



POLITECNICO DI TORINO

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

OTTIMIZZAZIONE DELLA SEQUENZA DI RIMOZIONE DI
DEBRIS MULTIPLI IN LEO

Candidato:

Fabio DALLA ROVERE

Relatore:

Prof. Lorenzo CASALINO

Co-Relatore:

Prof. Michele LAVAGNA

A.A. 2019–2020

Sommario

INTRODUZIONE	1
STORIA DEGLI SPACE DEBRIS	3
2.1 DEFINIZIONE ED ORIGINI	3
2.2 DIMENSIONI E POSIZIONE	5
2.3 SINDROME DI KESSLER	6
2.4 RISCHI PER LE ATTIVITÀ UMANE	6
2.5 METODI DI CONTRASTO AI DEBRIS	8
2.5.1 DIMINUIZIONE DELL'IMMISSIONE DI DETRITI	8
2.5.2 AUTO-RIMOZIONE	8
2.5.3 RIMOZIONE ATTIVA	9
ELEMENTI DI MECCANICA ORBITALE	10
3.1 IL PROBLEMA DEI DUE CORPI	10
3.1.1 COSTANTI DELL'ORBITA	13
3.2 PARAMETRI ORBITALI	13
3.3 FENOMENI PERTURBATIVI	16
3.4 MODELLO DINAMICO	18
DEFINIZIONE DEL PROBLEMA E METODO DI SOLUZIONE	19
4.1 GLOBAL TRAJECTORY OPTIMIZATION COMPETITION	19
4.2 VALUTAZIONE DEL COSTO OTTIMALE DELLE TRASFERTE	24
4.2.1 DURATA OTTIMALE DELLA TRASFERTA	25
4.2.2 DURATA LIMITATA DELLA TRASFERTA	25
4.3 TRAVELING SALESMAN PROBLEM (TSP)	28
4.4 ANT COLONY OPTIMIZATION (ACO)	29
4.4.1 ACO PER TSP	30
4.4.2 ACO PER ADR	31
4.5 OTTIMIZZAZIONE GENETICA	32
4.6 MASS BUDGET	33

RISULTATI	34
<hr/>	
5.1 MISSIONE 1	34
5.1.1 TEMPI ESATTI	34
5.1.2 TEMPI MEDI	35
5.1.3 OTTIMIZZAZIONE CON TEMPI DISCRETI	36
5.1.4 OTTIMIZZAZIONE CON TEMPI VARIABILI	37
5.2 MISSIONE 1+2	39
5.2.1 TEMPI ESATTI	39
5.2.2 TEMPI MEDI	40
5.2.3 OTTIMIZZAZIONE CON TEMPI DISCRETI	43
5.2.4 OTTIMIZZAZIONE CON TEMPI VARIABILI	46
5.2.5 OTTIMIZZAZIONE SINGOLA DELLE TRASFERTE	48
5.2.6 EFFETTO DEL KIT DI DE-ORBIT	51
5.3 MISSIONE 1+2+3	56
5.3.1 TEMPI ESATTI	56
5.3.2 TEMPI MEDI	58
5.3.3 OTTIMIZZAZIONE CON TEMPI VARIABILI	61
5.3.4 OTTIMIZZAZIONE SINGOLA DELLE TRASFERTE	65
5.3.5 EFFETTO DEL KIT DI DE-ORBIT	70
CONCLUSIONI	73
<hr/>	
BIBLIOGRAFIA	74

Indice delle Figure

<i>Figura 1: Numero di oggetti in orbita negli anni</i>	<i>4</i>
<i>Figura 2: Distribuzione dei detriti in LEO</i>	<i>5</i>
<i>Figura 3: Danneggiamento di un radiatore da MMOD</i>	<i>7</i>
<i>Figura 4: Vettori posizione e forze agenti.....</i>	<i>11</i>
<i>Figura 5: Rappresentazione dei parametri orbitali.....</i>	<i>14</i>
<i>Figura 6: Intersezioni cono-piano</i>	<i>15</i>
<i>Figura 7: Effetto delle perturbazioni.....</i>	<i>16</i>
<i>Figura 8: Semiasse maggiore dell'orbita dei detriti in funzione del RAAN</i>	<i>20</i>
<i>Figura 9: Inclinação dell'orbita dei detriti in funzione del RAAN</i>	<i>21</i>
<i>Figura 10: Eccentricità dell'orbita dei detriti in funzione del RAAN.....</i>	<i>21</i>
<i>Figura 11: Andamento dei costi delle trasferte per il primo lancio della sequenza JPL.....</i>	<i>52</i>
<i>Figura 12: Andamento dei costi delle trasferte per il primo lancio della sequenza ACO</i>	<i>54</i>

Indice delle Tabelle

<i>Tabella 1: Tipologia di orbite al variare dell'eccentricità.....</i>	<i>14</i>
<i>Tabella 2: Dettaglio della soluzione JPL.....</i>	<i>23</i>
<i>Tabella 3: Durata dei rendez-vous della soluzione JPL</i>	<i>23</i>
<i>Tabella 4: Durata delle trasferte della soluzione JPL</i>	<i>24</i>
<i>Tabella 5: Costi delle trasferte della soluzione JPL</i>	<i>24</i>
<i>Tabella 6: Parametri per la ACO</i>	<i>31</i>
<i>Tabella 7: Confronto soluzione JPL e ACO per la missione 1 con i tempi esatti</i>	<i>35</i>
<i>Tabella 8: Confronto soluzione JPL con tempi esatti e tempi medi.....</i>	<i>36</i>
<i>Tabella 9: Soluzioni ottenute mediante ACO per missione 1 con tempi medi</i>	<i>36</i>
<i>Tabella 10: Confronto costi fra tempi medi e tempi ottimi discreti</i>	<i>37</i>
<i>Tabella 11: Confronto fra soluzione JPL e soluzione ACO per missione 1</i>	<i>38</i>
<i>Tabella 12: Dettaglio soluzione ottenuta per la missione 1</i>	<i>38</i>
<i>Tabella 13: Confronto soluzione JPL e ACO con tempi esatti per missione 1+2.....</i>	<i>40</i>
<i>Tabella 14: Confronto soluzione JPL con tempi esatti e tempi medi</i>	<i>41</i>
<i>Tabella 15: Soluzioni ottenute mediante ACO con ΔV minimo</i>	<i>42</i>
<i>Tabella 16: Soluzioni ottenute mediante ACO con J minimo</i>	<i>42</i>
<i>Tabella 17: Soluzioni ottenute mediante ACO con J' minimo</i>	<i>43</i>
<i>Tabella 18: Confronto soluzioni ottenute mediante ACO con ΔV minimo, con tempi ottimi discreti</i>	<i>44</i>
<i>Tabella 19: Confronto soluzioni ottenute mediante ACO con J minimo, con tempi ottimi discreti</i>	<i>45</i>
<i>Tabella 20: Confronto soluzioni ottenute mediante ACO con J' minimo, con tempi ottimi discreti</i>	<i>46</i>
<i>Tabella 21: Confronto soluzione JPL e migliori sequenze ACO.....</i>	<i>46</i>
<i>Tabella 22: Confronto soluzioni ottenute mediante ACO con ΔV minimo, con tempi ottimi variabili</i>	<i>47</i>
<i>Tabella 23: Confronto soluzioni ottenute mediante ACO con J' minimo, con tempi ottimi discreti</i>	<i>48</i>
<i>Tabella 24: Confronto soluzione JPL e migliori sequenze ACO.....</i>	<i>48</i>
<i>Tabella 25: Sequenze primo lancio ottimizzate con tempi discreti.....</i>	<i>50</i>
<i>Tabella 26: Sequenze secondo lancio ottimizzate con tempi discreti</i>	<i>51</i>
<i>Tabella 27: Confronto soluzione JPL e migliori sequenze ACO ottimizzate.....</i>	<i>51</i>
<i>Tabella 28: Confronto soluzione JPL e miglior soluzione ottenuta</i>	<i>54</i>
<i>Tabella 29: Dettaglio soluzione ottenuta per la missione 1+2</i>	<i>55</i>
<i>Tabella 30: Confronto soluzione JPL e ACO con tempi medi per missione 1+2+3</i>	<i>56</i>
<i>Tabella 31: Dettaglio delle sequenze 1+2+3 con tempi esatti</i>	<i>57</i>
<i>Tabella 32: Confronto soluzioni ottenute mediante ACO con ΔV minimo, tempi esatti, $\Delta V_{soglia}=2000$ m/s.....</i>	<i>58</i>
<i>Tabella 33: Confronto soluzioni ottenute mediante ACO con ΔV minimo, tempi esatti, $\Delta V_{soglia}=3500$ m/s.....</i>	<i>59</i>
<i>Tabella 34: Confronto soluzioni ottenute mediante ACO con ΔV minimo, tempi esatti, $\Delta V_{soglia}=5000$ m/s.....</i>	<i>59</i>
<i>Tabella 35: Confronto soluzioni ottenute mediante ACO con J' minimo, tempi esatti</i>	<i>61</i>
<i>Tabella 36: Dettaglio lanci delle soluzioni ottenute con ΔV minimo, $\Delta V_{soglia}=2000$ m/s.....</i>	<i>62</i>
<i>Tabella 37: Dettaglio lanci delle soluzioni ottenute con ΔV minimo, $\Delta V_{soglia}=3500$ m/s.....</i>	<i>62</i>

<i>Tabella 38: Dettaglio lanci delle soluzioni ottenute con ΔV minimo, $\Delta V_{soglia}=5000$ m/s.....</i>	<i>63</i>
<i>Tabella 39: Dettaglio lanci delle soluzioni ottenute con J' minimo.....</i>	<i>63</i>
<i>Tabella 40: Confronto soluzione JPL e ACO.....</i>	<i>64</i>
<i>Tabella 41: Confronto costi lanci ottimizzati (1).....</i>	<i>66</i>
<i>Tabella 42: Confronto costi lanci ottimizzati (2).....</i>	<i>67</i>
<i>Tabella 43: Confronto soluzioni ottenute con J' minimo, ottimizzate</i>	<i>68</i>
<i>Tabella 44: Dettaglio lanci soluzioni ottimizzate.....</i>	<i>69</i>
<i>Tabella 45: Mass Budget</i>	<i>70</i>
<i>Tabella 46: Confronto fra la soluzione ottenuta e quella JPL</i>	<i>70</i>
<i>Tabella 47: Dettaglio soluzione ottenuta per la missione 1+2+3 (1)</i>	<i>71</i>
<i>Tabella 48: Dettaglio soluzione ottenuta per la missione 1+2+3 (2)</i>	<i>72</i>

Capitolo 1

Introduzione

Negli ultimi decenni, con i progressi dell'esplorazione spaziale e il conseguente incremento del numero di lanci compiuti, ha iniziato a porsi con sempre maggiore insistenza il problema dei detriti spaziali in orbita intorno alla Terra. Essi sono essenzialmente parti di vecchi satelliti ormai in disuso, veicoli spaziali non più funzionanti, resti di lanciatori rimasti in orbita o frammenti generati dalla collisione dei precedenti. Si definiscono quindi *space debris* tutti quegli oggetti di origine artificiale senza più alcuna funzione utile.

Tali detriti sono concentrati nelle zone più utilizzate e di maggior interesse scientifico e commerciale: principalmente in *Low Earth Orbit* (LEO) e in *Geostationary Earth Orbit* (GEO). Data la loro elevata velocità, essi minacciano di compromettere la corretta operatività e la sicurezza di satelliti e veicoli spaziali con equipaggio umano. Inoltre, il rischio di collisioni rischia di aumentare in maniera incontrollata così come teorizzato dalla Sindrome di Kessler.

Risulta quindi evidente come sia necessaria una strategia per contrastare questi fenomeni che rischiano di compromettere lo sfruttamento di queste importanti orbite. Uno fra i metodi più efficaci risulta essere quello dell'*Active Debris Removal* (ADR), che consiste nella rimozione attiva di *debris*. Fra i metodi di ADR, risulta essere particolarmente conveniente la deposizione da parte di un *chaser* di un kit di *de-orbit* su vari detriti. La pianificazione della missione riveste un ruolo chiave per massimizzare la quantità di detriti rimovibili e minimizzare la quantità di propellente necessaria.

Il presente lavoro di Tesi si colloca in questo contesto e, sfruttando come punto di partenza la *Global Trajectory Optimization Competition 9* e la relativa soluzione vincitrice, cerca di individuare un metodo per la determinazione delle sequenze ottimali, al fine di minimizzare il costo della missione. Per fare ciò, si fa uso di un

modello che tiene conto della perturbazione J_2 per la valutazione del costo ottimale delle trasferte, e si sfrutta il metodo della *Ant Colony Optimization* (ACO) per trovare la sequenza ottimale di detriti da rimuovere. Infine, un algoritmo genetico viene utilizzato per la valutazione della durata ottimale delle trasferte fra un detrito e il successivo.

Capitolo 2

Storia degli space debris

Nel Capitolo che segue si procede ad inquadrare il problema dei detriti spaziali, definendo cosa si intende con questo termine, come sono stati generati e quali pericoli costituiscono per le attività umane nello spazio. Infine, si presentano le modalità di soluzione al problema attualmente in via di sviluppo.

2.1 Definizione ed origini

Si definisce con il termine *space debris* ogni oggetto di origine artificiale in orbita attorno alla Terra, senza più alcuna funzione utile. Si intendono quindi tutti i veicoli spaziali non più funzionanti, resti di lanciatori rimasti in orbita o frammenti di essi. La loro grandezza può variare notevolmente, passando da dimensioni inferiori al centimetro fino a raggiungere ordini di grandezza del metro.

L'anno zero della storia dei detriti spaziali coincide con il lancio del primo satellite artificiale, lo *Sputnik 1*. Esso avvenne nel 1957 ad opera dell'Unione Sovietica, posizionando lo *spacecraft* in un'orbita bassa (LEO). A partire da tale data, il *North American Aerospace Defence Command* (NORAD) iniziò a tenere traccia di tutti i lanci e dei satelliti che raggiungevano l'orbita terrestre in un database dedicato, lo *Space Object Catalog*.

Con l'avvento della Guerra Fredda, si assistette ad un numero elevatissimo di lanci verso orbite LEO, con intervalli di tempo estremamente ravvicinati. Questo contribuì in maniera sostanziale alla popolazione, e al relativo "inquinamento", di tali orbite. La competizione tecnologica fra le due superpotenze coinvolte fu infatti così intensa da non permettere di preoccuparsi delle possibili conseguenze relative all'immissione in orbita di un tale numero di detriti. Furono infatti necessari solamente quattro anni per assistere, nel 1961, alla prima esplosione in orbita. Essa interessò il

lanciatore americano *Thor-Ablestar*, subito dopo il rilascio del *payload*, e generò centinaia di frammenti.

A partire dal 1964 anche l'orbita geostazionaria iniziò ad essere utilizzata, con la prima immissione in GEO del satellite *Syncom 3*. Risale invece al 1978 il primo evento di esplosione in GEO, a cui seguì anche in questo caso la generazione di numerosi detriti.

In aggiunta a questi eventi danneggianti avvenuti accidentalmente, concorse in maniera sostanziale alla generazione di detriti lo sviluppo di sistemi di armamento anti-satellite (ASAT). Con il progresso tecnologico e con la Guerra Fredda in corso, si misero a punto sistemi in grado di distruggere i satelliti nemici o difendere i propri da attacchi esterni. I test di tali sistemi coinvolsero principalmente satelliti in LEO e causarono un rapido incremento di *space debris* in orbita.

Due ulteriori eventi che in tempi più recenti contribuirono pesantemente alla generazione di numerosi detriti furono il test del sistema missilistico cinese nel 2007 e la collisione accidentale dei satelliti *Iridium 33* e *Kosmos 2251*, avvenuta nel 2009. Il loro contributo al computo totale dei *debris* in orbita fu molto importante, così come si può notare dall'andamento mostrato in Figura 1.

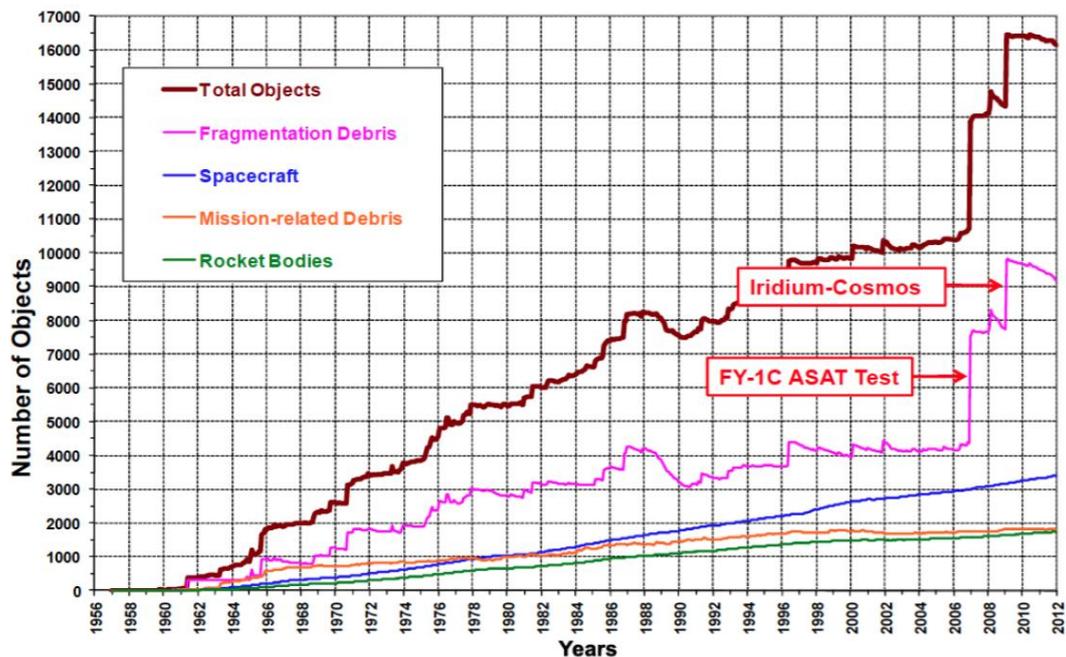


Figura 1: Numero di oggetti in orbita negli anni

2.2 Dimensioni e posizione

Le più recenti stime relative alla quantità di *debris* presenti in orbita, aggiornate a gennaio 2019, registrano la presenza di più di 128 milioni di detriti di dimensione inferiore al centimetro, di circa 900 000 detriti con dimensione compresa fra 1 e 10 centimetri, e di più di 34 000 detriti con dimensione superiore ai 10 centimetri, per una massa di materiale in orbita quantificabile in 5 500 tonnellate.

La maggior parte degli *space debris* è concentrata in LEO, dove le velocità di rivoluzione sono maggiori, e dove quindi i rischi connessi con un potenziale impatto sono maggiori. La velocità di impatto può infatti arrivare ad essere doppia rispetto alla velocità di rivoluzione. Inoltre, a causa delle particolari caratteristiche che possiedono le orbite con diverse inclinazioni in LEO (orbite eliosincrone, orbite Molnija, orbite polari, ...), vengono utilizzati molteplici e numerosi piani orbitali. Questo fattore rende le collisioni ancora più probabili. È però importante notare come, in questo tipo di orbite, la resistenza aerodinamica accelera in maniera significativa il decadimento dell'orbita dei detriti, permettendo un rientro in atmosfera e una graduale riduzione della popolazione di *debris*.

Una restante parte dei *debris* è invece ospitata in GEO, dove la probabilità di collisione è in genere inferiore dal momento che si ha un solo piano dell'orbita, coincidente con quello equatoriale. Inoltre la densità di *debris* è decisamente inferiore rispetto al caso precedente. Il decadimento dell'orbita è però molto più lento, potendo contare su fenomeni perturbativi di intensità inferiore rispetto al *drag* in LEO.

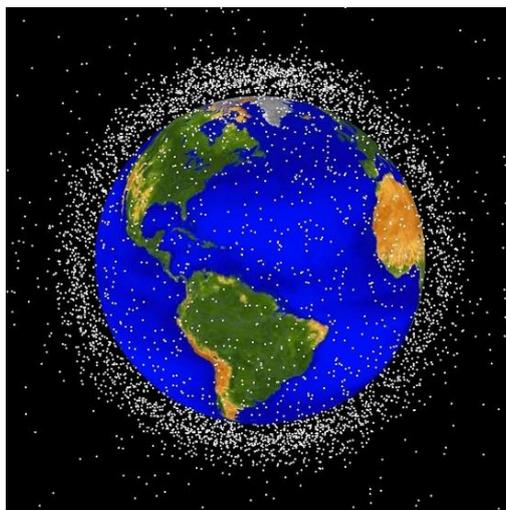


Figura 2: Distribuzione dei detriti in LEO

2.3 Sindrome di Kessler

Durante gli anni '70, lo scienziato della NASA Donald J. Kessler lavorò sui database NORAD, applicando le tecniche sinora utilizzate per la propagazione delle orbite delle cinture di meteoriti all'evoluzione dei detriti in orbita. Egli dimostrò che il processo che ha portato alla formazione di cinture di meteoriti, avrebbe portato allo stesso risultato la popolazione di *debris* presente in LEO. Ciò non sarebbe accaduto in tempi estremamente lunghi, così come si riteneva inizialmente, ma sarebbero bastate alcune decadi se il trend di produzione di detriti fosse rimasto lo stesso. Questo fenomeno, a cui fu attribuito il nome di *Sindrome di Kessler* da John Gabbard, consiste in un incremento esponenziale ed incontrollato del numero di detriti in orbita. A seguito di una collisione si generano infatti numerosi frammenti, i quali aumentano la probabilità di causare ulteriori collisioni, in una reazione a catena che renderebbe tale orbita non più utilizzabile per un lungo periodo di tempo.

