POLITECNICO DI TORINO

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA CIVILE

Tesi di Laurea Magistrale

Simulazione numerica dei transitori idraulici in impianti idroelettrici complessi

Relatore

Prof. *Fulvio Boano*

Ing. *Riccardo Vesipa*

Correlatore

Ing. *Piergiorgio Grasso* (GEODATA SpA)

Ing. *Mafalda Piraino*

Candidato

Tommaso India

Matricola: 252639

ANNO ACCADEMICO 2019-2020

Indice

Indice delle figure III
Indice delle tabelle X
Glossario XI
ABSTRACT XIII
ABSTRACT (ENG) XV
1. Introduzione 1
2. Fenomeni transitori idraulici 5
2.1 Classificazione dei moti idraulici 5
2.2 Descrizione del fenomeno di colpo d'ariete 6
3. Modello matematico del fenomeno di colpo d'ariete 14
3.1 Equazioni matematiche che descrivono il moto vario 14
3.1.1 Equazione dinamica 15
3.1.2 Equazione di continuità 17
3.2 Metodo delle Caratteristiche 19
4. Condizioni al contorno e iniziali del sistema 24
4.1 Condizioni al contorno 24
4.1.2 Condizione al contorno: serbatoio di monte 25
4.1.2 Condizione al contorno: serbatoio di valle 25
4.1.3 Condizione al contorno: valvola di valle 26
4.1.4 Condizione al contorno: triforcazione 27
4.1.5 Condizione al contorno: Pozzo piezometrico semplice in corrispondenza di una triforcazione 29
4.1.6 Condizione al contorno: Pozzo piezometrico con orifizio in corrispondenza di una triforcazione 32
4.1.7 Condizione al contorno: giunzione condotte 38
4.1.8 Condizione al contorno: Pompa all'estremità di monte 39
4.2 Condizioni iniziali 45
5 Codice di calcolo 46

5.1 Descrizione del codice 46
5.2 Validazione del codice 48
5.2.1 Manovra di chiusura brusca 50
5.2.1 Manovra di chiusura lenta 69
5.2.2 Oscillazioni di massa (MOS) 80
5.2.3 Conclusioni validazione codice di calcolo 86
6. Studio dei fenomeni transitori all'interno di un impianto reale 87
6.1 Impianto funzionante in modalità di produzione 90
6.1.1 Scenario 1: chiusura di valvole a valle del sistema 90
6.1.2 Scenario 2: apertura di valvole a valle del sistema 95
6.2 Impianto funzionante in modalità di accumulo 97
6.2.1 Scenario 3: spegnimento improvviso del sistema di pompaggio (Pump Shut-Down) 99
6.2.2 Scenario 4: avvio del sistema di pompaggio (Pump Start-Up) 109
7. Conclusioni 117
Bibliografia 120

Indice delle figure

Fig. 2.1- Schema sistema di condotte con valvola di valle..... 7

Fig. 2.2- Colpo d'ariete: tempo compreso $0 < t \leq La$ 8

Fig. 2.3- Colpo d'ariete: tempo compreso $La < t \leq 2La$..... 8

Fig. 2.4- Colpo d'ariete: tempo compreso $2La < t \leq 3La$ 9

Fig. 2.5- Colpo d'ariete: tempo compreso $3La < t \leq 4La$ 10

Fig. 3.1- Notazione per la derivazione dell'equazione dinamica 15

Fig. 3.2- Notazione per la derivazione dell'equazione di continuità..... 17

Fig. 3.3- Linee caratteristiche nel piano x-t..... 21

Fig. 3.4- Griglia caratteristica..... 23

Fig. 4.1- Triforcazione: (a) vista laterale, (b) vista dall'alto. 27

Fig. 4.2- Pozzo piezometrico semplice e triforcazione: (a) vista laterale, (b) vista dall'alto 29

Fig. 4.3- Carico piezometrico in corrispondenza del punto P (Pozzo piezometrico semplice)..... 30

Fig. 4.4- Pozzo piezometrico con orifizio e triforcazione: (a) vista laterale, (b) vista dall'alto..... 32

Fig. 4.5- Carico piezometrico in corrispondenza del punto P (Pozzo piezometrico con orifizio) 34

Fig. 4.6- Diagramma di flusso condizione al contorno pozzo piezometrico con orifizio 38

Fig. 4.7- Curva caratteristica Portata-Prevalenza in funzione del parametro θ $(Ns = 46)$. 41

Fig. 4.8- Curva caratteristica Coppia in funzione del parametro θ $(Ns = 46)$. 41

Fig. 4.9- Schema 1 per la notazione della condizione al contorno di una Pompa..... 42

Fig. 4.10- Schema 2 per la notazione della condizione al contorno di una Pompa..... 44

Fig. 5.1- Diagramma di flusso codice di calcolo..... 48

Fig. 5.2- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio. 50

Fig. 5.3- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio. 51

Fig. 5.4- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico e delle portate nella sezione di valle-triforcazione (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) del Headrace tunnel: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio. 51

Fig. 5.5- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio. 52

Fig. 5.6- "CHIUSURA BRUSCA" Propagazione dell'onda di pressione (Pozzo piezometrico con piccolo orifizio): arrivo dell'onda centrale nella triforcazione (frame t=1.09 s). 53

Fig. 5.7- "CHIUSURA BRUSCA" Propagazione dell'onda di pressione (Pozzo piezometrico con piccolo orifizio): scontro dell'onda centrale con le onde delle condotte laterali (frame t=1.10 s). 54

Fig. 5.8- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: semplice triforcazione. 55

Fig. 5.9- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: semplice triforcazione. 55

Fig. 5.10- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico e delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) del Headrace tunnel: semplice triforcazione. 56

Fig. 5.11- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio e condotte forzate di pari lunghezza. 57

Fig. 5.12- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio e condotte forzate di pari lunghezza. 57

Fig. 5.13- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico e delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) del Headrace tunnel: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio e condotte forzate di pari lunghezza. 58

Fig. 5.14- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio e condotte forzate di pari lunghezza. 58

Fig. 5.15- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con grande orifizio. 59

Fig. 5.16- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con grande orifizio. 60

Fig. 5.17- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico e delle portate nella sezione di valle-triforcazione (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) del Headrace tunnel: Pozzo piezometrico con grande orifizio..... 60

Fig. 5.18- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: Pozzo piezometrico con grande orifizio. 61

Fig. 5.19- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico semplice. 63

Fig. 5.20- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico semplice. 63

Fig. 5.21- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico e delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) del Headrace tunnel: Pozzo piezometrico semplice. 64

Fig. 5.22- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: Pozzo piezometrico semplice. 64

Fig. 5.23- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con orifizio reale. 65

Fig. 5.24- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con orifizio reale. 66

Fig. 5.25- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico e delle portate nella sezione di valle-triforcazione (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) del Headrace tunnel: Pozzo piezometrico con orifizio reale..... 66

Fig. 5.26- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: Pozzo piezometrico con orifizio reale. 67

Fig. 5.27- "CHIUSURA BRUSCA" Propagazione dell'onda di pressione (Pozzo piezometrico con orifizio reale): arrivo dell'onda riflessa dal serbatoio di monte nella triforcazione (frame t=1.66 s). 68

Fig. 5.28- "CHIUSURA BRUSCA" Propagazione dell'onda di pressione (Pozzo piezometrico con orifizio reale): scontro dell'onda centrale con le onde delle condotte laterali (frame t=1.10 s). 69

Fig. 5.29- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali del carico piezometrico nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio. 70

Fig. 5.30- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio. 70

Fig. 5.31- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali del carico piezometrico e delle portate nella sezione di valle-triforcazione (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) del Headrace tunnel: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio. 71

Fig. 5.32- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio. 71

Fig. 5.33- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali del carico piezometrico nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico semplice. 73

Fig. 5.34- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico semplice. 74

Fig. 5.35- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali del carico piezometrico e delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) del Headrace tunnel: Pozzo piezometrico semplice. 74

Fig. 5.36- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: Pozzo piezometrico semplice. 75

Fig. 5.37- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali del carico piezometrico nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con orifizio reale. 77

Fig. 5.38- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con orifizio reale. 77

Fig. 5.39- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali del carico piezometrico e delle portate nella sezione di valle-triforcazione (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) del Headrace tunnel: Pozzo piezometrico con orifizio reale. 78

Fig. 5.40- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: Pozzo piezometrico con orifizio reale. 78

Fig. 5.41- Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: $Dorf = 6.6\,m$, $Corf = 0.61$. 81

Fig. 5.42- Confronto tra le serie temporali del livello liquido del pozzo Z_P e del carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza del pozzo piezometrico della galleria: $Dorf = 6.6\,m$, $Corf = 0.61$. 81

Fig. 5.43- Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: $Dorf = 6.6\,m$, $Corf = 0.75$. 82

Fig. 5.44- Confronto tra le serie temporali del livello liquido del pozzo Z_P e del carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza del pozzo piezometrico della galleria: $Dorf = 6.6\,m$, $Corf = 0.75$. 83

Fig. 5.45- Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: $Dorf = 6.6\,m$, $Corf = 0.90$. 84

Fig. 5.46- Confronto tra le serie temporali del livello liquido del pozzo Z_P e del carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza del pozzo piezometrico della galleria: $Dorf = 6.6\,m$, $Corf = 0.90$. 84

Fig. 6.1- Condizioni iniziali del sistema Scenario 1 (moto stazionario). 91

Fig. 6.2- Massimo incremento del carico piezometrico in funzione del rapporto $\frac{Tm}{Tc}$ . .. 92

Fig. 6.3- Scenario 1: Confronto delle oscillazioni di massa all'interno del pozzo piezometrico al variare del diametro dell'orifizio di ingresso. 94

Fig. 6.4- Scenario 1: Confronto tra le serie temporali del livello liquido del pozzo Z_P (linea nera) e del carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza del pozzo piezometrico della galleria (linea rossa). 94

Fig. 6.5- Condizioni iniziali del sistema Scenario 2 (situazione statica). 95

Fig. 6.6- Scenario 2: Confronto delle oscillazioni di massa all'interno di un pozzo piezometrico semplice e di un pozzo piezometrico con orifizio di ingresso (D_{orf}=6.6 m). 96

Fig. 6.7- Dati utilizzati per la validazione delle formule per il calcolo dell'inerzia della pompa [1]. 98

Fig. 6.8- Schema 1: condizioni iniziali del sistema Scenario 3 (moto stazionario). 100

Fig. 6.9- Schema 2: condizioni iniziali del sistema Scenario 3 (moto stazionario). 100

Fig. 6.10- Scenario 3 (Schema 1): serie temporali di portate Q nella sezione in corrispondenza della pompa (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea blu) delle condotte forzate (I=1.53e6 kgm^2(a), I=7.65e6 kgm^2(b), I=38.3e6 kgm^2(c)). 101

Fig. 6.11- Scenario 3 (Schema 1): serie temporali dei carichi piezometrici H nella sezione in corrispondenza della pompa (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea blu) delle condotte forzate (I=1.53e6 kgm^2(a), I=7.65e6 kgm^2(b), I=38.3e6 kgm^2(c)). 102

Fig. 6.12- Scenario 3 (Schema 1): serie temporali di portate Q e carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza del serbatoio principale (linea blu) della galleria in pressione (I=1.53e6 kgm^2(a), I=7.65e6 kgm^2(b), I=38.3e6 kgm^2(c)). 102

Fig. 6.13- Scenario 3 (Schema 1): serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico al variare del valore di inerzia della pompa. 103

Fig. 6.14- Scenario 3 (Schema 1): serie temporali del numero di giri N delle pompe al variare del valore di inerzia. 103

Fig. 6.15- Scenario 3 (Schema 1): serie temporali della coppia T delle pompe al variare del valore di inerzia. 104

Fig. 6.16- Scenario 3 (Schema 2): serie temporali di portate Q e carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza della pompa (linea blu) e nella sezione in corrispondenza del serbatoio di accumulo (linea rossa) delle condotte di aspirazione (I=1.53e6 kgm^2(a), I=7.65e6 kgm^2(b), I=38.3e6 kgm^2(c)). 105

Fig. 6.17- Scenario 3 (Schema 2): serie temporali dei carichi piezometrici H nella sezione in corrispondenza della pompa (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea blu) delle condotte forzate (I=1.53e6 kgm^2(a), I=7.65e6 kgm^2(b), I=38.3e6 kgm^2(c)). 106

Fig. 6.18- Serie temporali spegnimento pompe e chiusura valvole (valvola di non ritorno). 107

Fig. 6.19- Serie temporali spegnimento pompe e chiusura valvole (chiusura lenta e lineare). 107

Fig. 6.20- Scenario 3 (Schema 1): serie temporali dei carichi piezometrici H nella sezione in corrispondenza della pompa (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea blu) delle condotte forzate (chiusura brusca di una valvola di non ritorno). 108

Fig. 6.21- Scenario 3 (Schema 1): serie temporali dei carichi piezometrici H nella sezione in corrispondenza della pompa (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea blu) delle condotte forzate (chiusura lineare e lenta di una valvola). 108

Fig. 6.22- Serie temporali delle operazioni di accensione delle pompe. 110

Fig. 6.23- Schema 1: condizioni iniziali del sistema Scenario 4 (situazione statica)... 110

Fig. 6.24- Schema 2: condizioni iniziali del sistema Scenario 4 (situazione statica)... 111

Fig. 6.25- Scenario 4 (Schema 1): serie temporali di portate Q e carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza della pompa (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea blu) delle condotte forzate. 111

Fig. 6.26- Scenario 4 (Schema 1): serie temporali di portate Q e carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza del serbatoio principale (linea blu) della galleria in pressione. 112

Fig. 6.27- Scenario 4 (Schema 1): serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico. 112

Fig. 6.28- Scenario 4 (Schema 2): serie temporali di portate Q e carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza della pompa (linea blu) e nella sezione in corrispondenza del serbatoio di accumulo (linea rossa) delle condotte di aspirazione. 113

Fig. 6.29- Scenario 4 (Schema 2): serie temporali di portate Q e carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza della pompa (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea blu) delle condotte forzate. 114

Fig. 6.30 Scenario 4 (Schema 2): serie temporali di portate Q e carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza del serbatoio principale (linea blu) della galleria in pressione..... 114

Fig. 6.31- Scenario 4 (Schema 2): serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico. 115

Indice delle tabelle

Tab. 4.1- Zone di operazione di una pompa 40

Tab. 5.1- Confronto valori di ampiezza e periodo delle oscillazioni 85

Tab. 6.1- Valori di scabrezza equivalente delle condotte 89

Tab. 6.2- Scenari considerati per il calcolo del colpo d'ariete 90

Tab. 6.3- Massimo incremento di carico piezometrico in funzione del rapporto tra il tempo di manovra Tm e il tempo caratteristico della condotta Tc. 91

Tab. 6.4- Influenza del diametro dell'orifizio sugli effetti del colpo d'ariete innescato da una manovra di chiusura lenta 93

Tab. 6.5- Confronto tra il minimo carico piezometrico e la quota topografica della sezione di valle (valvola) e della sezione di monte (triforcazione) in funzione della configurazione dell'impianto..... 95

Tab. 6.6- Decremento di carico piezometrico H nelle condotte forzate causato dallo spegnimento improvviso di pompe. Confronto dei risultati per diversi valori di inerzia delle pompe. 104

Glossario

g	*accelerazione di gravità* (m/s^2)
t	*tempo* (s)
x	*coordinata longitudinale sistema, positiva da monte verso valle* (m)
Q	*portata* (m^3/s)
H	*carico piezometrico* (m)
a	*celerità onde di pressione* (m/s)
f	*fattore di attrito secondo Darcy*
D	*diametro condotta* (m)
A	*sezione trasversale condotta*
L	*lunghezza condotta* (m)
A_{ST}	*sezione trasversale pozzo piezometrico* (m^2)
A_{orf}	*sezione trasversale orifizio* (m^2)
C_d	*coefficiente di efflusso valvola*
C_{orf}	*coefficiente di efflusso orifizio*
Z	*livello liquido pozzo piezometrico* (m)
Q_{ST}	*portata pozzo piezometrico* (m^3/s)
Δt	*intervallo temporale* (s)
Δx	*intervallo spaziale* (m)
T_m	*durata manovra di chiusura valvola* (s)
T_c	*tempo di fase condotta* (s)

$t_{op,after}$ *durata simulazione dopo il termine della manovra (s)*

H_{res} *livello liquido serbatoio di monte (m)*

H_{suc} *livello liquido serbatoio di valle (m)*

H_v *quota valvola (m)*

H_{DS} *quota piezometrica immediatamente a monte della valvola (m)*

C_p *caratteristica positiva*

C_n *caratteristica negativa*

A_v *area di apertura valvola (m^2)*

$\in$ *scabrezza equivalente*

k *coefficiente di perdita di carico all'uscita del serbatoio di monte*

H_r *prevalenza nominale di una pompa (m)*

Q_r *portata nominale di una pompa (m^3/s)*

N_r *numero di giri nominale di una pompa (rpm)*

P_r *potenza nominale di una pompa (MW)*

η_r *rendimento di una pompa (-)*

Acronimi

MOC *Method of Characteristics (metodo delle caratteristiche)*

WHA *Water Hammer (colpo d'ariete)*

MOS *Mass Oscillation (oscillazioni di massa)*

ST *Surge Tank (pozzo piezometrico)*

ABSTRACT

Nell'ambito della progettazione delle opere idroelettriche, riveste un ruolo importante lo studio del moto vario all'interno del sistema di condotte che trasporta la risorsa idrica. Il lavoro di tesi è stato svolto presso la Geodata Engineering SPA (società di geoingegneria che si occupa di progettazione di opere in sotterraneo) e nasce dall'esigenza dell'azienda, di sviluppare una metodologia per lo studio quantitativo dei transitori idraulici all'interno di condotte a servizio di impianti idroelettrici, al fine di ottimizzare i processi funzionali legati alla progettazione dei tunnel di adduzione. Lo scopo principale delle tesi è stato quello di sviluppare un codice di calcolo che permettesse di analizzare facilmente i possibili scenari che possono presentarsi durante la condizione di esercizio di un impianto idroelettrico (p.es., chiusura di valvole o turbine, accensione o spegnimento di pompe, ecc…). A tal fine, sono stati implementati degli algoritmi che permettono la risoluzione delle equazioni differenziali alle derivate parziali e le relative condizioni al contorno che modellano il moto vario adottando il Metodo delle Caratteristiche. Attraverso l'utilizzo di questo metodo numerico, si è passati da un sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali a un sistema di equazioni differenziali ordinarie nella variabile indipendente *t*, risolvibile con uno schema alle differenze finite. Sono stati costruiti, mediante il software Matlab dei modelli numerici atti a simulare la risposta dinamica di vari elementi presenti all'interno di un sistema idroelettrico quali: valvole, triforcazioni, pozzo piezometrico semplice, pozzo piezometrico con orifizio, pompe, serbatoi. Si è proceduto, dunque, alla validazione del codice di calcolo confrontando i risultati forniti dal modello con quelli forniti dalle formule analitiche. Valutata l'affidabilità del codice di calcolo, è stato condotto lo studio dei fenomeni transitori idraulici all'interno di un grande impianto idroelettrico in progetto. L'impianto è stato ipotizzato funzionante sia in modalità di produzione, che in modalità di accumulo mediante pompaggio. Per la prima modalità di funzionamento sono state simulate delle manovre di apertura e di chiusura di valvole poste a valle delle condotte forzate. Per la modalità di pompaggio sono state considerate due configurazioni di impianto: una prima che preveda il posizionamento del

sistema di pompaggio nelle immediate vicinanze di un serbatoio di accumulo posto a quota più bassa; una seconda che preveda l'inserimento di una condotta tra il serbatoio di accumulo di valle e il sistema di pompaggio. In entrambe le configurazioni è stata simulata una condizione di spegnimento improvviso delle pompe (Pump Shut-Down) e una condizione di accensione delle pompe (Pump Start-Up).

ABSTRACT (ENG)

In the context of the hydroelectric work design, the study of the unsteady flow within the water pipeline system plays an important role. The thesis work was carried out at Geodata Engineering Group (geoengineering company that deals with the design of undergorund infrastructures) and arises from the company's need to develope a way to the hydraulic transient analysis within pipelines serving hydroelectric power plants, in order to optimize the functional iters linked to headrace tunnels design. The main purpose of the thesis was the development of a mathematical code that allows to easily analyze possible scenarios that may arise duringthe operating condition of a hydroelectric power plants (closing of valves or turbines, pump start-up or pump shut-down, etc). To this end, alghortims have been implented that allow the solution of partial differential equations and the related boundary conditions that model the unsteady flow by adopting the Method of Characteristics. Using this numerical method, we switched from a partial differential equations system to an ordinary differential equations system in the time variable, which can be solved by a finite difference scheme. Numerical models have been built using Matlab to simulate the dynamic response of various elements of a hydroelectric system such as: valves, 3-way branching junctions, surge tanks, orifice surge tanks, pumps, reservoirs. Therefore, we proceeded to validate the code by comparing the numerical results with the analytical ones. Subsequently, the study of transient flow relating to a complex currently designing hydroelectric power plant was conducted. The plant was assumed to be functioning both in production and accumulation mode by pumping. About the first operating mode, the opening and closing operations of downstream valves were simulated. About the pumping mode, two system configurations were considered: the first one have a pumping system next to the lower downstream reservoir; the second one have a suction line between the lower downstream reservoir and the pumping system. Pump shut-down e pump start-up were simulated for both configurations.

1

Introduzione

L'energia idroelettrica è una fonte di energia alternativa e rinnovabile. Viene prodotta sfruttando la trasformazione dell'energia potenziale in energia cinetica attraverso lo spostamento di grandi masse d'acqua da una quota maggiore ad una quota minore. L'energia cinetica ricavata viene, dunque, trasformata in energia elettrica attraverso l'utilizzo di alternatori e turbine poste all'interno di centrali idroelettriche [5]. Questa fonte di energia viene definita rinnovabile poiché sfrutta il naturale ciclo idrologico dell'acqua. Infatti, l'acqua passa continuamente dallo stato solido allo stato liquido e dallo stato liquido allo stato di vapore (evaporazione), e viceversa [9].

Da sempre la produzione di energia gioca un ruolo fondamentale nello sviluppo sociale ed economico dei vari paesi nel mondo. I greci e i romani sfruttarono l'energia cinetica dell'acqua per azionare i mulini utilizzati per la macinazione del grano. Nel medioevo, l'invenzione della ruota idraulica permise la bonifica di ampie zone paludose e agevolò l'irrigazione dei campi [6]. Si deve arrivare alla seconda metà del '800, in piena rivoluzione industriale, per assistere alla nascita dell'energia idroelettrica. Infatti, nel 1870 in Inghilterra presso la magione di Cragside nasce la prima abitazione al mondo alimentata elettricamente da un generatore idraulico. Questa data segna la nascita dell'energia idroelettrica e in assoluto delle fonti di energia elettrica rinnovabili [7].

Nel corso degli anni la continua crescita della popolazione mondiale e i sempre più crescenti standard di vita hanno portato ad un continuo incremento della richiesta energetica, affidando di fatto alla produzione di energia elettrica un ruolo sempre più centrale per lo sviluppo sociale. Oggi l'80% circa dell'energia prodotta a livello mondiale deriva dallo sfruttamento di carburanti fossili, quali gas, petrolio, carbone. Queste non essendo materie prime rinnovabili, a causa dell'eccessivo sfruttamento, stanno

progressivamente esaurendosi. Come conseguenza, si va assistendo a continue fluttuazioni dei prezzi di mercato dovuti allo squilibrio tra domanda e offerta. Inoltre, l'emissioni prodotte dalla loro combustione incidono negativamente sull'ambiente. Le preoccupazioni riguardo la sostenibilità a lungo termine dell'utilizzo di queste fonti, nonché la necessità di sfruttamento di fonti energetiche che aiutino a soddisfare l'incremento della domanda, sta spingendo sempre di più verso lo sfruttamento di fonti di energia sostenibili e rinnovabili, quali: acqua, vento, sole [4].

Attualmente, tra le fonti di energia rinnovabile, lo sfruttamento idrico, attraverso l'ormai collaudata tecnologia idroelettrica, rappresenta il contributo principale avendo da solo un peso di gran lunga maggiore della somma di tutte le altre. Secondo i dati dell'International Renewable Agency (IRENA) relativi al 2017 l'energia idroelettrica garantisce da sola il 16% circa del totale di elettricità prodotta a livello mondiale, coprendo il 65% circa della produzione totale da fonti rinnovabili. A livello mondiale la Norvegia rappresenta la nazione con la più alta percentuale di energia elettrica di origine idroelettrica, raggiungendo il 99% della produzione totale [7]. In Italia, secondo dati del 2014 l'idroelettrico rappresentava il 48% circa della produzione totale da fonti rinnovabili [9]. In molti paesi in via di sviluppo del continente africano, asiatico e dell'America latina è stata individuata nello sfruttamento della potenza idrica la chiave di volta per il loro sviluppo economico, ed è per questo motivo che rappresentano le fette più importanti di produzione idroelettrica nel mondo [4].

La trasformazione dell'energia potenziale, posseduta da una grande massa d'acqua, in energia cinetica prima e in energia elettrica dopo, avviene all'interno di apposite centrali, definite per l'appunto centrali idroelettriche. Una centrale idroelettrica è costituita da un insieme di opere civili, idrauliche e da macchinari elettromeccanici aventi lo scopo di trasportare la risorsa idrica verso un impianto di produzione nel quale avviene la conversione dell'energia cinetica in energia elettrica.

Le centrali idroelettriche vengono suddivise in base alla potenza installata e alla tipologia. Sulla base della potenza installata si distinguono:

- Micro centrali idroelettriche: $P < 100\ kW$
- Piccole centrali idroelettriche: $P < 10\ MW$

- Grandi centrali idroelettriche: $P > 10\ MW$

Sulla base della tipologia si distinguono:

- Impianti di produzione mediante turbinaggio;
- Impianti di accumulo mediante pompaggio.

Diversamente dal funzionamento degli impianti di produzione mediante turbinaggio, che sfruttano la differenza di quota geodetica tra il livello idrico di un serbatoio di monte e le turbine, gli impianti di accumulo mediante pompaggio sono caratterizzati da due possibili fasi, ovvero una fase di produzione (turbinaggio) e una fase di accumulo (pompaggio). Questa tipologia di impianto ha lo scopo principale di bilanciare l'energia immessa in rete da altre fonti rinnovabili non governabili, quali energia eolica, energia fotovoltaica. Durante i periodi di bassa richiesta viene sfruttata l'energia a basso costo immessa in rete per pompare l'acqua da un serbatoio di accumulo inferiore a un serbatoio a quota superiore. Il serbatoio a quota superiore, in questo modo, funziona come una batteria ad energia potenziale nella quale viene immagazzinata parte dell'energia in eccesso. Durante i periodi di picco della domanda, invece, l'impianto funziona in produzione rilasciando la massa d'acqua immagazzinata attraverso le turbine per produrre il surplus energetico richiesto, collocandolo ad un prezzo di mercato elevato [8].

Il progetto e la costruzione di un impianto idroelettrico deve svilupparsi considerando diversi fattori di carattere ambientale e tecnico. Le scelte progettuali devono essere fatte nell'ottica della stesura di un progetto che massimizzi l'efficienza del nuovo impianto, andando a minimizzare il rischio di danni strutturali attraverso lo studio degli scenari di gestione. La mancata o errata analisi delle condizioni operative andrebbe ad incidere negativamente sulla gestione dell'impianto che non garantirebbe una produzione energetica continua ed efficiente. I principali problemi di gestione si verificano durante le fasi transitorie, ovvero durante il passaggio da una situazione di moto stazionario all'altra. Diversamente dalla situazione di moto stazionario dove i parametri di flusso quali portata e carico piezometrico si mantengono costanti nel tempo, durante i transitori idraulici questi possono cambiare instante per istante. Le fluttuazioni di carico piezometrico, generate da un disturbo della situazione stazionaria, si propagano all'interno delle condotte generando un suono assimilabile a quello di una martellata.

Sulla base di questo particolare effetto acustico prodotto, questi fenomeni transitori idraulici vengono anche detti di Colpo d'ariete [10]. Il verificarsi di un incremento o decremento eccessivo di carico piezometrico causerebbe seri danni all'impianto, tra i quali: rottura delle condotte in pressione, danni alle apparecchiature, rotture di valvole di regolazione e di sicurezza, danneggiamento di pompe e turbine, danneggiamento dei rivestimenti interni delle condotte, problemi legati al fenomeno di cavitazione [11]. Per questo motivo, lo studio dei fenomeni transitori idraulici riveste un ruolo importante all'interno del progetto di un impianto idroelettrico.

Il seguente lavoro di tesi, svolto all'interno della Geodata SpA, società di geoingegneria che si occupa di progettazione di opere in sotterraneo, nasce dall'esigenza dell'azienda di sviluppare una metodologia per lo studio quantitativo dei transitori idraulici all'interno di condotte in pressione. L'intero lavoro è stato effettuato nell'ottica di fornire uno strumento utile a ottimizzare i processi funzionali legati alla progettazione e allo scavo dei tunnel in pressione a servizio di grandi impianti idroelettrici. A tal fine, è stato costruito un codice di calcolo user-friendly in grado di verificare idraulicamente le scelte progettuali adottate, valutandone la compatibilità strutturale con gli effetti prodotti dal fenomeno di Colpo d'ariete.

2

Fenomeni transitori idraulici

2.1 Classificazione dei moti idraulici

Le quantità che definiscono il moto di un fluido possono dipendere dalla coordinata spaziale x e dalla coordinata temporale t. Sulla base di questa dipendenza sono stati classificati i moti idraulici.

Se le condizioni di flusso (p.es portata, pressione e velocità) si mantengono costanti nel tempo il flusso viene definito *stazionario*. Nella realtà il moto stazionario assoluto non esiste, infatti portata, pressione e velocità subiscono continuamente lievi variazioni nel tempo. Nel complesso, considerando piccoli periodi temporali, si può definire una condizione di moto stazionario se mediamente queste quantità si mantengono costanti nel tempo. Viceversa, se portata, pressione e velocità non si mantengono costanti nel tempo il moto viene definito *non stazionario.*

Se la velocità del flusso si mantiene costante nel tempo e nello spazio, allora il moto viene definito *uniforme*, viceversa se la velocità non si mantiene costante nello spazio il moto viene definito *non uniforme*.

Il *transitorio idraulico* rappresenta una particolare condizione di moto non stazionario all'interno di un sistema di condotte, che descrive il passaggio da una condizione di moto stazionario ad un'altra. Questo viene generato da un disturbo della condizione di moto stazionario preesistente. In passato, il transitorio idraulico veniva definito come Colpo d'ariete, nome che veniva associato al particolare effetto sonoro che provoca la propagazione dell'onda di sovrapressione che si genera.

2.2 Descrizione del fenomeno di colpo d'ariete

Il colpo d'ariete rappresenta una sollecitazione dinamica che va ad interessare l'intero sistema di condotte comprensivo di tubazioni, valvole, apparecchi elettromeccanici, pompe e turbine [11]. Questo fenomeno si genera all'interno di un sistema di condotte in pressione ogni qual volta si va a disturbare la condizione di moto stazionario in atto. Alcuni esempi di cause che generano questo fenomeno, all'interno di sistemi di condotte in pressione, sono:

- Chiusura, apertura di valvole all'interno delle condotte;
- Accensione, spegnimento di pompe all'interno di un sistema di pompaggio;
- Accensione, spegnimento di turbine idrauliche;

Il colpo d'ariete, essendo un fenomeno che inevitabilmente si genera all'interno di condotte in pressione, non può essere annullato. Al fine di evitare che le fluttuazioni di carico piezometrico generate possano andare a danneggiare seriamente l'intero sistema, nella pratica di gestione di un impianto devono essere effettuare delle manovre che non vadano a produrre sollecitazioni interne eccessive. Se non adeguatamente tenute in conto le eccessive fluttuazioni di pressione possono andare a causare:

- Rottura della condotta;
- Danneggiamento di pompe e turbine;
- Rottura di valvole di regolazione e sicurezza;
- Danneggiamento del rivestimento interno delle condotte;
- Separazione della colonna liquida.

Per comprendere meglio il fenomeno di colpo d'ariete, si considera un sistema composto da un serbatoio di monte, una condotta e una valvola di valle (Fig. 2.1), nel quale sussistono le condizioni di moto stazionario. Si fa l'ipotesi di chiusura istantanea della valvola.

Chiudendo rapidamente la valvola la colonna liquida in movimento all'interno della condotta si trova davanti la strada sbarrata. Come conseguenza, si va progressivamente arrestando. L'arresto della massa d'acqua avviene attraverso la trasformazione dell'energia cinetica posseduta in energia elastica di compressione. Questo provoca in

prossimità del piatto della valvola delle sollecitazioni notevoli. L'onda di sovrapressione che si genera si andrà a propagare lungo l'intera lunghezza della condotta con velocità a.

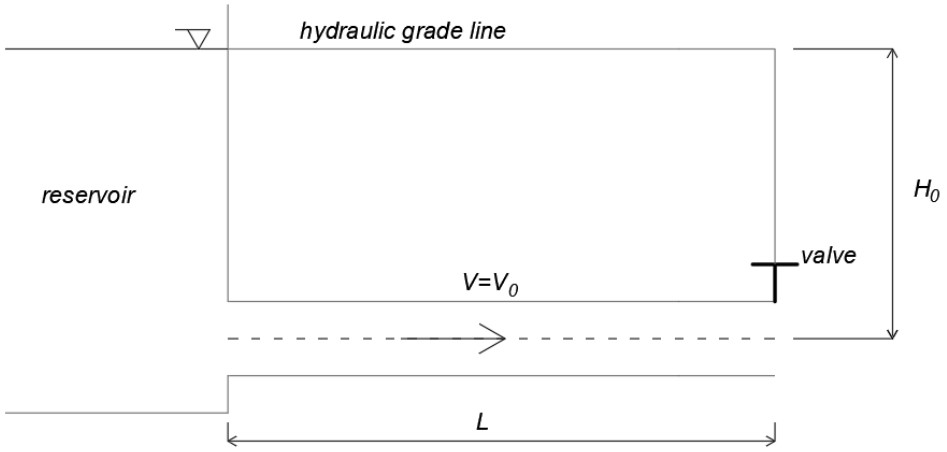

Fig. 2.1- Schema sistema di condotte con valvola di valle

Considerando il sistema di Fig. 2.1 si vanno ad analizzare gli effetti provocati da una chiusura istantanea della valvola.

Al tempo $t = 0$ si chiude istantaneamente la valvola (Fig. 2.2). Come conseguenza, la velocità del liquido in prossimità della valvola passa quasi istantaneamente da una velocità iniziale $v = v_0$ a una velocità finale $v = 0$. Per effetto dell'arresto dell'acqua il carico piezometrico aumenta da un valore iniziale $H = H_0$ a un valore finale $H = H_0 + \Delta H$. L'incremento di pressione generato dall'arresto della colonna liquida sollecita radialmente la condotta la quale subisce una deformazione elastica. Tra il tempo $t = 0$ e il tempo $t = \frac{L}{a}$ la colonna liquida si va progressivamente arrestando lungo tutta la condotta e la conseguente onda di pressione di intensità ΔH si propaga dalla sezione di chiusura fino al serbatoio di valle con velocità a.

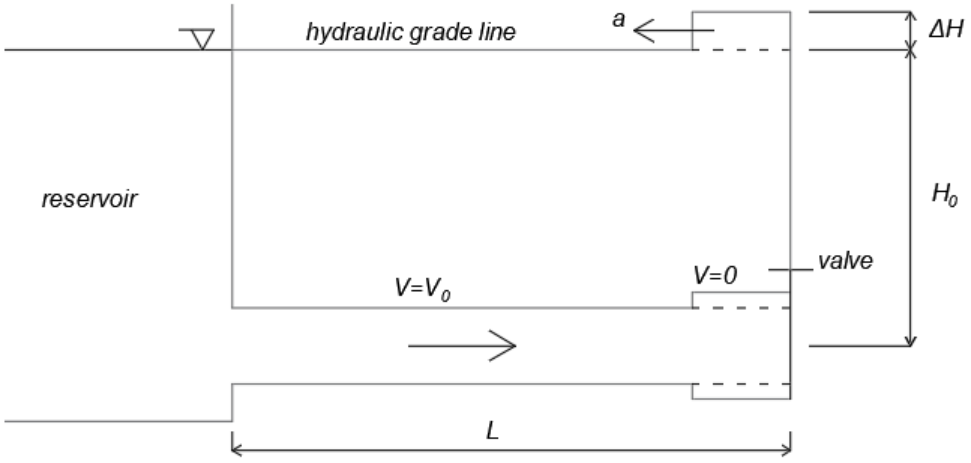

Fig. 2.2- Colpo d'ariete: tempo compreso $0 < t \leq \frac{L}{a}$

Al tempo $t = \frac{L}{a}$ l'onda di sovrapressione arriva al serbatoio di monte. La condotta risulta essere tutta dilatata con acqua all'interno ferma e compressa. La nuova condizione del sistema risulta instabile, poiché il livello liquido del serbatoio è considerato costante e in condotta il carico piezometrico è maggiore.

Tra $\frac{L}{a} < t < \frac{2L}{a}$ si propaga un'onda di pressione negativa di intensità $-\Delta H$ dal serbatoio di monte verso la valvola di valle (Fig. 2.3). Come conseguenza si instaura un flusso negativo che si muove verso il serbatoio con velocità $V = -V_0$ e la condotta torna ad assumere le dimensioni iniziali.

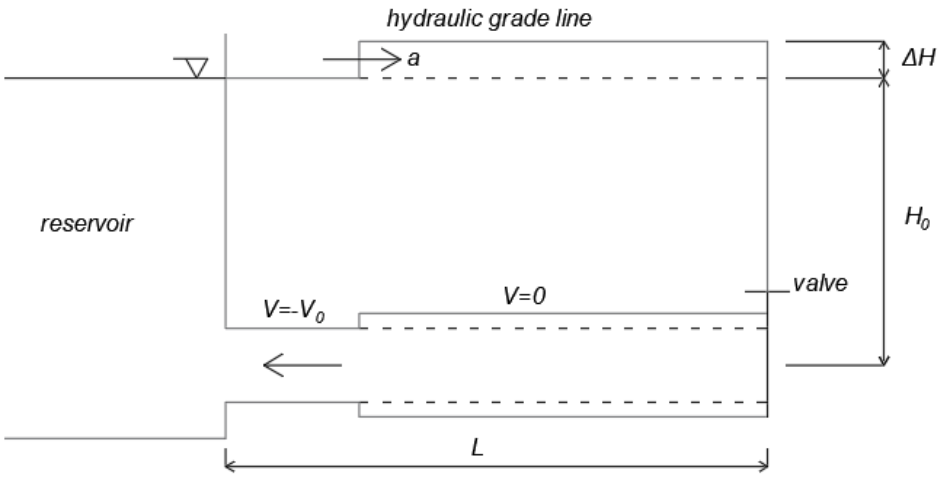

Fig. 2.3- Colpo d'ariete: tempo compreso $\frac{L}{a} < t \leq \frac{2L}{a}$

Al tempo $t = \frac{2L}{a}$ l'onda di pressione negativa arriva alla valvola. Il carico piezometrico in condotta è ritornato al valore H_0, la condotta risulta, quindi, tutta decompressa, e l'acqua al suo interno si muove verso il serbatoio con velocità $V = -V_0$.
Questo particolare valore di tempo prende il nome di *tempo caratteristico* della condotta T_c

$$T_c = \frac{2L}{a} \qquad (2.1)$$

Il tempo caratteristico della condotta rappresenta il tempo impiegato dall'onda di pressione per raggiungere il serbatoio di monte e tornare alla valvola. Durante questo periodo la condotta è soggetta al massimo incremento di pressione.
In questo istante, essendo la valvola chiusa, non può mantenersi una velocità negativa in condotta, venendosi a creare una nuova condizione di instabilità.

Tra $\frac{2L}{a} < t < \frac{3L}{a}$ lungo la condotta si propaga un'onda di pressione negativa di intensità $-\Delta H$ verso il serbatoio e la colonna liquida si va progressivamente arrestando (Fig. 2.4). Conseguentemente alla riduzione di carico piezometrico, la condotta subisce una deformazione elastica negativa.

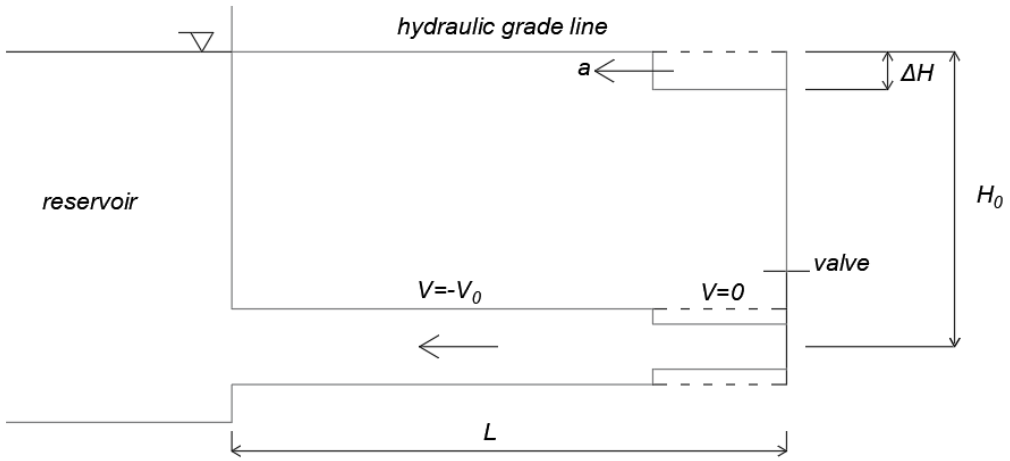

Fig. 2.4- Colpo d'ariete: tempo compreso $\frac{2L}{a} < t \leq \frac{3L}{a}$

Al tempo $t = \frac{3L}{a}$ l'onda di sovrapressione negativa arriva al serbatoio. La condotta risulta tutta in depressione e l'acqua all'interno ferma. In questo istante il livello liquido del serbatoio è maggiore rispetto al carico piezometrico in condotta. Si è venuta a creare una nuova condizione di instabilità.

Tra $\frac{3L}{a} < t < \frac{4L}{a}$ lungo la condotta si propaga un'onda di pressione positiva di intensità *ΔH* verso la valvola (Fig. 2.5). Conseguentemente all'aumento di carico piezometrico, la condotta ritorna alla sua dimensione iniziale e si instaura un flusso positivo con velocità $v = v_0$ dal serbatoio alla valvola.

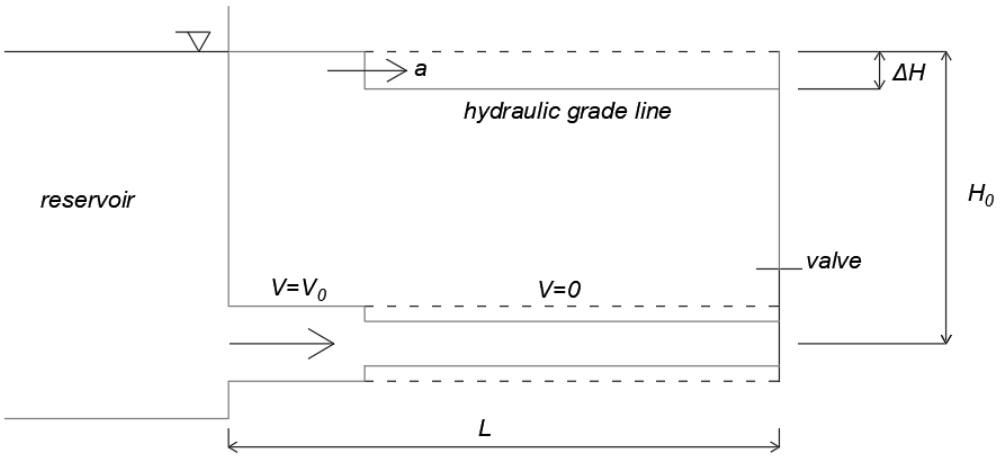

Fig. 2.5- Colpo d'ariete: tempo compreso $\frac{3L}{a} < t \leq \frac{4L}{a}$

Al tempo $t = \frac{4L}{a}$ l'onda di pressione positiva arriva alla valvola. In questo istante il sistema si ritrova nelle condizioni iniziali. Il tempo $t = \frac{4L}{a}$ rappresenta, quindi, il periodo necessario affinché il sistema ritorni alla sua condizione iniziale dopo l'innesco del disturbo. In assenza di perdite di carico, essendo la valvola chiusa il fenomeno si ripeterebbe identicamente allo stesso modo (Fig. 2.6).

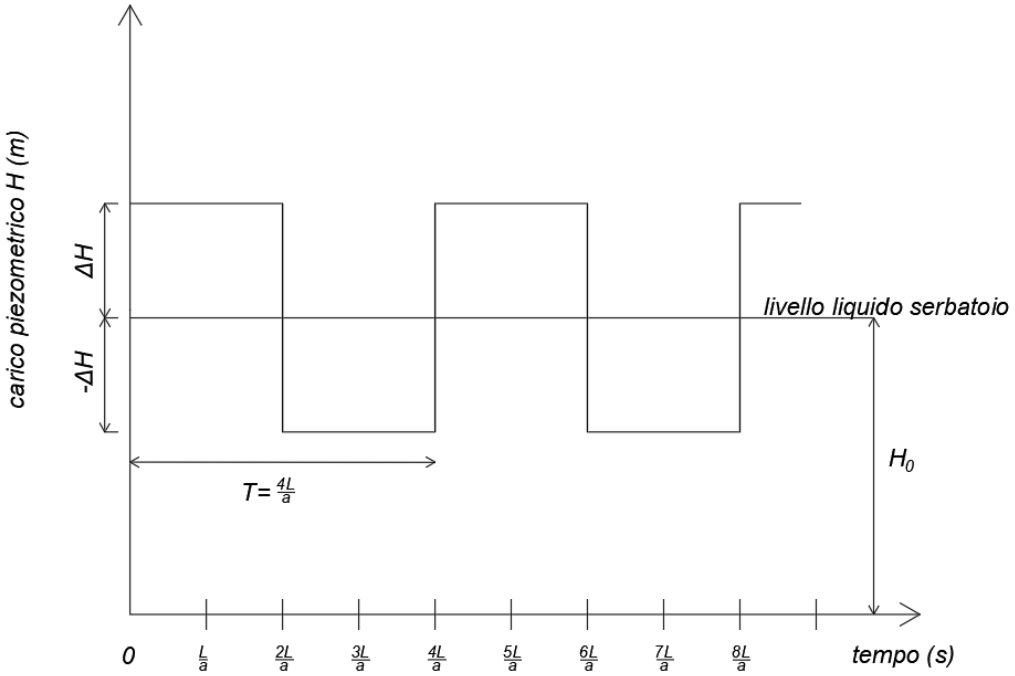

Figura 2.6- Andamento del carico piezometrico alla valvola (assenza di perdite per attrito).

