

# POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria per l'Ambiente e il  
Territorio



Tesi di Laurea Magistrale

## Problemi inversi nel trasporto di inquinanti aeriformi in ambienti urbani

*Approccio basato sulla teoria delle reti complesse*

**Relatore:**

Prof. Luca Ridolfi

**Candidato:**

Giulia Mereu

**Correlatori:**

Dott.ssa Sofia Fellini

Prof. Pietro Salizzoni

Anno Accademico 2020/2021



# Indice

Introduzione .....	4
1. Le reti complesse e la vulnerabilità urbana.....	6
1.1 Reti complesse: concetti basilari .....	6
1.1.1 Rappresentazione e caratteristiche principali delle reti.....	6
1.1.2 La misura della centralità .....	8
1.2. La centralità diretta .....	10
1.2.1 Descrizione del problema: i meccanismi di propagazione .....	10
1.2.2 La misura della centralità applicata al caso studio .....	12
1.2.3 Risultati.....	13
2. Una misura di centralità per i nodi ricettori .....	19
2.1 Definizione di una nuova metrica di centralità .....	19
2.1.1 L’inversione dei link della rete.....	19
2.1.2 Calcolo secondo l’”incloseness” .....	20
2.2 I risultati.....	21
2.3 Confronto delle medie: individuazione del terzo metodo per il calcolo della centralità inversa .....	23
3. L’influenza dei parametri geometrici e topologici sulle metriche di centralità .....	33
4. Applicazione delle reti complesse per la risoluzione dei problemi inversi.....	41
4.1 Caso 1: concentrazione nota ai ricettori e alla sorgente.....	41
4.1.1 Aggiunta di un errore alle concentrazioni .....	43
4.1.2 L’errore spaziale .....	48
4.2 Caso 2: concentrazione nota ai soli ricettori .....	53
5. Conclusioni .....	58
6. Appendice.....	61
A. Mappe di vulnerabilità – centralità inversa .....	61
B. Scatter plot parametri .....	64
Bibliografia.....	68
Sitografia.....	68

## Introduzione

L'inquinamento nelle aree urbane rappresenta un problema di grande attualità e interesse vista l'importanza sia dal punto di vista ambientale che della salute degli abitanti: sono numerose le fonti di inquinamento presenti in un'area urbana e che quotidianamente concorrono all'aumento delle concentrazioni di sostanze nocive per la salute nell'atmosfera, a partire dallo smog generato dai mezzi di trasporto, alle emissioni dovute alle attività industriali, al riscaldamento degli edifici. L'ampio dominio spaziale delle città, il costante aumento della popolazione e la stretta vicinanza presente tra le fonti di inquinamento e i soggetti vulnerabili fanno sì che questi ambienti siano esposti ad un rischio molto elevato, i cui effetti sulla salute della popolazione si osservano spesso sul lungo termine. Oltre alle fonti di inquinamento normalmente presenti in un ambiente urbano, è necessario tenere in considerazione anche la probabilità che avvengano dei rilasci puntuali di un inquinante aeriforme in determinati punti di una città, ad esempio dovuti ad eventi di tipo accidentale (incendi, esplosioni) o colposo, come ad esempio attacchi di matrice terroristica.

Le concentrazioni maggiori di inquinanti vengono rinvenute principalmente a livello pedonale, dove sono presenti numerose fonti di inquinamento, e da qui faticano a disperdersi velocemente nell'atmosfera sovrastante, anche a causa della natura intrinseca della struttura delle città: l'ambiente urbano viene infatti schematizzato come un insieme di canyon, ovvero di strade lunghe e strette, affiancate da edifici molto alti. Le città si presentano quindi come un insieme di canyon, connessi tra di loro in modi variabili e complicati, affiancati da edifici di diverso tipo e dimensioni geometriche: lo studio della dispersione di una sostanza gassosa in ambienti di questo tipo è dunque un processo molto complicato, che deve tenere in considerazione, insieme a tutti gli aspetti topologici e geometrici di una città, anche dei diversi scenari meteorologici che si possono presentare.

Esistono diversi modelli in grado di prevedere, in maniera anche molto accurata, la dispersione delle sostanze gassose in ambienti complessi come quelli urbani, dove subentrano numerosi fattori che influenzano i meccanismi di trasporto, come ad esempio i modelli CFD ("Computational Fluid Dynamics"). Tuttavia, questi modelli, proprio a causa dell'elevata precisione dei risultati che forniscono, richiedono numerosi dati in input e costi di computazione troppo elevati rispetto a quelle che sono le esigenze per una valutazione e un'identificazione che sia il più possibile immediata dei punti più vulnerabili in una città, specialmente durante situazioni di emergenza (incidenti o rilasci colposi).

Per questo motivo, nel presente lavoro di tesi proponiamo un approccio innovativo per modellare la dispersione di sostanze aeriformi in ambiente urbano, ovvero un approccio basato sulla teoria delle reti complesse: questo è un approccio matematico in grado di trattare sistemi molto complicati e studiarne l'interazione e le dinamiche. L'ambiente urbano viene semplificato e visto come un insieme di punti, chiamati nodi, e di archi (o link): i link sono rappresentati dalle strade che costituiscono una città, e contengono le informazioni circa il modo in cui una sostanza si propaga lungo una strada, mentre i nodi rappresentano le intersezioni tra esse. Mediante questo approccio è possibile applicare al sistema delle misure in grado di individuare i punti di una città più vulnerabili: risulta infatti molto importante l'individuazione dei punti di una città che, nell'eventualità in cui vi sia un rilascio di una sostanza aeriforme, diverrebbero i punti più pericolosi in termini di capacità di dispersione di tale sostanza. Lo sviluppo di metodi in grado di individuare efficacemente e rapidamente questi punti di elevata vulnerabilità in una città consentirebbe infatti un aiuto notevole ai fini delle attività di protezione civile: consentirebbe ai comuni delle grandi città di redarre adeguati piani di protezione civile in grado di sviluppare attività di prevenzione e protezione da attuare sia in tempo di pace che in fase di allarme e di informare i cittadini circa i rischi a cui sono soggetti e alle giuste misure da attuare in caso di pericolo. Tale conoscenza darebbe inoltre un importante contributo alle attività di pianificazione urbanistica, consentendo ad esempio di imporre determinati vincoli da rispettare per la costruzione di edifici, servizi o aree urbane di vario tipo in luoghi in cui vi è una maggiore rischio nel caso in cui vi sia una dispersione di sostanze inquinanti.

È inoltre opportuno andare ad individuare le aree della città che presentano un elevato rischio di essere raggiunte da concentrazioni elevate, i cosiddetti punti ricettori. In caso di rilascio di gas tossici nell'atmosfera urbana, tali punti sono quelli che vengono raggiunti con maggiore probabilità e con le concentrazioni più significative. Si tratta quindi di luoghi estremamente a rischio per gli impatti sulla salute delle persone. D'altra parte, potrebbero essere i migliori punti di una città in cui è conveniente posizionare dei sensori di misura per il monitoraggio della qualità dell'aria.

Lo studio dunque si propone di ricercare un metodo per la determinazione dei punti più pericolosi e sensibili al rilascio di sostanze inquinanti in un ambiente urbano che sia efficace e rapido, in modo tale da consentire una semplice individuazione delle aree maggiormente a rischio. Verranno prese in considerazione per le analisi quattro diverse città, con caratteristiche geometriche e topologiche diverse: Firenze, Parigi, New York e Lione. Si vedrà infatti come la diversa struttura che le caratterizza influenza in modo non indifferente la dispersione di sostanze gassose nell'atmosfera e di conseguenza la maggiore o minore vulnerabilità di alcune città rispetto alle altre.

Di seguito verranno brevemente illustrati i diversi argomenti trattati nei capitoli del presente lavoro di tesi.

Nel capitolo 1 si procede con una spiegazione più approfondita dell'approccio delle reti complesse, delle loro caratteristiche, delle misure che consentono di applicare ai sistemi di reti e delle applicazioni. Si introduce poi il concetto di centralità diretta e del problema dei nodi cosiddetti "best spreading nodes", ovvero dei migliori nodi diffusori di sostanze inquinanti nell'atmosfera, al fine di redarre delle mappe di vulnerabilità.

Nel capitolo 2 si introduce il problema della centralità inversa: si vuole individuare un metodo che consenta di determinare quali sono i punti di una città che vengono più facilmente raggiunti da concentrazioni significative a partire dal maggior numero di possibili nodi sorgente.

Nel capitolo 3 si approfondisce lo studio introducendo l'analisi della correlazione con i parametri geometrici e topologici di una città e di come questi influenzino la dispersione nel caso della centralità diretta e della centralità inversa; si calcolano poi i parametri topologici e geometrici sia nel caso della centralità diretta che nel caso della centralità inversa, in modo tale da poterne eseguire il confronto.

Infine, nel capitolo 4, si vuole verificare la possibilità di risalire, a partire dalla conoscenza delle misure di concentrazione ai nodi ricettori, alla posizione della sorgente a partire dalla quale è avvenuto il rilascio della sostanza inquinante. Questa ricerca verrà applicata a due casi diversi: nel primo caso, è nota l'entità del rilascio alla sorgente; nel secondo, sono noti solo i dati relativi ai nodi ricettori.

## 1. Le reti complesse e la vulnerabilità urbana

### 1.1 Reti complesse: concetti basilari

L'approccio delle reti complesse (Yang S., 2013) rappresenta un utile ed efficace strumento matematico, utilizzato in diversi campi dello scibile al fine di rappresentare e comprendere sistemi anche molto complicati, evolutosi a partire dalla teoria dei grafi, teoria alla base della celebre pubblicazione di Eulero del 1736 sui "Sette ponti di Königsberg" (Boccaletti et al., 2006). Il campo di applicabilità di tale approccio è molto vasto e coinvolge aree anche profondamente diverse tra loro, ma accomunate dalla possibilità di rappresentare i sistemi in un modo semplificato e schematico, tale da permettere lo studio delle dinamiche, spesso molto complesse, che si svolgono all'interno di essi.

I sistemi, sotto questo punto di vista, vengono visti come un insieme di punti, chiamati nodi, collegati tra loro da link (o archi), in modi diversi e variabili: in questo senso, i nodi rappresentano le componenti individuali di un sistema, mentre i link rappresentano il legame che determina il collegamento dei nodi, legame che può essere sia di tipo fisico che astratto.

Sono numerosi gli esempi di reti complesse che frequentemente si incontrano nella realtà, a partire dalla rete Internet, dove i nodi sono rappresentati dagli indirizzi IP e i link che collegano i nodi sono le connessioni, fino ad una semplice comunità di persone, dove si individuano come nodi le persone e come link le relazioni tra esse.

L'analisi di tali reti parte innanzitutto dalla loro rappresentazione grafica, la cui osservazione e visualizzazione permette di identificarne immediatamente delle caratteristiche peculiari. L'analisi tramite visualizzazione diretta di una rete rimane però uno strumento utilizzabile solo nel caso di reti molto semplici: nella realtà i sistemi che si incontrano sono caratterizzati da un numero di nodi e dunque di interconnessioni tra essi tale da rendere difficoltosa un'analisi visiva. A tal fine si viene supportati dall'ausilio di strumenti matematici in grado di sintetizzare e analizzare le caratteristiche della rete, in modo tale da poterle caratterizzare e distinguere.

Per tale motivo di seguito vengono riportate, estrapolate da un contesto molto ampio e articolato, le caratteristiche principali che verranno riscontrate nelle reti studiate nel presente lavoro di tesi.

#### 1.1.1 Rappresentazione e caratteristiche principali delle reti

Il metodo più semplice per la rappresentazione di una rete consiste nel fornire due serie di dati:

- una lista contenente le informazioni tramite le quali vengono identificati univocamente i nodi (ad esempio mediante numeri interi);
- una lista contenente le informazioni per l'identificazione dei link, formata da due colonne contenenti i nodi di partenza e i nodi di arrivo.

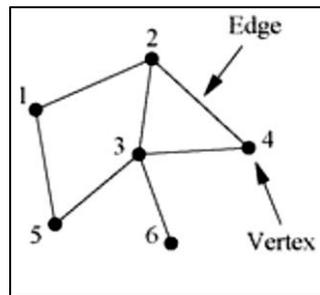
Un ulteriore metodo per la rappresentazione matematica delle reti consiste nella definizione della matrice di adiacenza, una matrice quadrata con valori  $A_{ij}$  tali che:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se esiste il link tra il nodo } i \text{ e il nodo } j \\ 0 & \text{negli altri casi} \end{cases}$$

La matrice di adiacenza presenta proprietà diverse a seconda delle varie caratteristiche che possono essere assunte da una rete.

Una prima caratteristica fondamentale delle reti è quella che fornisce informazioni in merito ai collegamenti (link) tra i nodi: si può infatti parlare di grafi orientati e di grafi non orientati.

Nel caso dei grafi non orientati, come ad esempio quello in *Figura 1*, un generico link definito tra il nodo  $i$  ed il nodo  $j$  ha lo stesso significato di un link definito tra il nodo  $j$  ed il nodo  $i$ :



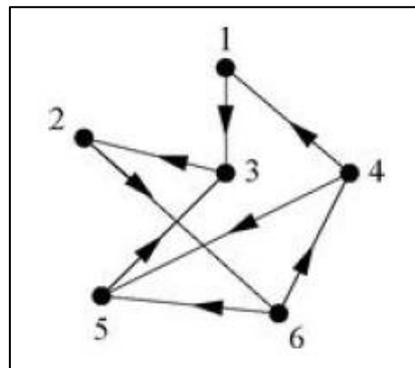
*Figura 1 Esempio di grafo non orientato*

In questo caso la matrice di adiacenza della rete è una matrice simmetrica, con i valori della diagonale pari a zero nel caso in cui non vi siano self-loops, ossia collegamenti che iniziano e finiscono nello stesso nodo:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

*Figura 2 - Matrice di adiacenza per grafo non orientato*

Nei grafi orientati (o "digrafi") invece i link hanno una direzione ben definita tale per cui se il nodo di partenza è  $i$  e quello di arrivo è  $j$ , non può essere vero anche il contrario:



*Figura 3 - Esempio di grafo orientato*

In questo caso la matrice di adiacenza non è simmetrica:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

*Figura 4 - Matrice di adiacenza per il grafo orientato*

A ciascun nodo della rete può essere associato un grado, o "degree", che indica il numero di link associati ad un determinato nodo. Ad esempio, nel caso di una rete aerea, dove i nodi sono rappresentati dagli aeroporti

e i link dai collegamenti tra essi, un aeroporto presenterà un certo valore di “degree” pari al numero di aeroporti a cui è collegato.

In particolare, nel caso di un grafo orientato, è possibile distinguere due diversi valori di degree:

- Out-degree: numero di link che hanno una direzione uscente da un nodo;
- In-degree: numero di link che hanno una direzione entrante in un nodo.

È possibile inoltre attribuire dei pesi ai link della rete, in modo tale da tenere in considerazione le informazioni che ciascun link può contenere e trasportare, che potrebbero quindi influenzare la dinamica delle connessioni tra i vari nodi. Ad esempio, nel caso di una rete internet, il peso attribuito ai link può essere rappresentato dalla quantità di dati che viene scambiata tra due nodi. Tornando invece al caso di una rete aerea, questa può essere rappresentata come una rete pesata e, in generale, non orientata: essendo i nodi corrispondenti ai singoli aeroporti e i link i collegamenti aerei che vi sono tra essi, il peso attribuito a ciascun collegamento può essere rappresentato dal numero di passeggeri che viaggiano lungo determinate tratte aeree, mentre non esiste una direzione univoca tra due aeroporti in quanto, generalmente, se è presente una tratta aerea che collega un aeroporto ad un altro, generalmente esiste anche la tratta aerea inversa.

Un esempio di rete orientata e pesata, infine, può essere trovata nella rete predatore-preda, dove i nodi, rappresentati dagli animali, presentano dei collegamenti con direzioni ben definite in funzione di qual è la preda e di qual è il predatore, e i pesi associati ai link possono essere descritti dal flusso di energia totale tra preda e predatore (Yang S., 2013). Per riportare un esempio anche in merito ai concetti di in-degree e out-degree: nel caso di un animale predatore, il suo valore di out-degree corrisponde al numero di prede che può cacciare; nel caso di un animale preda il suo valore di in-degree corrisponde al numero di predatori da cui può essere cacciato.

A partire dalla conoscenza e dall’analisi della struttura delle reti è possibile dunque ottenere informazioni utili per comprendere le particolari caratteristiche del sistema preso in oggetto.

### 1.1.2 La misura della centralità

Una volta nota la struttura di una rete, è possibile usare tale informazione per ricavarne importanti misure, utili a comprendere il sistema preso in considerazione.

Una delle misure più importanti è quella rappresentata dalla “centralità”, che consiste nell’individuare quali sono i nodi più importanti, e dunque più “centrali”, all’interno di una rete. Nel corso degli anni sono stati sviluppati vari metodi che consentono di eseguire il calcolo della centralità secondo diversi procedimenti, in modo tale da prendere in considerazione le diverse peculiarità che ciascun sistema presenta.

Le misure di centralità più importanti ed utilizzate sono la Degree Centrality, la Closeness Centrality, la Betweenness Centrality e l’Eigenvector Centrality.

#### ***Degree centrality***

La Degree centrality è una misura di centralità che determina l’importanza di un nodo sulla base del numero di link collegati ad esso: ad esempio, tornando al caso di una rete aerea, in cui i nodi sono rappresentati dagli aeroporti e i link dai collegamenti aerei tra le città, maggiore è il numero di aeroporti a cui un aeroporto è collegato, maggiore sarà il valore di degree centrality dell’aeroporto preso in considerazione.

#### ***Eigenvector centrality***

Il concetto di Eigenvector centrality rappresenta un’estensione del concetto di degree centrality: questa misura di centralità attribuisce un’importanza diversa ai link collegati ad un nodo, per cui un nodo diventa maggiormente importante se collegato a più nodi che presentano una rilevante importanza.

### **Betweenness centrality**

La betweenness centrality misura l'importanza dei nodi sulla base della loro maggiore o minore presenza all'interno di percorsi tra altri nodi. Con riferimento all'esempio discusso per la degree centrality, per quanto riguarda una rete aerea, un aeroporto presenterà un elevato valore di betweenness centrality nel caso in cui rappresenti un importante scalo per il collegamento tra altri aeroporti.

### **Closeness centrality**

La metrica utilizzata nel presente lavoro di tesi è derivata dalla "Closeness centrality": questa consiste nel calcolo della centralità che misura la distanza media da un nodo agli altri nodi. Per comprendere meglio tale misura è necessario introdurre il concetto di "shortest path", o percorso geodetico. In una rete, con il termine "percorso" si intende una sequenza di vertici tale che ciascuna coppia di vertici appartenente alla sequenza sia collegata da un link; lo shortest path  $d_{sr}$  tra il nodo  $s$  ed il nodo  $r$  è un tipo particolare di percorso, definito in modo tale che i due nodi siano collegati dal minor numero di link.

Nel caso di un grafo orientato e pesato, il percorso più breve  $d_{sr}$  viene definito come quello che fornisce il minimo della somma dei pesi  $w_{ij}$  dei link attraversati:

$$d_{sr} = \min_P \left( \sum_{(i,j) \in P} w_{ij} \right) \quad \text{Eq. 1}$$

dove  $P$  è il percorso da  $s$  a  $r$ .

La centralità, per un generico nodo  $s$  e dato un insieme di nodi  $V$ , è quindi definita come segue:

$$C_{clos,s} = \frac{1}{\sum_{r \in V} d_{sr}} \quad \text{Eq. 2}$$

In questo modo, minore è la sommatoria degli shortest path che collegano il nodo  $s$  ai restanti nodi  $r$  della rete, maggiore è il valore della centralità, ossia i nodi più centrali sono quelli collegati con percorsi brevi agli altri nodi della rete, e che quindi si trovano più vicini ad essi.

A partire da questo concetto generale, è stato sviluppato un metodo su misura per il calcolo della centralità dei "best spreading nodes", ovvero dei nodi che rappresenterebbero le sorgenti più potenzialmente pericolose per il rilascio di inquinanti in un ambiente urbano.

## 1.2. La centralità diretta

Nel presente lavoro di tesi l'approccio delle reti complesse viene applicato allo studio della dispersione di sostanze inquinanti che si propagano nell'atmosfera di un ambiente urbano, luogo nel quale il rilascio di tali sostanze è un fenomeno complesso da studiare e difficile da prevedere, a causa delle numerose variabili che entrano in gioco, per cui tale approccio si presta bene allo studio di questi fenomeni.

L'ambiente urbano viene dunque assimilato ad un grafo orientato e pesato, nel quale i link sono rappresentati dalle strade, o canyon, mentre i nodi rappresentano le interconnessioni tra esse. In particolare, la direzione dei link dipende dall'orientazione del vento e il peso attribuito a ciascun link è rappresentativo della capacità di trasporto associata alla strada stessa. Nella figura di seguito (*Figura 5*) si riporta un esempio della schematizzazione di un ambiente urbano secondo l'approccio delle reti complesse:



*Figura 5 - Ambiente urbano assimilato a rete*

Il primo passo è stato quello di definire un metodo in grado di individuare quelli che in una città rappresentano i punti più pericolosi nel caso in cui divengano sorgenti di un rilascio di una sostanza inquinante, al fine di poter ottenere delle mappe di vulnerabilità. Tale metodo è stato ottenuto a partire dal concetto della centralità definita come "Closeness centrality", ovvero di una misura di centralità basata sul percorso più corto che collega due nodi (Fellini et al., 2020).

Per descrivere questo metodo, è necessario introdurre il problema dal punto di vista fisico, andando quindi a descrivere i meccanismi di trasporto che si osservano nella propagazione di una sostanza aeriforme nell'ambiente urbano, visto come un insieme di canyon che si intersecano tra di loro.

### 1.2.1 Descrizione del problema: i meccanismi di propagazione

Il problema parte dalla descrizione e dalla semplificazione del caso in esame, ovvero un insieme di complessi meccanismi di trasporto in un ambiente variabile come quello urbano.

Infatti, l'ambiente urbano, caratterizzato da una geometria variabile, dalla presenza di edifici, dalle diverse fonti di calore antropiche e così via, interagisce con l'atmosfera secondo meccanismi molto complessi da

simulare: le tecniche CFD rappresentano gli strumenti più utili e precisi per simulare tutti questi effetti, ma l'elevato numero di dati richiesti in input e gli alti costi computazionali rendono questi strumenti non facilmente utilizzabili soprattutto nell'analisi e nella comparazione di diversi scenari. Si è dunque proceduto ad una semplificazione dei processi di dispersione che avvengono negli ambienti urbani (Fellini et al., 2019), introducendo dunque i tre principali meccanismi di trasporto di una sostanza gassosa in un ambiente urbano che interagisce con l'atmosfera:

- trasporto longitudinale lungo la direzione della strada;
- scambio verticale con l'atmosfera sovrastante;
- trasporto lungo le intersezioni tra le strade.

Nelle intersezioni tra le strade i fenomeni di scambio che si verificano sono molto complessi, a causa del moto turbolento e intermittente. Per tale motivo, a scopo cautelativo, si ipotizza che il fronte di propagazione della sostanza inquinante, una volta raggiunta l'intersezione, si propaghi in modo uguale in tutti i link che incontra a valle dell'intersezione (Fellini et al., 2020).

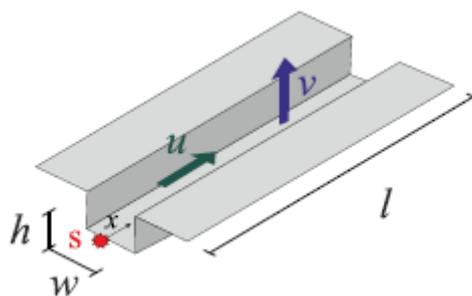
Si considera uno scenario di emissione tale per cui, a partire da una sorgente puntuale collocata all'inizio di una strada a livello della strada, si ha il rilascio di una certa sostanza inquinante, che, grazie al vento incidente lungo la strada, viene dispersa lungo il canyon a partire dal punto di emissione.

Il trasporto lungo una strada può dunque essere modellato nel seguente modo:

$$\frac{\delta c}{\delta t} + u \frac{\delta c}{\delta x} + \frac{v}{h} c = 0 \quad \text{Eq.3}$$

dove:

- $c(t, x)$  è la concentrazione dell'inquinante espressa come funzione del tempo e della distanza longitudinale;
- $h$  è la profondità del canyon;
- $u$  è la velocità advettiva del vento lungo la strada e  $v$  la velocità che modella il trasporto di massa turbolento tra la strada e l'atmosfera.



*Figura 6 Rappresentazione dei principali parametri che descrivono il trasporto di una sostanza lungo una strada [4]*

Si ottiene, sia nel caso di un rilascio istantaneo sia nel caso di un rilascio continuo, una concentrazione alla fine della strada pari a:

$$c\left(\frac{l}{u}, l\right) = c_0 e^{-\frac{lv}{uh}} \quad \text{Eq.4}$$

Dove  $c_0$  è la concentrazione alla sorgente e  $l$  è la lunghezza della strada.

La sostanza emessa dalla sorgente si diffonde nel tessuto urbano secondo la direzione del vento incidente che viene considerata e la sua concentrazione diminuisce esponenzialmente con l'allontanarsi dalla sorgente di emissione.

Come è stato osservato, i link sono rappresentati dalle strade e definiscono quindi un collegamento tra due nodi. La capacità di trasporto di una sostanza attraverso una strada è vista come la diminuzione della concentrazione della sostanza che la sta attraversando: il peso dei link dunque è definito come un costo ("propagation cost") associato all'attraversamento del link stesso:

$$w_{ij} = e^{\frac{l_{ij}v_{ij}}{u_{ij}h_{ij}}} \quad \text{Eq. 5}$$

L'esponente di  $w$  può essere interpretato come la distanza effettiva tra i nodi, distanza che aumenta col tempo medio necessario al fronte di propagazione dell'inquinante di disperdersi longitudinalmente lungo il canyon ( $l_{ij}/u_{ij}$ ) e decresce con il tempo medio necessario al trasporto verticale della sostanza inquinante dalla strada all'atmosfera ( $h_{ij}/v_{ij}$ ).

### 1.2.2 La misura della centralità applicata al caso studio

L'obiettivo principale è dunque quello di riuscire ad individuare, nel reticolo urbano, i nodi cosiddetti "best spreading nodes", ovvero i nodi più importanti della rete in termini di capacità di dispersione di una sostanza inquinante, in grado di raggiungere il maggior numero di nodi ricettori possibile. L'individuazione di questi nodi consente la rappresentazione delle mappe di centralità, che sono dunque anche mappe di vulnerabilità, e dunque l'immediata osservazione delle aree più pericolose in un ambiente urbano nell'eventualità in cui si verifichi il rilascio di una sostanza inquinante.

A tal scopo si ricorre ad una misura di centralità che sia idonea a trattare il problema in questione: tra quelle descritte in precedenza, la "Closeness centrality" è quella che si presta meglio al caso in questione. Consiste nell'individuare i nodi più importanti sulla base del calcolo degli "shortest paths", ovvero dei percorsi più corti esistenti tra un generico nodo sorgente  $s$  e i restanti nodi  $r$ , individuati come nodi ricettori. La formula per il calcolo di tale centralità è la seguente:

$$C_{clos,s} = \frac{1}{\sum_{r \in V} d_{sr}} \quad \text{Eq. 6}$$

È possibile tuttavia osservare che tale misura viene influenzata dal valore dei percorsi più corti calcolati tra il nodo sorgente e i nodi ricettori più distanti da esso, che risultano molto elevati rispetto agli altri e dunque condizionano il valore della centralità, aumentandolo. Considerato il problema fisico con il quale si sta lavorando, è opportuno non considerare i nodi più lontani dalla sorgente, in quanto sono quelli che più difficilmente vengono raggiunti dal fronte di propagazione della sostanza dispersa.

Per risolvere questo problema è stata introdotta la misura della centralità armonica:

$$C_{harm,s} = \sum_{r \in V} \frac{1}{d_{sr}} \quad \text{Eq. 7}$$

In questo modo, più il nodo  $r$  è lontano dalla sorgente, maggiore è il percorso più breve atteso ( $d_{sr}$ ) e minore sarà il contributo al valore della centralità.

