

POLITECNICO DI TORINO

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

**Studio analitico, numerico e
sperimentale del fenomeno di
buckling nella compressione di
provini polimerici stampati 3D**

Relatori:
Salvatore Brischetto
Roberto Torre

Candidato:
Ivan Rocco Dipietro

Aprile 2020

*A chi avrebbe voluto esserci.
Il vostro ricordo mi accompagna ogni giorno.*

«Possiamo vedere solo poco davanti a noi,
ma possiamo vedere tante cose che bisogna fare.»

Alan Turing in *Computer e Intelligenza*

Ringraziamenti

Ringrazio il Prof. Brischetto per avermi dato l'opportunità di realizzare questa tesi e per la sempre pronta disponibilità a ricevermi per risolvere dubbi e perplessità. Ringrazio l'Ing. Torre per la preziosa assistenza che mi ha prestato durante lo svolgimento della tesi.

Ringrazio la mia famiglia per l'indispensabile supporto che mi ha fornito durante questi anni di studi che mi ha permesso di andare avanti anche nei momenti più difficili. Mamma, Papá, non potrò mai fare abbastanza per ringraziarvi per tutto quello che fate per me ogni giorno.

Ringrazio Matteo, importantissimo amico che il percorso universitario mi ha fatto trovare. Grazie per tutti i momenti passati insieme, me li ricorderò sempre.

Un grazie a tutto lo staff del Caffé Bolzano, sempre pronto ad accogliermi con simpatia e affetto. Il vostro sorriso ha contribuito ad alleggerire le giornate più pesanti.

Ringrazio i miei più cari amici, che non elenco per timore di dimenticare qualcuno, per aver creduto in me fino in fondo. Grazie per il costante supporto e per le risate che non mi avete mai fatto mancare.

Indice

Ringraziamenti	I
1 Introduzione	1
2 La stampa 3D	3
2.1 La tecnologia della stampa 3D	3
2.2 Tecniche di stampa 3D	4
2.3 Cenni sui materiali	10
3 L'instabilità a compressione	11
3.1 Il fenomeno dell'instabilità	11
3.2 Modello di Eulero	12
3.3 Modello di Eulero tangente	15
3.4 Parabola di Johnson	16
4 La correlazione digitale d'immagine	18
4.1 La tecnica della correlazione digitale d'immagine	18
4.2 Principi fondamentali	19
5 Fabbricazione dei provini	22
5.1 Geometria per il test di compressione	22
5.2 Geometria per il test di trazione	23
5.3 Parametri di stampa	25
5.4 Analisi statistica	27
6 Prova di compressione	44
6.1 Preparazione della prova	44
6.2 Set-up correlazione digitale d'immagine	45
6.3 Comportamento a compressione	47
6.4 Visualizzazione del buckling tramite DIC	53
7 Prova di trazione	67
7.1 Operazioni preliminari	67
7.2 Analisi delle deformazioni tramite DIC	69
7.3 Comportamento a trazione	70

8	Analisi teorica	74
8.1	Post-processing e risultati sperimentali	74
8.2	Applicazione dei modelli teorici	84
9	Analisi con il metodo degli elementi finiti	89
9.1	L'analisi di buckling con gli elementi finiti	89
9.2	Richiami teorici	90
9.3	Analisi 1D	91
9.4	Analisi 3D	96
9.5	Risultati FEM	101
10	Conclusioni e sviluppi futuri	104

Capitolo 1

Introduzione

In questi anni, grazie allo sviluppo di nuove tecnologie, si è cominciato a parlare di quarta rivoluzione industriale. Stanno iniziando ad avvenire alcuni cambiamenti nel mondo industriale, sempre più orientato verso il concetto di smart factory. L'industria 4.0 sarà caratterizzata da avanzati sistemi di produzione interconnessi tra di loro e che fanno largo uso della robotica. Di conseguenza cambiano anche le abilità e le competenze ricercate sul mercato del lavoro, un'importanza maggiore sarà attribuita al problem solving e alla creatività.

Ai cambiamenti dettati dal progresso si affiancano quelli dettati dal sempre più rilevante tema ambientale, il quale spinge verso la ricerca di sistemi energetici più efficienti e l'impiego di materiali innovativi a basso impatto ambientale.

Tra i pilastri della quarta rivoluzione industriale vi è l'additive manufacturing. Questa tecnologia di produzione, inizialmente utilizzata solo per la prototipazione rapida, negli anni ha suscitato un interesse crescente da parte dell'industria, compreso il settore aerospaziale. Un tipico problema da affrontare nella progettazione di strutture aerospaziali, ma più in generale nella scienza delle costruzioni, è il buckling o instabilità a carico di punta.

Questo lavoro di tesi è stato concepito quindi per studiare un problema delle strutture classico, ovvero il buckling, ma associato a una tecnologia avanzata come l'additive manufacturing. Per fare ciò sono stati creati, testati e analizzati dei provini polimerici stampati mediante tecnologia Fused Deposition Modeling. Per ottenere tutte le informazioni necessarie riguardo le proprietà dei provini sono stati eseguiti test sia di compressione che di trazione. In sintesi gli obiettivi sono lo studio dell'insorgere del buckling in elementi stampati e la valutazione dell'applicabilità degli attuali metodi di analisi.

La tesi può essere distinta in due parti. Nella prima parte, che comprende i capitoli dal 2 al 4, sono fornite le basi teoriche riguardo i temi trattati dalla tesi; la seconda parte, che comprende i capitoli dal 5 al 9, ha carattere più pratico e descrive nel dettaglio tutta l'attività che è stata svolta nell'ambito di questa tesi.

Il capitolo 2 tratta l'additive manufacturing. Prima viene presentata questa tecnologia insieme ai suoi vantaggi e svantaggi e ai principali campi di applicazione. Poi vengono passati in rassegna i principali metodi di additive manufacturing, per ognuno di essi sono presentate le caratteristiche principali, pregi e punti deboli. Successivamente vengono forniti dei cenni sui principali materiali impiegati nell'additive manufacturing.

Il capitolo 3 introduce il fenomeno del buckling e illustra le teorie piú conosciute per la sua previsione. In particolare sono presentati il modello di Eulero, il modello di Eulero tangente e il modello pratico di Johnson.

Il capitolo 4 introduce la correlazione digitale d'immagine, uno strumento di misura innovativo, e fornisce le basi teoriche utili a comprenderne il funzionamento generale.

Il capitolo 5 si focalizza sulla stampa dei provini per i test di trazione e di compressione. Prima viene illustrato in che modo è stata definita la geometria dei provini. Poi per quanto riguarda i principali parametri di stampa ne viene illustrato il significato assieme alle scelte effettuate. Dopo viene effettuata un'analisi statistica sui provini che sono stati prodotti.

Il capitolo 6 descrive lo svolgimento della prova di compressione. Sono illustrate le fasi di preparazione della prova e di allestimento per effettuare la correlazione digitale d'immagine. Inoltre, viene illustrato il comportamento manifestato dai provini e viene applicata la correlazione digitale d'immagine per indagare l'insorgere del buckling.

Il capitolo 7, sostanzialmente in analogia al capitolo 6, descrive la prova di trazione. Anche qui si riportano tutte le operazioni preliminari allo svolgimento della prova, si applica la correlazione digitale d'immagine e si illustra il comportamento assunto dai provini.

Nel capitolo 8 sostanzialmente è contenuta tutta la parte di analisi teorica. Innanzitutto vengono elaborati i dati sperimentali ricavati durante i test. Una volta estrapolati i parametri necessari viene svolta l'analisi applicando i modelli analitici.

Il capitolo 9 affronta il problema del buckling utilizzando lo strumento della simulazione numerica. Viene descritto l'approccio al problema con il metodo degli elementi finiti e vengono effettuati alcuni richiami teorici per comprendere meglio il funzionamento dell'algoritmo. È illustrata nel dettaglio la creazione dei modelli agli elementi finiti adottati e sono presentati i risultati ottenuti. Infine i risultati dell'analisi numerica vengono confrontati con quelli teorici e sperimentali.

Il capitolo conclusivo fornisce un breve riepilogo di quanto emerso e si propone di fornire degli spunti per lavori futuri.

Capitolo 2

La stampa 3D

Il capitolo introduce la tecnologia della stampa 3D insieme ai suoi punti di forza e punti deboli. I principali metodi di additive manufacturing sono passati in rassegna e sono illustrati i principali materiali impiegati.

2.1 La tecnologia della stampa 3D

La stampa 3D o additive manufacturing è una tecnica di produzione che consente la realizzazione di un oggetto tridimensionale mediante un processo additivo, ovvero depositando e unendo strati di materiale fino a ottenere la parte finita. È subito evidente l'opposizione rispetto alle tecniche sottrattive, che per ottenere l'oggetto asportano del materiale da una parte grezza di partenza.

La stampa 3D nasce nel 1986 con l'invenzione della stereolitografia da parte di Chuck Hull. Da allora c'è stata una evoluzione e una differenziazione, sia come tecniche che per i materiali impiegati. Negli ultimi anni ha iniziato a prendere piede nell'industria per la realizzazione di oggetti per svariate applicazioni e utilizzando materiali di diverso tipo (metallici, ceramici, plastici o una combinazione di essi).

La recente diffusione di questa tecnologia è connessa con alcuni vantaggi come elevata accuratezza dimensionale, rapidità di prototipizzazione, riduzione dei costi e degli scarti di produzione e possibilità di automazione. Si possono produrre parti di dimensioni variabili (dalla scala microscopica a quella macroscopica) e, in termini di costi, la produzione in serie e quella personalizzata risultano comparabili. Inoltre, vi è una spiccata libertà di design con la possibilità di produrre anche parti con una geometria particolarmente complessa, come ad esempio le lattice structures, oppure la possibilità di variare la massa finale del pezzo in base alle esigenze.

Tuttavia, l'adozione per la produzione su larga scala è ostacolata da alcune problematiche come le inferiori proprietà meccaniche e il comportamento anisotropo del materiale dopo il processo, la formazione di vuoti, limitazioni connesse al computer design e l'aspetto superficiale del pezzo dovuto alla stratificazione. Ad ogni modo, per un impiego più massiccio nella produzione, occorre ulteriormente ridurre i costi e aumentare la velocità di produzione, obiettivi raggiungibili soprattutto migliorando la progettazione delle macchine.

L'additive manufacturing trova terreno fertile soprattutto nei campi biomedico, aerospaziale e delle costruzioni civili, ma anche altre aree nel corso degli anni hanno iniziato a manifestare un interesse crescente nei confronti di questa tecnologia. Sono elevatissime le aspettative sugli sviluppi e sulle applicazioni future, soprattutto nei confronti delle tecnologie che riguardano le leghe metalliche.

2.2 Tecniche di stampa 3D

In questo paragrafo per le principali tecnologie di additive manufacturing è illustrato il principio di funzionamento insieme ai vantaggi e agli svantaggi.

Fused Deposition Modeling

La tecnica piú diffusa in assoluto è la Fused Deposition Modeling (FDM), nella quale una bobina di materiale polimerico alimenta un estrusore riscaldato che deposita il filamento su una piastra o sullo strato precedente come in figura 2.1. Requisito fondamentale per il materiale del filamento è la termoplasticità, necessaria per l'estrusione e che permette ai filamenti di aderire tra loro durante la stampa per poi solidificare a temperatura ambiente.

Questa tecnica è semplice, veloce ed economica. D'altro canto le parti stampate presentano una bassa qualità superficiale (aspetto layer-by-layer) e delle basse proprietà meccaniche causate principalmente dall'adesione tra i vari strati e dal fenomeno dell'inter layer distortion. Un altro svantaggio è la difficoltà nella realizzazione di alcune tipologie di oggetti, ad esempio quelli che presentano internamente grossi vuoti, in questi casi con lo stesso materiale estruso si realizzano dei supporti che devono essere successivamente rimossi.

Le proprietà meccaniche possono migliorare con l'utilizzo di compositi a matrice polimerica rinforzati con fibre, anche se persistono le problematiche come la formazione di vuoti e l'adesione fibra-matrice.

Powder Bed Fusion

Altre tecniche impiegano materiali, che possono essere sia di tipo metallico che polimerico, in forma granulare e rientrano nella categoria chiamata Powder Bed Fusion. Il metodo, schematizzato in figura 2.2, consiste nel depositare su una piattaforma o sullo strato precedente delle polveri che vengono compattate attraverso un laser o un legante. Successivamente si rimuove la polvere in eccesso e si effettuano eventuali trattamenti aggiuntivi (come rivestimenti o sinterizzazione). Il letto di polvere svolge già la funzione di supporto, eliminando così le difficoltà derivanti dall'utilizzo e dalla rimozione di supporti aggiuntivi.

Nella Selective Laser Sintering (SLS) l'elevata temperatura locale porta a una fusione delle polveri a livello molecolare (sinterizzazione), mentre nella Selective Laser Melting (SLM) le polveri vengono fuse completamente e ciò permette di raggiungere proprietà meccaniche superiori. Se si utilizzano leganti il metodo viene chiamato 3D printing o Binder Deposition e le parti così realizzate sono piú dense ma anche piú porose.

Le tecniche Powder Bed Fusion hanno un'ottima risoluzione e un'alta qualità di stampa, però sono lente e costose.

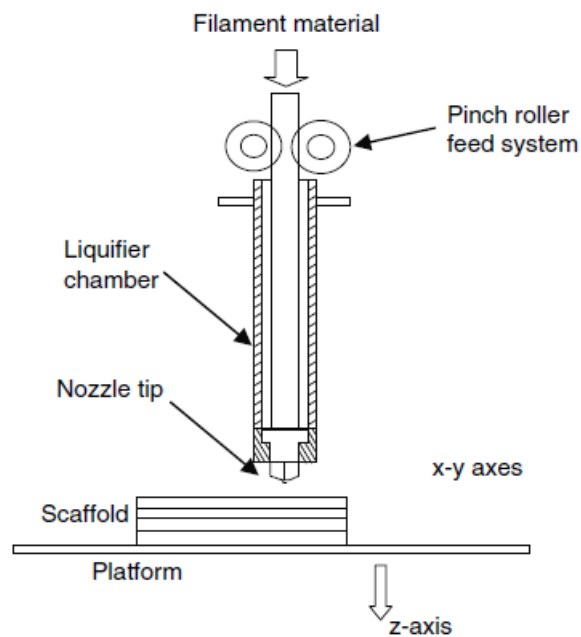


Figura 2.1. Illustrazione schematica della Fused Deposition Modeling (tratta da [1]).

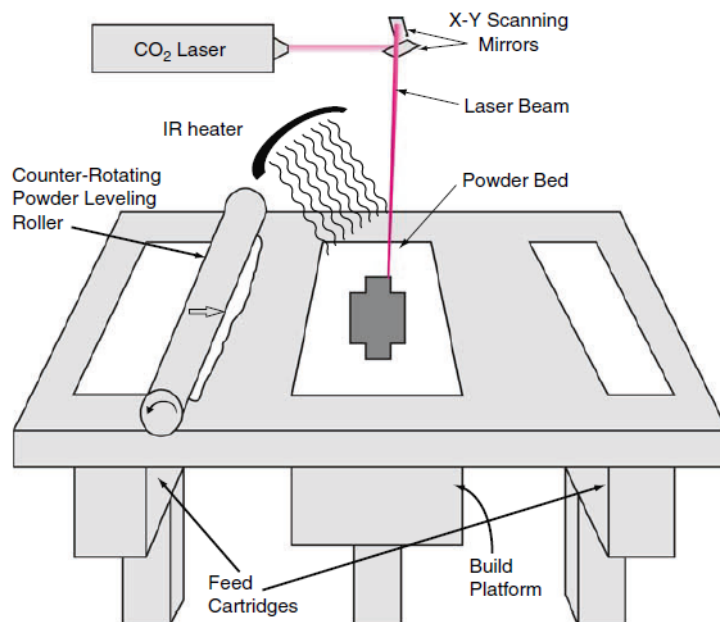


Figura 2.2. Illustrazione schematica della Selective Laser Sintering (tratta da [1]).

Electron Beam Melting

Una variante della SLM è l'Electron Beam Melting (EBM) che utilizza per la fusione delle polveri un fascio di elettroni in ambiente di vuoto, come in figura 2.3. Tutta la polvere in

eccesso può essere recuperata e riutilizzata poiché non viene rovinata durante il processo. Tuttavia non si possono stampare materiali polimerici; affinché gli elettroni reagiscano con la polvere è necessario che quest'ultima sia conduttiva di corrente.

I vantaggi di questa tecnica sono rapidità, elevata precisione ed elevata qualità degli oggetti stampati. Gli svantaggi sono elevati costi e la necessità di essiccazione o di altri trattamenti post-produzione, specialmente quando si utilizzano dei supporti durante la stampa.

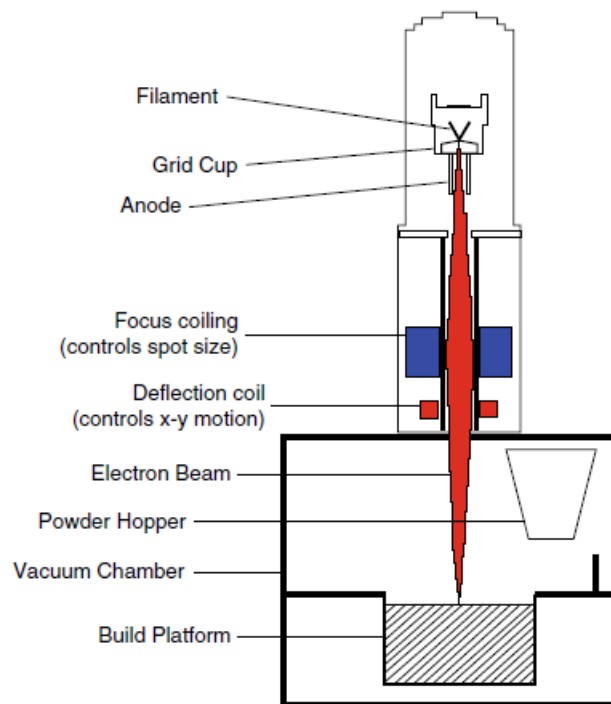


Figura 2.3. Illustrazione schematica della Electron Beam Melting (tratta da [1]).

Direct Energy Deposition

Spesso l'Electron Beam Melting viene confusa con la Direct Energy Deposition (DED). Quest'ultima utilizza un laser o un fascio di elettroni per fondere localmente una piccola regione di substrato e in contemporanea la materia prima che viene fornita sotto forma di filo o polveri. La differenza risiede quindi nel fatto che non si utilizza il letto di polveri e il funzionamento la rende più simile all'FDM, anche se con un dispendio energetico nettamente maggiore.

La DED è rapida, fornisce ottime proprietà meccaniche e può essere utilizzata per produrre componenti di grandi dimensioni; d'altro canto si ha bassa accuratezza, bassa qualità superficiale e difficoltà nella produzione di geometrie complesse. Il metodo si presta bene a essere combinato con gli altri o per effettuare riparazioni.

Laser Cladding

Una tecnica analoga alla precedente è il Laser Cladding. Vi è un sistema di ugelli coassiali o laterali che iniettano le polveri, solitamente di natura metallica, che vengono fuse da un laser insieme al materiale dello strato sottostante, come mostrato nella figura 2.4.

Grazie alla possibilità di mescolare diverse polveri e di controllarne il flusso si possono fabbricare componenti eterogenei o in Functionally Graded Material. Si tratta di una tecnica flessibile, che può essere impiegata in diverse applicazioni come creazione di materiali innovativi, riparazioni e rivestimenti di componenti.

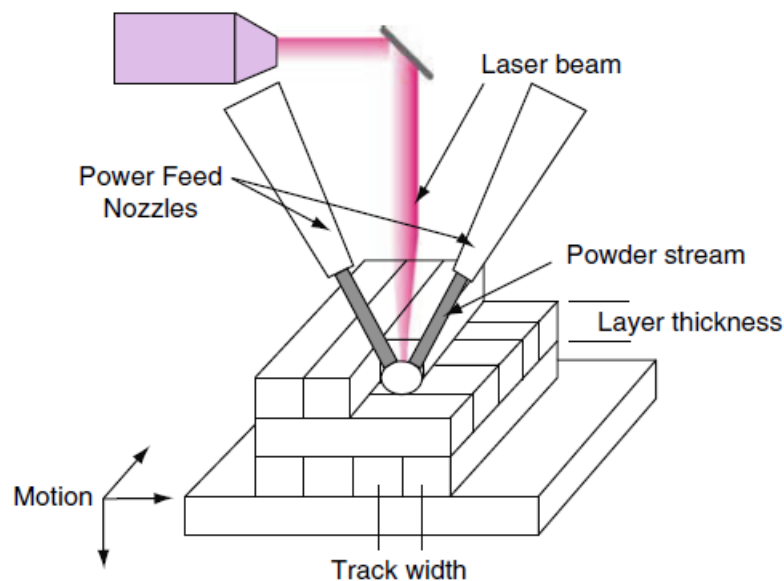


Figura 2.4. Illustrazione schematica della Laser Cladding (tratta da [1]).

Stereolitografia

Come già detto, la stereolitografia (SLA) è stato uno dei primi metodi di additive manufacturing. Come mostrato nella figura 2.5, si basa sulla solidificazione di uno strato di resina o di una soluzione di monomeri (di solito acrilico o a base epossidica) impiegando dei raggi ultravioletti o un fascio di elettroni. In questa maniera i monomeri, che sono UV-attivi, tendono a legarsi formando delle catene polimeriche. Alla fine, la resina che non ha reagito viene rimossa.

La SLA presenta un'elevata risoluzione accompagnata da un'elevata qualità delle parti stampate, ma è anche lenta, costosa e i materiali impiegabili sono limitati.

Inkjet Printing e Contour Crafting

Il principale metodo per la stampa con materiali ceramici è l'Inkjet Printing, nel quale una sospensione ceramica stabile viene pompata attraverso un ugello e depositata sullo

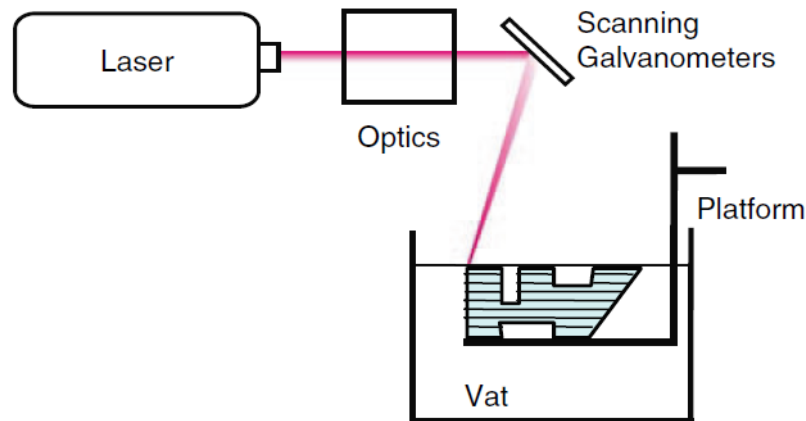


Figura 2.5. Illustrazione schematica della Stereolitografia (tratta da [1]).

strato precedente. La solidificazione del materiale avviene nel momento della deposizione o facendo successivamente evaporare il liquido.

Il metodo è veloce e permette di realizzare strutture complesse, però la risoluzione è molto grossolana e si hanno problemi di adesione tra i vari strati.

Molto simile alla Inkjet Printing è la Contour Crafting, che utilizza ugelli ad elevata pressione per estrarre la pasta di cemento ed è la tecnica migliore per la realizzazione di grandi strutture civili.

Laminated Object Manufacturing

Il metodo Laminated Object Manufacturing (LOM), schematizzato nella figura 2.6, è stato uno dei primi commercialmente disponibili e realizza la parte per laminazione. Ogni strato prima viene sagomato con un laser o un taglierino di precisione e poi unito a quelli precedenti; è possibile anche effettuare prima l'unione e poi il taglio. Il materiale in eccesso può essere lasciato come supporto e alla fine rimosso e spesso riciclato. I fogli di partenza possono essere metallici, ceramici, compositi polimerici, carta o nastri metal-filled.

La LOM è rapida e adatta alla realizzazione di grandi strutture a patto che non siano eccessivamente complesse. Di contro ha una bassa accuratezza dimensionale e una bassa qualità superficiale se non si effettua alcun trattamento aggiuntivo.

L'Ultrasonic Additive Manufacturing è una nuova sottoclasse della LOM che combina la fresatura con la saldatura sonora. Un importante vantaggio è la possibilità di realizzazione di smart structures integrando direttamente sensori e dispositivi elettronici.

Multi Jet Fusion

Un'altra tecnologia basata sulle polveri, che quindi rientra nella categoria Powder Bed Fusion, ma che non utilizza il laser, è la Multi Jet Fusion (MJF), mostrata nella figura 2.7. Inizialmente si riscalda il letto di polvere uniformemente. Poi si deposita un agente di fusione nei punti da fondere selettivamente e un agente di rifinitura lungo i contorni per migliorare la risoluzione. Delle lampade passano sopra la superficie fornendo l'energia

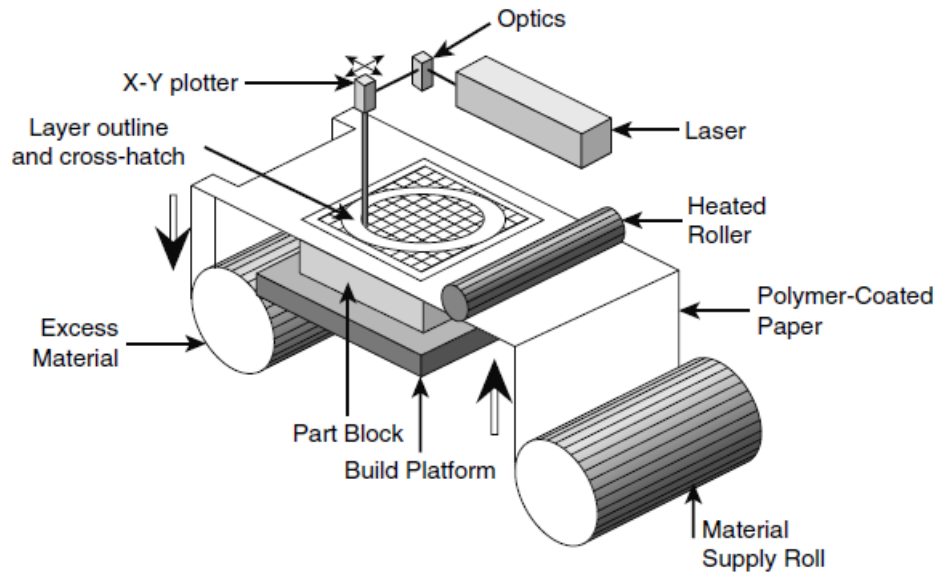


Figura 2.6. Illustrazione schematica della Laminated Object Manufacturing (tratta da [1]).

necessaria per la fusione. Il processo si ripete strato per strato. Alla fine, dopo il raffreddamento, si rimuovono le polveri in eccesso. Quest'ultime sono di natura polimerica, usualmente poliammide, e non sono necessarie strutture di supporto.

I punti di forza della MJF, svelata dalla HP nel 2016, sono alta velocità e alta risoluzione.

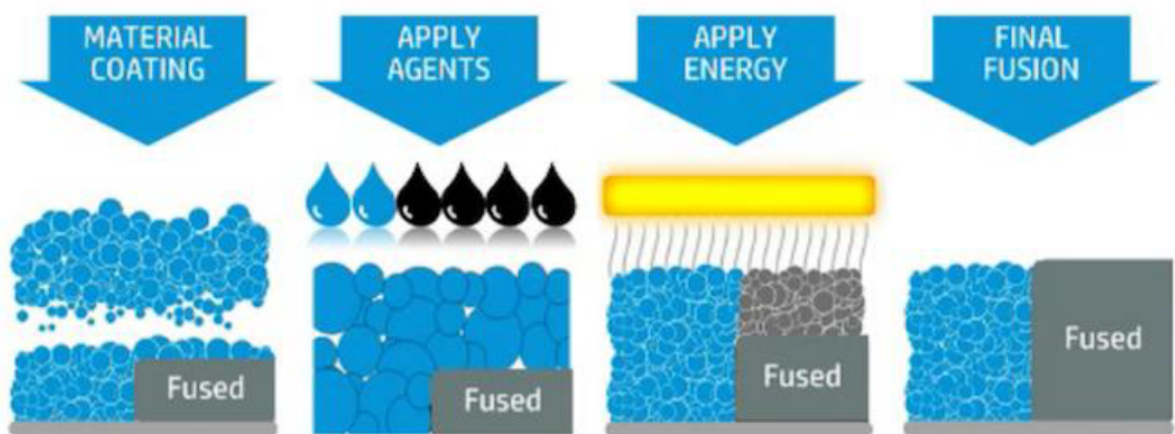


Figura 2.7. Illustrazione schematica della Multi Jet Fusion (tratta da [2]).

Liquid Deposition Modeling

La Liquid Deposition Modeling (LDM), concettualmente simile alla Contour Crafting, è stata sviluppata per la stampa con materiali viscosi, come ad esempio l'argilla. È utilizzata anche per la stampa del cibo.

Le tipologie di materiali utilizzati comportano limitazioni sulle geometrie e alcune complicazioni dovute a collassi e ritiri.

2.3 Cenni sui materiali

L'additive manufacturing applicato ai materiali metallici sta dimostrando un ottimo potenziale di crescita, soprattutto nei settori più avanzati come l'aerospaziale o il militare, grazie alla maggiore libertà di design rispetto alle tecniche classiche. Diversi materiali metallici si prestano bene a essere lavorati mediante tecniche di additive manufacturing, in particolar modo le Powder Bed Fusion e la Direct Energy Deposition. Il titanio e le sue leghe sono già stati ottimizzati e sono impiegati in alcune applicazioni commerciali. Molto comuni sono gli acciai inossidabili e per utensili. Altre leghe utilizzate sono quelle a base di nickel, magnesio e cobalto. Invece scarso è l'interesse nei confronti delle leghe di alluminio, di più facile lavorazione con le tecniche classiche.

I polimeri sono i materiali più utilizzati nella stampa 3D in diversi settori industriali (aerospaziale, architettura, medicina, ecc.) grazie alla loro adattabilità a diversi processi. La Selective Laser Sintering è molto diffusa per polistirene, poliammidi ed elastomeri termoplastici. La Fused Deposition Modeling è molto comune per Acrylonitrile Butadiene Styrene (ABS), PolyLactic Acid (PLA) e PolyCarbonate (PC). Il PLA è ecologico, biodegradabile, facile da stampare ma ha basse proprietà meccaniche. L'ABS ha buone proprietà meccaniche ma è più difficile da stampare. Un passo in avanti può essere l'aggiunta di fibre per migliorare le proprietà meccaniche dei polimeri.

La stampa 3D di materiali ceramici può rivelarsi essenziale per la realizzazione di ceramici avanzati per il biomedico. Tuttavia, deve affrontare la limitata disponibilità di materiali e alcune problematiche che rendono necessari processi post-produzione. Per questi materiali i principali metodi sono Inkjet Printing e Selective Laser Sintering.

L'additive manufacturing trova impiego anche in ambito civile grazie alla tecnica Contour Crafting che permette la realizzazione di costruzioni in cemento. Si può scegliere tra diverse miscele di calcestruzzo a seconda della tipologia di struttura. Gli studi sono orientati al miglioramento delle proprietà strutturali attraverso un'ottimizzazione dei parametri del processo accompagnata dalla possibilità di estrarre cemento rinforzato con fibre.

Capitolo 3

L'instabilità a compressione

L'instabilità a compressione o buckling è una particolare modalità di collasso che può riguardare una struttura. Nel presente capitolo è sono presentati gli aspetti generali del fenomeno e sono introdotte le più comuni teorie valide per l'analisi delle aste. Ogni teoria è illustrata analiticamente e sono discusse ipotesi e limitazioni.

3.1 Il fenomeno dell'instabilità

Con instabilità o buckling si intende il fenomeno per cui sollecitando a compressione un elemento strutturale, che può essere ad esempio un'asta o un pannello, si verifica inflessione dello stesso. La conseguenza più grave dell'instaurarsi di questo fenomeno è il cedimento dell'elemento a un livello di carico più basso di quello consentito dal limite del materiale di cui è costituito. Il fenomeno può riguardare globalmente l'elemento, in questo caso si parla di instabilità globale, oppure essere più localizzato come nel caso di componenti in pareti sottili, in questo caso si parla di instabilità locale.

L'esempio più classico è quello di un'asta compressa. Il grafico della figura 3.1 ne illustra il comportamento riportando sulle ascisse la freccia in mezzeria e sulle ordinate il carico applicato. Un punto particolare è rappresentato dal punto di biforcazione, in corrispondenza del quale si ha il carico critico. Se il carico è inferiore a quello critico l'asta rimane dritta (la freccia rimane nulla) in una condizione di equilibrio stabile. Se il carico è superiore a quello critico la configurazione rettilinea diventa instabile e una qualsiasi perturbazione provoca il passaggio alla configurazione inflessa. Il carico critico rappresenta una situazione di equilibrio indifferente.

Quello appena illustrato è un caso ideale, la realtà differisce per il fatto che fin da subito è presente la flessione e il buckling non compare improvvisamente ma in maniera più graduale. Le inevitabili imperfezioni presenti fanno da innesco per il fenomeno.

Nelle sezioni successive sono presentati i principali modelli teorici per il calcolo del carico critico di aste compresse.

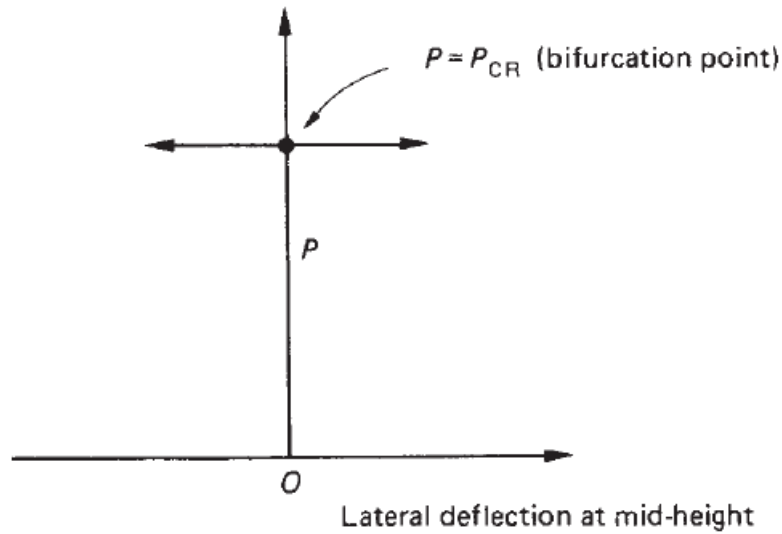


Figura 3.1. Grafico carico-deflessione per una colonna compressa (tratto da [3])

3.2 Modello di Eulero

Il modello di Eulero, apparso nel 1744, è il piú antico ma ancora oggi ne è riconosciuta la validità e viene largamente utilizzato per l'analisi di aste snelle.

Consideriamo una trave di lunghezza L e con sezione S , inizialmente rettilinea, soggetta a compressione. Ipotizziamo la validità della legge di Hooke e che la trave sia appoggiata agli estremi. Ipotizziamo inoltre che il carico applicato sia molto vicino a quello di buckling P_{cr} , di conseguenza la trave presenta una componente di deflessione laterale $v(z)$. La situazione descritta è schematizzata nella figura 3.2.

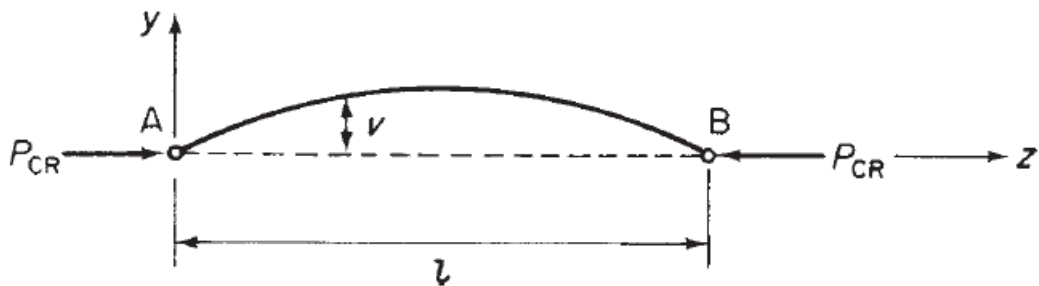


Figura 3.2. Schematizzazione della trave compressa per il modello di Eulero (tratta da [3])

Il carico di compressione genera un momento

$$M_P = P_{cr}v \quad (3.1)$$

al quale la trave risponde con un momento riequilibrante pari a

$$M_e = EI \frac{d^2v}{dz^2} \quad (3.2)$$

dove I è il momento di inerzia della sezione della trave mentre E è il modulo di Young del materiale di cui è costituita. All'equilibrio i due momenti si eguagliano e si ha che

$$EI \frac{d^2v}{dz^2} + P_{cr}v = 0 \quad (3.3)$$

Ponendo $\mu^2 = P_{cr}/EI$, la soluzione dell'equazione differenziale è

$$v = A\cos(\mu z) + B\sin(\mu z) \quad (3.4)$$

con A e B costanti che dipendono dalle condizioni al contorno. Escludendo la soluzione banale e imponendo $v = 0$ per $z = 0$ e $z = L$, si ottiene $A = 0$ e

$$B\sin(\mu L) = 0 \quad (3.5)$$

cioè

$$\mu L = n\pi \quad (3.6)$$

con $n = 1, 2, 3, \dots$ da cui

$$P_{cr} = \frac{n^2\pi^2 EI}{L^2} \quad (3.7)$$

Siamo interessati al valore piú basso del carico di buckling, che si ottiene per $n = 1$, quindi

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (3.8)$$

Come si può vedere dalla formula (3.7), il carico critico è una quantità discreta: n rappresenta il numero di semionde della configurazione deformata e identifica il modo di buckling e il rispettivo carico. In realtà i modi diversi dal primo, caratterizzati da un carico maggiore, sono di poco interesse pratico e possono realizzarsi solamente vincolando alcuni punti specifici della trave.

La tensione critica vale

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{S} = \frac{\pi^2 E}{(L/\rho)^2} \quad (3.9)$$

dove ρ è il raggio d'inerzia della sezione e si calcola con la seguente formula

$$\rho = \sqrt{I/S} \quad (3.10)$$

Il momento di inerzia I da utilizzare per il calcolo del raggio d'inerzia è il minore, infatti l'inflessione della trave avverrà attorno all'asse con momento di inerzia minore. Il rapporto L/ρ che compare nella (3.9) prende il nome di snellezza e spesso viene indicato con λ .

Per condizioni di vincolo diverse da quelle assunte inizialmente il ragionamento resta valido se la (3.8) e la (3.9) vengono riscritte rispettivamente nella seguente maniera

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2} \quad (3.11)$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L_e/\rho)^2} \quad (3.12)$$

dove L_e è la lunghezza libera d'inflessione. Quest'ultima rappresenta la lunghezza di una trave appoggiata agli estremi con lo stesso carico critico di una trave lunga L ma vincolata diversamente. Affrontando il problema variando le condizioni di vincolo, ovvero con diverse condizioni al contorno, si può ricavare il carico critico e di conseguenza la lunghezza equivalente. La figura 3.3 mostra la deformata per le più comuni condizioni di vincolo mentre la tabella 3.1 riporta i valori di lunghezza equivalente e le condizioni al contorno.

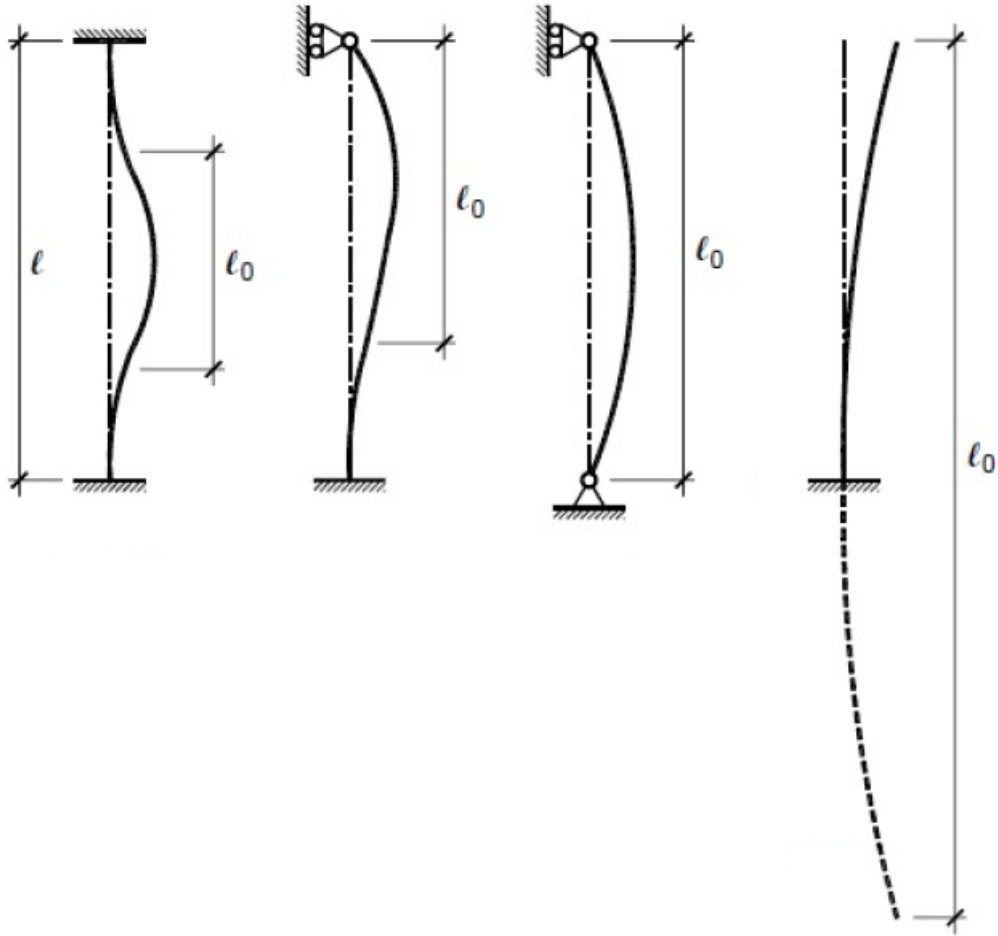


Figura 3.3. Rappresentazione della deformazione e della lunghezza equivalente per alcune tipologie di vincolo.

Come si può vedere dalla formula (3.12), la tensione critica dipende dalla snellezza della trave e dal modulo di elasticità del materiale di cui è costituita. Per un dato materiale, la tensione critica aumenta con il diminuire della snellezza. In realtà il suo valore non può crescere oltre il limite dettato dalla tensione di proporzionalità. Oltre questo limite cessa di valere la legge di Hooke e cade una delle ipotesi di partenza. Ponendo $\sigma_{cr} = \sigma_p$ si può ricavare il valore limite di snellezza

$$\lambda_{lim} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}} \quad (3.13)$$

Vincoli	L_e/L	Condizioni al contorno
cerniera-carrello	1	$v = 0$ per $z = 0, L$
incastro-incastro	0.5	$v = 0$ per $z = 0, L$; $dv/dz = 0$ per $z = 0, L$
incastro-carrello	0.7	$v = 0$ per $z = 0, L$; $dv/dz = 0$ per $z = 0$
incastro-estremo libero	2	$v = 0$ e $dv/dz = 0$ per $z = 0$

Tabella 3.1. Condizioni al contorno e lunghezza equivalente per alcune tipologie di vincolo.

Quindi se la snellezza è superiore a quella limite il modello di Eulero è applicabile, in caso contrario bisogna ricorrere ad altre metodologie.

A titolo di esempio, la figura 3.4 mostra la curva della tensione critica in funzione della snellezza per un comune acciaio e sulla quale è stato evidenziato il punto che ne delimita la validità.

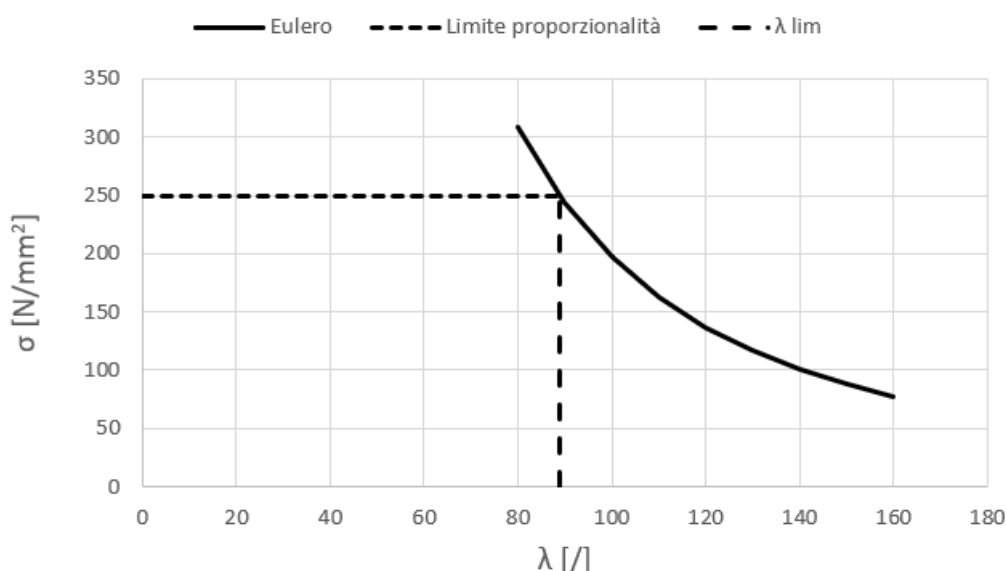


Figura 3.4. Grafico tensione critica euleriana-snellezza per un acciaio (tratto da [3])

3.3 Modello di Eulero tangente

Il modello di Eulero può essere recuperato per l'utilizzo anche a bassi valori di snellezza. Per fare ciò è necessario ricorrere alla curva sforzo-deformazione del materiale.

Se lo sforzo di sollecitazione è inferiore al valore di proporzionalità il modulo di elasticità è costante. Oltre il limite di proporzionalità il modulo di elasticità dipende dallo sforzo e dal suo incremento o decremento, come illustrato nella figura 3.5. Incrementando lo sforzo il modulo di elasticità è rappresentato dalla pendenza locale della curva e prende

il nome di modulo tangente. Diminuendo lo sforzo il modulo di elasticità torna a essere costante. Sulla base di questa osservazione le equazioni 3.8 e 3.9 possono essere modificate introducendo il modulo tangente, ottenendo

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_t I}{L_e^2} \quad (3.14)$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E_t}{(L_e/\rho)^2} \quad (3.15)$$

La validità di questo metodo è stata confermata da alcuni esperimenti svolti su travi in alluminio nel 1940 e dimostrata da Shanley nel 1947.