È possibile classificare i tipi di collisione fra oggetti in orbita in base alla gravità del loro risultato, in:

- *Non catastrofiche e trascurabili*, in cui generalmente collidono due *debris* di piccole dimensioni, generando frammenti di dimensione trascurabile, senza avere significative ripercussioni sull'ambiente spaziale né sul breve né sul lungo periodo;
- *Non catastrofiche*, in cui si ha la collisione di due frammenti di medie dimensioni o con un oggetto intatto, generando un numero limitato di detriti catalogabili, e che hanno quindi un limitato impatto sull'ambiente spaziale nel breve periodo;
- *Catastrofiche*, in cui si ha la collisione di frammenti di grosse dimensioni o di oggetti intatti, generando un numero elevato di detriti catalogabili, e che hanno quindi un pesante impatto sull'ambiente spaziale sia sul breve, sia sul lungo periodo. Questo tipo di collisioni contribuisce in maniera sostanziale alla *Sindrome di Kessler*.

2.4 Rischi per le attività umane

I rischi per le attività umane nello spazio derivanti dagli *space debris* sono molteplici e rischiano di intaccare la buona riuscita delle missioni. Nel caso di veicoli spaziali con equipaggio umano, i rischi sono ancora più elevati, dal momento che può venire messa a rischio l'incolumità dell'equipaggio stesso.

Considerando i rischi derivanti da un'ipotetica collisione, le strategie messe in atto allo stato dell'arte attuale consistono essenzialmente nella protezione dello *spacecraft* con appositi dispositivi, e in *Collision Avoidance Maneuvers*. In particolare, queste ultime sono particolarmente efficaci nel caso di detriti di grandi dimensioni: di essi è infatti possibile rilevare la posizione e propagarne l'orbita con sufficiente accuratezza per determinare se la probabilità di collisione è sufficientemente bassa o se si rende necessaria una manovra di evasione. Nel caso invece di detriti di dimensioni inferiori al millimetro, non è possibile registrarne la posizione né prevederne le numerosissime possibili collisioni. Vengono quindi utilizzati degli appositi dispositivi di protezione, le schermature di Whipple. Essi prendono il nome dall'astronomo americano Fred Whipple che le inventò, e sono costituite da sottili pannelli posti ad una certa distanza dallo *spacecraft*, con il compito di frammentare il *debris* incidente e disperderne quindi l'energia cinetica.

Queste due strategie, tuttavia, possono non essere sufficienti: basti pensare al caso della *International Space Station (ISS)* nel 2009. Essa, pur essendo dotata di numerosissime schermature di protezione e potendo contare su un monitoraggio dei possibili *debris* incidenti all'avanguardia, rischiò una collisione, tanto che l'equipaggio fu costretto ad imbarcarsi sulla capsula *Soyuz*, pronto a rientrare in caso di emergenza.

Nella storia dell'esplorazione spaziale, i casi di danneggiamenti a satelliti in orbita riconducibili a *space debris* sono numerosi. Nel 1996 il satellite *Cerise* fu urtato dai frammenti rilasciati dall'esplosione dell'*upper-stage* di un lanciatore Ariane. Nel 2009 e nel 2010 rispettivamente i satelliti Terra e Aura subirono danni a seguito di impatti con *Micro Meteoroids and Orbital Debris (MMOD)*. Nel 2013 la stessa sorte toccò al satellite *GOES-13*.

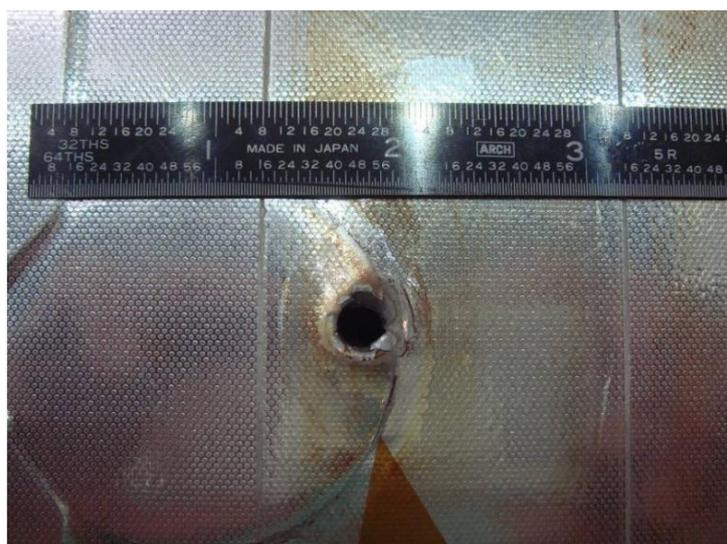


Figura 3: Danneggiamento di un radiatore da MMOD

Numerosi sono stati anche i casi di impatto con *spacecraft* con equipaggio umano, in particolar modo con lo *Space Shuttle*. Nel 1983, durante il secondo volo del *Challenger* un debris ne danneggiò la parte anteriore, così come successe nel 1994 all'*Endeavour*. Nei lanci successivi si registrarono anche danneggiamenti al sistema di protezione termica, oltre a danni minori generalizzati.

2.5 Metodi di contrasto ai debris

Considerati i rischi per le attività umane descritti in precedenza, e ricordando il rischio rappresentato dalla Sindrome di Kessler, appare evidente come si rendano necessarie delle strategie di contrasto alla crescita incontrollata della popolazione di *debris* in orbita, in particolar modo in LEO. I metodi proposti prevedono da un lato di diminuire l'immissione in orbita di nuovi detriti, e dall'altro di rimuovere quelli già presenti, o tramite auto-rimozione, o mediante la rimozione da parte di un agente esterno.

2.5.1 Diminuzione dell'immissione di detriti

A partire dal 2010, molte strategie per ridurre la produzione di detriti iniziarono ad essere studiate ed applicate. Una fra le più semplici ed efficaci è costituita dalla cosiddetta *passivazione*: essa è applicabile agli stadi di lanciatori e in generale a tutti quei componenti aventi a bordo del carburante residuo non più necessario. Rilasciandolo in orbita si evita che esso possa portare ad esplosioni accidentali. Ciò non permette la rimozione del *debris* stesso, ma evita che esplodendo produca grandi quantità di piccoli frammenti.

Un'altra strategia consiste nel lancio di satelliti aventi inizialmente un'orbita ellittica, con un perigeo posizionato all'interno dell'atmosfera terrestre. In questo modo, il *drag* atmosferico permette un rapido decadimento dell'orbita e l'oggetto verrà distrutto nel rientro in atmosfera. Questa strategia è molto efficace anche nel caso di lanciatori, per i quali viene assicurata la rimozione in tempi non eccessivi.

2.5.2 Auto-rimozione

Nel caso di auto-rimozione, la missione viene esplicitamente progettata affinché i componenti abbiano la capacità di compiere un rientro controllato in atmosfera, se la quantità di propellente residuo lo permette, o di posizionarsi su di orbite con un perigeo in atmosfera al fine di sfruttare il decadimento dell'orbita ad opera del *drag*.

In altri casi, inoltre, è possibile prevedere un'orbita "cimitero" in cui si vanno a posizionare tutti i resti di satelliti non più utilizzabili, senza la necessità di prevedere il rientro a Terra.

La propulsione, chimica o elettrica, non è però l'unico metodo utilizzabile: recentemente sono state proposte nuove tecnologie, come ad esempio le vele solari o i cavi elettrodinamici.

2.5.3 Rimozione attiva

La rimozione attiva, o *Active Debris Removal* (ADR), avviene mediante un dispositivo esterno (un veicolo *chaser*, raggi laser, reti, arpioni, ...) che causa il decadimento dell'orbita del detrito, o la sua cattura, a seconda della tecnologia utilizzata. Il grande vantaggio di questa classe di metodi, rispetto ai precedenti, è dato dal fatto che è utilizzabile su qualsiasi tipo di detrito. Le precedenti tecnologie, infatti, erano vincolate dalla progettazione del dispositivo, e sarebbero dunque utilizzabili solo sui satelliti e lanciatori di nuova generazione su cui verranno installati. Questa tecnologia è invece applicabile anche ai detriti già in orbita, per i quali non sono previste strategie di rientro autonome.

Fra le varie tecnologie disponibili o attualmente in via di sviluppo, quella più promettente sembra essere la consegna di un kit di *de-orbit* da parte di un *chaser*. Il kit contiene un propulsore, in genere chimico o elettrico, che fornisce al *target* un ΔV che ne permette il rientro in atmosfera. Seppur non ancora realizzata, una tale missione sarebbe in grado di coinvolgere più detriti per uno stesso *chaser*, permettendo quindi una forte riduzione dei costi.

Questa tecnologia non è priva di difficoltà, dal momento che la consegna del kit richiede che avvenga un *rendez-vous* e un *docking* fra il *chaser* e il *target*. Sebbene tali manovre siano oggi fattibili, e anzi vengono eseguite con discreta frequenza, in questo caso il *target* sarebbe di tipo non collaborativo, rendendo la manovra di maggiore complessità e rischio. Finora, ciò che è stato fisicamente eseguito in condizioni simili a queste, riguarda il rifornimento e/o il riposizionamento di vecchi satelliti, al fine di prolungarne la vita operativa. I principali progetti di riferimento, per quanto riguarda il rifornimento in orbita sono *Orbital Express*, lanciato da NASA e DARPA nel 2007, e *Robotic Refueling Mission* (RRM), lanciato da NASA nel 2011. È invece degno di nota, per quanto riguarda le operazioni di *station keeping* e riposizionamento orbitale, il programma *ConeXpress - Orbital Life Extension Vehicle* (CX-OLEV). La prima missione che si prevede porterà a termine una completa procedura di ADR è invece prevista per il 2025, con il programma *Clean Space One*. Obiettivo di questa missione dimostrativa è la cattura da parte di un *chaser* di un *cubesat*, con il relativo rientro in atmosfera.

Capitolo 3

Elementi di meccanica orbitale

Si presentano di seguito gli elementi di meccanica orbitale necessari alla trattazione del problema dei detriti spaziali: i parametri che ne descrivono la posizione e gli effetti che ne determinano l'orbita e la propagazione temporale della posizione.

3.1 Il problema dei due corpi

Il problema dei due corpi, o *Two Body Problem* (2BP) descrive il movimento reciproco di due corpi, m_1 e m_2 , supposti sferici, dovuto esclusivamente all'influsso della forza gravitazionale. Così come teorizzato da Isaac Newton nel 1687, la forza gravitazionale è una forza centrale e attrattiva, proporzionale al prodotto delle masse e inversamente proporzionale al quadrato della distanza dei due corpi:

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad (3.1)$$

Dove $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{kg} \cdot \text{s}^2$ rappresenta la *costante di gravitazione universale* e \vec{r} è il vettore congiungente la massa m_1 e m_2 .

Definito un sistema di riferimento inerziale XYZ , i vettori \vec{R}_1 e \vec{R}_2 rappresentano la posizione del centro di massa rispettivamente della massa m_1 e m_2 . Ciascuno dei due corpi è soggetto alla forza di attrazione gravitazionale dell'altro corpo; \vec{F}_{12} è la forza esercitata su m_1 da m_2 , e viceversa \vec{F}_{21} è la forza esercitata su m_2 da m_1 . Il vettore posizione del centro di massa del sistema \vec{R}_G è così definito:

$$\vec{R}_G = \frac{m_1 \vec{R}_1 + m_2 \vec{R}_2}{m_1 + m_2} \quad (3.2)$$

È quindi possibile definire i vettori velocità e accelerazione:

$$\vec{V}_G = \vec{R}_G = \frac{m_1 \vec{R}_1 + m_2 \vec{R}_2}{m_1 + m_2} \quad (3.3)$$

$$\vec{a}_G = \vec{R}_G = \frac{m_1 \vec{R}_1 + m_2 \vec{R}_2}{m_1 + m_2} \quad (3.4)$$

Si definisce il vettore \vec{r} , posizione relativa di m_2 rispetto a m_1 , e il relativo versore \vec{u}_r :

$$\vec{r} = \vec{R}_2 - \vec{R}_1 \quad (3.5)$$

$$\vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|} \quad (3.6)$$

È quindi possibile definire le forze \vec{F}_{21} e \vec{F}_{12} :

$$\vec{F}_{21} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_r = -\vec{F}_{12} \quad (3.7)$$

Applicando la seconda legge di Newton i corpi di massa m_1 e m_2 si ottiene:

$$m_1 \vec{R}_1 = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_r \quad (3.8)$$

$$m_2 \vec{R}_2 = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_r \quad (3.9)$$

Sommando la (3.8) e la (3.9) si ottiene $m_1 \vec{R}_1 + m_2 \vec{R}_2 = 0$; ne consegue che l'accelerazione del centro di massa del sistema formato dai due corpi è nulla, e dunque può essere utilizzato come origine di un sistema di riferimento inerziale.

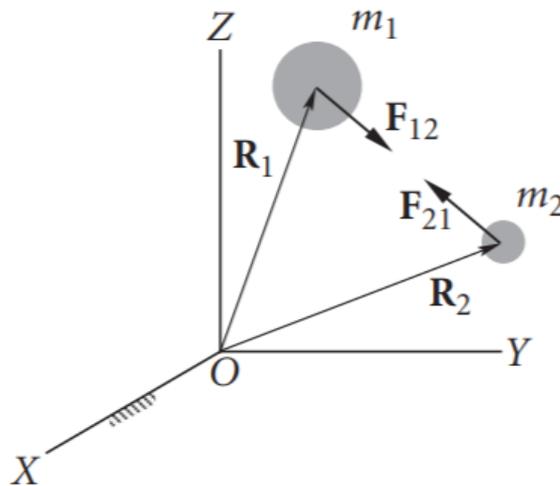


Figura 4: Vettori posizione e forze agenti

Moltiplicando le equazioni (3.8) e (3.9) rispettivamente per m_1 e m_2 si ottiene:

$$m_1 m_2 \vec{R}_1 = G \frac{m_1 m_2^2}{r^2} \vec{u}_r \quad (3.10)$$

$$m_1 m_2 \vec{R}_2 = -G \frac{m_1^2 m_2}{r^2} \vec{u}_r \quad (3.11)$$

Sottraendo la (3.10) alla (3.11) si ottiene:

$$m_1 m_2 (\vec{R}_2 - \vec{R}_1) = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} (m_1 + m_2) \vec{u}_r \quad (3.12)$$

$$\vec{r} = -G \frac{m_1 + m_2}{r^2} \vec{u}_r \quad (3.13)$$

Si definisce il parametro gravitazionale μ :

$$\mu = G(m_1 + m_2) \quad (3.14)$$

Tramite cui è possibile esprimere in forma compatta l'equazione (3.13):

$$\vec{r} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} \quad (3.15)$$

La (3.15) è un'equazione differenziale del secondo ordine che ammette la seguente soluzione:

$$r = \frac{h^2}{\mu} \frac{1}{1 + e \cos \nu} \quad (3.16)$$

Dove, come si vedrà in maniera più approfondita nel Paragrafo seguente, h rappresenta il momento angolare dell'orbita, e rappresenta l'eccentricità dell'orbita e ν rappresenta l'anomalia vera.

Un caso particolare di problema dei due corpi è il problema dei due corpi ridotto o *Restricted Two Body Problem* (R2BP), in cui si hanno due masse M e m , con $M \gg m$. Si può quindi trascurare l'influenza della massa m , e il parametro gravitazionale μ può essere definito in maniera semplificata come:

$$\mu = GM \quad (3.17)$$

Il centro di massa del sistema composto dai due corpi può quindi essere fatto coincidere con il centro di massa della massa M . Questo caso risulta essere particolarmente adatto alla descrizione dell'orbita percorsa dai detriti spaziali, e, più in generale, da tutti gli oggetti in orbita attorno alla Terra soggetti alla sola forza di attrazione gravitazionale.

3.1.1 Costanti dell'orbita

Nel caso del R2BP, è possibile notare come l'orbita presenti alcune grandezze costanti. In particolare, esse sono:

- Momento angolare h :

$$\vec{h} = \vec{r} \wedge \dot{\vec{r}} \quad (3.18)$$

- Energia meccanica E :

$$E = \frac{V^2}{2} - \frac{\mu}{r} \quad (3.19)$$

Con V corrispondente alla velocità orbitale del corpo di massa m . Dalla conservazione del momento angolare h in modulo, direzione e verso, discende l'evoluzione planare dell'orbita del corpo di massa m intorno al corpo di massa M .

3.2 Parametri orbitali

Si descrivono ora i principali parametri orbitali necessari alla determinazione di un punto nello spazio intorno alla Terra. Per la definizione di un'orbita nel piano sono necessari due parametri: l'eccentricità e il momento angolare. Per la localizzazione di un punto sull'orbita è inoltre necessario un terzo parametro, l'anomalia vera. Per la definizione del piano dell'orbita, sono invece necessari 3 parametri aggiuntivi, chiamati Angoli di Eulero. Nel R2BP sono dunque necessari 6 parametri per la determinazione della posizione di un punto in orbita.

Per la determinazione degli Angoli di Eulero, si determina innanzitutto la linea dei nodi, risultante dall'intersezione del piano dell'orbita con il piano equatoriale. Su tale linea, il punto dell'orbita in cui si attraversa il piano equatoriale passando da sotto al di sopra di esso prende il nome di nodo ascendente. L'angolo formato dalla direzione positiva dell'asse X con la direzione del nodo ascendente definisce il primo angolo di Eulero, la *Right Ascension of Ascending Node* Ω (RAAN). Può assumere valori compresi fra 0° e 360° .

L'angolo formato dal piano dell'orbita con il piano equatoriale prende il nome di *inclinazione* i , ed è misurato in direzione antioraria intorno alla linea dei nodi, dall'equatore all'orbita. L'inclinazione i corrisponde anche all'angolo formato dall'asse Z con la normale al piano dell'orbita. Può assumere valori compresi fra 0° e 180° .

Il terzo angolo necessario definisce la posizione del perigeo dell'orbita. Viene quindi introdotto l'*argomento del perigeo* ω , definito come l'angolo compreso fra la linea dei nodi e il vettore eccentricità \vec{e} . Può assumere valori compresi fra 0° e 360° .

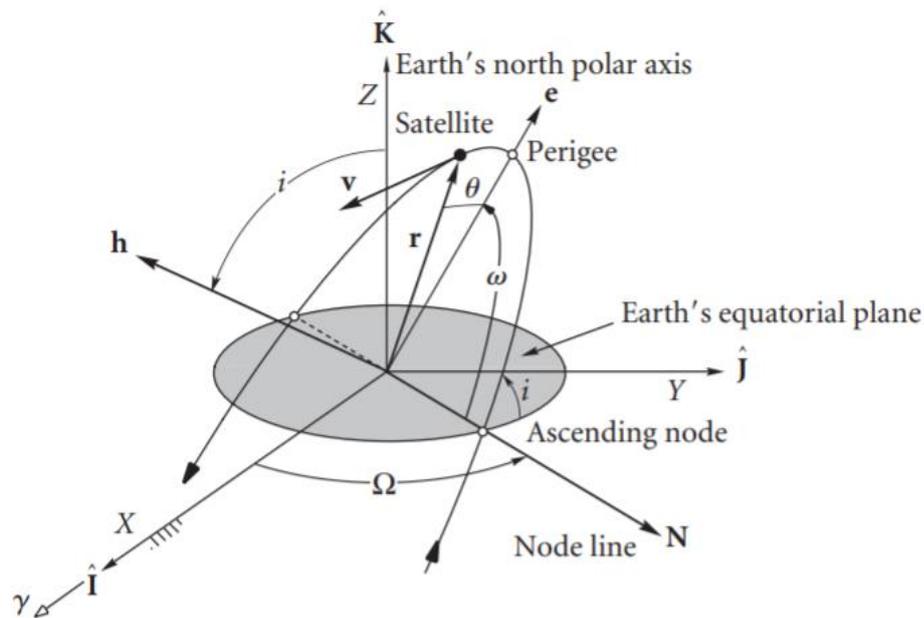


Figura 5: Rappresentazione dei parametri orbitali

Completano il set di 6 parametri l'eccentricità e , il momento angolare h e l'anomalia vera v . Frequentemente, il momento angolare h e l'anomalia vera v sono sostituiti dal semiasse maggiore a e dall'anomalia media M .

In particolare, l'eccentricità e definisce la forma dell'orbita. È possibile infatti dimostrare come le orbite planari possano essere descritte dall'intersezione di un cono con un piano, e al variare dell'eccentricità si ottengano differenti tipologie di orbite. In Tabella 1 è riportato il legame fra i valori di e e le rispettive orbite descritte.

e	orbita
$e = 0$	circonferenza
$0 < e < 1$	ellisse
$e = 1$	parabola
$e > 1$	iperbole

Tabella 1: Tipologia di orbite al variare dell'eccentricità

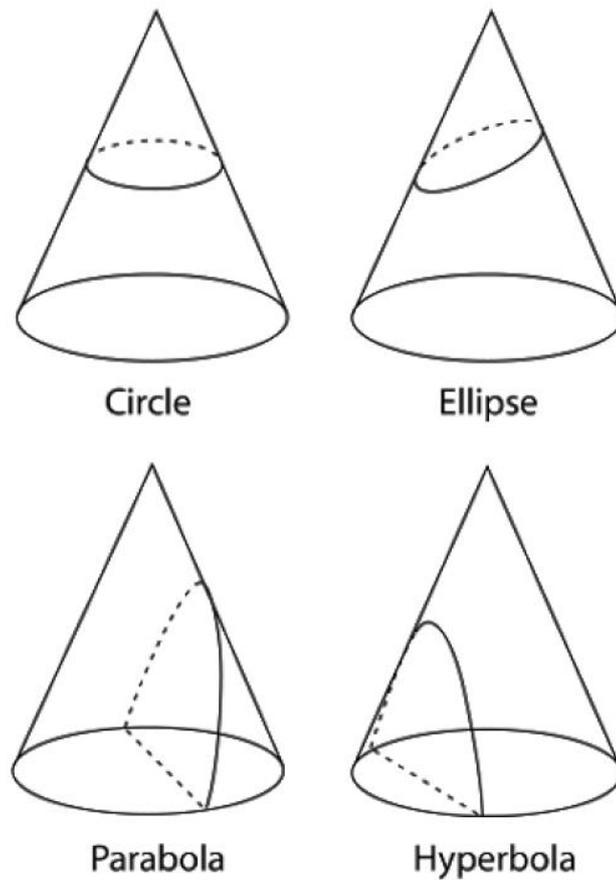


Figura 6: Intersezioni cono-piano

Il semiasse maggiore a definisce la dimensione dell'orbita; nel caso di orbite circolari, coincide con il raggio della circonferenza, mentre nel caso di orbite ellittiche coincide con il semiasse maggiore dell'ellisse. È utilizzato, con significato meno intuitivo ma comunque valido anche per gli altri tipi di orbite. È calcolabile in generale a partire dall'energia dell'orbita E :

$$a = -\frac{\mu}{2E} \quad (3.20)$$

Conclude la trattazione l'anomalia vera v , che definisce l'angolo misurato a partire dal perigeo dell'orbita. Trascurando gli effetti perturbativi che saranno discussi in seguito, questo parametro risulta essere, a differenza dei precedenti, l'unico variabile nel tempo.