La centralità armonica, tuttavia, se da una parte minimizza il disturbo dato dal contributo dei nodi più lontani, non lo elimina: per fare ciò è stata proposta una nuova misura della centralità, che impone una soglia sul percorso più corto, ed è così definita:

$$C_s = \sum_{r \in R} \frac{1}{d_{sr}} \quad Eq. 8$$

dove  $r \in R$  se viene rispettata la seguente condizione:

$$\frac{c_r}{c_s} = \prod_{(i,j) \in D} \frac{1}{w_{ij}} > \frac{c_{th}}{c_0} \quad Eq. 9$$

Attraverso la funzione di Heaviside è possibile riscrivere la formula nel seguente modo:

$$C_s = \sum_{r \in V} \Theta \left[ \prod_{(i,j) \in D} \frac{1}{w_{ij}} - \frac{c_{th}}{c_0} \right] \frac{1}{d_{sr}} \quad Eq. 10$$

dove  $c_{th}$  è la concentrazione soglia imposta,  $c_r$  è la concentrazione al nodo ricevitore preso in considerazione e  $c_s = c_0$  è la concentrazione alla sorgente.

In questo modo si conclude che, se la concentrazione lungo il percorso più corto tra il nodo sorgente e un generico nodo ricevitore è inferiore al valore di concentrazione imposto come soglia, allora il nodo ricevitore non viene considerato nel calcolo della centralità.

### 1.2.3 Risultati

A partire dal metodo sopra definito, è stato possibile osservare le misure della centralità per l'analisi su quattro diverse città: Firenze, Parigi, New York e Lione.

Per fare ciò si è operato su Matlab, avendo a disposizione i seguenti dati:

- Struttura del grafo di ciascuna città per tutte le otto direzioni del vento;
- Coordinate di ciascun nodo;
- Altezza, larghezza, velocità longitudinale lungo la strada ( $u_{str}$ ), velocità verticale di scambio ( $u_d$ ), larghezza della strada.

Si prendono in considerazione otto scenari meteorologici diversi, divisi in base alla direzione del vento incidente. Al fine di poter confrontare i risultati per le diverse città, le otto direzioni del vento vengono misurate rispetto ad un angolo  $\alpha$  definito come asse principale della città. Questo angolo viene calcolato, per ciascuna città, a partire dalla distribuzione su istogrammi polari dell'orientazione delle strade, ed è misurato in senso orario tra l'asse Nord-Sud e l'orientazione prevalente delle strade della città, come si riporta in *Figura 7*. Le direzioni del vento  $\Phi$  vengono dunque calcolate a partire dall'angolo  $\alpha$ .

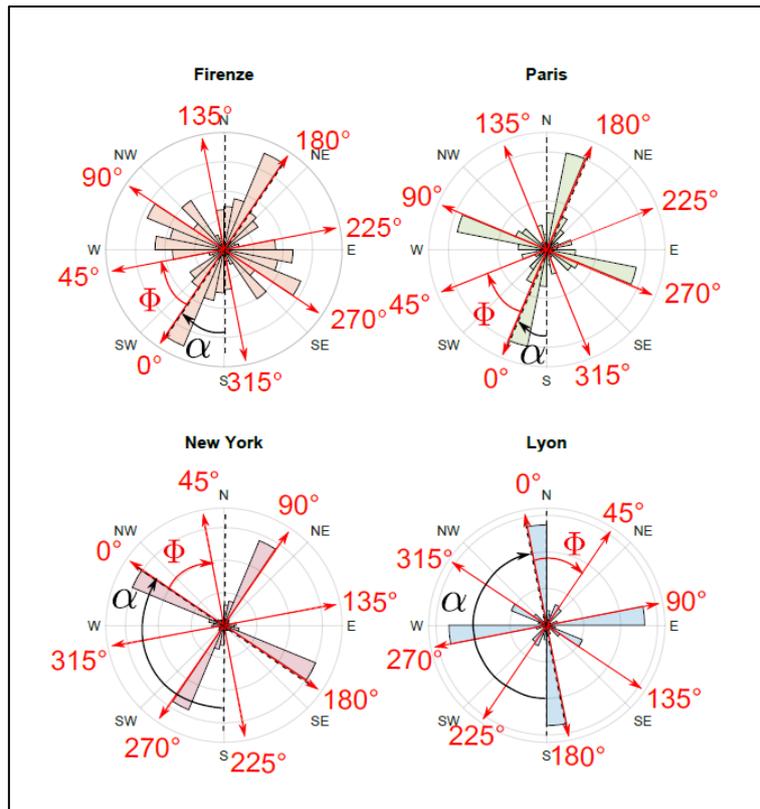


Figura 7 - Sistema di riferimento per la misura delle direzioni del vento per le 4 città

Di seguito vengono riportate le mappe di vulnerabilità ottenute per tutte le direzioni del vento per le quattro città prese in considerazione. I colori dei nodi corrispondono ai valori di centralità: i nodi individuati dal colore rosso, dunque, saranno i nodi in cui si misureranno i valori di centralità maggiori. Tali nodi saranno dunque quelli che, nel caso in cui avvenga un rilascio in essi, contribuiranno ad una maggiore dispersione della sostanza nel tessuto urbano, andando quindi a contaminare aree più vaste nella città.

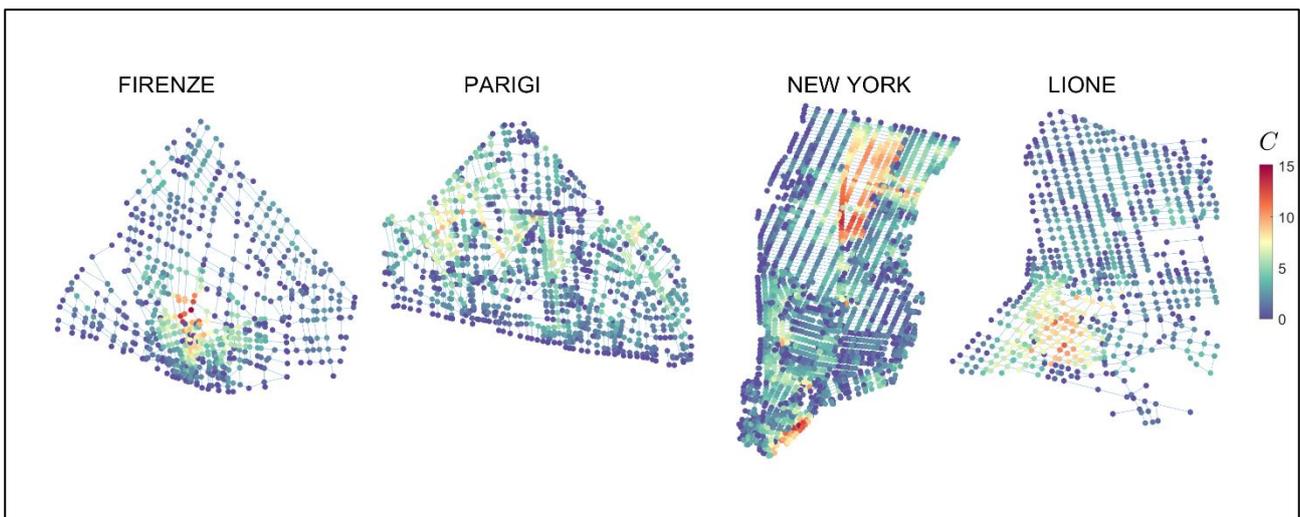


Figura 8 - Mappa di vulnerabilità a 0°



Figura 9 - Mappa di vulnerabilità a 45°



Figura 10 - Mappa di vulnerabilità a 90°

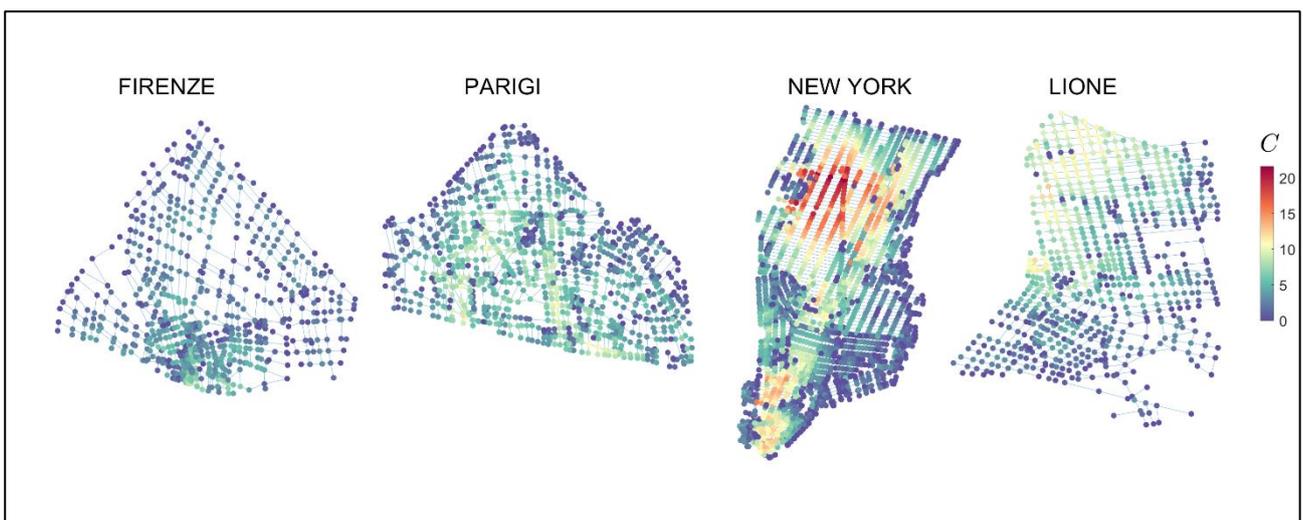


Figura 11 - Mappa di vulnerabilità a 135°



Figura 12 - Mappa di vulnerabilità a 180°

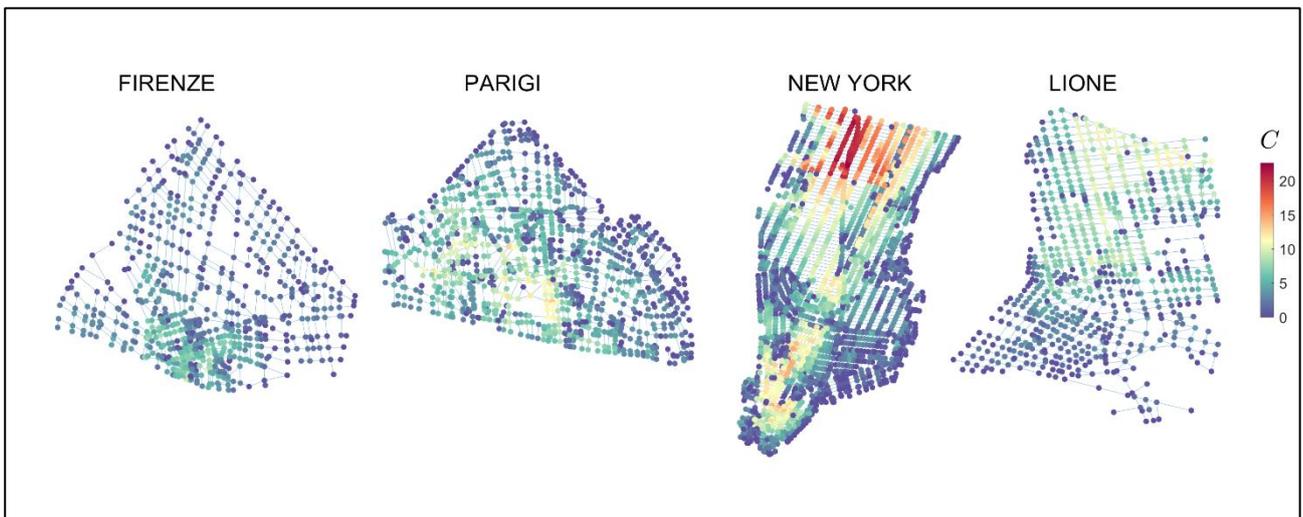


Figura 13 - Mappa di vulnerabilità a 225°



Figura 14 - Mappa di vulnerabilità a 270°



Figura 15 - Mappa di vulnerabilità a 315°

Ciò che si può immediatamente osservare, confrontando i risultati ottenuti per le quattro città analizzate, è la maggiore vulnerabilità della città di New York rispetto alle altre città: presenta infatti valori di centralità molto elevati ed una maggiore presenza di nodi che, nel caso in cui diventassero delle sorgenti di rilasci di sostanza gassose pericolose, sarebbero importanti punti di diffusione della sostanza. Andando inoltre ad osservare i valori medi assunti dai valori di centralità per singole direzioni del vento, si può dedurre un'ulteriore informazione:

	0°	45°	90°	135°	180°	225°	270°	315°
FIRENZE	2,65	2,89	2,59	2,57	2,65	2,89	2,59	2,57
PARIGI	2,76	4,06	2,64	4,06	2,76	4,06	2,64	4,06
NEW YORK	3,14	5,54	2,77	5,54	3,14	5,54	2,77	5,54
LIONE	2,71	4,30	2,37	4,42	2,71	4,30	2,37	4,42

Tabella 1- Valori medi delle centralità per direzione del vento

I valori medi ottenuti confermano la maggiore vulnerabilità della città di New York e mettono in evidenza la minore vulnerabilità di Firenze, che presenta i valori medi di centralità più bassi. È possibile inoltre osservare, soprattutto nel caso delle città di New York, Lione e Parigi, che la vulnerabilità è maggiore nei casi in cui  $\Phi = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ , ovvero quando la direzione del vento è obliqua rispetto agli assi ortogonali principali della rete: ciò è dovuto al fatto che la propagazione del fronte inquinante, in questo caso, dovrà dividersi in entrambi gli assi ortogonali principali, andando dunque a coinvolgere aree più estese nel reticolo, con conseguente aumento della vulnerabilità, mentre nel caso delle altre direzioni del vento ( $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ ) il fronte si propaga lungo i corrispondenti assi principali. Di seguito viene riportato un esempio schematico del fenomeno per una direzione del vento obliqua e per una orientata secondo uno degli assi principali della città:

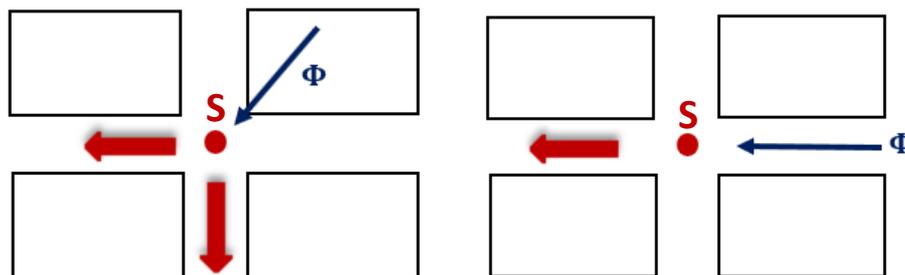


Figura 16 Esempi di propagazione da una sorgente S per una direzione del vento obliqua (sinistra) e una principale (destra)

Per la città di Firenze, osservando i valori medi assunti dalla centralità riportati in Tabella 1, questo aspetto risulta meno evidente: infatti, se si osserva il corrispondente istogramma riportante le orientazioni delle strade della città in *Figura 6*, Firenze risulta la città che presenta una maggiore variabilità in termini di orientazione delle strade, mentre le altre città, New York in particolare, presentano delle orientazioni principali la cui prevalenza sovrasta in modo evidente quella delle altre orientazioni.

La direzione del vento e la diversa struttura di una città risultano dunque dei parametri fondamentali nella determinazione dei punti più vulnerabili nel caso in cui avvenga un rilascio di una sostanza aeriforme nell'atmosfera: in una città con degli assi principali ben definiti, infatti, la propagazione delle sostanze aeriformi è facilitata dal fatto che si incontrano meno ostacoli lungo il percorso di propagazione e dunque diventa più facile raggiungere aree più ampie, mentre in città in cui l'orientazione delle strade è molto variabile la presenza di più ostacoli lungo il percorso limita la dispersione della sostanza. La direzione del vento, invece, come osservato in *Figura 16*, aumenta il numero di percorsi di propagazione seguiti dalla sostanza inquinante nel caso in cui sia obliqua rispetto agli assi principali di una città.

## 2. Una misura di centralità per i nodi ricettori

### 2.1 Definizione di una nuova metrica di centralità

A questo punto, individuato un metodo in grado di valutare la vulnerabilità della città e i nodi sorgente potenzialmente più pericolosi, ci si chiede se sia possibile individuare i nodi ricettori più vulnerabili, ovvero quei punti di una città che, a seguito del rilascio di un contaminante gassoso ad una sorgente, rappresentano i punti che vengono più facilmente raggiunti da concentrazioni significative a partire dal maggior numero di possibili nodi sorgente.

misurare le concentrazioni della sostanza inquinante maggiori: questi rappresentano i punti più sensibili di una città. L'individuazione di questi punti rappresenta un obiettivo importante per diversi motivi: oltre all'aiuto che potrebbero fornire nel decidere come organizzare la rete di strumenti in grado di monitorare la qualità dell'aria, potrebbero rappresentare un importante punto di riferimento ai fini delle attività di pianificazione urbanistica. Infatti, noti questi punti, potrebbero essere imposti dei vincoli urbanistici in grado di ridurre il danno che si avrebbe nel caso in cui avvenisse un rilascio di una sostanza pericolosa nell'aria.

A tal fine, questo paragrafo è dedicato alla ricerca di una nuova metrica di centralità che riesca ad individuare tali nodi ricettori: questa metrica prende il nome di centralità inversa.

La logica della metrica è la stessa di quella usata per la centralità diretta, ma se nella centralità diretta si osservano i percorsi di propagazione in uscita da un nodo (quindi si osserva, partendo da un punto individuato come potenziale sorgente, in che modo la sostanza inquinante disperdendosi raggiunge con percorsi di propagazione più brevi gli altri nodi), adesso l'attenzione si focalizza sull'osservazione dei percorsi in entrata in un nodo: dato un nodo ricettore, si considerano i percorsi di propagazione del fronte inquinante diretti verso tale nodo al fine di calcolarne la centralità.

Tale risultato può essere raggiunto mediante due diversi metodi: l'inversione dei link della rete e la modifica del calcolo della centralità secondo l'"incloseness".

#### 2.1.1 L'inversione dei link della rete

Come è stato spiegato precedentemente, il tessuto urbano è assimilato ad un grafo orientato, ovvero una rete nella quale i collegamenti tra i nodi hanno una direzione ben precisa e delineata. Tale direzione, individuata definendo il nodo di partenza e il nodo di arrivo per ciascun link, è definita in base alla direzione del vento longitudinale che incide sulla strada. Un primo metodo per il calcolo della centralità inversa può essere ricercato nell'inversione della direzione dei link della rete: in questo modo, essendo stata modificata la struttura della rete, applicando il calcolo della centralità diretta, per ciascun nodo si valuterà la centralità calcolando gli shortest paths per i nodi che si trovano nei percorsi di propagazione uscenti dal nodo stesso. Il calcolo rimane dunque uguale a quanto illustrato nel paragrafo 1.2.2, cambiando solo l'orientazione dei link della rete.

Ciò è stato ottenuto mediante una funzione presente su Matlab, chiamata "flipedge", che opera direttamente sui dati del grafo di ciascuna città forniti in input: agisce infatti sulla lista che definisce in una colonna i nodi di partenza e in una colonna i nodi di arrivo, scambiandole, in modo tale da invertire la posizione dei nodi di partenza e dei nodi di arrivo di un determinato link. Di seguito viene riportato un esempio di come opera la funzione nel caso di una rete molto semplice:

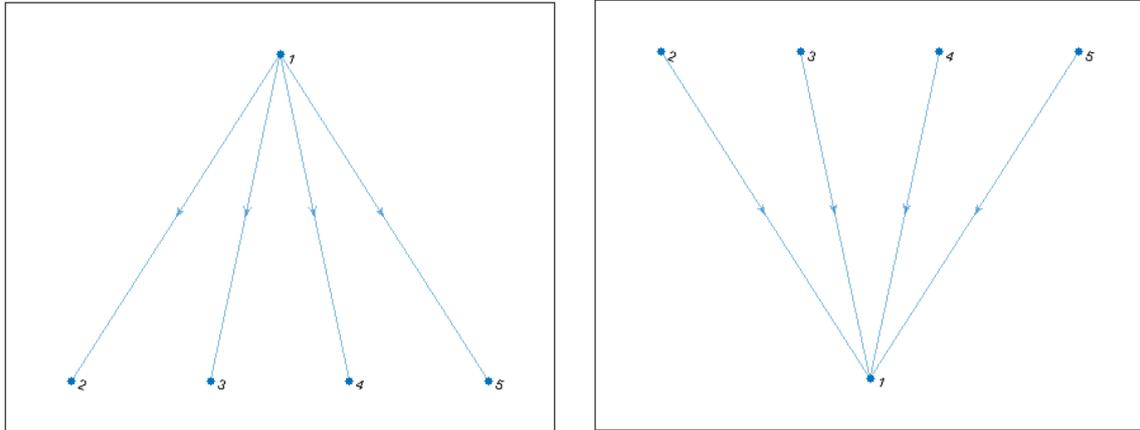


Figura 17 - Esempio di inversione della direzione dei link con la funzione flipedge

2.1.2 Calcolo secondo l'“incloseness”

Un altro metodo che si è pensato potesse assolvere a tale compito è quello che consiste nel calcolo della centralità modificata in modo tale da prendere in considerazione i percorsi entranti in un nodo (“incloseness”), anziché quelli uscenti (“outcloseness”). Nel calcolo della centralità, ciò si ottiene modificando nell’equazione della centralità (Eq. 10) il termine relativo al calcolo degli shortest paths:

$$C_s = \sum_{r \in V} \Theta \left[ \prod_{(i,j) \in D} \frac{1}{w_{ij}} - \frac{c_{th}}{c_0} \right] \frac{1}{d_{rs}} \tag{Eq. 11}$$

Dunque, se prima lo shortest path veniva calcolato come il percorso uscente dal nodo  $s$  al nodo  $r$ ,  $d_{sr}$ , adesso lo si calcola come percorso entrante nel nodo, e dunque da  $r$  ad  $s$ , quindi nell’equazione del calcolo della centralità  $d_{sr}$  si modifica in  $d_{rs}$ .

Gli shortest paths, essendo calcolati per ogni combinazione di nodi presenti all’interno di una rete, vengono sintetizzati all’interno di una matrice. Il passaggio al calcolo della centralità inversa, a partire dalla centralità diretta, è dunque semplice: avendo definito questa matrice contenente gli shortest paths per ciascuna combinazione di nodo sorgente (S) e nodo ricettore (R), è noto che le righe corrispondono ai nodi sorgente e le colonne ai nodi ricettori. Diventa dunque possibile osservare gli shortest paths per tutte le combinazioni del nodo sorgente S con i diversi nodi ricettori R oppure gli shortest paths per tutte le combinazioni di un nodo R con i nodi S.

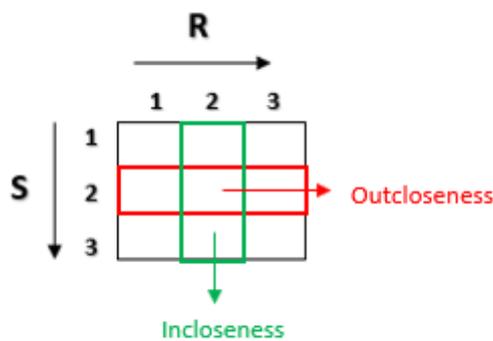
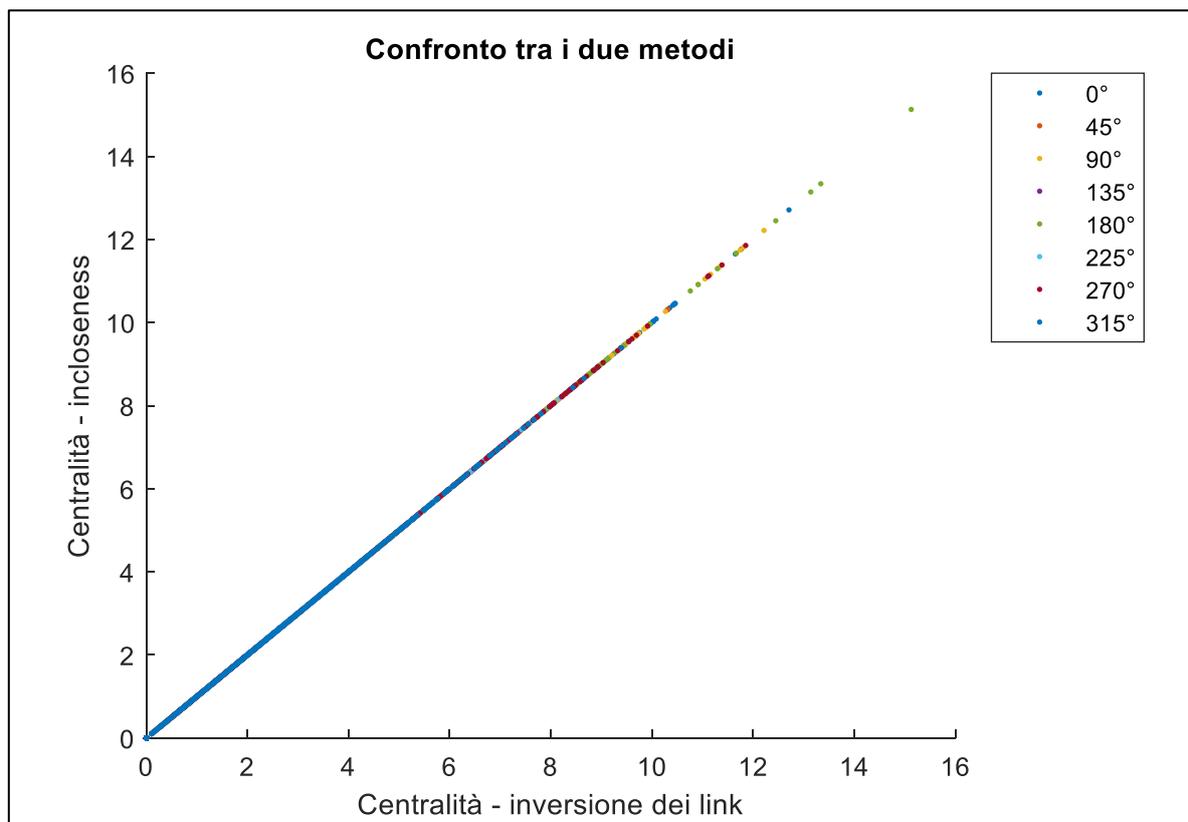


Figura 18 Calcolo di incloseness e outcloseness dalla matrice degli shortest paths

Come si evince dalla *Figura 18*, l'outcloseness consiste dunque nella sommatoria dell'inverso dei valori degli shortest paths presi per le combinazioni dai nodi sorgente ai nodi ricettori ( $d_{sr}$ ), mentre l'incloseness è la sommatoria dell'inverso dei valori degli shortest paths presi per le combinazioni dai nodi ricettori ai nodi sorgente ( $d_{rs}$ ). La differenza risiede dunque nell'effettuare la sommatoria lungo le righe nel caso della centralità diretta (outcloseness) e lungo le colonne per la centralità inversa (incloseness).

## 2.2 I risultati

Sono stati dunque applicati entrambi i metodi al calcolo della centralità e, per osservarne la correlazione, sono stati raffigurati in uno scatter plot i risultati. Di seguito viene riportato l'esempio dei valori delle centralità ottenuti con i due metodi per la città di Firenze, per gli 8 scenari di direzione del vento.



*Figura 19 - Confronto dei metodi per l'inversione dei link*

Come si può osservare, tutti i valori cadono sulla bisettrice del piano: i due metodi consentono di ottenere i medesimi risultati e dunque si possono considerare entrambi validi e rappresentativi dell'obiettivo preposto.

È dunque possibile ottenere le mappe di vulnerabilità anche per la centralità inversa. Di seguito vengono riportati due esempi di mappe (per  $\Phi = 0^\circ$ ), una per l'osservazione della centralità diretta (*Figura 20*) e una per l'osservazione della centralità inversa (*Figura 21*), in modo tale da poterle confrontare. I risultati delle mappe di vulnerabilità calcolate nel caso della centralità inversa per le altre direzioni del vento sono contenuti nell'Appendice A.