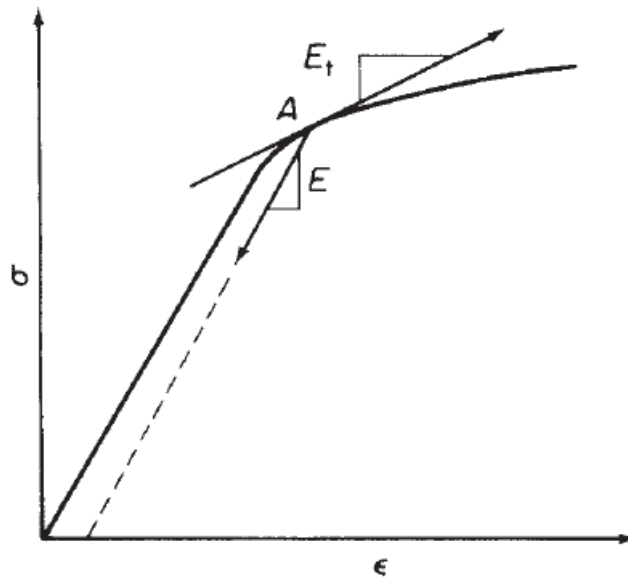


Figura 3.5. Rappresentazione del modulo tangente sulla curva sforzo-deformazione (tratta da [3])

3.4 Parabola di Johnson

Sulla base di indagini sperimentali sono state ideate delle formule empiriche. Tra di esse la più famosa è la formula di Johnson, introdotta intorno al 1900 circa, che propone per la tensione critica una formula parabolica in funzione della snellezza come di seguito

$$\sigma_{cr} = \sigma_s - \frac{\sigma_s^2 \lambda^2}{4\pi^2 E} \quad (3.16)$$

dove σ_s è la tensione di snervamento.

Imponendo l'uguaglianza tra la (3.9) e la (3.16) si può ricavare il valore di snellezza detto di transizione

$$\lambda_{trans} = \pi \sqrt{\frac{2E}{\sigma_s}} \quad (3.17)$$

in corrispondenza della quale si ha che $\sigma_{cr} = \sigma_s/2$.

Se la snellezza è inferiore al valore di transizione si può utilizzare la formula di Johnson, viceversa si ritiene valido il modello di Eulero.

La figura 3.6 mostra il confronto tra la curva di Eulero e la parabola di Johnson tipicamente per un acciaio; si può notare il punto di raccordo tra le due curve e il limite dettato dalla resistenza del materiale.

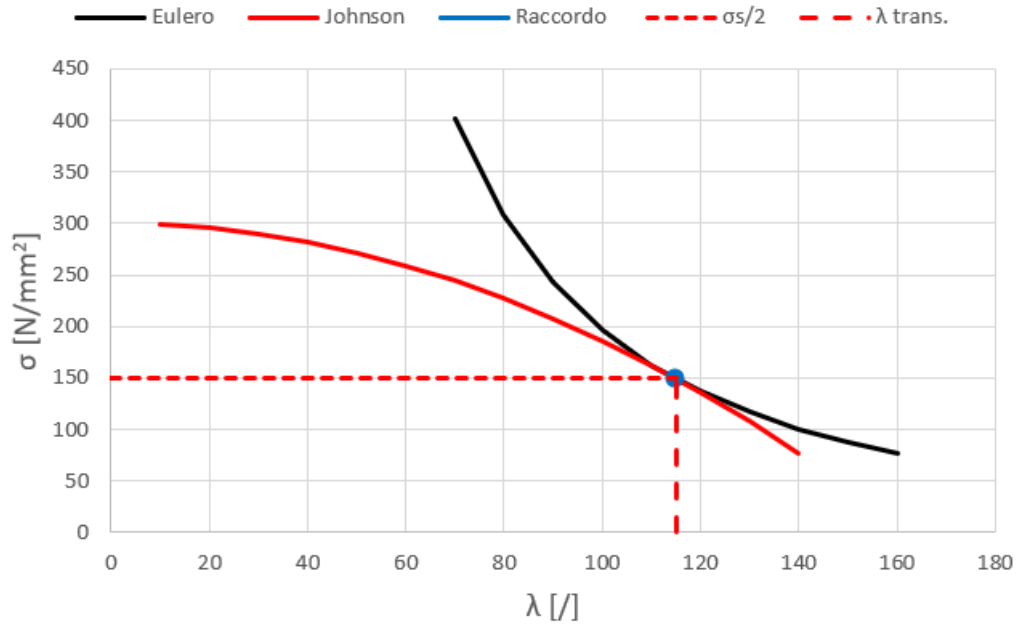


Figura 3.6. Confronto tra modello di Eulero e modello sperimentale di Johnson.

Capitolo 4

La correlazione digitale d'immagine

La correlazione digitale d'immagine è una tecnica innovativa impiegabile come strumento di analisi in prove sperimentali su componenti e materiali. Il capitolo introduce le caratteristiche generali della correlazione digitale d'immagine, insieme a vantaggi e svantaggi, e illustra i principi fondamentali utili a capire il funzionamento dell'algoritmo che sta alla base della tecnica.

4.1 La tecnica della correlazione digitale d'immagine

La correlazione digitale d'immagine (DIC) è una tecnica di tipo ottico-numerico per la misura delle deformazioni. La DIC è conosciuta anche con altri nomi come digital speckle correlation method (DSCM), texture correlation, computer aided speckle interferometry (CASI) ed electronic speckle interferometry (ESI).

Questa tecnica è stata sviluppata negli anni '80 da un gruppo di ricercatori della University of South Carolina e nel corso degli anni è stata investigata e perfezionata al fine di ridurre la complessità, migliorarne l'accuratezza ed estenderne le applicazioni. Inizialmente esisteva solo la tecnica 2D che permette di misurare solo campi di deformazione bidimensionali, cioè permette di misurare spostamenti e deformazioni sulla superficie piana di un oggetto. Poi è stata introdotta la tecnica 3D e quindi la possibilità di misurare campi di deformazione tridimensionali. Inoltre, accanto alla tecnica 3D è arrivata anche la digital volume correlation (DVC) che permette di monitorare la deformazione in punti interni all'oggetto.

La tecnica sostanzialmente si basa sull'acquisizione di una serie di immagini dell'oggetto durante lo svolgimento della prova e dalle quali ricavare, con un apposito algoritmo, le informazioni volute in termini di spostamenti e deformazioni. A differenza dei metodi con estensimetri e trasduttori le misurazioni vengono effettuate senza che ci sia un contatto diretto con la superficie dell'oggetto e con la possibilità di monitorare contemporaneamente tutti i punti appartenenti alla superficie. È utilizzabile su vari tipi di scala, compresa quella microscopica. I vantaggi in termini di semplicità rispetto ai metodi tradizionali hanno destato l'interesse nei confronti di questo metodo e hanno portato negli anni a una sempre più ampia diffusione. D'altro canto, le misurazioni sono molto influenzate

dalle immagini acquisite e bisogna prestare attenzione anche agli aspetti legati al calcolo numerico.

Nel paragrafo successivo ci si focalizza sulla DIC 2D e ne vengono illustrati i principi fondamentali. Per ulteriori dettagli si rimanda a [4] e [5].

4.2 Principi fondamentali

L'algoritmo alla base della DIC è in grado di ricavare gli spostamenti e le deformazioni dei punti della superficie esaminata confrontando l'immagine della configurazione deformata con un'immagine di riferimento, ovvero quella della configurazione indeformata, così come schematizzato nella figura 4.1.

Innanzitutto bisogna definire una porzione di immagine sulla quale andrà a lavorare l'algoritmo, chiamata region of interest (ROI). Un'immagine digitale è costituita da una griglia di pixel ad ognuno dei quali è attribuito un valore in base a una scala di colori o di livelli di grigio. Ad esempio, nel caso di un'immagine a 8 bit sono possibili $2^8 = 256$ valori; quindi ogni pixel avrà un valore compreso tra 0 e 255. Tuttavia, l'identificazione di un punto non può avvenire basandosi su un solo pixel poiché un certo valore può essere attribuito a vari pixel all'interno dell'area di misura. Per l'identificazione è necessario ricorrere a un gruppo di pixel chiamato facet; questo però può non essere ancora sufficiente. Può accadere che nell'immagine ci siano due facet uguali. Per questo motivo è necessario creare sulla superficie una distribuzione casuale di grigi (stochastic pattern o speckle pattern) così da minimizzare la possibilità che ci siano due facet uguali. Questa cosa viene fatta verniciando la superficie in maniera da creare una trama a puntini di un colore che sia in forte contrasto con il colore della superficie. Quest'operazione diventa inutile nel caso la superficie presenti naturalmente questa variabilità. Ad esempio, considerando un facet di 19 pixel per 19 pixel e con 256 valori ci sono $256^{19 \times 19}$ possibilità.

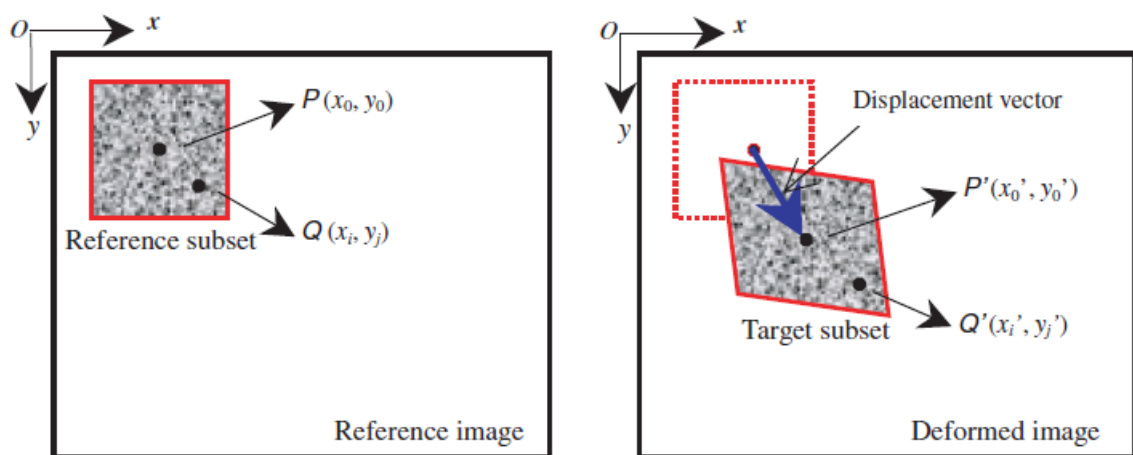


Figura 4.1. Illustrazione di un facet nella configurazione di riferimento e in quella deformata (tratta da [4]).

L'area di interesse della configurazione di riferimento viene divisa in facet quadrati di dimensioni $(2M+1) \times (2M+1)$ pixel e ognuno dei quali rappresenta il suo punto centrale

$P(x_0, y_0)$; $2M+1$ esprime la lunghezza del lato del facet in pixel. Il facet, grazie al pattern precedentemente creato, contiene una quantità di informazioni sufficiente per la sua identificazione nell'immagine della configurazione deformata. L'identificazione del facet prende il nome di matching e avviene attraverso il calcolo del coefficiente di correlazione. Quest'ultimo esprime il grado di similarità tra il facet e l'area considerata. L'algoritmo calcola il coefficiente di correlazione considerando varie locazioni e l'accoppiamento è completo una volta individuato l'estremo della distribuzione così calcolata. Esistono varie funzioni per il calcolo del coefficiente di correlazione, chiamate anche criteri di correlazione, ma tutte possono essere ricondotte a due tipologie: la prima è denominata cross correlation (CC), la seconda sum-squared difference (SSD). Un criterio appartenente alla prima tipologia nella sua forma più semplice può essere scritto come

$$C_{SSD} = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [f(x_i, y_i) - g(x'_i, y'_i)]^2 \quad (4.1)$$

mentre uno appartenente alla seconda tipologia

$$C_{CC} = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [f(x_i, y_i)g(x'_i, y'_i)] \quad (4.2)$$

con $f(x_i, y_i)$ e $g(x'_i, y'_i)$ che rappresentano il valore assunto dal pixel identificato dagli indici i e j rispettivamente nella configurazione di riferimento e in quella deformata.

Una volta completato l'accoppiamento, individuata così la posizione del facet nella configurazione deformata $P'(x_0, y_0)$, si è a conoscenza dello spostamento subito dal punto considerato. Eseguendo il procedimento per tutti i facet della ROI si ottiene quindi il campo di spostamenti di tutta la superficie.

Prima di procedere con il matching è però necessaria un'altra operazione. Il punto iniziale nella configurazione deformata può finire in una posizione sub-pixel, cioè in una posizione intermedia tra due pixel. Prima di effettuare la correlazione è necessario interpolare il valore sub-pixel utilizzando un'interpolazione che può essere bilineare, bicubica o di tipo spline. Solitamente è necessario scegliere un'interpolazione di grado elevato per motivi di accuratezza e convergenza.

Una volta noto il campo di spostamenti si può ottenere quello delle deformazioni. Il calcolo delle deformazioni in un punto passa attraverso il calcolo del tensore gradiente di deformazione. Per fare ciò si analizza il moto di alcuni punti nell'intorno del punto considerato e si costruisce un sistema di equazioni, il quale può essere risolto con il metodo dei minimi quadrati. Dal tensore gradiente di deformazione si ricavano le deformazioni. In altre parole viene svolta un'operazione di derivazione numerica. Tuttavia, questa operazione è destabilizzante e tende ad amplificare le inevitabili oscillazioni presenti nel campo di spostamenti. Una prima soluzione al problema potrebbe essere quella di utilizzare un qualche algoritmo per filtrare gli spostamenti prima di derivare. In alternativa, recentemente sono state introdotte alcune tecniche più pratiche per l'estrazione delle deformazioni da campi di spostamento particolarmente rumorosi.

Quando si effettua un'analisi tramite DIC si può agire su tre parametri principali: la dimensione dei facet, la distanza tra di essi e la dimensione dell'intorno del punto per il

calcolo delle deformazioni. Se si aumenta la dimensione del facet si facilita il riconoscimento da parte dell'algoritmo e quindi il calcolo dello spostamento ma aumenta il tempo per la computazione. La possibilità di adottare una maggiore o minore dimensione del facet dipende dalle caratteristiche della verniciatura. La distanza tra i facet influisce sulla densità dei punti analizzati. A una diminuzione della distanza corrisponde un aumento del numero di punti ma anche un aumento del tempo di computazione. Incrementando la dimensione dell'intorno per le deformazioni si raggiunge una maggiore precisione locale ma aumenta il tempo di computazione e si ha una maggiore difficoltà a cogliere effetti molto localizzati. A ogni modo i parametri influiscono sulla precisione locale e non su quella globale del metodo [6].

Capitolo 5

Fabbricazione dei provini

Questo capitolo descrive la fase di creazione dei provini per i test di trazione e di compressione. Viene illustrata la definizione della geometria dei provini secondo le linee guida degli standard esistenti per i test e sono descritti i parametri di stampa della fused deposition modeling adottati. Infine viene presentata un'analisi statistica sui provini ottenuti.

5.1 Geometria per il test di compressione

Le prove a compressione sono state eseguite con lo scopo di indagare l'insorgere del fenomeno del buckling nei provini in esame e di valutare le proprietà di resistenza e rigidità degli stessi.

Per l'allestimento delle prove sono state seguite le disposizioni dello standard ASTM D695 [7] che riguarda la caratterizzazione dei materiali polimerici (compositi inclusi). La normativa prevede l'utilizzo di un provino a sezione circolare o quadrata con dimensione principale prefissata (diametro o larghezza). La lunghezza dipende dalla proprietà che si vuole determinare: per la resistenza a compressione la lunghezza deve essere il doppio della dimensione principale, per la rigidità si deve avere una snellezza compresa tra 11 e 16.

Nel nostro caso, si è optato per il provino a sezione quadrata, per il quale la larghezza prefissata è di 12.7 mm. Questa scelta è giustificata da due ragioni. La prima è inerente all'osservazione del buckling: un provino a sezione quadrata potrebbe deformarsi secondo un limitato numero di direzioni, mentre per un provino a sezione circolare le direzioni sarebbero infinite. La seconda è inerente alla semplicità di realizzazione. Il provino a sezione circolare necessita della creazione di supporti e presenta problemi di adesione al piano di stampa che possono provocare il distacco durante la fabbricazione. Queste complicazioni non si presentano invece per il provino a sezione quadrata.

Per quanto riguarda la lunghezza, poiché ha influenza sul buckling, è stata fatta variare da 20 mm fino a 65 mm con incrementi di 5 mm, ottenendo così 10 tipologie di provini. Per la sezione quadrata il raggio d'inerzia vale 0.289 volte il lato; la snellezza, data dal rapporto tra lunghezza e raggio d'inerzia, varia quindi tra 5 e 18 circa. Inoltre, in maniera da avere un campione di studio che non sia eccessivamente ristretto, per ogni tipologia sono stati prodotti 10 provini, per un totale di 100 test.

La figura 5.1 mostra la geometria che è stata fissata. Innanzitutto bisogna ricrearla all'interno di un software di modellazione tridimensionale (ad esempio Solid Works) dal quale esportare un file formato "stl". Questo dev'essere importato in un software detto "slicer" (ad esempio Simplify3D) che permette di impostare tutti i parametri di stampa e generare il file gcode. Quest'ultimo contiene tutte le istruzioni necessarie alla stampante per la realizzazione.

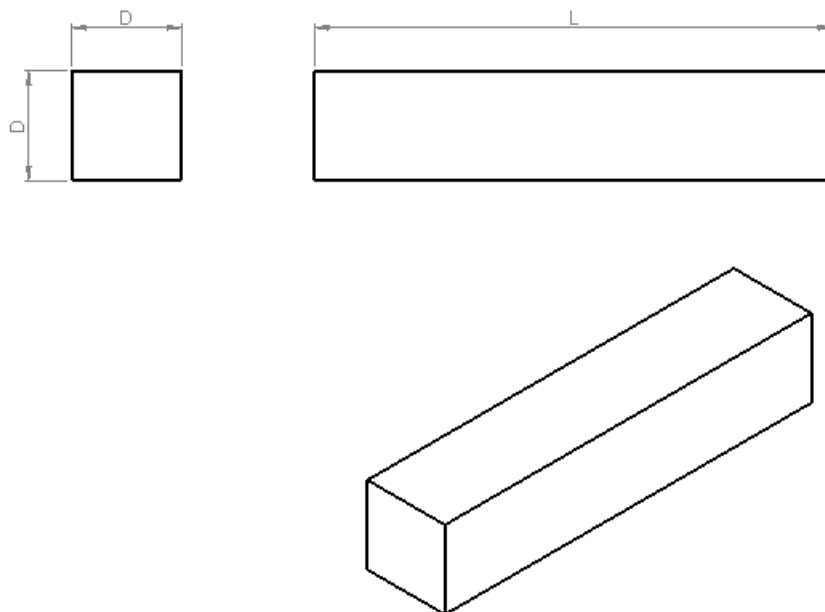


Figura 5.1. Geometria del provino per la prova di compressione.

5.2 Geometria per il test di trazione

La prova di trazione si è resa necessaria per studiare il comportamento a trazione dei provini ed evidenziare differenze di resistenza e rigidità che possono originarsi rispetto a quello a compressione. Da lavori come [8] è emerso che nei due casi le proprietà dei provini stampati possono essere differenti.

Per la prova di trazione di materiali polimerici la normativa di riferimento è la ASTM D638 [9]. La normativa prevede l'utilizzo del provino detto a osso di cane, caratterizzato da estremità sagomate per favorire l'afferraggio e raccordate a una parte centrale definita tratto utile. Tuttavia, questa geometria non è adatta per la stampa 3D. Durante il processo di fabbricazione in corrispondenza dei raccordi si generano notevoli imperfezioni che, diventando sede di notevoli concentrazioni di tensioni, provocano la rottura del provino in prossimità degli afferraggi.

Per la geometria del provino si è deciso allora di seguire le disposizioni della normativa ASTM D3039 [10] per i materiali compositi a matrice polimerica. Questa normativa, a differenza di quella precedentemente menzionata, propone l'adozione di un provino a

sezione rettangolare, eventualmente provvisto di tab. Per le dimensioni la normativa concede libertà di scelta, l'importante è che la rottura si verifichi nel tratto utile. Sulla base dell'esperienza vengono fornite delle misure minime e che nella maggior parte dei casi portano a una rottura accettabile. È buona prassi maggiorare le misure fornite, soprattutto la lunghezza. I tab servono per evitare che gli afferraggi della macchina di prova danneggino localmente il provino e garantire una trasmissione del carico che favorisca la corretta modalità di rottura. Sostanzialmente si tratta di spessori da posizionare alle estremità del provino che possono essere fissati o agire solamente per attrito e le cui dimensioni dipendono dagli afferraggi.

In base alle considerazioni sopra esposte si è optato per un provino a sezione rettangolare con le seguenti dimensioni: larghezza 25 mm, spessore 4 mm e lunghezza totale 190 mm. I tab hanno lunghezza 50 mm, spessore 1 mm ed un angolo di smusso di 10° ; la larghezza coincide con quella del provino. I tab saranno incollati al provino. La figura 5.2 mostra la geometria complessiva con le misure fissate. Sono stati prodotti 5 provini e che hanno richiesto la stampa di un totale di 20 tab.

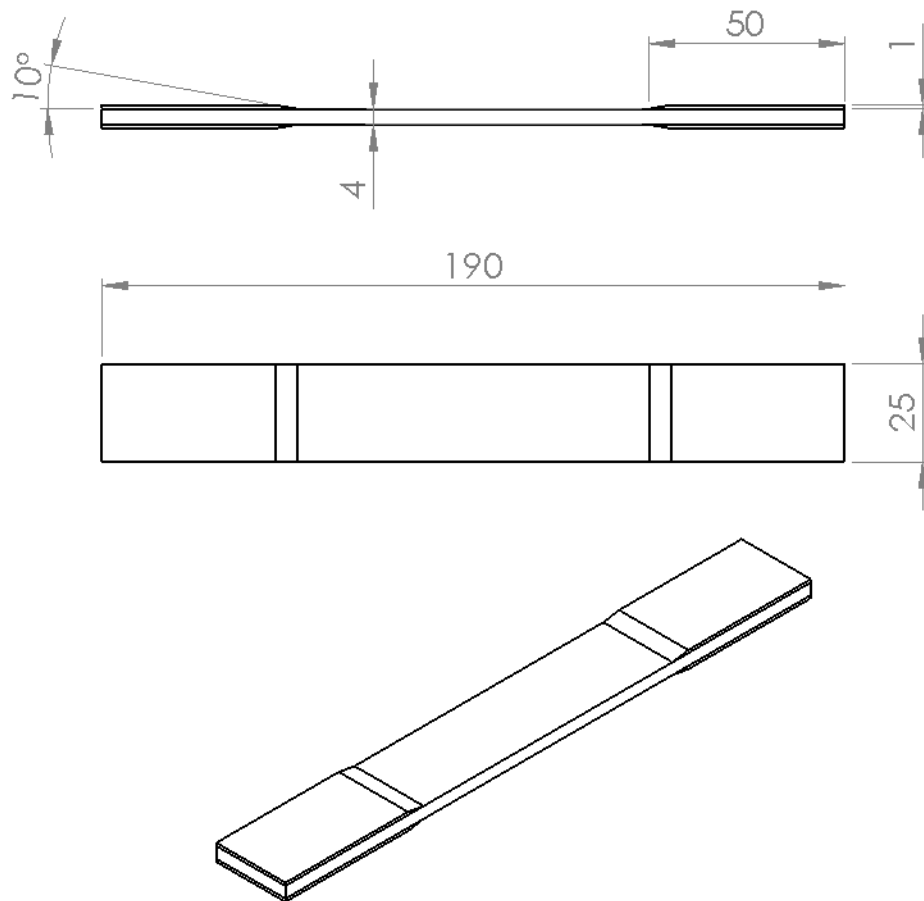


Figura 5.2. Geometria del provino per la prova di trazione. Misure in mm.

5.3 Parametri di stampa

I provini e i tab sono stati creati in PLA utilizzando una Creatbot DX. La stampante è dotata di due estrusori con motori passo-passo posizionati nella parte posteriore della macchina e il volume di stampa è di 300x250x300 mm. La camera è aperta sulla parte superiore mentre è chiusa frontalmente e sui lati mediante pannelli di plexiglass; all'interno vi è un piatto in ceramica regolabile in temperatura e anch'esso mosso dal motore.

Dopo aver fissato i parametri di stampa, prima di iniziare la fabbricazione dei provini, sono stati eseguiti alcuni test per verificare la corretta calibrazione della macchina. Di seguito sono descritti i principali parametri. Quanto scritto di seguito vale sia per i provini a trazione che per quelli a compressione.

Il primo parametro è lo spessore dello strato depositato, il layer height, che può essere scelto liberamente all'interno di un range compreso tra la precisione che il sistema di estrusione è in grado di garantire e il diametro dell'estrusore. Generalmente, si osserva che l'adesione tra i vari strati migliora se vengono depositati con uno spessore minore [8]. La stampante utilizzata ha un'estrusore da 0.4 mm e una precisione di 0.05 mm, quindi è stato scelto un layer height di 0.1 mm. Per il primo strato lo spessore è stato portato a 0.2 mm per aumentare l'adesione con il piatto e prevenire il distacco durante la stampa.

Il secondo parametro è la larghezza di estrusione o raster width e rappresenta la larghezza del filamento estruso, la quale dipende dallo spessore dello strato e dal diametro dell'estrusore. Si può impostare manualmente oppure lasciare che lo faccia automaticamente il software in seguito a un calcolo di ottimizzazione. Nel nostro caso è stata impostata manualmente una larghezza di estrusione di 0.5 mm.

Poi occorre decidere in che maniera viene creato il provino. In altre parole, si decide per il singolo strato il numero di volte che viene depositato il perimetro e la direzione di riempimento della sezione, quest'ultima espressa attraverso il raster angle. C'è anche la possibilità di scegliere se creare la parte completamente piena oppure lasciare dei vuoti tra un filamento e l'altro. I provini sono stati creati con l'asse longitudinale perpendicolare al piano di stampa, completamente pieni (100 % infill), depositando una volta il perimetro e con un raster angle alternato a 0° e 90° strato per strato.

Infine, bisogna impostare la temperatura di estrusione e quella del piatto, entrambe dipendenti dal materiale che viene estruso. Il PLA si presta ad essere estruso a una temperatura compresa tra i 190°C e i 230°C e non necessita del riscaldamento del piatto. Quindi, è stata imposta una temperatura di estrusione di 210°C mentre il piatto è stato lasciato a temperatura ambiente.

Oltre a quelli fin qui illustrati, ricapitolati nella tabella 5.3, sono presenti anche altri parametri che però rivestono un ruolo di secondo piano e sui quali non ci si sofferma (velocità di stampa, retrazioni dell'estrusore, ecc.).

I parametri impostati per i tab, anch'essi in PLA, sono gli stessi dei provini a eccezione del raster angle a +45° / - 45°.

La scelta dei parametri di stampa influisce sulle caratteristiche del prodotto finale. Per quanto riguarda le caratteristiche meccaniche si può intuire come i parametri possano contribuire alla non isotropia del componente e alla creazione di tensioni residue che influiscono sulla risposta. La tabella 5.2 riporta le principali caratteristiche meccaniche del PLA [11].

Tabella 5.1. Parametri di stampa dei provini.

Parametro	Valore
Layer height	0.1 mm
Raster width	0.5 mm
Raster angle	0°/90°
Perimetri	1
Infill	100%
Temperatura estrusione	210°C
Temperatura piatto	T ambiente

Tabella 5.2. Principali proprietà meccaniche del PLA.

Proprietá	Unitá di misura	Valore
Resistenza a trazione	<i>MPa</i>	21-60
Allungamento percentuale a rottura	%	2.5-6
Modulo elastico a trazione	<i>GPa</i>	0.35-3.5
Coefficiente di Poisson	/	0.36
Temperatura di transizione vetrosa	°C	45-60
Temperatura di fusione	°C	190-250
Densitá	<i>g/cm³</i>	1.21-1.25

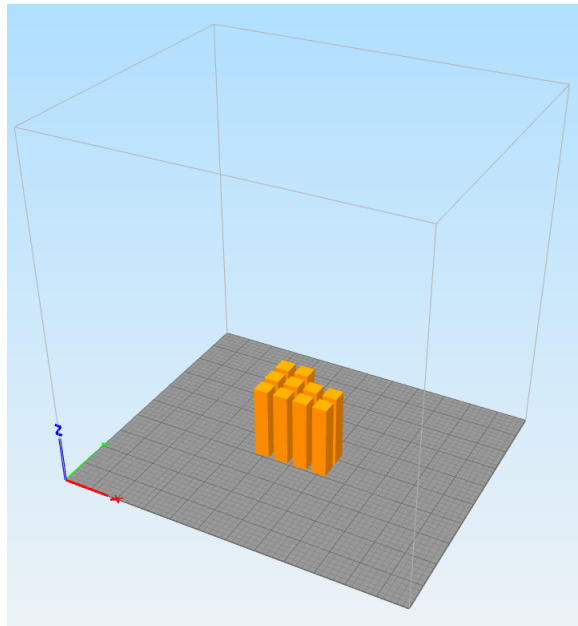


Figura 5.3. Schermata del software di slicing con i provini per il test di compressione.

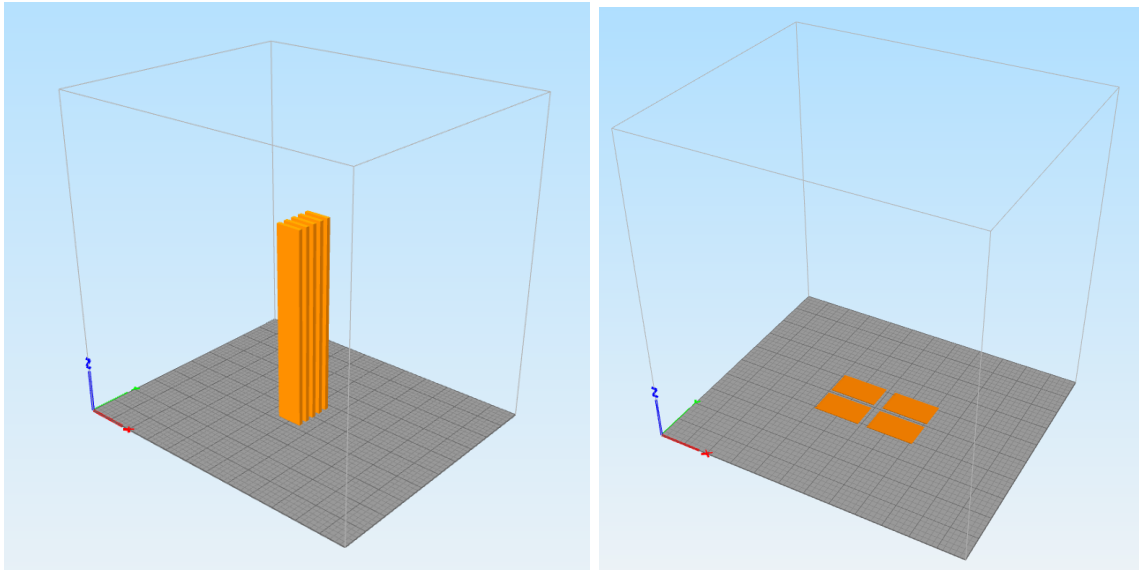


Figura 5.4. Schermata del software di slicing con i provini e i tab per il test di trazione.

5.4 Analisi statistica

Prima di iniziare le prove sperimentali i provini ottenuti devono essere misurati per valutare lo scostamento tra le dimensioni reali e quelle nominali. Questo è necessario per due ragioni. Innanzitutto le dimensioni sono importanti per le analisi svolte. In secondo luogo è utile valutare la precisione della stampante e la variabilità del processo di stampa.

I provini per il test di compressione sono stati utilizzati come campione; i provini per il test di trazione, essendo pochi esemplari, non possono costituire un campione significativo. Le misure sono state eseguite con un calibro digitale sensibile al centesimo di millimetro e in maniera tale da rilevare la sezione minima. I provini infatti tendono ad allargarsi impercettibilmente verso la base. Le tabelle 5.3, 5.4 e 5.5 racchiudono i valori medi e di deviazione standard rispettivamente per larghezza lungo x (W_x), larghezza lungo y (W_y) e lunghezza lungo z (H). Dalla figura 5.3 si può vedere la posizione e l'orientamento del sistema di riferimento rispetto ai provini. Quest'ultimi sono stati stampati con la sezione contenuta nel piano xy e l'asse longitudinale lungo l'asse z.

L'analisi statistica svolta è mostrata nelle figure 5.5-5.34. Per ogni categoria di lunghezza è stato costruito un istogramma riportando sull'asse orizzontale le misure e sull'asse verticale la frequenza dei valori ottenuti. Sullo stesso è riportata la distribuzione normale derivante dai valori di media e deviazione standard. Quest'ultima esprime la dispersione dei valori registrati attorno alla media. Nella maggior parte dei casi la distribuzione normale sembra adatta a rappresentare le misure ottenute, in alcuni si ha un po' più di dispersione e risulta meno adatta.

Si può vedere che i valori medi sono vicini a quelli di progetto e che i valori di deviazione sono bassi e simili tra loro. Si può quindi concludere, considerando le tre direzioni di riferimento per la stampa, che la stampante risulta precisa e il processo stabile.

Tabella 5.3. Valori ottenuti dall'analisi statistica per la larghezza lungo x.

L[mm]	Valore medio[mm]	Deviazione standard[mm]
20	12.68	0.03438
25	12.69	0.03888
30	12.73	0.04619
35	12.73	0.03682
40	12.73	0.04508
45	12.72	0.04477
50	12.72	0.01829
55	12.76	0.04832
60	12.73	0.03725
65	12.70	0.04216

Tabella 5.4. Valori ottenuti dall'analisi statistica per la larghezza lungo y.

L[mm]	Valore medio[mm]	Deviazione standard[mm]
20	12.71	0.02132
25	12.70	0.02685
30	12.75	0.02989
35	12.77	0.03093
40	12.76	0.02797
45	12.75	0.03129
50	12.74	0.02119
55	12.79	0.03994
60	12.74	0.02633
65	12.74	0.02991

Tabella 5.5. Valori ottenuti dall'analisi statistica per la lunghezza lungo z.

L[mm]	Valore medio[mm]	Deviazione standard[mm]
20	19.96	0.02321
25	24.95	0.04327
30	29.98	0.02201
35	35.06	0.02506
40	40.10	0.03368
45	45.04	0.02867
50	50.06	0.02961
55	55.20	0.03169
65	65.22	0.02160

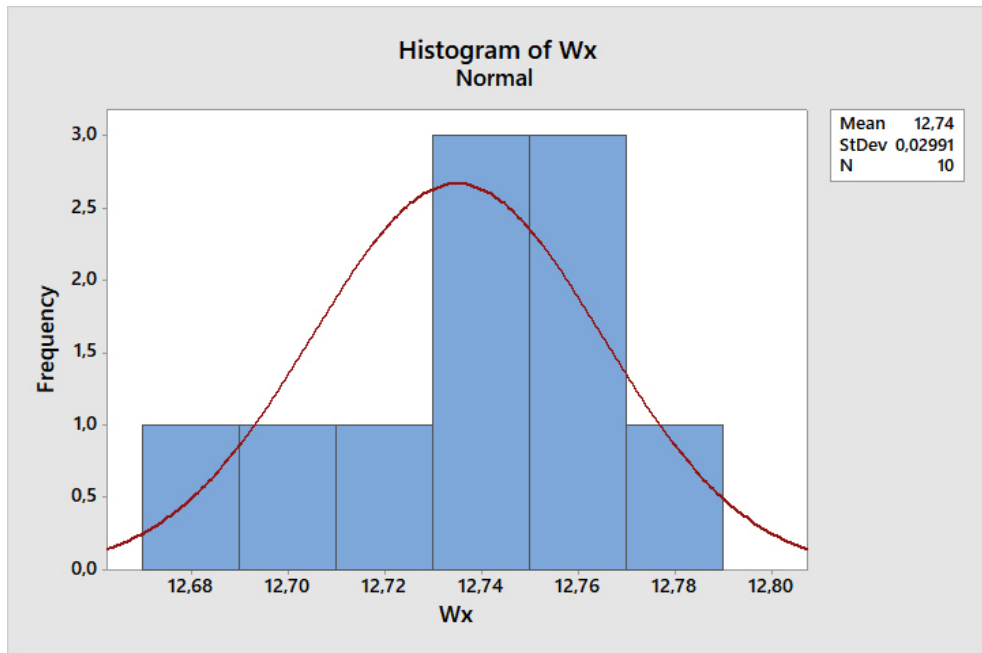


Figura 5.5. Distribuzione delle misure della dimensione W_x per i provini da 65 mm.

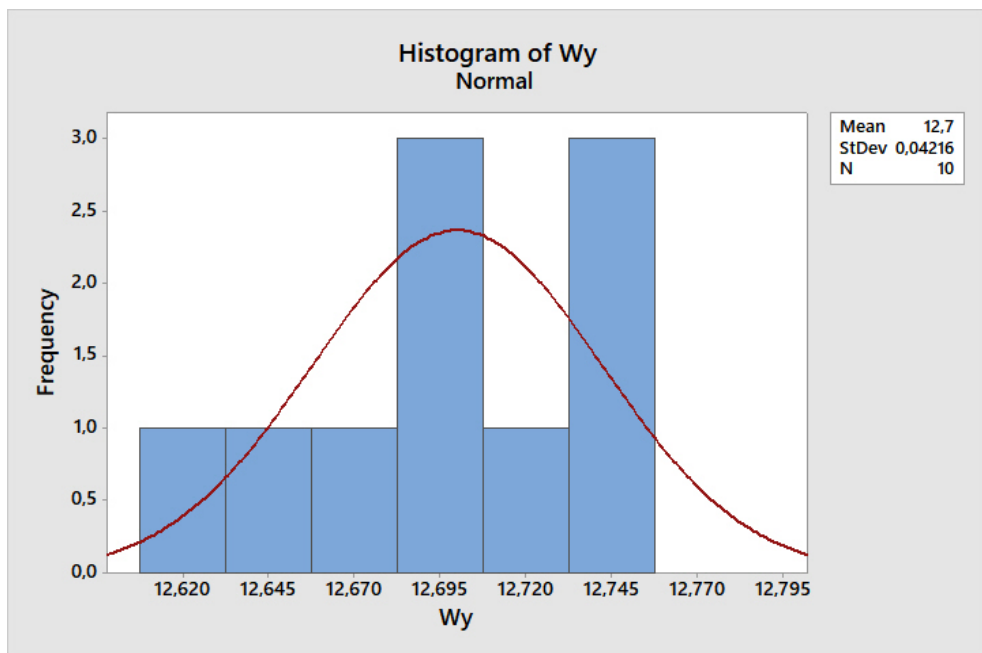


Figura 5.6. Distribuzione delle misure della dimensione W_y per i provini da 65 mm.

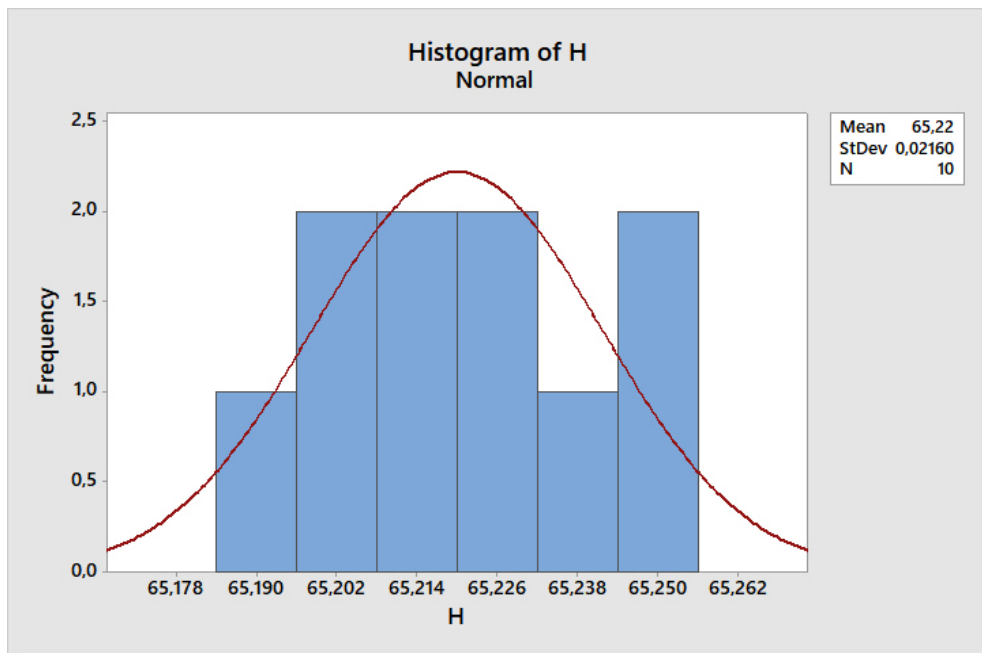


Figura 5.7. Distribuzione delle misure della dimensione H per i provini da 65 mm.

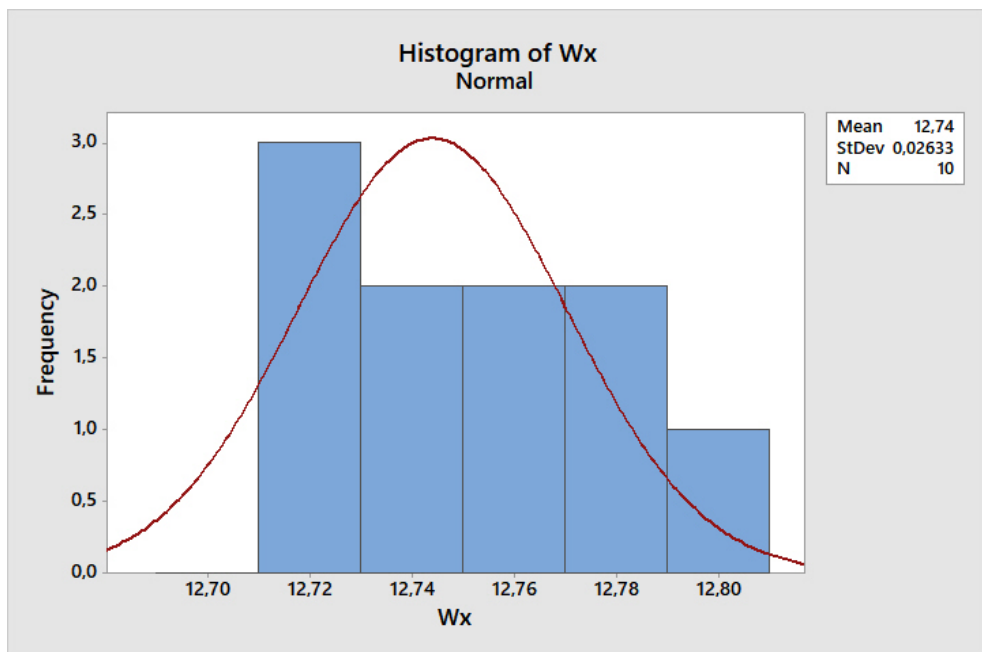


Figura 5.8. Distribuzione delle misure della dimensione W_x per i provini da 60 mm.

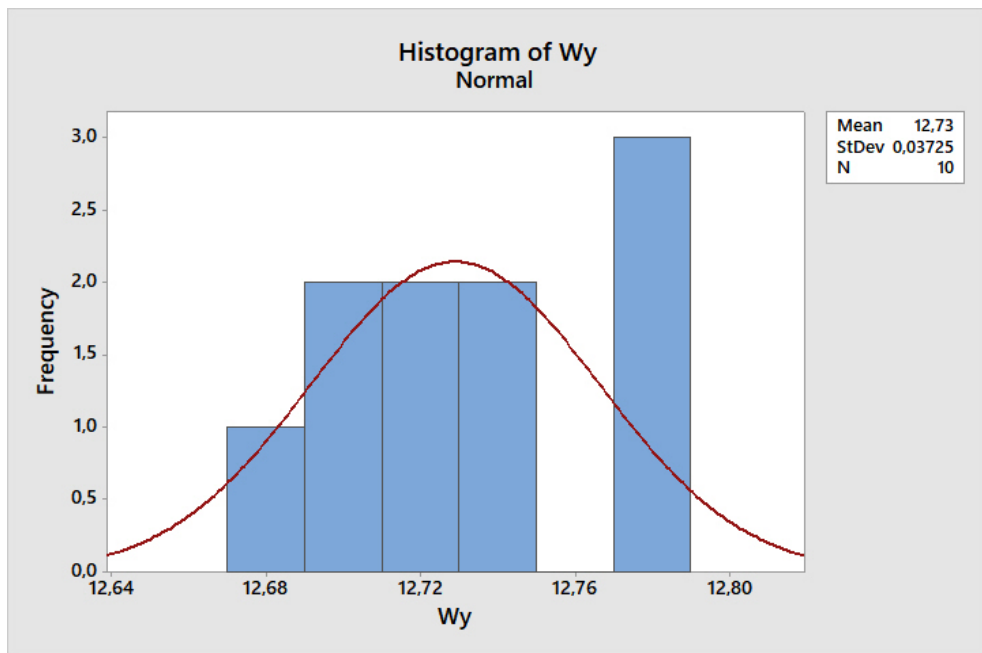


Figura 5.9. Distribuzione delle misure della dimensione W_y per i provini da 60 mm.

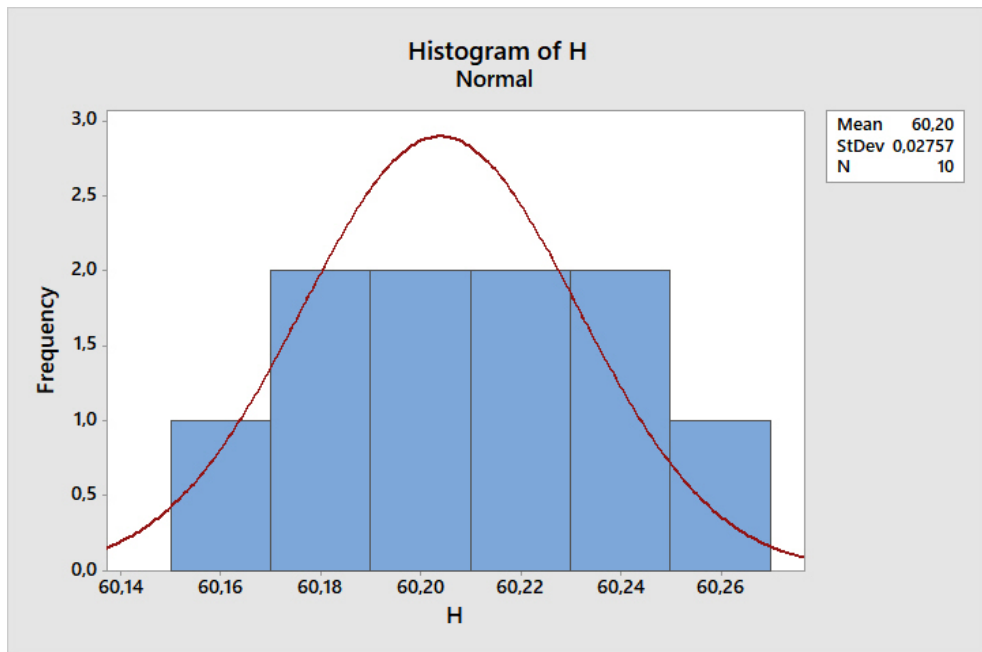


Figura 5.10. Distribuzione delle misure della dimensione H per i provini da 60 mm.