3.3 Fenomeni perturbativi

Il problema dei due corpi (2BP), e il problema dei due corpi ridotto (R2BP), presentati precedentemente, descrivono l'orbita ideale di un corpo attorno alla Terra. Nella realtà, però, l'orbita di un satellite o di un detrito è perturbata da numerosi effetti secondari, che non sempre possono essere trascurati.

Le perturbazioni dell'orbita possono essere suddivise in quattro categorie, sulla base della loro dipendenza dal tempo:

- *Perturbazioni secolari*: sono in prima approssimazione proporzionali al tempo, e determinano dunque un continuo aumento o diminuzione della grandezza su cui agiscono.
- *Perturbazioni periodiche di lungo periodo*: causano variazioni armoniche dei parametri orbitali in tempi dell'ordine del periodo di rotazione del periastro per perturbazioni geopotenziali, o dell'ordine di mesi o anni per perturbazioni dovute alla presenza rispettivamente della Luna o del Sole.
- *Perturbazioni periodiche di corto periodo*: causano variazioni armoniche dei parametri orbitali con tempi dell'ordine del periodo di rivoluzione del corpo in orbita.
- *Perturbazioni risonanti*: causano variazioni dei parametri orbitali mediante l'incremento dell'energia del sistema, sfruttando un sincronismo fra il fenomeno perturbativo e il moto orbitale.

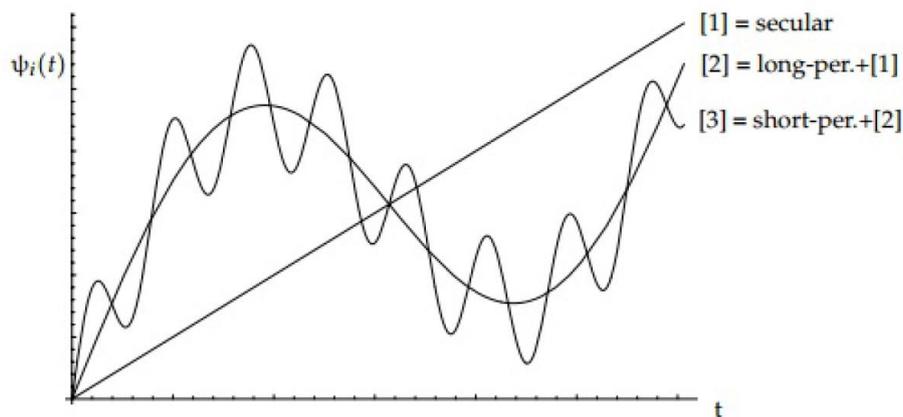


Figura 7: Effetto delle perturbazioni

Le principali perturbazioni a cui sono soggetti i corpi in orbita sono dati dalla presenza di un campo gravitazionale distorto dalla presenza di corpi terzi, dalla resistenza aerodinamica, dalla pressione solare e dalla non perfetta sfericità della Terra. Di questi, *drag* e pressione di radiazione risultano essere fenomeni perturbativi secolari, mentre le perturbazioni del campo gravitazionale presentano caratteristiche periodiche.

Ai fini della propagazione dell'orbita, i due fenomeni perturbativi di maggior rilievo per corpi in orbite LEO sono generalmente la resistenza aerodinamica e la non perfetta sfericità della Terra. Poiché, come sarà discusso più approfonditamente nel Capitolo successivo, i semiassi maggiori dei detriti oggetto di rimozione sono superiori ai 700 km, e i relativi valori di eccentricità sono trascurabili, anche l'effetto della resistenza aerodinamica può essere trascurato.

L'effetto della non sfericità della Terra ha invece un ruolo importante nella propagazione dell'orbita dei detriti. La Terra ha infatti la forma di uno *sferoide oblato*, con un raggio all'equatore di circa 21 km superiore del raggio ai poli, come conseguenza della forza centrifuga generata dalla rotazione terrestre intorno al suo asse. Questa perturbazione può essere espressa come un contributo aggiuntivo di infinite armoniche al potenziale gravitazionale ottenuto nel caso del problema dei due corpi, espresso in coordinate sferiche:

$$V(r, \varphi) = -\frac{\mu}{r} \left[1 + \sum_{k=2}^{\infty} J_k \left(\frac{r_E}{r} \right)^k P_k(\sin \varphi) \right] \quad (3.21)$$

Dove i coefficienti J_k rappresentano le ampiezze dell'espansione e il termine $P_k(\sin \varphi)$ rappresenta il k -esimo *polinomio di Legendre*:

$$P_k(x) = (2^k k!)^{-1} \frac{d^k}{dx^k} [(x^2 - 1)^k] \quad (3.22)$$

Delle infinite armoniche che compongono l'espansione in serie, il termine dominante è quello corrispondente all'indice $k = 2$:

$$J_2 = 1.082629 \cdot 10^{-3} \quad (3.23)$$

Gli altri indici presentano infatti un ordine di grandezza di 10^{-6} . Da esso prende il nome questo effetto perturbativo, chiamato effetto J_2 . Esplicitando il potenziale per il solo termine $k = 2$ si ottiene:

$$P_2(x) = \frac{1}{2} (3x^2 - 1) \quad (3.24)$$

$$V(r, \varphi) = -\frac{\mu J_2 r_E^2}{2r^3} (3\sin^2 \varphi - 1) \quad (3.25)$$

I principali effetti della perturbazione J_2 riguardano il moto di regressione della linea dei nodi e di precessione della linea degli apsidi. Ciò porta i piani orbitali su cui si muovono i *debris* a coincidere, prima di sfasarsi ulteriormente, permettendo finestre di trasferimento particolarmente vantaggiose dal punto di vista del consumo di carburante. Come si vedrà in seguito, la perturbazione J_2 verrà attivamente sfruttata per la minimizzazione dei costi delle trasferte fra un detrito e il successivo.

3.4 Modello dinamico

Sulla base delle considerazioni fatte, l'unico effetto perturbativo considerato risulta essere la perturbazione J_2 . Ne consegue che i valori dei semiassi maggiori a , delle inclinazioni i e delle eccentricità e risultano essere costanti.

Le uniche tre grandezze a registrare variazioni in conseguenza dell'effetto J_2 sono l'ascensione retta del nodo ascendente Ω , l'argomento del perigeo ω e l'anomalia media M . Essi variano secondo le seguenti leggi:

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \frac{J_2 \cos i}{(1-e^2)^2} \left(\frac{r_E}{a}\right)^2 \quad (3.26)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \frac{J_2(5 \cos^2 i - 1)}{(1-e^2)^2} \left(\frac{r_E}{a}\right)^2 \quad (3.27)$$

$$\frac{dM}{dt} = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} + \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \frac{J_2(3 \cos^2 i - 1)}{(1-e^2)^2} \left(\frac{r_E}{a}\right)^2 \quad (3.28)$$

Il presente modello dinamico verrà utilizzato in seguito per la propagazione delle orbite dei detriti, e per il relativo calcolo dei costi delle trasferte, a partire dalle loro posizioni.

Capitolo 4

Definizione del problema e metodo di soluzione

In questo Capitolo si procede alla descrizione e alla formulazione analitica del problema in oggetto, descrivendo inoltre il metodo di soluzione e le relative tecniche utilizzate.

4.1 Global Trajectory Optimization Competition

Il presente lavoro di Tesi si basa sull'ottimizzazione della sequenza di rimozione di detriti multipli in *Low Earth Orbit*. Si assume come caso studio il *Global Trajectory Optimisation Competition 9 (gtoc9)*, una competizione indetta dalla *European Space Agency (ESA)* il 3 aprile 2017, ambientata in un possibile scenario futuro in cui lo sfruttamento commerciale delle orbite LEO è andato ben oltre ogni previsione. A seguito di una esplosione senza precedenti di un satellite in orbita elio-sincrona, l'utilizzabilità dell'orbita stessa viene messa in serio pericolo dalle conseguenze della *Sindrome di Kessler*. La possibilità di continuare ad operare in sicurezza dipende dalla rimozione di 123 detriti, che devono essere fatti rientrare in atmosfera minimizzando il costo della missione complessiva.

Ogni detrito è identificato con un numero progressivo, da 0 fino a 122. Per ognuno di essi sono forniti i principali parametri orbitali necessari al loro posizionamento:

- Semiasse maggiore a ;
- Eccentricità e ;
- Inclinazione i ;
- Right Ascension of Ascending Node (*RAAN*) Ω ;

- Argomento del periastro ω ;
- Anomalia vera ν ;

Tali dati sono riferiti all'istante in cui sono stati individuati. Per la necessaria propagazione dell'orbita, in cui si considera la perturbazione J2 ma si trascura il *drag*, viene anche fornita la data a cui sono riferiti i parametri orbitali di ciascun detrito. In Figura 8, 9 e 10 sono riportati rispettivamente il semiasse maggiore, l'inclinazione e l'eccentricità delle orbite dei detriti, in funzione del RAAN riferito alla data di inizio del primo lancio. Come è possibile notare, tutti i *debris* presentano un'orbita che può di fatto essere considerata circolare, dato il basso valore di eccentricità. Inoltre, l'inclinazione delle orbite è racchiusa in un campo ristretto di valori compreso fra i 96° e i 101° .

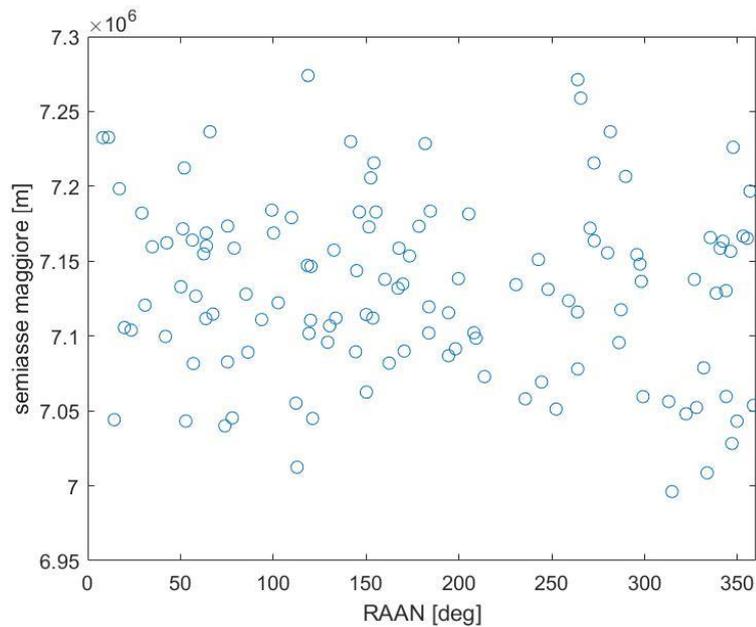


Figura 8: Semiasse maggiore dell'orbita dei detriti in funzione del RAAN

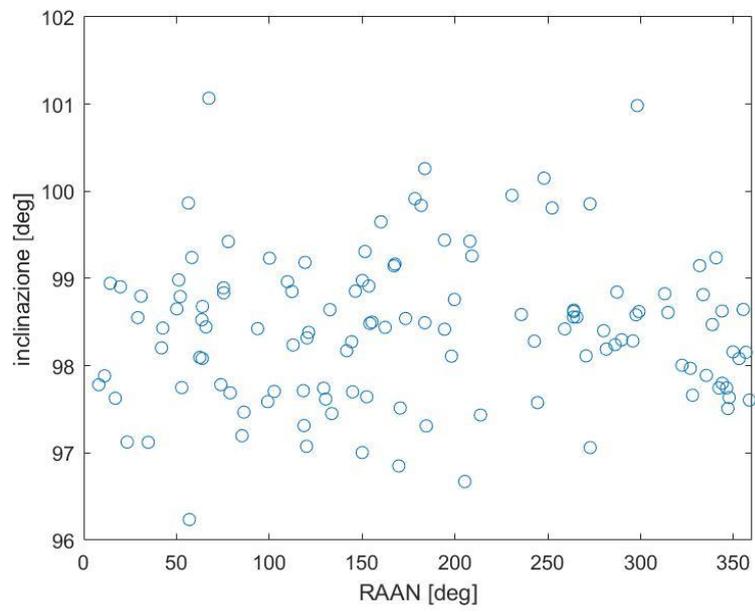


Figura 9: Inclinazione dell'orbita dei detriti in funzione del RAAN

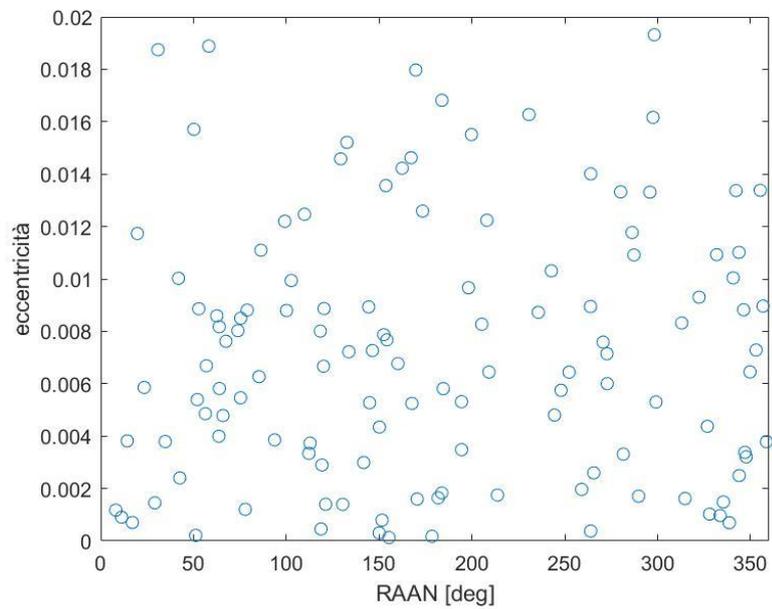


Figura 10: Eccentricità dell'orbita dei detriti in funzione del RAAN

L'obiettivo della missione consiste nella rimozione di tutti i 123 detriti in orbita minimizzando il parametro di costo J definito come:

$$J = \sum_{i=1}^n C_i = \sum_{i=1}^n [c_i + \alpha(m_{0i} - m_{dry})^2] \quad (4.1)$$

Dove n corrisponde il numero totale di lanci necessari al completamento delle missioni. Il costo di ogni lancio è dato da un costo fisso c_i variabile linearmente durante la competizione e compreso fra i valori di 45 e 55 MEUR, e da un costo variabile. Per svincolarsi dalla dipendenza temporale di questo parametro, non necessaria dal momento che la competizione è terminata, si è assunto un valore medio pari a 50 MEUR. Il costo variabile favorisce spacecraft più leggeri poiché è composto da un parametro α pari a $2 \cdot 10^{-6} \text{ MEUR/kg}^2$, e dal quadrato della differenza fra la massa iniziale del *chaser* per ogni missione m_{0i} e la massa a vuoto m_{dry} . Il valore di m_{dry} è fissato e pari a 2000 kg. Durante ogni *rendez-vous* il *chaser* deposita sul relativo detrito un kit di *de-orbit* dalla massa di 30 kg. Per fare ciò, è necessario che rimanga nei pressi del detrito per una durata pari o superiore a 5 giorni. Di seguito si è scelto di assumere il valore fisso minimo pari a 5 giorni. La differenza $m_{0i} - m_{dry}$ è pari alla somma della massa del propellente necessario per le trasferte e dei kit depositati. La massima massa di propellente consentita è pari a 5000 kg.

L'intera missione è inoltre soggetta ai seguenti vincoli operazionali:

- La durata totale fra due successivi *rendez-vous* all'interno della stessa missione non deve superare i 30 giorni. Dal momento che la durata dei *rendez-vous* è stata fissata pari a 5 giorni, ciò equivale ad imporre la durata massima delle trasferte a 25 giorni.
- Missioni diverse non possono essere compiute in parallelo e una durata minima di 30 giorni deve separare la fine di una missione e l'inizio della successiva.
- Tutti gli eventi delle missioni (arrivi, partenze, trasferte) devono avvenire all'interno della finestra temporale consentita compresa fra il 23467 e il 26419 MJD2000. Ciò equivale ad una finestra temporale di 8 anni.
- Il periastro dell'orbita non deve essere inferiore al valore limite di 6600000 m. Questa condizione è da verificare alla fine di ogni arrivo, partenza o manovra, ma non durante questi eventi.

La competizione, ora terminata, fu vinta dal *Jet Propulsion Laboratory* (JPL) della NASA. La soluzione vincitrice da loro presentata prevede la rimozione di tutti i 123 *debris* in 10 lanci. Si presentano di seguito le caratteristiche di ogni lancio, i detriti coinvolti, le durate delle trasferte e dei *rendez-vous* e i costi delle trasferte.

lancio	inizio [MJD2000]	fine [MJD2000]	massa iniziale [kg]	numero detriti	detriti coinvolti
1	23557.18	23821.03	5665.38	14	23 55 79 113 25 20 27 117 121 50 95 102 38 97
2	23851.08	24024.53	4666.15	12	19 115 41 26 45 82 47 85 7 2 11 77
3	24057.47	24561.49	6589.58	21	72 107 61 10 28 3 64 66 31 90 73 87 57 35 69 65 8 43 71 4 29
4	24637.26	24916.44	5679.1	11	108 24 104 119 22 75 63 112 37 32 114
5	24946.47	25232.94	4906.59	14	84 59 98 1 40 51 36 67 62 99 54 122 76 15
6	25262.95	25455.15	5062.74	10	101 48 53 5 12 39 58 13 60 74
7	25485.2	25682.33	4082.33	10	49 9 70 93 105 46 88 118 18 91
8	25712.38	25915.53	3725.73	9	86 34 100 30 92 6 110 96 81
9	25946.06	26237.29	4897.35	12	33 68 116 106 14 52 120 80 16 94 83 89
10	26267.8	26416	3438.62	10	44 111 56 78 0 17 109 103 42 21

Tabella 2: Dettaglio della soluzione JPL

lancio	durata rendez-vous [giorni]																				
1	5.00	5.00	5.04	5.01	5.01	5.03	5.00	5.00	5.00	5.03	5.03	5.04	5.04	5.00							
2	5.00	5.02	5.02	5.00	5.04	5.00	5.05	5.02	5.07	5.03	5.02	5.00									
3	5.00	5.06	5.01	5.02	5.07	5.02	5.04	5.02	5.01	5.02	5.01	5.07	5.06	5.02	5.01	5.01	5.06	5.01	5.02	5.04	5.00
4	5.00	6.01	6.01	6.03	6.05	6.05	6.04	6.01	6.06	6.04	5.00										
5	5.00	5.02	5.07	5.04	5.01	5.01	5.02	5.06	5.06	5.02	5.06	5.01	5.07	5.00							
6	5.00	5.02	5.01	5.04	5.07	5.02	5.01	5.02	5.02	5.00											
7	5.00	5.00	5.06	5.06	5.04	5.06	5.04	5.06	5.03	5.00											
8	5.00	5.01	5.03	5.00	5.01	5.04	5.07	5.02	5.00												
9	5.00	5.51	5.53	5.53	5.53	5.55	5.54	5.53	5.54	5.55	5.52	5.00									
10	5.00	5.54	5.50	5.50	5.52	5.52	5.54	5.53	5.52	5.00											

Tabella 3: Durata dei rendez-vous della soluzione JPL

piccolo, e cioè quando RAAN di *target* e *chaser* sono simili. È quindi possibile sfruttare l'effetto della perturbazione J_2 , che modifica il RAAN dei corpi in funzione del semiasse maggiore e dell'inclinazione, per minimizzare il costo della trasferta. Tuttavia, ci possono essere casi in cui questo tipo di soluzioni non sono applicabili a causa di stretti vincoli temporali sulla durata della trasferta, per le quali si rende necessario un differente metodo di stima del costo. In questo particolare contesto, non si rende mai possibile il verificarsi delle condizioni che permettono la prima strategia, e viene dunque applicata con continuità la seconda.

4.2.1 Durata ottimale della trasferta

Il costo della trasferta di Hohmann per trasferte in cui la variazione di raggio è trascurabile, è dato da:

$$\frac{\Delta V}{V} = 0.5 \frac{\Delta r}{r} \quad (4.2)$$

Considerando la variazione del semiasse maggiore, si può aggiungere anche il contributo dovuto al cambio di eccentricità mediante la seguente formula empirica:

$$\frac{\Delta V}{V} = 0.5 \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \Delta i^2 + \Delta e^2} \quad (4.3)$$

È dunque possibile calcolare in maniera molto semplice i costi delle trasferte.