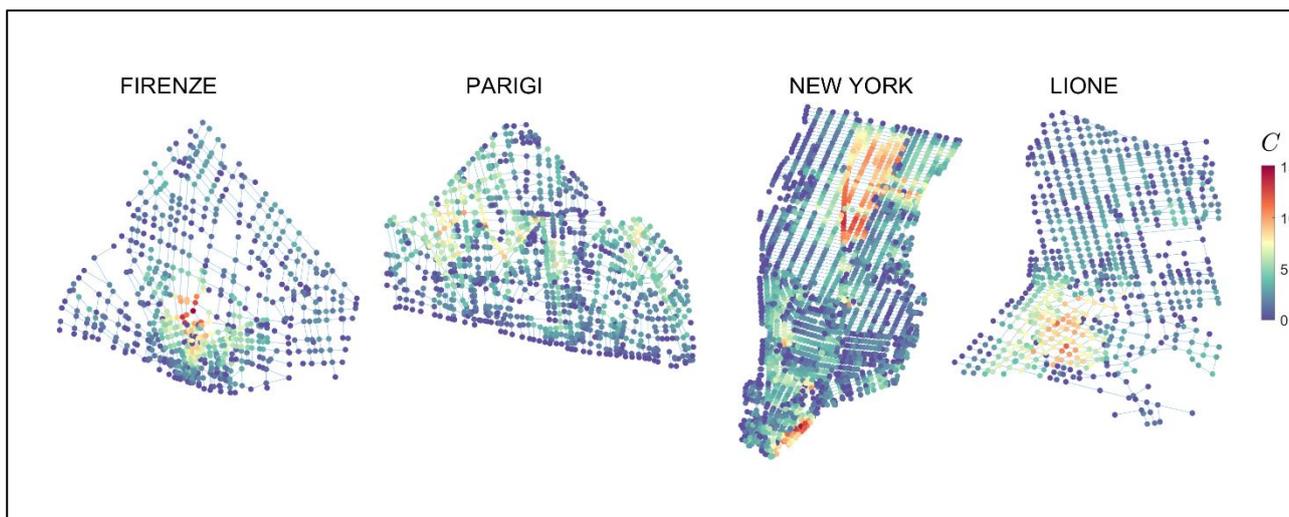


Figura 20 - Centralità diretta

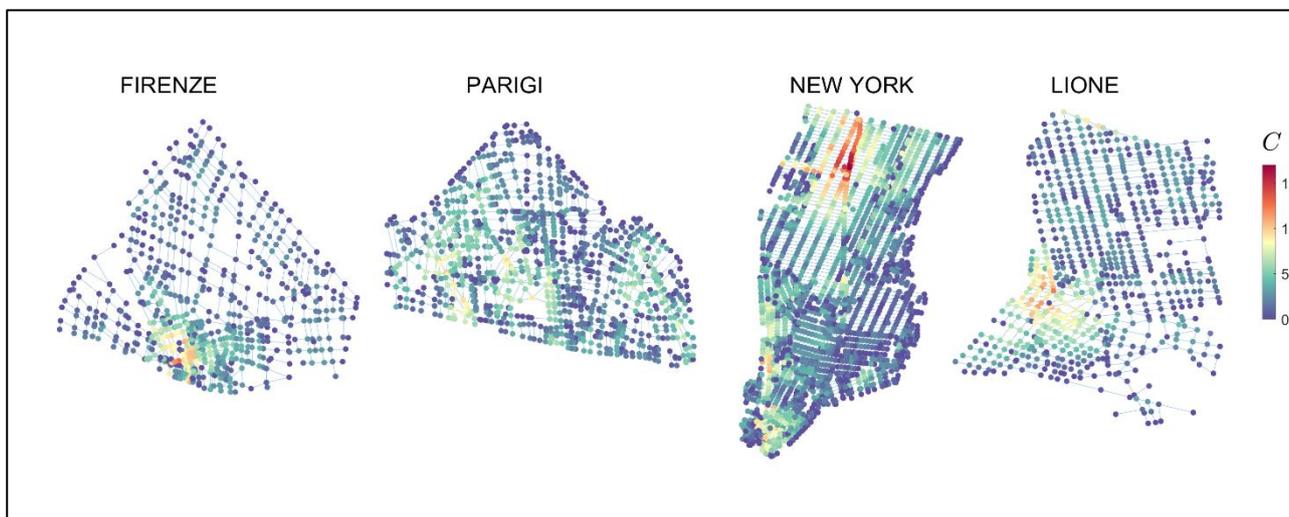


Figura 21 - Centralità inversa

Come è stato possibile osservare nel caso della centralità diretta, anche per la centralità inversa New York risulta la città che presenta i valori di centralità più elevata e dunque un maggior numero di nodi che vengono raggiunti con maggiore probabilità e con le concentrazioni più significative.

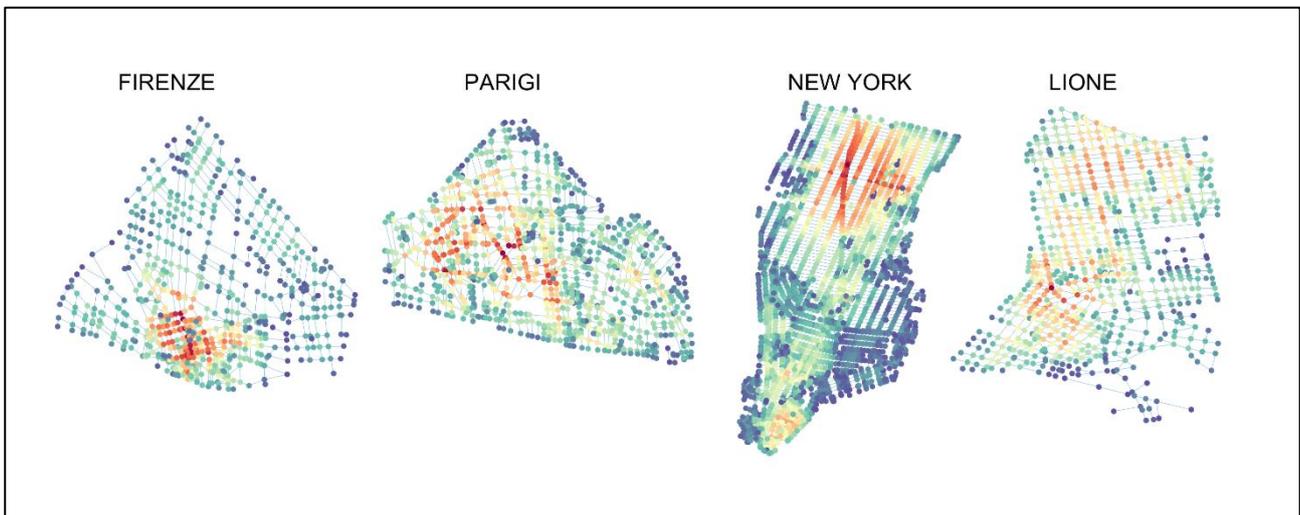
Dagli esempi delle *Figure 20* e *21*, è inoltre possibile osservare che i nodi con maggiore centralità diretta non sono necessariamente i nodi con maggiore centralità inversa, ma questi non si allontanano molto dai primi: le aree più sensibili infatti, comprendenti i nodi con maggiore centralità inversa, si trovano a valle, rispetto alla rispettiva direzione del vento incidente, delle aree in cui sono presenti i nodi con centralità diretta maggiore, e quindi dei nodi più pericolosi per il rilascio e la dispersione di una sostanza inquinante.

### 2.3 Confronto delle medie: individuazione del terzo metodo per il calcolo della centralità inversa

In seguito, si è voluto osservare l'andamento, in media, del valore della centralità, sia per la centralità diretta che per la centralità inversa. A ciascun nodo è stato dunque attribuito un valore medio calcolato sui valori delle 8 centralità misurate per ciascuna direzione del vento e, in seguito, sono state redatte le mappe di vulnerabilità riportate in *Figura 22* e in *Figura 23* riportanti per ciascun nodo il valore medio di centralità.



*Figura 22 - Valori della centralità diretta mediati sulle 8 direzioni del vento*

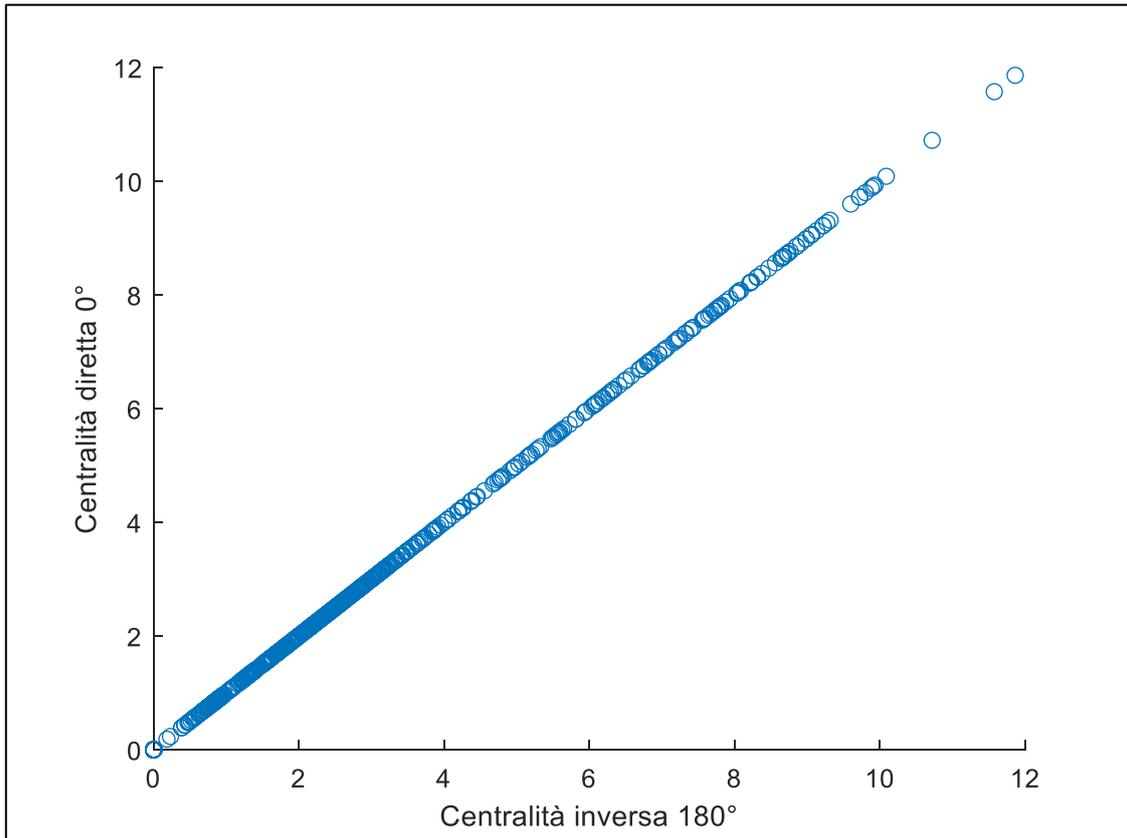


*Figura 23 - Valori della centralità inversa mediati sulle 8 direzioni del vento*

I valori medi ottenuti per le due centralità sono, come è possibile osservare dai grafici nelle *Figure 22* e *23*, uguali: si può dunque dedurre che i valori della centralità diretta, ottenuti in principio, sono uguali ai valori di centralità che si ottengono invertendo la direzione dei link, per un vento orientato nel verso opposto. Nella direzione dei link, infatti, come osservato precedentemente, è contenuta l'informazione sulla direzione del vento, in quanto le direzioni sono definite in base alla orientazione del vento longitudinale che incide sulla strada; nel momento in cui si esegue l'inversione della direzione dei link, si sta invertendo anche la direzione del vento: per questo motivo la centralità inversa calcolata per una data direzione del vento risulta poi uguale alla centralità diretta per la direzione del vento opposta.

Quindi, se dei nodi vengono identificati, data una certa direzione del vento  $\Phi$ , come quelli tali per cui si ha una maggiore capacità di dispersione (quindi i punti più pericolosi e vulnerabili nell'eventualità in cui vi avvenga un rilascio), gli stessi nodi rappresenteranno quelli più sensibili, e dunque raggiunti da concentrazioni maggiori, per una direzione del vento opposta a  $\Phi$  (dunque per  $\Phi + 180^\circ$ ).

Per confermare il risultato, di seguito si riporta un esempio di scatter plot ottenuto riportando sull'asse delle x i valori della centralità inversa per  $\Phi = 180^\circ$  e sull'asse delle y i valori della centralità diretta per  $\Phi = 0^\circ$ : i valori cadono sulla bisettrice del grafico.



*Figura 24 - Confronto della centralità diretta a  $0^\circ$  e della centralità inversa a  $180^\circ$*

Al fine di ottenere una misura di vulnerabilità effettiva per ciascuna città, che tenga conto delle reali direzioni del vento che si manifestano con maggiore frequenza, si esegue il calcolo della media pesata sulle diverse frequenze di determinate direzioni del vento. Sono stati dunque ottenuti i grafici delle centralità, sia diretta che inversa, pesate sulle frequenze delle direzioni del vento misurate in ciascuna città.

I dati relativi alle frequenze sono stati riferiti alle misurazioni effettuate a partire dall'inizio del 2020 e sono stati ottenuti dall'archivio "Iowa Environmental Mesonet", dell'Iowa State University, che consente di ricostruire le rose dei venti per una qualsiasi città in cui siano presenti dei dati.

Di seguito vengono riportate le rose dei venti, per ciascuna delle quattro città sulle quali si concentra lo studio, relative al periodo temporale compreso tra il 01 Gennaio 2020 e il 25 Novembre 2020. Le misure delle intensità sono state misurate ad un'altezza pari a 38 m per la città di Firenze, 7 m per la città di New York, 201 m per la città di Lione e 109 m per la città di Parigi.

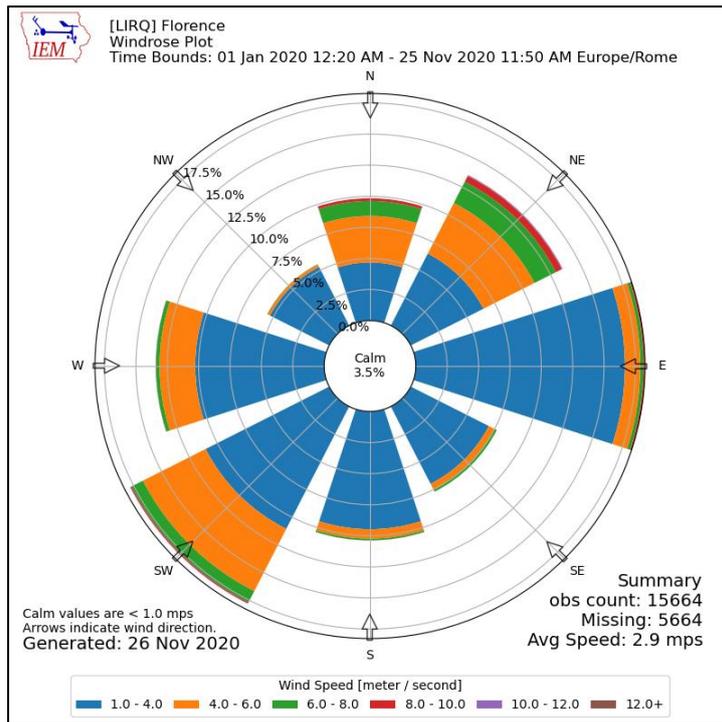


Figura 25 - Rosa dei venti per la città di Firenze

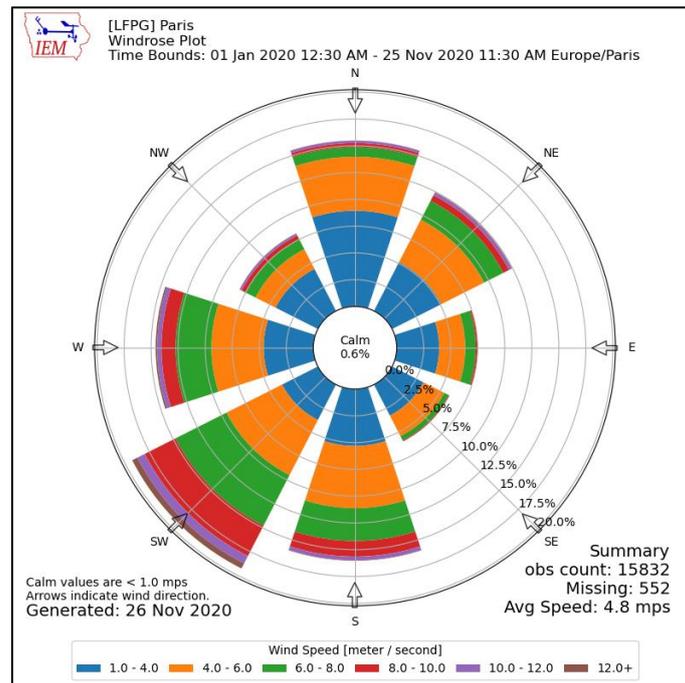


Figura 26 - Rosa dei venti per la città di Parigi

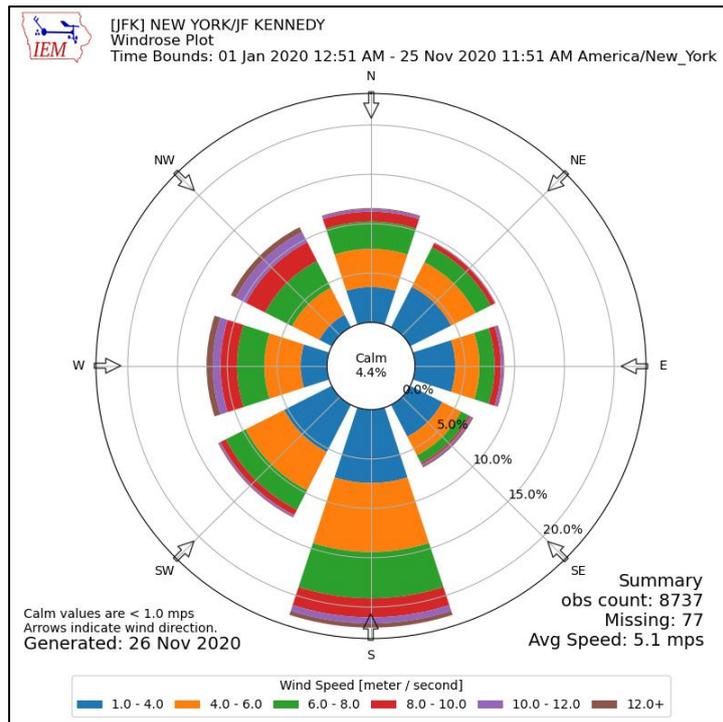


Figura 27 - Rosa dei venti per la città di New York

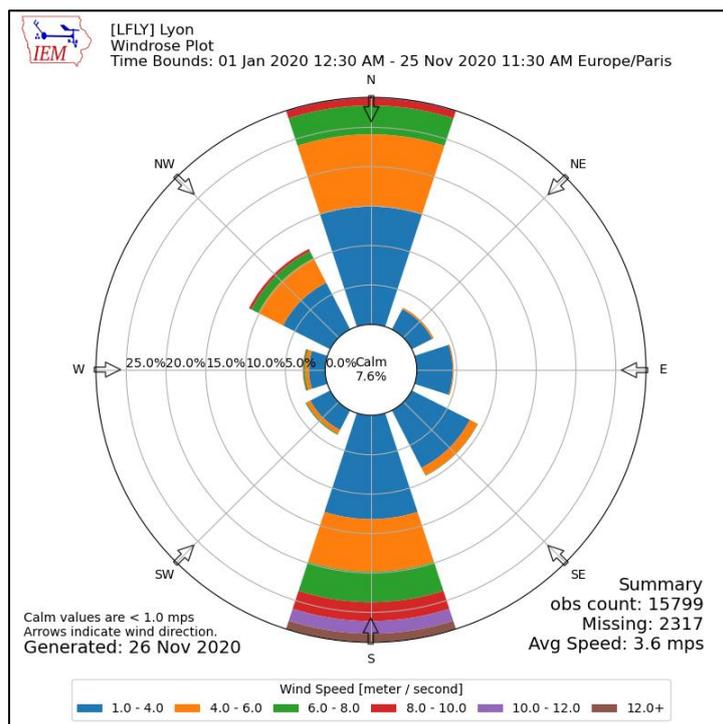


Figura 28 - Rosa dei venti per la città di Lione

Come si può osservare dalle rose dei venti, a seconda della città presa in considerazione si possono osservare situazioni molto diverse.

Per quanto riguarda le città di Parigi e Firenze, si osserva un andamento abbastanza eterogeneo. A Firenze prevalgono venti che provengono da Est e Sud-Ovest, ma anche gli altri venti si presentano con una frequenza non trascurabile; a Firenze, rispetto alle altre città, i venti superano raramente la velocità degli 8 ÷ 10 m/s,

indifferentemente dalla provenienza. A Parigi i venti prevalenti sono quelli provenienti da Ovest, Sud-Ovest, Sud, e Nord, e raggiungono anche velocità di 12 m/s.

New York presenta un andamento abbastanza omogeneo: quasi tutte le direzioni del vento si presentano con una frequenza molto simile, ad eccezione dell'ostro che presenta frequenze di accadimento maggiori rispetto agli altri venti. Si può osservare inoltre che, insieme all'ostro, i venti provenienti da Ovest, Sud-Ovest e Nord-Ovest sono prevalenti, anche in termini di velocità, rispetto ai venti provenienti da Est: raggiungono infatti velocità molto elevate superiori ai 12 m/s.

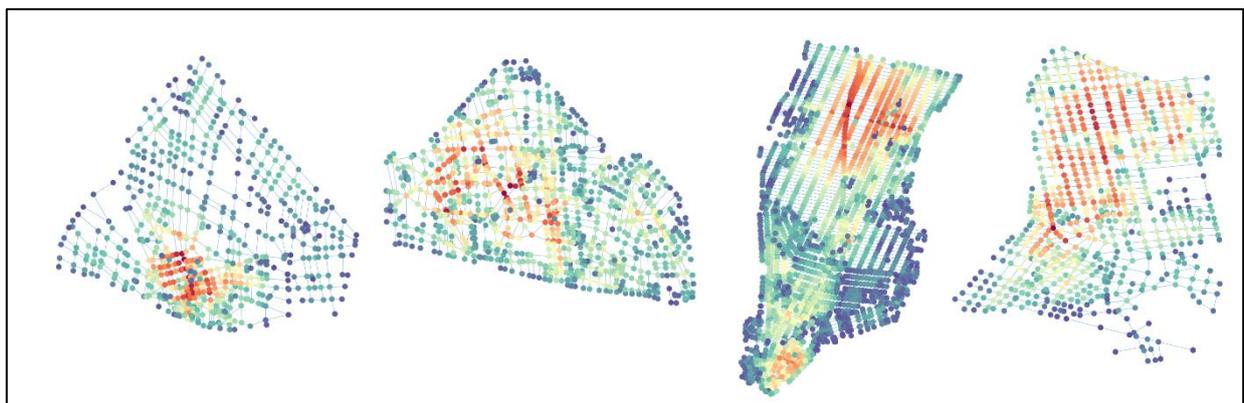
Lione, infine, è caratterizzata principalmente dai venti che soffiano da nord e da sud (rispettivamente tramontana e ostro); questi due venti presentano infatti frequenze di accadimento molto maggiori rispetto alle altre direzioni e raggiungono velocità più elevate. L'ostro, inoltre, raggiunge velocità anche molto elevate (supera i 12 m/s), mentre i venti provenienti dalle altre direzioni superano di rado gli 8 m/s.

A partire da queste informazioni, è stato possibile riportare, nella tabella di seguito, i dati in termini di frequenze percentuali, per ciascuna direzione del vento, relative ad un numero totale di misurazioni osservate nel periodo scelto, riportato nel grafico:

	<b>FIRENZE</b>	<b>PARIGI</b>	<b>NEW YORK</b>	<b>LIONE</b>
<b>0°</b>	10,38	16,03	12,09	11,48
<b>45°</b>	17,81	19,27	11,37	28,80
<b>90°</b>	13,43	14,59	11,58	3,09
<b>135°</b>	5,54	8,13	9,63	4,63
<b>180°</b>	9,84	15,49	8,96	9,33
<b>225°</b>	13,58	12,45	7,10	28,75
<b>270°</b>	18,26	7,48	22,08	3,49
<b>315°</b>	7,69	5,96	12,81	2,81

*Tabella 2 - Tabella delle frequenze percentuali delle diverse direzioni del vento*

Di seguito vengono riportati i risultati ottenuti nel calcolo delle centralità pesate sulle direzioni del vento:



*Figura 29 - Media pesata centralità diretta*



*Figura 30 - Media pesata centralità inversa*

Osservando i grafici in *Figura 29* e *30*, non emergono particolari differenze. I valori pesati delle due centralità non sono identici, ma la differenza tra i valori è molto bassa: per comprendere meglio questo aspetto è stata calcolata la differenza media presente tra i due valori di centralità pesata, per ciascuna città. I valori sono riportati di seguito, in *Tabella 3*:

	<b>Differenza media</b>
<b>FIRENZE</b>	0,14
<b>PARIGI</b>	0,29
<b>NEW YORK</b>	0,42
<b>LIONE</b>	$5,81 \cdot 10^{-2}$

*Tabella 3 - Media delle differenze tra le centralità pesate*

Come si può osservare, il valore più basso si osserva per la città di Lione: analizzando in *Figura 28* la rosa dei venti, si nota un'evidente simmetria tra le direzioni del vento, motivo per cui la differenza media di Lione assume valori molto bassi: le centralità pesate sono molto simili tra di loro a causa della simmetria delle direzioni dei venti.

Ciò è possibile osservarlo, in misura minore, anche per la città di Firenze: osservando la rosa dei venti in *Figura 25*, si può notare che anche in questo caso le direzioni dei venti sembrano avere una frequenza simile per direzioni del vento opposte.

## 2.4 Probability density functions

Sono stati in seguito ottenuti i grafici per la rappresentazione della densità di probabilità della centralità diretta e della centralità inversa, mediante la distribuzione di Kernel, al fine di cogliere meglio le differenze tra le due centralità, considerando per ciascuna città tutti gli scenari di direzione del vento con uguale frequenza.

È possibile osservare, confrontando i risultati per una stessa città, come le curve pdf per la centralità diretta siano uguali alle curve pdf per la centralità inversa, in linea con i risultati ottenuti in precedenza.

