo al peso della muratura, al carico della copertura e ai punti di applicazione delle forze varia dato che ci si riferisce a metà parete. Il centro di rotazione considerato invece rimane lo stesso.

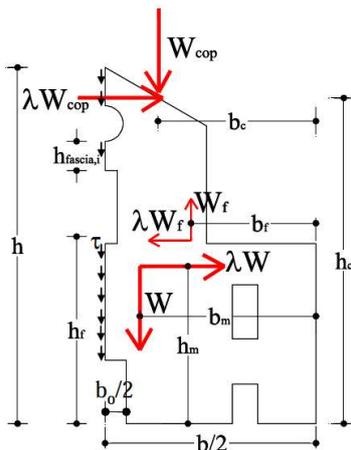


Figura 9.33 – Caratteristiche geometriche della facciata (Brandonisio, 2007, Figura 6.46(b))

Come per il meccanismo di collasso per ribaltamento sono stati calcolati i baricentri dell'area della muratura in assenza di fori e delle aree dei fori.

Si riportano le tabelle utilizzate per i calcoli qui di seguito, per la facciata priva di fori i momenti statici sono stati determinati rispetto al baricentro dell'area A1, per i fori invece rispetto al baricentro dell'area F1.

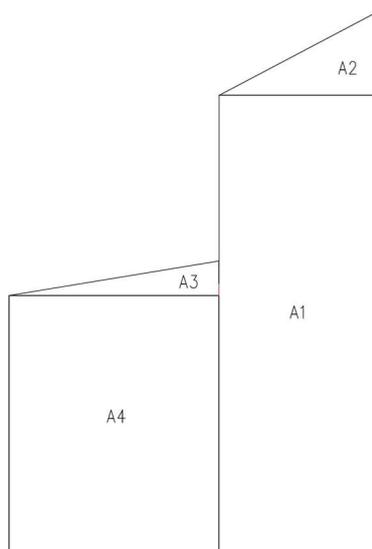


Figura 9.34 - Suddivisione delle aree che compongono la facciata per la determinazione del baricentro

Muro	Area [m ²]	b _i [m]	h _i [m]	X _{gi} [m]	Y _{gi} [m]	d _{xi} [m]	d _{yi} [m]
A1	117.16	6.36	18.41	3.18	9.21	0.00	0.00
A2	10.76	6.36	3.38	2.12	1.13	1.06	10.33
A3	5.81	8.38	1.39	2.79	0.46	-5.97	1.64
A4	87.01	8.38	10.38	4.19	5.19	-7.37	-4.02
Totale	220.74						

Tabella 9-26 - Aree, baricentri e distanza dal baricentro dell'area A1 degli elementi che compongono la facciata

Muro	S _x [m ³]	S _y [m ³]
A1	0.00	0.00
A2	111.17	11.41
A3	9.52	-34.71
A4	-349.35	-641.26
Totale	-228.66	-664.56

Tabella 9-27 – Momenti statici degli elementi che compongono la facciata

Da cui la posizione del baricentro della facciata priva di fori rispetto al centro di rotazione risulta essere:

$$X_G = \frac{S_y}{A_{tot}} + 14.74 = 8.55 \text{ m} \quad (9.38)$$

$$Y_G = \frac{S_x}{A_{tot}} + 9.21 = 8.17 \text{ m} \quad (9.39)$$

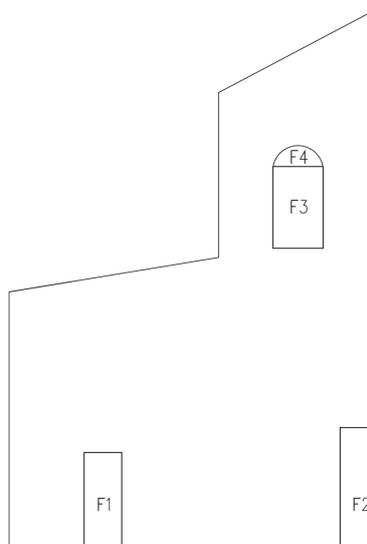


Figura 9.35 - Suddivisione delle aree dei fori presenti sulla facciata

Foro	Area [m ²]	b _i [m]	h _i [m]	X _{gi} [m]	Y _{gi} [m]	d _{xi} [m]	d _{yi} [m]
F1	5.85	1.50	3.90	0.75	1.95	0.00	0.00
F2	14.70	3.00	4.90	1.50	2.45	10.24	0.50
F3	6.60	2.00	3.30	1.00	1.65	7.81	11.83
F4	1.57	2.00	1.00	1.00	0.42	7.81	13.90
Totale	28.72						

Tabella 9-28 - Aree, baricentri e distanza dal baricentro dell'area F1 dei fori presenti sulla facciata

Muro	S _x [m ³]	S _y [m ³]
F1	0.00	0.00
F2	7.35	150.53
F3	78.08	51.55
F4	21.83	12.26
Totale	107.26	214.34

Tabella 9-29 – Momenti statici dei fori presenti sulla facciata

Da cui la posizione del baricentro delle aree dei fori rispetto al centro di rotazione risulta essere:

$$X_G = \frac{S_y}{A_{tot}} + 14.74 = 11.21 \text{ m} \quad (9.40)$$

$$Y_G = \frac{S_x}{A_{tot}} + 9.21 = 5.68 \text{ m} \quad (9.41)$$

Si riportano nella figura sottostante i punti di interesse per la valutazione del meccanismo di ribaltamento con formazione di una lesione centrale.

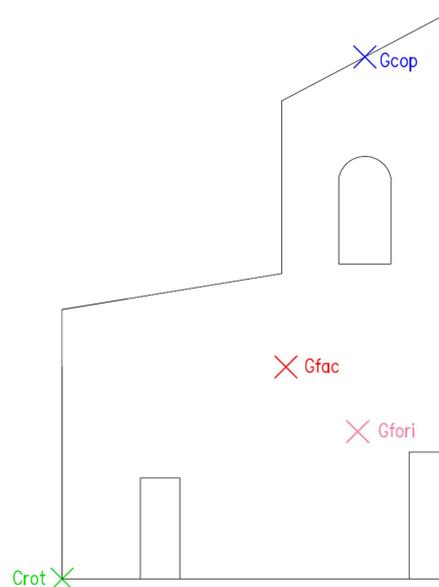


Figura 9.36 - Centro di rotazione (C_{rot}), baricentro della facciata priva di fori (G_{fac}), baricentro dei fori presenti sulla facciata (G_{fori}), punto di applicazione del peso della copertura (G_{cop})

Il coefficiente β rimane naturalmente invariato rispetto al precedente caso di ribaltamento: sia il peso della copertura che quello della muratura vengono dimezzati.

In definitiva i parametri necessari a calcolare il valore del coefficiente χ risultano pari a:

h[m]	b [m]	f [-]	β [-]	b _c [m]	h _m [m]	b _m [m]	h _f [m]	b _f [m]	h _c [m]	b _o [m]
21.80	29.48	0.048	0.02	11.56	8.17	8.55	5.68	11.21	20.11	3.00

Tabella 9-30- Parametri per il calcolo del coefficiente χ

ω_c [-]	β_m [-]	ω_m [-]	β_f [-]	ω_f [-]	β_c [-]	ξ [-]	h _{fascia} [m]	τ_k [MPa]	γ [kN/m ³]
0.78	0.37	0.58	0.26	0.76	0.92	0.10	16.90	0.05	18.00

Tabella 9-31- Parametri per il calcolo del coefficiente χ

Da cui si ottiene:

χ [-]	0.61
λ [-]	0.96

Tabella 9-32- Moltiplicatore di collasso per ribaltamento della facciata con lesione centrale

E' stato ottenuto un valore del moltiplicatore di carico leggermente inferiore a 1.

Con il meccanismo di collasso per ribaltamento con lesione centrale termina l'analisi dei meccanismi di collasso nel piano della facciata. Andando a confrontare i valori dei moltiplicatori di carico è possibile individuare la più probabile crisi della facciata nel suo piano:

Ribaltamento globale	
λ	1.71
Taglio per scorrimento	
λ	0.58
Ribaltamento con lesione centrale	
λ	0.96

Tabella 9-33- Moltiplicatori di collasso per i meccanismi nel piano della facciata

Dalla *Tabella 7.33* appare subito evidente il meccanismo più probabile è quello del taglio per scorrimento dal momento che il valore di λ è quello più basso. Il fenomeno di collasso più improbabile è, invece, il ribaltamento globale.

Valutazione del moltiplicatore di collasso fuori dal piano della facciata

Dopo aver esaminato i meccanismi di collasso nel piano della facciata si è passati allo studio dei fenomeni di danneggiamento fuori dal piano.

L'OPCM 3431/2005 nell'Allegato 11.C prevede che la valutazione del moltiplicatore di collasso λ possa effettuarsi tramite l'analisi limite dell'equilibrio secondo l'approccio cinematico, sotto le seguenti ipotesi:

- resistenza nulla della trazione della muratura;
- assenza di scorrimento tra i blocchi;
- resistenza a compressione infinita della muratura;
- adeguata monoliticità delle pareti murarie (tale da impedire collassi localizzati).

Il procedimento adottato consiste quindi, come per i meccanismi nel piano, nel valutare l'azione orizzontale che attiva il cinemismo esaminato, tramite l'applicazione del Principio dei Lavori Virtuali.

I meccanismi di collasso fuori dal piano non possono essere analizzati senza tenere conto della condizioni di vincolo alla parete, delle carenze e delle eventuali vulnerabilità, sia che si tratti del meccanismo globale che di quelli parziali. Vista l'impossibilità di valutare l'efficacia dei sistemi di ammorsamento tra la parete della facciata e i retrostanti macroelementi verranno prese in considerazione due ipotesi diverse:

- facciata con buon ammorsamento con le pareti longitudinali;
- facciata con cattivo ammorsamento con le pareti longitudinali.

L'espressione per la determinazione del moltiplicatore di collasso risulta (Conti, 2018):

$$\lambda = \frac{1}{\frac{h}{s}} \cdot \chi \quad (9.42)$$

Si può notare che questa è simile a quella utilizzata per i meccanismi nel piano solo che al posto della larghezza della parete si prende in considerazione lo spessore s .

I meccanismi di collasso fuori dal piano per la facciata analizzati, per le due ipotesi, sono:

- ribaltamento globale della facciata;
- ribaltamento globale della parete sinistra;
- ribaltamento globale della parete centrale;
- ribaltamento globale della parete destra;
- ribaltamento parziale della facciata;
- ribaltamento del timpano con formazione di cerniera orizzontale;
- ribaltamento del timpano con formazione di cerniera obliqua.

