

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

**Analisi in frequenza di  
componenti metallici tramite  
tecniche di termografia attiva**



**Relatore**

prof. Francesca Maria Curà

**Correlatori:**

prof. Raffaella Sesana

prof. Manuela de Maddis

**Candidato**

Bonifacio Palmieri

matricola: 261584

---

ANNO ACCADEMICO 2019 – 2020

## Abstract

Active thermography, a non-destructive testing, is the subject of this thesis. It allows to evaluate the integrity and continuity of materials by investigating their thermal response when excited by an external heat source. The presence of an internal defect changes the material response, since it locally modifies its thermal diffusivity.

The aim of this work is to evaluate the thermal response of the system in the frequency domain. The component is stimulated with impulsive thermal loads in order to examine the response for a wide range of frequencies. The thermal modes of the material are represented by diffusive thermal waves that propagate in the medium: the excitation signal frequencies coincide with those of the response; the phase depends on the cooling mode. The key feature is that the diffusion length  $\mu$  of the thermal waves is correlated with the natural frequency  $f$ :  $\mu = \sqrt{\alpha/\pi f}$ . A defect is therefore reached by the waves which have a diffusion length close to its depth.

In this thesis, it is evaluated whether it is possible to trace the defects depths searching waves reaching the discontinuity and reflecting back. Phase diagram is considered since defects produce a phase delay in the medium cooling.

In parallel, it is described a numerical study of Maxwell-Cattaneo equation, which completes the well-known heat equation introduced by Fourier that allows to describe the heat transfer in terms of thermal energy diffusion and thermal waves propagation. The analytical solution of the equation predicts, for certain excitation conditions, the phenomenon of thermal resonance, i.e. an amplified thermal response of the system. The objective is the phenomenon investigation and the application to active thermography, to find internal discontinuities.

The work is divided into several parts.

In Chapter 1, thermography is presented and compared with other non-destructive testing techniques. It is analysed from a physical-based prospective, describing heat transfer and thermal emission in the infrared range. In the state-of-the-art the main active thermography techniques are described both from an experimental and analytical point of view. This part presents the data analysis tools used to pass from the time domain to the frequency domain.

Chapter 2 describes the instrumentation and the tested components.

Chapter 3 describes the numerical models used to solve Maxwell-Cattaneo equation. The numerical simulations are carried out for replicable test conditions, and some excitation parameters are recommended to observe the thermal resonance phenomenon.

Chapter 4 describes the numerical and experimental tests performed. The laboratory tests are carried out on metallic specimens. Numerical models are related

to experimental data; numerical simulations are aimed to understand the physical quantities of interest and the parameters that highlight the presence of defects in the material, such as the laser pulse length. Several tests are performed on non-defective specimens, in order to characterize the response of the material. In the end a component with known discontinuities is analysed, in order to evaluate the system's ability to measure defects depths.

Chapter 5 includes the conclusions: employed test procedure is summarized, results are analysed and further developments are suggested.

# Sommario

L'oggetto di questa tesi è la termografia attiva, una tecnica di controllo non distruttiva. Essa permette di valutare l'integrità e la continuità di un materiale analizzando la sua risposta termica, quando viene eccitato da una sorgente di calore esterna. La presenza di un difetto interno modifica la risposta del materiale, poiché ne altera localmente la diffusività termica.

Lo scopo di questo lavoro è valutare la risposta termica del sistema nel dominio della frequenza. Il componente viene stimolato con carichi termici impulsivi, al fine di esaminare la risposta per un ampio spettro di frequenze. I modi termici propri del materiale sono rappresentati da onde termiche diffusive che propagano nel mezzo: le frequenze del segnale di eccitazione coincidono con quelle della risposta; la fase dipende dal modo di raffreddamento. La caratteristica chiave è che la lunghezza di diffusione  $\mu$  delle onde termiche è correlata con la frequenza propria  $f$ :  $\mu = \sqrt{\alpha/\pi f}$ . Un difetto viene dunque raggiunto dalle onde che hanno una lunghezza di diffusione prossima alla sua profondità.

Nell'ambito di questo lavoro di tesi si valuta se è possibile risalire alla profondità dei difetti tramite la ricerca delle onde che raggiungono la discontinuità e si riflettono. Ci si sofferma in particolare sullo studio della risposta in termini di fase, poiché un difetto produce un ritardo nel raffreddamento del mezzo.

In parallelo in questo lavoro di tesi viene descritto uno studio numerico sull'equazione di Maxwell - Cattaneo, che completa la ben nota equazione del calore introdotta da Fourier e permette di descrivere la trasmissione del calore in termini di diffusione di energia termica e propagazione di onde termiche. La soluzione analitica dell'equazione prevede, per certe condizioni di eccitazione, il fenomeno della risonanza termica, ovvero di una risposta termica amplificata del sistema. Ulteriore obiettivo del lavoro di tesi è l'analisi del fenomeno e della relativa applicazione alla termografia attiva, per la ricerca di discontinuità del materiale.

Il lavoro di tesi è articolato in più fasi.

Nel capitolo 1 si contestualizza la termografia all'interno del più ampio campo delle tecniche di controllo non distruttive. Si analizza la fisica delle prove, basata sulla trasmissione del calore e l'emissione di radiazioni termiche nell'intervallo dell'infrarosso. È presentato uno stato dell'arte nel quale sono descritte le principali

tecniche di termografia attiva, sia in termini sperimentali che analitici. Si presentano dunque gli strumenti di analisi dei dati impiegati per passare dal dominio del tempo a quello della frequenza.

Nel capitolo 2 è descritta la strumentazione impiegata per condurre le prove sperimentali e i provini analizzati.

Nel capitolo 3 sono presentati i modelli numerici per la risoluzione dell'equazione di Maxwell-Cattaneo. Si analizzano i risultati di simulazioni numeriche svolte per condizioni di prova replicabili, e si descrivono le situazioni per le quali è possibile osservare il fenomeno di risonanza termica.

Nel capitolo 4 sono descritte le prove numeriche e sperimentali realizzate. Le prove di laboratorio sono svolte su provini metallici. I modelli numerici vengono correlati ai dati sperimentali; sono poi svolte simulazioni mirate alla comprensione delle grandezze fisiche di interesse e dei parametri che evidenziano la presenza di difetti nel materiale, quali in particolare il tempo dell'impulso del laser. Numerose sono le prove relative a provini non difettati, necessarie per valutare e caratterizzare la risposta del materiale. Al termine è analizzata una attività condotta su un componente con discontinuità note, al fine di valutare la capacità del sistema di misurare la profondità dei difetti.

Il capitolo 5 conclude il lavoro di tesi con una presentazione riassuntiva della procedura di prova descritta nell'elaborato, una analisi dei risultati ottenuti e indicazioni su possibili sviluppi futuri.

# Indice

<b>Elenco delle tabelle</b>	VII
<b>Elenco delle figure</b>	VIII
<b>Introduzione</b>	1
<b>1 La termografia attiva</b>	5
1.1 Controlli non distruttivi . . . . .	5
1.2 Strumentazione di prova . . . . .	8
1.2.1 Fisica della termocamera . . . . .	9
1.3 Tecniche di termografia attiva . . . . .	12
1.3.1 Pulsed Thermography . . . . .	12
1.3.2 Lock-in Thermography . . . . .	14
1.3.3 Pulsed Phase Thermography . . . . .	17
1.3.4 Caratterizzazione del difetto . . . . .	22
1.3.5 Significato fisico del contrasto di fase . . . . .	24
<b>2 Strumentazione e provini</b>	27
2.1 Strumentazione . . . . .	27
2.1.1 Termocamera . . . . .	28
2.1.2 Laser . . . . .	29
2.2 Materiale analizzato . . . . .	29
2.2.1 Provino 1 . . . . .	29
2.2.2 Provino 2 . . . . .	31
<b>3 Maxwell - Cattaneo</b>	33
3.1 Dall'equazione di Fourier a quella di Maxwell - Cattaneo . . . . .	33
3.2 Risonanza termica . . . . .	35
3.3 Approccio numerico monodimensionale . . . . .	38
3.3.1 Metodo delle differenze finite . . . . .	38
3.3.2 Discretizzazione spaziale e temporale . . . . .	39
3.3.3 Condizioni al bordo . . . . .	42

3.3.4	Effetto della velocità di propagazione dell'onda termica . . .	44
3.3.5	Effetto della lunghezza $L$ del modello 1D . . . . .	47
3.3.6	Effetto dei parametri di eccitazione termica . . . . .	47
3.4	Approccio numerico bidimensionale . . . . .	50
3.4.1	Fisica del modello . . . . .	50
3.4.2	Definizione del dominio . . . . .	51
3.4.3	Condizioni al bordo . . . . .	52
3.4.4	Discretizzazione temporale e spaziale . . . . .	53
3.4.5	Solutore . . . . .	55
3.4.6	Analisi di sensitività: velocità delle onde termiche . . . . .	56
3.4.7	Propagazione assiale e radiale dell'onda termica . . . . .	57
3.4.8	Provino difettato . . . . .	58
3.5	Considerazioni finali . . . . .	61
<b>4</b>	<b>Analisi dei difetti</b>	<b>63</b>
4.1	Caratterizzazione del materiale . . . . .	63
4.1.1	Modello numerico di diffusione termica . . . . .	63
4.1.2	Procedura di calcolo . . . . .	64
4.1.3	Prove realizzate . . . . .	65
4.1.4	Analisi dell'ampiezza . . . . .	66
4.1.5	Analisi della fase . . . . .	68
4.1.6	Caso limite: confronto con i risultati analitici della delta di Dirac . . . . .	69
4.1.7	Analisi di sensitività: materiale . . . . .	69
4.2	Analisi di un componente con difetti . . . . .	72
4.2.1	Modello numerico . . . . .	72
4.2.2	Correlazione sperimentale . . . . .	73
4.2.3	Ottimizzazione dei parametri di eccitazione . . . . .	77
4.2.4	Caratterizzazione dei difetti . . . . .	82
<b>5</b>	<b>Conclusione</b>	<b>89</b>
	<b>Ringraziamenti</b>	<b>93</b>

# Elenco delle tabelle

2.1	Proprietà dei materiali dei provini . . . . .	31
3.1	Parametri del laser nelle prove di eccitazione termica impulsiva . . .	48
4.1	Parametri del laser nelle prove per la caratterizzazione del materiale	65
4.2	Proprietà dei materiali scelti per le analisi di caratterizzazione di componenti integri . . . . .	70
4.3	Prove svolte per la correlazione . . . . .	73
4.4	Frequenze $f$ e corrispondente lunghezza di diffusione $\mu$ per le quali il contrasto di fase è massimo, per i difetti a profondità $z$ . . . . .	84

# Elenco delle figure

1.1	Rappresentazione schematica di alcune tecniche non distruttive . . .	7
1.2	Schema generale della termografia attiva [4] . . . . .	8
1.3	Spettro elettromagnetico. In evidenza, il campo dell'infrarosso [5] . .	10
1.4	Trasmissione di calore dalla sorgente termica alla termocamera [5] .	11
1.5	Configurazione in riflessione e trasmissione nelle prove di Pulsed Thermography [4] . . . . .	12
1.6	Confronto tra transitorio termico di una zona difettata $T_d$ con quella "sound" $T_{sa}$ . La linea blu ne rappresenta la differenza, ovvero il contrasto termico [4] . . . . .	14
1.7	Configurazione sperimentale delle prove di Lock-in Thermography [3]	15
1.8	Tecnica PPT come combinazione di PT e LT [4] . . . . .	17
1.9	Segnale discreto acquisito dalla termocamera [4] . . . . .	18
1.10	Trasformata di Fourier [4] . . . . .	21
1.11	Diagramma di fase per un provino in CFRP [9] . . . . .	21
1.12	Correlazione $\mu - z$ per difetti in un provino in fibra di carbonio, per difetti a profondità $z$ e dimensione della sezione trasversale $D$ [4] . .	22
1.13	Stima della profondità del difetto dalla ricerca della frequenza $f_b$ dall'analisi del contrasto di fase $\Delta\Phi$ [4] . . . . .	23
1.14	Contrasto di fase calcolato per una lastra di dimensioni finite, spessa $9\text{ mm}$ con un difetto a $3\text{ mm}$ dalla superficie: confronto fra il calcolo analitico e numerico [8] . . . . .	24
2.1	Schema della strumentazione impiegata . . . . .	28
2.2	Sistema di acquisizione ed eccitazione . . . . .	29
2.3	Forma dell'impulso termico . . . . .	30
2.4	Disegno del provino 1 . . . . .	30
2.5	Disegno del provino 2 . . . . .	31
3.1	Dominio monodimensionale . . . . .	35
3.2	Risposta in ampiezza dei modi di frequenza $\omega_n^*$ all'eccitazione esterna $\Omega^*$ . Tratto da [11] . . . . .	37
3.3	Relazione fra le frequenze modali $\omega_n^*$ e la pulsazione di risonanza $\Omega_{max}^*$ . Tratto da [11] . . . . .	37
3.4	Dominio e discretizzazione spaziale con il metodo degli <i>shifted fields</i>	39

3.5	Condizione al bordo: flusso termico del laser nel tempo . . . . .	42
3.6	Soluzioni nello spazio e nel tempo del sistema lineare 3.20, corrispondenti alle condizioni al bordo in figura 3.5 per lo spessore di 10 mm . . . . .	43
3.7	Soluzione rappresentata sul dominio spaziale, ad istanti di tempo distinti, per una lastra di 10 mm . . . . .	43
3.8	Soluzione calcolata per velocità diverse, rappresentata sul dominio spaziale ad istanti di tempo distinti . . . . .	45
3.9	Transitorio termico calcolato sulla superficie, per velocità $C$ differenti	46
3.10	Effetto della lunghezza $L$ del modello 1D . . . . .	47
3.11	Prove sperimentali e risultati numerici delle prove in tabella 3.1 . . . . .	49
3.12	Schema del dominio bidimensionale impiegato per la risoluzione delle eq. di MC con il metodo degli elementi finiti . . . . .	51
3.13	$q(r, t) = Q_0 R(r) T(t)$ . . . . .	52
3.14	Trasformata di Fourier della funzione rettangolo . . . . .	53
3.15	Mesh impiegata per risolvere le equazioni di MC su un dominio assialsimmetrico . . . . .	54
3.16	Soluzione calcolata nel punto centrale di azione del flusso, per l'eccitazione riportata in figura 3.13 . . . . .	55
3.17	Analisi di sensitività al variare della velocità di propagazione delle onde termiche . . . . .	56
3.18	Propagazione dell'onda termica lungo l'asse di simmetria del provino. Analisi effettuata per tre valori di velocità $C$ . . . . .	58
3.19	Propagazione radiale dell'onda termica, per $C = 0.09 \text{ m/s}$ . . . . .	59
3.20	Mesh del componente con difetto . . . . .	60
3.21	Propagazione e riflessione dell'onda termica nel modello cilindrico . . . . .	60
3.22	Transitorio termico del componente difettato . . . . .	60
4.1	. . . . .	64
4.2	Trasformata di Fourier del segnale in figura 4.1b . . . . .	65
4.3	Risultati nel dominio in frequenza delle prove in tabella 4.1 . . . . .	66
4.4	Correlazione tra il diagramma $ T(f) $ e i parametri del laser . . . . .	67
4.5	Diagramma dell'ampiezza adimensionalizzato rispetto al termine noto $A$ . . . . .	68
4.6	Correlazione tra il diagramma della fase $\angle T(f)$ e i parametri del laser	69
4.7	Trasformata di Fourier per un mezzo senza difetti: analisi di sensitività al variare delle proprietà del materiale . . . . .	70
4.8	componente con i difetti . . . . .	72
4.9	Prove 5,6,8 della tabella 4.3 . . . . .	74
4.10	Confronto di alcune prove sperimentali e numeriche ( $t_{imp} = 500 \text{ ms}$ , $p_{perc} = 100\%$ , difetto 1 e zona <i>sound</i> ) . . . . .	74
4.11	Rimozione del rumore con il metodo della media mobile e impiegando una finestra gaussiana . . . . .	75

4.12	Trasformata di Fourier: confronto del segnale sperimentale con rumore e filtrato . . . . .	76
4.13	Trasformata di Fourier: dati filtrati con il metodo della media mobile, ponderata da una finestra gaussiana. I diagrammi della fase sono filtrati due volte . . . . .	77
4.14	Eccitazione termica dovuta al laser nel dominio del tempo e della frequenza . . . . .	78
4.15	Prova numerica esplorativa per l'ottimizzazione dei parametri di eccitazione . . . . .	79
4.16	Contrasto di fase calcolato per i difetti $N = 1,2,3$ per le condizioni di eccitazione $t_{imp} = 15 \text{ ms}$ ; $p_{erc} = 100\%$ . . . . .	79
4.17	Correlazione fra frequenza caratteristica $f_b$ e profondità $z$ del difetto	80
4.18	Contrasto di fase al variare dell'ampiezza dell'impulso $t_{imp}$ per il difetto $N = 1$ . . . . .	81
4.19	Contrasto di fase al variare della potenza percentuale $p_{erc}$ per il difetto $N = 1$ . . . . .	82
4.20	Frequenze dei massimi e minimi locali delle funzioni di contrasto di fase dei difetti $N = 1 - 10$ . . . . .	83
4.21	Rappresentazione bidimensionale del contrasto di fase e dei valori di massimo e minimo locale per tutti i difetti, da 1 a 10 $mm$ . . . . .	84
4.22	Relazione $\mu - z$ valutata alle frequenze per le quali $\Delta\Phi$ è massimo .	85
4.23	Immagine della fase del difetto $N = 1$ . . . . .	86
4.24	Immagine della fase del difetto $N = 2$ . . . . .	87
4.25	Immagine della fase del difetto $N = 3$ . . . . .	88

# Introduzione

La termografia ad infrarossi (*IR*) è una tecnica di controllo non distruttiva (*Non destructive testing: NDT*) che sfrutta l'emissione di calore nell'infrarosso per trovare e caratterizzare eventuali discontinuità nel materiale.

È noto che nella pratica industriale contemporanea le tecniche di controllo e diagnostica di prodotti, strumentazioni, sistemi sono di chiave importanza al fine di garantire che l'integrità strutturale non vari durante l'esercizio, e che la funzione e l'utilizzo rimangano le stesse nel tempo. Durante l'esercizio i componenti si danneggiano, a causa delle condizioni di carico, di fenomeni naturali come la fatica, di difetti di produzione del materiale, o relativi alla produzione o al montaggio dei componenti. Il danneggiamento del materiale consiste nella nucleazione e propagazione di cricche, ovvero discontinuità del materiale, che possono portare a criticità del funzionamento del sistema, o persino al suo cedimento, improvviso e fatale.

Le tecniche di controllo non distruttivo permettono di valutare, in modo non invasivo, la qualità del componente, in modo da determinare cricche e difetti presenti, dovute al processo tecnologico od originatesi nel corso della vita. Dai dati sperimentali collezionati sarà possibile attuare le scelte che permettono di garantire un buon esercizio e la sicurezza della struttura. Le tecniche di controllo non distruttivo, quindi, vengono impiegate quando è necessario analizzare un componente in esercizio, che non può essere sostituito. Presentano tuttavia alcuni svantaggi: sono a volte sensibili all'operatore che effettua il test; richiedono personale specializzato; alcune tecniche sono pericolose e costose (raggi X); vi sono casi in cui è difficile determinare alcune particolari discontinuità, a causa di dimensioni e orientazione.

Tra le tecniche impiegate, la termografia presenta caratteristiche peculiari che la rendono potenzialmente migliore rispetto alle tecniche tradizionali. Essa è infatti fra quelle più studiate e oggetto di ricerca, e si sta dimostrando uno strumento molto promettente per indagare l'integrità strutturale dei componenti [1]. I principali motivi di interesse sono i seguenti: è una tecnica veloce, in alcune applicazioni semplice da interpretare [2], permette di analizzare l'intero sistema, anche di grandi dimensioni, *in-situ*, a distanza e senza contatto. Un qualsiasi corpo emette radiazioni elettromagnetiche: in particolare, quelli a temperatura ambiente emettono nel campo dell'infrarosso, è quindi possibile utilizzare le termocamere per analizzare l'energia radiata e stimare la distribuzione di temperatura superficiale del

componente.

È necessario che esista un contrasto termico tra l'oggetto di interesse e l'area dove si suppone ci sia un difetto. Se fra queste due entità non vi è equilibrio termico, è possibile svolgere delle indagini senza l'ausilio di sorgenti di calore esterne: in questo caso si parla di termografia passiva (*Passive Thermography*); essa è ad esempio impiegata nel campo dell'edilizia (termografia edile). Nell'ambito della termografia passiva, il contrasto termico è generato dalle particolari condizioni ambientali, o dalle caratteristiche del materiale: un materiale con forti disomogeneità, che presenta parti isolanti ed altre con una migliore conduzione del calore, quale può essere un'opera in muratura, assume una distribuzione di temperatura diversa a causa dei carichi termici esterni; essa può essere utilizzata come strumento di indagine e di valutazione.

Quando invece tutto il componente è in equilibrio termico, è necessario impiegare una sorgente di eccitazione esterna per indurre una differenza di temperatura: in questo caso si parla di termografia attiva (*AT: Active Thermography*). Le sorgenti di calore esterne generalmente impiegate sono lampade, flash o laser. Quando il materiale viene riscaldato, eventuali difformità ed anomalie nel campo di temperatura indicano la presenza di un potenziale difetto, in quanto esso costituisce una discontinuità del materiale. In generale, i difetti si manifestano come zone calde, dovute alla ridotta e localizzata diffusività termica causata dalla presenza di aria nel difetto. Esistono diverse tecniche usate nell'ambito della termografia attiva: fra queste vengono ricordate le più popolari, ovvero *Pulsed Thermography (PT)*, *Lock-in Thermography (LT)* e *Pulsed Phase Thermography (PPT)*.

La PT utilizza una sorgente termica di breve durata, impulsiva, e considera il transitorio termico del componente: dall'analisi dei dati nel dominio del tempo è possibile riscontrare la presenza di difetti nelle zone caratterizzate da più lenti tassi di raffreddamento, ovvero zone che conducono peggio il calore a causa di discontinuità del materiale.

Nella LT il provino viene eccitato da una sorgente periodica (in genere un'onda sinusoidale a frequenza e ampiezza fissa), e si analizzano i dati quando si giunge a una condizione di regime stazionario. L'eccitazione periodica induce un andamento periodico della temperatura superficiale del componente, anch'essa caratterizzata da ampiezza e fase. Un difetto agisce come una barriera alla propagazione delle onde termiche, quindi genera un ritardo di fase rispetto all'eccitazione termica; analizzati i diagrammi di fase calcolati a frequenze diverse, è possibile trovare eventuali anomalie.

La PPT è una metodologia ibrida, che si pone fra la PT e la LT. La prova è svolta in regime transitorio come per la PT, e fa uso di sorgenti impulsive; tuttavia, vengono elaborati i dati sperimentali nel dominio della frequenza, attraverso la trasformata di Fourier, quindi costruiti i diagrammi di ampiezza e fase, come nel caso della LT.

Le tecniche termografiche si sono sviluppate parallelamente al miglioramento dei

sistemi di immagazzinamento di dati e di calcolo. Le tecniche richiedono in una prima fase di raccogliere informazioni sull'evoluzione temporale della temperatura sul componente, quindi legate sia allo spazio che al tempo. Bisogna poi svolgere una onerosa analisi per passare dal dominio del tempo a quello della frequenza. Ciò ha rallentato lo sviluppo iniziale di questa tecnica, ma ne sta incentivando lo studio negli ultimi anni.

In questo elaborato di tesi viene impiegata la tecnica PPT. In particolare, nel capitolo 4 si descrive una procedura che permette di calcolare la profondità di un difetto nel sottopelle a partire dall'analisi del contrasto di fase: esso è pari alla differenza tra l'andamento della fase valutata nella zona difettata e quella determinata in una zona integra. È possibile estrarre il valore di una frequenza caratteristica dal contrasto di fase: essa viene correlata con la profondità del difetto tramite una relazione di potenza. In questo modo è possibile risalire alla profondità del difetto a partire dalla risposta termica del sistema, confrontando il caso del materiale difettato e non.

Gli scambi termici nel materiale avvengono tramite fenomeni diffusi. Tuttavia, ci sono condizioni particolari in cui gli scambi di calore avvengono tramite un fenomeno ondulatorio, per il quale l'energia si propaga nel mezzo tramite onde termiche. Nel capitolo 3 si analizza se è possibile eccitare termicamente il componente in modo da osservare il fenomeno di propagazione di onde termiche.



# Capitolo 1

## La termografia attiva

In questo capitolo si contestualizza la termografia attiva all'interno del più ampio campo dei controlli non distruttivi.

In seguito, vengono descritte, sia da un punto di vista sperimentale che analitico, le principali tecniche termografiche, valutati i vantaggi e gli svantaggi di ciascuna di esse e i campi di applicazione.

É stata condotta una analisi dei principi fisici che regolano i fenomeni e delle tecniche di elaborazione dei segnali acquisiti dagli strumenti.

### 1.1 Controlli non distruttivi

Esistono due tipi di test che possono essere svolti sui materiali: i test distruttivi e quelli non distruttivi.

I controlli distruttivi sono "test, distruttivi o irreversibili, condotti su provini o componenti, da cui si ottiene una valutazione quantitativa delle loro caratteristiche" [2].

Essi sono utili perché si ottengono informazioni quantitative, che non richiedono interpretazioni e stabiliscono standard e specifiche. Tuttavia, si applicano al particolare componente testato, che inoltre non potrà essere utilizzato per altri scopi oltre alla prova. Vengono impiegati per misurare, ad esempio, il modulo di elasticità, la duttilità, la vita a fatica, la durezza o la resistenza alla corrosione: per questo sono utilizzati nell'ambito della progettazione, perché forniscono stime per la previsione del comportamento in servizio dell'opera o del componente.

I controlli non distruttivi (*Non Destructive Testing NDT*) sono invece "procedure, test realizzati su un oggetto senza alterarne le sue caratteristiche, finalizzato a verificare la presenza di discontinuità nel materiale, che potrebbero avere un effetto negativo sulla funzione e sulla vita operativa dell'oggetto stesso". [2]

Essi quindi permettono di esaminare un materiale o un componente in modo da non comprometterne un futuro utilizzo. Per questa ragione, sono impiegati in numerose

applicazioni, ad esempio durante il processo produttivo, allo scopo di emettere un giudizio di accettazione/rifiuto, o in fase di ispezione e manutenzione, per macchine progettate secondo i criteri "*fail-safe*" e "*damage-tolerance*": quest'ultimo caso, generalmente riferito al campo aerospaziale, è critico perché i danneggiamenti possono mettere a rischio missioni dal costo elevato o la sicurezza dei passeggeri.

I test non distruttivi forniscono meno informazioni quantitative e i risultati delle analisi hanno bisogno di essere interpretati, quindi è necessario personale qualificato con esperienza per lo svolgimento dei test. Si richiede che i NDT siano affidabili, sensibili, economici, facili da usare e veloci. È difficile trovare una tecnica che soddisfi ad alti livelli tutte queste richieste, quindi in base all'applicazione si possono scegliere metodi differenti. Inoltre, con la continua evoluzione dei processi e dei materiali, anche i NDT si stanno evolvendo e adattando alle richieste del mercato.

Vengono di seguito elencate le tecniche di controllo più utilizzate. È possibile suddividerle in due categorie, ovvero quelle per rilevare i difetti sottopelle (Raggi X, ultrasuoni e termografia) e quelli superficiali.

### **Radiografia**

Vengono usate le radiazioni X o gamma. Esse attraversano il componente, e le discontinuità modificano la trasmissione. Il risultato è visibile su una pellicola (figura 1.1a). Pur essendo diffuso, sono richieste stringenti misure di sicurezza. È una tecnica molto sensibile, tuttavia presenta dei limiti in base al materiale, alla sua densità e allo spessore del componente. Riveste un ruolo importante l'orientazione della cricca rispetto alla sorgente delle radiazioni, e l'accessibilità della zona del componente.

### **Ultrasuoni**

Vengono impiegate onde sonore ad alta frequenza, superiore alla soglia dell'udibile (nell'intervallo 0.5-25 MHz). Viene emesso un impulso ultrasonoro che, propagandosi nel materiale, viene in parte assorbito dal materiale stesso, in parte riflesso dalle superfici o da eventuali discontinuità presenti. Calcolando il tempo impiegato dall'onda per tornare indietro, è possibile stimare la posizione di riflessione dell'onda stessa, e valutare la presenza di difetti interni. L'impulso viene convertito in segnale elettrico e rappresentato sullo schermo di un oscilloscopio. Si può usare una configurazione a trasmissione o ricezione (figura 1.1b).

La tecnica presenta delle limitazioni. È difficile: (i) controllare pezzi a geometria complessa; (ii) materiali ad alta attenuazione acustica (come materiali ferrosi e non ferrosi a grano grosso); (iii) pezzi con imperfetta finitura superficiale. L'ultimo caso è particolarmente critico in quanto: porosità, avvallamenti microscopici del componente possono attenuare il segnale acustico esterno; interfacce fra materiali diversi possono indicare erroneamente la presenza di difetti; tolleranze di planarità superficiali modeste possono ridurre la sensibilità delle misurazioni. Dunque, l'interpretazione dei segnali richiede una prolungata esperienza del personale.

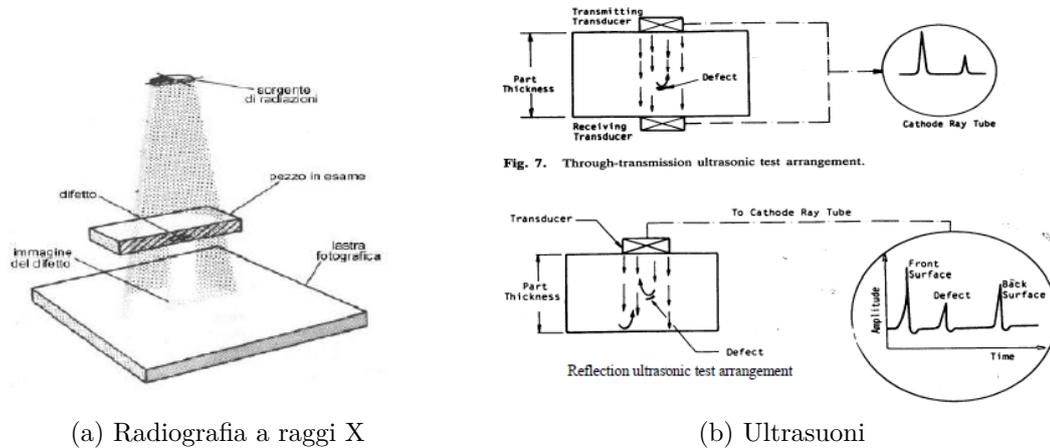


Figura 1.1: Rappresentazione schematica di alcune tecniche non distruttive

### Correnti indotte

Si basa sulla generazione di correnti parassite indotte da un campo magnetico variabile. La discontinuità del materiale è la causa di una variazione nella conduttività elettrica. È una tecnica moderatamente costosa, limitata a materiali conduttivi e alle basse profondità.

### Liquidi penetranti

L'impiego di liquidi colorati che penetrano nel componente per capillarità permette di aumentare il contrasto visivo e rilevare difetti superficiali. È una soluzione veloce, economica ed accurata, tuttavia si limita ai difetti in superficie ed esclude le porosità.

### Polveri magnetiche

Le polveri ferromagnetiche depositate sulla superficie del componente alterano il flusso del campo magnetico causato da difetti superficiali o sub-superficiali. L'impiego è limitato ai materiali ferromagnetici.

### Termografia per la rilevazione di difetti superficiali

Cricche e difetti superficiali sono comunemente ricercate tramite le tecniche delle correnti indotte, dei liquidi penetranti e delle polveri magnetiche, come detto precedentemente. Queste tecniche richiedono il contatto con le superfici e spesso i risultati sono difficili da interpretare [3]. In sostituzione, è possibile utilizzare la termografia attiva, poiché non richiede il contatto con i componenti, le operazioni sono più veloci e più facilmente automatizzabili [3].

La tecnica sfrutta l'aumento dell'assorbimento di energia del componente in corrispondenza di un difetto. Infatti, quando si fornisce energia termica tramite una

sorgente ottica, la luce entra all'interna della cricca e si riflette molteplici volte all'interno della fessura: ciò produce un riscaldamento maggiore della porzione di materiale difettato rispetto a quello circostante, e permette dunque di mettere in evidenza la discontinuità. L'energia assorbita dipende dallo spessore della cricca: una fessura più ampia permette a una quantità maggiore d'energia di entrare. In [3] si analizzano i giunti saldati: si mostra che è possibile trovare cricche spesse fino a  $5 - 10 \mu m$ ; è inoltre possibile mettere in evidenza alcune aree ossidate, poiché sono caratterizzate da un coefficiente di assorbimento più elevato.

Sono inoltre confrontati i sistemi di eccitazione basati su lampade e laser. Le lampade coprono una superficie più ampia, dunque rendono più veloce l'ispezione del componente; tuttavia, sono affette da un bagliore residuo (*afterglow*), dovuto alla temperatura raggiunta dallo strumento, che continua a trasmettere energia interagendo con il raffreddamento del componente. I laser invece sono i sistemi di eccitazione preferiti per questo tipo di indagini, poiché si controlla più facilmente il tempo di esposizione e la superficie di interesse, e si evitano fenomeni di riscaldamento differenziati. Tuttavia, essi sono più costosi ed ingombranti.

## 1.2 Strumentazione di prova

In figura 1.2 sono raffigurati gli strumenti da impiegare per svolgere analisi di termografia attiva. Essi sono:

- sorgente di eccitazione;

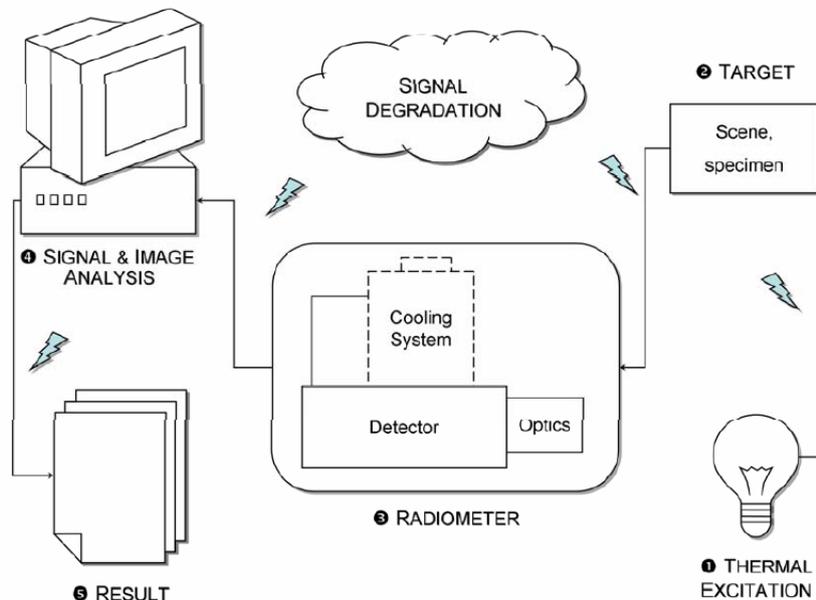


Figura 1.2: Schema generale della termografia attiva [4]

- telecamera ad infrarossi;
- un PC per l'analisi dei risultati.