4.2.2 Durata limitata della trasferta

La durata della trasferta dal *debris* k al *debris* $k + 1$ può essere imposta pari a Δt . Si assume che la trasferta abbia inizio al tempo t_0 e che siano verificate le seguenti condizioni:

- $\Omega_{k+1}(t_0 + \Delta t) - \Omega_k(t_0 + \Delta t) \neq 0$,
- $a_{k+1} - a_k \neq 0$,
- $i_{k+1} - i_k \neq 0$.

Le corrispondenti manovre necessarie per il raggiungimento del *target* sono denominate x , y e z :

$$x = V_0(\Omega_{k+1}(t_0 + \Delta t) - \Omega_k(t_0 + \Delta t)) \sin i_0 \quad (4.4)$$

$$y = V_0 \frac{a_{k+1} - a_k}{2a_0} \quad (4.5)$$

$$z = V_0 (i_{k+1} - i_k) \quad (4.6)$$

Con $a_0 = (a_k + a_{k+1})/2$, $i_0 = (i_k + i_{k+1})/2$ e $V_0 = \sqrt{\mu/a_0}$.

Si considerano trasferite a due impulsi: il primo impulso ΔV_a fornisce una parziale variazione di x , y e z , mentre il secondo impulso ΔV_b completa la manovra con la rimanente differenza. ΔV_a può dunque essere scritta in funzione di tre coefficienti s_x , s_y e s_z :

$$\Delta V_a = \sqrt{(s_x x)^2 + (s_y y)^2 + (s_z z)^2} \quad (4.7)$$

È importante notare come non ci siano restrizioni sul valore assunto dai coefficienti s_x , s_y e s_z . I cambiamenti di semiasse maggiore ed inclinazione possono essere infatti maggiori di quelli previsti originariamente, per sfruttare l'effetto J_2 e ridurre la differenza di RAAN. Questo caso è tipico di quelle manovre per le quali la differenza di RAAN è troppo grande e la durata della manovra non risulta dunque essere sufficientemente lunga.

Si considera l'espressione del RAAN rate:

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \frac{J_2 \cos i}{(1-e^2)^2} \left(\frac{r_E}{a}\right)^2 \quad (4.8)$$

In caso di piccola eccentricità, la variazione di RAAN rate per piccole variazioni di a (δa) e i (δi) si ottiene derivando la (4.8) rispetto ad a e i :

$$\frac{\delta \dot{\Omega}}{\dot{\Omega}} = -\frac{7}{2} \frac{\delta a}{a} - \tan i \delta i \quad (4.9)$$

Ricordando che δa è pari ad $a_{k+1} - a_k$, e che δi è pari ad $i_{k+1} - i_k$, è possibile riscrivere $\delta \dot{\Omega}$:

$$\delta \dot{\Omega} = -7\dot{\Omega}_0 \frac{y s_y}{V_0} - \dot{\Omega}_0 \tan i_0 \frac{z s_z}{V_0} \quad (4.10)$$

Moltiplicando per la durata della manovra Δt si ottiene la differenza di RAAN dovuta alla prima manovra, ed inserendo all'interno della (4.4) si ottiene la differenza di velocità residua Δx :

$$\Delta x = 7\dot{\Omega}_0 y s_y \sin i_0 + \dot{\Omega}_0 \tan i_0 z s_z \sin i_0 \quad (4.11)$$

Introducendo i coefficienti m ed n

$$m = 7\dot{\Omega}_0 \sin i_0 \Delta t \quad (4.12)$$

$$n = \dot{\Omega}_0 \tan i_0 \sin i_0 \Delta t \quad (4.13)$$

È possibile riscrivere l'espressione di Δx come segue:

$$\Delta x = m y s_y + n z s_z \quad (4.14)$$

Il secondo impulso ΔV_b può allora essere espresso come:

$$\Delta V_b = \sqrt{(x - s_x x - \Delta x)^2 + (y + s_y y)^2 + (z + s_z z)^2} \quad (4.15)$$

E l'impulso totale richiesto per la manovra è pari a:

$$\begin{aligned} \Delta V_a + \Delta V_b &= \sqrt{(s_x x)^2 + (s_y y)^2 + (s_z z)^2} + \\ &+ \sqrt{(x - s_x x - \Delta x)^2 + (y + s_y y)^2 + (z + s_z z)^2} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Derivando l'espressione di $\Delta V_a + \Delta V_b$ rispetto ai coefficienti s_x , s_y e s_z è possibile trovare il minimo costo per la manovra. Risulta però molto difficile risolvere analiticamente questo problema. Una possibile approssimazione, valida per manovre con basse inclinazioni, è data dalla minimizzazione della funzione $\Delta V_a^2 + \Delta V_b^2$:

$$\begin{aligned} \Delta V_a^2 + \Delta V_b^2 &= (s_x x)^2 + (s_y y)^2 + (s_z z)^2 + (x - s_x x - \Delta x)^2 + \\ &(y + s_y y)^2 + (z + s_z z)^2 \end{aligned} \quad (4.17)$$

Di fatto, ciò coincide con il trascurare il doppio prodotto $2 \Delta V_a \Delta V_b$. Si deriva quindi la (4.17) rispetto ai coefficienti s_x , s_y e s_z e se ne annullano le derivate:

$$\frac{\partial(\Delta V_a^2 + \Delta V_b^2)}{\partial s_x} = 4x^2 s_x + 2mxy s_y + 2nxzs_z - 2x^2 = 0 \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial(\Delta V_a^2 + \Delta V_b^2)}{\partial s_y} = 2mxy s_x + (4y^2 + 2m^2 y^2) s_y + 2mnyz s_z + 2y^2 - 2mxy = 0 \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial(\Delta V_a^2 + \Delta V_b^2)}{\partial s_z} = 2nxzs_x + 2mnyz s_y + (4z^2 + 2n^2 z^2) s_z + 2z^2 - 2nxz = 0 \quad (4.20)$$

I coefficienti s_x , s_y e s_z possono dunque essere ricavati risolvendo il sistema lineare di tre equazioni in tre incognite risultante e assumono le seguenti espressioni:

$$s_x = \frac{2x + my + nz}{(4 + m^2 + n^2)x} \quad (4.21)$$

$$s_y = \frac{2mx - (4 + n^2)y + mnz}{(8 + 2m^2 + 2n^2)y} \quad (4.22)$$

$$s_z = \frac{2nx + mny - (4 + m^2)z}{(8 + 2m^2 + 2n^2)z} \quad (4.23)$$

Sostituendo i coefficienti all'interno delle espressioni di ΔV_a e ΔV_b , è possibile ricavare il costo approssimato della trasferta. È interessante notare come, nel caso in cui x , y o z assumano valori nulli, nonostante i valori di s_x , s_y o s_z tendano ad infinito,

le espressioni appena definite continuano ad essere valide, poiché per il calcolo di ΔV_a e ΔV_b sono necessari i prodotti $s_x x$, $s_y y$ e $s_z z$.

È possibile inoltre tenere in considerazione anche il contributo dato dal cambio di eccentricità; per piccole variazioni di e , si ha infatti che:

$$\Delta V_e = \frac{1}{2} V_0 \sqrt{(\Delta e_x)^2 + (\Delta e_y)^2} \quad (4.24)$$

Dove e_x ed e_y indicano rispettivamente il prodotto dell'eccentricità e con il seno e il coseno dell'argomento del perigeo ω . Assumendo che la variazione di velocità dovuta al cambiamento di eccentricità sia equamente distribuita sulle due manovre, mediante una formula empirica è possibile calcolare la differenza di velocità richiesta:

$$\Delta V = \sqrt{(0.5\Delta V_e)^2 + \Delta V_a^2} + \sqrt{(0.5\Delta V_e)^2 + \Delta V_b^2} \quad (4.25)$$

È interessante notare come, nel caso in cui s_x sia nullo, s_y ed s_z assumono il valore $-1/2$. Questo implica che le variazioni di semiasse maggiore ed inclinazione richiedono lo stesso valore di ΔV . Inoltre, utilizzando s_x , s_y e s_z per valutare $s_x x$ e $x - s_x x - \Delta x$, si trova la seguente uguaglianza:

$$s_x x = x - s_x x - \Delta x \quad (4.26)$$

L'equazione (4.26) mostra come il primo e il secondo impulso forniscano sempre la stessa variazione di RAAN.

4.3 Traveling Salesman Problem (TSP)

Il problema della ricerca della sequenza ottimale di detriti da rimuovere può essere convertito, mediante opportuni accorgimenti, nel *Traveling Salesman Problem* (TSP) o Problema del Commesso Viaggiatore. Data una serie di città da visitare, di cui si conosce la posizione e la distanza, esso consiste nella ricerca del tragitto che minimizza la distanza percorsa dal commesso. Tutte le città devono essere visitate, e la città di arrivo deve coincidere con quella di partenza, compiendo quindi un percorso chiuso. Le due principali differenze fra il problema in oggetto e il TSP sono:

- Nel caso della rimozione di *debris*, il percorso non è chiuso;
- I punti da raggiungere, nel caso del TSP sono città fisse nello spazio, le cui distanze non sono funzione del tempo. Nel caso di ADR, al contrario, i *debris* non sono fissi nello spazio e le loro distanze variano nel tempo. Inoltre, ciò che deve essere minimizzato non è la distanza, ma il costo delle trasferte (ΔV), che, come si è visto in precedenza, è funzione della durata stessa della trasferta.

Per quanto riguarda il primo punto, è sufficiente risolvere il TSP senza contare l'ultima trasferta che riporta il commesso alla città di partenza. È però importante sottolineare che l'assenza di tale trasferta può far variare la sequenza di ottimo. Per quanto riguarda il secondo aspetto, invece, è possibile utilizzare una media dei tempi delle trasferte per la risoluzione del TSP, e successivamente ottimizzare separatamente anche le durate delle trasferte.

Il TSP è stato formulato per la prima volta nel 1930 ed è essenzialmente un problema di ottimizzazione combinatoria, non risolvibile in forma chiusa e che richiede quindi tecniche di soluzione particolari. La tecnica più semplice e immediata che potrebbe essere utilizzata consiste nel calcolo della distanza percorsa da tutte le combinazioni possibili, di cui si sceglie la migliore. Ciò non è però fattibile già a partire da un numero di città molto modesto: detto infatti n il numero di città da visitare, il numero di combinazioni sarebbe pari a $n!$. Considerando il problema in oggetto, si tratterebbe di analizzare $123!$ possibili combinazioni. Si rende dunque necessaria una differente tecnica risolutiva, presentata nel Paragrafo seguente.

4.4 Ant Colony Optimization (ACO)

Il metodo della *Ant Colony Optimization* (ACO), o Ottimizzazione della Colonia di Formiche, è un algoritmo meta-euristico per la soluzione di problemi combinatori. È il metodo di soluzione del TSP adottato nel presente lavoro di Tesi. Inizialmente proposto da Marco Dorigo nel 1990, esso trae ispirazione dal comportamento delle formiche per la ricerca della miglior sequenza. Attraverso accurati studi sul comportamento di tali animali, si è scoperto che esse tendono ad utilizzare il percorso più breve fra l'ambiente della colonia e le risorse di cibo. Ciò è possibile attraverso una strategia di comunicazione fra gli esemplari basata sulla deposizione di feromone, una sostanza da essi prodotta e rilevabile dagli altri. Il modello di comportamento può essere così riassunto:

1. Una formica percorre, in maniera più o meno casuale, l'ambiente circostante la colonia;
2. Se scopre una fonte di cibo, ritorna alla colonia depositando dietro di sé una scia di feromone e ripercorrendo la traccia da cui è arrivata;
3. Il feromone attrae le altre formiche che, passando di lì, tenderanno a seguire la traccia;
4. Tornando al nido, queste formiche rafforzano il percorso con la deposizione di ulteriore feromone;
5. Se è possibile ottenere cibo dalla stessa fonte, ma attraverso un percorso più breve, le formiche tendono a privilegiarlo;

6. Il percorso corto viene sempre più rafforzato;
7. L'evaporazione del feromone fa sì che il percorso lungo tenda a scomparire;
8. Alla fine del processo tutte le formiche tendono a seguire il percorso più breve.

Questo modello di comportamento viene tradotto dall'ACO in un modello matematico che assume diverse declinazioni in funzione del contesto applicativo in cui viene utilizzato.

4.4.1 ACO per TSP

La *Ant Colony Optimisation* nasce per la risoluzione del *Traveling Salesman Problem*. Si basa sulla "regola casuale di transizione proporzionale". Si definisce la probabilità che una formica k , nella posizione r si muova nella posizione s (se non è già stata visitata) come:

$$p_{rs}^k = \begin{cases} \frac{\tau_{rs}^\alpha \eta_{rs}^\beta}{\sum_{l \in J_r^k} \tau_{rl}^\alpha \eta_{rl}^\beta} & s \in J_r^k \\ 0 & s \notin J_r^k \end{cases} \quad (4.27)$$

Dove J_r^k è l'insieme dei possibili spostamenti della formica, η_{rs} è la visibilità, pari all'inverso della distanza fra le due città, e τ_{rs} è l'intensità della traccia di feromone depositato. α e β sono due parametri dell'algoritmo che regolano l'importanza relativa della visibilità e della traccia.

Una volta completato il percorso, la formica deposita la seguente quantità di feromone:

$$\Delta\tau_{rs}^k = \begin{cases} \frac{Q}{L_k} & (r, s) \in T^k \\ 0 & (r, s) \notin T^k \end{cases} \quad (4.28)$$

Dove T^k è il percorso compiuto dalla formica, L_k la lunghezza del percorso e Q un parametro di regolazione.

Alla fine di ogni iterazione, una certa quantità di feromone evapora. La variazione totale di feromone è quindi data dalla quantità depositata durante l'iterazione, e la quantità evaporata:

$$\tau_{rs} = (1 - e) \tau_{rs} + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{rs}^k \quad (4.29)$$

Dove m è il numero totale di formiche utilizzate, ed e è nuovamente un parametro di regolazione.

4.4.2 ACO per ADR

Le differenze che si sono precedentemente messe in luce tra il problema originario dell'ottimizzazione della sequenza di rimozione dei detriti, e il successivo problema del commesso viaggiatore, impongono delle modifiche al modello matematico di *Ant Colony Optimization* utilizzato per la soluzione. Come prima cosa, il costo della missione non è dato dalla distanza complessiva, ma dal ΔV richiesto dalle varie trasferte. A rigore, considerando il parametro di costo J definito precedentemente e oggetto della minimizzazione, bisognerebbe utilizzare la massa di propellente. In questa fase, però, è lecito trascurare l'effetto dei kit di *de-orbit* data la loro piccola massa. Di conseguenza, minimizzare la massa del propellente diventa equivalente a minimizzare il ΔV totale della missione. La visibilità fra due detriti r e s è quindi data da:

$$\eta_{rs} = \frac{1}{\Delta V_{rs}} \quad (4.30)$$

Inoltre, la dipendenza dei costi dal tempo non permette di avere una traccia di feromone analoga alla precedente. Infatti, mentre la distanza fra le città r e s è costante, e dunque è ugualmente conveniente compiere tale viaggio a inizio o a fine sequenza, la trasferta fra due detriti r e s può variare notevolmente di costo se compiuta a inizio o a fine missione. È necessario quindi avere, per ogni segmento di missione, una traccia di feromone completa e indipendente dalle altre. La matrice della traccia di feromone, dunque, che in origine era di dimensione $n \times n$, con n numero di città da visitare, passa ad essere un tensore di dimensione $n \times n \times n$, con n numero di detriti da rimuovere. In questo modo viene mantenuta la dipendenza dal tempo ed è assicurata una buona convergenza al punto di ottimo da parte del codice.

Per quanto riguarda i parametri di regolazione del codice, dopo aver effettuato alcune prove, si sono utilizzati i valori mostrati in Tabella 6.

<u>parametro</u>	<u>valore</u>
α	1
β	4
Q	0.97
e	0.15

Tabella 6: Parametri per la ACO

4.5 Ottimizzazione genetica

Gli algoritmi genetici sono algoritmi euristici per la risoluzione di problemi di ottimizzazione. L'aggettivo "genetico" fa riferimento al principio di selezione naturale, teorizzato da Charles Darwin, a cui si ispira questo metodo di ottimizzazione. Questo tipo di algoritmi, infatti, valutano diverse soluzioni di partenza e ricombinandole ed introducendo elementi di disordine (analoghe alle mutazioni genetiche casuali) producono nuove soluzioni, di cui si mantengono le migliori (in analogia alla selezione naturale).

Gli *step* seguiti dall'algoritmo sono i seguenti:

1. L'algoritmo genera una popolazione iniziale casuale.
2. L'algoritmo crea una sequenza di nuove popolazioni. Ad ogni step, l'algoritmo utilizza gli individui della generazione attuale per creare la successiva popolazione. Per creare una nuova popolazione, l'algoritmo:
 - a. valuta ogni membro dell'attuale popolazione calcolando il suo valore, e assegnando dei punteggi grezzi;
 - b. riscalda i punteggi grezzi generando i valori di aspettativa;
 - c. Seleziona i membri, chiamati genitori, sulla base dei valori di aspettativa;
 - d. alcuni degli individui della popolazione attuale, con i più bassi valori, sono scelti come *elite* e sono passati direttamente alla popolazione successiva;
 - e. si generano i figli a partire dai genitori. I figli sono prodotti sia attraverso mutazioni casuali a un singolo genitore (mutazione) sia combinando le sequenze dei genitori (crossover);
 - f. sostituisce la popolazione corrente con i figli per formare la nuova popolazione.
3. L'algoritmo si arresta quando si soddisfa uno dei criteri di arresto.

Questo tipo di algoritmo viene utilizzato a valle della *Ant Colony Optimization*: una volta stabilita la sequenza ottimale, di essa ne vengono ottimizzati i tempi delle trasferte per ridurre ulteriormente il costo complessivo.

4.6 Mass Budget

La presenza del kit di *de-orbit* non permette il calcolo diretto della massa iniziale del *chaser* a partire dal ΔV totale, poiché si ha una diminuzione di massa dovuta alla consegna del kit in seguito ad ogni *rendez-vous*. Si rende quindi necessario eseguire il calcolo della massa del *chaser* a ritroso partendo dalla fine della missione. Supponendo di avere una missione composta da n *debris*, e dunque da $n - 1$ trasferte caratterizzate dai costi $\Delta V_1, \Delta V_2, \dots, \Delta V_{n-1}$, si indica con $m_{f,j}$ la massa del *chaser* dopo il *rendez-vous* e il successivo rilascio del kit di *de-orbit* sul j -esimo *debris* della sequenza, e con il pedice $m_{i,j}$ la massa del *chaser* prima del *rendez-vous* con il j -esimo *debris*. Partendo dalla fine della sequenza, si ha che:

$$m_{f,n} = m_{dry} \quad (4.31)$$

$$m_{i,n} = m_{dry} + m_{kit} \quad (4.32)$$

La differenza di massa dovuta al consumo di propellente per la trasferta dal *debris* $n - 1$ al *debris* n , caratterizzata dal valore di ΔV_{n-1} , è definita dall'equazione di Tsiolkovsky:

$$m_{f,n-1} = m_{i,n} e^{\Delta V_{n-1}/c} \quad (4.33)$$

Dove c rappresenta la *velocità efficace di scarico*. È possibile quindi procedere in questo modo, iterando il presente procedimento fino al primo detrito della missione. Non risulta quindi più possibile calcolare il costo di una missione composta da un solo lancio semplicemente sommando i ΔV delle singole trasferte. Nota la massa iniziale del *chaser*, è infine possibile procedere al calcolo, in maniera più accurata, dell'indice di costo J .

Capitolo 5

Risultati

In questo Capitolo si presentano i risultati ottenuti, confrontandoli con la soluzione vincitrice del *gtoc9* sviluppata dal JPL.

5.1 Missione 1

Si considerano inizialmente i detriti coinvolti dalla missione 1 della soluzione JPL. Si vuole determinare la miglior sequenza mediante le tecniche descritte in precedenza, confrontandola con la soluzione JPL per verificarne la bontà. Si considera come data di inizio quella utilizzata dal JPL, il MJD 23557,18.

5.1.1 Tempi esatti

Dal momento che la *Ant Colony Optimisation* rende minimo un parametro assegnato, è possibile procedere minimizzando il costo totale in termini di differenza di velocità o il parametro J . Poiché, come si è detto, si trascura inizialmente l'influenza dei kit di *de-orbit*, e presentando questa sequenza di *debris* un solo lancio, le due ottimizzazioni risultano essere perfettamente equivalenti e restituiscono gli stessi risultati. Si sceglie di procedere con la minimizzazione del ΔV .

Inoltre, questo problema richiede la determinazione sia della sequenza di *debris* da rimuovere, sia della durata delle trasferte fra un detrito e il successivo. Il costo computazionale della risoluzione del caso in cui si ricercano entrambe le incognite è eccessivo, dunque si può inizialmente procedere imponendo i tempi della soluzione JPL e ricercando la sequenza ottimale. Ciò permette di confermare la bontà del codice di ottimizzazione e del modello di approssimazione del costo delle trasferte. Un'ulteriore incognita è data dalla durata dei *rendez-vous* del *chaser* con i *debris*: in questo caso si è imposta la durata stimata dal JPL; va però osservato che tali durate

hanno sempre un valore pari a circa 5 giorni, di conseguenza se si fosse imposta una durata dei *rendez-vous* fissa e pari a tale valore l'errore commesso sarebbe stato minimo e la soluzione non sarebbe stata modificata.

Come è possibile notare in Tabella 7, le due soluzioni risultano essere perfettamente coincidenti.