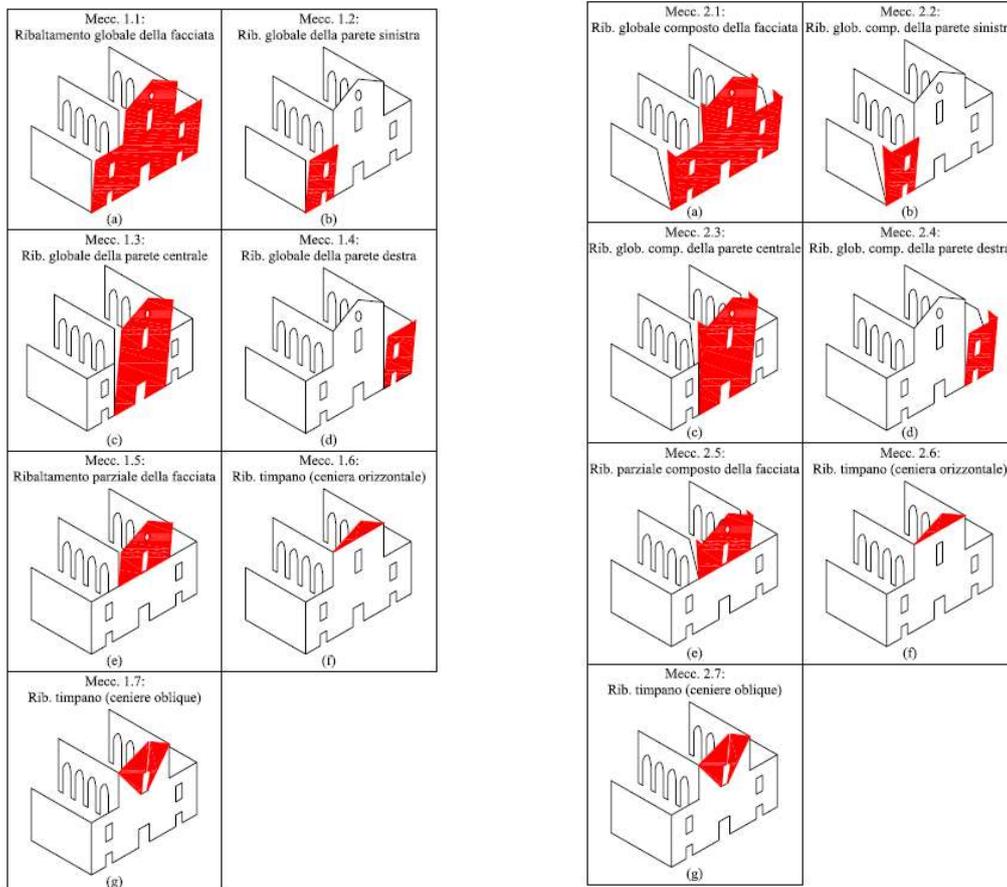


Figura 9.37 - Meccanismi di collasso della facciata fuori dal piano nell'ipotesi di cattivo ammassamento e di buon ammassamento con le pareti longitudinali (Brandonisio, 2007, Figura 8.3 e Figura 8.4)

Meccanismo di ribaltamento globale della facciata con cattivo ammorsamento con le pareti longitudinali

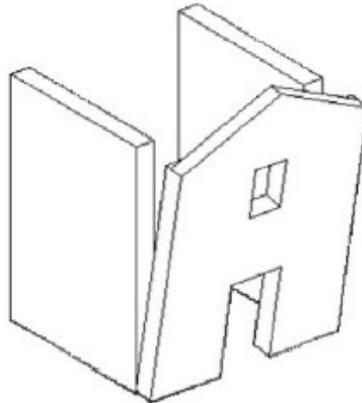


Figura 9.38 - Ribaltamento globale della facciata in presenza di ammorsamento scadente con le pareti laterali (Brandonisio, 2007, Figura 2.8)

Il meccanismo di ribaltamento globale della facciata, nel caso di cattivo ammorsamento con le pareti laterali, è caratterizzato dalla formazione di lesioni verticali in corrispondenza della linea di congiungimento tra la facciata e i muri longitudinali e dalla formazione di una lesione orizzontale alla base della facciata attorno a cui avviene la rotazione. Per determinare il valore del meccanismo di collasso χ si assumono (Brandonisio, 2007):

$$\frac{h}{s} = \frac{h_{max}}{s} \quad (9.43)$$

$$\chi = 0.5 \cdot \frac{1 - f + \beta - \frac{H_{cop}}{W_{muro}} \cdot \frac{h_c}{s/2}}{\beta_m - f \cdot \beta_f + \beta} \quad (9.44)$$

Dove:

- $A_{fori} = \sum_i A_{fi}$;
- $h_f = \frac{\sum_i A_{fi} \cdot h_{fi}}{A_{fori}}$;
- $\beta_f = \frac{h_f}{h_{max}}$;

- $\beta_m = \frac{h_m}{h_{max}}$;
- $\beta = \frac{W_{cop}}{W_{tot}}$;
- h_m è l'altezza media delle facciate sulla base delle aree;
- f è il coefficiente relativo ai fori già calcolato in precedenza;
- s è lo spessore della facciata, che nel caso in esame risulta costante;
- h_c è l'altezza del punto di applicazione del carico della copertura.

La determinazione del valore di h_c non è semplice come nel caso già analizzato: devono essere prese in conto anche le azioni delle volte che forniscono un contributo sfavorevole. Le volte esercitano delle spinte che possono essere considerate come forze inclinate aventi le componenti orizzontali agenti fuori dal piano. Si noti che oltre a tenere conto del contributo orizzontale, si terrà conto anche dell'azione verticale sommando il peso delle volte che scaricano sulla facciata con il peso della copertura.

Le volte da considerare sono le due a crociera sulle navate laterali e quella a botte sulla navata centrale. Nel primo caso viene preso in considerazione lo spicchio di volta a contatto con la facciata, nel secondo caso si considera la volta fino a una profondità pari alla metà della luce della prima campata. Per maggiore chiarezza si riportano aree coinvolte nella figura seguente:

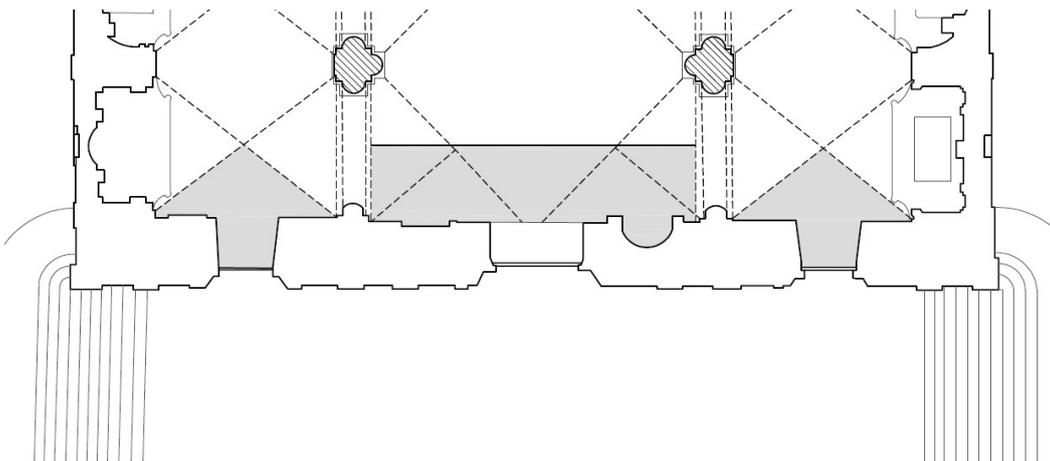


Figura 9.39 - Volte di cui si considera il contributo

Si proceduto con la determinazione della posizione del baricentro delle coperture da cui dedurre il valore h_c . I calcoli effettuati sono stati riportati in *Tabella 7-34*; la volta della navata laterale sinistra è stata codificata come V1, la volta centrale come V2, la volta della navata

laterale destra come V3. Sulla navata centrale viene presa in considerazione soltanto la volta a botte e non le due lunette sulla facciata.

Volta	Area [m ²]	s _i [m]	l _i [m]	X _{gi} [m]	Y _{gi} [m]	d _{xi} [m]	d _{yi} [m]
V1	2.55	0.43	5.94	2.92	0.215	-9.26	-7.06
V2	3.08	0.28	11.01	5.21	0.14	0.00	0.00
V3	2.55	0.43	5.94	2.92	0.215	9.26	-7.06
Totale	8.18						

Tabella 9-34 - Area, baricentro e posizione delle volte rispetto a V2

Volta	Area [m ²]	Profondità [m]	Peso unitario [kN/m ³]	Peso [kN]
V1	2.55	3.02	18.00	69.31
V2	3.08	3.02	18.00	167.43
V3	2.55	3.02	18.00	69.31
Totale	8.18			306.05

Tabella 9-35 - Peso delle volte

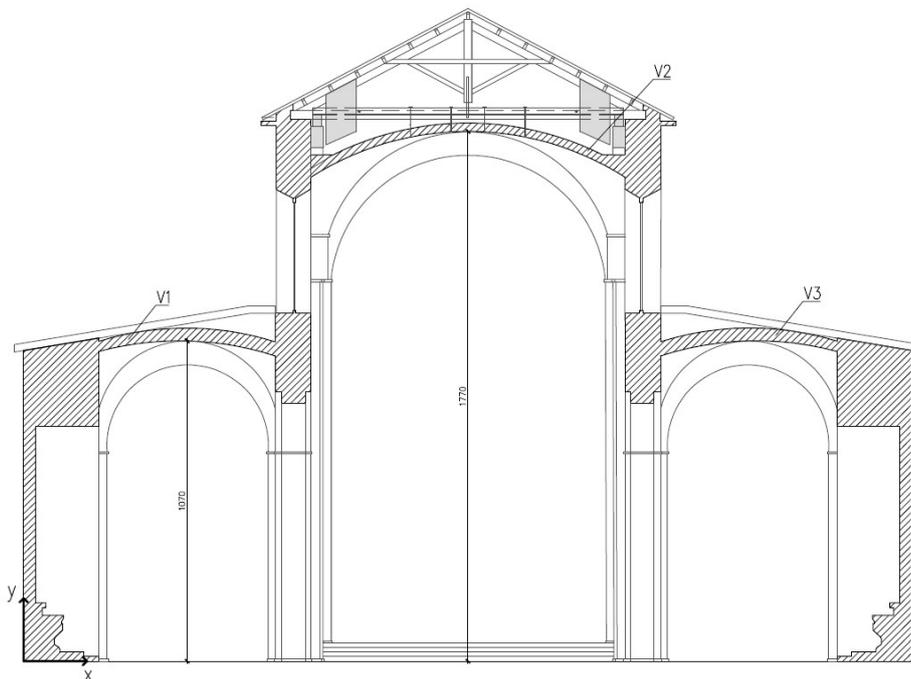


Figura 9.40 - Sezione trasversale del Duomo

La posizione del baricentro delle volte rispetto al sistema riferimento della Figura 7.40 risulta:

$$X_{g,volte} = 14.74 \text{ m}$$

$$Y_{g,volte} = 14.64 \text{ m}$$

Per ottenere in definitiva il valore di h_c viene fatta una media pesata del baricentro delle volte con il punto di applicazione del carico della copertura, ottenendo un valore pari a 18.33 m.