La sorgente di eccitazione (1) è necessaria per creare un contrasto termico tra la porzione di oggetto di interesse e il resto, detta area "sound". Se il componente non è in equilibrio con ambiente si può evitare di usare la sorgente esterna. Un aspetto critico è che il riscaldamento non omogeneo del componente può produrre risultati fallaci.

L'energia della sorgente viene in parte assorbita dal componente (2), la quale viene riemessa e percepita dalla camera ad infrarossi (3).

Il pc (4) elabora in modo opportuno il segnale acquisito dalla termocamera e restituisce una fotografia termica, o termogramma, della superficie di interesse.

In ogni fase della trasmissione dell'energia termica ci sono fattori ambientali o strumentali che rappresentano una fonte di rumore o errore: possono essere dovuti ad esempio alla termocamera, che interpreta le grandezze fisiche in termini di segnali elettrici, o alla prova, che può produrre risultati incoerenti a causa della variabilità intrinseca dell'emissività del componente, o del non perfetto riscaldamento prodotto dalla sorgente.

### 1.2.1 Fisica della termocamera

La termografia attiva si basa sull'analisi dell'evoluzione temporale della temperatura sulla superficie del componente, quando esso è eccitato da una sorgente esterna. La temperatura superficiale viene ricostruita a partire dall'intensità termica percepita dai sensori della termocamera.

Qualsiasi componente emette radiazioni elettromagnetiche, poiché possiede una temperatura superiore a 0 K: infatti, per la legge di Stefan-Boltzmann, la potenza irradiata nell'unità di superficie  $q$  [ $W/m^2$ ] da un corpo grigio (cioè che non assorbe tutta l'energia incidente, perché parte viene riflessa e trasmessa) dipende dalla sua temperatura assoluta  $T[K]$ :

$$q = \epsilon\sigma T^4 \quad (1.1)$$

dove  $\sigma$  è la costante di Stefan-Boltzmann ed  $\epsilon$  è l'emissività.

I corpi a temperatura ambiente emettono nel campo dell'infrarosso ( $0.75 - 1000 \mu m$ , vedere figura 1.3): sono queste le radiazioni che vengono rilevate dalle termocamere. La capacità di un oggetto di emettere radiazioni è limitata dall'emissività superficiale:  $\epsilon < 1$ . È necessario conoscere o misurare l'emissività durante le prove in modo da ottenere una stima realistica della temperatura.

È noto che l'energia che incide su un corpo può essere assorbita, riflessa o trasmessa. La potenza incidente  $P_i$  viene quindi divisa in potenza assorbita  $P_a$ , riflessa  $P_\rho$  o trasmessa  $P_\tau$ . Definendo i coefficienti di assorbimento  $a$ , riflessione  $\rho$  e trasmissione

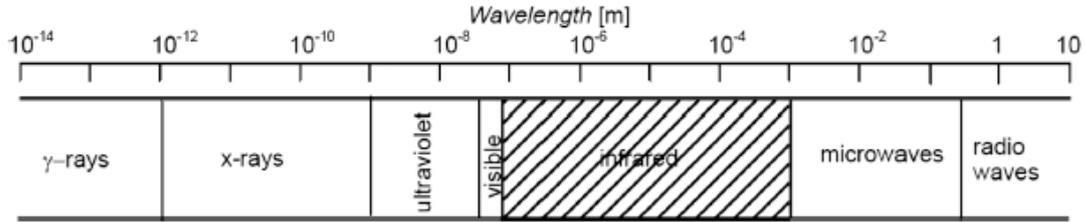


Figura 1.3: Spettro elettromagnetico. In evidenza, il campo dell'infrarosso [5]

$\tau$  come rapporto della potenza di interesse con la potenza incidente, si può scrivere:

$$a + \rho + \tau = 1 \quad (1.2)$$

dove  $a = P_a/P_i$ ,  $\rho = P_\rho/P_i$  e  $\tau = P_\tau/P_i$ .

Per un corpo vale la relazione  $\epsilon = a$ : l'energia emessa è pari a quella che assorbe. Oltre all'emissività, esistono anche altri parametri che alterano l'accuratezza delle termocamere. A tal proposito, bisogna considerare tutta l'energia elettromagnetica  $E_{tot}$  ricevuta dalla termocamera:

$$E_{tot} = E_{obj} + E_{refl} + E_{atm} \quad (1.3)$$

dove:

- $E_{obj}$  corrisponde all'energia emessa dall'oggetto;
- $E_{refl}$  è l'energia riflessa dall'ambiente circostante emessa dall'oggetto;
- $E_{atm}$  è l'energia emessa dall'atmosfera.

Le espressioni per calcolare le quantità prima descritte sono indicate in figura 1.4. Sono state fatte delle ipotesi esemplificative: si suppone che

- il coefficiente di trasmissione dell'oggetto  $\tau_{obj}$  sia nullo, quindi si calcola nel modo seguente il fattore di riflessione  $\rho_{obj} = 1 - a_{obj} = 1 - \epsilon_{obj}$ ;
- si suppone che l'assorbimento atmosferico sia nullo, quindi  $\rho_{atm} = 1 - \tau_{atm}$ .

È necessario stimare l'emissività dell'oggetto  $\epsilon_{obj}$  e la temperatura riflessa  $T_{refl}$ . L'emissività viene determinata nel modo seguente, prescritto dalla norma ISO 18434-1:

- si applica del nastro nero (emissività nota,  $\epsilon = 0.99$ ) sul componente e si attende che raggiunga la stessa temperatura;
- si misura la temperatura del nastro  $T^*$ ;

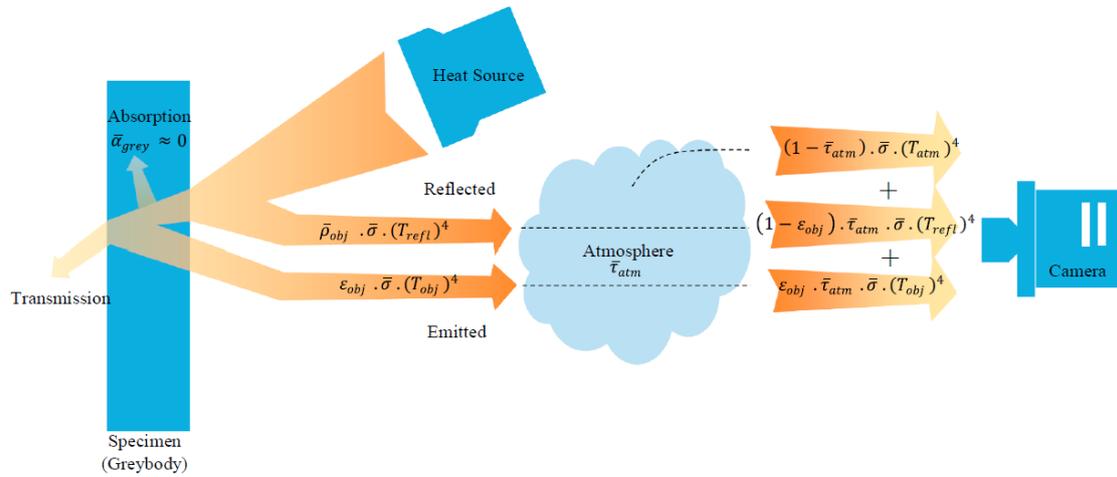


Figura 1.4: Trasmissione di calore dalla sorgente termica alla termocamera [5]

- si misura la temperatura di un altro punto del componente, e si varia il parametro di emissività dello strumento fino a che non si ottiene la misura precedente  $T^*$ .

La temperatura riflessa  $T_{refl}$  invece rappresenta il segnale di energia non direttamente emesso dall'oggetto. Si stima misurando la temperatura di un buon riflettore, che riflette verso la termocamera le radiazioni provenienti da tutte le possibili angolazioni. É possibile usare come buon riflettore un foglio di carta di alluminio stropicciato, poiché presenta tante superfici ad angolazioni differenti, e permette di valutare i contributi di energia termica provenienti da tutte le direzioni.

## 1.3 Tecniche di termografia attiva

Esistono diverse tecniche di termografia attiva che possono essere impiegate: esse differiscono dal modo in cui i dati sono acquisiti e da come vengono processati. Di seguito vengono riportate le 3 principali tecniche utilizzate.

### 1.3.1 Pulsed Thermography

La Pulsed Thermography (PT) è la tecnica più semplice, e la prima sviluppata in ordine cronologico.

Essa consiste nell'eccitare il componente con un impulso termico, quindi con una azione di breve durata, nell'ordine dei millisecondi per componenti con buona conducibilità termica.

Si analizza il transitorio di raffreddamento della superficie (vedere figura 1.5):

- soggetta a riscaldamento, nella configurazione detta di riflessione;
- opposta a quella soggetta a riscaldamento, nella configurazione detta di trasmissione.

In generale, si preferisce usare una configurazione o l'altra in base alla posizione dei difetti: se essi ad esempio sono vicini alla superficie opposta a quella riscaldata, l'ultima della quale non è accessibile dalla sorgente, si preferisce allora la configurazione a trasmissione.

Tuttavia, la configurazione a riflessione è da preferire, perché garantisce risultati più accurati, poiché il contrasto termico sulla superficie eccitata dalla sorgente è maggiore rispetto a quella nascosta.

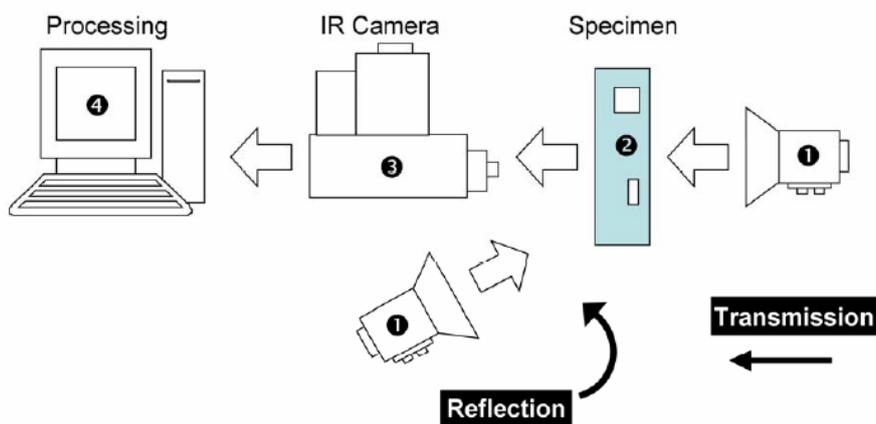


Figura 1.5: Configurazione in riflessione e trasmissione nelle prove di Pulsed Thermography [4]

Le zone caratterizzate da un difetto vengono individuate perché la temperatura raggiunge valori più alti rispetto al caso in cui il difetto non è presente. La presenza di una discontinuità costituisce una modifica della caratteristica del materiale, ovvero la diffusività termica risulta alterata dalla presenza del difetto: la conducibilità termica si riduce drasticamente per la presenza di aria nel mezzo, che gioca il ruolo di isolante termico, limitando la diffusione del calore.

Per quanto detto, l'analisi si fonda sulla generazione di un contrasto  $C(t)$  di temperatura tra zona *sound*  $T_{sa}(t)$  e zona difettata  $T_d(t)$ :

$$C(t) = T_d(t) - T_{sa}(t) \quad (1.4)$$

Se il contrasto è di ridotta entità, non è possibile utilizzare questa tecnica. Inoltre, l'analisi del solo segnale di temperatura nel tempo  $T(t)$  è in generale sconsigliato se non è garantito che il componente abbia emissività uniforme e il riscaldamento sia omogeneo (richieste quasi sempre non soddisfatte). Pur essendo una tecnica semplice e veloce, fornisce risultati difficilmente interpretabili [6], poiché:

- si limita a difetti prossimi alla superficie;
- la perdita di contrasto aumenta per difetti profondi;
- è difficile correlare il contrasto termico con le caratteristiche del difetto.

### Risposta all'impulso ideale

È possibile svolgere uno studio analitico per valutare la risposta del materiale all'eccitazione impulsiva ideale.

Si considera un mezzo semi-infinito, isotropo e omogeneo, e si risolve l'equazione del calore:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T \quad (1.5)$$

che regola gli scambi termici per conduzioni all'interno di un materiale di diffusività termica  $\alpha = \lambda/(\rho c_p)$ , dove  $\lambda$  è la conducibilità termica,  $\rho$  la densità e  $c_p$  il calore specifico.

Imponendo che l'energia assorbita dalla superficie  $Q_0$  venga trasmessa tramite un impulso che possa essere descritto come una delta di Dirac  $Q(t) = Q_0\delta(t)$  si ottiene il seguente andamento di temperatura:

$$T(z, t) = T_{amb} + \frac{Q}{\sqrt{\lambda\rho c_p\pi t}} \exp\left(-\frac{z^2}{4\alpha t}\right) \quad (1.6)$$

dove  $T_{amb}$  è la temperatura ambiente.

La temperatura superficiale segue un andamento, in fase di raffreddamento, corrispondente a:

$$\Delta T(0, t) = T(0, t) - T_{amb} = \frac{Q}{e\sqrt{\pi t}} \quad (1.7)$$

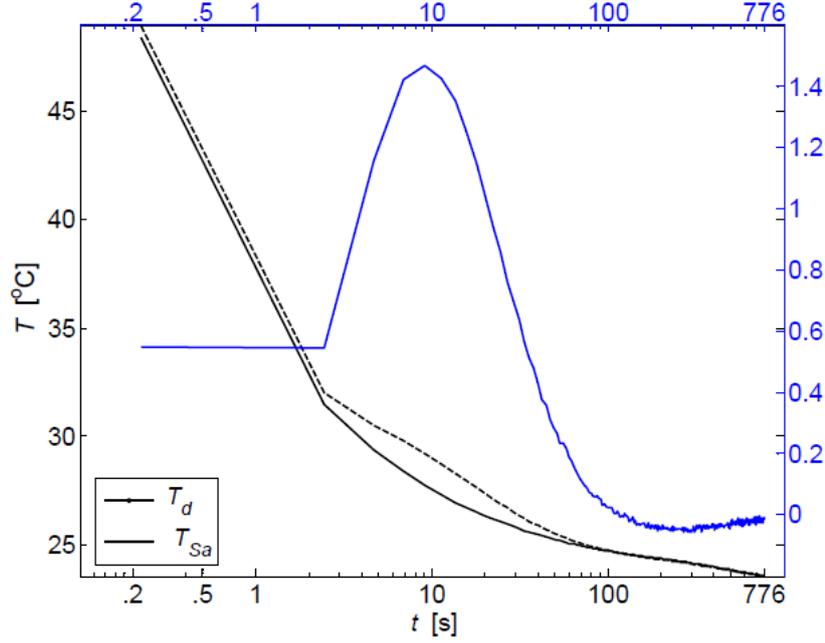


Figura 1.6: Confronto tra transitorio termico di una zona difettata  $T_d$  con quella "sound"  $T_{sa}$ . La linea blu ne rappresenta la differenza, ovvero il contrasto termico [4]

dove  $e = \sqrt{\lambda\rho c_p}$  è l'effusività termica.

Qualsiasi andamento che si discosta da quello rappresentato dall'equazione 1.7 fornisce una indicazione sulla possibile presenza di una discontinuità.

Dato che  $T \propto t^{-1/2}$ , è possibile rappresentare il transitorio termico in un diagramma doppio logaritmico e confrontare gli andamenti della zona "sound"  $T_{sa}$  e di quella difettata  $T_d$ . L'andamento teorico della zona "sound"  $T_{sa}$  è descritto da una linea con pendenza  $-1/2$  (calcolando il logaritmo dell'eq. 1.7):

$$\log(\Delta T) = \log\left(\frac{Q}{e\sqrt{\pi}}\right) - \frac{1}{2}\log(t) \quad (1.8)$$

mentre il transitorio termico della parte difettata  $T_d$  si discosta, poiché presenta un plateau in cui la temperatura rimane pressoché costante, e poi torna a scendere. La figura 1.6 estratta da [4] costituisce un esempio di quanto appena detto.

### 1.3.2 Lock-in Thermography

La tecnica della Lock-in Thermography (LT) prevede che il componente venga eccitato da una sorgente di temperatura periodica, ad una pulsazione imposta  $\omega$ .

Le analisi vengono effettuate in regime stazionario, quindi bisogna attendere che il componente raggiunga una condizione di equilibrio dinamico con la sorgente termica esterna.

In questa condizione, anche la risposta termica del componente è periodica. Si generano delle onde termiche, alle frequenze imposte dall'eccitazione esterna, che si propagano all'interno del materiale. Dall'estrazione di informazioni sull'ampiezza e il ritardo di fase della temperatura superficiale è possibile risolvere il problema inverso, cioè caratterizzare il materiale ed eventuali difetti sub-superficiali.

Analogamente alla PT, i difetti agiscono come barriere alla propagazione delle onde termiche [5]. Al posto di considerare il contrasto termico come nel caso precedente, è possibile valutare il ritardo di fase generato dalla presenza di una eventuale discontinuità: infatti, il cambiamento localizzato della conducibilità termica ha un effetto sul periodico raffreddamento e riscaldamento del materiale.

Questa tecnica presenta numerosi vantaggi [6], fra questi:

- i risultati sono semplici: se l'eccitazione è una sinusoide, si ha una sola informazione in termini di fase ed ampiezza della risposta;
- le immagini di fase hanno un buon contrasto e risulta agevole caratterizzare il difetto;
- tutta la potenza termica fornita eccita la frequenza analizzata;
- l'effetto del riscaldamento disomogeneo e della variabilità dell'emissività è piccolo.

Gli svantaggi di questa tecnica tuttavia sono legati al fatto che sono necessarie tante prove per analizzare il materiale alla ricerca del difetto: è possibile dimostrare che

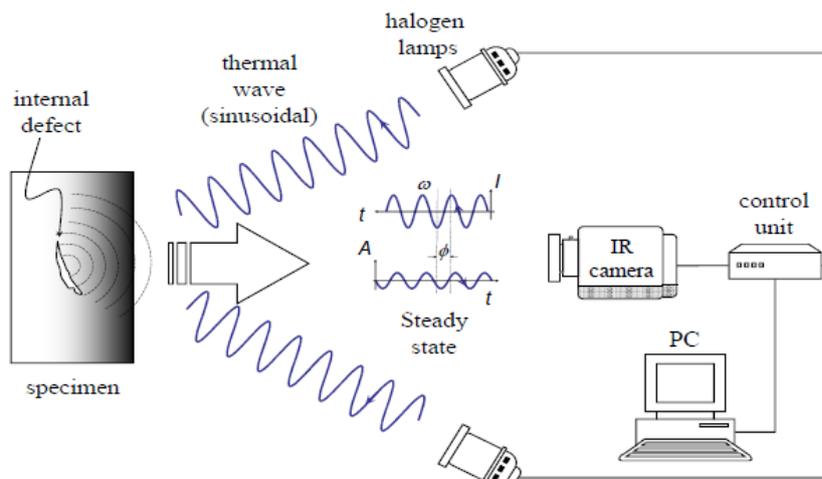


Figura 1.7: Configurazione sperimentale delle prove di Lock-in Thermography [3]

per ciascuna frequenza si analizza una fissata profondità rispetto alla superficie, quindi bisogna fare prove al variare della frequenza per scandagliare più quote del componente.

Inoltre, poiché la tecnica è svolta in regime stazionario, è necessario più tempo rispetto alla PT, per analizzare una singola frequenza e quindi profondità.

### Onde termiche

Si propone uno studio analitico dell'equazione del calore 1.5 per un mezzo semi-infinito, eccitato da una sorgente termica pulsante:  $Q = Q_0(1 - \cos(\omega t))$ . La soluzione, intesa come profilo di temperatura attraverso lo spessore e nel tempo, può essere espressa dall'equazione:

$$T(z, t) = T_0 \exp\left(-\frac{z}{\mu}\right) \cos\left(\frac{2\pi z}{\lambda} - \omega t\right) \quad (1.9)$$

dove  $T_0$  è la temperatura ambiente,  $\omega = 2\pi f$  è la frequenza della sorgente termica pulsante,  $\lambda$  è la lunghezza dell'onda termica propagante nel mezzo e  $\mu$  è la sua lunghezza di diffusione attraverso lo spessore; quest'ultimo parametro può essere espresso in funzione della diffusività termica  $\alpha = \lambda/(\rho c_p)$  e della frequenza  $f$ :

$$\mu = \sqrt{\frac{2\alpha}{\omega}} = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi f}} \quad (1.10)$$

L'equazione 1.10 correla in modo quantitativo la lunghezza di diffusione, ovvero la distanza percorsa dall'onda termica prima di dissolversi, con la frequenza di eccitazione: le onde ad alta frequenza vengono smorzate velocemente, quindi sono ideali per analizzare eventuali discontinuità vicino alla superficie; quelle a bassa frequenza riescono a penetrare nel materiale più in profondità, quindi sono adatte per la ricerca di difetti lontani dalla superficie.

### 1.3.3 Pulsed Phase Thermography

La tecnica *Pulsed Phase Thermography* (*PPT*) può essere considerata come la combinazione delle due tecniche precedenti (*Pulsed* e *Lock-in*), perché unisce i punti di forza dei due metodi.

La *PT* analizza il transitorio termico di raffreddamento del componente soggetto ad una eccitazione impulsiva. La *LT* invece analizza il comportamento del componente in regime stazionario, eccitato da un segnale periodico, nel dominio della frequenza. Il legame fra le due tecniche risiede nel fatto che nella *PPT* si eccita il componente con un impulso, e si analizza la risposta transitoria del componente non nel dominio del tempo, bensì in quella della frequenza.

È possibile legare le due tecniche utilizzando il principio di sovrapposizione degli effetti [4]. È noto che qualsiasi funzione, periodica o definita su un dominio finito, è scomponibile in una sommatoria di funzioni armoniche di data ampiezza e frequenza crescente: il contributo in ampiezza per ciascuna frequenza è calcolabile attraverso la trasformata di Fourier. Si consideri la figura 1.8, in particolare il segnale di intensità termica  $I(t)$ : esso può essere assimilato ad una serie di onde di eccitazione sinusoidali, come rappresentato nel diagramma  $A(t)$ . Piuttosto che considerare l'effetto globale del raffreddamento del componente, ovvero la funzione monotona decrescente in figura, è possibile valutare la risposta del sistema in termini di una sovrapposizione di onde termiche, di ampiezza e frequenza diverse, che si propagano e diffondono nel materiale. In questo modo si passa da una descrizione dell'evoluzione della temperatura superficiale nel tempo causata da una azione impulsiva (come nella *PT*), ad una analisi in frequenza (come nella *LT*).

Gli svantaggi della tecnica risiedono invece nel fatto che l'energia introdotta nel

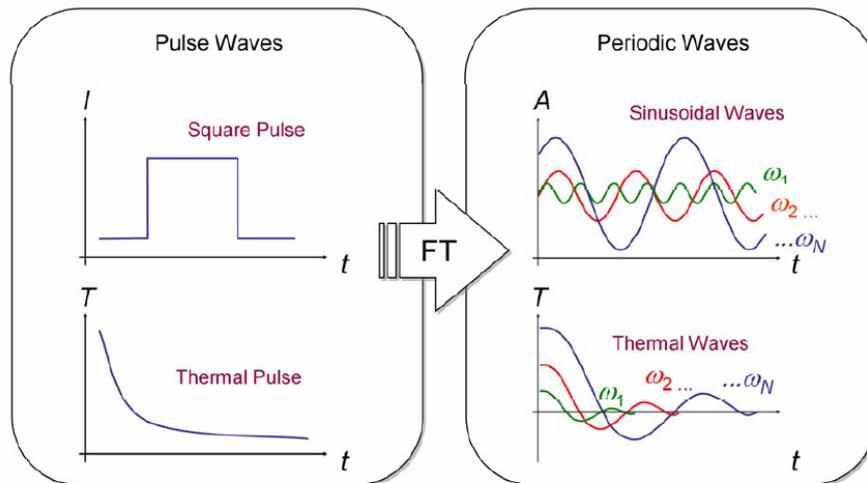


Figura 1.8: Tecnica PPT come combinazione di PT e LT [4]

sistema (che in generale è piccola rispetto alla prova stazionaria perché viene utilizzata una sorgente impulsiva) viene suddivisa su un intervallo di frequenze più ampio.

### Analisi in frequenza

Come detto, la tecnica PPT è basata sull'analisi in frequenza di dati ottenuti nel dominio del tempo.

Questo tipo di analisi si svolge impiegando la trasformata di Fourier [7]; data una generica funzione continua del tempo  $f(t)$ , la trasformata  $F(\omega)$  si calcola nel modo seguente:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (1.11)$$

dove  $\omega = 2\pi f$ .

La trasformata di Fourier è un'estensione della serie di Fourier su un dominio infinito: mentre la serie di Fourier permette di scomporre un segnale periodico definito su un dominio finito con una somma di armoniche a frequenze discrete, la trasformata di Fourier si applica anche a funzioni non periodiche (interpretabili come funzioni con periodo tendente ad infinito), definite su un dominio infinito, tramite la sovrapposizione di armoniche su un intervallo continuo e infinito di frequenze.

La trasformata così definita in eq. 1.11 è calcolata su una funzione che evolve con continuità nel tempo. Il segnale acquisito dalla termocamera è invece digitale, ovvero analizza la grandezza fisica di interesse per intervalli discreti  $\Delta t$  del dominio temporale: l'acquisizione avviene con una frequenza di campionamento  $f_s = 1/\Delta t$  (*sampling frequency*), come raffigurato in figura 1.9. Osservando la figura 1.9a si

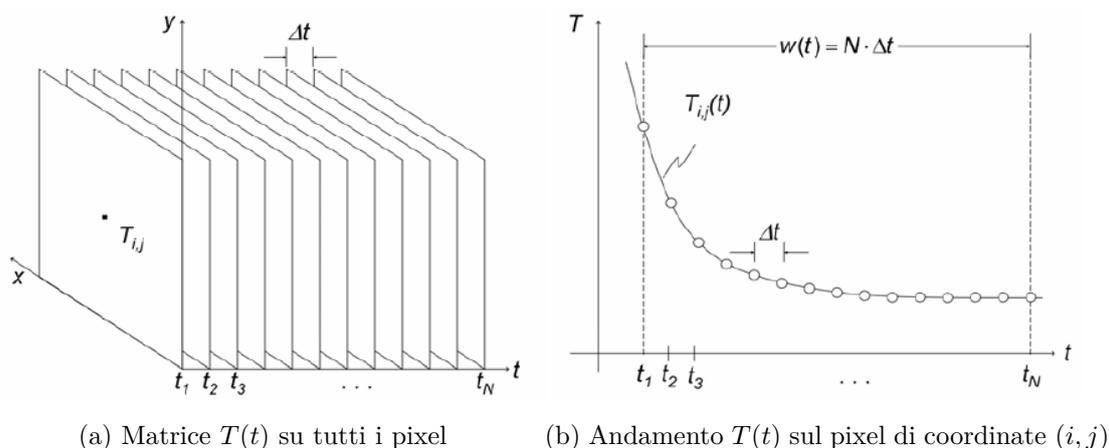


Figura 1.9: Segnale discreto acquisito dalla termocamera [4]

osserva che il sistema acquisisce ad ogni passo temporale una matrice di dati, contenente la distribuzione spaziale di temperatura, quindi valutata su ogni pixel del sensore. In figura 1.9b si osserva l'andamento  $T(t)$  per il pixel di coordinale  $(x_i, y_j)$ . Dovendo gestire un segnale discreto, è necessario introdurre la trasformata di Fourier discreta (*Discrete Fourier Transform: DFT*):

$$F_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-i2\pi k \frac{n}{N}} = Re_n + Im_n \quad (1.12)$$

dove  $f_k$  sono i valori discreti della funzione acquisita (la temperatura superficiale) al tempo  $t_k = k\Delta t$ , con  $k = 0, \dots, N - 1$ .

Poiché si dispone di un numero  $N$  finito di punti, non è lecito utilizzare la trasformata di Fourier, che prevede un dominio infinito, ma bisognerebbe calcolare la serie di Fourier. Ciò però implica che la serie di dati  $f_k$  sia periodica ogni  $N$  campioni. Nella pratica questo non è vero (la temperatura non ha un andamento periodico), quindi si introduce un errore matematico detto *leakage*. Questo problema è affrontato in letteratura [4], e in generale trascurato, pur consapevoli che il calcolo della trasformata di Fourier discreta produce un risultato differente rispetto a quello analitico [8]: si può tuttavia gestire questo errore, come verrà descritto di seguito nel capitolo 1.3.5.

Il termine  $F_k$  nell'eq. 1.12 fornisce il contributo dell'armonica di frequenza  $\omega_k = 2\pi f_k$ . Avendo un insieme discreto di frequenze, è possibile calcolare la risoluzione in frequenza  $\Delta f$ , ovvero la distanza fra due frequenze successive sull'asse delle ascisse:

$$\Delta f = f_s/N \quad (1.13)$$

che è anche pari alla minima frequenza valutata con la *DFT*, oltre a quella nulla. Fissata la frequenza di campionamento  $f_s$ , si definisce la risoluzione scegliendo il numero di campioni  $N$ .

Inoltre, per il teorema di Nyquist, è possibile imporre un limite alla frequenza di campionamento  $f_s$ : essa deve essere almeno il doppio della massima frequenza  $f_{max}$  contenuta nel segnale:  $f_s \geq 2f_{max}$ . Quindi vale che:

$$f_{max} \leq \frac{f_s}{2} = \frac{1}{2\Delta t} \quad (1.14)$$

Dunque, l'insieme delle frequenze valutate è il seguente:

$$\{f\}^T = \{0, \Delta f, \dots, k\Delta f, \dots, f_{max}\}; \quad \text{con } k = 0, \dots, N - 1 \quad (1.15)$$

Nella pratica, il calcolo della *DFT* non è svolto usando l'eq. 1.12, ma si impiega l'algoritmo della *Fast Fourier Transform (FFT)*, disponibile sui software commerciali come Matlab, che riduce drasticamente il tempo di calcolo: il calcolo della *DFT* impiega un tempo proporzionale a  $N^2$ , mentre per *FFT* il tempo è proporzionale a  $N/2 \log_2(N)$ .

## Diagrammi dell'ampiezza e fase

Dall'eq. 1.12 si osserva con la *DFT* si ottengono numeri complessi. È possibile quindi calcolare e valutare l'ampiezza e il ritardo di fase per ciascun pixel del sensore della termocamera, al variare della frequenza, e realizzarne delle mappe, come quelle in figura 1.10. Le mappe servono per analizzare la distribuzione dell'ampiezza e della fase sullo spazio, per una frequenza fissa.

È possibile estrarre l'evoluzione in frequenza delle grandezze per un pixel. Comunque viene scelto il pixel caratterizzato dal massimo contrasto termico, quale ad esempio quello centrale nella zona riscaldata da un laser.

Nella figura 1.10 vengono presentati gli andamenti qualitativi della trasformata calcolata a partire dal segnale termico elaborato nel tempo. È sufficiente valutare la porzione di grafico per le frequenze positive, perché gli andamenti sono simmetrici nel campo delle frequenze negative.

Il diagramma dell'ampiezza presenta un andamento monotono decrescente analogo a quello del transitorio termico di raffreddamento. Risulta utile calcolare la trasformata di Fourier della risposta del materiale all'impulso, espressa dall'equazione 1.7. In termini di valore assoluto e fase, essa è pari a:

$$\log|\Delta T(f)| = \frac{Q}{e\sqrt{\pi}} - \frac{1}{2}\log(f); \quad \angle T(f) = -\pi/4 \quad (1.16)$$

Anche in questo caso è comodo rappresentare il grafico del valore assoluto su un diagramma doppio logaritmico, in modo da ottenere una retta con pendenza negativa, anche in questo caso pari a  $-1/2$ .

Il diagramma della fase ha invece una forma caratteristica, simile ad una parabola ma asimmetrica; la fase è nulla agli estremi dell'intervallo delle frequenze e il valore massimo (negativo) si ottiene alle basse frequenze.

In letteratura [4] si consiglia di utilizzare il diagramma della fase, perché risente meno degli effetti di non omogeneo riscaldamento e variabilità dell'emissività del materiale.

Si riporta in figura 1.11 un esempio applicativo dell'utilizzo dei digrammi di fase, contenuto in [9]. Si riportano due mappe di fase realizzate per un componente in fibra di carbonio e resina polimerica, eccitato con una lampada alogena ed in modo periodico, quindi con la tecnica della lock-in. Il periodo di modulazione della sorgente è riportato in figura. Il componente presenta un difetto prodotto in modo artificiale: è stato infatti danneggiato da un pendolo in caduta libera (come nella prova Charpy per il calcolo della tenacità a frattura). L'oggetto è stato poi riscaldato dal lato opposto a quello danneggiato.

La figura 1.11a mostra il diagramma di fase calcolato usando una sorgente modulata con periodo di 24 s, mentre la figura 1.11b si ottiene per un periodo maggiore, di 120 s. Periodi minori corrispondono a frequenze maggiori, con le quali si osservano difetti vicini alla superficie (equazione 1.10). In figura 1.11a si osserva una distribuzione di difetti diffusa su tutta la superficie, in corrispondenza delle zone

rosse, che sono quelle a cui si associa un ritardo di fase maggiore (il difetto riduce localmente la conducibilità del mezzo). I difetti trovati sono delle inclusioni di aria rimaste dopo il processo produttivo.

In figura 1.11b si osserva invece il difetto prodotto artificialmente con l'urto del pendolo: esso si trova sulla superficie opposta a quella illuminata dalla lampada.