	J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza														
JPL	70.5	3186.4	1	23	55	79	113	25	20	27	117	121	50	95	102	38	97	
ΔV min	70.5	3186.4	1	23	55	79	113	25	20	27	117	121	50	95	102	38	97	

Tabella 7: Confronto soluzione JPL e ACO per la missione 1 con i tempi esatti

5.1.2 Tempi medi

I tempi ottimali delle trasferte non sono generalmente noti a priori e non potrebbero dunque essere utilizzati come punto di partenza per l'ottimizzazione delle sequenze. La strategia che viene seguita è quindi quella di calcolare la durata delle trasferte ripartendo equamente la durata totale delle missioni sulle trasferte. Rispetto al caso precedente, si ottengono dunque trasferte aventi tutte la stessa durata. Per quanto riguarda i *rendez-vous*, si assume una durata fissa pari a 5 giorni. Si procede quindi ad ottimizzare le sequenze. In questo caso, va però notato come la sequenza JPL non sia necessariamente la migliore (i costi salgono notevolmente, come riportato nel confronto di Tabella 8), e l'algoritmo trovi sequenze con costi totali inferiori (seppur comunque maggiori di quelli ottenuti con la sequenza JPL calcolata con i tempi esatti). Di tali sequenze, si procede successivamente ad ottimizzarne i tempi; nuovamente, le sequenze aventi un costo più basso con i tempi medi, non obbligatoriamente ne avranno uno più basso delle altre anche quando se ne ottimizzeranno i tempi.

In Tabella 9 sono riportati gli *output* del codice per 5 tentativi successivi. È possibile notare come, effettivamente, le soluzioni trovate abbiano un costo inferiore rispetto a quello della sequenza JPL valutata con i tempi medi. Non essendo ancora ottimizzate le durate delle trasferte, i costi sono chiaramente superiori a quelli della sequenza JPL con i tempi ottimi.

	J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza													
JPL tempi esatti	70.5	3186.4	1	23	55	79	113	25	20	27	117	121	50	95	102	38	97
JPL tempi medi	95.2	4058.2	1	23	55	79	113	25	20	27	117	121	50	95	102	38	97

Tabella 8: Confronto soluzione JPL con tempi esatti e tempi medi

tentativo	J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza													
1	87.8	3851.7	1	27	20	117	25	113	55	79	121	50	95	23	102	38	97
2	90.2	3922.1	1	27	20	117	25	113	79	55	121	50	95	23	102	38	97
3	92.3	3979.4	1	27	20	117	25	79	55	113	121	50	95	23	102	38	97
4	89.2	3893.8	1	27	20	25	121	113	55	79	117	50	95	23	102	38	97
5	91.7	3962.5	1	27	20	25	121	113	79	55	117	50	95	23	102	38	97

Tabella 9: Soluzioni ottenute mediante ACO per missione 1 con tempi medi

5.1.3 Ottimizzazione con tempi discreti

Si procede all'ottimizzazione temporale delle sequenze ottenute in precedenza, ricercando le durate ottimali delle trasferte. Si procede dapprima utilizzando durate discrete, in cui le trasferte possono avere durate di 5, 15 e 25 giorni. Si considera ancora una durata dei *rendez-vous* costante e pari a 5 giorni. Essendo la sequenza di lunghezza ridotta, è possibile valutare tutte le combinazioni di durate possibili, e sceglierne la migliore per ciascuna sequenza. Si continua a trascurare la massa dei kit di *de-orbit*, e di conseguenza si ha nuovamente che minimizzare J coincide con minimizzare il ΔV .

In Tabella 10 sono riportati i risultati di tale ottimizzazione: è possibile notare come i costi si abbassino notevolmente, fino ad arrivare ad essere paragonabili (se non in alcuni casi inferiori) a quelli della sequenza JPL.

tentativo	J tempi medi [MEUR]	ΔV tempi medi [m/s]	lanci	J tempi ottimi [MEUR]	ΔV tempi ottimi [m/s]
1	87.8	3851.7	1	68.1	3059.8
2	90.2	3922.1	1	69.7	3148.7
3	92.3	3979.4	1	69.6	3140.2
4	89.2	3893.8	1	71.0	3212.6
5	91.7	3962.5	1	71.7	3243.6

Tabella 10: Confronto costi fra tempi medi e tempi ottimi discreti

5.1.4 Ottimizzazione con tempi variabili

È possibile migliorare la qualità delle soluzioni ottenute ottimizzando la durata delle trasferte con durate non fissate a priori. Ciò è causa di una maggiore complessità poiché le durate possono assumere qualunque valore compreso nel range 5-25 giorni. Per fare ciò, si ricorre ad un algoritmo di ottimizzazione genetico, in cui il parametro da minimizzare è l'indice di costo J, in cui si tiene però in conto dell'influenza del kit di *de-orbit*. Data la complessità dell'operazione e l'alto carico computazionale, si procede all'ottimizzazione della missione che risulta essere più promettente a valle del processo di ottimizzazione temporale con i tempi discreti. Essa è, fra quelle presentate in precedenza, la sequenza generata dalla prima esecuzione del codice.

Si riporta in Tabella 11 un dettaglio dei costi e delle durate delle trasferte ottimizzate mediante l'algoritmo genetico. In Tabella 12 si riporta invece un confronto fra la soluzione JPL e quella appena ottenuta.

È possibile notare come la sequenza appena ottenuta abbia un costo di circa 3 MEUR inferiore rispetto a quella JPL. Il costo J della sequenza JPL è differente rispetto ai casi presentati precedentemente poiché ora è calcolato considerando il contributo del kit rilasciato su ogni detrito. Inoltre, anche il ΔV è leggermente variato poiché si è imposta, per rendere più confrontabili i risultati, una durata dei *rendez-vous* fissa, e pari a 5 giorni.

È inoltre importante notare come la soluzione JPL possa non essere la soluzione ottima se si considera la sola missione 1: per necessità di tempo sulle trasferte delle missioni successive, è possibile che si sia deciso di accorciare la durata della missione per trarre poi un beneficio dai lanci successivi. Ciò è confermato dal fatto che

sommando i tempi delle trasferte si ottiene, nel caso della soluzione JPL un valore pari a 193,63 giorni, mentre nel caso della soluzione appena ottenuta un valore di 226,04 giorni.

	J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza
JPL	79.8	3188.8	1	23 55 79 113 25 20 27 117 121 50 95 102 38 97
ACO	76.8	3056.67	1	27 20 117 25 113 55 79 121 50 95 23 102 38 97

Tabella 11: Confronto fra soluzione JPL e soluzione ACO per missione 1

leg	debris partenza	debris arrivo	durata trasferta	ΔV [m/s]
1	27	20	25.00	216.15
2	20	117	25.00	130.63
3	117	25	8.02	108.21
4	25	113	25.00	259.63
5	113	55	5.00	113.39
6	55	79	5.00	113.35
7	79	121	25.00	347.53
8	121	50	13.15	195.98
9	50	95	5.00	267.71
10	95	23	24.32	432.17
11	23	102	15.55	370.08
12	102	38	25.00	344.84
13	38	97	25.00	157.00

Tabella 12: Dettaglio soluzione ottenuta per la missione 1

5.2 Missione 1+2

Si vuole determinare la sequenza migliore per la rimozione dei *debris* coinvolti nelle missioni 1 e 2 della sequenza JPL. Si assume come tempo di partenza lo stesso assunto dalla soluzione JPL, ossia il MJD 23557,18. Si confrontano di seguito le soluzioni ottenute mediante la *Ant Colony Optimisation* e la soluzione ottenuta dal JPL.

5.2.1 Tempi esatti

Si è inizialmente proceduto alla ricerca della soluzione ottimizzando il ΔV totale della missione. Rispetto al caso dell'ottimizzazione della singola missione, questo caso porta con sé delle maggiori difficoltà legate essenzialmente a due fattori:

- Il numero di *debris* aumenta considerevolmente, e il costo computazionale dell'ottimizzazione è conseguentemente maggiore; data la natura probabilistica dell'ottimizzazione con *Ant Colony Optimisation*, le esecuzioni del codice possono fornire soluzioni differenti, in particolar modo se non si è ancora giunti al punto di ottimo.
- Poiché in questo caso i lanci sono due, la trasferta fra l'ultimo *debris* della missione 1 e il primo della missione 2 non va conteggiata. In caso contrario, dal momento che quella trasferta ha generalmente un costo molto maggiore rispetto alle altre e non è nota a priori, non si giungerebbe alla soluzione desiderata. Per ovviare a questo problema, si è impostato un ΔV di soglia pari a 2 km/s. Tutte le trasferte aventi un costo maggiore, vengono automaticamente poste uguali al valore di soglia. L'ottimizzazione avviene come di consueto e alla fine delle iterazioni viene decurtato dal costo totale il valore della trasferta "fantasma". È interessante notare come non fosse possibile porre a priori uguali a zero i costi delle trasferte con valori superiori al ΔV di soglia, poiché il codice avrebbe considerato le sequenze contenenti molte di tali trasferte come ottimali, avendo un costo nullo.

In seguito, si è proceduto all'ottimizzazione del parametro J, per verificare che anche tale strategia fosse efficace. In questo caso, poiché ogni nuovo lancio porta con sé un'ulteriore costo, non è necessario imporre un ΔV di soglia, ma solo fare attenzione a spezzare la missione nel momento in cui la massa di propellente supera il limite imposto. È interessante notare come le due ottimizzazioni in generale non coincidano: solo nel caso di un solo lancio ottimizzare il ΔV coincide con ottimizzare J. In tutti gli altri casi differiscono, ma possono essere entrambi utilizzati per la ricerca della soluzione ottima.

Come mostrato in Tabella 13, entrambe le strategie funzionano efficacemente riuscendo a trovare la stessa sequenza, coincidente con quella prevista dalla soluzione JPL, o una molto simile avente un costo praticamente identico. È importante notare

come, dato il carattere probabilistico della ricerca della soluzione ottimale della *Ant Colony Optimization*, ripetendo qualche volta l'esecuzione del codice, anche nel caso di J minimo si riesca ad ottenere la soluzione JPL.

Le minime differenze dei costi delle trasferte rispetto a quelle calcolate dal JPL sono unicamente dovute al diverso metodo di calcolo utilizzato per la stima.

	J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza															
JPL	128.8	5530.3	2	23	55	79	113	25	20	27	117	121	50	95	102	38	97		19
ΔV min	128.8	5530.3	2	23	55	79	113	25	20	27	117	121	50	95	102	38	97		19
J min	129.0	5554.3	2	23	55	79	113	25	20	27	117	121	50	95	102	38	97		19

Tabella 13: Confronto soluzione JPL e ACO con tempi esatti per missione 1+2

5.2.2 Tempi medi

Nuovamente, così come per la sequenza precedente, si procede alla ricerca della sequenza ottimale senza l'ausilio dei tempi delle trasferte calcolati dal JPL.

Nell'ottimizzazione di queste sequenze, non si sono utilizzate iterazioni e numero di formiche eccessivamente elevate, poiché ciò avrebbe comportato l'ottenimento di 10 soluzioni identiche. Al contrario, è necessario ottenere delle soluzioni con una certa varietà, in maniera tale che, ottimizzandone i tempi, si trovino i punti di ottimo (o comunque vicini ad esso). Per contro, utilizzando valori troppo bassi, la qualità delle soluzioni sarebbe troppo scarsa e di conseguenza pur imponendo i valori ottimi delle trasferte, le soluzioni ottenute presenterebbero costi eccessivamente alti. È quindi necessario trovare un compromesso fra queste due tendenze opposte.

In Tabella 14 è mostrato il confronto sui costi della sequenza JPL nel passare dai tempi esatti ai tempi medi. In Tabella 15 si riportano le soluzioni ottenute tramite l'ottimizzazione del ΔV totale, in Tabella 16 quelle ottenute tramite l'ottimizzazione del parametro J. Dall'analisi delle soluzioni ottenute, è possibile notare come l'ottimizzazione di J, pur ottenendo alcune soluzioni con un valore di J inferiore rispetto a quello ottenuto con la sequenza JPL con i tempi medi, non conduca a risultati significativi poiché tutti i tentativi sono caratterizzati da 3 lanci; di conseguenza, per quanto se ne possano ottimizzare i tempi e diminuire i costi delle trasferte, il minimo valore di J ottenibile sarebbe di 150, risultando quindi sensibilmente più alto della soluzione JPL con i tempi ottimi.

Il problema della qualità delle soluzioni ottenute minimizzando il parametro J nasce in conseguenza del fatto che l'utilizzo dei tempi medi comporta un generale aumento dei costi delle trasferte. Nella ricerca delle soluzioni è dunque necessario aumentare il limite di 5000 kg posto sulla quantità di propellente massima. Dato però il particolare andamento quadratico di J in funzione della massa di propellente, diventa automaticamente più conveniente aumentare il numero di lanci anziché superare tale soglia. Si rende quindi necessario aumentare contemporaneamente anche il costo fisso di ogni nuovo lancio, portandolo da 50 a 150 MEUR. Il parametro J', di cui si vuole trovare il minimo, risulta quindi essere:

$$J' = \sum_{i=1}^n \left[150 + 2 \cdot 10^{-6} (m_{0i} - m_{dry})^2 \right] \quad (5.1)$$

In tal modo il codice riesce a trovare soluzioni caratterizzate da due lanci, che possono quindi portare a soluzioni ottimali. In Tabella 17 sono mostrati i risultati di tale ottimizzazione. Per semplicità di confronto con gli altri casi, viene riportato il valore di J e non quello del parametro ottimizzato J'.

tentativo	J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza
tempi esatti	128.8	5530.3	2	23 55 79 113 25 20 27 117 121 50 95 102 38 97 19 115 41 26 45 82 47 85 7 2 11 77
tempi medi	177.1	7044.7	2	23 55 79 113 25 20 27 117 121 50 95 102 38 97 19 115 41 26 45 82 47 85 7 2 11 77

Tabella 14: Confronto soluzione JPL con tempi esatti e tempi medi

tentativo J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza
1	199.8	2	23 55 113 79 121 25 27 20 117 50 95 102 97 38 19 26 115 41 47 45 82 85 7 2 11 77
2	176.6	3	23 55 113 79 121 117 20 25 27 102 50 95 19 47 85 115 41 26 45 82 2 7 11 77 97 38
3	181.7	2	23 55 79 113 121 25 20 27 117 50 95 102 38 97 2 19 115 41 45 82 47 85 7 26 11 77
4	175.2	2	23 55 113 79 25 20 27 117 121 50 95 102 38 97 19 26 41 115 45 82 85 47 7 2 11 77
5	177.2	2	23 55 79 113 121 25 27 20 117 50 95 102 38 97 19 47 115 41 45 82 85 7 2 26 11 77
6	177.8	3	23 55 113 79 121 117 25 20 27 102 95 50 19 47 85 115 41 26 45 82 2 7 11 77 97 38
7	194.7	3	7 19 27 20 25 117 79 55 113 102 50 95 121 23 38 97 115 41 47 45 82 85 2 26 11 77
8	184.6	3	19 7 115 55 79 113 20 25 27 102 50 95 121 117 23 97 38 41 45 82 85 47 2 26 11 77
9	180.4	2	27 20 25 121 113 55 79 117 50 95 23 102 38 97 19 41 115 85 45 82 47 7 2 26 11 77
10	207.9	2	27 117 20 25 113 55 79 121 23 95 50 102 38 97 2 19 47 115 41 85 26 82 45 7 11 77

Tabella 15: Soluzioni ottenute mediante ACO con ΔV minimo

tentativo J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza
1	175.7	3	23 55 113 79 121 117 25 20 27 102 50 95 19 47 85 115 41 26 45 82 2 7 11 77 97 38
2	177.2	3	23 55 113 79 121 117 20 25 27 102 50 95 19 26 47 41 115 45 85 82 2 7 11 77 38 97
3	182.3	3	95 38 97 113 79 55 20 25 27 102 50 23 117 121 19 41 115 26 45 82 85 7 47 2 11 77
4	178.4	3	95 38 97 27 20 25 113 55 79 102 50 121 117 23 2 19 41 115 45 82 85 7 47 26 11 77
5	180.6	3	50 95 38 97 113 79 55 25 27 20 102 117 121 23 19 2 41 115 45 47 82 85 7 26 11 77
6	176.6	3	23 55 113 79 121 117 20 25 27 102 50 95 19 47 85 115 41 26 45 82 2 7 11 77 38 97
7	174.2	3	95 38 97 55 79 113 25 20 27 102 50 121 117 23 2 19 115 41 45 82 47 85 7 26 11 77
8	182.4	3	55 113 79 121 117 25 20 27 102 50 95 38 97 23 19 2 115 41 45 82 47 85 7 26 11 77
9	181.3	3	27 20 117 25 121 79 55 113 102 50 95 97 38 23 19 2 115 41 45 85 82 7 47 26 11 77
10	175.6	3	27 20 117 25 121 79 55 113 102 97 38 23 95 50 19 2 115 41 45 82 85 47 7 26 11 77

Tabella 16: Soluzioni ottenute mediante ACO con J minimo

tentativo J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza
1	180.2	2	23 55 113 79 25 20 27 117 121 50 95 102 38 97 2 19 115 41 47 45 82 85 7 26 11 77
2	182.4	3	55 23 113 79 121 117 25 20 27 102 50 95 47 19 26 41 115 45 85 82 2 7 11 77 97 38
3	185.3	3	23 55 113 79 121 25 20 27 102 50 117 95 19 47 85 115 41 26 45 82 2 7 11 77 38 97
4	177.0	2	23 55 113 79 25 20 27 117 121 50 95 102 38 97 19 47 41 115 2 45 82 85 7 26 11 77
5	183.3	2	27 20 117 25 113 79 55 121 50 95 23 102 38 97 2 19 115 41 45 82 47 85 7 26 11 77
6	184.8	3	23 55 113 79 121 25 117 20 27 102 50 95 19 26 47 115 85 45 41 2 82 7 11 77 97 38
7	180.5	2	23 55 113 79 121 25 20 27 117 50 95 102 38 97 2 19 115 41 45 47 82 85 7 26 11 77
8	212.4	2	23 55 113 79 121 117 25 27 20 50 95 102 97 38 19 47 115 41 26 45 82 85 7 2 11 77
9	178.7	2	23 55 79 113 121 25 20 27 117 50 95 102 38 97 19 26 115 41 47 45 82 7 85 2 11 77
10	184.7	2	23 55 113 79 121 117 25 27 20 50 95 102 38 97 19 26 115 41 45 82 85 47 7 2 11 77

Tabella 17: Soluzioni ottenute mediante ACO con J' minimo

5.2.3 Ottimizzazione con tempi discreti

Si procede dunque al calcolo della durata ottimale delle trasferte, utilizzando le sequenze ottenute in precedenza. Si considera ancora una durata dei *rendez-vous* costante e pari a 5 giorni. La durata delle missioni può assumere i valori di 5, 15 e 25 giorni. Per una assegnata sequenza, il calcolo di tutte le combinazioni di durate possibili, della quale si considera la migliore, non è accettabile. Detto n il numero di *debris* coinvolti nella missione, si ha che il numero di combinazioni di durate possibili è pari a 3^{n-1} . Per i detriti delle missioni 1+2, si otterrebbero infatti 847 288 609 443 combinazioni possibili; per questo motivo tale procedura sembra difficilmente praticabile. Per ovviare a questo problema, si è pensato di utilizzare la tecnica della *Ant Colony Optimisation* anche in questo caso. La sola differenza rispetto al caso precedente consiste nel fatto che l'ottimizzazione si basa sulla sola traccia di feromone, e non anche sulla visibilità delle formiche. Inoltre, la distinzione nella minimizzazione del ΔV totale o del parametro J decade. Infatti, dall'ottimizzazione della sequenza con i tempi medi è già imposta la pseudo-trasferta che divide un lancio da un altro. Ne consegue che anche il numero di lanci è già imposto, e di conseguenza le due tipologie di ottimizzazioni coincidono.

Si riporta in Tabella 18 il risultato dell'ottimizzazione temporale per le sequenze ottenute dalla minimizzazione del ΔV totale, in Tabella 19 per quelle ottenute con J minimo in Tabella 20 per quelle ottenute con J' minimo. A conferma di quanto

affermato in precedenza, nel caso di J minimo la diminuzione di costo connessa all'ottimizzazione della durata delle trasferte ha un impatto di molto inferiore rispetto agli altri casi, proprio a causa dell'elevato numero di lanci necessari al completamento della missione.