La velocità con cui si propaga l'onda di pressione all'interno di una condotta prende il nome di *celerità*. Il valore di questa quantità dipende unicamente dalle caratteristiche elastiche del liquido e della condotta.

Analiticamente la celerità è uguale a:

$$a = \sqrt{\frac{K}{\rho\left[1+\left(\frac{K}{E}\right)\Psi\right]}} \qquad (2.2)$$

dove:

- a celerità dell'onda di pressione $\left(\frac{m}{s}\right)$
- K modulo di comprimibilità cubica del fluido $\left(\frac{N}{m^2}\right)$
- ρ densità del fluido $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$
- E modulo di Young della condotta $\left(\frac{N}{m^2}\right)$
- Ψ parametro adimensionale dipendente dalle proprietà elastiche della condotta

Se si considera una condotta indeformabile, quindi rigida, il parametro adimensionale Ψ si annulla e la (2.2) si riduce a:

$$a = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \qquad (2.3)$$

Quindi, sotto l'ipotesi di condotta rigida l'onda di pressione si propaga lungo la condotta alla massima velocità, raggiungendo la velocità del suono all'interno dell'acqua [11].

Il tempo caratteristico della condotta, ovvero il tempo necessario alla perturbazione prodotta all'otturatore per arrivare al serbatoio di monte e tornare indietro, è un parametro importante per lo studio dei fenomeni di colpo d'ariete. Come definito dalla (2.1) il tempo T_c è funzione della lunghezza della condotta e attraverso la celerità a delle caratteristiche elastiche del liquido e della condotta stessa. Quindi, data una condotta di lunghezza L, all'aumentare del suo grado di rigidità il tempo T_c diventa sempre più piccolo. Viceversa, definite le caratteristiche elastiche della condotta (diametro D, spessore s, materiale) e quindi fissato il valore di celerità a, all'aumentare della lunghezza L il tempo T_c diventa sempre più grande.

Sulla base del valore di tempo caratteristico di una condotta, detto T_m il tempo impiegato per effettuare l'operazione di chiusura, vengono distinte due tipologie di manovre:

- se $T_m \leq T_c$ la manovra viene definita *brusca*
- se $T_m > T_c$ la manovra viene definita *lenta*

Una manovra di chiusura brusca produce in prossimità dell'otturatore il massimo incremento di carico piezometrico ΔH ricavabile analiticamente attraverso l'utilizzo della formula di Jourkowsky.

$$\Delta H = \frac{a}{g}\,\Delta v \qquad (2.4)$$

dove:

- ΔH incremento di carico piezometrico (m)
- g accelerazione di gravità $\left(\frac{m}{s^2}\right)$
- a celerità dell'onda di pressione $\left(\frac{m}{s}\right)$

– Δv variazione di velocità in condotta $\left(\frac{m}{s}\right)$

Se ad esempio si considera una celerità $a \cong 1000\frac{m}{s}$, valore tipico per condotte in acciaio, l'incremento di carico dovuto ad una chiusura brusca è pari a $\Delta H \cong 100 * \Delta v$ [11].

Nel caso di manovre lente con chiusura totale dell'otturatore, il valore di massimo incremento di carico piezometrico prodotto è ricavabile analiticamente attraverso la formula di Allievi-Michaud.

$$\Delta H = \frac{2L\Delta v}{gT_m} \qquad (2.5)$$

Se si ipotizza una manovra di chiusura con durata pari al tempo caratteristico della condotta $T_m = T_c = \frac{2L}{a}$, la (2.5) si riduce alla (2.4). Quindi, una manovra di chiusura brusca produce all'interno della condotta la massima sollecitazione possibile.

3

Modello matematico del fenomeno di colpo d'ariete

3.1 Equazioni matematiche che descrivono il moto vario

Il sistema di equazioni differenziali che descrivono i fenomeni di moto vario all'interno di un sistema di condotte in pressione, causato dall'arresto totale o parziale della colonna liquida in moto, è costituito dall'equazione dinamica e dall'equazione di continuità.

L'equazione dinamica, o del moto, descrive la conservazione dell'energia meccanica posseduta dalla corrente. L'equazione di continuità descrive la conservazione della massa liquida.

Questo sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali è stato ricavato a partire delle seguenti ipotesi di base:

- Ipotesi di flusso monodimensionale in condotta e distribuzione uniforme della velocità sulla sezione;
- Ipotesi di condotte e fluido con comportamento elastico lineare;
- Ipotesi di validità, durante il transitorio idraulico, delle formule per il calcolo delle perdite di carico per attrito in regime stazionario.

3.1.1 Equazione dinamica

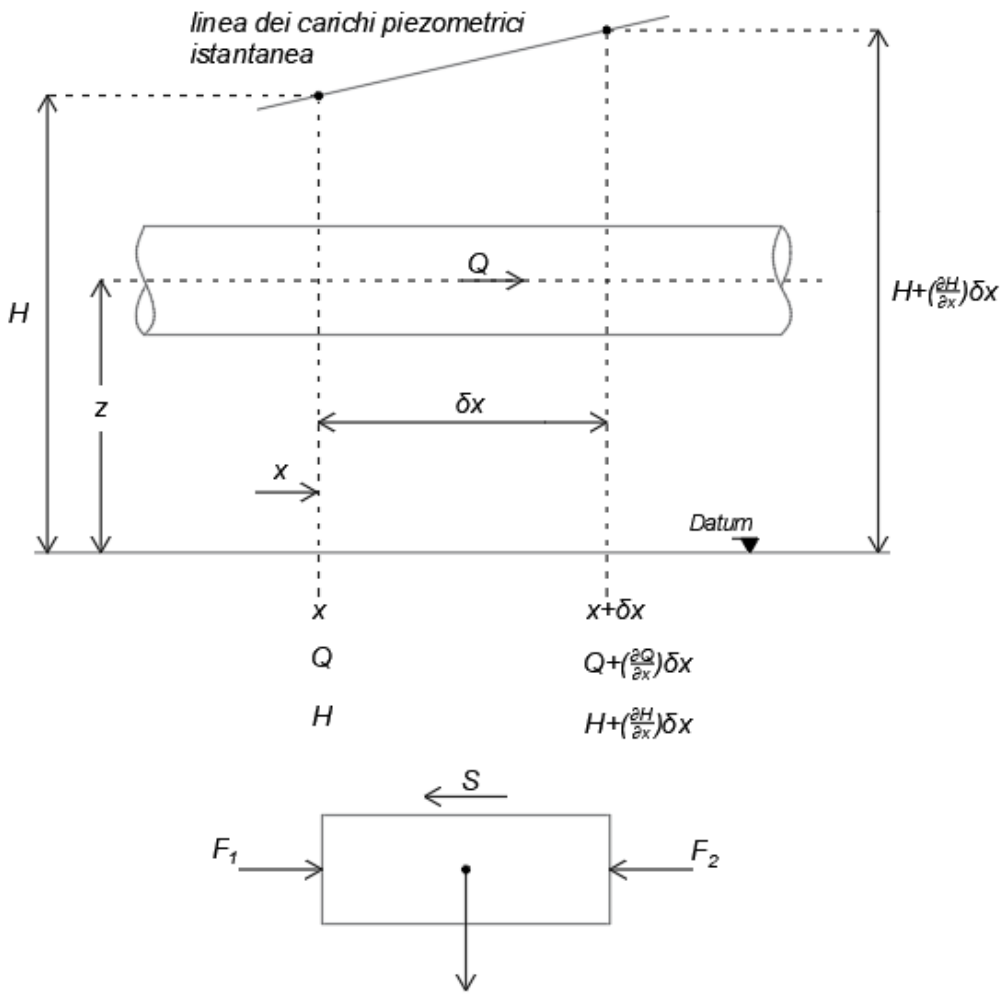

Fig. 3.1- Notazione per la derivazione dell'equazione dinamica

Si considera un elemento di fluido orizzontale avente sezione trasversale A e lunghezza δx (Fig. 3.1) soggetto a forze di pressione F_1 e F_2, e forza d'attrito S.

$$F_1 = \gamma A(H - z) \qquad (3.1)$$

$$F_2 = \gamma A(H - z + \frac{\partial H}{\partial x}\delta x) \qquad (3.2)$$

$$S = \frac{\gamma}{g}\frac{fv^2}{8}\pi D\delta x \qquad (3.3)$$

dove:

- γ peso specifico del liquido $\left(\frac{N}{m^3}\right)$
- g accelerazione di gravità $\left(\frac{m}{s^2}\right)$
- A sezione trasversale della condotta (m^2)
- D diametro condotta (m)
- z quota geodetica valutata rispetto l'asse della condotta (m)
- v velocità del fluido $\left(\frac{m}{s}\right)$
- f fattore di attrito valutato secondo la formula di Darcy-Weisbach

La forza orizzontale risultante, sostituendo le eq. (3.1), (3.2), (3.3), è pari a:

$$F = -\gamma A \frac{\partial H}{\partial x} \delta x - \frac{\gamma}{g} \frac{f v^2}{8} \pi D \delta x \qquad (3.4)$$

Dette M e a rispettivamente massa e accelerazione dell'elemento

$$M = \frac{\gamma}{g} A \delta x \qquad (3.5)$$

$$a = \frac{dv}{dt} \qquad (3.6)$$

Applicando la seconda legge di Newton si ottiene e dividendo tutti i termini per $\gamma A \delta x$, dopo un paio di passaggi si ottiene

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f v^2}{2D} = 0 \qquad (3.7)$$

Il termine $v \frac{\partial v}{\partial x}$ viene trascurato, essendo in molti casi significativamente più piccolo di $\frac{\partial v}{\partial t}$. Inoltre, per tenere in considerazione il flusso inverso in condotta il termine $\frac{f v^2}{2D}$ viene scritto come $\frac{f v |v|}{2D}$.

La (3.7) scritta in termini di portata diventa:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + g A \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f Q |Q|}{2DA} = 0 \qquad (3.8)$$

L'eq. (3.8) rappresenta l'equazione dinamica del moto.

3.1.2 Equazione di continuità

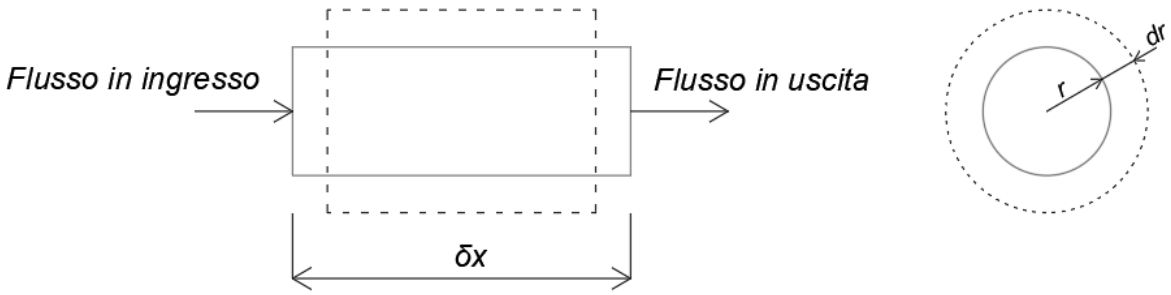

Fig. 3.2- Notazione per la derivazione dell'equazione di continuità

Si considera il medesimo elemento di liquido considerato per la derivazione dell'eq. (3.8).

Detto V_{in} il volume di liquido in ingresso e V_{out} il volume in uscita nell'elemento durante un intervallo temporale δt

$$V_{in} = V\pi r^2 \delta t \qquad (3.9)$$

$$V_{out} = \left(V + \frac{\partial V}{\partial x}\delta x\right)\pi r^2 \delta t \qquad (3.10)$$

L'incremento di volume in ingresso in un tempo δt è pari a:

$$\delta V_{in} = V_{in} - V_{out} = -\frac{\partial V}{\partial x}\delta x \delta t \pi r^2 \qquad (3.11)$$

Durante il tempo δt l'elemento di fluido subisce una variazione di pressione $\delta p = \frac{\partial p}{\partial t}\delta t$ che provoca un'espansione/contrazione radiale della sezione della condotta e una diminuzione/aumento della lunghezza dell'elemento (Fig. 3.2).

La variazione di pressione δp provoca nell'elemento una variazione di tensione $\delta\sigma$ pari a:

$$\delta\sigma = \frac{\partial p}{\partial t}\delta t \frac{r}{e} \qquad (3.12)$$

dove r rappresenta il raggio della condotta ed e lo spessore.

La condotta a causa dell'incremento dr del raggio subisce una deformazione $\delta\varepsilon = \frac{\delta r}{r}$.

Avendo fatto l'ipotesi di condotta con comportamento elastico lineare, a partire dalla definizione di modulo elastico E si ricava facilmente:

$$\delta r = \frac{\partial p}{\partial t}\frac{r^2}{eE}\delta t \qquad (3.13)$$

La variazione di raggio δr produce una variazione di volume pari a:

$$\delta V_r = 2\pi r\left(\frac{\partial p}{\partial t}\frac{r^2}{eE}\delta t\right)\delta x \qquad (3.14)$$

Detto $V = \pi r^2 \delta x$ il volume iniziale dell'elemento, questo subisce una variazione di volume δV_c a causa della comprimibilità del fluido. Invertendo la formula che definisce il modulo di comprimibilità cubica del fluido K

$$K = \frac{-\delta p}{\frac{\delta V_c}{V}} \qquad (3.15)$$

si ottiene

$$\delta V_c = -\frac{\partial p}{\partial t}\frac{\delta t}{K}\pi r^2 \delta x \qquad (3.16)$$

Facendo l'ipotesi di densità del fluido costante, applicando il principio di conservazione della massa liquida si ha:

$$\delta V_{in} + \delta V_c = \delta V_r \qquad (3.17)$$

Sostituendo nella (3.17) la (3.14) e la (3.16) e dividendo ambo i membri per $\pi r^2 \delta x \delta t$, dopo alcuni passaggi si ottiene:

$$a^2\frac{\partial Q}{\partial x} + gA\frac{\partial H}{\partial t} = 0 \qquad (3.18)$$

L'eq. (3.18) rappresenta l'equazione di continuità.

Quindi, la (3.8) e (3.18) sono equazioni differenziali alle derivate parziali, in cui sono presenti due variabili indipendenti x e t e due variabili dipendenti Q e H. A e D sono caratteristiche della condotta invarianti nel tempo ma che potrebbero essere funzione della coordinata x. La celerità delle onde di pressione dipende dalle caratteristiche del sistema. Vista la dipendenza di Q e H dal tempo t e dalla distanza x non è possibile risolvere questo sistema di equazioni in forma chiusa. Per questo motivo sono stati definiti

nel tempo diversi metodi numerici per la risoluzione tra i quali il Metodo delle Caratteristiche, metodo numerico utilizzato nel seguente lavoro di tesi.

3.2 Metodo delle Caratteristiche

La risoluzione del sistema di equazioni che descrive il moto vario all'interno di condotte in pressione è stata fatta adottando il Metodo delle Caratteristiche [1].

Il Metodo delle Caratteristiche, grazie alla sua grande stabilità e al suo alto grado di accuratezza, risulta essere il metodo di risoluzione numerica più comunemente utilizzato nello studio dei fenomeni transitori idraulici all'interno di un sistema di condotte in pressione [12]. L'utilizzo di questo metodo numerico permette di passare da un sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali a un sistema di equazioni differenziali ordinarie nella variabile indipendente *t* risolvibili attraverso lo schema alle differenze finite.

Detta L_1 l'equazione dinamica (3.8) e L_2 l'equazione di continuità (3.19), si considera la loro combinazione lineare:

$$L_1 + \lambda L_2 = 0 \qquad (3.19)$$

Sostituendo nella (3.3) le eq. (3.1) e (3.2) si ottiene:

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial t} + \lambda a^2 \frac{\partial Q}{\partial x}\right) + \lambda g A \left(\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{\lambda}\frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0 \qquad (3.20)$$

Ammesso che $H = H(x,t)$ e $Q = Q(x,t)$ sono soluzioni delle equazioni L_1 e L_2, allora è possibile scrivere le loro derivate totali nella seguente forma:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x}\frac{dx}{dt} \qquad (3.21)$$

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x}\frac{dx}{dt} \qquad (3.22)$$

Posto

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{dx}{dt} = \lambda a^2 \qquad (3.23)$$

oppure

$$\lambda = \pm\frac{1}{a} \qquad (3.24)$$

sostituendo le eq. (3.21) e (3.22) all'eq. (3.20) si ottiene:

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{gA}{a}\frac{dH}{dt} + \frac{f}{2DA}Q|Q| = 0 \qquad (3.25)$$

se

$$\frac{dx}{dt} = a \qquad (3.26)$$

e

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{gA}{a}\frac{dH}{dt} + \frac{f}{2DA}Q|Q| = 0 \qquad (3.27)$$

se

$$\frac{dx}{dt} = -a \qquad (3.28)$$

In questo modo le equazioni differenziali alle derivate parziali (3.8) e (3.18) sono state trasformate in equazioni differenziali ordinarie nella varabile indipendente *t*.

Il nuovo sistema di equazioni composto dalle eq. (3.25) e (3.27) è valido lungo due rette aventi equazione $\frac{dx}{dt} = \pm a$ e poste nel piano *x-t*. Fisicamente queste due rette, dette linee caratteristiche, rappresentano il percorso delle perturbazioni iniziate in vari punti del sistema. Ad esempio, un disturbo al tempo t_0 nel punto *A* raggiunge il punto *P* al tempo $t+t_0$ (Fig. 3.3).

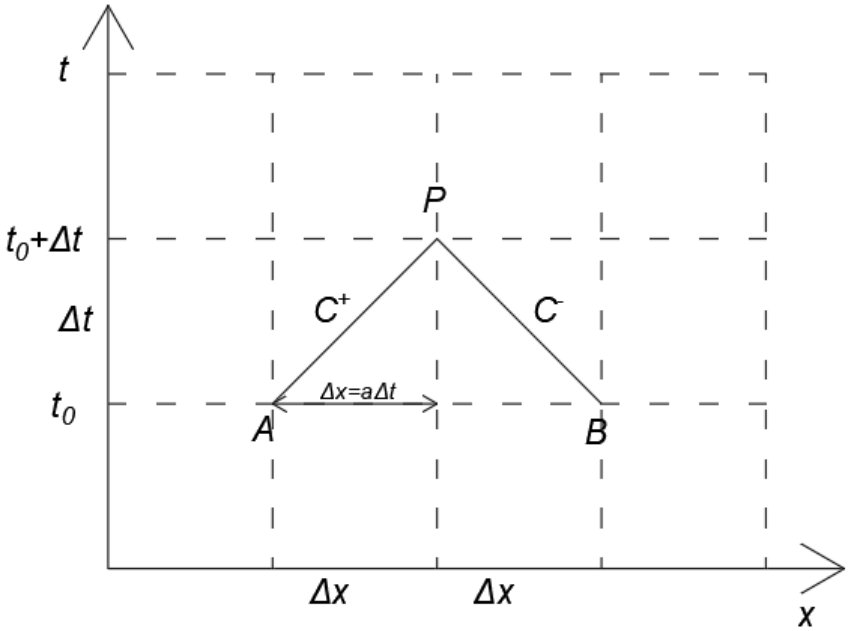

Fig. 3.3- Linee caratteristiche nel piano x-t

La linea caratteristica AP viene detta linea caratteristica positiva C^+ e separa le regioni influenzate dalle condizioni di monte e dalle condizioni iniziali, mentre la linea caratteristica BP viene detta linea caratteristica negativa C^- e separa le regioni influenzate dalle condizioni di valle e dalle condizioni iniziali.

La risoluzione delle eq. (3.25) (3.26) (3.27) e (3.28) viene fatta adottando uno schema di risoluzione alle differenze finite.

Note le condizioni iniziali al tempo $t = t_0$ del sistema considerato, o calcolate per la fase temporale precedente, è possibile calcolare le condizioni non note al tempo $t = t_0 + \Delta t$.

Facendo riferimento alla Fig. 3.3, nella quale sono note le condizioni iniziali a $t = t_0$, lungo la linea caratteristica positiva AP è possibile scrivere

$$dQ = Q_P - Q_A \qquad (3.30)$$

$$dH = H_P - H_A \qquad (3.31)$$

Allo stesso modo lungo la linea caratteristica negativa BP è possibile scrivere

$$dQ = Q_P - Q_B \qquad (3.32)$$

$$dH = H_P - H_B \qquad (3.33)$$

Andando a sostituire le eq. (3.30) e (3.31) nell'eq. (3.25) e le eq. (3.32) e (3.33) nell'eq. (3.27), calcolando i termini di attrito nei punti A e B e moltiplicando tutto per Δt si ottiene:

$$(Q_P - Q_A) + \frac{gA}{a}(H_P - H_A) + \frac{f\Delta t}{2DA}\, Q_A|Q_A| = 0 \qquad (3.34)$$

$$(Q_P - Q_B) - \frac{gA}{a}(H_P - H_B) + \frac{f\Delta t}{2DA}\, Q_B|Q_B| = 0 \qquad (3.35)$$

Definiti i seguenti parametri

$$C_P = Q_A + \frac{gA}{a}H_A - \frac{f\Delta t}{2DA}Q_A|Q_A| \qquad (3.36)$$

$$C_n = Q_B - \frac{gA}{a}H_B - \frac{f\Delta t}{2DA}Q_B|Q_B| \qquad (3.37)$$

$$C_a = \frac{gA}{a} \qquad (3.38)$$

Le eq. (3.34) e (3.35) possono essere riscritte come:

$$Q_P = C_P - C_a H_P \qquad (3.39)$$

$$Q_P = C_n + C_a H_P \qquad (3.40)$$

L'eq. (3.39) viene detta equazione caratteristica positiva ed è valida lungo la linea caratteristica C^+, mentre l'eq. (3.40) viene detta equazione caratteristica negativa ed è valida lungo la linea caratteristica C^-. La (3.36) rappresenta la caratteristica positiva, la (3.37) la caratteristica negativa, la (3.38) è una costante.

Questo nuovo sistema di equazioni formato dalle eq. (3.39) e (3.40), note le condizioni iniziali e associato a speciali condizioni al contorno per i punti terminali di monte e valle del sistema, permette di ricavare attraverso un procedimento iterativo le condizioni non note all'istante $t+\Delta t$ dei punti interni. Il procedimento iterativo è rappresentabile graficamente dalla griglia di Fig. 3.4.

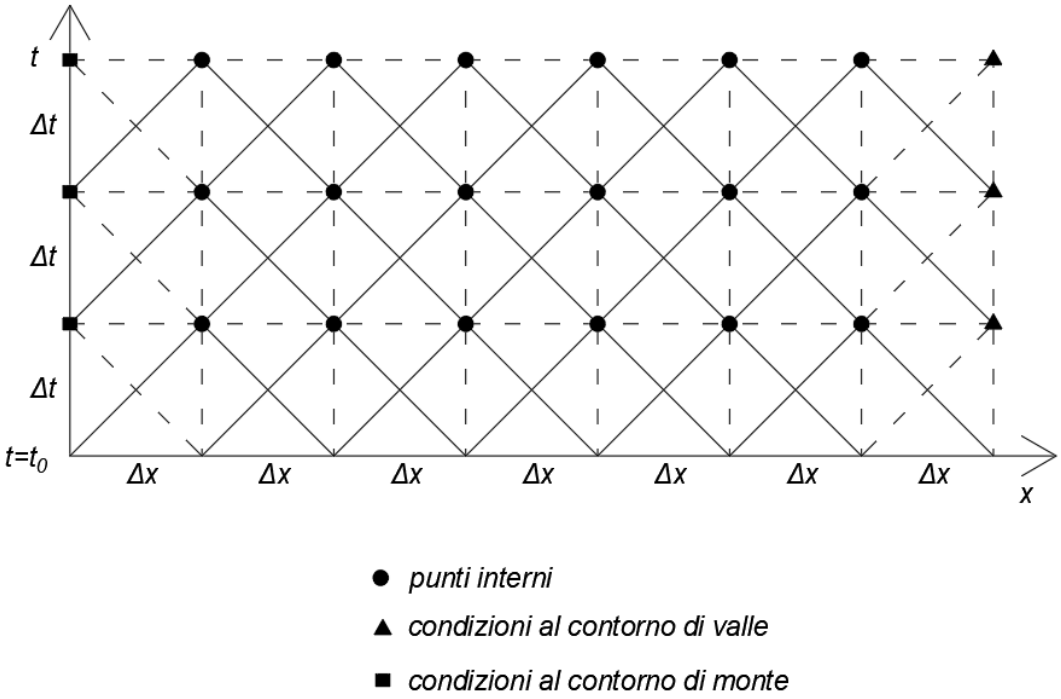

Fig. 3.4- Griglia caratteristica

La risoluzione delle equazioni attraverso l'utilizzo del metodo delle Caratteristiche deve essere effettuata scegliendo un'opportuna discretizzazione temporale Δt. Affinché venga garantita la stabilità della soluzione numerica, la discretizzazione spaziale del sistema viene effettuata applicando il criterio di stabilità formulato da Courant, ovvero:

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{1}{a} \qquad (3.41)$$

Questa condizione garantisce che le caratteristiche attraverso il punto P (Fig. 3.3) non cadano al di fuori del segmento AB. Inoltre, la condizione che garantisce la soluzione più accurata è fornita dall'uguaglianza dei termini dell'eq. (3.41). Scegliendo, dunque, un'opportuna discretizzazione temporale si ricava facilmente l'intervallo spaziale minimo che garantisce la stabilità numerica.

$$\Delta x = a\Delta t \qquad (3.42)$$

4

Condizioni al contorno e iniziali del sistema

Per la risoluzione numerica dell'equazione dinamica e di continuità, mediante Metodo delle Caratteristiche, è necessario definire speciali condizioni al contorno e determinare le condizioni iniziali del sistema indisturbato [1].

Note le condizioni iniziali a $t = t_0$ e definite le condizioni al contorno, il problema del moto vario è risolto su l'intero dominio spazio-temporale.

4.1 Condizioni al contorno

Le condizioni al contorno, definite nel seguito, sono state utilizzate per la costruzione di algoritmi che simulano il comportamento dinamico di elementi presenti all'interno di una linea di produzione idroelettrica, quali:

- Serbatoi;
- Valvole;
- Triforcazioni;
- Pozzi Piezometrici semplici;
- Pozzi piezometrici con orifizio;
- Condotte;
- Pompe.

4.1.2 Condizione al contorno: serbatoio di monte

Si considera un serbatoio a monte del sistema nel quale si assume livello liquido costante durante il transitorio idraulico.

Il carico piezometrico nella sezione di monte del sistema all'istante temporale considerato è uguale a:

$$H_P = H_{res} - (1 + k)\frac{Q_P^2}{2gA^2} \qquad (4.1)$$

Dove H_{res} rappresenta il livello liquido del serbatoio di monte; k il coefficiente di perdita di imbocco pari a 0,5.

La (4.1) messa a sistema con l'equazione caratteristica negativa (3.40) permette di ricavare la Q_p:

$$Q_P = \frac{-1+\sqrt{1+4K_1(C_n+C_aH_{res})}}{2K_1} \qquad (4.2)$$

dove

$$K_1 = \frac{C_a(1+k)}{2gA^2} \qquad (4.3)$$

4.1.2 Condizione al contorno: serbatoio di valle

Si considera un serbatoio a valle del sistema nel quale si assume livello liquido costante durante il transitorio idraulico.

Assumendo perdite di carico di sbocco e altezza cinetica trascurabili, si può scrivere:

$$H_P = H_{res} \qquad (4.4)$$

Ricordando l'equazione caratteristica positiva (3.39) si ricava:

$$Q_P = C_p - C_aH_{res} \qquad (4.5)$$

4.1.3 Condizione al contorno: valvola di valle

Il comportamento dinamico di una valvola posizionata all'estremità di valle di un sistema di condotte viene definito come di seguito.

Il moto uniforme attraverso la valvola si può scrivere come:

$$Q_0 = (C_d A_v)_0 \sqrt{2g(H_{DS} - H_v)_0} \qquad (4.6)$$

dove:

- C_d rappresenta il coefficiente d'efflusso pari a *0,61*;
- A_v area di apertura della valvola;
- H_{DS} carico piezometrico in condizioni stazionarie nell'estremità di valle;
- H_v quota della valvola;
- il pedice *0* indica le condizioni di moto uniforme.

Il moto vario attraverso la valvola lo si può scrivere come:

$$Q_P = (C_d A_v)\sqrt{2g\left(H_{P_{DS}} - H_v\right)} \qquad (4.7)$$

Dividendo la (4.7) con la (4.6) dopo un paio di passaggi si ricava:

$$Q_P = \frac{-C_{vf} + \sqrt{-C_{vf}^2 + 4C_{vf}(C_p - C_a H_v)}}{2} \qquad (4.8)$$

dove:

$$C_{vf} = \frac{2g(C_d A_v)^2}{C_a} \qquad (4.9)$$

Noto Q_P, il carico piezometrico H_p si può ricavare attraverso l'equazione caratteristica positiva (3.39).

4.1.4 Condizione al contorno: triforcazione

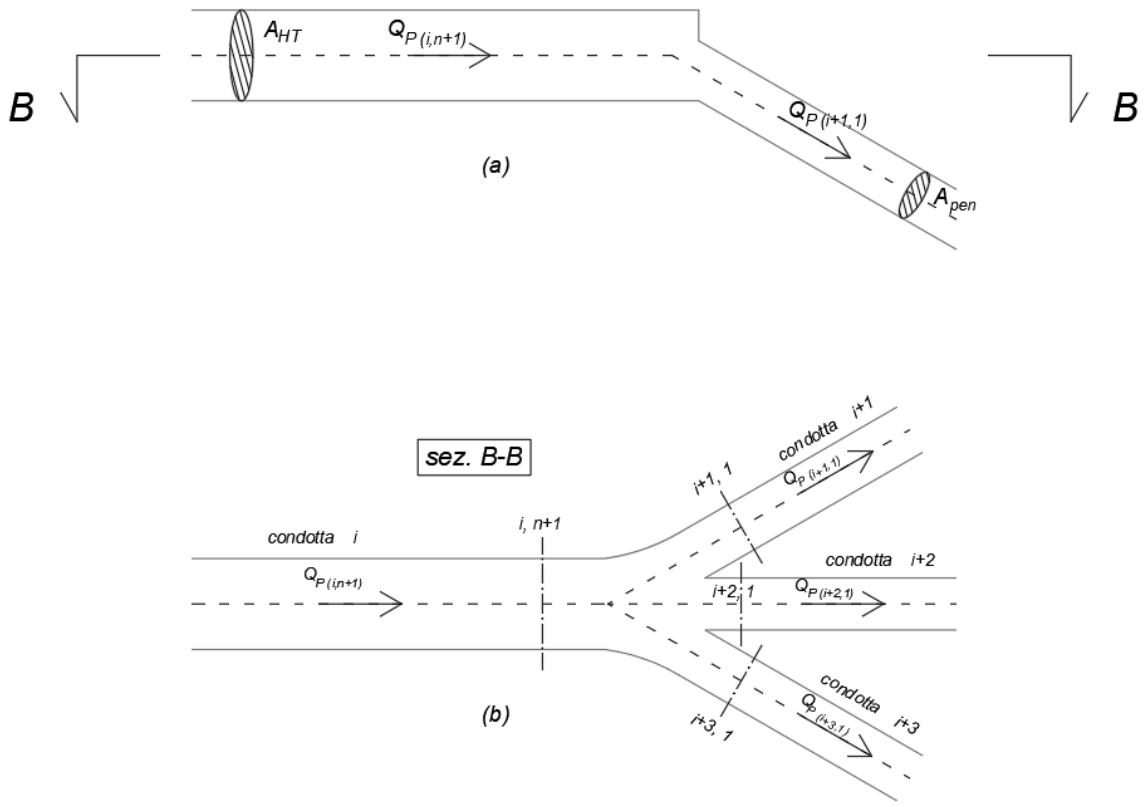

Fig. 4.1- Triforcazione: (a) vista laterale, (b) vista dall'alto.

In una triforcazione è presente il collegamento tra una condotta di dimensioni maggiori e tre condotte di dimensioni inferiori. In questo caso specifico, la galleria in pressione (headrace tunnel) nella sua sezione finale si collega con tre condotte forzate. Questa condizione al contorno è stata modellata attraverso un sistema di equazioni che descrivono il moto vario attraverso una diramazione a quattro vie.

Nelle successive equazioni il pedice *P* indica l'istante temporale corrente, il secondo pedice indica la condotta, il terzo la sezione di riferimento.

Il sistema di risolvente è il seguente:

$$\begin{cases} Q_{P,i,n+1} = Q_{P,i+1,1} + Q_{P,i+2,1} + Q_{P,i+3,1} & (4.10) \\ Q_{P,i,n+1} = C_{P,i} - C_{a,i}H_{P,i,n+1} & (4.11) \\ Q_{P,i+1,1} = C_{n,i+1} + C_{a,i+1}H_{P,i+1,1} & (4.12) \\ Q_{P,i+2,1} = C_{n,i+2} + C_{a,i+2}H_{P,i+2,1} & (4.13) \\ Q_{P,i+3,1} = C_{n,i+3} + C_{a,i+3}H_{P,i+3,1} & (4.14) \\ H_{P,i,n+1} = H_{P,i+1,1} = H_{P,i+2,1} = H_{P,i+3,1} = H_P & (4.15) \end{cases}$$

Nel quale la (4.10) rappresenta l'equazione di continuità, la (4.11), (4.12), (4.13) e (4.14) le equazioni caratteristiche, la (4.15) l'equazione del carico totale sotto l'ipotesi di perdite di carico trascurabili nella triforcazione.

Sostituendo nella (4.10) le eq. (4.11), (4.12), (4.13), (4.14) e (4.15) si ricavano dopo alcuni passaggi:

$$H_P = \frac{K_2}{K_1} \qquad (4.16)$$

$$Q_{P,ST} = K_2 - K_1 H_P \qquad (4.17)$$

dove:

$$K_1 = \sum_{i=1}^{n} C_{a,i} \qquad (4.18)$$

$$K_2 = C_{p1} - \sum_{i=2}^{n} C_{n,i} \qquad (4.19)$$

Ricavato H_P dalla (4.16), sostituendolo nella (4.11), (4.12), (4.13), (4.14), (4.15) e (4.17), si ricavano facilmente portate e carichi piezometrici in condotta.

4.1.5 Condizione al contorno: Pozzo piezometrico semplice in corrispondenza di una triforcazione

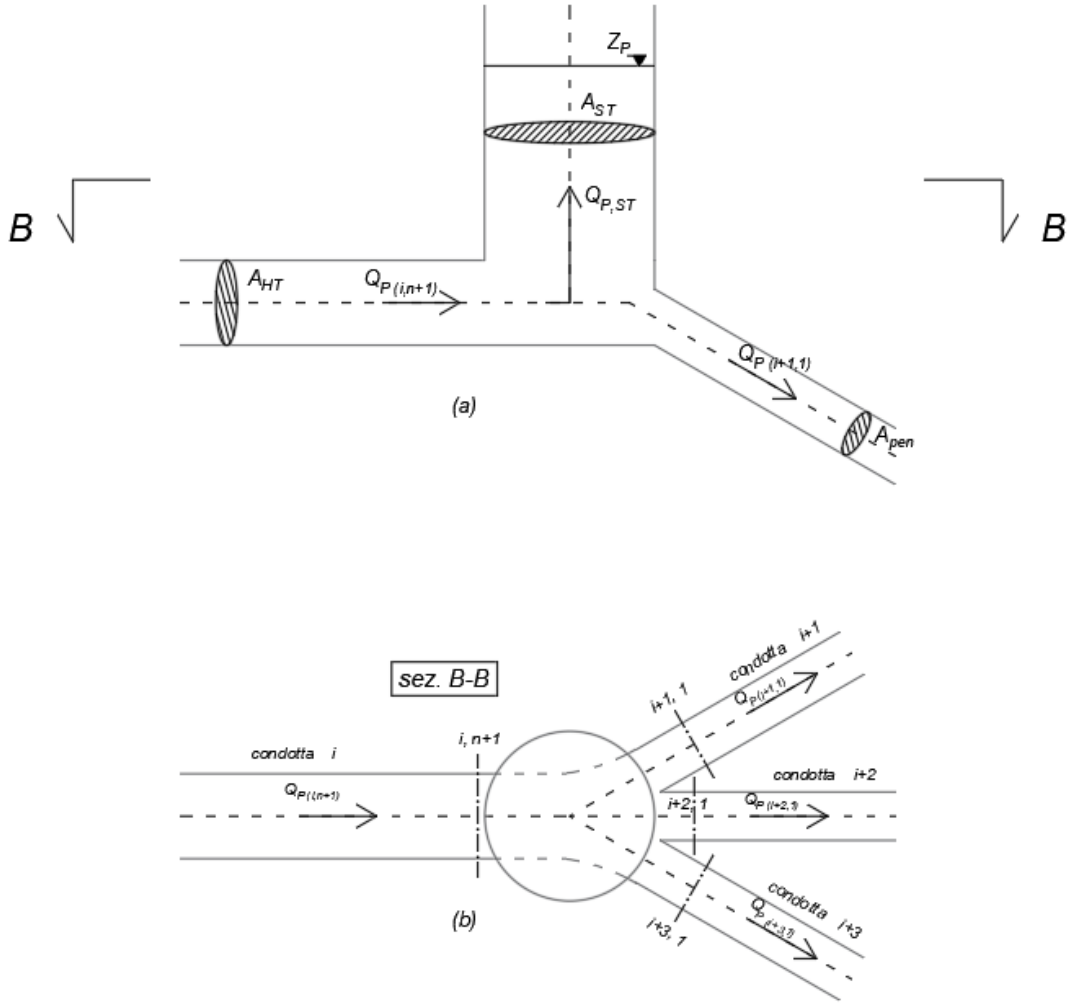

Fig. 4.2- Pozzo piezometrico semplice e triforcazione: (a) vista laterale, (b) vista dall'alto

La seguente condizione al contorno simula la presenza di un pozzo piezometrico semplice in corrispondenza di una triforcazione. Le equazioni risolventi sono state ricavate a partire dalle equazioni di continuità e di carico al nodo.

Sono introdotte le seguenti quantità:

- A_{ST} sezione trasversale pozzo piezometrico;
- Z livello liquido pozzo piezometrico valutato al Δt precedente;
- Q_{ST} portata pozzo piezometrico valutata al Δt precedente;

Il sistema di risolvente è il seguente:

$$\begin{cases} Q_{P,i,n+1} = Q_{P,i+1,1} + Q_{P,i+2,1} + Q_{P,i+3,1} + Q_{P_{ST}} & (4.20) \\ Q_{P,i,n+1} = C_{P,i} - C_{a,i} H_{P,i,n+1} & (4.11) \\ Q_{P,i+1,1} = C_{n,i+1} + C_{a,i+1} H_{P,i+1,1} & (4.12) \\ Q_{P,i+2,1} = C_{n,i+2} + C_{a,i+2} H_{P,i+2,1} & (4.13) \\ Q_{P,i+3,1} = C_{n,i+3} + C_{a,i+3} H_{P,i+3,1} & (4.14) \\ H_{P,i,n+1} = H_{P,i+1,1} = H_{P,i+2,1} = H_{P,i+3,1} = H_P & (4.15) \\ Z_P = Z + \frac{\Delta t}{2A_{ST}} \left(Q_{P_{ST}} + Q_{ST}\right) & (4.21) \\ Z_P = H_P & (4.22) \end{cases}$$

Nel quale la (4.21) permette di aggiornare il livello liquido all'interno del pozzo dopo ogni intervallo temporale *Δt*. La (4.22) deriva dall'ipotesi che, per pozzi piezometrici semplici, le perdite di carico di ingresso possono ritenersi trascurabili, quindi il carico piezometrico nel punto P del sistema si assume uguale al livello liquido all'interno del pozzo (Fig. 4.3).

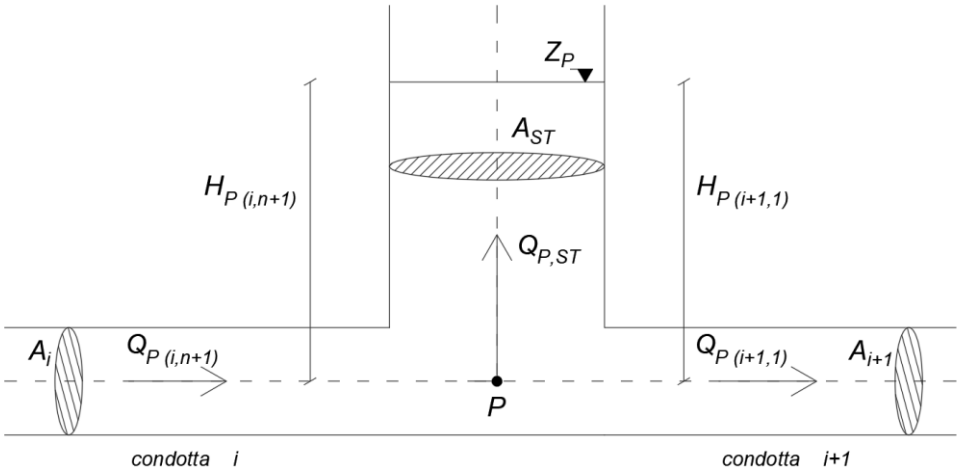

Fig. 4.3- Carico piezometrico in corrispondenza del punto P (Pozzo piezometrico semplice)

Sostituendo nella (4.20) le eq. (4.11), (4.12), (4.13) e (4.13) si ottiene:

$$K_2 - K_1 H_P = Q_{P_{ST}} \qquad (4.23)$$

Dove K_1 e K_2 sono definite dalla (4.18) e (4.19) rispettivamente.

Andando a sostituire la (4.22) e (4.23) nella (4.21), raggruppando i termini per H_P e moltiplicando tutti i membri per $\frac{2A_{ST}}{\Delta t}$ si ottiene:

$$H_P = \left[K_2 + Q_{ST} + Z\left(\frac{2A_{ST}}{\Delta t}\right)\right]\left[\frac{1}{K_1 + \frac{2A_{ST}}{\Delta t}}\right] \qquad (4.24)$$

Ricavato H_P dalla (4.24), sostituendolo nella (4.11), (4.12), (4.13), (4.14), (4.15), (4.21) e (4.23), si ricavano facilmente portate e carichi piezometrici in condotta, livello liquido e portata nel pozzo piezometrico.

4.1.6 Condizione al contorno: Pozzo piezometrico con orifizio in corrispondenza di una triforcazione

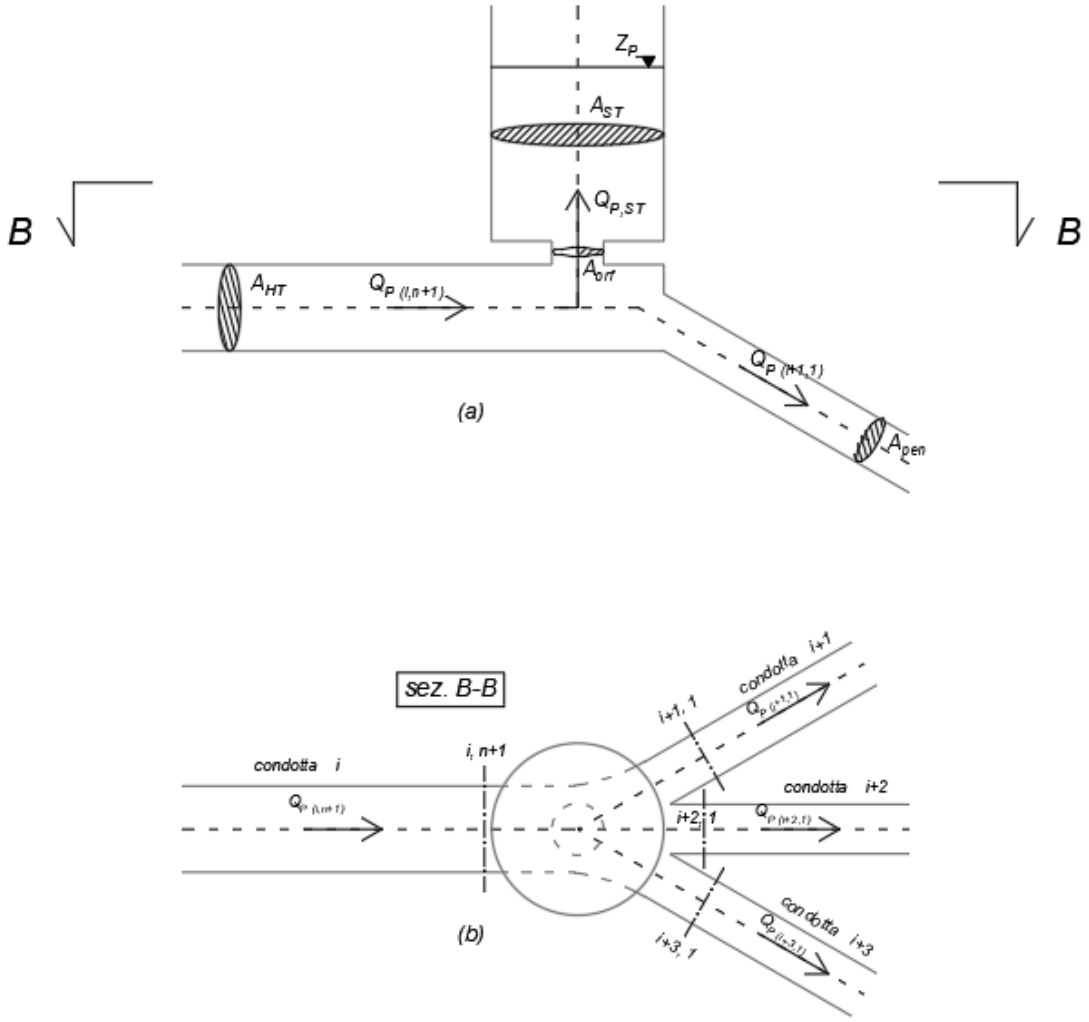

Fig. 4.4- Pozzo piezometrico con orifizio e triforcazione: (a) vista laterale, (b) vista dall'alto

La seguente condizione al contorno simula la presenza di un pozzo piezometrico con orifizio in corrispondenza di una triforcazione. Le equazioni risolventi sono state ricavate a partire dalle equazioni di continuità, di carico al nodo e di efflusso della portata attraverso un orifizio.