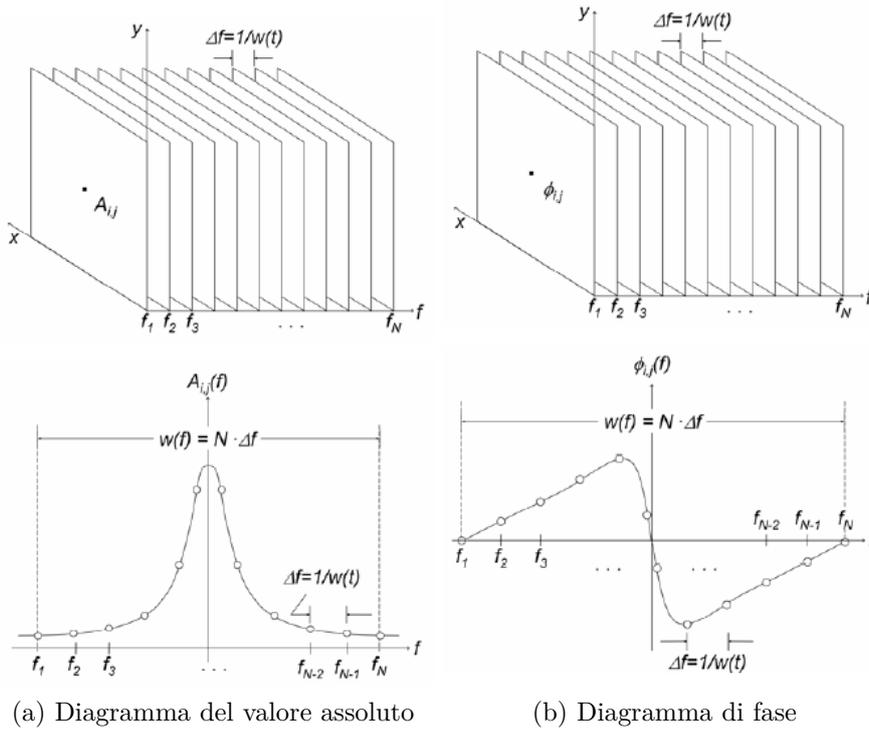


Figura 1.10: Trasformata di Fourier [4]

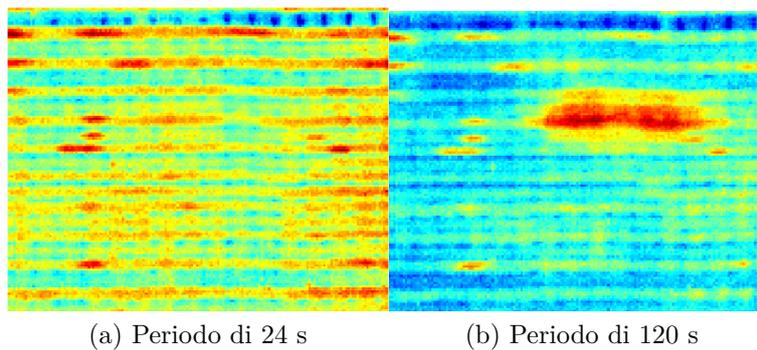


Figura 1.11: Diagramma di fase per un provino in CFRP [9]

### 1.3.4 Caratterizzazione del difetto

In letteratura [4, 6, 8] si tratta il tema della caratterizzazione del difetto sulla base dell'analisi della fase, ottenuta con la tecnica PPT: viene in particolare descritto come stimare la profondità di un difetto macroscopico sottopelle. Gli autori si soffermano sulla ricerca di una frequenza caratteristica  $f_b$ , detta *blind frequency*, necessaria per il calcolo della lunghezza di diffusione  $\mu = \sqrt{\alpha/\pi f_b}$ : dal punto di vista fisico, la lunghezza di diffusione coincide con quella dell'onda termica che raggiunge il difetto sottopelle. Ripetendo il calcolo di  $f_b$  e  $\mu$  per difetti a profondità diversa, è possibile costruire un diagramma  $\mu - z$  (come in figura 1.12), e determinare la regressione lineare dei dati: la relazione così trovata  $z = C_1\mu$  caratterizza la profondità di un difetto, per il dato materiale e set-up della prova.

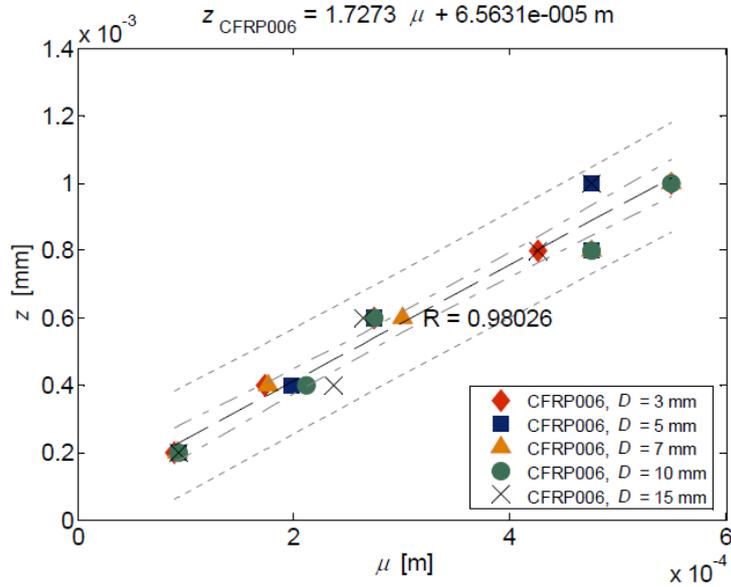


Figura 1.12: Correlazione  $\mu - z$  per difetti in un provino in fibra di carbonio, per difetti a profondità  $z$  e dimensione della sezione trasversale  $D$  [4]

Gli autori sono concordi sulla procedura di indagine precedentemente descritta, tuttavia il criterio di scelta di  $f_b$  è diverso: metodi diversi vengono descritti in letteratura.

In [4] la frequenza  $f_b$  è quella che limita il campo in frequenza in cui vi è contrasto di fase. I difetti sono visibili se vi è un contrasto di fase, ovvero quando  $\Delta\Phi \neq 0$ : questa condizione è valida nell'intervallo di frequenza  $[0, f_b]$ .

In figura 1.13 sono riportati i diagrammi di fase  $\Phi$  e del contrasto di fase  $\Delta\Phi$  di due difetti cilindrici macroscopici di pari diametro a due profondità differenti. È riportato anche il diagramma di fase della zona non difettata (zona *sound*  $\Phi_s$ , linea tratteggiata) necessaria per calcolare il contrasto di fase.

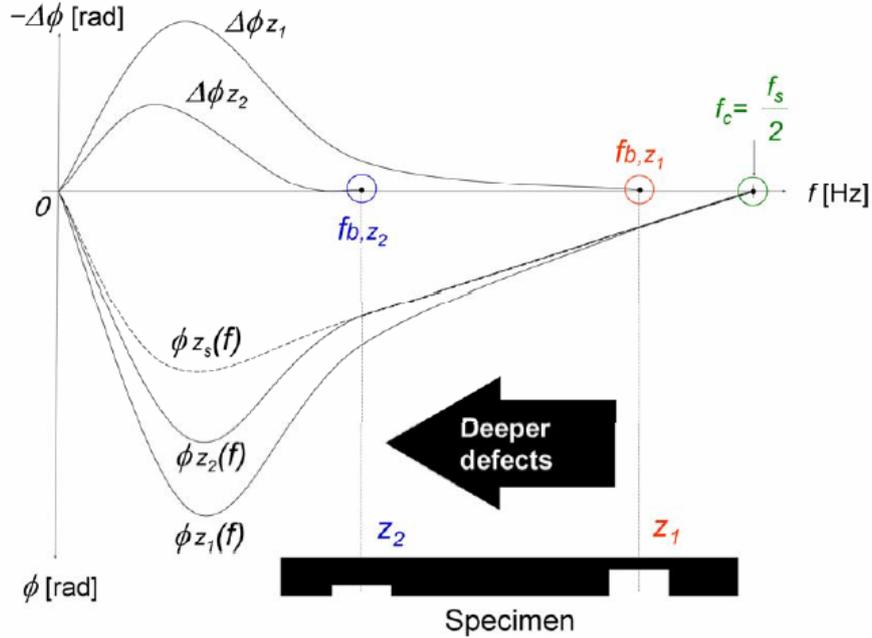


Figura 1.13: Stima della profondità del difetto dalla ricerca della frequenza  $f_b$  dall'analisi del contrasto di fase  $\Delta\Phi$  [4]

Il diagramma di fase  $\Phi$  di ciascun difetto viene confrontato con quello della zona non difettata  $\Phi_s$ , calcolando il contrasto di fase  $\Delta\Phi = \Phi - \Phi_s$ . La grandezza calcolata è differente per ciascun difetto, in particolare essa è nulla per  $f = 0$  e  $f = f_b$ , l'ultima della quale è sensibile alla profondità  $z$  del difetto. Si osserva che  $f_b$  è maggiore per difetti meno profondi:  $z_1 < z_2$ ;  $f_{b,z_1} > f_{b,z_2}$ .

In [6] viene proposta l'individuazione della *frequenza di ottima visibilità*  $f_{opt}$  (differente nome con il quale viene indicata la *blind frequency*  $f_b$ ), cioè della frequenza per cui il contrasto di fase è il migliore possibile, dunque la frequenza alla quale il difetto si delinea in modo chiaro e definito.

Per il calcolo di  $f_{opt}$  si impiegano strumenti statistici applicati alle immagini di fase. Noto che si hanno a disposizione le  $N$  immagini di fase  $\Phi(f_k)$ ,  $k = 0, \dots, N - 1$ , è possibile confrontare due immagini successive  $\Phi_j$ ,  $\Phi_{j+1}$  tramite il calcolo del coefficiente di correlazione  $r_{j,j+1} = r(\Phi_j, \Phi_{j+1})$ : esso è una variabile statistica che permette di misurare quanto due variabili "variano insieme", cioè permette di quantificare quanto la reciproca variazione non è casuale. La funzione  $R = [r_{j,j+1}]$ ,  $j = 1, \dots, N - 1$  permette di determinare  $f_{opt}$ : essa è il valore per il quale si ha il massimo della correlazione, ovvero di  $R$ .

### 1.3.5 Significato fisico del contrasto di fase

Come detto nel capitolo 1.3.3, il diagramma di fase calcolato con l'algoritmo *FFT* è diverso rispetto a quello ottenuto analiticamente con la trasformata di Fourier (equazione 1.11).

Ad esempio, il ritardo di fase calcolato analiticamente per un componente semi-infinito eccitato da un impulso ideale (delta di Dirac) è  $\Phi = -\pi/4$  (equazione 1.16). Se si applica la *FFT* al transitorio di raffreddamento corrispondente (equazione 1.7) si ottiene un risultato differente, ovvero un diagramma che ha un andamento analogo a quello rappresentato in figura 1.10b: il diagramma si annulla agli estremi dell'intervallo della frequenza, e solamente per il valore minimo della fase si eguaglia il dato analitico.

Tuttavia, in [8] si consiglia di utilizzare, al posto del diagramma della fase, quello del contrasto di fase, e si mostra che esso permette di ottenere dei risultati coerenti con quelli analitici.

Si consideri la figura 1.14a: essa mostra gli andamenti della fase calcolati analiticamente per una lastra di dimensioni finite di spessore  $3\text{ mm}$  e  $9\text{ mm}$ . È riportato inoltre il diagramma della differenza di fase, che dunque si riferisce alla risposta di una lastra di dimensioni finite, spessa  $9\text{ mm}$  con un difetto a  $3\text{ mm}$  dalla superficie. Quest'ultimo diagramma mostra un andamento lobato, con un minimo globale a bassa frequenza, e tre punti in cui si annulla (agli estremi dell'intervallo della frequenza e al centro).

La figura 1.14b mostra lo stesso diagramma  $\Delta\Phi$  prima descritto e calcolato analiticamente (linea tratteggiata), e quello ottenuto numericamente (linea continua) tramite l'impiego della *FFT*. Dal confronto risulta evidente che l'andamento glo-

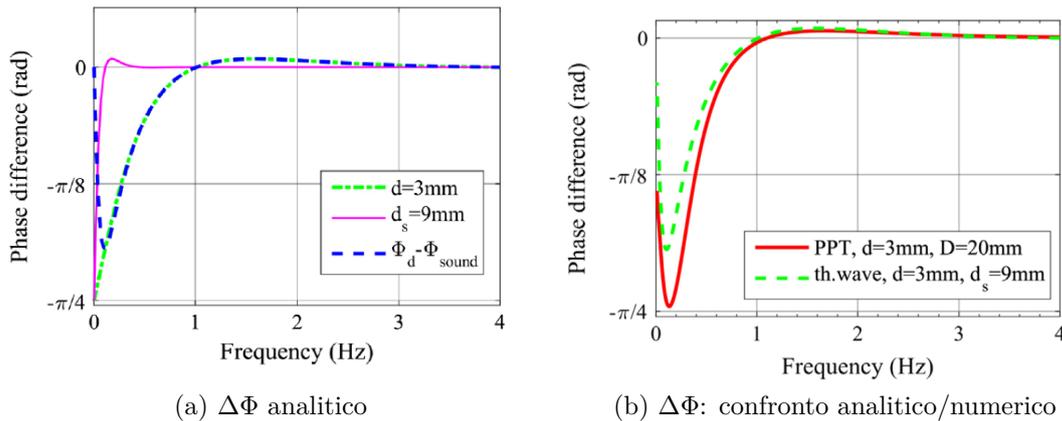


Figura 1.14: Contrasto di fase calcolato per una lastra di dimensioni finite, spessa  $9\text{ mm}$  con un difetto a  $3\text{ mm}$  dalla superficie: confronto fra il calcolo analitico e numerico [8]

balmente è simile: a meno di differenti valori numerici ottenuti in termini di fase, il grafico mostra che i valori massimi e di zero si ottengono per le stesse frequenze.

È interessante descrivere il significato fisico di una particolare frequenza che può essere ottenuta dal diagramma del contrasto di fase; per la dimostrazione si rimanda a [8].

La frequenza per la quale il contrasto di fase si annulla (ad esempio  $f = 1 \text{ Hz}$  in figura 1.14a) è legata all'onda termica che si riflette sul difetto: essa ritorna sulla superficie esterna e produce una interferenza distruttiva, che annulla il contrasto di fase. Quindi, questa frequenza è correlabile con la posizione del difetto.

Dall'analisi della figura 1.14a si deduce che l'andamento del contrasto di fase si sovrappone quasi per tutto l'intervallo di frequenza con l'andamento della fase relativa al difetto ( $d = 3 \text{ mm}$ ): ciò è vero perché le onde termiche sono diffusive, quindi si smorzano facilmente quando attraversano il materiale. L'effetto dello spessore del componente lo si vede solo alle frequenze più basse.



# Capitolo 2

## Strumentazione e provini

Nel seguente capitolo è descritta la strumentazione impiegata per condurre le prove sperimentali: è analizzato in particolare il sistema di eccitazione e acquisizione dei dati. Sono descritti i provini esaminati sperimentalmente; essi vengono analizzati anche numericamente tramite opportuni modelli agli elementi finiti. I risultati delle prove sperimentali e delle simulazioni numeriche sono riportati e descritti nei capitoli che seguono.

### 2.1 Strumentazione

La strumentazione qui descritta e presente presso il Politecnico di Torino è impiegata nell'ambito di una più ampia attività di ricerca sulla termografia attiva: si cita a questo proposito il lavoro [10], nel quale vi è una descrizione più dettagliata della strumentazione e dei software usati per gestirla.

Le prove sperimentali di termografia pulsata (*PPT*) sono svolte utilizzando il sistema *MultiDES System Laser*, fornito dall'azienda *DES (Diagnostic Engineering solutions)*. Esso è uno strumento modulare, costituito da un eccitatore termico (si può scegliere tra lampade alogene, lampade flash, laser, ultrasuoni, microonde: si dispone al momento di un laser), e da un sistema di acquisizione dati, ovvero una telecamera ad infrarossi, gestita da una centralina elettronica e da un apposito software di analisi. In figura 2.1 è riportata una rappresentazione schematica della strumentazione impiegata.

Nel dettaglio, il sistema è composto da:

- termocamera *FLIR A6751sx*;
- modulo laser;
- centralina di controllo *DES*;
- software *ResearchIR* (proprietà di *FLIR*) per la gestione della termocamera;

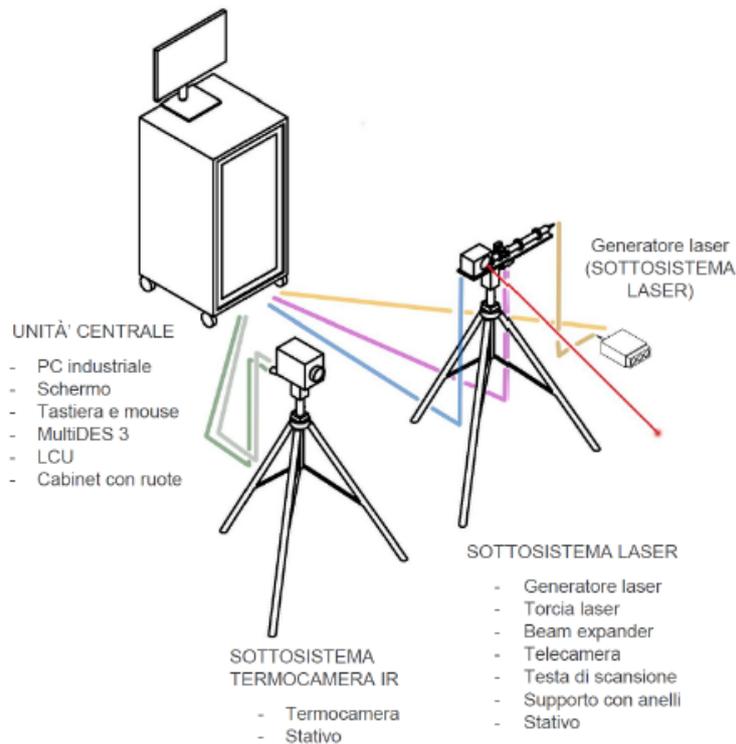


Figura 2.1: Schema della strumentazione impiegata

- software MultiDES (proprietà di *DES*) per il set-up dei parametri di prova, tra cui quelli del laser;
- software IRTA (proprietà di *DES*) per l'estrazione dei dati di interesse.

### 2.1.1 Termocamera

La termocamera usata è la *FLIR A6751sx*, rappresentata in figura 2.2a: è mostrato anche il sistema che permette di orientare la camera e mantenerla in posizione.

La risoluzione dello strumento è di 640x512 pixel e la frequenza di campionamento è 125 Hz. È possibile ridurre la risoluzione delle immagini acquisite e aumentare la frequenza di campionamento: il *frame rate* massimo è pari a 735 Hz, equivalente ad un tempo di campionamento di 1.3 ms.

In questo elaborato, i dati sia numerici che sperimentali sono campionati alla frequenza più alta possibile, cioè  $f_s = 735 \text{ Hz}$ , per analizzare uno spettro in frequenze più ampio: si rimanda al capitolo 1 per i dettagli sul calcolo della trasformata di Fourier con l'algoritmo *FFT*.

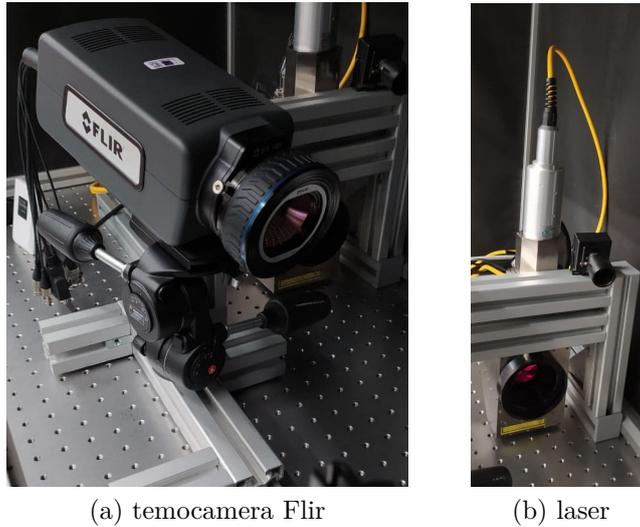


Figura 2.2: Sistema di acquisizione ed eccitazione

### 2.1.2 Laser

Il modulo laser in figura 2.2b viene impiegato come eccitatore termico. Esso è composto dalla sorgente di calore (laser in fibra basato sull'ittrio, *Pulsed Itterbium Fiber Laser*) e dalla testa di scansione, che permette di spostare il fascio al fine di illuminare la zona di interesse. Viene generato un fascio monocromatico rosso (lunghezza d'onda  $\lambda = 635 \text{ nm}$ ); la potenza massima disponibile è pari a  $P_{max} = 50 \text{ W}$ . L'eccitazione del laser è assimilabile ad un impulso termico di forma rettangolare (figura 2.3). È possibile scegliere:

- l'ampiezza dell'impulso  $t_{imp}$ ;
- la percentuale di potenza impiegata  $p_{erc}$ ;
- il numero di impulsi  $N$ .

## 2.2 Materiale analizzato

In questa sezione si descrivono i provini studiati con le tecniche di termografia attiva.

### 2.2.1 Provino 1

Il provino 1 è un componente in alluminio (le proprietà termiche sono riportate in tabella 2.1), costituito da porzioni di materiale a spessori diversi: il componente e



Figura 2.3: Forma dell'impulso termico

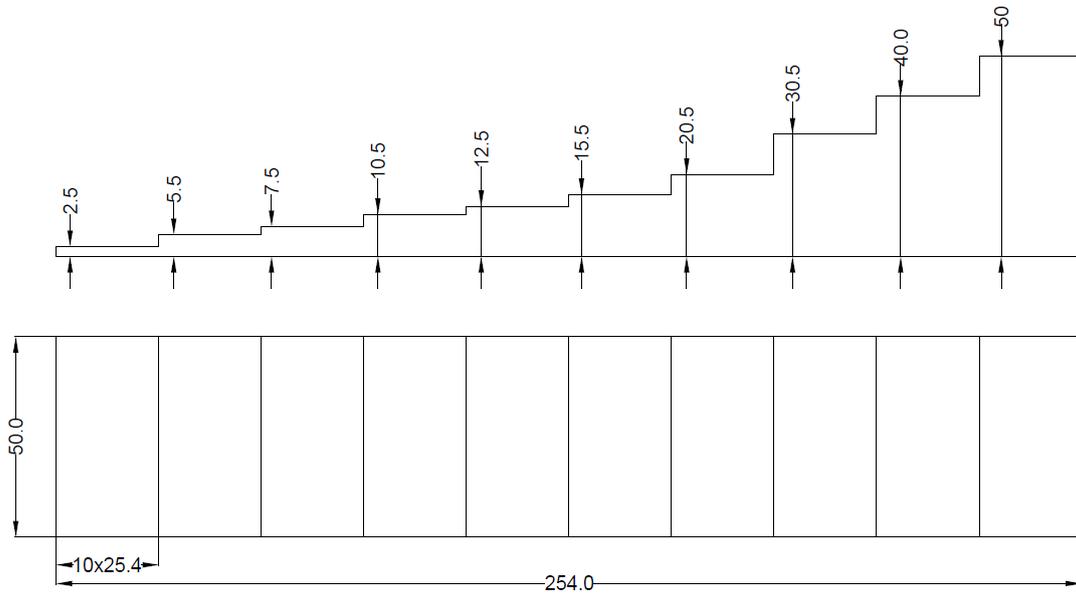


Figura 2.4: Disegno del provino 1

gli spessori sono rappresentati in figura 2.4.

Il provino viene impiegato per valutare se le tecniche termografiche sono sensibili alle variazioni di spessore del materiale. In particolare, le prove svolte sul componente sono riportate nel capitolo 3.

### 2.2.2 Provino 2

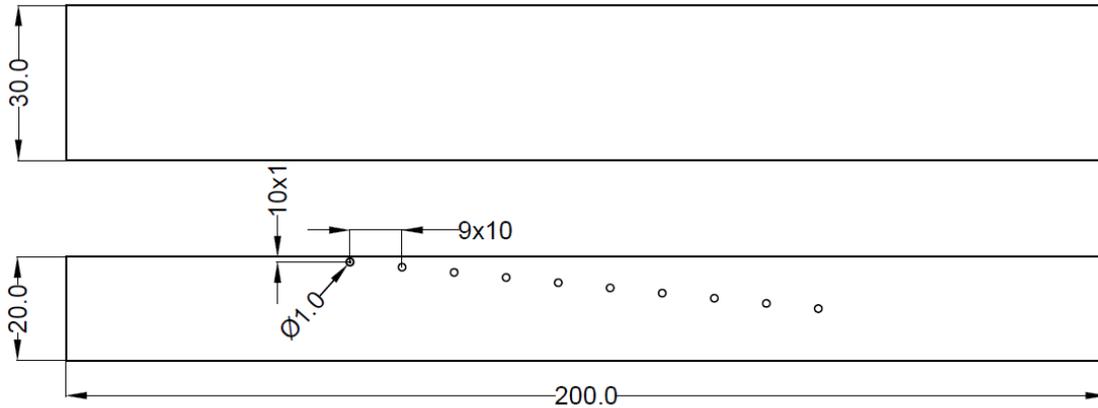


Figura 2.5: Disegno del provino 2

Il provino 2 è realizzato in acciaio inossidabile (proprietà in tabella 2.1). Come raffigurato in figura 2.5, presenta 10 fori passanti di diametro 1.0 mm, posizionati a distanze diverse rispetto alla superficie: i fori sono numerati secondo la loro profondità, ad esempio il terzo foro è a tre millimetri dalla superficie dove agisce il laser. Il difetto più vicino alla superficie ( $N = 1$ ) si trova ad una profondità di 1 mm, quello più lontano invece ( $N = 10$ ) è a 10 mm dalla superficie. Il provino viene impiegato allo scopo di testare la capacità delle tecniche termografiche di valutare l'integrità del materiale e di caratterizzare eventuali difetti presenti (stima della profondità e delle dimensioni). Le prove, sia sperimentali che numeriche, sono descritte nel capitolo 4.

		Alluminio	Acciaio	Unità di misura
Densità	$\rho$	2700	8000	$[kg/m^3]$
Calore specifico	$c_p$	150	80	$[J/kgK]$
Conducibilità termica	$\lambda$	900	500	$[W/mK]$
Diffusività termica	$\alpha = \lambda/\rho c_p$	$62 \cdot 10^{-6}$	$20 \cdot 10^{-6}$	$[m^2/s]$

Tabella 2.1: Proprietà dei materiali dei provini



# Capitolo 3

## Maxwell - Cattaneo

Nel seguente capitolo è descritta l'applicazione dell'equazione di Maxwell-Cattaneo alla termografia attiva.

Lo scopo è quello di valutare se il fenomeno della risonanza termica, descritto in questo capitolo, è osservabile sui provini analizzati e con la particolare strumentazione sperimentale in possesso.

### 3.1 Dall'equazione di Fourier a quella di Maxwell - Cattaneo

I fenomeni di trasmissione di energia termica in un mezzo sono descritti dall'equazione del calore:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T \quad (3.1)$$

dove  $\alpha = \lambda/\rho c_p$  [ $m^2/s$ ] è la diffusività termica,  $\lambda$  [ $W/m^2K$ ] è la conducibilità termica,  $\rho$  [ $kg/m^3$ ] la densità,  $c_p$  [ $J/kgK$ ] il calore specifico e  $T$  [ $K$ ] è la temperatura. Essa è una equazione parabolica e descrive lo scambio termico per conduzione all'interno di un mezzo omogeneo e isotropo. L'equazione si basa sulla legge fenomenologica di Fourier:

$$\vec{q} = -\lambda \nabla T \quad (3.2)$$

dove  $\vec{q}$  [ $W/m^2$ ] è il flusso termico. Essa è stata ricavata dall'osservazione empirica per la quale una certa quantità di energia termica si trasferisce da una porzione di materiale (o sistema) all'altro a causa di una differenza di temperatura.

L'equazione conduce tuttavia ad una contraddizione, noto in letteratura come *paradosso della conduzione*: la soluzione dell'equazione del calore prevede che, a fronte di una qualsiasi perturbazione esterna, essa si propaghi nel mezzo a velocità infinita. L'equazione del calore è tuttavia molto utilizzata perché permette di ottenere risultati validi senza utilizzare modelli più complessi: essa vale nei processi lenti, caratterizzati da piccole variazioni temporali del flusso termico ( $\partial T/\partial t \approx 0$ ).

Per risolvere il paradosso della conduzione, è stata proposta una modifica della legge fenomenologica di Fourier, nota come equazione di Maxwell-Cattaneo (MC) [11]:

$$\tau \frac{\partial \vec{q}}{\partial t} + \vec{q} = -\lambda \nabla T \quad (3.3)$$

dove  $\tau$  è il tempo di rilassamento, che rappresenta un ritardo di fase.

Per derivare una equazione di governo, è necessario introdurre il primo principio della termodinamica, scritto per un corpo incompressibile e assumendo che non ci sia trasporto di massa (velocità nulla):

$$-\nabla \cdot \vec{q} + S = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.4)$$

dove  $S$  è una sorgente di calore interna. Combinando 3.3 e 3.4 si ottiene:

$$\alpha \nabla^2 T + \frac{1}{\rho c_p} (S + \tau \frac{\partial S}{\partial t}) = \tau \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.5)$$

$$\alpha [\nabla(\nabla \cdot \vec{q}) - \nabla S] = \tau \frac{\partial^2 \vec{q}}{\partial t^2} + \frac{\partial \vec{q}}{\partial t} \quad (3.6)$$

dove  $\nabla \cdot$  è l'operatore della divergenza,  $\nabla$  del gradiente,  $\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla$  del laplaciano. Le due equazioni hanno la stessa struttura matematica, tuttavia sono scritte in funzione delle due variabili  $T$  e  $q$  rispettivamente: in base alle condizioni al bordo del problema, è conviene usare una equazione oppure l'altra: ad esempio, per problemi che presentano specifiche condizioni al bordo espresse in termini di flusso termico, viene consigliato in [11] l'uso dell'eq. 3.6.

L'equazione 3.5 è una equazione iperbolica, tipica delle equazioni di propagazione di onde all'interno del mezzo. È possibile dimostrare che  $\tau = \alpha/C^2$ , dove  $C$  è la velocità di propagazione delle onde. Nel caso limite dell'equazione di Fourier:  $\tau = 0$ , quindi  $C \rightarrow \infty$ , il che significa che la diffusione di calore può essere descritta come un caso limite di propagazione di onde termiche a velocità infinita.

Nell'equazione 3.5 si osserva la presenza del termine  $\tau \partial S / \partial t$  comunemente chiamato sorgente termica apparente: esso esiste a causa dell'effetto di propagazione di onde a velocità finita ( $\tau$  non nullo) ed è responsabile di un fenomeno di accumulo di energia termica, che produce di conseguenza gradienti di temperatura più elevati.

La propagazione di onde a velocità finita risolve il paradosso della conduzione, ed inoltre prevede, per certe condizioni di eccitazione, il fenomeno della risonanza termica (descritto nel paragrafo che segue), o in casi particolari la generazione di onde di shock termico [11].

Esistono infatti situazioni in cui la natura ondulatoria della trasmissione del calore prevale su quella diffusiva, e l'uso di queste equazioni è consigliabile per descrivere in modo più adeguato il fenomeno.

Un limite di questa trattazione matematica è rappresentato dalla mancanza in

letteratura di misure quantitative della velocità delle onde termiche nei materiali ingegneristici: in [11] viene proposto un intervallo di variabilità, tra i 100 e 1000 m/s.

## 3.2 Risonanza termica

Il fenomeno della risonanza termica prevede che, per particolari condizioni di eccitazione termica, la risposta termica del materiale risulti amplificata.

In [11] viene svolta una analisi nel dominio della frequenza applicata all'eq. di MC: si determina la risposta del sistema ad eccitazioni armoniche, e si calcola per quali frequenze la risposta è massima. Si riportano di seguito l'impostazione del calcolo e i principali risultati dell'analisi.



Figura 3.1: Dominio monodimensionale

Si consideri il corpo di spessore  $L$  in figura 3.1, di dimensioni infinite nelle altre direzioni: è quindi sufficiente analizzare il comportamento del materiale lungo la sola direzione  $x$ . Si ipotizza che i bordi in  $x = 0$  e  $x = L$  siano termicamente isolati, ovvero  $q = 0$ . Si può dunque utilizzare l'eq. 3.6 scritta nella forma monodimensionale:

$$\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x}(x, t) \quad (3.7)$$

Per una sorgente termica armonica, di pulsazione  $\Omega$ , si può scrivere:

$$S(x, t) = Q \exp(i\Omega t) g(x) \quad (3.8)$$

dove  $Q$  è l'ampiezza della sorgente armonica e  $g(x)$  ne descrive la distribuzione lungo il dominio.

L'obiettivo è determinare il valore della frequenza di eccitazione  $\Omega$  per la quale il flusso termico è amplificato.

Per risolvere l'equazione alle derivate parziali 3.7 si utilizza il metodo delle variabili separabili, quindi si esprime la soluzione nel modo seguente:

$$q(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \Lambda_n(t) \Phi_n(x) \quad (3.9)$$

$\Lambda_n(t)$  è l'ampiezza variabile nel tempo, che può essere espressa nella stessa forma della sorgente, in eq. 3.8:

$$\Lambda_n(t) = A_n \exp(i\Omega t) \quad (3.10)$$

$\Phi_n(x)$  rappresenta una base ortonormale di funzioni, e possono essere scelte in generale a piacere. In questo caso, facendo riferimento alle onde termiche non smorzate ( $\alpha = 0$ , si trascura il fenomeno di diffusione termica), le funzioni della base devono soddisfare l'equazione delle onde:

$$\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} \quad (3.11)$$

Supponendo un andamento armonico della soluzione dell'eq. delle onde 3.11:

$$q(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_n(x) \exp(i\omega_n t) \quad (3.12)$$

si ottiene:

$$\Phi_{n,xx} = -(\omega_n/C)^2 \Phi_n \quad (3.13)$$

Tenuto conto delle condizioni al bordo, si ottiene l'autofunzione  $\Phi_n$  e l'autovettore  $\omega_n$ :

$$\Phi_n(x) = \sin(\omega_n x/C); \quad \omega_n = n\pi C/L \quad (3.14)$$

È possibile determinare, a partire dalle equazioni precedenti, combinando le eq. 3.7, 3.8, 3.12 e 3.10 l'ampiezza del flusso termico in funzione della frequenza  $A_n(f)$ . Ipotizzando la seguente forma del campo di temperatura:

$$T(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} B_n \exp(i\Omega t) \Phi_{n,x} \quad (3.15)$$

si può calcolare anche l'ampiezza della temperatura in funzione della frequenza  $B_n(f)$ .

In figura 3.2 si può osservare la risposta di ciascun modo, caratterizzato da frequenza propria  $\omega_n^* = \tau\omega_n$ , all'eccitazione armonica esterna di pulsazione  $\Omega^* = \tau\Omega$ : le grandezze sono state adimensionalizzate. Dai grafici si può osservare che i modi a bassa frequenza sono caratterizzati da una risposta di maggiore entità, che diventa molto inferiore, fino a diversi ordini grandezza, per i modi ad alta frequenza, che risultano quindi meno facili da osservare. Per contro, la frequenza di risonanza  $\Omega_{max}^*$ , ovvero quella per cui la risposta è massima, si osserva più facilmente per il caso dei modi ad alta frequenza rispetto a quelli di bassa frequenza.