Per quanto riguarda le spinte orizzontali delle volte, la cui somma costituisce il parametro H_{cop} , il valore è stato dedotto dai risultati delle analisi su Midas GEN:

Volta	Spinta Orizzontale [kN]
V1	9.10
V2	7.70
V3	10.00
Totale	26.80

Tabella 9-36 - Spinta orizzontale esercitata dalle volte sulla facciata

I risultati ottenuti vengono forniti nelle tabelle sottostanti.

s [m]	h_{max} [m]	A_f [m ²]	h_f [m]	h_m [m]	f [-]	h_c [m]	H_{cop} [m]	W_{muro} [kN]
2.19	21.80	42.74	6.11	16.10	0.10	18.33	26.80	15927.60

Tabella 9-37- Parametri per il calcolo del coefficiente χ

β [-]	β_f [-]	β_m [-]
0.04	0.28	0.74

Tabella 9-38- Parametri per il calcolo del coefficiente χ

χ [-]	0.61
λ [-]	0.06

Tabella 9-39- Moltiplicatore di collasso per il ribaltamento globale della facciata con cattivo ammorsamento con le pareti longitudinali

Meccanismo di ribaltamento globale della facciata con cattivo ammortamento con le pareti longitudinali

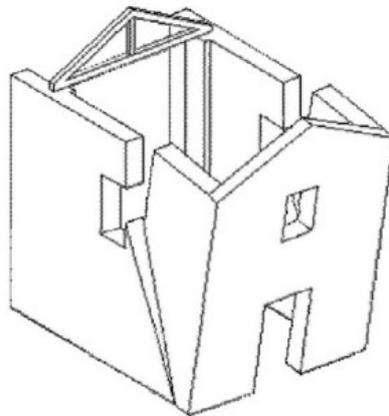


Figura 9.41 - Ribaltamento globale della facciata in presenza di buon ammortamento con le pareti laterali (Brandonisio, 2007, Figura 2.11)

In presenza di connessioni adeguate tra la facciata e i muri longitudinali, il ribaltamento della prima coinvolge anche una porzione della struttura in direzione longitudinale. Questo meccanismo è fortemente influenzato dal tipo di muratura, dalla sua qualità, dalla presenza di aperture sulle pareti longitudinali.

Nelle formule, rispetto al caso precedente, si ha la comparsa del parametro correttivo ψ , che coincide con l'angolo formato dalla diagonale del cuneo di parete che ribalta e la verticale. Per le pareti prive di aperture si può osservare, in generale, che ψ aumenta all'aumentare della qualità muraria; in presenza di aperture in prossimità dell'intersezione tra i muri, le dimensioni e la forma del cuneo dipendono anche da esse. La formula per calcolare χ diventa (Brandonisio, 2007):

$$\chi = 0.5 \cdot \frac{1 - f + \beta - \frac{H_{cop}}{W_{muro}} \cdot \frac{h_c}{s/2} + \left[\sum_i \frac{h_i^2 \cdot tg\psi_i}{A_{tot}} \cdot \frac{k_i \cdot s'_i}{s} \cdot \left(1 + \frac{2}{3} \cdot h_i^2 \cdot tg\psi_i \right) \right]}{\beta_m - f \cdot \beta_f + \beta + \frac{1}{3} \cdot \sum_i \frac{h_i^2 \cdot tg\psi_i}{A_{tot}} \cdot \frac{k_i \cdot s'_i}{s}} \quad (9.45)$$

Dove k_i sono i coefficienti associati alle pareti murarie longitudinali che assumono valori differenti a seconda che si stiano considerando le arcate longitudinali o i muri perimetrali. Gli altri parametri sono gli stessi utilizzati nel caso precedente.

Prima di calcolare i moltiplicatori di collasso è stato necessario fare alcune assunzioni, vista la mancanza di informazioni relative alla qualità della muratura e allo sviluppo della frattura all'interno della muratura.

Una delle maggiore problematiche nello studio di questo tipo di collasso è quella di determinare il corretto angolo che la diagonale del cuneo ribaltante forma con lo spigolo di collegamento. Nel caso in esame i macroelementi longitudinali con cui è collegata la facciata sono quattro, ma essendo che c'è simmetria è sufficiente studiarne due: una delle pareti perimetrali (macroelemento L2) e una delle pareti adiacenti alla navata centrale (macroelemento L3).

Cominciando dalla parete che affianca la navata centrale, si può notare che è caratterizzata da un'apertura in corrispondenza della facciata, il cui spigolo in basso a destra si trova ad una distanza pari a 2.50 m. Nei primi 4 casi analizzati si suppone che l'angolo che caratterizza il cuneo di ribaltamento si formi all'interno della zona di muratura piena o, al limite, lungo il segmento che collega lo spigolo dell'apertura all'intersezione tra l'arcata longitudinale e la facciata, a partire dall'imposta del primo arco dato che al di sotto di tale quota non è presente il muro. Si esamina poi un quinto caso per tenere conto del cuneo di spinta che potrebbe formarsi all'interno dello spessore della facciata, partendo dalla sua base.

L'altezza della parete piena è pari a 11.77 m, l'altezza a partire dalla base della facciata è pari a 18.77 m. I 5 casi analizzati vengono riportati nell'elenco qui si seguito:

1. Cuneo ad una distanza dallo spigolo pari al 10% dell'altezza della zona piena di muratura;
2. Cuneo ad una distanza dallo spigolo pari al 20% dell'altezza della zona piena di muratura;
3. Cuneo ad una distanza dallo spigolo pari al 30% dell'altezza della zona piena di muratura;
4. Cuneo lungo il segmento che collega lo spigolo all'apertura;
5. Cuneo all'interno della parete di facciata.

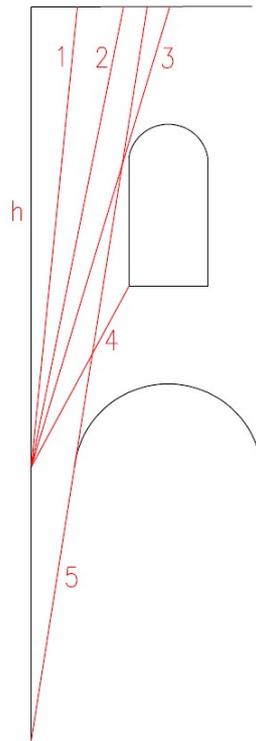


Figura 9.42 - Cunei di spinta analizzati per il macroelemento L3

I valori dell'angolo formato dai cunei di spinta sono:

Caso	h [m]	d [m]	tg ψ [-]	ψ [°]
1	11.77	1.17	0.10	5.68
2	11.77	2.34	0.20	11.24
3	11.77	3.51	0.30	16.61
4	4.62	2.47	0.53	28.13
5	18.77	2.93	0.16	8.87

Tabella 9-40 - Valori di ψ per il macroelemento L3

Per quanto riguarda la parete perimetrale invece non sono presenti aperture in corrispondenza della facciata. Si considerano tre possibili cunei di spinta: uno ad una distanza dallo spigolo pari al 10% dell'altezza della parete, uno ad una distanza dallo spigolo pari al 20% dell'altezza della parete ed uno ad una distanza dallo spigolo pari al 30% dell'altezza della parete.

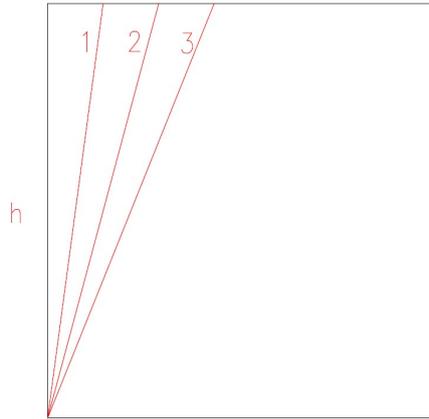


Figura 9.43 - Cunei di spinta analizzati per il macroelemento L2

I valori dell'angolo formato dai cunei di spinta sono:

Caso	h [m]	d [m]	tg ψ [-]	ψ [°]
1	10.38	1.04	0.10	5.71
2	10.38	2.08	0.20	11.31
3	10.38	3.11	0.30	16.70

Tabella 9-41 - Valori di ψ per il macroelemento L2

Per considerare il meccanismo globale di tutta la facciata è necessario considerare tutte le possibili combinazioni dei cunei di spinta. Tenendo conto della simmetria degli elementi longitudinali, si ottengono 15 combinazioni differenti, per le quali si hanno 15 diversi moltiplicatori di collasso. Tra i coefficienti λ si considera quello che identifica la condizione peggiore, cioè quello che ha il valore inferiore. Si riportano nella tabella qui di seguito i risultati ottenuti:

λ 1-1	0.18
λ 1-2	0.30
λ 1-3	0.50
λ 2-1	0.38
λ 2-2	0.49
λ 2-3	0.49
λ 3-1	0.68
λ 3-2	0.78
λ 3-3	0.94
λ 4-1	0.16
λ 4-2	0.28

λ 4-3	0.51
λ 5-1	1.08
λ 5-2	1.16
λ 5-3	1.30

Tabella 9-42 - Moltiplicatori di collasso derivanti dalle combinazioni dei possibili cunei di spinta

Lo scenario di collasso più pericoloso risulta quello in cui nelle pareti adiacenti alla navata centrale il distacco avviene lungo il segmento che arriva nello spigolo dell'apertura e in quelle perimetrali ad una distanza pari al 10% dell'altezza. Il moltiplicatore di collasso immediatamente più grande si differenzia solamente di 0.02 e coincide con il caso in cui in tutti i macroelementi il cuneo di spinta si forma a partire da una distanza pari al 10% dell'altezza degli stessi.

Come si evince dagli ultimi 3 valori presenti nella *Tabella 7-42*, i meccanismi di collasso più improbabili sono quelli per cui il cuneo di spinta andrebbe a formarsi in parte all'interno del muro della facciata.

[Meccanismo di ribaltamento globale della parete sinistra con cattivo ammorsamento con le pareti laterali](#)

In questo caso si suppone che il meccanismo di ribaltamento si manifesti solo nelle parete di fronte alla navata laterale sinistra. Il collasso è caratterizzato dalla formazione di lesioni verticali in corrispondenza dello spigolo sinistro della facciata e di una orizzontale alla base di essa. Nel calcolo del moltiplicatore di collasso si considerano l'altezza (h_1) e lo spessore (s_1) della porzione di facciata analizzata e l'espressione utilizzata per il calcolo del coefficiente χ è la seguente (Brandonisio, 2007):

$$\chi = 0.5 \cdot \frac{1 - f + \beta - \frac{H_{cop}}{W_{muro}} \cdot \frac{h_1}{s_1/2}}{0.5 - f \cdot \beta_f + \beta} \quad (9.46)$$

In cui i parametri variano, naturalmente, rispetto al caso di ribaltamento globale della facciata. I risultati sono illustrati nelle tabelle qui di seguito.

s_1 [m]	h_1 [m]	A_f [m ²]	A_{tot} [m ²]	h_f [m]	f [-]	H_{cop} [m]	W_{muro} [kN]
2.19	11.76	5.85	92.80	1.95	0.06	9.10	3658.18

Tabella 9-43- Parametri per il calcolo del coefficiente χ

β [-]	β_f [-]
0.02	0.17

Tabella 9-44- Parametri per il calcolo del coefficiente χ

χ [-]	0.92
λ [-]	0.17

Tabella 9-45- Moltiplicatore di collasso per il ribaltamento globale della parete sinistra con cattivo ammorsamento con le pareti longitudinali

Meccanismo di ribaltamento globale della parete sinistra con buon ammorsamento con le pareti laterali

Il meccanismo analizzato si differenzia da quello con cattivo ammorsamento per la presenza di una porzione della parete longitudinale sinistra che ribalta insieme alla parte sinistra della facciata.