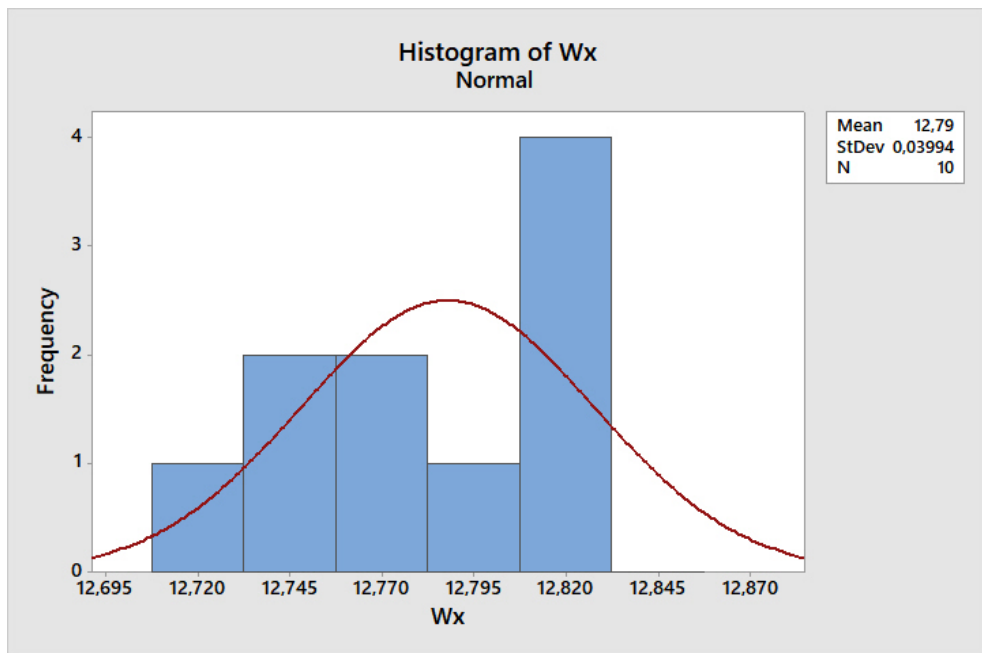


Figura 5.11. Distribuzione delle misure della dimensione W_x per i provini da 55 mm.

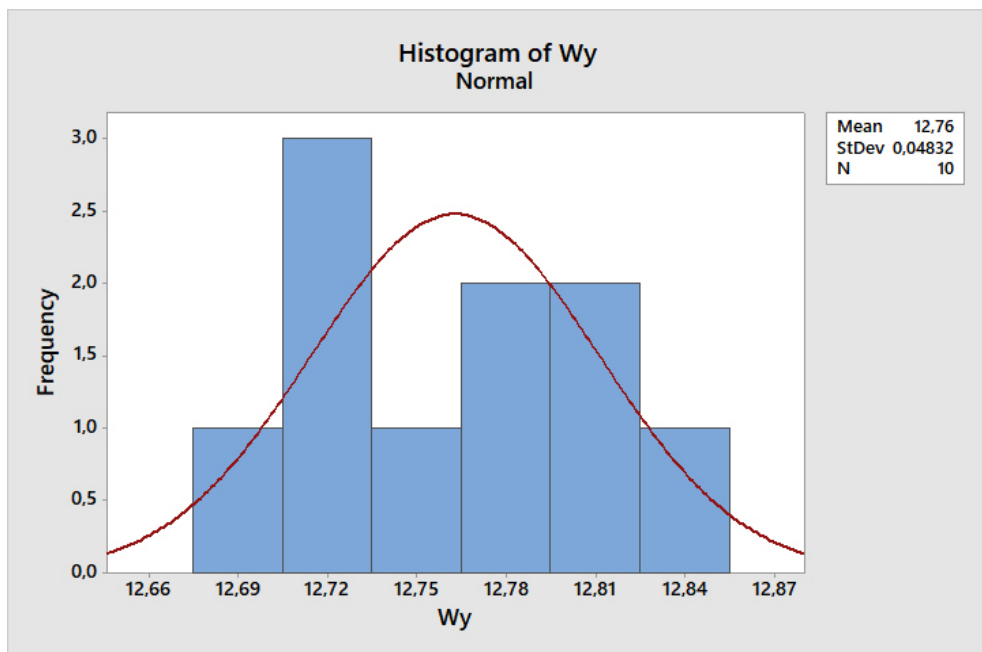


Figura 5.12. Distribuzione delle misure della dimensione W_y per i provini da 55 mm.

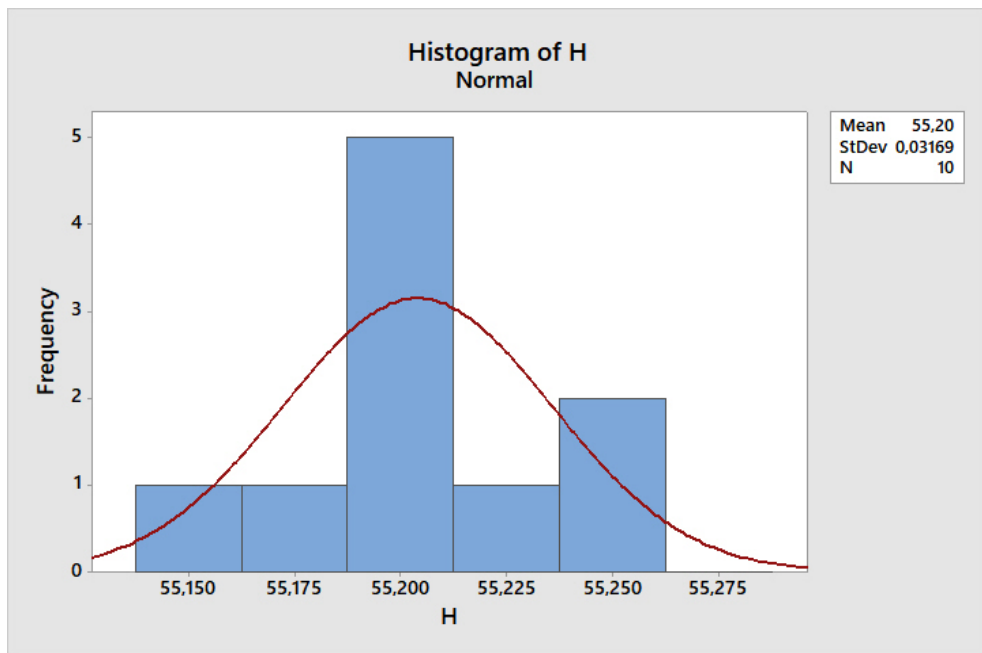


Figura 5.13. Distribuzione delle misure della dimensione H per i provini da 55 mm.

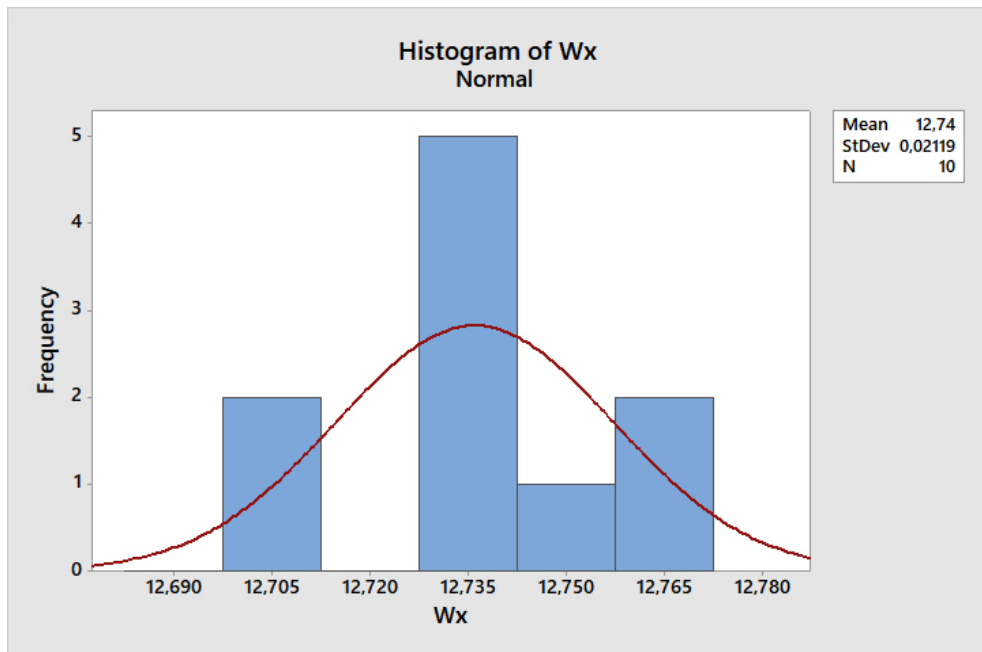


Figura 5.14. Distribuzione delle misure della dimensione W_x per i provini da 50 mm.

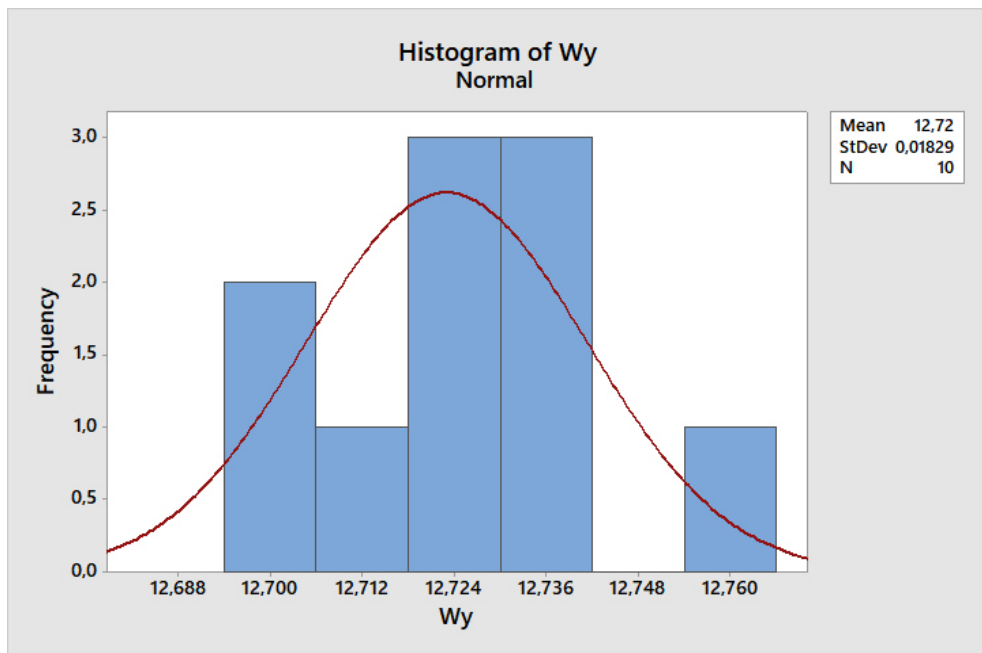


Figura 5.15. Distribuzione delle misure della dimensione W_y per i provini da 50 mm.

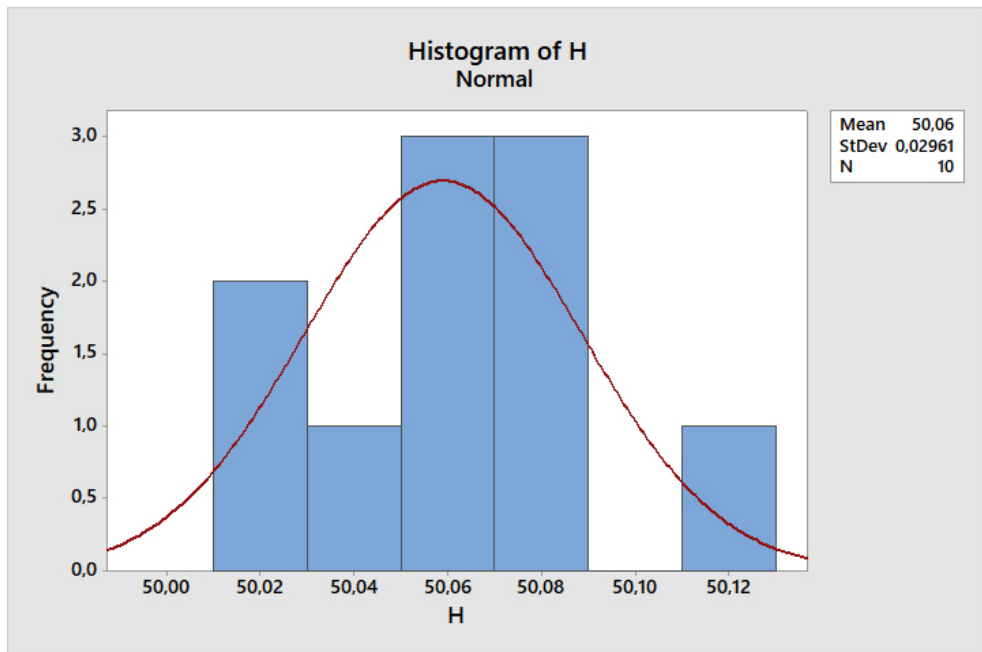


Figura 5.16. Distribuzione delle misure della dimensione H per i provini da 50 mm.

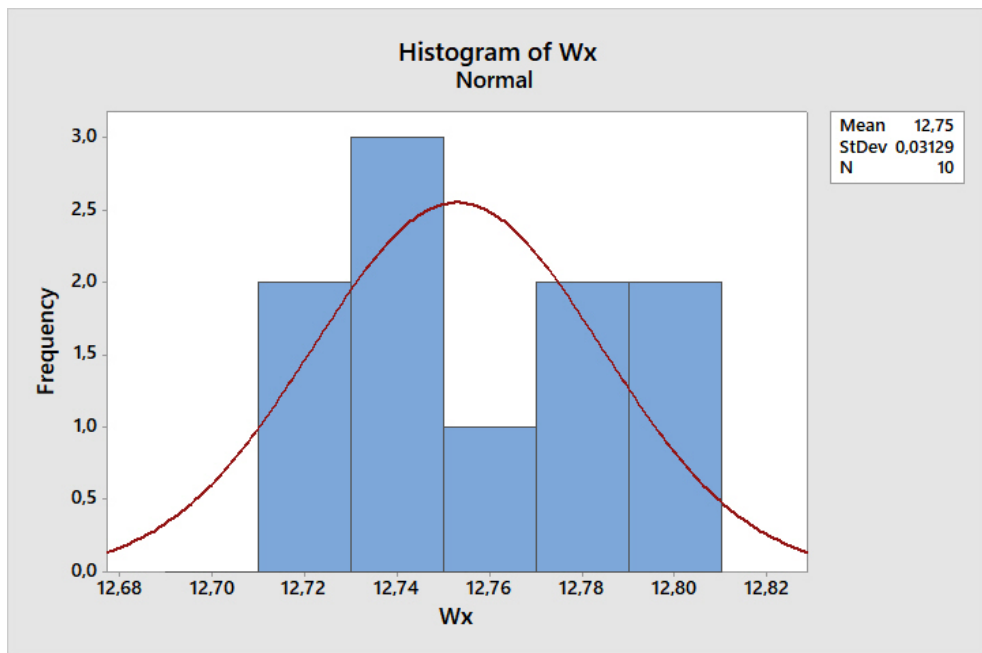


Figura 5.17. Distribuzione delle misure della dimensione W_x per i provini da 45 mm.

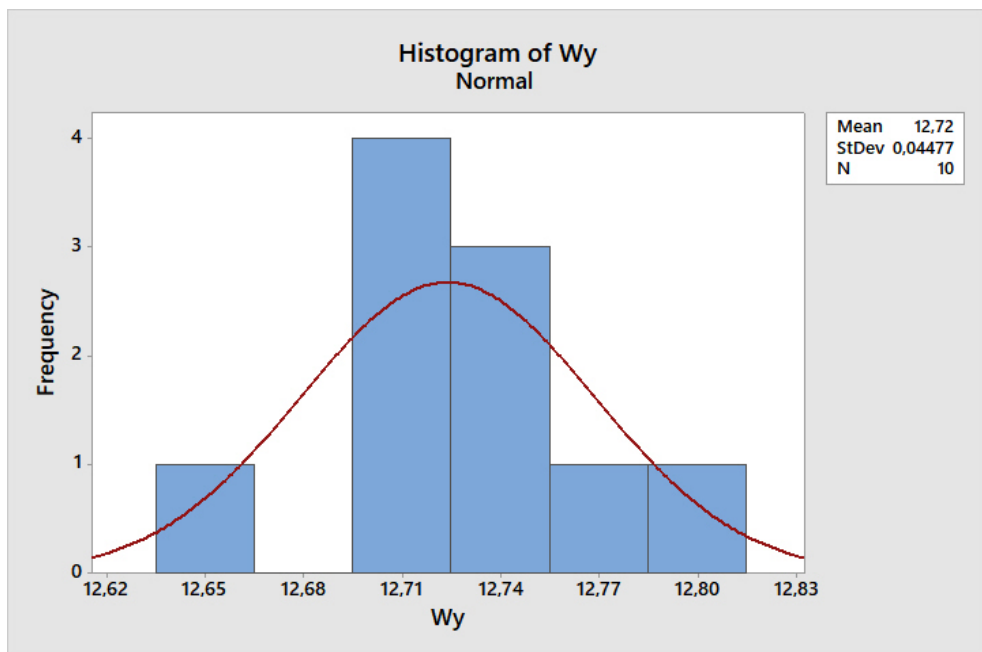


Figura 5.18. Distribuzione delle misure della dimensione W_y per i provini da 45 mm.

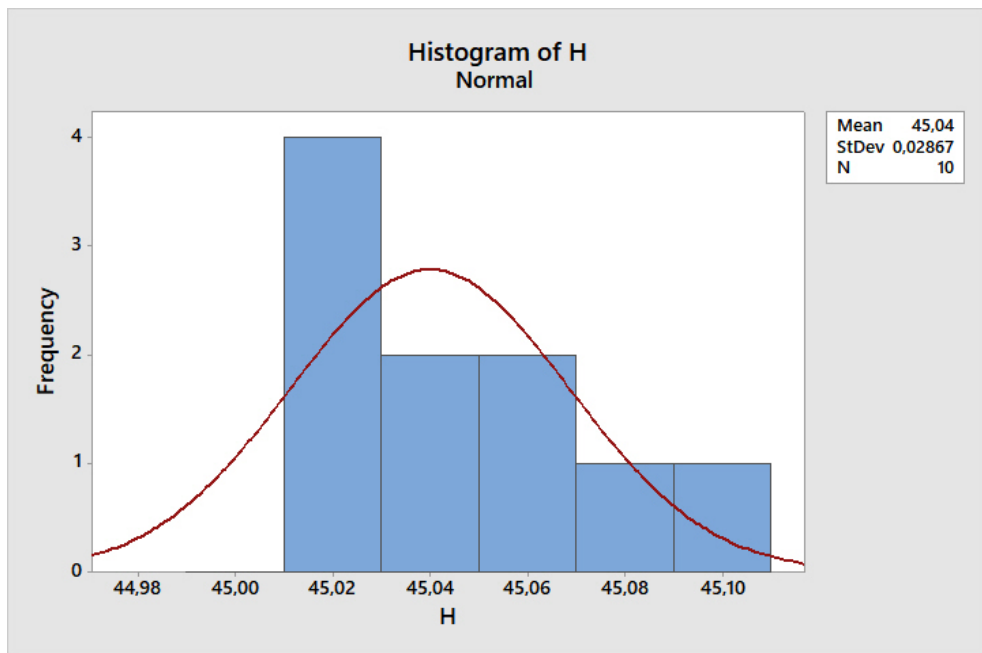


Figura 5.19. Distribuzione delle misure della dimensione H per i provini da 45 mm.

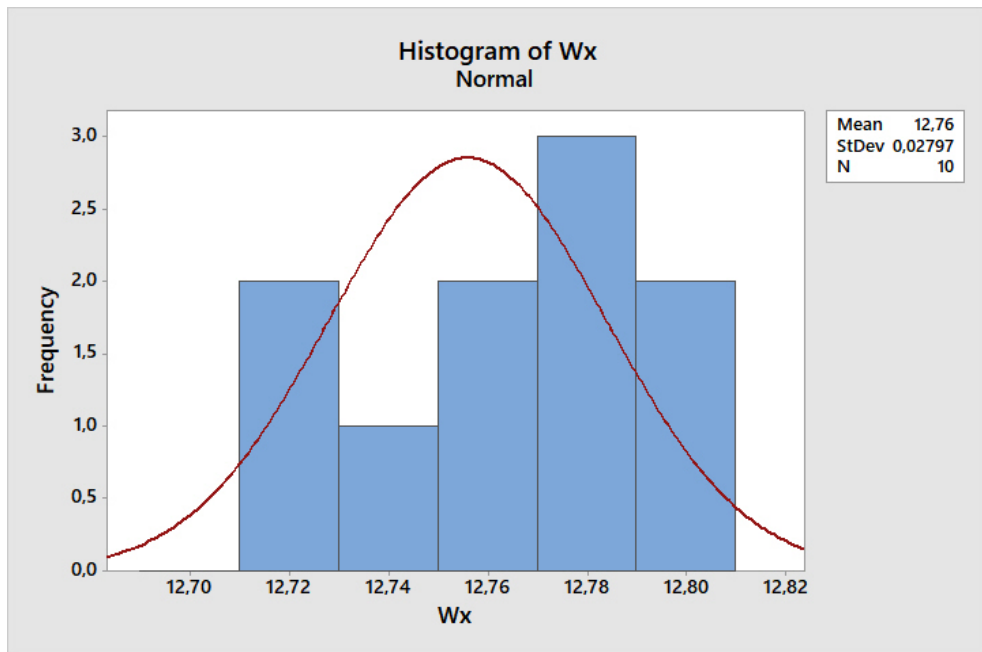


Figura 5.20. Distribuzione delle misure della dimensione W_x per i provini da 40 mm.

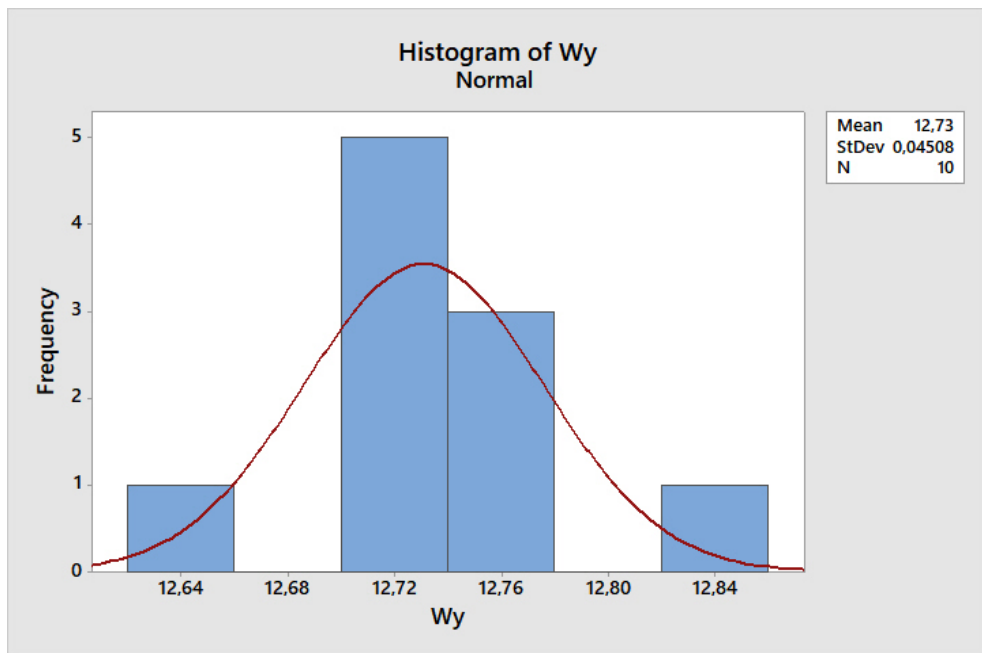


Figura 5.21. Distribuzione delle misure della dimensione W_y per i provini da 40 mm.

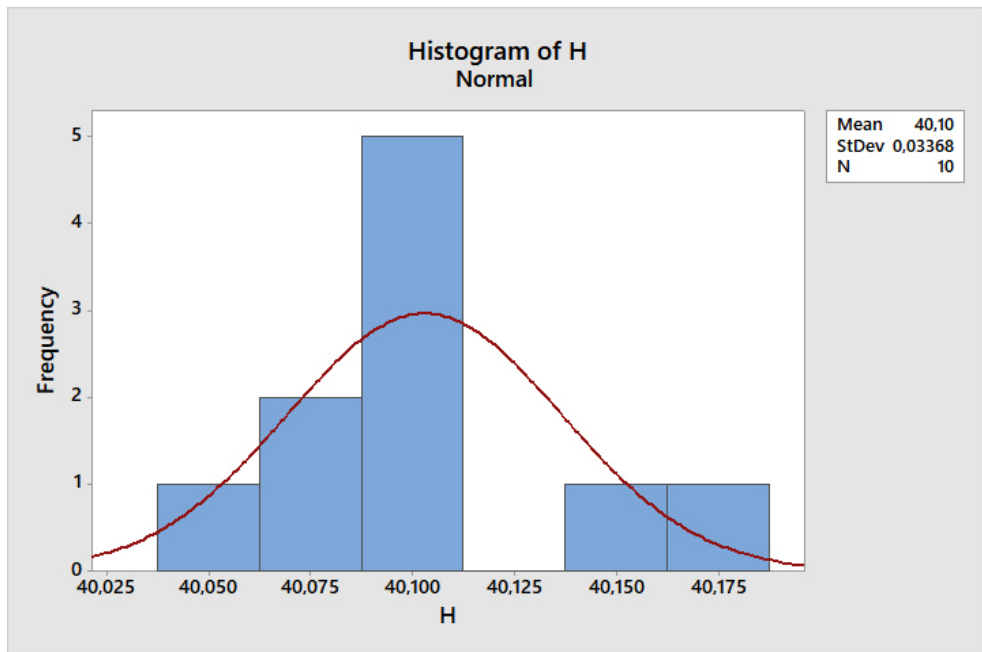


Figura 5.22. Distribuzione delle misure della dimensione H per i provini da 40 mm.

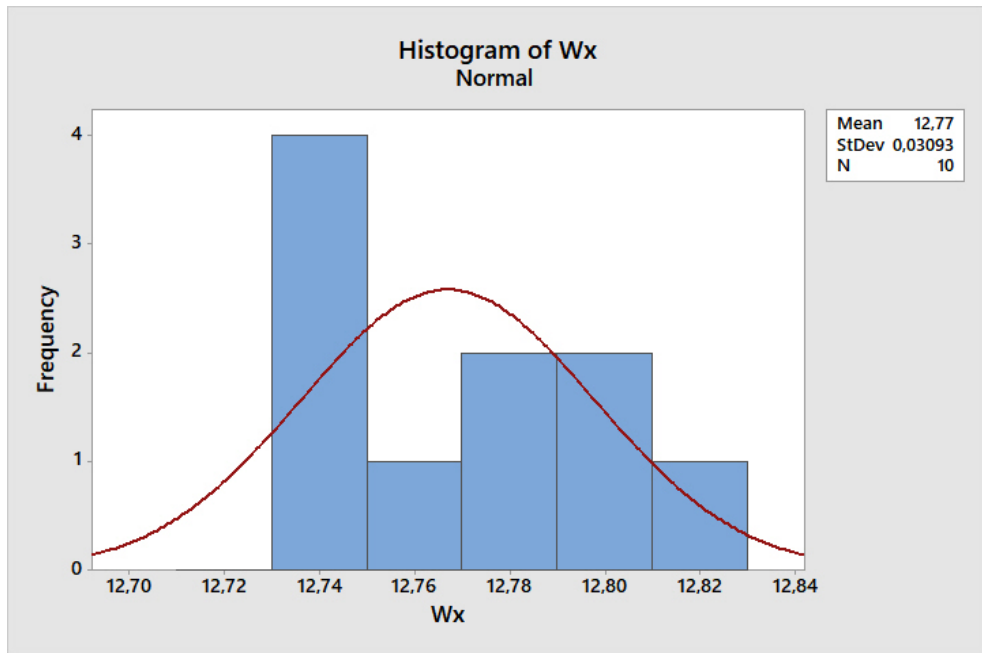


Figura 5.23. Distribuzione delle misure della dimensione W_x per i provini da 35 mm.

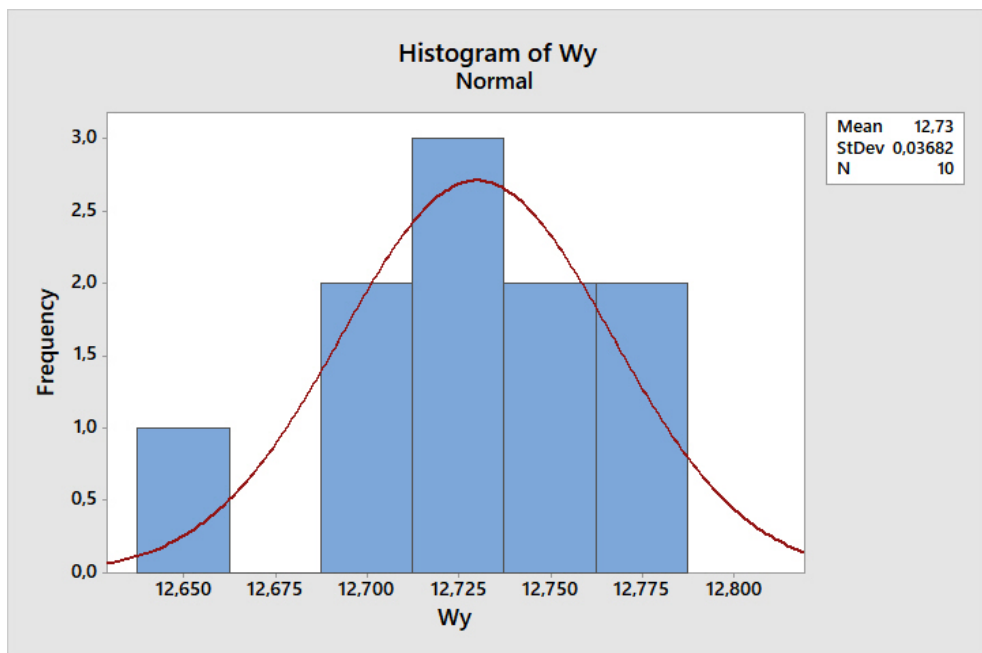


Figura 5.24. Distribuzione delle misure della dimensione W_y per i provini da 35 mm.

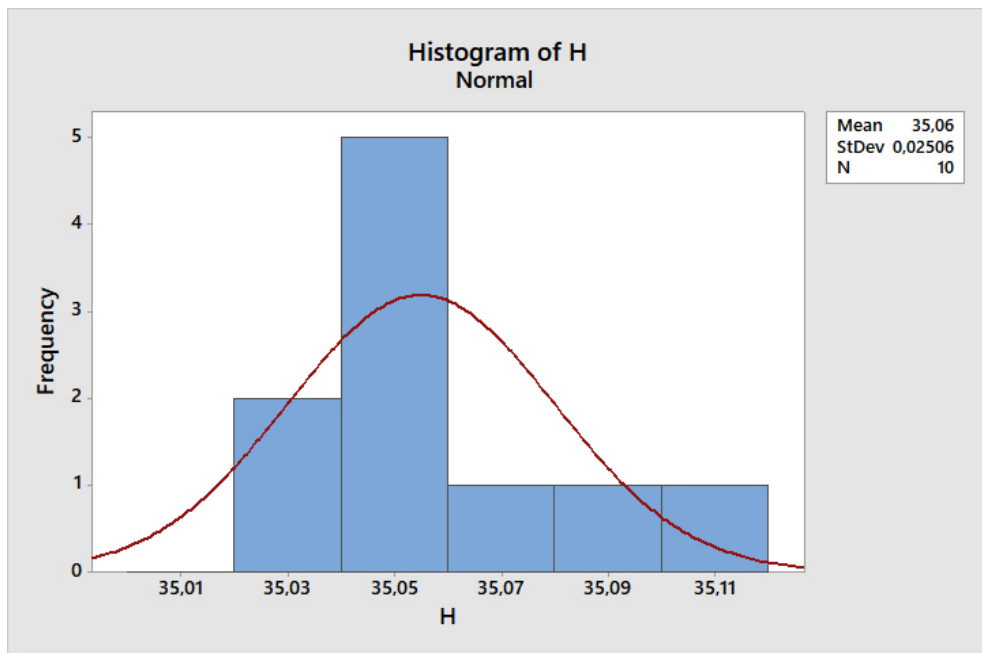


Figura 5.25. Distribuzione delle misure della dimensione H per i provini da 35 mm.

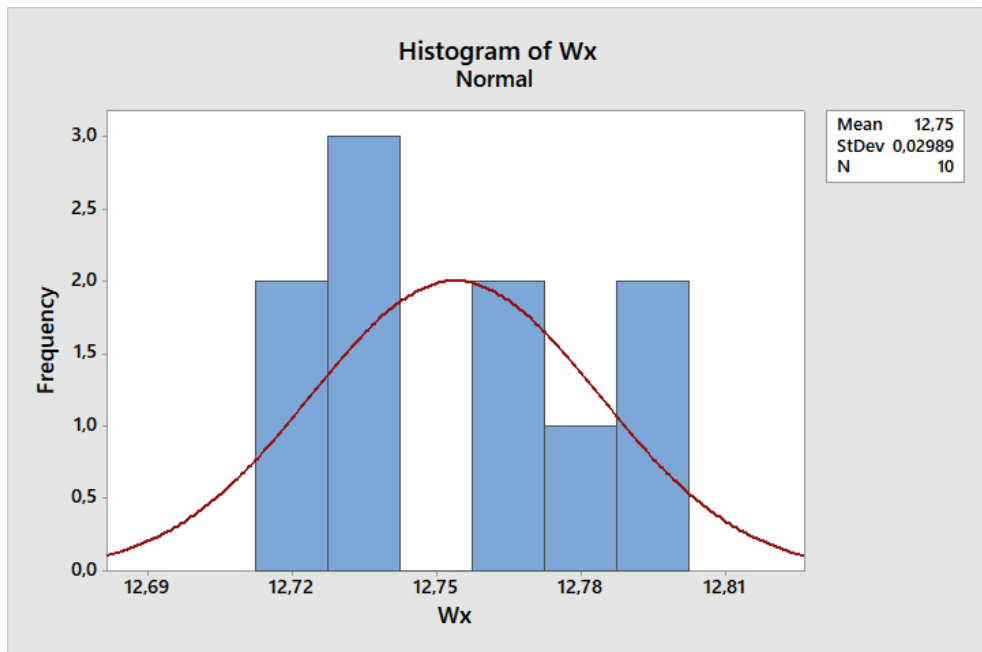


Figura 5.26. Distribuzione delle misure della dimensione W_x per i provini da 30 mm.

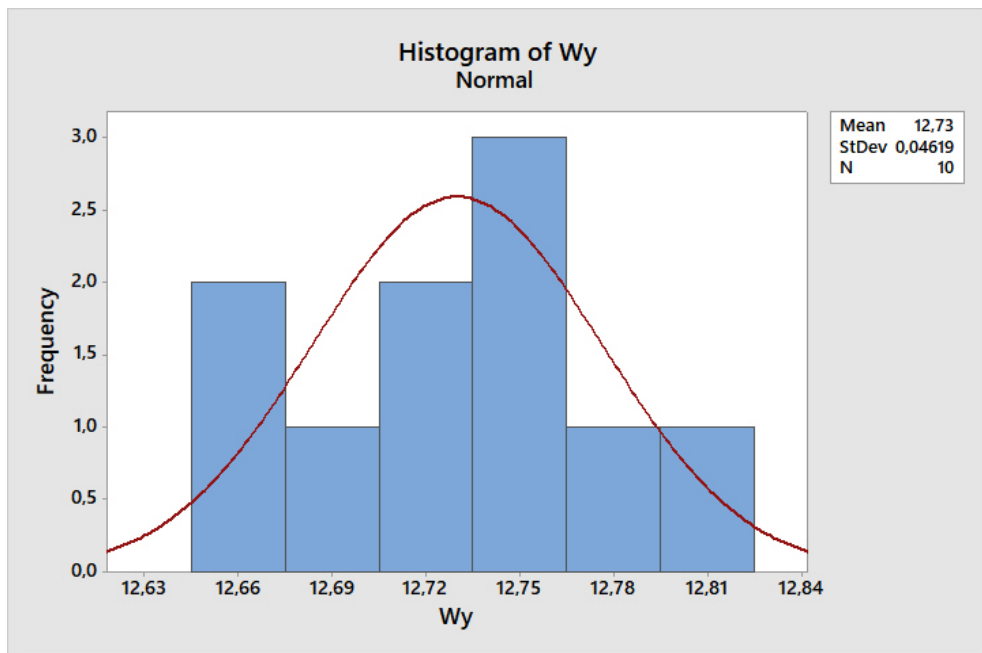


Figura 5.27. Distribuzione delle misure della dimensione W_y per i provini da 30 mm.

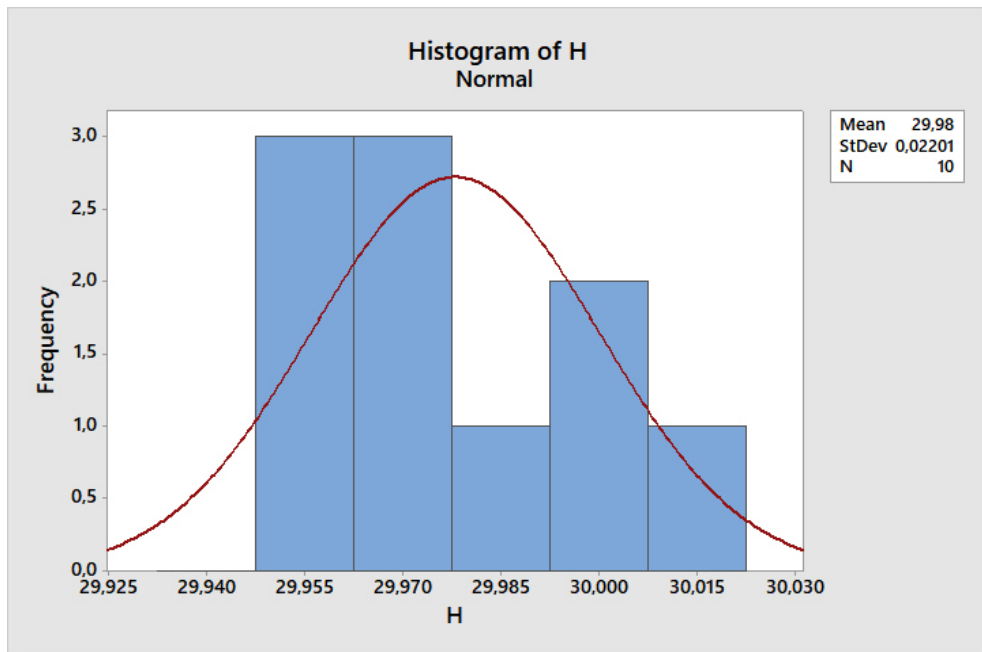


Figura 5.28. Distribuzione delle misure della dimensione H per i provini da 30 mm.

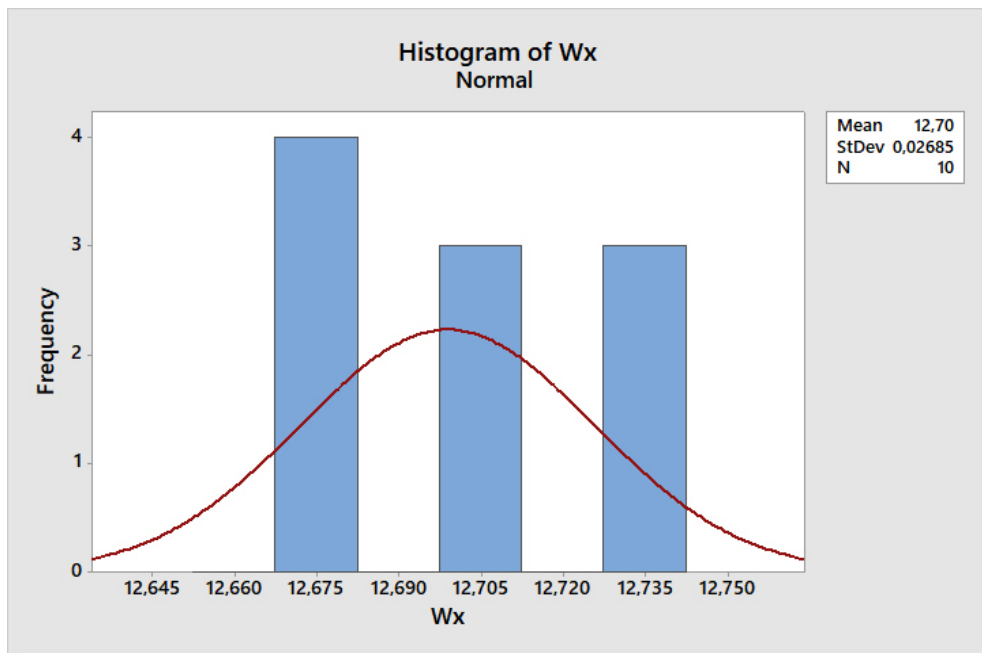


Figura 5.29. Distribuzione delle misure della dimensione W_x per i provini da 25 mm.

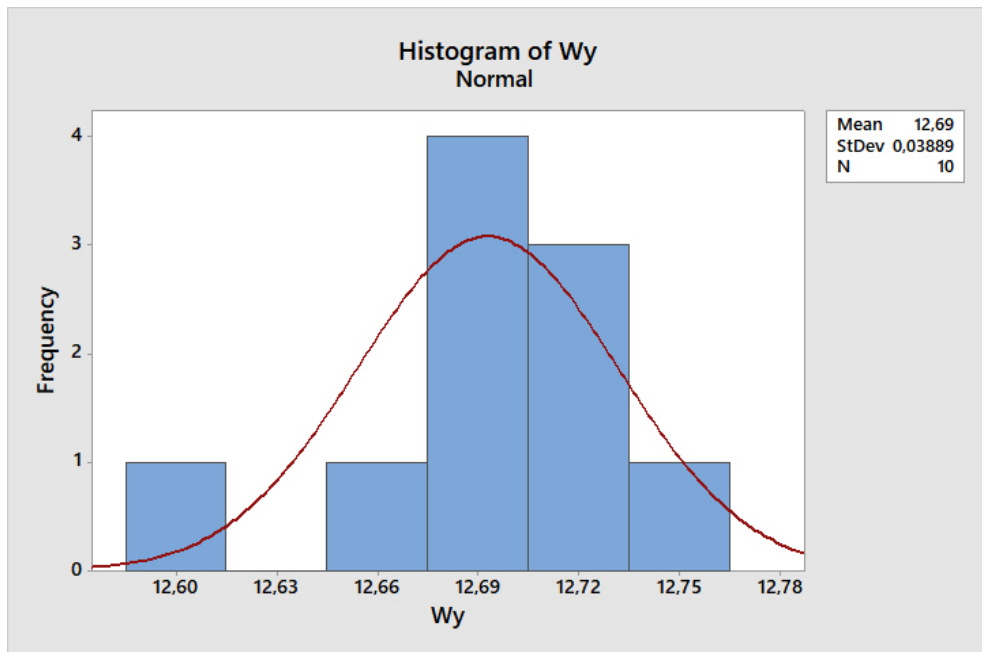


Figura 5.30. Distribuzione delle misure della dimensione W_y per i provini da 25 mm.

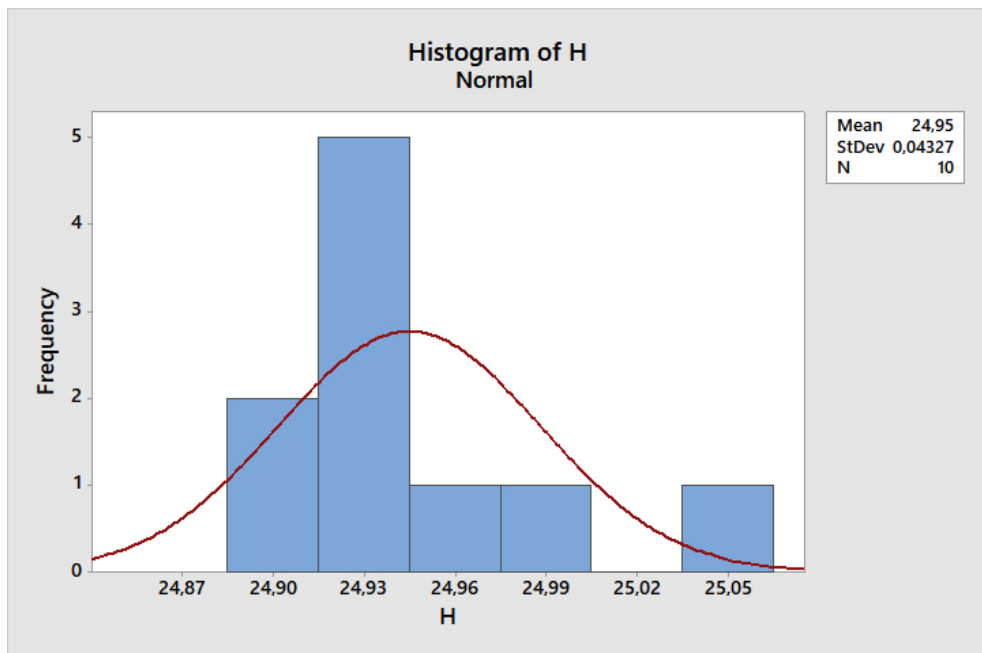


Figura 5.31. Distribuzione delle misure della dimensione H per i provini da 25 mm.