Interessante è anche la figura 3.3 : essa correla la frequenza di risonanza  $\Omega_{max}^*$  con la frequenza propria  $\omega_n$  del modo eccitato. Mentre per i modi ad alta frequenza le due grandezze tendono ad eguagliarsi (ovvero un flusso termico esterno che oscilla a frequenza  $\Omega$  eccita il modo che ha frequenza  $\omega_n = \Omega$ ), il fenomeno cambia alle basse frequenze: si osserva una frequenza limite al di sotto della quale il fenomeno della risonanza termica non è visibile, ed essa è pari a  $\omega_n = 0.6436$ . Se si considera la numerazione dei modi, quelli che possono manifestare il fenomeno della risonanza sono:

$$n \geq 0.2049 \frac{L}{C\tau} = n^* \quad (3.16)$$

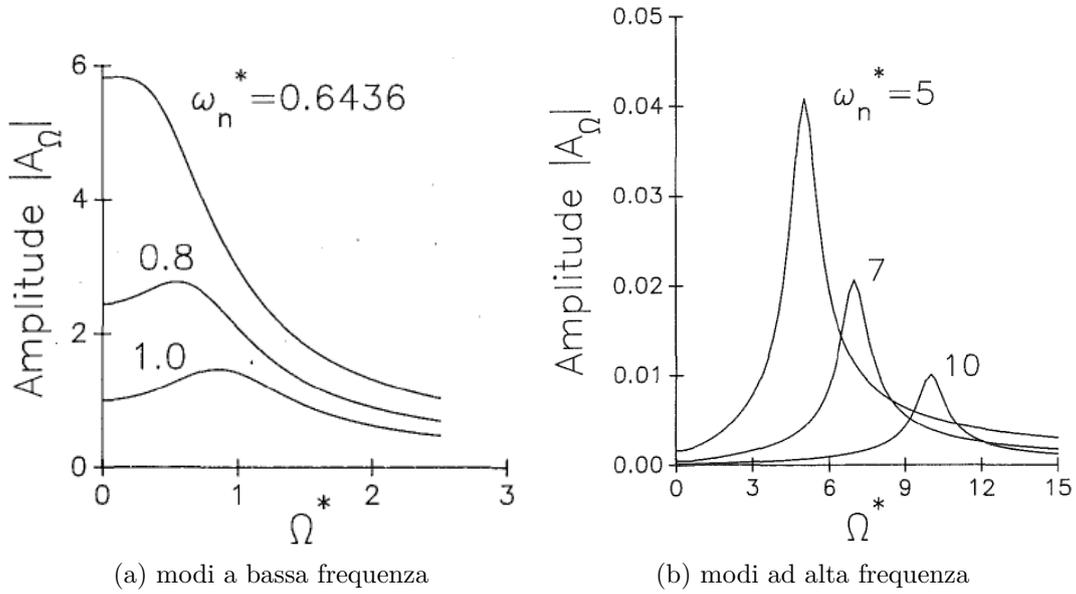


Figura 3.2: Risposta in ampiezza dei modi di frequenza  $\omega_n^*$  all'eccitazione esterna  $\Omega^*$ . Tratto da [11]

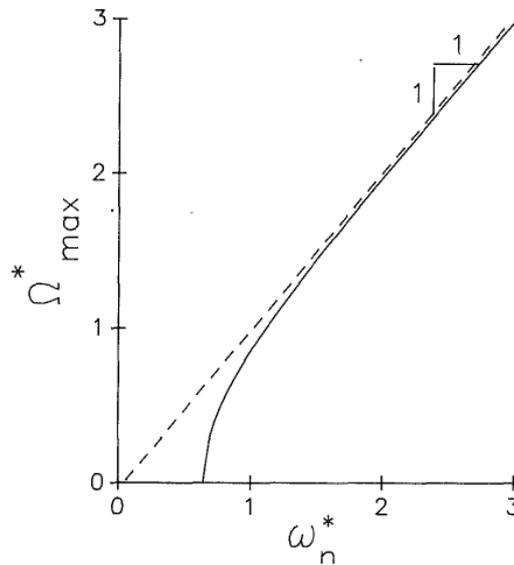


Figura 3.3: Relazione fra le frequenze modali  $\omega_n^*$  e la pulsazione di risonanza  $\Omega_{max}^*$ . Tratto da [11]

Se si considera la dinamica strutturale, ad esempio la vibrazione di travi e piastre, si può osservare che in quel caso tutti i modi sono eccitabili, mentre ciò non avviene

nel campo della risonanza di onde termiche.

Quindi, in generale, se la sorgente di eccitazione ha una forma qualsiasi, essa potrà essere decomposta in una sommatoria di onde armoniche di frequenza crescente (serie di Fourier) ciascuna della quale contribuirà ad eccitare particolari modi propri del mezzo: di questi, quelli per cui  $n < n^*$  non partecipano alla risonanza del sistema, il contrario invece avviene per quelli che soddisfano la relazione 3.16 con contributi in ampiezza diversi, riportati in figura 3.2.

Per comprendere meglio il fenomeno per il quale la risonanza avviene solo per modi che superano la soglia dell'equazione 3.16, è necessario considerare l'effetto di smorzamento dato dal fenomeno di diffusione (legato alla diffusività termica  $\alpha$ ), che era stato precedentemente trascurato. È possibile dimostrare che i modi sotto la soglia sono essenzialmente sovrasmorzati: questi modi consumano tutta l'energia termica fornita dalla sorgente e la risonanza non può dunque avvenire.

## 3.3 Approccio numerico monodimensionale

### 3.3.1 Metodo delle differenze finite

Si è interessati all'applicazione dell'eq. 3.5 ad un caso di studio reale, ovvero quello del provino 1 riportato in figura 2.4: lo scopo è quello di valutare se è possibile osservare numericamente il fenomeno della risonanza termica con le particolari condizioni di eccitazione termica riproducibili in laboratorio.

Per l'analisi quantitativa si è utilizzato, in una prima fase, il metodo delle differenze finite (*MDF*) [12]. Esso è un metodo numerico che permette di risolvere equazioni (o sistemi di equazioni) differenziali alle derivate parziali (*Partial Differential Equation: PDE*). L'implementazione del metodo prevede che:

- il dominio di interesse, sia spaziale che temporale, venga suddiviso in un insieme discreto di elementi. Le equazioni differenziali alle derivate parziali, che generalmente vengono scritte considerando un elemento infinitesimo dello spazio, si basano sull'ipotesi del continuo [13]: la grandezza fisica di interesse può essere definita per qualsiasi scelta di un volume, anche infinitesimo (ad esempio, se la grandezza considerata è la densità, all'interno di un qualsiasi volume è possibile trovare al suo interno della massa). Sostituire un dominio continuo con un insieme discreto di punti, o nodi, equivale a trovare la grandezza fisica di interesse (la soluzione del problema) solamente in quei punti.
- Le derivate che compaiono nelle equazioni vengono approssimate mediante formule di derivazione numerica, quali ad esempio i rapporti incrementali. Ciò costituisce una approssimazione al primo ordine della derivata, quindi è affetta da errore: esso tende a ridursi quando si infittisce la discretizzazione spaziale e temporale.

- Le equazioni devono essere verificate nei nodi interni: scrivendo per ciascun nodo la corrispondente equazione, è possibile passare da un sistema di *PDE* a un sistema di equazioni differenziali alle derivate ordinarie (*Ordinary Differential Equation: ODE*).

### 3.3.2 Discretizzazione spaziale e temporale

Le prove sperimentali da simulare consistono nell'analisi del transiente termico superficiale del provino 1 (figura 2.4) in materiale omogeneo eccitato da sorgente termica (laser) impulsiva.

Dal punto di vista numerico, il fenomeno può essere descritto analizzando un dominio a temperatura ambiente (condizione iniziale, IC), che viene stimolato da opportune condizioni al bordo (BC), che trasmettono energia al materiale dall'esterno.

Risolvere l'equazione 3.5, che ha come variabile la temperatura, con le condizioni al bordo scritte in termini del flusso termico è complesso: non è chiaro come riportare la condizione imposta dall'azione del flusso termico, quindi relativa alla variabile  $q$ , alla temperatura  $T$ , utilizzando la relazione costitutiva 3.3.

A tale scopo si usa il lavoro di Rieth et al. [14]. Al posto di risolvere l'equazione 3.5, si preferisce risolvere le equazioni che portano ad essa: esse costituiscono un sistema di eq. PDE in due variabili,  $T, q$ :

$$\begin{cases} \tau \frac{\partial \vec{q}}{\partial t} + \vec{q} = \lambda \nabla T \\ -\nabla \cdot \vec{q} + S = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \end{cases} \quad (3.17)$$

Si impiega il così detto schema dei campi spostati (*shifted fields*), raffigurato in figura 3.4, che si riferisce al dominio spaziale.

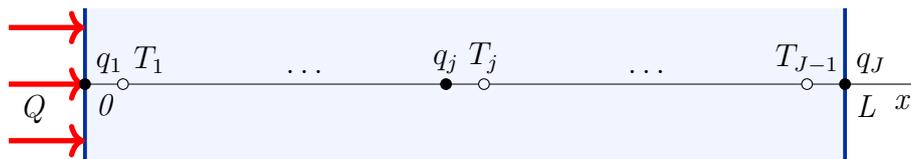


Figura 3.4: Dominio e discretizzazione spaziale con il metodo degli *shifted fields*

Esso permette di risolvere insieme il campo di soluzione relativo alla temperatura  $T$  e al flusso termico  $q$ , al posto che risolvere solamente quello della temperatura usando l'equazione 3.5. Le variabili vengono calcolate in posizioni alternate, dato che i nodi in cui viene valutata la temperatura sono spostati di metà passo spaziale della griglia relativa al flusso termico. Questo tipo di approccio è molto utile poiché permette di applicare le condizioni al bordo solo in termini del flusso termico  $q$ , che in effetti compare al bordo dell'intervallo in figura 3.4.

Viene analizzato lo scambio termico lungo una sola direzione, quella dello spessore del componente: si assimila quindi, in prima approssimazione, il provino ad una lastra piana di dimensioni finite lungo la sola direzione di azione del flusso termico, e si trascurano quindi gli scambi termici lungo la direzione trasversale, quella del piano della lastra. Il dominio è quindi ricondotto ad un elemento monodimensionale di lunghezza  $L$ , come mostrato in figura 3.4.

La lunghezza  $L$  coincide con uno degli spessori del provino 1 in figura 2.4. L'uso di un dominio monodimensionale costituisce una approssimazione non solo perché vengono trascurati gli scambi termici in direzione radiale (che verranno in seguito analizzati), ma anche perché si trascura lo scambio termico con i blocchetti adiacenti. Si è tuttavia osservato che per le particolari condizioni di eccitazione, il laser trasferisce una piccola quantità di energia termica al componente, che si riscalda solo localmente. È possibile simulare numericamente, al posto del dominio completo (figura 2.4), il dominio più piccolo formato da una singola porzione di componente a spessore uniforme.

La discretizzazione del dominio spaziale è uniforme:  $x_j = j\Delta x = jL/J$  rappresenta la posizione del  $j$ -esimo nodo, dove viene calcolato il termine  $q_j$ ; la temperatura viene invece calcolata in nodi intermedi, spostati di un passo  $\Delta x/2$ .

Dato che la soluzione è una funzione spaziale ma anche temporale, alla discretizzazione spaziale segue la realizzazione di quella temporale.

Per quanto riguarda la discretizzazione temporale, è possibile adottare diversi metodi di avanzamento in tempo: in base alla scelta, si adotta una differente approssimazione della derivata temporale. Vengono valutati i metodi di Eulero esplicito, Eulero implicito e di Crank-Nicholson.

Il primo schema temporale è esplicito, perché non richiede la risoluzione di un sistema lineare (l'incognita è solo al primo membro), condizionatamente stabile (poiché esiste una restrizione sulla scelta del passo temporale per ottenere una soluzione che converge), ed è del primo ordine.

Il secondo schema è anch'esso del primo ordine, tuttavia è implicito (si risolve un sistema lineare ad ogni iterazione), quindi richiede più tempo per determinare la soluzione; tuttavia è incondizionatamente stabile.

Il metodo di Crank-Nicholson invece è incondizionatamente stabile e del secondo ordine: a fronte di un lieve incremento nel costo computazionale, si ottiene un netto guadagno in termini di precisione. [12]

Nel codice implementato, è possibile scegliere che tipo di schema utilizzare, variando il parametro  $\theta$ :

$$\begin{cases} \theta = 0, & \text{Eulero esplicito} \\ \theta = 1, & \text{Eulero implicito} \\ \theta = 1/2, & \text{Crank-Nicholson} \end{cases} \quad (3.18)$$

Le soluzioni riportate nei paragrafi successivi sono calcolate con il metodo di Crank-Nicholson.

Fatte queste dovute premesse, si passa alla discretizzazione delle equazioni 3.17, ottenute approssimando le derivate che compaiono al loro interno:

$$\begin{cases} \tau \frac{q_j^{n+1} - q_j^n}{\Delta t} + [(1 - \theta)q_j^n + \theta q_j^{n+1}] &= -\frac{\lambda}{\Delta x} [(1 - \theta)(T_j^n - T_{j-1}^n) + \theta(T_j^{n+1} - T_{j-1}^{n+1})] \\ \rho c_p \frac{T_j^{n+1} - T_j^n}{\Delta t} &= -\frac{1}{\Delta x} [(1 - \theta)(q_{j+1}^n - q_j^n) + \theta(q_{j+1}^{n+1} - q_j^{n+1})] \end{cases} \quad (3.19)$$

Dove  $j = 1, \dots, J$  è l'indice che indica la posizione spaziale, mentre  $n = 1, \dots, N$  è quello del passo temporale  $t_n = n\Delta t = n t_f / (N - 1)$ . Si osserva che si è ottenuto un insieme di equazioni algebriche: ad ogni istante temporale  $n$ , è possibile calcolare le incognite  $q_j^{n+1}$  e  $T_j^{n+1}$  nel nodo  $j$ -esimo al passo temporale successivo,  $n + 1$ . Scrivendo ciascuna equazione riferita ad ogni nodo spaziale, si ottiene il seguente sistema algebrico lineare:

$$\begin{bmatrix} \rho c_p \frac{\Delta x}{\Delta t} [I] & \theta [B] \\ \theta [A] & \frac{\Delta x}{\lambda} [\theta + \frac{\tau}{\Delta t}] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{T\}^{n+1} \\ \{q\}^{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho c_p \frac{\Delta x}{\Delta t} [I] & -(1 - \theta) [B] \\ -(1 - \theta) [A] & \frac{\Delta x}{\lambda} [-(1 - \theta) + \frac{\tau}{\Delta t}] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{T\}^n \\ \{q\}^n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (1 - \theta) & \theta \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{Q\}^n \\ \{Q\}^{n+1} \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

Dove:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -1 \end{bmatrix}; [B] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 1 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & -1 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

con  $[A] \in R^{N-1, N}$  e  $[B] \in R^{N, N-1}$ .

Le equazioni vengono risolte imponendo le seguenti condizioni al bordo:

$$\begin{cases} q(0, t) = f(t) \\ q(L, t) = 0 \end{cases} \quad (3.22)$$

e condizioni iniziali:

$$\begin{cases} T(x, 0) = 0 \\ q(x, 0) = 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

dove  $f(t)$  è l'equazione che descrive l'evoluzione del flusso termico applicato al bordo  $x = 0$ , che dipende dal laser. Inoltre, imponendo che  $T(x, 0) = 0$  viene calcolata la

soluzione in termini di incrementi di temperatura.

Traslando queste condizioni nell'equazione 3.20, si trova il termine

$$Q^n = f(n\Delta t) \quad (3.24)$$

che è il flusso termico applicato dall'esterno al passo temporale  $n$ -esimo.

Per quanto riguarda le condizioni iniziali, invece:

$$\begin{Bmatrix} \{T\}^0 \\ \{q\}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (3.25)$$

### 3.3.3 Condizioni al bordo

Per simulare l'eccitazione termica della sorgente laser, è necessario definire la funzione  $f(t)$  presente in 3.22. Il laser agisce per una durata di tempo limitata, pari a  $t_{imp}$ ; nella prova, esso è acceso durante questo intervallo di tempo, e successivamente viene spento:  $f(t)$  è quindi approssimabile con una funzione rettangolare (raffigurato in figura 3.5a). Dato che questo andamento si può scomporre in una serie di funzioni armoniche, di ampiezza variabile e frequenza crescente, si è pensato di analizzare cosa avviene nel caso in cui il laser agisca secondo una funzione armonica, in particolare cosinusoidale (figura 3.5b).

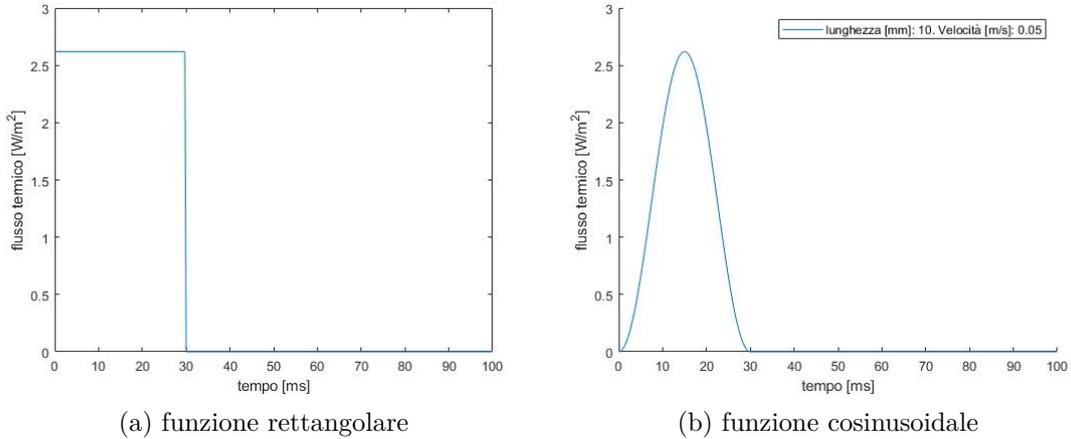


Figura 3.5: Condizione al bordo: flusso termico del laser nel tempo

Si riportano in figura 3.6 le soluzioni calcolate per le due condizioni al contorno imposte, avendo imposto  $C = 0.05 \text{ m/s}$  come velocità delle onde termiche, ed avendo considerato inizialmente lo spessore di 10 mm (della figura 2.4).

Si può osservare dalla figura che la sollecitazione termica esterna (l'impulso del laser) genera un'onda termica che si propaga nel mezzo, lungo la direzione positiva di  $x$ . La forma dell'onda di risposta termica dipende dall'eccitazione esterna: dal

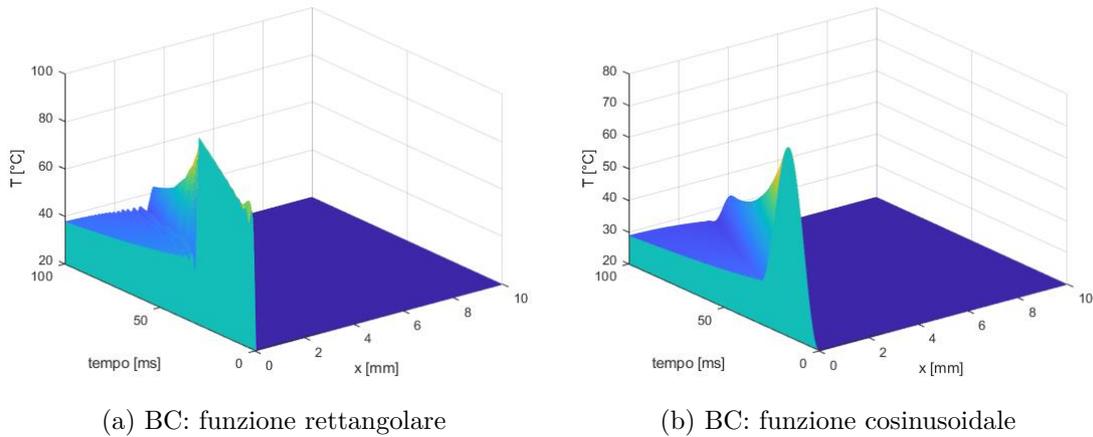


Figura 3.6: Soluzioni nello spazio e nel tempo del sistema lineare 3.20, corrispondenti alle condizioni al bordo in figura 3.5 per lo spessore di 10 mm

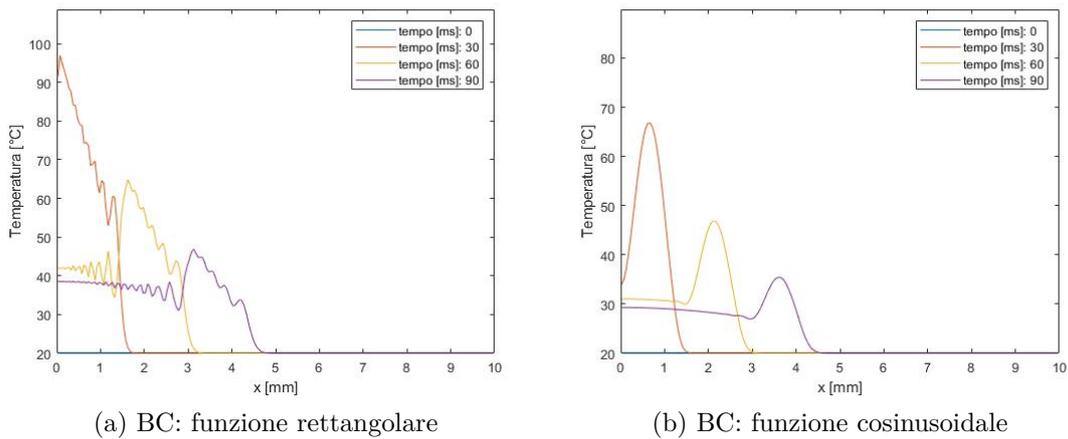


Figura 3.7: Soluzione rappresentata sul dominio spaziale, ad istanti di tempo distinti, per una lastra di 10 mm

confronto dei profili termici corrispondenti ai diversi profili di eccitazione riportati in figura 3.5 si osserva che la forma della risposta cambia.

In particolare, si consideri prima il caso del laser armonico (figura 3.5b): esso genera una onda termica armonica, caratterizzata da una data frequenza ed ampiezza (dipendente dall'eccitazione, come raffigurato in figura 3.2 e 3.3), che si propaga nel materiale, quindi è facile osservare la propagazione dell'informazione lungo il dominio. Tuttavia, oltre al fenomeno di propagazione dell'onda a velocità finita, è presente anche il fenomeno di diffusione, che agisce come uno smorzatore, quindi

tende a ridurre l'ampiezza dell'onda che si propaga.

Si consideri ora il caso del laser descritto con una funzione rettangolare (figura 3.5a), che più si avvicina al caso sperimentale. Esso può essere scomposto in una sommatoria di funzioni armoniche, che presentano ampiezza e frequenza diverse. Come descritto nella sezione precedente, ci sono componenti in frequenza che possono andare in risonanza, quindi l'ampiezza del contributo nella risposta risulta amplificata, mentre altre tendono a smorzarsi più facilmente: si può osservare in figura 3.6 o 3.7 che l'onda che si propaga non ha la stessa forma di quella di eccitazione, proprio perché alcune sue componenti vengono smorzate velocemente dal fenomeno di diffusione, o non vanno in risonanza.

Un aspetto importante è la derivata del flusso termico: come si può vedere in figura 3.6, in corrispondenza degli istanti di tempo in cui il laser viene acceso e spento, e quindi negli istanti in cui il gradiente di  $q$  è massimo, si osservano anche forti gradienti nel campo di temperatura  $T$ : ciò si può spiegare richiamando l'equazione costitutiva del materiale 3.3. Quando  $\partial q/\partial t$  è elevato, il suo contributo al gradiente di temperatura è persino superiore al valore assoluto del flusso termico  $q$ : di conseguenza, l'effetto di propagazione di onde termiche è accentuato tanto più l'azione della sorgente di energia è impulsiva.

I fenomeni di propagazione di onde termiche e della diffusione sono descritti dal termine  $\tau = \alpha/C^2$ : se  $\tau \rightarrow 0$  il fenomeno diffusivo è prevalente, mentre per  $\tau$  crescente si osserva un crescente effetto di propagazione dell'onda termica.

È quindi importante, per un dato materiale, quantificare la velocità  $C$  in modo da poter descrivere precisamente la risposta del sistema. In particolare, nelle figure 3.6 e 3.7 la soluzione è stata calcolata per  $C = 0.05 \text{ m/s}$ .

### 3.3.4 Effetto della velocità di propagazione dell'onda termica

Si consideri la figura 3.8: sono riportati degli andamenti di temperatura calcolati sul dominio spaziale, ad istanti di tempo distinti. Le soluzioni riportate in figura sono state calcolate tenendo conto delle caratteristiche del laser utilizzato in laboratorio, presentate nel capitolo 2. In particolare, i parametri di eccitazione imposti sono  $p_{erc} = 40\%$ ,  $t_{imp} = 30 \text{ ms}$ . La porzione di componente analizzata è quella di spessore  $10 \text{ mm}$ .

Si valuta l'effetto della velocità  $C$  imposta. La scelta della velocità  $C$  infatti definisce il tempo di rilassamento  $\tau = \alpha/C^2$ .

Nel caso in cui  $C \rightarrow \infty$ ,  $\tau = 0$  e si ricade nel fenomeno puramente diffusivo, ben descritto dall'equazione del calore 1.5.

Se  $C = 0$ ,  $\tau \rightarrow \infty$ , si ottiene la stessa soluzione dell'equazione delle onde, non smorzate.

Le due condizioni sono rispettivamente rappresentate in figura 3.8d e 3.8a, mentre le altre figure mostrano un comportamento intermedio. Si osserva che il fenomeno

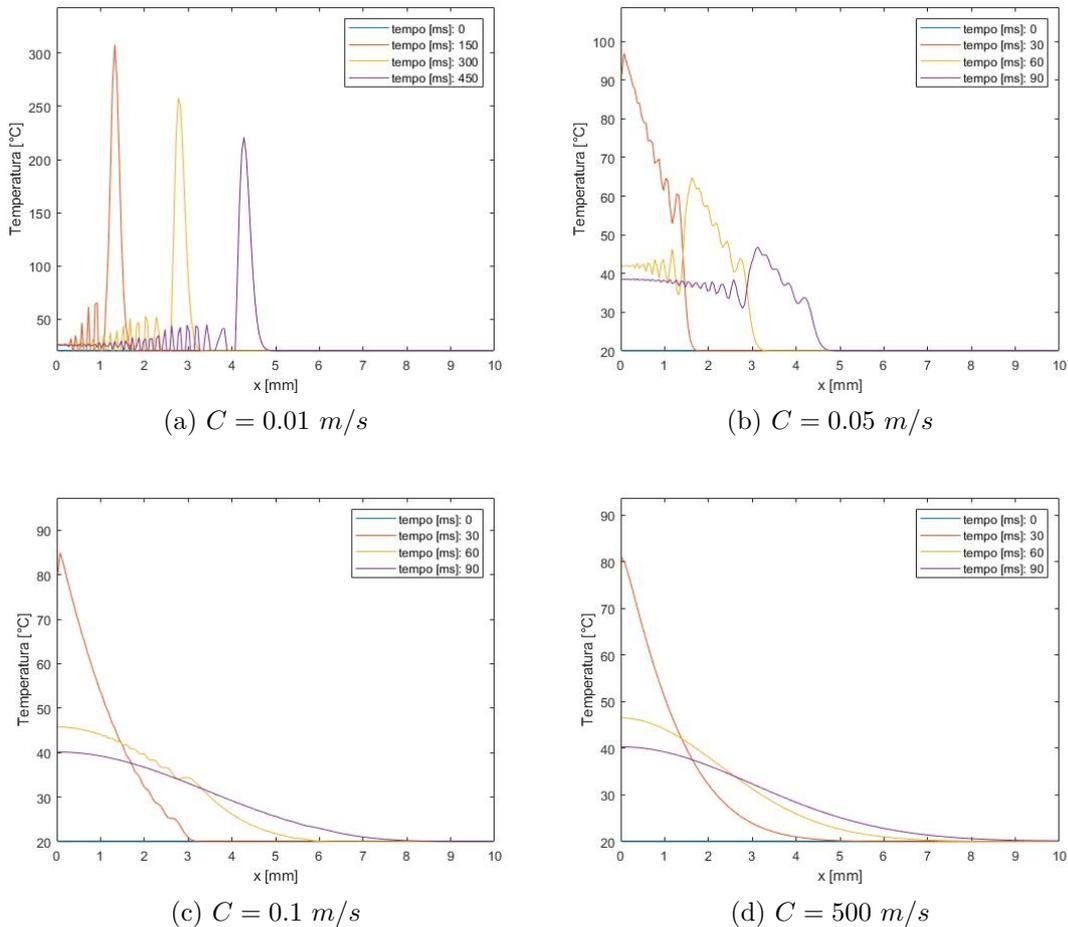


Figura 3.8: Soluzione calcolata per velocità diverse, rappresentata sul dominio spaziale ad istanti di tempo distinti

diffusivo è prevalente fino a velocità  $C$  molto basse, basta confrontare le figure 3.8d e 3.8c: in quest'ultima presenta una modesta caratteristica di propagazione ondosa per i primi istanti di tempo, che provoca un incremento localizzato in superficie della temperatura, che tende velocemente a smorzarsi.

Modificando le condizioni al contorno, ad esempio aumentando la potenza del laser o riducendo il suo periodo di azione (di alcuni ordini di grandezza), è possibile che il fenomeno di propagazione di onde termiche si possa osservare anche per velocità imposte più elevate.

In figura 3.9 è invece riportato l'andamento di temperatura nel tempo  $T(t)$  sulla superficie di azione del laser ( $x = 0$ ) delle soluzioni precedentemente analizzate, al variare della velocità  $C$  delle onde termiche.

È possibile osservare il fenomeno di accumulo termico correlato alla propagazione

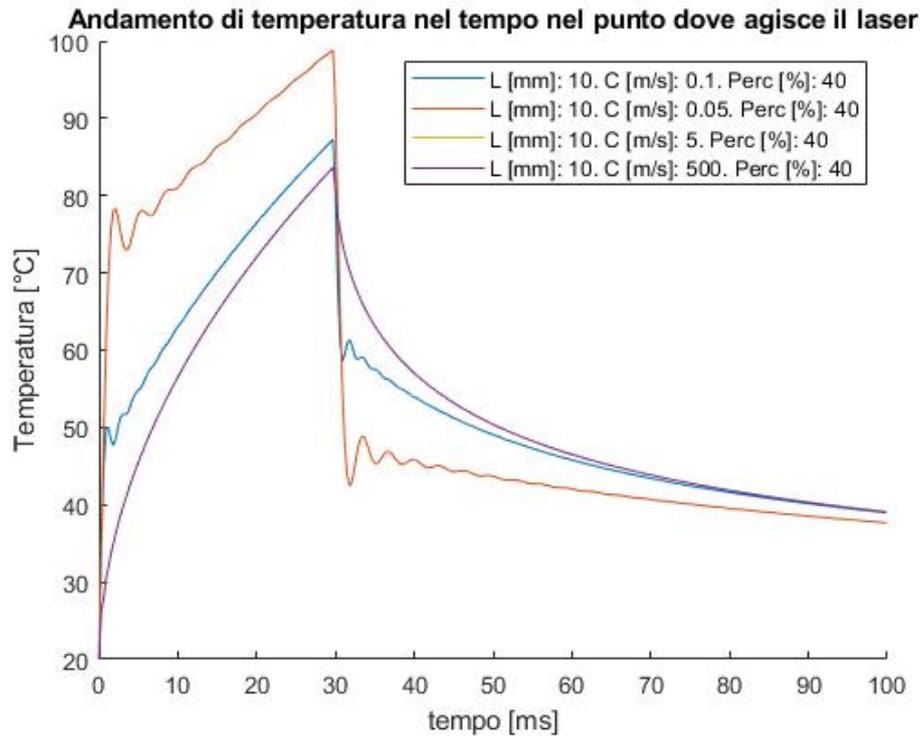


Figura 3.9: Transitorio termico calcolato sulla superficie, per velocità  $C$  differenti

a velocità finita delle onde termiche: più la velocità  $C$  imposta è bassa, maggiore è l'effetto dell'accumulo termico e più alta è la crescita della temperatura superficiale: questo perché se  $C$  aumenta,  $\tau$  diminuisce e il contributo della sorgente termica apparente aumenta (vedi equazione 3.5).

### 3.3.5 Effetto della lunghezza $L$ del modello 1D

Si è valutato se, a parità delle altre condizioni imposte, una modifica della lunghezza  $L$  del modello 1D modificasse il transitorio termico della superficie. I parametri del laser sono gli stessi della simulazione precedente. Come detto anche precedentemente, la lunghezza  $L$  del modello 1D è scelta fra gli spessori del provino 1, in figura 2.4. Sono riportate in figura 3.10 le simulazioni svolte per le lunghezze  $L = 10, 25, 50 \text{ mm}$ : non si osservano significative differenze al variare della lunghezza del provino.

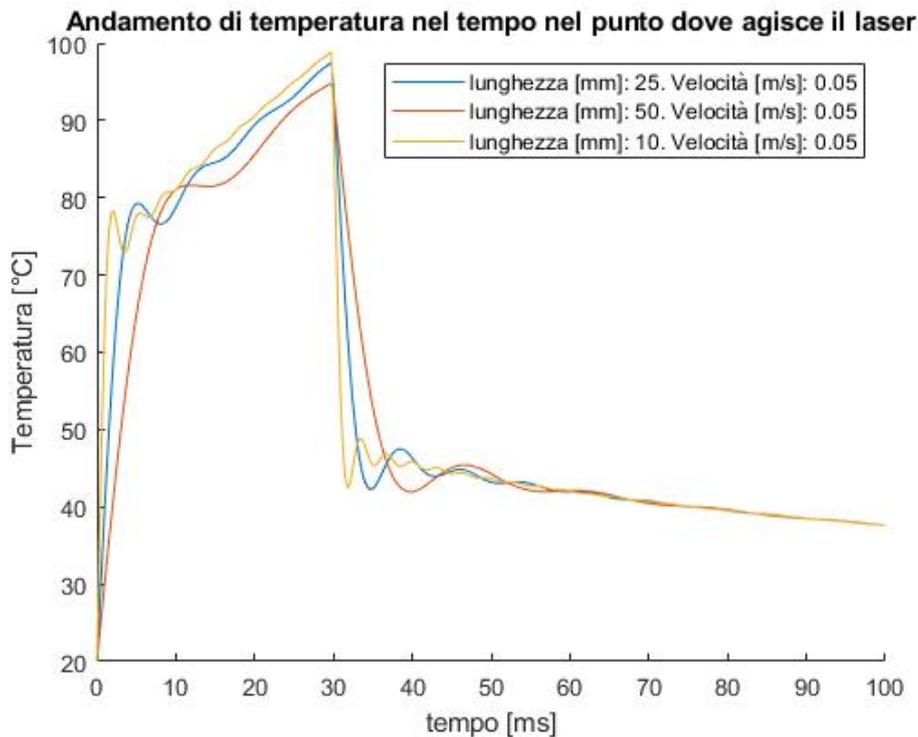


Figura 3.10: Effetto della lunghezza  $L$  del modello 1D

### 3.3.6 Effetto dei parametri di eccitazione termica

Come detto precedentemente, è possibile cambiare i parametri di eccitazione termica.

La sorgente fornisce al componente un flusso termico, che agisce per il tempo  $t_{imp}$  e a un livello di potenza  $p_{erc}$  (frazione della potenza massima  $P_{max} = 50 \text{ W}$ ).

Si sono svolte delle simulazioni al variare dei due parametri precedenti, ovvero tempo e percentuale di potenza. Le prove sono elencate in tabella 3.1, e i risultati, in termini di transitorio termico nel punto in cui il flusso termico ha accesso nel materiale, sono riportati in figura 3.11a.

Prova	$t_{imp}$ [ms]	$perc$ [%]
1	5	80
2	5	60
3	15	40
4	15	20
5	30	40
6	30	20

Tabella 3.1: Parametri del laser nelle prove di eccitazione termica impulsiva

Osservando la figura 3.11b si possono confrontare le prove sperimentali svolte sul provino 1 (figura 2.4) e quelle numeriche del modello monodimensionale che implementa le equazioni di Maxwell Cattaneo, corrispondenti alle diverse configurazioni dei parametri di eccitazione termica riportati in tabella 3.1.