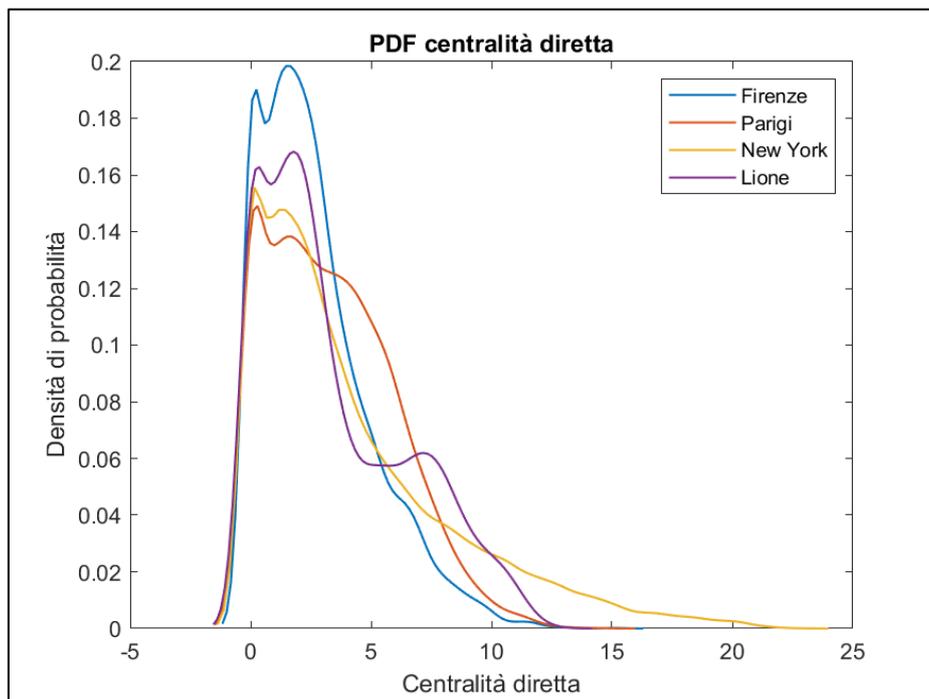


Figura 31 - Pdf dei valori di centralità diretta di ciascuna città per le 8 direzioni del vento considerate con uguale frequenza

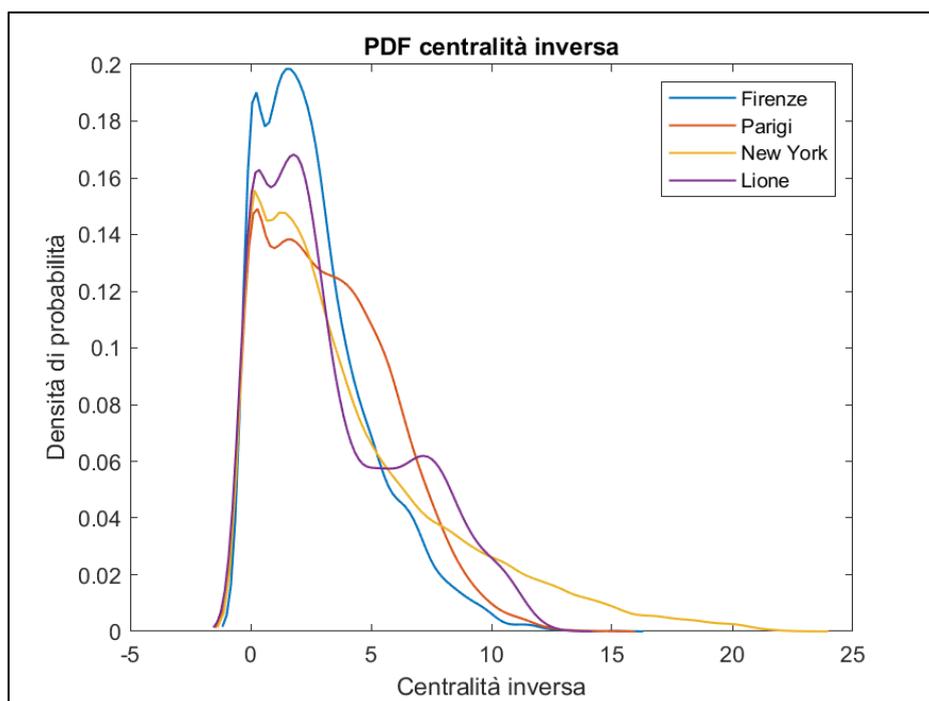
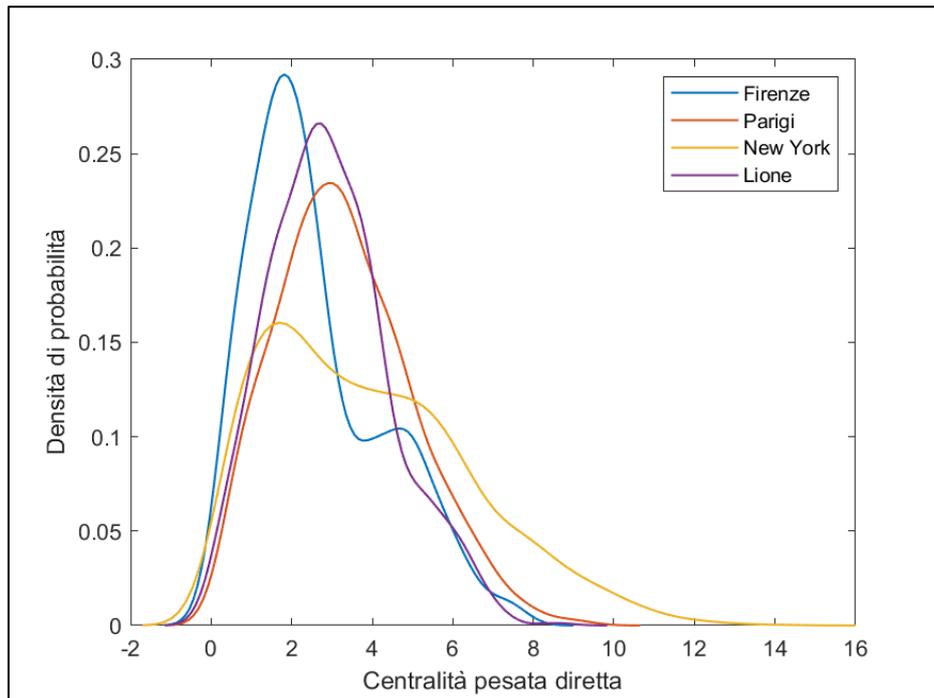


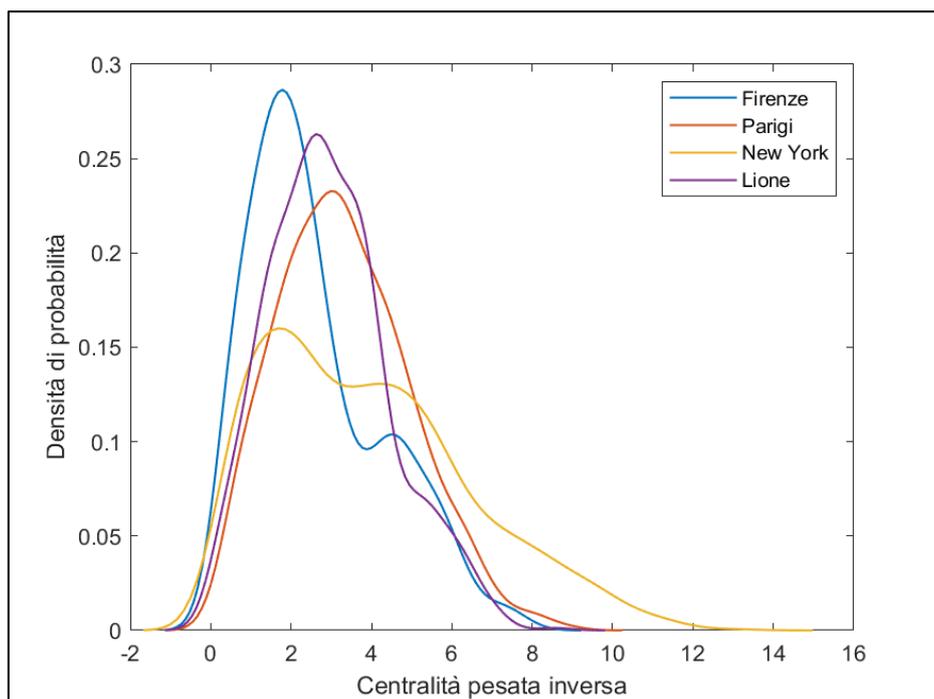
Figura 32 - Pdf dei valori di centralità inversa di ciascuna città per le 8 direzioni del vento considerate con uguale frequenza

Dalle osservazioni delle *Figure 31* e *32* è possibile inoltre confermare quanto osservato nelle mappe di vulnerabilità proposte nei paragrafi 1.2.3 e 2.2, relativi al calcolo delle due centralità: la città di Lione e, in particolar modo, quella di New York, presentano le code più lunghe delle curve della densità di probabilità, a conferma del fatto che sono le città in cui si osservano i valori maggiori di centralità e, dunque, le più vulnerabili.

Sono state infine rappresentate le pdf per i valori della centralità pesati sulle direzioni del vento. Anche in questo caso, in linea con i risultati ottenuti per i valori di centralità pesati sulle 8 direzioni del vento (*Figure 29 e 30*), non si osservano particolari differenze tra gli andamenti delle curve per la centralità diretta e per la centralità inversa: le curve non sono identiche, ma si discostano poco tra di loro.



*Figura 33 - Pdf dei valori della centralità diretta pesati sulle diverse frequenze delle direzioni del vento*

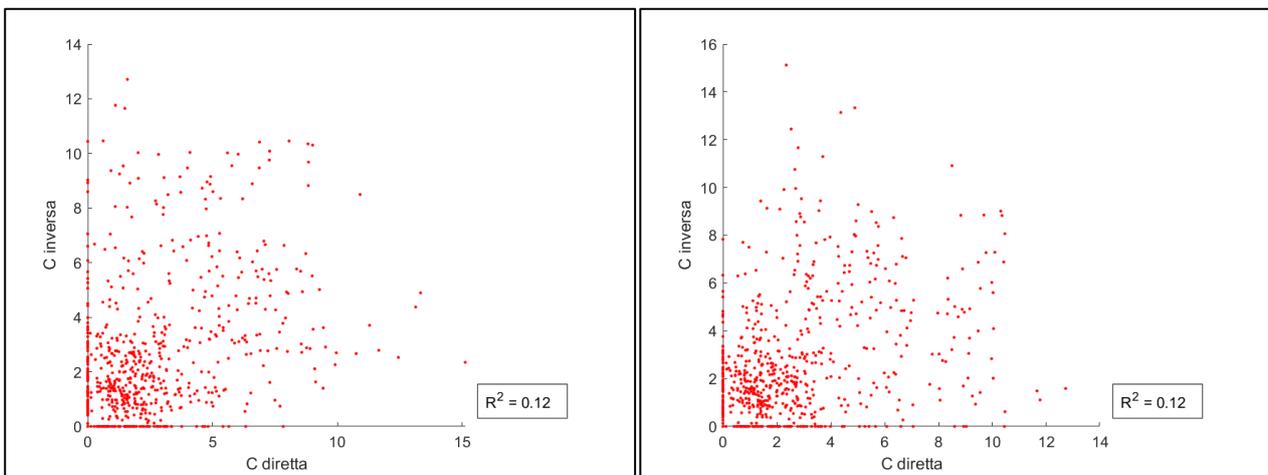


*Figura 34 - Pdf dei valori della centralità inversa pesati sulle diverse frequenze delle direzioni del vento*

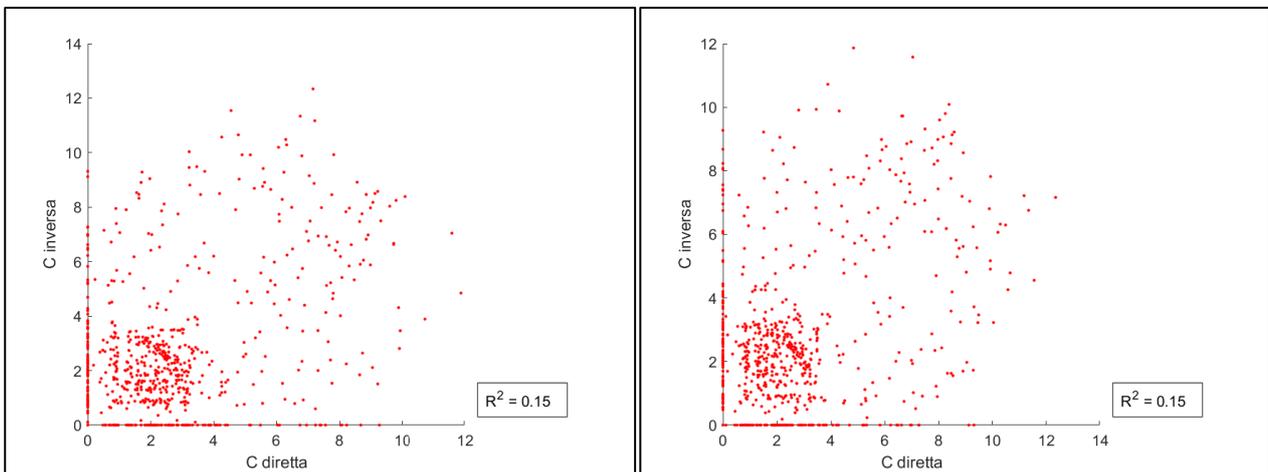
Rispetto alle pdf con i valori di centralità non pesati sulle diverse frequenze del vento, si può osservare una differenza soprattutto per quanto riguarda la città di Lione: sembra infatti presentare valori di centralità inferiori rispetto alle altre città, a differenza di quanto osservato nelle *Figure 31* e *32*. Risulta dunque importante tenere in considerazione anche le effettive direzioni del vento che si manifestano in una città con maggiore frequenza rispetto alle altre, in quanto ciò influisce sui risultati, soprattutto nei casi di città come Lione che presenta una marcata prevalenza di certe direzioni del vento rispetto ad altre.

## 2.5 Correlazione tra la centralità diretta e la centralità inversa

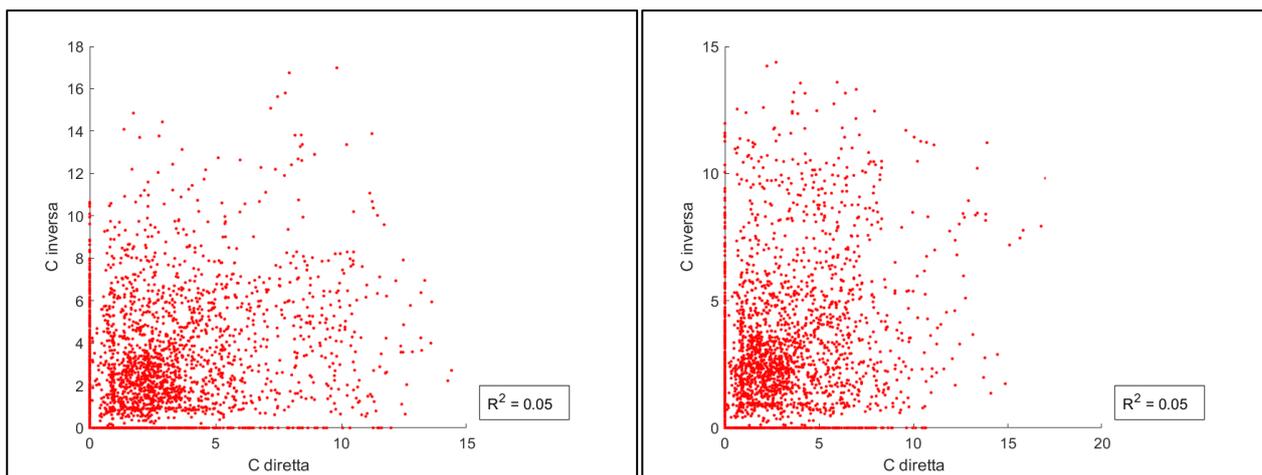
Infine, si vogliono confrontare per ciascuna direzione del vento i valori delle due centralità diretta e inversa: a tal fine sono stati realizzati degli scatter plot per ciascuna città e per tutte e 8 le direzioni del vento. Di seguito vengono riportati degli esempi: per ciascuna città vengono confrontati due grafici per due direzioni del vento opposte (in questo caso sono state prese le direzioni  $0^\circ$  e  $180^\circ$ ).



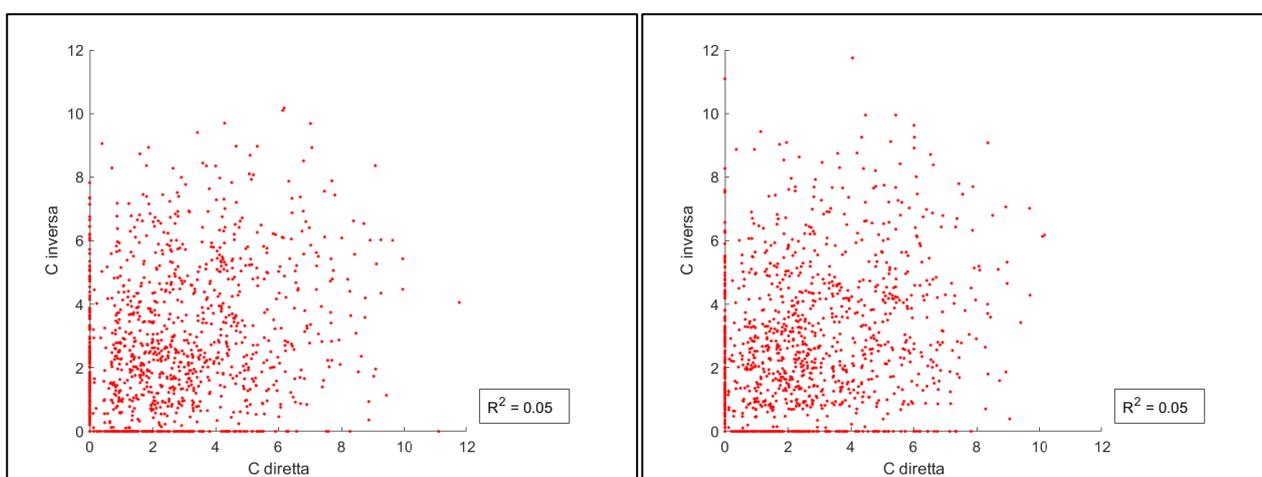
*Figura 35 - Confronto tra le centralità di Firenze a  $0^\circ$  (sinistra) e  $180^\circ$  (destra)*



*Figura 36 - Confronto tra le centralità di Lione a  $0^\circ$  (sinistra) e  $180^\circ$  (destra)*



*Figura 37 - Confronto tra le centralità di New York a 0° (sinistra) e 180° (destra)*



*Figura 38 - Confronto tra le centralità di Parigi a 0° (sinistra) e 180° (destra)*

Si può immediatamente osservare come gli scatter plot mostrino l'assenza di correlazione tra i dati delle centralità: data una qualsiasi direzione del vento e preso un singolo nodo, la centralità diretta che si osserva in quel nodo può essere molto diversa dalla centralità inversa.

Confrontando però, per ciascuna città, due grafici presi per direzioni del vento opposte (in questo caso 0° e 180°) si può osservare, a conferma di quanto osservato nei paragrafi precedenti, la simmetria dei due grafici (infatti anche i coefficienti di determinazione sono uguali).

Al fine di comprendere meglio la differenza tra la centralità diretta e la centralità inversa in un singolo nodo, si procede dunque, nel prossimo capitolo, con uno studio che approfondisce la relazione con determinati parametri della struttura di una città, al fine di evidenziare quelli più rilevanti nel calcolo della vulnerabilità di un punto del tessuto urbano.

### 3. L'influenza dei parametri geometrici e topologici sulle metriche di centralità

Un importante aspetto da tenere in considerazione riguarda lo studio dell'influenza della struttura di una città sulla propagazione di sostanze inquinanti nell'atmosfera e dunque sulla vulnerabilità della città stessa (Fellini et al., 2020).

A partire da quantità studiate nel capitolo precedente al fine di ricavare la centralità dei nodi definita in Eq. 10 (set di nodi raggiungibili dal nodo sorgente, shortest paths e costo di propagazione) sono state ricavate delle proprietà elementari che possono essere utilizzate per lo studio della dipendenza della vulnerabilità da parametri geometrici e topologici.

Il peso  $w$  attribuito a ciascun link (propagation cost) dipende dalla lunghezza della strada, dall'altezza degli edifici e da due velocità (velocità del trasferimento di massa nell'atmosfera al di sopra degli edifici e in direzione longitudinale lungo l'asse della strada). Queste due velocità a loro volta possono essere parametrizzate in funzione delle caratteristiche geometriche della strada, della scabrezza delle superfici degli edifici presenti nelle strade, dell'intensità del vento e del coseno dell'angolo compreso tra la direzione del vento e l'orientazione della strada (Fellini et al., 2019). Ipotizzando di considerare costanti l'intensità del vento e la rugosità delle superfici degli edifici, si ottiene che  $w$  dipende dalle seguenti variabili:

- Altezza degli edifici  $H$ , lunghezza della strada  $L$  e larghezza della strada  $W$  (caratteristiche geometriche);
- Coseno dell'angolo compreso tra la direzione del vento e l'orientazione della strada ( $\cos\theta$ ).

La scomposizione risulta più complessa per le altre quantità rappresentate dagli shortest paths e dai set di nodi raggiungibili dal nodo sorgente, in quanto non sono facilmente riconducibili a semplici proprietà della città. Contengono infatti informazioni relative al modo in cui le strade di una città sono interconnesse e ai diversi scenari che si generano a seconda della direzione del vento incidente sulle strade.

Per poter quindi definire delle variabili topologiche alle quali fare riferimento, si parte dal considerare un nodo sorgente e la sua area sottovento, definita come "n-hop neighborhood", ovvero l'area che comprende i nodi raggiungibili dal nodo sorgente attraverso un numero  $n$  di "salti" lungo i link. Il numero di salti  $n$  è correlato al rapporto tra la concentrazione rilasciata alla sorgente e la concentrazione soglia per la quale la concentrazione di inquinante stessa è rilevante. Nel caso in questione il numero  $n$  di salti è stato preso costante e pari a 8, in quanto è stato osservato che, per l'analisi presa in considerazione, questo valore è quello tale per cui le proprietà del vicinato prese in considerazione consentono di predire in modo corretto il potenziale di diffusione di un nodo, ovvero  $n$  è il valore che ottimizza la correlazione nel modello di regressione che si osserverà più avanti.

Il vicinato di un nodo viene calcolato nello script attraverso una funzione che, a partire dal nodo sorgente, osserva quali sono i nodi uscenti da esso (funzione "outedges"); per ciascun nodo uscente, ripete ciclicamente la medesima operazione fino a raggiungere il numero massimo di salti consentito.

Dopo aver definito quest'area, è possibile definire due indicatori topologici.

Il primo è il numero di link,  $k$ , presenti nell'area sottovento appena definita: non è però esaustivo delle informazioni che contengono le proprietà dei percorsi che collegano la sorgente agli altri nodi del vicinato, in quanto per uno stesso numero di link si possono avere diverse strutture del tessuto urbano. A tal fine si introduce il secondo indicatore, l'indice di branching (o ramificazione)  $b$ , definito come media dell'outdegree dei nodi che appartengono al vicinato:

$$b = \frac{1}{m} \sum_{i \in \mathcal{N}} \sum_{j \in \mathcal{M}} A_{ij} \quad \text{Eq. 12}$$

In sintesi, possiamo classificare i parametri richiesti in:

- Parametri topologici:  $k$ ,  $b$ ;
- Parametri geometrici del vicinato:  $L$ ,  $H$ ,  $W$ ,  $\theta$ .

I parametri indicati in maiuscolo rappresentano la media dei valori del vicinato. La media rimane un buon indicatore nel caso dei parametri geometrici, in quanto è possibile assumere omogenee le caratteristiche geometriche dei canyon in un vicinato. Ciò però non vale per l'orientazione delle strade  $\theta$ , in quanto le strade si intersecano a diversi angoli e l'intensità del vento è molto diversa a seconda dell'orientazione del vento stesso. Per questo motivo come ulteriore parametro per l'analisi della vulnerabilità si introduce la deviazione standard dell'orientazione dei canyon,  $\sigma$ .

Al fine di valutare quanto questi parametri influenzino la vulnerabilità di un nodo, è stata eseguita un'analisi regressiva mediante il seguente modello non lineare:

$$V_{\text{pred}} = \alpha \cdot L^\beta \cdot H^\gamma \cdot W^\delta \cdot \theta^\varepsilon \cdot K^\zeta \cdot b^\eta \cdot (1 - \sigma)^\lambda \quad \text{Eq. 13}$$

Si ottiene il seguente scatter plot: l'80% della capacità di dispersione di un punto in una città può essere rappresentata dai parametri contenuti nel modello non lineare.

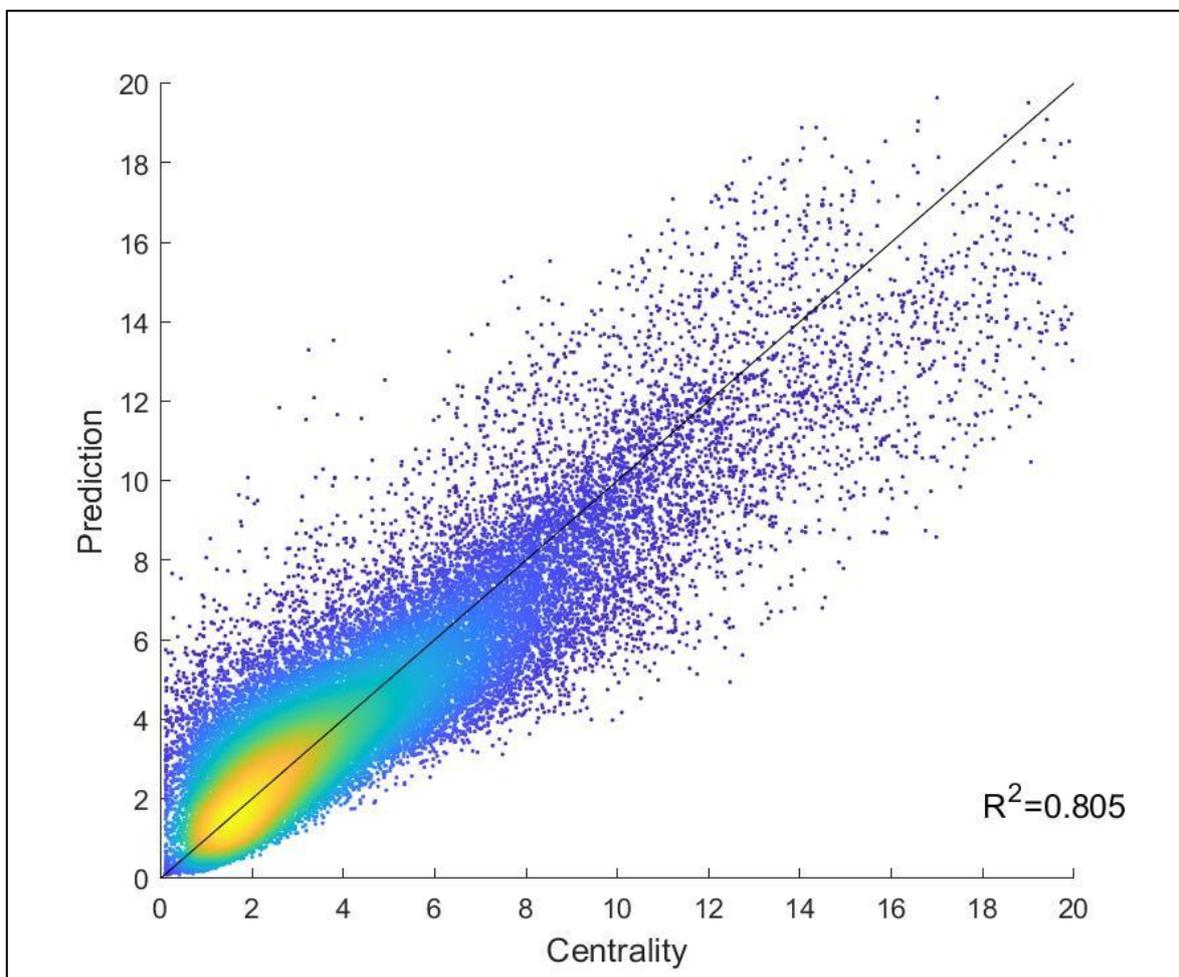


Figura 39 - Correlazione tra centralità diretta misurata e centralità diretta predetta

Al fine di identificare i parametri che hanno una maggiore influenza, si possono eseguire due confronti:

- Valutazione dell'aumento dell' $R^2$  man mano che si inseriscono progressivamente nel modello i diversi parametri (cerchi rossi);
- Valutazione della perdita che  $R^2$  subisce nel caso in cui uno dei parametri venga escluso dal modello (triangoli blu).

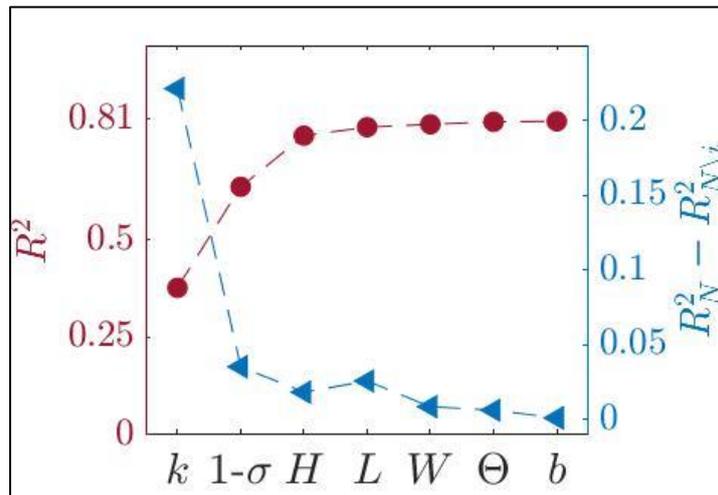


Figura 40 - Confronti  $R^2$

Entrambe le analisi mostrano che il numero di link  $k$  e la deviazione standard dell'orientazione delle strade  $\sigma$  sono gli indicatori principali della vulnerabilità di un nodo: la topologia gioca dunque un ruolo fondamentale nella dinamica di dispersione degli inquinanti negli ambienti urbani, mentre le caratteristiche geometriche dei canyon rivestono un ruolo secondario, in cui l'altezza  $H$  ha un effetto prevalente.

A partire da queste informazioni, è stata ripetuta la stessa analisi utilizzando i dati della centralità inversa ottenuti precedentemente: a tal fine è stato necessario modificare nello script il calcolo per la determinazione del vicinato di un nodo, sostituendo alla funzione "outedges" quella di "inedges", che fornisce le informazioni relative ai link entranti in un nodo. In questo modo si costruisce il vicinato di un nodo sorgente sulla base dei link entranti nel nodo stesso.