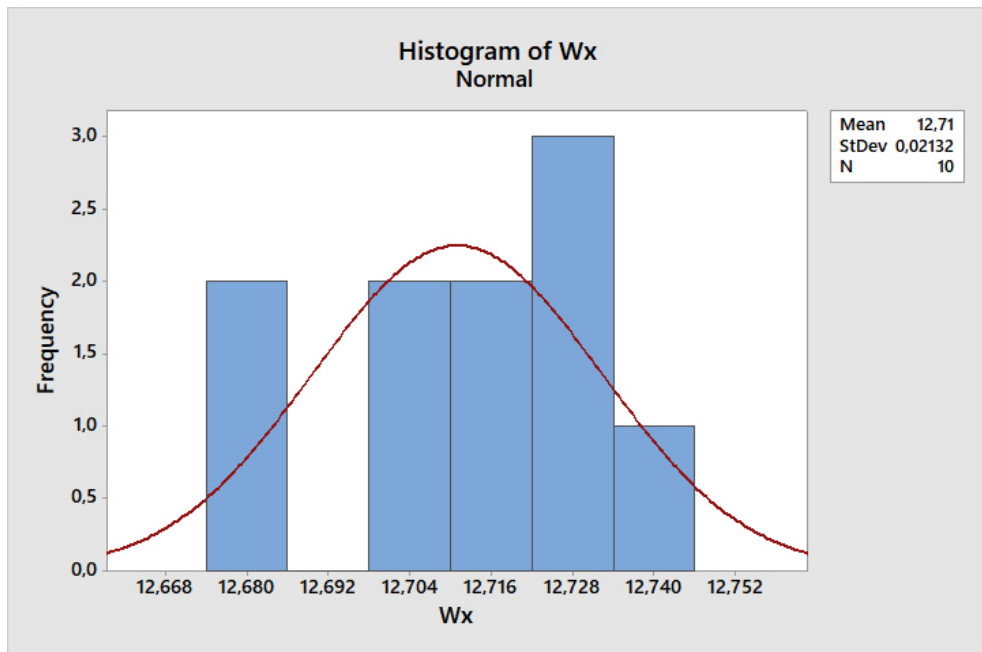


Figura 5.32. Distribuzione delle misure della dimensione W_x per i provini da 20 mm.

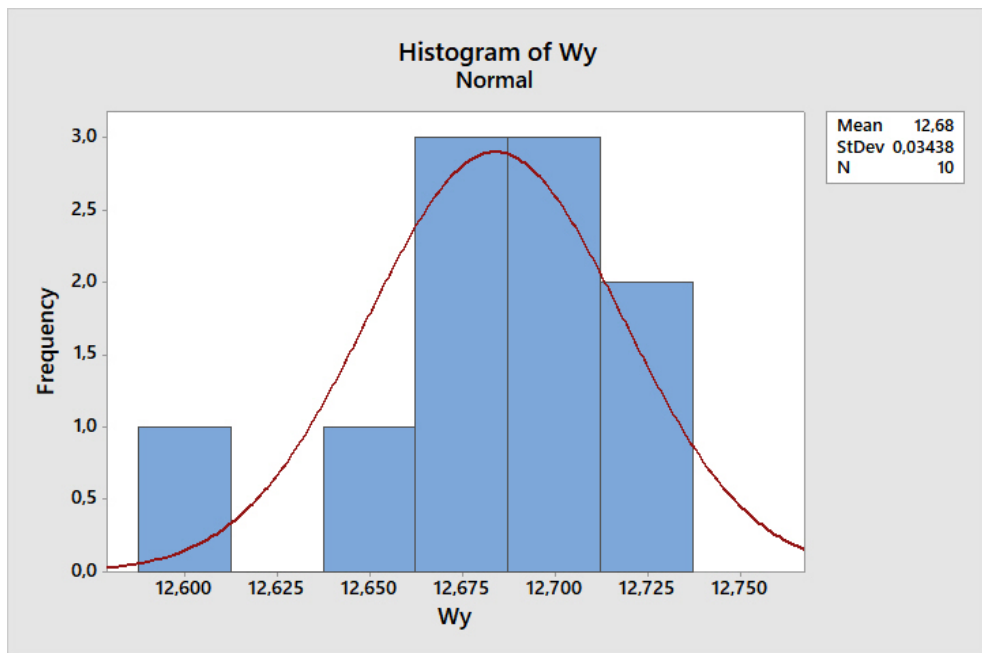


Figura 5.33. Distribuzione delle misure della dimensione W_y per i provini da 20 mm.

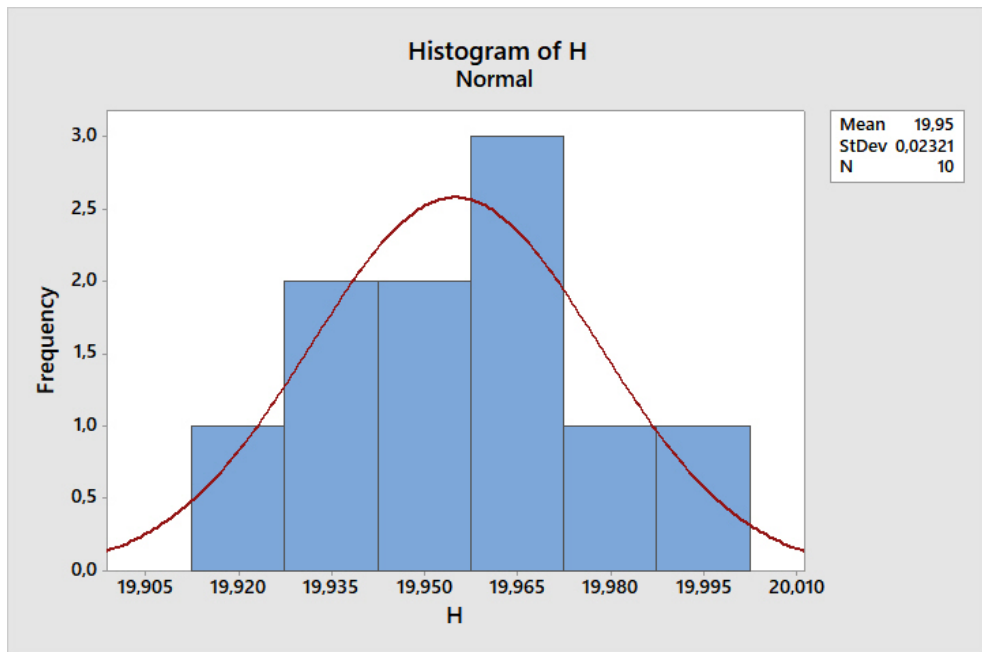


Figura 5.34. Distribuzione delle misure della dimensione H per i provini da 20 mm.

Capitolo 6

Prova di compressione

Questo capitolo é inerente lo svolgimento delle prove di compressione sui provini. Sono descritte le fasi di preparazione della prova e quelle necessarie per l'utilizzo della correlazione digitale d'immagine, è descritto il comportamento assunto dai provini durante le prove. Inoltre, sono esposte le osservazioni effettuate e i risultati raggiunti attraverso l'impiego della correlazione digitale d'immagine.

6.1 Preparazione della prova

Prima di poter essere testato ogni provino dev'essere preparato in maniera da poter utilizzare la tecnica della correlazione digitale d'immagine. Questa fase è illustrata nel paragrafo 6.2. Successivamente il provino può essere inserito nella macchina di prova.

Per i provini lunghi 65 e 20 mm è stata utilizzata una Instron 8516, per tutti gli altri una Instron 8801; questo cambiamento di macchina è stato necessario perché la prima ha subito un guasto al sistema di controllo che l'ha resa inutilizzabile. Ad ogni modo, le due macchine sono equivalenti e consentono di eseguire prove, sia statiche che dinamiche, con una capacità di carico fino a 100 KN.

La macchina di prova, di tipo servoidraulico, comprende una struttura di supporto sulla quale è montata la cella di carico insieme ai dispositivi per l'applicazione del carico e l'afferraggio del provino. La cella di carico è collegata a un controller collegato, a sua volta, a un computer. Mediante quest'ultimo è possibile impostare i parametri della prova, gestirne lo svolgimento e memorizzare i dati di output della macchina come carichi e spostamenti.

Per il test di compressione il provino viene posizionato tra due piastre di supporto e il carico viene applicato tramite il movimento di quella inferiore. Il provino deve essere posizionato con il suo asse verticale allineato con l'asse di applicazione del carico e con le basi parallele alle superfici delle piastre. Poiché le prove di buckling sono molto sensibili alle condizioni in cui vengono svolte, occorre prestare molta attenzione nella fase di posizionamento così da minimizzare disallineamenti che possono influenzare i risultati.

L'operazione successiva è l'impostazione dei parametri della prova, la quale può essere eseguita in controllo di forza o di spostamento. La normativa richiede di effettuare una

prova in controllo di spostamento con una velocità di 0.03 mm/s, che può essere eventualmente incrementata dopo lo snervamento. Nel nostro caso, per semplicità, è stata mantenuta costante.

Le operazioni di preparazione della prova sopra illustrate sono seguite da quelle necessarie per effettuare la correlazione digitale d'immagine, illustrate nel paragrafo 6.2. terminate tutte le operazioni preliminari, dopo l'azzeramento della macchina, il test può avere inizio. La figura 6.1 mostra un provino pronto per essere testato.

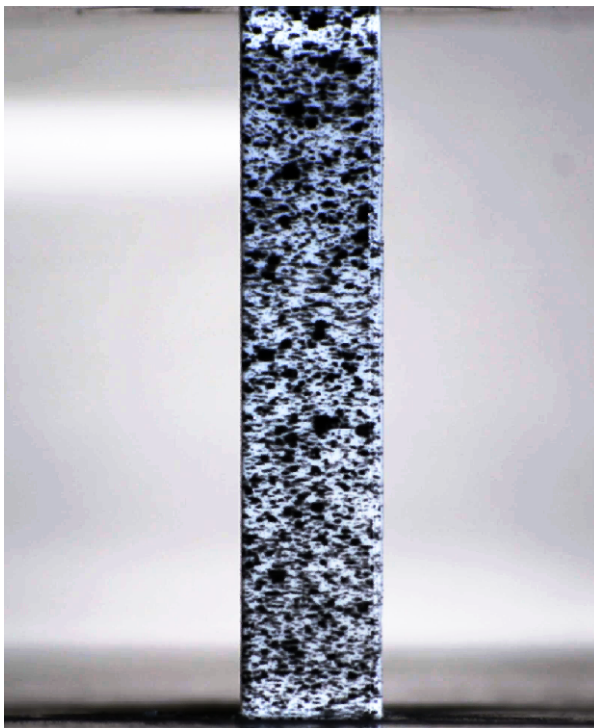


Figura 6.1. Provino in posizione prima dell'inizio del test.

6.2 Set-up correlazione digitale d'immagine

Per stabilire l'insorgere del buckling occorre monitorare gli spostamenti trasversali e le deformazioni assiali per alcuni punti appartenenti al provino. Nell'ambito in cui ci si trova a operare i tradizionali estensimetri risultano inadatti per i seguenti motivi. Innanzitutto ogni estensimetro è costituito da un filo metallico che ha una rigidità superiore rispetto al materiale polimerico di cui è costituito il provino, quindi nel punto in cui viene fissato si ha un effetto irrigidente che influisce sulla deformazione. Poi per monitorare vari punti e riuscire a rilevare quello in cui la deflessione è massima bisognerebbe utilizzare vari estensimetri che, date le limitate dimensioni del provino, influirebbero anche sulla rigidità globale e sul fenomeno del buckling [6].

Le problematiche sopra esposte sono state completamente eliminate ricorrendo alla correlazione digitale d'immagine, in particolare la tipologia bidimensionale, i cui fondamenti sono illustrati nel paragrafo 4.2. La figura 6.2 mostra la configurazione di un sistema

per effettuare la correlazione digitale d'immagine, che comprende una fotocamera digitale per l'acquisizione delle immagini del provino, delle lampade per l'illuminazione della superficie che viene ripresa e software di correlazione per l'elaborazione delle immagini acquisite. Di seguito sono illustrati gli step necessari per l'applicazione del metodo.

Il primo step è la preparazione dei provini. Sono stati rimossi i residui derivanti dalla stampa, i provini sono stati puliti e la superficie da riprendere è stata verniciata con una vernice spray nera per creare una distribuzione casuale di grigi. Il motivo di quest'operazione è spiegato nel paragrafo 4.2.

Il secondo step comprende alcune operazioni per assicurare il corretto funzionamento del sistema e per incrementarne l'accuratezza. Questa fase sostanzialmente consiste nel corretto posizionamento delle luci e della fotocamera. Per quanto riguarda le luci, la superficie ripresa non deve essere né buia né eccessivamente illuminata. La fotocamera deve essere parallela a tale superficie, con l'obiettivo allineato e a una distanza tale da permettere una corretta messa a fuoco. La limitazione del metodo bidimensionale risiede nel fatto che tutti i movimenti del provino fuori dal piano di osservazione devono essere trascurabili. Per poter misurare questi movimenti bisognerebbe aggiungere una seconda fotocamera per effettuare la DIC tridimensionale.

Lo step successivo è l'acquisizione delle immagini durante lo svolgimento della prova. È stata utilizzata una fotocamera reflex che ha permesso di acquisire immagini con risoluzione di 1920x1080 pixel e con una velocità di 30 fotogrammi al secondo.

L'ultimo step è l'elaborazione delle immagini acquisite per ricavare le informazioni desiderate. Si può intuire che possono essere analizzate solo le immagini relative ai provini la cui inflessione sia avvenuta nel piano di osservazione.

Si sottolinea l'importanza di tutti gli aspetti fin qui illustrati, in quanto influiscono sull'attendibilità dei risultati finali. Le posizioni di luci e fotocamera devono rimanere invariate durante la prova. Un'illuminazione o una verniciatura non adeguata possono invalidare la correlazione. Infine, anche durante l'acquisizione delle immagini può generarsi del rumore (vibrazioni, interferenze, ecc.) che sporca i risultati.

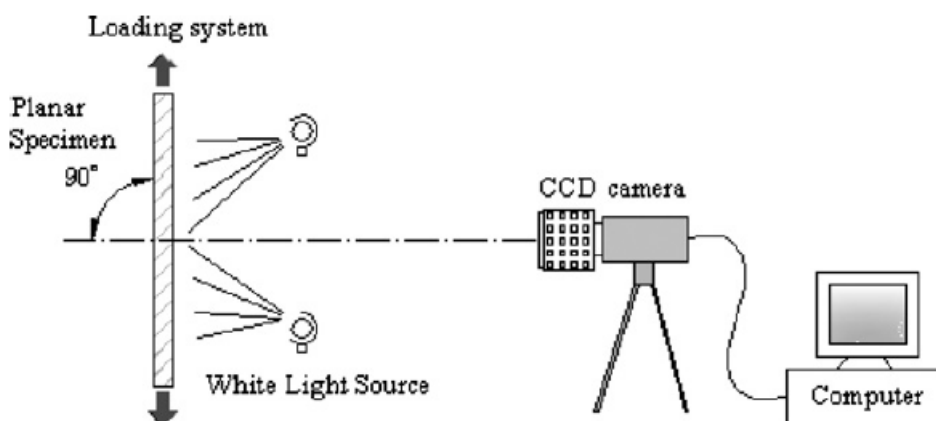


Figura 6.2. Configurazione di un sistema per la DIC (tratta da [4]).

6.3 Comportamento a compressione

Sia L la lunghezza del provino e D la larghezza, i possibili modi di deformazione a compressione, in accordo con [12] e illustrati in figura 6.3, sono:

- buckling, è la tipica configurazione inflessa per instabilità e solitamente avviene quando $L/D > 5$;
- deformazione a taglio che può verificarsi quando $L/D = 5$;
- barreling, si tratta della formazione di un rigonfiamento a causa dell'attrito tra le facce del provino e i supporti della macchina, potrebbe verificarsi quando $L/D < 2$;
- double barreling, sempre per motivi di attrito con i supporti, si forma un doppio rigonfiamento se $L/D > 2$;
- compressione omogenea che avviene quando $1.5 < L/D < 2$;
- deformazione irregolare dovuta a una forma di instabilità che porta a una notevole espansione localizzata.

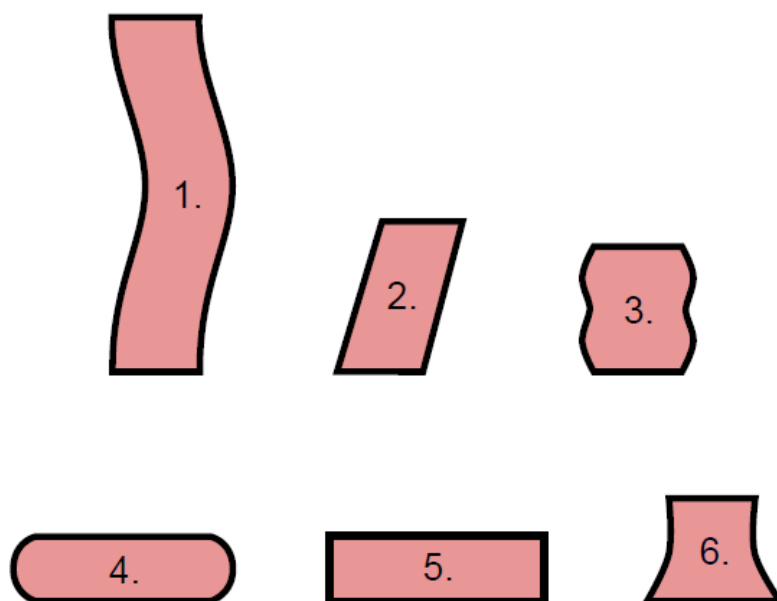


Figura 6.3. Modi di deformazione a compressione: 1-buckling 2-taglio 3-double barreling 4-barreling 5-compressione omogenea 6-instabilità (tratta da [12])

Le figure 6.4-6.13 propongono i grafici sforzo-deformazione di un provino di ogni lunghezza e sono rappresentativi del comportamento assunto dalla rispettiva famiglia. Lo sforzo è stato calcolato dividendo il carico applicato per la sezione del provino; la deformazione, è stata ottenuta dividendo la corsa della piastra inferiore per la lunghezza

iniziale del provino. Sia il carico che la corsa vengono campionati dalla macchina durante la prova con una frequenza costante.

Tutti i provini presentano più o meno marcatamente un tratto iniziale piatto fino a un punto di flesso; la presenza di questo tratto è dovuta unicamente a riallineamenti iniziali del provino e non ricopre significato dal punto di vista fisico. Poi è presente la classica zona elastica lineare, seguita da un breve tratto non lineare fino a un punto a tangente orizzontale. Dopo questo punto l'andamento differisce a seconda del verificarsi o meno del buckling.

Nel caso di buckling, per i provini più lunghi si ha una diminuzione dello sforzo fino al punto di rottura; all'avvicinarsi di quest'ultimo iniziano a formarsi delle fessure dalla parte delle fibre tese finché non si verifica l'improvvisa rottura per scorrimento a taglio. Al diminuire della lunghezza non si ha una vera e propria rottura e si ha un assestamento dello sforzo.

Per i provini più corti, in assenza di buckling, lo sforzo si assesta per un breve tratto per poi riprendere a crescere senza che si verifichi una vera e propria rottura; le oscillazioni presenti sono causate da successivi riaggiustamenti del provino all'interno della sua sede.

Il buckling si è verificato per i provini con lunghezza compresa tra 30 e 65 mm, quindi con rapporto L/D compreso tra circa 2.4 e 5.1, seppure al diminuire della lunghezza il fenomeno tende a essere molto meno vistoso e ad essere accompagnato da un leggero barreling singolo o doppio. I provini da 20 e 25 mm, quindi con L/D rispettivamente di circa 1.6 e 2, semplicemente si comprimono manifestando barreling.

I dati rilevati sperimentalmente sono elaborato nel paragrafo 8.1.

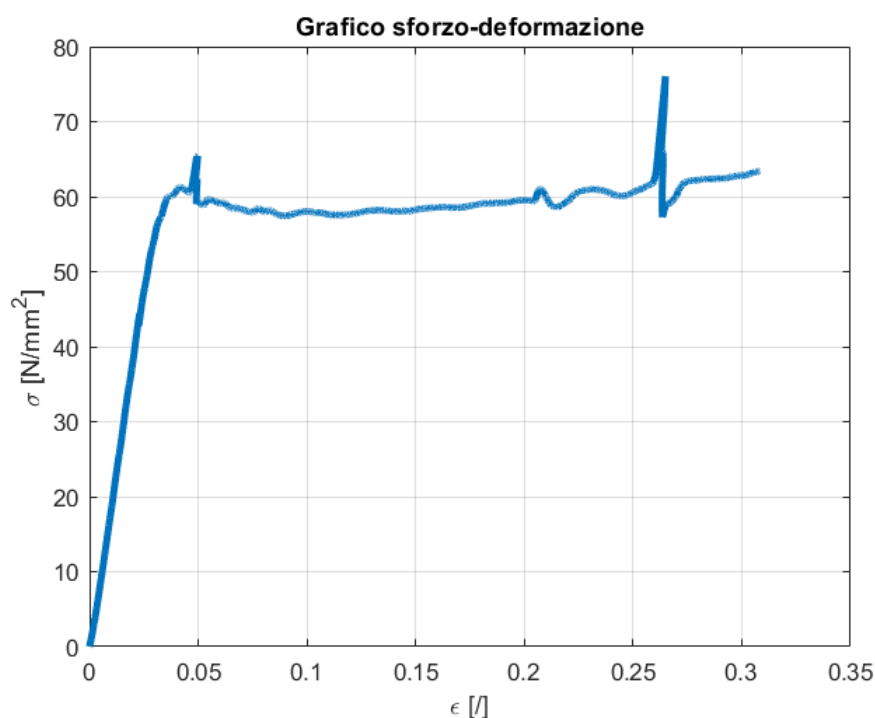


Figura 6.4. Curva sforzo-deformazione di un provino lungo 20 mm.

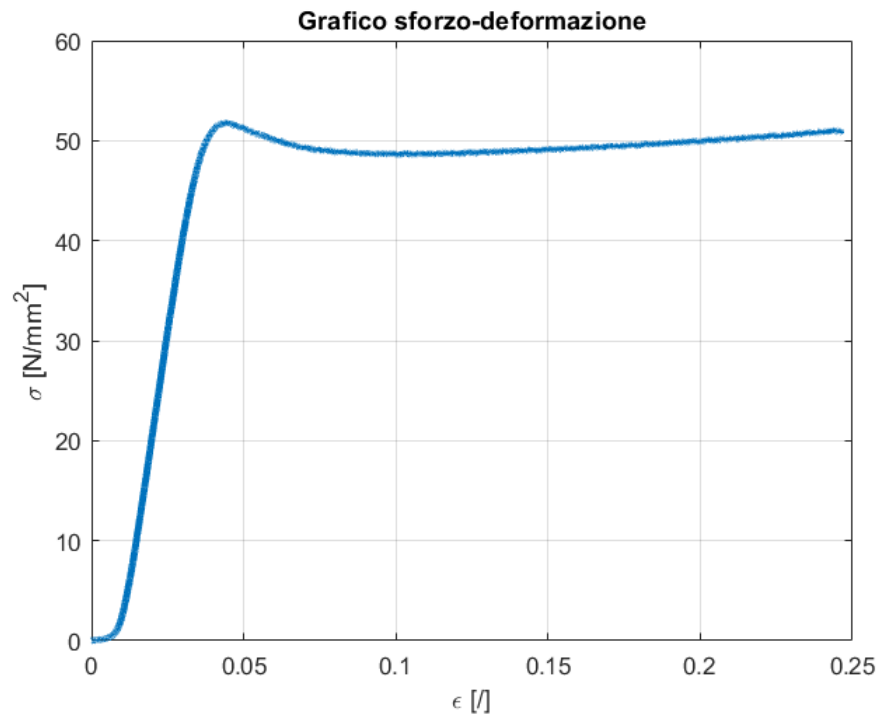


Figura 6.5. Curva sforzo-deformazione di un provino lungo 25 mm.

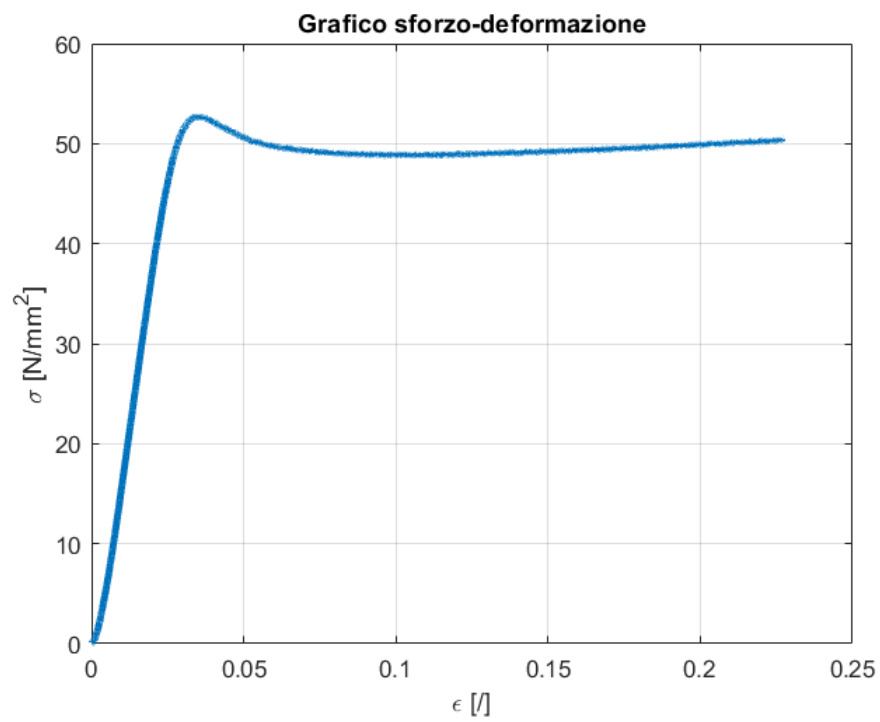


Figura 6.6. Curva sforzo-deformazione di un provino lungo 30 mm.

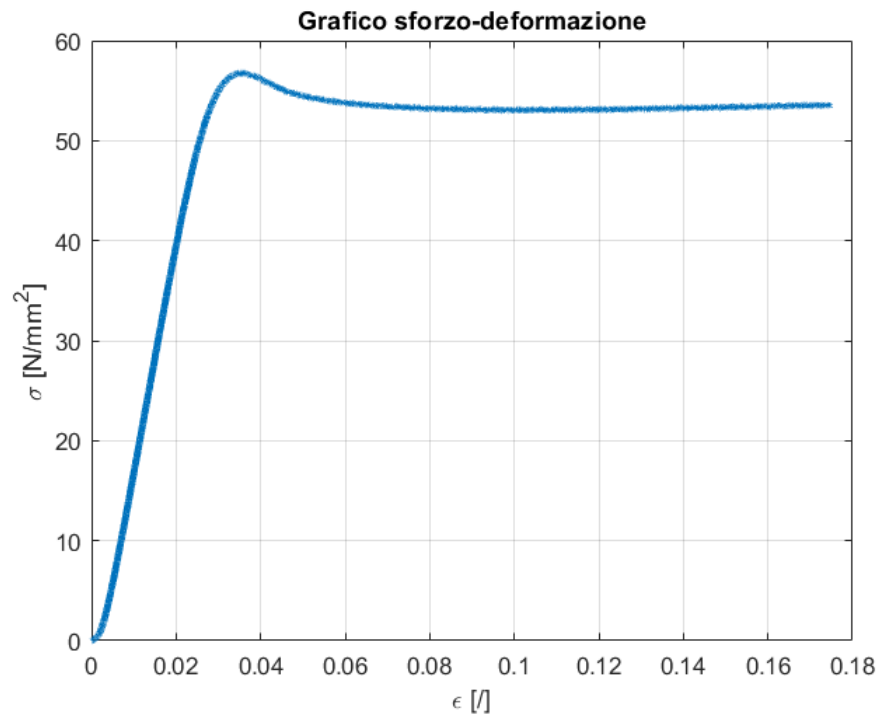


Figura 6.7. Curva sforzo-deformazione di un provino lungo 35 mm.

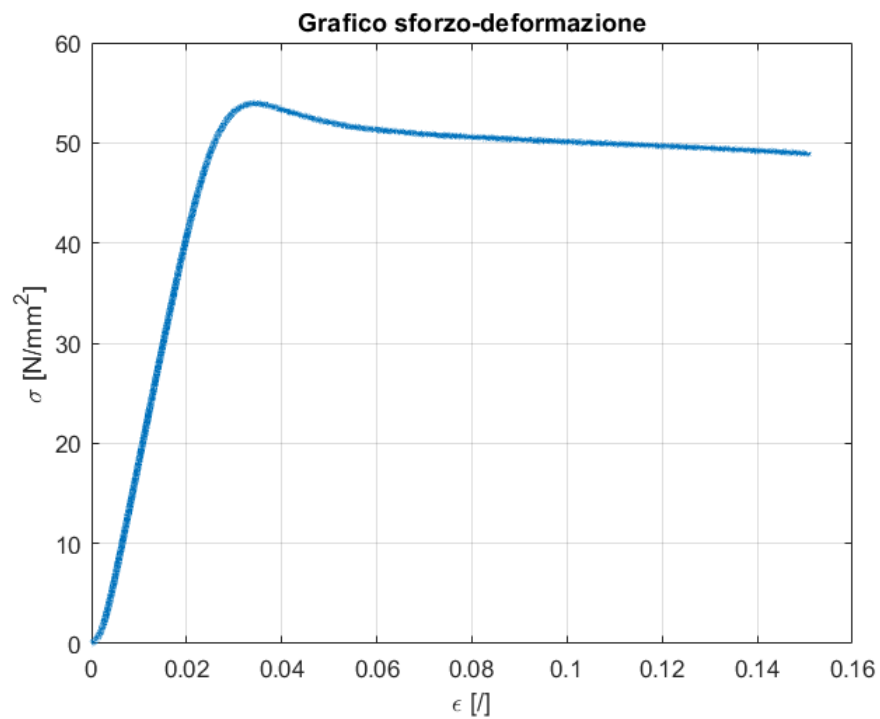


Figura 6.8. Curva sforzo-deformazione di un provino lungo 40 mm.

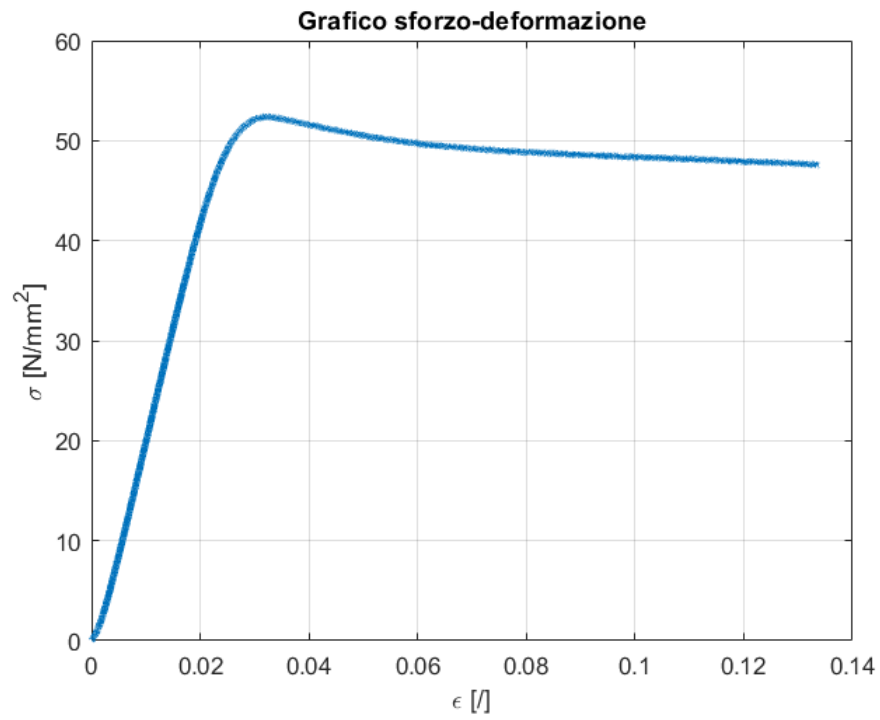


Figura 6.9. Curva sforzo-deformazione di un provino lungo 45 mm.

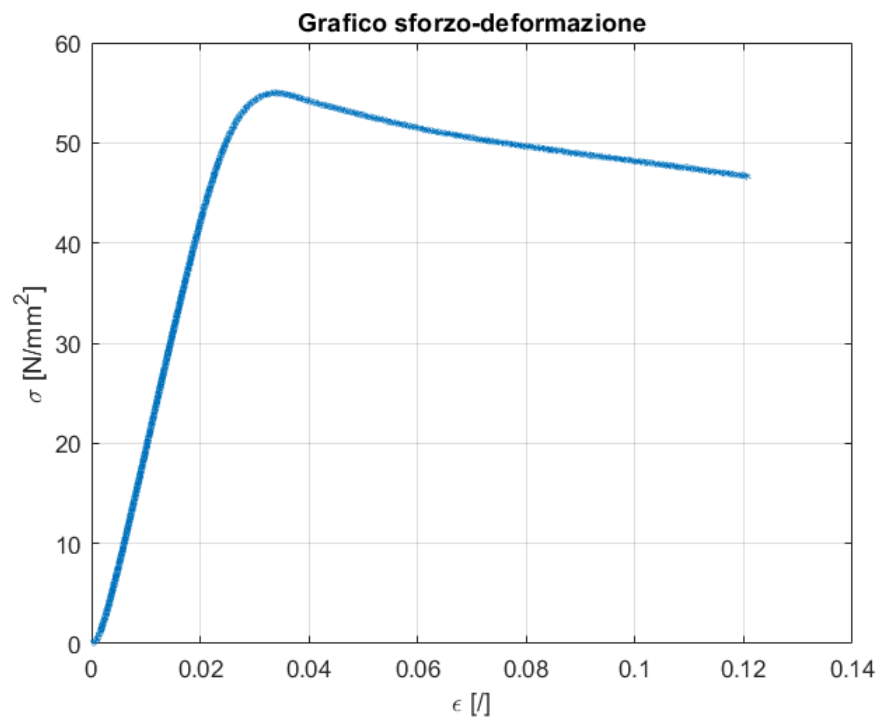


Figura 6.10. Curva sforzo-deformazione di un provino lungo 50 mm.

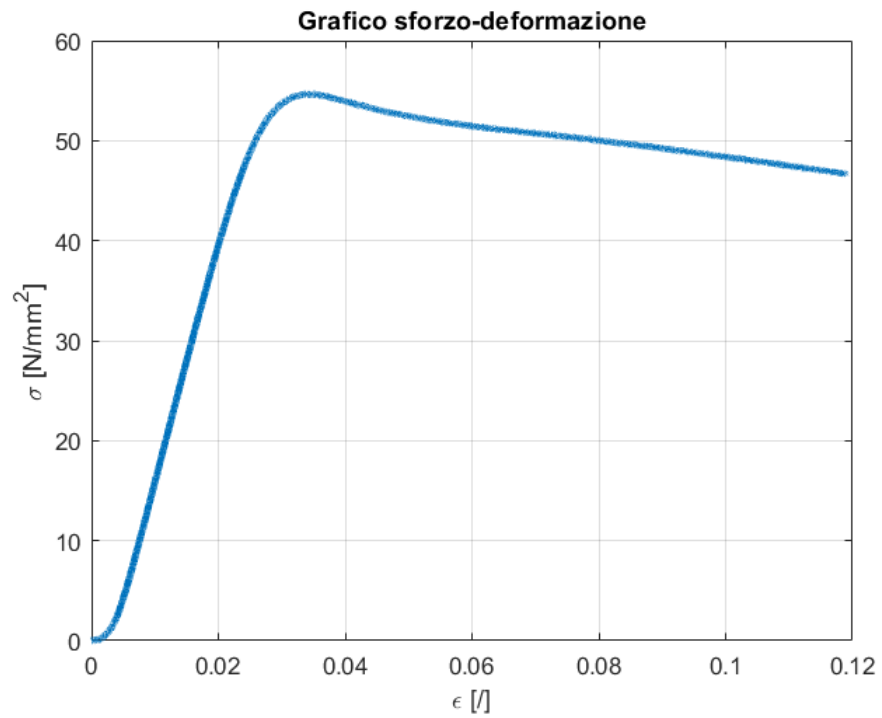


Figura 6.11. Curva sforzo-deformazione di un provino lungo 55 mm.

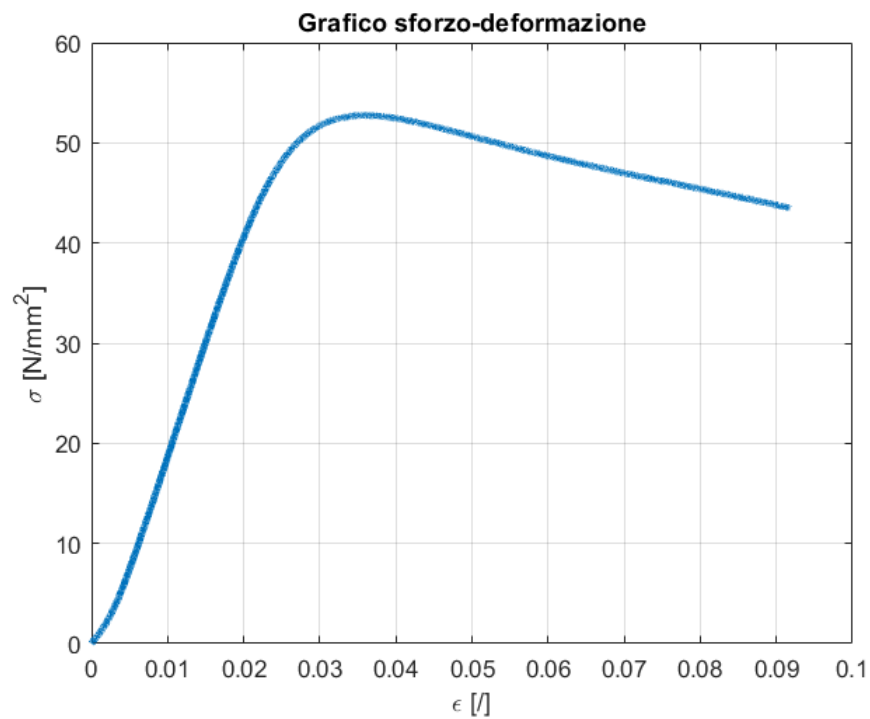


Figura 6.12. Curva sforzo-deformazione di un provino lungo 60 mm.

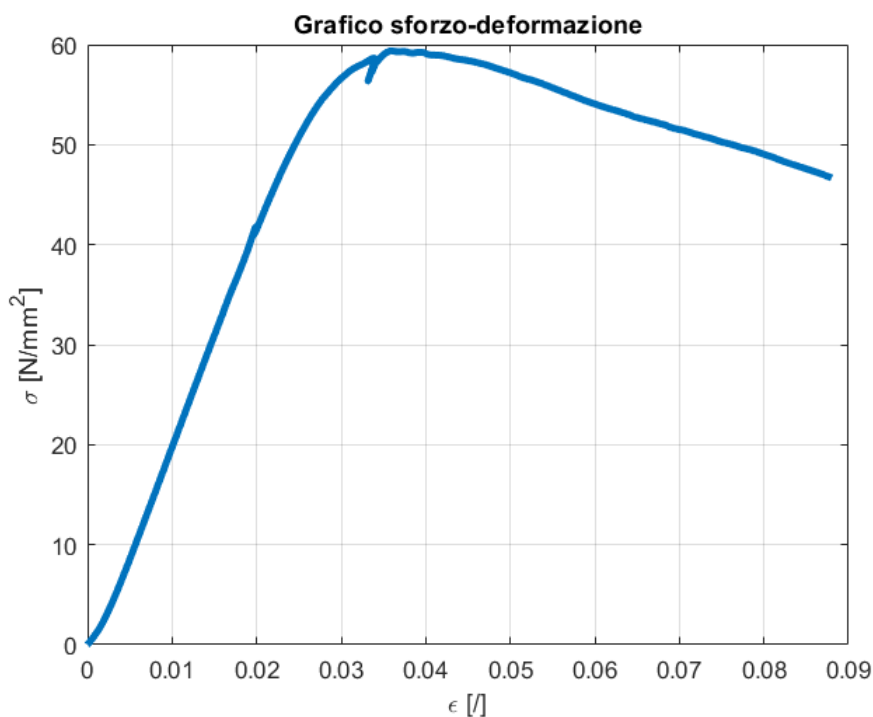


Figura 6.13. Curva sforzo-deformazione di un provino lungo 65 mm.

6.4 Visualizzazione del buckling tramite DIC

Le immagini registrate durante le prove sono state processate tramite il software di correlazione digitale d'immagine GOM Correlate. La versione base del software permette di effettuare un'analisi bidimensionale anche se con alcune limitazioni. Queste riguardano per lo piú la possibilitá di gestire alcuni aspetti matematici o di scripting, aspetti che non hanno interessato questo lavoro.

Per effettuare la correlazione il procedimento da seguire è il seguente. Innanzitutto si importa all'interno del software il video della prova da cui vengono estratte le immagini. Possono essere processati tutti i fotogrammi del video oppure si può alleggerire il calcolo estraendo le immagini a una frequenza piú bassa. Si imposta l'immagine di riferimento, ovvero quella che ritrae il provino immediatamente prima l'inizio del test, e su di essa si specifica la regione da analizzare e il sistema di riferimento. In realtà il software è in grado di individuare automaticamente questi due elementi e successivamente l'utente può apportare delle modifiche. Occorre inserire i parametri per l'analisi che sono la dimensione dei facet, la distanza tra essi e la dimensione dell'intorno per il calcolo delle deformazioni, quest'ultima denominata strain neighborhood. Poi è necessario inserire una lunghezza di riferimento specificando la distanza tra due punti noti, cosí che il programma possa ricavare il fattore di conversione tra pixel e millimetri. Completati questi passaggi si può visualizzare il campo di spostamenti e quello delle deformazioni sul provino.

Si è deciso di impostare una dimensione dei facet di 19 pixel con una distanza tra essi di 16 pixel. Il software suggerisce la dimensione standard ottimale per il calcolo con una

distanza in modo da avere una sovrapposizione tra i facet compresa tra il 20% e il 50%. Il valore di strain neighborhood è stato impostato pari a 1, questo significa che l'intorno comprende 6 punti adiacenti a quello considerato. Come lunghezza di riferimento si è deciso di utilizzare la lunghezza del provino.

Il software utilizzato per la DIC permette di monitorare l'evoluzione degli spostamenti e delle deformazioni nel tempo. Per associare i valori rilevati per ogni istante al corrispondente carico è stato creato uno script in Matlab. All'interno dello script, per ogni provino che è possibile analizzare tramite DIC, vengono importati ed elaborati i valori ottenuti e i dati registrati dalla macchina.

Come prima cosa conviene verificare l'affidabilità e l'accuratezza dell'algoritmo. Per fare ciò si possono confrontare i risultati del software con i dati forniti dalla macchina, quest'ultima ritenuta affidabile. Prima si è fatto un confronto tra lo spostamento verticale massimo, che si registra nei punti più in basso del provino a contatto con la piastra, e la traslazione della piastra indicata dalla macchina. Come si può vedere dal grafico di figura 6.14 lo spostamento imposto dalla macchina è lineare col tempo coerentemente con il fatto di aver impostato una velocità di prova costante; lo spostamento ottenuto dal software ha lo stesso andamento e assume valori molto vicini a quelli della macchina.

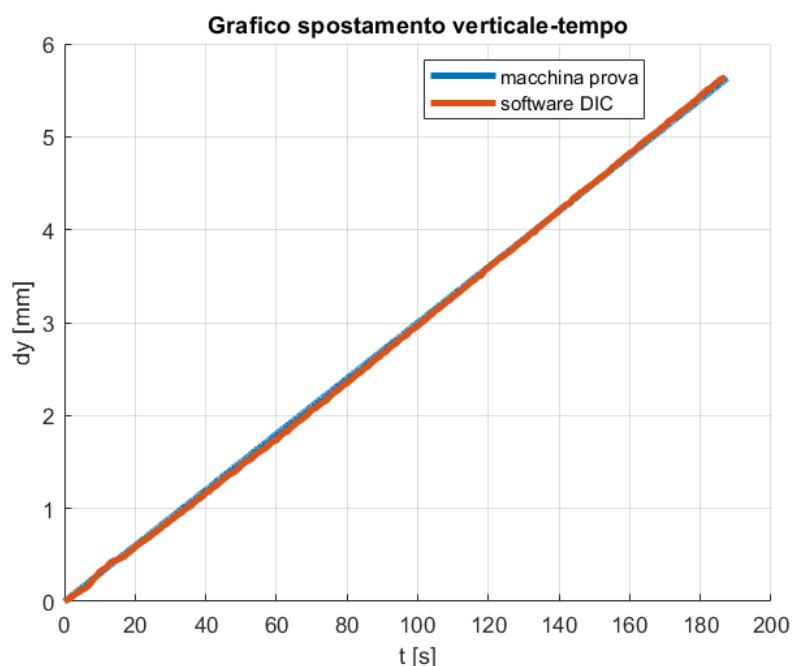


Figura 6.14. Confronto dello spostamento verticale massimo rilevato dalla macchina e dalla DIC.

Successivamente è stata rilevata la deformazione media sulla superficie del provino ed è stata confrontata con la deformazione calcolata tramite lo spostamento fornito dalla macchina. La figura 6.15 mostra le due curve sforzo-deformazione e si può vedere che hanno lo stesso andamento anche se presentano un leggero scostamento tra loro. Questo in virtù del fatto che la DIC indica una maggiore concentrazione di deformazione alle estremità del provino per effetto della presenza dei vincoli, mentre nella zona centrale la deformazione risulta minore.