Sono introdotte, in aggiunta alle precedenti, le seguenti quantità:

- A_{orf} sezione trasversale orifizio;

- C_{orf} coefficiente di efflusso orifizio;
- h_{orf} perdita di carico concentrata di ingresso/uscita da un orifizio.

Per determinare le equazioni risolventi si è partiti dal seguente sistema iniziale:

$$\begin{cases} Q_{P,i,n+1} = Q_{P,i+1,1} + Q_{P,i+2,1} + Q_{P,i+3,1} + Q_{P_{ST}} & (4.20) \\ Q_{P,i,n+1} = C_{P,i} - C_{a,i} H_{P,i,n+1} & (4.11) \\ Q_{P,i+1,1} = C_{n,i+1} + C_{a,i+1} H_{P,i+1,1} & (4.12) \\ Q_{P,i+2,1} = C_{n,i+2} + C_{a,i+2} H_{P,i+2,1} & (4.13) \\ Q_{P,i+3,1} = C_{n,i+3} + C_{a,i+3} H_{P,i+3,1} & (4.14) \\ H_{P,i,n+1} = H_{P,i+1,1} = H_{P,i+2,1} = H_{P,i+3,1} = H_P & (4.15) \\ Z_P = Z + \frac{\Delta t}{2A_{ST}} \left(Q_{P_{ST}} + Q_{ST}\right) & (4.21) \\ Q_{P_{ST}} = A_{orf} C_{orf} \sqrt{2g|H_P - Z_P|} & (4.25) \end{cases}$$

Nel quale la (4.21) permette di aggiornare il livello liquido all'interno del pozzo dopo ogni intervallo temporale Δt. La (4.25) descrive la legge di efflusso della portata attraverso un orifizio. Diversamente dalla condizione di pozzo piezometrico semplice, l'introduzione di un orifizio alla base determina una perdita di carico localizzata h_{orf}. Come conseguenza, per riuscire ad attraversare l'orifizio il flusso deve possedere nel punto P un carico piezometrico maggiore del livello liquido interno del pozzo (Fig. 4.3). L'energia spesa per attraversare l'orifizio è identificata dalla differenza tra carico piezometrico H_P e livello liquido Z_P. Per considerare il flusso inverso ed evitare l'insorgere di valori immaginari causati da una quantità negativa sotto radice, la differenza tra le due quantità viene considerata in modulo, distinguendo in seguito i due possibili casi di portata in ingresso e in uscita.

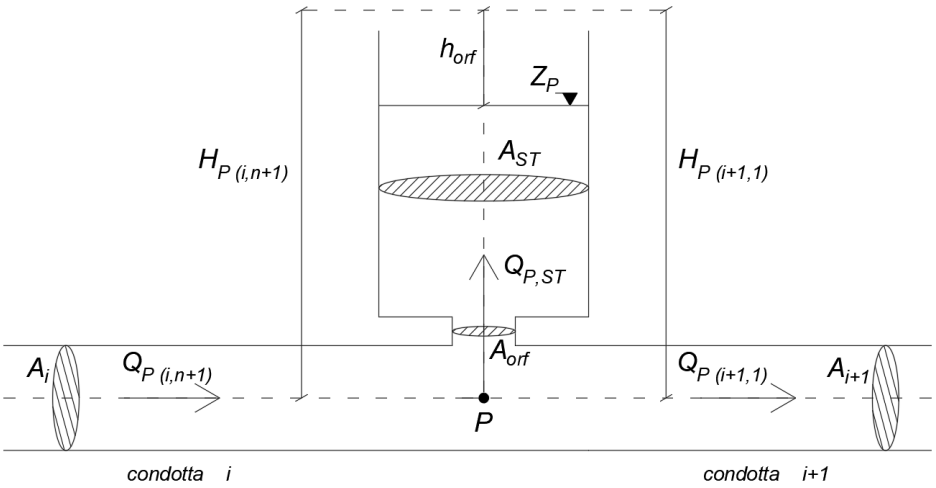

Fig. 4.5- Carico piezometrico in corrispondenza del punto P (Pozzo piezometrico con orifizio)

Sostituendo nella (4.20) le eq. (4.11) (4.12) (4.13) e (4.13) si ottiene:

$$K_2 - K_1 H_P = Q_{P_{ST}} \qquad (4.23)$$

Dove K_1 e K_2 sono definite dalla (4.18) e (4.19) rispettivamente.

Andando a sostituire la (4.23) nella (4.21) e nella (4.25) si ricavano:

$$Z_P = Z + \frac{\Delta t}{2A_{ST}} \left(K_2 - K_1 H_P + Q_{ST}\right) \qquad (4.26)$$

$$K_2 - K_1 H_P = A_{orf} C_{orf} \sqrt{2g|H_P - Z_P|} \qquad (4.27)$$

Si introduce la seguente quantità:

$$\alpha = \frac{\Delta t}{2A_{ST}} \qquad (4.28)$$

A partire dalle eq. (4.26) e (4.27) si ricavano, dunque, due *Set* di equazioni che descrivono rispettivamente la condizione di flusso ingresso e in uscita.

– Flusso entrante ($H_P > Z_P \leftrightarrow Q_{P_{ST}} > 0$):

$$|H_P - Z_P| = (H_P - Z_P)$$

Elevando al quadrato la (4.27) dopo alcuni passaggi matematici si ottiene:

$$K_2^2 + K_1^2 H_P^2 - (2K_1 K_2 + \beta) H_P + \beta Z_P = 0 \qquad (4.29)$$

nella quale:

$$\beta = 2gA_{orf}^2 C_{orf}^2 \qquad (4.30)$$

Si sostituisce la (4.26) nella (4.30) ottenendo dopo alcuni passaggi la seguente equazione di secondo grado nell'incognita H_P:

$$K_1^2 H_P^2 - K_3 H_P + K_2^2 + \beta Z + \beta\alpha K_2 + \beta\alpha Q_{ST} = 0 \quad (4.31)$$

nella quale:

$$K_3 = 2K_1 K_2 + \beta + \beta\alpha K_1 \qquad (4.32)$$

Risolvendo l'eq. (4.31) si ricava, infine, il valore di carico piezometrico H_P.

$$H_P = \frac{K_3 - \sqrt{\Delta}}{2K_1^2} \qquad (4.33)$$

dove:

$$\Delta = K_3^2 - 4K_1^2(K_2^2 + \beta Z + \beta\alpha K_2 + \beta\alpha Q_{ST}) \qquad (4.34)$$

Ricapitolando, il *Set 1* di equazioni risolventi la condizione di pozzo piezometrico con orifizio nella situazione di flusso in ingresso è così composto:

$$\boxed{\textbf{SET 1}} \begin{cases} H_P = \dfrac{K_3 - \sqrt{\Delta}}{2K_1^2} \\ H_{P,i,n+1} = H_{P,i+1,1} = H_{P,i+2,1} = H_{P,i+3,1} = H_P \\ Q_{P,i,n+1} = C_{P,i} - C_{a,i} H_{P,i,n+1} \\ Q_{P,i+1,1} = C_{n,i+1} + C_{a,i+1} H_{P,i+1,1} \\ Q_{P,i+2,1} = C_{n,i+2} + C_{a,i+2} H_{P,i+2,1} \\ Q_{P,i+3,1} = C_{n,i+3} + C_{a,i+3} H_{P,i+3,1} \\ Q_{P_{ST}} = K_2 - K_1 H_P \\ Z_P = Z + \dfrac{\Delta t}{2A_{ST}} (K_2 - K_1 H_P + Q_{ST}) \end{cases}$$

dove le quantità K_1, K_2, α, β, K_3, Δ sono definite rispettivamente dalle relazioni (4.18), (4.19), (4.28), (4.30), (4.32), (4.34).

– Flusso uscente ($H_P < Z_P \leftrightarrow Q_{P_{ST}} < 0$):

$$|H_P - Z_P| = (Z_P - H_P)$$

Per considerare la situazione di flusso inverso la (4.27) viene riscritta nella seguente forma:

$$K_2 - K_1 H_P = A_{orf} C_{orf} \sqrt{2g(Z_P - H_P)} \qquad (4.35)$$

Elevando al quadrato la (4.35) dopo alcuni passaggi matematici si ottiene:

$$K_2^2 + K_1^2 H_P^2 - (2K_1 K_2 - \beta) H_P - \beta Z_P = 0 \qquad (4.36)$$

nella quale β è definito dalla (4.30).

Si sostituisce la (4.26) nella (4.36) ottenendo dopo alcuni passaggi la seguente equazione di secondo grado nell'incognita H_P:

$$K_1^2 H_P^2 - K_4 H_P + K_2^2 - \beta Z - \beta\alpha K_2 - \beta\alpha Q_{ST} = 0 \qquad (4.37)$$

nella quale:

$$K_4 = 2K_1 K_2 - \beta - \beta\alpha K_1 \qquad (4.38)$$

Risolvendo l'eq. (4.37) si ricava, infine, il valore di carico piezometrico H_P.

$$H_P = \frac{K_4 + \sqrt{\Delta}}{2K_1^2} \qquad (4.39)$$

dove:

$$\Delta = K_4^2 - 4K_1^2 (K_2^2 - \beta Z - \beta\alpha K_2 - \beta\alpha Q_{ST}) \qquad (4.40)$$

Ricapitolando, il *Set 2* di equazioni risolventi la condizione di pozzo piezometrico con orifizio nella situazione di flusso in uscita è così composto:

$$\boxed{\textbf{\textit{SET 2}}} \begin{cases} H_P = \dfrac{K_4 + \sqrt{\Delta}}{2K_1^2} \\ H_{P,i,n+1} = H_{P,i+1,1} = H_{P,i+2,1} = H_{P,i+3,1} = H_P \\ Q_{P,i,n+1} = C_{P,i} - C_{a,i} H_{P,i,n+1} \\ Q_{P,i+1,1} = C_{n,i+1} + C_{a,i+1} H_{P,i+1,1} \\ Q_{P,i+2,1} = C_{n,i+2} + C_{a,i+2} H_{P,i+2,1} \\ Q_{P,i+3,1} = C_{n,i+3} + C_{a,i+3} H_{P,i+3,1} \\ Q_{P_{ST}} = K_2 - K_1 H_P \\ Z_P = Z + \dfrac{\Delta t}{2A_{ST}} \left(K_2 - K_1 H_P + Q_{ST}\right) \end{cases}$$

dove le quantità K_1, K_2, α, β, K_4, Δ sono definite rispettivamente dalle relazioni (4.18), (4.19), (4.28), (4.30), (4.38), (4.40).

Non sapendo a priori se nell'istante temporale considerato il flusso attraverso l'orifizio sia in ingresso o in uscita, quindi, non conoscendo a priori il valore di $Q_{P_{ST}}$ che determina la scelta di uno dei due *Set* di equazioni, è stato creato l'algoritmo di Fig.4.6. All'interno di questo algoritmo si effettuano delle iterazioni nelle quali, al termine di ciascun ciclo iterativo, viene considera una $Q_{P_{ST}}$per il ciclo successivo pari alla parte reale della $Q_{P_{ST}}$ calcolata al ciclo precedente.

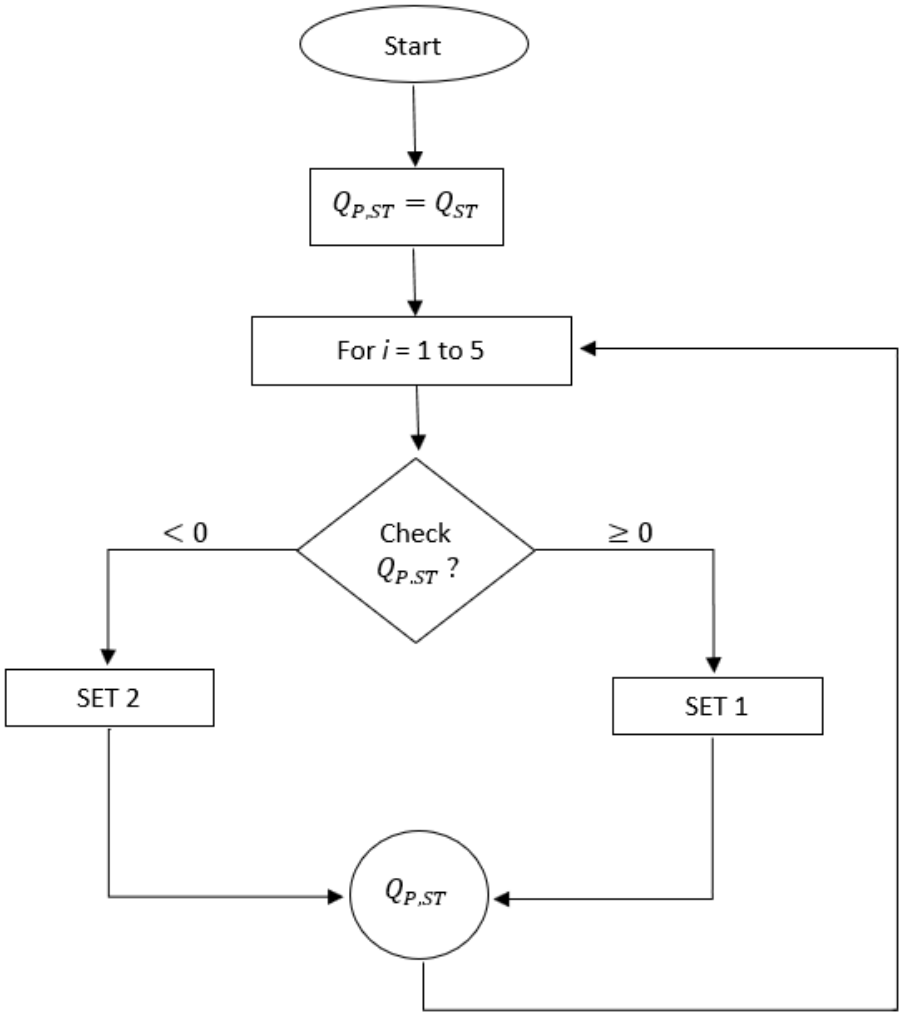

Fig. 4.6- Diagramma di flusso condizione al contorno pozzo piezometrico con orifizio

4.1.7 Condizione al contorno: giunzione condotte

Nella pratica costruttiva di questi sistemi è possibile che lungo il tracciato le condotte cambino le loro caratteristiche geometriche ed elastiche. Per tenere in conto di questo, si definisce una condizione al contorno che permette di ricavare carico piezometrico H_P e portata $Q_P$nei punti di giunzione tra due condotte successive. Detta $(i, n+1)$ la sezione terminale della condotta i e $(i+1,1)$ la sezione iniziale della condotta $i+1$, se la differenza di altezza cinetica e le perdite di carico tra le due sezioni sono trascurabili è possibile scrivere:

$$H_{P_{i,n+1}} = H_{P_{i+1,1}} \qquad (4.41)$$

Per continuità nella giunzione si ha:

$$Q_{P_{i,n+1}} = Q_{P_{i+1,1}} \qquad (4.42)$$

dove:

$$Q_{P_{i,n+1}} = C_{p_i} - C_{a_i} H_{P_{i,n+1}} \qquad (4.43)$$

$$Q_{P_{i+1,1}} = C_{n_{i+1}} + C_{a_{i+1}} H_{P_{i+1,1}} \qquad (4.44)$$

Mettendo a sistema le eq. (4.41), (4.42), (4.43), (4.44) si ottiene:

$$H_{P_{i,n+1}} = \frac{C_{p_i} - C_{n_{i+1}}}{C_{a_i} + C_{a_{i+1}}} \qquad (4.45)$$

Noto $H_{P_{i,n+1}}$ sostituendolo nelle precedenti equazioni si ricava facilmente la portata Q_P.

4.1.8 Condizione al contorno: Pompa all'estremità di monte

Il comportamento dinamico di una pompa viene definito a partire dai suoi parametri caratteristici e da una equazione differenziale che ne descrive la variazione di velocità.

Per descrivere il funzionamento di una pompa si introducono i seguenti parametri adimensionali:

$$v = \frac{Q}{Q_R} \qquad (4.46)$$

$$h = \frac{H}{H_R} \qquad (4.47)$$

$$\beta = \frac{T}{T_R} \qquad (4.48)$$

$$\alpha = \frac{N}{N_R} \qquad (4.49)$$

Dove Q rappresenta la portata convogliata $\left(\frac{m^3}{s}\right)$, H la prevalenza fornita (m), T la coppia applicata $(N \cdot m)$, N il numero di giri (rpm). Il pedice R indica i rispettivi valori nominali, ovvero relativi al funzionamento della pompa al massimo rendimento η.

A partire dalle relazioni (4.46), (4.47), (4.48), (4.49) si definiscono tre ulteriori parametri:

$$\theta = \tan^{-1}\frac{\alpha}{v} \qquad (4.50)$$

$$F_h = \frac{h}{\alpha^2 + v^2} \qquad (4.51)$$

$$F_\beta = \frac{\beta}{\alpha^2 + v^2} \qquad (4.52)$$

Le relazioni (4.51), (4.52) e (4.50), permettono di tracciare su di un piano le curve caratteristiche di portata-prevalenza $F_h(\theta)$ e coppia $F_\beta(\theta)$ in funzione del solo parametro θ.

Le curve di Fig. 4.7 e Fig. 4.8 sono curve sperimentali costruite per diversi valori di numero di giri specifico N_s. Queste curve descrivono tutti i legami esistenti tra i parametri fondamentali di una pompa (Q, H, T, N).

Il parametro θ definisce le 4 zone di operazione di una pompa e varia tra *0°* e *360°*.

Tab. 4.1- Zone di operazione di una pompa

Zona di operazione	**segno**		**Range di θ**
	v	**α**	
Pompa	+	+	$0° \leq \theta \leq 90°$
Dissipazione di energia	-	+	$90° \leq \theta \leq 180°$
Turbina	-	-	$180° \leq \theta \leq 270°$
Dissipazione energia turbina	+	-	$270° \leq \theta \leq 360°$

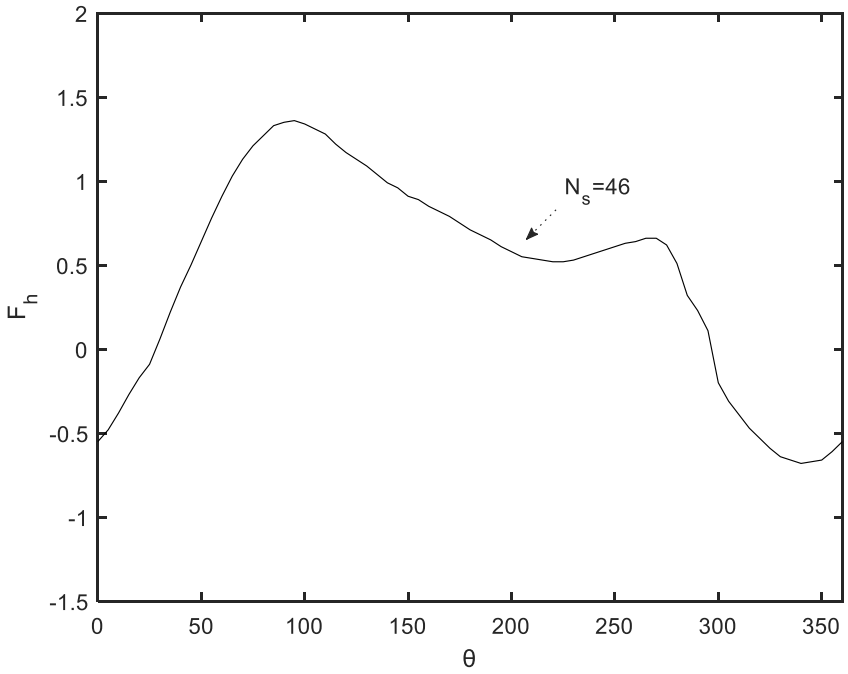

Fig. 4.7- Curva caratteristica Portata-Prevalenza in funzione del parametro θ ($N_s = 46$).

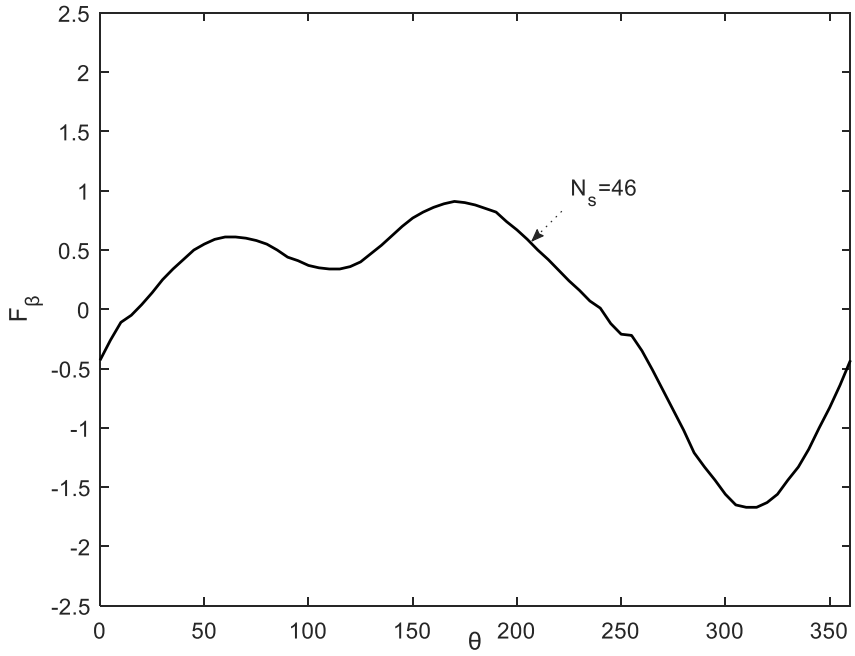

Fig. 4.8- Curva caratteristica Coppia in funzione del parametro θ ($N_s = 46$).

Considerando lo schema di Fig. 4.9 è possibile scrivere la seguente equazione di carico al nodo $(i, 1)$:

$$H_{P_{i,1}} = H_{suc} + H_P - \Delta H_{P_v} \qquad (4.53)$$

dove:

- $H_{P_{i,1}}$ carico piezometrico nella sezione nell'istante temporale considerato;
- H_{suc} livello liquido del serbatoio supposto costante nel tempo;
- H_P prevalenza fornita dalla pompa;
- $\Delta H_{P_v} = C_v Q_{P_{i,1}} \left| Q_{P_{i,1}} \right|$ perdita di carico localizzata dovuta alla presenza di una valvola;
- C_v coefficiente di perdita di carico nella valvola.

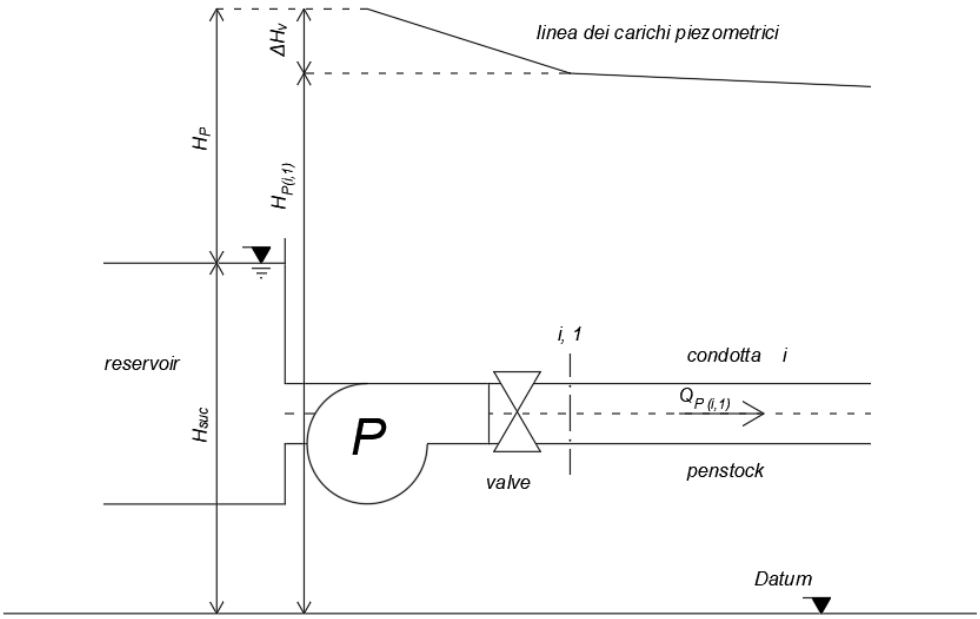

Fig. 4.9- Schema 1 per la notazione della condizione al contorno di una Pompa.

La (4.53) viene messa a sistema con l'equazione di continuità al nodo $(i, 1)$, con l'eq. caratteristica negativa e con un'equazione differenziale che descrive la dinamica dello spegnimento di una pompa.

$$Q_{P_{i,1}} = Q_P \qquad (4.54)$$

$$Q_{P_{i,1}} = C_n + C_a H_{P_{i,1}} \qquad (4.55)$$

$$\alpha_P - C_6 \beta_P = \alpha + C_6 \beta \qquad (4.56)$$

dove:

$$C_6 = \frac{-15 T_R \Delta t}{\pi (WR^2) N_R} \qquad (4.57)$$

$$WR^2 = momento\ polare\ di\ inerzia\ della\ pompa\ (motore + girante + volano)$$

La (4.56) rappresenta l'equazione differenziale che descrive la variazione del numero di giri nel tempo in funzione delle resistenze al pompaggio.

C_6 è un parametro che dipende dall' inerzia della pompa e dai valori nominali di coppia T_R e numero di giri N_R.

Risolvendo il sistema, considerando le curve $F_h(\theta)$ e $F_\beta(\theta)$, si ottiene:

$$-\alpha_P + \alpha + C_6\left[\beta + F_\beta(\theta) \cdot (\alpha_P^2 + v_P^2)\right] = 0 \qquad (4.58)$$

$$-Q_R v_P + C_n + C_a[H_{suc} - C_v Q_r^2 v_P |v_P| + H_R F_h(\theta) \cdot (\alpha_P^2 + v_P^2)] = 0 \qquad (4.59)$$

Dove:

- $F_\beta(\theta) \cdot (\alpha_P^2 + v_P^2) = \beta_P = \frac{T_P}{T_R}$ (4.60)
- $F_h(\theta) \cdot (\alpha_P^2 + v_P^2) = h_P = \frac{H_P}{H_R}$ (4.61)

La (4.58) e (4.59) costituiscono un sistema di equazioni non lineari nelle incognite α_Pe v_P, risolvibili attraverso metodi di risoluzione numerica (p.es funzione *fsolve* di Matlab).

Ricavate le incognite α_Pe v_P, si determinano facilmente Q_P, H_P, T_P, N_P.

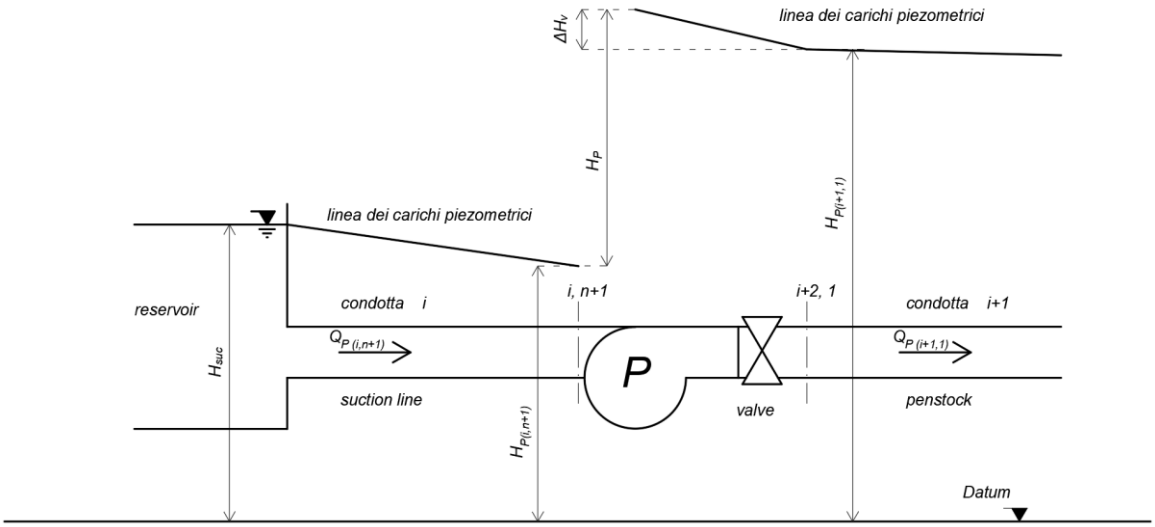

Fig. 4.10- Schema 2 per la notazione della condizione al contorno di una Pompa.

Se si considera lo schema di Fig.4.10 la (4.53) diventa:

$$H_{P_{i+1,1}} = H_{P_{i,n+1}} + H_P - \Delta H_{P_v} \qquad (4.62)$$

dove

$$H_{P_{i+1,1}} = \frac{Q_{P_{i+1,1}} - C_n}{C_{a_{i+1}}} \qquad (4.63)$$

$$H_{P_{i,n+1}} = \frac{C_P - Q_{P_{i,n+1}}}{C_{a_i}} \qquad (4.64)$$

Risolvendo nuovamente il sistema si ottiene:

$$-\alpha_P + \alpha + C_6\left[\beta + F_\beta(\theta)\cdot(\alpha_P^2 + v_P^2)\right] = 0 \qquad (4.58)$$

$$-Q_R v_P\left(\frac{1}{C_{a_i}} + \frac{1}{C_{a_{i+1}}}\right) + \left(\frac{C_P}{C_{a_i}} + \frac{C_n}{C_{a_{i+1}}}\right) + C_v Q_R^2 v_P|v_P| + H_R F_h(\theta)\cdot(\alpha_P^2 + v_P^2) = 0 \quad (4.65)$$

4.2 Condizioni iniziali

Le condizioni iniziali del sistema indisturbato dipendono dallo scenario che si intende simulare.

Nel seguente lavoro di tesi sono stati simulati i seguenti scenari:

- *Scenario 1*: chiusura di una valvola posta a valle del sistema;
- *Scenario 2*: apertura di una valvola posta a valle del sistema;
- *Scenario 3*: spegnimento di un sistema di pompe a valle del sistema;
- *Scenario 4*: accensione di un sistema di pompe accoppiate a valvole di gestione inizialmente chiuse.

Per lo *Scenario 1* e lo *Scenario 3* le condizioni iniziali fanno riferimento alla condizione di moto stazionario, ovvero:

- *Scenario 1*: portata costante in ogni punto del sistema pari a Q_0, valvola completamente aperta con area di apertura iniziale pari a A_{vi}, livello liquido del serbatoio di monte pari a H_{res}, andamento lineare dei carichi piezometrici da monte a valle del sistema.
- *Scenario 3*: funzionamento a regime del sistema di pompaggio, portata costante in ogni punto del sistema pari a Q_0, livello liquido del serbatoio di monte pari a H_{res}, livello liquido del serbatoio di valle pari a H_{suc}, andamento lineare dei carichi piezometrici da monte a valle del sistema.

Per lo *Scenario 2* e lo *Scenario 4* le condizioni iniziali fanno riferimento alla condizione statica, ovvero portata nulla in tutti punti del sistema, linea dei carichi piezometrici costante e orizzontale con carico piezometrico uguale in tutti i punti del sistema e pari a H_{res}.

5

Codice di calcolo

Nell'ottica di fornire uno strumento utile a ottimizzare i processi funzionali legati alla progettazione e allo scavo dei tunnel in pressione a servizio di grandi impianti idroelettrici è stato costruito, mediante il software *Matlab*, un codice di calcolo user-friendly in grado di verificare idraulicamente le scelte progettuali adottate, valutandone la compatibilità strutturale con gli effetti prodotti dal fenomeno di Colpo d'ariete.

5.1 Descrizione del codice

Il codice di calcolo è stato costruito mediante l'utilizzo del Metodo delle Caratteristiche. In questo modo è stato possibile lavorare con un sistema di equazioni differenziali ordinarie nella variabile indipendente t risolvibili attraverso lo schema alle differenze finite.

Scopo principale del seguente codice è quello di valutare numericamente le serie temporali di portata Q e carico piezometrico H lungo un sistema di condotte e le serie temporali dei livelli liquidi Z di un pozzo piezometrico, durante lo sviluppo di transitori idraulici indotti da:

- variazione di apertura A_v di una valvola posta a valle del sistema considerato;
- accensione e spegnimento di un sistema di pompaggio.

Come spiegato nel Cap.3, per la risoluzione delle equazioni differenziali del moto vario attraverso il Metodo delle Caratteristiche è necessario conoscere le condizioni iniziali del sistema e definire speciali condizioni al contorno per i punti iniziali e finali. A partire dalle equazioni derivate nel Cap.4, sono stati costruiti dei modelli numerici atti a simulare

la risposta dinamica di vari elementi presenti all'interno di un sistema idroelettrico quali: valvole, triforcazioni, pozzo piezometrico semplice, pozzo piezometrico con orifizio, pompe, serbatoi. Le condizioni iniziali del sistema fanno riferimento allo *Scenario* che si intende simulare.

La struttura del codice di calcolo è stata suddivisa in sezioni seguendo il seguente schema logico:

1- inserimento dei dati input della simulazione, che comprendono:
   - parametri fisici;
   - dati geometrici e altimetrici degli elementi.
2- scelta dei parametri di simulazione:
   - discretizzazione temporale Δt;
   - discretizzazione spaziale Δx;
   - inizio operazione di disturbo (p.es. chiusura\apertura valvola, spegnimento\accensione pompa ecc…);
   - durata operazione di disturbo;
   - durata simulazione dopo il termine dell'operazione di disturbo;
   - durata totale della simulazione.
3- creazione delle strutture di dati (p.es. vettori, matrici) che andranno ad immagazzinare gli output della simulazione;
4- definizione delle condizioni iniziali del sistema (p.es. moto stazionario, condizione statica);
5- calcolo delle condizioni di flusso durante gli istanti temporali di moto transitorio;
6- creazione delle serie temporali di portata Q e carico piezometrico H lungo il sistema di condotte e delle serie temporali dei livelli liquidi Z e della portata Q all'interno di un pozzo piezometrico.

Determinata la struttura del codice di calcolo si è proceduto, dunque, alla sua validazione confrontando i risultati forniti dal modello con quelli forniti dalle formule analitiche.

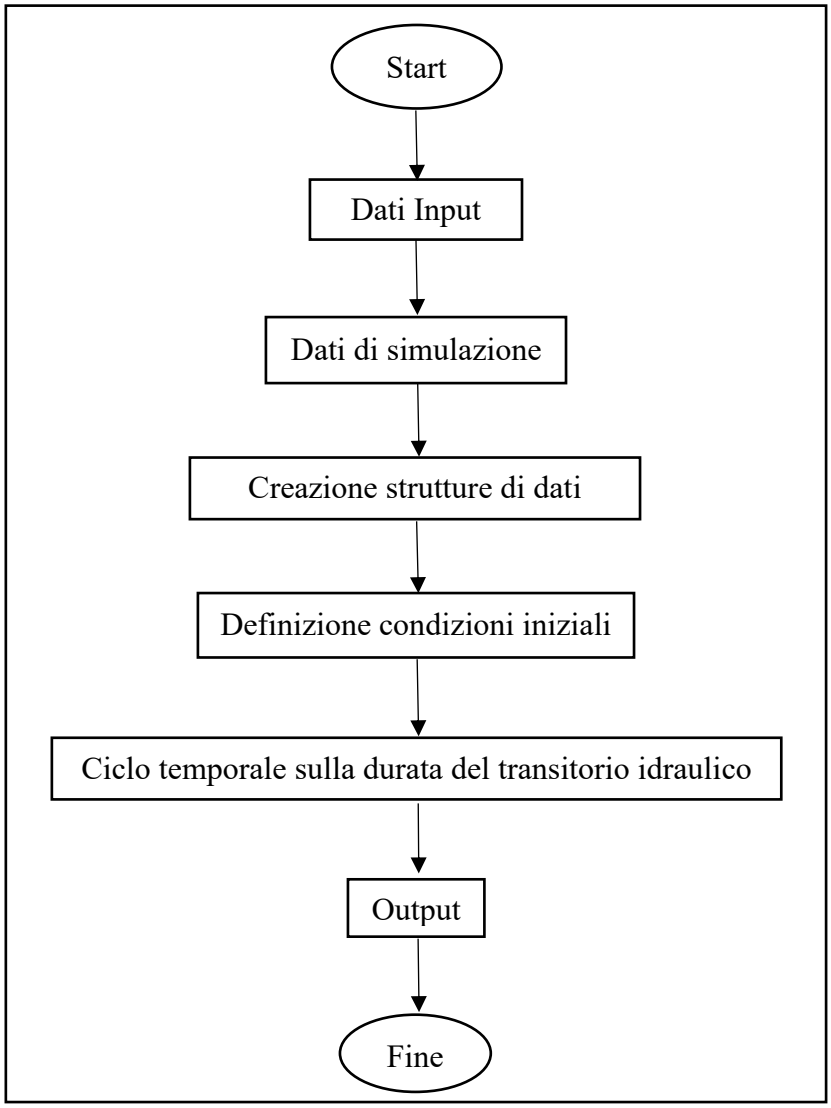

Fig. 5.1- Diagramma di flusso codice di calcolo

5.2 Validazione del codice

La validazione del codice di calcolo è stata effettuata utilizzando i dati di input di un impianto reale, simulando delle chiusure di valvole posizionate nelle sezioni di valle delle condotte forzate.

L'impianto considerato presenta:

- un headrace tunnel (tipo concrete lined) di diametro 11 m e lunghezza di 438 m;
- una triforcazione costituita da tre condotte forzate (tipo steel lined) di diametro 6,35 m e lunghezza rispettivamente di 154,5 m, 145,24 m, 154,5 m;

- un pozzo piezometrico di diametro 22 m con un orifizio di ingresso di diametro 6,6 m;
- una valvola posizionata nella sezione di valle di ognuna delle tre condotte forzate;
- Un serbatoio di monte con livello liquido $H_{res} = 185.7 \ (m\ s.l.m.)$.

Per una maggiore flessibilità del codice le 4 condotte che costituiscono il sistema sono state ulteriormente suddivise come segue:

- headrace tunnel suddiviso in 4 condotte;
- condotte forzate suddivise in 3 condotte.

Per un totale di 13 condotte.

La portata convogliata dall'headrace tunnel in condizioni stazionarie è pari a 706,8 m^3/s ed è equamente divisa nelle tre condotte forzate.

La validazione è stata effettuata simulando le seguenti manovre di chiusura delle valvole:

- chiusura brusca $T_m \leq T_c$
- chiusura lenta $T_m \geq T_c$

essendo T_m il tempo necessario alla manovra e T_c il tempo di fase della condotta.

Le simulazioni per le due manovre di chiusura sono state effettuate considerando tre valori di diametro di orifizio:

- $D_{orf} = 0.01 \ \ m$
- $D_{orf} = 6.6 \ \ m$
- $D_{orf} = 22 \ \ m$

Il primo diametro simula la condizione di pozzo piezometrico con orifizio piccolissimo, condizione che si avvicina molto al caso di sistema in assenza di pozzo piezometrico; il secondo diametro simula la condizione reale; il terzo diametro simula la condizione di pozzo piezometrico con orifizio molto grande e pari al diametro del pozzo stesso, condizione identica a considerare un sistema con pozzo piezometrico semplice.

Infine, sono state confrontate le oscillazioni di massa (*MOS*) date in output dal codice con quelle già calcolate dell'impianto. Non conoscendo il valore del coefficiente di efflusso C_{orf} di progetto sono stati ipotizzati i seguenti tre casi:

- $C_{orf} = 0.61$ valore minimo fornito dalla letteratura tecnica;
- $C_{orf} = 0.75$ valore medio fornito dalla letteratura tecnica;
- $C_{orf} = 0.9$ valore massimo fornito dalla letteratura tecnica.

5.2.1 Manovra di chiusura brusca

La condizione di chiusura brusca, seppure presenti sovraccarichi irrealistici superiori a 1000 m, è stata simulata in quanto può essere confrontata con le soluzioni analitiche, e risulta semplice investigare le dinamiche spazio-temporali di propagazione delle onde di pressione.

5.2.1.1 Pozzo piezometrico con piccolo orifizio ($D_{orf} = 0.01\ m$)

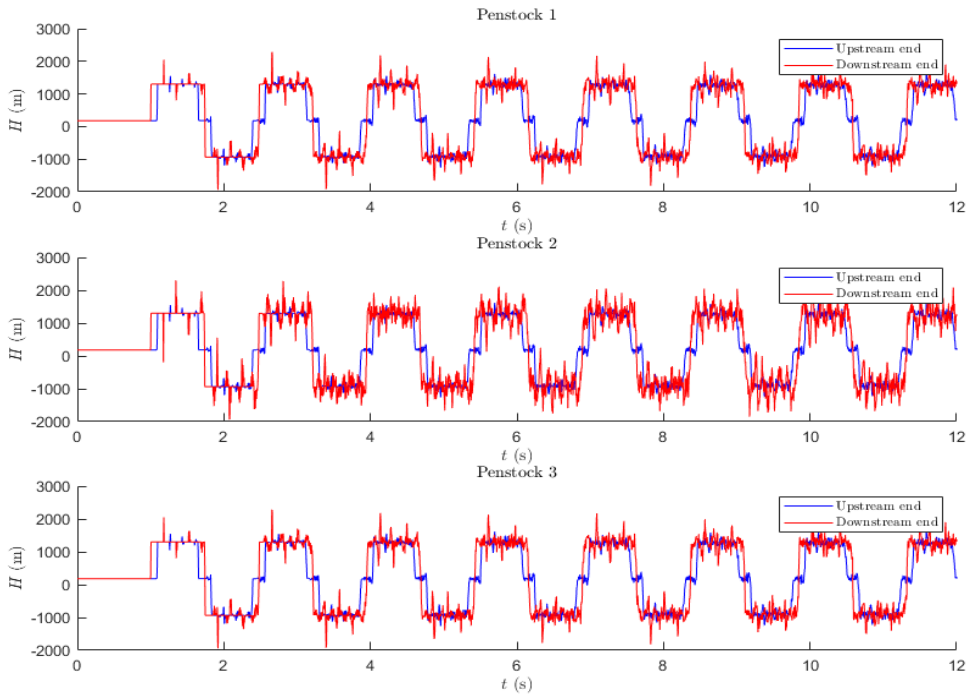

Fig. 5.2- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio.

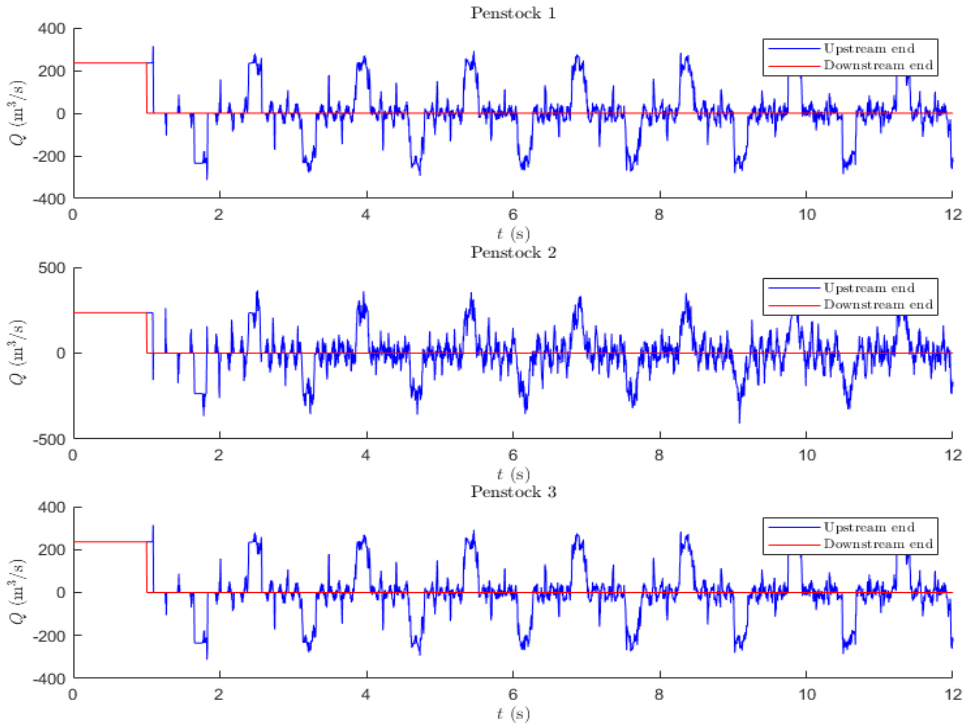

Fig. 5.3- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio.