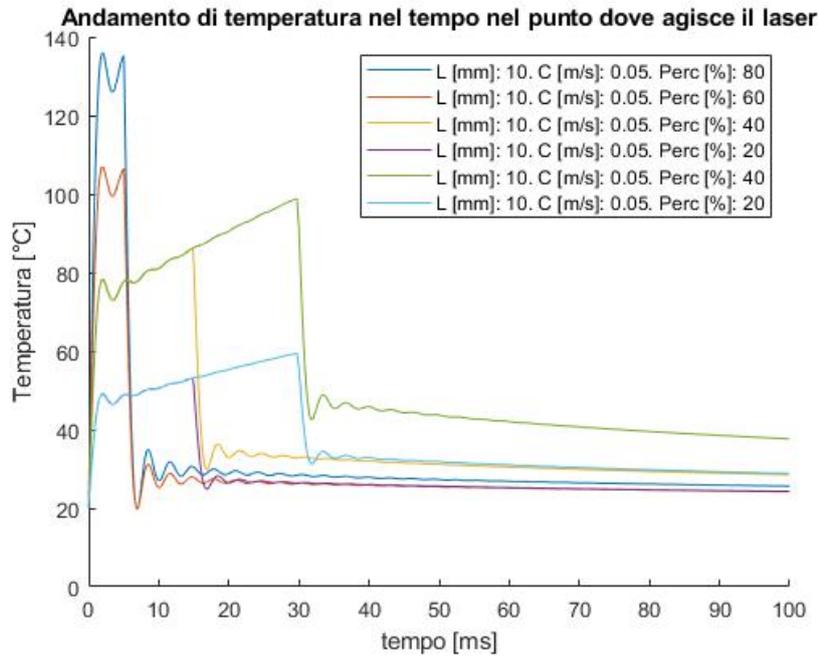
Si osserva che l'andamento del transitorio termico, simulato e sperimentale, è qualitativamente simile nei due casi, perché all'istante iniziale, nel punto in cui il laser colpisce il provino, la temperatura aumenta molto e si instaura un gradiente spaziale di temperatura elevato rispetto al volume circostante; lo stesso avviene, in termini di raffreddamento, appena il laser viene spento. Altrove, in termini temporali, il profilo di temperatura appare meno variabile.

Tuttavia, i valori massimi di temperatura raggiunti, e in generale l'andamento globale, non combaciano perfettamente: si valuta di adottare un modello bidimensionale assialsimmetrico che permette di analizzare lo scambio termico nel componente sia longitudinale che radiale.

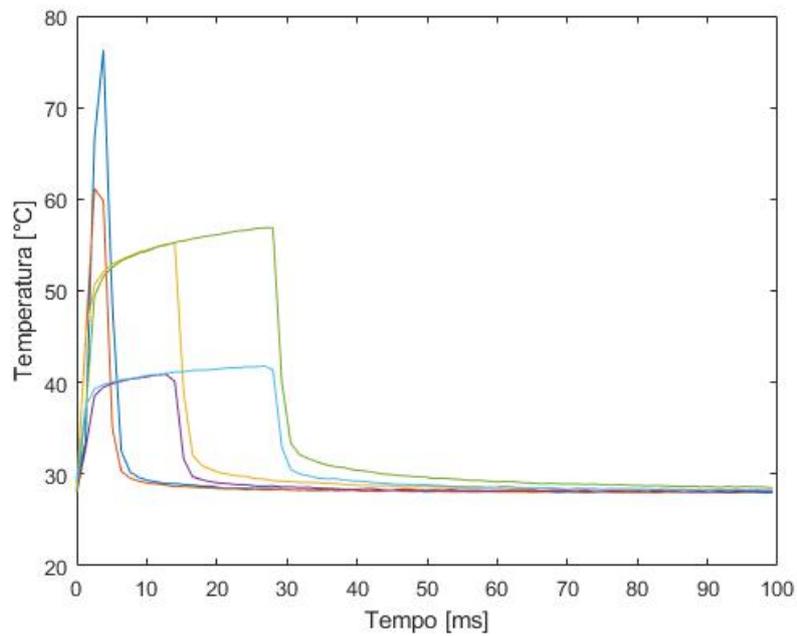
Una analisi di questo tipo è utile perché permette di valutare se queste equazioni più complesse sono utili o meno: lo sforzo computazionale deve essere bilanciato da risultati più adatti per il confronto con le prove sperimentali.

Si ricorda inoltre che è necessario calibrare la velocità di propagazione delle onde termiche  $C$  con le prove sperimentali, poiché non sono stati reperiti dati in letteratura; l'unica informazione è quella presente nell'articolo [11], che fornisce un intervallo all'interno del quale dovrebbe cadere il valore di  $C$ :  $C \in [100,1000] \text{ m/s}$ . Dalla calibrazione effettuata risulta che per avere corrispondenza tra i profili termici sia necessario un valore di  $C$  al di fuori dell'intervallo indicato in [11]. Questa incongruenza sarà affrontata nella prossima sezione, dove vengono descritti modelli bidimensionali che analizzano lo scambio termico in direzione longitudinale e radiale.

Lo studio monodimensionale suggerisce infatti che l'equazione di MC non rappresenta uno strumento di indagine migliore della tradizionale equazione del calore, almeno per le condizioni di eccitazione (parametri del laser) che possono essere utilizzate con la strumentazione di laboratorio disponibile.



(a) Risultati numerici ottenuti con il MDF 1D



(b) Prove sperimentali su un provino di alluminio

Figura 3.11: Prove sperimentali e risultati numerici delle prove in tabella 3.1

### 3.4 Approccio numerico bidimensionale

Si è realizzato un modello agli elementi finiti bidimensionale per analizzare lo scambio termico longitudinale e radiale che avviene durante le prove di eccitazione con il laser impulsivo.

Si è utilizzato il software commerciale Comsol, che permette di creare e gestire modelli numerici agli elementi finiti (FEM); in particolare, la scelta è caduta su questo programma perché è possibile risolvere un generico sistema di equazioni alle derivate parziali (sistema di PDE), quindi implementare l'equazione di Maxwell-Cattaneo.

In abbinamento al solutore, si è impiegato Matlab per il pre-processing (impostazione delle prove numeriche, fase di set-up, analisi di sensitività) e per il post-processing (analisi dei dati, creazione di grafici, calcolo di correlazioni): la realizzazione di script rende più veloce e facile gestire prove simili fra di loro, che differiscono ad esempio per le condizioni di eccitazione termica, o le caratteristiche del materiale.

Si descrivono ora le fasi e i parametri che bisogna implementare nel software, e si passa successivamente all'analisi dei risultati delle simulazioni.

#### 3.4.1 Fisica del modello

In COMSOL, è possibile definire la fisica del modello implementando direttamente l'equazione (o il sistema di equazioni) che descrive il fenomeno in un volume infinitesimo del dominio (formulazione forte).

$$e_a \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-c \nabla T - \alpha T + \gamma) + \beta \cdot \nabla T + aT = f \quad (3.26)$$

$$\nabla = \left[ \frac{\partial}{\partial r}, \frac{\partial}{\partial z} \right]$$

L'equazione 3.26 è quella tipo che può essere implementata nel software, dove:

- $c$ : coefficiente di diffusione;
- $a$ : coefficiente di assorbimento;
- $f$ : termine di sorgente;
- $e_a$ : coefficiente di massa;
- $d_a$ : coefficiente di smorzamento;
- $\alpha$ : coefficiente conservativo di flusso convettivo;

- $\beta$ : coefficiente di convezione;
- $\gamma$ : termine di flusso conservativo.

Si decide di implementare l'equazione 3.5 (imponendo sorgente nulla  $S = 0$ ), ovvero quella scritta in termini di temperatura: gli unici coefficienti non nulli ineriti nel solutore sono i seguenti:  $e_a = \tau$ ;  $d_a = 1$ ;  $c = \alpha$ .

Bisogna ricordare che è necessario applicare le condizioni al contorno secondo l'equazione caratteristica 3.3: questa condizione è critica in quando è necessario definire anche la derivata prima del flusso termico, quindi conoscere il tempo impiegato dal laser per raggiungere la potenza massima impostata. Se necessario, si dovrà correlare con le prove sperimentali anche questo aspetto.

### 3.4.2 Definizione del dominio

Si vuole studiare lo scambio termico che avviene all'interno di un cilindro, quando esso è eccitato da una sorgente esterna su una delle sue superfici esterne perpendicolari all'asse. Al posto di risolvere le equazioni su un dominio tridimensionale, quindi sul cilindro intero, si è deciso di implementare un modello bidimensionale, con elementi assialsimmetrici, quindi considerando la sola sezione rettangolare del cilindro (figura 3.12): questo approccio permette di ridurre il tempo di calcolo e ottenere risultati più affidabili, poiché è possibile utilizzare elementi di dimensione media più piccola. Si può seguire questo approccio perché oltre alla geometria, anche le condizioni di applicazione del carico termico sono simmetriche.

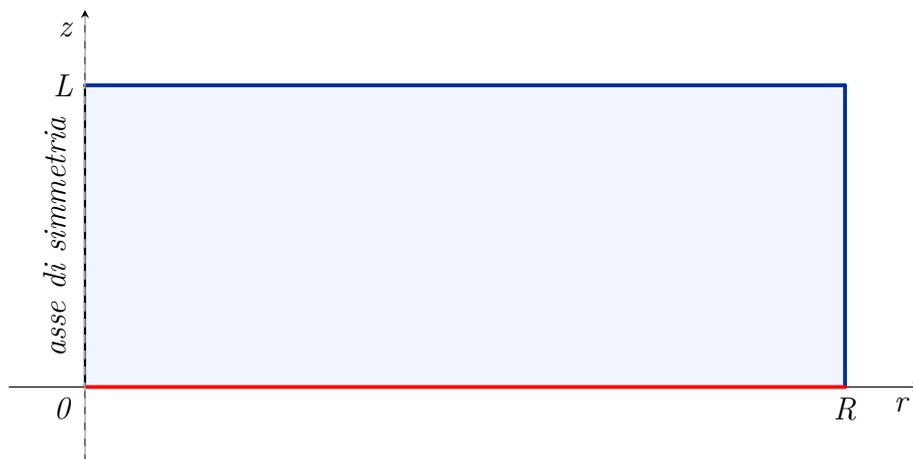


Figura 3.12: Schema del dominio bidimensionale impiegato per la risoluzione delle eq. di MC con il metodo degli elementi finiti

### 3.4.3 Condizioni al bordo

Le condizioni al bordo richiedono particolare attenzione, dato che vengono espresse dall'equazione 3.3, che ha una forma non comune nell'ambito delle simulazioni numeriche.

Per quanto riguarda la superficie laterale e quella opposta alla superficie su cui ha ingresso il flusso termico del fascio laser (figura 3.12), è sufficiente imporre la condizione adiabatica: poiché le potenze e i tempi di eccitazione in gioco sono piccoli rispetto alla massa del componente, non si hanno differenze fra la soluzione calcolata con le superfici adiabatiche o con quelle che scambiano calore per convezione con l'ambiente; gli effetti di bordo sono quindi trascurabili.

Sulla superficie di azione del laser è invece necessario usare l'equazione caratteristica del materiale:

$$\tau \frac{\partial \vec{q}}{\partial t} + \vec{q} = -\lambda \nabla T \quad (3.27)$$

Il flusso termico è una funzione dello spazio e del tempo: bisogna definirne la distribuzione spaziale e l'evoluzione temporale.

Per quanto riguarda la dipendenza dallo spazio, essa è correlata al funzionamento del laser: l'andamento dell'intensità segue una distribuzione gaussiana [15], come rappresentato in figura 3.13a.

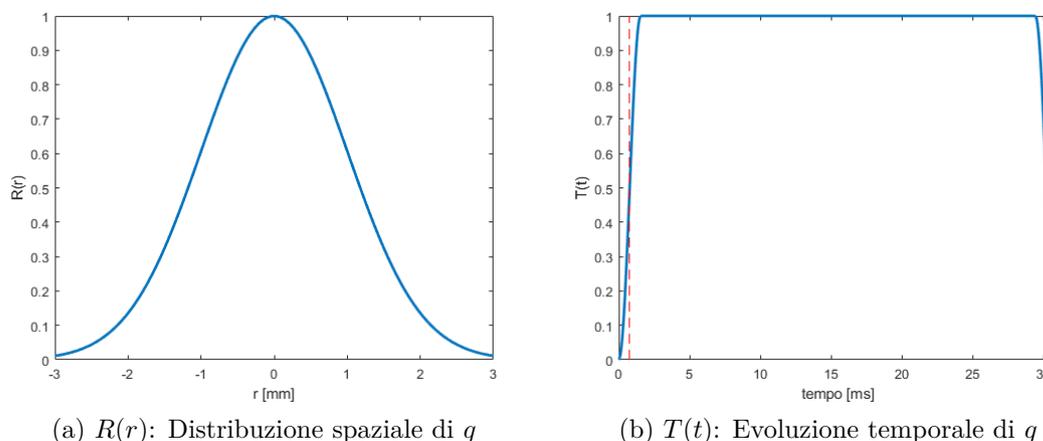


Figura 3.13:  $q(r, t) = Q_0 R(r) T(t)$

L'evoluzione temporale è una funzione rettangolare, di ampiezza pari alla durata dell'impulso (ad esempio in figura 3.13b essa è pari a  $t_{imp} = 0.03 \text{ s} = 30 \text{ ms}$ ). Si osserva che la transizione da laser spento (funzione nulla) a laser acceso (funzione pari a 1) non è discontinua, poiché è necessario definire il contributo della sorgente apparente, la quale dipende dalla derivata prima del flusso termico  $q$ .

### 3.4.4 Discretizzazione temporale e spaziale

La soluzione di equazioni iperboliche, che prevedono la propagazione di onde, è caratterizzata da elevati gradienti spaziali e temporali della soluzione: è richiesto che sia la mesh che il passo temporale siano fitti in corrispondenza dell'onda che si sta propagando nel dominio, affinché la soluzione sia sufficientemente accurata.

La creazione di una mesh e la scelta di un passo temporale appropriati sono quindi elementi chiave per ottenere una soluzione affidabile. A tal proposito è necessario fare delle considerazioni relative all'eccitazione esterna e ad un parametro, chiamato condizione CFL (Courant, Friedrichs e Lewy).

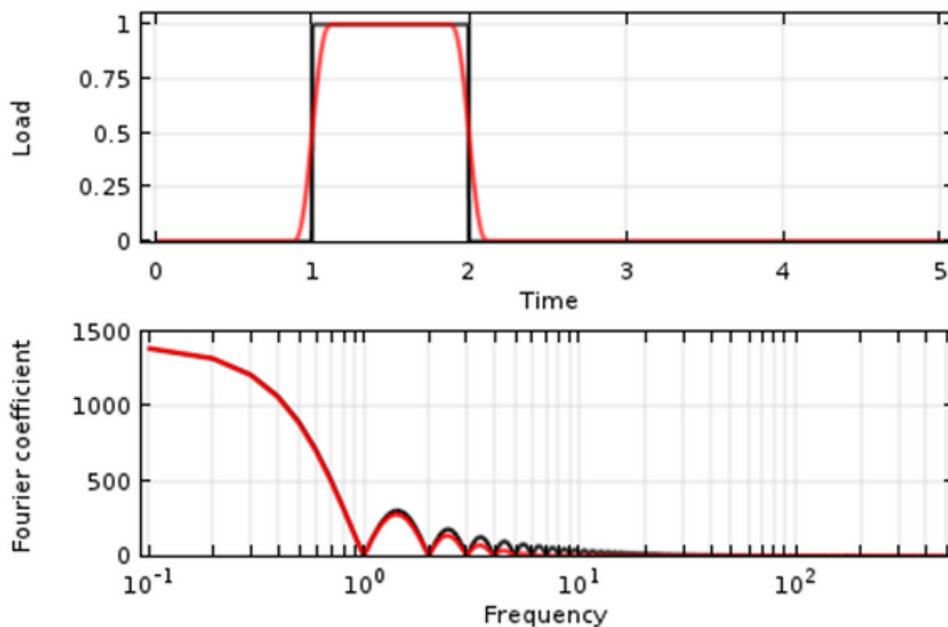


Figura 3.14: Trasformata di Fourier della funzione rettangolo

In figura 3.14 è possibile osservare un carico (quale l'azione del laser sul componente) che varia nel tempo sia come un'onda rettangolare ideale, che come un'onda smussata, che prevede dei transitori di crescita e decrescita derivabili; è inoltre calcolata la trasformata di Fourier dei due segnali.

Il primo segnale (quello discontinuo) presenta un contributo rilevante nel campo delle alte frequenze. Per analizzare la risposta del sistema all'eccitazione di frequenze di valore elevato, è necessario considerare passi temporali molto bassi. Tuttavia, non sempre si è interessati a analizzare il contributo delle alte frequenze, in quando la risposta del sistema in genere è meno rilevante in quell'intervallo: in termini energetici, solo una piccola frazione di energia viene trasferita ai modi ad alte frequenze, quindi il loro effetto è attenuato. L'impiego di un segnale che varia in modo

omogeneo (linea rossa in figura 3.14) è preferibile perché più aderente alla realtà, riduce il contributo delle alte frequenze che richiederebbero passi temporali troppo bassi per svolgere la simulazione. [16] Questa proprietà è ben visibile nel diagramma della trasformata di Fourier, dove si può osservare che per frequenze maggiori i termini della funzione sono minori rispetto al caso del segnale discontinuo, alle alte frequenze.

Nelle simulazioni svolte, la frequenza  $f$  massima considerata è di  $30 \text{ Hz}$ : essa è stata scelta svolgendo delle analisi di sensitività al fine di ottenere la migliore stima della soluzione, tenendo in considerazione il tempo di calcolo.

Una volta scelta la frequenza (temporale) massima, bisogna definire la dimensione della mesh [17].

Essa viene scelta secondo il seguente criterio: di tutte le onde che si vogliono osservare, si considera quella che ha la lunghezza d'onda  $\lambda$  minore, e si fissa la dimensione media della mesh  $h$  pari ad almeno la metà di  $\lambda$ .

In generale si pone  $h = \lambda/N = Cf/N$ , con  $N > 2$ .

In figura 3.15 si osservano le mesh impiegate per il calcolo delle simulazioni. Le discretizzazioni sono differenti: nel caso in cui viene visualizzata la soluzione solo nel centro della zona di applicazione del laser, si considera la mesh in figura 3.15a; quando viene letta la soluzione sull'asse di simmetria, si fa riferimento alla mesh in figura 3.15b.

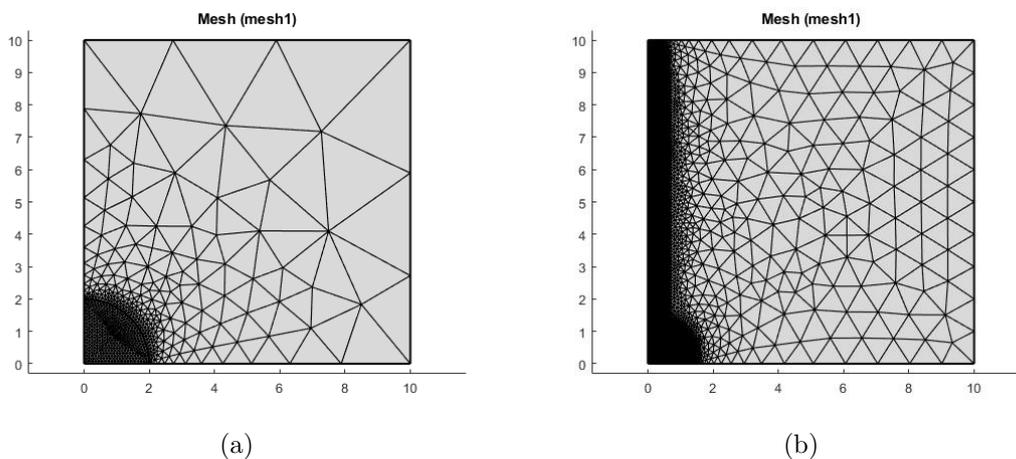


Figura 3.15: Mesh impiegate per risolvere le equazioni di MC su un dominio assial-simmetrico

Note quindi la dimensione locale della mesh  $h$  e la frequenza massima  $f$  di interesse, è possibile definire la condizione CFL come segue:

$$CFL = C \frac{\Delta t}{h} = f N \Delta t \quad (3.28)$$

Dove  $\Delta t$  è il passo temporale. Quindi:

$$\Delta t = \frac{CFL}{Nf} \quad (3.29)$$

Imponendo la condizione ottimale [17], cioè  $CFL = 0.1$ , si ottiene il passo temporale che soddisfa le osservazioni elencate precedentemente.

È necessario precisare che le considerazioni fin qui fatte si riferiscono ad una porzione limitata del dominio, vicina alla zona di applicazione della potenza termica esterna: le onde termiche, infatti, tendono a smorzarsi velocemente mentre propagano a causa della diffusività del materiale; una volta che l'onda è smorzata, rimane solo la caratteristica di diffusione termica che richiede discretizzazioni meno fitte.

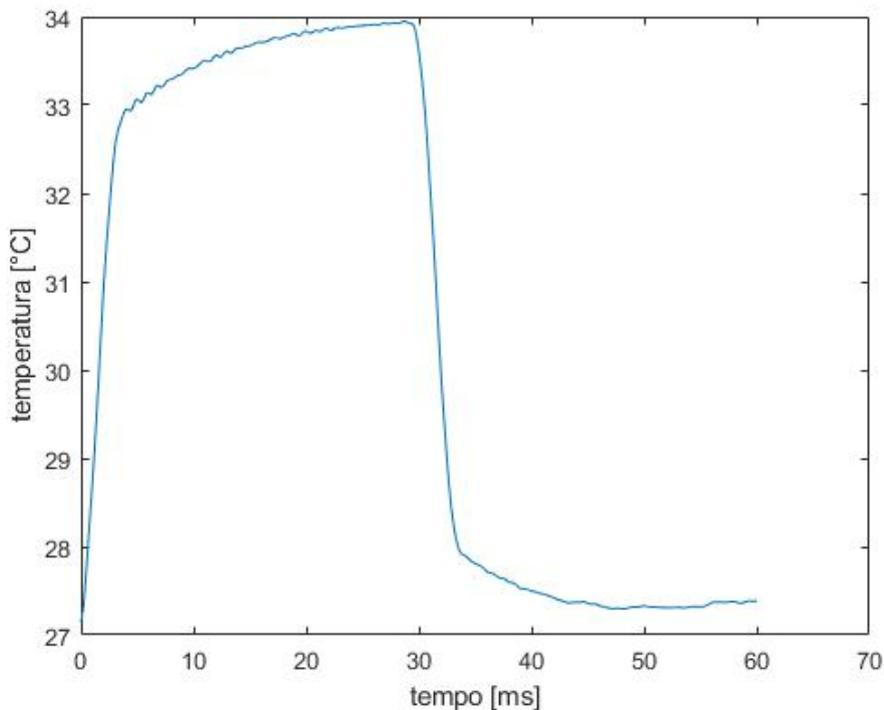


Figura 3.16: Soluzione calcolata nel punto centrale di azione del flusso, per l'eccitazione riportata in figura 3.13

### 3.4.5 Solutore

In Comsol, è possibile impiegare tre diversi metodi di avanzamento in tempo: il metodo esplicito di Runge-Kutta, quello implicito delle differenze finite all'indietro (BDF: backward differentiation formula) o l' $\alpha$ -generalizzato [18].

Il metodo BDF è un solutore implicito molto impiegato per l'accuratezza della soluzione (si passa dall'ordine 1 al 5) e per il tempo richiesto per ottenere la soluzione. Tuttavia, si possono osservare effetti di smorzamento numerici molto accentuati, soprattutto per gli ordini di accuratezza più bassi. Lo smorzamento fa sì che le frequenze di eccitazione alte non vengano di fatto considerate, rendendo impossibile l'applicazione di segnali di eccitazioni quasi-discontinui, come nel caso in oggetto. Il metodo  $\alpha$ -generalizzato presenta un minor grado di smorzamento delle frequenze elevate, il che ne ha incentivato la scelta per le analisi, tuttavia ne riduce la stabilità.

Il metodo di Runge-Kutta, purché largamente usato per risolvere sistemi di equazioni ODEs, è stato scartato perché è un solutore esplicito.

Si riporta in figura 3.16 un esempio di soluzione calcolata per l'eccitazione riportata in figura 3.13. Si osserva che l'andamento è analogo al caso monodimensionale, tuttavia sono presenti minori oscillazioni, perché è stato adottato un solutore più adatto al problema.

### 3.4.6 Analisi di sensitività: velocità delle onde termiche

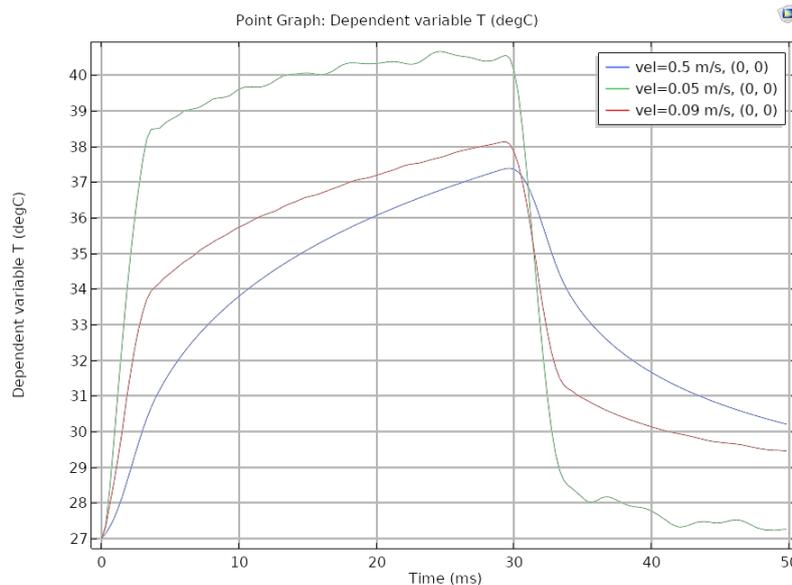


Figura 3.17: Analisi di sensitività al variare della velocità di propagazione delle onde termiche

Si considera il transitorio termico nel punto centrale di azione del laser. Sono stati svolti dei calcoli modificando la velocità  $C$ : essi sono riportati in figura 3.17.

Per  $C \rightarrow \infty$ , si ricade nel caso classico della diffusione del calore. Il fenomeno si osserva già per valori bassi, come  $C = 0.5 \text{ m/s}$ , per il materiale usato e le condizioni

di applicazione del carico termico.

Per valori di velocità inferiori aumenta il contributo della sorgente termica apparente, il cui effetto è maggiore agli istanti di tempo  $t = 0$  e  $t = t_{imp}$ , cioè quando si accende e spegne il laser (ovvero negli istanti in cui la derivata dell'intensità è maggiore).

### 3.4.7 Propagazione assiale e radiale dell'onda termica

Avendo realizzato un modello bidimensionale assialsimmetrico di un provino cilindrico, è possibile analizzare la propagazione dell'onda termica lungo la direzione assiale e radiale.

#### Propagazione assiale

In figura 3.18 è possibile osservare la propagazione dell'onda termica che si genera imponendo le condizioni al bordo della figura 3.12.

È stata rappresentata la forma d'onda in istanti di tempo diversi, in particolare agli istanti  $t = 0 - 15 - 30 \text{ ms}$ , quando il laser è acceso, e  $t = 45 \text{ ms}$  quando il laser è spento.

Il calcolo è stato svolto per tre velocità  $C$  imposte distinte, cioè  $C = 0.5 - 0.09 - 0.5 \text{ m/s}$ .

Si osserva che al variare di  $C$  l'onda cambia: per velocità basse, l'onda raggiunge valori di temperatura maggiori e tende a smorzarsi meno nel tempo.

È possibile osservare che l'onda presenta un picco, un valore massimo locale, che si propaga nello spazio. Questa caratteristica non è invece presente nel caso della diffusione termica, poiché il fenomeno in quel caso è regolato da una equazione parabolica: la forma dell'onda tende a distendersi, distribuirsi lungo il dominio spaziale in modo più uniforme (figura 3.18c).

#### Propagazione radiale

In figura 3.19a viene riportato l'andamento di temperatura lungo la direzione radiale, in istanti di tempo differenti: si osserva un andamento analogo al caso della direzione assiale, con l'onda che propagandosi muove il picco di temperatura lontano dall'asse di simmetria, e al contempo esso viene smorzato dalla diffusione termica.

Osservando la distribuzione superficiale del provino (figura 3.19b) si può osservare la propagazione del fronte d'onda: la rilevazione di questo tipo di immagine è possibile tramite l'uso di una termocamera.

Una immagine termica simile a quella in figura mostra in modo semplice e qualitativo se si è in presenza di un fenomeno di trasmissione del calore tramite onde termiche (non diffuse): il fronte d'onda si propaga e i punti già attraversati (quali ad esempio quelli sull'asse di simmetria del laser) sono caratterizzati da temperature più basse rispetto al fronte in movimento.

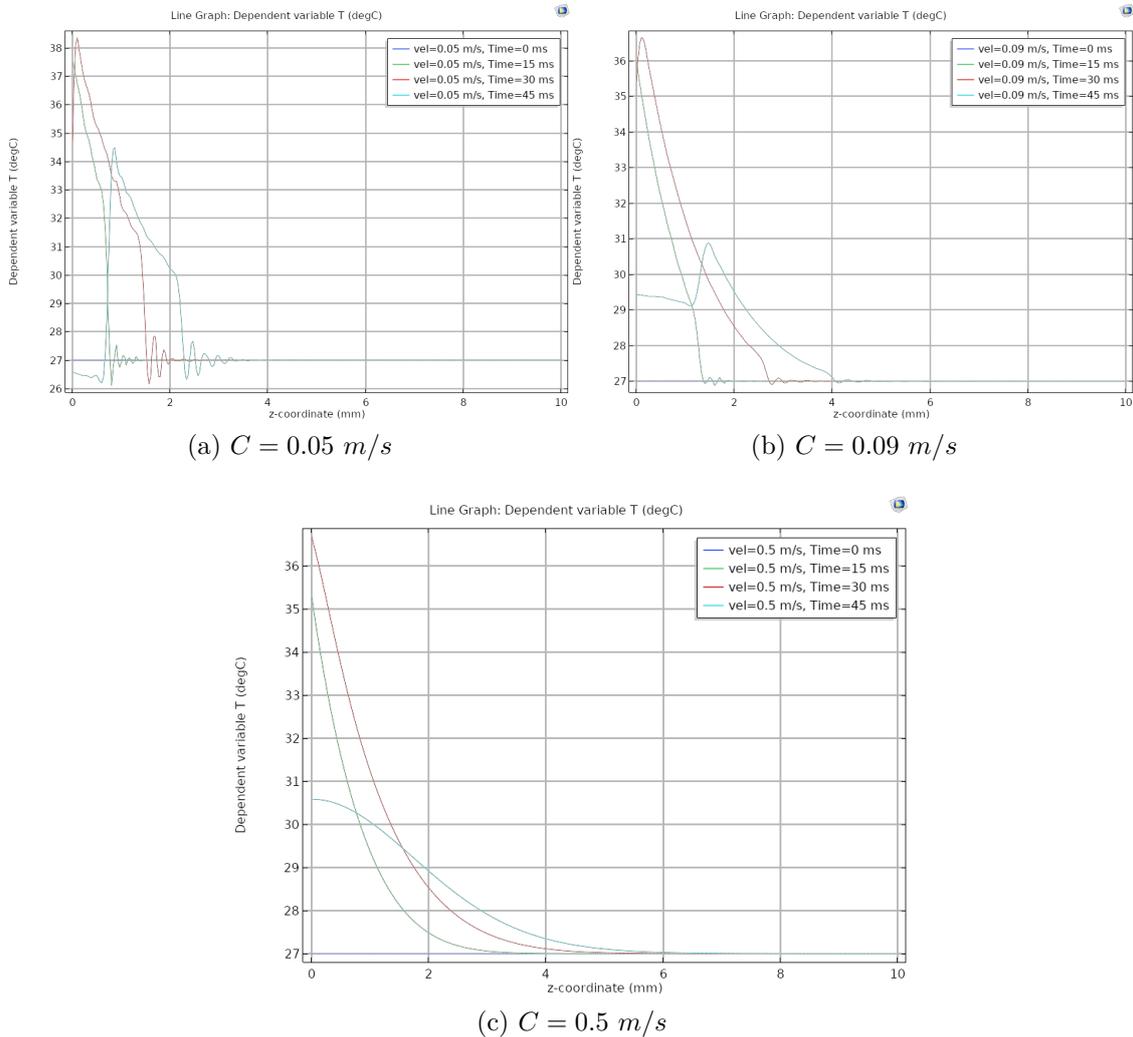


Figura 3.18: Propagazione dell'onda termica lungo l'asse di simmetria del provino. Analisi effettuata per tre valori di velocità  $C$

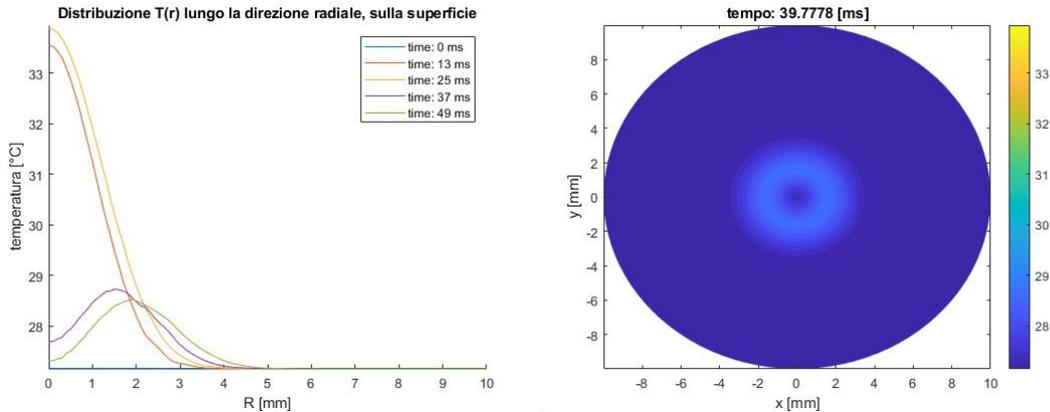
Se invece la temperatura è più alta sull'asse del laser rispetto che altrove, allora siamo di fronte al fenomeno di diffusione termica.

### 3.4.8 Provino difettato

Si considera ora il caso di un componente difettato.

Si osservi la figura 3.20: è stata creata una discontinuità nel dominio, che simula la presenza di un difetto cilindrico; nel caso particolare esso si trova ad una profondità di  $3 \text{ mm}$  ed ha un raggio di  $1 \text{ mm}$ .

La mesh è più densa nella zona centrale di applicazione del laser, fino al difetto:



(a) Distribuzione radiale  $T(r)$  sulla superficie      (b) Termogramma ad un istante di tempo

Figura 3.19: Propagazione radiale dell'onda termica, per  $C = 0.09 \text{ m/s}$

ciò serve ad avere una soluzione accurata.