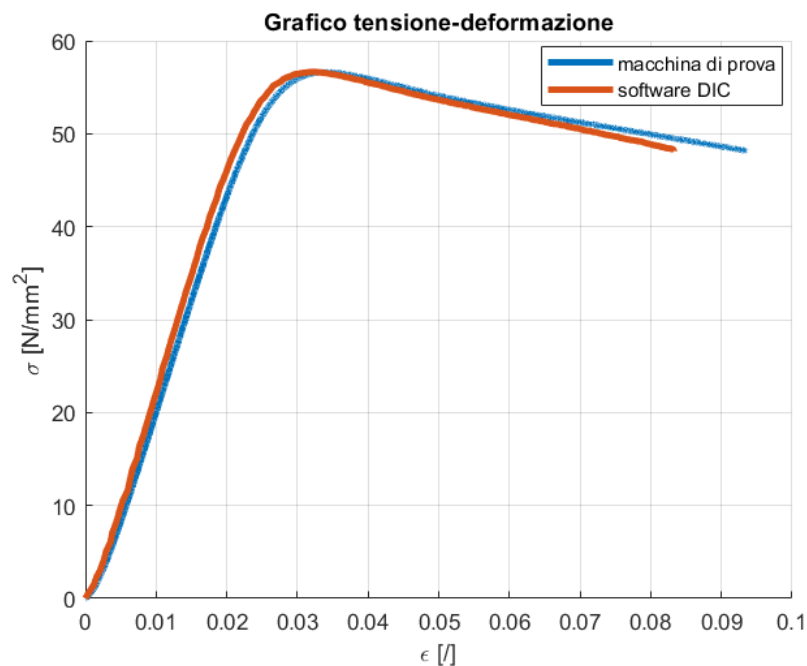


Figura 6.15. Confronto della deformazione rilevata dalla macchina e con la DIC.

Una volta accertata l'attendibilità del software si può procedere a visualizzare il buckling monitorando il campo di spostamento laterale. Le figure 6.16-6.33 mostrano il campo per un provino di ogni lunghezza e riportano il grafico carico-deflessione laterale misurata nel punto in cui è massima per i provini che hanno subito inflessione. Si può notare che quest'ultimo grafico è costituito da due semirette il cui punto di raccordo è il carico di buckling che si trova in corrispondenza del carico massimo. Al di sotto di questo lo spostamento laterale è trascurabile, mentre al di sopra lo spostamento laterale diventa rilevante. Oltre tale carico, come mostrato nella figura 6.34, il campo di deformazione non è più uniforme come nella figura 6.35; dalla parte concava si ha un incremento della deformazione a compressione, viceversa la parte convessa tende a essere scaricata. In alcuni casi la curva della deflessione è sporcata da micromovimenti del provino e imperfezioni dell'algoritmo. Sui provini in buckling si ha uno spostamento laterale maggiore circa nella zona centrale e minore verso le estremità, mentre sui provini che si sono compressi il campo è simmetrico rispetto all'asse verticale.

Quindi, dalla forma dei grafici ottenuti, si può concludere che i provini che si sono inflessi hanno raggiunto il carico di buckling plastico per poi avviarsi al collasso [13]. Il buckling plastico è un fenomeno complesso caratterizzato dall'interazione tra instabilità dell'elemento e plasticizzazione del materiale.

La tabella 6.1 contiene i valori di sforzo ricavati dai carichi critici letti come spiegato sopra. Come già detto, la correlazione non è possibile per i provini che non si sono deformati all'interno del piano di osservazione; sono stati analizzati 3 provini per ogni lunghezza. La figura 6.36 riporta il grafico della media degli sforzi critici con la lunghezza; si può notare un andamento leggermente irregolare dello sforzo critico medio con un lieve incremento a bassi valori di lunghezza.

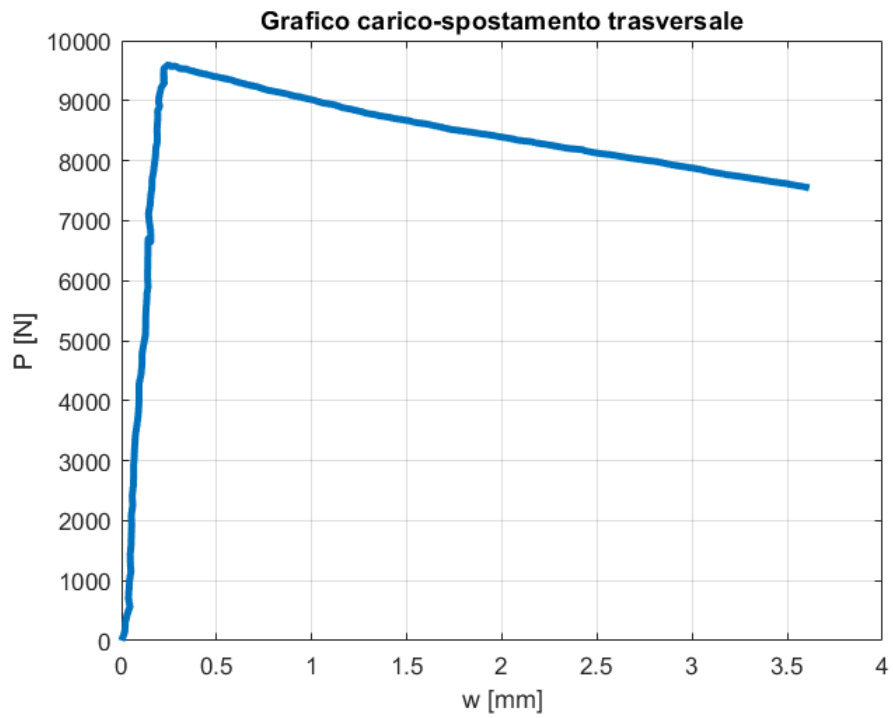


Figura 6.16. Deflessione massima di un provino lungo 65 mm.

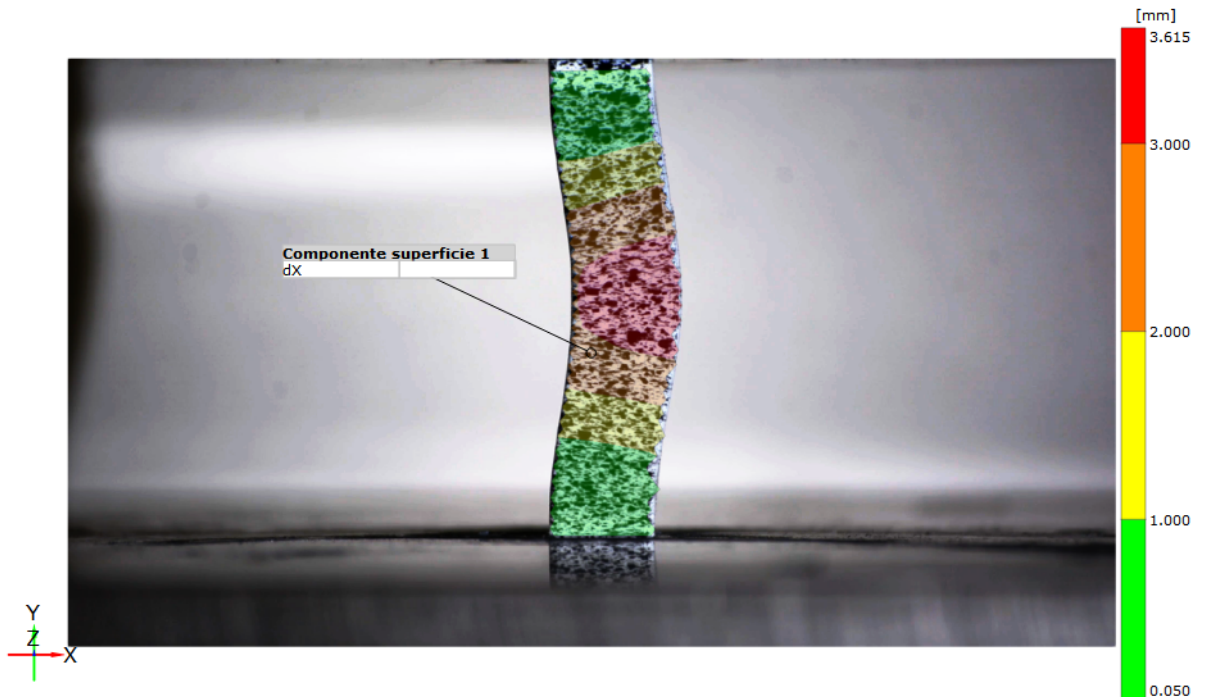


Figura 6.17. Spostamento trasversale di un provino lungo 65 mm.

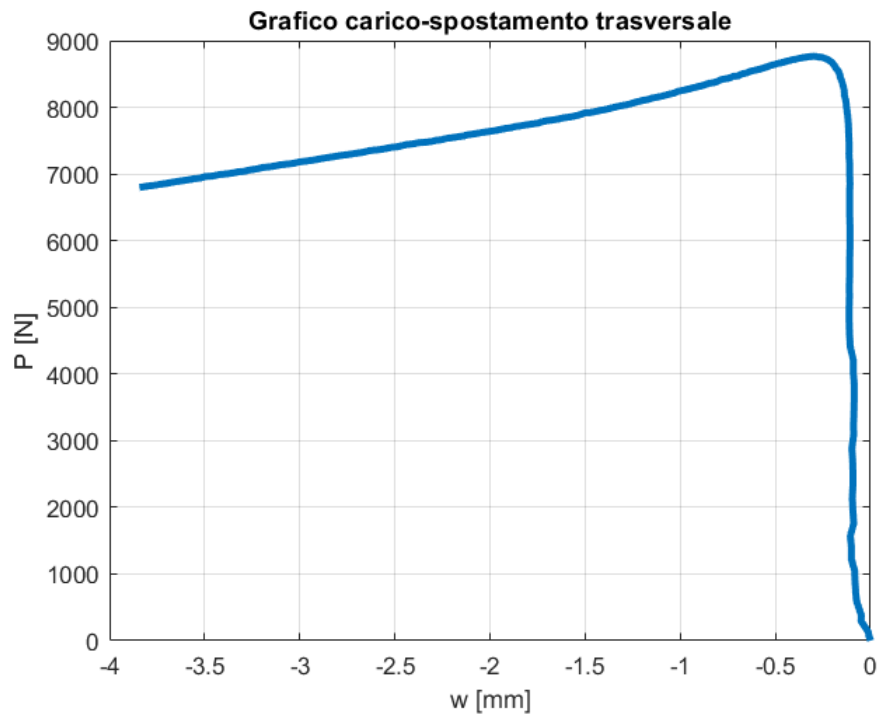


Figura 6.18. Deflessione massima di un provino da 60 mm.

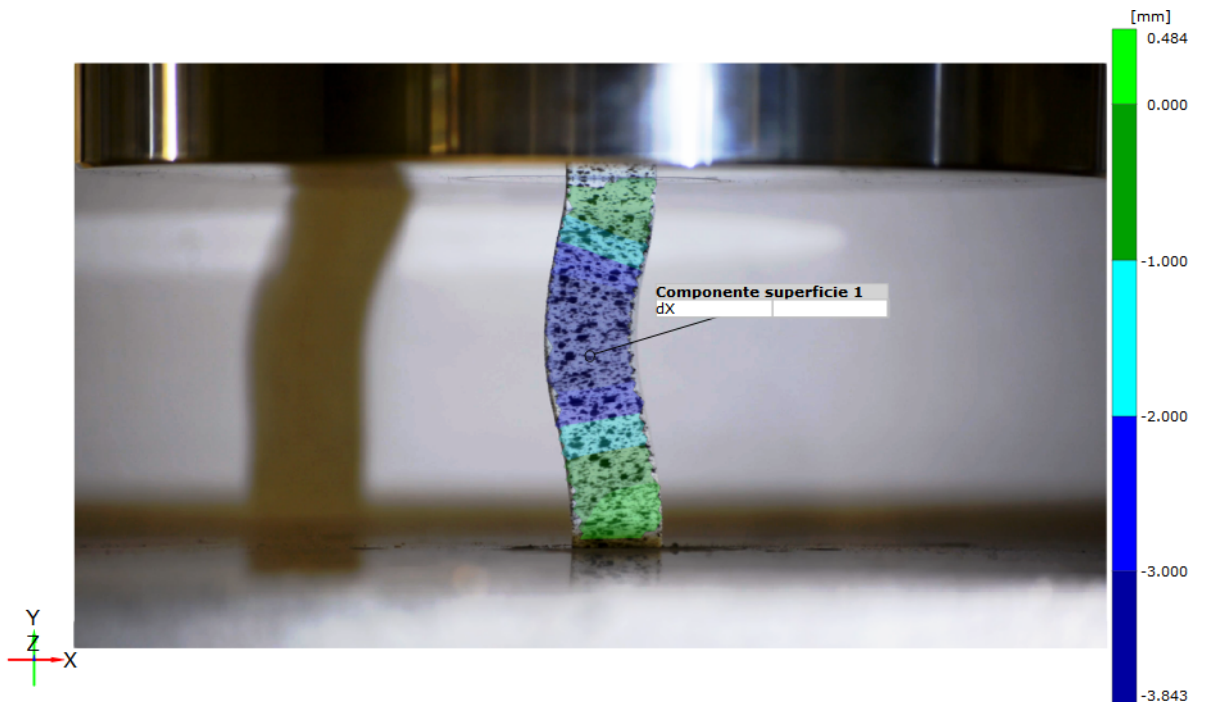


Figura 6.19. Spostamento trasversale di un provino lungo 60 mm.

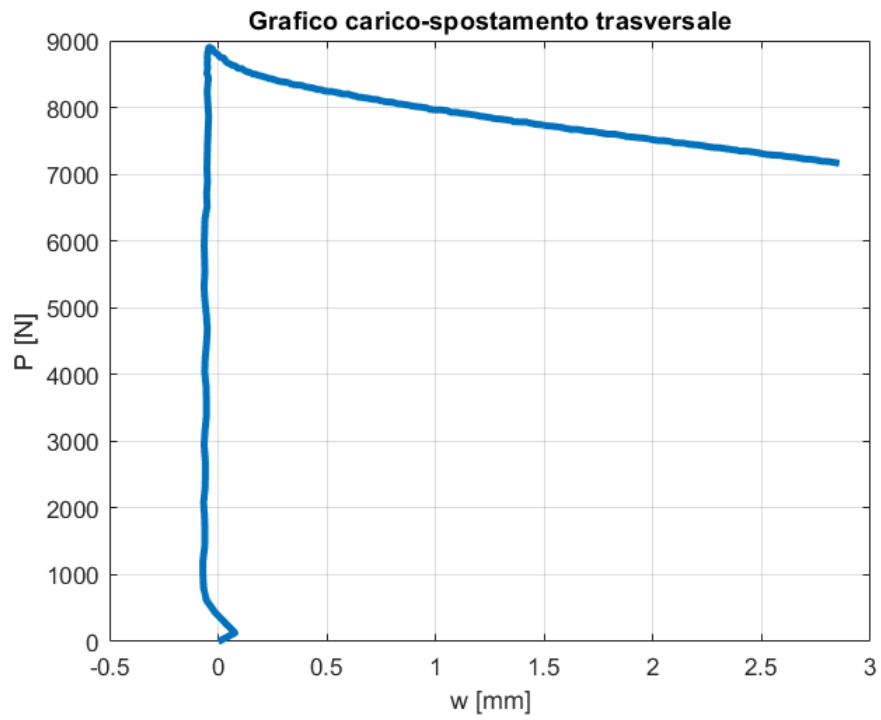


Figura 6.20. Deflessione massima di un provino lungo 55 mm.

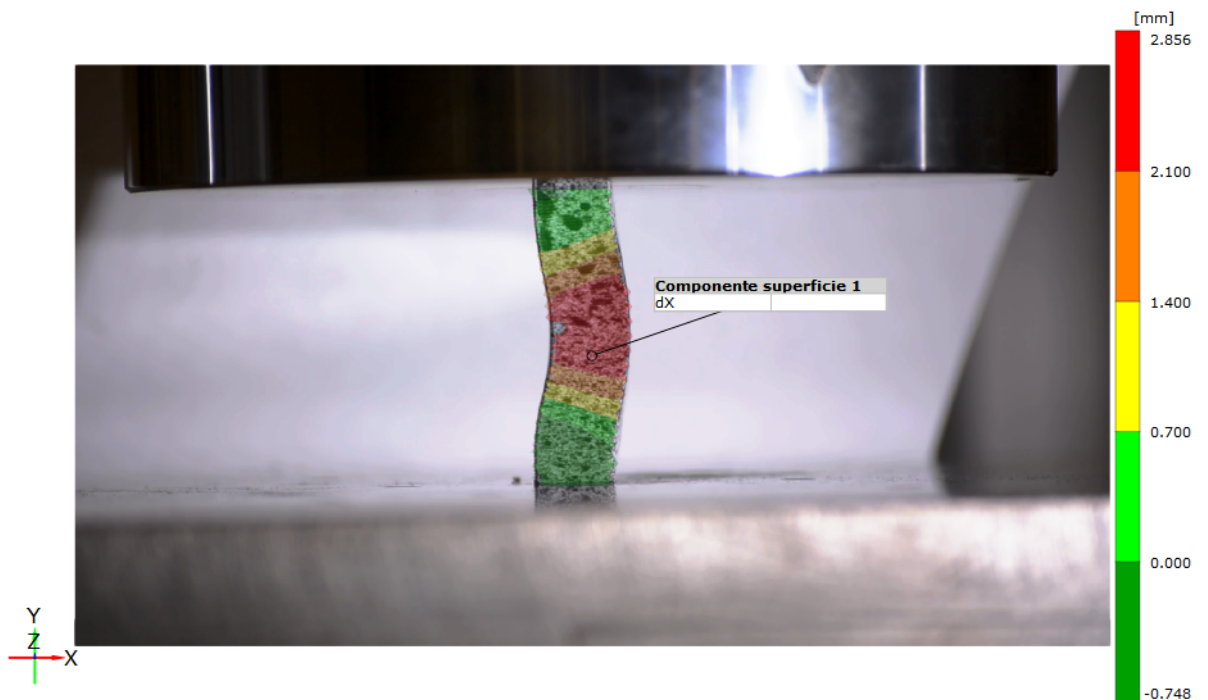


Figura 6.21. Spostamento trasversale di un provino lungo 55 mm.

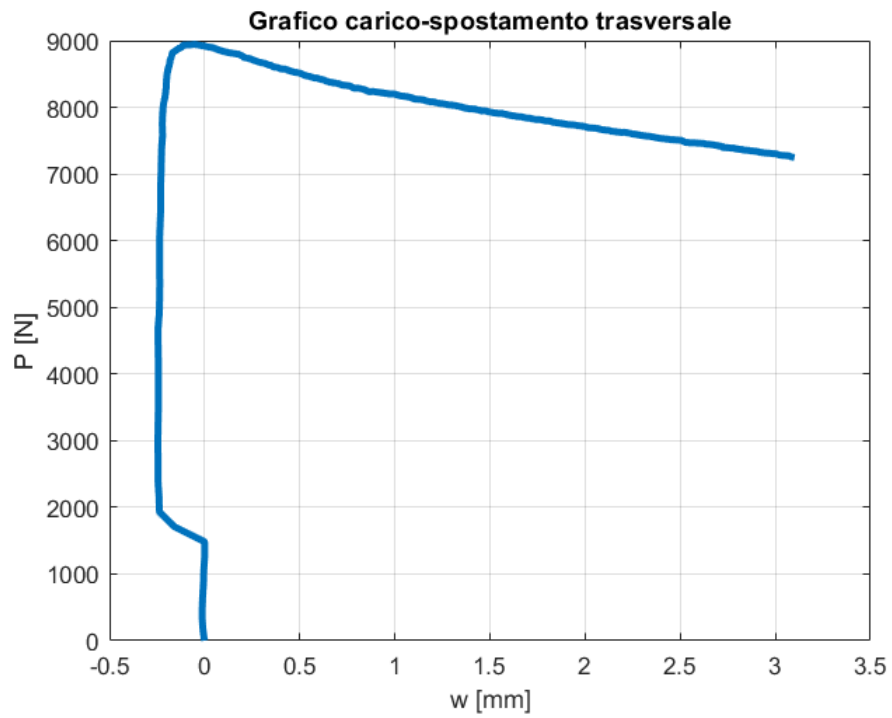


Figura 6.22. Deflessione massima di un provino lungo 50 mm.

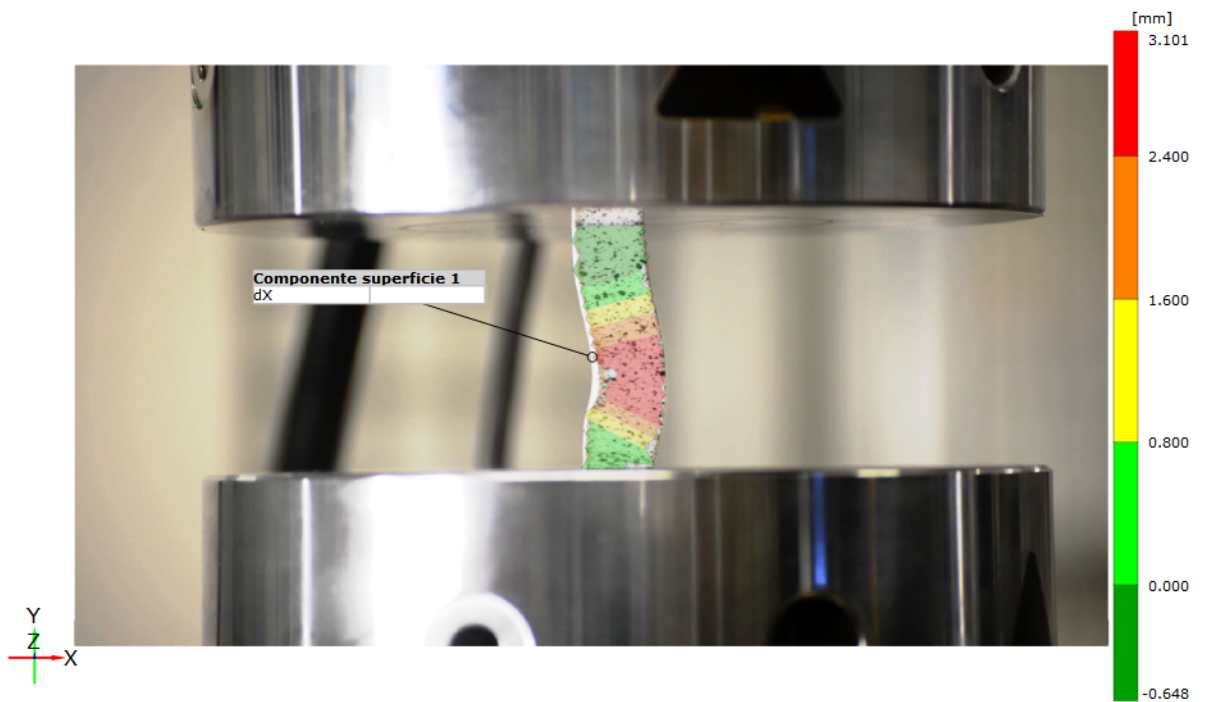


Figura 6.23. Spostamento trasversale di un provino lungo 50 mm.

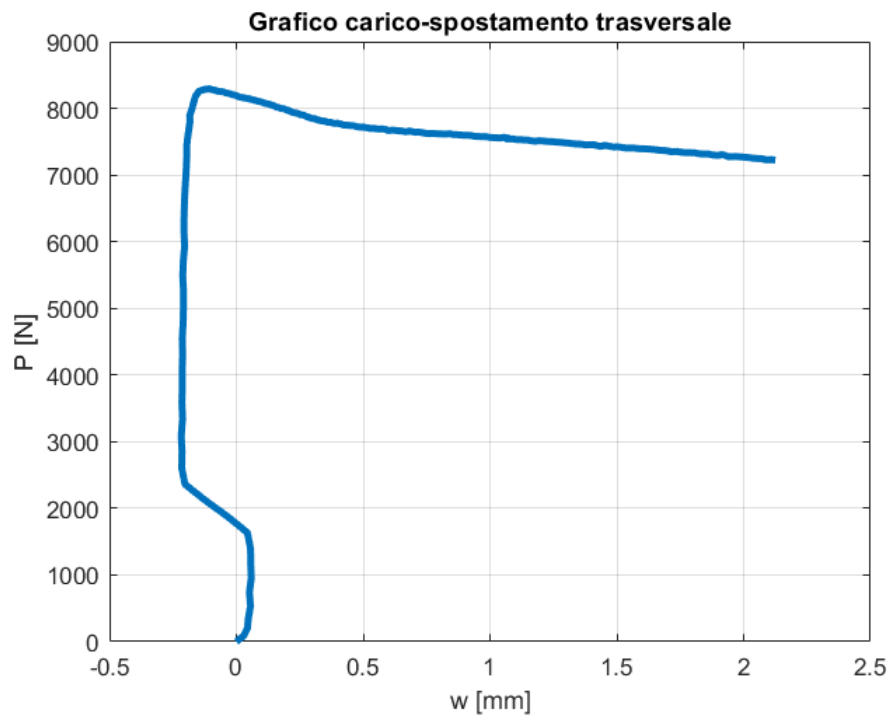


Figura 6.24. Deflessione massima di un provino lungo 45 mm.

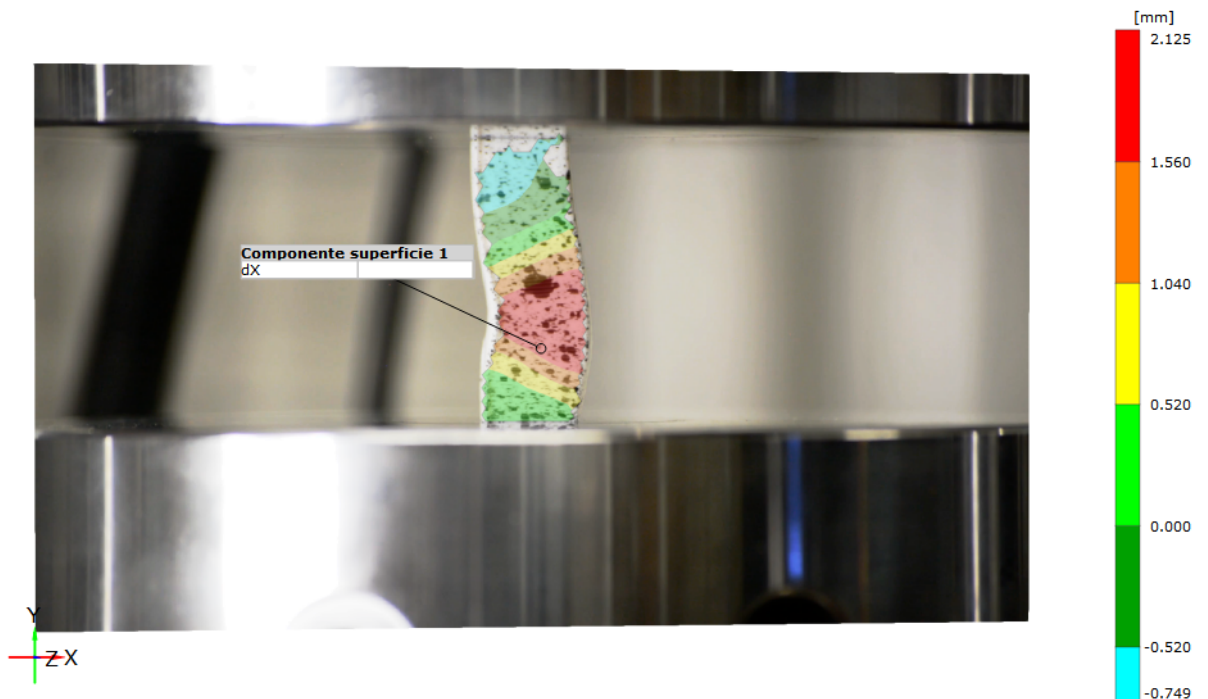


Figura 6.25. Spostamento trasversale di un provino lungo 45 mm.

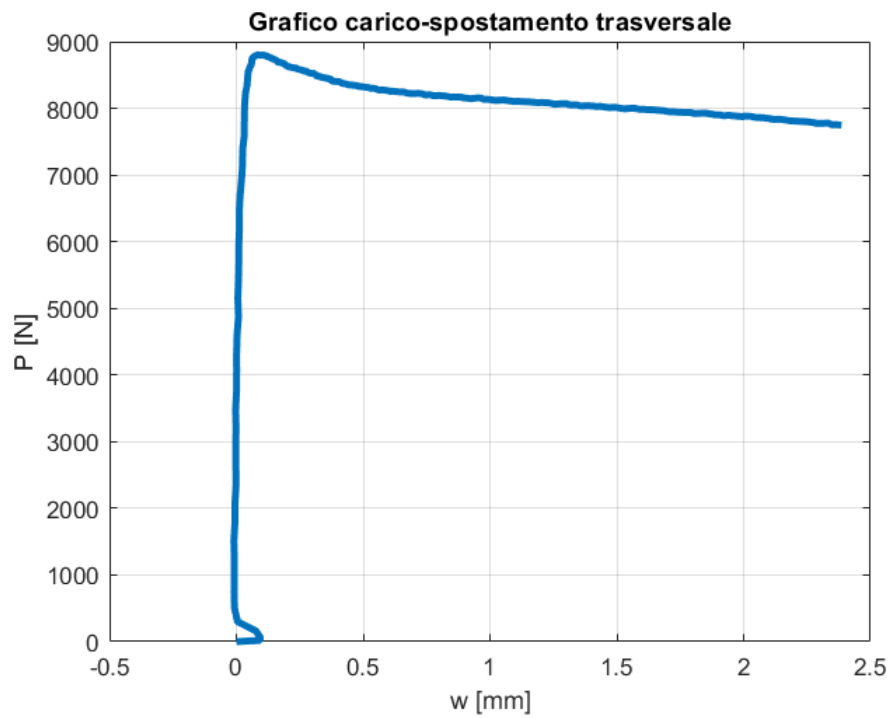


Figura 6.26. Deflessione massima di un provino lungo 40 mm.



Figura 6.27. Spostamento trasversale di un provino lungo 40 mm.

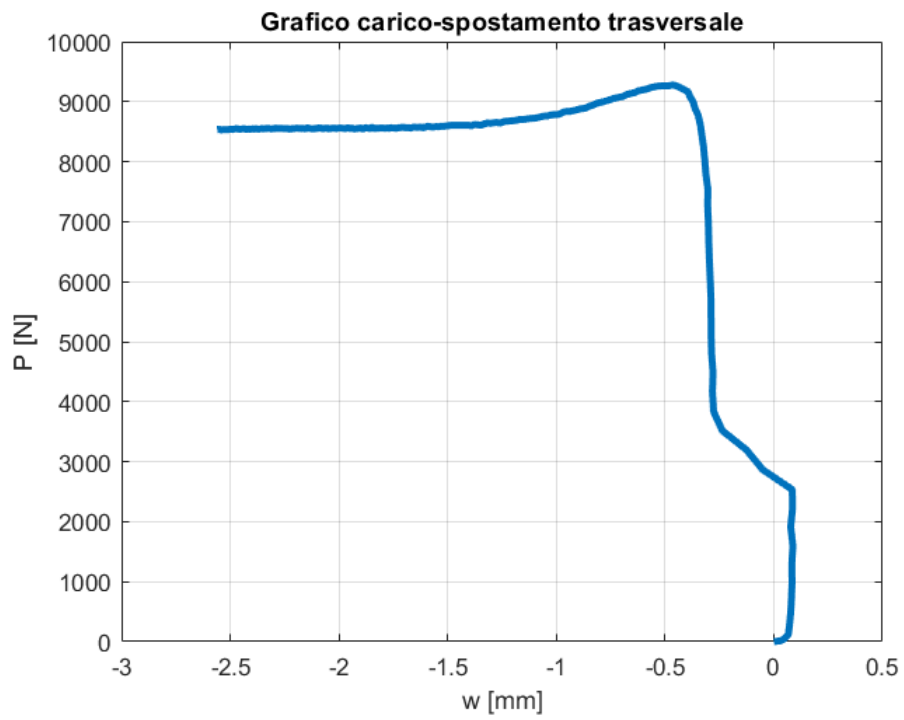


Figura 6.28. Deflessione massima di un provino lungo 35 mm.

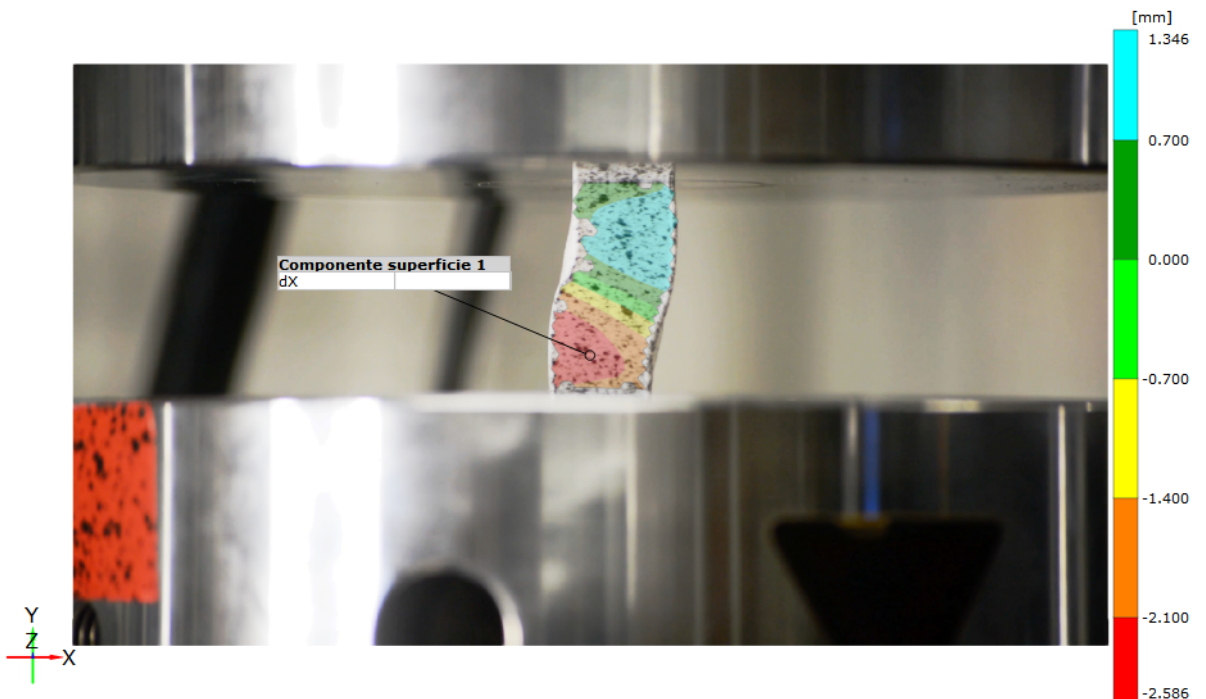


Figura 6.29. Spostamento trasversale di un provino lungo 35 mm.

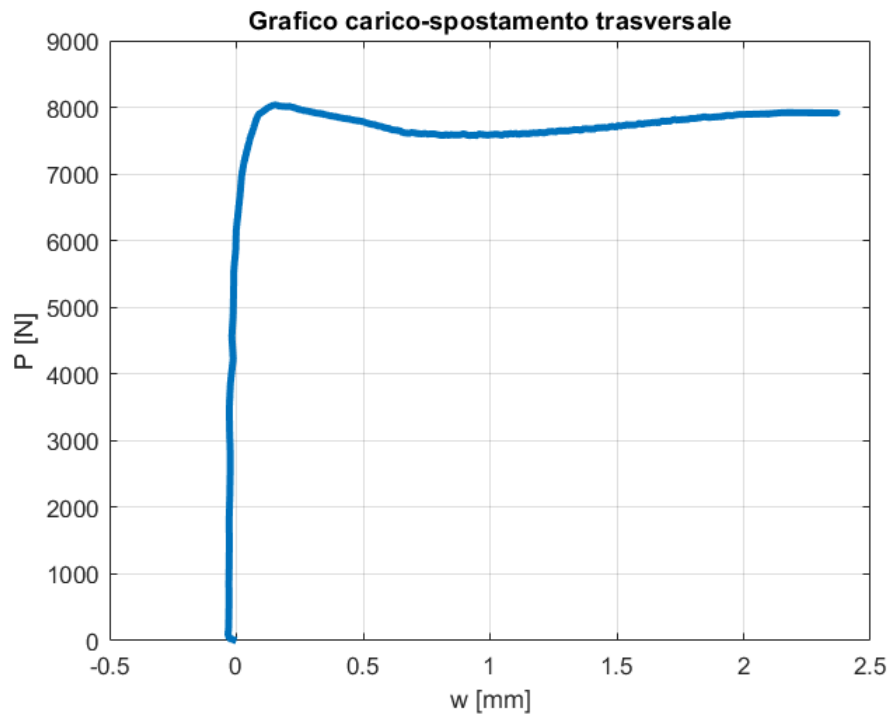


Figura 6.30. Deflessione massima di un provino lungo 30 mm.

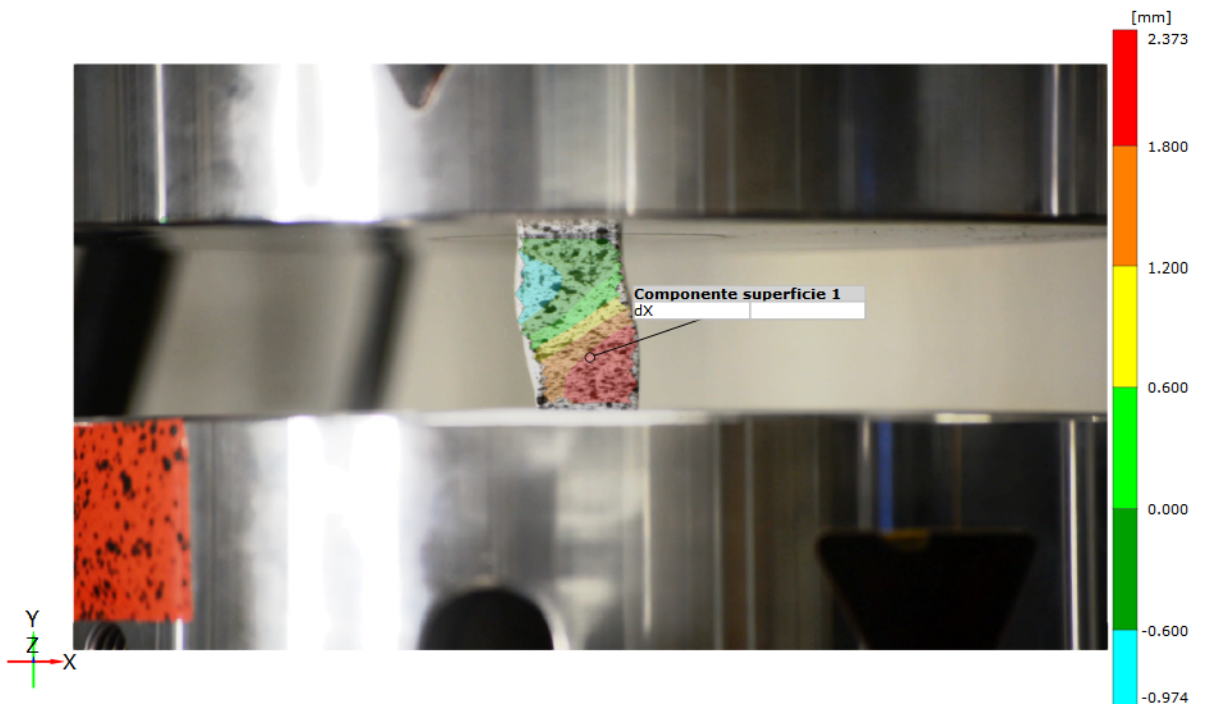


Figura 6.31. Spostamento trasversale di un provino lungo 30 mm.

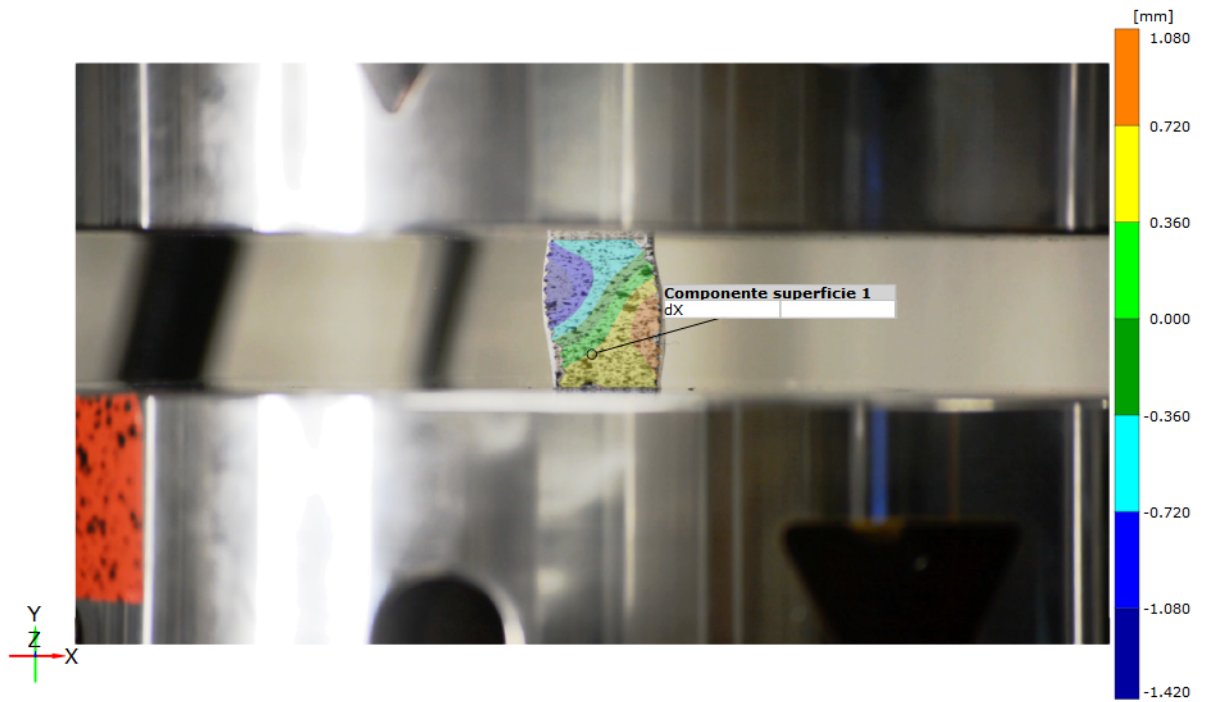


Figura 6.32. Spostamento trasversale di un provino lungo 25 mm.

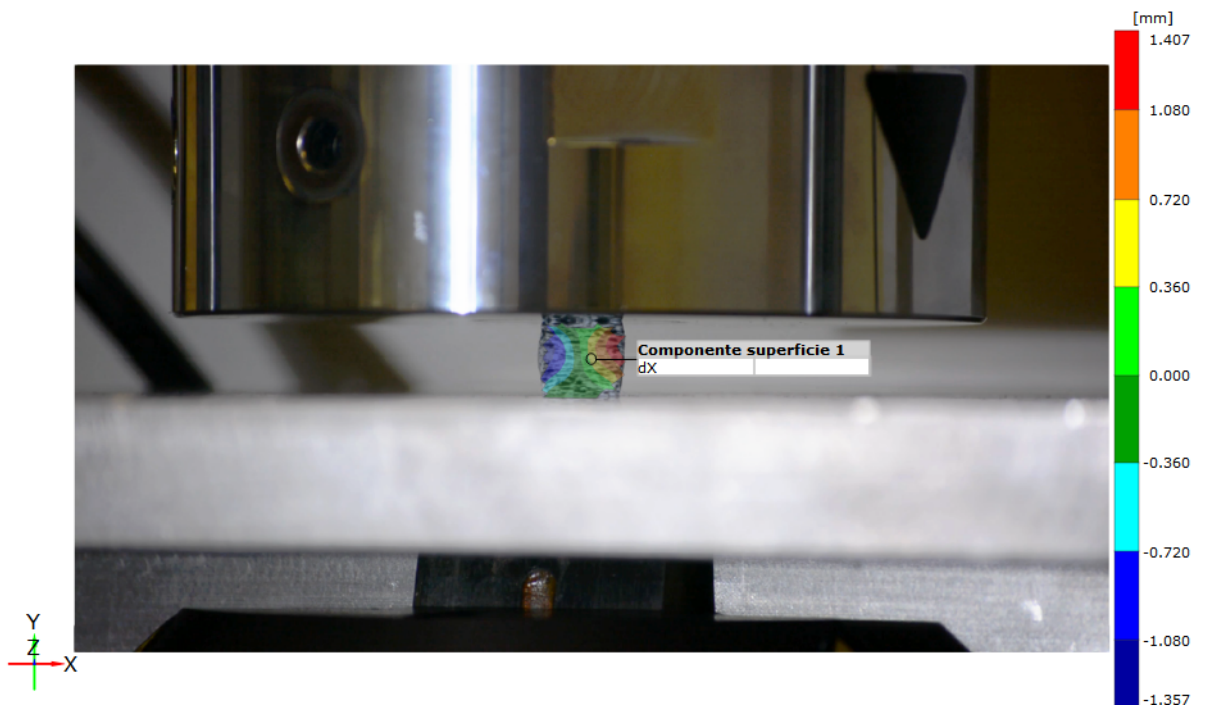


Figura 6.33. Spostamento trasversale di un provino lungo 20 mm.

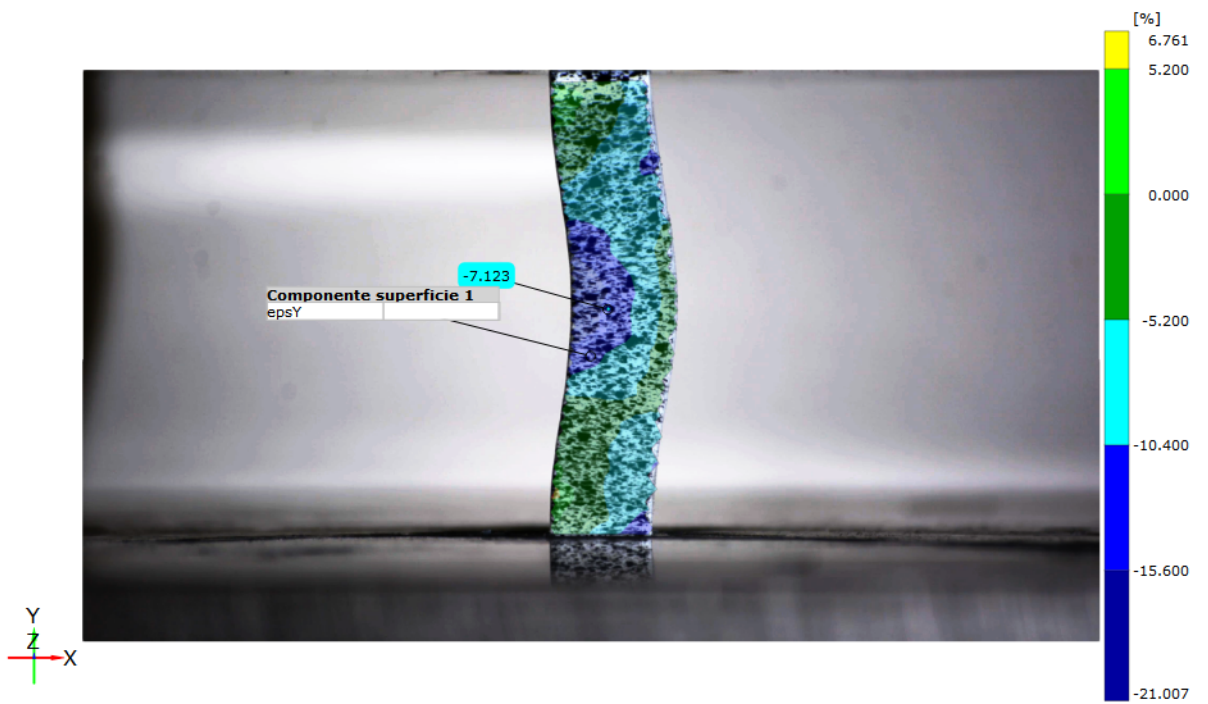


Figura 6.34. Campo di deformazione di un provino lungo 65 mm.