Nell'espressione di λ si andranno sempre ad utilizzare i parametri relativi alla porzione di facciata di fronte alle navate laterali h_1 e s_1 . Per quanto riguarda χ l'espressione utilizzata è (Brandonisio, 2007):

$$\chi = 0.5 \cdot \frac{1 - f + \beta - \frac{H_{cop}}{W_{muro}} \cdot \frac{h_1}{s_1/2} + \frac{h_1^2 \cdot tg\psi_1}{A_{tot}} \cdot \frac{s_1}{s_1} \cdot (1 + \frac{2}{3} \cdot h_1^2 \cdot tg\psi_1)}{0.5 - f \cdot \beta_f + \beta + \frac{1}{3} \cdot \frac{h_1^2 \cdot tg\psi_1}{A_{tot}} \cdot \frac{s_1}{s_1}} \quad (9.47)$$

I parametri che compaiono nella formula sono gli stessi del meccanismo precedente con l'aggiunta di ψ_1 relativo alla muratura perimetrale, che può essere dedotto dallo studio del meccanismo di collasso globale della facciata. Per i diversi valori dell'angolo formato dal cuneo di spinta si calcola il moltiplicatore di collasso e si considera il caso peggiore, cioè quello per cui λ è più piccolo.

Caso	h [m]	d [m]	tg ψ_1 [-]	Ψ_1 [°]	χ [-]	λ [-]
1	10.38	1.04	0.10	5.71	2.21	0.41
2	10.38	2.08	0.20	11.31	5.56	1.04
3	10.38	3.11	0.30	16.70	10.50	1.96

Tabella 9-46 - Calcolo del moltiplicatore di collasso per il ribaltamento della facciata sinistra con buon ammorsamento con le pareti longitudinali

Meccanismo di ribaltamento globale della parete centrale con cattivo ammorsamento con le pareti laterali

Il cinematisma analizzato è caratterizzato dalla formazione di lesioni verticali in corrispondenza delle zone di attacco con i macroelementi longitudinali adiacenti alla navata centrale e dalla formazione di una lesione orizzontale posizionata alla base della parte centrale della facciata.

Nel calcolo del moltiplicatore di collasso si considerano l'altezza (h_{max}) e lo spessore (s_2) della porzione di facciata analizzata e l'espressione utilizzata per il calcolo del coefficiente χ è la seguente (Brandonisio, 2007):

$$\chi = 0.5 \cdot \frac{1 - f + \beta - \frac{H_{cop}}{W_{muro}} \cdot \frac{h_c}{s_2/2}}{\beta_m - f \cdot \beta_f + \beta} \quad (9.48)$$

Il valore dei parametri varia rispetto ai casi precedenti, i risultati vengono illustrati nelle tabelle qui di seguito.

s [m]	h_{max} [m]	A_f [m ²]	h_f [m]	A_{tot} [m ²]	h_m [m]	f [-]	h_c [m]	H_{cop} [m]	W_{muro} [kN]
2.19	21.80	31.04	7.68	255.86	10.08	0.12	19.99	7.70	10086.00

Tabella 9-47- Parametri per il calcolo del coefficiente χ

β [-]	β_f [-]	β_m [-]
0.03	0.35	0.46

Tabella 9-48- Parametri per il calcolo del coefficiente χ

χ [-]	1.00
λ [-]	0.10

Tabella 9-49- Moltiplicatore di collasso per il ribaltamento globale della parete centrale con cattivo ammorsamento con le pareti longitudinali

Meccanismo di ribaltamento globale della parete centrale con buon ammorsamento con le pareti laterali

Il collasso avviene in maniera analoga al caso precedente, ma con l'aggiunta del ribaltamento di una porzione delle pareti longitudinali. Nell'espressione di λ compaiono i parametri s_2 e h_{\max} ; la formula per il calcolo di χ risulta essere (Brandonisio, 2007):

$$\chi = 0.5 \cdot \frac{1 - f + \beta - \frac{H_{cop}}{W_{muro}} \cdot \frac{h_c}{s_1/2} + \frac{h_2^2 \cdot tg\psi_2}{A_{tot}} \cdot \frac{2 \cdot s_2}{s_2} \cdot (1 + \frac{2}{3} \cdot h_2^2 \cdot tg\psi_2)}{\beta_m - f \cdot \beta_f + \beta + \frac{1}{3} \cdot \frac{h_2^2 \cdot tg\psi_2}{A_{tot}} \cdot \frac{2 \cdot s_2}{s_2}} \quad (9.49)$$

I parametri sono gli stessi utilizzati per il caso di cattivo ammorsamento con l'aggiunta dell'angolo di distacco del cuneo di spinta. Come in precedenza sono stati utilizzati i diversi valori di ψ per calcolare i relativi moltiplicatori di collasso e determinare il caso peggiore.

Caso	h [m]	d [m]	tg ψ_2 [-]	Ψ_2 [°]	χ [-]	λ [-]
1	11.77	1.17	0.10	5.68	6.59	0.66
2	11.77	2.34	0.20	11.24	20.09	2.02
3	11.77	3.51	0.30	16.61	38.56	3.87
4	4.62	2.47	0.53	28.13	94.16	9.46
5	18.77	2.93	0.16	8.87	13.55	1.36

Tabella 9-50 - Calcolo del moltiplicatore di collasso per il ribaltamento della facciata centrale con buon ammorsamento con le pareti longitudinali

Meccanismo di ribaltamento globale della parete destra con cattivo ammorsamento con le pareti laterali

Il moltiplicatore di collasso per meccanismo di ribaltamento della parete destra con cattivo ammorsamento è lo stesso individuato per la parete sinistra dato che i parametri sono gli stessi.

Meccanismo di ribaltamento globale della parete destra con buon ammorsamento con le pareti laterali

Il moltiplicatore di collasso per meccanismo di ribaltamento della parete destra con buon ammorsamento è lo stesso individuato per la parete sinistra dato che i parametri sono gli stessi.

Meccanismo di ribaltamento parziale della facciata con cattivo ammorsamento con le pareti laterali

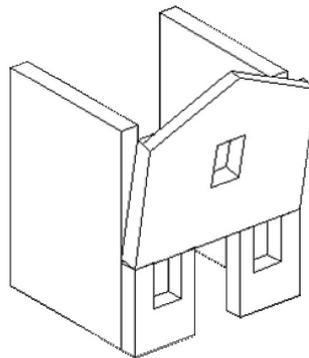


Figura 9.44 - Ribaltamento parziale della facciata con cattivo ammorsamento con le pareti laterali (Brandonisio, 2007, Figura 2.9)

Il ribaltamento parziale della facciata con cattivo ammorsamento con le pareti laterali consiste in una rotazione fuori dal piano della parte superiore della parete centrale della facciata. La cerniera si localizza su un piano di debolezza, che in questo caso è stato assunto ad una quota pari 11.67 m, cioè in corrispondenza del punto di attacco della porzione laterale della facciata con la porzione centrale. Da quel punto, infatti, la facciata di fronte alla navata centrale perde

il confinamento laterale. Le formule utilizzate per il calcolo del moltiplicatore di collasso sono le seguenti (Brandonisio, 2007):

$$\lambda = \frac{1}{\bar{h}/s} \cdot \chi \quad (9.50)$$

$$\chi = 0.5 \cdot \frac{1 - f + \beta - \frac{H_{cop}}{W_{muro}} \cdot \frac{\bar{h}}{s_2/2}}{\beta_m - f \cdot \beta_f + \beta} \quad (9.51)$$

In cui i parametri sono calcolati come per i meccanismi precedenti. Si noti che l'altezza coinvolta corrisponde alla distanza verticale tra il piano di debolezza e la sommità della facciata. I risultati che si ottengono sono illustrati nelle tabelle sottostanti:

s_2 [m]	h [m]	A_f [m ²]	h_f [m]	A_{tot} [m ²]	h_m [m]	f [-]	h_c [m]	H_{cop} [m]	W_{muro} [kN]
2.19	10.03	31.04	7.68	255.86	10.08	0.12	19.99	7.70	10086.00

Tabella 9-51- Parametri per il calcolo del coefficiente χ

β [-]	β_f [-]	β_m [-]
0.03	0.77	1.00

Tabella 9-52- Parametri per il calcolo del coefficiente χ

χ [-]	0.48
λ [-]	0.10

Tabella 9-53- Moltiplicatore di collasso per il ribaltamento parziale della facciata con cattivo ammorsamento con le pareti longitudinali

Meccanismo di ribaltamento parziale della facciata con buon ammortamento con le pareti laterali

Come si può vedere dalla *Figura 7.45* il meccanismo è analogo al precedente con la differenza che vengono coinvolte anche le pareti longitudinali della navata centrale.

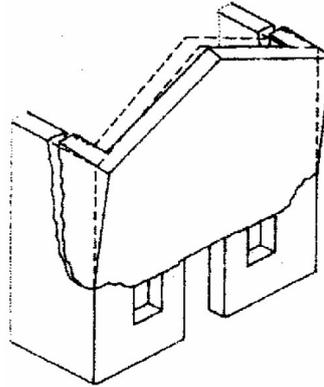


Figura 9.45 - Ribaltamento parziale della facciata con buon ammortamento con le pareti laterali (Brandonisio, 2007, Figura 2.12)

Nella formula per il calcolo di χ (Brandonisio, 2007), oltre a comparire l'angolo ψ , variano leggermente i parametri di altezza: vengono introdotte h_1 e h_2 , cioè l'altezza di gronda della navata laterale e della navata centrale.

$$\chi = 0.5 \cdot \frac{1 - f + \beta - \frac{H_{cop}}{W_{muro}} \cdot \frac{\bar{h}}{s_2/2} + \frac{(h_2 - h_1)^2 \cdot tg\psi_2 \cdot \frac{2 \cdot s_2}{s_2} \cdot (1 + \frac{2}{3} \cdot (h_2 - h_1)^2 \cdot tg\psi_2)}{A_{tot}}}{2 \cdot \left(\beta_m - f \cdot \beta_f + \beta + \frac{1}{3} \cdot \frac{h_2^2 \cdot tg\psi_2 \cdot \frac{2 \cdot s_2}{s_2}}{A_{tot}} \right)} \quad (9.52)$$

Come per i meccanismi di collasso con buon ammortamento analizzati in precedenza si individua il peggiore tra i moltiplicatori di collasso.

Caso	h [m]	d [m]	tg ψ [-]	ψ [°]	χ [-]	λ [-]
1	11.77	1.17	0.10	5.68	0.54	0.12
2	11.77	2.34	0.20	11.24	0.71	0.16
3	11.77	3.51	0.30	16.61	0.98	0.21
4	4.62	2.47	0.53	28.13	2.00	0.44
5	18.77	2.93	0.16	8.87	0.63	0.14

Tabella 9-54 - Calcolo del moltiplicatore di collasso per il ribaltamento parziale della facciata con buon ammortamento con le pareti longitudinali

Meccanismo di ribaltamento del timpano con formazione di cerniera orizzontale

Il meccanismo analizzato consiste in una rotazione fuori dal piano del timpano della facciata, cioè della porzione in sommità di essa, con formazione di una cerniera cilindrica alla base del timpano stesso.