È stato inoltre necessario modificare il calcolo dell'indice di ramificazione  $b$ : la media è stata effettuata sui valori di in-degree dei nodi, quindi valutando il numero di link entranti in un nodo.

I risultati ottenuti sono un'ulteriore conferma di quanto osservato precedentemente, in quanto si possono dedurre le stesse considerazioni: infatti, osservando lo scatter plot ottenuto, si può dedurre che anche nell'osservazione di quelli che sono i nodi che presentano la maggiore probabilità di essere raggiunti dalle concentrazioni più significative i parametri topologici e geometrici contenuti nel modello non lineare si prestano bene a descrivere e rappresentare il fenomeno e la capacità di dispersione di una sostanza inquinante e, dalle analisi sui valori di  $R^2$  riportati in Figura 31, si osserva anche in questo caso l'influenza dei parametri  $k$  e  $\sigma$ .

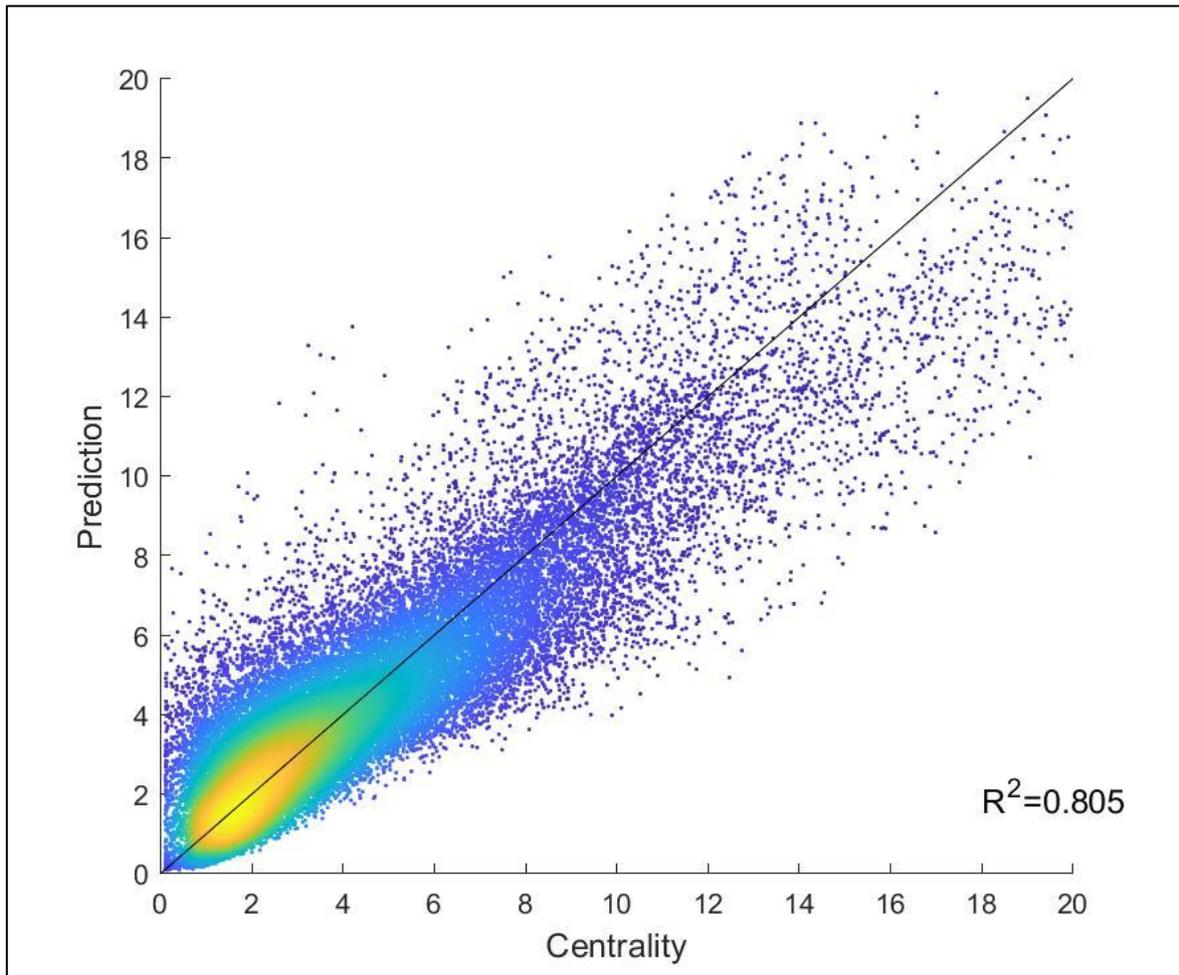


Figura 41 - Correlazione tra centralità inversa misurata e centralità inversa predetta

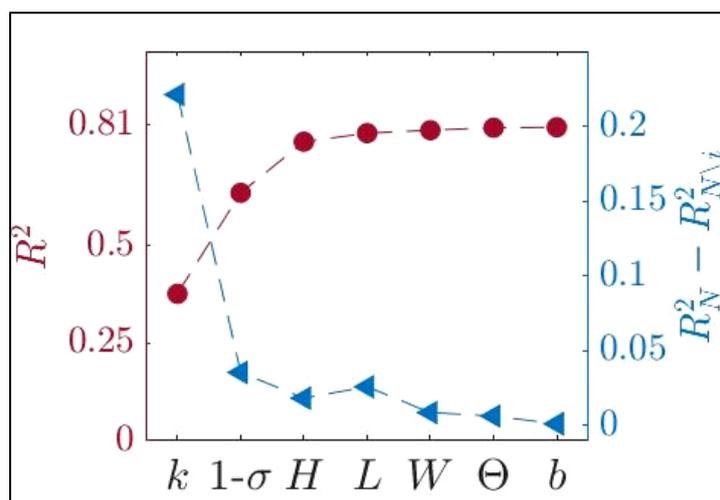


Figura 42 - Confronti  $R^2$  nel caso della centralità diretta

### 3.1 Correlazione dei parametri per centralità diretta e centralità inversa

Al fine di comprendere la differenza tra le due centralità, osservata nel capitolo precedente negli scatter plot riportati nelle figure 35, 36, 37 e 38, si intende investigare sulla correlazione tra i parametri geometrici e topologici ottenuti nei due diversi casi di centralità, al fine di identificare eventuali parametri che contribuiscono maggiormente a determinare la differenza tra le centralità.

Si riportano di seguito gli scatter plot con i confronti dei 7 parametri studiati per le due diverse centralità. È stata presa come esempio la città di New York.

I risultati ottenuti per le altre città vengono riportati nell'Appendice B.

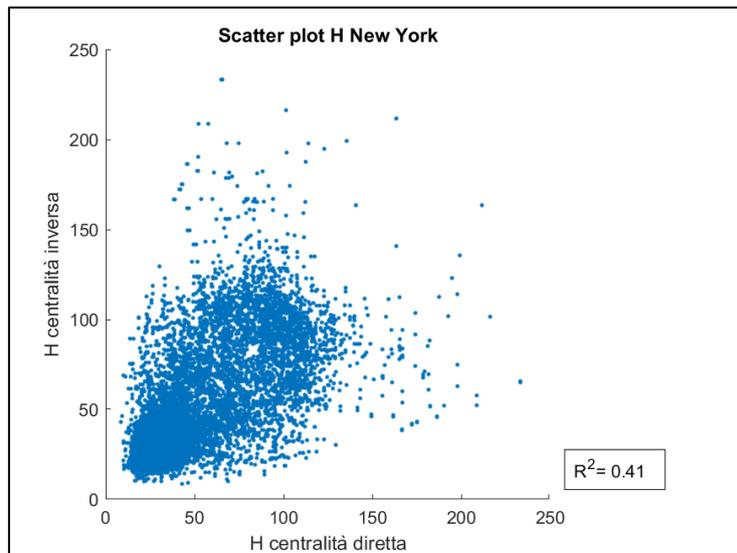


Figura 43 - Confronto H

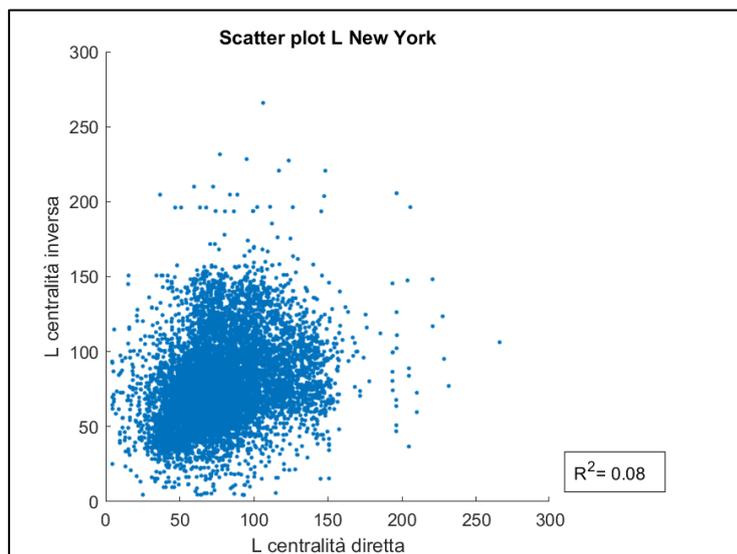


Figura 44 - Confronto L

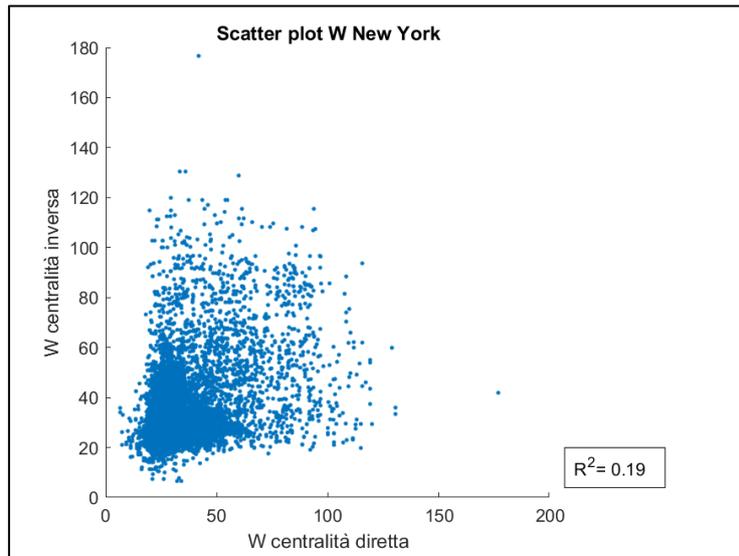


Figura 45 - Confronto W

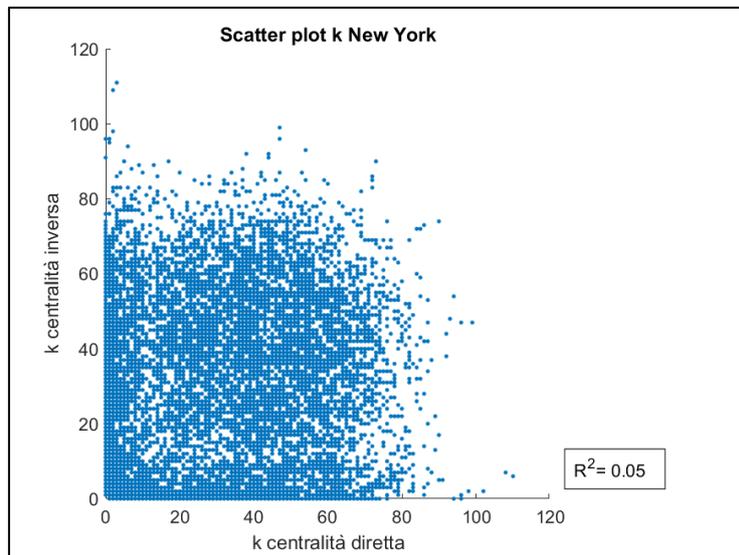


Figura 46 - Confronto k

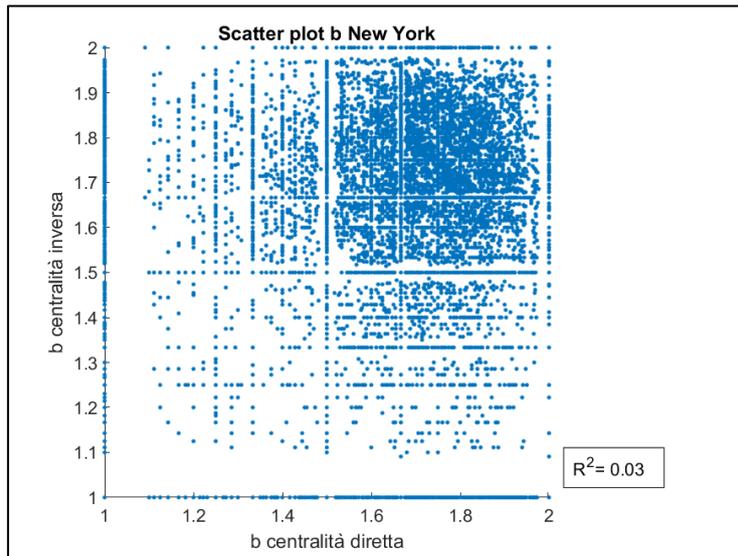


Figura 47 - Confronto b

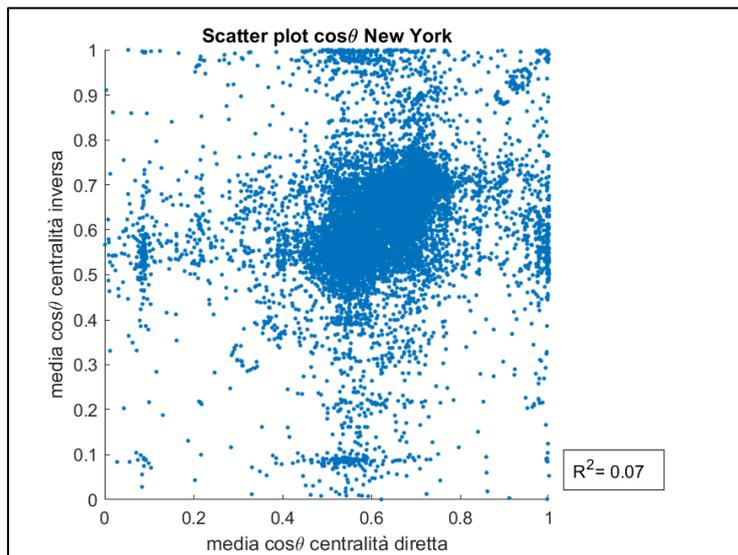
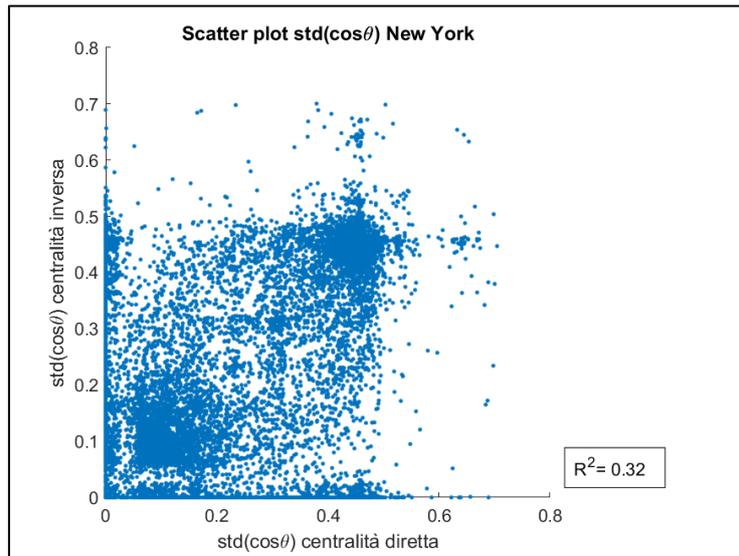


Figura 48 - Confronto media cos(θ)



*Figura 49 - Confronto deviazione standard di  $\cos(\vartheta)$*

Dall'osservazione dei grafici sopra riportati, è possibile osservare una maggiore correlazione tra i valori relativi ai parametri geometrici  $H$ ,  $L$ ,  $W$  e del coseno dell'angolo compreso tra la direzione del vento e l'orientazione della strada  $\vartheta$ , mentre si osserva una correlazione inferiore per quanto riguarda i parametri topologici  $k$  e  $b$ .

Le differenze tra la centralità diretta e la centralità inversa per i singoli nodi, osservate nel capitolo precedente (*Figure 35, 36, 37 e 38*), sono dunque principalmente da associare ai parametri topologici, quindi al numero di link e all'indice di ramificazione di una data area: la topologia degli ambienti urbani dunque riveste un ruolo fondamentale nella dispersione delle sostanze.

## 4. Applicazione delle reti complesse per la risoluzione dei problemi inversi

Si vogliono ora studiare due casi particolari al fine di verificare la possibilità di risalire al punto effettivo in cui si è verificato un rilascio di una sostanza aeriforme inquinante, a partire dalle misure di concentrazione note nei punti in cui siano presenti dei misuratori della qualità dell'aria. Dunque, nota la posizione di un nodo ricettore e la concentrazione misurata in quel punto, si vuole risalire al corrispondente nodo sorgente, in due casi:

1. sono note le concentrazioni sia al nodo sorgente che al nodo ricettore;
2. sono note solo informazioni sul nodo sorgente (concentrazione e posizione), ma non è nota la concentrazione al nodo sorgente.

### 4.1 Caso 1: concentrazione nota ai ricettori e alla sorgente

Nel capitolo 2 è stato descritto un modello fisico semplificato per la rappresentazione della dispersione di una sostanza gassosa in un ambiente urbano: a seguito dell'emissione di una sostanza contaminante da una sorgente puntuale posta sulla strada, è possibile calcolare, tramite l'Eq. 4, la concentrazione di sostanza che si osserva in corrispondenza della fine della strada stessa, ad una certa distanza  $l$ , a partire dalla conoscenza della concentrazione iniziale alla sorgente e del valore del peso  $w_{ij}$  attribuito alla strada, definito in Eq. 5.

Sulla base di queste osservazioni, è possibile calcolare il rapporto tra la concentrazione al nodo ricettore e la concentrazione al nodo sorgente come prodotto degli inversi dei pesi che caratterizzano ciascun link appartenente allo shortest path  $D$ , che collega il nodo sorgente al nodo ricettore:

$$\frac{c_r}{c_s} = \prod_{(i,j) \in D} \frac{1}{w_{ij}} \quad \text{Eq. 14}$$

L'Eq. 14 può essere riscritta nel seguente modo:

$$\frac{c_r}{c_s} = \exp \left[ - \sum_{(i,j) \in D} \ln w_{ij} \right] \quad \text{Eq. 15}$$

Il problema che ci si pone è quello di risalire alla posizione della sorgente a partire dalla quale avviene l'emissione, essendo note le concentrazioni alla sorgente e ad un nodo ricettore. Immaginando infatti di considerare la presenza nella città di una rete di monitoraggio della qualità dell'aria, vi saranno determinati punti dotati di sensori (nodi ricettori) in grado di rilevare le concentrazioni delle sostanze aeriformi presenti nell'aria. A partire dalla conoscenza della concentrazione misurata ad un determinato sensore, di posizione nota, ed essendo nota l'entità del rilascio, si vuole individuare la posizione della sorgente.

Si parte dunque dalla conoscenza della posizione del nodo ricettore  $R$  in una rete e della sua concentrazione. Essendo nota a priori la concentrazione del nodo sorgente, è dunque noto anche il rapporto tra le due concentrazioni  $\frac{c_r}{c_s}$ .

A titolo di esempio, si riporta in *Figura 50* un caso semplice di rete, in cui è evidenziato il nodo ricettore di cui sono note posizione e concentrazione:

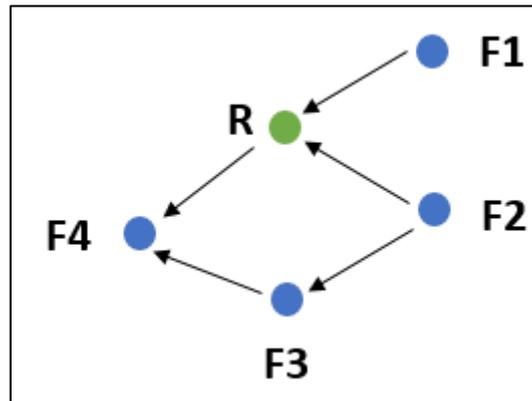


Figura 50 - Esempio di rete semplice in cui è individuato un nodo ricettore noto

Invertendo le direzioni dei link, è possibile identificare quali sono i nodi F che, essendo raggiungibili dal nodo R, rappresentano i possibili nodi sorgente:

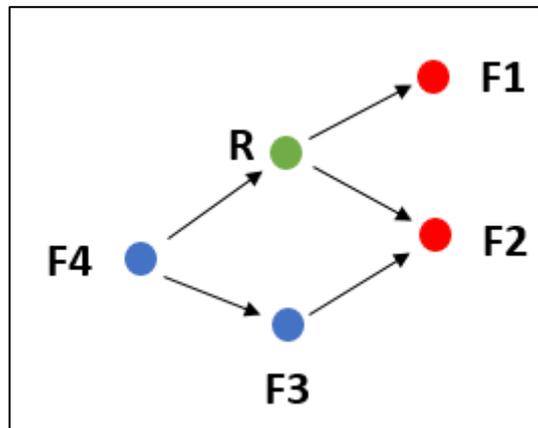


Figura 51 - Individuazione delle potenziali sorgenti

I nodi F1 ed F2 sono quelli che potrebbero rappresentare la sorgente: al fine di capire quale dei due identifichi la sorgente reale, è possibile applicare la formula in Eq. 14 a ciascuno dei percorsi che collegano i potenziali nodi sorgente al nodo ricettore R. In questo modo si otterranno due rapporti,  $\frac{c_r}{c_{F1}}$  e  $\frac{c_r}{c_{F2}}$ .

Se  $\frac{c_r}{c_{F1}} = \frac{c_r}{c_s}$  allora la sorgente reale sarà identificata dal nodo F1; altrimenti, se  $\frac{c_r}{c_{F2}} = \frac{c_r}{c_s}$ , sarà data dal nodo F2.

Lo stesso risultato può essere però ottenuto senza la necessità di invertire i link della rete, ma partendo sempre dalla rete diretta. Per ciascuna rete, infatti, l'analisi della centralità partiva dal calcolo della matrice degli shortest paths, una matrice che per ciascuna combinazione dei nodi possibile riporta il percorso, che collega i due nodi, che presenta il numero minimo di link attraversati, e quindi il percorso che minimizza la somma dei pesi dei link attraversati (si veda Eq. 1, paragrafo 2.1.2, capitolo 2); insieme al calcolo della matrice degli shortest paths, viene calcolata anche una matrice contenente il rapporto delle concentrazioni dei due nodi (Eq.14). Questa matrice, infatti, era necessaria per non prendere in considerazione, nel calcolo della centralità definita in Eq. 10, i nodi troppo lontani dalla sorgente per poter essere considerati importanti ai fini della determinazione della centralità.

Lungo tale matrice le righe rappresentano i nodi sorgente e le colonne i nodi ricettori, quindi ciascuna cella della matrice corrisponde ad una specifica combinazione di nodo sorgente e nodo ricettore. Un esempio semplificato di tale matrice viene riportato di seguito, in Figura 52:

		R					
		1	2	3	4	5	6
S	1	1	$\frac{c_{R2}}{c_{S1}}$	0	0	0	0
	2	0	1	0	0	0	0
	3	$\frac{c_{R1}}{c_{S3}}$	$\frac{c_{R2}}{c_{S3}}$	1	$\frac{c_{R4}}{c_{S3}}$	0	0
	4	0	0	0	1	0	0
	5	$\frac{c_{R1}}{c_{S5}}$	$\frac{c_{R2}}{c_{S5}}$	$\frac{c_{R3}}{c_{S5}}$	$\frac{c_{R4}}{c_{S5}}$	1	0
	6	0	0	0	0	0	1

Figura 52 - Esempio di matrice dei rapporti delle concentrazioni

Si scelgono dunque a priori due nodi, ad esempio il nodo sorgente  $S=1$  e il nodo ricettore  $R=2$ . È nota la concentrazione al ricettore  $c_r$  (ovvero la concentrazione che si immagina venga rilevata da un misuratore). Inoltre, in questo scenario semplificato, è nota anche l'entità del rilascio e quindi la concentrazione  $c_s$  alla sorgente. La posizione del nodo ricettore  $R=2$  è nota, dunque si indaga la colonna corrispondente alla posizione del nodo ricettore. In questa colonna saranno presenti i valori dei rapporti tra la concentrazione al ricettore e la concentrazione alle possibili sorgenti dalle quali il nodo ricettore può essere raggiunto ( $\frac{c_{R2}}{c_{S1}}$ ,  $\frac{c_{R2}}{c_{S3}}$ , e  $\frac{c_{R2}}{c_{S5}}$ ). Si percorre quindi la colonna e si confrontano i valori dei rapporti con il rapporto noto  $\frac{c_{R2}}{c_{S1}}$ , fino ad individuare la riga in grado di fornire il valore del rapporto tra le concentrazioni uguale a quello noto. Individuato il valore ricercato, la riga corrispondente alla cella trovata fornisce la posizione del nodo sorgente.

È stata inoltre effettuata una breve analisi per esaminare l'eventuale possibilità che si possa risalire, nota la concentrazione  $c_r/c_s$ , a più nodi sorgente, ovvero il caso in cui non sia possibile identificare in modo univoco la sorgente del rilascio. Per fare ciò, a partire dalla matrice contenente i rapporti delle concentrazioni, è stato controllato che non vi fossero valori di rapporti uguali che si ripetessero all'interno di una stessa colonna (ovvero tutte le combinazioni per un dato nodo ricettore con tutti i possibili nodi sorgente presentano valori dei rapporti delle concentrazioni diversi). È risultato che, per tutti i casi di direzione del vento di ciascuna città, è sempre possibile identificare in maniera univoca la sorgente reale.

#### 4.1.1 Aggiunta di un errore alle concentrazioni

È stato dunque osservato che, a partire dal modello appena delineato, nota la posizione del nodo ricettore e il rapporto tra le concentrazioni dei due nodi, è possibile risalire univocamente alla sorgente reale dove è avvenuto il rilascio. Nella realtà, però, subentrano ulteriori fattori che non rendono possibile l'identificazione univoca della sorgente responsabile del rilascio: i sensori addetti alla misura della qualità dell'aria, infatti, presentano dei limiti nella precisione della misura, per cui le concentrazioni misurate non saranno mai uguali a quelle ottenute col modello, ma presenteranno un certo errore. Diventa dunque necessario lo studio di come un certo errore presente nella misura reale effettuata da un sensore possa influire sull'individuazione della sorgente reale in cui è avvenuta l'immissione, in modo tale da poter agire prontamente in caso di emergenza.

Per fare ciò si parte sempre dalla matrice dei rapporti delle concentrazioni  $c_r/c_s$ , definita in Figura 52: immaginando di conoscere la concentrazione ( $c_r$ ) al nodo ricettore  $R=2$ , di posizione nota, e l'entità del

rilascio, per cui è nota la concentrazione alla sorgente  $c_s$  e dunque il rapporto tra le due concentrazioni, è possibile localizzare immediatamente la sorgente andando a ricercare lungo la colonna corrispondente alla posizione del nodo ricettore il valore del rapporto tra le concentrazioni noto. Però l'identificazione univoca e corretta della sorgente in cui avviene il rilascio non diventa più possibile nel momento in cui si ottengono misure affette da errore: diventa dunque possibile identificare una o più sorgenti a cui è attribuibile il rilascio.

Si immagina dunque di conoscere il rapporto  $c_r/c_s$  reale, ovvero caratterizzato da un certo errore noto, causato dal limite della precisione dello strumento. Essendo nota la posizione del nodo ricettore, si vuole confrontare il valore del rapporto reale, ottenuto dalle misure agli strumenti, con i rapporti di concentrazioni ottenuti tramite il modello, presenti dunque lungo la colonna della matrice corrispondente alla posizione del nodo in cui è presente il sensore, al fine di individuare il rapporto che minimizza la differenza tra il rapporto reale affetto da errore e quello teorico misurato nel modello, e che quindi potrebbe ricondurre ad una sorgente diversa da quella reale. Se l'errore è piccolo, ci si aspetta che tale rapporto corrisponda alla sorgente effettiva. All'aumentare dell'errore, però, il confronto (minimizzazione della differenza) tra il rapporto misurato e quelli forniti dal modello, potrebbe ricondurre all'individuazione di sorgenti che non corrispondono a quella effettiva in cui è avvenuto il rilascio.