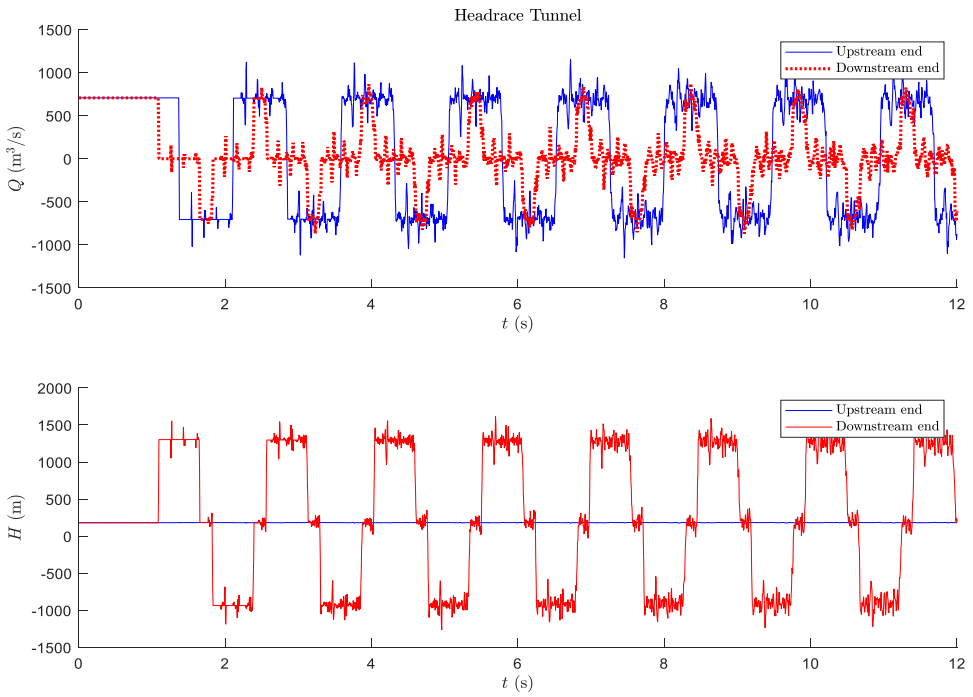

Fig. 5.4- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico e delle portate nella sezione di valle-triforcazione (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) del Headrace tunnel: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio.

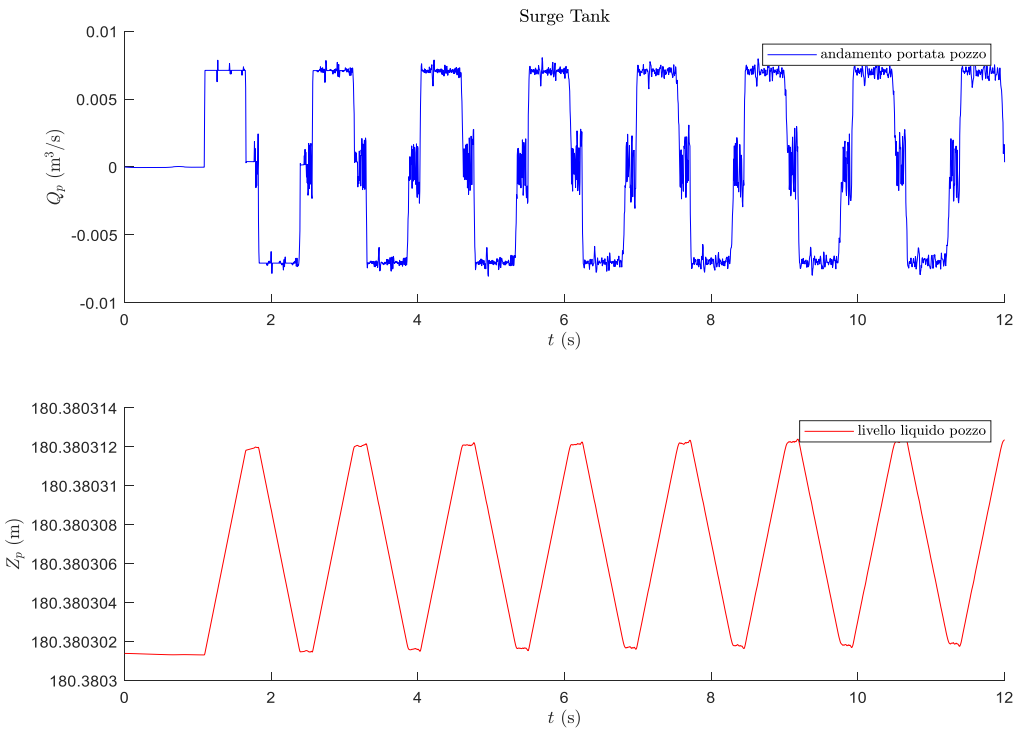

Fig. 5.5- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio.

La lunghezza del sistema è $L = L_{HT} + L_{pen} = 438 + 154.5 = 592.5$ m.

Il tempo di fase è $T_c = \frac{2L}{a} = 2 \cdot \frac{592.5}{1479} = 0.80$ s.

Nelle condotte forzate il sovraccarico calcolato analiticamente con la formula di Jourkowsky è pari a:

$$\Delta H_{\max} = \frac{a}{g}\,\Delta v = 1122\ m$$

Numericamente si ha:

$$\Delta H_{\max} = H_{\max} - H_{v_{ss}} = 1303 - 179.74 = 1123.26\ \text{m}$$

dove $H_{\max}$ rappresenta il massimo carico piezometrico nella sezione della valvola e $H_{v_{ss}}$ il carico piezometrico nella sezione della valvola in condizioni stazionarie.

Il periodo delle onde quadre di sovraccarico alla valvola e di portata all'imbocco della galleria è 0.74 s. Tutti gli andamenti sono compatibili con quelli di un sistema senza

pozzo piezometrico, ma sono affetti da brusche irregolarità. Si indaga la natura delle irregolarità.

Esaminando le animazioni di moto transitorio prodotte si nota che a $t = 1.09\ s$ l'onda di sovrapressione della condotta forzata centrale più corta arriva al pozzo piezometrico (Fig. 5.6). Si trasmette, dunque lungo la galleria, verso le due condotte forzate laterali più lunghe e viene parzialmente riflessa. Lungo le condotte forzate laterali si hanno quindi due onde di sovrapressione, una generata dalla chiusura che risale la condotta e una generata dalla chiusura della condotta forzata centrale che discende la condotta. Quando questi due fronti d'onda si scontrano (*t = 1.10 s)* si genera una sovrapressione superiore a quella generata dalla sola chiusura della condotta forzata laterale (Fig. 5.7).

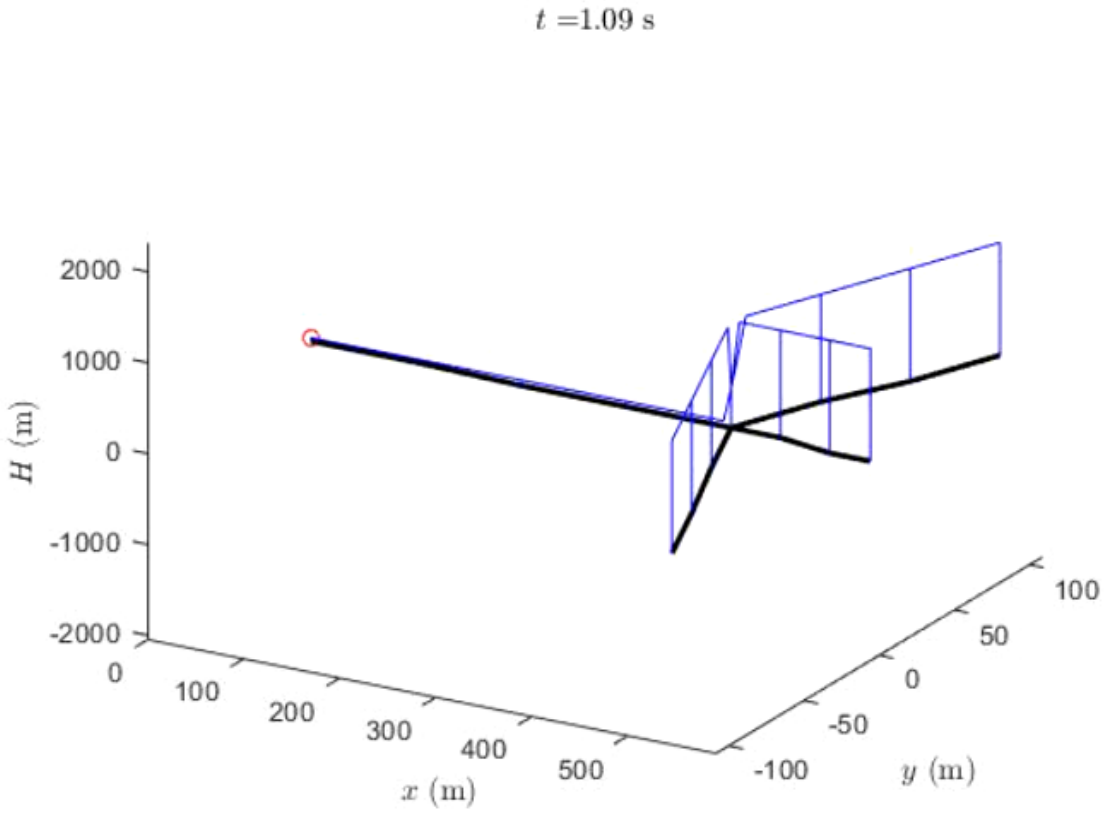

Fig. 5.6- "CHIUSURA BRUSCA" Propagazione dell'onda di pressione (Pozzo piezometrico con piccolo orifizio): arrivo dell'onda centrale nella triforcazione (frame t=1.09 s).

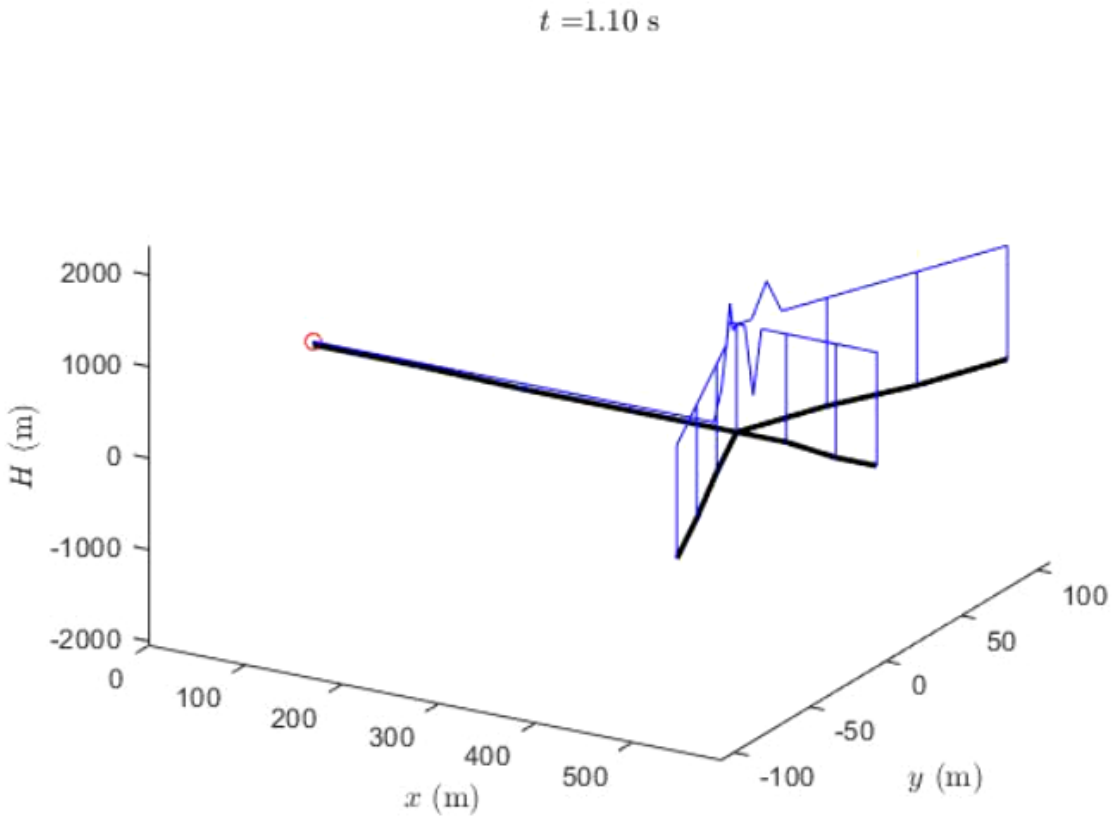

Fig. 5.7- "CHIUSURA BRUSCA" Propagazione dell'onda di pressione (Pozzo piezometrico con piccolo orifizio): scontro dell'onda centrale con le onde delle condotte laterali (frame t=1.10 s).

Si è effettuata, inoltre, una simulazione inserendo una triforcazione in assenza di pozzo piezometrico, la cui modellazione matematica risulta essere più semplice del pozzo piezometrico con orifizio. In questo caso, gli andamenti del carico piezometrico nelle tre condotte forzate sono:

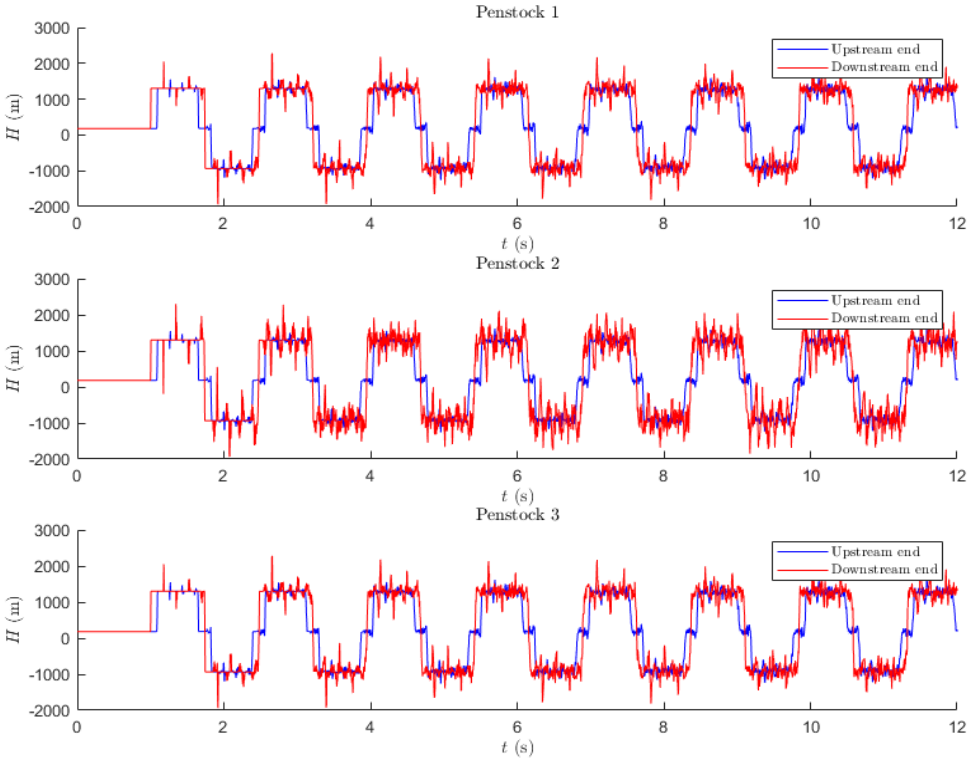

Fig. 5.8- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: semplice triforcazione.

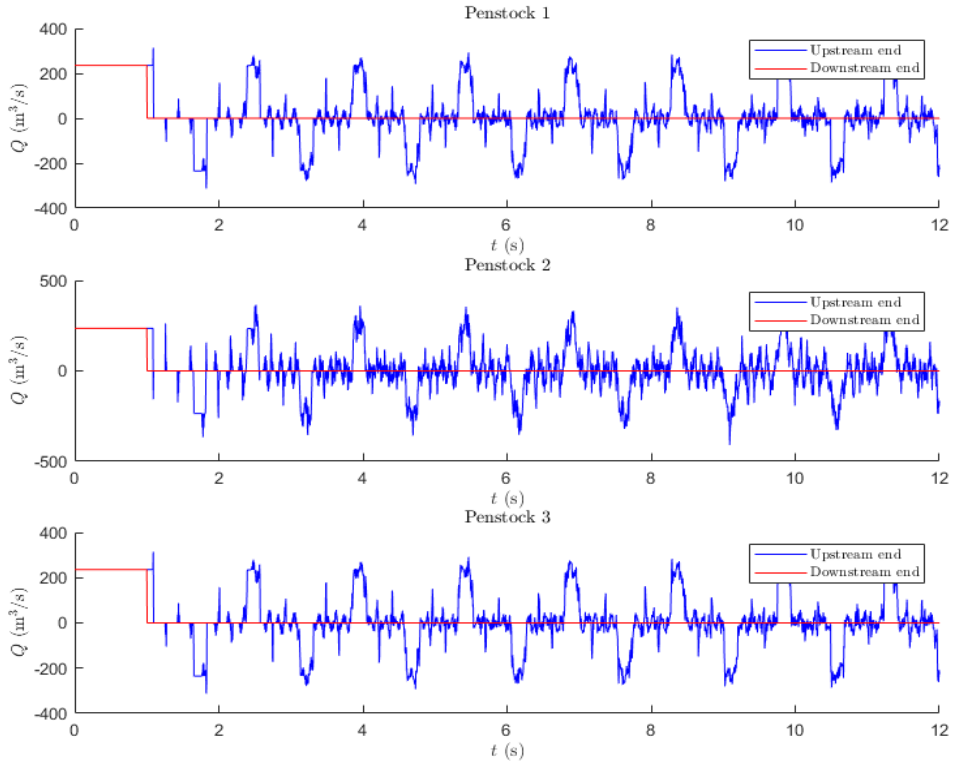

Fig. 5.9- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: semplice triforcazione.

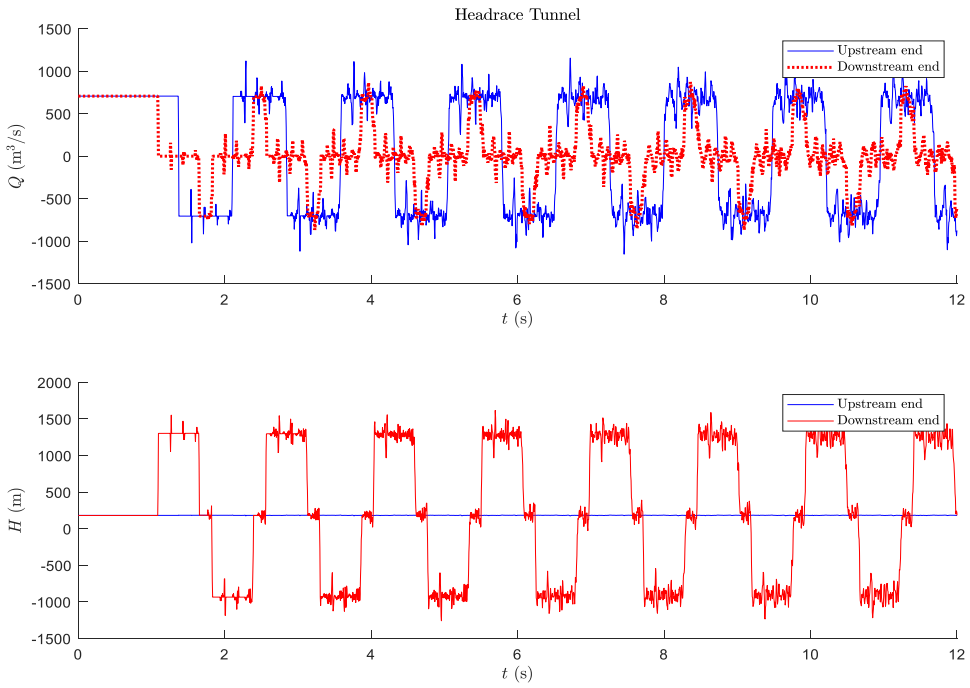

Fig. 5.10- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico e delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) del Headrace tunnel: semplice triforcazione.

e quindi sostanzialmente identici a quanto modellato considerando un pozzo con orifizio molto piccolo.

Per dimostrare ulteriormente la natura fisica delle irregolarità è stata effettuata una simulazione con tre condotte forzate aventi pari lunghezza. In questo caso, gli andamenti del carico piezometrico e delle portate nelle condotte sono:

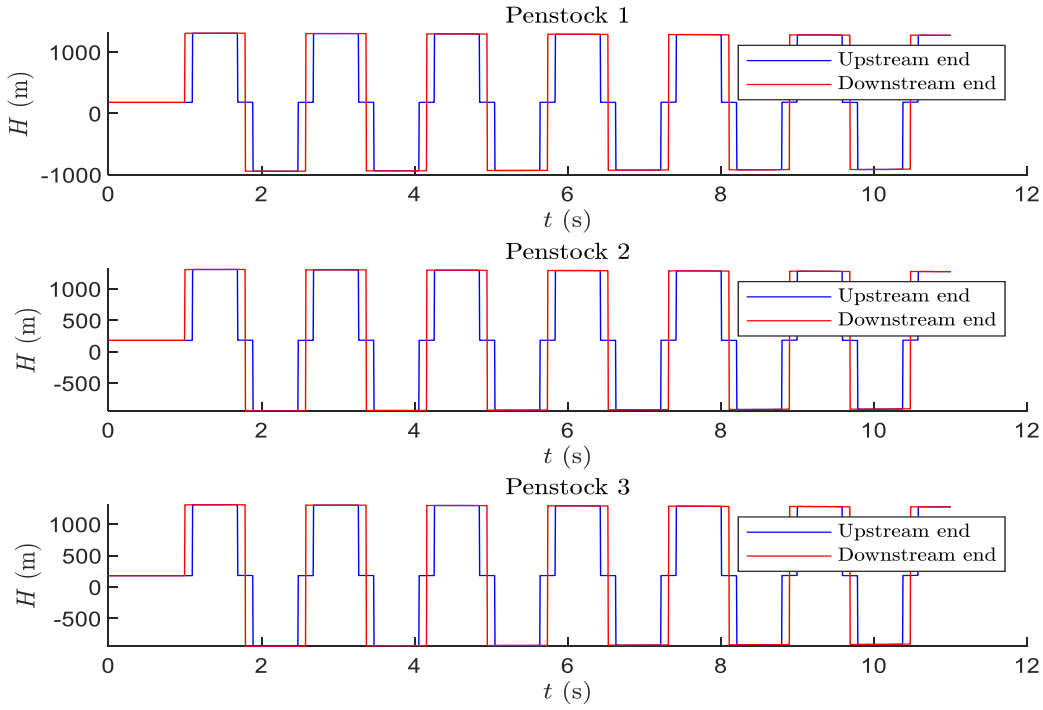

Fig. 5.11- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio e condotte forzate di pari lunghezza.

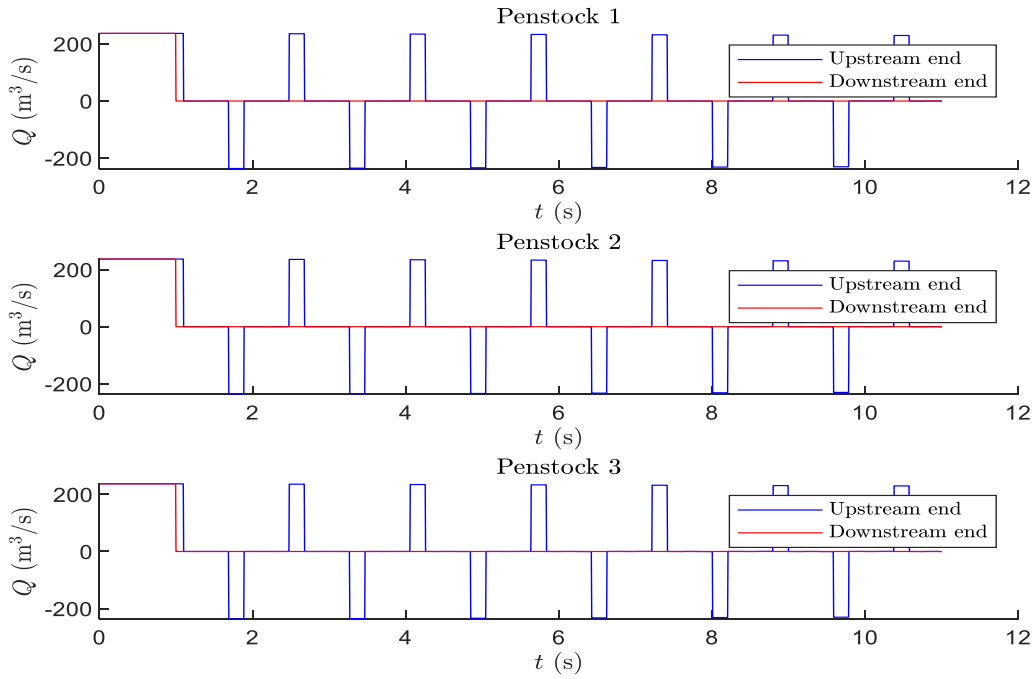

Fig. 5.12- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio e condotte forzate di pari lunghezza.

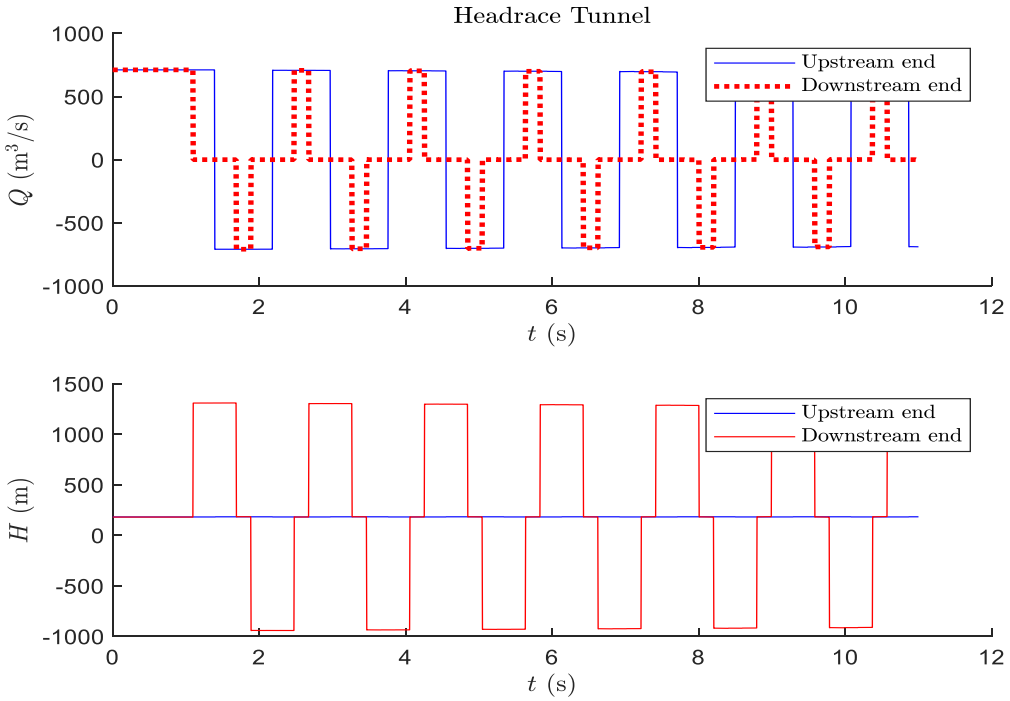

Fig. 5.13- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico e delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) del Headrace tunnel: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio e condotte forzate di pari lunghezza.

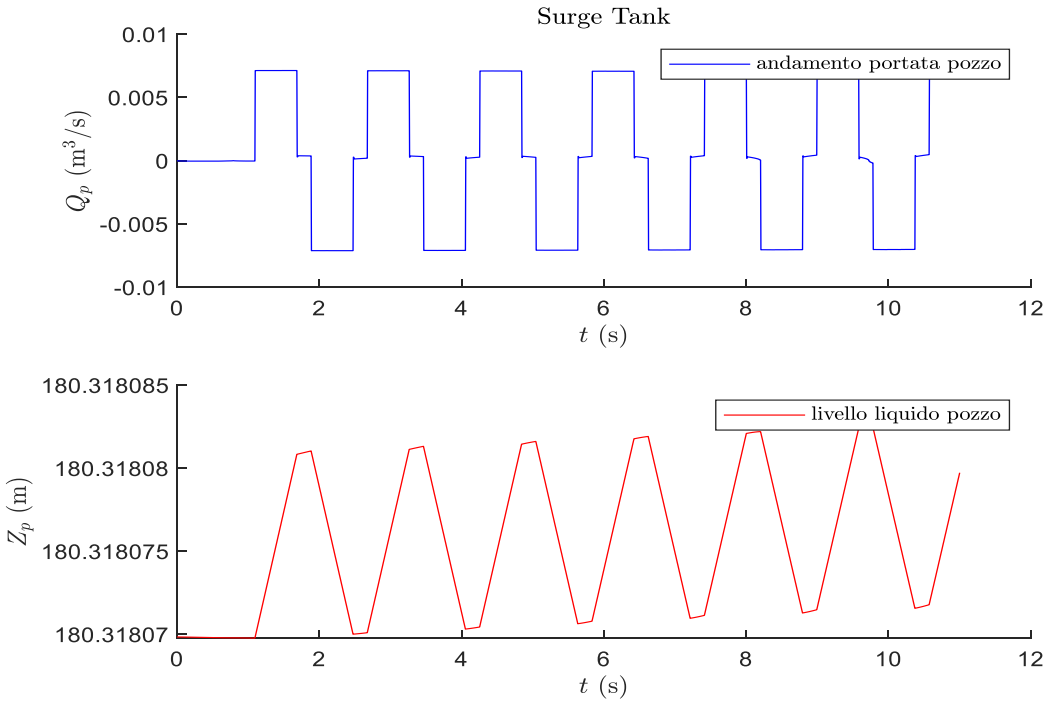

Fig. 5.14- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio e condotte forzate di pari lunghezza.

Come si vede dai grafici risultanti se le condotte forzate hanno lunghezze uguali le irregolarità non si presentano più.

5.2.1.2 Pozzo piezometrico con grande orifizio ($D_{orf} = 22\ m$)

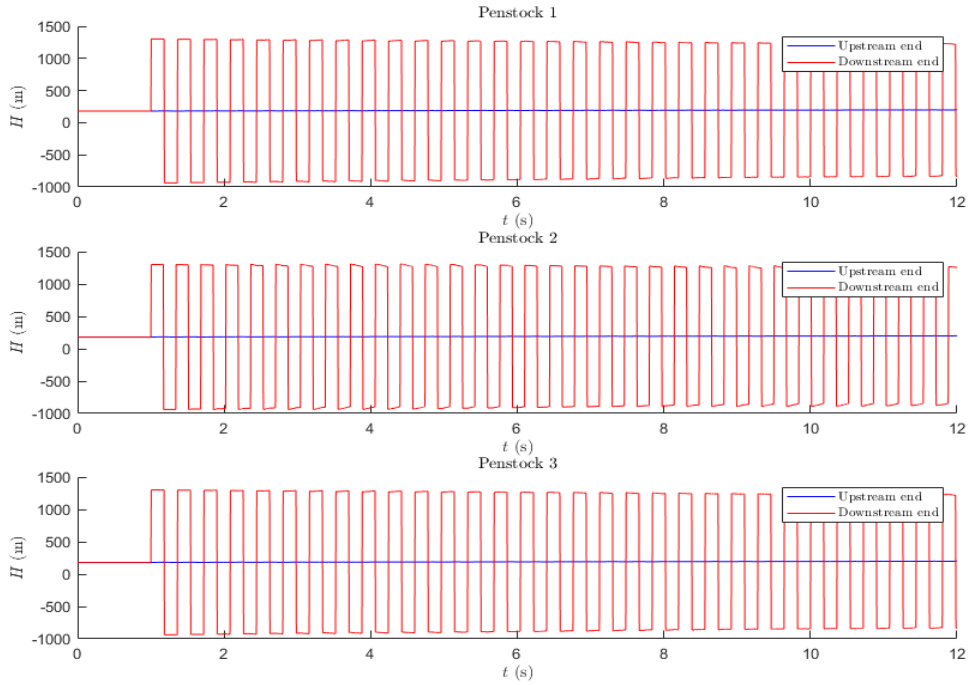

Fig. 5.15- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con grande orifizio.

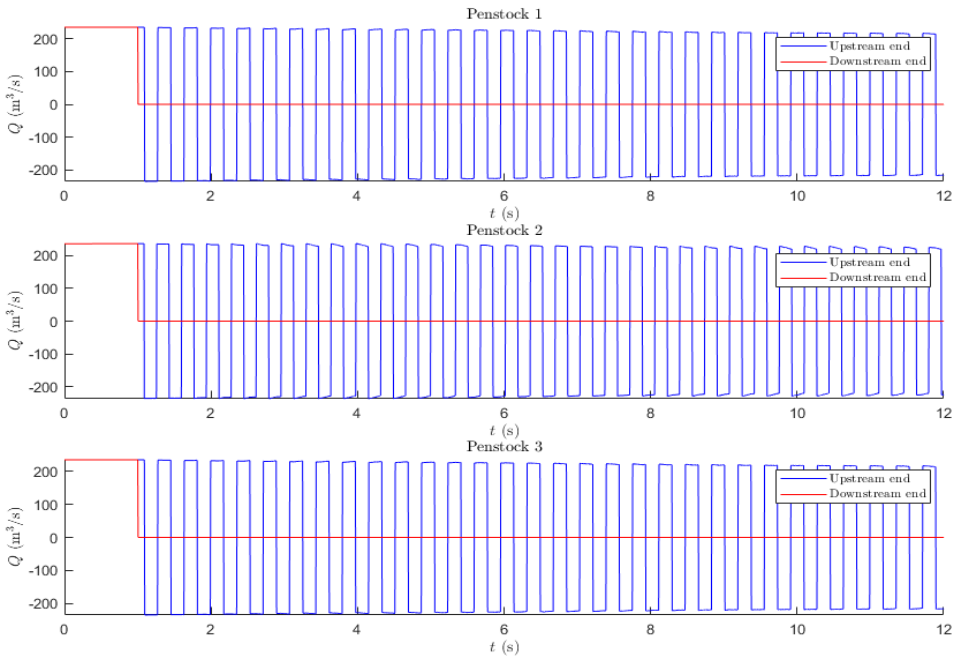

Fig. 5.16- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con grande orifizio.

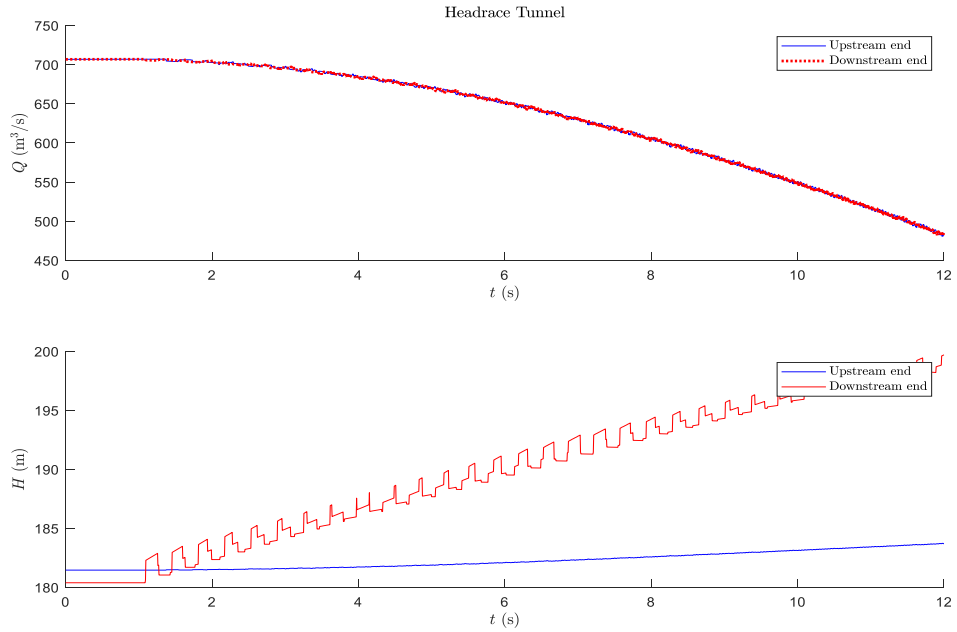

Fig. 5.17- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico e delle portate nella sezione di valle-triforcazione (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) del Headrace tunnel: Pozzo piezometrico con grande orifizio.

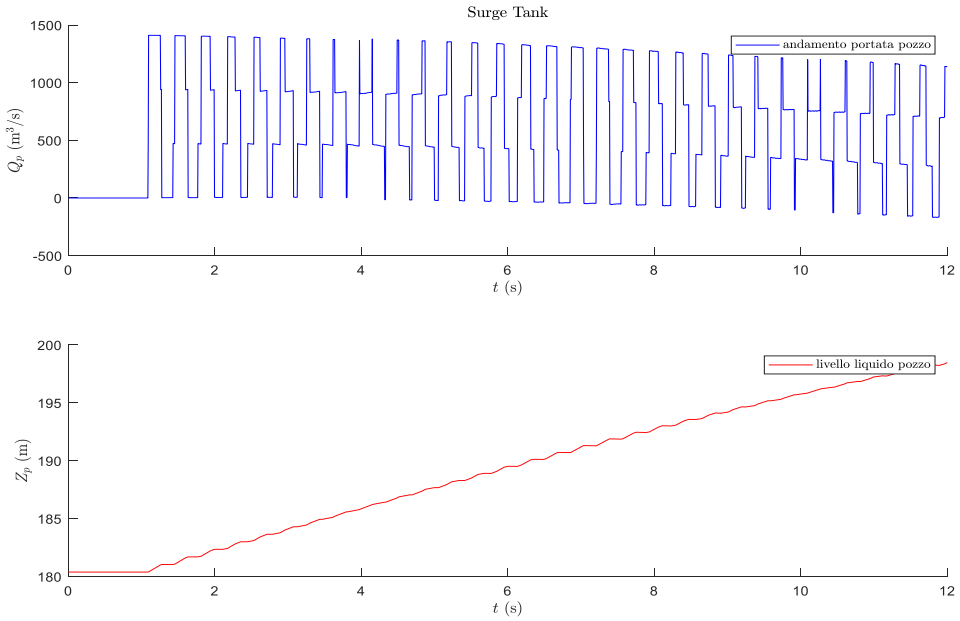

Fig. 5.18- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: Pozzo piezometrico con grande orifizio.

La lunghezza del sistema è $L = L_{pen} = 154.5$ m.

Il tempo di fase è $T_c = \frac{2L}{a} = 2 \cdot \frac{154.5}{1479} = 0.20$ s.

Nelle condotte forzate il sovraccarico calcolato analiticamente con la formula di Jourkowsky è uguale a:

$$\Delta H_{\max} = \frac{a}{g}\,\Delta v = 1122\ m$$

Numericamente si ha:

$$\Delta H_{\max} = H_{\max} - H_{v_{SS}} = 1303 - 179.74 = 1123.26\ \mathrm{m}$$

dove $H_{\max}$ rappresenta il massimo carico piezometrico nella sezione della valvola e $H_{v_{SS}}$ il carico piezometrico nella sezione della valvola in condizioni stazionarie.

Il periodo delle onde quadre di sovraccarico alla valvola e di portata all'imbocco della galleria è 0.18 s.

Il periodo di oscillazione del livello liquido del pozzo calcolato analiticamente è pari a:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}\frac{A_{ST}}{A_{HT}}} = 84\ s$$

dove A_{ST} rappresenta la sezione trasversale del pozzo piezometrico e A_{HT} la sezione trasversale del Headrace tunnel.

Numericamente si ha un periodo di oscillazione di 82.4 s.

L'ampiezza massima di oscillazione calcolata analiticamente è uguale a:

$$Z = Q_0\sqrt{\frac{L}{gA_{ST}A_{HT}}} = 24.8\ \mathrm{m}$$

dove Q_0 è la portata nel Headrace tunnel in condizione di moto stazionario.

Numericamente si ha un'ampiezza massima uguale a:

$$Z = Z_{P_{\max}} - Z_{P_{SS}} = 205.9 - 180.4 = 25.5\ \mathrm{m}$$

dove $Z_{P_{\max}}$ rappresenta il livello liquido massimo raggiunto nel pozzo piezometrico e $Z_{P_{SS}}$ il livello liquido nel pozzo in condizioni di moto stazionario.

Tutti gli andamenti sono compatibili con quelli di un sistema con pozzo piezometrico senza orifizio.

Si è effettuata, inoltre, una simulazione inserendo un pozzo piezometrico senza orifizio e con triforcazione, la cui modellazione matematica risulta essere più semplice del pozzo piezometrico con orifizio.

In questo caso, gli andamenti sono:

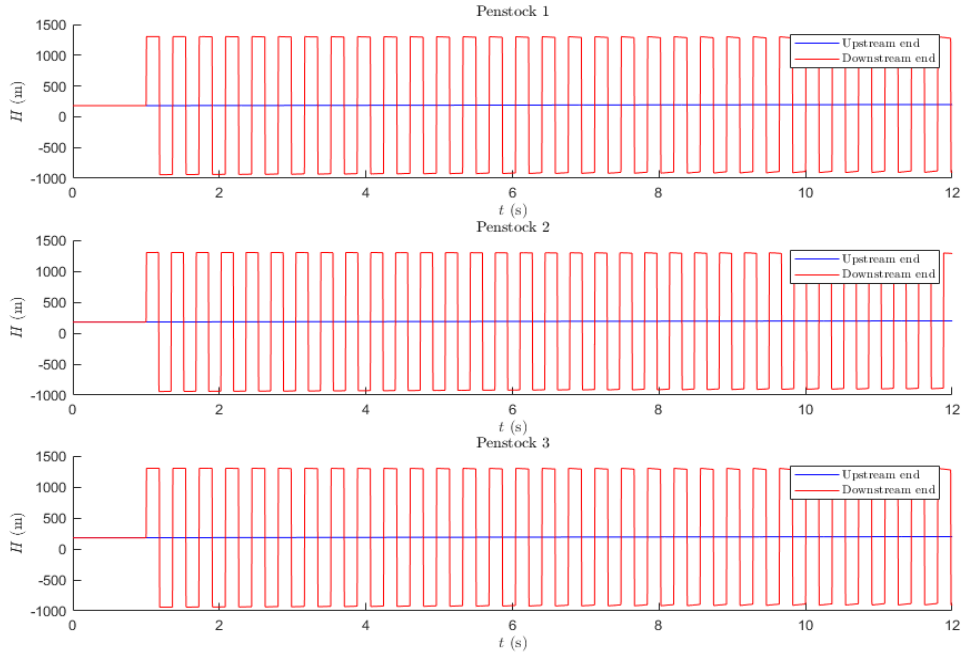

Fig. 5.19- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico semplice.

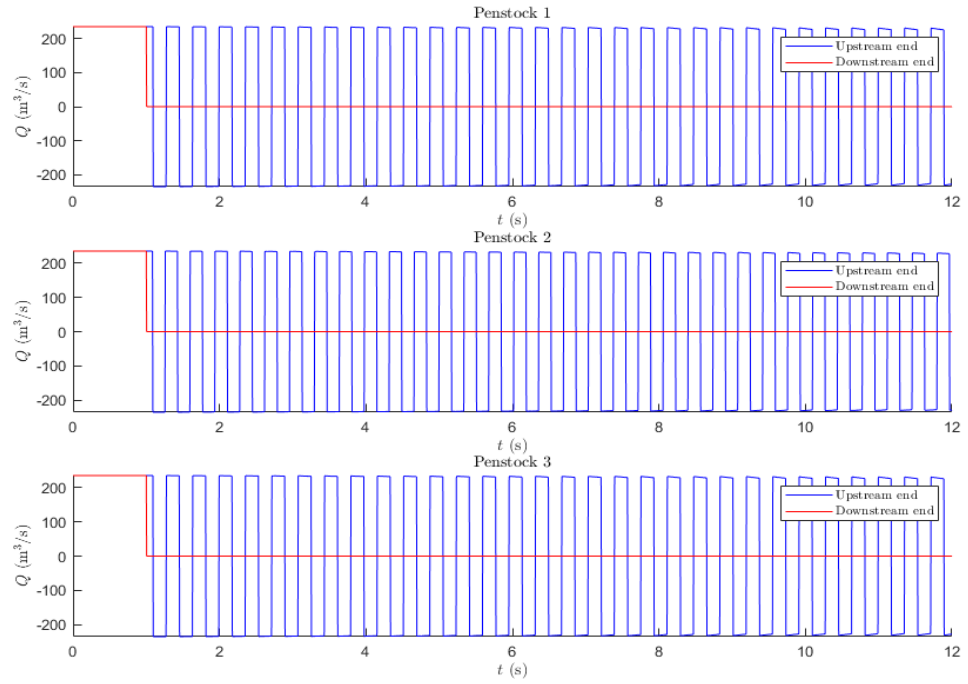

Fig. 5.20- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico semplice.

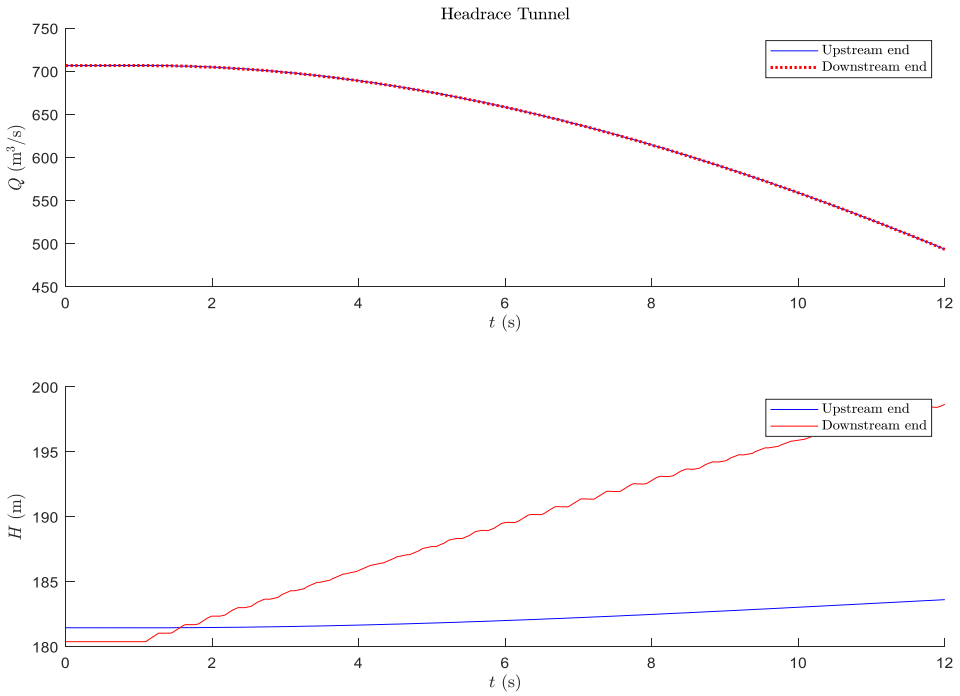

Fig. 5.21- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico e delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) del Headrace tunnel: Pozzo piezometrico semplice.