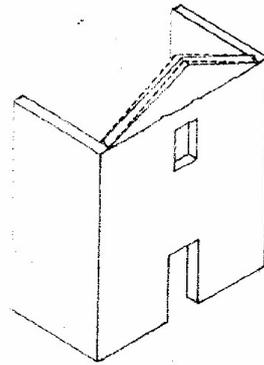


Figura 9.46 - Ribaltamento del timpano con formazione di cerniera orizzontale (Brandonisio, 2007, Figura 2.13)

Il collasso non è influenzato dal grado di ammorsamento della facciata con le pareti. Le espressioni utilizzate per determinare il moltiplicatore di collasso sono (Brandonisio, 2007):

$$\lambda = \frac{1}{h^*/s_{timpano}} \cdot \chi \quad (9.53)$$

$$\chi = 0.5 \cdot \frac{1 + \beta - \frac{H_{cop}}{W_{muro}} \cdot \frac{h^*}{s_{timpano}/2}}{0.33 + \beta} \quad (9.54)$$

In cui i parametri sono da riferirsi al timpano. Si può notare che scompaiono i termini relativi ai fori dal momento che questa porzione di facciata ne è priva, così come β_m perché naturalmente il baricentro è posizionato a 1/3 dell'altezza.

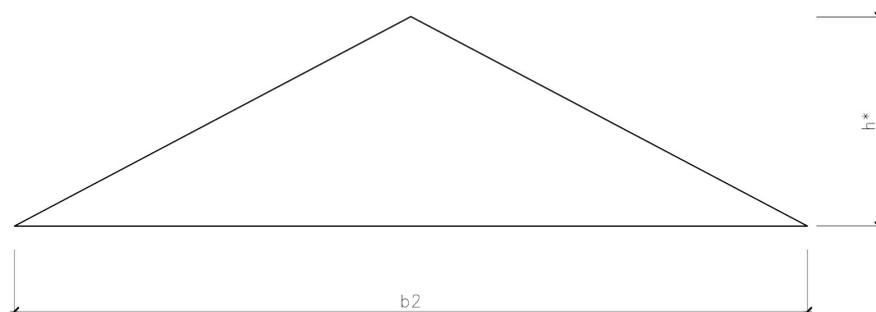


Figura 9.47 - Parametri geometrici del timpano

Si riassumono nelle tabelle seguenti i risultati ottenuti:

s_{tim} [m]	h^* [m]	b_2 [m]	A_{tot} [m ²]	H_{cop} [m]	W_{muro} [kN]	β [-]
2.19	3.38	12.72	21.50	7.70	847.40	0.35

Tabella 9-55 - Parametri per il calcolo del coefficiente χ

χ [-]	0.97
λ [-]	0.63

Tabella 9-56 - Moltiplicatore di collasso per il ribaltamento del timpano con formazione di cerniera orizzontale

Meccanismo di ribaltamento del timpano con formazione di cerniera obliqua

L'ultimo meccanismo analizzato per la facciata della cattedrale è il ribaltamento fuori dal piano del timpano quando, in presenza di un'apertura in prossimità di esso, si formano una lesione verticale con origine nel suo vertice e, in contemporanea, due cerniere oblique con punto di partenza dagli spigoli delle aperture e con arrivo alla quota di imposta.

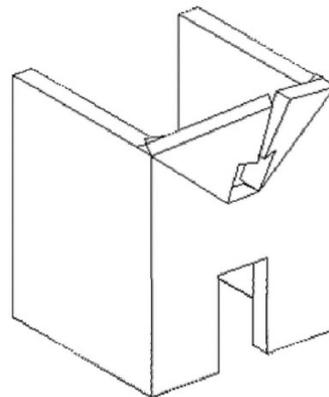


Figura 9.48 - Ribaltamento del timpano con formazione di cerniera obliqua (Brandonisio, 2007, Figura 2.14)

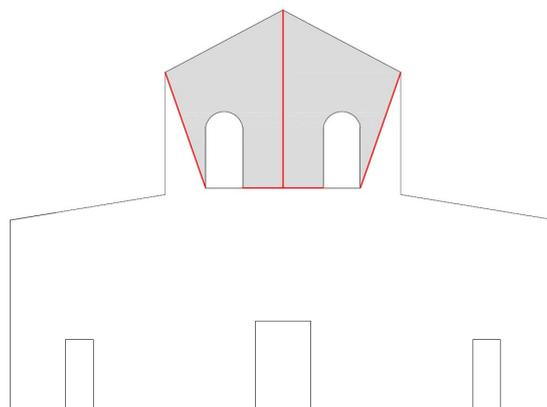


Figura 9.49 - Ribaltamento del timpano con formazione di cerniera obliqua per la facciata del Duomo di Torino

Un cinematismo di questo tipo è causato dall'azione di martellamento che esercita la trave di colmo. Il moltiplicatore di collasso λ risulta (Brandonisio, 2007):

$$\lambda = \frac{1}{\bar{h}/s_{timpano}} \cdot \chi \quad (9.55)$$

Dove l'altezza coinvolta coincide con distanza verticale tra il colmo della navata laterale e quello della navata centrale. Per la determinazione di χ si utilizza la seguente formula (Brandonisio, 2007):

$$\chi = 0.75 \cdot \frac{1 - f + \beta - \frac{H_{cop}}{W_{muro}} \cdot \frac{\bar{h}}{s_{timpano}/2}}{0.5 - f \cdot \beta_f + \beta} \quad (9.56)$$

Dove:

- $f = \frac{h_a \cdot b_a}{\bar{h} \cdot b}$;
- $\beta_f = \frac{h_a}{\bar{h}}$;
- h_a coincide con l'altezza delle aperture;
- b_a si considera pari alla distanza tra i spigoli esterni delle due aperture;
- b è la larghezza della facciata.

Si illustrano i risultati ottenuti nelle

s_{tim} [m]	h^* [m]	b_a [m]	h_a [m]	A_{tot} [m ²]	f [-]	H_{cop} [m]	W_{muro} [kN]	β [-]	β_f [-]
2.19	10.03	8.36	4.15	89.74	0.12	7.70	3537.74	0.08	0.41

Tabella 9-57 - Parametri per il calcolo del coefficiente χ

χ [-]	1.33
λ [-]	0.29

Tabella 9-58 – Moltiplicatore di collasso per il ribaltamento del timpano con formazione di cerniera obliqua

9.4.2 Sezioni trasversali sulla navata

Per quanto riguarda i meccanismi di collasso delle sezioni trasversali sulla navata si prende in esame il ribaltamento nel piano. Le sezioni trasversali sono costituite dai macroelementi trasversali T2, T3, T4, T5, T6, T7, T8 e T9.

La valutazione dei meccanismi di collasso nel piano viene effettuata solamente per i macroelementi T8 e T9, dato che come si può vedere dall'analisi della ripartizione delle azioni orizzontali, gli altri macroelementi giocano un ruolo marginale.

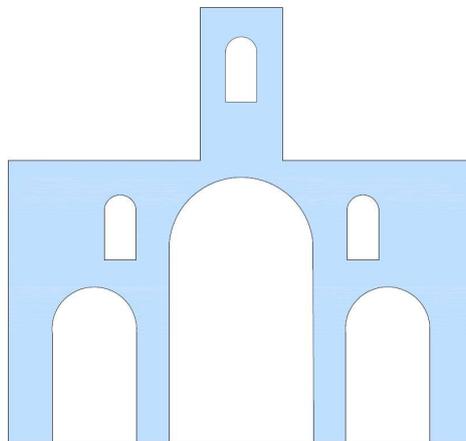


Figura 9.50 - Macroelemento T8

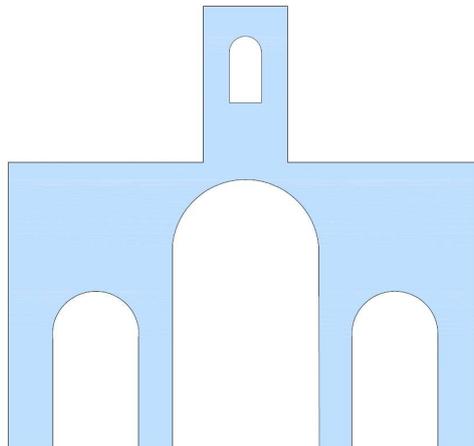


Figura 9.51 - Macroelemento T9

Conducendo un'analisi semplificata essenzialmente si può ricadere in uno dei seguenti casi:

- Comportamento ad arco;
- Comportamento a portale multicampata.

Nel caso in esame le sezioni vengono ricondotte a dei portali multicampata. Essendo che le tre navate sono differenti in termini di area dei fori, altezze e spessori degli elementi si procede facendo una media tra i diversi valori e ottenendo così lo schema in *Figura 7.52*.

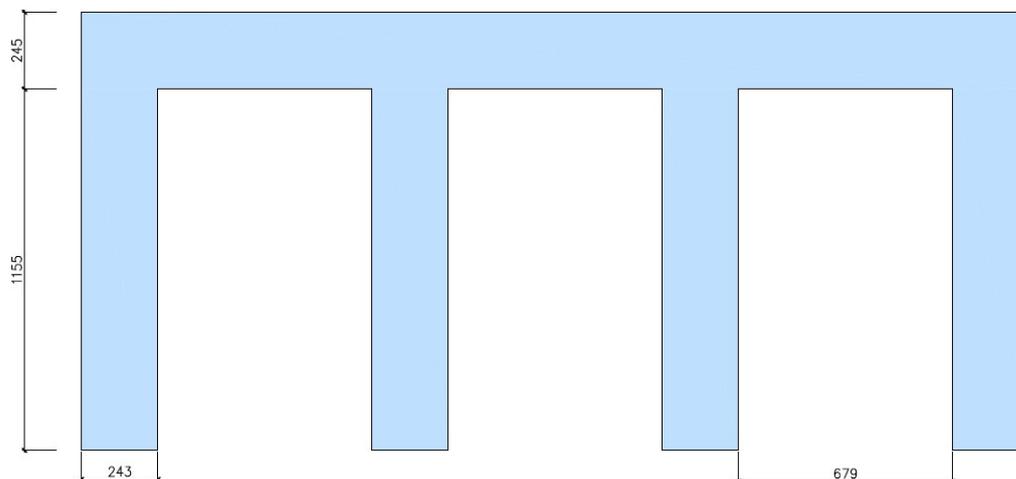


Figura 9.52 - Macroelemento T8 semplificato con portale a multicampata

APERTURE – MACROELEMENTO T8					
<i>Elemento [-]</i>	<i>Area [m²]</i>	<i>Area media [m²]</i>	<i>Luce [m]</i>	<i>Luce media [m]</i>	<i>Altezza media [m]</i>
A1	49.61	81.18	5.62	6.79	11.95
A2	144.33		9.14		
A3	49.61		5.62		