Per fare ciò, dal punto di vista analitico, si procede partendo da un determinato rapporto delle concentrazioni di un nodo ricettore e di un nodo sorgente e si calcola un valore  $\delta$ , pari ad una variazione percentuale del rapporto delle concentrazioni. Ad esempio, considerando la concentrazione nota alla sorgente  $S=1$  e la concentrazione misurata al nodo ricettore  $R=2$ , sarà noto, dal modello, il rapporto  $\frac{c_{R2}}{c_{S1}}$ ; a partire da questo valore, si calcola  $\delta$  come una variazione percentuale di tale rapporto, ad esempio  $\delta = \frac{c_{R2}}{c_{S1}} \cdot 0.1$ . Quest'ultima misura rappresenta dunque l'errore commesso dallo strumento.

A partire dai valori ottenuti col modello, si calcola la differenza tra il rapporto  $\frac{c_{R2}}{c_{S1}}$  e i restanti valori presenti sulla colonna, ovvero i valori dei rapporti delle concentrazioni ottenuti combinando lo stesso nodo ricettore con le altre possibili sorgenti: dunque, con riferimento alla *Figura 50*, si calcolano  $|\frac{c_{R2}}{c_{S1}} - \frac{c_{R2}}{c_{S3}}|$  e  $|\frac{c_{R2}}{c_{S1}} - \frac{c_{R2}}{c_{S5}}|$ . Infine, si confrontano questi risultati con il valore  $\delta$  calcolato in precedenza: se risultano inferiori ad esso, allora l'errore causato dallo strumento nella misura delle concentrazioni non consente l'individuazione univoca della sorgente. Ipotizzando ad esempio che  $|\frac{c_{R2}}{c_{S1}} - \frac{c_{R2}}{c_{S3}}| < \delta$ , allora la sorgente  $S=3$  potrà essere identificata, erroneamente, come potenziale sorgente del rilascio.

		R					
		1	2	3	4	5	6
S	1	1	$\frac{c_{R2}}{c_{S1}}$	0	0	0	0
	2	0	1	0	0	0	0
	3	$\frac{c_{R1}}{c_{S3}}$	$\frac{c_{R2}}{c_{S3}}$	1	$\frac{c_{R4}}{c_{S3}}$	0	0
	4	0	0	0	1	0	0
	5	$\frac{c_{R1}}{c_{S5}}$	$\frac{c_{R2}}{c_{S5}}$	$\frac{c_{R3}}{c_{S5}}$	$\frac{c_{R4}}{c_{S5}}$	1	0
	6	0	0	0	0	0	1

Figura 53

Tale analisi viene ripetuta per tutte le possibili combinazioni di nodo sorgente e nodo ricettore (escludendo i rapporti che presentano valore nullo e i valori presenti sulla diagonale della matrice, in quanto rappresentano le combinazioni tali per cui il nodo sorgente coincide col nodo ricettore, motivo per cui il rapporto delle concentrazioni è pari a 1).

Per ogni combinazione, si valuta il numero di errori, e dunque il numero di volte in cui si risale ad una sorgente diversa da quella reale. Tale numero viene normalizzato rispetto al numero  $n_s$  delle possibili sorgenti "sbagliate" a cui è possibile ricondurre il nodo ricettore, ovvero il numero di celle presenti sulla colonna, corrispondente alla posizione del nodo ricettore preso in considerazione, che presentano un valore del rapporto delle concentrazioni non nullo e non pari ad 1: ad esempio, con riferimento alla Figura 50, considerando il nodo ricettore in posizione R=2, il numero totale di celle individuabili, con valori non nulli e diversi da 1, è pari a 3; il numero delle sorgenti a cui si potrebbe attribuire erroneamente la causa del rilascio è pari a  $n_s = 3 - 1$ , in quanto, tra tutti i valori possibili, ne è presente uno che corrisponde alla sorgente reale, per cui non se ne tiene conto nella normalizzazione.

Per ciascuna combinazione dei rapporti  $\frac{c_r}{c_s}$  presenti nella matrice viene dunque calcolato il numero di errori commessi normalizzato rispetto al numero  $n_s$  di possibili sorgenti sbagliate; in seguito, si calcola la media dei valori ottenuti per tutte le possibili combinazioni. Tale calcolo viene ripetuto per ciascuna direzione del vento.

L'analisi viene ripetuta per diversi valori di errore percentuale fino a valutare un errore  $\vartheta$  pari al 20%, in modo tale da tenere in considerazione un range di errore che sia plausibile con la sensibilità che solitamente presentano gli strumenti di misurazione.

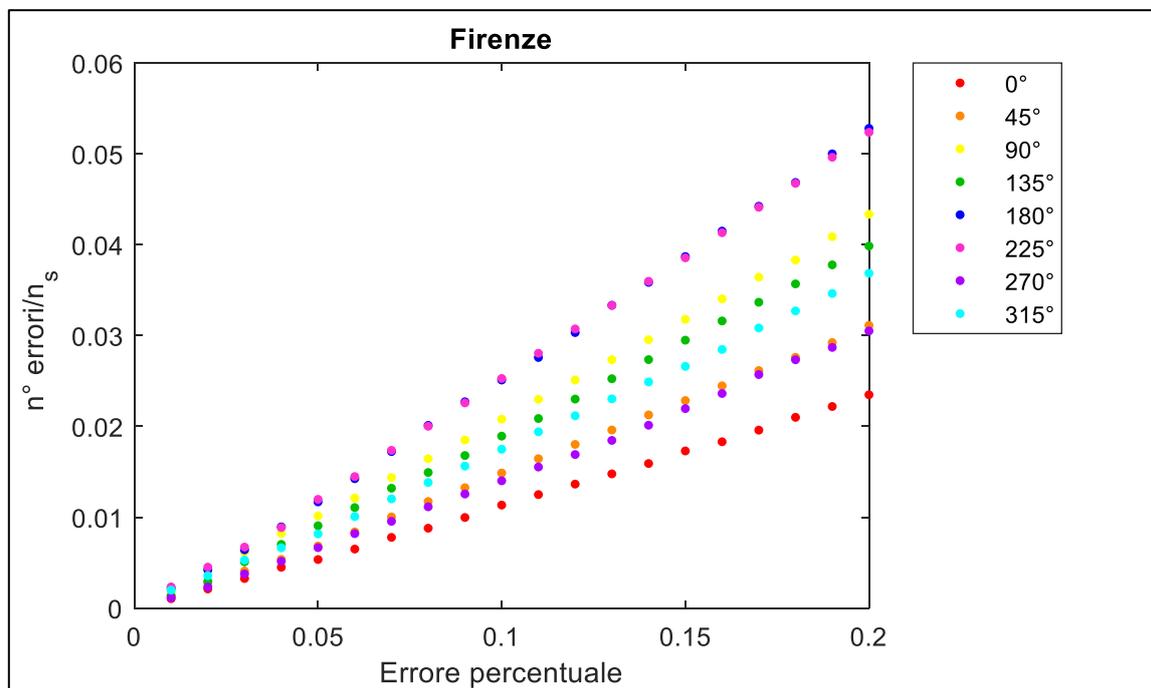


Figura 54 – Variazione della media del numero di errori normalizzato sul numero delle potenziali sorgenti al variare dell'errore percentuale per la città di Firenze

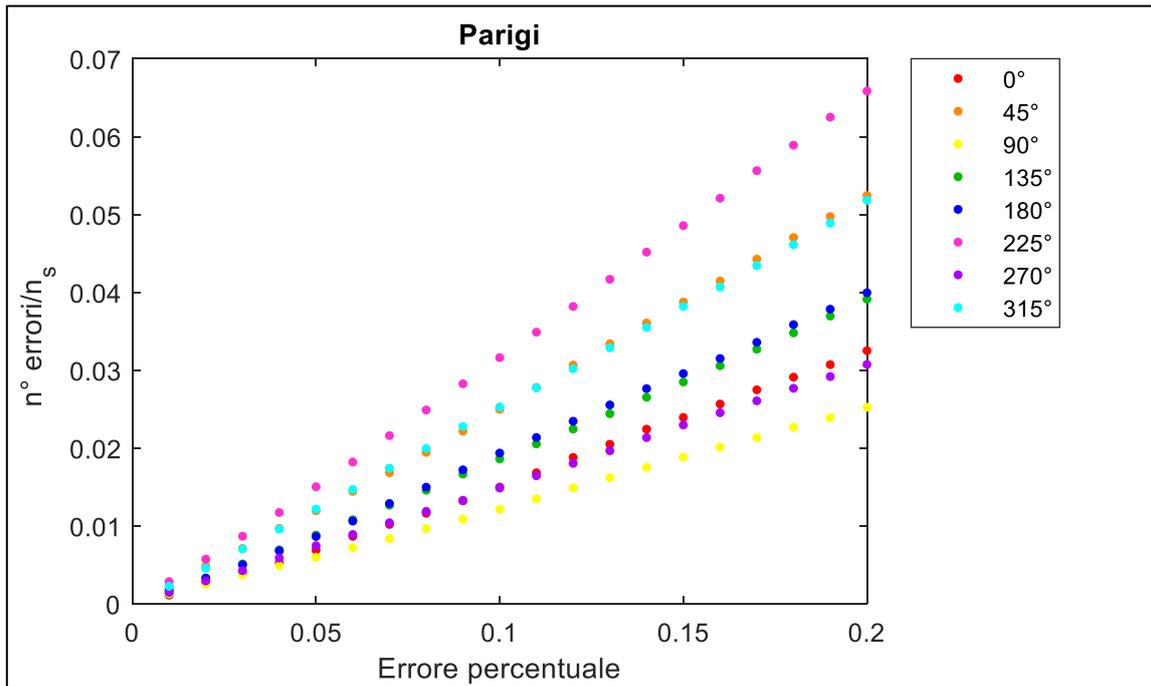


Figura 55 - Variazione della media del numero di errori normalizzato sul numero delle potenziali sorgenti al variare dell'errore percentuale per la città di Parigi

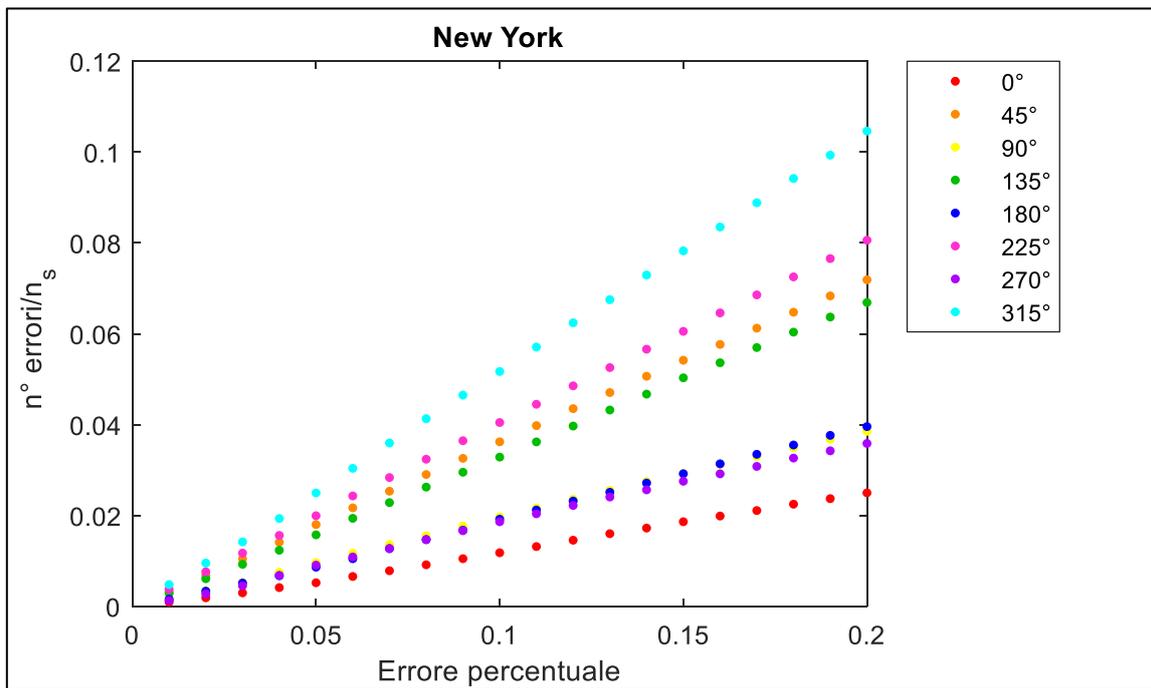
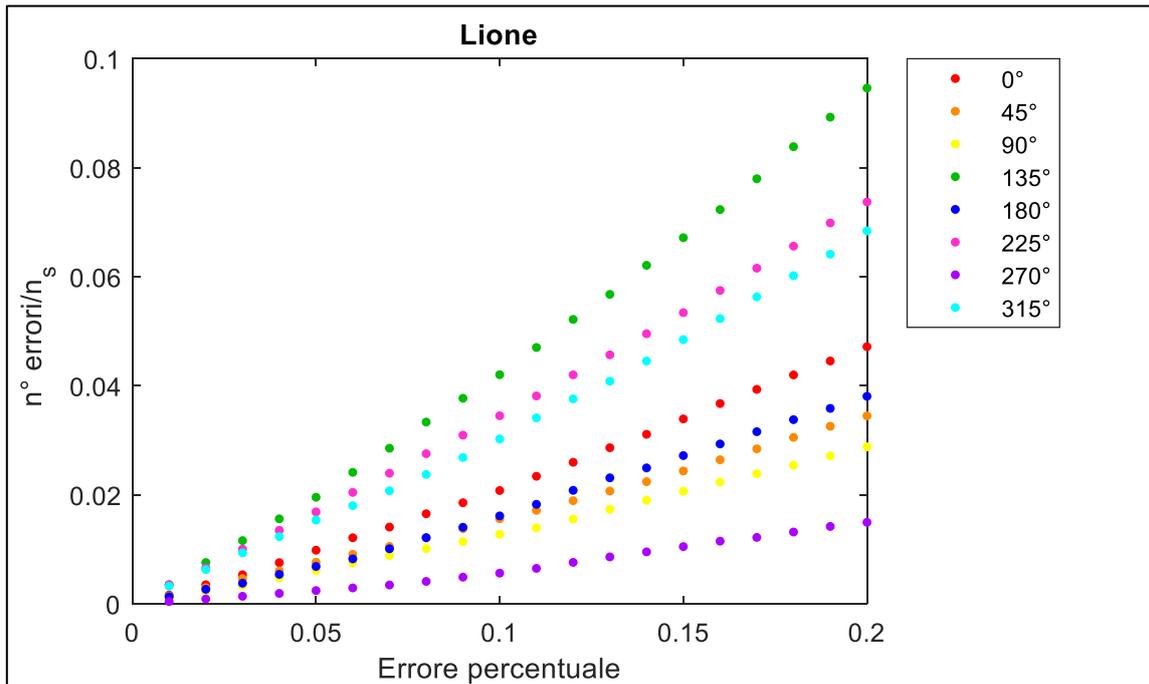


Figura 56 - Variazione della media del numero di errori normalizzato sul numero delle potenziali sorgenti al variare dell'errore percentuale per la città di New York



*Figura 57 - Variazione della media del numero di errori normalizzato sul numero delle potenziali sorgenti al variare dell'errore percentuale per la città di Lione*

Ciò che si può osservare è che, all'aumentare dell'errore percentuale, aumenta linearmente il numero di errori commessi in media. Inoltre, soprattutto per le città di Parigi, New York e Lione, è possibile osservare che il numero degli errori commessi è maggiore per le direzioni del vento oblique ( $45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ ) rispetto a quelle principali: nel caso di queste direzioni del vento infatti, come già osservato nel Capitolo 2 (paragrafo 2.2.3), il fronte di propagazione dell'inquinante si divide lungo più percorsi di propagazione, per cui aumenta la zona di influenza e di conseguenza la probabilità di incontrare concentrazioni simili a quella di partenza. Lungo le direzioni del vento principali, il fronte di propagazione dell'inquinante tende invece a percorrere tratti rettilinei e dunque a non disperdersi lungo altri percorsi. La città di Firenze, invece, presenta una differenza meno marcata da questo punto di vista: infatti, osservando l'istogramma polare che riporta le orientazioni principali delle strade in *Figura 7* (Capitolo 2, paragrafo 2.2.3), si osserva che, nonostante esistano due assi principali, vi sono molte strade orientate anche lungo le direzioni oblique. Per questo motivo non si osservano particolari differenze nella prevalenza, dal punto di vista degli errori commessi, delle direzioni del vento oblique rispetto a quelle principali.

Si può inoltre osservare che, all'aumentare della regolarità delle città, è più netta la separazione tra le rette riferite alle direzioni oblique rispetto a quelle principali: New York, la città più regolare, presenta una netta separazione tra gli andamenti delle rette corrispondenti alle direzioni oblique e quelle delle direzioni principali. Questo aspetto diminuisce al diminuire della regolarità delle città.

Si può osservare inoltre che New York presenta, nella maggior parte dei casi, il numero maggiore di errori, mentre Firenze il numero minore di errori. È dunque evidente l'influenza che la struttura di una città riveste nei problemi di dispersione degli inquinanti nell'atmosfera: la struttura molto regolare di New York, caratterizzata dall'aver due principali orientazioni delle strade che prevalgono di molto rispetto alle altre, fa sì che in caso di direzioni oblique del vento il fronte dell'inquinante si propaghi lungo più percorsi andando dunque a rendere più facile l'individuazione di sorgenti diverse da quella reale; Firenze invece, presentando una orientazione delle strade più eterogenea, oltre a risultare molto meno vulnerabile rispetto a New York (come osservato dai risultati della centralità dei capitoli precedenti), consente una identificazione della sorgente del rilascio più semplice e soggetta a meno errori.

#### 4.1.2 L'errore spaziale

A partire dal precedente risultato, avendo individuato in media l'errore commesso, si vuole osservare qual è la distanza media tra la sorgente reale in cui avviene il rilascio e la sorgente alla quale, erroneamente, viene attribuito il rilascio, mediante il calcolo della distanza euclidea.

Dunque, individuata la sorgente reale  $S$  del problema e le sue coordinate  $(x_s, y_s)$ , si individuano le coordinate della sorgente "sbagliata"  $E$   $(x_e, y_e)$  e si calcola la distanza euclidea tra le due sorgenti:

$$d = \sqrt{(x_s - x_e)^2 + (y_s - y_e)^2} \quad \text{Eq. 16}$$



Figura 58 Esempio di distanza euclidea tra sorgente reale e sorgente sbagliata

Ciascun valore di distanza ottenuto viene normalizzato rispetto ad un valore  $d_m$  che identifica la grandezza media della città a cui si fa riferimento, in modo tale da poter avere un riferimento col quale confrontare il risultato ottenuto, per comprendere quanto l'errore spaziale sia rilevante. Per ciascuna città, è stata fatta una stima sulla base della media dell'asse maggiore e dell'asse minore del reticolo preso in considerazione, e sono stati ottenuti i seguenti valori: Firenze=3024 m, Parigi=2868 m, New York=5602 m, Lione=2764 m. Anche in questo caso si riportano per ciascuna città i valori medi ottenuti per ciascuna direzione del vento al variare dell'errore percentuale attribuito al rapporto  $\frac{c_r}{c_s}$ .

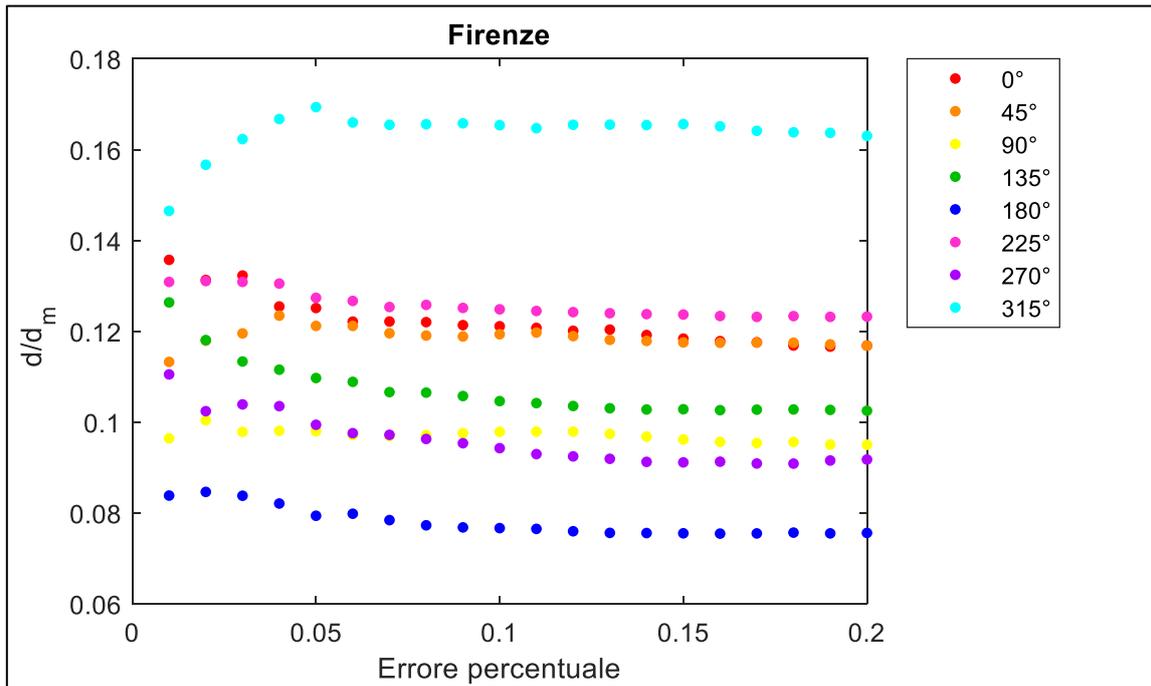


Figura 59 – Variazione dell'errore spaziale normalizzato rispetto alla grandezza media di Firenze al variare dell'errore percentuale

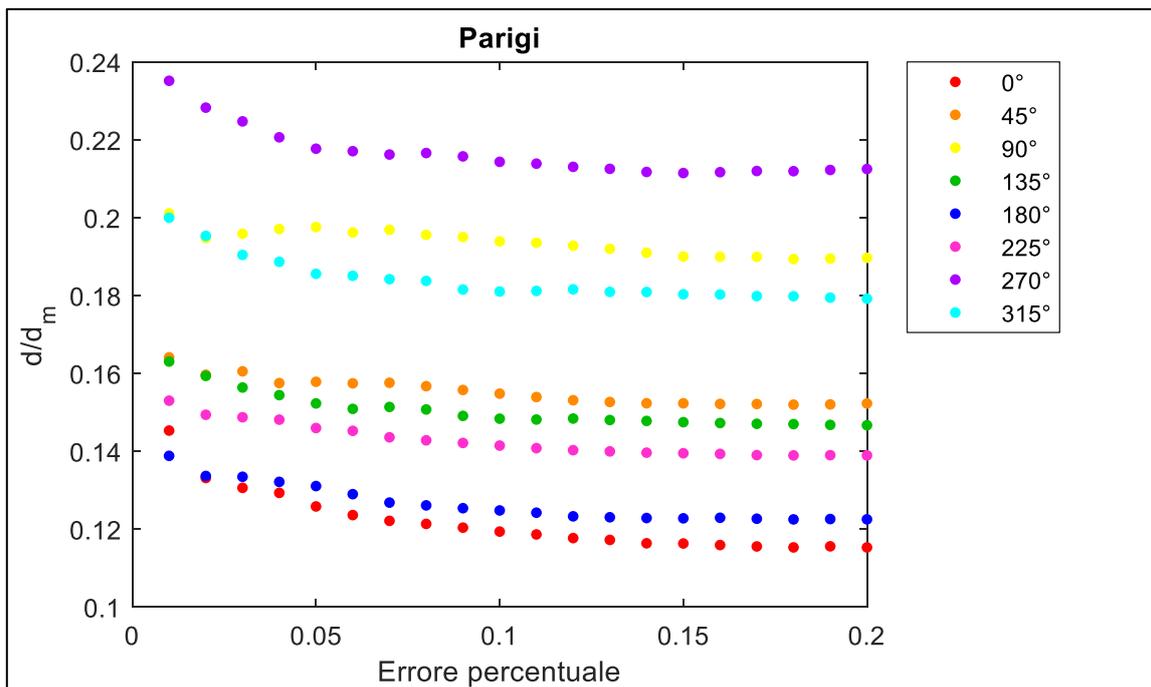


Figura 60 - Variazione dell'errore spaziale normalizzato rispetto alla grandezza media di Parigi al variare dell'errore percentuale

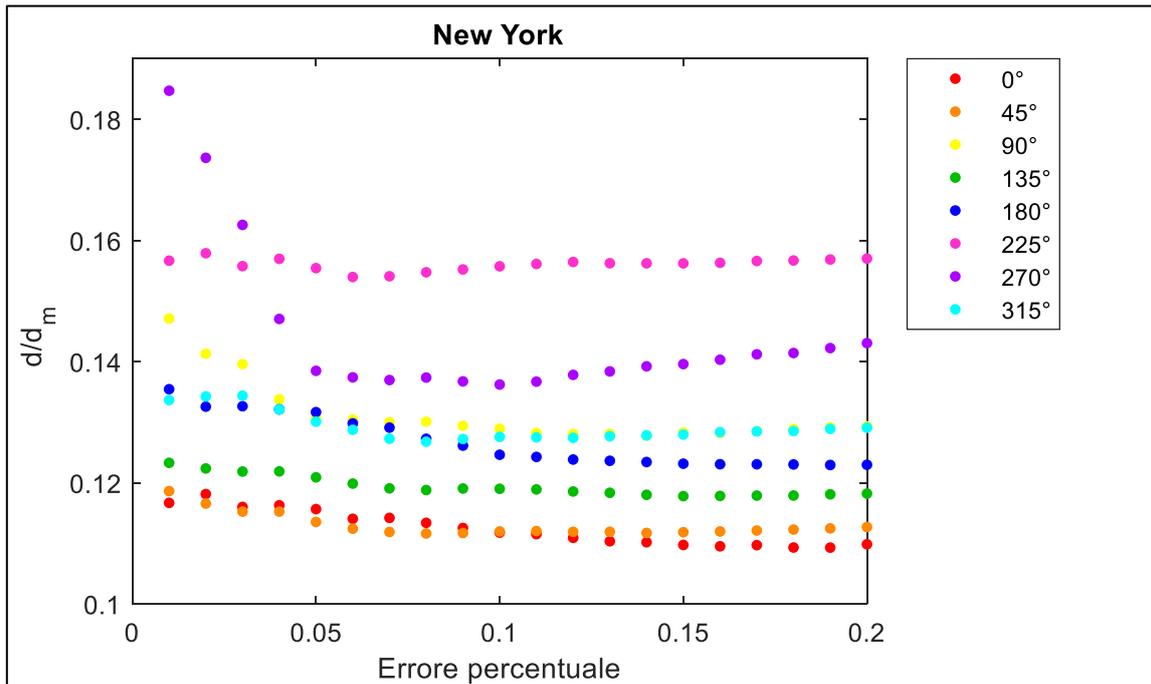


Figura 61- Variazione dell'errore spaziale normalizzato rispetto alla grandezza media di New York al variare dell'errore percentuale

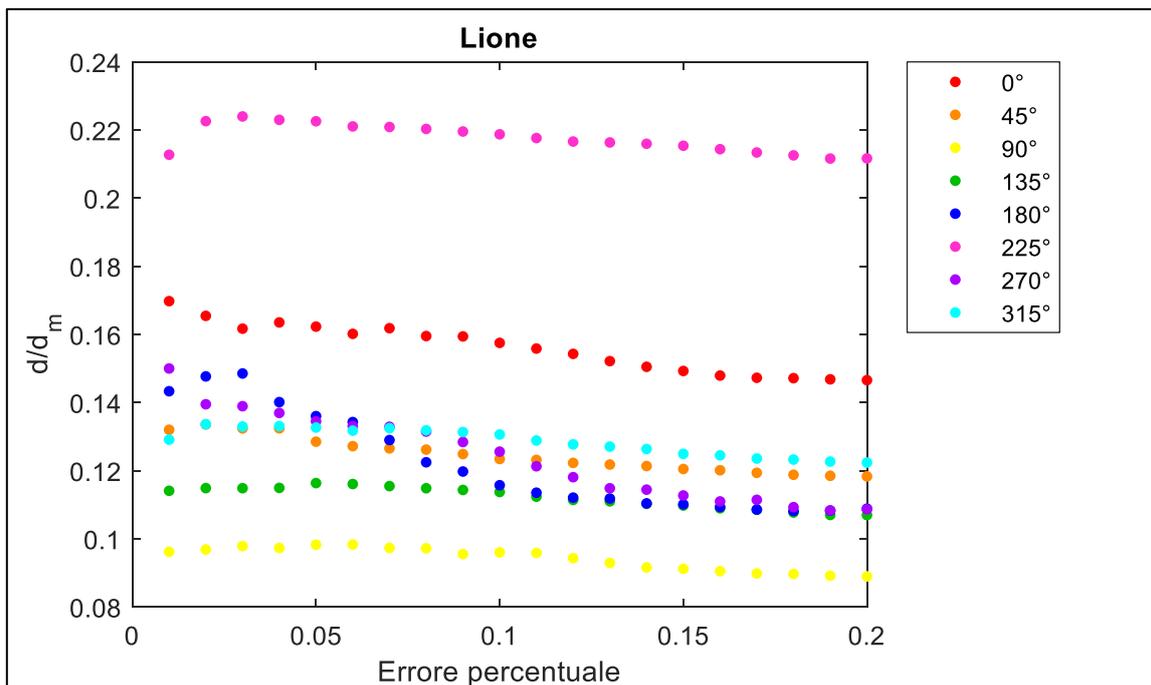


Figura 62 - Variazione dell'errore spaziale normalizzato rispetto alla grandezza media di Lione al variare dell'errore percentuale

L'andamento della distanza normalizzata rispetto ad una grandezza media che identifica le dimensioni della città sembra diminuire, per la maggior parte delle direzioni, con l'aumentare dell'errore percentuale, per poi rimanere costante. Nonostante ciò si osservano, per alcune direzioni del vento, degli andamenti diversi.