Si riporta in Tabella 21 un confronto fra la miglior soluzione JPL con i tempi esatti, con i tempi medi, e le tre migliori soluzioni ottenute mediante *Ant Colony Optimisation*. Nuovamente, è possibile notare la bontà dell'ottimizzazione di ΔV e J' totale rispetto a J. Emerge però anche un'ulteriore considerazione: nonostante la miglior soluzione ottenuta presenti una sequenza con un'alta affinità con quella JPL, essa ha un costo maggiore. Ciò è in parte imputabile al fatto che si sono utilizzati per l'ottimizzazione tempi discreti, mentre la soluzione JPL presenta durate delle missioni non fisse, così come accade realmente.

tentativo	J tempi medi [MEUR]	ΔV tempi medi [m/s]	lanci	J tempi ottimi [MEUR]	ΔV tempi ottimi [m/s]
1	199.8	7385.5	2	153.8	6262.2
2	176.6	6266.7	3	164.7	5002.4
3	181.7	7332.4	2	138.3	5990.4
4	175.2	6972.0	2	134.7	5800.5
5	177.2	6972.0	2	141.8	5925.0
6	177.8	6358.3	3	165.5	5109.0
7	194.7	5770.3	3	179.1	5052.3
8	184.6	5590.9	3	167.2	4715.6
9	180.4	7123.0	2	140.8	5915.5
10	207.9	8362.9	2	158.1	6952.8

Tabella 18: Confronto soluzioni ottenute mediante ACO con ΔV minimo, con tempi ottimi discreti

tentativo	J tempi medi [MEUR]	ΔV tempi medi [m/s]	lanci	J tempi ottimi [MEUR]	ΔV tempi ottimi [m/s]
1	175.7	6196.0	3	164.5	4982.2
2	177.2	6308.2	3	163.5	4921.5
3	182.3	7194.7	3	174.2	6186.3
4	178.4	6977.0	3	167.5	5690.1
5	180.6	7554.4	3	169.1	6358.6
6	176.6	6266.7	3	164.3	4973.9
7	174.2	6627.5	3	165.5	5514.0
8	182.4	7239.4	3	167.1	5703.2
9	181.3	6972.7	3	167.9	5669.5
10	175.6	6996.9	3	169.3	6304.6

Tabella 19: Confronto soluzioni ottenute mediante ACO con J minimo, con tempi ottimi discreti

tentativo	J tempi medi [MEUR]	ΔV tempi medi [m/s]	lanci	J tempi ottimi [MEUR]	ΔV tempi ottimi [m/s]
1	180.2	7359.6	2	138.1	6071.4
2	182.4	6650.9	3	168.8	5470.4
3	185.3	6811.1	3	166.6	5188.7
4	177.0	7123.9	2	139.1	6005.7
5	183.3	7359.7	2	139.5	6085.6
6	184.8	6801.7	3	170.4	5632.0
7	180.5	7336.6	2	138.4	5929.0
8	212.4	7577.6	2	157.9	6324.5
9	178.7	7100.0	2	138.5	6008.9
10	184.7	7085.2	2	140.8	5964.5

Tabella 20: Confronto soluzioni ottenute mediante ACO con J' minimo, con tempi ottimi discreti

	J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza
JPL tempi esatti	128.8	5530.3	2	23 55 79 113 25 20 27 117 121 50 95 102 38 97 19 115 41 26 45 82 47 85 7 2 11 77
JPL tempi medi	177.1	7044.7	2	23 55 79 113 25 20 27 117 121 50 95 102 38 97 19 115 41 26 45 82 47 85 7 2 11 77
ΔV min	134.7	5800.5	2	23 55 113 79 25 20 27 117 121 50 95 102 38 97 19 26 41 115 45 82 85 47 7 2 11 77
J min	163.5	4921.5	3	23 55 113 79 121 117 20 25 27 102 50 95 19 26 47 41 115 45 85 82 2 7 11 77 38 97
J' min	138.1	6071.4	2	23 55 113 79 25 20 27 117 121 50 95 102 38 97 2 19 115 41 47 45 82 85 7 26 11 77

Tabella 21: Confronto soluzione JPL e migliori sequenze ACO

5.2.4 Ottimizzazione con tempi variabili

Si procede nuovamente all'ottimizzazione della durata delle trasferte. Si ricorre ad un algoritmo di ottimizzazione genetico, in cui il parametro da minimizzare è, a differenza del caso precedente, il ΔV . Nel caso particolare in cui si trascura la massa

del kit di *de-orbit*, così come in questo caso, ciò equivale a minimizzare J. L'ottimizzazione temporale delle sequenze in cui si considera l'effetto del kit è infatti molto più onerosa dal punto di vista computazionale, e per questioni di praticità si utilizza in prima battuta questa approssimazione.

Si riportano di seguito i risultati derivanti dall'ottimizzazione, che viene condotta solamente sui due casi più favorevoli di ΔV minimo (Tabella 22) e J' minimo (Tabella 23), e non su quello di J minimo, che viene escluso a priori poiché darebbe sicuramente risultati peggiori. È possibile notare come la qualità delle soluzioni aumenti considerevolmente, anche rispetto al precedente caso di trasferite ottimizzate con durate discrete. In Tabella 24 è riportato un confronto fra la soluzione JPL e le migliori sequenze con le durate delle trasferite ottimizzate. Da essa si evince come le soluzioni trovate siano molto simili a quella JPL, seppur con un costo di poco superiore. Inoltre, è interessante notare come le sequenze individuate nei due casi dividano sempre i *debris* in due gruppi uguali, seppur generalmente con un ordine differente. Nel caso del primo lancio, le due sequenze sono addirittura coincidenti.

tentativo	J tempi medi [MEUR]	ΔV tempi medi [m/s]	lanci	J tempi ottimi [MEUR]	ΔV tempi ottimi [m/s]
1	199.8	7385.5	2	137.8	5745.0
2	176.6	6266.7	3	162.0	4703.7
3	181.7	7332.4	2	132.8	5636.6
4	175.2	6972.0	2	129.2	5395.2
5	177.2	6972.0	2	134.7	5581.6
6	177.8	6358.3	3	163.0	4804.6
7	194.7	5770.3	3	173.0	4712.4
8	184.6	5590.9	3	166.7	4469.1
9	180.4	7123.0	2	132.8	5587.6
10	207.9	8362.9	2	145.7	6418.6

Tabella 22: Confronto soluzioni ottenute mediante ACO con ΔV minimo, con tempi ottimi variabili

tentativo	J tempi medi [MEUR]	ΔV tempi medi [m/s]	lanci	J ottimi [MEUR]	ΔV ottimi [m/s]
1	180.2	7359.6	2	131.1	5565.0
2	182.4	6650.9	3	165.0	5061.9
3	185.3	6811.1	3	164.5	4941.7
4	177.0	7123.9	2	130.7	5567.6
5	183.3	7359.7	2	130.9	5564.2
6	184.8	6801.7	3	166.7	5249.5
7	180.5	7336.6	2	133.0	5643.3
8	212.4	7577.6	2	147.8	6026.3
9	178.7	7100.0	2	132.2	5548.9
10	184.7	7085.2	2	139.4	5774.1

Tabella 23: Confronto soluzioni ottenute mediante ACO con J' minimo, con tempi ottimi discreti

	J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza
JPL	128.8	5530.3	2	23 55 79 113 25 20 27 117 121 50 95 102 38 97 19 115 41 26 45 82 47 85 7 2 11 77
ΔV min	129.2	5395.2	2	23 55 113 79 25 20 27 117 121 50 95 102 38 97 19 26 41 115 45 82 85 47 7 2 11 77
J' min	130.7	5567.6	2	23 55 113 79 25 20 27 117 121 50 95 102 38 97 19 47 41 115 2 45 82 85 7 26 11 77

Tabella 24: Confronto soluzione JPL e migliori sequenze ACO

5.2.5 Ottimizzazione singola delle trasferte

Una strategia alternativa che può essere utilizzata per il miglioramento delle soluzioni ottenute è quella di ottimizzare singolarmente le missioni. Ciò si effettua sulla base dei risultati ottenuti minimizzando ΔV totale o J' con i tempi medi (Tabella 15 e 17): analizzando tali sequenze, si nota che le migliori dividono i detriti con ordine diverso, ma ripartendo nelle due missioni sempre gli stessi *debris*. Inoltre, è

interessante notare come tale suddivisione coincida con quella della soluzione JPL. Sulla base di queste considerazioni, è quindi possibile minimizzare il ΔV totale dei *debris* della sola missione 1, e i *debris* della sola missione 2.

Per quanto riguarda la missione 1, la data di partenza non viene modificata e continua ad essere il MJD 23557,18. Si considerano i tempi medi calcolati a partire dalla data di inizio e fine della missione, forniti dalla soluzione JPL. Se ne ottimizza il ΔV totale, delle migliori sequenze ottenute si procede infine ad ottimizzarne i tempi. In questo caso, dal momento che il numero di *debris* si è fortemente ridotto, è possibile eseguire l'ottimizzazione temporale senza la necessità di ricorrere alla *Ant Colony Optimisation*; si calcolano dunque tutte le combinazioni possibili e se ne sceglie la migliore: questa procedura ha il vantaggio di prescindere dal carattere probabilistico dell'ACO, e l'output del programma coincide dunque sempre con la soluzione migliore in senso assoluto.

La missione 2 viene ottimizzata seguendo la stessa procedura della missione 1. L'unica differenza consiste nel fatto che il tempo di inizio missione ora non coincide più con quello calcolato dal JPL, ma con il tempo di fine missione 1, ottenuto dalla precedente ottimizzazione della missione 1.

In Tabella 25 e Tabella 26 sono riassunti i risultati dell'ottimizzazione rispettivamente della missione 1 e della missione 2. In Tabella 27 è riportato un confronto fra la sequenza individuata dal JPL per le missioni 1+2, e la sequenza determinata con la procedura appena descritta. I risultati ottenuti presentano valori di J e di ΔV leggermente migliori di quelli proposti dal JPL.

È importante notare come, nonostante il costo complessivo calcolato sia inferiore a quello JPL, non è assicurato il fatto che la soluzione sia realmente migliore, poiché il procedimento utilizzato per il calcolo dei costi delle trasferte è approssimato, e può fornire risultati con un errore stimabile in qualche punto percentuale. Tale imprecisione è proprio dello stesso ordine di grandezza della differenza fra le due soluzioni confrontate. Inoltre, il calcolo di J è stato eseguito trascurando la massa dei kit di *de-orbit* posizionata su ciascun *debris*. Tale approssimazione è sicuramente ragionevole poiché i kit hanno una massa fissa pari a 30 kg; per soluzioni di così poco differenti essi possono però influire e far preferire una soluzione all'altra.

Infine, va sottolineato come la procedura appena utilizzata non garantisca sempre il raggiungimento delle soluzioni migliori: infatti, poiché le sequenze vengono ottimizzate singolarmente, il minimo della prima sequenza potrebbe corrispondere a trasferte molto lunghe, che spostano la data di inizio della missione 2 causandone un aumento di costo. Ciò va quindi verificato manualmente a posteriori, e in questo caso non avviene poiché le trasferte della missione 1 sono di qualche giorno più lunghe di quelle JPL, le quali prevedono una pausa fra i due lanci di circa 30 giorni, sufficienti a compensare questo ritardo.

Anche in questo caso è possibile procedere ad un ulteriore affinamento della soluzione ottimizzando le trasferte con durate variabili. Questo permette una ulteriore riduzione del costo totale delle missioni. È importante notare come, in questo caso, l'ottimizzazione temporale della missione riesca a trovare il punto di minimo assoluto per la data sequenza, poiché l'algoritmo genetico ottimizza contemporaneamente entrambe le missioni. Il procedimento eseguito in precedenza risulta essere comunque necessario, anche alla luce di quest'ultima considerazione, poiché con l'ottimizzazione temporale della sola prima sequenza si è potuto individuare la data di inizio della seconda missione, indispensabile per la ricerca della sequenza ottimale per il secondo lancio.

tentativo	ΔV tempi medi [m/s]	ΔV tempi ottimi [m/s]	sequenza								durata trasferte ottimizzate [giorni]																		
1	4073.6	3313.3	23	55	113	79	121	25	27	20	5	25	5	15	25	25	5	25	117	50	95	102	38	97	5	5	25	25	25
2	3846.0	3059.8	27	20	117	25	113	55	79	121	25	25	5	25	5	5	25	15	50	95	23	102	38	97	5	25	15	25	25
3	3888.4	3212.6	27	20	25	121	113	55	79	117	15	25	15	5	15	5	25	25	50	95	23	102	38	97	5	25	15	25	25
4	3846.0	3059.8	27	20	117	25	113	55	79	121	25	25	5	25	5	5	25	15	50	95	23	102	38	97	5	25	15	25	25
5	3846.0	3059.8	27	20	117	25	113	55	79	121	25	25	5	25	5	5	25	15	50	95	23	102	38	97	5	25	15	25	25
6	4073.6	3313.3	23	55	113	79	121	25	27	20	5	25	5	15	25	25	5	25	117	50	95	102	38	97	5	5	25	25	25
7	3888.4	3212.6	27	20	25	121	113	55	79	117	15	25	15	5	15	5	25	25	50	95	23	102	38	97	5	25	15	25	25
8	4081.6	3240.6	23	55	113	79	121	25	20	27	15	25	15	5	25	5	15	25	117	50	95	102	38	97	5	5	25	25	25
9	3846.0	3059.8	27	20	117	25	113	55	79	121	25	25	5	25	5	5	25	15	50	95	23	102	38	97	5	25	15	25	25
10	4265.4	3224.0	23	55	113	79	121	25	20	27	15	25	15	5	25	5	25	25	102	50	95	117	38	97	5	15	25	25	25

Tabella 25: Sequenze primo lancio ottimizzate con tempi discreti

tentativo	ΔV tempi medi [m/s]	ΔV tempi ottimi [m/s]	sequenza									durata trasferte ottimizzate [giorni]								
1	3166.9	2456.7	19	115	41	45	82	47	26	85	25	5	15	5	5	5	5	5	5	15
			7	2	11	77								25	5					
2	2887.2	2509.2	19	2	115	41	45	82	85	7	47	25	5	15	5	5	5	5	5	15
			26	11	77										25	5				
3	2887.2	2509.2	19	2	115	41	45	82	85	7	47	25	5	15	5	5	5	5	5	15
			26	11	77										25	5				
4	2996.9	2543.0	19	2	115	41	45	82	26	7	85	25	5	15	5	5	5	5	5	15
			47	11	77										25	5				
5	2900.0	2367.1	19	115	41	45	82	47	85	7	2	25	5	15	5	5	15	5	5	
			26	11	77									15	25	25				
6	3226.5	2659.4	19	2	115	41	45	82	85	7	47	25	5	15	5	5	5	15	5	
			26	77	11									25	25	25				
7	2887.2	2509.2	19	2	115	41	45	82	85	7	47	25	5	15	5	5	5	5	5	15
			26	11	77										25	5				
8	2887.2	2509.2	19	2	115	41	45	82	85	7	47	25	5	15	5	5	5	5	5	15
			26	11	77										25	5				
9	3226.5	2659.4	19	2	115	41	45	82	85	7	47	25	5	15	5	5	5	15	5	
			26	77	11									25	25	25				
10	2904.4	2528.2	19	2	115	41	45	82	47	7	85	25	5	15	5	5	5	5	5	15
			26	11	77										25	5				

Tabella 26: Sequenze secondo lancio ottimizzate con tempi discreti

	J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza																		
JPL	128.8	5530.3	2	23	55	79	113	25	20	27	117	121	50	95	102	38	97		19	115	41	
				26	45	82	47	85	7	2	11	77										
ACO tempi discreti	126.6	5426.9	2	27	20	117	25	113	55	79	121	50	95	23	102	38	97		19	115	41	
				26	45	82	47	85	7	2	11	77										
ACO tempi variabili	126.2	5198.3	2	27	20	117	25	113	55	79	121	50	95	23	102	38	97		19	115	41	
				26	45	82	47	85	7	2	11	77										

Tabella 27: Confronto soluzione JPL e migliori sequenze ACO ottimizzate

5.2.6 Effetto del kit di de-orbit

Il kit di *de-orbit* è stato finora trascurato per ragioni di semplicità. Il suo contributo non è stato infatti finora considerato a causa della sua massa ridotta (30 kg). L'effetto della sua presenza non è però del tutto trascurabile, e porta con sé alcune complicazioni, tra cui il calcolo della massa iniziale del *chaser* (necessario per il calcolo di J) e il suo effetto sull'ordine in cui vengono eseguite le trasferte.

Il calcolo della massa del *chaser* va eseguito a ritroso partendo dalla fine della missione, così come illustrato nel Capitolo 4.

Una seconda implicazione connessa alla presenza del kit di *de-orbit* riguarda l'ordine in cui vengono eseguite le trasferte: poiché, come detto, il costo globale non è calcolabile come somma dei costi parziali, ne consegue che la stessa trasferta, a parità di costo, potrebbe essere più conveniente a inizio o a fine missione. Ciò è dovuto al fatto che la massa del *chaser* varia sia a causa del consumo di propellente, sia a causa del rilascio dei kit. Infatti, se si considerano trasferte dal ΔV alto, si nota come sia vantaggioso posizionarle a fine missione, quando la maggior parte dei kit sono già stati depositati e si ha quindi uno spacecraft alleggerito, con un impatto vantaggioso sul consumo di propellente. È possibile notare questa tendenza dalla regressione lineare effettuata sui costi delle trasferte della missione 1 del JPL, mostrata in Figura 11, in cui il fenomeno appena descritto è particolarmente evidente.

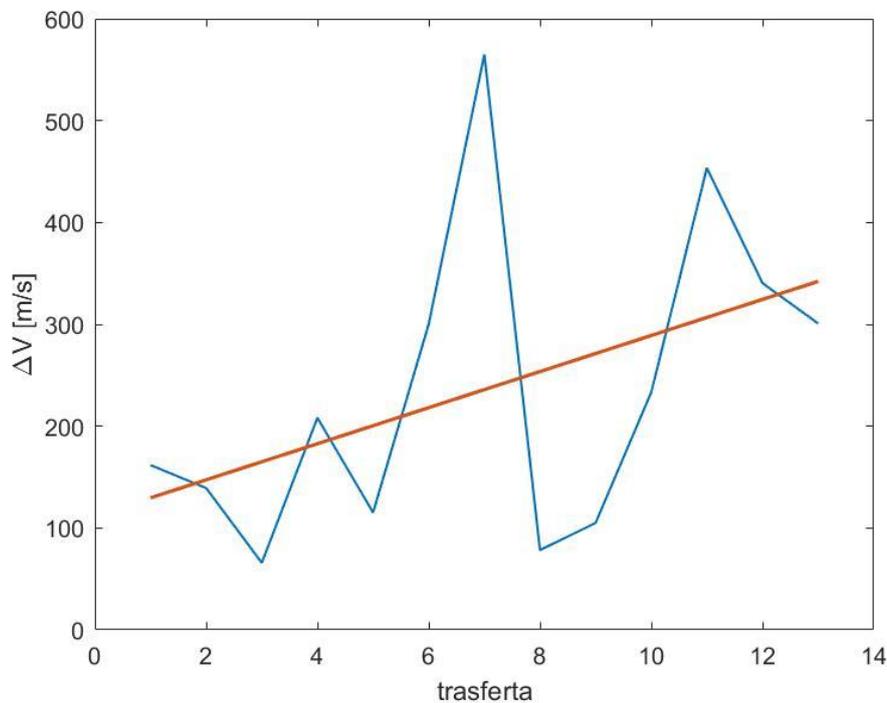


Figura 11: Andamento dei costi delle trasferte per il primo lancio della sequenza JPL

È inoltre interessante notare come l'impatto delle masse dei kit di *de-orbit* sia tutt'altro che trascurabile se si considera il valore numerico di J in senso assoluto. Considerando infatti la sequenza JPL della missione 1 (considerando i costi delle trasferte descritti precedentemente in Tabella 5), e trascurando le masse dei kit di *de-orbit*, si ottiene un valore di J pari a 68,21. Aggiungendo le masse dei kit, il valore di J sale a 76,87, corrispondente ad un incremento del 13% circa.

La soluzione ottima del problema andrebbe ricercata proprio minimizzando il parametro J calcolato tenendo in conto il contributo dei kit di *de-orbit* durante l'ottimizzazione con la *Ant Colony Optimisation*. Tale operazione non viene tuttavia compiuta poiché l'influenza della massa dei kit avrebbe un'incidenza trascurabile sui risultati, a fronte di una complessità maggiore e tempi di esecuzione estremamente dilatati.

Risulta però possibile eseguire l'ottimizzazione temporale della durata delle trasferte, minimizzando il parametro J e considerando l'influenza dei kit. Tale ottimizzazione viene ancora una volta eseguita facendo uso di un algoritmo genetico, in cui le trasferte possono avere durate variabili fra i 5 e i 25 giorni. Questa ottimizzazione viene eseguita sulla miglior sequenza individuata precedentemente.

Si riporta di seguito in Tabella 28 il confronto fra la soluzione JPL e quella individuata dall'ACO.

È interessante notare come la soluzione individuata possieda caratteristiche di costo inferiori rispetto a quella JPL. Si riporta in Tabella 29 la durata delle trasferte calcolata e un dettaglio dei costi della missione. La *leg 14* viene riportata, ma di fatto non esiste poiché coincide con l'inizio di un nuovo lancio e serve dunque solamente per "spezzare" le due sequenze. Come si può notare, infatti, essa presenta un costo in termini di ΔV nullo.

Anche in questo caso, osservando la regressione lineare dei costi delle trasferte della missione 1 riportata in Figura 12, si nota come le trasferte spostate verso la fine della missione tendano ad avere costi maggiori, al contrario di quelle poste all'inizio della missione.

È infine possibile confrontare l'ottimizzazione temporale eseguita per la minimizzazione del ΔV totale (Tabella 27) e del parametro J (Tabella 28). Pur essendo la stessa sequenza, si nota che nel primo caso si ottiene un valore di ΔV leggermente inferiore rispetto al secondo. I valori di J , invece, non sono comparabili poiché nel primo caso è assente il contributo della massa dei kit di *de-orbit*, fattore che conduce inevitabilmente ad una sottostima del costo J reale.