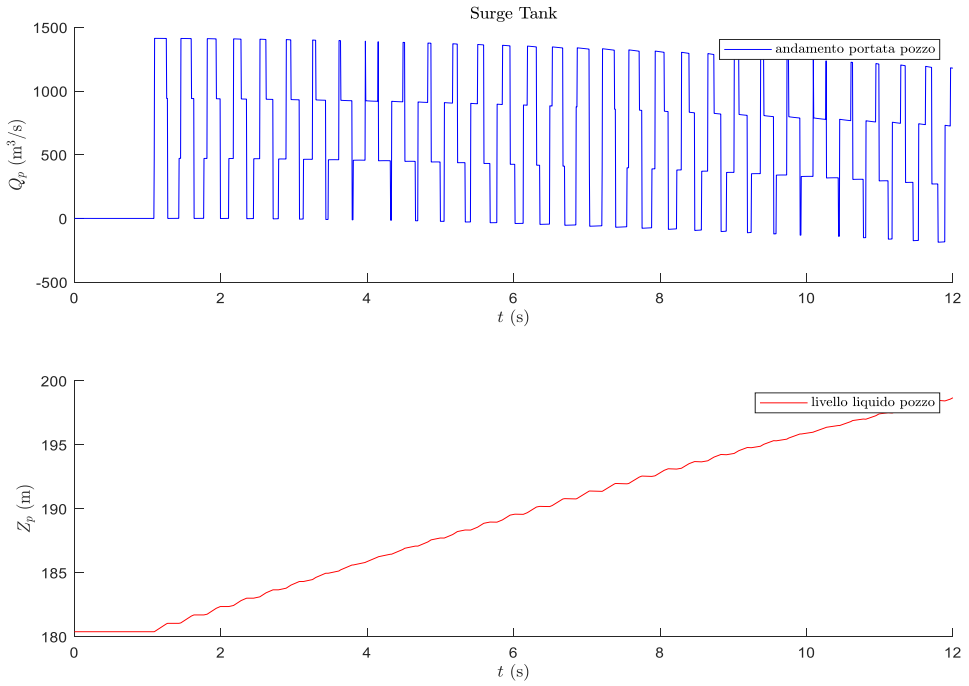

Fig. 5.22- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: Pozzo piezometrico semplice.

e quindi sostanzialmente identici a quanto modellato considerando un pozzo piezometrico senza orifizio.

5.2.1.3 Pozzo piezometrico con orifizio reale ($D_{orf} = 6.6m$)

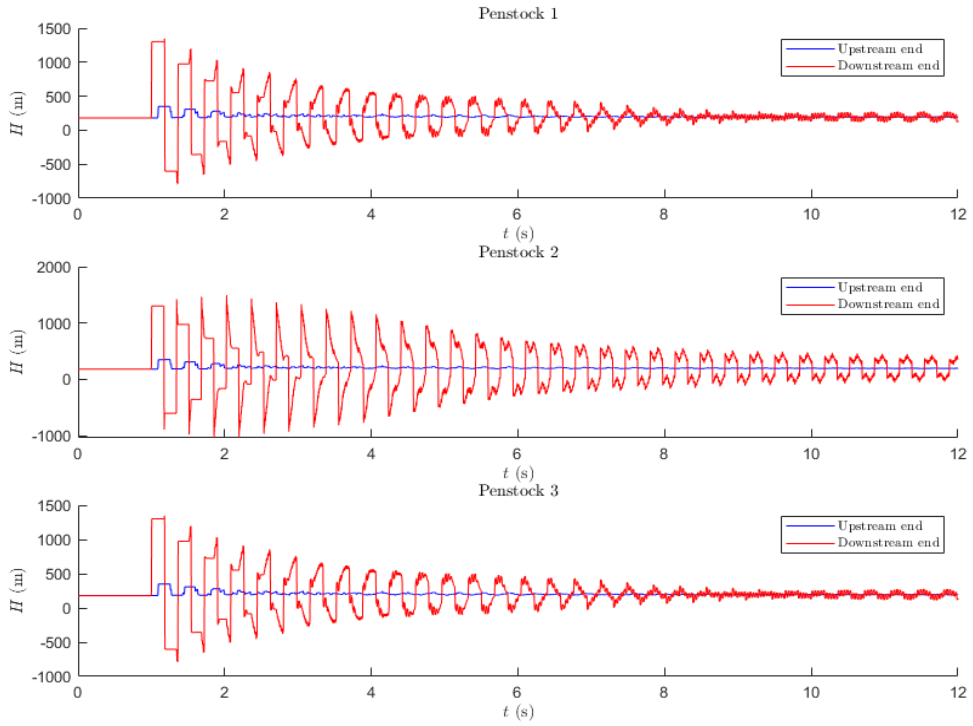

Fig. 5.23- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con orifizio reale.

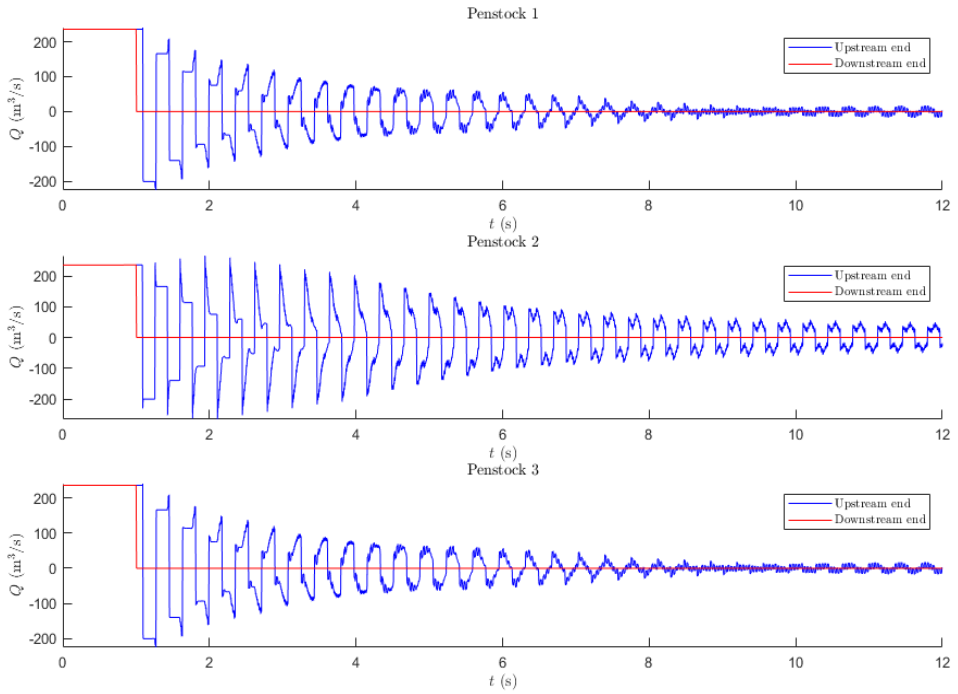

Fig. 5.24- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con orifizio reale.

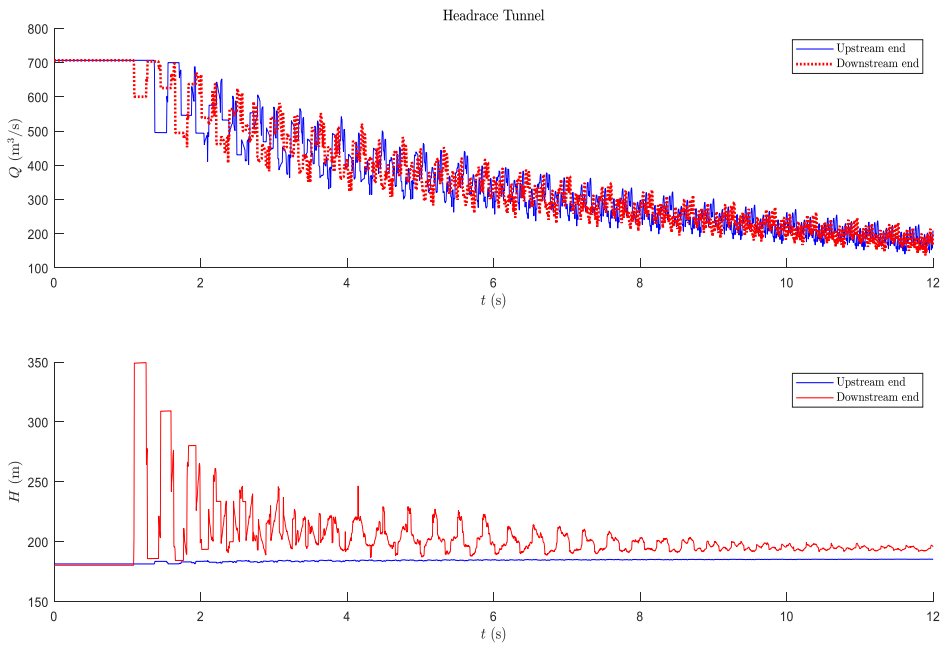

Fig. 5.25- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del carico piezometrico e delle portate nella sezione di valle-triforcazione (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) del Headrace tunnel: Pozzo piezometrico con orifizio reale.

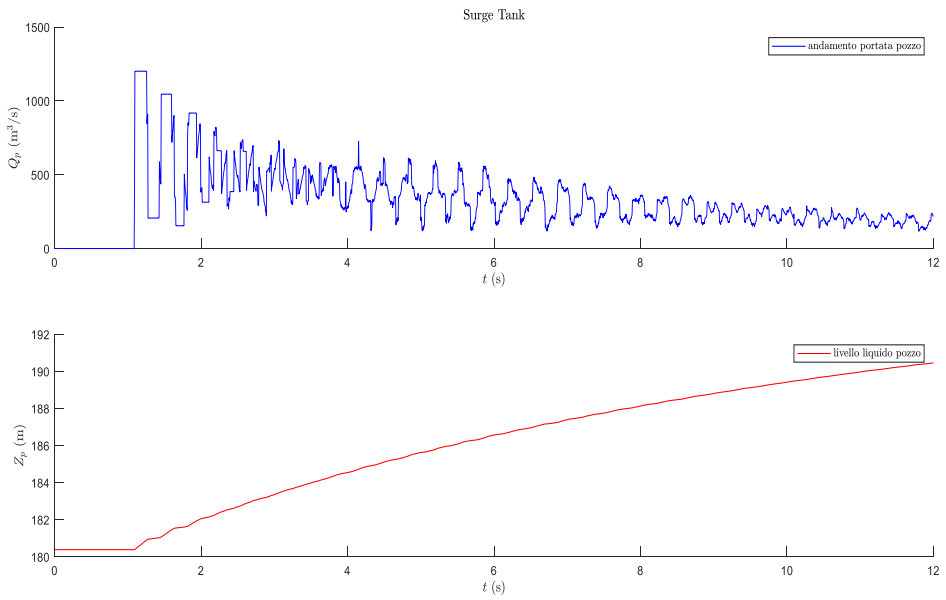

Fig. 5.26- "CHIUSURA BRUSCA" Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: Pozzo piezometrico con orifizio reale.

La lunghezza del sistema è $L = L_{pen} = 154.5$ m.

Il tempo di fase è $T_c = \frac{2L}{a} = 2 \cdot \frac{154.5}{1479} = 0.20$ s.

Nelle condotte forzate il sovraccarico calcolato analiticamente con la formula di Jourkowsky è uguale a:

$$\Delta H_{\max} = \frac{a}{g}\,\Delta v = 1122\ m$$

Numericamente si ha:

$$\Delta H_{\max} = H_{\max} - H_{v_{SS}} = 1303 - 179.74 = 1123.26\ \mathrm{m}$$

dove $H_{\max}$ rappresenta il massimo carico piezometrico nella sezione della valvola e $H_{v_{SS}}$ il carico piezometrico nella sezione della valvola in condizioni stazionarie.

Il periodo delle onde quadre di sovraccarico alla valvola e di portata all'imbocco della galleria è 0.18 s.

Il periodo di oscillazione calcolato numericamente è di 85 s.

L'ampiezza massima calcolata numericamente è uguale a:

$$Z = Z_{P_{\max}} - Z_{P_{SS}} = 193 - 180.4 = 12.6 \text{ m}$$

dove $Z_{P_{\max}}$ rappresenta il livello liquido massimo raggiunto nel pozzo piezometrico e $Z_{P_{SS}}$ il livello liquido nel pozzo in condizioni di moto stazionario.

Si indaga la natura delle irregolarità negli andamenti di H e Q che emergono per $\mathrm{t} > 2$ s.

Esaminando le animazioni di moto transitorio prodotte si nota che a $t = 1.66\ s$ l'onda riflessa al serbatoio principale arriva al pozzo piezometrico e parte di essa entra nelle condotte forzate (Fig. 5.27). A questa si aggiunge, inoltre, come visto nel paragrafo *5.2.1.1*, l'effetto della trasmissione dell'onda di pressione dalla condotta forzata più corta verso le condotte forzate più lunghe (Fig. 5.28).

Si può concludere quindi che le irregolarità non sono da attribuirsi a problemi numerici, ma rispecchiano la fisica del problema.

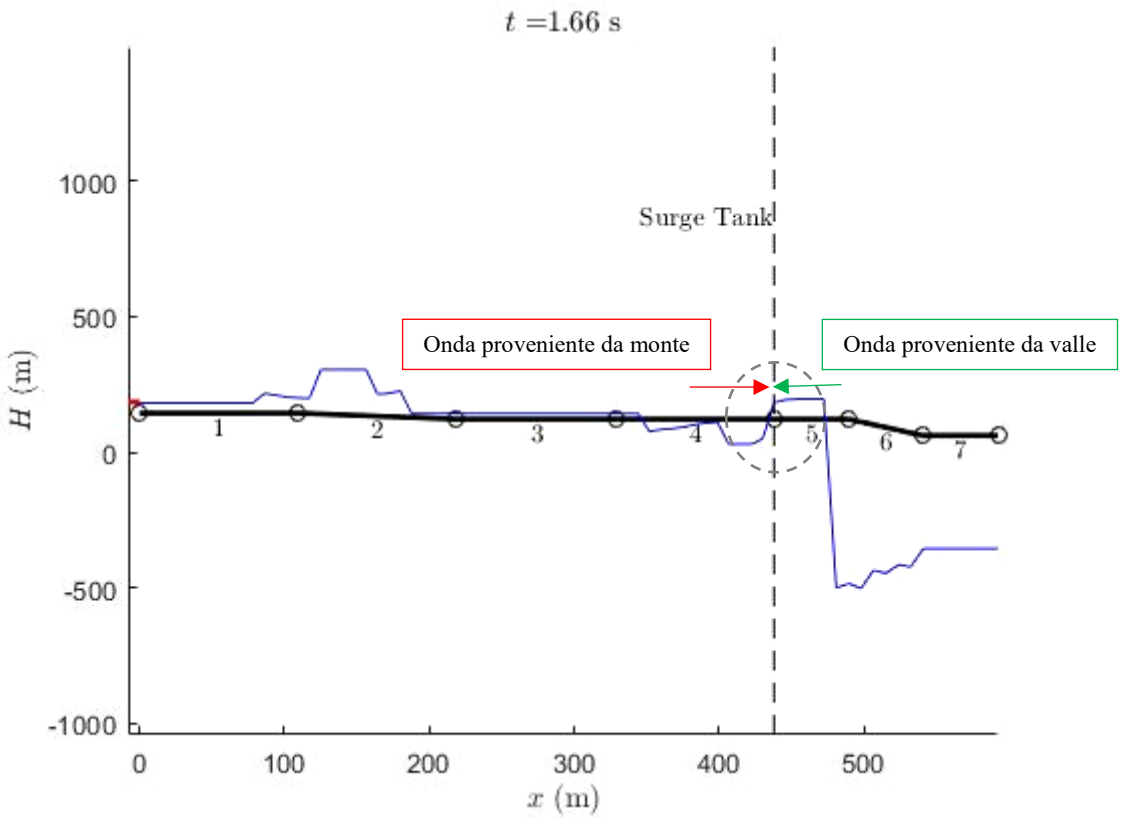

Fig. 5.27- "CHIUSURA BRUSCA" Propagazione dell'onda di pressione (Pozzo piezometrico con orifizio reale): arrivo dell'onda riflessa dal serbatoio di monte nella triforcazione (frame t=1.66 s).

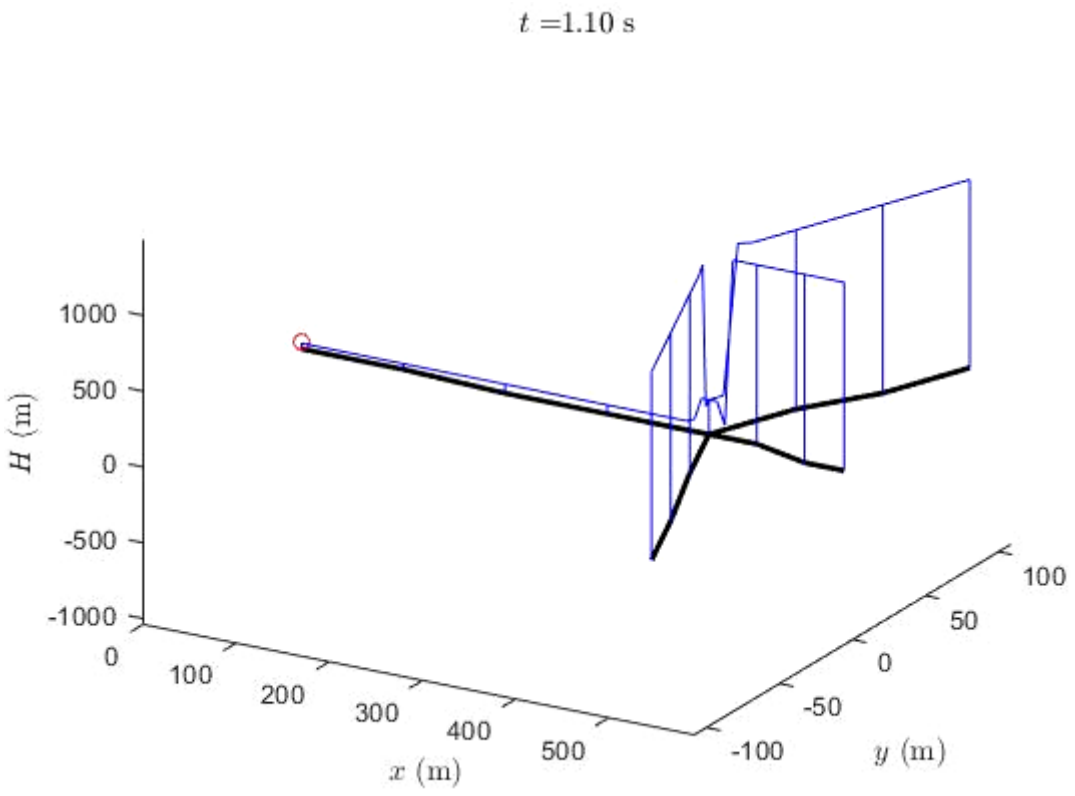

Fig. 5.28- "CHIUSURA BRUSCA" Propagazione dell'onda di pressione (Pozzo piezometrico con orifizio reale): scontro dell'onda centrale con le onde delle condotte laterali (frame t=1.10 s).

5.2.1 Manovra di chiusura lenta

La condizione di chiusura lenta è stata simulata considerando un tempo di manovra di circa $T_m = 14 \cdot T_c\ s$. Questo valore di T_m è stato ricavato invertendo la formula teorica di Allievi-Michaud, noto il massimo sovraccarico di progetto in condotta ($\Delta h = 81\ m$).

5.2.1.1 Pozzo piezometrico con piccolo orifizio ($D_{orf} = 0.01\ m$)

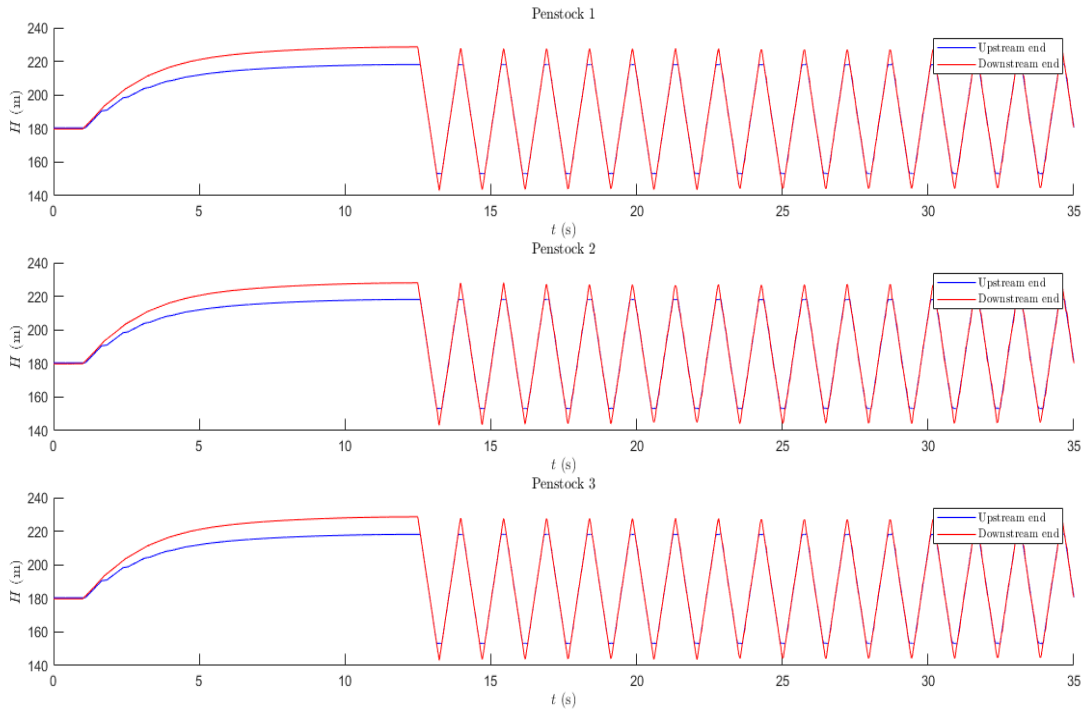

Fig. 5.29- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali del carico piezometrico nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio.

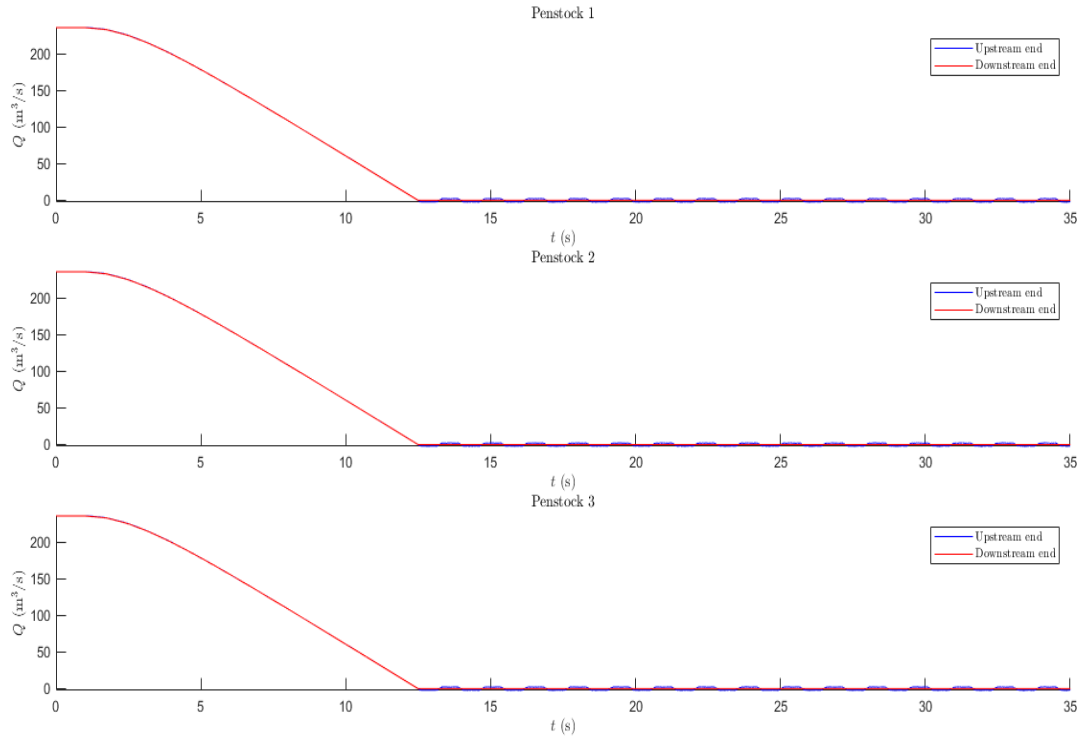

Fig. 5.30- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio.

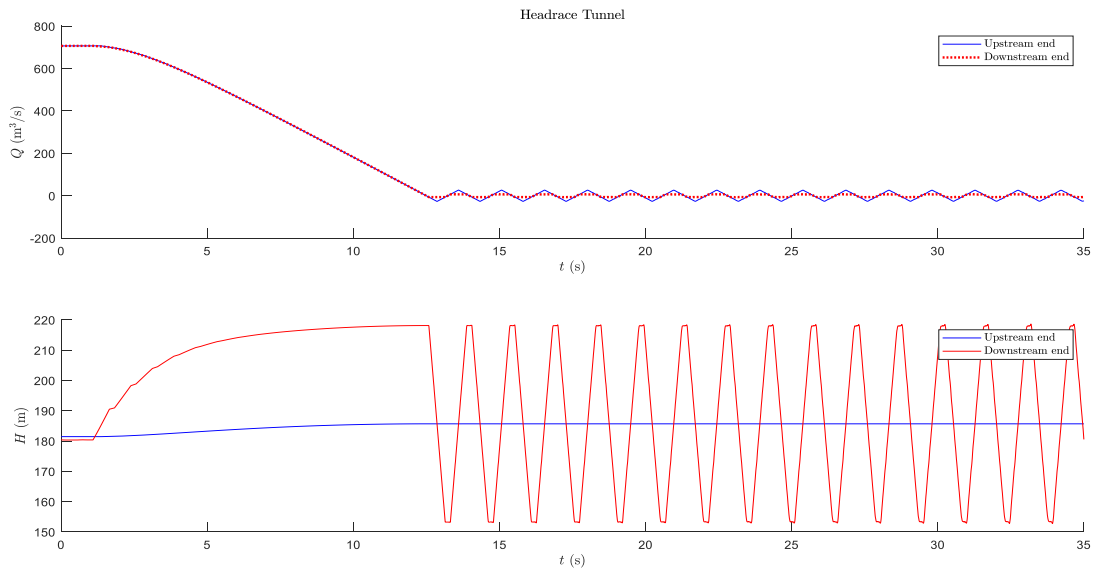

Fig. 5.31- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali del carico piezometrico e delle portate nella sezione di valle-triforcazione (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) del Headrace tunnel: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio.

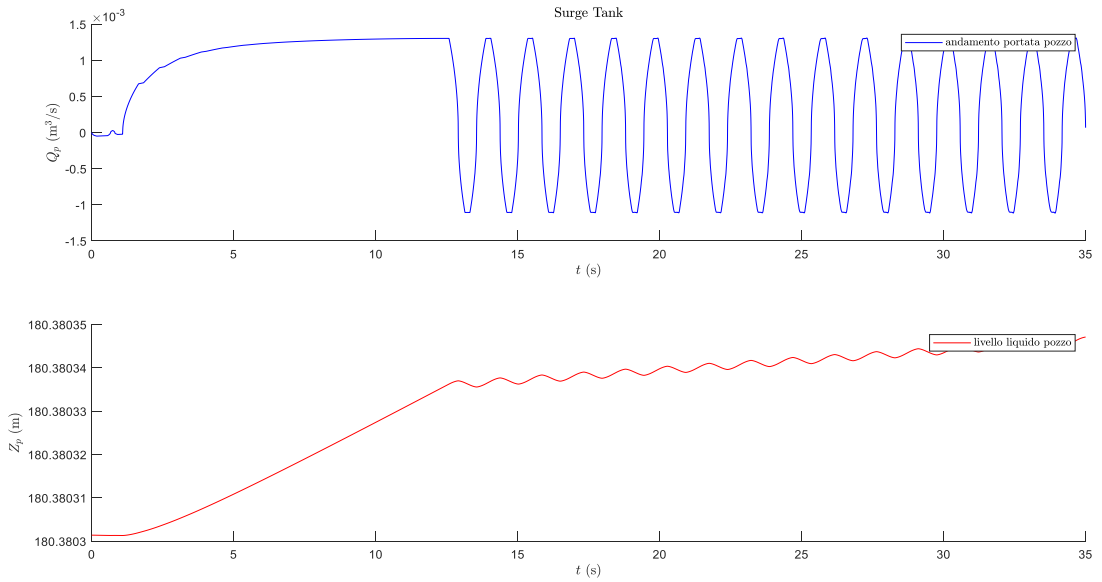

Fig. 5.32- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: Pozzo piezometrico con piccolo orifizio.

La lunghezza del sistema è $L = L_{HT} + L_{pen} = 438 + 154.5 = 592.5$ m.

Il tempo di fase è $T_c = \frac{2L}{a} = 2 \cdot \frac{592.5}{1479} = 0.80$ s.

La durata della manovra di chiusura è pari a:

$$\mathrm{T_m} = 14 \cdot \mathrm{T_c} \cong 11.5\ \mathrm{s}$$

Nelle condotte forzate il sovraccarico calcolato analiticamente con la formula di Allievi-Michaud è uguale a:

$$\Delta H_{\max} = \frac{2L\Delta v}{gT_m} = 78.1\ m$$

Numericamente si ha:

$$\Delta H_{\max} = H_{\max} - H_{v_{ST}} = 228.6 - 179.74 = 48.86\ \mathrm{m}$$

dove $H_{\max}$ rappresenta il massimo carico piezometrico nella sezione della valvola e $H_{v_{ST}}$ il carico piezometrico nella sezione della valvola in condizioni stazionarie.

Come ci si aspettava, per manovre di chiusura lenta il sovraccarico calcolato numericamente risulta minore rispetto al sovraccarico calcolato analiticamente con la formula teorica di Allievi-Michaud. Quest'ultima risulta essere più cautelativa.

Il periodo delle onde quadre di sovraccarico alla valvola e di portata all'imbocco della galleria è 0.74 s. Tutti gli andamenti sono compatibili con quelli di un sistema senza pozzo piezometrico.

Si è effettuata, inoltre, una simulazione inserendo una triforcazione in assenza di pozzo piezometrico, la cui modellazione matematica risulta essere più semplice del pozzo piezometrico con orifizio. In questo caso gli andamenti del carico piezometrico nelle tre condotte forzate sono, come ci si aspettava, sostanzialmente identici a quanto modellato considerando un pozzo con orifizio molto piccolo.

5.2.1.2 Pozzo piezometrico con grande orifizio ($D_{orf} = 22\ m$)

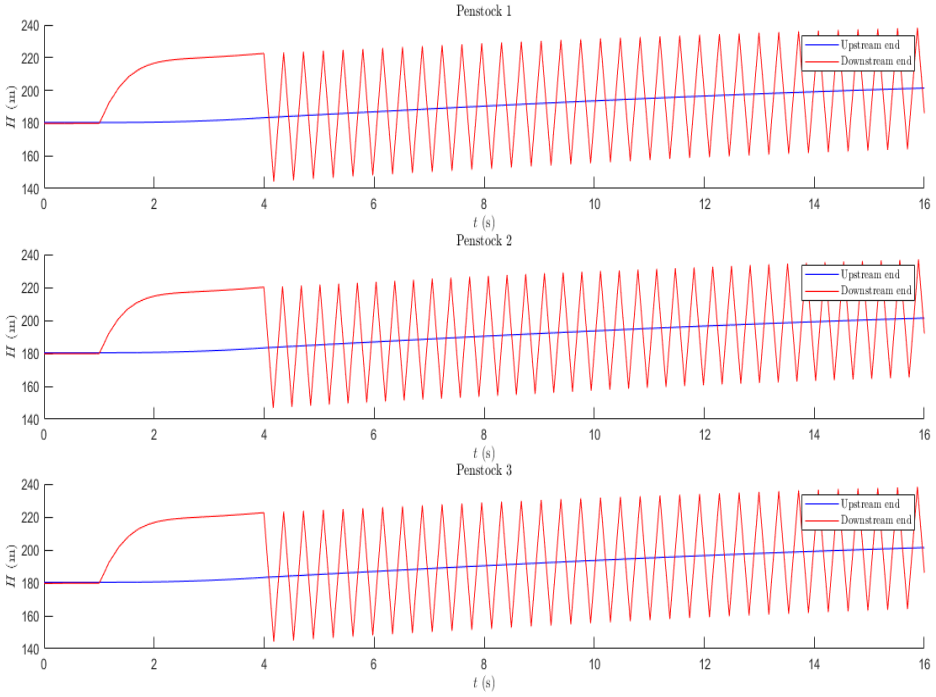

Fig. 5.33- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali del carico piezometrico nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico semplice.

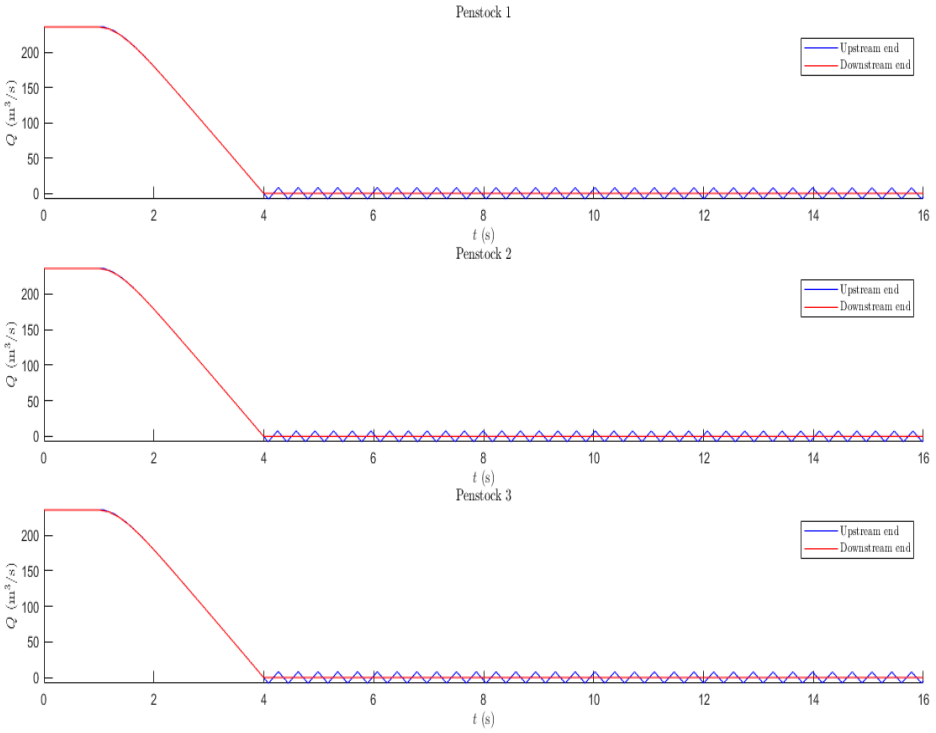

Fig. 5.34- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico semplice.

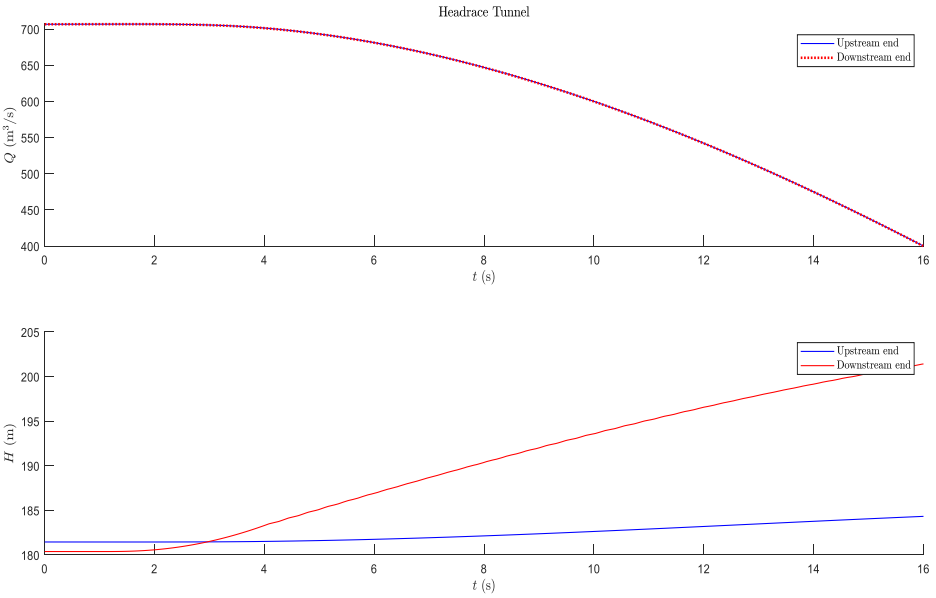

Fig. 5.35- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali del carico piezometrico e delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) del Headrace tunnel: Pozzo piezometrico semplice.

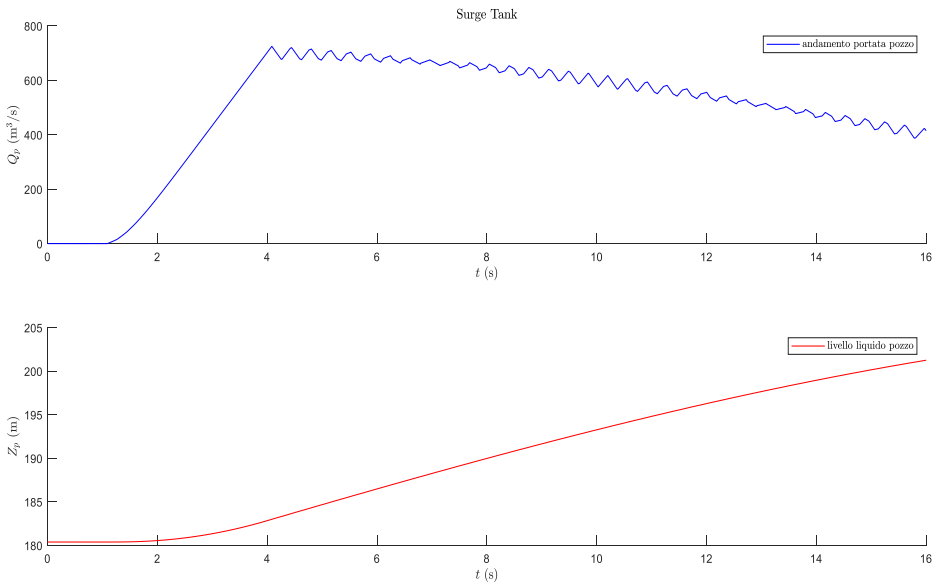

Fig. 5.36- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: Pozzo piezometrico semplice.

La lunghezza del sistema è $L = L_{pen} = 154.5$ m.

Il tempo di fase è $\mathrm{T_c} = \frac{2\mathrm{L}}{\mathrm{a}} = 2 \cdot \frac{154.5}{1479} = 0.20$ s.

La durata della manovra di chiusura è pari a:

$$\mathrm{T_m} = 14 \cdot \mathrm{T_c} \cong 3 \text{ s}$$

Nelle condotte forzate il sovraccarico calcolato analiticamente con la formula di Allievi-Michaud è uguale a:

$$\Delta H_{\max} = \frac{2L\Delta v}{gT_m} = 78.1\ m$$

Numericamente si ha:

$$\Delta H_{\max} = H_{\max} - H_{v_{SS}} = 222.6 - 179.74 = 42.9 \text{ m}$$

dove $H_{\max}$ rappresenta il massimo carico piezometrico nella sezione della valvola e $H_{v_{SS}}$ il carico piezometrico nella sezione della valvola in condizioni stazionarie.

Il periodo delle onde quadre di sovraccarico alla valvola e di portata all'imbocco della galleria è 0.18 s. Il periodo di oscillazione del livello liquido del pozzo calcolato analiticamente è uguale a:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}\frac{A_{ST}}{A_{HT}}} = 84\ s$$

dove A_{ST} rappresenta la sezione trasversale del pozzo piezometrico e A_{HT} la sezione trasversale del Headrace tunnel.

Numericamente si ha un periodo di oscillazione di 82.4 s.

L'ampiezza massima di oscillazione calcolata analiticamente è pari a:

$$Z = Q_0\sqrt{\frac{L}{gA_{ST}A_{HT}}} = 24.8\ \mathrm{m}$$

dove Q_0 è la portata nel Headrace tunnel in condizione di moto stazionario.

Numericamente si ha un'ampiezza massima uguale a:

$$Z = Z_{P_{\max}} - Z_{P_{SS}} = 206.2 - 180.4 = 25.8\ \mathrm{m}$$

dove $Z_{P_{\max}}$ rappresenta il livello liquido massimo raggiunto nel pozzo piezometrico e $Z_{P_{SS}}$ il livello liquido nel pozzo in condizioni di moto stazionario.

Tutti gli andamenti sono compatibili con quelli di un sistema con pozzo piezometrico senza orifizio.

Si è effettuata, inoltre, una simulazione inserendo un pozzo piezometrico senza orifizio e con triforcazione, la cui modellazione matematica risulta essere più semplice del pozzo piezometrico con orifizio. In questo caso gli andamenti del carico piezometrico nelle tre condotte forzate sono, come ci si aspettava, sostanzialmente identici a quanto modellato considerando un pozzo senza orifizio e con triforcazione.

5.2.1.3 *Pozzo piezometrico con orifizio reale* ($D_{orf} = 6.6\ m$)

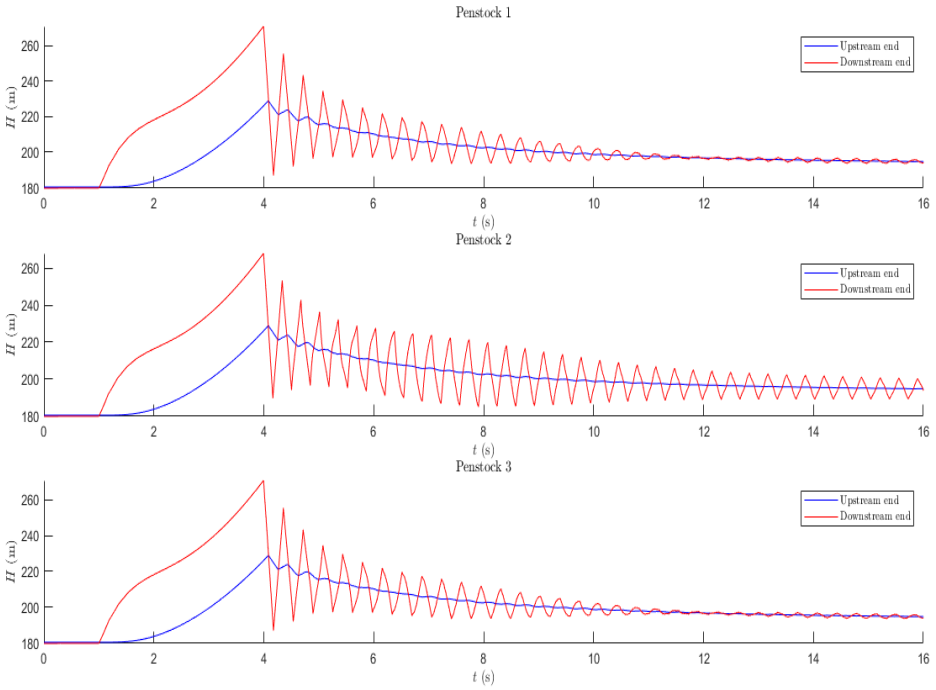

Fig. 5.37- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali del carico piezometrico nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con orifizio reale.

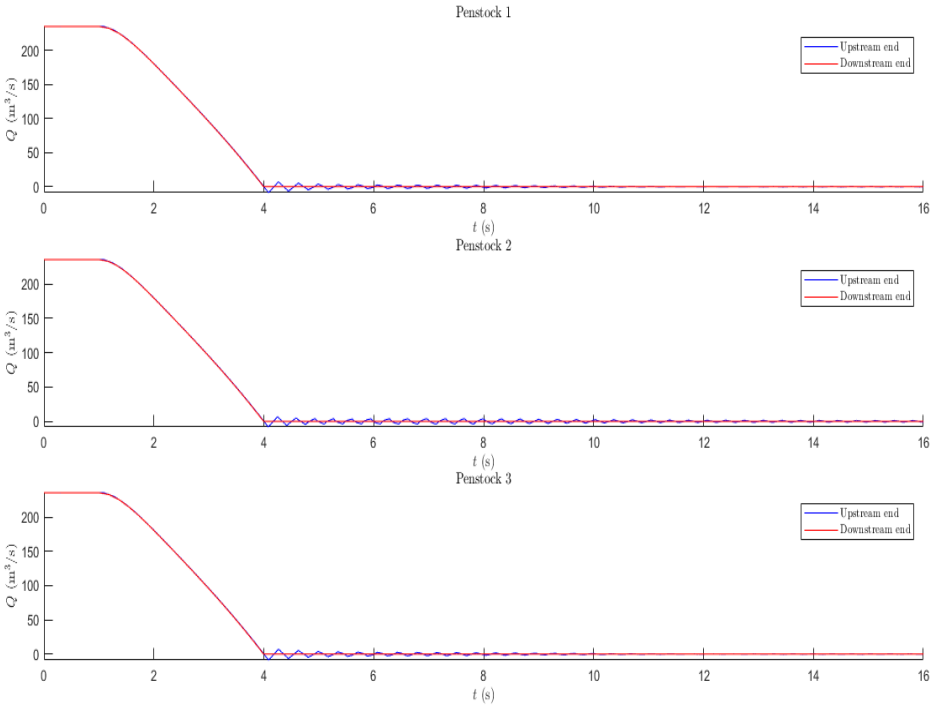

Fig. 5.38- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali delle portate nella sezione di valle (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) delle 3 condotte forzate: Pozzo piezometrico con orifizio reale.