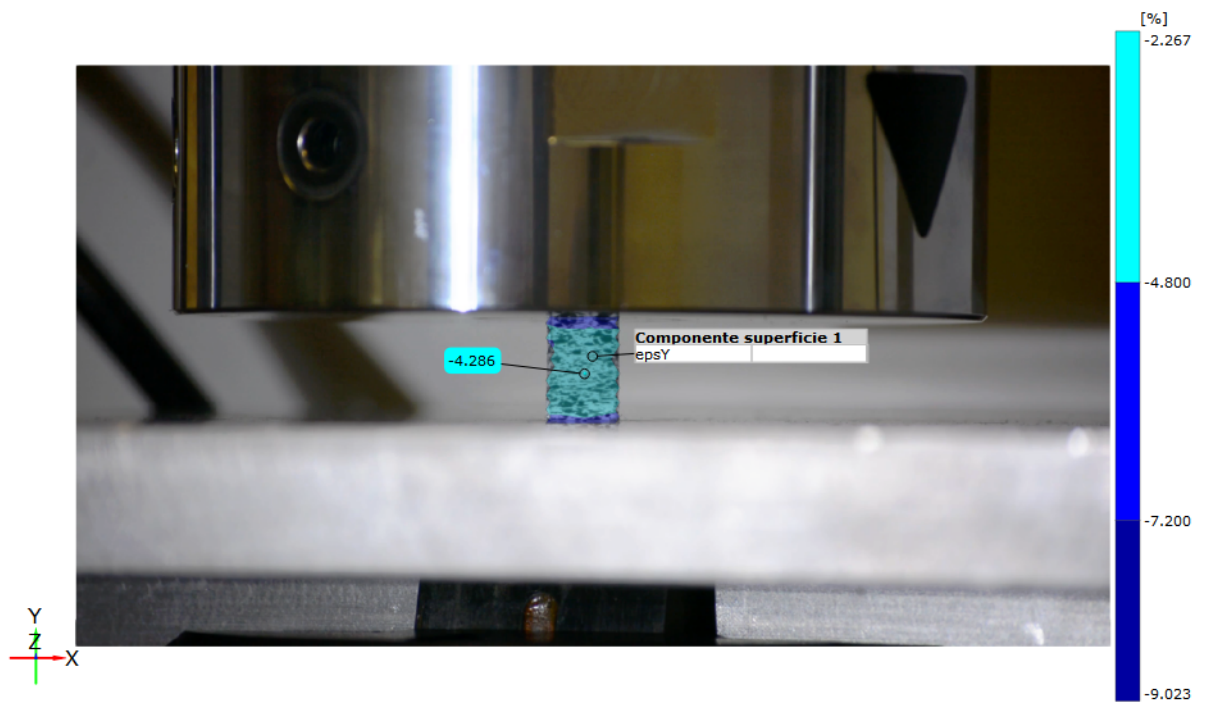


Figura 6.35. Campo di deformazione di un provino lungo 25 mm.

Tabella 6.1. Sforzi critici dei provini analizzati tramite DIC.

$L[mm]$	Valore 1[N/mm^2]	Valore 2[N/mm^2]	Valore 3[N/mm^2]	Media[N/mm^2]
30	51.29	49.60	49.95	50.28
35	56.91	57.10	54.35	56.12
40	56.07	53.95	54.11	54.71
45	53.03	51.07	48.93	51.01
50	52.57	50.53	55.33	52.81
55	51.37	51.44	54.51	52.44
60	56.57	55.98	53.80	55.45
65	59.37	57.30	59.10	58.59

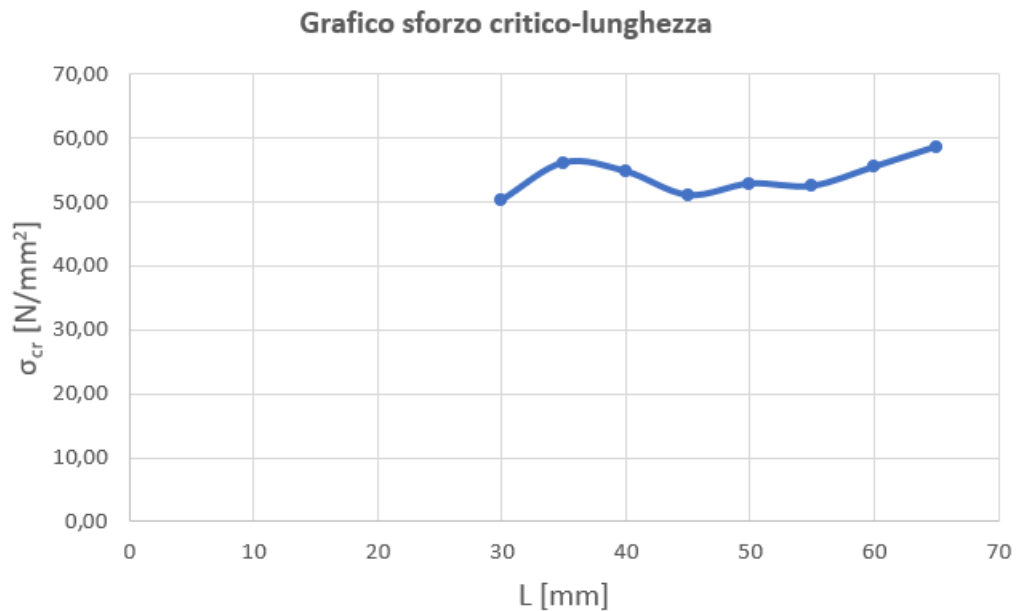


Figura 6.36. Variazione dello sforzo critico con la lunghezza.

Capitolo 7

Prova di trazione

Questo capitolo é inerente lo svolgimento delle prove di trazione sui provini. Sono descritte le operazioni di preparazione dei provini e quelle preliminari alla prova. Sono illustrate le analisi sui provini tramite correlazione digitale d'immagine e viene descritto il comportamento degli stessi emerso durante le prove.

7.1 Operazioni preliminari

Per il test di trazione sono state seguite le linee guida dello standard ASTM D638.

Il primo passo consiste nella misurazione della larghezza e dello spessore dei provini utilizzando un calibro digitale con sensibilità di un centesimo di millimetro. Le misure sono state effettuate centralmente in corrispondenza della sezione minima; la lunghezza non è stata presa in considerazione poiché non utilizzata nel calcolo delle deformazioni. Le figure 7.1 e 7.2 rappresentano la distribuzione delle misure attraverso degli istogrammi. Con W si intende la larghezza, per la quale si è ottenuto un valore medio di 24.7 mm e una deviazione standard di 0.03782 mm; con T si intende lo spessore, per il quale si è ottenuto un valore medio di 3.566 mm e una deviazione standard di 0.01817 mm. Le dimensioni medie sono leggermente più basse del previsto; la deviazione standard risulta contenuta.

Il passo successivo è l'incollaggio dei tab con il procedimento spiegato di seguito. Come prima cosa bisogna rimuovere eventuali residui di stampa e pulire le superfici del provino. Poi si applica uno strato sottile e uniforme di colla limitatamente alle zone di estremità e si posizionano immediatamente i tab. Infine si lascia asciugare per qualche ora.

Per le prove è stata utilizzata una MTS QTest 10, si tratta di una macchina di tipo elettromeccanico con una capacità di carico fino a 10 KN. Anche in questo caso si è deciso di ricorrere alla correlazione digitale d'immagine per rilevare in maniera completa il campo di deformazione sul provino. La preparazione dei provini e il set-up dell'attrezzatura sono illustrati nel paragrafo 6.2. Dopodiché si posiziona il provino sulla macchina di prova prestando attenzione che le estremità siano allineate verticalmente. Nel nostro caso il corretto allineamento è favorito dall'utilizzo di due supporti inseriti negli afferraggi che sono stati creati e utilizzati in occasione di precedenti esperienze.

L'ultimo passo è l'impostazione dei parametri della prova, la quale è stata eseguita in controllo di spostamento con una velocità costante di 5 mm/min. Una volta azzerata la macchina il test può essere eseguito. La figura 7.3 mostra l'immagine di un provino immediatamente prima dell'inizio del test.

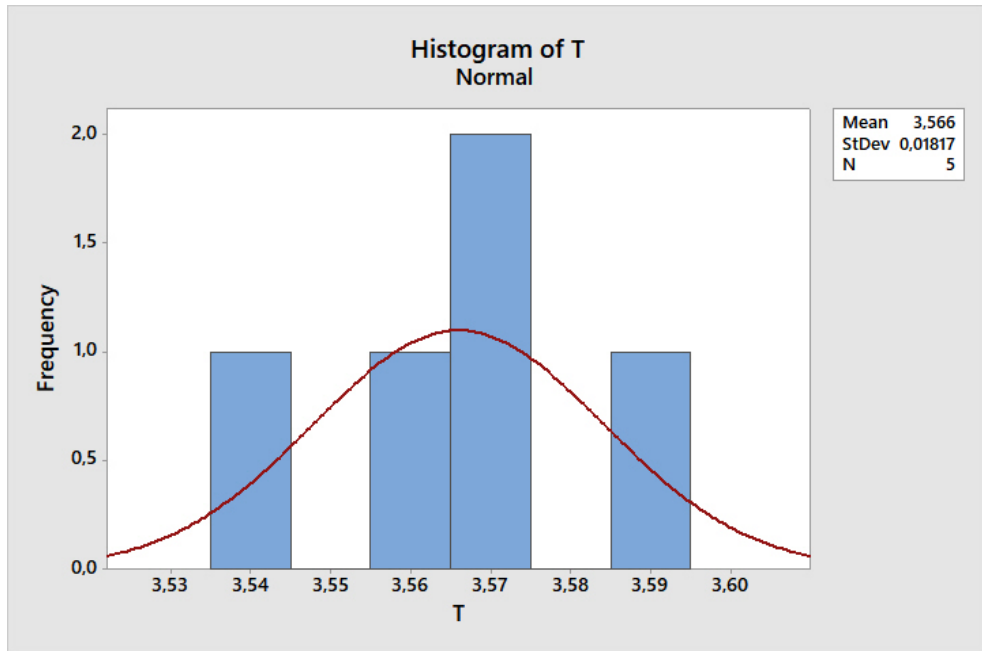


Figura 7.1. Distribuzione delle misure dimensione T.

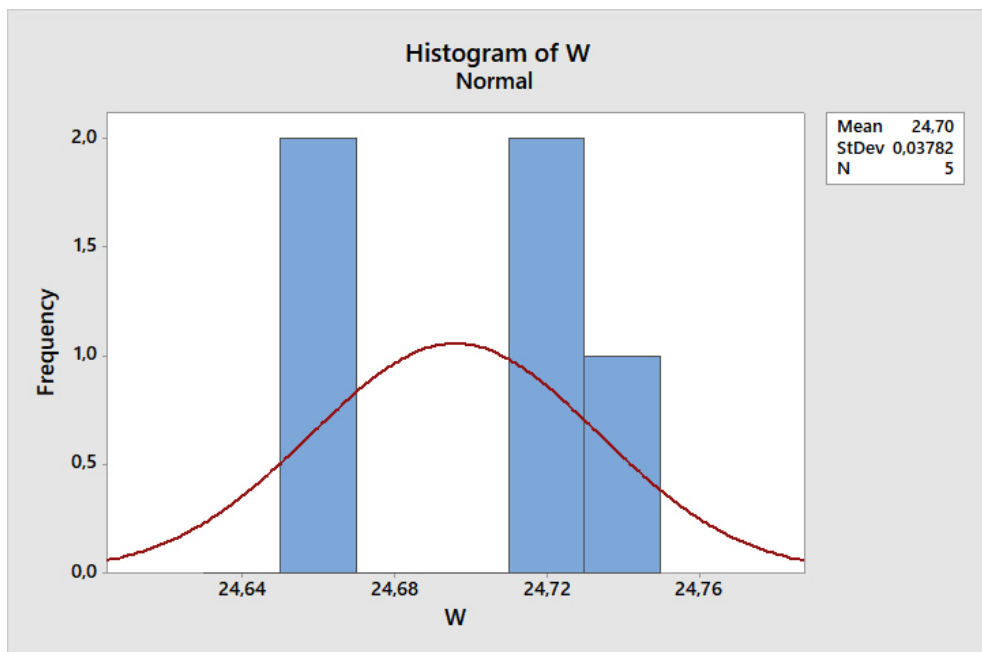


Figura 7.2. Distribuzione delle misure dimensione W.

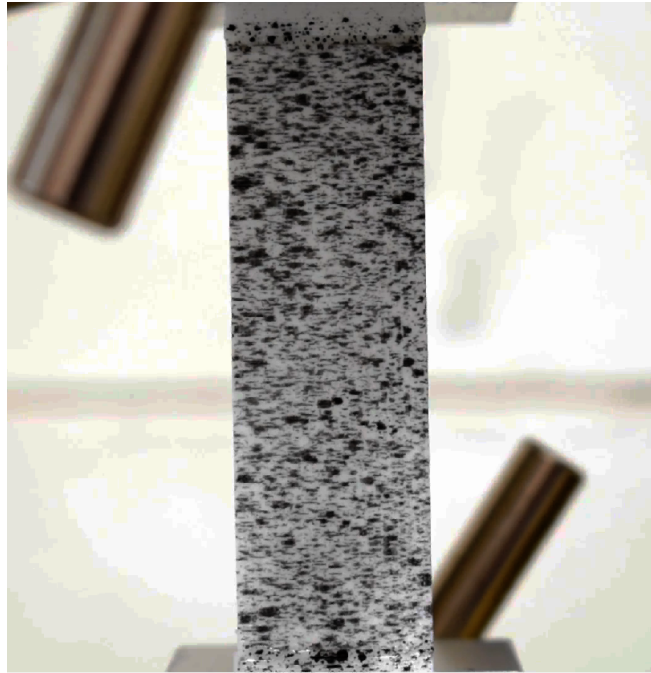


Figura 7.3. Provino in posizione nella macchina prima dell'inizio del test.

7.2 Analisi delle deformazioni tramite DIC

Come già detto nel paragrafo 6.2 gli estensimetri non si possono utilizzare a causa della natura dei provini. Si è deciso quindi di ricorrere alla DIC per analizzare i test a trazione e rilevare il campo delle deformazioni dei provini. Nel paragrafo 6.4 si è già dimostrata l'attendibilità dei risultati della DIC. Il procedimento svolto e i parametri per l'analisi sono identici a quelli illustrati nel paragrafo 6.4 per i test a compressione. Anche in questo caso è stato necessario creare uno script Matlab per associare i dati ottenuti dalla DIC con quelli forniti dalla macchina di prova.

Innanzitutto è stato misurato lo spostamento massimo registrato sul provino e lo si è confrontato con quello imposto dalla macchina. Entrambi gli andamenti sono lineari nel tempo, coerentemente con la velocità di prova costante, ma giustamente tra i due vi è un certo scostamento. Infatti tra il limite della ROI e l'afferraggio vi è la zona rastremata del tab, anch'essa soggetta a deformazione. Per questo non è conveniente ricavare le deformazioni dagli spostamenti registrati dalla macchina. Successivamente è stata rilevata la deformazione media sulla superficie del provino, anch'essa con andamento lineare nel tempo a parte delle oscillazioni. Queste, se non vengono in qualche modo compensate, si ripercuotono sul grafico che si ottiene riportando le deformazioni sulle ascisse e i corrispondenti sforzi sulle ordinate. Le oscillazioni sono state attenuate ricorrendo a un'interpolazione lineare delle deformazioni nel tempo. La figura 7.4 mostra il campo di deformazione sul provino.

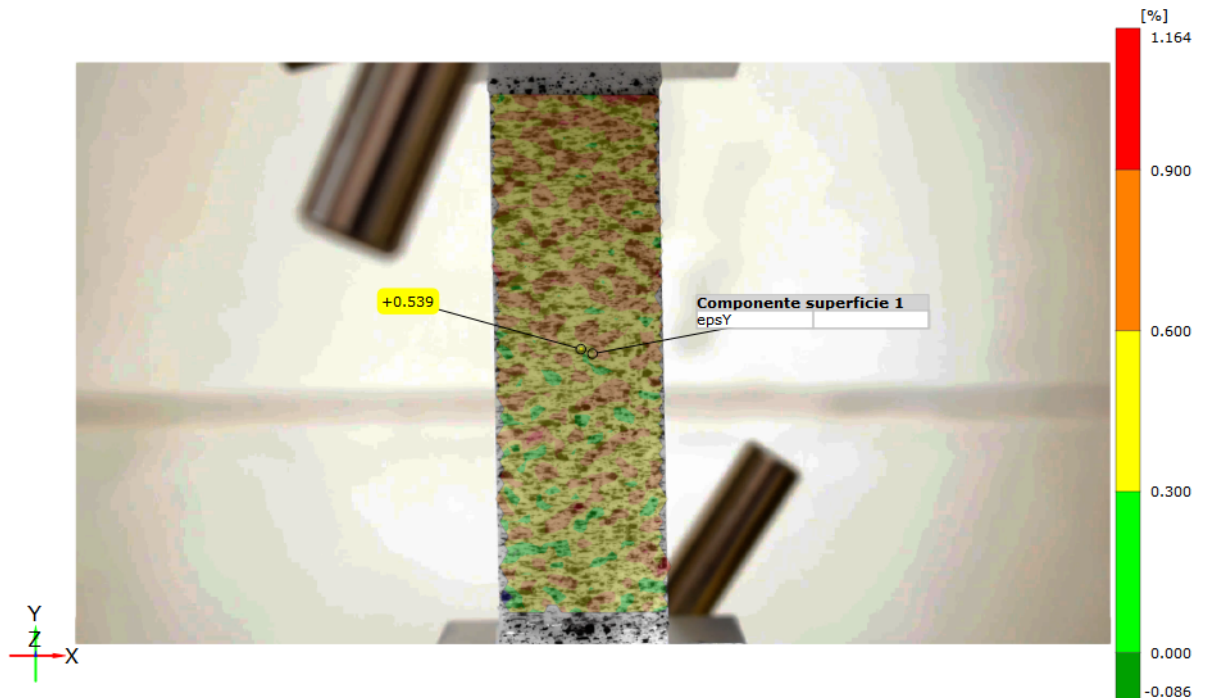


Figura 7.4. Visualizzazione del campo di deformazione sulla superficie del provino durante il test.

7.3 Comportamento a trazione

Le figure 7.5-7.9 presentano i grafici sforzo-deformazione dei provini. Lo sforzo è stato calcolato dividendo il carico campionato dalla macchina per la sezione del provino, la deformazione è stata ricavata tramite la DIC.

Si può notare che ogni curva può essere distinta in due parti. Nella prima parte lo sforzo varia linearmente con la deformazione; nella seconda parte, precedente al punto di rottura, lo sforzo assume un comportamento non lineare con la deformazione. Tutti i provini sottoposti a test di trazione hanno manifestato un comportamento fragile fino a rottura, quindi senza manifestare la fase plastica. Si può notare immediatamente che è emersa una bassa resistenza a trazione dettata dal coinvolgimento dell'aderenza tra i vari strati, i quali sono stati depositati perpendicolarmente alla direzione di applicazione del carico.

La rottura del provino è avvenuta in maniera improvvisa e con la superficie di rottura perpendicolare all'asse del provino come mostrato dalla figura 7.10. Inoltre, in tutti i provini la rottura è avvenuta nella parte centrale, questo conferma le scelte fatte per la geometria del provino in fase di pianificazione dei test.

I dati rilevati sperimentalmente sono elaborati nel paragrafo 8.1

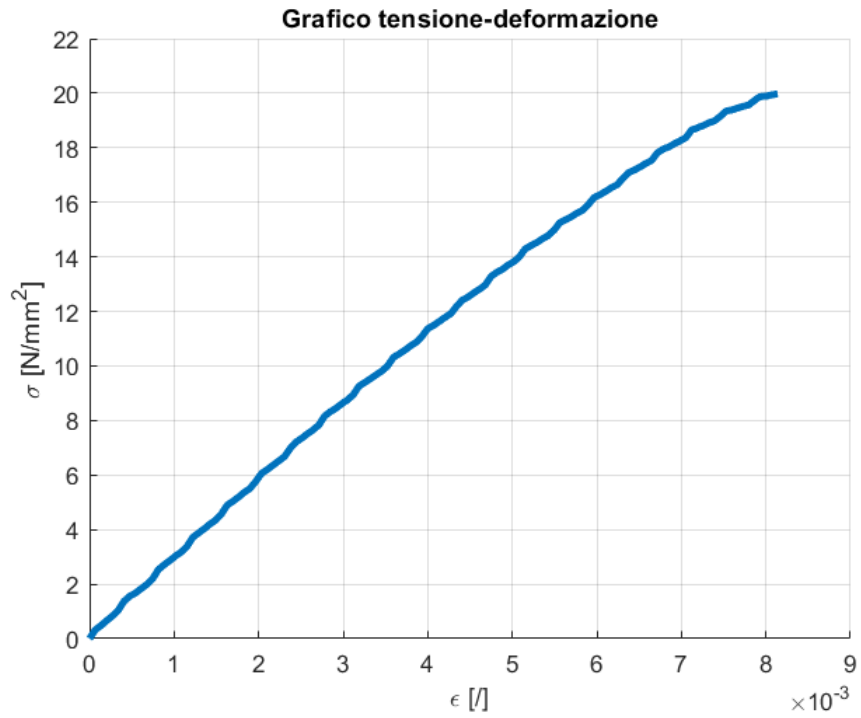


Figura 7.5. Curva tensione-deformazione del provino numero 1.

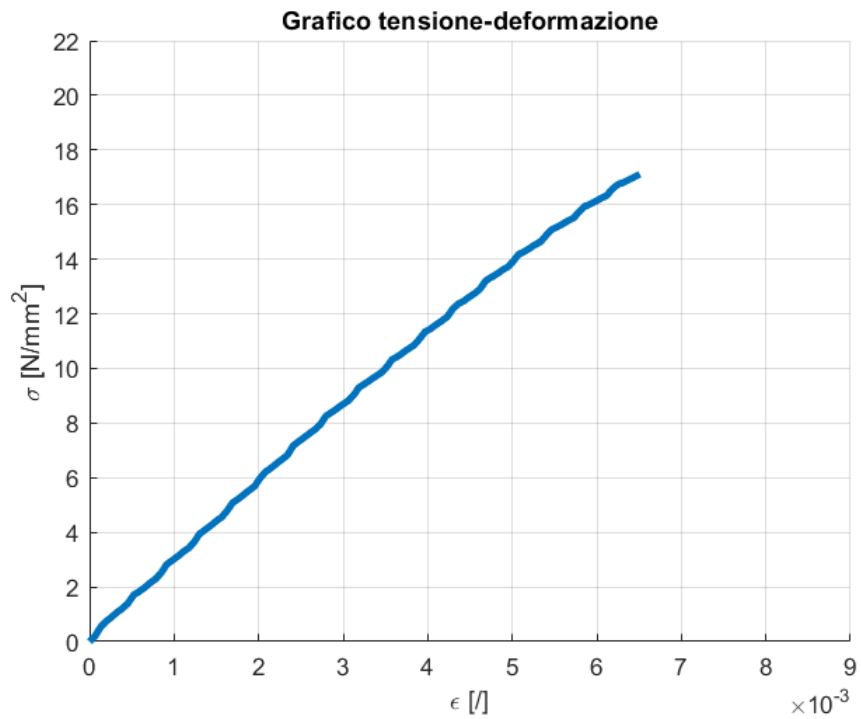


Figura 7.6. Curva tensione-deformazione del provino numero 2.

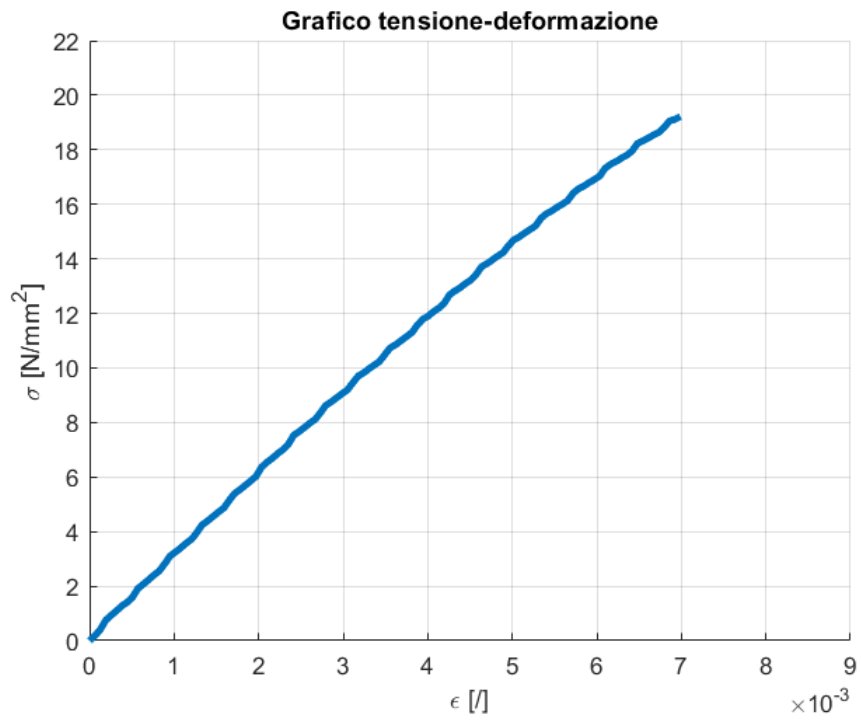


Figura 7.7. Curva tensione-deformazione del provino numero 3.

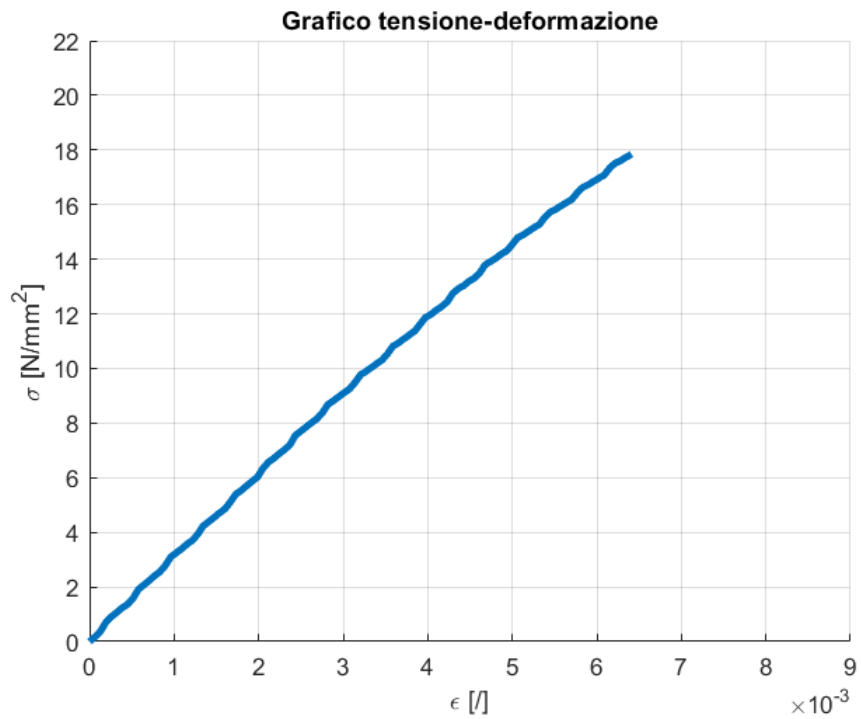


Figura 7.8. Curva tensione-deformazione del provino numero 4.

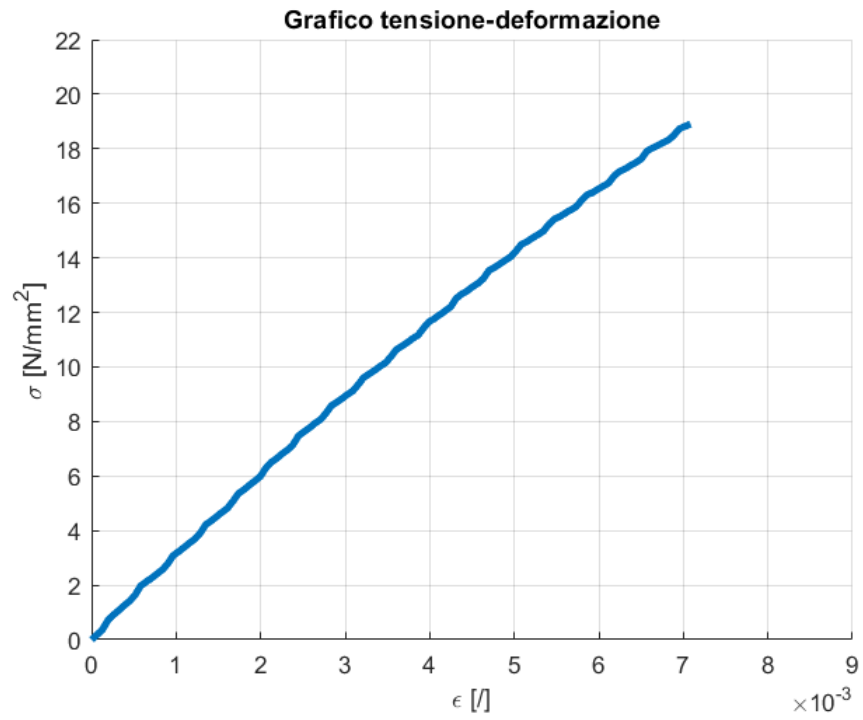


Figura 7.9. Curva tensione-deformazione del provino numero 5.

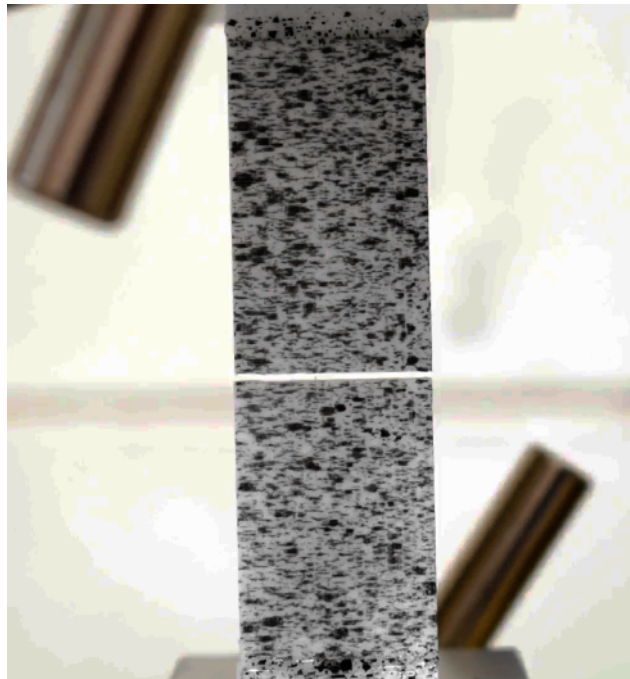


Figura 7.10. Rottura del provino al termine del test.

Capitolo 8

Analisi teorica

Questo capitolo tratta gli aspetti legati al post-processing dei dati e all'applicazione dei modelli teorici. Prima viene spiegata nel dettaglio la procedura seguita per l'elaborazione dei dati sperimentali e sono presentati i risultati ottenuti, successivamente vengono applicate e confrontate le teorie per l'analisi del buckling.

8.1 Post-processing e risultati sperimentali

I test di trazione e di compressione descritti nei capitoli 6 e 7 hanno permesso di ricavare i dati necessari per tracciare la curva sforzo-deformazione di ogni provino. Quindi, è stato ottenuto un certo numero di curve che devono essere elaborate per ricavare i parametri caratteristici del materiale che sono necessari per effettuare l'analisi di buckling utilizzando i modelli teorici.

Come prima cosa si è semplificato il problema riducendo il numero delle curve da processare mediante la creazione di alcune curve medie. Più nello specifico, è stata creata una curva media per i provini testati a trazione e una curva media per ogni famiglia di lunghezza per i provini testati a compressione. Le curve medie che si ottengono (una per la trazione e dieci per la compressione) hanno la stessa forma di quelle di partenza e possono essere ritenute rappresentative del comportamento dei provini. È stato creato uno script Matlab che effettua questo passaggio e successivamente svolge le operazioni necessarie per elaborare tali curve e ricavare i parametri sperimentali di interesse. Di seguito è spiegato il funzionamento dello script e sono presentati i risultati ottenuti.

Per la costruzione della curva a trazione lo script importa l'andamento della deformazione nel tempo e per ogni istante calcola il valore dato dalla media delle deformazioni dei singoli provini, ottenendo così un unico grafico della deformazione in funzione del tempo. Il ragionamento è analogo per i carichi: vengono importati i dati forniti dalla macchina relativi all'andamento del carico in funzione del tempo e viene calcolato per ogni istante la media dei carichi dei singoli provini; dividendo il carico per le dimensioni medie della sezione si arriva al grafico dello sforzo in funzione del tempo. Alla fine, riportando sulla ascisse la deformazione e sulle ordinate lo sforzo, si ottiene il grafico di figura 8.1. La tabella 8.1 riporta i parametri che si ottengono applicando il metodo sia sulle singole curve a trazione che sulla curva media a conferma della validità dell'approccio.

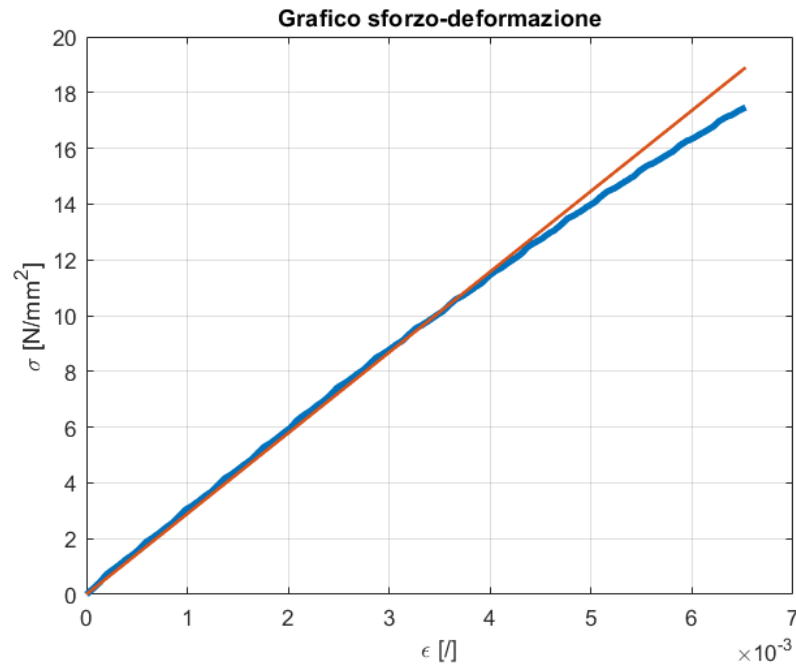


Figura 8.1. Curva media sforzo-deformazione a trazione in blu e pendenza del tratto lineare in rosso.

Tabella 8.1. Parametri ottenuti dall'elaborazione delle curve a trazione.

n	$E[N/mm^2]$	$\sigma_p[N/mm^2]$	$\sigma_r[N/mm^2]$
1	2886	11.92	19.98
2	2912	12.02	17.12
3	3066	11.57	19.22
4	3053	12.27	17.85
5	2976	14.57	18.91
Curva media	2894	13.06	17.47

Il modulo di elasticità E è stato ricavato mediante un'interpolazione lineare con il metodo dei minimi quadrati all'interno di una procedura iterativa. Ad ogni iterazione viene incrementato il range di valori considerati per effettuare la regressione lineare e viene calcolato il nuovo coefficiente; viene inoltre calcolata la media dei coefficienti ottenuti nelle iterazioni precedenti. La procedura termina quando la differenza tra il nuovo coefficiente e l'ultimo valore medio calcolato è superiore al 3%. Il valore di stress in corrispondenza del quale la procedura si arresta è identificato con il limite di proporzionalità σ_p . L'ultimo punto appartenente alla curva è identificato con il valore di rottura σ_r .

Nello script sono implementate anche le operazioni per la costruzione della curva che descrive l'andamento del modulo di elasticità in funzione dello sforzo applicato, riportata nella figura 8.2. Il grafico può essere suddiviso in due parti. Nella prima parte, fino alla sigma di proporzionalità, il modulo è costante e pari al valore trovato per il modulo di elasticità a trazione. Nella seconda parte il modulo diminuisce all'aumentare dello

sforzo fino alla rottura. Per la costruzione di questa parte sono stati presi cinque punti equidistanti tra il punto di snervamento e quello di rottura. Ognuno di questi rappresenta il centro di un intervallo di ampiezza costante e pari alla distanza tra due punti consecutivi. Su ogni intervallo il modulo è dato dal rapporto tra l'incremento di sforzo e l'incremento di deformazione tra gli estremi dello stesso. In altre parole si calcola la derivata nei cinque punti con il metodo delle differenze centrate. Dopodiché i valori trovati sono stati interpolati con un polinomio di quinto grado.

Per quanto riguarda le curve a compressione il procedimento differisce di poco da quello seguito per la curva a trazione e lo script è stato leggermente modificato. Al suo interno vengono importati i dati di corsa e carico campionati dalla macchina e viene effettuata la media nel tempo tra i provini della stessa lunghezza. La deformazione viene calcolata dividendo la corsa per la lunghezza iniziale media, mentre la tensione viene calcolata dividendo il carico per la sezione data dalle dimensioni medie. Le figure 8.3-8.13 riportano le curve che si ottengono e dalla cui elaborazione sono stati ottenuti i parametri racchiusi nella tabella 8.2.

Il modulo di elasticità a compressione E_c e la tensione di proporzionalità σ_p sono stati ottenuti con lo stesso metodo utilizzato per i parametri a trazione. La tensione massima assume un significato diverso a seconda del verificarsi o meno del buckling. Nel primo caso, come illustrato nel paragrafo 6.4, il massimo rappresenta il valore di buckling. Nel secondo caso il massimo rappresenta lo snervamento. Infatti, la normativa [7] afferma che il punto di snervamento può essere posizionato dove si verifica un aumento della deformazione senza un aumento dello sforzo applicato. Inoltre, per compensare la regione iniziale piatta e priva di significato fisico, si può prolungare il tratto lineare fino a incontrare l'asse delle ascisse e assumere il punto di intersezione come nuovo zero riscaldando le deformazioni.

Tabella 8.2. Parametri ottenuti dall'elaborazione delle curve a compressione.

L[mm]	$E_c[N/mm^2]$	$\sigma_p[N/mm^2]$	$\sigma_{max}[N/mm^2]$
20	1951	49.98	59.89
25	1997	45.97	52.95
30	2151	43.62	52.18
35	2262	46.64	55.17
40	2283	43.90	52.69
45	2226	43.19	50.83
50	2301	45.06	53.08
55	2312	46.56	53.01
60	2313	46.39	53.58
65	2210	45.89	58.04

Le figure 8.14 e 8.15 riportano i grafici che mostrano la variazione dei parametri con la lunghezza. A un aumento della lunghezza corrisponde un aumento del modulo di elasticità a compressione; per quanto riguarda i valori limite di tensione l'andamento è leggermente irregolare. Confrontando i valori a compressione con quelli a trazione si può notare nel secondo caso un modulo elastico maggiore ma una resistenza molto più bassa.

Da ciò emerge un comportamento del materiale asimmetrico, caratterizzato da prestazioni differenti a trazione e a compressione.

Facendo un confronto dei risultati qui ottenuti con quelli contenuti in [8] si può osservare che sia a trazione che a compressione i moduli di elasticità sono molto vicini ma i valori di resistenza sono sensibilmente diversi.

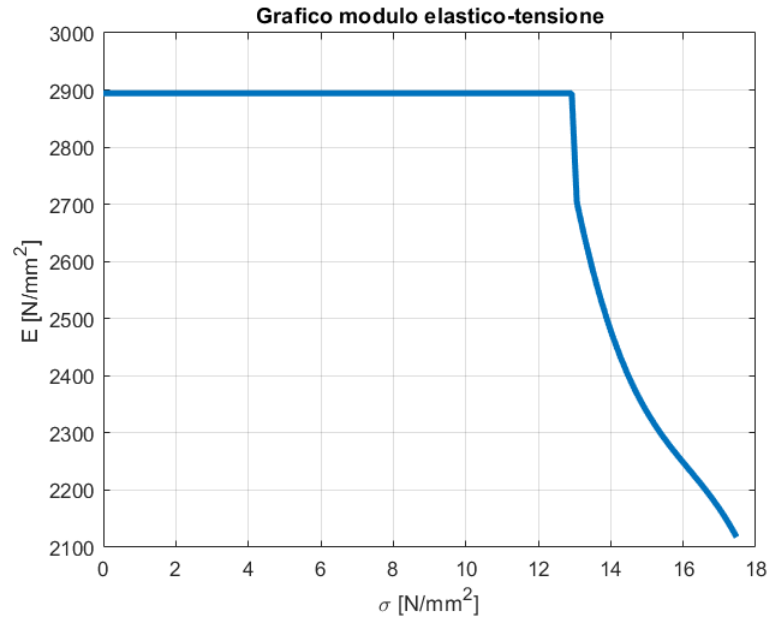


Figura 8.2. Curva modulo di elasticità-tensione a trazione.

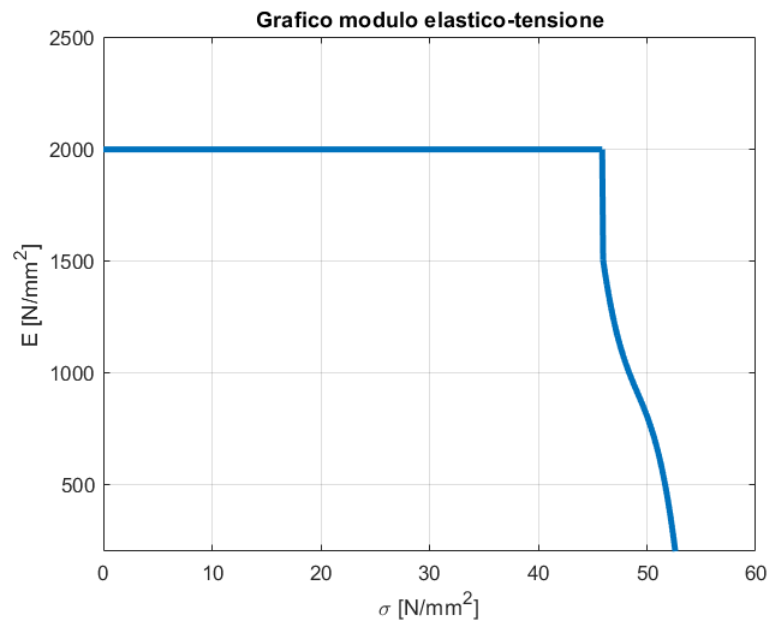


Figura 8.3. Curva modulo di elasticità-tensione a compressione.

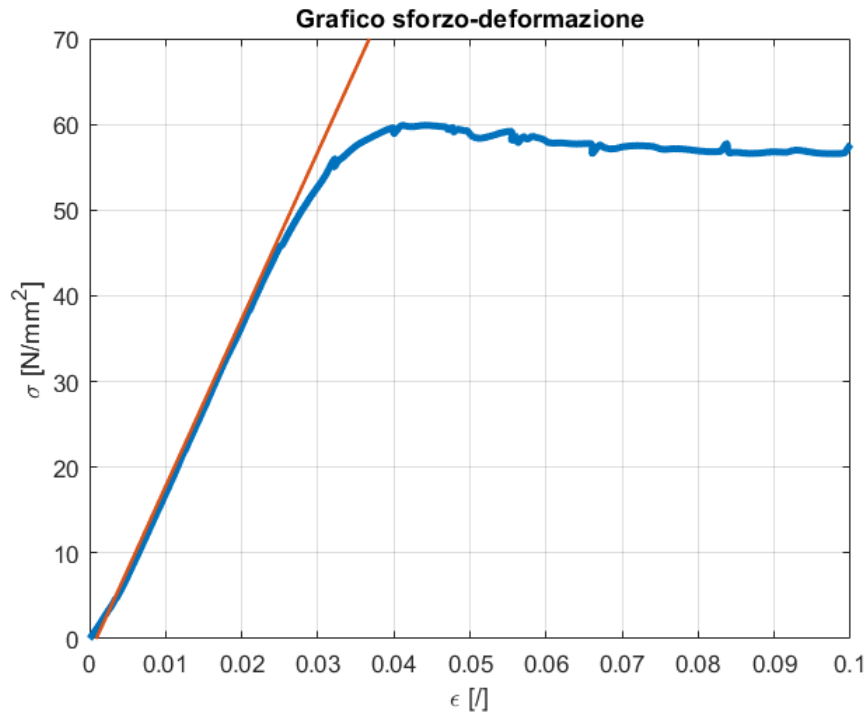


Figura 8.4. Curva media sforzo-deformazione in blu e pendenza del tratto lineare in rosso per i provini con lunghezza 20 mm.