	J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza
JPL	143.2	5530.8	2	23 55 79 113 25 20 27 117 121 50 95 102 38 97 19 115 41 26 45 82 47 85 7 2 11 77
ACO	139.3	5251.4	2	27 20 117 25 113 55 79 121 50 95 23 102 38 97 19 115 41 26 45 82 47 85 7 2 11 77

Tabella 28: Confronto soluzione JPL e miglior soluzione ottenuta

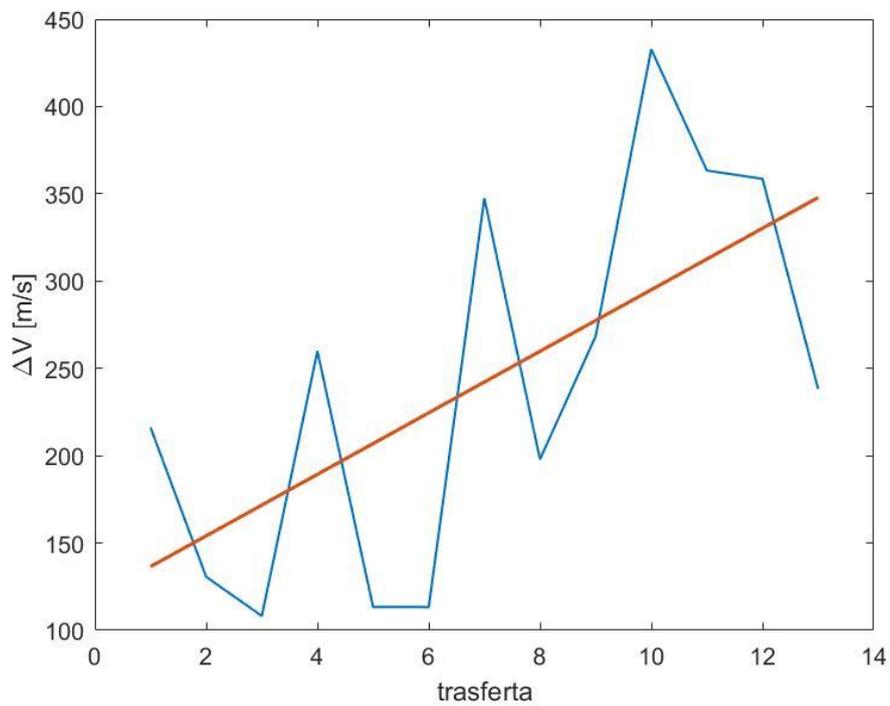


Figura 12: Andamento dei costi delle trasferte per il primo lancio della sequenza ACO

leg	debris partenza	debris arrivo	durata trasferta [giorni]	ΔV [m/s]
1	27	20	25.00	216.15
2	20	117	25.00	130.63
3	117	25	8.03	108.18
4	25	113	24.97	259.84
5	113	55	5.01	113.40
6	55	79	5.01	113.31
7	79	121	25.00	347.52
8	121	50	12.98	197.94
9	50	95	5.03	268.39
10	95	23	24.14	432.76
11	23	102	12.21	363.32
12	102	38	19.54	358.58
13	38	97	10.46	238.24
14	97	19	5.02	0.00
15	19	115	25.00	580.63
16	115	41	5.00	185.49
17	41	26	5.01	145.90
18	26	45	5.01	157.01
19	45	82	20.38	131.59
20	82	47	5.01	78.21
21	47	85	16.39	46.19
22	85	7	5.01	92.42
23	7	2	16.67	109.90
24	2	11	25.00	419.48
25	11	77	5.03	156.54

Tabella 29: Dettaglio soluzione ottenuta per la missione 1+2

5.3 Missione 1+2+3

Si vuole ora procedere a determinare la sequenza migliore per la rimozione dei *debris* coinvolti nelle missioni 1, 2 e 3 della sequenza JPL. Si assume nuovamente come tempo di partenza lo stesso assunto dalla soluzione JPL, ossia il MJD 23557,18. Si confrontano di seguito le soluzioni ottenute mediante la *Ant Colony Optimisation* e la soluzione ottenuta dal JPL.

5.3.1 Tempi esatti

Anche in questo caso, prima di procedere all'ottimizzazione utilizzando i tempi medi, si è eseguita una verifica dell'ottimizzazione utilizzando i tempi esatti forniti dalla soluzione JPL. Si sono utilizzate entrambe le strategie di ottimizzazione, con la minimizzazione del ΔV totale o del parametro di costo J.

Rispetto ai casi precedenti, la complessità del problema cresce ulteriormente a causa del numero molto maggiore di detriti (si noti infatti come i detriti coinvolti nella missione 3 siano ben 21, a fronte dei 14 e dei 12 rispettivamente dei lanci 1 e 2). Insieme al maggior costo computazionale dell'ottimizzazione, si ripresenta, in maniera più marcata, il problema della separazione delle missioni. In questo caso, essendo previste dalla soluzione di ottimo 3 missioni, si rende necessario separare i *debris* in 3 gruppi attraverso due trasferte "fantasma".

Si riportano in Tabella 30 i risultati ottenuti tramite *Ant Colony Optimisation*.

	J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza
JPL	205.2	8984.0	3	23 55 79 113 25 20 27 117 121 50 95 102 38 97 19 115 41 26 45 82 47 85 7 2 11 77 72 107 61 10 28 3 64 66 31 90 73 87 57 35 69 65 8 43 71 4 29
ΔV min	654.4	15607.0	4	27 117 121 55 79 113 20 50 95 87 23 102 97 38 71 43 115 47 82 26 2 41 45 7 8 11 77 85 4 107 61 28 73 90 10 31 29 57 65 66 35 69 19 64 72 3 25
J min	309.3	13138.0	4	3 27 20 25 113 55 79 57 102 50 95 121 117 23 97 38 41 85 45 82 47 2 7 26 11 77 8 29 61 107 10 28 69 66 31 73 65 71 43 35 90 4 64 19 72 115 87

Tabella 30: Confronto soluzione JPL e ACO con tempi medi per missione 1+2+3

Sfortunatamente, come è possibile evincere, nonostante l'utilizzo di un elevato numero di formiche e di un altrettanto elevato numero di iterazioni (si è utilizzato un valore pari a 5000 per entrambi i parametri), che comportano alcune ore di esecuzione del codice, non si è riusciti a giungere alla soluzione proposta dal JPL. Inoltre, le soluzioni ottenute presentano un costo decisamente maggiore rispetto al caso ottimo, e completano la rimozione con 4 lanci anziché 3.

In Tabella 31 si riporta un dettaglio delle varie missioni previste dalle ottimizzazioni, e un confronto fra il numero di *debris* coinvolti nella rimozione in ciascuna missione e le relative masse di propellente.

	missione 1		missione 2		missione 3		missione 4	
	# debris	m_p [kg]						
JPL	14	3199.0	12	2042.7	21	3632.3	-	-
ΔV min	14	5467.9	15	5812.3	17	12787.8	1	0.0
J min	16	4863.3	11	1634.4	13	4042.5	7	3459.2

Tabella 31: Dettaglio delle sequenze 1+2+3 con tempi esatti

È possibile notare come la tecnica di minimizzazione del ΔV totale, oltre a presentare un indice di costo quasi triplo rispetto a quello previsto dal JPL, non rispetti nemmeno il vincolo operativo di massa di propellente massima pari a 5000 kg. Ciò è però in accordo con quanto fatto, poiché minimizzando il ΔV totale e spezzando le missioni quando una trasferta ha un costo superiore ai 2000 m/s, non si tiene conto del vincolo posto sulla massima massa di propellente. Idealmente, se esistesse una sequenza in grado di completare la rimozione senza alcuna trasferta con costo superiore al valore di soglia, il codice la restituirebbe prevedendo un singolo lancio con una massa di propellente estremamente elevata. Inoltre, il quarto lancio prevede un singolo detrito, e si rivela dunque essere particolarmente svantaggioso dal punto di vista del costo poiché si avrebbe un incremento di 50 MEUR per la rimozione di un singolo detrito.

Diverso è invece il discorso per la seconda strategia, la minimizzazione del parametro di costo J. Nonostante anche in questo caso si ottenga un costo maggiore rispetto a quello JPL e un lancio supplementare, questa soluzione rispetta i vincoli operazionali imposti e garantisce una migliore distribuzione dei detriti su ciascun lancio. Inoltre, nonostante le soluzioni non siano perfettamente coincidenti, la ripartizione dei detriti nelle varie missioni è molto simile; osservando i detriti coinvolti nelle varie missioni è infatti possibile notare che:

- La missione 1 prevede la rimozione di 16 *debris*, corrispondenti ai 14 previsti dalla soluzione JPL nel primo lancio, più 2 appartenenti al terzo;
- La missione 2 prevede la rimozione di 11 detriti, di cui 10 previsti dalla soluzione JPL per il secondo lancio, più 1 appartenente al terzo;
- Le missioni 3 e 4 prevedono la rimozione di 20 detriti, di cui 18 previsti dalla soluzione JPL per il terzo lancio, più 2 appartenenti al secondo.

5.3.2 Tempi medi

Si procede ora all'ottimizzazione della sequenza utilizzando i tempi medi, così come si è fatto nei precedenti casi. In Tabella 32 sono riportati i risultati dell'ottimizzazione della sequenza con ΔV minimo e $\Delta V_{soglia} = 2000 \text{ m/s}$. Sulla base delle problematiche riscontrate e delle relative considerazioni emerse dal precedente Paragrafo, e considerando i risultati ottenuti, si rende necessario apportare delle modifiche all'ottimizzazione che minimizza il ΔV totale. Un valore di ΔV di soglia pari a 2 km/s sembra essere infatti troppo basso: il numero di lanci necessari a completare la rimozione varia in maniera inaccettabile fra 4 e 6. Una possibilità può essere quella di incrementare tale valore; si ripetono dunque le operazioni impostando valori di ΔV di soglia pari rispettivamente a 3500 e 5000 m/s. In Tabella 33 e 34 si riportano i risultati ottenuti.

tentativo	J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza
1	1231.9	15099.0	4	117 20 27 25 79 113 55 121 95 50 23 38 97 82 45 85 47 26 7 2 11 77 8 41 29 3 61 107 90 73 10 28 66 71 69 65 43 57 35 4 19 64 102 115 72 87 31
2	743.5	12950.0	5	20 117 121 113 79 55 25 27 102 50 95 23 38 35 97 41 45 26 47 85 2 82 7 61 107 66 64 69 3 31 28 90 10 73 87 57 71 43 65 4 8 19 72 115 77 29 11
3	414.8	11930.0	6	117 27 121 113 55 79 25 20 102 50 95 11 115 45 41 26 47 85 82 7 2 77 8 73 28 10 107 61 90 66 69 65 64 71 43 3 72 19 4 57 35 87 31 97 29 38 23
4	399.0	12519.0	6	121 25 79 113 55 50 23 95 117 87 102 97 38 41 47 45 85 82 7 2 26 11 77 8 69 66 28 3 64 10 73 90 31 61 29 107 57 43 65 35 19 72 115 27 20 4 71
5	1882.1	15652.0	4	27 25 121 79 113 55 20 117 50 95 23 102 38 35 97 26 47 82 2 85 11 77 29 64 28 73 61 107 90 10 69 31 57 87 71 43 66 65 8 4 19 115 3 72 45 41 7

Tabella 32: Confronto soluzioni ottenute mediante ACO con ΔV minimo, tempi esatti, $\Delta V_{soglia}=2000 \text{ m/s}$

tentativo	J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza
1	46858.0	18845.0	2	43 71 107 61 7 115 19 11 41 45 82 85 47 26 2 38 117 23 97 121 20 27 25 50 79 95 113 35 55 29 57 73 31 10 90 69 65 66 8 4 28 64 102 87 72 77 3
2	94567.0	19095.0	2	19 7 115 107 61 82 45 41 11 85 47 26 2 71 23 117 38 97 121 20 27 25 50 79 95 113 55 87 29 57 90 10 31 73 66 65 43 28 69 4 8 64 102 72 77 3 35
3	755.0	14751.0	3	20 27 117 25 113 79 55 121 50 95 23 102 38 97 41 47 82 85 26 2 7 45 8 77 11 4 29 61 107 90 73 10 31 57 69 71 28 43 65 66 19 64 87 72 115 35 3
4	54015.0	18630.0	2	19 7 115 107 61 82 45 11 41 85 47 26 2 43 71 117 38 97 121 23 20 27 25 50 79 95 113 55 29 57 90 73 31 10 69 28 65 66 8 4 35 64 102 72 3 77 87
5	31148.0	17687.0	2	19 7 115 107 61 82 45 41 11 85 47 26 43 71 2 38 117 23 121 97 20 27 25 50 79 95 113 35 55 29 87 57 31 73 10 90 28 69 65 8 4 66 102 64 72 77 3

Tabella 33: Confronto soluzioni ottenute mediante ACO con ΔV minimo, tempi esatti, $\Delta V_{soglia}=3500$ m/s

tentativo	J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza
1	18406.0	50085.0	2	107 61 115 7 19 82 45 41 11 85 47 26 2 71 43 38 117 23 121 97 20 27 25 50 79 113 95 35 55 29 87 10 31 73 57 69 65 66 8 4 90 28 102 64 72 77 3
2	17404.0	28141.0	2	107 61 115 7 19 82 45 11 41 85 47 26 2 71 43 117 38 23 121 97 20 27 25 50 79 95 113 35 55 29 87 57 31 73 10 90 28 69 65 8 4 66 102 64 72 77 3
3	17814.0	34971.0	2	107 61 115 7 19 82 45 41 11 85 47 26 2 71 43 117 38 23 121 97 20 27 25 50 79 113 95 55 35 29 57 73 31 10 90 28 69 87 8 4 65 66 102 64 72 77 3
4	17575.0	28146.0	2	107 61 115 7 19 82 45 11 41 85 47 26 43 71 2 117 38 23 121 97 20 27 25 50 79 95 113 35 55 29 87 57 31 73 10 90 28 69 65 8 4 66 102 64 72 77 3
5	17297.0	28120.0	2	19 7 115 107 61 82 45 11 41 85 47 26 2 71 43 117 38 23 121 97 20 27 25 50 79 113 95 35 55 29 87 57 31 73 10 90 28 69 65 8 4 66 102 64 72 77 3

Tabella 34: Confronto soluzioni ottenute mediante ACO con ΔV minimo, tempi esatti, $\Delta V_{soglia}=5000$ m/s

Si nota innanzitutto che, all'aumentare del valore di soglia per il ΔV , si ha una tendenza all'incremento del valore di ΔV totale e, conseguentemente, anche di J . Al contempo, però, il numero di lanci necessari diminuisce. Le soluzioni ottenute con $\Delta V_{soglia} = 5000 \text{ m/s}$ sono inaccettabili poiché con 2 soli lanci la massa di propellente necessaria eccederebbe di gran lunga il limite massimo consentito. Lo stesso discorso è valido per le soluzioni a 2 lanci ottenute con $\Delta V_{soglia} = 3500 \text{ m/s}$. L'unica soluzione che potrebbe essere accettabile (ma ciò andrà verificato a valle dell'ottimizzazione temporale) risulta quindi essere il tentativo 3. Tale sequenza è caratterizzata da 3 lanci, in particolare:

- Il primo lancio prevede la rimozione di 14 detriti, gli stessi coinvolti nella missione 1 JPL;
- Il secondo lancio prevede la rimozione di 12 detriti, di cui 10 coinvolti nella missione 2 JPL e 2 appartenenti alla terza;
- Il terzo lancio prevede la rimozione di 21 detriti, di cui 19 coinvolti nella missione 3 JPL, e 2 appartenenti alla seconda.

Successivamente, si è proceduto all'ottimizzazione della sequenza minimizzando il parametro J . Anche in questo caso, per minimizzare il numero dei lanci si è deciso di utilizzare il parametro J' , già descritto in precedenza nel Paragrafo 5.2.2. In Tabella 35 sono riportati i risultati ottenuti. I valori di J risultano essere mediamente inferiori rispetto ai valori registrati per le precedenti ottimizzazioni. Tutte le soluzioni sono però questa volta caratterizzate da 4 lanci. Anche in questo caso, ne andrà verificata a posteriori l'accettabilità poiché si è utilizzato come vincolo sulla massa di propellente massima il valore di 10000 kg, il doppio del consentito. Ciò si rende necessario poiché l'ottimizzazione temporale permette una riduzione dei costi, e conseguentemente della massa di propellente. Utilizzando fin da ora il valore più basso, non permetterebbe di sfruttare appieno il margine consentito e porterebbe sicuramente ad un incremento dei lanci previsti. Viceversa, un valore eccessivo renderebbe la quantità di propellente eccessiva, anche nel caso con i tempi ottimizzati.

tentativo	J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza
1	329.9	14654.0	4	27 20 117 25 113 55 79 121 50 23 102 38 97 35 115 41 26 82 2 7 85 47 11 77 8 45 4 66 69 64 31 10 90 28 65 71 57 87 19 72 3 107 61 29 43 73 95
2	346.4	14442.0	4	27 117 25 121 79 55 113 20 102 50 95 87 23 35 38 97 31 11 85 47 2 26 77 8 7 82 45 41 4 28 10 90 73 57 69 65 66 64 19 72 3 115 107 61 29 71 43
3	334.0	14011.0	4	117 20 3 27 55 79 113 25 102 50 95 121 23 38 97 11 31 7 85 47 2 26 77 8 45 41 82 4 29 107 61 87 90 10 73 35 71 65 69 28 43 72 115 64 57 19 66
4	348.7	15300.0	4	23 55 113 79 121 117 20 25 27 50 102 38 97 35 115 71 43 26 7 85 47 2 11 77 8 82 45 41 4 90 10 31 57 73 87 29 107 61 3 72 19 64 66 69 28 65 95
5	374.1	14196.0	4	27 20 117 25 121 55 113 50 95 87 102 38 97 35 23 31 11 7 85 47 2 26 77 8 82 45 41 4 66 69 28 10 90 73 71 65 43 57 64 19 72 3 115 61 107 79 29
6	411.0	15844.0	4	20 117 3 27 25 79 55 113 57 102 87 121 23 35 97 38 31 7 85 47 26 2 11 8 45 82 77 4 41 90 73 28 66 65 71 69 43 64 19 72 115 61 107 50 29 95 10
7	392.9	14955.0	4	19 7 115 107 61 82 45 11 41 85 47 26 2 71 43 117 38 23 121 97 27 20 25 50 79 113 95 35 55 29 57 73 31 10 90 28 69 65 66 4 8 102 64 87 72 77 3
8	389.7	16001.0	4	27 117 20 25 55 113 121 95 23 87 102 38 35 97 71 85 82 47 26 7 11 77 2 8 41 45 4 69 64 66 31 73 10 90 28 65 43 57 19 72 3 115 61 107 29 79 50
9	385.4	15640.0	4	117 20 3 27 25 113 55 102 50 95 121 23 38 97 115 43 26 47 85 7 45 82 41 8 77 4 2 11 90 73 10 28 69 66 71 65 57 87 72 19 64 35 31 107 61 79 29
10	390.5	15755.0	4	117 20 27 25 79 113 55 121 50 95 23 102 35 38 97 19 82 47 85 26 2 11 77 8 7 45 41 4 28 10 73 31 90 69 65 66 43 87 57 64 72 115 3 61 107 29 71

Tabella 35: Confronto soluzioni ottenute mediante ACO con J' minimo, tempi esatti

5.3.3 Ottimizzazione con tempi variabili

Avendo accertato per i precedenti casi la maggiore efficienza dell'ottimizzazione della durata delle trasferte con i tempi variabili anziché con i tempi discreti, e considerando la non eccessiva differenza di richiesta computazionale, si decide di procedere direttamente con i tempi variabili, trascurando la presenza dei kit di *de-orbit*.

Si riportano di seguito i risultati restituiti da tale ottimizzazione. Per completezza e per poterne apprezzare le differenze, si riporta l'ottimizzazione di tutte le sequenze ottenute in precedenza. Di queste, quelle che vanno escluse risultano essere quelle aventi una massa di propellente superiore a quella consentita. Ciò corrisponde ad un ΔV massimo per lancio pari a:

$$\Delta V_{max} = I_{sp} g_0 \ln \left(\frac{m_p}{m_{dry}} + 1 \right) = 4177 \text{ m/s} \quad (5.2)$$

In realtà, tale valore è un limite superiore non raggiungibile a causa dell'effetto dei kit di *de-orbit*. Considerando la sua presenza la massa di propellente aumenterà, a scapito del ΔV_{max} . Può però essere utilizzato in questa sede come riferimento per l'accettabilità delle soluzioni ottenute.

tentativo	J tempi medi	ΔV tempi medi	J tempi ottimi	ΔV tempi ottimi	ΔV 1	ΔV 2	ΔV 3	ΔV 4	ΔV 5	ΔV 6
	[MEUR]	[m/s]	[MEUR]	[m/s]	[m/s]	[m/s]	[m/s]	[m/s]	[m/s]	[m/s]
1	1231.9	15099.0	532.0	11811.3	3399.9	1853.5	6557.9	0.0	-	-
2	743.5	12950.0	419.7	10191.6	3779.1	992.8	5419.7	0.0	0.0	-
3	414.8	11930.0	353.2	9464.1	2311.7	1590.1	3920.5	302.8	0.0	1339.0
4	399.0	12519.0	350.8	9815.6	3745.7	1518.7	2148.7	2207.1	195.4	0.0
5	1882.1	15652.0	726.6	12617.9	3794.1	1030.1	7258.6	535.1	-	-

Tabella 36: Dettaglio lanci delle soluzioni ottenute con ΔV minimo, $\Delta V_{soglia}=2000$ m/s

tentativo	J tempi medi	ΔV tempi medi	J tempi ottimi	ΔV tempi ottimi	ΔV 1	ΔV 2	ΔV 3
	[MEUR]	[m/s]	[MEUR]	[m/s]	[m/s]	[m/s]	[m/s]
1	46858.0	18845.0	8941.4	15237.6	3461.6	11776	-
2	94567.0	19095.0	17979.1	15271.4	2346.4	12925	-
3	755.0	14751.0	346.7	11678.9	3285.9	2713.6	5679.4
4	54015.0	18630.0	12877.4	14911.0	2534	12377	-
5	31148.0	17687.0	7150.5	14220.4	2808.4	11412	-

Tabella 37: Dettaglio lanci delle soluzioni ottenute con ΔV minimo, $\Delta V_{soglia}=3500$ m/s

tentativo	J tempi medi [MEUR]	ΔV tempi medi [m/s]	J tempi ottimi [MEUR]	ΔV tempi ottimi [m/s]	ΔV 1 [m/s]	ΔV 2 [m/s]
1	50085.0	18406.0	10761.1	14910.7	2828.7	12082.0
2	28141.0	17404.0	6558.2	13876.2	2605.2	11271.0
3	34971.0	17814.0	8539.5	14492.1	2789.1	11703.0
4	28146.0	17575.0	6477.2	14041.2	2791.2	11250.0
5	28120.0	17297.0	6780.6	13801.9	2475.9	11326.0

Tabella 38: Dettaglio lanci delle soluzioni ottenute con ΔV minimo, $\Delta V_{soglia}=5000$ m/s

tentativo	J tempi medi [MEUR]	ΔV tempi medi [m/s]	J tempi ottimi [MEUR]	ΔV tempi ottimi [m/s]	ΔV 1 [m/s]	ΔV 2 [m/s]	ΔV 3 [m/s]	ΔV 4 [m/s]
1	329.9	14654.0	269.6	11710.0	3106.9	2431.0	3624.3	2547.8
2	346.4	14442.0	286.6	12048.8	4171.4	2381.7	3148.7	2347.0
3	334.0	14011.0	265.4	11214.2	3598.3	2271.0	3221.5	2123.4
4	348.7	15300.0	261.8	11418.0	3408.7	2626.4	2853.0	2529.9
5	374.1	14196.0	302.2	11745.0	4202.2	2218.1	3972.4	1352.3
6	411.0	15844.0	313.8	13038.3	4585.4	2529.1	3206.1	2717.7
7	392.9	14955.0	289.5	11665.5	2465.3	4424.6	2722.9	2052.7
8	389.7	16001.0	292.0	12561.7	3992.8	2846.6	3495.7	2226.6
9	385.4	15640.0	294.4	12603.4	3232.7	3906.2	3529.7	1934.8
10	390.5	15755.0	301.1	12820.7	3917.4	3020.8	3857.0	2025.5

Tabella 39: Dettaglio lanci delle soluzioni ottenute con J' minimo

Analizzando le soluzioni ottenute, emerge che:

- Nel caso di ΔV minimo con $\Delta V_{soglia} = 2000 \text{ m/s}$, le soluzioni a 5 lanci non sono accettabili, mentre quelle a 6 lanci sono accettabili ma presentano valori estremamente alti per il parametro di costo J.
- Nel caso di ΔV minimo con $\Delta V_{soglia} = 3500 \text{ m/s}$, nessuna soluzione risulta essere accettabile. La soluzione a 3 lanci supera moderatamente il limite, le altre lo superano molto abbondantemente.
- Nel caso di ΔV minimo con $\Delta V_{soglia} = 5000 \text{ m/s}$, nessuna soluzione risulta essere accettabile. Le soluzioni superano abbondantemente il limite imposto.
- Nel caso di J minimo, le soluzioni generate ai tentativi 5, 6 e 7 non sono accettabili. La soluzione 2 risulta essere accettabile, ma il primo lancio ha un valore di ΔV di poco inferiore al limite consentito; considerando il contributo delle masse dei kit di *de-orbit*, tale soluzione verrà con ogni probabilità esclusa. Tutte le altre rispettano i requisiti. In particolare, la soluzione generata al tentativo numero 4 risulta essere quella con il minimo costo.