Si guardi ora la figura 3.21: viene mostrato il campo di soluzioni in tre istanti di tempo, in particolare:

- (a) il laser è acceso e l'onda inizia a propagarsi nel mezzo;
- (b) l'onda termica in parte si riflette sul difetto, in parte lo aggira;
- (c) l'onda riflessa torna indietro sulla superficie esterna di applicazione del laser.

In figura 3.22 è mostrato il transitorio termico sul punto centrale di azione del laser.

É evidente che l'onda termica riflessa contribuisce ad un aumento della temperatura anche dopo lo spegnimento della sorgente termica. L'effetto è maggiore se la velocità  $C$  è minore, poiché in questo caso, come detto precedentemente, il fenomeno di diffusione termica, che smorza l'onda, riveste un ruolo minore.

É evidente inoltre che difetti meno profondi rendono questo fenomeno più visibile, perché l'onda si riflette e ritorna sulla superficie in meno tempo, e quindi lo smorzamento dovuto alla diffusione termica avrà prodotto un effetto minore.

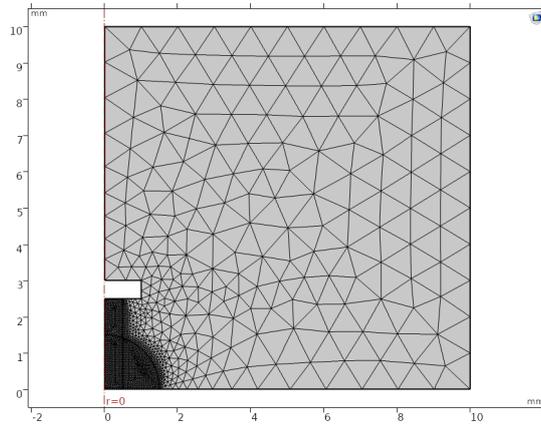


Figura 3.20: Mesh del componente con difetto

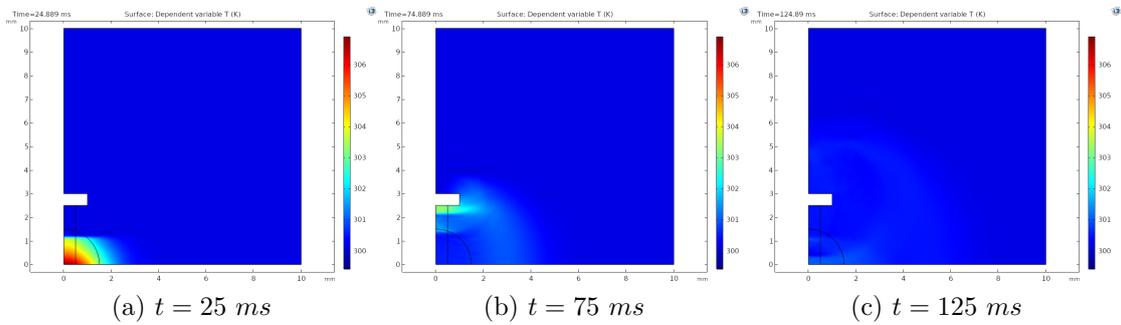


Figura 3.21: Propagazione e riflessione dell'onda termica nel modello cilindrico

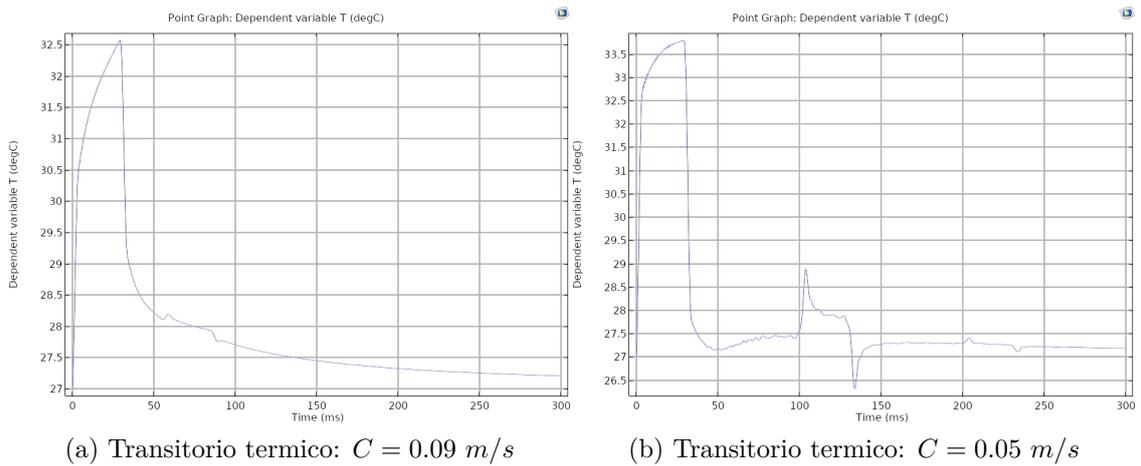


Figura 3.22: Transitorio termico del componente difettato

## 3.5 Considerazioni finali

Nel seguente capitolo si è valutato se è possibile descrivere lo scambio termico all'interno di un componente metallico tramite l'equazione iperbolica di conduzione del calore 3.5, detta equazione di Maxwell-Cattaneo: essa permette di descrivere lo scambio di calore per conduzione sia tramite il fenomeno diffusivo comunemente analizzato con l'equazione di Fourier, che attraverso la propagazione di onde termiche nel mezzo (per analogia si può pensare alle onde sonore che si propagano in un mezzo elastico).

Si è considerato il provino 1 rappresentato in figura 2.4, che presenta degli elementi di spessore differenti. Le prove consistono nel riscaldare una porzione a spessore uniforme con un laser tramite una eccitazione impulsiva, quindi per un piccolo intervallo di tempo. Poiché l'energia trasmessa è piccola se confrontata alle dimensioni del provino, solo la porzione di materiale vicina al punto in cui agisce il laser si riscalda: questa osservazione spiega perché le simulazioni numeriche sono state condotte su un dominio cilindrico, con asse allineato a quello di azione del laser, al posto che considerare il componente per intero.

Le simulazioni sono state svolte sia su un dominio monodimensionale che bidimensionale, e i risultati ottenuti sono comparabili: si è osservato che, per le condizioni di eccitazione impulsiva che possono essere riprodotte in laboratorio (tempi di eccitazione nell'ordine dei millisecondi), e per valori di velocità di propagazione dell'onda termica  $C$  suggeriti in letteratura, la soluzione calcolata con l'equazione iperbolica è uguale a quella parabolica, quindi lo scambio termico avviene tramite un processo diffusivo.

Sono state dunque imposte velocità più basse, e si è osservato che il fenomeno di propagazione in termini di onde termiche avviene per velocità minori di  $C = 0.1 \text{ m/s}$ , e il fenomeno ondulatorio incide sempre di più continuando a ridurre il valore di  $C$ . È interessante osservare che le onde termiche propagano secondo un fronte d'onda sferico, dunque la cresta dell'onda propaga sia in direzione assiale che radiale: quest'ultimo caso potrebbe essere osservato sperimentalmente, poiché l'onda propagherebbe in direzione radiale sulla superficie esterna del mezzo.

Bisogna sottolineare che le analisi numeriche sono state condotte usando parametri di eccitazione termica che possono essere impostati anche nelle prove sperimentali: ci si è limitati quindi alla potenza massima dello strumento e a tempi di eccitazione nell'ordine di qualche millisecondo.

L'analisi fin qui condotta in questo capitolo ci porta a concludere che l'impiego delle equazioni di Maxwell-Cattaneo non sono adatte per descrivere lo scambio di calore nel mezzo in quanto, per osservare il fenomeno di risonanza termica, bisogna imporre velocità di propagazione dell'onda  $C$  minori rispetto all'intervallo di variabilità proposto ad esempio in [11]. In letteratura si suggerisce di utilizzare l'equazione 3.5 quando il componente è molto sottile, oppure quando l'eccitazione esterna agisce per un intervallo di tempo molto ristretto.

In [19] viene svolto uno studio analitico adimensionale che mostra l'effetto della lunghezza del componente. Si consideri l'equazione:

$$\epsilon_0 u_{tt} + u_t - u_{xx} = 0 \quad (3.30)$$

che è la versione adimensionalizzata dell'eq. 3.5: le variabili relative allo spazio  $x$ , al tempo  $t$  e alla temperatura  $T$  sono adimensionalizzate come segue:  $x = x'/L$ ,  $t = t'/(L^2/\alpha)$ ,  $u = (T - T_{amb})/T_{amb}$ .

L'equazione iperbolica adimensionalizzata ottenuta dipende solamente dal parametro  $\epsilon_0 = \alpha\tau_0/L^2$ : il suo valore è importante perché determina il tipo di soluzione dell'equazione. Quando  $\epsilon_0 \ll 1$  è possibile trascurare il termine  $u_{tt}$ : dunque l'equazione 3.30 diventa parabolica, ricadendo nel caso dell'equazione del calore.

Si calcola di seguito il valore del parametro  $\epsilon_0$  per il caso di studio analizzato. È noto che  $\alpha = 20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ; supponendo che  $C = 2 \cdot 10^2 \text{ m/s}$ , segue che  $\tau_0 = \alpha/C^2 = 4 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ .

Nel caso del provino 1, gli spessori sono nell'ordine di  $L = 1 - 10 \text{ mm} = 1 \cdot 10^{-3} - 10^{-2} \text{ m}$ : è possibile valutare il valore del parametro adimensionale:  $\epsilon_0 = 4 \cdot 10^{-10} - 10^{-8}$ .

Dunque  $\epsilon_0$  è trascurabile, l'equazione è ricondotta a quella del calore. Anche nel caso di altri materiali metallici si ricade nella stessa situazione.

Nel caso di film sottili che hanno spessori nell'ordine dei micron, se  $L \approx 10^{-7} \text{ m}$ ,  $\epsilon_0 \approx 1$ , risulta invece necessario impiegare l'equazione iperbolica di trasmissione del calore.

In [20] viene suggerito l'impiego dell'equazione iperbolica di trasmissione del calore quando si utilizzano laser ad alta velocità, che producono un'eccitazione termica su un periodo molto piccolo, nell'ordine delle micro-scale.

Di conseguenza, il sistema di eccitazione ed acquisizione ad oggi a disposizione non ci permettono di osservare ed analizzare il fenomeno ondulatorio, ma l'analisi fin qui condotta può essere utile per studi futuri.

# Capitolo 4

## Analisi dei difetti

In questo capitolo sono descritte le prove numeriche e sperimentali realizzate per caratterizzare difetti noti presenti all'interno di un materiale.

Viene prima trattato il tema della caratterizzazione di materiali differenti, per descrivere la risposta in frequenza in termini di ampiezza e fase al variare dei parametri di eccitazione.

Successivamente, si analizza un componente con difetti artificiali, di cui sono note le dimensioni e la posizione. Si valuta se è possibile risolvere il problema cosiddetto inverso: calcolare la posizione del difetto a partire dalla risposta termica del componente ad una eccitazione termica esterna.

### 4.1 Caratterizzazione del materiale

Si svolgono delle simulazioni numeriche per determinare qual è la risposta del materiale senza difetti al variare dell'eccitazione del laser. Come detto precedentemente, è possibile modificare il tempo di azione del laser  $t_{imp}$  e la sua potenza percentuale  $p_{erc}$ . Si ricorda che la potenza massima disponibile è pari a  $P_{max} = 50 W$ . Modificando questi parametri viene modificata anche l'energia trasferita al materiale  $E = t_{imp} p_{erc} P_{max}$ .

Dopo aver valutato come si modifica la risposta al variare dell'eccitazione, ed averla correlata ai parametri del laser, si stima cosa cambia modificando anche i parametri del materiale (cioè la diffusività termica  $\alpha$ ).

#### 4.1.1 Modello numerico di diffusione termica

Si è realizzato un modello numerico in Comsol.

Per quanto riguarda la fisica del problema, è stata impiegata l'equazione del calore 1.5, che prevede uno scambio termico di tipo diffusivo all'interno del mezzo.

Come geometria, si considera un componente cilindrico assialsimmetrico (in figura,

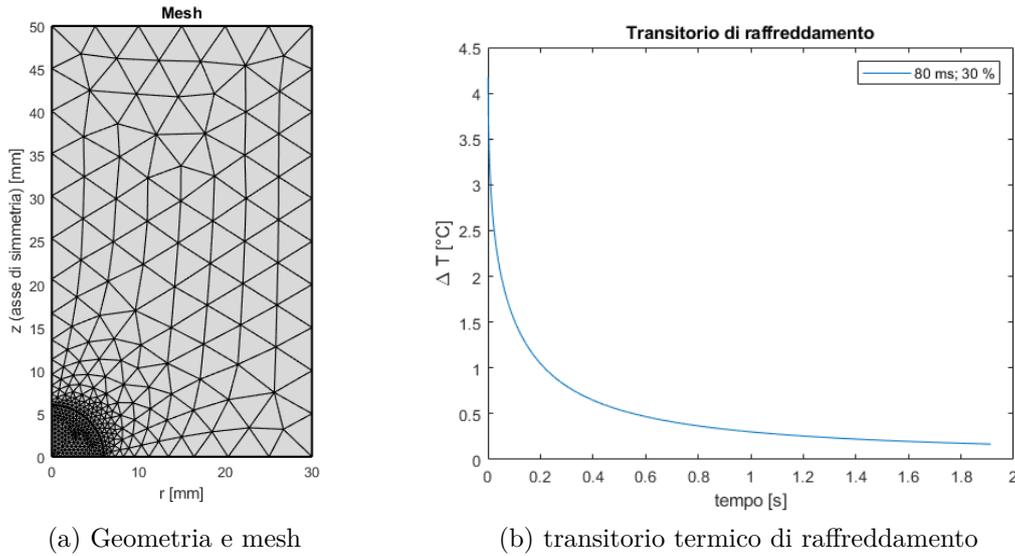


Figura 4.1

l'asse di simmetria è verticale:  $r = 0$ ), di lunghezza e dimensione radiale sufficienti da poterlo considerare un corpo semi-infinito. Questa condizione è stata valutata al termine delle prove, verificando che la zona del materiale soggetta a gradienti termici fosse piccola rispetto al dominio di interesse. Si decide di considerare un corpo semi-infinito in modo da poter confrontare i risultati ottenuti con le soluzioni analitiche.

Le condizioni al bordo sono adiabatiche su tutte le superfici, a meno di quella inferiore (vedere figura 4.1a) dove viene applicato il laser (con distribuzione gaussiana).

#### 4.1.2 Procedura di calcolo

Della soluzione calcolata su tutto il dominio, si considera il transitorio termico di raffreddamento nel punto centrale di applicazione del flusso, di coordinate  $(z, r) = (0, 0)$ . Esso è il punto caratterizzato dal maggior contrasto termico, quindi più utile per caratterizzare il comportamento globale del sistema.

Viene considerato solamente l'incremento di temperatura rispetto a quella ambiente imposta  $\Delta T = T - T_{amb}$ .

Dalla funzione nel dominio del tempo  $\Delta T(t)$ , si calcola la trasformata di Fourier del solo transitorio di raffreddamento (come quello in figura 4.1b): gli andamenti della trasformata sono qualitativamente rappresentati in figura 4.2.

Il diagramma dell'ampiezza ( $|T(f)|$ : valore assoluto di  $T(f)$ ) viene rappresentato in un grafico doppio logaritmico al fine di confrontare l'andamento calcolato numericamente con quello analitico, ovvero con l'equazione 1.16. Come da attese,

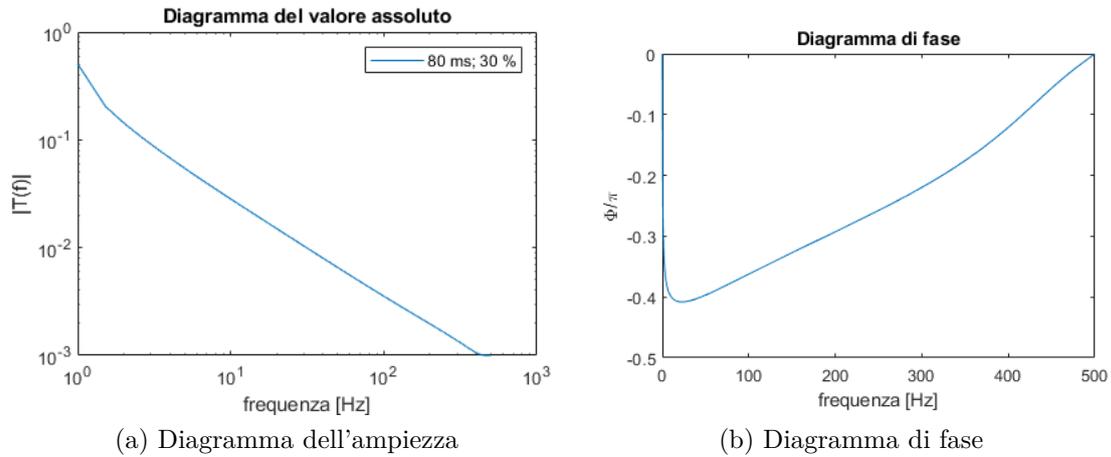


Figura 4.2: Trasformata di Fourier del segnale in figura 4.1b

l'andamento è lineare.

Il diagramma della fase è invece raffigurato su scale lineari, e si osserva lo stesso andamento presente in letteratura (ad esempio quello della figura 1.10).

### 4.1.3 Prove realizzate

Prova	Tempo $t_{imp}$ [ms]	Potenza $p_{perc}$ [%]	Energia $E$ [J]
1	5	80	0.2
2	7	60	0.21
3	10	40	0.2
4	15	20	0.15
5	20	40	0.4
6	25	20	0.25
7	30	5	0.075
8	50	30	0.75
9	60	5	0.15
10	80	30	1.2

Tabella 4.1: Parametri del laser nelle prove per la caratterizzazione del materiale

Vengono svolte diverse prove al variare dei parametri del laser:  $t_{imp}$  e  $p_{perc}$ : i parametri imposti sono riportati in tabella 4.1. Il calcolo è inizialmente svolto utilizzando le caratteristiche di diffusività dell'acciaio.

I risultati delle prove sono riportati in figura 4.3. Da questi dati è possibile trovare delle correlazioni, che verranno descritte nei paragrafi che seguono. Prima

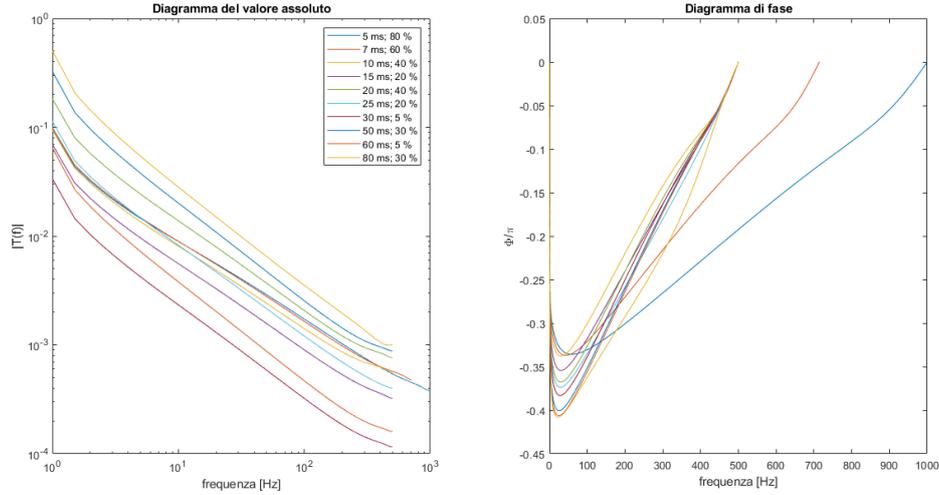


Figura 4.3: Risultati nel dominio in frequenza delle prove in tabella 4.1

però, si osserva il diagramma della fase. Due prove sono definite su intervalli di frequenza più ampi, ovvero la prova 1 e 2: ciò avviene poiché, per queste due prove, molto impulsive, è stato necessario imporre un passo temporale più breve per ottenere una soluzione numerica affidabile. La fase di riscaldamento deve essere discretizzata con almeno 10 passi temporali: per tutte le prove è stato imposto un passo di 1 ms, mentre per le prime due un intervallo più corto. Di conseguenza, cambia la frequenza massima considerata, poiché essa è pari a  $f_{max} = f_s/2 = 1/(2\Delta t)$ .

#### 4.1.4 Analisi dell'ampiezza

Si considera il diagramma dell'ampiezza: esso è rappresentato da una linea nel diagramma doppio logaritmico, può quindi essere caratterizzato in funzione del suo termine noto  $A$  e la sua pendenza  $B$ . Si può dunque modellare il grafico secondo l'equazione:

$$\log|T(f)| = A - B \log(f) \quad (4.1)$$

Si correlano le due incognite  $A$  e  $B$  prima con i parametri del laser, in seguito con le caratteristiche del materiale.

#### Termine noto

Si fa riferimento prima al termine noto  $A$ .

Si correla il valore massimo del diagramma del valore assoluto in figura 4.3 con l'energia introdotta nel sistema. Il termine massimo è quello valutato per  $f = 0$ : esso rappresenta il valore medio del segnale nel dominio del tempo, che

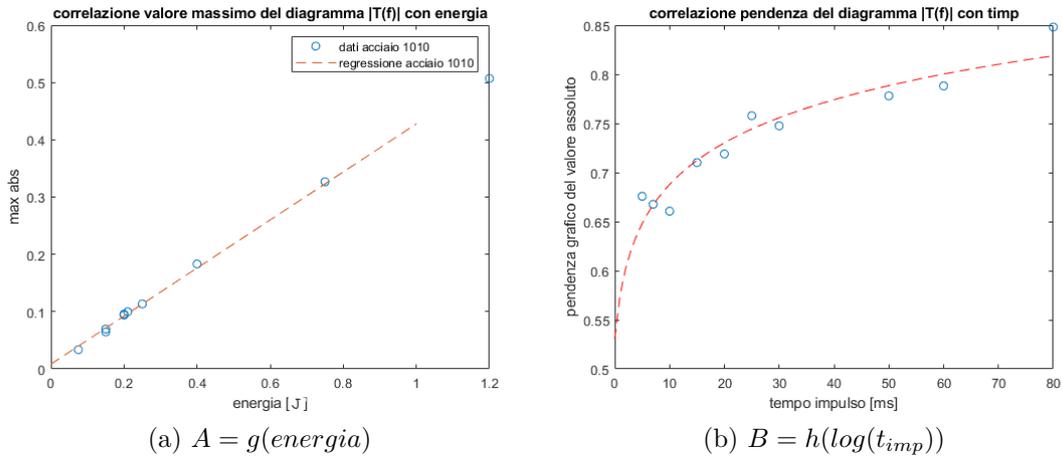


Figura 4.4: Correlazione tra il diagramma  $|T(f)|$  e i parametri del laser

fornisce informazioni sul riscaldamento del componente, che a sua volta dipende dall'energia.

In figura 4.4a si osserva che è possibile correlare le due grandezze in modo lineare: il riscaldamento medio del componente è proporzionale all'energia che gli viene fornita. Questo risultato numerico è spiegabile considerando il primo principio della termodinamica, che stabilisce che, per un sistema isolato che non scambia lavoro con l'esterno, l'energia termica  $Q$  e l'incremento di temperatura  $\Delta T$  sono lineari:  $Q = C\Delta T$ , dove  $C$  è la capacità termica.

Quindi, il termine noto è una funzione dell'energia:

$$A = g(\text{energia}) \tag{4.2}$$

In figura 4.5 sono mostrati i diagrammi del valore assoluto  $|T(f)|$  delle varie prove svolte, adimensionalizzati secondo il loro valore massimo (cioè  $A$ ). Si ottiene un fascio di rette con pendenza diversa.

### Pendenza

Si considera ora la pendenza  $B$ .

Si osserva dalla figura 4.5 che la pendenza delle linee rappresentate aumenta con il tempo di azione dell'impulso. È infatti possibile correlare le due grandezze, come raffigurato in figura 4.4b e indicato dall'equazione:

$$B = h(\log(t_{imp})) \tag{4.3}$$

La pendenza cresce secondo una relazione logaritmica con il tempo dell'impulso  $t_{imp}$ . Dal punto di vista fisico, si ipotizza che questo andamento sia da legare alla

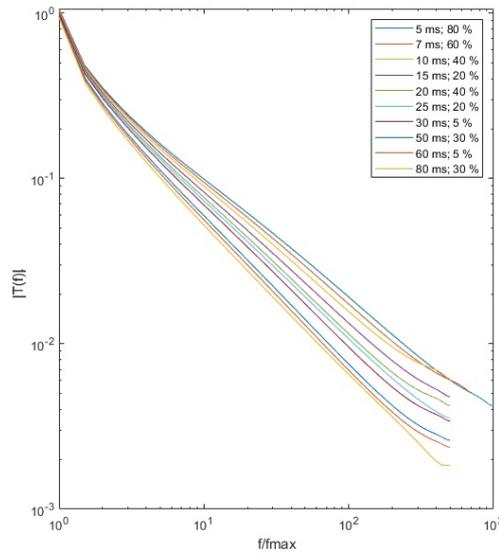


Figura 4.5: Diagramma dell'ampiezza adimensionalizzato rispetto al termine noto  $A$

direzione prevalente di trasmissione del calore. Quando l'impulso è ideale, cioè  $t_{imp} = 0$ , la direzione principale di trasmissione del calore è quella assiale, quindi si ha un scambio monodirezionale: questo perché la pendenza è pari a  $-1/2$ , uguale al valore che si ottiene nel caso analitico, dell'equazione 1.16. Aumentando il tempo di azione del laser, aumenta il contributo dello scambio termico lungo la direzione radiale, e ciò modifica l'andamento della grandezza di interesse.

#### 4.1.5 Analisi della fase

Si fanno considerazioni simili sul diagramma della fase.

I diagrammi vengono normalizzati rispetto alla frequenza massima considerata, poiché essa varia per alcune prove (la prima e la seconda). Viene poi valutato come varia il picco (negativo)  $C$  con il tempo di azione dell'impulso. Si riporta la correlazione in figura 4.6a. Anche in questa situazione, si osserva che il valore massimo  $C$  ha un andamento logaritmico con il tempo dell'impulso:

$$C = f(\log(t_{imp})) \quad (4.4)$$

In figura 4.6b si riporta il diagramma normalizzato secondo la frequenza e il valore del picco  $C$ . Si osserva che la forma del diagramma è grossomodo la stessa per tutte le prove, a meno della dispersione dei dati attorno alla regressione logaritmica calcolata. Anche la frequenza alla quale si osserva il picco è la stessa per tutte le prove.

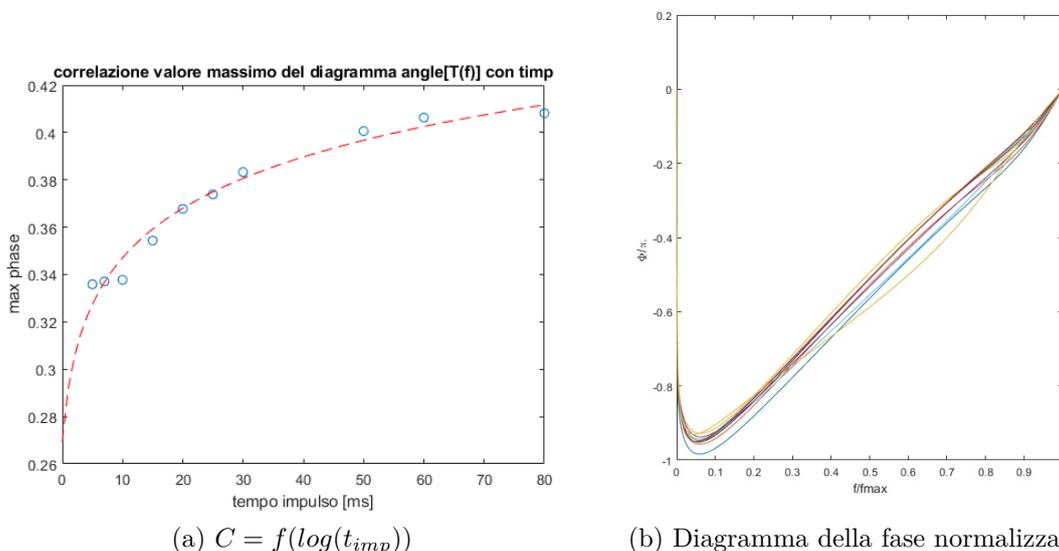


Figura 4.6: Correlazione tra il diagramma della fase  $\angle T(f)$  e i parametri del laser

#### 4.1.6 Caso limite: confronto con i risultati analitici della delta di Dirac

Calcolando la trasformata di Fourier della soluzione analitica dell'equazione del calore, per un mezzo semi-infinito e eccitato da una delta di Dirac, si ottiene l'equazione 1.16. È possibile confrontare i dati prima ottenuti con il caso limite, analitico, dell'impulso ideale, ottenuto per  $t_{imp} = 0$ .

Osservando il diagramma 4.4a si osserva che per  $t_{imp} = 0$  il termine noto è nullo:  $A = 0$ . Ciò è coerente poiché, dal punto di vista del modello numerico, non viene trasferita energia al materiale, che quindi non si riscalda.

Dal diagramma 4.4b si deduce invece che la pendenza stimata per  $t_{imp} = 0$  è pari a  $-1/2$ , lo stesso dato ottenuto dal calcolo della trasformata di Fourier della soluzione analitica.

Risultati analoghi si ottengono osservando il diagramma 4.6a, che rappresenta il valore del picco  $C$  del diagramma di fase. Per  $t_{imp} = 0$  si legge il valore della fase  $\pi/4$ , che coincide con il calcolo analitico.

#### 4.1.7 Analisi di sensitività: materiale

Fin ora le prove erano state svolte per un solo materiale. Si svolgono nuovamente gli stessi calcoli per materiali differenti, in particolare quelli in tabella 4.2. I materiali scelti conducono il calore in modo diverso: quello che diffonde meglio il calore è l'alluminio, mentre quello che lo diffonde peggio è l'Inconel; basta osservare la

		Alluminio	Acciaio	Inconel	Unità di misura
Densità	$\rho$	2700	8000	8420	$[kg/m^3]$
Calore specifico	$c_p$	150	80	9.9	$[J/kgK]$
Conducibilità termica	$\lambda$	900	500	420	$[W/mK]$
Diffusività termica	$\alpha = \lambda/\rho c_p$	$62 \cdot 10^{-6}$	$20 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-6}$	$[m^2/s]$

Tabella 4.2: Proprietà dei materiali scelti per le analisi di caratterizzazione di componenti integri

diffusività termica  $\alpha$ .

Le correlazioni sono riportate in figura 4.7.

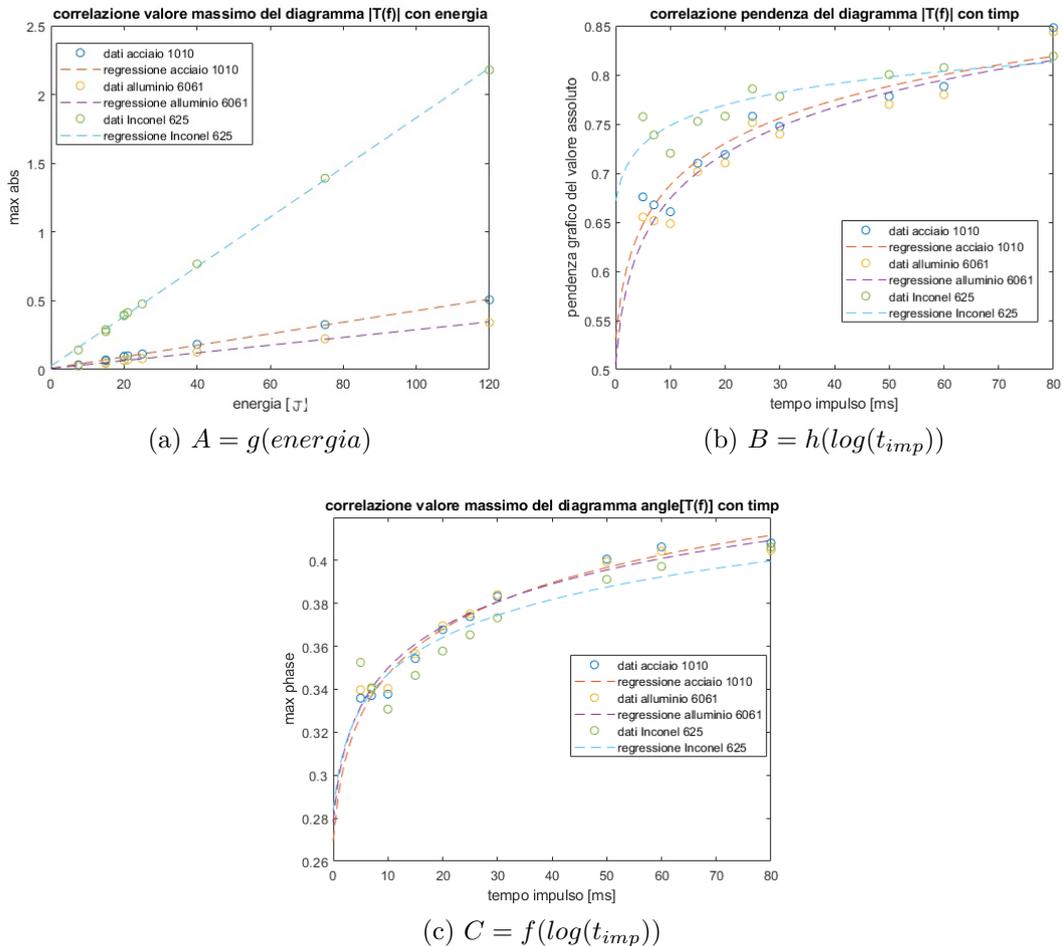


Figura 4.7: Trasformata di Fourier per un mezzo senza difetti: analisi di sensitività al variare delle proprietà del materiale

Si considera il grafico in figura 4.7a. I materiali che sono peggior conduttori diffondono meno il calore, quindi si scaldano maggiormente, a parità di altre condizioni: questa caratteristica è ben descritta in figura, infatti la linea di regressione relativa ai dati dell’Inconel cresce più velocemente, mentre quella di acciaio e alluminio, che nel confronto hanno un comportamento analogo, ha una pendenza minore.

Si osserva ora la figura 4.7b. Anche la pendenza del diagramma del valore assoluto cambia con il materiale: se si considera lo stesso tempo dell’impulso, la pendenza risulta essere minore per i materiali miglior conduttori.

Si considera ora l’ultimo diagramma, in figura 4.7c. Si osserva un andamento analogo per tutti i materiali, poiché le curve di regressione tendono a sovrapporsi. Ciò può essere spiegato in questo modo: il diagramma di fase fornisce informazioni sulla forma del transitorio termico nel dominio del tempo. Poiché la forma non cambia per un generico materiale, si ottiene che anche il valore massimo del diagramma di fase non cambia. Si può quindi affermare che questa grandezza non risente (o ne risente in piccola misura) del materiale di cui il componente è realizzato.