Tabella 9-59 - Calcolo della dimensione media delle aperture

ELEMENTI VERTICALI - MACROELEMENTO T8		
<i>Elemento [-]</i>	<i>Spessore [m]</i>	<i>Spessore medio [m]</i>
M1	2.77	2.43
P1	2.08	
P2	2.08	
M2	2.77	

Tabella 9-60 - Calcolo dello spessore medio degli elementi verticali

ALTEZZE - MACROELEMENTO T8		
<i>Elemento [-]</i>	<i>Altezza [m]</i>	<i>Altezza media [m]</i>
E1	10.38	14.00
E2	21.23	
E3	10.38	

Tabella 9-61 - Calcolo dell'altezza media degli elementi verticali

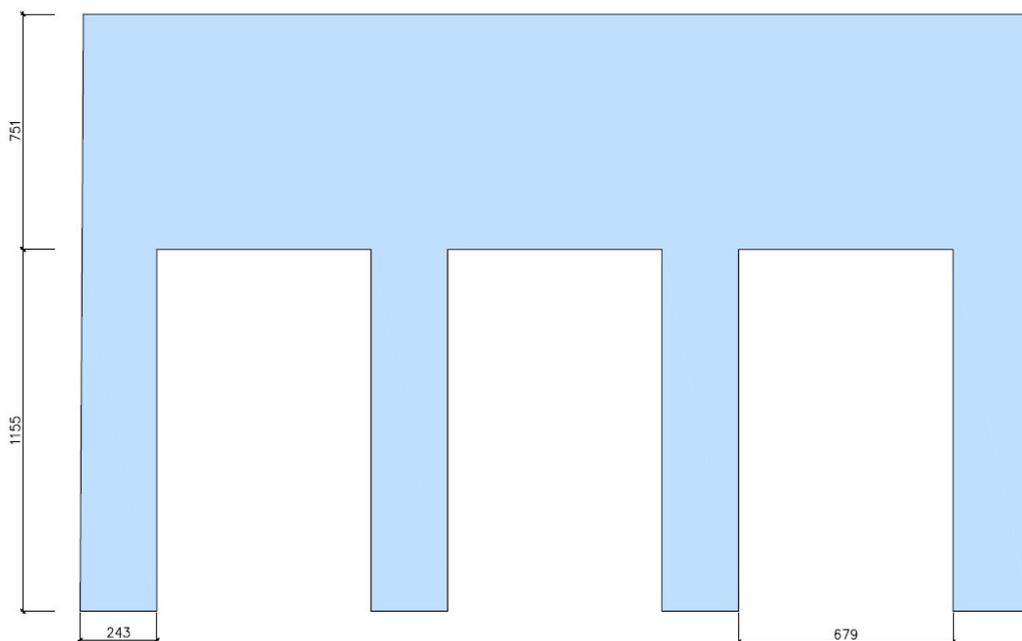


Figura 9.53 - Macroelemento T9 semplificato con portale a multicampata

APERTURE - MACROELEMENTO T9					
Elemento [-]	Area [m ²]	Area media [m ²]	Luce [m]	Luce media [m]	Altezza media [m]
A1	49.61	81.18	5.62	6.79	11.95
A2	144.33		9.14		
A3	49.61		5.62		

Tabella 9-62 - Calcolo della dimensione media delle aperture

ELEMENTI VERTICALI - MACROELEMENTO T9		
Elemento [-]	Spessore [m]	Spessore medio [m]
M1	2.77	2.43
P1	2.08	
P2	2.08	
M2	2.77	

Tabella 9-63 - Calcolo dello spessore medio degli elementi verticali

ALTEZZE - MACROELEMENTO T9		
Elemento [-]	Altezza [m]	Altezza media [m]
E1	17.98	19.06
E2	21.23	
E3	17.98	

Tabella 9-64 - Calcolo dell'altezza media degli elementi verticali

La formula per determinare χ è la seguente (Brandonisio, 2007):

$$\chi = \frac{(n-1)[1 - (n-1) \cdot \xi] \cdot \xi}{n \cdot f} \cdot \frac{\left[1 - 0.5 \cdot f \cdot \left(1 + \frac{1}{(n-1) \cdot \xi}\right) + \beta\right]}{1 - f + \beta} \quad (9.57)$$

Essa è molto simile a quella che si utilizzerebbe nel caso di comportamento ad arco, la differenza è che tiene conto della presenza delle colonne e di un maggior numero di spazi vuoti.

I parametri che compaiono nella formula sono:

- $\beta = \frac{W_{cop}}{W_{muro}}$;
- W_{cop} è il peso della copertura agente sull'elemento, W_{muro} è il peso del blocco trasversale, privo di fori;
- $f = (n-1) \cdot \frac{b_0 \cdot h_0}{b \cdot h}$;
- n è il numero di aperture, b_0 e h_0 sono la larghezza e l'altezza delle aperture;
- $\xi = \frac{b_0}{b}$;
- b e h sono la base e l'altezza del blocco trasversale.

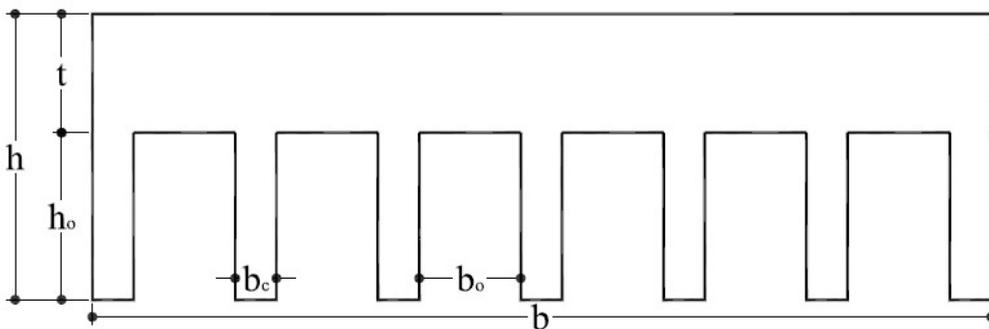


Figura 9.54 - Caratteristiche geometriche del portale multicampata (Brandonisio, 2007, Figura 6.42)

Le aree di influenza della copertura per determinarne il peso sono mostrate nelle immagini seguenti. Si considera la copertura sul transetto dal momento che le coperture sulle tre navate scaricano sugli elementi longitudinali e della porzione di cupola che scarica direttamente sull'elemento. Non si tiene conto del contributo delle volte in quanto risulta stabilizzante per questa tipologia di meccanismo.

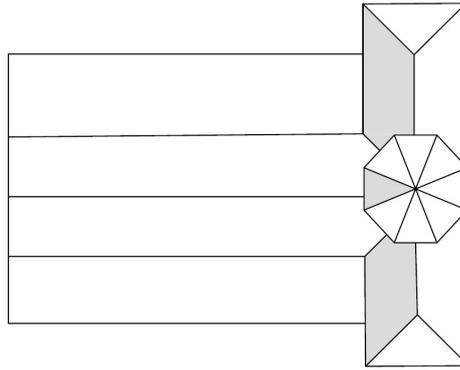


Figura 9.55 -Porzioni di copertura che scaricano sul macroelemento T8

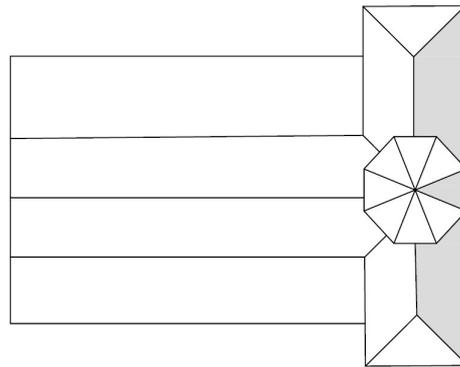


Figura 9.56 -Porzioni di copertura che scaricano sul macroelemento T9

Il moltiplicatore di collasso si calcola come (Brandonisio, 2007):

$$\lambda = \frac{1}{\frac{h}{b}} \cdot \chi \quad (9.58)$$

Si riassumono i risultati ottenuti nelle tabelle sottostanti.

b [m]	h [m]	s [m]	b ₀ [m]	h ₀ [m]	A [m ²]	n [-]	f [-]	β [-]	ξ [-]	W _{muro} [kN]	W _{cop} [kN]
30.09	14.00	2.40	6.79	11.55	185.99	3.00	0.37	0.05	0.23	8034.62	361.57

Tabella 9-65 – Parametri relativi al macroelemento T8 per il calcolo del coefficiente χ

χ [-]	0.15
λ [-]	0.32

Tabella 9-66 - Moltiplicatore di collasso per il ribaltamento nel piano del macroelemento T8

b [m]	h [m]	s [m]	b ₀ [m]	h ₀ [m]	A [m ²]	n [-]	f [-]	β [-]	ξ [-]	W _{muro} [kN]	W _{cop} [kN]
30.09	19.06	1.30	6.79	11.55	338.24	3.00	0.27	0.05	0.23	7914.86	361.57

Tabella 9-67- Parametri relativi al macroelemento T9 per il calcolo del coefficiente χ

χ [-]	0.24
λ [-]	0.37

Tabella 9-68 - Moltiplicatore di collasso per il ribaltamento nel piano del macroelemento T9

9.4.3 Arcate longitudinali

Le arcate longitudinali della cattedrale coincidono con i macroelementi L3 e L4, che risultano perfetti uguali per cui è possibile studiare un unico schema. Come nel caso precedente si studia il meccanismo di ribaltamento nel piano del macroelemento, tramite uno schema a portale multicampata; come per le sezioni trasversali le dimensioni degli elementi, le altezze e le aree dei fori sono variabili, perciò si ricaverà uno schema medio.