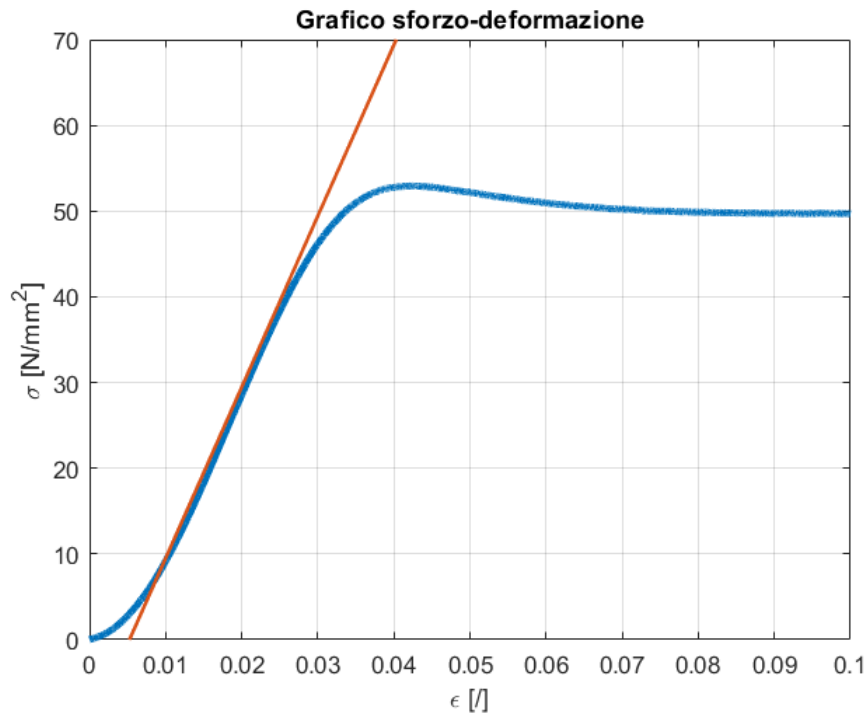


Figura 8.5. Curva media sforzo-deformazione in blu e pendenza del tratto lineare in rosso per i provini con lunghezza 25 mm.

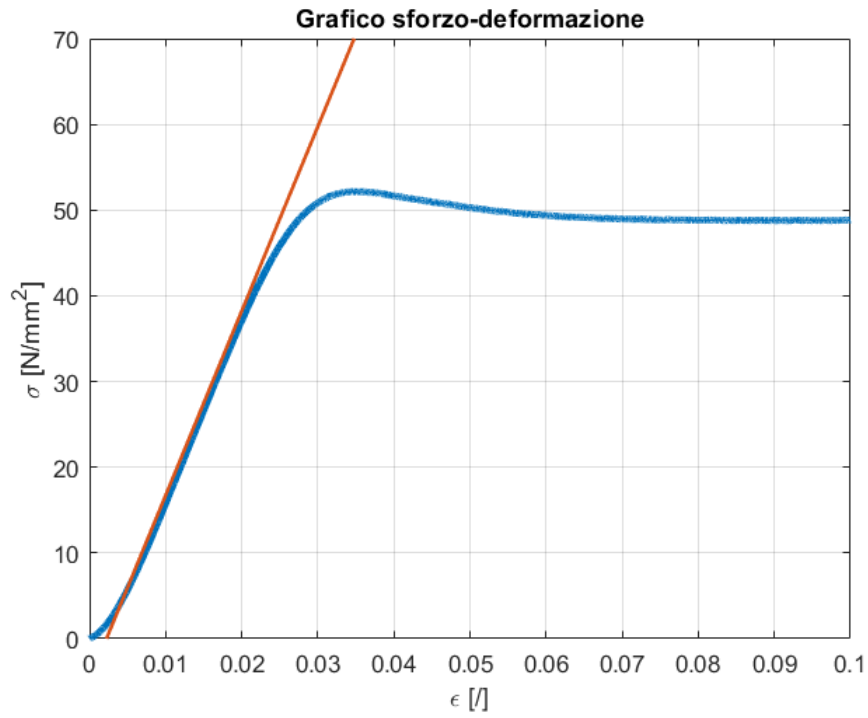


Figura 8.6. Curva media sforzo-deformazione in blu e pendenza del tratto lineare in rosso per i provini con lunghezza 30 mm.

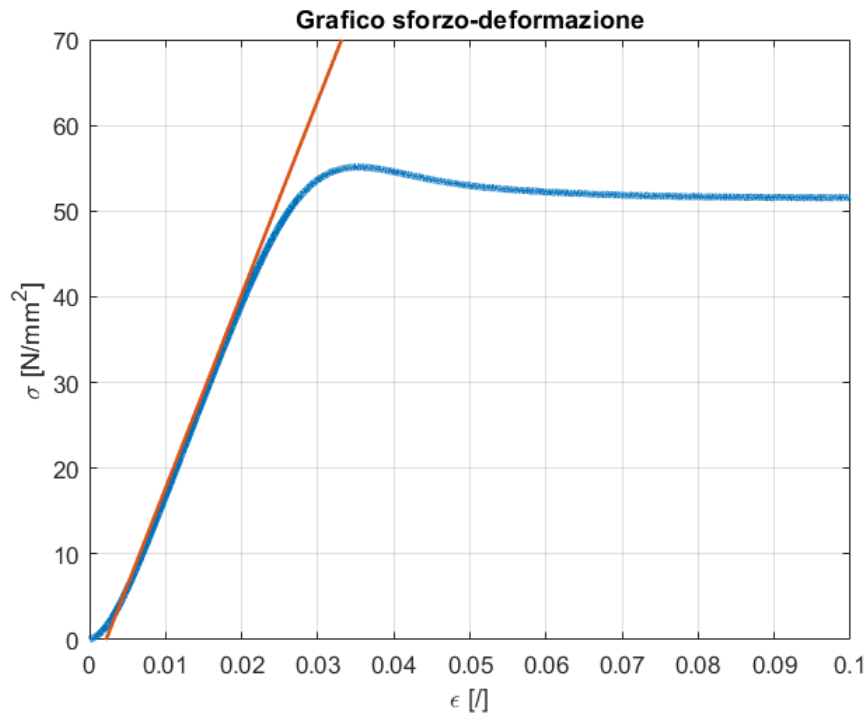


Figura 8.7. Curva media sforzo-deformazione in blu e pendenza del tratto lineare in rosso per i provini con lunghezza 35 mm.

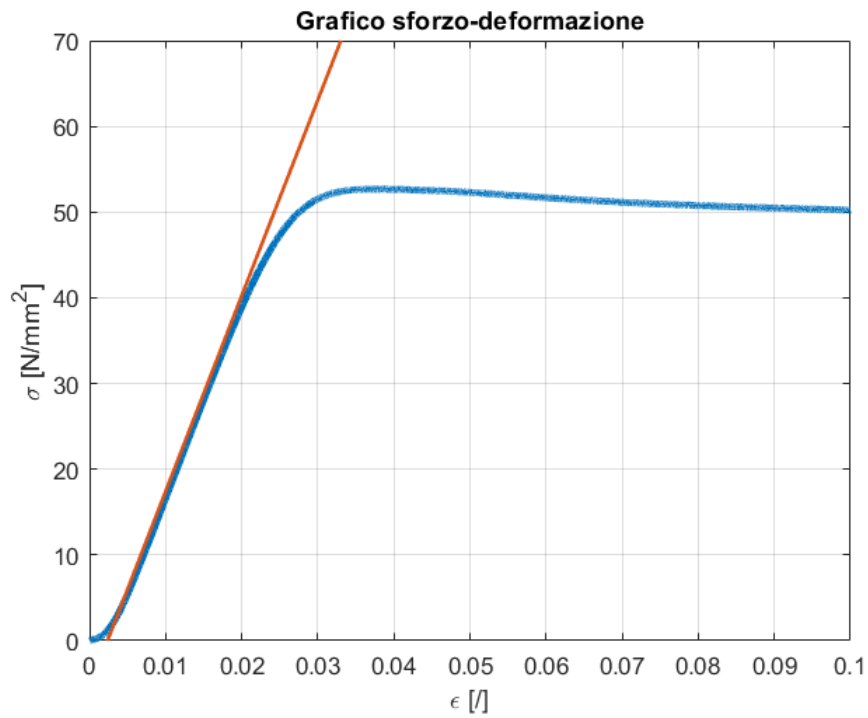


Figura 8.8. Curva media sforzo-deformazione in blu e pendenza del tratto lineare in rosso per i provini con lunghezza 40 mm.

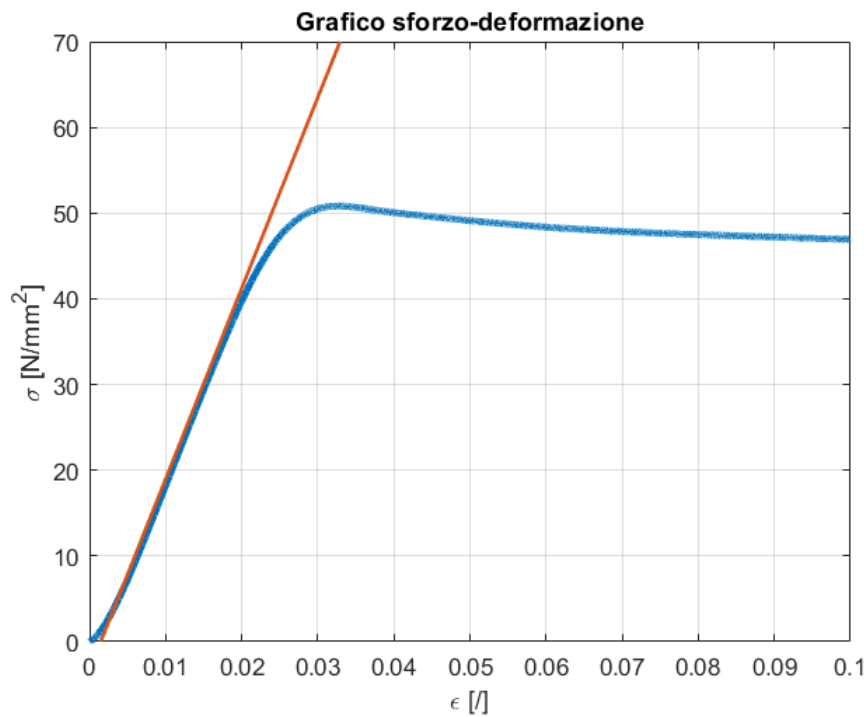


Figura 8.9. Curva media sforzo-deformazione in blu e pendenza del tratto lineare in rosso per i provini con lunghezza 45 mm.

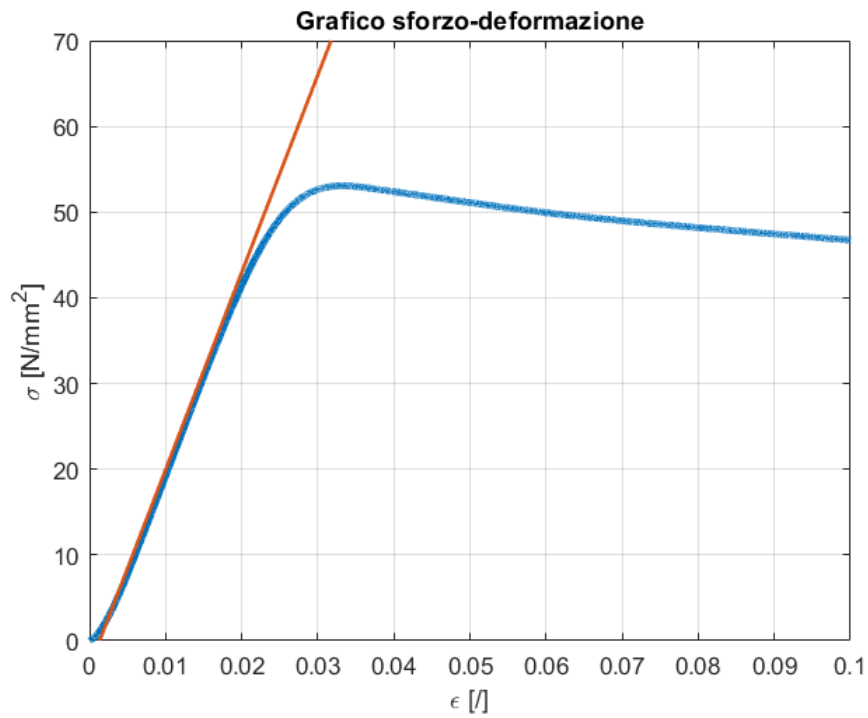


Figura 8.10. Curva media sforzo-deformazione in blu e pendenza del tratto lineare in rosso per i provini con lunghezza 50 mm.

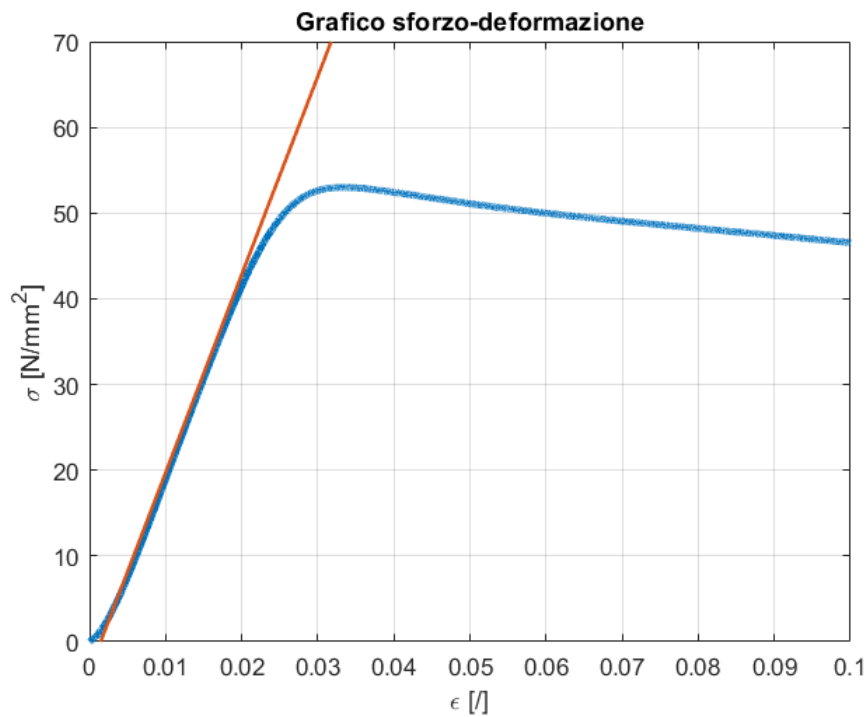


Figura 8.11. Curva media sforzo-deformazione in blu e pendenza del tratto lineare in rosso per i provini con lunghezza 55 mm.

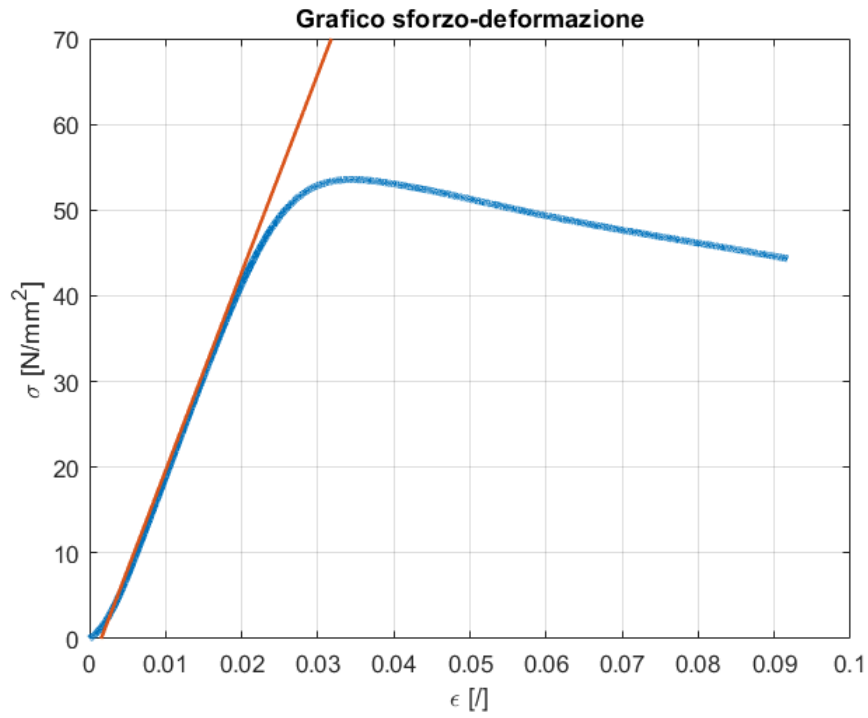


Figura 8.12. Curva media sforzo-deformazione in blu e pendenza del tratto lineare in rosso per i provini con lunghezza 60 mm.

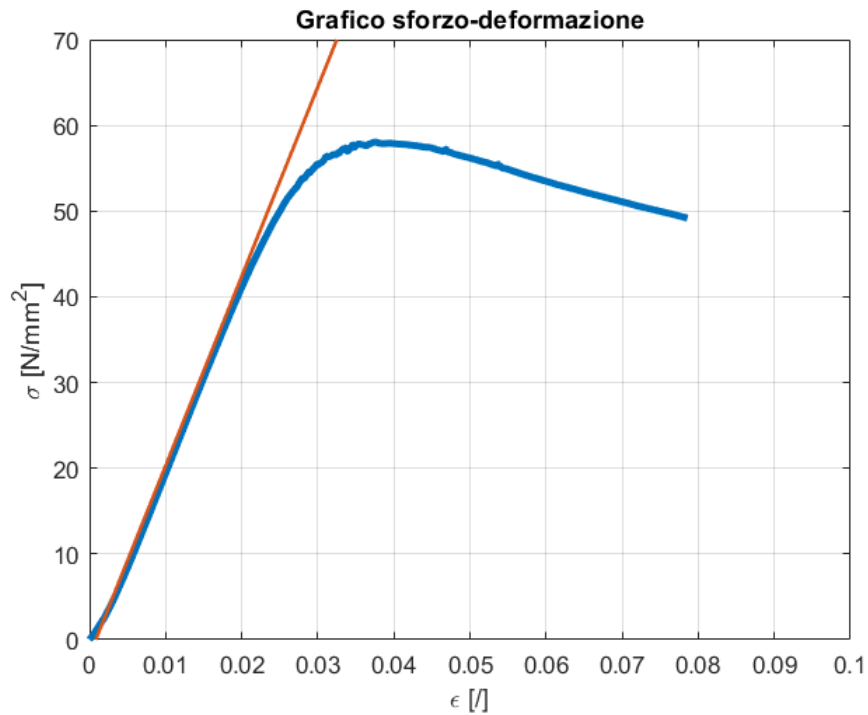


Figura 8.13. Curva media sforzo-deformazione in blu e pendenza del tratto lineare in rosso per i provini con lunghezza 65 mm.

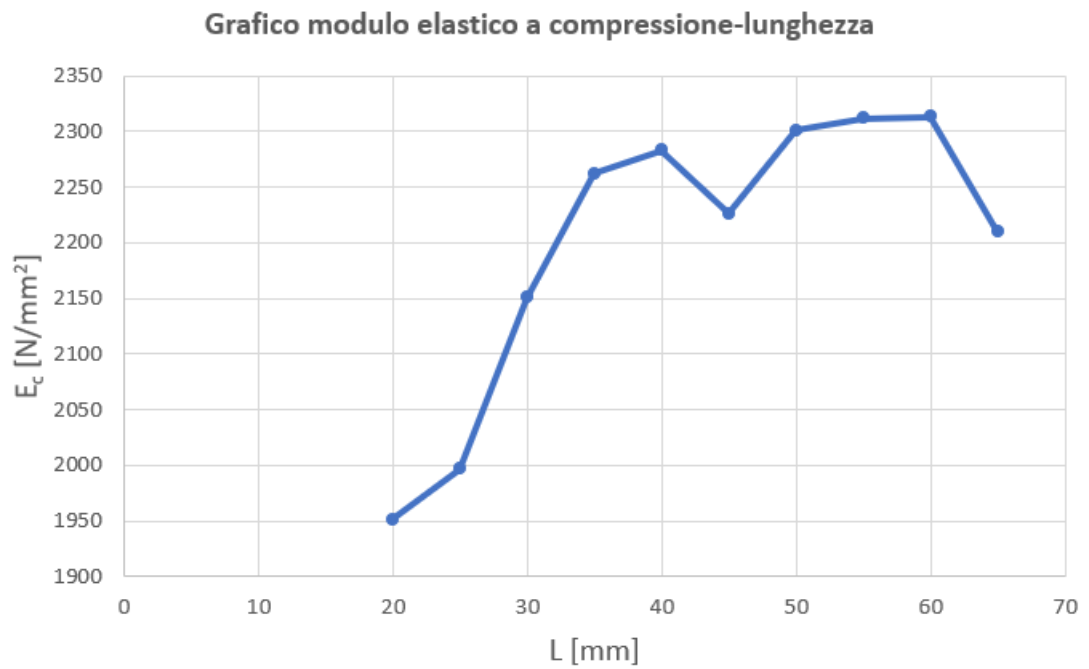


Figura 8.14. Variazione del modulo elastico a compressione con la lunghezza del provino.

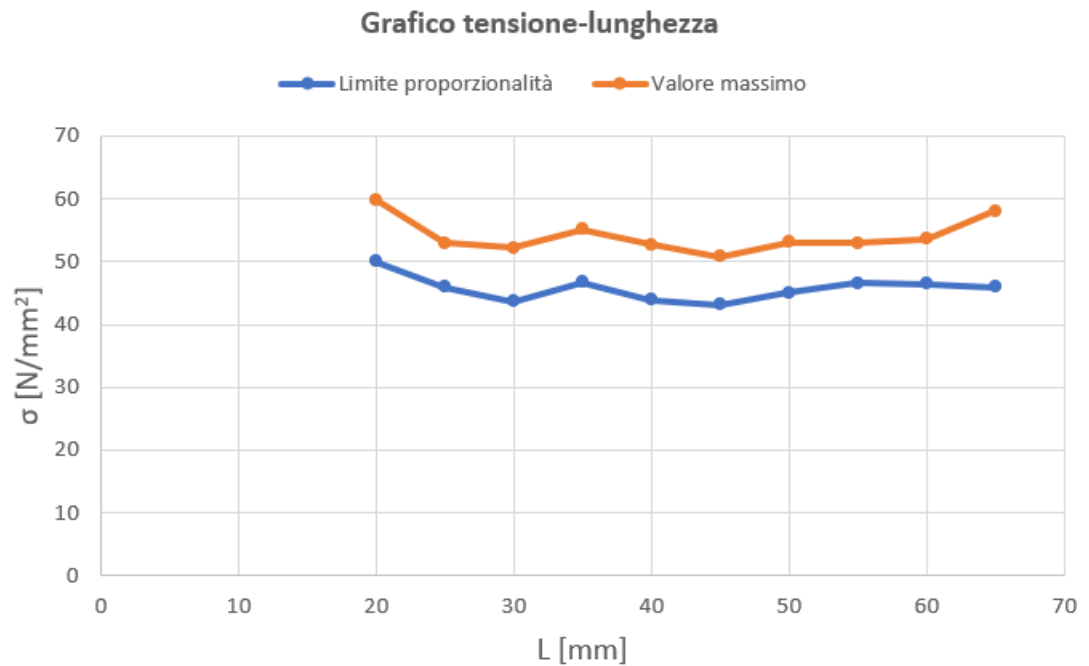


Figura 8.15. Variazione della resistenza a compressione del provino con la lunghezza.

8.2 Applicazione dei modelli teorici

In questo paragrafo viene svolta un'analisi teorica del buckling utilizzando i modelli illustrati nel capitolo 2. L'obiettivo è di tracciare il grafico che riporta sulle ascisse la snellezza e sulle ordinate la tensione critica. Si ricorda che la snellezza è data da

$$A = \frac{L_e}{\rho} \quad (8.1)$$

La lunghezza libera di inflessione L_e dipende dai vincoli e coerentemente con la scelta iniziale (paragrafo 5.1) è stata considerata pari alla lunghezza, che equivale a considerare gli estremi appoggiati. Inoltre, la lunghezza è stata utilizzata come variabile indipendente. Per una sezione quadrata il raggio d'inerzia vale

$$\rho = \sqrt{\frac{I}{S}} = \sqrt{\frac{1}{12}}D = 3.67mm \quad (8.2)$$

con D lunghezza del lato.

La formula della tensione critica dipende dal modello scelto. Secondo il modello di Eulero

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{A^2} \quad (8.3)$$

mentre secondo la formula di Johnson

$$\sigma_{cr} = \sigma_s^2 - \frac{\sigma_s^2 A^2}{4\pi^2 E} \quad (8.4)$$

Il modulo di elasticità E e lo sforzo di snervamento σ_s del materiale sono gli input necessari per l'applicazione dei modelli.

Secondo il modello di Eulero con il modulo tangente

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E_t}{A^2} \quad (8.5)$$

Nell'applicazione di questo modello conviene seguire un approccio diverso, ovvero tenere la tensione critica come variabile indipendente facendola variare tra 0 e il valore massimo e ricavare la snellezza. Se $\sigma_{cr} < \sigma_p$ si ha che

$$A = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{cr}}} \quad (8.6)$$

altrimenti, se $\sigma_{cr} > \sigma_p$ si ha che

$$A = \pi \sqrt{\frac{E_t}{\sigma_{cr}}} \quad (8.7)$$

Il modulo tangente E_t viene calcolato utilizzando i coefficienti dell'interpolazione polinomiale precedentemente effettuata, cioè

$$E_t = C_1 \sigma^3 + C_2 \sigma^2 + C_3 \sigma + C_4 \quad (8.8)$$

La formula di Eulero si ritiene applicabile per $A > A_{lim}$ con

$$A_{lim} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}} \quad (8.9)$$

mentre la formula di Johnson per $A < A_{trans}$ con

$$A_{trans} = \pi \sqrt{\frac{2E}{\sigma_s}} \quad (8.10)$$

Le formule teoriche presentate sopra sono state originariamente concepite per l'utilizzo con materiali isotropi caratterizzati dalla stessa risposta a trazione e a compressione. Tuttavia, per la natura dei provini oggetto dell'analisi, è emerso un comportamento longitudinale fortemente non simmetrico. Per questo motivo si è deciso di effettuare due analisi: la prima utilizzando i parametri che sono stati ottenuti a trazione, la seconda quelli ottenuti a compressione. La tabella 8.3 racchiude i parametri di input per le due analisi. È necessaria qualche precisazione. Per quanto riguarda i valori a compressione, tra tutti quelli disponibili, vengono presi quelli che sono stati ottenuti per la famiglia di provini lunghi 25 mm. Le giustificazioni di ciò sono due. La prima è che questa categoria non ha presentato alcun effetto di buckling, quindi i parametri non possono essere stati influenzati in alcun modo dal fenomeno. Inoltre, in questo caso la tensione massima può essere interpretata come tensione di snervamento. La seconda è che i relativi provini sono stati testati con la macchina utilizzata anche per la maggior parte degli altri provini (si ricorda che c'è stato un cambiamento di macchina di prova, per ulteriori dettagli si rimanda al paragrafo 6.1). Per quanto riguarda lo snervamento a trazione, poiché i provini non hanno manifestato fase plastica, è stato posto uguale al valore registrato a rottura.

Tabella 8.3. Parametri di input per l'analisi teorica.

Parametro	Valore a trazione	Valore a compressione
$E(N/mm^2)$	2894	1997
$\sigma_p(N/mm^2)$	13.06	45.97
$\sigma_s(N/mm^2)$	17.47	52.95
C_1	-7.901	-7.485
C_2	382.8	1103
C_3	-6257	-54304
C_4	36741	893832

Le figure 8.16 e 8.17 riportano i grafici della tensione critica in funzione della snellezza che si ottengono dalle due analisi, la prima con i parametri a trazione, la seconda con quelli a compressione. Sugli stessi sono riportati anche i valori che sono stati rilevati sperimentalmente. La tabella 8.3 racchiude i valori di snellezza limite e di transizione in entrambi i casi. Le tabelle 8.4 e 8.5 contengono per i provini i risultati sperimentali e dei vari modelli.

Dalla prima analisi emerge che la snellezza dei provini testati è inferiore sia alla snellezza limite che a quella di transizione. Il modello di Eulero risulta inutilizzabile, infatti produce dei valori di stress critico molto elevati. Le formule di Johnson e di Eulero con il modulo tangente sono applicabili e portano a valori più contenuti; il modello di Eulero tangente tende a fornire valori leggermente superiori alla parabola di Johnson. Tuttavia, in entrambi i casi i risultati sono molto più bassi dei valori sperimentali. Quindi, per il caso in esame i parametri a trazione risultano inadatti per effettuare una corretta analisi teorica del buckling.

La seconda analisi, invece, appare immediatamente più aderente alla realtà. Anche in questo caso i provini testati presentano una snellezza inferiore al valore limite e a quello di transizione. Di conseguenza, ancora una volta Eulero non è applicabile e produce valori di stress critico molto elevati. Johnson ed Eulero tangente, che sono invece attendibili, portano a valori che tendono ad avvicinarsi tra di loro e ai valori sperimentali. In conclusione, i parametri a compressione permettono di effettuare un'analisi teorica del buckling che sembra essere maggiormente in linea con i risultati sperimentali.

Tabella 8.4. Snellezza limite e di transizione delle due analisi. I valori sono adimensionali.

Analisi	A_{lim}	A_{trans}
Parametri a trazione	46.74	57.15
Parametri a compressione	20.70	29.27

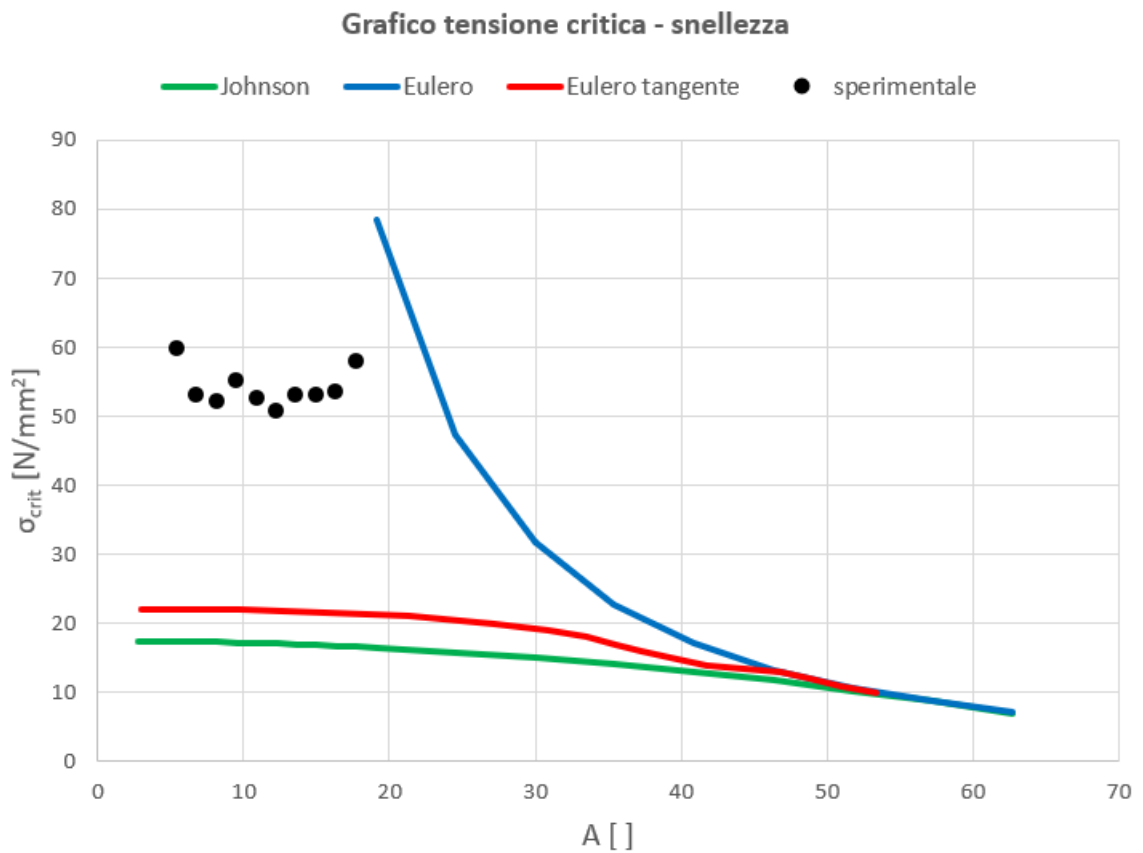


Figura 8.16. Confronto tra i risultati sperimentali e teorici con i parametri del materiale a trazione.

Tabella 8.5. Valori di sforzo critico ottenuti dall'analisi teorica con i parametri a trazione.

L [mm]	A []	Eulero [N/mm ²]	Johnson [N/mm ²]	Modulo tangente [N/mm ²]	Sperimentale [N/mm ²]
20	5.45	960.95	17.39	21.85	59.89
25	6.81	615.01	17.35	21.80	52.95
30	8.17	427.09	17.29	21.75	52.18
35	9.54	313.78	17.23	21.70	55.17
40	10.90	240.24	17.15	21.65	52.69
45	12.26	189.82	17.07	21.60	50.83
50	13.62	153.75	16.97	21.55	53.08
55	14.99	127.07	16.87	21.50	53.01
60	16.35	106.77	16.76	21.45	53.58
65	17.71	90.98	16.63	21.40	58.04

Tabella 8.6. Valori di sforzo critico ottenuti dall'analisi teorica con i parametri a compressione.

L [mm]	A [/]	Eulero [N/mm ²]	Johnson [N/mm ²]	Modulo tangente [N/mm ²]	Sperimentale [N/mm ²]
20	5.45	663.10	51.89	46.55	59.89
25	6.81	424.39	51.30	46.50	52.95
30	8.17	294.71	50.57	46.45	52.18
35	9.54	216.52	49.71	46.40	55.17
40	10.90	165.78	48.72	46.35	52.69
45	12.26	130.98	47.60	46.30	50.83
50	13.62	106.10	46.34	46.25	53.08
55	14.99	87.68	44.96	46.20	53.01
60	16.35	73.68	43.44	46.15	53.58
65	17.71	62.78	41.79	46.10	58.04

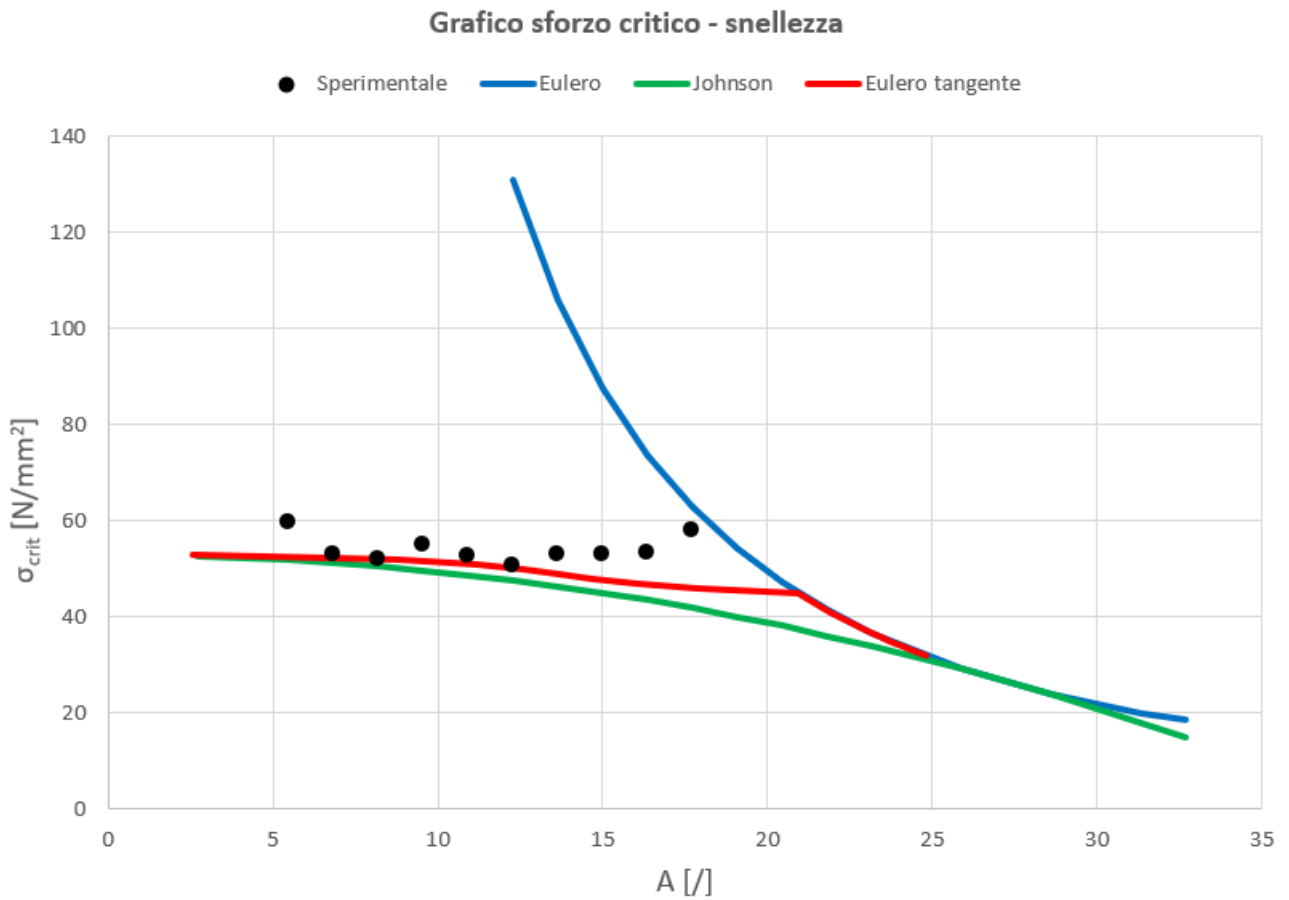


Figura 8.17. Confronto tra i risultati sperimentali e teorici con i parametri del materiale a compressione.

Capitolo 9

Analisi con il metodo degli elementi finiti

Il problema della stabilità può essere affrontato con il metodo degli elementi finiti. Nel capitolo prima sono introdotte le tipologie di analisi di buckling e vengono effettuati alcuni richiami teorici, dopo sono illustrati i modelli utilizzati e i risultati raggiunti.

9.1 L'analisi di buckling con gli elementi finiti

Il metodo degli elementi finiti è una tecnica di analisi numerica ideata intorno agli anni '60 il cui concetto fondamentale è la discretizzazione del problema. Gli elementi finiti si prestano bene a essere impiegati all'interno di codici di calcolo per effettuare analisi statiche, dinamiche e di stabilità di strutture complesse.

Il problema del buckling con gli elementi finiti può essere affrontato mediante tre tipi di analisi: lineare, non lineare e di post-buckling. Eseguendo tutte e tre le tipologie di analisi si ottiene una caratterizzazione completa della struttura dal punto di vista della stabilità.

L'analisi di buckling lineare permette di ricavare il carico di buckling e la forma del modo risolvendo un problema agli autovalori. Questo tipo di analisi è semplice e veloce, tuttavia il carico di buckling che si ottiene non sempre corrisponde a quello della struttura reale. Solitamente il carico critico lineare è attendibile per le aste snelle, che risentono in misura minore della presenza delle imperfezioni. Al diminuire della snellezza le imperfezioni rivestono un ruolo più rilevante e abbassano il carico critico.

L'analisi di buckling non lineare è più complicata e dispendiosa di quella lineare ma permette di considerare nel modello fenomeni di non linearità, come non linearità geometriche (grandi deformazioni) o legate al materiale (proprietà dipendenti dagli sforzi o dalle deformazioni). L'analisi non lineare si articola in due fasi. La prima consiste in un'analisi statica non lineare con un carico crescente e permette di individuare approssimativamente il carico critico. Nell'intorno di esso iniziano a verificare problemi di convergenza. La seconda fase fornisce il carico critico risolvendo ancora una volta un problema agli autovalori.

L'analisi di post-buckling permette di studiare il comportamento post-critico tracciando il movimento di alcuni punti.

Nei prossimi paragrafi è illustrata l'analisi di buckling lineare e non lineare attraverso il software MSC Nastran-Patran.

9.2 Richiami teorici

Nella sua forma piú generica l'equazione del moto di un sistema è

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku + K_d u = P(t) \quad (9.1)$$

dove M , C , K e K_d sono rispettivamente le matrici di massa, smorzamento, rigidità e rigidità differenziale della struttura, u sono gli spostamenti, P è la forzante. Assumiamo una soluzione di tipo armonico, cioè

$$u = \{\phi\} \text{sen}(\omega t) \quad (9.2)$$

con ω frequenza angolare e ϕ autovettore. Ignorando per semplicità il termine dovuto allo smorzamento, un problema agli autovalori assume la forma

$$[(K + K_d) - \omega^2 M]\{\phi\} = \{0\} \quad (9.3)$$

che è l'equazione che permette di effettuare l'analisi modale, ovvero il calcolo delle frequenze e dei modi propri di vibrare, e si può ricondurre anche all'analisi di buckling dinamico a una certa frequenza. Nel caso statico il termine inerziale è trascurabile poiché la frequenza di vibrazione è nulla e il problema agli autovalori può essere ricondotto alla forma

$$[K + \lambda K_d]\{\phi\} = \{0\} \quad (9.4)$$

Escludendo la soluzione banale, l'equazione 9.4 si risolve annullando il determinante del termine compreso tra parentesi quadre, cioè

$$|K + \lambda K_d| = 0 \quad (9.5)$$

Nell'analisi non lineare la soluzione viene estrapolata utilizzando due soluzioni in prossimità del buckling. L'equazione che descrive il problema agli autovalori diventa

$$|K_n + \lambda \Delta K| = 0 \quad (9.6)$$

con $\Delta K = K_n - K_{n-1}$, dove K_n e K_{n-1} sono le matrici di rigidità valutate nei due punti vicini all'instabilità. Lo spostamento critico può essere scritto come

$$\{U_{cr}\} = \{U_n\} + \lambda \{\Delta U\} \quad (9.7)$$

con

$$\{\Delta U\} = \{U_n\} - \{U_{n-1}\} \quad (9.8)$$

Dal principio dei lavori virtuali si ha che

$$\{\Delta U\}^t \{P_{cr}\} = \{\Delta U\}^t \{F_{cr}\} \quad (9.9)$$

con

$$F_{cr} = F_n + \int_{U_n}^{U_{cr}} K du \cong F_n + \lambda[K_n + \frac{1}{2}\lambda\Delta K]\{\Delta U\} \quad (9.10)$$

Il carico critico è dato da

$$\{P_{cr}\} = \{P_n\} + \alpha\{\Delta P\} \quad (9.11)$$

con

$$\{\Delta P\} = \{P_n\} - \{P_{n-1}\} \quad (9.12)$$

e

$$\alpha = \frac{\lambda\{\Delta U\}^t [K_n + \frac{1}{2}\lambda\Delta K]\{\Delta U\}}{\{\Delta U\}^t \{\Delta P\}} \quad (9.13)$$

9.3 Analisi 1D

Una prima analisi con un modello unidimensionale risulta conveniente poiché semplice, veloce e per gettare le basi per una successiva analisi più raffinata mediante un modello tridimensionale.

Geometria

Innanzitutto bisogna ricreare all'interno del software la geometria oggetto dell'analisi. In questo caso è sufficiente creare la linea che rappresenta l'asse longitudinale del provino. Al fine di effettuare un'indagine generale che comprendesse sia provini lunghi che corti, sono stati presi in considerazione i seguenti valori di lunghezza: 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 e 100 mm.

Materiale e proprietà degli elementi

Il passaggio successivo è l'inserimento delle proprietà del materiale. Il software permette di trattare materiali sia isotropi che anisotropi e permette la scelta tra vari modelli di comportamento del materiale (elastico lineare e non, elastoplastico, viscoelastico, ecc.). Si è deciso di trattare il PLA come un isotropo e di utilizzare come input i parametri che descrivono il comportamento del materiale a compressione, che sono quelli del paragrafo 8.2. Per l'analisi lineare è sufficiente definire un modello elastico lineare inserendo il modulo di elasticità e il coefficiente di Poisson. Per l'analisi non lineare bisogna definire anche il modello elastoplastico fornendo alcuni punti per l'identificazione della curva sforzo-deformazione (figura 9.2).

Dopodiché si possono definire le proprietà e il materiale degli elementi. Tra le proprietà unidimensionali è stata scelta la proprietà trave con formulazione CBEAM. Questa formulazione possiede tutte le caratteristiche derivanti dal modello trave di Eulero-Bernoulli ma

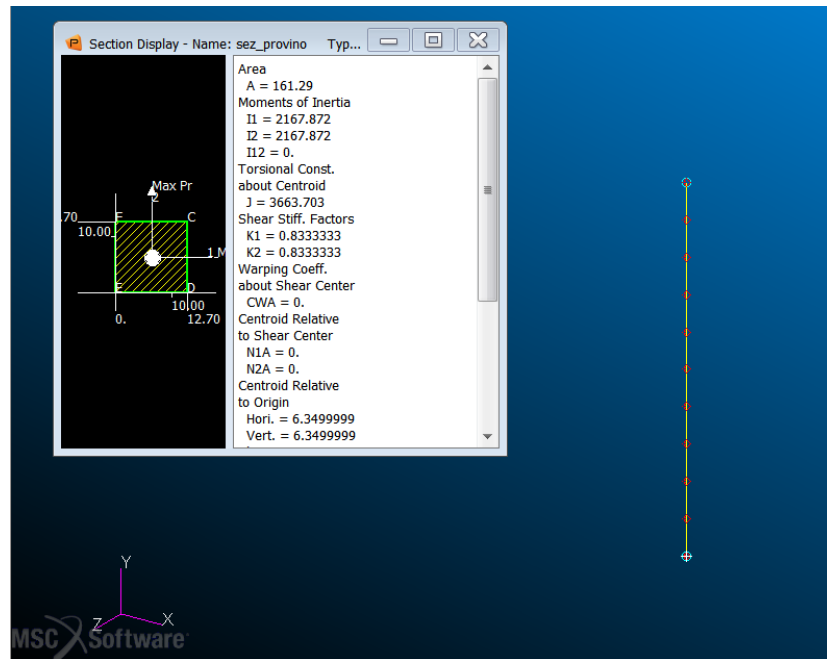


Figura 9.1. Definizione delle proprietà della sezione.

con delle caratteristiche aggiuntive, come la possibilità di tenere in conto effetti aggiuntivi come quelli torsionali. Poi si definiscono il materiale e le caratteristiche della sezione. Da una libreria predefinita è possibile scegliere la forma della sezione e inserire le misure della stessa.