In definitiva, si desume che la strategia di ottimizzazione che minimizza il ΔV totale non risulta essere adatta alla gestione di gruppi di detriti così numerosi, in cui sono previste più di una trasferta “fantasma” che spezzano le sequenze. Nemmeno modificando i valori di ΔV_{soglia} si riescono infatti ad ottenere sequenze che rispettano i vincoli operazionali imposti. Al contrario, la strategia di minimizzazione di J permette una più efficace ripartizione dei detriti all’interno delle varie missioni, nonostante si siano trovate sole soluzioni caratterizzate da 4 lanci. La prima fra le due strategie, però, non perde di utilità, poiché essa può essere utilizzata per raffinare le soluzioni trovate: a valle della divisione in gruppi di detriti operata dalla minimizzazione di J, è possibile migliorare le sotto-sequenze interne ai lanci. Essa infatti, ove non previste trasferte “fantasma”, si rivela molto efficiente dal punto di vista computazionale.

	J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza
JPL	205.2	8984.0	3	23 55 79 113 25 20 27 117 121 50 95 102 38 97 19 115 41 26 45 82 47 85 7 2 11 77 72 107 61 10 28 3 64 66 31 90 73 87 57 35 69 65 8 43 71 4 29
ACO	261.8	11418.0	4	23 55 113 79 121 117 20 25 27 50 102 38 97 35 115 71 43 26 7 85 47 2 11 77 8 82 45 41 4 90 10 31 57 73 87 29 107 61 3 72 19 64 66 69 28 65 95

Tabella 40: Confronto soluzione JPL e ACO

5.3.4 Ottimizzazione singola delle trasferte

Come eseguito in precedenza, si procede ora all'ottimizzazione delle trasferte singole. A differenza del caso precedente, essendo il numero di detriti e il numero di lanci maggiore, si esegue l'operazione a partire dai tempi medi. Utilizzando le sequenze ottenute dalla minimizzazione del parametro J con i tempi medi, mantenendo la suddivisione in lanci prevista, si ottimizzano le sotto-sequenze minimizzando il ΔV di ciascuna. In seguito, se ne ottimizzano nuovamente le durate temporali delle trasferte.

Si presentano in Tabella 41 e 42 i risultati ottenuti dall'ottimizzazione delle sotto-sequenze, con un confronto sui costi in termini di ΔV per ciascuna sequenza, valutata con i tempi medi. È possibile apprezzare il miglioramento ottenuto da questo secondo processo di ottimizzazione. Considerato l'elevato numero di sequenze, si è eseguito un solo *run* di ottimizzazione per ciascuna sotto-sequenza; nella maggior parte dei casi il ΔV è diminuito, tuttavia nei (rari) casi in cui il codice ha restituito un valore di ΔV maggiore del valore ottenuto in precedenza, si è deciso di mantenere la sotto-sequenza originaria. In altri casi l'output è risultato essere uguale all'input.

In Tabella 43 si riporta invece un confronto fra i costi in termini di ΔV e di J delle sequenze originarie e di quelle ottimizzate, sia per i tempi medi, sia per i tempi ottimi.

In Tabella 44 è invece riportato il ΔV richiesto da ciascun lancio di ciascuna sequenza. Grazie alla diminuzione dei valori di ΔV , ora risulta essere non accettabile la sola sequenza numero 6; tutte le altre risultano accettabili (al netto dell'effetto già citato del kit di *de-orbit*).

Dall'analisi delle sequenze ottenute, la soluzione migliore risulta essere ancora quella ottenuta alla quarta esecuzione del codice, con un costo ora di circa 10 MEUR inferiore rispetto al caso precedente. Il maggior costo rispetto alla sequenza JPL è imputabile al lancio aggiuntivo, che implica un incremento di 50 MEUR.

tentativo	lancio	sequenza	ΔV [m/s]	sequenza ottimizzata	ΔV ottimizzato [m/s]
1	1	27 20 117 25 113 55 79 121 50 23 102 38 97 35	3636.6	27 20 117 25 113 55 79 121 50 23 102 38 97 35	3636.6
	2	115 41 26 82 2 7 85 47 11 77 8 45 4	3395.6	115 41 2 26 7 85 47 11 77 8 45 82 4	2884.6
	3	66 69 64 31 10 90 28 65 71 57 87 19 72 3	3969.4	72 31 65 3 66 69 28 10 90 71 57 87 64 19	3546.5
	4	107 61 29 43 73 95	3641.2	107 61 29 43 95 73	3603.0
2	1	27 117 25 121 79 55 113 20 102 50 95 87 23 35 38 97	4655.0	23 55 79 113 121 25 20 27 102 50 95 87 117 35 97 38	4651.1
	2	31 11 85 47 2 26 77 8 7 82 45 41 4	2706.5	31 11 7 47 2 26 85 8 82 41 45 77 4	2676.6
	3	28 10 90 73 57 69 65 66 64 19 72 3 115	3896.2	69 28 10 90 73 57 65 66 64 19 72 3 115	3883.8
	4	107 61 29 71 43	3173.8	107 61 29 71 43	3173.8
3	1	117 20 3 27 55 79 113 25 102 50 95 121 23 38 97	4353.9	3 25 121 79 113 55 20 27 102 50 95 117 23 38 97	3789.7
	2	11 31 7 85 47 2 26 77 8 45 41 82 4	2748.3	11 31 7 85 47 2 26 77 8 45 41 82 4	2748.3
	3	29 107 61 87 90 10 73 35 71 65 69 28 43	4174.7	29 107 61 87 90 10 73 35 71 65 69 28 43	4174.7
	4	72 115 64 57 19 66	2726.1	72 115 64 57 19 66	2726.1
4	1	23 55 113 79 121 117 20 25 27 50 102 38 97 35	3868.2	23 55 113 79 25 20 27 117 50 121 102 38 97 35	3710.6
	2	115 71 43 26 7 85 47 2 11 77 8 82 45 41 4	3997.5	2 71 43 115 41 85 47 26 11 8 7 82 45 77 4	3803.3
	3	90 10 31 57 73 87 29 107 61	3634.5	10 90 73 57 87 31 29 107 61	2494.0
	4	3 72 19 64 66 69 28 65 95	3787.6	3 72 19 64 66 28 69 65 95	3687.4
5	1	27 20 117 25 121 55 113 50 95 87 102 38 97 35 23	4709.0	27 20 25 121 113 55 117 50 95 87 23 102 35 97 38	4409.6
	2	31 11 7 85 47 2 26 77 8 82 45 41 4	2782.5	31 11 7 85 47 2 26 77 8 82 45 41 4	2782.5
	3	66 69 28 10 90 73 71 65 43 57 64 19 72 3 115	4718.1	90 73 10 28 69 66 65 71 43 57 64 19 72 3 115	4257.4
	4	61 107 79 29	1976.6	107 61 79 29	1933.8

Tabella 41: Confronto costi lanci ottimizzati (1)

tentativo	lancio	sequenza	ΔV [m/s]	sequenza ottimizzata	ΔV ottimizzato [m/s]
6	1	20 117 3 27 25 79 55 113 57 102 87 121 23 35 97 38	5305.4	3 25 121 113 79 55 27 102 57 20 87 117 23 35 97 38	5035.6
	2	31 7 85 47 26 2 11 8 45 82 77 4 41	3035.2	11 31 41 2 26 47 85 8 7 82 45 77 4	2560.8
	3	90 73 28 66 65 71 69 43 64 19 72 115	4012.5	73 90 28 69 66 71 65 43 64 19 72 115	3860.1
	4	61 107 50 29 95 10	3479.2	107 61 50 29 95 10	3451.4
7	1	19 7 115 107 61 82 45 11 41 85 47 26 2 71 43	3634.6	19 7 115 107 61 82 45 11 41 85 47 26 2 71 43	3634.6
	2	117 38 23 121 97 27 20 25 50 79 113 95 35 55	6428.4	117 38 23 121 97 20 27 25 50 79 113 95 35 55	6086.6
	3	29 57 73 31 10 90 28 69 65 66 4 8	4558.5	29 57 31 73 10 90 28 69 65 66 4 8	4483.6
	4	102 64 87 72 77 3	2521.6	102 64 87 72 77 3	2521.6
8	1	27 117 20 25 55 113 121 95 23 87 102 38 35 97	4477.7	27 20 117 25 113 55 121 23 95 87 102 38 97 35	4257.9
	2	71 85 82 47 26 7 11 77 2 8 41 45 4	4124.5	71 2 41 82 85 47 26 11 77 8 45 7 4	3032.7
	3	69 64 66 31 73 10 90 28 65 43 57 19 72 3 115	4410.7	69 64 66 31 10 90 73 57 28 43 65 19 72 3 115	4320.3
	4	61 107 29 79 50	2977.1	107 61 50 79 29	1686.8
9	1	117 20 3 27 25 113 55 102 50 95 121 23 38 97	4338.4	25 3 20 27 113 55 117 121 50 95 23 102 38 97	3951.9
	2	115 43 26 47 85 7 45 82 41 8 77 4 2 11	4380.2	115 43 41 2 47 85 26 11 77 8 82 7 45 4	2633.0
	3	90 73 10 28 69 66 71 65 57 87 72 19 64 35	4354.6	72 65 66 10 90 73 87 57 71 28 69 35 64 19	3504.0
	4	31 107 61 79 29	2555.6	31 107 61 79 29	2555.6
10	1	117 20 27 25 79 113 55 121 50 95 23 102 35 38 97	4540.0	27 20 117 25 113 55 79 121 50 95 102 38 97 35 23	3854.9
	2	19 82 47 85 26 2 11 77 8 7 45 41 4	3907.8	19 2 82 85 47 26 11 77 8 7 41 45 4	3635.0
	3	28 10 73 31 90 69 65 66 43 87 57 64 72 115 3	4595.5	69 66 31 10 90 73 57 87 28 43 65 64 72 3 115	4029.2
	4	61 107 29 71	2700.5	107 61 29 71	2664.7

Tabella 42: Confronto costi lanci ottimizzati (2)

tentativo	SEQUENZE BASE				SEQUENZE OTTIMIZZATE			
	J tempi medi [MEUR]	ΔV tempi medi [m/s]	J tempi ottimi [MEUR]	ΔV tempi ottimi [m/s]	J tempi medi [MEUR]	ΔV tempi medi [m/s]	J tempi ottimi [MEUR]	ΔV tempi ottimi [m/s]
1	329.9	14654.0	269.6	11710.0	305.5	13670.7	254.6	10858.2
2	346.4	14442.0	286.6	12048.8	345.0	14385.3	280.8	11870.8
3	334.0	14011.0	265.4	11214.2	311.6	13438.8	256.5	10840.7
4	348.7	15300.0	261.8	11418.0	312.3	13695.3	251.1	10610.2
5	374.1	14196.0	302.2	11745.0	332.6	13383.3	290.1	11361.3
6	411.0	15844.0	313.8	13038.3	374.7	14907.9	295.4	12380.7
7	392.9	14955.0	289.5	11665.5	522.6	16726.4	277.9	11445.8
8	389.7	16001.0	292.0	12561.7	330.9	13297.7	275.5	10929.3
9	385.4	15640.0	294.4	12603.4	291.2	12644.5	251.9	10134.9
10	390.5	15755.0	301.1	12820.7	325.2	14183.8	267.6	11502.4

Tabella 43: Confronto soluzioni ottenute con J' minimo, ottimizzate

tentativo	$\Delta V 1$ [m/s]	$\Delta V 2$ [m/s]	$\Delta V 3$ [m/s]	$\Delta V 4$ [m/s]
1	3083.5	2063.4	3115.6	2595.7
2	4030.3	2322.9	3166.9	2350.7
3	3231.1	2264.8	3221.5	2123.3
4	3142.5	2952.9	2076.8	2438
5	4123.3	2216.6	3708.1	1313.3
6	4351.4	2406.4	3029.7	2593.2
7	2469.9	4153.1	2770.3	2052.5
8	3813.1	2357.2	3552.7	1206.3
9	3428.1	2193.9	2957.3	1555.6
10	3305.8	2880.5	3375.2	1940.9

Tabella 44: Dettaglio lanci soluzioni ottimizzate

5.3.5 Effetto del kit di de-orbit

A differenza di quanto eseguito precedentemente per i casi di missione 1 e di missione 1+2, l'ottimizzazione temporale delle sequenze in cui si considerano le masse dei kit di *de-orbit* e si minimizza J risulta essere troppo onerosa dal punto di vista computazionale. È possibile però procedere in maniera approssimata notando che le differenze di durata delle trasferte fra i casi di J minimo e di ΔV minimo possono essere trascurate. Ci si limita dunque ad utilizzare le durate calcolate in precedenza per la miglior sequenza ottenuta (soluzione 4) per eseguire un mass budget e verificare dunque che la soluzione rispetti i vincoli imposti.

In Tabella 45 sono riportati i valori di massa dello spacecraft all'inizio di ogni lancio, e i relativi quantitativi di propellente. È possibile notare come la soluzione sia accettabile. In Tabella 46 si riporta un confronto riassuntivo fra i costi della miglior soluzione ottenuta e quella presentata dal JPL, calcolate considerando l'effetto aggiuntivo del kit di *de-orbit*, che causa un inevitabile incremento dei costi.

Si presenta anche un dettaglio delle trasferte della soluzione ottenuta, con le relative durate.

lancio	massa iniziale [kg]	massa propellente [kg]
1	5797.1	3797.1
2	5626.7	3626.7
3	4103.9	2103.9
4	4541.8	2541.8

Tabella 45: Mass Budget

	J [MEUR]	ΔV [m/s]	lanci	sequenza
JPL	233.2	8984	3	23 55 79 113 25 20 27 117 121 50 95 102 38 97 19 115 41 26 45 82 47 85 7 2 11 77 72 107 61 10 28 3 64 66 31 90 73 87 57 35 69 65 8 43 71 4 29
ACO	277.8	10610.2	4	23 55 113 79 121 117 20 25 27 50 102 38 97 35 115 71 43 26 7 85 47 2 11 77 8 82 45 41 4 90 10 31 57 73 87 29 107 61 3 72 19 64 66 69 28 65 95

Tabella 46: Confronto fra la soluzione ottenuta e quella JPL

leg	debris partenza	debris arrivo	durata trasferta [giorni]	ΔV [m/s]
1	23	55	17.0	165.7
2	55	113	25.0	145.2
3	113	79	22.7	59.5
4	79	25	25.0	279.7
5	25	20	5.0	139.8
6	20	27	15.2	259.6
7	27	117	25.0	569.5
8	117	50	5.0	137.7
9	50	121	5.0	119.8
10	121	102	25.0	406.2
11	102	38	25.0	375.4
12	38	97	9.6	253.8
13	97	35	22.5	226.5
14	35	2	5.0	0.0
15	2	71	5.0	245.0
16	71	43	9.9	355.9
17	43	115	5.0	116.0
18	115	41	24.5	247.6
19	41	85	25.0	333.9
20	85	47	5.1	39.0
21	47	26	19.1	128.4
22	26	11	25.0	356.8
23	11	8	25.0	338.7

Tabella 47: Dettaglio soluzione ottenuta per la missione 1+2+3 (1)

leg	debris partenza	debris arrivo	durata trasferta [giorni]	ΔV [m/s]
24	8	7	25.0	329.3
25	7	82	18.0	80.9
26	82	45	18.7	69.2
27	45	77	16.6	122.6
28	77	4	7.8	204.1
29	4	10	15.0	0.0
30	10	90	25.0	130.3
31	90	73	6.9	93.9
32	73	57	25.0	424.5
33	57	87	5.0	212.7
34	87	31	13.7	447.1
35	31	29	25.0	465.7
36	29	107	25.0	234.4
37	107	61	5.0	68.7
38	61	3	5.0	0.0
39	3	72	5.0	90.7
40	72	19	25.0	364.2
41	19	64	25.0	190.1
42	64	66	25.0	570.6
43	66	28	25.0	331.5
44	28	69	25.0	86.0
45	69	65	25.0	263.2
46	65	95	25.0	541.5

Tabella 48: Dettaglio soluzione ottenuta per la missione 1+2+3 (2)

Capitolo 6

Conclusioni

Il problema della determinazione della miglior sequenza di rimozione dei detriti in orbita affrontato nel presente lavoro di Tesi risulta essere particolarmente complesso e delicato. L'ottimizzazione del percorso, unito all'ottimizzazione delle durate delle trasferte e all'elevato numero di detriti coinvolti pongono serie difficoltà nell'affrontare il problema con metodi classici.

Nel presente lavoro di Tesi si è valutata la possibilità dell'utilizzo di tecniche alternative per la soluzione del problema, quali la *Ant Colony Optimisation* per la sequenza, e un algoritmo genetico per la durata delle trasferte.

Così come presentato nel Capitolo 5, le potenzialità offerte da essi sono molteplici e permettono il raggiungimento di risultati molto buoni, a fronte di una richiesta di potenza di calcolo limitata. La natura probabilistica dell'algoritmo della ACO permette un rapido miglioramento della qualità delle soluzioni, sebbene non sia sempre garantito il raggiungimento del punto di ottimo e gli output alle varie iterazioni possano variare. Una serie di tentativi può però contribuire in maniera significativa a mitigare questi fenomeni.

I risultati ottenuti per le sequenze delle missioni 1 e 1+2 hanno permesso di ottenere soluzioni al livello di quelle JPL, fornendo anche spunti per ulteriori miglioramenti.

La complessità legata all'elevato numero di detriti coinvolti nelle missioni 1+2+3 non ha permesso di ottenere soluzioni con costi paragonabili a quelli della soluzione JPL, dal momento che era previsto un lancio in eccesso.

Ulteriori sviluppi futuri sono auspicabili, prevedendo nuovi criteri per la suddivisione dei detriti nei vari lanci e permettendo quindi una forte riduzione dei costi. Ciò garantirebbe l'ottenimento di soluzioni con costi inferiori anche nel caso 1+2+3, permettendo quindi un'estensione dell'approccio fin qui utilizzato a tutti i 123 detriti previsti.

Bibliografia

[1] Shen H. X., Casalino L., Simple ΔV Approximation for Optimization of Debris-to-Debris Transfers

[2] Shen H. X., Zhang T. J., Casalino L., Pastrone D., Optimization of Active Debris Removal Missions with Multiple Targets

[3] Izzo D., Martens M., The Kessler Run, On the Design of the GTOC9 Challenge, Acta Futura, 2018

[4] Petropoulos A., Grebow D., Jones D., Lantoine G., Nicholas A., Roa J., Senent J., Stuart J., Arora N., Pavlak T., Lam T., McElrath T., Roncoli R., Garza D., Bradley N., Landau D., Tarzi., Laipert F., Bonfiglio E., Wallace M., Sims J., GTOC9: Results from the Jet Propulsion Laboratory (team JPL), Acta Futura, 2018

[5] Curtis H., Orbital Mechanics for Engineering Students, Elsevier Aerospace Engineering Series, 2005

[6] Mathworks: Genetic Algorithm

Available at: <https://it.mathworks.com/discovery/genetic-algorithm.html>