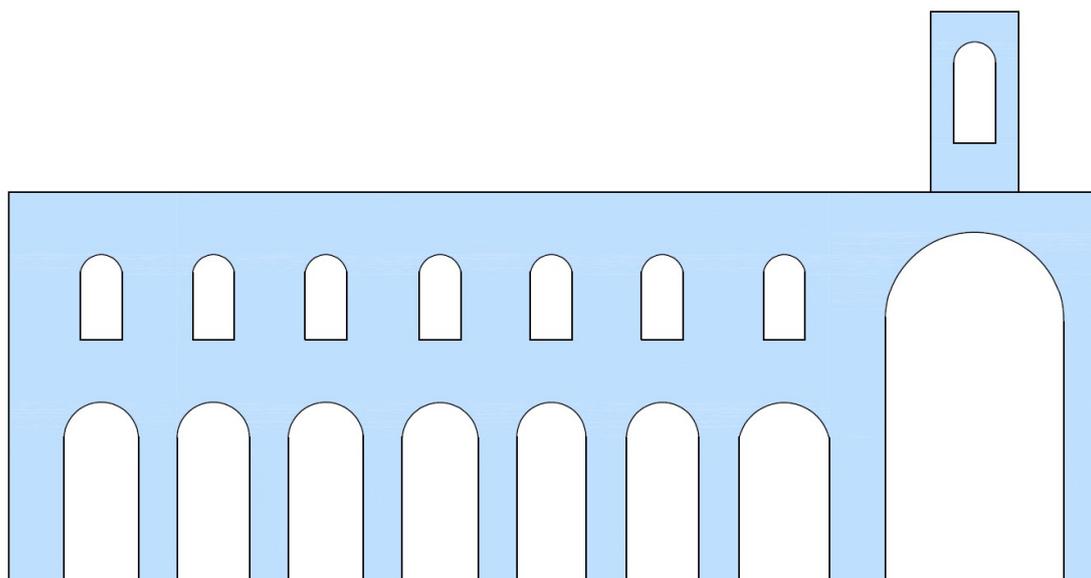


Figura 9.57 - Macroelementi L3 e L4

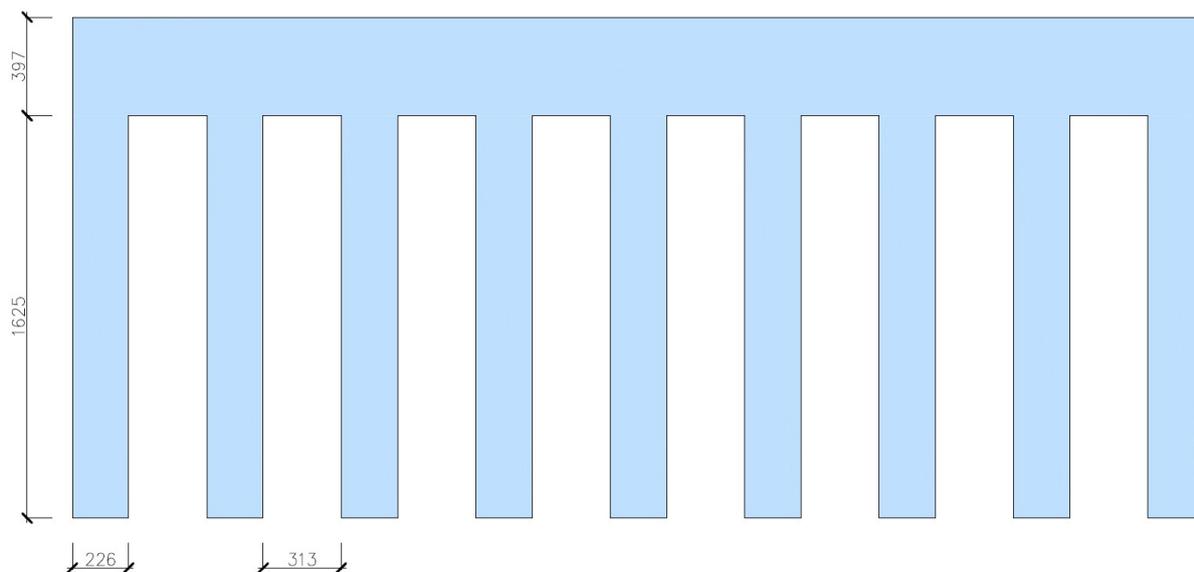


Figura 9.58 - Macroelementi L3 e L4 semplificati con portale a multicampata

APERTURE - MACROELEMENTI L3 E L4					
Elemento [-]	Area [m ²]	Area media [m ²]	Luce [m]	Luce media [m]	Altezze media [m]
A1	36.73	50.78	2.79	3.13	16.25
A2	36.22		2.74		
A3	37.17		2.80		
A4	37.62		2.83		
A5	34.86		2.66		
A6	35.97		2.74		
A7	42.90		3.16		
A8	144.80		5.28		

Tabella 9-69 - Calcolo della dimensione media delle aperture

ELEMENTI VERTICALI - MACROELEMENTI L3 E L4		
Elemento [-]	Spessore [m]	Spessore medio [m]
M1	2.65	2.26
P1	1.84	
P2	1.84	
P3	1.84	
P4	1.84	
P5	1.84	
P6	1.84	
P7	2.68	
M2	1.73	

Tabella 9-70 - Calcolo dello spessore medio degli elementi verticali

ALTEZZE - MACROELEMENTI L3 E L4		
Elemento [-]	Altezza [m]	Altezza media [m]
E1	18.77	20.22
E2	21.67	

Tabella 9-71 - Calcolo dell'altezza media degli elementi verticali

Le formule sono le stesse utilizzate per le sezioni trasversali.

Il peso della copertura considerato è pari alla metà del peso del tetto presente sulla navata centrale, costituito dalle capriate, dai listelli, dal tavolato e dalle lose in pietra e dalla copertura della cupola. Le volte non vengono prese in conto dal momento che forniscono un contributo stabilizzante. Per quanto riguarda gli altri parametri si procede come in precedenza.

b [m]	h [m]	s [m]	b ₀ [m]	h ₀ [m]	A [m ²]	n [-]	f [-]	β [-]	ξ [-]	W _{muro} [kN]	W _{cop} [kN]
45.38	20.22	1.05	3.13	16.25	765.00	8.00	0.39	0.01	0.07	14458.43	712.43

Tabella 9-72 - Parametri relativi ai macroelementi L3 e L4 per il calcolo del coefficiente χ

χ [-]	0.05
λ [-]	0.12

Tabella 9-73 - Moltiplicatore di collasso per il ribaltamento nel piano dei macroelementi L3 e L4

9.4.4 Facciate perimetrali longitudinali

Gli ultimi elementi di cui si studiano i meccanismi di collasso sono le pareti longitudinali perimetrali, con riferimento ai macroelementi L2 e L5.

Non si considerano i macroelementi L1 e L6 dato che nella ripartizione delle azioni orizzontali assumono un ruolo marginale.

L'unico meccanismo significativo in questo caso risulta essere il meccanismo di taglio; facendo riferimento ai collassi studiati nel caso della facciata, infatti, si può notare come non abbia senso analizzare i meccanismi di ribaltamento globale o con lesione verticale, in quanto i muri

perimetrali si sviluppano in maniera significativa lungo la direzione orizzontale e la sezione centrale non è la più pericolosa.

Generalmente, per queste porzioni di struttura, nelle chiese si valuta anche il ribaltamento del pannello di altezza superiore rispetto ai muri, ma in questo caso questi hanno altezza costante.

I macroelementi L2 e L5 si differenziano solamente per un'apertura su L5, come si può vedere qui di seguito.



Figura 9.59 - Macroelemento L2

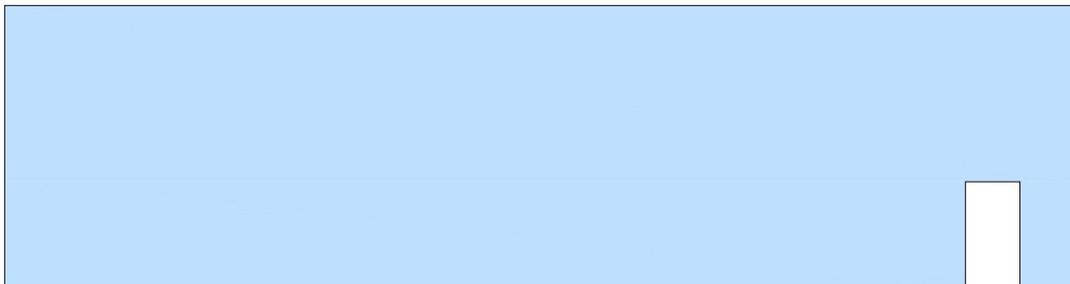


Figura 9.60 - Macroelemento L5

Si procede in maniera analoga a quanto fatto per la facciata, perciò la formula utilizzata sarà (Brandonisio, 2007):

$$\lambda = 0.4 + \frac{f_{vm0} \cdot (1 - \Xi)}{(1 + \beta) \cdot \gamma \cdot h_{med} \cdot (1 - f)} \quad (9.59)$$

In cui:

- f_{vm0} è la resistenza al taglio valutata in precedenza pari a 5 N/cm²;
- Ξ è il rapporto tra la somma delle aperture a quota 0 e la lunghezza di base;
- h_{med} è l'altezza media;
- il coefficiente f è stato valutato in precedenza;

- β è dato di nuovo dal il rapporto tra il peso della copertura e della muratura, senza tener conto del contributo stabilizzante delle volte.

I risultati ottenuti per i due macroelementi vengono riportati nelle tabelle qui di seguito.

b_1 [m]	b [m]	h_{med} [m]	A [m ²]	γ [kN/m ³]	W_{cop} [kN]	W_{muro} [kN]	β [-]	Ξ [-]	f [-]	f_{vm0} [MPa]
0.00	39.31	10.38	408.04	18.00	668.27	7344.68	0.09	0.00	0.096	0.05

Tabella 9-74- Parametri relativi al macroelemento L2 per il calcolo del coefficiente χ

λ [-]	0.67
---------------	------

Tabella 9-75 - Moltiplicatore di collasso per il ribaltamento nel piano del macroelemento L2

b_1 [m]	b [m]	h_{med} [m]	A [m ²]	γ [kN/m ³]	W_{cop} [kN]	W_{muro} [kN]	β [-]	Ξ [-]	f [-]	f_{vm0} [MPa]
2.00	39.31	10.38	408.04	18.00	668.27	7344.68	0.09	0.05	0.096	0.05

Tabella 9-76- Parametri relativi al macroelemento L5 per il calcolo del coefficiente χ

λ [-]	0.66
---------------	------

Tabella 9-77 - Moltiplicatore di collasso per il ribaltamento nel piano del macroelemento L2

Si può notare come i due moltiplicatori di collasso siano praticamente identici per cui l'influenza dell'apertura nel macroelemento L5 è sostanzialmente trascurabile.

9.4.5 Confronto tra i meccanismi di collasso

Dopo aver determinato i moltiplicatori di collasso dei diversi macroelementi si vuole operare un confronto tra essi.

Partendo dalla facciata vengono riportati nella *Tabella 7-78* i valori di λ per i meccanismi nel piano e per i meccanismi fuori dal piano.

Meccanismi nel piano della facciata	
<i>Taglio per scorrimento</i>	0.58
<i>Ribaltamento globale</i>	1.71
<i>Ribaltamento globale con formazione di cerniera verticale</i>	0.96

Tabella 9-78 - Confronto tra i moltiplicatori di collasso dei meccanismi nel piano della facciata

Meccanismi fuori dal piano della facciata		
	Buon ammorsamento	Cattivo ammorsamento
<i>Ribaltamento globale della facciata</i>	0.16	0.06
<i>Ribaltamento globale della parete sinistra</i>	0.41	0.17
<i>Ribaltamento globale della parete centrale</i>	0.66	0.10
<i>Ribaltamento globale della parete destra</i>	0.41	0.17
<i>Ribaltamento parziale della facciata</i>	0.12	0.10
<i>Ribaltamento del timpano con formazione di cerniera orizzontale</i>	0.63	
<i>Ribaltamento del timpano con formazione di cerniera obliqua</i>	0.29	

Tabella 9-79 - Confronto tra i moltiplicatori di collasso dei meccanismi fuori dal piano della facciata

Dai risultati ottenuti si può notare che i meccanismi di collasso fuori dal piano hanno valori del moltiplicatore di collasso più gravosi rispetto a quelli nel piano. Inoltre, come ci si può aspettare, quando è presente un buon ammorsamento con le pareti il comportamento della facciata migliora.