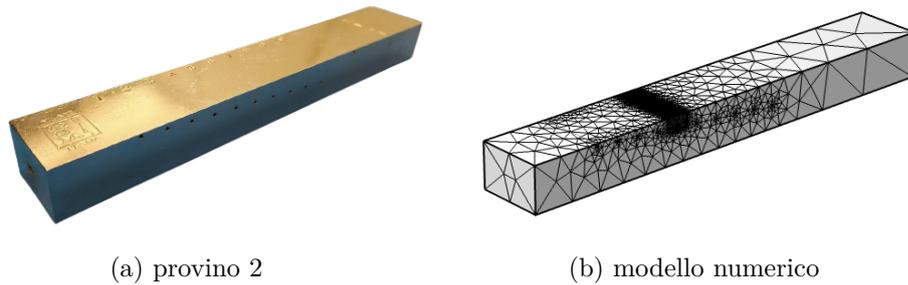


Figura 4.8: componente con i difetti

## 4.2 Analisi di un componente con difetti

In questa sezione viene valutata l'applicabilità della tecnica "*Pulsed Phase Thermography*" per la ricerca di difetti interni al materiale.

Vengono svolte delle prove sperimentali sul provino 2, disegnato in figura 2.5 e raffigurato in figura 4.8. I risultati sono confrontati con le simulazioni svolte su un modello agli elementi finiti.

Si sono prima correlate le simulazioni numeriche con le prove sperimentali. Successivamente si è svolta una indagine numerica per la valutazione dei parametri di eccitazione del laser che meglio permettono di analizzare la presenza di difetti nel sottopelle. Viene infine descritta la procedura utilizzata per ricercare i difetti e presentate delle considerazioni sull'applicabilità della tecnica.

### 4.2.1 Modello numerico

Si descrive il modello numerico del provino 2, rappresentato in figura 4.8b.

Si osserva che la dimensione della mesh non è costante: la discretizzazione è fitta solo nella zona dove viene applicato il laser, al fine di velocizzare la simulazione ma garantire risultati affidabili. La mesh ha una dimensione minima di  $0.5\text{ mm}$ , minore della dimensione del foro. La mesh è molto fitta poiché è necessario valutare lo spettro in frequenza della risposta del componente, che è il risultato della sovrapposizione di onde termiche di lunghezza d'onda decrescenti (frequenza crescente): esse si riflettono sul difetto e ritornano in superficie. Bisogna quindi avere una mesh omogenea fino al difetto, di dimensione tale da poter campionare la forma dell'onda che ha la lunghezza d'onda più piccola.

In figura è rappresentata la mesh realizzata per la simulazione in cui viene indagato il difetto alla profondità di  $5\text{ mm}$ .

Nel modello vengono applicate condizioni al bordo relative allo scambio termico con l'ambiente e all'azione del laser. Tuttavia, dato che il fenomeno è impulsivo

e la conducibilità termica elevata, l'effetto dello scambio termico convettivo con l'ambiente è secondario.

## 4.2.2 Correlazione sperimentale

Bisogna correlare il modello numerico con i dati sperimentali. Le prove di laboratorio svolte con questo fine sono elencate in tabella 4.3.

Sono state svolte prove con due set-up:

- $t_{imp} = 1000 \text{ ms}$ ;  $p_{erc} = 100\%$
- $t_{imp} = 500 \text{ ms}$ ;  $p_{erc} = 100\%$

L'ampiezza temporale dell'impulso, quindi, è piuttosto ampia, e la potenza impiegata è massima. Infatti, è necessario riscaldare il componente e creare un elevato contrasto termico, e l'impiego di un provino di acciaio ha reso indispensabile aumentare l'energia depositata sul componente, a causa dei bassi valori di emissività: ne è stato misurato un valore di  $\epsilon = 0.65$ , con la procedura descritta nel capitolo 1. I parametri in tabella sono stati scelti dopo diverse prove al fine di ottenere un riscaldamento sufficientemente alto del provino. Alcune prove svolte sono rappresentate in figura 4.9.

La correlazione del modello viene effettuata al fine di ottenere gli stessi risultati delle prove sperimentali, quindi al fine di sovrapporre i transitori temporali termici di riscaldamento-raffreddamento. La correlazione consiste nel tarare:

- l'emissività del materiale: bisogna imporre che la potenza fornita  $P$  sia una frazione di quella che il laser rende disponibile  $P_l$ :  $P = \epsilon P_l = \epsilon p_{erc} P_{max} = 32.5 \text{ W}$ , dove  $\epsilon$  viene stimata sperimentalmente;
- i parametri del materiale: serve per sovrapporre le curve nel transitorio. Aumentando la diffusività termica del materiale esso si scalda meno facilmente;

Prova	Foro	Tempo $t_{imp}$ [ms]	Potenza $p_{erc}$ [%]
1	1	1000	100
2	3	1000	100
3	5	1000	100
4	sound	1000	100
5	1	500	100
6	3	500	100
7	5	500	100
8	sound	500	100

Tabella 4.3: Prove svolte per la correlazione

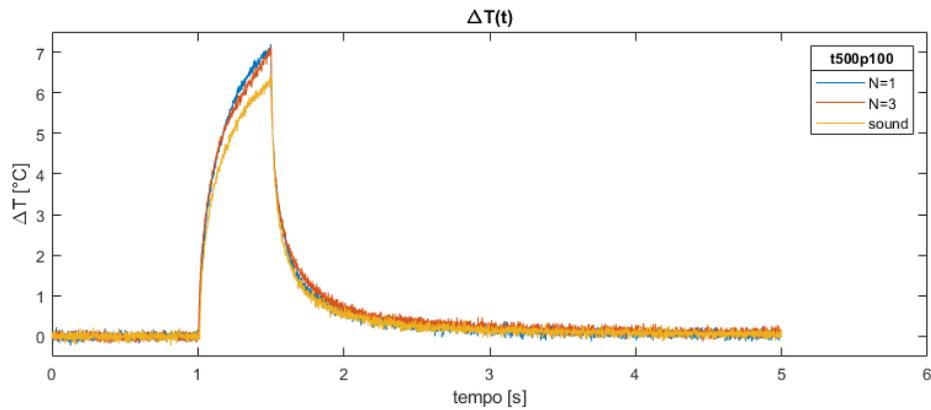


Figura 4.9: Prove 5,6,8 della tabella 4.3

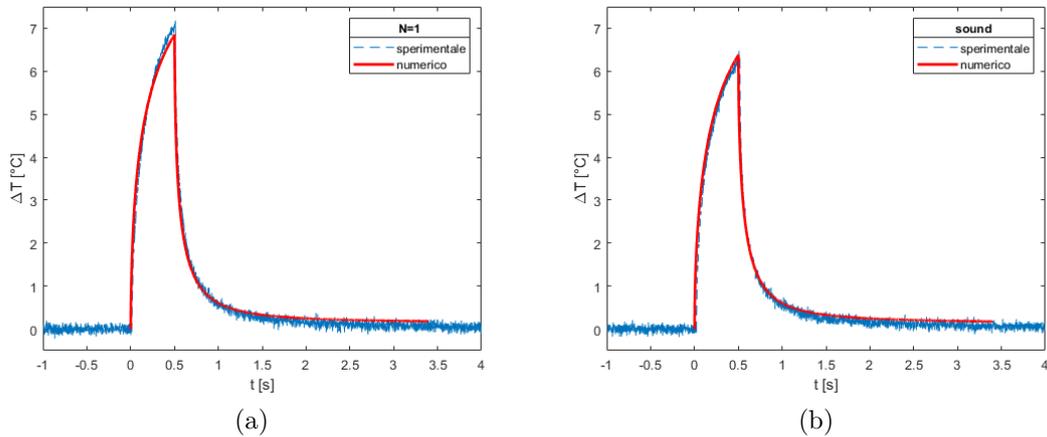


Figura 4.10: Confronto di alcune prove sperimentali e numeriche ( $t_{imp} = 500 \text{ ms}$ ,  $p_{erc} = 100\%$ , difetto 1 e zona *sound*)

- il raggio del laser: riducendo il raggio del laser aumenta il picco di temperatura raggiunto durante la prova.

Si riporta in figura 4.10 il risultato della correlazione con le prove sperimentali: si osserva un buon match fra i dati sperimentali e numerici.

Le prove sperimentali vengono acquisite alla frequenza di campionamento massima possibile ( $f_s = 735 \text{ Hz}$ ) e vengono considerati i primi 3 s del transitorio di raffreddamento del componente: ciò è tenuto in considerazione per tutte le prove poiché, quando viene analizzato lo spettro in frequenza, l'algoritmo *FFT* produce dei risultati differenti se cambia la frequenza di campionamento o il tempo del transitorio termico considerato.

## Rimozione del rumore

Poiché i dati sperimentali presentano del rumore, particolarmente elevato ad alta frequenza, è possibile ridurlo utilizzando un filtro digitale, che calcola la media mobile tramite una finestra gaussiana, di ampiezza scelta opportunamente. Un esempio grafico è riportato in figura 4.11, nel quale viene rimosso parte del rumore dal transitorio di raffreddamento di una prova.

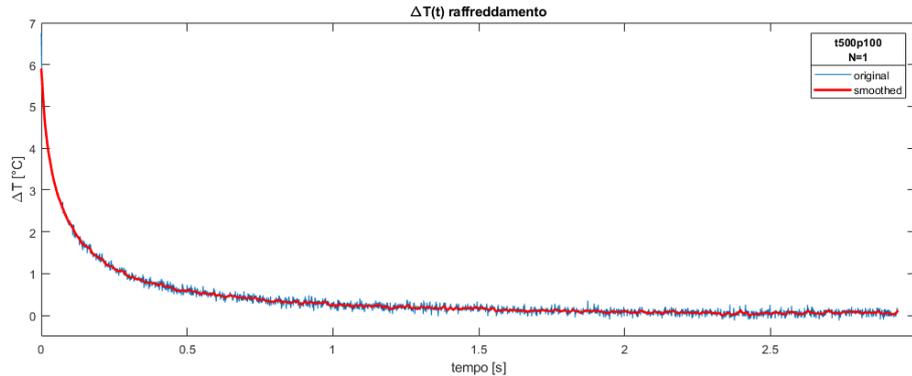


Figura 4.11: Rimozione del rumore con il metodo della media mobile e impiegando una finestra gaussiana

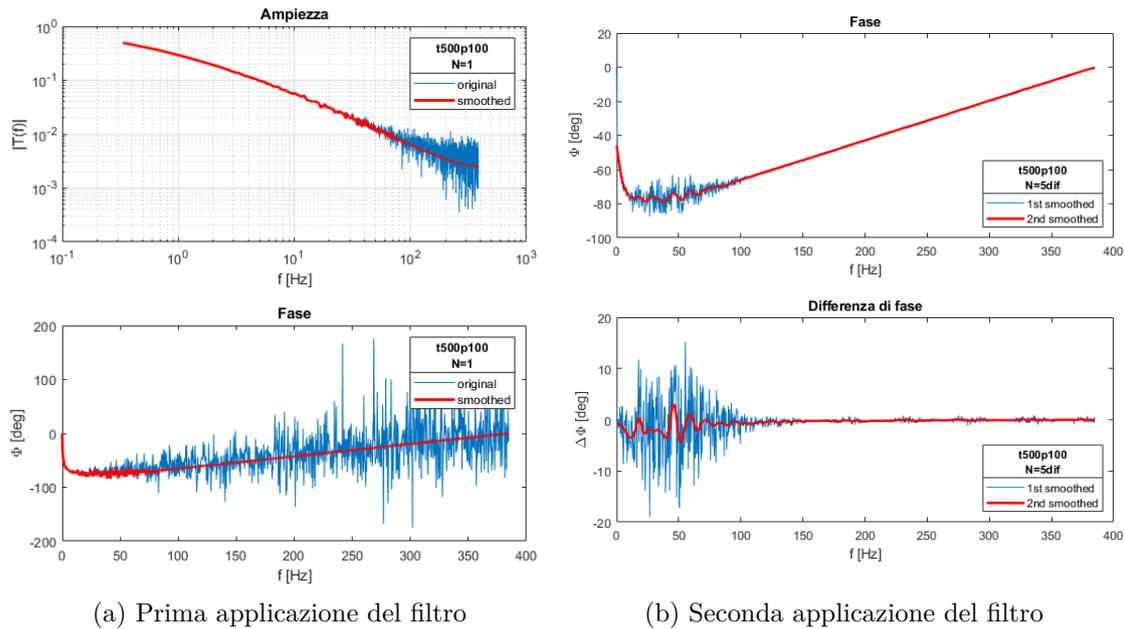
Poiché è necessario valutare la risposta in frequenza del materiale, si deve calcolare la trasformata di Fourier del segnale termico acquisito, in particolare della sola parte di raffreddamento.

In figura 4.12a è riportata la trasformata, in termini di ampiezza e fase, del segnale acquisito sperimentalmente sia con rumore che filtrato come descritto in precedenza. Si osserva che il diagramma dell'ampiezza risulta filtrato sufficientemente bene: si osserva l'andamento lineare su scala doppio logaritmica descritto nel capitolo 1. Il diagramma della fase è ancora affetto da rumore, in particolare nel range delle basse frequenze  $0 - 100 \text{ Hz}$ . Ciò non è accettabile poiché, come verrà descritto nel seguito, questo intervallo è di particolare importanza per la caratterizzazione del difetto.

Per contenere il problema, si prosegue applicando nuovamente il metodo della media mobile. Il risultato è riportato in figura 4.12b: nell'immagine in alto è mostrata la rimozione del rumore residuo dal diagramma della fase; in quella in basso è invece valutato il contrasto di fase rispetto alla zona *sound*.

## Risultati sperimentali

Avendo descritto la procedura impiegata per rimuovere il rumore dalle prove sperimentali, è possibile rappresentare gli andamenti così ottenuti. In figura 4.13 sono



(a) Prima applicazione del filtro

(b) Seconda applicazione del filtro

Figura 4.12: Trasformata di Fourier: confronto del segnale sperimentale con rumore e filtrato

riportati i transitori termici temporali di raffreddamento (in alto a destra), la trasformata di Fourier in termini di ampiezza e fase (a sinistra) e il contrasto di fase (in basso a destra). Le prove riportate sono le 1,2,4 della tabella 4.3.

Le informazioni che permettono di caratterizzare i difetti sono già presenti nel diagramma del transitorio termico di raffreddamento (in alto a destra): ad esempio, è evidente che la curva del difetto  $N = 3$  si discosta da quella della zona non difettata (*sound*) perché presenta un piccolo *plateau* intorno a  $t = 0.5$  s, dovuto al fatto che la diffusione di calore nel materiale è rallentata dalla presenza del difetto, ed il flusso termico deve cambiare direzione per attraversarlo.

La tecnica di termografia pulsata (*PPT*) estrae le informazioni dall'analisi dello spettro in frequenza: si analizza quindi l'ampiezza e la fase.

Dal diagramma dell'ampiezza (in alto a sinistra) non si osservano significative differenze; diverso è invece il caso del diagramma di fase (in basso a sinistra), nel quale gli andamenti appaiono differenti alle basse frequenze.

È possibile mettere in evidenza quanto detto dall'analisi del contrasto di fase (in basso a destra), che è non nullo alle basse frequenze: ciò è un indizio della presenza di un difetto nel sottopelle. Tuttavia, non si osservano significative differenze fra la funzione calcolata per difetti differenti: ciò suggerisce che bisogna ottimizzare i parametri di eccitazione al fine di amplificare il contrasto di fase, per mettere maggiormente in evidenza i difetti sub-superficiali.

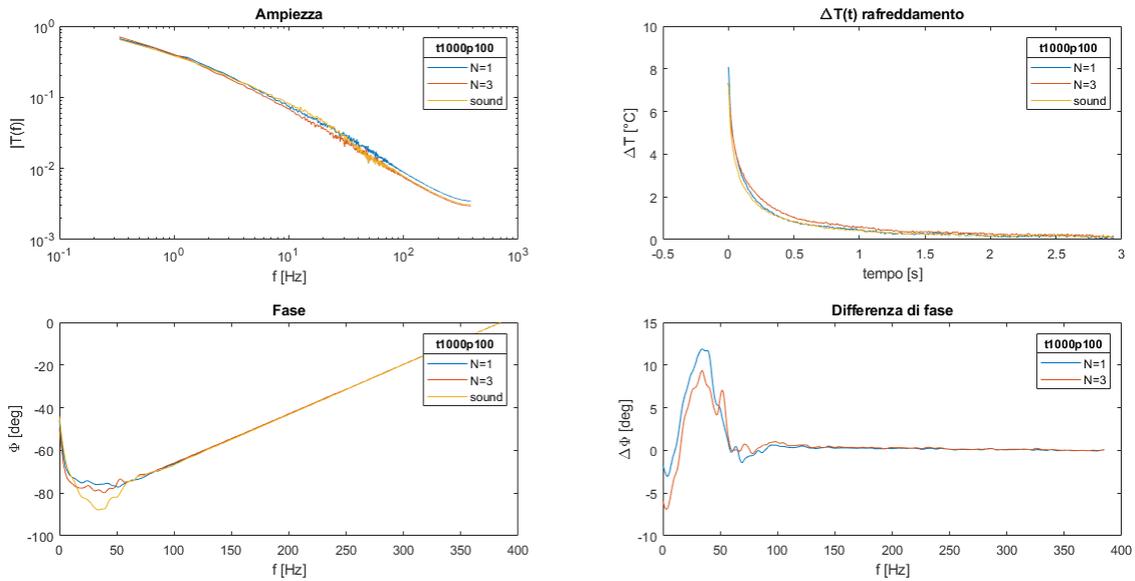


Figura 4.13: Trasformata di Fourier: dati filtrati con il metodo della media mobile, ponderata da una finestra gaussiana. I diagrammi della fase sono filtrati due volte

### 4.2.3 Ottimizzazione dei parametri di eccitazione

Al fine di scegliere i parametri di eccitazione del laser ottimali per le indagini termografiche, si decide di svolgere delle analisi numeriche sul modello agli elementi finiti correlato con le prove sperimentali prima descritte. In questo modo è possibile velocizzare l'indagine evitando una più lunga campagna sperimentale, ed avendo inoltre la possibilità di lavorare con dati non affetti dal rumore delle prove di laboratorio.

#### Effetto dell'eccitazione termica impulsiva del laser

Si osservi la figura 4.14: essa riporta la forma dell'onda di eccitazione del laser e il relativo spettro in frequenza, in termini di ampiezza. Sono rappresentate quattro eccitazioni termiche di ampiezze temporali differenti, allo stesso livello energetico. L'eccitazione termica corrispondente al tempo  $t_{imp} = 500 \text{ ms}$  è quella impiegata nelle prove sperimentali precedenti, utilizzare per la correlazione sperimentale. Si osserva che essa eccita una quantità minore di frequenze rispetto ai casi caratterizzati da una ampiezza dell'impulso  $t_{imp}$  minore. Si può infatti dimostrare che l'ampiezza del primo lobo nel dominio della frequenza è pari a  $\Delta f = 1/t_{imp}$ . L'energia trasferita al componente si legge per  $f = 0 \text{ Hz}$ , ed è pari al valore medio dell'onda nel dominio temporale. In figura sono rappresentate eccitazioni termiche che trasferiscono la stessa quantità di energia al componente.

Dunque riassumendo, gli impulsi di ampiezza minore ( $t_{imp} \searrow$ ) hanno un contributo in frequenza maggiore su un intervallo più ampio ( $\Delta f \nearrow$ ): ciò permette di

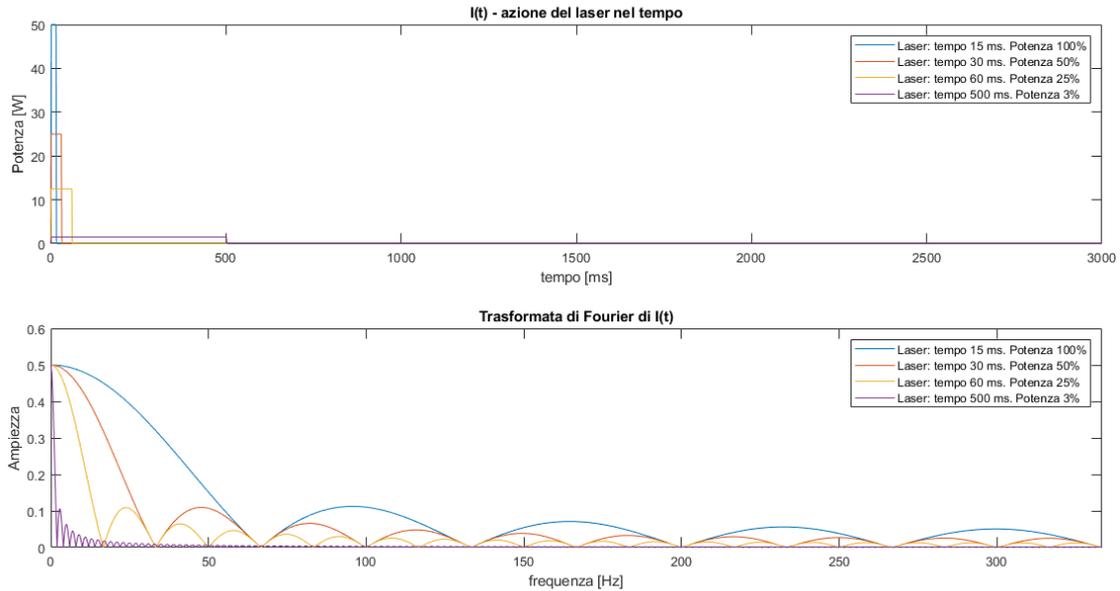


Figura 4.14: Eccitazione termica dovuta al laser nel dominio del tempo e della frequenza

eccitare una quantità di modi maggiori. Tuttavia a parità di energia, essa viene suddivisa sull'intervallo  $\Delta f$  più ampio.

### Prova esplorativa

Come descritto precedentemente, si vuole verificare che la riduzione dell'ampiezza dell'impulso ( $t_{imp}$ ) possa eccitare un numero più ampio di frequenze proprie del materiale, le quali potranno essere osservate dunque più facilmente dall'analisi dello spettro in frequenza e del contrasto di fase.

Si svolgono inizialmente delle prove con una ampiezza dell'impulso più stretta possibile. Si consideri la figura 4.15: è riportato l'andamento di una prova sperimentale ( $t_{imp} = 500 \text{ ms}$ ;  $p_{erc} = 100\%$ ) e di una numerica valutata per un tempo di eccitazione sensibilmente più stretto ( $t_{imp} = 15 \text{ ms}$ ;  $p_{erc} = 100\%$ ). Si scelgono questi parametri di eccitazione perché, osservando il transitorio di riscaldamento della prova sperimentale, si riesce ad ottenere un incremento di temperatura sufficientemente alto ( $\Delta T = 1.5 - 2^\circ C$ ). La figura mostra che i diagrammi si sovrappongono con un errore piccolo, quindi il modello precedentemente correlato rispecchia il fenomeno fisico.

Si ricavano quindi i transitori termici di raffreddamento nelle zone con i difetti  $N = 1,2,3$  e la zona *sound*, per i parametri di eccitazione scelti. Si calcola dunque la trasformata di Fourier e il contrasto di fase, l'ultimo dei quali

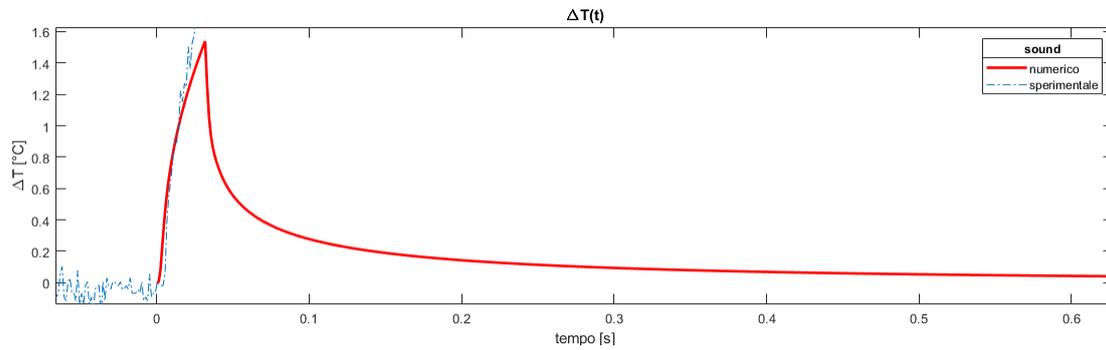


Figura 4.15: Prova numerica esplorativa per l'ottimizzazione dei parametri di eccitazione

è rappresentato in figura 4.16: è riportato sia l'andamento del contrasto su scale lineari (in alto), che il suo valore assoluto su scala logaritmica (in basso), in modo da mettere in evidenza la funzione nel campo delle basse frequenze ( $f < 10 \text{ Hz}$ ). In figura sono inoltre evidenziati i massimi e minimi locali della funzione: si osserva che ciascun andamento ha fino a 3 massimi/minimi locali.

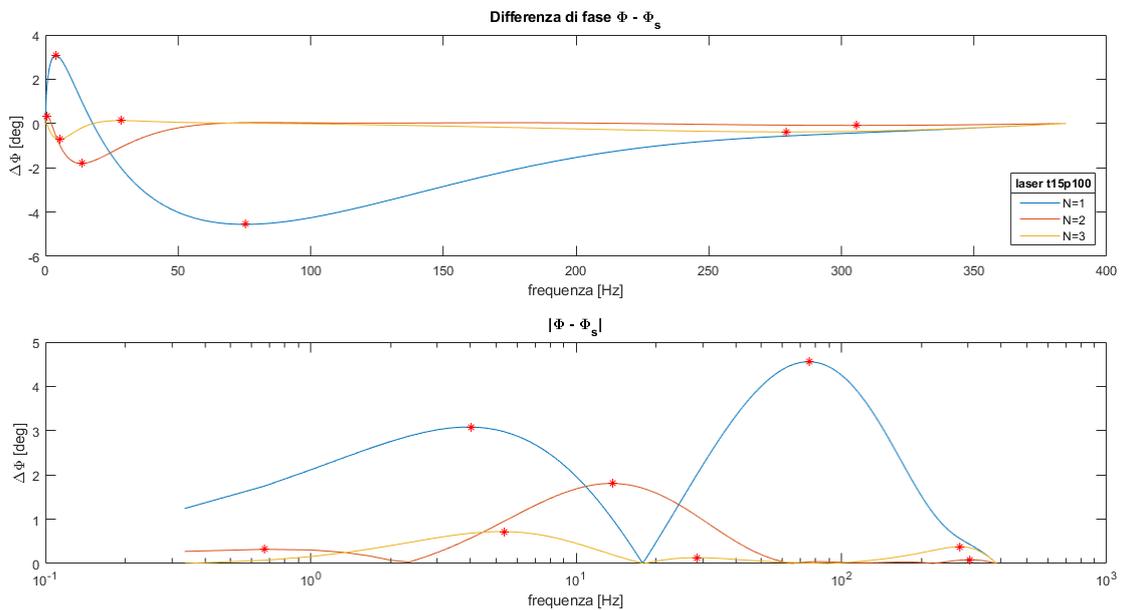


Figura 4.16: Contrasto di fase calcolato per i difetti  $N = 1,2,3$  per le condizioni di eccitazione  $t_{imp} = 15 \text{ ms}$ ;  $p_{erc} = 100\%$

### Ricerca del difetto

Come descritto nel capitolo 1, la tecnica della termografia pulsata (*PPT*) prevede che si scelga una frequenza caratteristica  $f_b$  estratta dalla funzione del contrasto di fase, e la si correli con una caratteristica del difetto, in particolare la sua profondità. Si è deciso di considerare la frequenza associata al valore di picco (o valle) del contrasto di fase. La scelta si basa sulla seguente ipotesi: alla frequenza tale per cui la differenza di fase è massima, il difetto appare più nitido e distinguibile rispetto alla zona *sound*, non difettata.

In figura 4.17 è riportata la correlazione ottenuta fra la profondità del difetto e la frequenza scelta  $f_b$  (a sinistra) e la lunghezza di diffusione  $\lambda = \sqrt{\alpha/\pi f_b}$  (a destra). I difetti più profondi sono caratterizzabili dalle onde termiche a frequenza più bassa, che sono associate a lunghezze di diffusione più alte: queste onde penetrano quindi più in profondità nel materiale. Viceversa, le onde termiche che rimangono più vicine alla superficie sono quelle che hanno una lunghezza di diffusione minore, quindi una frequenza maggiore, che risulta adatta per la caratterizzazione di difetti superficiali.

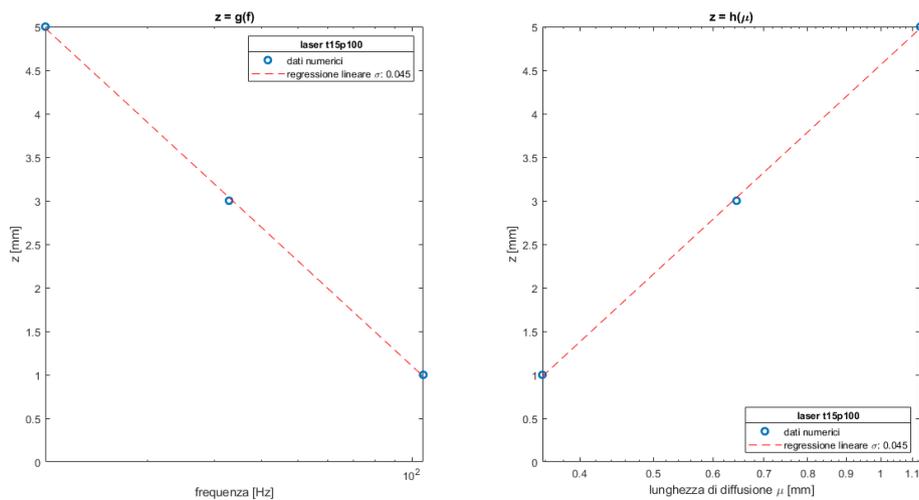


Figura 4.17: Correlazione fra frequenza caratteristica  $f_b$  e profondità  $z$  del difetto

### Analisi di sensitività: ampiezza dell'impulso $t_{imp}$

É possibile valutare cosa cambia modificando l'ampiezza dell'impulso termico  $t_{imp}$ . Si consideri la figura 4.18a: è riportato il diagramma del contrasto di fase valutato per il difetto  $N = 1$  per parametri di eccitazioni differenti; in particolare sono stati considerati impulsi di ampiezza crescente ( $t_{imp} = 15, 30, 45, 60, 500 \text{ ms}$ ), per lo stesso livello energetico.

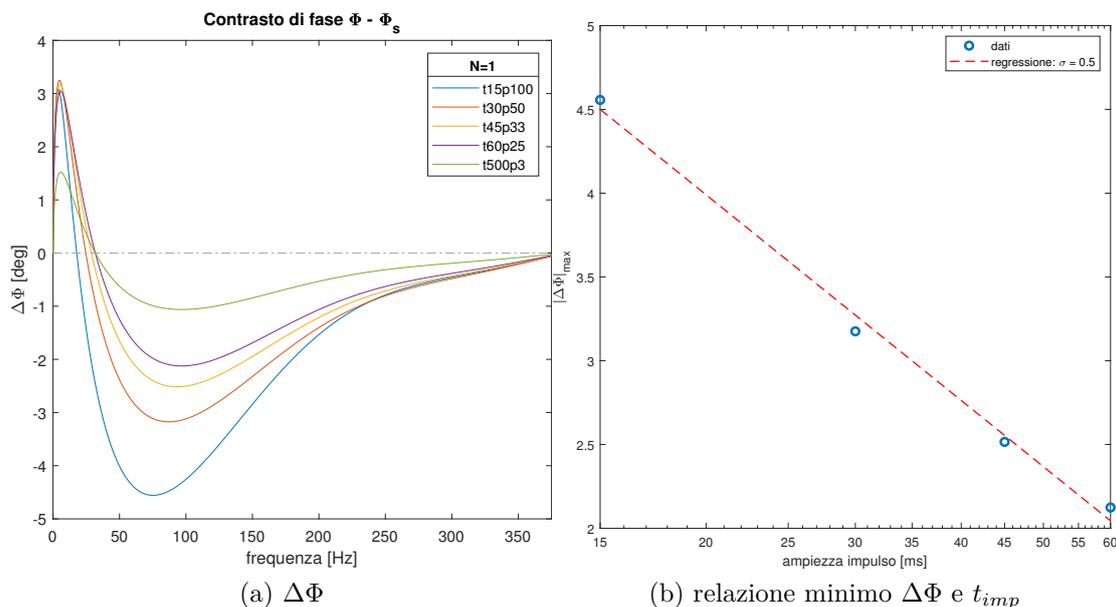


Figura 4.18: Contrasto di fase al variare dell'ampiezza dell'impulso  $t_{imp}$  per il difetto  $N = 1$

Dall'analisi delle figure si può osservare che ampiezze dell'impulso minori aumentano il contrasto di fase: la forma del diagramma rimane pressoché la stessa, tuttavia per  $t_{imp}$  crescente il contrasto di fase si riduce.

É possibile quantificare la riduzione del contrasto con l'ampiezza dell'impulso  $t_{imp}$ . In figura 4.18b sono riportati i valori di minimo locale del contrasto di fase per ciascun valore di  $t_{imp}$  per il quale è stato calcolato. Si ottiene una relazione di tipo logaritmico tra l'ampiezza dell'impulso e il valore del contrasto di fase scelto:  $\Delta\Phi = -1.8 \log(t_{imp}) + 9$ .

É quindi consigliabile adottare un tempo di eccitazione più basso possibile, che garantisca nel contempo un adeguato riscaldamento del componente.

### Analisi di sensitività: percentuale di potenza impiegata $p_{erc}$

Si considera ora come si modifica il diagramma del contrasto di fase al variare della potenza del laser (in termini percentuali  $p_{erc}$  rispetto al massimo) a pari ampiezza dell'impulso  $t_{imp}$ .

In figura 4.19 è rappresentato il contrasto di fase per il difetto  $N = 1$  valutato per condizioni di eccitazione diverse, come detto precedentemente. É riportato anche il valore assoluto su scala logaritmica. Non si osserva alcuna differenze tra gli andamenti, che appaiono perfettamente sovrapposti: dunque, il contrasto di fase non è sensibile a variazioni della potenza del laser.

Ciò tuttavia non vuol dire che esso sia un parametro da non considerare: riveste un ruolo di primo piano per produrre il riscaldamento del componente.