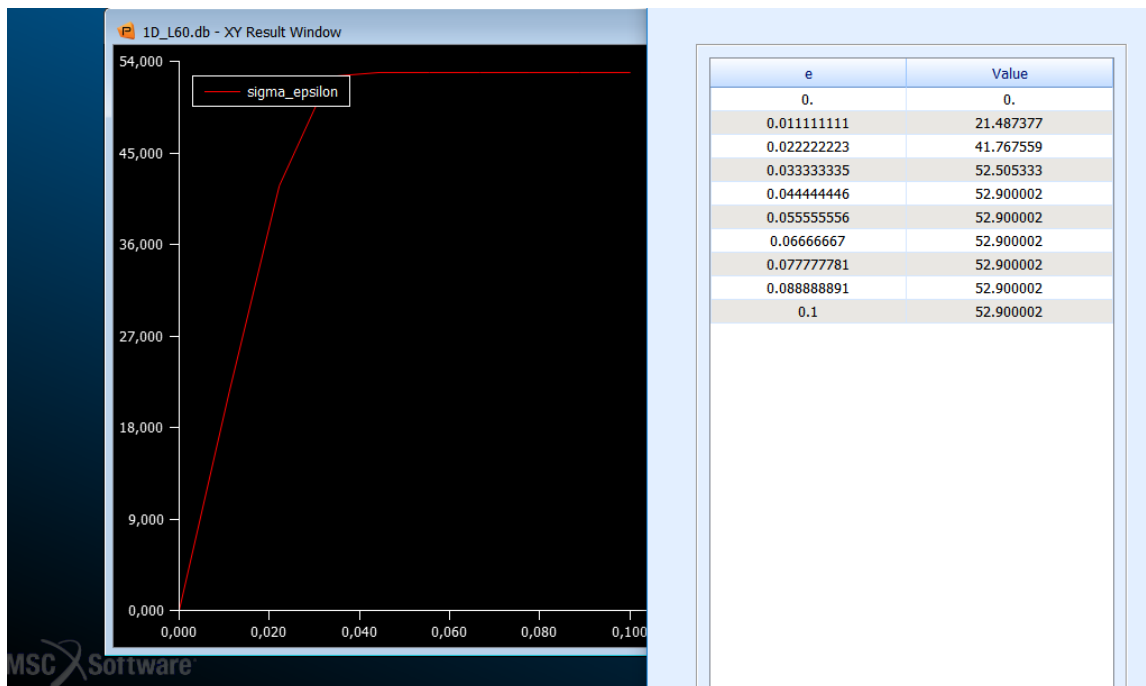


Figura 9.2. Inserimento della curva sigma-epsilon del materiale.

Mesh

A questo punto la struttura è pronta per l'operazione di discretizzazione o meshatura. Occorre scegliere la tipologia di elemento e specificarne la dimensione. Quest'ultima deve essere adeguata a garantire convergenza della soluzione numerica a quella analitica senza appesantire il calcolo. In questo caso la mesh è stata creata utilizzando elementi Bar2, che sono elementi unidimensionali a due nodi, con dimensione che è stata variata di volta in volta in base alla lunghezza ma garantendo la suddivisione dell'asta in 10 elementi cioè 11 nodi.

Vincoli e carichi

Dopo che sono stati creati i nodi si possono applicare i vincoli e i carichi.

I vincoli sono stati applicati sui nodi di estremità dell'asta. All'estremità superiore è stato imposto un vincolo di tipo carrello bloccando le traslazioni trasversali; all'estremità inferiore è stato imposto un vincolo di tipo cerniera bloccando tutte le traslazioni. Inoltre, per evitare problemi di labilità, per il vincolo inferiore è stata bloccata la rotazione attorno all'asse longitudinale.

Il carico di compressione va applicato all'estremità superiore, ovvero dove è applicato il carrello. Per l'analisi lineare il valore del carico può essere scelto arbitrariamente. Invece, per l'analisi non lineare è necessario fare una scelta più accurata, come spiegato più avanti. È necessario inoltre introdurre artificialmente un'imperfezione per eccitare il primo modo di buckling. Questa cosa può essere fatta ad esempio applicando una forza unitaria trasversale nel nodo al centro del provino.

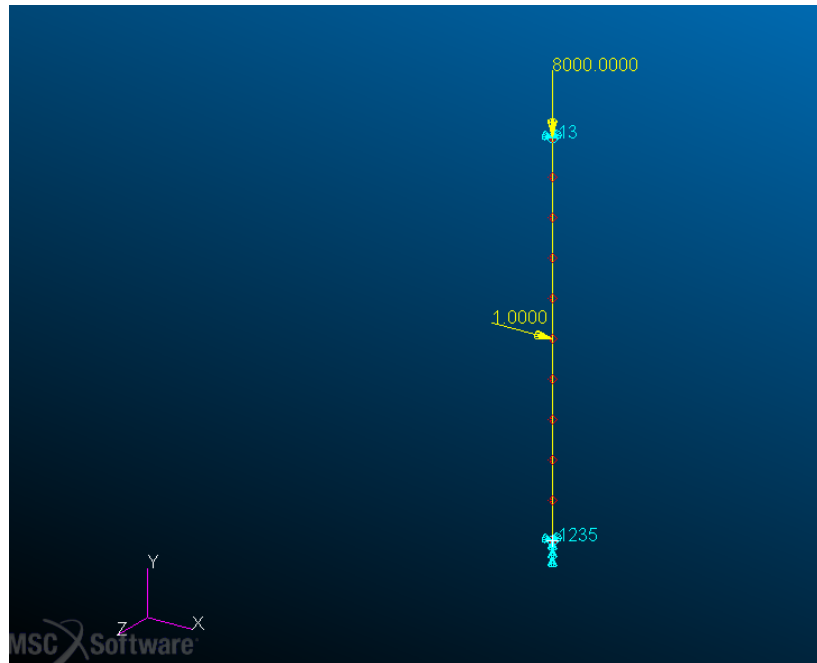


Figura 9.3. Discretizzazione e applicazione dei carichi e dei vincoli.

Analisi lineare

Una volta completati i passaggi fin qui illustrati si può eseguire l'analisi di buckling lineare lanciando il solutore SOL 105. Terminata l'analisi tra i risultati si può leggere l'autovalore e l'autovettore. Il carico di buckling è dato da

$$P_{cr} = \lambda P \tag{9.14}$$

dove λ è l'autovalore trovato mentre P è il carico applicato, ad esempio unitario. Rappresentando l'autovettore si può visualizzare la forma della deformata.

```

REAL EIGENVALUES
MODE   EXTRACTION   EIGENVALUE   RADIANS   CYCLES   GENERALIZED   GENERALIZED
NO.    ORDER           EIGENVALUE   RADIANS   CYCLES   MASS          STIFFNESS
1      1             1.036631E+04  1.018151E+02  1.620438E+01  8.231691E-02  8.533230E+02
*** USER INFORMATION MESSAGE 3 (crdb::nastran::Processor::writeOutput)
*** USER INFORMATION MESSAGE (WRITE DATA BLOCK OLAMA, TRAILER[101, 1, 0, 0, 0, 0])
1 MSC.NASTRAN JOB CREATED ON 21-NOV-19 AT 12:52:13 **STUDENT EDITION* NOVEMBER 24, 2019 MSC Nastran 12/18/18 PAGE 16
   DEFAULT
0
   EIGENVALUE = 1.036631E+04
                                REAL EIGENVECTOR NO. 1
POINT ID.  TYPE    T1      T2      T3      R1      R2      R3
1          G      0.0     0.0     0.0     4.684040E-02  0.0     -5.612496E-11
2          G      3.702811E-10 -7.288094E-17  3.090170E-01  4.454787E-02 -4.972355E-17 -5.337901E-11
3          G      7.043771E-10 -9.042159E-17  5.877853E-01  3.789468E-02  3.796953E-17 -4.541003E-11
4          G      9.694238E-10 -1.156448E-16  8.090170E-01  2.753210E-02  1.674305E-17 -3.299477E-11
5          G      1.139677E-09 -1.709587E-17  9.510565E-01  1.447448E-02  1.930373E-17 -1.734928E-11
6          G      1.198302E-09 -1.844675E-16  1.000000E+00 -1.103303E-11 -2.522090E-17 -2.709453E-15
7          G      1.139703E-09 -1.818870E-16  9.510565E-01 -1.447448E-02 -5.339946E-17  1.734401E-11
8          G      9.694308E-10 -1.561431E-16  8.090169E-01 -2.753210E-02  5.317990E-17  3.299502E-11
9          G      7.042892E-10 -1.988040E-16  5.877851E-01 -3.789469E-02  1.470189E-17  4.541097E-11
10         G      3.703976E-10 -1.140945E-16  3.090166E-01 -4.454787E-02  1.530134E-17  5.338310E-11
11         G      0.0     -2.012308E-16  0.0     -4.684040E-02  5.271439E-17  5.613352E-11
1 MSC.NASTRAN JOB CREATED ON 21-NOV-19 AT 12:52:13 **STUDENT EDITION* NOVEMBER 24, 2019 MSC Nastran 12/18/18 PAGE 17
   DEFAULT

```

Figura 9.4. Autovalore e autovettore dell'analisi lineare 1D.

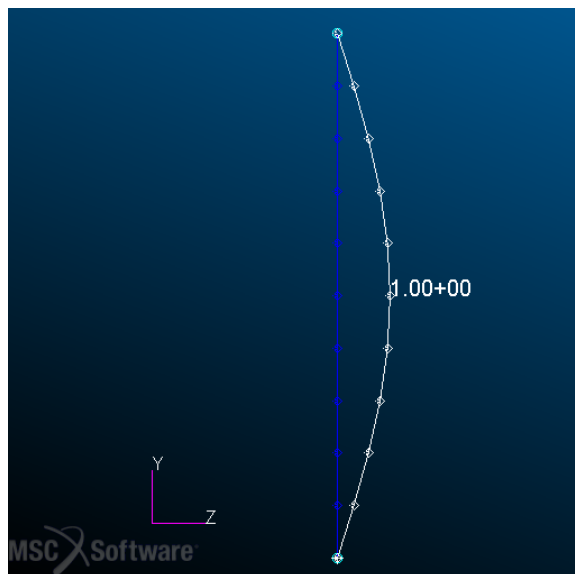


Figura 9.5. Rappresentazione della deformazione ottenuta dall'analisi lineare 1D.

Analisi non lineare

L'analisi non lineare si esegue in due step utilizzando il solutore SOL 106. Quest'ultimo lavora in maniera incrementale, cioè risolve il problema per vari incrementi di carico.

Prima si applica un carico sufficientemente elevato; si può applicare un carico superiore a quello di buckling lineare oppure direttamente superiore alla resistenza del materiale. Si lancia la prima analisi, la quale si ferma poiché smette di convergere nell'intorno del carico di buckling non lineare; ovviamente bisogna verificare l'attendibilità del carico a cui ciò avviene. Poi si applica un carico prossimo a quello così rilevato e si lancia l'analisi di buckling. Il carico di buckling è dato da

$$P_c = P + \frac{\alpha}{n}P \quad (9.15)$$

P è l'ultimo carico con il quale si è verificata la convergenza del calcolo, α è il critical buckling factor che si trova nei risultati, n è il numero di incrementi fissato per la suddivisione del carico.

Nel nostro caso è stato imposto un carico iniziale di 10000 N, cioè direttamente superiore alla resistenza del materiale, e un numero di incrementi pari a 50. La figura 9.7 mostra l'ultimo livello di carico con il quale si è verificata convergenza. La forma della deformata che si ottiene è uguale a quella dell'analisi lineare.

```

REAL EIGENVALUES
MODE    EXTRACTION  EIGENVALUE    REAL RADIANS    CYCLES    GENERALIZED    GENERALIZED
NO.     ORDER          6.205787E-01  7.877681E-01  1.253772E-01  MASS           STIFFNESS
      1           1          6.205787E-01  7.877681E-01  1.253772E-01  5.141773E+02  3.190874E+02
*** USER INFORMATION MESSAGE 9040 (SUBDMAP NLSTATIC)
CRITICAL BUCKLING FACTOR (ALPHA)= 4.626366E-01
*** USER INFORMATION MESSAGE 3 (crdb::nastran::Processor::writeOutput)
*** USER INFORMATION MESSAGE (WRITE DATA BLOCK OLAMA, TRAILER[101, 1, 0, 0, 0, 0, 0])
1 MSC.NASTRAN JOB CREATED ON 21-NOV-19 AT 12:52:13 **STUDENT EDITION* DECEMBER 1, 2019 MSC Nastran 12/18/18 PAGE 77
DEFAULT
0 SUBCASE 1
EIGENVALUE = 6.205787E-01
REAL EIGENVECTOR NO. 1
POINT ID.  TYPE    T1          T2          T3          R1          R2          R3
      1    G      0.0         0.0         0.0         7.117500E-02  0.0        -7.948372E-09
      2    G      3.004031E-08 -9.596386E-09 3.090170E-01 6.769144E-02 2.103129E-06 -3.596614E-09
      3    G      2.440818E-08 -4.481380E-09 5.877852E-01 5.758178E-02 5.397446E-06 8.358653E-09
      4    G      -5.998433E-09 -6.244762E-09 8.090170E-01 4.183561E-02 9.099494E-06 6.127484E-09
      5    G      -1.725396E-08 2.879298E-09 9.510565E-01 2.199429E-02 1.220975E-05 1.878085E-10
      6    G      6.683643E-09 -1.360366E-08 1.000000E+00 4.664035E-09 1.385802E-05 -8.630737E-09
      7    G      3.255418E-08 -7.271499E-09 9.510565E-01 -2.199429E-02 1.356940E-05 -4.283036E-09
      8    G      2.537390E-08 -3.966067E-09 8.090168E-01 -4.183562E-02 1.181876E-05 7.504505E-09
      9    G      -6.831957E-09 -7.676544E-09 5.877850E-01 -5.758179E-02 9.476221E-06 5.770288E-09
     10    G      -1.750024E-08 8.041843E-09 3.090167E-01 -6.769144E-02 7.541402E-06 -3.426658E-09
     11    G      0.0         -6.247652E-09 0.0         -7.117499E-02 6.797761E-06 -4.914511E-09
1 MSC.NASTRAN JOB CREATED ON 21-NOV-19 AT 12:52:13 **STUDENT EDITION* DECEMBER 1, 2019 MSC Nastran 12/18/18 PAGE 78
DEFAULT

```

Figura 9.6. Autovalore e autovettore dell'analisi non lineare 1D.

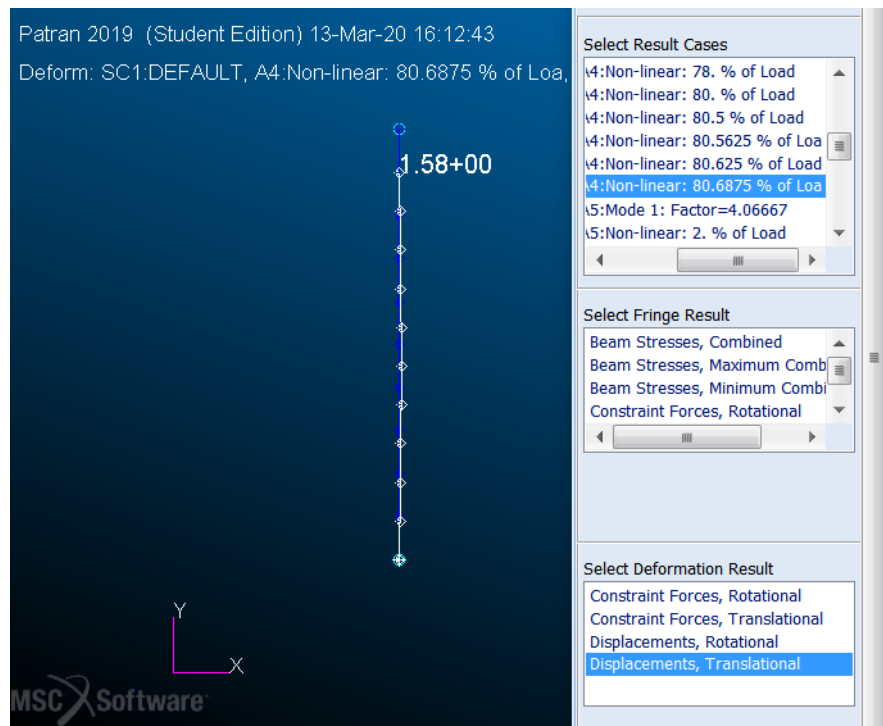


Figura 9.7. Ultimo carico di convergenza dell'analisi non lineare 1D.

9.4 Analisi 3D

In generale, l'analisi con un modello tridimensionale porta a un risultato piú preciso rispetto all'analisi con un modello unidimensionale, anche se è piú complicata e dispendiosa. In questo paragrafo viene ripercorso il procedimento illustrato nel paragrafo precedente ma stavolta con un modello 3D.

Geometria e Materiale

La geometria del provino può essere generata direttamente creando un solido e inserendo le dimensioni della sezione e la lunghezza. L'inserimento delle proprietà del materiale è identico al caso 1D.

Mesh

Per la creazione della mesh, in seguito alla forma del provino, è evidente la convenienza di utilizzo degli elementi tetraedrici. Sono stati così scelti gli elementi Tet4, i quali possiedono un nodo a ogni vertice del tetraedro. La dimensione del singolo elemento è stata scelta in maniera da avere 5 nodi sul lato e così di conseguenza soddisfare l'esigenza di avere un nodo al centro delle basi. Il numero di nodi disposti assialmente dipende quindi dalla lunghezza del provino.

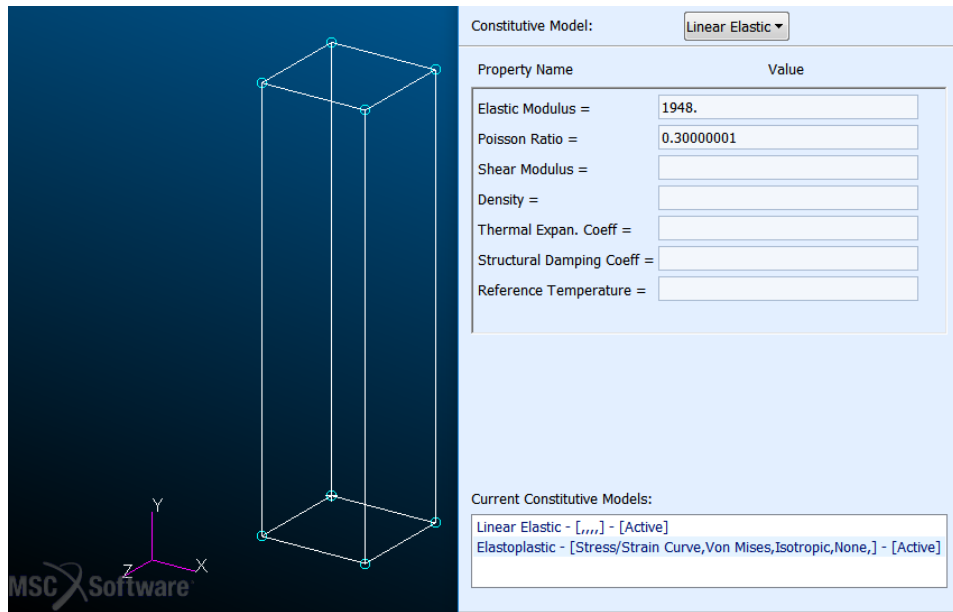


Figura 9.8. Geometria e inserimento del materiale per il modello 3D.

Per una corretta applicazione dei vincoli sulle facce di base è stato necessario l'utilizzo dei Multi-Point Constraints (MPC). Sono stati utilizzati gli MPC di tipo RBE2, i quali servono per collegare rigidamente un nodo indipendente ad alcuni nodi che diventano così dipendenti da esso. Come nodo indipendente è stato usato quello al centro della faccia, mentre tutti gli altri nodi appartenenti alla faccia sono stati resi dipendenti da quello centrale.

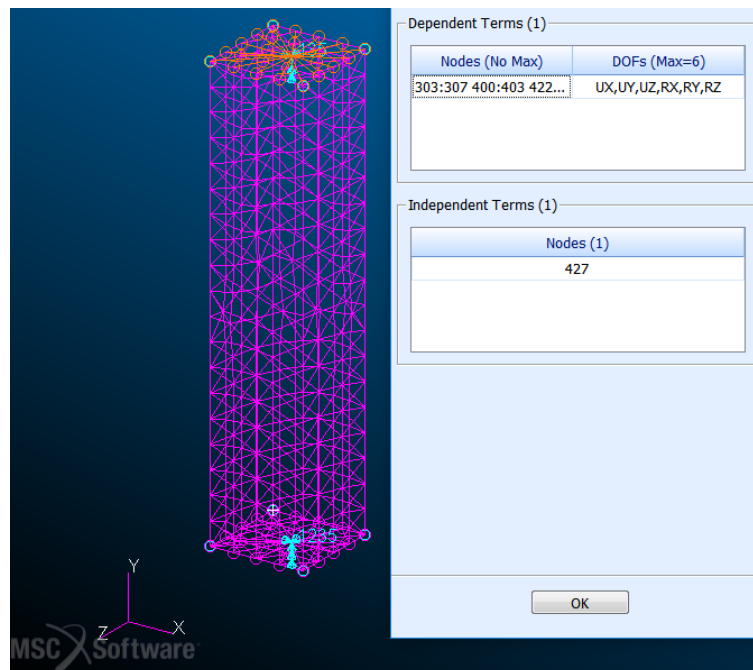


Figura 9.9. Discretizzazione e creazione degli MPC.

Vincoli e carichi

Grazie alla creazione degli MPC i vincoli sono stati applicati solo sui nodi al centro delle basi del provino e in maniera analoga al modello unidimensionale. Sul nodo della faccia superiore è stato applicato un carrello bloccando le traslazioni trasversali, sul nodo della faccia inferiore è stata applicata una cerniera bloccando tutte le traslazioni. Anche in questo caso, per evitare problemi di labilitá, per entrambi i vincoli è stata bloccata la rotazione attorno all'asse longitudinale.

Per quanto riguarda i carichi valgono le stesse considerazioni del caso unidimensionale. Il carico di compressione è applicato all'estremo superiore e viene ripartito su tutti i nodi della faccia. La forza unitaria destabilizzante è applicata nella mezzeria del provino sul nodo al centro della faccia laterale.

Si è notato che senza gli MPC i vincoli non riescono ad agire efficacemente e si ha una deformazione del provino incongruente con la situazione in esame.

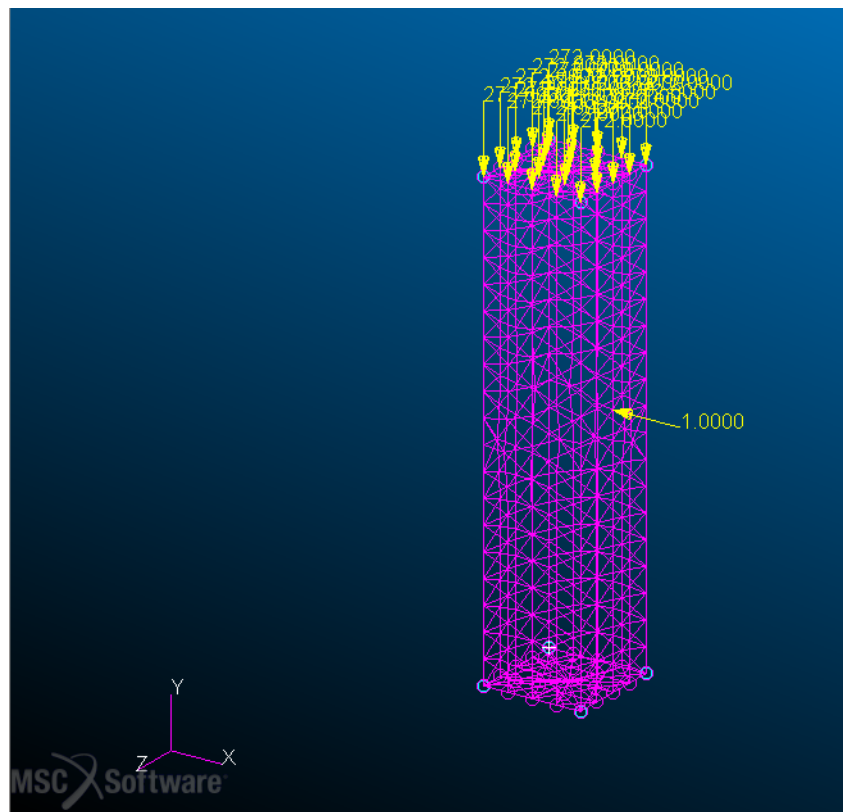


Figura 9.10. Applicazione dei vincoli e dei carichi.

Analisi lineare e non lineare

Le analisi lineare e non lineare si eseguono esattamente nella stessa maniera del caso unidimensionale. Anche le formule per il calcolo del carico critico sono le stesse.

Per l'analisi lineare è stato applicato un carico totale unitario distribuito sui nodi della faccia superiore. Nella figura 9.11 si può vedere l'autovalore che è stato ottenuto. La figura 9.12 presenta la forma della deformata che si ottiene rappresentando l'autovettore e si può vedere che è analoga al caso unidimensionale.

Per l'analisi non lineare prima è stato applicato un carico elevato per rilevare il punto in cui il calcolo inizia a non convergere; è stato applicato un carico totale di 10000 N ripartito tra i nodi della faccia superiore. Poi è stato imposto il carico così rilevato, sempre ripartendolo su tutti i nodi della faccia, ed è stata lanciata l'analisi di buckling. È stato impostato un numero di incrementi pari a 50.

La figura 9.14 mostra la deformazione all'ultimo livello di carico in cui si è verificata convergenza. La forma che si ottiene dall'analisi lineare e dalla non lineare è la stessa, presentata nella figura 9.12 ed è uguale al caso unidimensionale.

```

                                R E A L   E I G E N V A L U E S
MODE   EXTRACTION   EIGENVALUE   RADIANS   CYCLES   GENERALIZED   GENERALIZED
NO.    ORDER        9.370160E+03   9.679959E+01   1.540613E+01   MASS         STIFFNESS
      1      1
*** USER INFORMATION MESSAGE 3 (crdb::nastran::Processor::writeOutput)
*** USER INFORMATION MESSAGE (WRITE DATA BLOCK OLAMA, TRAILER[101, 1, 0, 0, 0, 0])
1 MSC.NASTRAN JOB CREATED ON 26-NOV-19 AT 11:59:25 **STUDENT EDITION* DECEMBER 4, 2019 MSC Nastran 12/18/18 PAGE 58
  DEFAULT
0
                                SUBCASE 2
EIGENVALUE = 9.370160E+03
    
```

Figura 9.11. Autovalore dell'analisi lineare 3D.

```

                                R E A L   E I G E N V A L U E S
MODE   EXTRACTION   EIGENVALUE   RADIANS   CYCLES   GENERALIZED   GENERALIZED
NO.    ORDER        1.387449E+00   1.177900E+00   1.874687E-01   MASS         STIFFNESS
      1      1
*** USER INFORMATION MESSAGE 9040 (SUBDMAP NLSTATIC)
CRITICAL BUCKLING FACTOR (ALPHA)= 9.046682E-01
*** USER INFORMATION MESSAGE 3 (crdb::nastran::Processor::writeOutput)
*** USER INFORMATION MESSAGE (WRITE DATA BLOCK OLAMA, TRAILER[101, 1, 0, 0, 0, 0])
1 MSC.NASTRAN JOB CREATED ON 26-NOV-19 AT 11:59:25 **STUDENT EDITION* DECEMBER 4, 2019 MSC Nastran 12/18/18 PAGE 58
  DEFAULT
0
                                SUBCASE 1
EIGENVALUE = 1.387449E+00
    
```

Figura 9.12. Autovalore dell'analisi non lineare 3D.

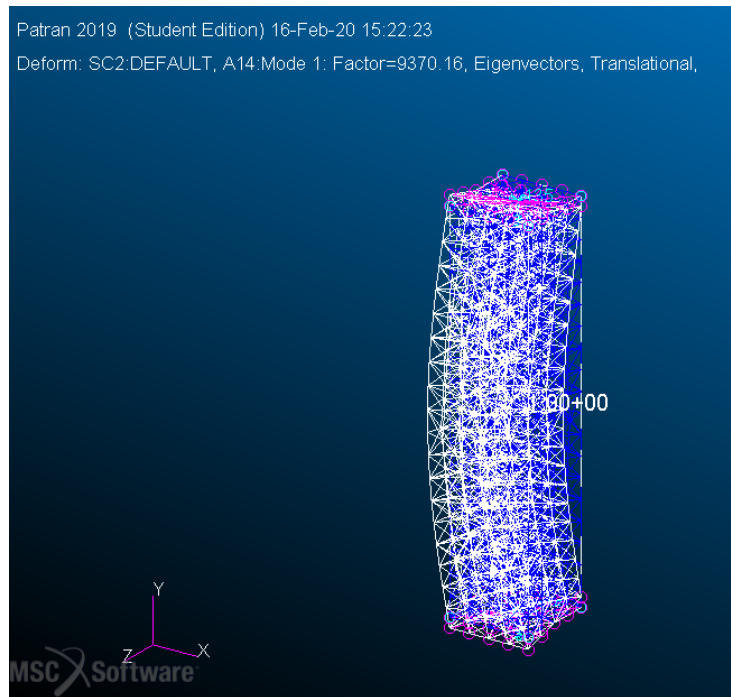


Figura 9.13. Deformazione ottenuta dall'analisi lineare 3D.

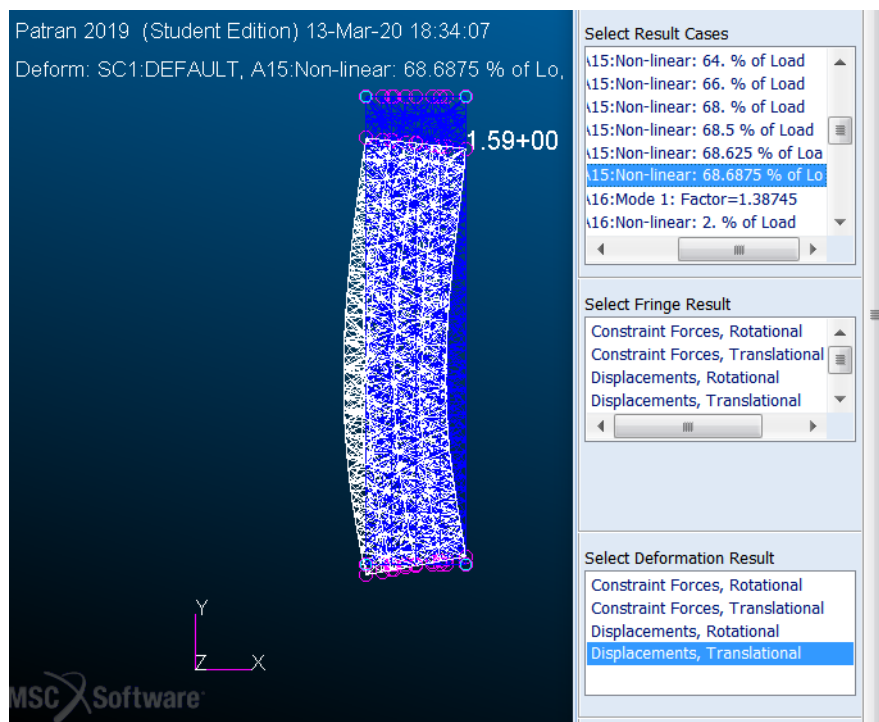


Figura 9.14. Ultimo carico di convergenza dell'analisi non lineare 3D.

9.5 Risultati FEM

Dall'analisi FEM mediante i due modelli presentati nel paragrafo 9.4 si ottengono i valori di carico di buckling e da questi, dividendo per la sezione dei provini, gli sforzi critici. La tabella 9.1 racchiude i risultati che sono stati ottenuti. Si ricorda che sono stati utilizzati i parametri del materiale a compressione; i parametri a trazione hanno prodotto risultati giudicati insoddisfacenti e che sono stati scartati. I grafici 9.15 e 9.16 mettono a confronto i risultati FEM con i risultati sperimentali e analitici emersi nei paragrafi 8.1 e 8.2.

Innanzitutto si può fare un confronto tra i due modelli FEM. Riguardo l'analisi lineare l'andamento è molto simile. Naturalmente il modello 1D, rispetto a quello 3D, produce valori più elevati perché prevede un minor numero di gradi di libertà e quindi complessivamente una rigidità maggiore. Per quanto riguarda l'analisi non lineare l'andamento dei due modelli differisce leggermente, specialmente a valori di lunghezza intermedi, e anche in questo caso l'1D presenta valori più elevati del 3D. Al crescere della lunghezza tutte le tipologie di analisi tendono a coincidere.

Per entrambi i modelli FEM adottati l'analisi lineare segue l'andamento della teoria di Eulero anche se tende a discostarsi da essa al diminuire della snellezza. Comunque a valori di snellezza contenuti, come per i provini in esame, entrambi perdono di efficacia.

Al diminuire della snellezza l'analisi non lineare si discosta da quella lineare. In particolare, nell'1D tende ad assestarsi dopo un lieve incremento, mentre nel 3D segue l'andamento dettato dalla parabola di Johnson. Per questo tipo di analisi entrambi i modelli FEM portano a risultati che non sono lontani da quelli sperimentali, l'unica differenza notevole si registra a valori intermedi di snellezza.

Le simulazioni numeriche svolte hanno permesso anche di effettuare qualche considerazione sui vincoli. Fin dall'inizio si sono considerati gli estremi dei provini appoggiati. Dalle immagini riportate nel paragrafo 6.4 è scaturito qualche dubbio però i modelli FEM hanno prodotto risultati che fanno apparire ragionevole la scelta iniziale.

In conclusione se la snellezza dell'elemento è elevata è sufficiente un'analisi lineare con un modello unidimensionale, la quale generalmente porta a risultati soddisfacenti in maniera semplice e rapida. Se invece la snellezza dell'elemento è contenuta è necessario ricorrere a un'analisi non lineare tridimensionale, più lenta e complicata ma più aderente alla situazione reale.

Tabella 9.1. Valori di sforzo di buckling ottenuti dall'analisi FEM.

L [mm]	1D lineare [N/mm ²]	1D non lineare [N/mm ²]	3D lineare [N/mm ²]	3D non lineare [N/mm ²]
20	301,51	54,23	251,69	52,45
30	192,89	53,59	183,11	49,71
40	127,31	52,72	118,12	48,21
50	88,37	58,40	86,40	46,15
60	64,27	53,64	58,09	43,41
70	48,59	47,53	43,60	39,48
80	37,91	38,21	34,06	33,83
100	24,81	24,77	23,08	25,09

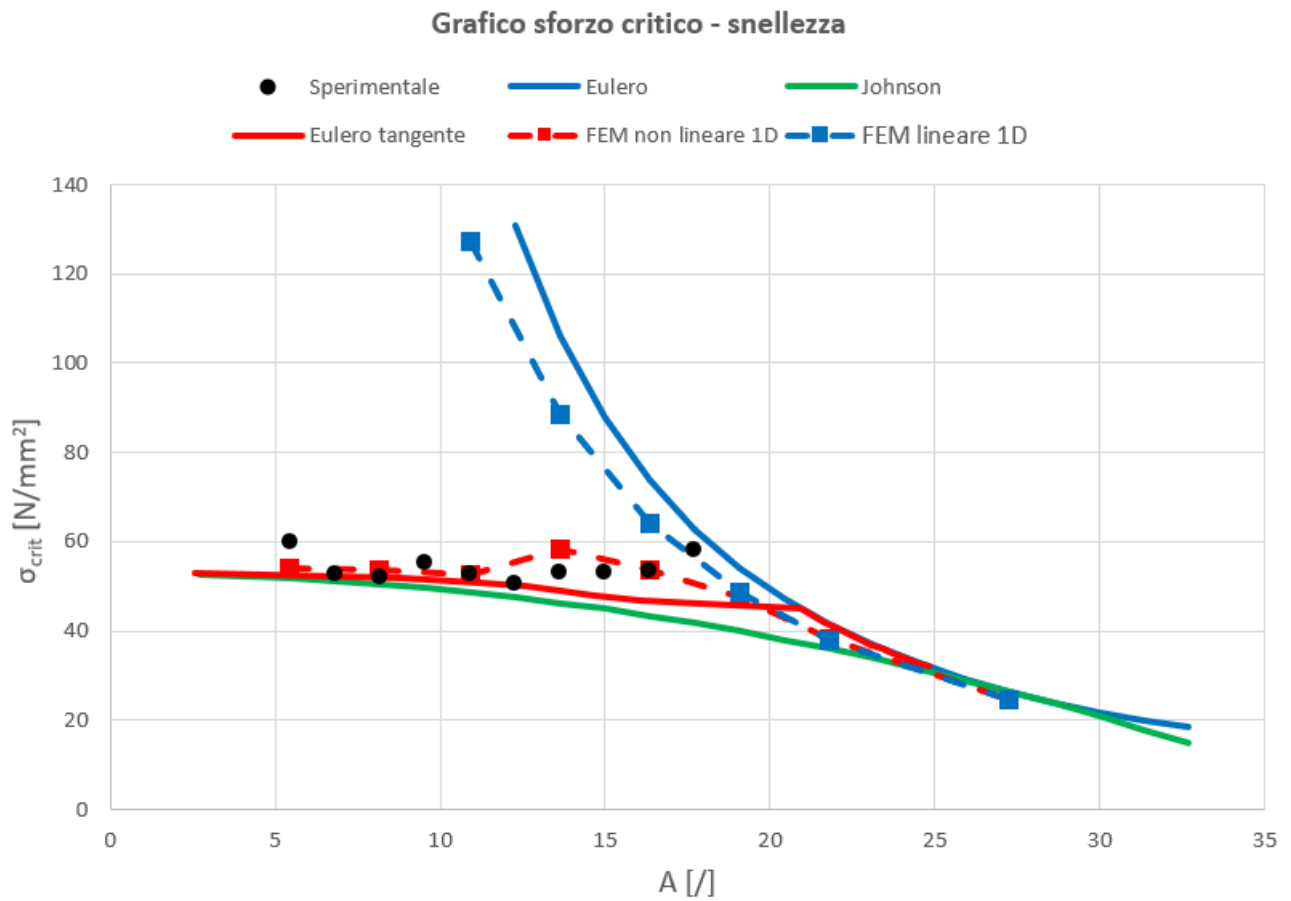


Figura 9.15. Confronto tra i risultati FEM 1D, teorici e sperimentali.

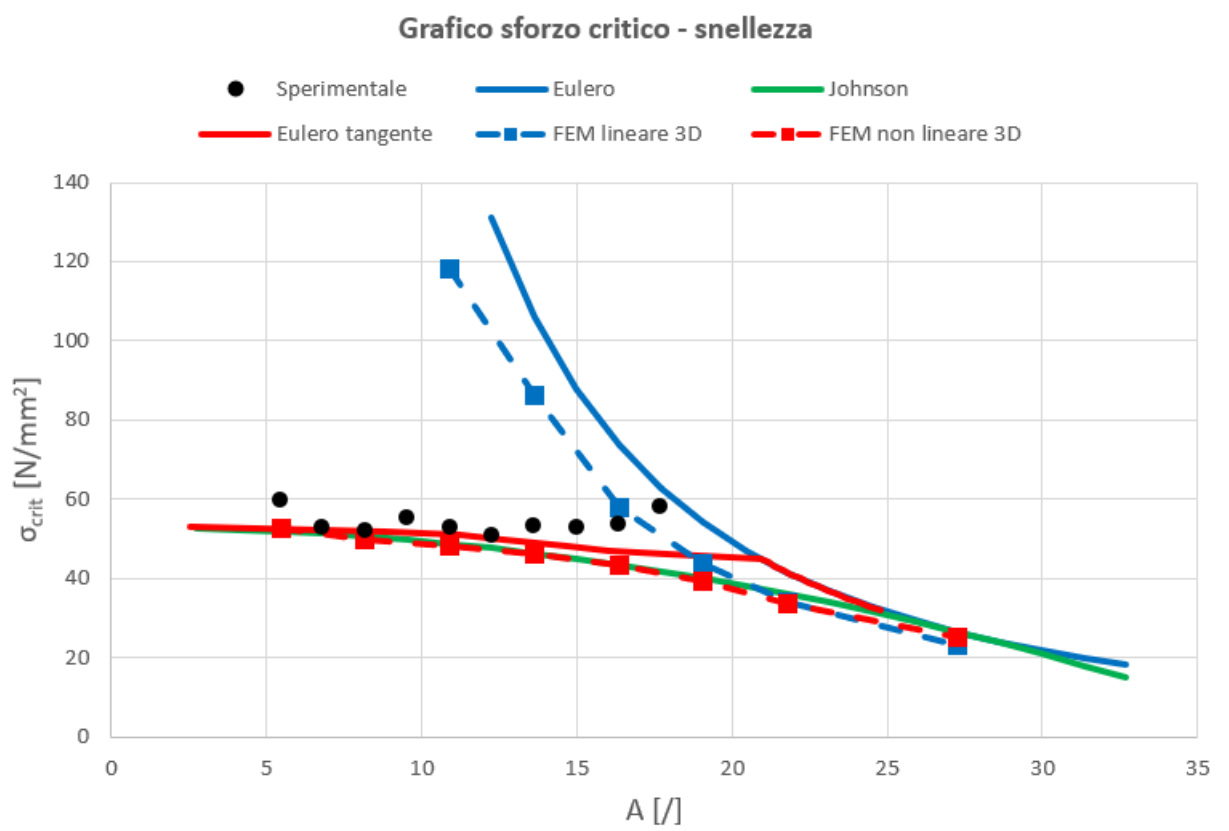


Figura 9.16. Confronto tra i risultati FEM 3D, teorici e sperimentali.

Capitolo 10

Conclusioni e sviluppi futuri

Lo scopo di questo lavoro di tesi era lo studio del fenomeno di buckling in provini polimerici stampati via Fused Deposition Modeling. A tal scopo sono state effettuate delle prove sperimentali per osservare l'insorgere del fenomeno e per caratterizzare il comportamento dei provini. Poi sono state fatte delle analisi utilizzando alcuni modelli teorici e numerici.

Poiché attualmente non esiste della normativa specifica per la sperimentazione su elementi stampati 3D, le prove sono state svolte facendo riferimento alla normativa riguardante la caratterizzazione dei materiali di natura polimerica. In un prossimo futuro gli standard dovranno essere adattati anche per test su componenti ottenuti con l'additive manufacturing. Per le prove di compressione sono stati impiegati dei provini a sezione quadrata con lunghezza variabile. Per le prove di trazione sono stati utilizzati dei provini a sezione rettangolare provvisti di tab in corrispondenza degli afferraggi.

Data l'impossibilità di ricorrere agli estensimetri, si è fatto uso della tecnica della correlazione digitale d'immagine per rilevare spostamenti e deformazioni sui provini. Nei test di compressione questa tecnica è stata utilizzata per osservare l'insorgere del buckling misurando la deflessione laterale. Si è osservato il manifestarsi di instabilità di tipo plastico con effetti che si attenuano al diminuire della lunghezza dei provini. Nei test di trazione la tecnica è stata utilizzata per rilevare le deformazioni longitudinali.

Dalle prove sperimentali svolte è emerso un comportamento molto diverso dei provini a compressione e a trazione. I provini sottoposti a trazione hanno manifestato un comportamento fragile, ovvero con solo deformazioni elastiche, caratterizzato da una elevata rigidità ma una bassa resistenza. Invece, i provini sottoposti a compressione hanno presentato deformazioni plastiche e hanno registrato una elevata resistenza ma una più bassa rigidità.

I dati ottenuti dalle prove sperimentali sono stati elaborati per ricavare i parametri che descrivono il comportamento assunto a trazione e a compressione. Questi parametri sono stati poi impiegati per un'analisi del buckling con i principali modelli teorici per le aste (Eulero, Johnson ed Euler con il modulo tangente). I parametri ottenuti a trazione hanno portato a un'analisi teorica che non sembra rispecchiare la realtà. Al contrario, i parametri a compressione hanno prodotto un'analisi teorica più aderente a quanto ottenuto sperimentalmente. Inoltre è emerso che i risultati ottenuti con i modelli per le aste corte sono più in linea con i risultati sperimentali.

Sono state effettuate delle simulazioni impiegando un codice agli elementi finiti. I provini sono stati simulati con un modello unidimensionale e con un modello tridimensionale. Sono state fatte simulazioni sia di tipo lineare che non lineare introducendo nel modello la non linearità del materiale. I risultati dell'analisi agli elementi finiti sono in buon accordo con i modelli teorici. Per i provini in esame l'analisi non lineare, specialmente quella tridimensionale, è quella maggiormente in accordo con i risultati sperimentali. Le teorie analitiche risultano essere più immediate ma con delle possibilità di utilizzo più limitate. Le analisi agli elementi finiti sono più complicate ma permettono di affrontare il problema in maniera più completa e sicura.

Questo lavoro potrebbe essere ampliato seguendo varie direzioni. Innanzitutto si potrebbero eseguire dei test e delle analisi su provini con caratteristiche analoghe a quelle dei provini qui esaminati ma con lunghezza maggiore per effettuare un confronto con quanto ottenuto in questo lavoro. Poi si potrebbe ripetere il tutto variando i parametri di stampa dei provini. Infine si potrebbero estendere le indagini anche alle altre tecnologie di stampa 3D.

Bibliografia

- [1] I. Gibson, D. W. Rosen e B. Stucker *Additive Manufacturing Technologies. Rapid Prototyping to Direct Digital Manufacturing* Springer, 2010
- [2] S. Brischetto *Slide del corso "Progettazione e fabbricazione additiva per applicazioni aerospaziali"* Politecnico di Torino
- [3] T.H.G. Megson *Aircraft Structures for Engineering Student* Butterworth-Heinemann, Quarta Edizione
- [4] B. Pan, K. Qian, H. Xie e A. Asundi *Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review* Measurement Science and Technology 20, 2009
- [5] Gom Testing *Digital Image Correlation and Strain Computation Basics* Gom GmbH
- [6] C. Zhao, H. Matsuda, S. Lou, C. morita e A. Koga *Visualization of Buckling on Thin-Walled Cylindrical Shell by Digital Image Correlation Method* Applied Mathematics & Information Sciences 7, 2013
- [7] ASTM D695-15 *Standard Test Method for Compressive Properties of Rigid Plastics* ASTM International, West Conshohocken, PA (USA), 2015
- [8] S. Brischetto, R. Torre e C.G. Ferro *Experimental Evaluation of Mechanical Properties and Machine Process in Fused Deposition Modelling Printed Polymeric Elements*
- [9] ASTM D638-14 *Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics* ASTM International, West Conshohocken, PA (USA), 2014
- [10] ASTM D3039 *Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials* ASTM International, West Conshohocken, PA (USA), 1995
- [11] S. Farah, D.G. Anderson e R. Langer *Physical and Mechanical Properties of PLA, and their Functions in Widespread Applications - A Comprehensive Review* Advanced Drug Delivery Reviews 107, 2016
- [12] S. Brischetto, C.G. Ferro, P. Maggiore e R. Torre *Compression Tests of ABS Specimens for UAV Components Produced via the FDM Technique* Technologies 5, 2017

- [13] J. Singer, J. Arbocz e T. Weller *Buckling Experiments: Experimental Methods in Buckling of Thin-Walled Structures. Basic Concepts, Columns, Beams and Plates-Volume 1* John Wiley & Sons, Inc., 1998
- [14] S. H. Lee *Essential Considerations for Buckling Analysis* Worldwide Aerospace Conference and Technology Showcase, Tolosa (Francia), 24-26 settembre 2001