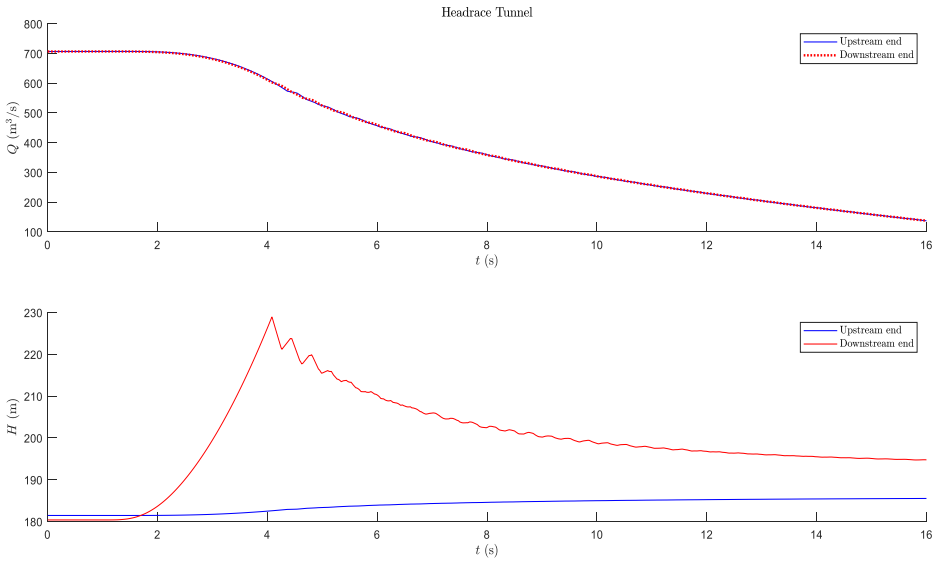

Fig. 5.39- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali del carico piezometrico e delle portate nella sezione di valle-triforcazione (linea rossa) e nella sezione di monte (linea blu) del Headrace tunnel: Pozzo piezometrico con orifizio reale.

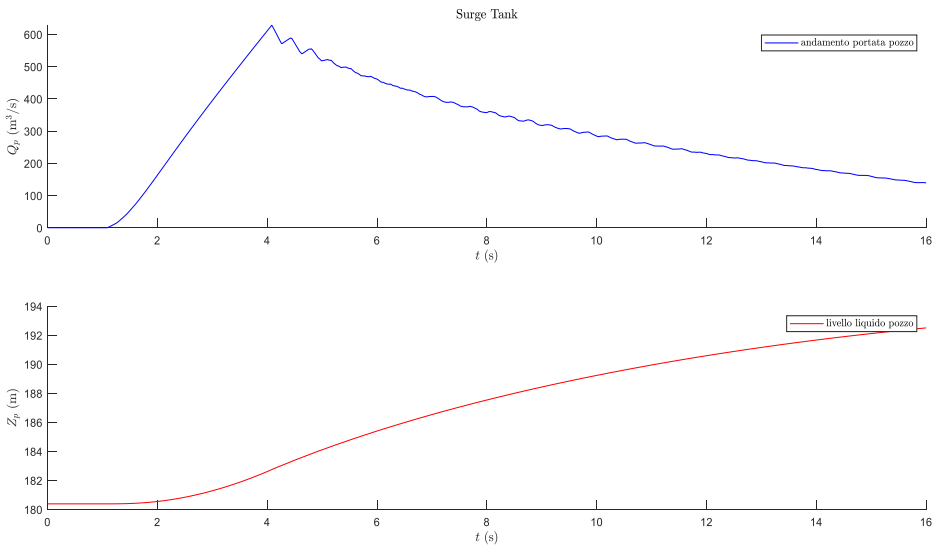

Fig. 5.40- "CHIUSURA LENTA" Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: Pozzo piezometrico con orifizio reale.

La lunghezza del sistema è $L = L_{pen} = 154.5$ m.

Il tempo di fase è $T_c = \frac{2L}{a} = 2 \cdot \frac{154.5}{1479} = 0.20$ s.

La durata della manovra di chiusura è pari a:

$$\mathrm{T_m} = 14 \cdot \mathrm{T_c} \cong 3\ \mathrm{s}$$

Nelle condotte forzate il sovraccarico calcolato analiticamente con la formula di Allievi-Michaud è uguale a:

$$\Delta H_{\max} = \frac{2L\Delta v}{gT_m} = 78.1\ m$$

Numericamente si ha:

$$\Delta H_{\max} = H_{\max} - H_{v_{SS}} = 270.9 - 179.74 = 91.16\ \mathrm{m}$$

dove $H_{\max}$ rappresenta il massimo carico piezometrico nella sezione della valvola e $H_{v_{SS}}$ il carico piezometrico nella sezione della valvola in condizioni stazionarie.

Il periodo delle onde quadre di sovraccarico alla valvola e di portata all'imbocco della galleria è 0.18 s.

Il periodo di oscillazione calcolato numericamente è di 85.3 s.

L'ampiezza massima calcolata numericamente è uguale a:

$$Z = Z_{P_{\max}} - Z_{P_{SS}} = 193.8 - 180.4 = 13.4\ \mathrm{m}$$

dove $Z_{P_{\max}}$ rappresenta il livello liquido massimo raggiunto nel pozzo piezometrico e $Z_{P_{SS}}$ il livello liquido nel pozzo in condizioni di moto stazionario.

In questo caso il sovraccarico calcolato numericamente risulta maggiore rispetto al sovraccarico calcolato analiticamente. Questo risultato potrebbe essere dovuto alla presenza dell'orifizio di ingresso e al valore di $C_{orf} = 0.61$ considerato per la simulazione. La presenza dell'orifizio da una parte produce un effetto benefico sulle oscillazioni di massa nel pozzo piezometrico, riducendo l'ampiezza massima e aumentando i periodi di oscillazioni, dall'altra non garantisce una completa riflessione dell'onda di sovrapressione. Infatti, parte della sovrapressione generata dalla manovra di chiusura viene trasmessa in galleria. Questo effetto risulta essere tanto più importante quanto più l'orifizio risulta essere piccolo e poco modellato (maggiore incremento di pressione in corrispondenza della sezione al di sotto dell'orifizio). Quanto appena detto si va a riflettere sulla lunghezza del sistema considerato, che in questo caso risulterebbe

più lunga della sola lunghezza della condotta forzata, poiché entrerebbe in gioco anche parte della galleria a monte del pozzo piezometrico.

5.2.2 Oscillazioni di massa (MOS)

La presenza di un orifizio posto alla base del pozzo piezometrico riduce l'ampiezza delle oscillazioni del livello liquido nel pozzo permettendo una riduzione delle sue dimensioni. Questo effetto dipende dalle caratteristiche geometriche del foro (diametro e forma). Infatti, se il diametro dell'orifizio fosse uguale al diametro del tunnel sotto stante le perdite localizzate di ingresso e uscita risulterebbero trascurabili. Viceversa, se il diametro dell'orifizio fosse molto piccolo il liquido incontrerebbe molta difficolta ad attraversarlo, conseguentemente il sistema funzionerebbe come se non fosse presente il pozzo piezometrico [1].

La riduzione dell'area di ingresso del pozzo piezometrico oltre a comportare benefici al sistema provoca degli svantaggi. Infatti, l'onda di pressione non viene completamente riflessa dal pozzo ed è parzialmente trasmessa nella galleria di monte.

La perdita localizzata generata dall'orifizio è funzione della portata convogliata, della dimensione e della forma del foro. Il legame con le caratteristiche geometriche è rappresentato dal coefficiente di efflusso C_{orf}, coefficiente che si ricava sperimentalmente.

In assenza del valore di C_{orf} si sono considerati dei valori di coefficiente di efflusso presenti in letteratura.

Di seguito sono riportate le serie temporali dei livelli liquidi Z e delle portate Q del pozzo piezometrico relative ad una manovra di chiusura lenta.

5.2.2.1 Oscillazioni di massa con $C_{orf} = 0.61$

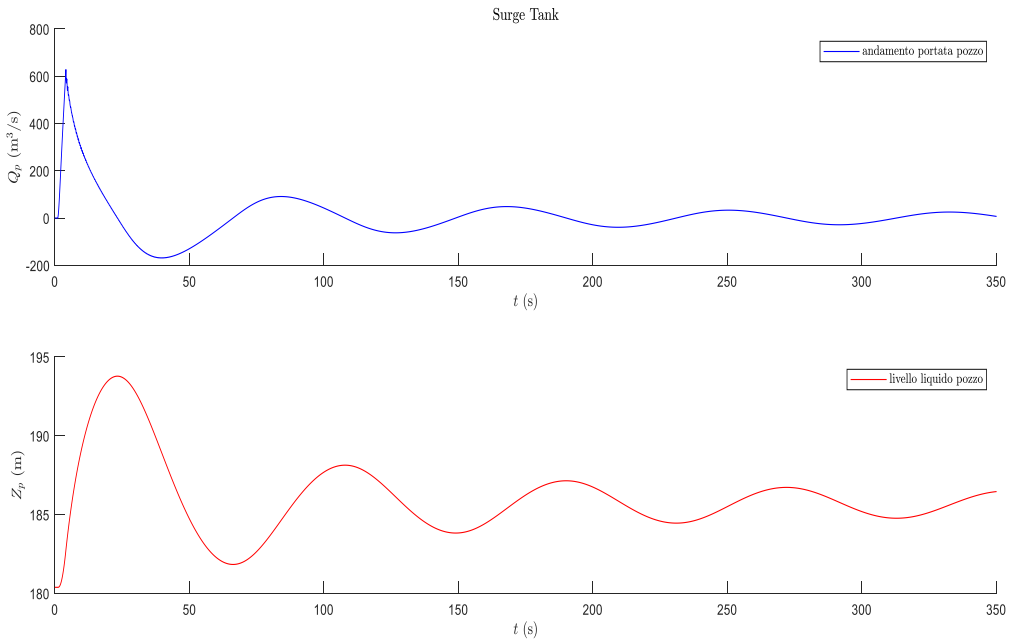

Fig. 5.41- Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: $D_{orf} = 6.6\ m$, $C_{orf} = 0.61$.

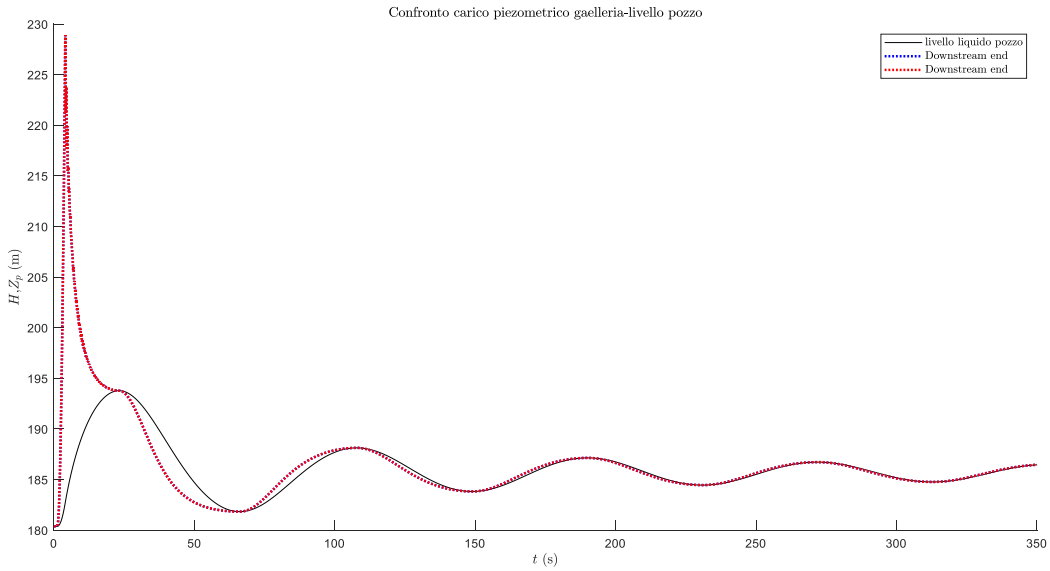

Fig. 5.42- Confronto tra le serie temporali del livello liquido del pozzo Z_P e del carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza del pozzo piezometrico della galleria: $D_{orf} = 6.6\ m$, $C_{orf} = 0.61$.

Numericamente il massimo livello liquido raggiunto nel pozzo piezometrico è:

$$Z_{P_{max}} = 193.8 \text{ m s. l. m.}$$

L'ampiezza massima è uguale a:

$$Z = Z_{P_{\max}} - Z_{P_{SS}} = 193.8 - 180.4 = 13.4 \text{ m}$$

Il periodo di oscillazione è 85.3 s.

La percentuale di smorzamento è pari a:

$$D = \frac{193.8-188.1}{193.8} \cdot 100 = 2.94\%.$$

La differenza tra la serie temporale del carico piezometrico in galleria e la serie temporale del livello liquido nel pozzo piezometrico (Fig. 5.42) rappresenta l'energia spesa dall'acqua per attraversare l'orifizio.

5.2.2.2 Oscillazioni di massa con $C_{orf} = 0.75$

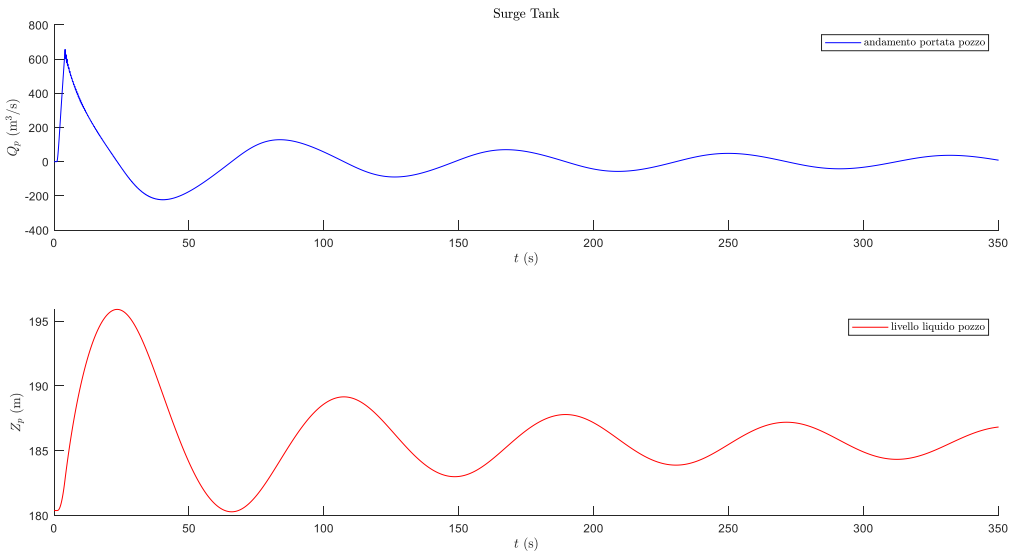

Fig. 5.43- Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: $D_{orf} = 6.6$ m, $C_{orf} = 0.75$.

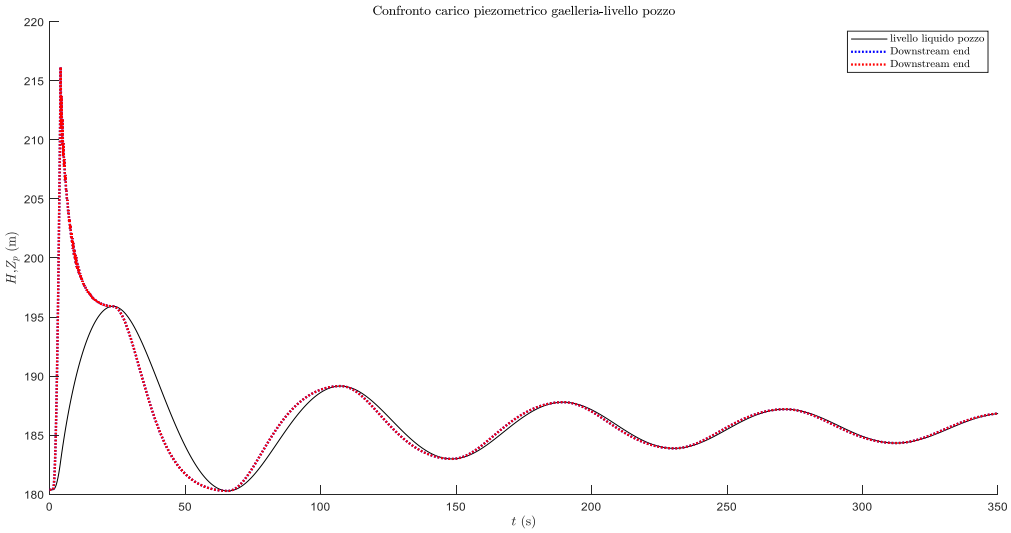

Fig. 5.44- Confronto tra le serie temporali del livello liquido del pozzo Z_P e del carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza del pozzo piezometrico della galleria: $D_{orf} = 6.6\ m$, $C_{orf} = 0.75$.

Numericamente il massimo livello liquido raggiunto nel pozzo piezometrico è:

$$Z_{P_{max}} = 195.9 \text{ m s. l. m.}$$

L'ampiezza massima è uguale a:

$$Z = Z_{P_{\max}} - Z_{P_{SS}} = 195.9 - 180.4 = 15.5 \text{ m}$$

Il periodo di oscillazione è 85.1 s.

La percentuale di smorzamento è pari a:

$$D = \frac{195.9-189.2}{195.9} \cdot 100 = 3.42\%.$$

La differenza tra la serie temporale del carico piezometrico in galleria e la serie temporale del livello liquido nel pozzo piezometrico (Fig. 5.44) rappresenta l'energia spesa dall'acqua per attraversare l'orifizio.

5.2.2.3 Oscillazioni di massa con $C_{orf} = 0.90$

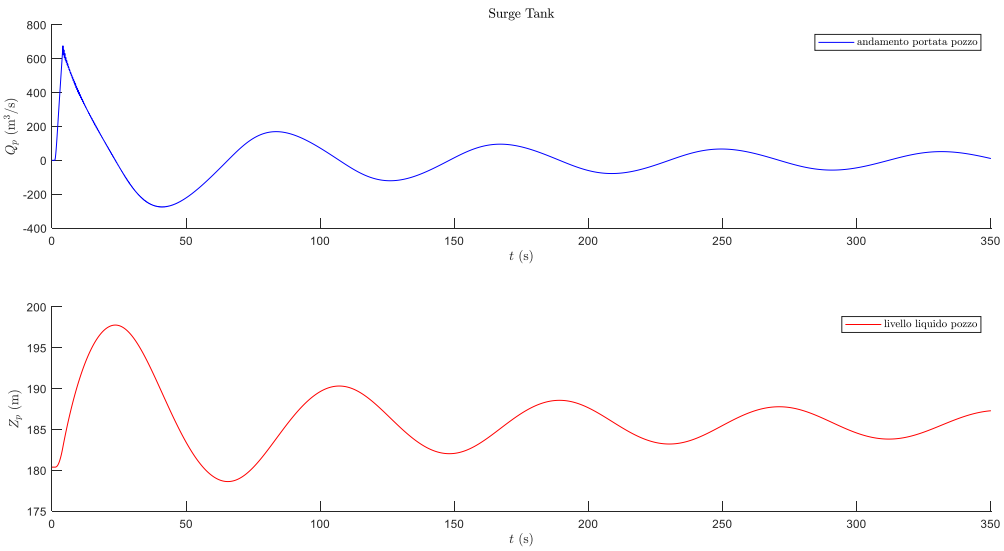

Fig. 5.45- Serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico: $D_{orf} = 6.6\ m$, $C_{orf} = 0.90$.

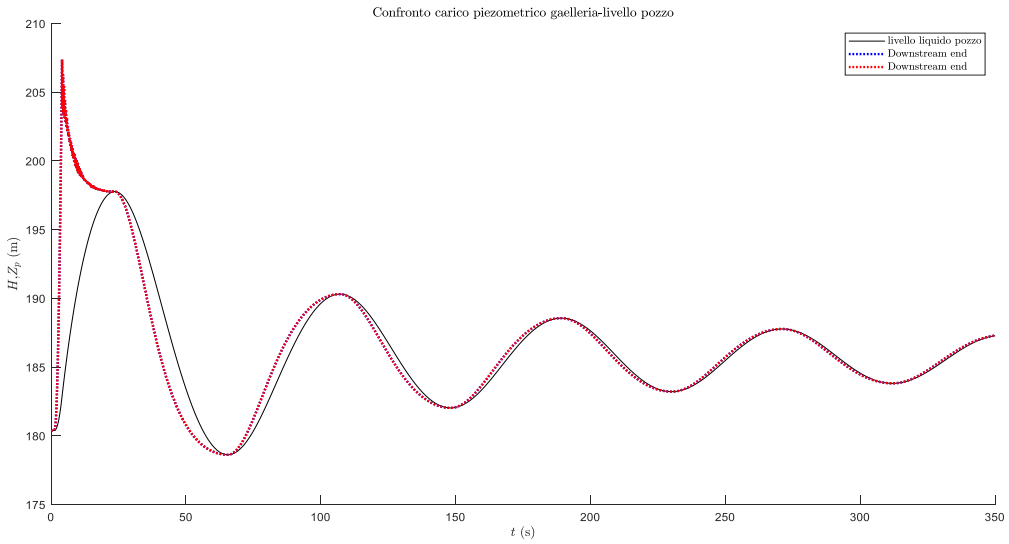

Fig. 5.46- Confronto tra le serie temporali del livello liquido del pozzo Z_P e del carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza del pozzo piezometrico della galleria: $D_{orf} = 6.6\ m$, $C_{orf} = 0.90$.

Numericamente il massimo livello liquido raggiunto nel pozzo piezometrico è:

$$Z_{P_{max}} = 197.8 \text{ m s.l.m.}$$

L'ampiezza massima è uguale a:

$$Z = Z_{P_{\max}} - Z_{P_{SS}} = 197.8 - 180.4 = 17.4 \text{ m}$$

Il periodo di oscillazione è 84.6 s.

La percentuale di smorzamento è pari a:

$$D = \frac{197.8-190.3}{197.8} \cdot 100 = 3.79\%.$$

La differenza tra la serie temporale del carico piezometrico in galleria e la serie temporale del livello liquido nel pozzo piezometrico (Fig. 5.44) rappresenta l'energia spesa dall'acqua per attraversare l'orifizio.

Tab. 5.1- Confronto valori di ampiezza e periodo delle oscillazioni

C_{orf}	**Delta Z (m)**	**Periodo oscillazioni (s)**
0.61	13.42	85.3
0.75	15.52	85.1
0.9	17.42	84.6
Relazione di calcolo	17.3	90

Le serie temporali di livello liquido e portata nel pozzo piezometrico sono qualitativamente uguali a quelle presenti nella relazione di calcolo. La non corrispondenza è attribuibile al metodo di calcolo più cautelativo utilizzato in sede progettuale (*Runge-Kutta*) e alla mancata indicazione del valore di coefficiente di efflusso C_{orf} considerato. Per effettuare un confronto in sede di costruzione del modello *Matlab* sono stati presi in considerazione tre diversi valori di coefficiente reperiti in letteratura. Analizzando le serie temporali date in output quella che più si avvicina alla serie temporale di progetto fa riferimento al valore massimo di C_{orf}.

5.2.3 Conclusioni validazione codice di calcolo

Confrontando la soluzione numerica con quella fornita dalle formule analitiche si è riscontrata una ottima corrispondenza dei risultati.

Dalle simulazioni di manovre di chiusura brusca sono stati ottenuti soluzioni compatibili con quelle fornite dalle formule teoriche, sia in termini di massimo sovraccarico, che in termini di periodo delle onde di pressione. Le irregolarità che si presentano nelle serie temporali delle portate Q e dei carichi piezometrici H, come dimostrato nel paragrafo *5.2.1*, non sono da attribuire a problemi numerici, ma sono dovute all'effetto dell'onda riflessa al serbatoio di monte e all'effetto della trasmissione dell'onda di pressione dalla condotta forzata centrale più corta alle condotte forzate laterali più lunghe, rispecchiando dunque la fisica del problema.

Le simulazioni di manovra di chiusura lenta hanno fornito, come per la manovra di chiusura brusca, una ottima corrispondenza tra la soluzione numerica e la soluzione analitica.

Infine, l'evoluzione del livello liquido e della portata nel pozzo piezometrico ricavate dal codice numerico sono risultate qualitativamente uguali a quelle del caso reale. La non corrispondenza è attribuibile al metodo di calcolo più cautelativo utilizzato in sede progettuale (*Runge-Kutta*) e alla mancata indicazione del valore di coefficiente di efflusso C_{orf} considerato.

6

Studio dei fenomeni transitori all'interno di un impianto reale

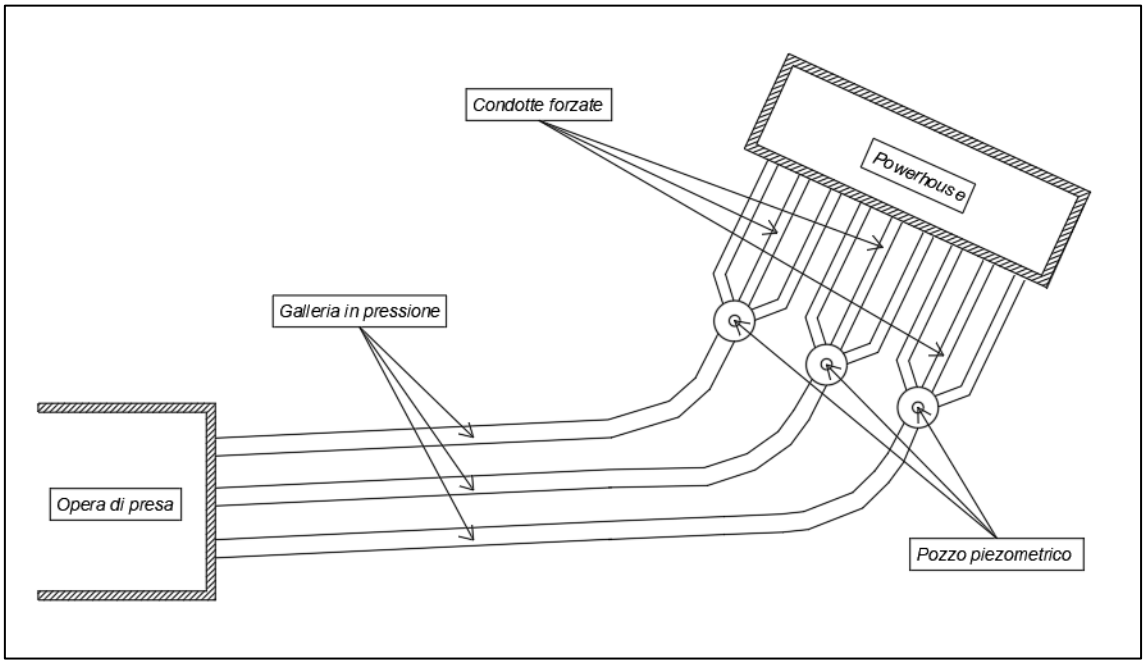

Figura 6.1- Layout impianto idroelettrico in esame

L'impianto idroelettrico in esame è composto da 3 linee di produzione indipendenti che si sviluppano a valle di un invaso avente una capacità di $30{,}67 \cdot 10^9\ m^3$ e livello liquido massimo uguale a 185,68 m s.l.m.. La resituzione a valle della risorsa idrica, sfruttata per la produzione di energia elettrica, avviene per mezzo di un canale a pelo libero. Non essendo presente un serbatoio di accumulo inferiore l'impianto funziona solo in produzione mediante turbinaggio.

Le linee di produzione sono formate da una galleria in pressione (tipo concrete lined) di diametro 11 m e lunghezza di 438 m, una triforcazione costituita da 3 condotte forzate (tipo steel lined) di diametro 6,35 e lunghezza rispettivamente di 154,5 m, 145,24 m e 154,5 m, un pozzo piezometrico di diametro 22 m con un orifizio di ingresso di diametro 6,6 m, 3 turbine Francis poste a quota 61 m s.l.m.

Il pozzo piezometrico è posizionato in corrispondenza della triforcazione (Fig. 6.2).

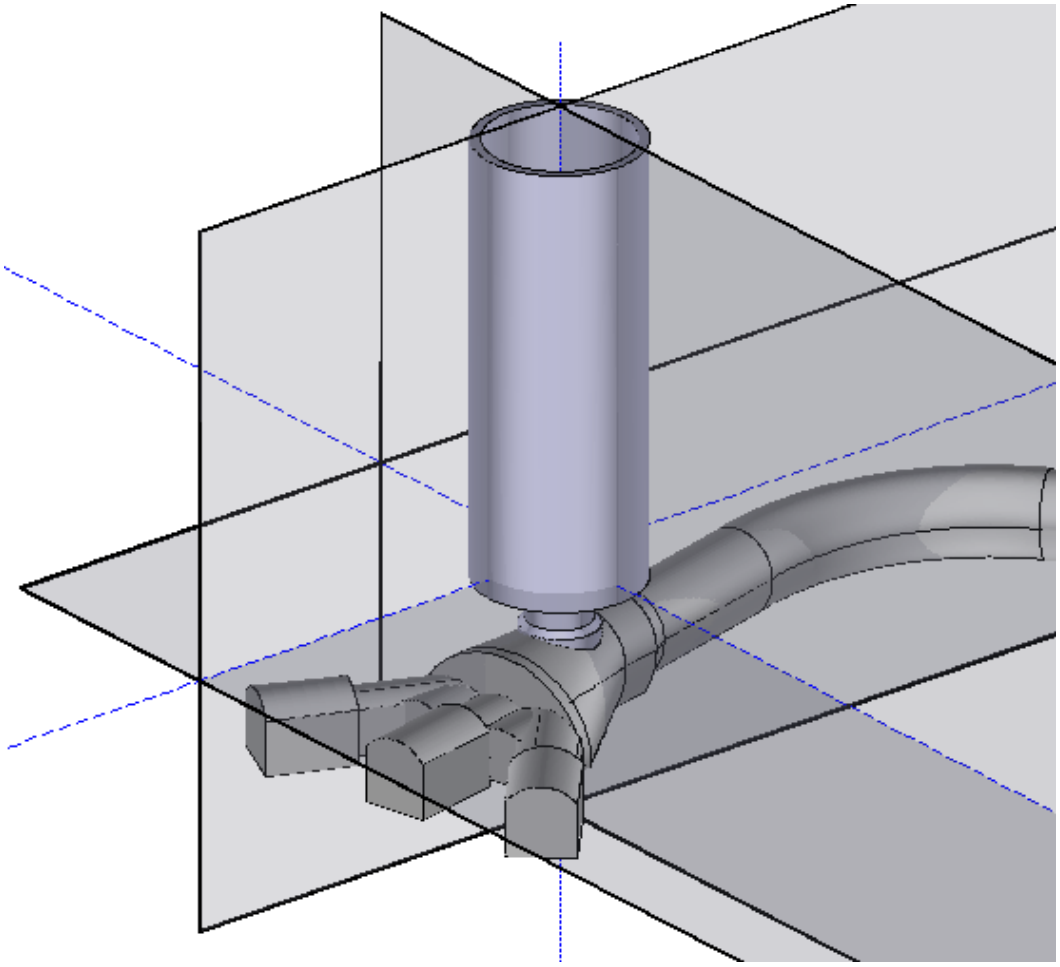

Figura 6.2- Vista 3D del pozzo piezometrico posizionato in corrispondenza della triforcazione.

La portata convogliata in condizioni stazionarie dalla galleria in pressione è pari a $706{,}8\ \frac{m^3}{s}$ ed è equamente divisa all'interno delle condotte forzate mediante la triforcazione.

I valori di scabrezza equivalente ϵ delle condotte sono riportati in Tab. 6.1.

Tab. 6.1- Valori di scabrezza equivalente delle condotte

condotta	Scabrezza equivalente ϵ		
	ϵ_{min}	ϵ_{nom}	ϵ_{max}
calcestruzzo	0,3	1,5	3
acciaio	0,15	0,3	0,6

La scelta di alcuni parametri (quali coefficiente di efflusso da una valvola c_v, coefficiente di efflusso da un orifizio c_{orf}), non presenti all'interno della relazione progettuale e necessari per lo studio dei fenomeni transitori, è stata effettuata sulla base di valori reperiti nella letteratura tecnica.

Nell'ottica di eventuali proposte di variazioni progettuale sono state effettuate delle simulazioni modificando la dimensione dell'orifizio (D_{orf}), valutando l'influenza che questo parametro geometrico ha sull'evoluzione del moto transitorio all'interno del sistema di condotte in pressione.

Inoltre, è stata fatta l'ipotesi di funzionamento dell'impianto in accumulo mediante pompaggio. Sono state considerate delle pompe con caratteristiche nominali pari a quelle delle turbine installate. Il calcolo del valore di inerzia delle pompe è stato svolto mediante formulazioni empiriche reperite nella letteratura tecnica. Per il funzionamento in pompaggio sono state considerate due configurazioni di impianto: una prima che preveda il posizionamento del sistema di pompaggio nelle immediate vicinanze di un serbatoio di accumulo posto a quota più bassa; una seconda che preveda l'inserimento di una condotta di aspirazione tra il serbatoio di accumulo di valle e il sistema di pompaggio.

Visto lo sviluppo delle condotte all'interno di tunnel scavati in roccia e rivestiti con un guscio in cemento armato è stata fatta l'ipotesi di comportamento rigido. Questa ipotesi implica il valore massimo di celerità di propagazione dell'onda di pressione in condotta.

Lo studio dei fenomeni transitori idraulici è stato svolto utilizzando il codice di calcolo illustrato nel Cap. 5, considerando gli scenari riportati in Tab. 6.2.

Tab. 6.2- Scenari considerati per il calcolo del colpo d'ariete

Scenario	Descrizione
1	chiusura di valvole a valle del sistema
2	apertura di valvole a valle del sistema
3	spegnimento improvviso del sistema di pompaggio (Pump Shut-Down)
4	avvio del sistema di pompaggio (Pump Start-Up)

Gli scenari 1 e 2 fanno riferimento al funzionamento dell'impianto in modalità di produzione. Gli scenari 3 e 4, invece, fanno riferimento al funzionamento dell'impianto in modalità di accumulo.

6.1 Impianto funzionante in modalità di produzione

L'analisi è stata effettuata considerando una sola delle tre linee di produzione.

Sono stati simulati dei fenomeni transitori indotti da una variazione dell'apertura di valvole poste a valle delle condotte forzate.

Le simulazioni sono state effettuate considerando un valore di coefficiente $c_v = 0.61$, un valore di coefficiente $c_{orf} = 0.9$ e i valori minimi di scabrezza equivalente.

Si è adottata una discretizzazione temporale pari a $\Delta t = 0.005\ s$.

6.1.1 Scenario 1: chiusura di valvole a valle del sistema

Le condizioni iniziali del sistema fanno riferimento alla situazione di moto stazionario, ovvero portata costante in ogni punto del sistema pari a Q_0, valvola completamente aperta con area di apertura iniziale pari a $A_{vi} = 8\ m^2$, livello liquido del serbatoio di monte pari a $H_{res} = 185{,}68\ m$, andamento lineare dei carichi piezometrici da monte a valle del sistema.

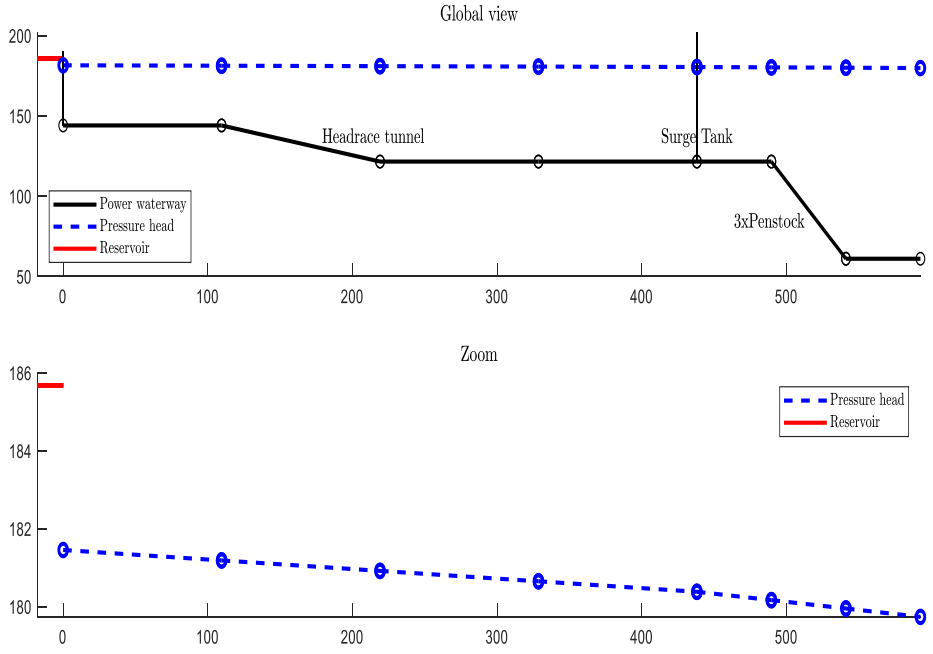

Fig. 6.1- Condizioni iniziali del sistema Scenario 1 (moto stazionario).

La chiusura di una valvola genera delle fluttuazioni di carico piezometrico in condotta dovuti all'arresto della colonna liquida in movimento. L'onda di pressione che si sviluppa si propaga lungo la lunghezza del sistema interessato dal fenomeno di colpo d'ariete. Fissate geometria e caratteristiche elastiche delle condotte, l'entità del massimo sovraccarico generato dalla manovra di chiusura dipende dalla durata in cui viene effettuata l'operazione.

Quindi, è stato valutato per prima l'influenza che ha la durata dell'operazione di chiusura sul massimo sovraccarico ΔH_{max}.

Tab. 6.3- Massimo incremento di carico piezometrico in funzione del rapporto tra il tempo di manovra Tm e il tempo caratteristico della condotta Tc.

T_m/T_c	0,1	0,5	1	5	10	15
ΔH_{max} [m]	1123,3	1123,3	1089,3	188,3	94	68,3

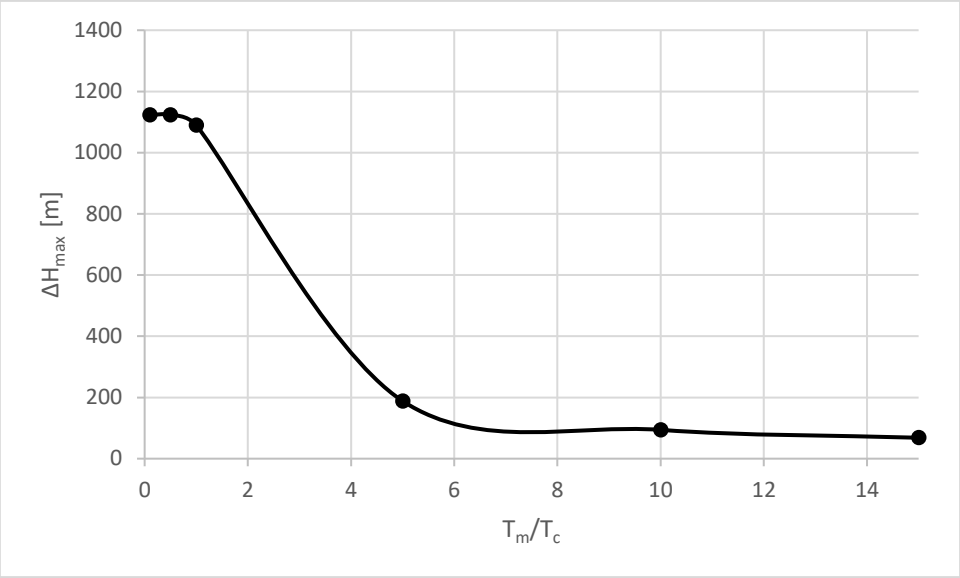

Fig. 6.2- Massimo incremento del carico piezometrico in funzione del rapporto $\frac{T_m}{T_c}$.

Come si vede dalla Tab. 6.3 e dalla Fig. 6.1, se si effettuano manovre di chiusura brusca, ovvero manovre con durate minori o uguali al tempo di fase della condotta, l'incremento di carico piezometrico generato si mantiene pressoché costante. Questo risultato è dovuto al fatto che il massimo ΔH si ha al termine del tempo caratteristico T_c, quindi per manovre di durata inferiore a T_c il tempo di manovra non influenza il massimo sovraccarico.

Se si effettuano manovre di chiusura lenta $\left(\frac{T_m}{T_c} > 1\right)$, in accordo con quanto previsto dalla teoria, all'aumentare della durata dell'operazione di chiusura il massimo incremento di carico piezometrico si riduce notevolmente.

La presenza di un orifizio di ingresso nel pozzo piezometrico produce da una parte un effetto benefico sulle oscillazioni di massa all'interno del pozzo stesso, dall'altra non garantisce una completa riflessione dell'onda di pressione proveniente dalle condotte forzate. Conseguentemente, parte di questa onda di sovrapressione viene trasmessa all'interno della galleria. La trasmissione dell'onda è tanto più importante quanto più l'orifizio risulta essere piccolo e poco sagomato.

Nell'ottica di valutare l'influenza dell'orifizio sul fenomeno di colpo d'ariete, sono state effettuate delle manovre di chiusura lenta ($T_m = 3\ s$) considerando le seguenti configurazioni di pozzo piezometrico:

- Pozzo piezometrico semplice;
- Pozzo piezometrico con diametro dell'orifizio pari a $D_{orf} = D_{HT} = 11\ m$;
- Pozzo piezometrico con diametro dell'orifizio pari a $D_{orf} = D_{orf_{real}} = 6.6\ m$;
- Pozzo piezometrico con diametro dell'orifizio pari a $D_{orf} = \frac{D_{orf_{real}}}{2} = 3.3\ m$.

Tab. 6.4- Influenza del diametro dell'orifizio sugli effetti del colpo d'ariete innescato da una manovra di chiusura lenta

	Pozzo piezometrico semplice	**Pozzo piezometrico con orifizio**		
		$D_{orf}=D_{HT}=11$ m	$D_{orf,real}=6,6$ m	$D_{orf,real}=50\%D_{orf,real}=3,3$ m
ΔH_{max} [m]	42,4	46,1	68,3	184
Z_{max} [m s.l.m.]	206,4	204,6	197,8	186,5
ampiezza [m]	26	24,2	17,4	6,1
periodo [s]	82,4	81,9	83,7	85,4
%Damping	1,4%	2,9%	3,8%	0,3%

Come si nota dalla Tab. 6.4 la presenza di un restringimento alla base del pozzo piezometrico provoca un incremento del massimo sovraccarico ΔH, dovuto per l'appunto alla trasmissione di parte dell'onda di pressione in galleria. Al diminuire della dimensione dell'orifizio aumenta progressivamente la quota parte di sovraccarico trasmesso in galleria, quindi la lunghezza del sistema interessato dal fenomeno di colpo d'ariete è uguale alla lunghezza della condotta forzata più parte della galleria a monte del pozzo piezometrico. Considerando le oscillazioni di massa all'interno del pozzo, si può affermare come al diminuire della dimensione dell'orifizio il livello liquido massimo Z_{max} raggiunto nel pozzo e la conseguente ampiezza massima dell'oscillazione vanno via via riducendosi. Al contrario, Il periodo di oscillazione va aumentando. Affinché l'orifizio porti dei benefici in termini di oscillazioni di massa deve avere un diametro minore o uguale al diametro D_{HT} della galleria in pressione sottostante. Inoltre, il diametro non deve essere troppo piccolo, poiché si produrrebbero delle eccessive sollecitazioni in galleria senza avere un corretto funzionamento del pozzo piezometrico.

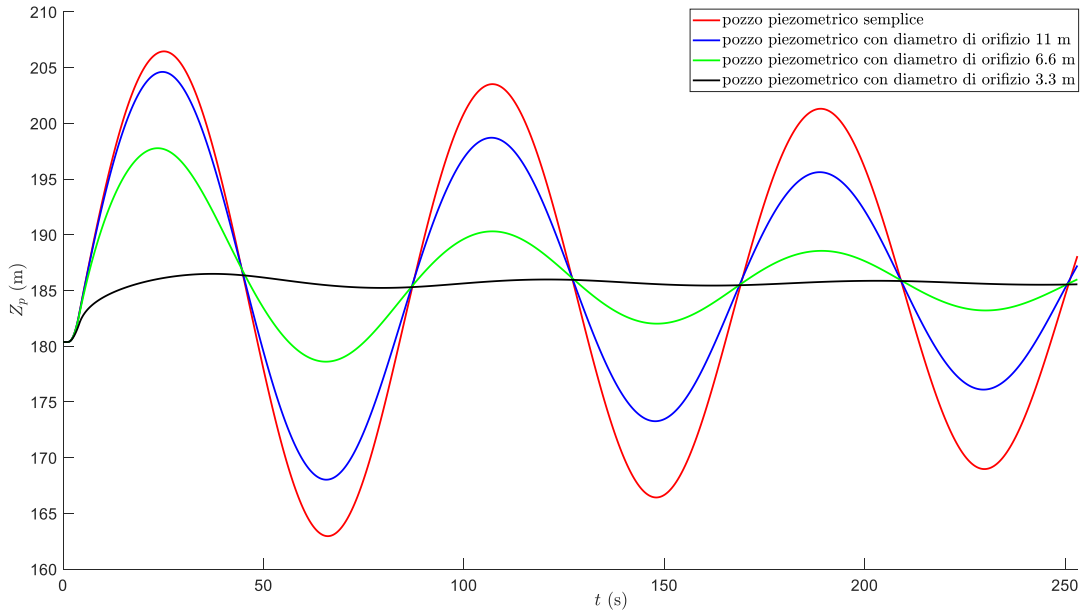

Fig. 6.3- Scenario 1: Confronto delle oscillazioni di massa all'interno del pozzo piezometrico al variare del diametro dell'orifizio di ingresso.