Si procede ad effettuare un confronto anche tra i meccanismi di collasso degli altri macroelementi:

Moltiplicatore di collasso per gli elementi trasversali	
T8	0.32
T9	0.37
Moltiplicatore di collasso per le arcate longitudinali	
L3	0.12
L4	0.12
Moltiplicatore di collasso per i muri longitudinali	
L2	0.67
L5	0.66

Tabella 9-80 - Confronto tra i moltiplicatori di collasso nel piano dei macroelementi T8, T9, L2, L3, L4, L5

Il confronto svolto in *Tabella 7.80* è però privo di significato in quanto il valore dell'azione orizzontale che provoca il collasso deve essere rapportato dal carico verticale (dato dal peso del muro e della copertura) che assume valori molto diversi per i macroelementi analizzati. Per operare un confronto più corretto quindi si è osservata la relazione tra le stime dell'azione orizzontale che provoca i meccanismi di collasso.

Carico orizzontale per gli elementi trasversali [kN]	
T8	2686.78
T9	3062.28
Carico orizzontale per le arcate longitudinali [kN]	
L3	1820.50
L4	1820.50
Carico orizzontale per i muri longitudinali [kN]	
L2	5368.68
L5	5288.55

Tabella 9-81 - Confronto tra le azioni orizzontali che provocano il collasso nel piano dei macroelementi T8, T9, L2, L3, L4 e L5

Dalla *Tabella 7.81* si può osservare come, effettuando un'analisi basata su modelli semplificati, le arcate longitudinali risultino gli elementi più deboli.

10. Conclusioni

Nello svolgimento della presente si sono analizzate le fasi costruttive, il comportamento statico globale e locale della Cattedrale di San Giovanni Battista ed è stata fatta una proposta di consolidamento.

In un primo momento ci si è dedicati a studiare la struttura e la sua evoluzione storica, rivolgendo particolare attenzione ai mutamenti strutturali che hanno riguardato la volta centrale, dalla sua costruzione (avvenuta tra il XV e il XVI secolo) agli interventi di restauro del 1926-1928. Fino a metà Seicento la situazione rimase pressoché invariata, ma nel 1656 a causa di una perturbazione dell'equilibrio (provocata da un terremoto) ci fu una rotazione verso l'esterno dei pilastri presenti ai lati della navata centrale, accompagnata da un crollo di una parte di essa. A seguito di questo evento la zona danneggiata venne ricostruita e vennero aggiunte dodici catene, sei all'intradosso e sei all'estradosso della volta, aventi lo scopo di stabilizzare i pilastri strapiombanti. Nei secoli successivi, nonostante i numerosi interventi manutentivi effettuati nella cattedrale, la condizione della navata centrale rimase invariata, fino a quando durante i rilievi e i saggi svolti nel 1926 si decise di intervenire per migliorare la precaria solidità strutturale della volta e per eliminare le catene giudicate antiestetiche e inefficaci. Proprio in questi anni (tra il 1926 e 1928) si realizzò nel sottotetto della navata centrale un sistema di travi, tiranti e blocchi di cemento che stabilizzò la volta e consentì la rimozione delle catene.

Per una visione più chiara e approfondita, gli eventi che hanno coinvolto la volta centrale sono stati ripercorsi anche durante le analisi, realizzando quattro modelli agli elementi finiti del Duomo di Torino. Il primo è rappresentativo della cattedrale nella sua condizione iniziale, nel secondo si è applicato un cedimento in sommità dei pilastri per simulare gli eventi seicenteschi, nel terzo sono state inserite le catene e nel quarto è stata riprodotta la condizione attuale.

Prima di procedere con la modellazione è stato necessario definire i parametri meccanici dei materiali secondo quanto prescritto dalle NTC18 e dalla Circolare del 2019. La tipologia di

muratura scelta è quella in mattoni pieni e in malta di calce. In base alle informazioni che si avevano in possesso è stato definito un livello di conoscenza LC1 (il minore tra i tre casi possibili), al quale è associato un fattore di confidenza $FC = 1.35$.

Conoscendo le geometrie e avendo definito i parametri dei materiali è stato possibile realizzare i quattro modelli agli elementi finiti della cattedrale utilizzando i due software di calcolo *Midas FEA NX* e *Midas GEN*. *Midas FEA NX* ha permesso la modellazione delle volte e la realizzazione di una mesh più fitta nei punti ritenuti critici, con *Midas GEN* sono stati completati i modelli, assegnati i carichi (secondo quanto prescritto dalla normativa) e svolte le analisi.

Le analisi sono state condotte sia da un punto di vista statico che dinamico. Il primo obiettivo era di fornire un quadro sulla condizione attuale del Duomo, esaminando lo stato deformativo e tensionale nella combinazione fondamentale, gli spostamenti, le frequenze e i modi di vibrare nella combinazione sismica e di effettuare le verifiche a Stato Limite Ultimo e Stato Limite di Vita sulle principali pareti murarie della struttura. Dai risultati è emerso che gli spostamenti sulle pareti adiacenti alla navata centrale, nella combinazione sismica, sono elevati; per far fronte a questa criticità viene fatta in una fase successiva una proposta di intervento.

Dopo aver analizzato la condizione attuale della struttura ci si è soffermati sulle variazioni in termini di spostamento (sia per l'analisi statica che per quella dinamica), che in termini di frequenze (per l'analisi dinamica) nel passaggio da un modello di calcolo all'altro. Gli spostamenti risultano coerenti con i cambiamenti subiti dalla volta, per quanto riguarda le frequenze si hanno variazioni di lieve entità visti i cambiamenti poco significativi in termini di massa nel corso degli anni.

L'individuazione di una criticità negli spostamenti delle pareti adiacenti alla volta centrale ha portato a studiare una proposta di consolidamento per la cattedrale. Analizzando questa parte della struttura sia a livello globale (dai risultati dell'analisi globale), sia a livello locale (calcolando il moltiplicatore di collasso per il ribaltamento semplice fuori dal piano), è emerso che un possibile intervento potrebbe essere l'inserimento di sei catene nella navata centrale, posizionate ad un'altezza media tra l'imposta e la chiave della volta, per ogni coppia di pilastri.

Utilizzando un foglio di calcolo dell'applicativo C.I.N.E. (Condizione d'Instabilità Negli Edifici) sono state dimensionate le catene ed inserite successivamente all'interno di un quinto modello del Duomo, su cui si sono svolte nuovamente l'analisi statica e l'analisi dinamica lineare. Dai risultati delle analisi è emerso che i valori di spostamento critici diminuiscono notevolmente.

Calcolando nuovamente il moltiplicatore di collasso per il meccanismo precedentemente studiato si è notato come questo aumenti, il che significa che per essere attivato necessita di un'azione orizzontale più elevata del caso precedente, per cui la presenza delle catene aumenterebbe la stabilità delle pareti.

Infine, per completezza, si è effettuata una valutazione su larga scala del comportamento sismico della cattedrale di San Giovanni Battista, tramite un approccio semplificato e speditivo, basato sull'uso di parametri geometrici relativi sia alla struttura nel suo complesso, che ai singoli macroelementi che la compongono.

Si sono studiati alcuni dei possibili meccanismi di collasso per i principali macroelementi calcolando il moltiplicatore di collasso λ , mediante l'applicazione del Principio dei Lavori Virtuali. Le situazioni più critiche individuate sono i meccanismi fuori dal piano della facciata e nel piano delle arcate longitudinali.

Bibliografia

Libri

MOMO M., *Il Duomo di Torino: trasformazioni e restauri*, Torino, Celid, 1997

Normative di Riferimento

Decreto Ministeriale 17 gennaio 2018, *Norme Tecniche per le Costruzioni*

Circolare 21 gennaio 2019, n. 7, *Istruzioni per l'applicazione dell'«Aggiornamento delle «Norme tecniche per le costruzioni» di cui al decreto ministeriale 17 gennaio 2018»*

LLGG 2006, *Linee Guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle norme tecniche per le costruzioni*

OPCM 3431, 3 maggio 2005, *Norme tecniche per il progetto, la valutazione e l'adeguamento sismico degli edifici*

Tesi

BRANDONISIO G., *Analisi di edifici a pianta basilicale soggetti ad azioni sismiche*, Dottorato di ricerca in "Consolidamento e Adeguamento Strutturale", Seconda Università degli Studi di Napoli, 2007

CONTI S., *Edifici storici a pianta basilicale: analisi con modelli meccanici e valutazione degli effetti a lungo termine*, Tesi di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile, Politecnico di Torino, 2018

RONDOLINI C., *Analisi di vulnerabilità sismica della chiesa di San Giovanni in Avigliana*, Tesi di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile, Politecnico di Torino, 2018

Documentazione consultata

Diario dei lavori, A.T.T., Archivio del Capitolo del Duomo, Sez. V, Varie, 52, Cartella Duomo X, Restauri VII, 12 novembre 1926

Sezione longitudinale prima dei restauri, scala 1:100, Diario dei lavori, A.T.T., Archivio del Capitolo del Duomo, Sez. V, Varie (in corso di riordino), 15 giugno 1926

Sezione trasversale, scala 1:100, Diario dei lavori, A.T.T., Archivio del Capitolo del Duomo, Sez. V, Varie (in corso di riordino), 15 giugno 1926

Navata centrale- Sezione della volta (guardando verso l'altare in corrispondenza della prima coppia di pilastri), scala 1:20, Diario dei lavori, A.T.T., Archivio del Capitolo del Duomo, Sez. V, Varie (in corso di riordino), 1926

Navata centrale- Sezione della volta (guardando verso l'altare in corrispondenza dell'ultima coppia di pilastri), scala 1:20, Diario dei lavori, A.T.T., Archivio del Capitolo del Duomo, Sez. V, Varie (in corso di riordino), 1926

Sitografia

PULVIRENTI E., *Quando il soffitto è un capolavoro: dieci modelli di volta*, <https://www.didatticarte.it/Blog/?p=3807>, consultato il 28/12/2020

CPSFEA, *Caratteristiche di Midas FEA NX*, <https://www.cspfea.net/prodotti/midas-fea-nx/caratteristiche-midas-fea-nx/>, consultato il 30/12/2020

OPPO, *Profilati metallici Travi INP*, https://www.oppo.it/tabelle/profilati_inp.htm, consultato il 30/12/2020

FURCOLO N., *Azioni del vento sulle costruzioni, guida al calcolo PARTE 1*, <https://biblus.acca.it/calcolo-del-vento-sulle-costruzioni-parte-1/>, consultato il 25/01/2021

Milano L., Mannella A., Morisi C., Martinelli A., *Schede illustrative dei principali meccanismi di collasso locali negli edifici esistenti in muratura e dei relativi modelli cinematici di analisi*, http://www.reluis.it/doc/emergenza_terremoto_abruzzo/Schede_Meccanismi.pdf, consultato il 25/02/2021

Sparacio R., *Interventi di risanamento statico alle strutture murarie della Chiesa di S. Maria Maggiore della Pietrasanta in Napoli*, <https://app.box.com/s/ab37pyz7k9s524m8m9bgokssgyq35g5k>, consultato il 01/03/2021