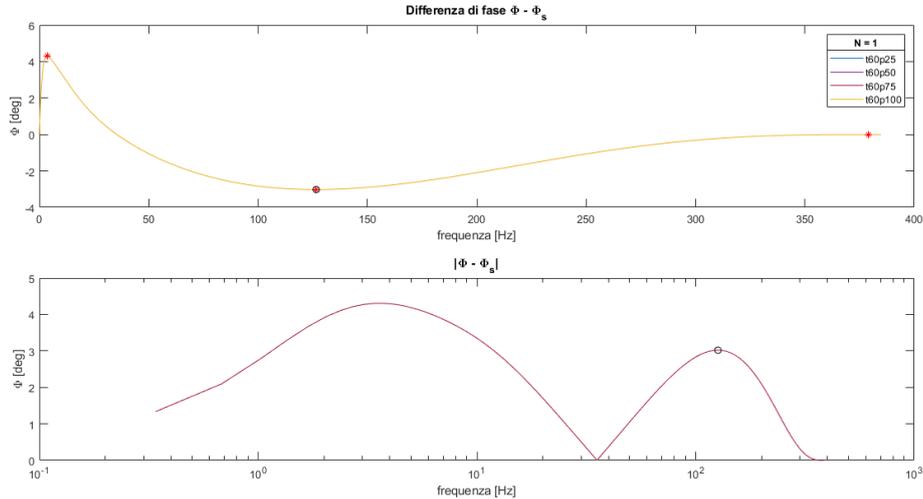


Figura 4.19: Contrasto di fase al variare della potenza percentuale  $p_{perc}$  per il difetto  $N = 1$

#### 4.2.4 Caratterizzazione dei difetti

In figura 4.20 sono rappresentate le frequenze di massimo e minimo locale delle funzioni del contrasto di fase valutate per i difetti  $N = 1 - 10$ , per i parametri di eccitazione  $t_{imp} = 15 \text{ ms}$ ;  $p_{perc} = 100\%$ . Si osserva che il contrasto di fase calcolato per il generico difetto  $N$  può avere due o tre massimi/minimi locali: ad esempio i difetti  $N = 1 - 7$  ne hanno 3, mentre i restanti ne hanno 2. Nella figura essi sono rappresentati con colori differenti, come indicato nella legenda.

Le frequenze considerate si dispongono lungo rette sul diagramma su scala logaritmica. Ciò vuol dire che la correlazione fra frequenza  $f_b$  (lunghezza di diffusione  $\lambda$ ) e profondità del difetto  $z$  vale per tutte le frequenze di picco considerate, dalla prima alla terza.

Ciò vale però solo per i difetti meno profondi, per  $z < 6 \text{ mm}$ . Infatti, passando dal difetto  $N = 5$  e  $N = 6$  la correlazione della frequenza intermedia ( $f_{media}$ ) non vale più. Si osservino inoltre le frequenze minori ( $f_{min}$ ) dei difetti  $N = 6,7$ : esse sono in sostanza uguali. Ciò indica che la tecnica non è sensibile a differenze di profondità del difetto, quando esso è lontano dalla superficie.

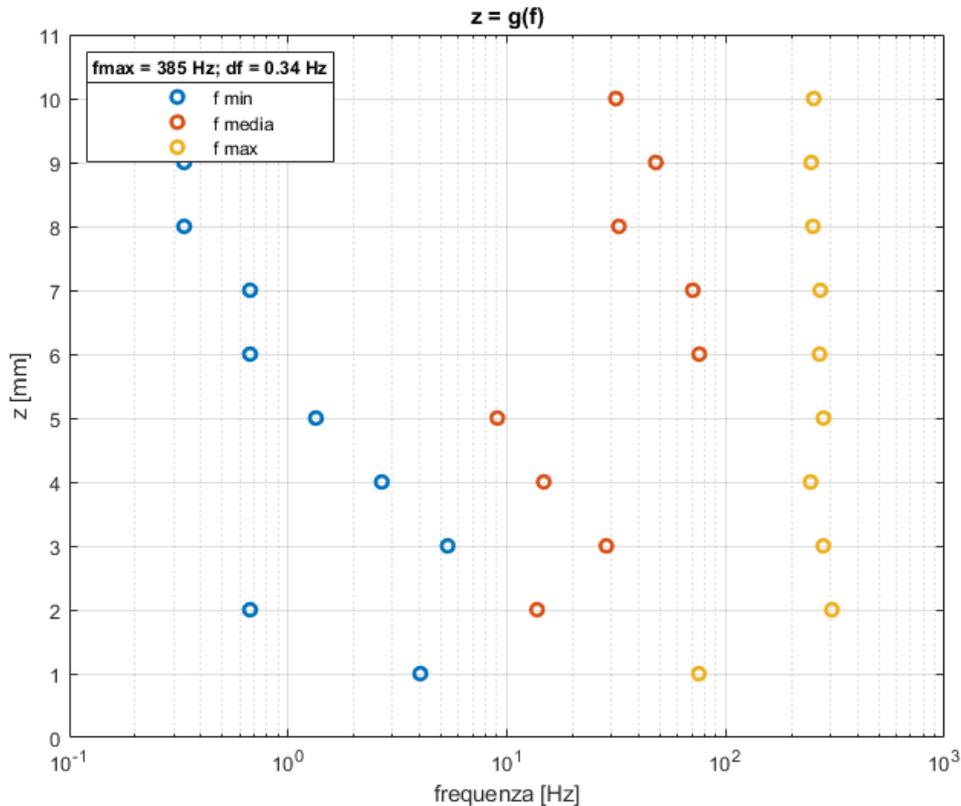


Figura 4.20: Frequenze dei massimi e minimi locali delle funzioni di contrasto di fase dei difetti  $N = 1 - 10$

### Difetti individuati

Si consideri ora il diagramma 4.21. Esso riporta gli andamenti del contrasto di fase, al variare della frequenza e della profondità del difetto per il quale è stato calcolato. Sono inoltre riportate le posizioni dei valori massimi della funzione. Il diagramma è stato calcolato in corrispondenza dei difetti noti ( $z = 1 - 10 \text{ mm}$ ), le restanti porzioni del diagramma sono ottenute per interpolazione.

Si osserva che il contrasto di fase presenta valori maggiori per difetti più vicini alla superficie ( $z = 1,2 \text{ mm}$ ), inoltre assume valore non nullo per le bande di frequenze rispettivamente minori e maggiori: se il contrasto di fase è nullo, come per la fase intermedia, il difetto non si riesce a trovare.

Il contrasto di fase è massimo per il difetto più vicino alla superficie, e tende a diminuire fino a meno di  $1^\circ$  per i difetti a profondità  $z > 2 \text{ mm}$ : di conseguenza, solamente i difetti  $N = 1,2$  si riescono a identificare.

Si riportano in tabella 4.4 le frequenze evidenziate in verde in figura 4.21 e le

corrispondenti lunghezze di diffusione  $\mu = \sqrt{\alpha/\pi f}$ : sono state considerate le frequenze per le quali il contrasto di fase è massimo e che possono essere correlate alla profondità del difetto.

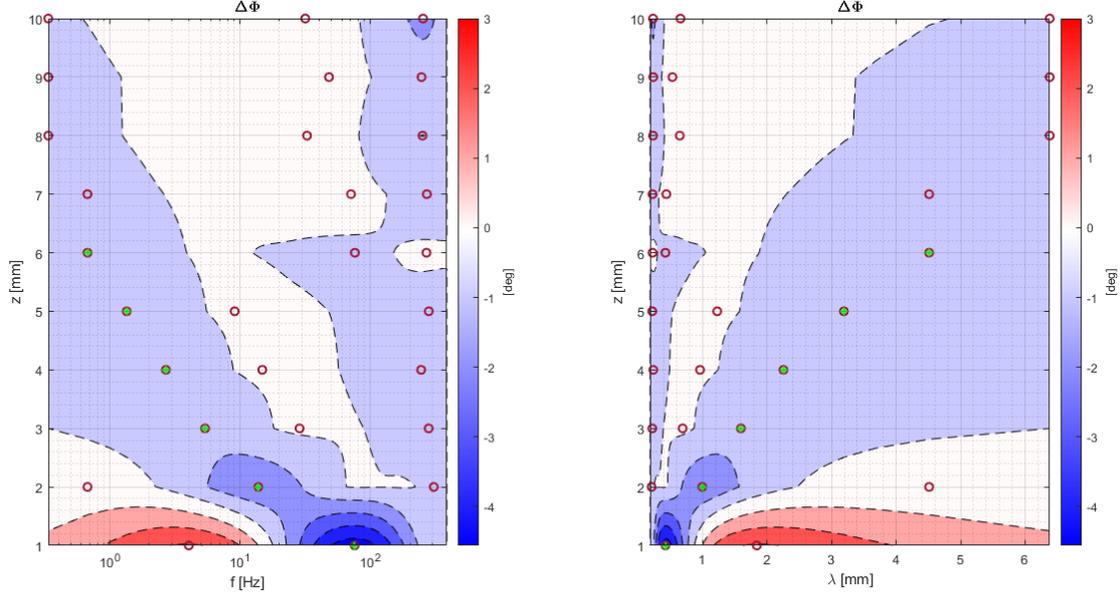


Figura 4.21: Rappresentazione bidimensionale del contrasto di fase e dei valori di massimo e minimo locale per tutti i difetti, da 1 a 10 mm

$z[mm]$	$f[Hz]$	$\mu[mm]$
1	75.4	0.43
2	13.7	1.00
3	5.36	1.59
4	2.68	2.26
5	1.34	3.19
6	0.67	4.51

Tabella 4.4: Frequenze  $f$  e corrispondente lunghezza di diffusione  $\mu$  per le quali il contrasto di fase è massimo, per i difetti a profondità  $z$

Si decide dunque di correlare le profondità dei difetti  $z$  con le lunghezze di diffusione  $\mu$  prima individuate relative ai primi difetti vicini alla superficie ( $N = 1 - 4$ ), che sono quelli più facilmente riscontrabili, come osservato precedentemente. Dalla figura 4.22 si osserva che la correlazione  $\mu - z$  è lineare:  $z = C\mu$ ,  $C = 1,64$ . In [4, 8] viene calcolata una relazione analoga, tuttavia le frequenze considerate sono quelle per le quali il contrasto di fase è nullo, mentre in questo elaborato si è

considerata la frequenza per la quale il contrasto di fase è massimo. È interessante notare che il valore stimato di  $C$  è prossimo a quello teorico  $C = \pi/2 = 1,57$ , valutato in [8] tramite il calcolo analitico della trasformata di Fourier, quindi non con l’algoritmo *FFT*. La correlazione è coerente con ciò che avviene dal punto di vista fisico: le onde termiche con lunghezza d’onda maggiore permettono di identificare difetti più profondi, mentre quelle con lunghezza minore permettono di valutare i difetti più vicini alla superficie.

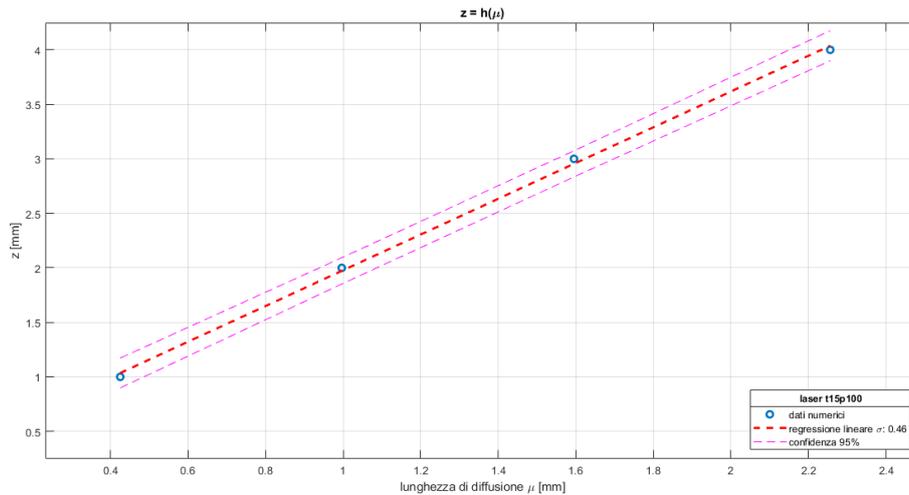


Figura 4.22: Relazione  $\mu - z$  valutata alle frequenze per le quali  $\Delta\Phi$  è massimo

Si considerino le figure 4.23-4.25. In ciascuna di esse sono rappresentati: (i) i diagrammi di fase della zona difettata considerata (ad esempio  $N = 1$  per la figura 4.23) e della zona non difettata *sound*; (ii) il diagramma del contrasto di fase; (iii) l’immagine della fase bidimensionale in corrispondenza del difetto. Quest’ultima è valutata alla frequenza per la quale il contrasto di fase è massimo (come indicato in basso a sinistra), e vengono rappresentati i punti del dominio che si trovano ad una fase compresa all’interno di un preciso intervallo (linea nera orizzontale della figura in alto a sinistra).

Dal confronto delle figure 4.23-4.25 si osserva che è difficile valutare la forma del difetto per queste condizioni di prova.

Il contrasto di fase calcolato è sufficientemente elevato solamente per il difetto  $N = 1$ , per il quale si può ricavare la forma (foro passante) e la dimensione (difetto di dimensione trasversale di 1 *mm*).

Già per il difetto  $N = 2$  (figura 4.24) si incontrano molte difficoltà: il contrasto di fase massimo ( $\Delta\Phi = 2^\circ$ ) è basso; l’immagine della fase è meno definita, perché per apprezzare delle differenze bisogna prendere un intervallo di fase più stretto (in alto a sinistra, la lunghezza della linea nera è minore); la forma del difetto è poco evidente, e dunque non si può risalire alla dimensione del foro.

Il difetto  $N = 3$  (figura 4.25) non si riesce ad osservare: il contrasto di fase è troppo piccolo ( $\Delta\Phi < 1^\circ$ ): anche qualitativamente, gli andamenti della fase (in alto a sinistra) per la zona difettata e quella *sound* risultano sovrapposti.

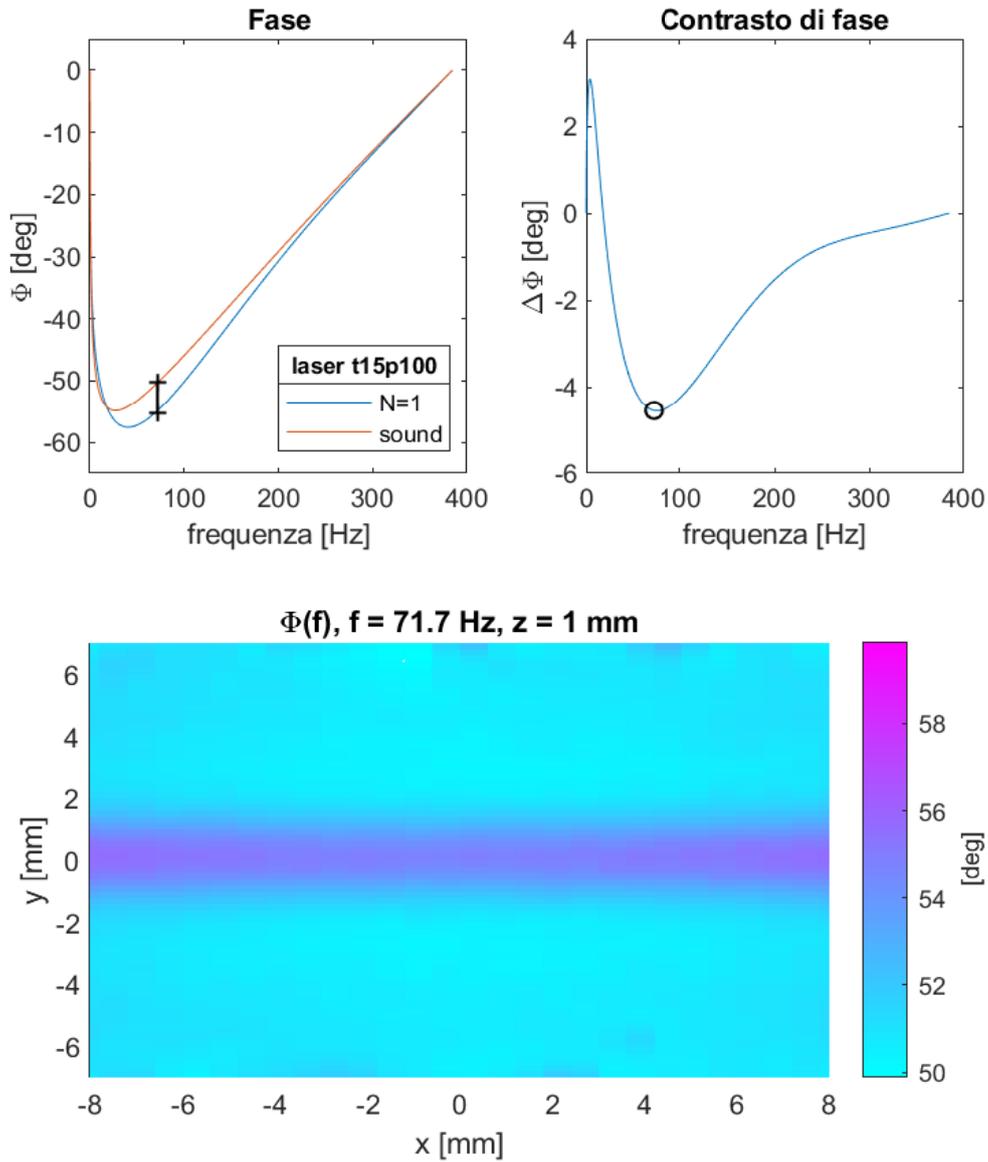


Figura 4.23: Immagine della fase del difetto  $N = 1$

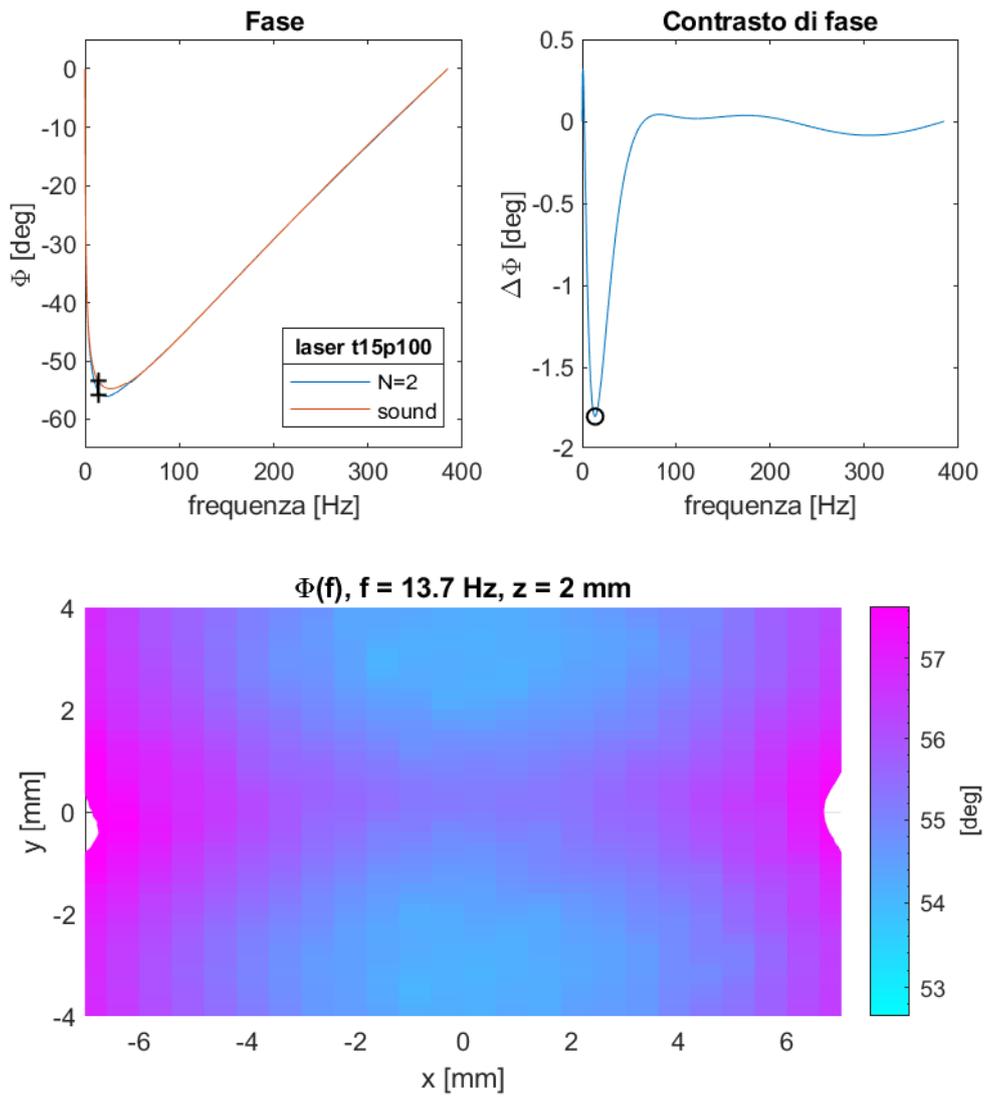


Figura 4.24: Immagine della fase del difetto  $N = 2$

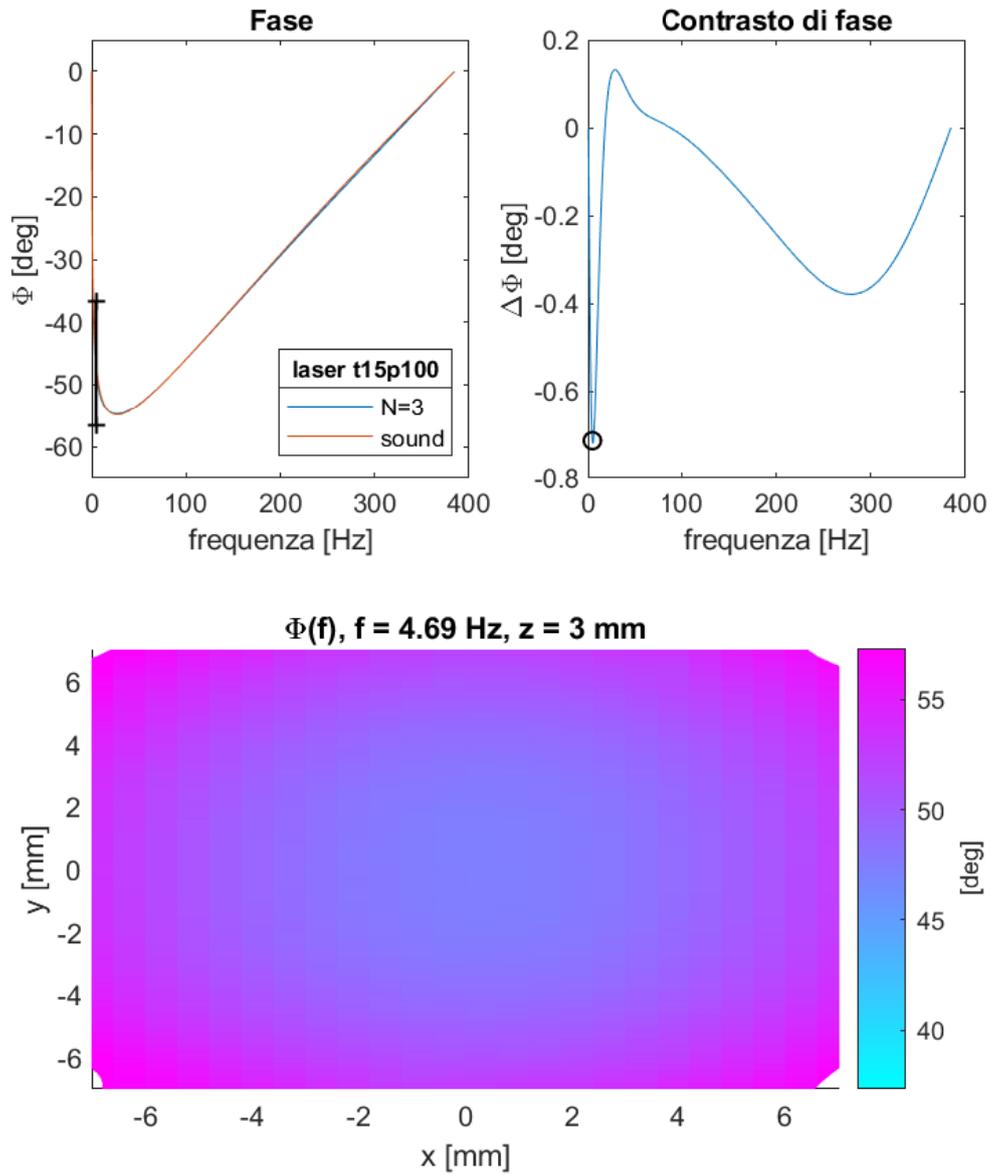


Figura 4.25: Immagine della fase del difetto  $N = 3$

# Capitolo 5

## Conclusione

Nel seguente lavoro di tesi è analizzata la tecnica della termografia pulsata (*PPT*) per la ricerca di difetti sub-superficiali in componenti metallici.

La procedura impiegata è costituita da più fasi. Il componente viene eccitato termicamente con una sorgente di calore esterna ed è misurato il transitorio termico di raffreddamento. Si analizza in seguito il segnale acquisito calcolando lo spettro in frequenza e studiando il contrasto di fase, ovvero la differenza di fase calcolata per il materiale difettato e integro.

I difetti interni vengono rilevati poiché è possibile osservare una differenza nel modo di raffreddamento del materiale: se esso presenta un difetto, il transitorio termico è più lungo, in quanto la discontinuità costituisce una barriera alla trasmissione di calore nel mezzo. I difetti appaiono come delle zone calde in cui il calore si accumula e diffonde più lentamente nel materiale circostante.

La risposta termica può essere descritta come la sovrapposizione di onde termiche di frequenza crescente, le quali vengono eccitate dalla sorgente termica esterna e si propagano nel mezzo con una lunghezza d'onda caratteristica, legata alla frequenza dalla relazione  $\mu = \sqrt{\alpha/\pi f}$ . Dalla superficie, le onde si propagano nel mezzo e raggiungono il difetto, dove si riflettono e ritornano nel punto di partenza. La tecnica si basa sulla ricerca delle onde che riflettendosi sul difetto e ritornando in superficie possono essere trovate e correlate alla profondità dell'imperfezione. Tuttavia, le onde termiche sono onde di diffusione, quindi si smorzano molto velocemente a causa del fenomeno di conduzione termica. In particolare, quelle a frequenza maggiore si smorzano più velocemente poiché hanno una lunghezza di diffusione minore. Inoltre, difetti profondi sono più difficili da osservare in quanto l'onda termica deve compiere un tragitto più lungo prima di ritornare in superficie e dunque c'è più tempo utile per smorzarla. Ciò rende la tecnica ideale per trovare solo i difetti vicini alla superficie. Nel caso di materiali che conducono peggio il calore è più facile trovare difetti più profondi.

Per trovare le frequenze delle onde termiche precedentemente descritte e correlarle alla profondità del difetto, il materiale viene eccitato da una sorgente termica

esterna impulsiva. I segnali termici acquisiti, ovvero i transitori termici di raffreddamento della superficie del componente, sono processati con l'algoritmo *FFT*, che calcola la trasformata discreta di Fourier, e si ottengono i diagrammi dell'ampiezza e della fase. L'ampiezza è rappresentata da una funzione lineare decrescente su scala doppio logaritmica, mentre il diagramma della fase è una funzione negativa, che presenta un solo minimo locale a bassa frequenza, e si annulla agli estremi dell'intervallo di frequenze analizzato.

Inizialmente, sono stati svolti dei calcoli su modelli numerici per analizzare come si modifica la trasformata di Fourier al variare dei parametri di eccitazione termica, ovvero l'ampiezza e la potenza dell'impulso termico, e del materiale. Si è osservato che aumentando l'energia trasferita al componente, il diagramma dell'ampiezza trasla verso l'alto, mentre aumentando il tempo d'azione dell'impulso termico la pendenza della linea aumenta. Si è ottenuta una correlazione di tipo lineare fra l'energia fornita al materiale e il termine noto del diagramma dell'ampiezza, e una correlazione logaritmica fra la sua pendenza e il tempo d'azione dell'impulso. In modo analogo, si è ottenuto che il valore minimo del diagramma della fase cambia con l'ampiezza dell'impulso, e le due grandezze sono legate da una relazione logaritmica.

Si osserva che i risultati ottenuti sono coerenti con quelli calcolati analiticamente per un impulso ideale, ovvero per il quale l'azione dell'impulso tende a zero.

I calcoli svolti sono stati ripetuti per materiali diversi. Per quanto riguarda la fase, il diagramma ottenuto non cambia al variare delle proprietà del materiale: esso infatti dipende solamente dall'eccitazione e dalla forma del transitorio di raffreddamento. Il diagramma dell'ampiezza si modifica con il materiale: un mezzo più isolante presenta un diagramma dell'ampiezza con un termine noto e una pendenza maggiore, a parità di condizioni di eccitazione.

In seguito, si è analizzato un componente con difetti noti sia tramite dei modelli numerici che con prove di laboratorio. Dalle prove svolte si può dedurre che il contrasto di fase è la grandezza principale da analizzare per la ricerca di difetti sub-superficiali. Essa si calcola come differenza della fase valutata in una zona difettata e quella di una zona integra. Il contrasto di fase calcolato è una funzione non nulla alle basse frequenze. Nel seguente elaborato si è deciso di calcolare il valore di frequenza per il quale il contrasto di fase è massimo, e correlarlo con la profondità del difetto. È anche possibile correlare la lunghezza di diffusione, ottenuta a partire dalle frequenze selezionate, con la profondità  $z$ : la relazione ricavata tra le due precedenti grandezze è lineare, del tipo  $z = C_1\mu$ . La costante di proporzionalità ottenuta è coerente con i risultati analitici presenti in letteratura.

Sono state svolte delle analisi di sensitività per valutare i parametri di eccitazione ottimali. Si è ottenuto che riducendo l'ampiezza dell'impulso si aumenta il contrasto di fase, mentre la potenza della sorgente termina non ne modifica il valore. Dunque, nell'elaborato si suggerisce di eccitare il componente con la massima potenza disponibile, e di ridurre quanto possibile il tempo di eccitazione, compatibilmente

con un sufficiente riscaldamento del componente.

Dall'ottimizzazione dei parametri di eccitazione relativi al caso di studio, un blocchetto con fori passanti di diametro di 1 *mm* a distanze crescenti dalla superficie, si è riusciti a risalire alla posizione dei primi due difetti, distanti dalla superficie rispettivamente 1 e 2 *mm*. Dall'analisi delle immagine di fase è possibile calcolare la dimensione trasversale del difetto.

Non è immediato trovare difetti molto lontani dalla superficie con la termografia attiva: si stima infatti che è possibile individuare difetti fino ad una profondità doppia rispetto alla loro dimensione media. Ciò dipende dal fenomeno di diffusione termica che smorza le onde termiche che si riflettono sul difetto prima che possano ritornare in superficie per essere rilevate.

Studi futuri potrebbero approfondire il legame fra contrasto di fase e caratteristiche dei difetti: profondità, dimensione, forma, orientazione spaziale.

Lo studio condotto in questa tesi è di tipo *model-based*: potrebbe essere utile adottare un approccio *data-based*, con lo scopo di estrarre informazioni della fisica del problema dai dati ricavati dai modelli numerici o dalle prove sperimentali.

Infine, si potrebbero condurre delle analisi per ridurre il *signal to noise ratio (SNR)*: si è osservato che le prove sperimentali sono affette da molto rumore e i difetti analizzati sono caratterizzabili tramite contrasti di fase contenuti: è necessario dunque ridurre il rumore delle prove sperimentali o impiegare algoritmi per la cancellazione del rumore di fondo.



# Ringraziamenti

Un ringraziamento speciale alle prof.sse Francesca Curà e Raffaella Sesana per avermi accolto nel loro gruppo di ricerca, per la disponibilità e il sostegno prezioso.

Ringrazio i dottorandi Luca Corsaro e Irene Pessolano per avermi seguito pazientemente e incoraggiato lungo questo percorso.

Vorrei inoltre ringraziare l'ing. Alessandro Genta, per l'opportunità di svolgere un tirocinio aziendale e per la possibilità di intraprendere questa attività di ricerca.

Infine, un grande grazie alla mia famiglia e ai miei amici, che mi hanno sempre sostenuto durante questi cinque anni di Politecnico.



# Bibliografia

- [1] S. Doshvarpassand, C. W. e X. W. «Inverse heat transfer approach for nondestructive estimation the size and depth of subsurface defects of CFRP composite using lock-in thermography». In: *Elsevier, Infrared Physics & Technology* 71 (2015), pp. 439–447.
- [2] C. Hellier. *Handbook of nondestructive evaluation*. McGraw-Hill, 2013.
- [3] P. Broberg e A. Runnemalm. «Detection of Surface Cracks in Welds using Active Thermography». In: *18th World Conference on Nondestructive Testing*. Durban, South Africa, 2012.
- [4] Clemente Ibarra Castanedo. «Quantitative subsurface defect evaluation by pulsed phase thermography: depth retrieval with the phase». PhD Thesis. Quebec City: Universite Laval, 2005.
- [5] S. Doshvarpassand, C. W. e X. W. «An overview of corrosion defect characterization using active infrared thermography». In: *Elsevier, Infrared Physics & Technology* 96 (2019), pp. 366–389.
- [6] L. Vitali. «Ottimizzazione della tecnica sperimentale Pulse Phase Thermography per il controllo non distruttivo di provini sottili». M.S. Thesis. Politecnico di Milano, 2012.
- [7] A. Fasana e S. Marchesiello. *Meccanica delle vibrazioni*. Clut, 2006.
- [8] Beate Oswald-Tranta. «Time and frequency behaviour in TSR and PPT evaluation for flash thermography». In: *Quantitative InfraRed Thermography Journal* 14.2 (2017), pp. 164–184. DOI: 10.1080/17686733.2017.1283743. URL: <https://doi.org/10.1080/17686733.2017.1283743>.
- [9] P. Bagavac. «Lock-in thermography image procesing». In: *Journal of Heat Transfer* (2006).
- [10] Luca Corsaro. «Caratterizzazione dei materiali mediante termografia attiva». M.S. Thesis. Politecnico di Torino, 2020.
- [11] D. Y. Tzou. «Thermal Resonance Under Frequency Excitations». In: *Journal of Heat Transfer* 114.2 (1992), pp. 310–316.

- [12] Peter J. Olver. *Introduction to Partial Differential Equations*. Springer International Publishing, 2014.
- [13] HS. Carslaw e JC. Jaeger. *Conduction of heat in solids*. Oxford University Press, 1959.
- [14] Á. Rieth, R. Kovács e T. Fülöp. «Implicit numerical schemes for generalized heat conduction equations». In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 126 (2018), pp. 1177–1182.
- [15] H. E. Cline e T. R. Anthony. «Heat treating and melting material with a scanning laser or electron beam». In: *Journal of Applied Physics* 48.9 (1977), pp. 3895–3900.
- [16] Comsol. *Solving Wave-Type Problems with Step Changes in the Loads*. URL: <https://www.comsol.com/support/knowledgebase/1244>.
- [17] Comsol. *Resolving time-dependent waves*. URL: <https://www.comsol.com/support/knowledgebase/1118>.
- [18] Comsol. *BDF, Generalized Alpha, and Runge-Kutta Methods*. URL: <https://www.comsol.com/support/knowledgebase/1062>.
- [19] M.C. Schwarzwald. «Non-Fourier Heat Conduction. The Maxwell-Cattaneo Equations». M.S. Thesis. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 2015.
- [20] I.A. Abdallah. «Maxwell-Cattaneo Heat Convection and Thermal Stresses Responses of a Semi-Infinite Medium due to High Speed Laser Heating». In: *Progress in Physics* 5 (2009).