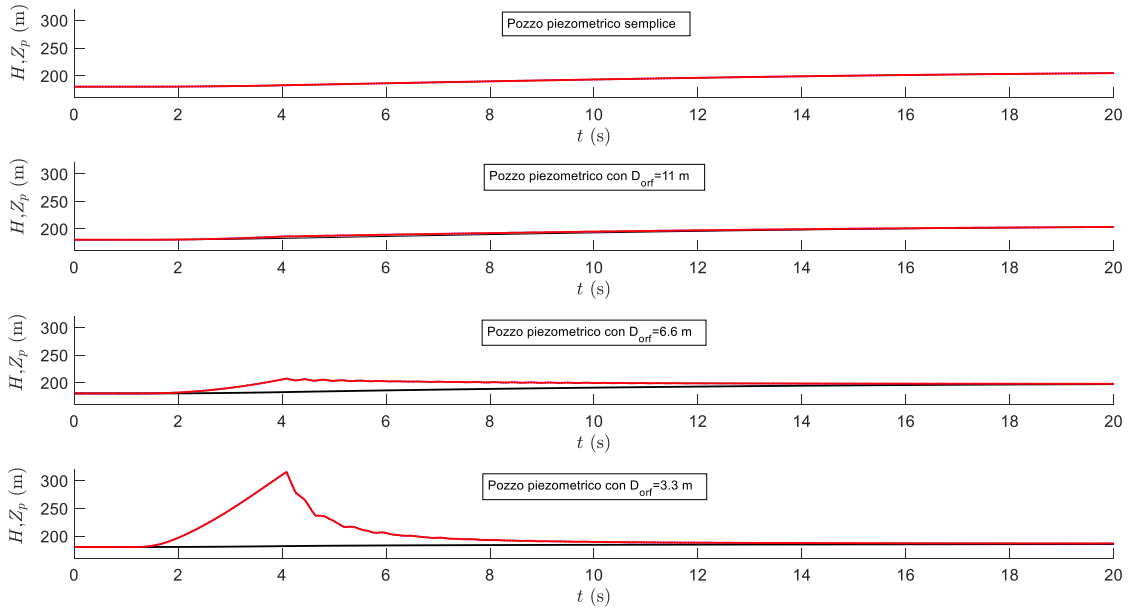

Fig. 6.4- Scenario 1: Confronto tra le serie temporali del livello liquido del pozzo Z_P (linea nera) e del carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza del pozzo piezometrico della galleria (linea rossa).

6.1.2 Scenario 2: apertura di valvole a valle del sistema

La manovra di apertura non produce significativi incrementi di carico. Questo scenario viene simulato poiché, durante l'operazione di apertura di una valvola, si potrebbe provocare un decremento di carico piezometrico tale da portare alcune zone del sistema in depressione.

Le condizioni iniziali del sistema fanno riferimento alla situazione statica, ovvero portata nulla in tutti punti del sistema, linea dei carichi piezometrici costante e orizzontale con carico piezometrico uguale in tutti i punti del sistema e pari a H_{res}.

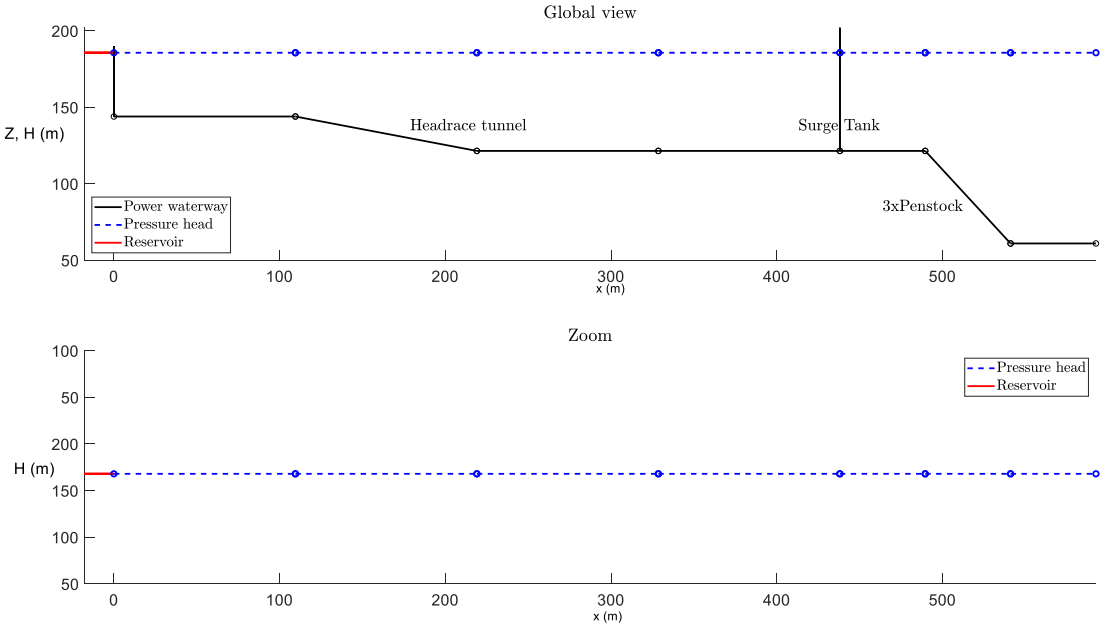

Fig. 6.5- Condizioni iniziali del sistema Scenario 2 (situazione statica).

Sono state simulate delle operazioni di apertura lineari di durata $T_m = 3\ s$, valutando le differenze di comportamento di un impianto senza pozzo piezometrico, con pozzo piezometrico semplice e con pozzo piezometrico con orifizio di diametro $D_{orf} = 6.6\ m$.

Tab. 6.5- Confronto tra il minimo carico piezometrico e la quota topografica della sezione di valle (valvola) e della sezione di monte (triforcazione) in funzione della configurazione dell'impianto.

Configurazione	**Triforcazione semplice**		**Pozzo piezometrico semplice**		**Pozzo piezometrico con orifizio (D_{orf}=6,6 m)**	
sezione	valvola	triforcazione	valvola	triforcazione	valvola	triforcazione
quota (m s.l.m.)	61	**121,5**	61	121,5	61	121,5
H (m s.l.m.)	78,8	**87,7**	133,1	162,5	133,1	164,9

Dalla Tab. 6.5 si nota come, in uno schema di impianto con triforcazione semplice, in alcune sezioni del sistema la linea dei carichi piezometrici scenda al di sotto della condotta stessa, mandandola in depressione. Viceversa, l'inserimento di un pozzo piezometrico garantisce il mantenimento della linea dei carichi piezometrici al di sopra della condotta. La differenza tra il pozzo piezometrico semplice e il pozzo piezometrico con orifizio sta nel livello minimo raggiunto all'interno del pozzo stesso. Infatti, la presenza di un orifizio riduce l'abbassamento del livello liquido e smorza più rapidamente l'oscillazione di massa (Fig. 6.6).

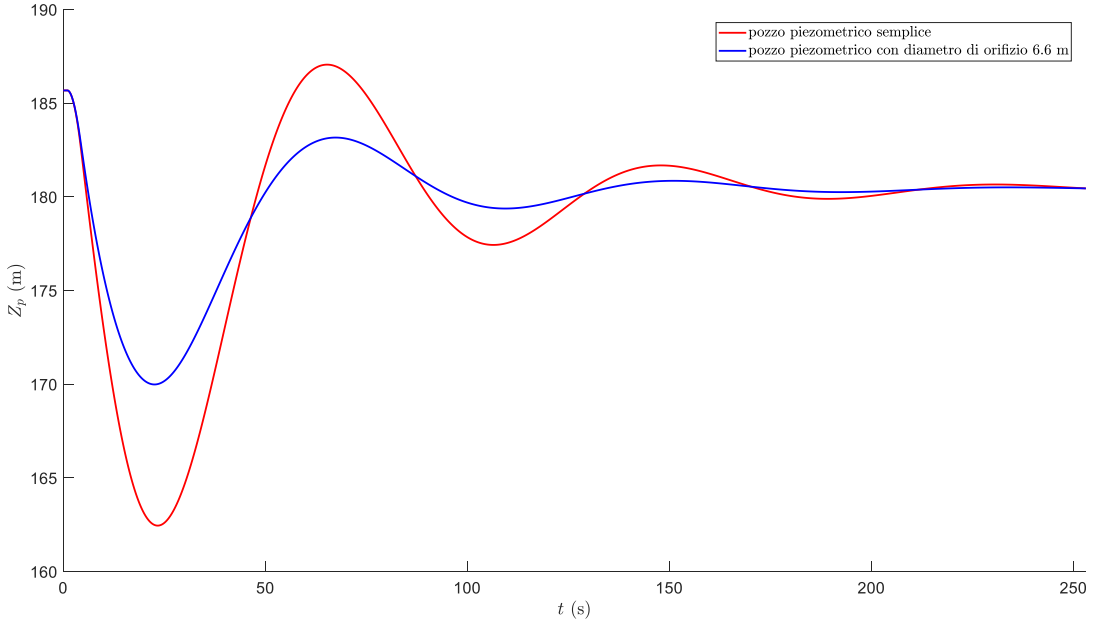

Fig. 6.6- Scenario 2: Confronto delle oscillazioni di massa all'interno di un pozzo piezometrico semplice e di un pozzo piezometrico con orifizio di ingresso (D_{orf}=6.6 m).

6.2 Impianto funzionante in modalità di accumulo

Lo studio del transitorio idraulico causato da una manovra di spegnimento/accensione di pompe idrauliche è stato eseguito considerando due configurazioni di impianto:

- *Schema di calcolo 1*: posizionamento del sistema di pompaggio nelle immediate vicinanze di un serbatoio di accumulo posto a quota più bassa;
- *Schema di calcolo 2*: inserimento di 3 condotte di lunghezza L =100 m che collegano il serbatoio di accumulo inferiore e il sistema di pompaggio stesso.

Si è ipotizzato un serbatoio di accumulo inferiore avente livello liquido pari a:

$$H_{suc} = 80\ m\ s.l.m.$$

Le pompe considerate nel modello di calcolo presentano i seguenti valori nominali:

- $H_r = 118\ m$;
- $N_r = 150\ rpm$;
- $Q_r = 238{,}6 \frac{m^3}{s}$;
- $P_r = 235\ MW$;
- $\eta_r = 0.85\ [-]$.

Non possedendo il dato dell'inerzia delle pompe, questa è stata calcolata mediante formulazioni empiriche fornite dalla letteratura tecnica [13].

Il momento di inerzia della pompa è uguale alla somma del momento di inerzia della girante I_P e del momento di inerzia del motore I_m:

$$I = I_P + I_m \qquad (6.1)$$

Dove:

$$I_P = 1.5 * 10^7 * \left(\frac{P_r}{N_r^3}\right)^{0.9556} = 1.5 * 10^7 * \left(\frac{238.6*10^3}{150^3}\right)^{0.9556} = 1192819\ \ kg \cdot m^2 \qquad (6.2)$$

$$I_m = 118 * \left(\frac{P_r}{N_r}\right)^{1.48} = 118 * \left(\frac{238.6*10^3}{150}\right)^{1.48} = 6459802\ \ kg \cdot m^2 \qquad (6.3)$$

E quindi:

$$I = I_P + I_m = 1192819 + 6459802 \cong 7{,}65 * 10^6\ \ kg \cdot m^2$$

Nella (6.2) e (6.3) la potenza P_r viene considerata in kW.

Per verificare l'affidabilità delle formule (6.1), (6.2) e (6.3) è stata ricalcolato il valore di inerzia noto della pompa di Fig. 6.6.

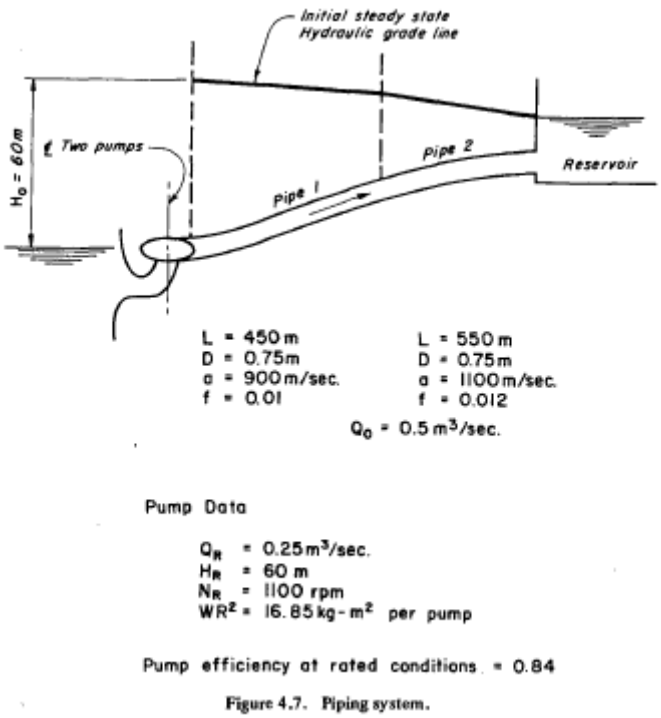

Fig. 6.7- Dati utilizzati per la validazione delle formule per il calcolo dell'inerzia della pompa [1].

La potenza nominale della pompa di Fig. 6.6 è pari a:

$$P_r = \frac{\rho g Q_r H_r}{\eta_r} = \frac{1000 * 9.81 * 0.25 * 60}{0.84} = 175{,}2\ W$$

Sostituendo i valori nominale P_r e N_r nella (6.2) e (6.3) si ottiene:

$$I_P = 1.5 * 10^7 * \left(\frac{P_r}{N_r^3}\right)^{0.9556} = 1.5 * 10^7 * \left(\frac{175.2}{150^3}\right)^{0.9556} \cong 4\ \ kg \cdot m^2$$

$$I_m = 118 * \left(\frac{P_r}{N_r}\right)^{1.48} = 118 * \left(\frac{175.2}{150}\right)^{1.48} \cong 8\ \ kg \cdot m^2$$

Andando a sommare i due momenti di inerzia si ricava:

$$I = 4 + 8 = 12\ kg \cdot m^2$$

Quindi, attraverso l'utilizzo della (6.1), (6.2) e (6.3) si è ottenuto un valore di inerzia avente lo stesso ordine di grandezza del valore noto:

$$I = WR^2 = 16.85\ kg \cdot m^2$$

Le simulazioni sono state effettuate considerando il pozzo piezometrico in progetto, un valore di coefficiente $c_v = 0.85$, un valore di coefficiente $c_{orf} = 0.9$ e i valori minimi di scabrezza equivalente.

Si è adottata una discretizzazione temporale pari a $\Delta t = 0.005\ s$.

6.2.1 Scenario 3: spegnimento improvviso del sistema di pompaggio (Pump Shut-Down)

Il moto transitorio innescato dallo spegnimento improvviso di una pompa provoca delle eccessive fluttuazioni di carico piezometrico lungo il sistema che possono provocare seri danni agli elementi che lo costituiscono.

Le condizioni iniziali del sistema fanno riferimento alla situazione di moto stazionario, ovvero funzionamento a regime del sistema di pompaggio, portata costante in ogni punto del sistema pari a Q_0, livello liquido del serbatoio principale pari a H_{res}, livello liquido del serbatoio di accumulo inferiore pari a H_{suc}, andamento lineare dei carichi piezometrici da monte a valle del sistema.

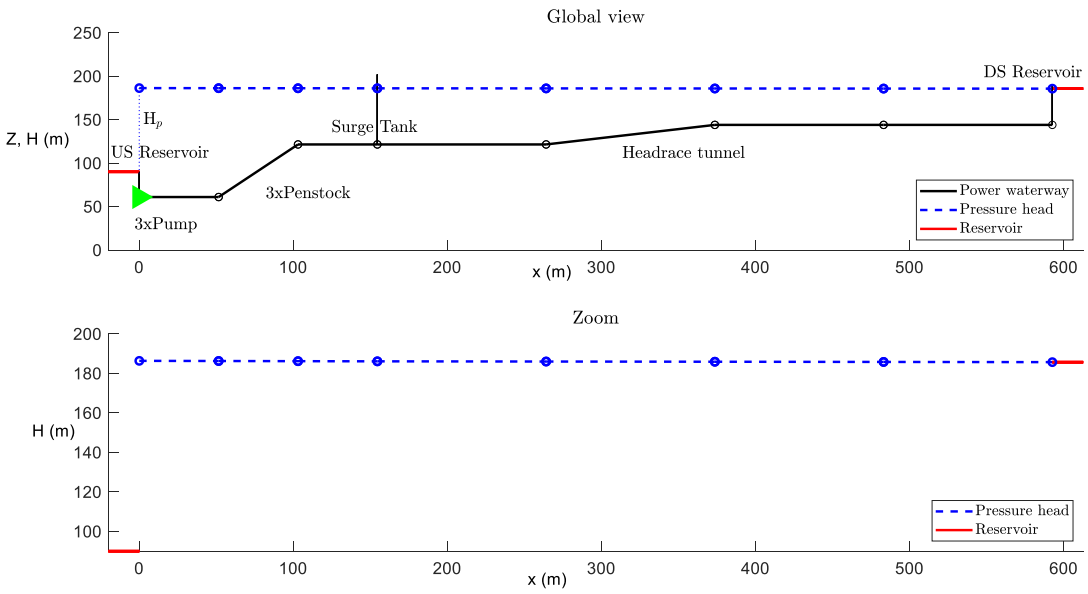

Fig. 6.8- Schema 1: condizioni iniziali del sistema Scenario 3 (moto stazionario).

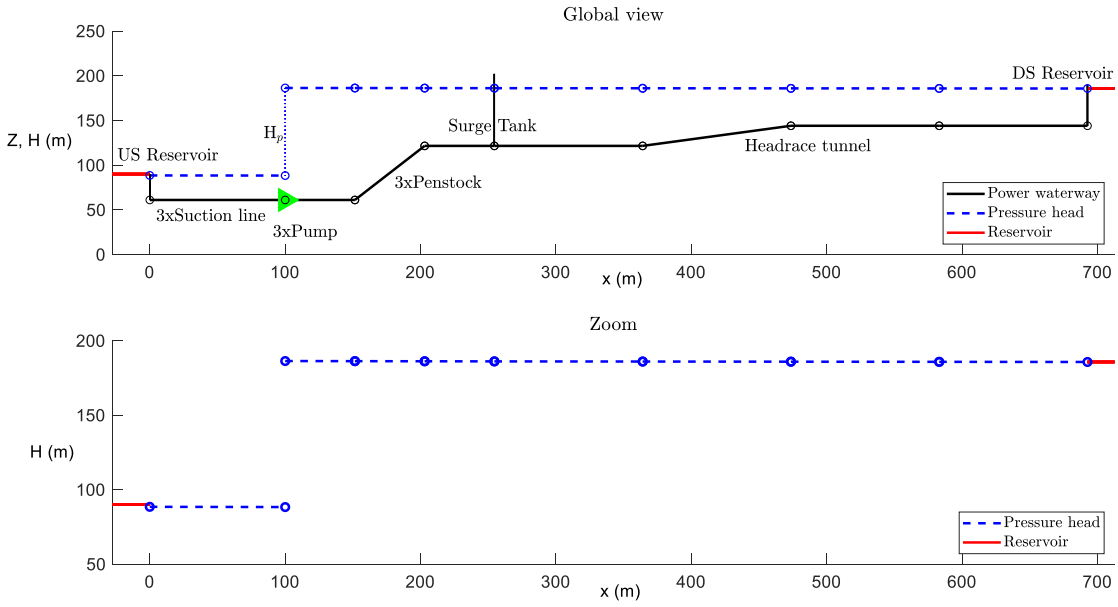

Fig. 6.9- Schema 2: condizioni iniziali del sistema Scenario 3 (moto stazionario).

A seguito dello spegnimento, causato ad esempio da un'interruzione dell'alimentazione elettrica, la pompa subisce un progressivo arresto che risulta essere tanto più lento quanto più è grande la sua inerzia. Come conseguenza, la pompa continua ad erogare una certa quantità di portata per un tempo dipendente dal valore di inerzia posseduto. Quindi, allo spegnimento il flusso all'interno delle condotte non va immediatamente a zero ovvero,

non si assiste ad un arresto istantaneo della colonna liquida. Quando la portata diventa nulla in tutti i punti della condotta si instaura un flusso inverso che, in assenza di valvole di sicurezza, attraversa le pompe innescando un funzionamento contrario delle pale con conseguenti problemi di tipo elettrico.

Per valutare l'influenza dell'inerzia della pompa sull'evoluzione del moto transitorio, causato da uno spegnimento improvviso, sono state effettuate delle simulazioni considerando i seguenti valori:

- $I_1 = \frac{1}{5} I_{real} = 1.53 \cdot 10^6\ kg \cdot m^2$
- $I_2 = I_{real} = 7.65 \cdot 10^6\ kg \cdot m^2$
- $I_3 = 5 * I_{real} = 38.3 \cdot 10^6\ kg \cdot m^2$

Considerando lo *Schema 1* di impianto, le serie temporali di portata Q e carico piezometrico H in condotta, di portata Q_P e livello liquido Z_p nel pozzo piezometrico e le serie temporali di numero di giri N e coppia applicata T delle pompe sono:

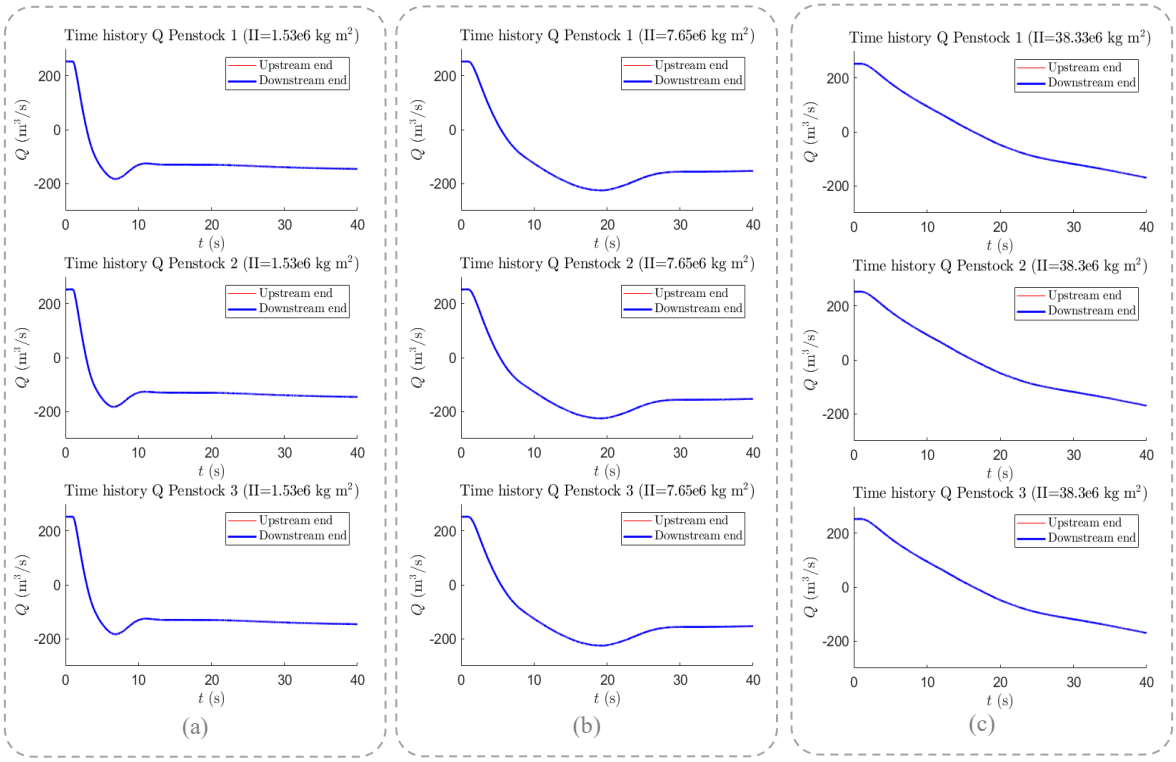

Fig. 6.10- Scenario 3 (Schema 1): serie temporali di portate Q nella sezione in corrispondenza della pompa (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea blu) delle condotte forzate (I=1.53e6 kgm²(a), I=7.65e6 kgm²(b), I=38.3e6 kgm²(c)).

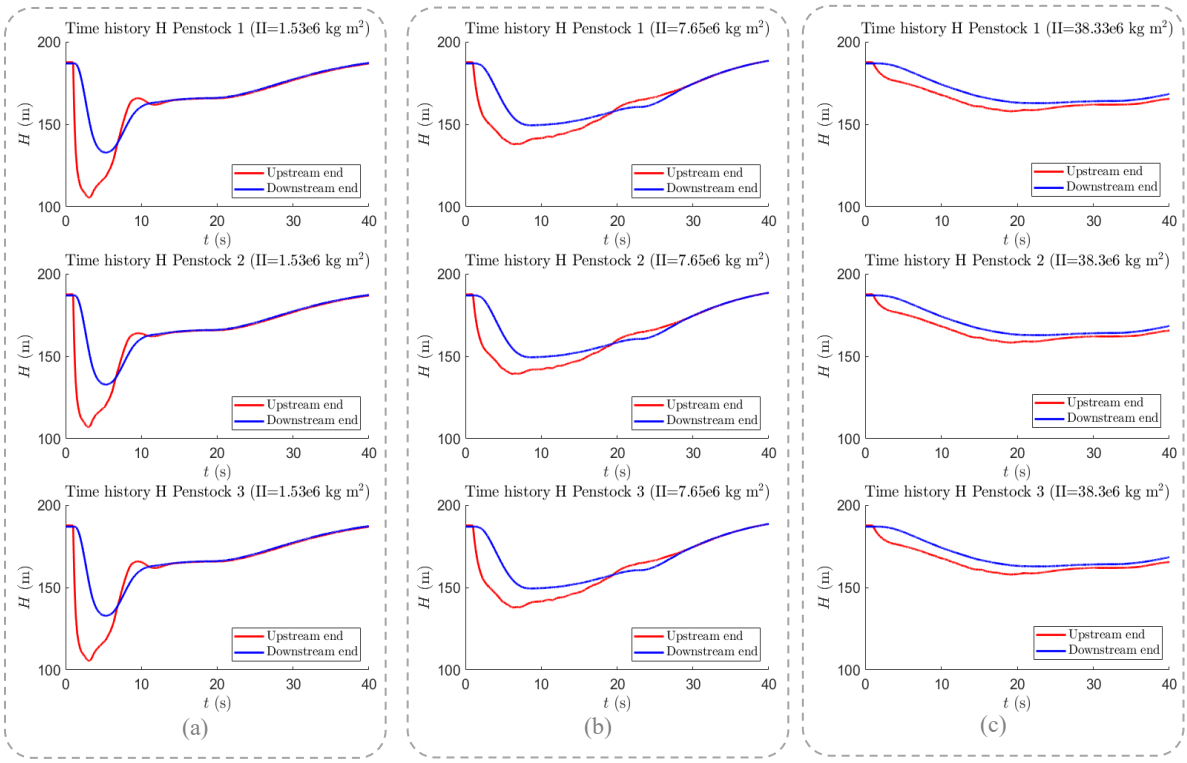

Fig. 6.11- Scenario 3 (Schema 1): serie temporali dei carichi piezometrici H nella sezione in corrispondenza della pompa (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea blu) delle condotte forzate (I=1.53e6 kgm²(a), I=7.65e6 kgm²(b), I=38.3e6 kgm²(c)).

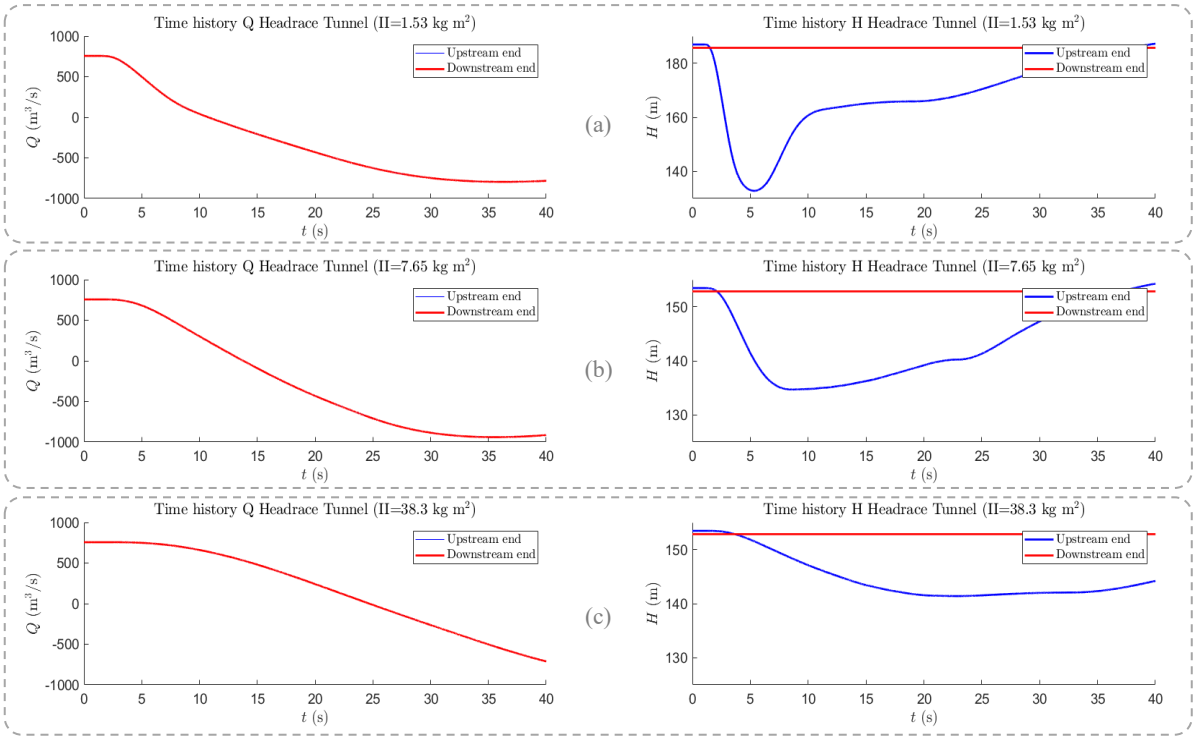

Fig. 6.12- Scenario 3 (Schema 1): serie temporali di portate Q e carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza del serbatoio principale (linea blu) della galleria in pressione (I=1.53e6 kgm²(a), I=7.65e6 kgm²(b), I=38.3e6 kgm²(c)).

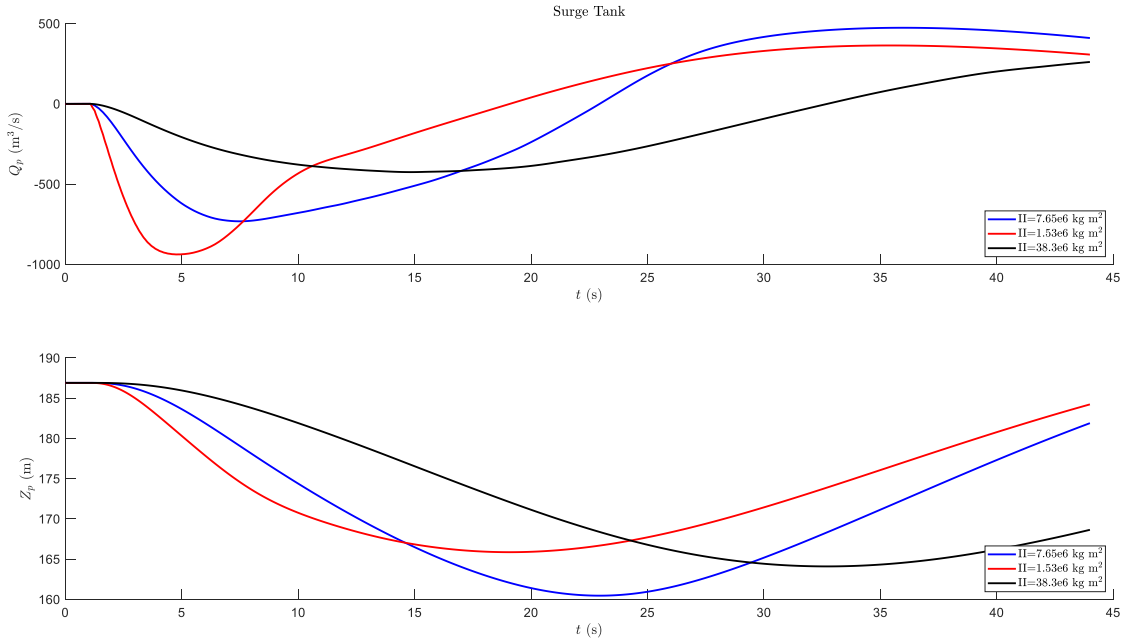

Fig. 6.13- Scenario 3 (Schema 1): serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico al variare del valore di inerzia della pompa.

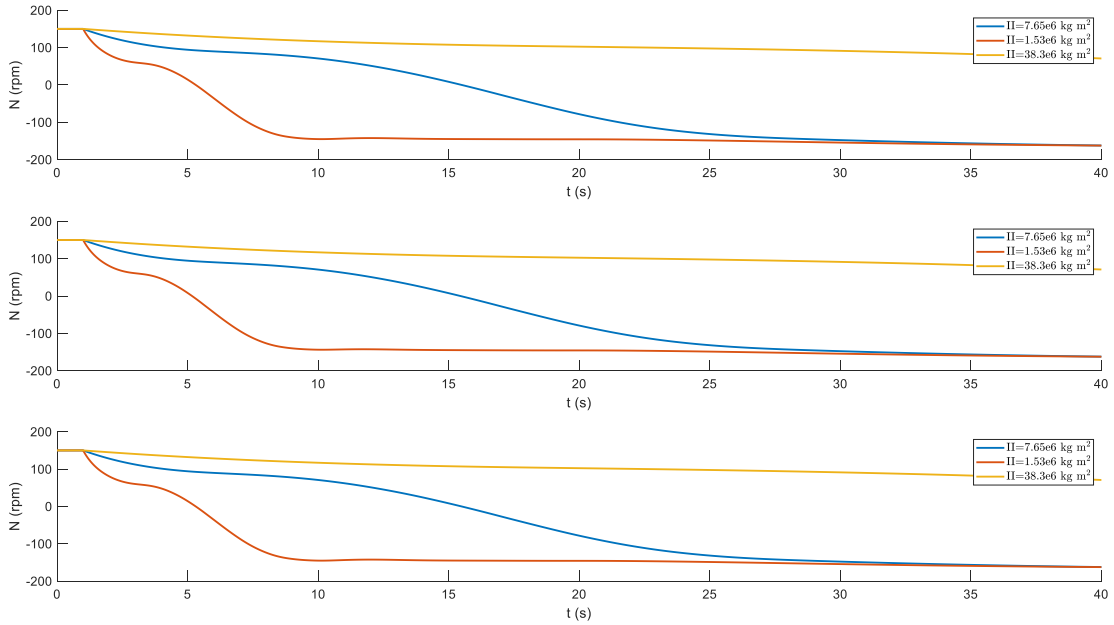

Fig. 6.14- Scenario 3 (Schema 1): serie temporali del numero di giri N delle pompe al variare del valore di inerzia.

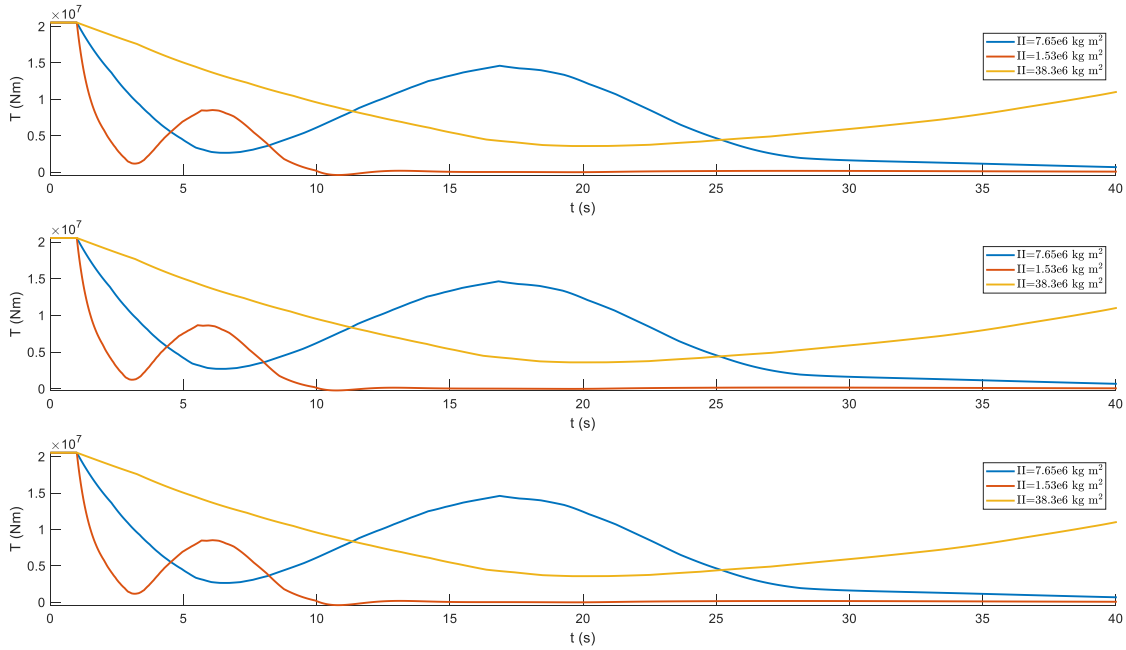

Fig. 6.15- Scenario 3 (Schema 1): serie temporali della coppia T delle pompe al variare del valore di inerzia.

Come si vede dalle serie temporali di carico piezometrico *H* delle condotte forzate e della galleria in pressione, all'aumentare dell'inerzia delle pompe il sistema è soggetto a fluttuazioni di carico sempre meno importanti. Infatti, il decremento di carico diminuisce per inerzie sempre più grandi.

Tab. 6.6- Decremento di carico piezometrico H nelle condotte forzate causato dallo spegnimento improvviso di pompe. Confronto dei risultati per diversi valori di inerzia delle pompe.

Condotte forzate			
Sezione	*imbocco della pompa*		
Inerzia (kg m^2)	1,53E+06	7,65E+06	3,83E+07
H_0 (m s.l.m.)	187,6		
H_{min} (m s.l.m.)	105,6	138	157,9
ΔH (m)	-82	-49,6	-29,7

Inoltre, dall'analisi delle serie temporali di portata Q si nota come l'istante temporale in cui si instaura il flusso inverso si sposti sempre più avanti nel tempo all'aumentare dell'inerzia.

Considerando, invece, lo *Schema 2* l'andamento qualitativo delle serie temporali di portata Q e carico piezometrico H lungo il sistema risulta essere pressocché uguale. La differenza sostanziale tra i due schemi è nell'interazione, in quest'ultimo caso, tra l'onda di pressione che si genera lungo la condotta di aspirazione e l'onda di pressione che si genera lungo la condotta forzata. Questo effetto è visibile nelle serie temporali di carico piezometrico H delle condotte di aspirazione e delle condotte forzate.

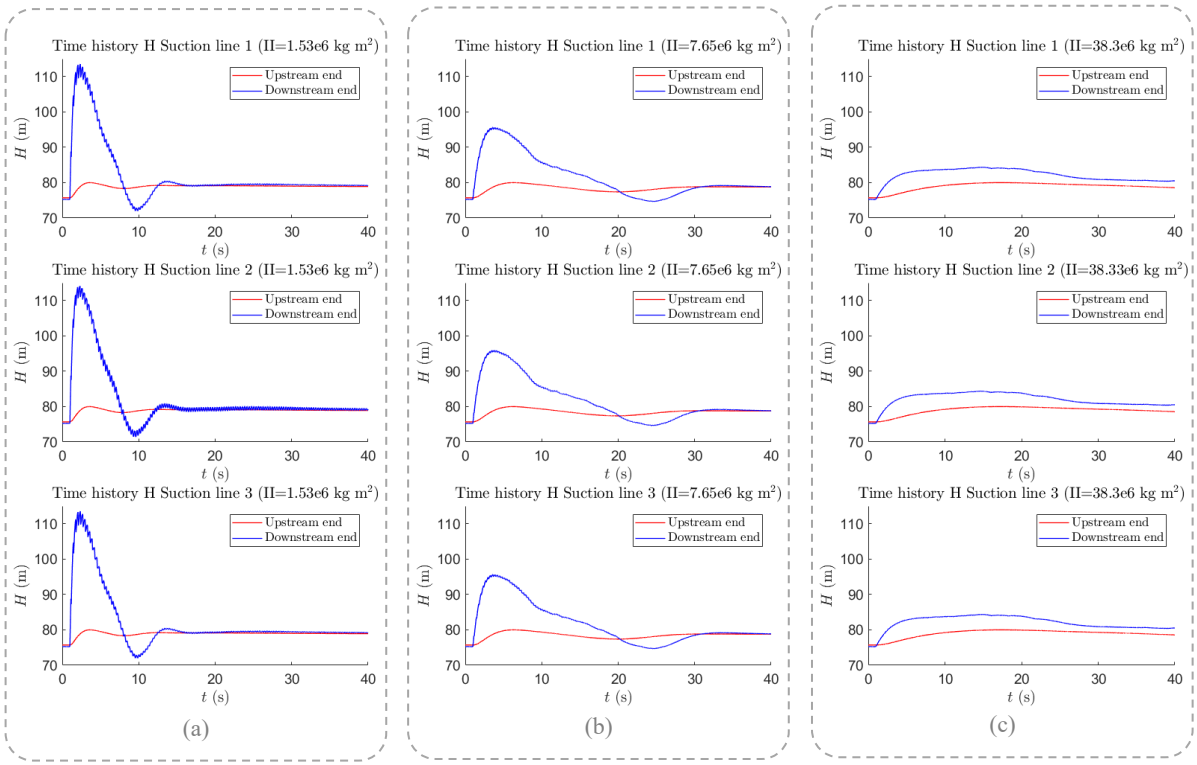

Fig. 6.16- Scenario 3 (Schema 2): serie temporali di portate Q e carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza della pompa (linea blu) e nella sezione in corrispondenza del serbatoio di accumulo (linea rossa) delle condotte di aspirazione (I=1.53e6 kgm²(a), I=7.65e6 kgm²(b), I=38.3e6 kgm²(c)).

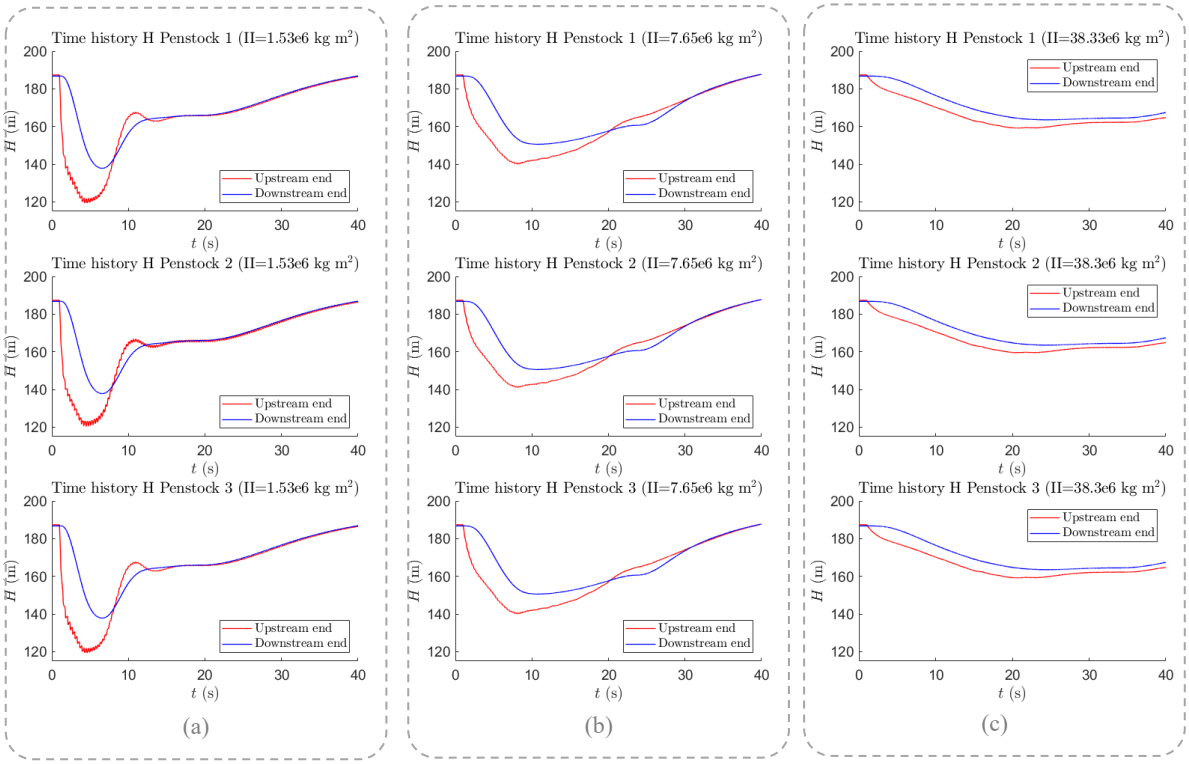

Fig. 6.17- Scenario 3 (Schema 2): serie temporali dei carichi piezometrici H nella sezione in corrispondenza della pompa (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea blu) delle condotte forzate (I=1.53e6 kgm²(a), I=7.65e6 kgm²(b), I=38.3e6 kgm²(c)).