Parigi sembra essere la città con l'andamento più definito, in quanto per tutte le direzioni del vento la distanza sembra sempre diminuire con l'aumentare dell'errore percentuale, per rimanere poi costante per alti valori di errore percentuale. Risulta inoltre essere la città con l'errore spaziale maggiore.

Per quanto riguarda Firenze, le direzioni del vento a  $315^\circ$  e  $45^\circ$  presentano gli andamenti che si differenziano di più rispetto agli altri, in quanto per errori percentuali molto bassi aumentano, per poi diminuire fino ad arrivare ad un andamento costante.

Per la città di New York, la direzione del vento che presenta l'andamento più particolare è quella presa a  $270^\circ$ : per errori percentuali bassi, si ha un elevato errore spaziale che diminuisce molto fino ad un errore percentuale del 5%, per poi riprendere ad aumentare; le altre direzioni sembrano invece presentare un andamento più o meno simile tra loro.

Lione, infine, presenta degli errori spaziali che tendono ad aumentare per errori percentuali molto bassi e che poi riprendono subito a diminuire.

Nonostante i diversi andamenti osservati, il trend principale sembra essere una leggera diminuzione dell'errore spaziale all'aumentare dell'errore percentuale. Il motivo di questo risultato, seppure controintuitivo, può essere attribuito al fatto che, con l'aumentare dell'errore percentuale, si individueranno sempre più sorgenti fittizie con diverse distanze rispetto alla sorgente reale, che quindi, aggiungendosi alle misure precedentemente rilevate, modificheranno l'andamento della media. Per illustrare meglio questo fenomeno si riporta di seguito un esempio per una data combinazione di nodo sorgente e nodo ricettore, nel caso della rete della città di Firenze. Nella figura di seguito si riportano il nodo sorgente reale, identificato in rosso, e i nodi sorgente che con l'aumentare dell'errore vengono attribuiti al ricettore identificato in viola:



*Figura 63 Esempio reale relativo alle sorgenti sbagliate che si possono identificare*

In particolare il nodo R1, identificato in giallo, è la prima sorgente erroneamente attribuita al ricettore che si trova con un errore pari all'1%; con un errore pari al 10%, al nodo R1 si aggiungono i nodi rappresentati dal colore arancione, dunque R2, R3, R4, R5, R6. Infine, con un errore pari al 20% si identificano anche le sorgenti R7, R8, R9, R10, R11, R12, R13, R14, in verde. Come si può evincere dalla figura, all'aumentare dell'errore

percentuale aumentano i nodi sorgente “sbagliati” vicini alla sorgente reale. Si riportano, per completezza, i dati delle distanze calcolate tra il nodo sorgente reale e i nodi individuati come potenziali sorgenti:

	$d [m]$
<b>S-R1</b>	99,88
<b>S-R2</b>	144,14
<b>S-R3</b>	190,20
<b>S-R4</b>	34,37
<b>S-R5</b>	48,53
<b>S-R6</b>	80,08
<b>S-R7</b>	106,50
<b>S-R8</b>	90,38
<b>S-R9</b>	79,64
<b>S-R10</b>	40,14
<b>S-R11</b>	40,78
<b>S-R12</b>	28,82
<b>S-R13</b>	70,46
<b>S-R14</b>	152,38

*Tabella 4 Distanze euclidee tra sorgente reale e sorgenti sbagliate*

Infine si riportano i valori delle distanze medie in funzione dell'errore percentuale:

$$d_{1\%} = R1 = 99.88 \text{ m}$$

$$d_{10\%} = \frac{R1 + R2 + R3 + R4 + R5 + R6}{6} = 99.53 \text{ m}$$

$$d_{20\%} = \frac{R1 + \dots + R14}{14} = 86.17 \text{ m}$$

Con l'aumentare dell'errore percentuale dunque aumenta anche il numero delle sorgenti sbagliate che si trovano vicino alla sorgente reale in cui avviene il rilascio, comportando la diminuzione, seppur lieve, della distanza media calcolata.

## 4.2 Caso 2: concentrazione nota ai soli ricettori

Si vuole ora analizzare il caso in cui, note le misure ai nodi ricettori, non sia nota l'entità del rilascio alla sorgente: ciò rappresenta la maggior parte dei problemi che ci si potrebbe trovare ad affrontare in un caso reale. Dunque, a partire da una rete di sensori presenti in una città, essendo note le misure delle concentrazioni rilevate da essi, si vuole risalire alla posizione della sorgente dove è avvenuto il rilascio.

Nel caso precedente, mostrato nel paragrafo 4.1, essendo note le concentrazioni sia ai nodi ricettori che ai nodi sorgente, il dato di partenza per l'individuazione della posizione della sorgente era la matrice contenente, per ciascuna combinazione di nodo sorgente e nodo ricettore, il rapporto tra le due concentrazioni,  $c_r/c_s$ . In questo caso, non essendo nota la concentrazione alla sorgente, non sono noti i valori dei rapporti della matrice; non è dunque più applicabile il metodo utilizzato per affrontare il caso analizzato nel paragrafo 4.1.

Si vuole dunque sviluppare un metodo che consenta di risalire alla sorgente partendo dalle sole misure di concentrazione a più nodi ricettori. In particolare, verrà preso in esame il caso di concentrazione nota a due soli nodi ricettori.

Per applicare questo metodo è però necessario innanzitutto ricreare lo scenario di partenza e quindi avere a disposizione le misure di concentrazione ai nodi ricettori. Poiché non si hanno a disposizione misure reali, è necessario ricreare tale scenario a partire dal modello che fornisce la matrice dei rapporti  $c_r/c_s$ . Per fare ciò, si ipotizza un valore di concentrazione alla sorgente arbitrario  $c_s$ : moltiplicando la matrice  $Q$  contenente i rapporti tra le concentrazioni  $c_r/c_s$  per tale valore arbitrario  $c_s$  si è dunque in grado di risalire ad una matrice  $M$  contenente i valori delle concentrazioni ai nodi ricettori per ciascuna combinazione di nodo sorgente e nodo ricettore:

$$M = Q \cdot c_s \quad \text{Eq. 17}$$

Dove il valore arbitrario di  $c_s$  è stato preso pari a 1000.

A partire da questa matrice, si scelgono due valori di concentrazione a due diversi nodi ricettori che si trovano lungo una stessa riga, ovvero due misure dovute ad uno stesso evento sorgente di cui non è nota la posizione. In questo modo è possibile risalire alla condizione iniziale del problema. Ad esempio, individuati due nodi della rete R e B che presentano un determinato valore di concentrazione, associato ad un rilascio avvenuto in una posizione incognita F, si avranno due concentrazioni  $c_{FR}$  e  $c_{FB}$ :

$$M = \begin{pmatrix} c_{11} & \dots & c_{1R} & \dots & c_{1B} & \dots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{F1} & \dots & c_{FR} & \dots & c_{FB} & \dots & c_{Fn} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & \dots & c_{nR} & \dots & c_{nB} & \dots & c_{nn} \end{pmatrix}$$

Figura 64 Matrice delle concentrazioni misurate ai ricettori

Note dunque le condizioni iniziali del problema, a partire da due nodi ricettori di cui sono note le misure di concentrazione rilevate e le loro posizioni, si procede con la costruzione di un metodo per poter risalire al nodo sorgente.

Essendo nota, dal modello, la matrice  $Q$  contenente i rapporti delle concentrazioni e avendo a disposizione i dati presenti sulle colonne corrispondenti alle posizioni dei nodi ricettori presi in esame, ci si chiede quale sia la riga tale per cui sia possibile identificare la corretta sorgente:

$$Q = \begin{pmatrix} Q_{11} & \dots & Q_{1R} & \dots & Q_{1B} & \dots & Q_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{F1} & \dots & Q_{FR} & \dots & Q_{FB} & \dots & Q_{Fn} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{n1} & \dots & Q_{nR} & \dots & Q_{nB} & \dots & Q_{nn} \end{pmatrix}$$

Figura 65 Matrice dei rapporti  $c_r/c_s$

Per fare ciò, a partire dai valori noti delle concentrazioni ai ricettori, si procede col dividere tali valori per i rapporti della matrice Q corrispondente alla relativa posizione del nodo ricettore; dunque, si otterranno due vettori: uno contenente i valori dati dal rapporto  $\frac{c_{FR}}{Q_{1\dots n,R}}$  ed un altro dato dai rapporti  $\frac{c_{FB}}{Q_{1\dots n,B}}$ .

La condizione tale per cui si identifica la sorgente è quella per cui si ottiene:

$$\frac{c_{FR}}{Q_{x,R}} = \frac{c_{FB}}{Q_{x,B}}$$

per cui la sorgente a cui si risale a partire dai nodi ricettori risulta essere quella trovata alla riga  $x$ .

L'applicazione di tale metodo risulta valida, ma è necessario fare delle osservazioni: infatti l'identificazione della sorgente reale in modo univoco non avviene sempre e per qualsiasi combinazione di nodi ricettori in cui si hanno delle misure. Il problema dunque diventa molto complesso perché si può lavorare con molte combinazioni di nodi ricettori diverse, quindi ci si chiede se sia possibile capire quali combinazioni di nodi ricettori forniscono la posizione della sorgente in modo univoco o comunque con un numero ridotto di errori, rispetto ad altre.

Al fine di illustrare le criticità rilevate nell'utilizzare tale metodo, si riporta di seguito come esempio un'area della rete della città di Firenze, e si prenderanno in esame le combinazioni di nodi più significative:



Figura 66 Esempio di rete in un'area della città di Firenze per  $\Phi = 0^\circ$

Per semplicità, si considera sempre lo stesso nodo sorgente,  $S=15$ . Si considerano innanzitutto le combinazioni di nodi ricettori che si trovano lungo il percorso di propagazione perpendicolare alla direzione

del vento incidente, a partire dal nodo sorgente, quindi i nodi ricettori indicati coi numeri 16,17,18,19,20,21. Dalle misure risulta che le combinazioni che forniscono il numero maggiore di errori risultano essere le combinazioni 16-17, 18-19, 20-21, 18-20 (in media per queste combinazioni vengono rilevate circa 20 sorgenti non corrispondenti a quella reale), mentre le uniche due che consentono l'identificazione univoca della sorgente sono la 16-18 e la 16-20, che si trovano lungo lo stesso percorso di propagazione e lungo la stessa direzione. Osservando anche i valori delle concentrazioni misurate in tali nodi, le due combinazioni che consentono di identificare in modo univoco la sorgente presentano una marcata differenza di concentrazione misurata in essi: ciò potrebbe portare a pensare che quindi i nodi che meglio si prestano ad identificare la sorgente sono quelli che, pur trovandosi sullo stesso percorso di propagazione, presentano valori abbastanza diversi di concentrazione.

Prendendo invece i nodi che si trovano nell'area di propagazione sottovento rispetto alla direzione incidente del vento (i nodi 11,10,7,8,3,4), è possibile osservare che si commettono degli errori prendendo come nodi ricettori le combinazioni tra i nodi 11,10,7,8, mentre si identifica in modo univoco la sorgente combinando i nodi 11 e 10 con i nodi 3 e 4, che, ancora una volta, presentano concentrazioni molto diverse tra loro.

Infine, combinando tra loro i vari nodi appartenenti a percorsi di propagazione diversi, sembra possibile osservare nella maggior parte dei casi l'identificazione univoca della sorgente corretta.

Le combinazioni tali per cui vi è una riduzione significativa del numero di sorgenti errate individuate o tali per cui viene subito identificata la sorgente corretta sembrano essere quelle per cui vi è una maggiore differenza nei valori di concentrazione misurati: i fattori che concorrono alla misura di un certo valore di concentrazione in un nodo sono molteplici e dipendono dalle caratteristiche dei link che la sostanza aeriforme, disperdendosi, ha percorso. Diverse misure di concentrazione a due nodi, che si trovano anche sullo stesso percorso di propagazione, sono dunque attribuibili alla diversa capacità di trasporto e caratteristica dei link (e quindi delle strade) attraversati, e dipendono dunque dalle caratteristiche geometriche della strada, dalla direzione del vento (due nodi vicini che si trovano su uno stesso percorso di propagazione in cui la direzione del vento prevalente corrisponde con quella incidente avranno concentrazioni molto simili) e da quanti link sono stati attraversati (è noto infatti che la concentrazione diminuisce quanto più ci si allontana dalla sorgente).

Per visualizzare meglio questo risultato, si riporta in *Figura 67* un grafico che mostra il numero di errori commessi al variare della differenza tra le concentrazioni misurate per le diverse combinazioni dei nodi ricettori, nel caso delle concentrazioni misurate ai nodi ricettori potenzialmente raggiungibili dal nodo sorgente  $S=15$  e avendo preso in considerazione tutte le possibili combinazioni di tali nodi.

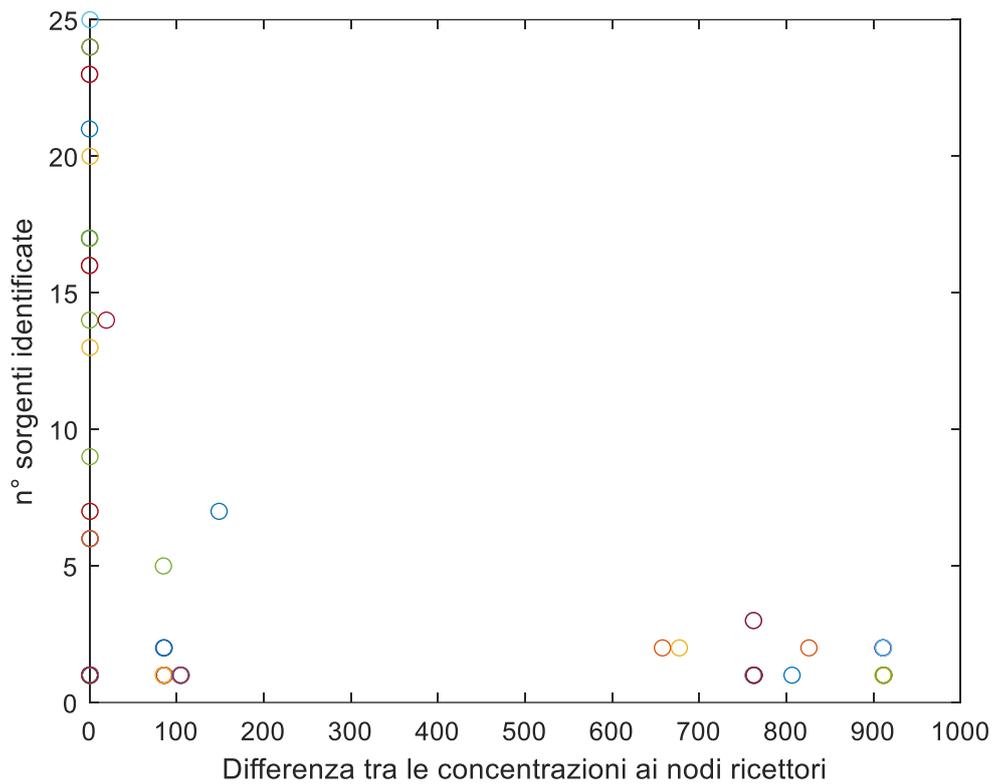


Figura 67 N° di sorgenti identificate al variare della differenza tra le concentrazioni ai ricettori ( $\Phi = 0^\circ$ )

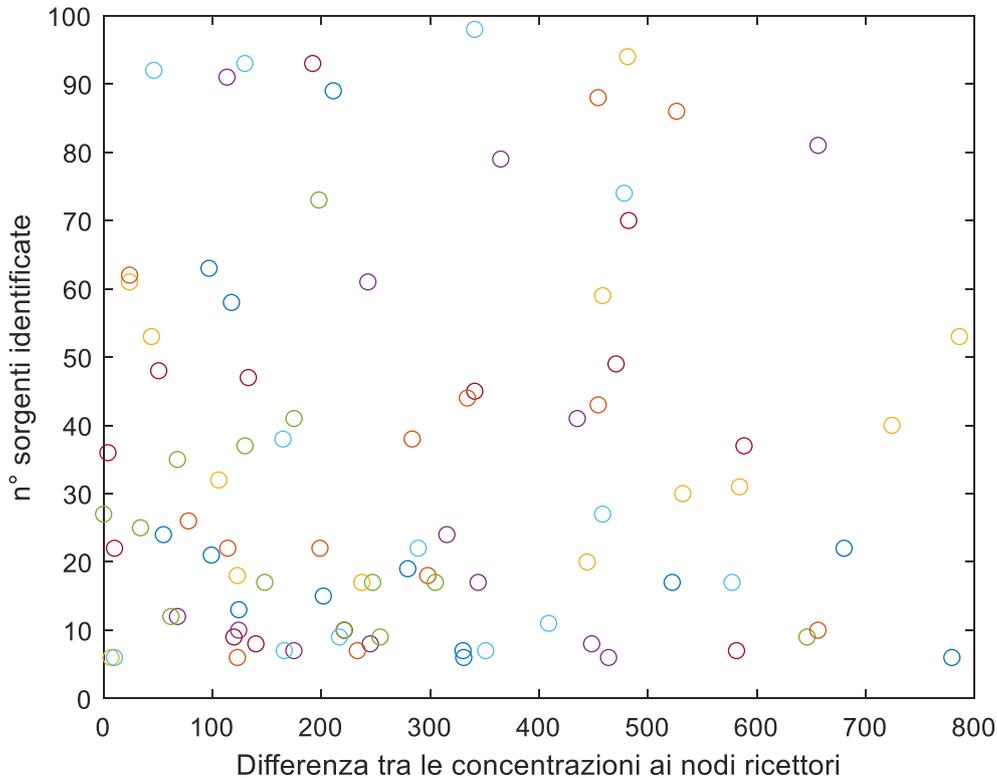
Come ci si aspettava, è possibile osservare che il numero maggiore di sorgenti potenziali che vengono identificate (e dunque il maggior numero di errori) si trova in corrispondenza dei valori più piccoli di differenza tra le concentrazioni ai nodi ricettori, mentre per differenze maggiori (quindi combinazioni di nodi con valori molto diversi di concentrazione) forniscono i risultati migliori.

Per completezza, si riporta infine anche il caso, per lo stesso nodo  $S=15$ , relativo ad una direzione del vento obliqua, pari a  $45^\circ$ :



Figura 68 Esempio di rete in un'area della città di Firenze per  $\Phi = 45^\circ$

In questo caso di direzione del vento, l'identificazione univoca della sorgente risulta ancora più complicata. Osservando anche in questo caso il grafico riportante il numero di sorgenti identificate al variare della differenza tra le concentrazioni delle combinazioni di nodi ricettori:



*Figura 69 N° di sorgenti identificate al variare della differenza tra le concentrazioni ai ricettori ( $\Phi = 45^\circ$ )*

In questo caso risulta dunque che, per tutte le combinazioni di nodi ricettori, vi è l'identificazione di più potenziali sorgenti. Si hanno valori molto simili di concentrazioni misurate ai diversi nodi ricettori, in quanto la direzione del vento, essendo obliqua rispetto agli assi principali del reticolo urbano, divide la propagazione della sostanza aeriforme lungo tutti i possibili percorsi di propagazione, senza che ve ne sia uno preferenziale lungo il quale i valori delle concentrazioni possano risultare più elevati rispetto agli altri. Questo porta quindi ad avere concentrazioni molto simili anche tra nodi che si trovano su percorsi di propagazione diversi. Ancora una volta, quindi, è possibile mettere in evidenza l'influenza che la direzione del vento ricopre in queste analisi.

Questo problema risulta dunque molto complesso e articolato, e non può essere ridotto ad un unico esempio a fronte dei numerosi fattori che entrano in gioco: l'elevato numero di nodi e di potenziali combinazioni tra essi, insieme ai diversi scenari topologici e meteorologici, rendono complicata l'individuazione univoca di un metodo per scegliere la migliore combinazione di nodi ricettori al fine di individuare in modo univoco la sorgente.

## 5. Conclusioni

L'obiettivo ricercato nel presente lavoro di tesi ha riguardato lo studio di come la complessa struttura di diverse città influenza la dispersione di sostanze aeriformi negli ambienti urbani, in funzione dei diversi scenari meteorologici che si possono presentare a seconda della direzione del vento incidente. Tale problema è stato affrontato secondo l'approccio delle reti complesse, approccio che ha consentito la semplificazione del problema mediante la schematizzazione dell'ambiente urbano secondo un insieme di nodi che interagiscono tra loro secondo dei link, contenenti le informazioni circa il processo di dispersione delle sostanze. Questa semplificazione ha consentito uno studio più rapido e intuitivo delle dinamiche di dispersione delle sostanze aeriformi nell'atmosfera di un ambiente urbano, a differenza dei modelli più complessi che consentono uno studio molto dettagliato del problema ma fornendo risultati in tempi molto lunghi. Il vantaggio che dunque è derivato nel seguire l'approccio delle reti complesse è relativo alla possibilità di ottenere diverse misure in modo semplice e immediato, in grado di fornire importanti informazioni sulle dinamiche della dispersione di sostanze aeriformi in un ambiente urbano. Inoltre, tale approccio consente di mettere più facilmente in risalto i fattori dominanti in un processo, informazione che viene spesso persa nell'analisi dei dati mediante modelli più elaborati.

La prima misura che è stata studiata è quella relativa alla centralità diretta, tramite la quale si cercano, all'interno di una rete, i nodi più importanti: in questo caso, l'obiettivo è stato individuare i nodi più vulnerabili, e quindi più importanti nel caso in cui diventino sorgenti di rilasci inquinanti nell'atmosfera. Questa misura di centralità, nello specifico una metrica derivata dalla "Closeness Centrality", consente di individuare i nodi della rete più importanti sulla base del calcolo degli "shortest paths" e dei pesi associati a ciascun link: un nodo sarà più centrale, e quindi più vulnerabile nel caso in cui diventi sorgente di rilascio di sostanze inquinanti, quanto più sarà minimizzata la sommatoria dei pesi calcolati lungo i link che definiscono il percorso più corto tra il nodo in questione e un certo nodo ricettore. Tramite questo calcolo è stato possibile definire delle mappe di vulnerabilità per le 4 città prese in esame ed è stato possibile constatare due importanti risultati:

- una città costituita da un reticolo urbano più regolare, quindi caratterizzato da due principali orientazioni delle strade, risulta essere più vulnerabile rispetto alle città che presentano una struttura più complessa e articolata;
- le direzioni del vento influiscono ulteriormente sulla vulnerabilità della città, in quanto per direzioni del vento oblique la sostanza dispersa si propaga lungo più percorsi, andando dunque ad influire su più nodi.

Una volta individuati i punti della città più pericolosi nel caso in cui diventassero sorgenti, ci si è chiesti se fosse possibile trovare un metodo per la determinazione dei punti più sensibili di una città, quindi dei nodi che presentano la maggiore probabilità di essere raggiunti da più sorgenti, con concentrazioni significative: la ricerca di questi punti si identifica come misura della centralità inversa. Per ottenere questo risultato, sono stati individuati inizialmente due metodi:

- il primo ha consentito di ottenere il risultato mediante l'inversione della direzione dei link della rete, in modo tale da poter poi applicare il calcolo della centralità diretta alla rete modificata;
- il secondo ha consentito il calcolo della centralità inversa basandosi sulla modifica del calcolo della centralità in modo tale da considerare i percorsi entranti in un nodo, anziché quelli uscenti.

Entrambi i metodi sono risultati validi in quanto hanno fornito gli stessi risultati.

L'osservazione delle mappe di vulnerabilità che rappresentano i valori delle due centralità mediate sulle 8 direzioni del vento ha inoltre consentito l'individuazione di un ulteriore metodo per il calcolo della centralità inversa: la centralità inversa per una data direzione del vento, infatti, può essere ottenuta a partire dai valori

della centralità diretta misurata per una direzione del vento opposta. Per tale motivo, i valori medi calcolati per le due centralità sulle 8 direzioni del vento risultano essere identici.

In seguito, si è voluta osservare l'influenza dei parametri geometrici e topologici sul calcolo della centralità. A partire dai risultati ottenuti per la centralità diretta [2], nei quali è stata osservata la dipendenza della misura della centralità da parametri geometrici (altezza dei palazzi, larghezza e lunghezza della strada, angolo tra l'orientazione della strada e la direzione del vento) e topologici (numero di link, indice di ramificazione) valutati nell'intorno di un nodo, è stato possibile fare le medesime osservazioni anche nel caso della centralità inversa. È dunque risultato che anche nel caso della centralità inversa le misure ottenute siano ben rappresentate da parametri di tipo geometrico e topologico. In particolare, è stata messa in rilievo la maggiore rilevanza dei parametri topologici su quelli geometrici.

Sempre da queste misure, sono stati effettuati dei confronti in modo tale da determinare quali fossero i parametri che concorrono maggiormente a determinare la differenza tra centralità diretta e centralità inversa in un determinato punto: mettendo a confronto gli scatter plot riportanti i confronti dei parametri calcolati per le due diverse centralità, è emerso che i parametri topologici (in particolare il numero di link  $k$  e l'indice di ramificazione  $b$ ) concorrono maggiormente a tale differenza.

È stata dunque verificata la possibilità di risolvere dei problemi tali per cui, a partire dai dati noti nei punti in cui sono presenti dei sensori della qualità dell'aria (i nodi ricettori), sia possibile risalire alla sorgente in cui è avvenuto un rilascio. Tale studio è stato svolto per due casi diversi: nel primo sono state considerate note le concentrazioni sia al nodo ricettore che al nodo sorgente; nel secondo sono considerate note le concentrazioni solo nei nodi ricettori. L'obiettivo, in entrambi i casi, essendo sempre nota la posizione dei nodi ricettori, e quindi dei sensori in un ambiente urbano, è quello di risalire alla posizione della sorgente in cui è avvenuto il rilascio. La conoscenza della matrice contenente i rapporti tra la concentrazione misurata al nodo ricettore  $c_r$  e la concentrazione rilasciata alla sorgente  $c_s$ , ottenuta tramite il modello per il calcolo degli shortest paths tra i vari nodi di una rete, ha consentito la facile risoluzione del primo problema. La matrice infatti contiene i valori dei rapporti  $c_r/c_s$  per tutte le combinazioni dei nodi presenti in una rete: le righe consentono l'individuazione della sorgente, mentre le colonne i ricettori. In un caso reale, essendo nota  $c_r/c_s$  e la posizione del nodo  $R$ , si ricerca lungo la colonna corrispondente alla posizione del nodo  $R$  la riga (e quindi la sorgente) tale per cui si identifica il rapporto cercato. È stata inoltre svolta un'analisi sui possibili errori che il modello potrebbe commettere, in modo da tenere in considerazione la sensibilità degli strumenti di misura, che ha consentito di mettere in evidenza che il numero di errori che si commette (e quindi il numero di sorgenti a cui erroneamente potrebbe essere attribuito il rilascio) aumenta all'aumentare dell'errore percentuale considerato, e quindi al diminuire della sensibilità dello strumento; inoltre il numero di errori maggiore, per la maggior parte dei casi considerati, si ottiene per le direzioni del vento oblique, ovvero quelle che mettono in gioco più percorsi di propagazione e dunque aumentano la probabilità di trovare più sorgenti sbagliate. Infine, è stato osservato l'andamento della distanza media tra la sorgente reale e la sorgente sbagliata, sempre al variare dell'errore percentuale: è stato ottenuto che, all'aumentare dell'errore nella stima delle concentrazioni, la distanza media diminuisce, a causa del fatto che col diminuire della sensibilità dello strumento vengono identificate sempre più sorgenti, molte delle quali si trovano vicine alla sorgente reale.

Il secondo caso infine, più assimilabile ad un caso reale, è risultato molto complesso: non essendo nota la concentrazione alla sorgente, si vuole risalire alla sua posizione a partire dalla conoscenza delle concentrazioni misurate ai nodi ricettori e della matrice contenente i rapporti  $c_r/c_s$  nota dal modello. È stato osservato che solo per alcune combinazioni di nodi ricettori la matrice può essere identificata in modo univoco: a partire da un esempio di un'area del reticolo urbano della città di Firenze, sono state esaminate diverse combinazioni che hanno permesso di mettere in luce che il migliore risultato si ottiene qualora la combinazione di nodi ricettori scelti per l'individuazione della sorgente sia data da nodi che presentano una differenza di concentrazione elevata, mentre scegliendo combinazioni di nodi che presentano misure di

concentrazioni molto simili si commette un numero di errori maggiore. I nodi con concentrazione molto simile sono infatti quelli che solitamente si trovano sugli stessi percorsi di propagazione e tali per cui i link attraversati non comportano una grande variazione nei meccanismi di dispersione della sostanza. È inoltre importante sottolineare quanto lo scenario meteorologico, ancora una volta, influisca sui risultati: infatti, osservando lo stesso caso per una direzione del vento diversa e obliqua rispetto all'orientazione delle strade della città, risulta ulteriormente più complicata l'individuazione univoca della sorgente. Il problema rimane dunque aperto a nuove e più approfondite analisi, che siano in grado di osservare e riassumere al meglio tutti i diversi casi che si presentano al variare della combinazione di nodi scelta, al variare della direzione del vento e in funzione della diversa topologia, in modo tale da ottenere un metodo che consenta la semplice individuazione di una sorgente responsabile di un rilascio di una sostanza gassosa in un caso reale.

## 6. Appendice

### A. Mappe di vulnerabilità – centralità inversa

Di seguito vengono riportate le mappe di vulnerabilità ottenute col calcolo della centralità inversa, per le diverse direzioni del vento.



Figura 70 Centralità inversa a  $0^\circ$



Figura 71 Centralità inversa a  $45^\circ$

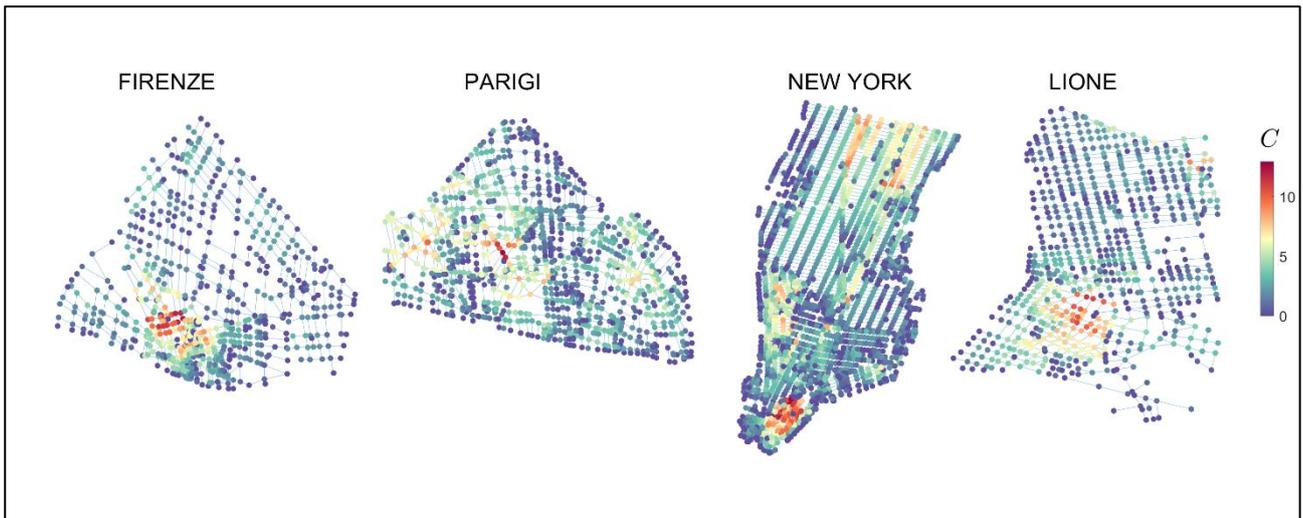


Figura 72 Centralità inversa a  $90^\circ$



Figura 73 Centralità inversa a  $135^\circ$



Figura 74 Centralità inversa a  $180^\circ$



Figura 75 Centralità inversa a 225°

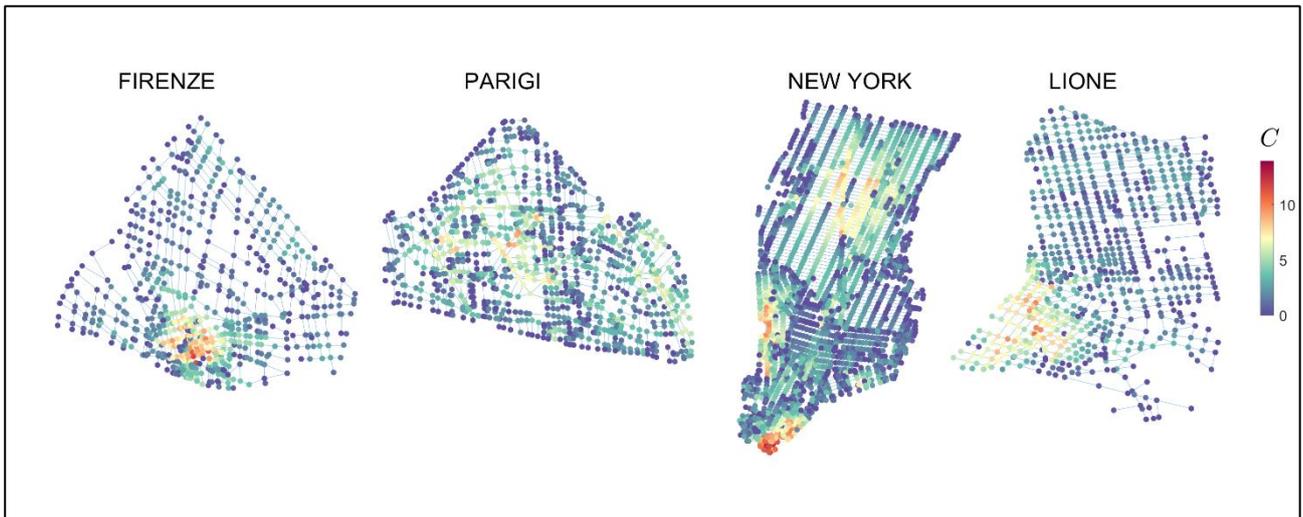


Figura 76 Centralità inversa a 270°

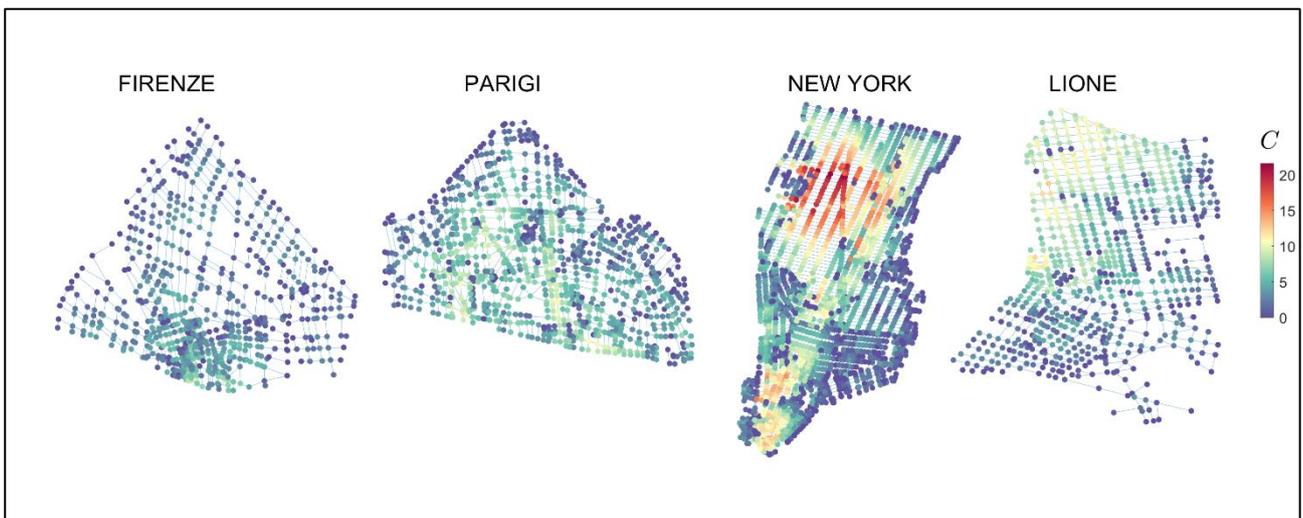
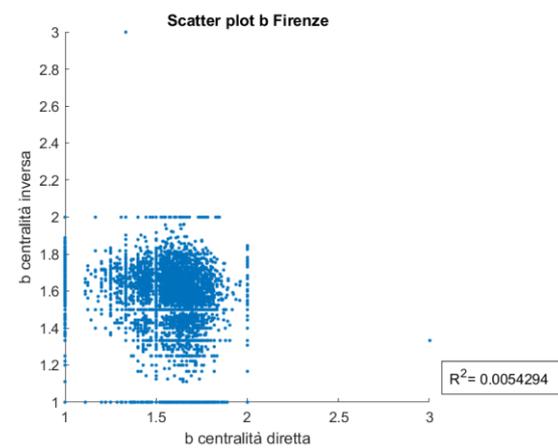
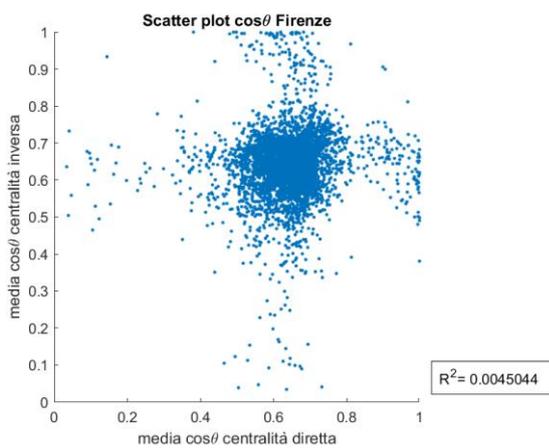
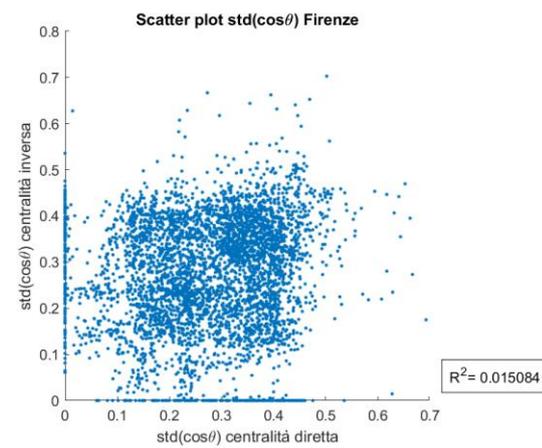
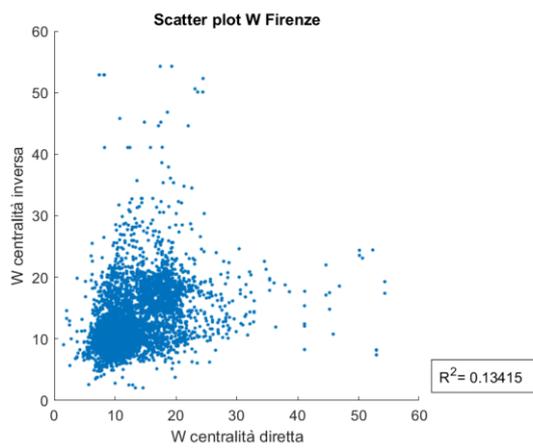
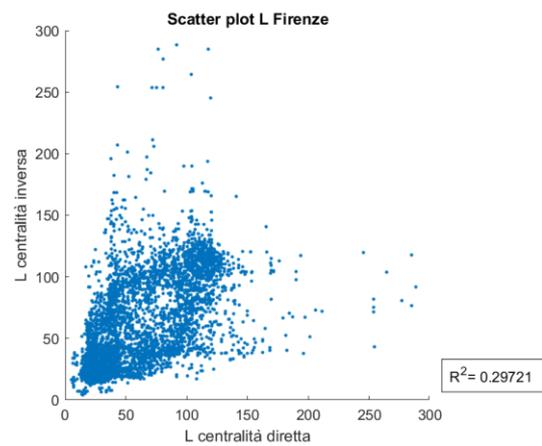
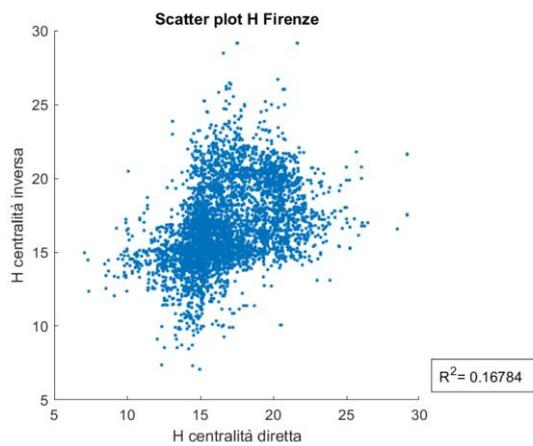


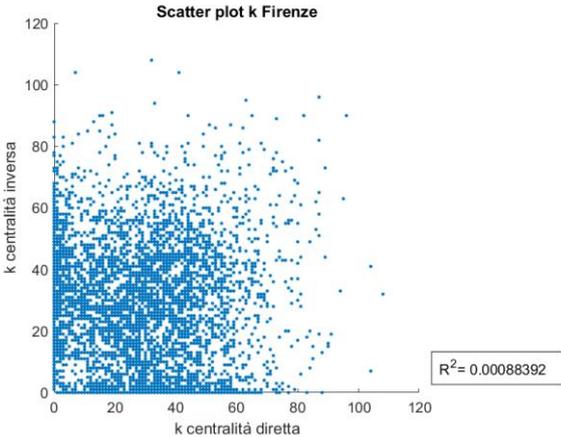
Figura 77 Centralità inversa a 315°

## B. Scatter plot parametri

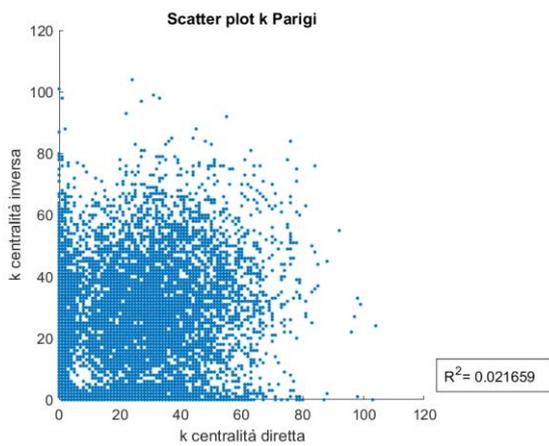
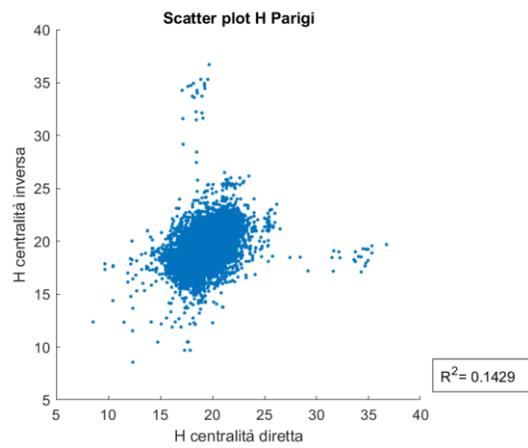
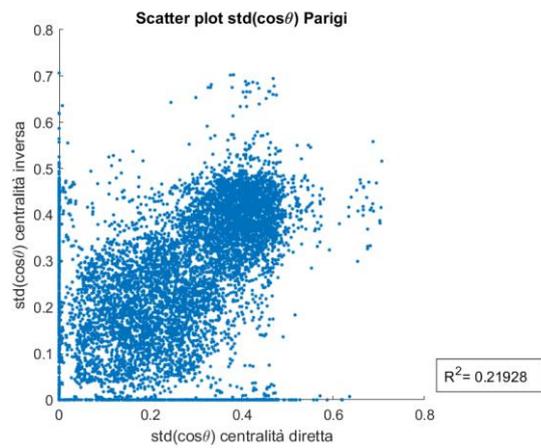
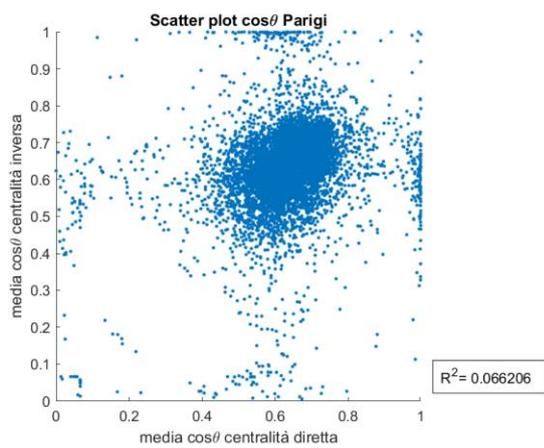
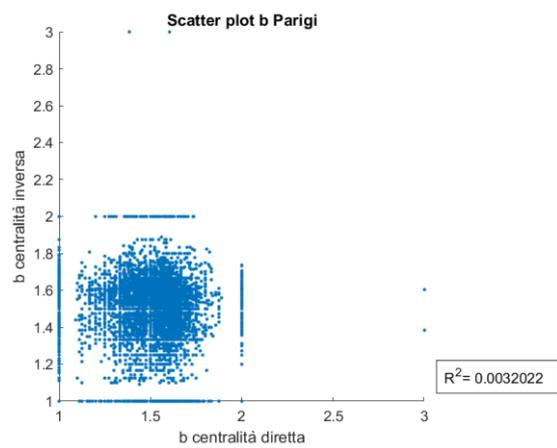
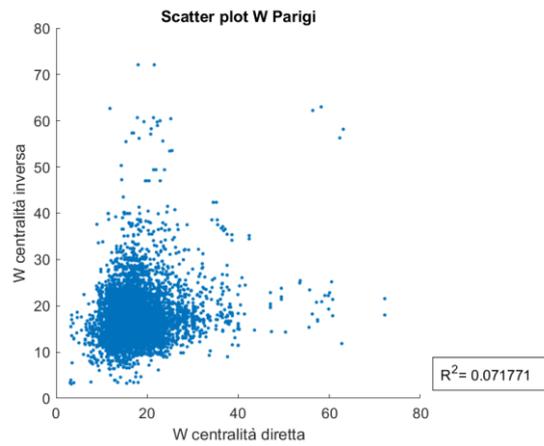
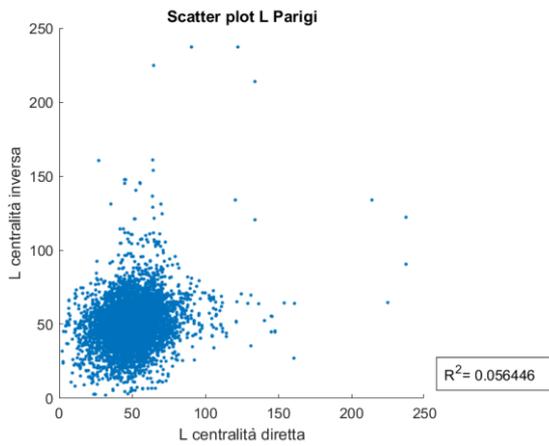
Di seguito vengono riportati, per ciascuna città (ad eccezione di New York, già riportata nel capitolo 3), i confronti dei parametri geometrici e topologici calcolati nei due diversi casi di centralità diretta e inversa.

- **Firenze**

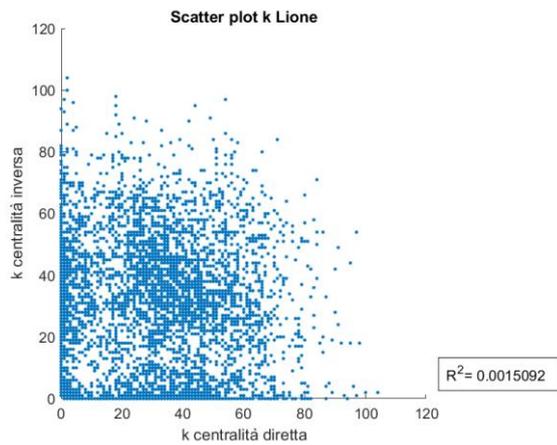
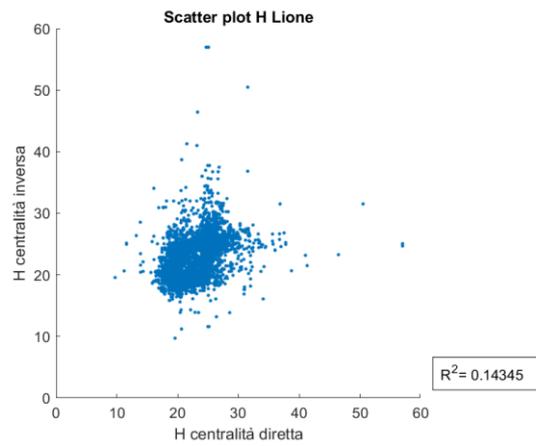
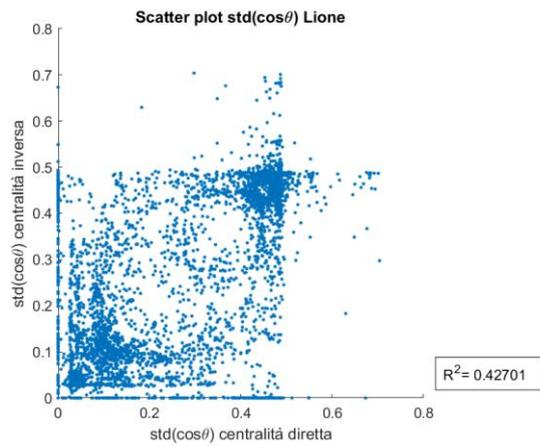
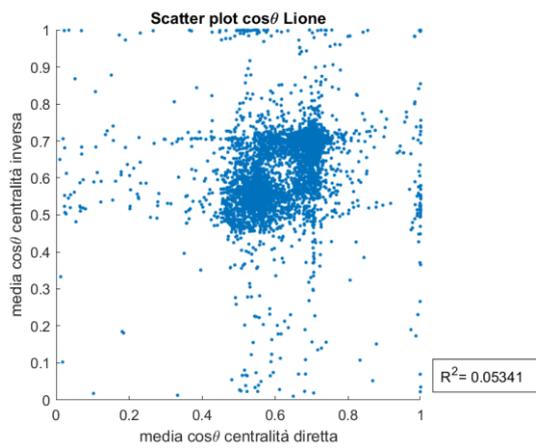
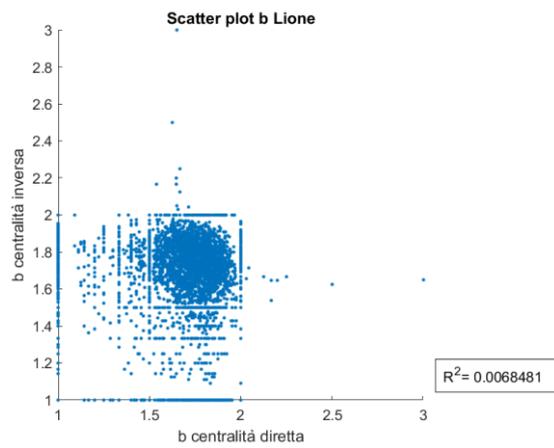
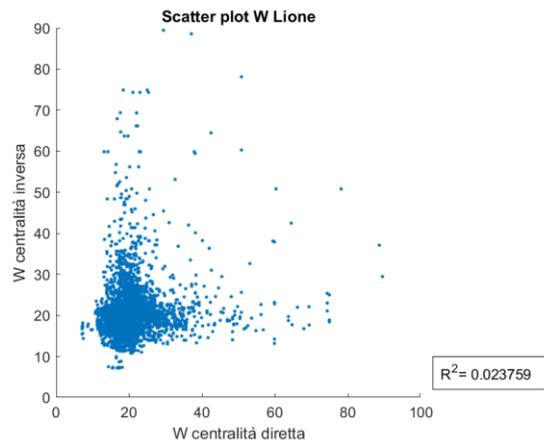
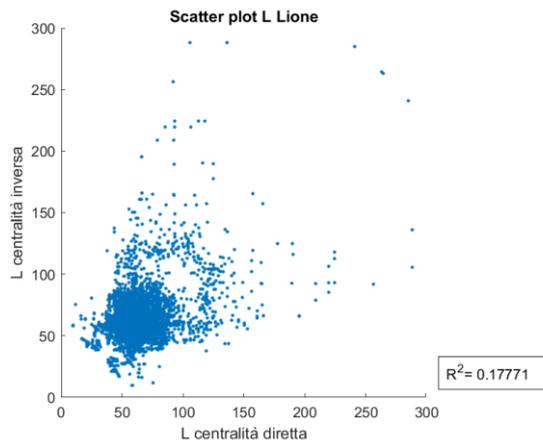




## • Parigi



- **Lione**



## Bibliografia

Boccaletti, S., Latora, V., Moreno, Y., Chavez, M., & Hwang, D. U. (2006). Complex networks: Structure and dynamics. *Physics reports*, 424(4-5), 175-308.

Digiovanni, M. (2019). Vulnerabilità degli ambienti urbani a rilasci di sostanze tossiche aeriformi. Approccio secondo la teoria delle reti complesse. Tesi di Laurea Magistrale. Rel. Luca Ridolfi, Sofia Fellini, Pietro Stefano Salizzoni. Politecnico di Torino.

Fellini, S., Salizzoni, P., & Ridolfi, L. (2020). Centrality metric for the vulnerability of urban networks to toxic releases. *Physical Review E*, 101(3), 032312.

Fellini, S., Salizzoni, P., Soulhac, L., & Ridolfi, L. (2019). Propagation of toxic substances in the urban atmosphere: A complex network perspective. *Atmospheric Environment*, 198, 291-301.

Fellini, S., Ridolfi, L., & Salizzoni, P. (2020). Street canyon ventilation: Combined effect of cross-section geometry and wall heating. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 146(730), 2347-2367.

Fellini, S., Salizzoni, P., & Ridolfi, L. (2020). Vulnerability of cities to toxic airborne releases is written in their topology. Under review.

Mayer, H. (1999). Air pollution in cities. *Atmospheric environment*, 33(24-25), 4029-4037.

Soulhac, L., Perkins, R. J., & Salizzoni, P. (2008). Flow in a street canyon for any external wind direction. *Boundary-Layer Meteorology*, 126(3), 365-388.

Yang, S. (2013). *Networks: An Introduction* by MEJ Newman: Oxford, UK: Oxford University Press. 720 pp.

## Sitografia

<https://www.isc.cnr.it/public-outreach/divulgazione/scienza-della-complessita-e-teoria-delle-reti/>

[https://www.iby.it/itc/baggio\\_reti.pdf](https://www.iby.it/itc/baggio_reti.pdf)

<https://mesonet.agron.iastate.edu/>