Nei casi reali si cerca di impedire l'ingresso del flusso inverso all'interno delle pompe. Questa situazione provocherebbe danni alle pale oltre che problemi di tipo elettrico delle macchine. Per questo motivo, le pompe sono quasi sempre accoppiate a delle valvole di sicurezza che vengono chiuse a seguito dello spegnimento del sistema di pompaggio. Ad esempio, nel caso di una rete acquedottistica dove le dimensioni in gioco sono inferiori rispetto a quelle di un impianto idroelettrico, vengono inserite delle valvole di non ritorno che sono chiuse rapidamente nel momento in cui il flusso inverso arriva in prossimità della pompa. Questo tipo di funzionamento risulta molto complicato da attuare all'interno di grandi impianti idroelettrici. In questo caso, vengono utilizzate delle valvole molto più grandi che vengono chiuse in tempi più lunghi.

Per valutare l'effetto della chiusura di una valvola di sicurezza, conseguente allo spegnimento del sistema di pompaggio, sono state ipotizzate una chiusura brusca con innesco all'arrivo del flusso inverso (Fig. 6.18) e una chiusura lineare lenta che inizia all'istante dello Shut-Down (Fig. 6.19).

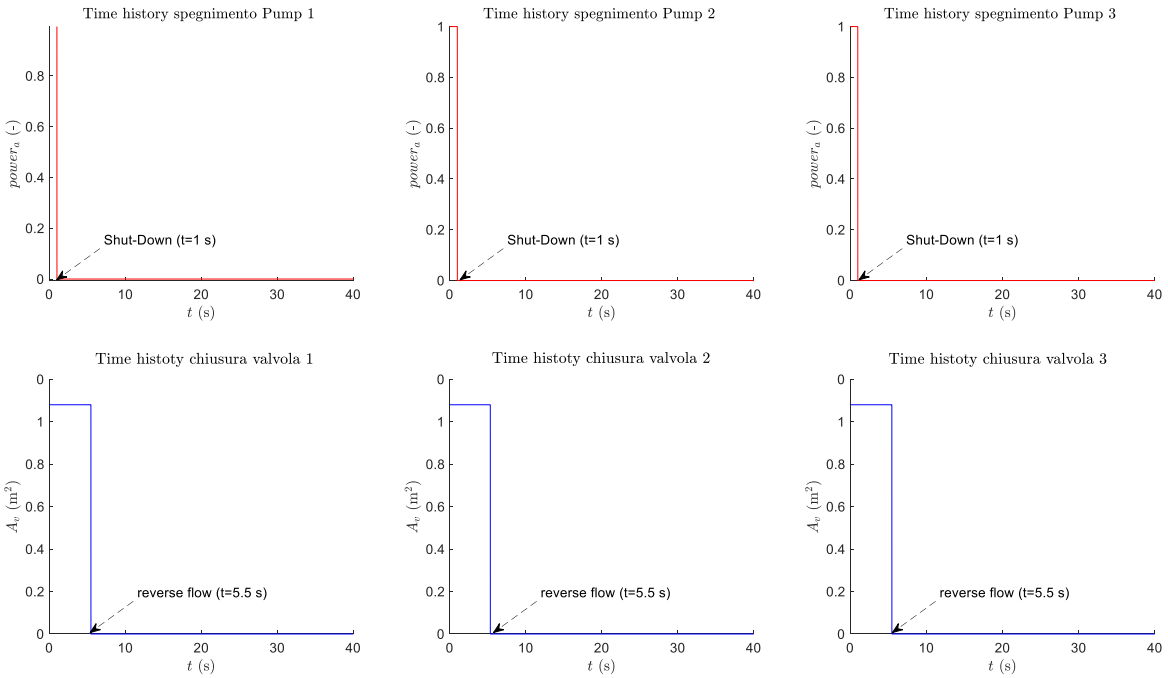

Fig. 6.18- Serie temporali spegnimento pompe e chiusura valvole (valvola di non ritorno).

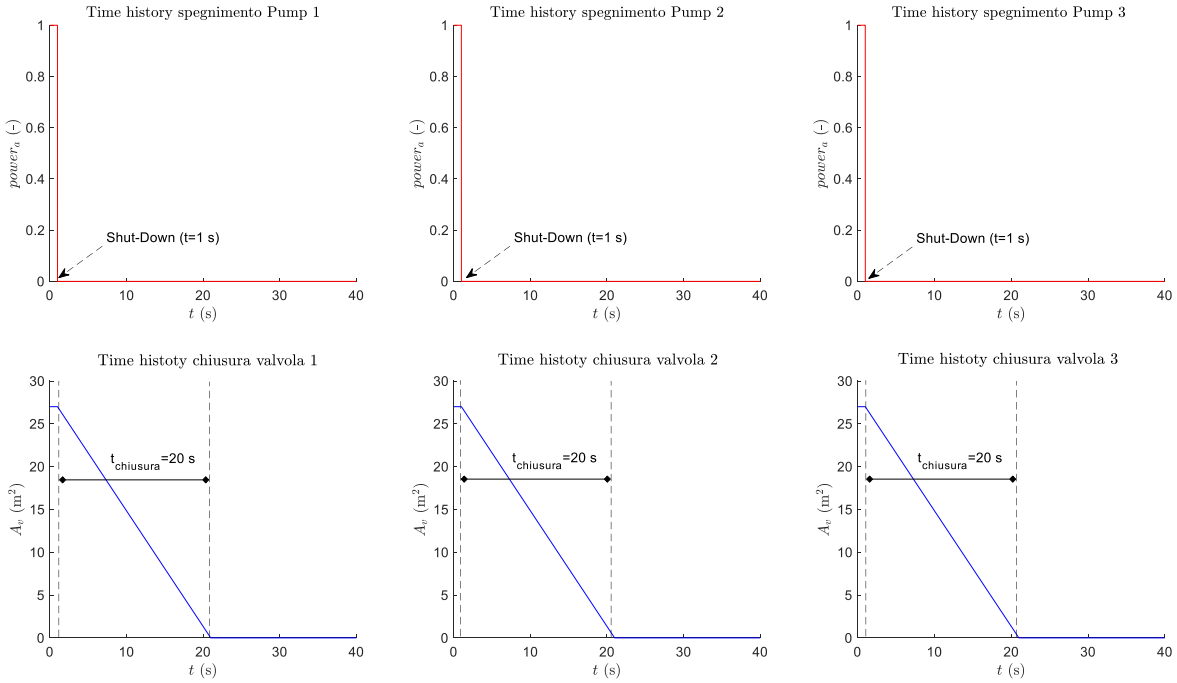

Fig. 6.19- Serie temporali spegnimento pompe e chiusura valvole (chiusura lenta e lineare).

Per queste due simulazioni è stato considerato lo *Schema 1* e il valore di inerzia di calcolo I_2. Le serie temporali di portata Q e carico piezometrico H lungo le condotte forzate sono:

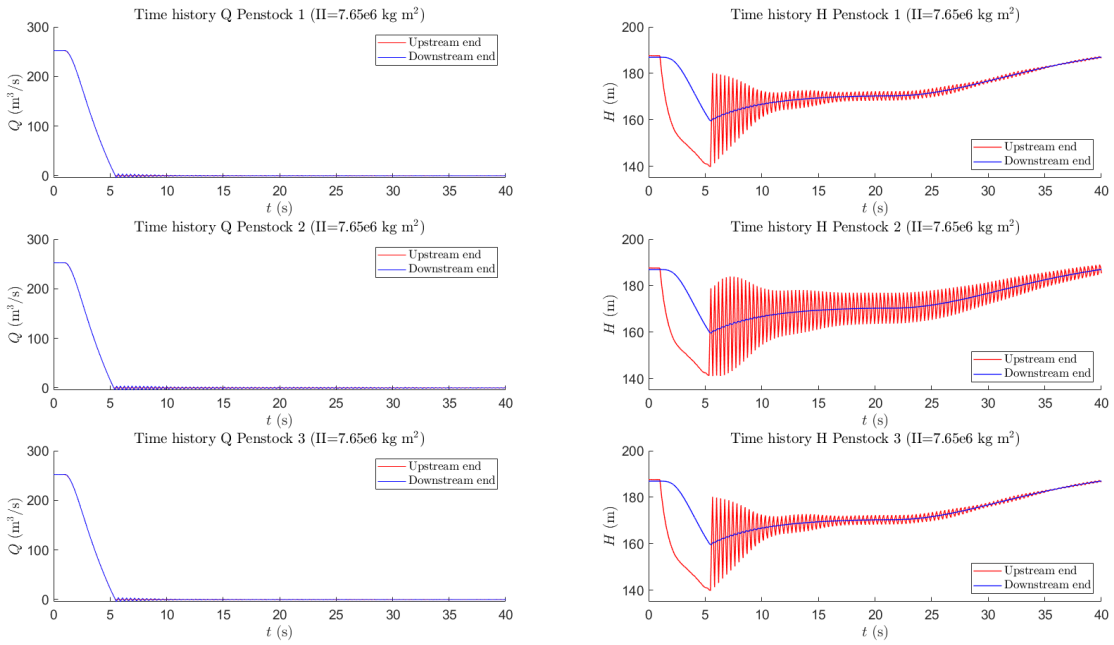

Fig. 6.20- Scenario 3 (Schema 1): serie temporali dei carichi piezometrici H nella sezione in corrispondenza della pompa (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea blu) delle condotte forzate (chiusura brusca di una valvola di non ritorno).

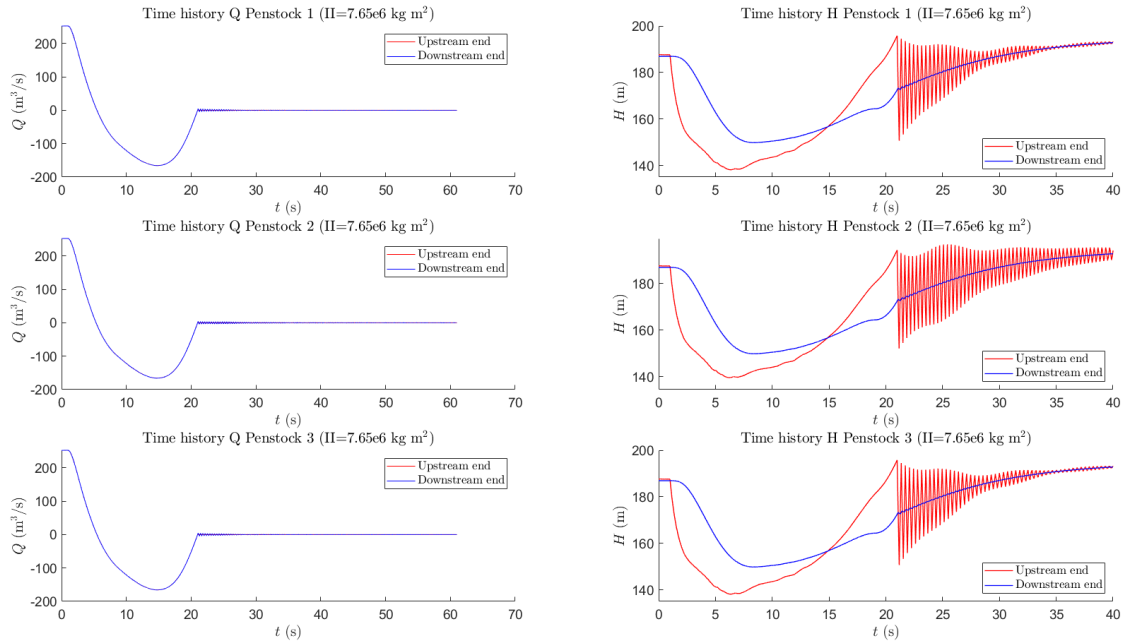

Fig. 6.21- Scenario 3 (Schema 1): serie temporali dei carichi piezometrici H nella sezione in corrispondenza della pompa (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea blu) delle condotte forzate (chiusura lineare e lenta di una valvola).

Dal confronta dei grafici di Fig. 6.20 e Fig. 6.21 si vede come la manovra di chiusura lenta permetta il passaggio del flusso inverso attraverso le pompe per un certo intervallo di tempo che va da $t = 5.5\ s$ a $t = 21.2\ s$.

Diversamente, il funzionamento della valvola di non ritorno permette la chiusura del sistema quando la portata è di poco inferiore a zero. Quindi, la variazione di velocità Δv indotta dalla chiusura della valvola sarà piccola.

La manovra di chiusura lenta effettuata in un tempo $t = 20\ s$, avviene mentre in condotta è presente una portata negativa maggiore. Come conseguenza, la variazione di velocità Δv sarà più elevata e quindi, in accordo con la formula teorica di Allievi-Michaud, l'incremento di carico piezometrico ΔH sarà maggiore rispetto a quello provocato dalla chiusura rapida di una valvola di non ritorno.

6.2.2 Scenario 4: avvio del sistema di pompaggio (Pump Start-Up)

Il moto transitorio innescato dall'avvio di una pompa risulta essere meno severo rispetto allo scenario di spegnimento improvviso. In questo caso le pompe sono inizialmente spente e le valvole di sicurezza/gestione poste immediatamente a valle sono completamente chiuse. Le pompe vengono dunque avviate attraverso un'operazione di accensione lineare incrementando il numero di giri da 0 a N_r in un tempo $t_{power_{sart}} = 5\ s$. Al termine della durata di accensione, ovvero quando la pompa ha raggiunto il numero di giri nominale, la valvola viene aperta attraverso una manovra di apertura lenta e lineare di durata $t_{op_{dur}} = 20\ s$ (Fig. 6.22).

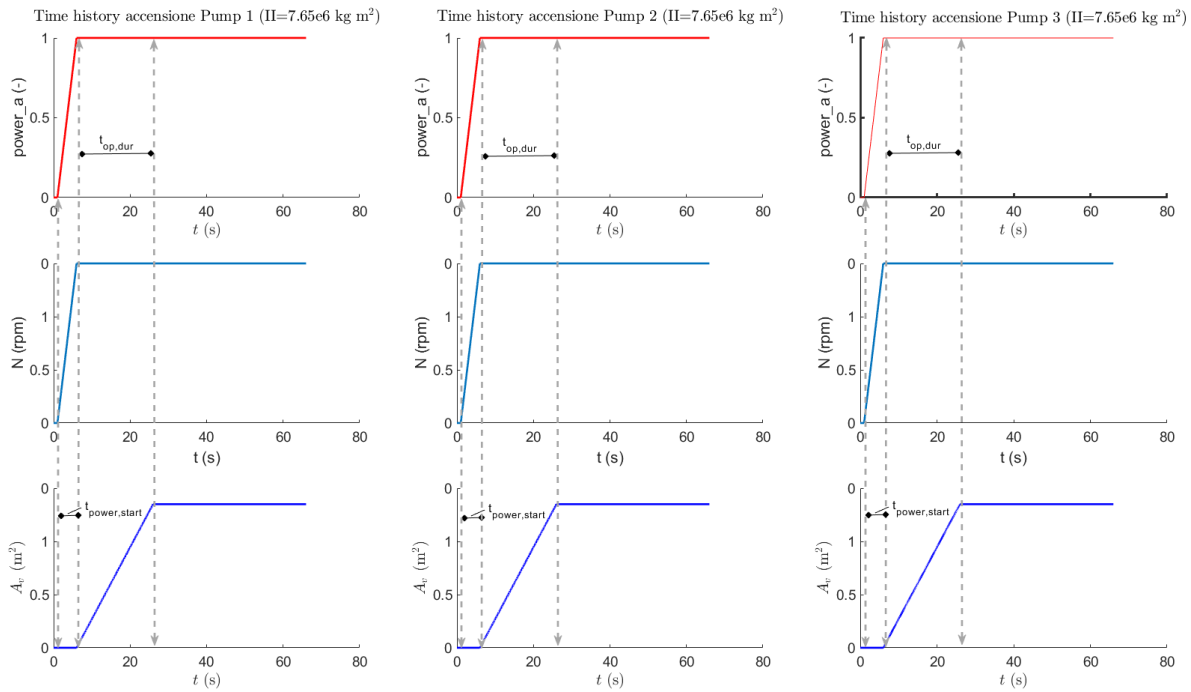

Fig. 6.22- Serie temporali delle operazioni di accensione delle pompe.

Le condizioni iniziali del sistema fanno riferimento alla situazione statica, ovvero portata nulla in tutti punti del sistema, linea dei carichi piezometrici costante e orizzontale con carico piezometrico uguale in tutti i punti del sistema e pari a H_{res}.

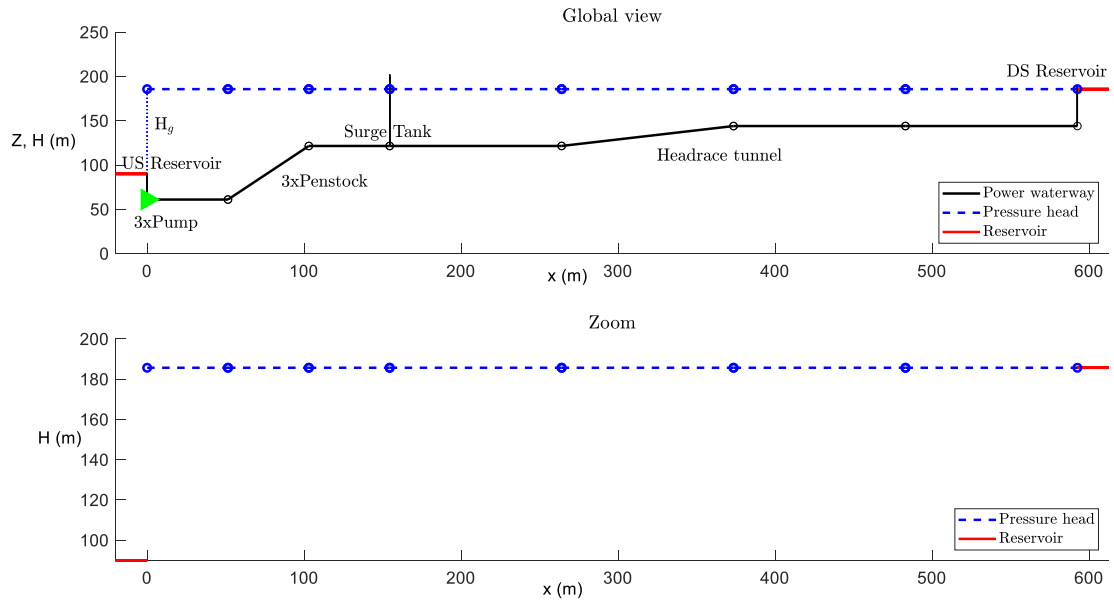

Fig. 6.23- Schema 1: condizioni iniziali del sistema Scenario 4 (situazione statica).

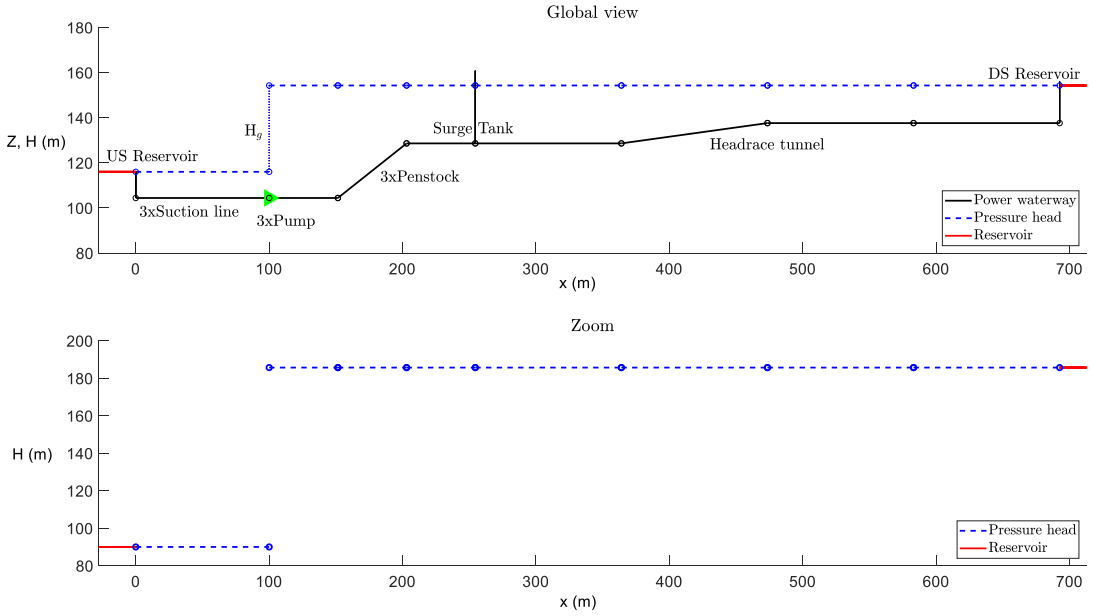

Fig. 6.24- Schema 2: condizioni iniziali del sistema Scenario 4 (situazione statica).

Considerando lo *Schema 1* si ottengono le seguenti serie temporali di portate Q e carico piezometrico H lungo il sistema.

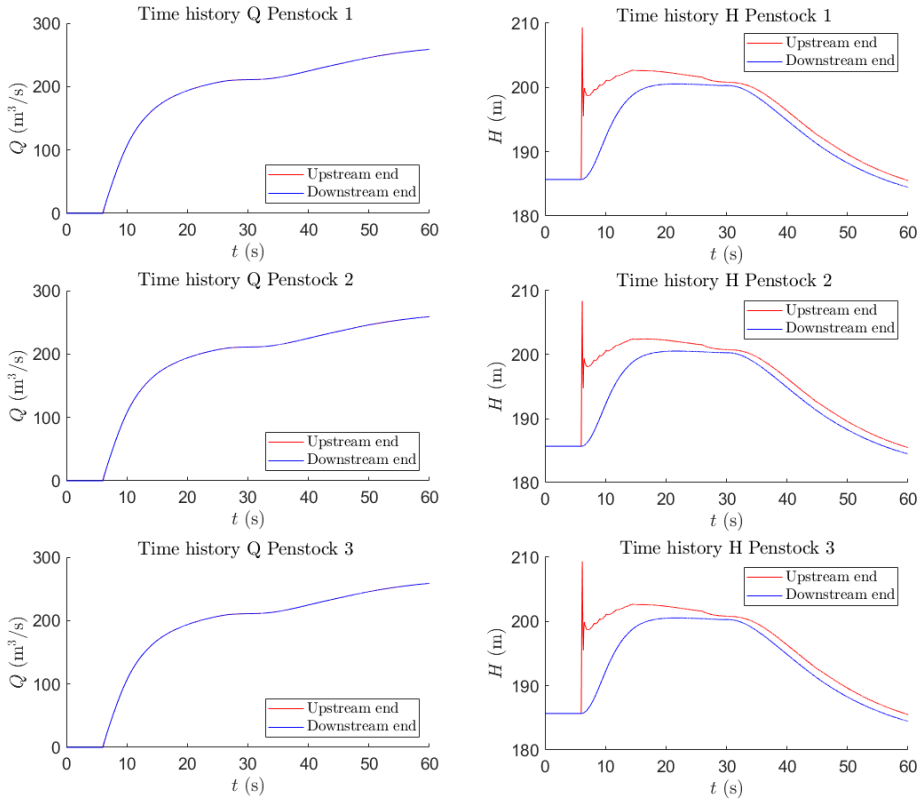

Fig. 6.25- Scenario 4 (Schema 1): serie temporali di portate Q e carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza della pompa (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea blu) delle condotte forzate.

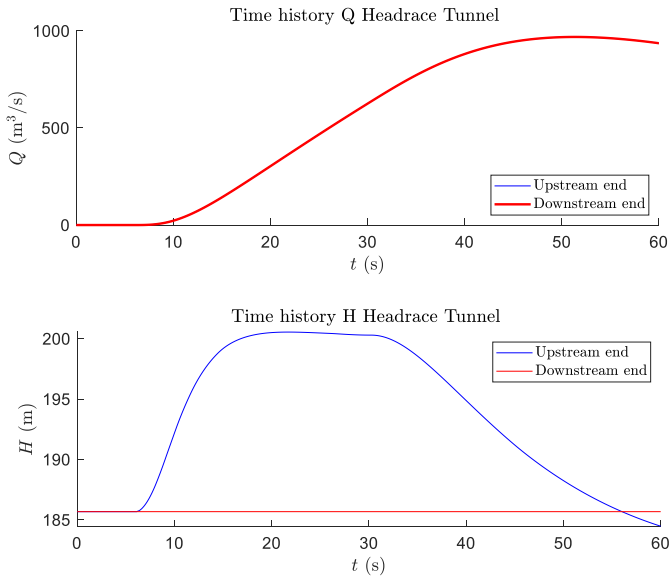

Fig. 6.26- Scenario 4 (Schema 1): serie temporali di portate Q e carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza del serbatoio principale (linea blu) della galleria in pressione.

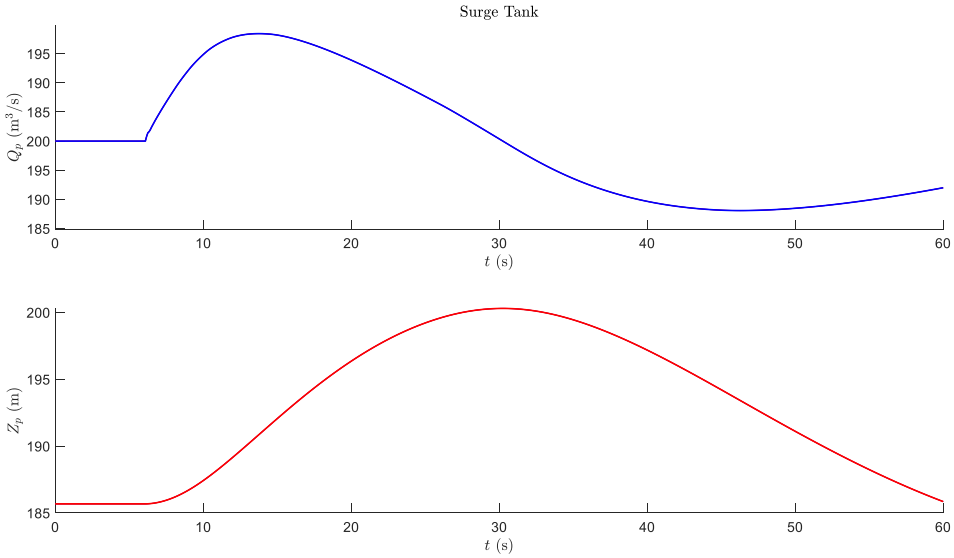

Fig. 6.27- Scenario 4 (Schema 1): serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico.

Nelle condotte forzate il sovraccarico indotto dall'operazione di avvio delle pompe è uguale a:

$$\Delta H_{\max} = H_{\max} - H_{res} = 209.3 - 185.7 = 23.6 \text{ m}$$

dove $H_{\max}$ rappresenta il massimo carico piezometrico nella sezione della condotta forzata in prossimità della pompa e H_{res} il carico piezometrico del sistema nella condizione iniziale statica.

Il livello massimo raggiunto all'interno del pozzo piezometrico è uguale a:

$$Z_{P_{\max}} = 200.3\ m$$

Quindi l'ampiezza massima dell'oscillazione è pari a:

$$Z = Z_{P_{\max}} - Z_{P_{SH}} = 200.3 - 185.7 = 14.6\ \mathrm{m}$$

dove $Z_{P_{SH}}$ il livello liquido nel pozzo in condizioni statiche.

Considerando, invece, un sistema di pompaggio che preleva la risorsa idrica da un serbatoio di accumulo inferiore mediante delle condotte di aspirazione (*Schema 2*), le serie temporali di portata Q e carico piezometrico H lungo il sistema sono:

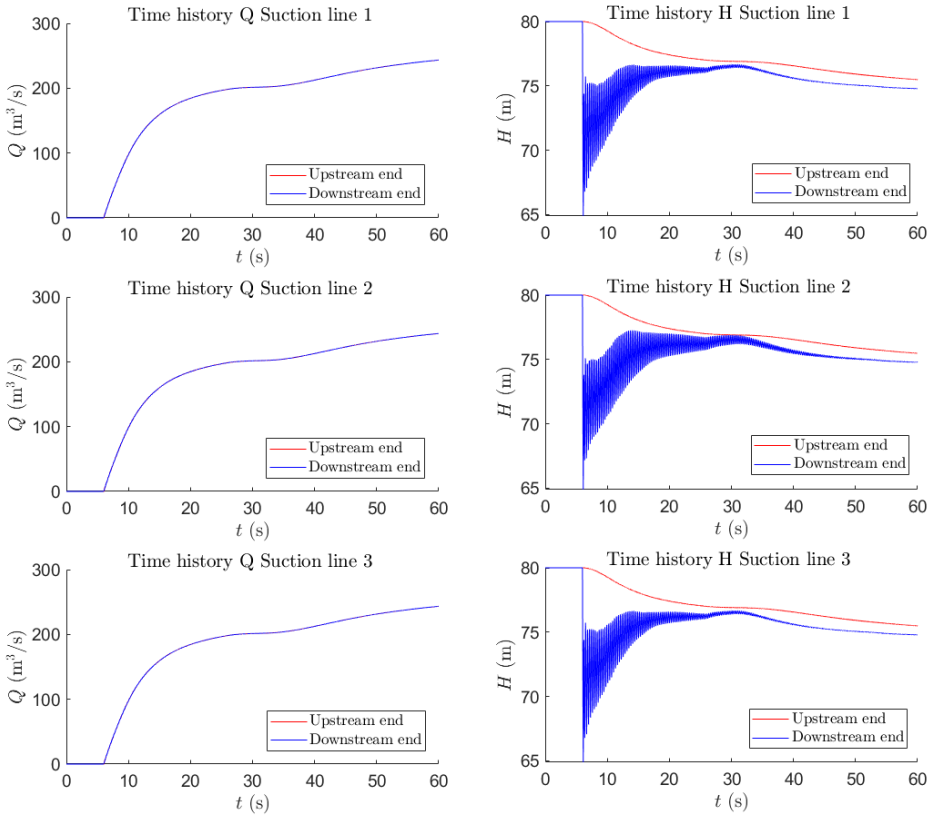

Fig. 6.28- Scenario 4 (Schema 2): serie temporali di portate Q e carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza della pompa (linea blu) e nella sezione in corrispondenza del serbatoio di accumulo (linea rossa) delle condotte di aspirazione.

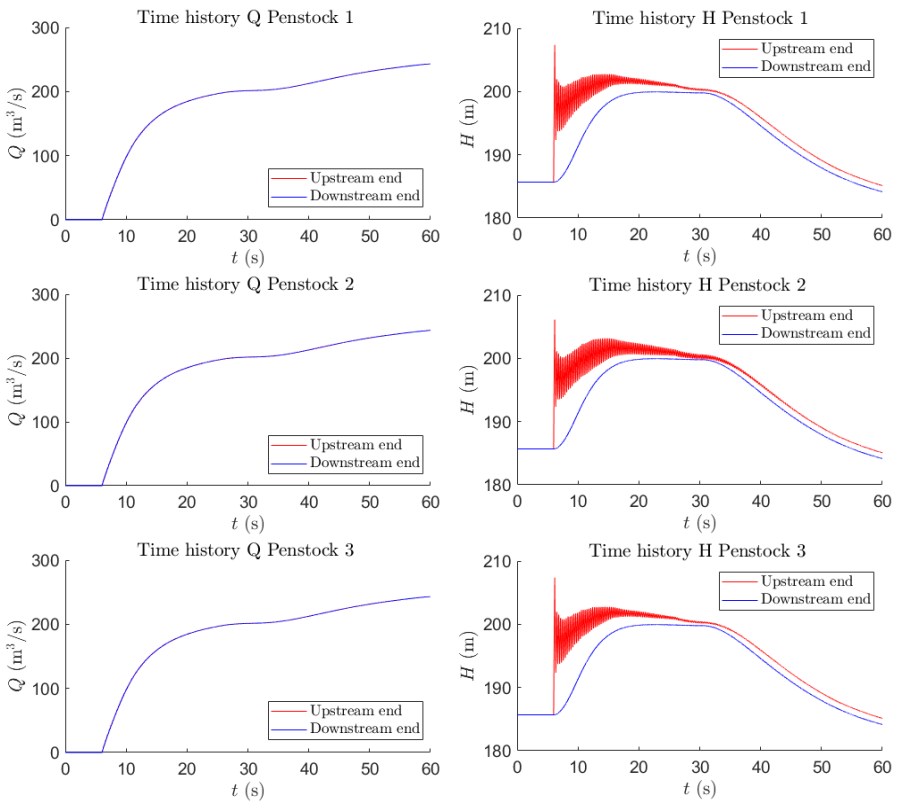

Fig. 6.29- Scenario 4 (Schema 2): serie temporali di portate Q e carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza della pompa (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea blu) delle condotte forzate.

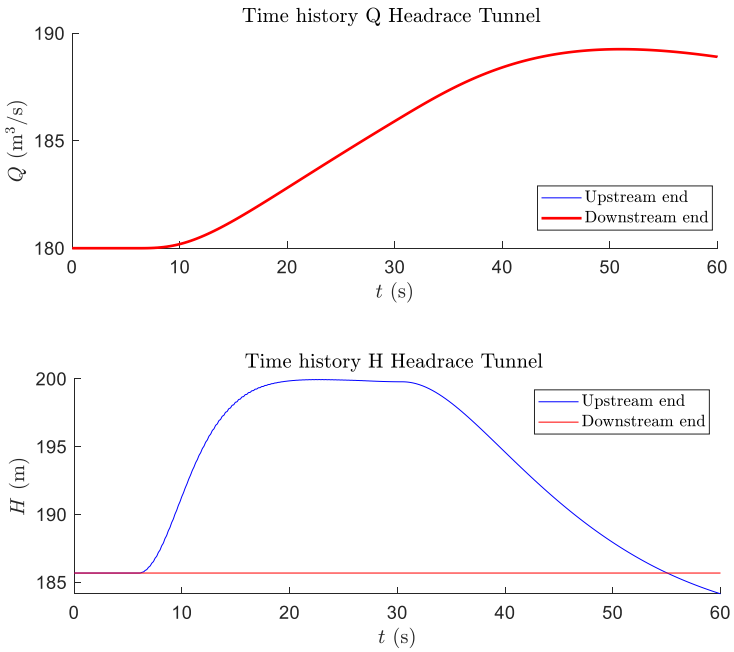

Fig. 6.30 Scenario 4 (Schema 2): serie temporali di portate Q e carico piezometrico H nella sezione in corrispondenza della triforcazione (linea rossa) e nella sezione in corrispondenza del serbatoio principale (linea blu) della galleria in pressione.

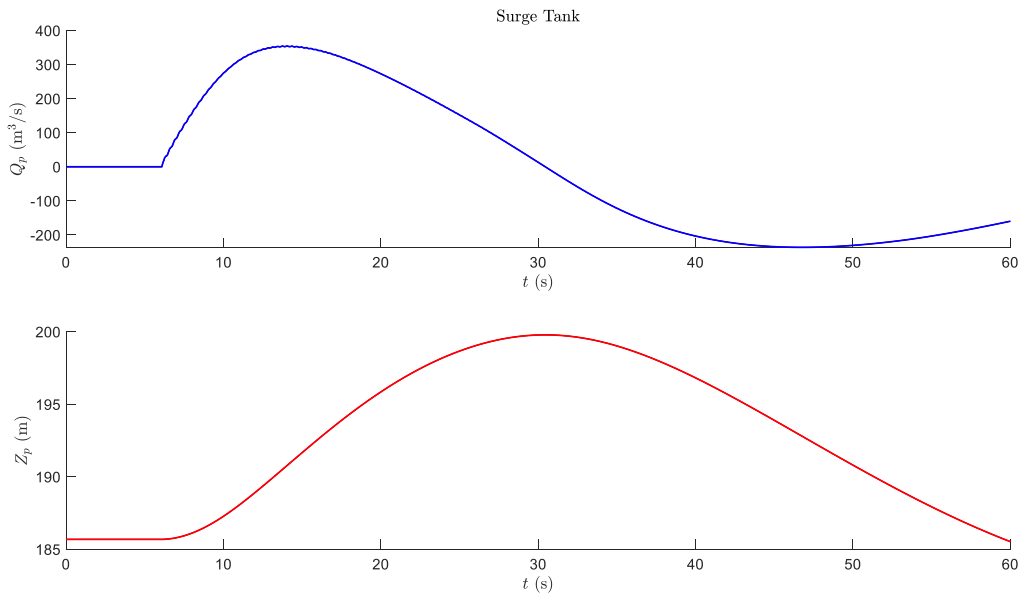

Fig. 6.31- Scenario 4 (Schema 2): serie temporali del livello liquido Z_P e della portata Q_P nel pozzo piezometrico.

Nelle condotte di aspirazione il valore di carico piezometrico minimo indotto dall'avvio delle pompe è uguale:

$$H_{\min} = 64.9 \text{ m}$$

e quindi superiore alla quota di posizionamento delle pompe che è uguale a 61 m.

Viceversa, il massimo incremento di carico piezometrico indotto nelle condotte forzate sovraccarico è uguale a:

$$\Delta H_{\max} = H_{\max} - H_{res} = 207.4 - 185.7 = 21.7 \text{ m}$$

dove $H_{\max}$ rappresenta il massimo carico piezometrico nella sezione della condotta forzata in prossimità della pompa e H_{res} il carico piezometrico del sistema nella condizione iniziale statica.

Il livello massimo raggiunto all'interno del pozzo piezometrico è uguale a:

$$Z_{P_{\max}} = 199.8\, m$$

Quindi l'ampiezza massima dell'oscillazione è pari a:

$$Z = Z_{P_{\max}} - Z_{P_{SH}} = 199.8 - 185.7 = 14.1 \text{ m}$$

dove $Z_{P_{SH}}$ il livello liquido nel pozzo in condizioni statiche.

Le differenze dei termini di massimo sovraccarico e ampiezza di oscillazione rispetto allo *Schema 1*, sono dovute alle perdite di carico lungo la condotta di aspirazione. Inoltre, le fluttuazioni di carico *H* nella sezione di valle della condotta di aspirazione e nella sezione di monte della condotta forzata sono dovute all'interazione tra l'onda di pressione che si propaga lungo la condotta di aspirazione e l'onda di pressione che si propaga lungo la condotta forzata.

7

Conclusioni

Il progetto e la costruzione di un impianto idroelettrico deve svilupparsi considerando diversi fattori di carattere tecnico. Le scelte progettuali devono essere fatte nell'ottica della stesura di un progetto che vada a massimizzare l'efficienza dell'impianto e al contempo minimizzare il rischio di danni strutturali. In quest'ottica, lo studio degli scenari di gestione ricopre un ruolo importante nel progetto di un nuovo impianto. Infatti, la mancata o errata analisi delle condizioni operative andrebbe ad incidere negativamente sulla gestione dell'impianto che non garantirebbe una produzione energetica continua ed efficiente.

Come visto nei capitoli precedenti, i principali problemi di gestione si verificano durante le fasi transitorie, ovvero durante una condizione di passaggio da una situazione stazionaria all'altra.

Le fluttuazioni di carico, generate da un disturbo della situazione stazionaria, si propagheranno lungo il sistema con una velocità che dipende dalle caratteristiche elastiche della condotta e del liquido stesso. Queste fluttuazioni di carico, denominate in passato di Colpo d'ariete per via del particolare effetto sonoro prodotto, rappresentano una sollecitazione dinamica che agisce radialmente all'interno delle condotte. Se non adeguatamente tenute in conto le eccessive fluttuazioni di carico causerebbero seri danni all'impianto.

Il seguente lavoro di tesi, svolto presso la Geodata Engineering SpA, è nato dall'esigenza dell'azienda di sviluppare una metodologia per lo studio quantitativo dei transitori idraulici all'interno di condotte in pressione. Nell'ottica di fornire uno strumento utile a ottimizzare i processi funzionali legati alla progettazione e allo scavo dei tunnel in pressione a servizio di grandi impianti idroelettrici è stato costruito, mediante il software

Matlab, un codice di calcolo user-friendly in grado di verificare idraulicamente le scelte progettuali adottate, valutandone la compatibilità strutturale con gli effetti prodotti dal fenomeno di Colpo d'ariete. A tal fine, sono stati costruiti degli algoritmi che permettono la risoluzione delle equazioni differenziali alle derivate parziali e le relative condizioni al contorno che modellano il moto vario adottando il Metodo delle Caratteristiche.

Come mostrato nel Capitolo 5, il codice di calcolo è stato validato attraverso il confronto dei risultati forniti dal modello numerico con quelli forniti dalle formulazioni analitiche. Valutata l'affidabilità del codice di calcolo, è stato condotto lo studio dei fenomeni transitori all'interno di un grande impianto idroelettrico in progetto. Il particolare schema dell'impianto ha permesso di osservare, durante le fasi transitorie di colpo d'ariete, l'interazione tra le tre condotte forzate confluenti in un nodo triforcazione. La differenza di lunghezza delle condotte forzate genera delle onde di pressione che non sono in fase tra di loro. Come conseguenza, l'onda di pressione centrale, propagandosi in un tempo inferiore, viene parzialmente trasmessa lungo le condotte laterali più lunghe oltre che lungo la galleria. Lo scontro tra il fronte d'onda proveniente dalle condotte laterali con il fronte d'onda trasmesso dalla condotta centrale genera degli incrementi di carico piezometrico maggiori rispetto a quelli prodotti dal solo fenomeno di colpo d'ariete. Questo effetto è tanto più evidente quanto più veloce è la manovra di disturbo del sistema.

Inoltre, la presenza di un pozzo piezometrico con orifizio di ingresso, posto in corrispondenza del nodo triforcazione, non consente la completa riflessione dell'onda di pressione proveniente dalle condotte forzate, consentendo la trasmissione di parte delle fluttuazioni all'interno della galleria. Come visto nel *Capitolo 5* e nel *Capitolo 6* la trasmissione dell'onda di pressione in galleria dipende fortemente dalle dimensioni e dalle caratteristiche di forma dell'orifizio. Infatti, tanto più l'orifizio è piccolo e poco sagomato tanto maggiore sarà la sollecitazione cui sarà soggetta la galleria. Quindi, La presenza di un orifizio alla base del pozzo da una parte porta dei benefici in termini di oscillazioni di massa diminuendo l'ampiezza massima e smorzando più rapidamente l'oscillazione, dall'altra se non adeguatamente dimensionato incide negativamente sullo sviluppo del fenomeno di colpo d'ariete.

Tale lavoro di tesi ha permesso, quindi, lo sviluppo di un modello di calcolo del caso studio a partire, come presentato nei *Capitoli 4* e *5*, da una prefissata struttura del codice

numerico e dalla definizione di condizioni al contorno che simulano il comportamento dinamico degli elementi di una linea di produzione. Questa impostazione permette di adattare il codice a diversi casi studio, che vanno da un sistema di condotte più o meno complesso a servizio di un grande impianto idroelettrico, a un sistema di condotte a servizio di una rete acquedottistica. Inoltre, per rendere fruibile a tutti il modello di calcolo, sono state create delle finestre di inserimento dati. Attraverso il loro utilizzo è possibile valutare speditamente l'influenza che determinate scelte progettuali (p. es. geometria delle condotte, pozzo piezometrico) hanno sugli effetti di colpo d'ariete prodotti lungo il sistema.

Bibliografia

[1] Citrini D. Noseda G., *Idraulica*. Milano, Casa editrice ambrosiana, 1987, 291-348.

[2] Chaudhry M.H., *Applied Hydraulic Transients*. New York, Van Nostrand Reinhold Company, 1979.

[3] Bhattarai K.P. Zhou J. Palikhe S. Pandey K.P. Suwal N., *Numerical Modeling and Hydraulic Optimization of a Surge Tank Using Particle Swarm Optimization*. Water, 2019.

[4] Arturo Romer, *L'importanza dell'energia idroelettrica a livello mondiale*. http://www.valentiniweb.com/piermo/meccanica/mat/31importanzaenergiairdoelettricaar.pdf Bulletin SEV/VSE 2/04.

[5] Maggiolini P. Plebani A. Pigoli A. Redaelle R., *Energia dall'acqua: dighe e sbarramenti.*https://www.waterandfoodsecurity.org/scheda.php?id=156. Università Cattolica del Sacro Cuore.

[6] it.wikipedia.org/wiki/Energia_idroelettrica. *Energia idroelettrica.* Wikipedia, l'enciclopedia libera 23/09/2019.

[7] https://www.enel.com/it/azienda/storie/articles/2019/03/idroelettrico-giornata-mondiale-acqua *Il futuro dell'acqua.* 23/09/2020

[8] Julio Alterach, *Idroelettrico*. RSE Idroelettrico. http://www.pdc.minambiente.it/sites/default/files/progetti/idroelettrico.pdf.

[9] Quaranta E., *Idroelettrico*. Orizzontenrgia https://web.archive.org/web/20170928005705/http://orizzontenergia.it/testi.php?id_testi=14 23/09/2020.

[10] Dincer A. E., *Investigation of waterhammer problems in the penstocks of pumped-storage power plants.* Master Thesis, Middle East Technical University Ankara, gennaio 2013.

[11] ITCOLD - Comitato Nazionale Italiano delle Grandi Dighe, *Condotte forzate.* 120-123

[12] Zhang L. Zhang J. Yu X. Lv J. Zhang X., *Transient simulation for a pumped storage power plant considering pressure pulsation based on field test.* Energies, 2019

[13] Neutrium, *Estimation of pump moment of inertia* https://neutrium.net/equipment/estimation-of-pump-moment-of-inertia/ 10/09/2013